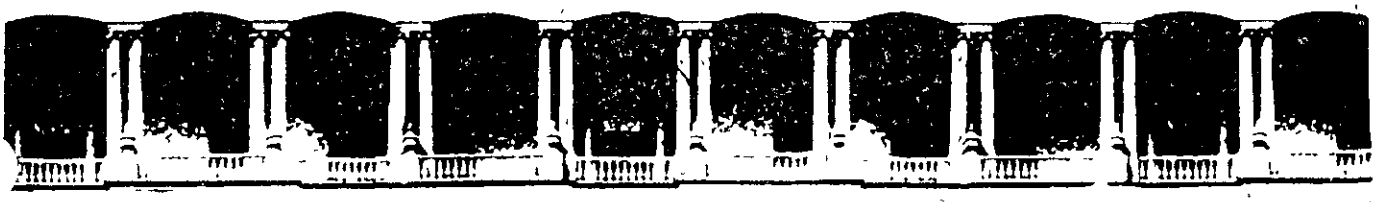


FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS

Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.

El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.

Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.

Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.

Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.

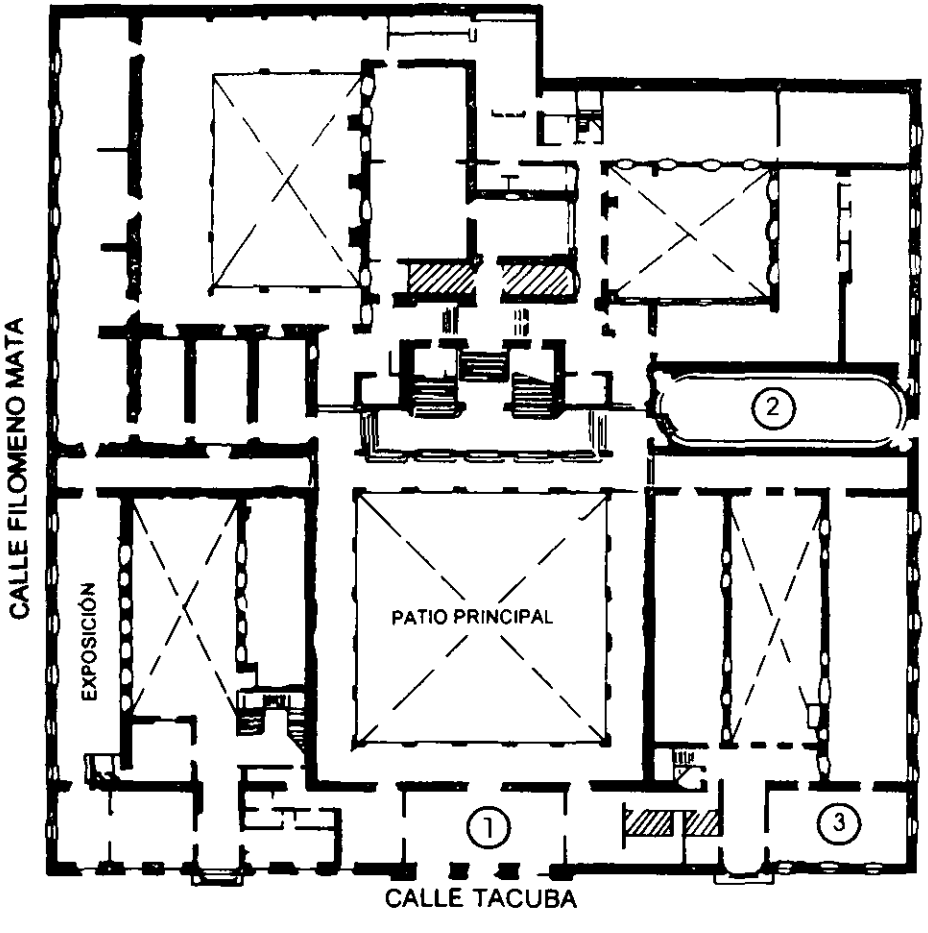
Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.

Atentamente

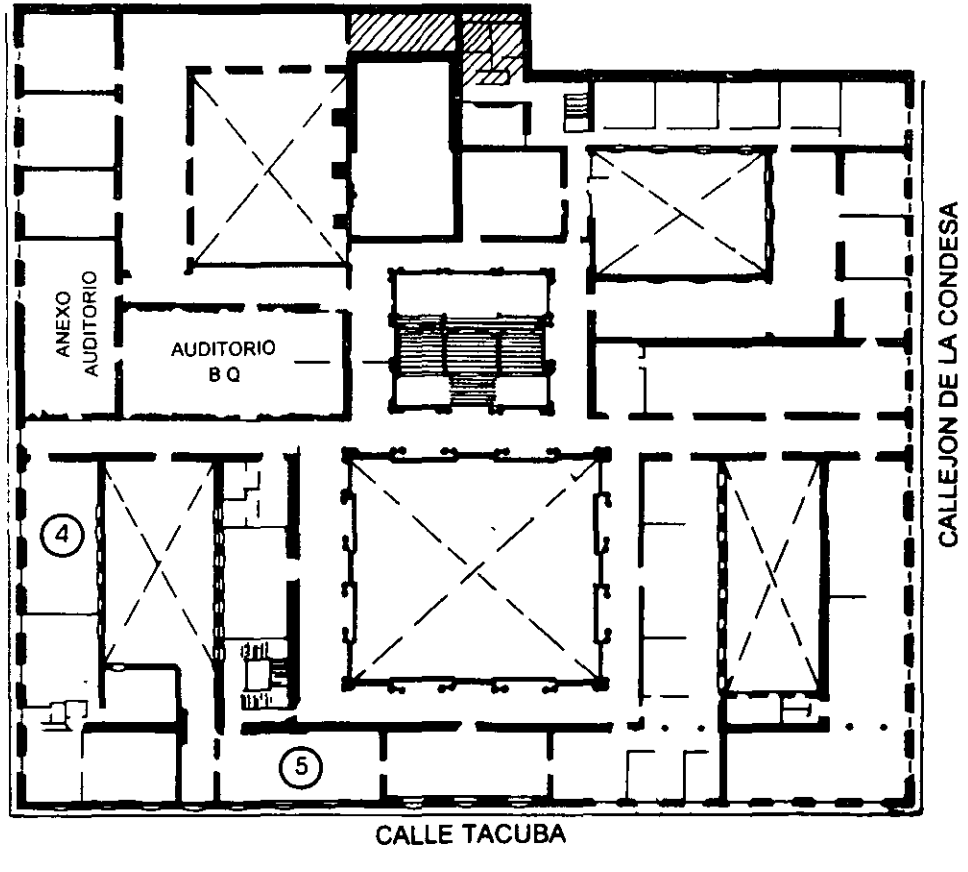
División de Educación Continua.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg Cuauhtémoc 06000 México, D F APDO Postal M-2285
Teléfonos 5512-8955 5512-5121 5521-7335 5521-1987 Fax 5510-0573 5521-4021 AL 25

PALACIO DE MINERIA

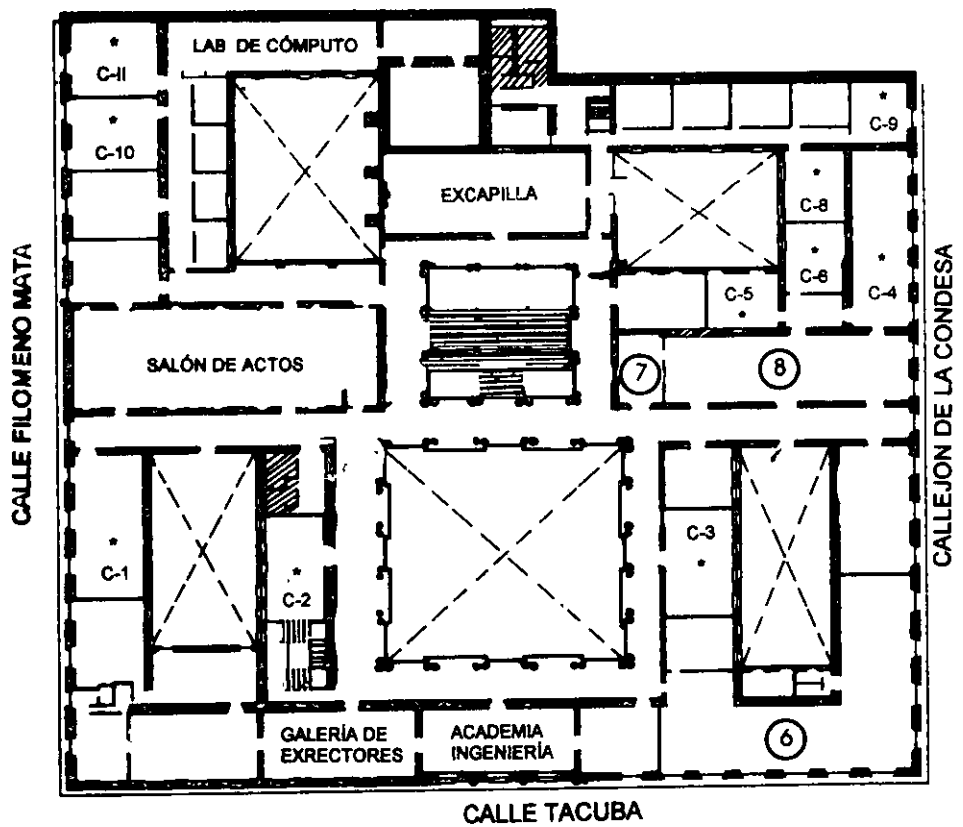


PLANTA BAJA



MEZZANINNE

PALACIO DE MINERIA



1er. PISO

GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

SANITARIOS

* AULAS

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
CURSOS ABIERTOS

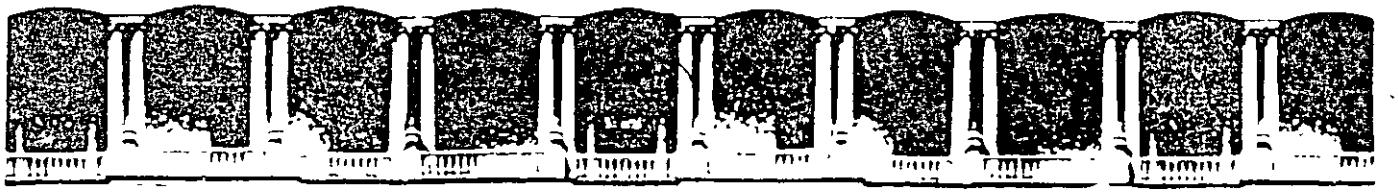
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
DEC

XXVII Curso Internacional en Ingeniería Sísmica

Módulo IV

Diseño Sísmico de Cimentaciones
Septiembre 2001

Día	Horas	Tema	Profesor
Lunes 10	17:00 a 21:00	Interacción suelo-estructura	Dr. Javier Avilés M en I Raúl Aguilar Becerril
Martes 11	17:00 a 21:00	Consideraciones sobre el diseño sísmico de cimentaciones	M en I Neftalí Rodríguez Cuevas
Miércoles 12	17:00 a 21:00	Diseño sísmico de cimentaciones	Dr. Gabriel Auvinet Guichard
Jueves 13	17:00 a 21:00	Diseño sísmico de cimentaciones	Dr. Gabriel Auvinet Guichard
Viernes 14	17:00 a 21:00	Propiedades y comportamiento dinámicos de los suelos	Dr. Efraín Ovando Shelley



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

ZONIFICACION GEOSISMICA EN MÉXICO Y SU APLICACIÓN AL CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO

EXPOSITOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

ZONIFICACION GEOSISMICA EN MEXICO Y SU APLICACION AL CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO
GEOSEISMIC ZONATION IN MEXICO AND ITS APPLICATION FOR DESIGN SPECTRA COMPUTATIONS

Miguel P Romo y Efraín Ovando, Instituto de Ingeniería, UNAM

Proc X Panam Conf.
Vol 4 (en prensa)

RESUMEN

Se presentan los aspectos más relevantes de los estudios realizados en México para zonificarlo globalmente y a nivel de ciudades. Se comentan los efectos que pueden tener las características geotécnicas en la distribucion del peligro sísmico en diversas localidades y la forma práctica en que deben considerarse en el cálculo de espectros de diseño de campo libre y de interacción (espectros de piso) También se discuten los aspectos más significativos que influyen en el comportamiento dinámico de los suelos, haciendo especial énfasis en las arcillas blandas de la ciudad de México

1 INTRODUCCION

El impacto de los sismos en términos de la cantidad y costo de daños, así como en número de muertes n la última centuria es impresionante Varios informes indican que en sismos como el de Mossina (1908), Italia hubo 160,000 fallecimientos,.en el de Kansu (1920), China hubo 180,000 y 70,000 en la misma área en 1932, en Tokio (1923), Japón 143',000, 30,000 en Chile en 1939, 12,000 en Agadir, Marruecos en 1960, 67,000 en Chimbote (1970), Perú, 250,000 en Tangshan (1976), China, 3,000 en el sudeste de Irán en 1981, unos 6,500 en la ciudad de México en 1985 y varios cientos en sismos recientes en California, EU, en Oaxaca, México y Kobe, Japón Existen informes que indican que la mayor tragedia asociada con sismos ocurrió en 1556 en Shensi, China donde aparentemente sucumbieron 830,000 personas (Idriss, 1985)

En cuanto a daños en propiedades, los sismos han causado pérdidas que van desde unos cuantos millones hasta varios miles de millones de dólares americanos Por ejemplo, el daño total causado por el sismo de 1906 en San Francisco, California y sus consecuencias se estima en unos 400 millones de dólares (al precio de ese tiempo), el de Alaska de 1964 y el de San Fernando, California en 1971 fueron estimados en 400 millones cada uno (Idriss, 1985), el de México de 1985, sólo en la capital, se estimó en 5,000, el de Loma Prieta, California en 1987 causó daños, atribuibles al sismo, que costaron entre 6,000 y 10,000 millones, el de Northridge, California en 1994 se estima que causo pérdidas físicas entre 12,000 y 15,000, el de Kobe (rebautizado como Hanshiu-Awaji), Japón (1995) sólo en daños a puentes (15) del sistema Hanshiu Expressway Public Corporation, el costo se estimó en 5,000 millones de dólares Estas cifras pueden incrementarse significativamente en sismos severos futuros debido a que la urbanización continúa y ahora se construyen edificaciones más audaces e infraestructura de mayor valía

Todos los sismos que causan daños físicos (y personales) de consideración tienen el denominador común del comportamiento de los suelos durante los temblores Muchos de los daños se relacionan con la estabilidad global del suelo lo cual redunda en asentamientos diferenciales y totales importantes debido a la compactación de suelos granulares sueltos, asentamientos y desplomos en estructuras desplantadas en suelos blandos como se ilustra en la fig 1, generación de presiones de poro que conducen a la licuación de suelos

granulares, como se muestra en la fig 2; movimientos en presas de tierra y enrocamiento, deslizamientos de apoyos de puentes, etc

Un efecto más sutil de las condiciones locales geotécnicas en el daño a estructuras es la influencia que tienen en las características de los movimientos sísmicos del terreno las cuales pueden tener un gran impacto en la severidad de los daños estructurales que se puedan desarrollar, aunque el suelo de apoyo permanezca estable durante el temblor Indicaciones cualitativas y cuantitativas de la ocurrencia de este fenómeno han sido notadas desde hace muchos años en varios sismos, sin embargo, el caso que más claramente evidenció este efecto fue el de la ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 En la fig 3 se muestra una correlación entre daño estructural y las características dinámicas del depósito de suelo Se observa que los edificios más dañados fueron aquellos que tenían entre 10 y 14 pisos y estaban desplantados en depósitos de arcilla con periodos naturales entre 1 5 y 2 0 segundos Otros casos, como el de Caracas, Venezuela (en el sismo de 1967), el de Loma Prieta (1987), el de Northridge (1994) y el de Kobe (1995), refuerzan la idea de que las condiciones locales geotécnicas juegan un papel importante en la extensión y severidad de los daños que sufren las estructuras durante la acción de temblores de gran intensidad

Fig 1 Asentamientos sísmicos en un edificio de la ciudad de México Septiembre 19, 1985

Fig 2 Licuación en la Isla de Enmedio en la desembocadura del río Balsas Septiembre 19, 1985

De acuerdo con los comportamientos observados resulta evidente que en la evaluación del peligro sísmico para una obra específica se incluya la estimación de los movimientos dinámicos del terreno que puedan inducir sismos futuros Para esto, es necesario conocer las fuentes sísmicas que afectan al sitio específico, las distancias epicentrales incluyendo los aspectos geológicos y sismológicos, las leyes o relaciones de atenuación de la intensidad sísmica con la distancia y el tamaño y su frecuencia de los sismos asociados con cada fuente de generación de temblores Conociendo estos elementos, se pueden evaluar las características de los movimientos sísmicos en el sitio, lo cual constituye la estimación del peligro sísmico. Una vez definido éste, el riesgo se puede investigar incorporando la vulnerabilidad de la estratigrafía en el sitio y el de la estructura para varios niveles de peligro así como el costo de reparación o el costo social que significa la pérdida de vidas

El propósito de este artículo es resumir la práctica actual en la evaluación del peligro sísmico en la ingeniería geotécnica en México Se pone especial atención a la zonificación geotécnica, y a su aplicación en la práctica a la determinación de espectros específicos para el diseño de edificios

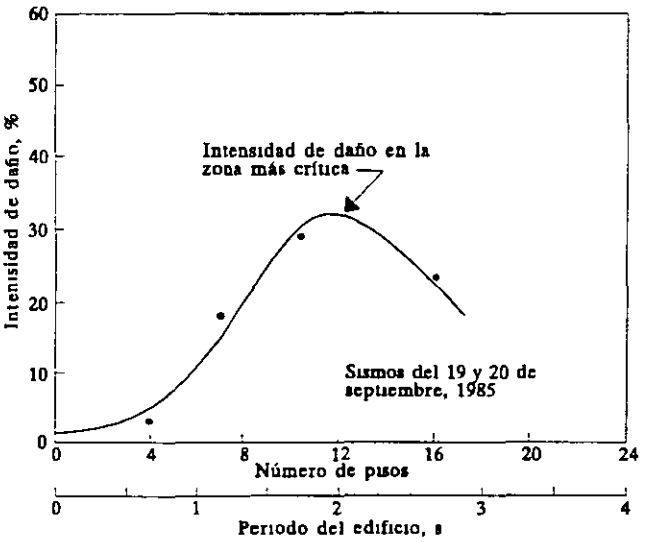


Fig 3 Efecto del tipo de suelo en la intensidad de daños a edificios Septiembre 19, 1985 (Seed y Sun, 1989)

2 ZONIFICACION GEOSISMICA

Recientemente (1993) el Comité Técnico TC4 (Technical Committee for Earthquake Geotechnical Engineering) de la ISSMFE (International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering) publicó un manual para la zonificación de peligros geosísmicos que sugiere tres niveles del procedimiento a seguir para zonificar una región específica

En el primero proponen que la zonificación se base en la compilación e interpretación de información existente en documentos históricos, informes o cualquier base de datos disponible Este procedimiento es el mas burdo y de menor costo y usualmente se aplica para cubrir regiones de gran amplitud como un país o un estado La informacion sobresaliente en este nivel se obtiene de catálogos de sismos en los que se incluyen además de registros, distancias epicentrales, magnitudes, mecanismos focales, etc La información se complementa con datos históricos sobre los daños inducidos por eventos sísmicos, los cuales pueden proporcionar un panorama de la distribución de la intensidad de movimientos en sismos históricos

En el segundo grado la zonificación se realiza con mayor detalle Sugieren que se recurra a fotografías aéreas para definir la localización de las fallas y sus condiciones geológicas, que se efectúen

estudios de campo adicionales para identificar las estructuras geológicas y las condiciones geotécnicas que puedan afectar a los movimientos sísmicos del terreno Por último, proponen realizar mediciones con microtremores (vibración ambiental) para obtener información más detallada de la estratigrafía del sitio y de sus capacidades para amplificar los movimientos del terreno

En el tercer grado de zonificación consideran la definición de los movimientos sísmicos en áreas reducidas, para lo cual se requieren investigaciones de campo y laboratorio en el sitio específico Los resultados de este tipo de estudios se incorporan en el análisis de la respuesta del depósito de suelo usando modelos numéricos de propagación de ondas sísmicas Este nivel de zonificación es generalmente costoso, pero para sitios en los que el peligro es alto, o en los que los desarrollos existentes o en proyecto sean considerados en este tercer grado, generalmente se justifican plenamente

Los casos de zonificación que se presentan en este trabajo se basan en información derivada de estudios de microtremores y geotécnicos, así como en análisis dinámicos específicos, tanto de campo libre como incluyendo la presencia de la estructura

2 1 General de la República Mexicana

El acervo disponible para elaborar los mapas geosísmicos de toda la República Mexicana consistió de datos geofísicos y de características de temblores registrados en diversos sitios del país La información geofísica está compuesta por las características de los sismos en la fuente, la cual acoplada con relaciones de atenuación (definidas a partir de mediciones de temblores en numerosos sitios) entre intensidad, magnitud, distancia epicentral y condiciones locales, permite estimar lo que pueda ocurrir en un sitio particular en un sismo futuro (Esteva y Ordaz, 1989)

Por lo general, en un sitio específico no se cuenta con datos sobre las características de los movimientos sísmicos del terreno, por lo que usualmente se tiene que recurrir a las leyes de atenuación para transformar los modelos matemáticos que describen la actividad de las fuentes vecinas en parámetros sísmicos como intensidad o magnitud La forma más usual es representar la actividad sísmica de una fuente en términos de tasas de excedencia de magnitudes, las cuales se pueden transformar en curvas de tasas de excedencia de intensidades, en las que se incluyen los riesgos de falla que deben aceptarse

2 1 1 Sismicidad de Mexico

La actividad tectónica que genera grandes temblores ($M_s \geq 6\,5$) se concentra básicamente en cuatro zonas (fig 4) En la del Mar de Cortes el movimiento relativo entre las placas de Norteamérica y del Pacífico es de tipo lateral y ha generado sismos como el del 8 de junio de 1980 ($M_s = 6\,7$, con epicentro en la falla de San Jacinto a 70km al sureste de la ciudad de Mexicali) El potencial sísmico en el norte de la península de Baja California esta asociado a la extensión de las fallas de San Andrés y San Jacinto hacia el sur La segunda zona es la de subducción de las placas oceánicas de Rivera (bajo el estado de Jalisco) y de Cocos (bajo los estados de Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas) que han generado sismos como el de Jalisco del 3 de junio de 1992 ($M_s = 8\,2$) y el de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 ($M_s = 8\,1$) En este siglo han ocurrido 35 sismos de magnitud mayor que 7 0 en el sur de México, entre Jalisco y Oaxaca La continental es la tercera y refleja el rompimiento de litósfera oceánica debida a la penetración de la Placa de Cocos por debajo de la Placa de Norteamérica con un ángulo que varía de 35° en Colima-Michoacán a 15° en Oaxaca La manifestación superficial de este fenómeno es el Eje Volcánico Transmexicano no paralelo a la Trinchera de Acapulco A profundidades del orden de 50 a 100km se generan mecanismos de falla normal que

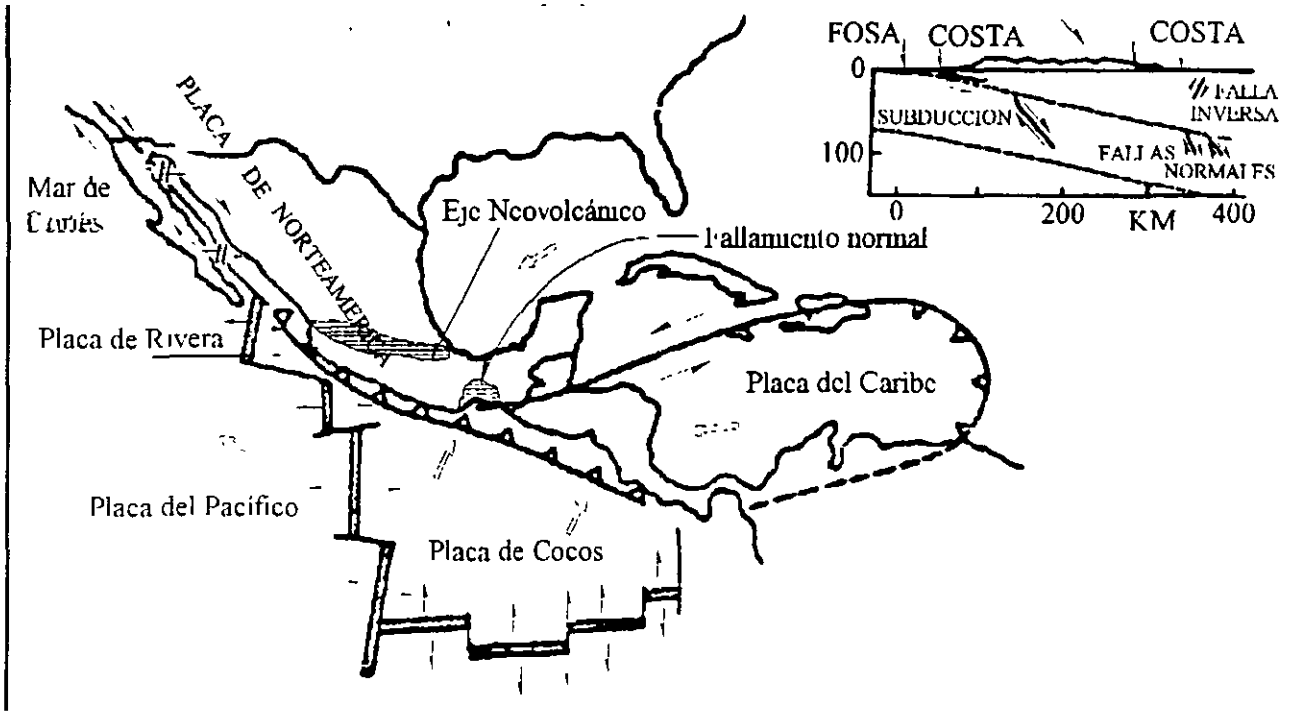


Fig 4 Regiones Sismicas en la Repúblca Mexicana

han causado temblores como el de Oaxaca del 15 de enero de 1931 ($M_s = 7\ 8$) y ha afectado a poblaciones de Puebla, Veracruz y el norte de Oaxaca En la última zona ocurren dentro de la placa continental como el e Acambay ($M_s = 7\ 0$) del 19 de noviembre de 1912, asociado al Eje Volcánico Transmexicano Estos sistemas son de tipo de falla normal someros (15-15km de profundidad), lo que los hace especialmente peligrosos en la zona epicentral"

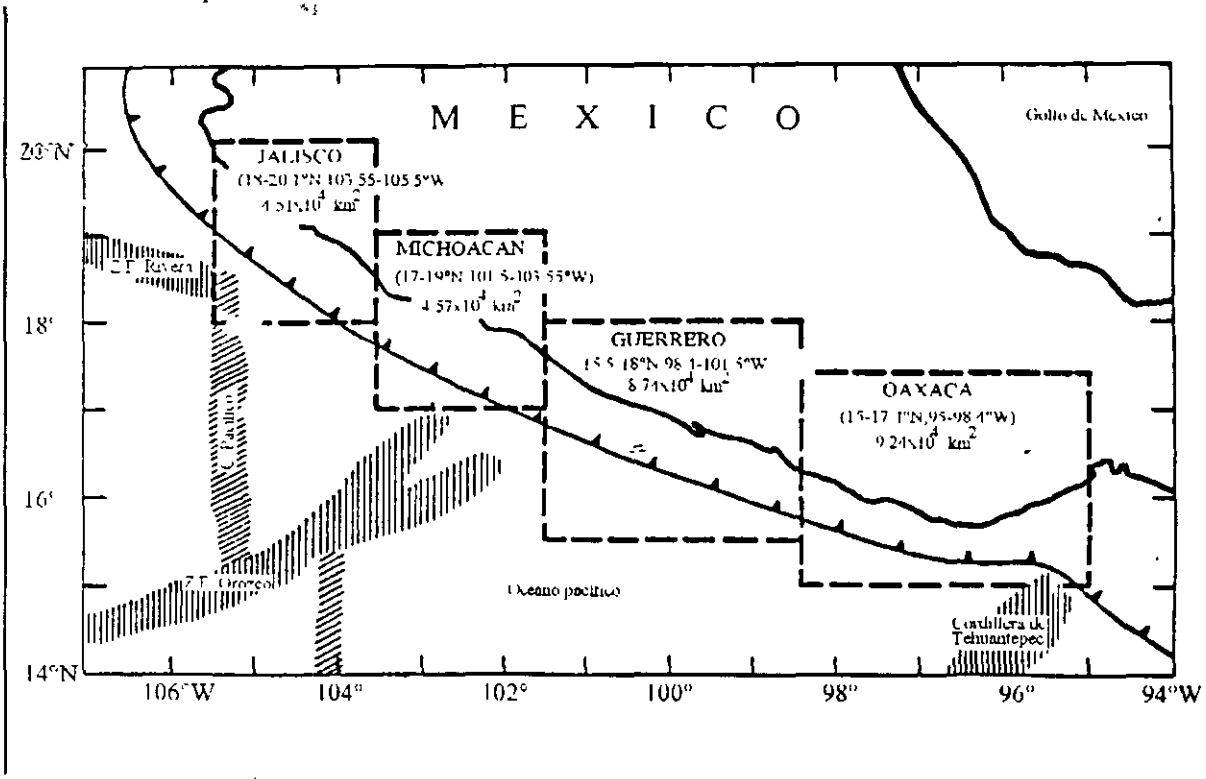


Fig 5 Provincias tectónicas a lo largo de la zona de subducción (Modificada de Esteva y Ordaz, 1989)

De estas cuatro, la que genera sismos más severos es la de subducción en el Pacífico (fig 5) En esta zona, los temblores se generan a profundidades relativamente superficiales, que aumentan hacia el interior del territorio, como se indica en la fig 6 (Kelleher et al, 1973) a lo largo de varias secciones transversales a la trinchera que delimita el contacto entre las placas de Cocos y de Norteamérica

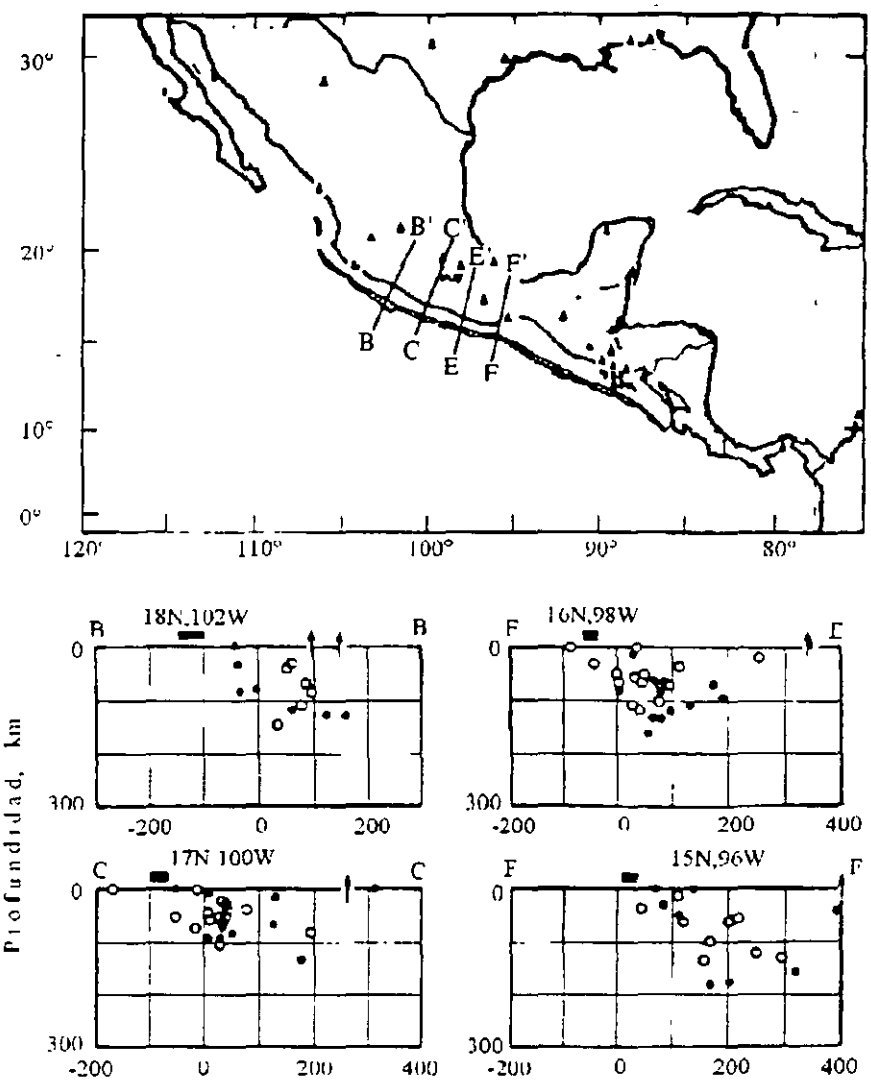


Fig 6 Focos de temblores en secciones transversales a la zona de subducción (Modificada de Kelleher, 1973)

Durante los últimos años, a raíz de los sismos de 1985, se ha observado que en la zona de subducción (y quizá en otras partes del mundo) la actividad sísmica resulta de la superposición de dos procesos, uno que es totalmente aleatorio y otro constituido por los temblores característicos de gran magnitud que tienen periodos de recurrencia más o menos definidos Debe esperarse que estudios futuros sobre riesgo sísmico incluyan este doble fenómeno En las relaciones magnitud-recurrencia de la fig 7 se observa claramente que para las magnitudes moderadas y grandes el modelo tradicional (N disminuyendo con valores crecientes de M_s) no se cumple ya que los datos indican que N aumenta para valores moderados de M, alcanza un máximo y luego decrecen para magnitudes muy elevadas (Rosenblueth, 1987)

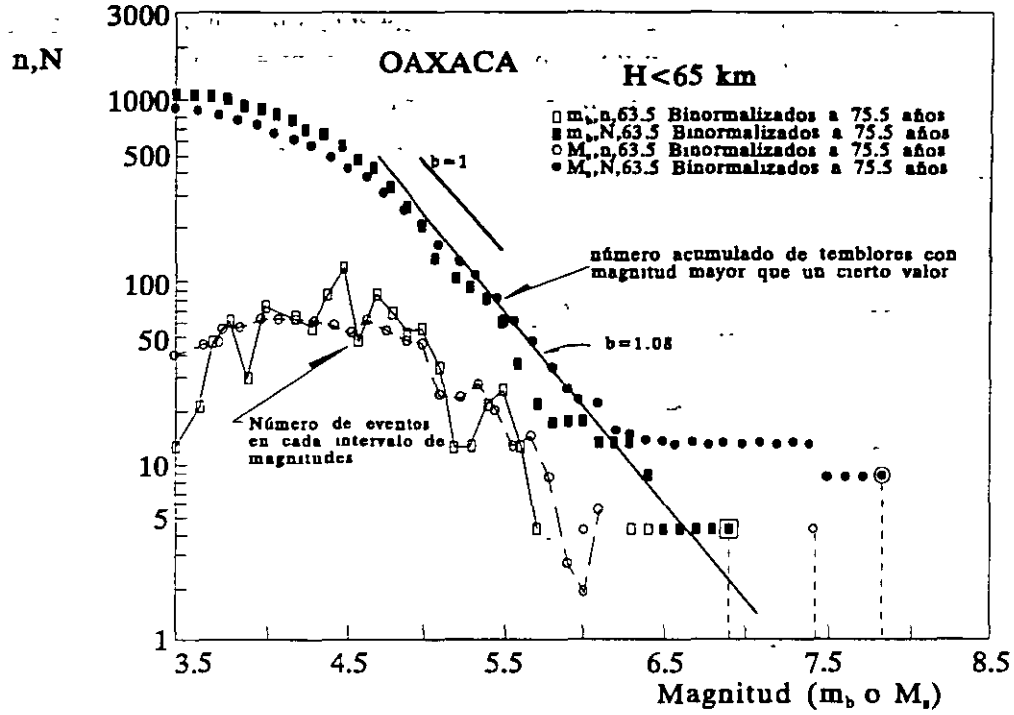


Fig 7 Efecto de temblores grandes (periódicos) en las tasas de excedencia de magnitudes (Esteva y Ordaz, 1989)

2 1 2 Regionalización Geosísmica

El mapa de zonificación sísmica que actualmente se usa como base para estimar los movimientos sísmicos en un sitio específico, a falta de estudios detallados para el lugar, es el indicado en la fig 8 (Esteva y Ordaz, 1989) La escala de intensidad de los movimientos sísmicos varía de A (la más baja) a D (la más severa)

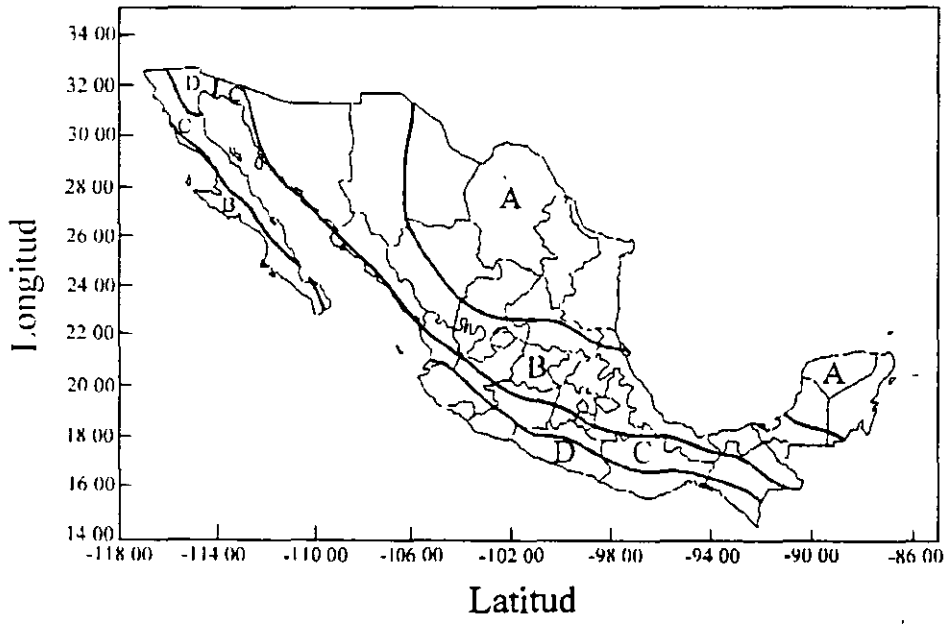


Fig 8 Regionalización sísmica de la República Mexicana (Esteva y Ordaz, 1989)

Además de la regionalización de la fig 8, se ha hecho una clasificación de las condiciones del suelo local que incluye tres categorías dependiendo de sus características de rigidez En la literatura existen diferentes definiciones para clasificar a cada uno de los tres tipos de suelo. En la mayoría de ellas se tienen descripciones cualitativas que pueden mal interpretarse con relativa facilidad ya que un suelo puede identificarse atendiendo a sus características de consistencia y rigidez; sin embargo, en su conjunto (en toda la estratigrafía) puede constituir depósitos con características dinámicas diferentes Por esta razón, y atendiendo a las experiencias en gran cantidad de sitios en los que se han registrado temblores y medido las propiedades de rigidez de los suelos que integran la estratigrafía del depósito, se considera que el tipo de suelo debe definirse con base en el periodo natural del depósito Se encuentra que los límites adecuados serían Suelo tipo I para depósitos de suelo con T (periodo natural) $\leq 0\ 15s$, suelo tipo II para depósitos de suelo con $0\ 15 \leq T \leq 0\ 80s$, y suelo tipo III para depósitos de suelo con T>0.8s El periodo natural corresponde al depósito de suelo que sobreyace a un estrato de terreno firme que tenga un módulo de rigidez al corte mayor que 85,000t/m^2 (onda de corte superior a 800m/s) o cuando los ensayes de penetración estándar muestren más de 50 golpes (por 30cm de penetración) de manera sistemática en una longitud mayor que 4 0m En los casos en que la transición entre el depósito de suelo y el estrato firme no se defina claramente, deben considerarse tres fronteras localizadas a partir de que se cumplan las condiciones de rigidez mencionadas, de tal manera que se cubra dos veces la profundidad del estrato El periodo máximo obtenido es el que debe usarse para definir el tipo de suelo En las conclusiones se propone un procedimiento para clasificar geosísmicamente los suelos

Con esta clasificación, se pretende dar la alternativa de utilizar procedimientos indirectos para definir de manera expedita el tipo de suelo Así, con medición de microtremores, registros de sismos, o ensayes de campo sencillos se puede lograr el objetivo de evaluar el periodo natural del sitio específico

En la selección del tipo de suelo deben tomarse en cuenta sólo los suelos que se encuentren debajo del nivel de desplante de la losa de cimentación En caso de cimientos a base de una cajón y pilotes, el suelo a considerar es el que subyace al cajón

2 1 3 Espectros de Diseño

En la definicion de los espectros de diseño, se consideró un concepto de minimización que conduce a la mínima suma del costo inicial de la estructura y la esperanza del valor presente de las pérdidas por daños sísmicos (Esteva y Ordaz, 1989) Utilizaron el modelo de recurrencia de sismos casual siguiendo con una distribucion tipo Poisson (aunque la evidencia acumulada para la zona de subducción indica que además se generan sismos severos con periodos de retorno más o menos definidos) y una ley de tasas de ex· ·d· cia de tipo exponencial

Los espectros de diseño que se proponen para las cuatro zonas sísmicas y los tres tipos de terreno se definen con la siguiente expresión

$$
\begin{aligned}
S_a &= a_0 + \frac{c - a_0}{T_a} T \qquad \text{para} \quad 0 \leq T \leq T_a \\
S_a &= c \qquad\qquad\qquad\quad \text{para} \quad T_a \leq T \leq T_b \\
S_a &= c\left(\frac{T_b}{T}\right)^r \qquad \text{para} \quad T_b \leq T
\end{aligned}
\tag{1}
$$

donde a_0, c, T_a, T_b y r están dadas en la tabla 1, y S_a es el coeficiente sísmico, para amortiguamiento estructural del 5% Esta información se resumió y se hizo pública en el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (1993)

Tabla 1 Parámetros de los espectros de diseño para la República Mexicana

Zona sísmica	Tipo de suelo	a_0 (g)	c (g)	$T_a(s)$	$T_b(s)$	r
A	I	0 02	0.08	0 2	0 6	1/2
	II	0 04	0 16	0 3	1 5	2/3
	III	0 05	0 20	0 6	2 9	1
B	I	0 04	0 14	0 2	0 6	1/2
	II	0 08	0 30	0 3	1 5	2/3
	III	0 10	0.36	0 6	2 9	1
C	I	0 36	0 36	0 0	0 6	1/2
	II	0 64	0 64	0 0	1 4	2/3
	III	0 64	0 64	0 0	1 9	1
D	I	0 50	0 50	0 0	0 6	1/2
	II	0 86	0 86	0 0	1 2	2/3
	III	0 86	0 86	0 0	1 7	1

2 1 4 Peligro Sísmico Actual en el País

La descripción anterior ilustra que existe peligro sísmico en una parte importante del país Para los terremotos de subducción los periodos de recurrencia son más o menos entre 35 y 80 años, lo que indica que existen dos brechas que pueden romperse en un periodo no muy largo, una es la de Guerrero, entre Zihuatanejo y Acapulco, y la otra es la del Istmo de Tehuantepec, en Oaxaca Las magnitudes, de acuerdo con el tamaño de la brecha puede variar entre 7 9 y 8 3, la probabilidad de que ocurra un terremoto en estas dos es alta, de acuerdo con el conocimiento actual de la tectónica global

Los periodos de recurrencia de los grandes temblores de profundidad intermedia son del orden de 100 años Aunque no se ha localizado confiablemente la sismicidad de fondo, en general, se podría decir que las zonas con mayor peligro son la parte sur de Puebla y norte de Oaxaca, con sismos que pueden alcanzar magnitudes del orden de 7 0

Las descripciones históricas sobre los sismos que han ocurrido en el Eje Volcánico Transmexicano y en el Golfo de Mexico no permiten estimar periodos de retorno confiables para estas provincias tectónicas; sin embargo, las magnitudes esperadas deben al menos ser iguales a las máximas observadas instrumentalmente

2 2 Distrito Federal

La información disponible en esta zona creció exponencialmente a partir de los sismos de septiembre de 1985 Actualmente se disponen mapas detallados que muestran la zonificación geotécnica, mapas que dican la profundidad al estrato de suelo firme, y de isoperiodos Además, existen funciones de amplificación (y de formas espectrales) características para un gran número de sitios distribuidos en el Distrito Federal Esta información permite de manera expedita evaluar las características de vibración de un

sitio en particular. Además, este volumen creciente de datos tiene la consecuencia positiva de que las incertidumbres inherentes a la estimación de los movimientos sísmicos en un sitio se reduzcan apreciablemente.

2 2 1 Sismicidad General

Los movimientos del terreno en el valle de México pueden ser generados básicamente por cuatro mecanismos de liberación de energía (Rosenblueth et al, 1989) Los temblores que provienen de la zona de subducción son los que históricamente han causado los daños más intensos en la ciudad de México y de esta provincia sísmica los mas peligrosos son los que se generan en las costas de Michoacán y Guerrero debido a su mayor cercanía a la cuenca de México Un segundo mecanismo es el de falla normal que se produce entre las placas de Cocos y la de Norteamérica dentro del continente que, como se mencionó, produce temblores con magnitudes decrecientes al internarse en el continente, debido a la profundidad que alcanza la placa de Cocos bajo el valle de México (unos 80km) la magnitud máxima esperada es de 6 5 en la escala de Richter El tercer mecanismo se debe a liberación de energía en la placa continental, cuyo extremo oriental es el más peligroso, las fallas que definen el graben de Acambay (Mooser, 1990) son capaces de generar sismos con una magnitud maxima de 7 0 y una distancia focal de 80km Por último, el cuarto mecanismo se debe a fallas en la placa Norteamericana en las inmediaciones del valle de México La magnitud máxima registrada en este siglo para temblores locales es de 5 1, aunque se estima que puedan alcanzar 5 5 (Mooser, 1990)

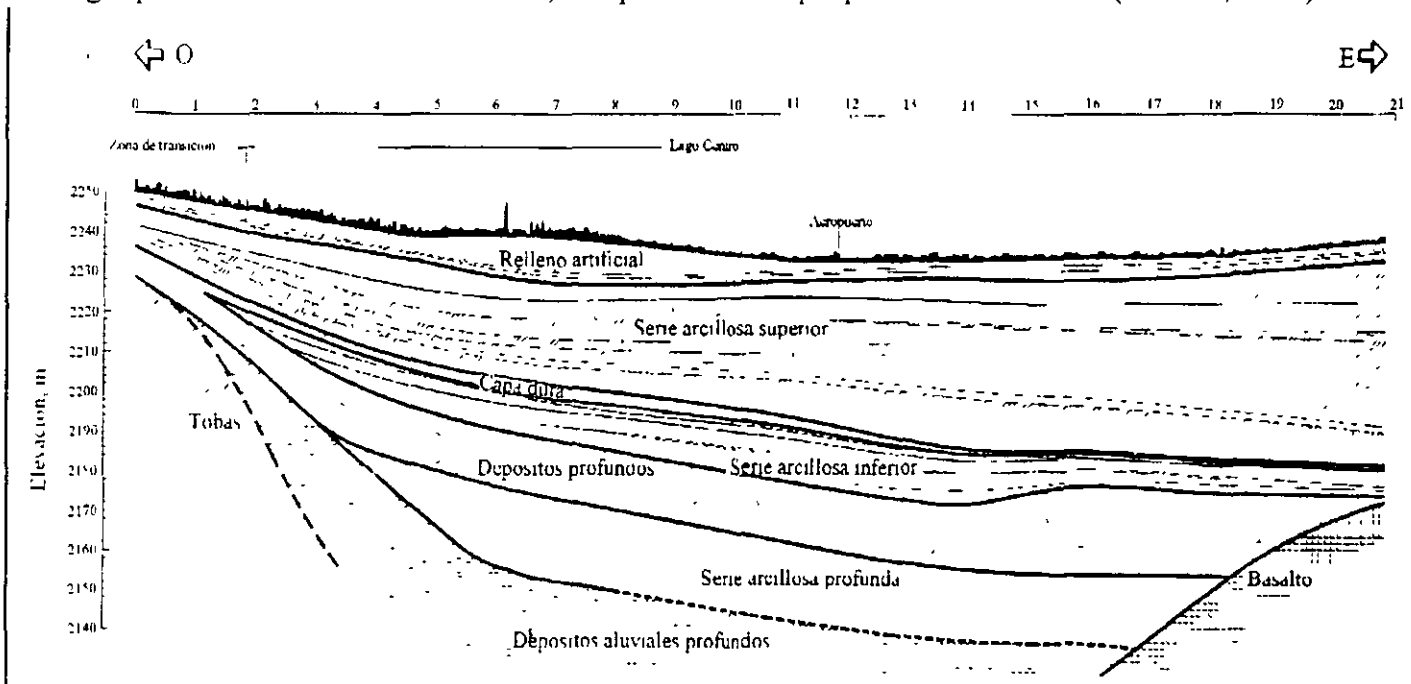


Fig 9 Estratigrafía de la ciudad de México (cortesía de Carlos E Gutiérrez)

2 2 2 Regionalizacion Geosismica

Las condiciones geotecnicas de la ciudad de México se han estudiado con gran detalle durante los últimos años y están razonablemente bien establecidas La ciudad se fundó en el vaso del lago de Texcoco y se ha extendido hacia sus riveras y hacia el sur invadiendo el vaso de los lagos de Xochimilco-Chalco Gran parte de la actual ciudad de México se asienta sobre arcillas blandas y el resto en terreno de consistencia media y terreno firme En la fig 9 se muestra un perfil que indica la variación de las condiciones del suelo y en la fig 10 se presenta la zonificación geosísmica actual en la zona metropolitana del valle de México La zonas del lago, de transición y de lomas corresponden a la III, II y I definidas en párrafos anteriores

Los análisis de registros obtenidos dentro del valle de México y fuera de él, aparentemente indican que existen efectos de sitio a escala regional que conducen a amplificaciones de los movimientos sísmicos del terreno firme (Ordaz y Singh, 1992; Singh et al, 1993) Sin embargo, la amplificación más importante se debe a la presencia de la capa de arcilla blanda que sobreyace a los depósitos de terreno firme (ver fig 9). El gran contraste en rigideces entre los depósitos profundos y el estrato superficial, así como las propiedades cuasielásticas y de bajo amortiguamiento se combinan para producir las grandes amplificaciones observadas en la zona III (del lago) durante un gran número de sismos que arriban al valle con directividades diferentes y con características variables Estudios analíticos (Romo y Jaime, 1986, Romo y Seed, 1987) y observaciones recientes (Singh y Ordaz, 1992) muestran que la evaluación de las características más significativas de la respuesta de los depósitos de suelo en la ciudad de México (zonas III y II) se puede definir con buen grado de aproximación usando modelos unidimensionales de propagación de ondas sísmicas SH Los resultados de estas investigaciones indican que realizar microzonificaciones sísmicas para definir los movimientos específicos en un sitio en particular, por ejemplo, resulta una tarea relativamente económica, que está al alcance de la práctica profesional

2 2 3 Espectros de Diseño

El Distrito Federal, de acuerdo a la regionalización sísmica de la República (fig 8), se encuentra en la zona B Sin embargo, debido a las condiciones del sitio comentadas en el inciso anterior los parámetros generales para la República, incluidos en la tabla 1, no se aplican Los que se han propuesto (Rosenblueth et al, 1987) y se incluyen en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (1987, RCDF) se dan en la tabla 2

Tabla 2 Parámetros de los espectros de diseño (5% de amortiguamiento) para el Distrito Federal

Zona	a_0 (g)	c (g)	T_a (s)	T_b (s)	r
I	0 04	0 16	0 2	0 6	1/2
II	0 08	0 32	0 3	1 5	2/3
III	0 10	0 40	0 6	3 9	1

Los coeficientes sísmicos, c, de la tab [illegible] incrementan en un 50% dependiendo del tipo de edificio segun se define en el RCDF87

Con base en estudios de mediciones de vibración ambiental y de registros de sismos se definió un mapa de isoperiodos (fig 11) que permite estimar el periodo natural del estrato de suelo blando, para definir el tipo de suelo donde se desplante la estructura Con esta información es posible determinar el coeficiente sísmico aplicable en cada caso

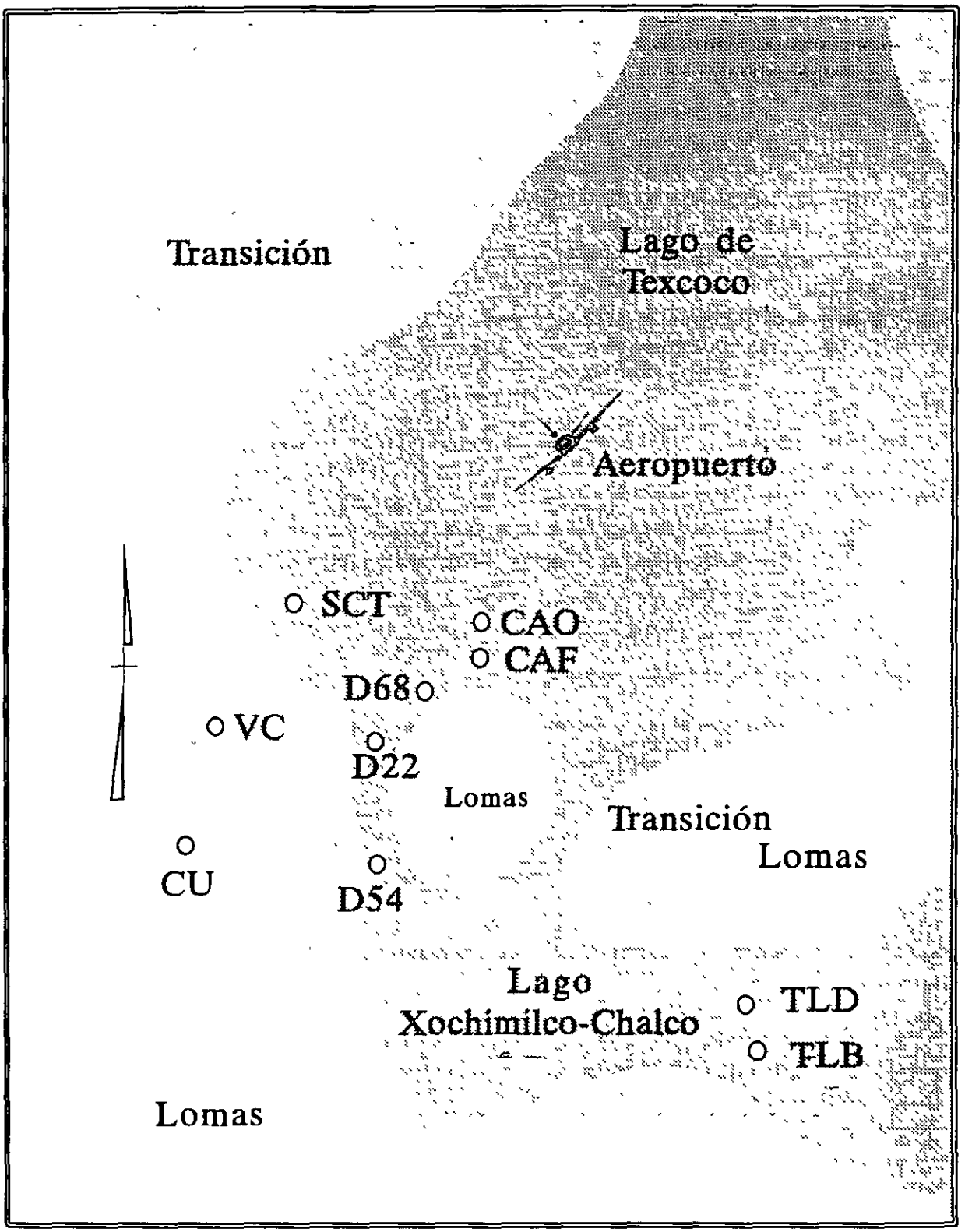


Fig 10 Zonificación geosísmica de la ciudad de México

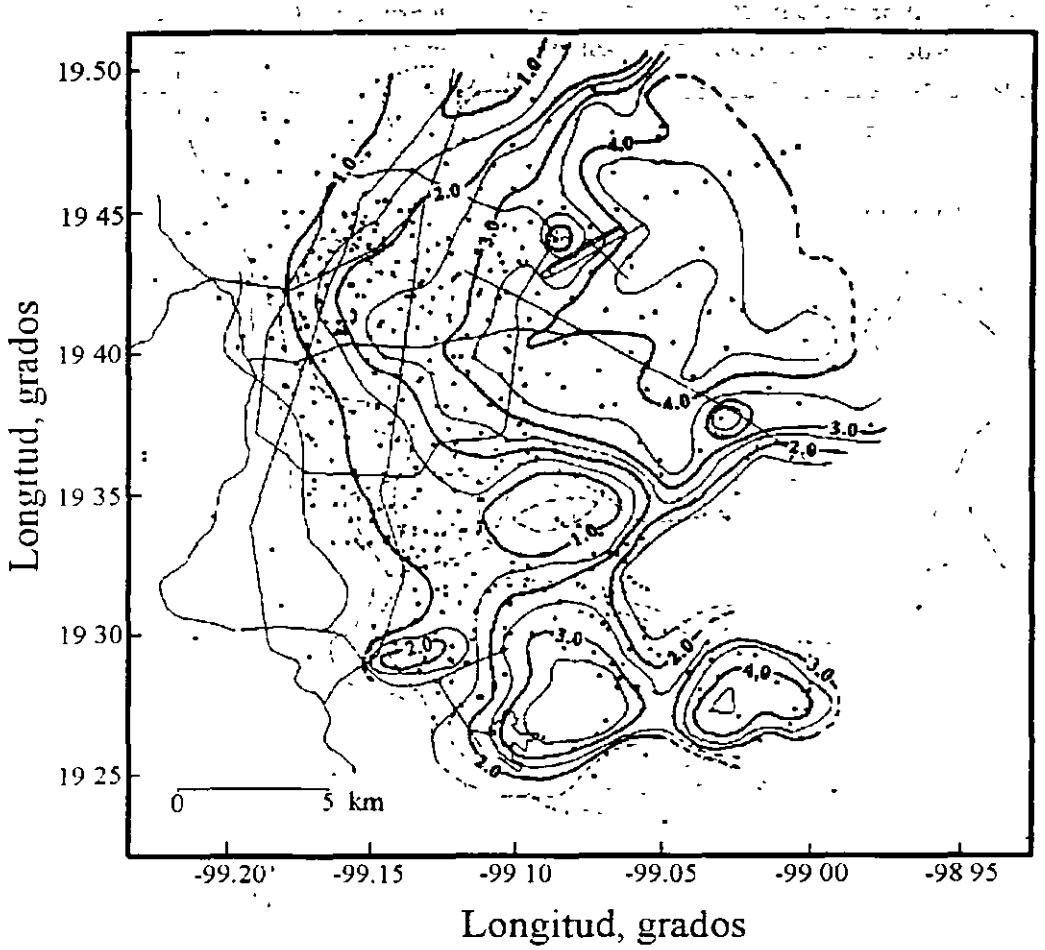


Fig 11 Curvas de isoperiodos en la ciudad de México (Lermo y Chávez-García, 1994)

2 3 Puerto de Acapulco

La geología superficial del área que ocupa la zona metropolitana del puerto de Acapulco está integrada por rocas metamorficas, afloramientos de granito sobre los cuales se sitúa gran parte de la ciudad de Acapulco y por depósitos recientes de barra compuestos por arenas finas, aluviones y turbas

2 3 1 Sismicidad General

Los temblores en esta zona se deben a la interacción de la placa de Cocos con la Norteamericana Actualmente la parte mas preocupante es la denominada brecha de Guerrero que hacia el noreste llega cerca de los 101°W (ver fig 5), su límite sureste puede llegar hasta la barrera producida por la segmentación de la placa de Cocos en esa zona, alrededor de los 99°W Si se considera que su ancho es de 80km, el área que podría romperse es de A=18,000km^2 lo cual daría, según la relación empírica (Singh et al, 1980)

$$M_s = 0\,887 \log A + 4\,532 \qquad (2)$$

magnitud maxima esperada de $M_s = 8\,3$ Aunque la información histórica existente indica que el sismo más severo que ha generado la brecha sísmica de Guerrero tuvo una magnitud M_s de 7 7, aparentemente la energía potencial acumulada podría generar uno o dos sismos $M_s = 8\,0$ o bien entre 2 y 4 de $M_s = 7\,8$ (Singh y Ordaz, 1990)

2.3.2 Regionalización Geosísmica

En un estudio reciente (Ovando et al, 1989) se recopiló y analizó la información geotécnica de 227 sondeos con el propósito de zonificar el área metropolitana. Siguiendo la misma filosofía usada para la ciudad de México, la región se subdividió en tres tipos de suelo de acuerdo a su consistencia y a los periodos naturales de terreno medidos con la técnica de microtremores inicialmente propuesta por Nakamura para analizar ondas de Rayleigh

Las evaluaciones en 92 sitios en la zona del puerto de Acapulco, usando la técnica de microtremores, así como los registros sísmicos obtenidos por tres sismógrafos digitales, cuyas magnitudes oscilan entre 3 2 y 6 8, permitieron evaluar los periodos naturales mostrados en las figs 12 y 13 para la Bahía de Acapulco y la zona al sureste que presenta la mayor tasa de desarrollo urbano en la actualidad, respectivamente (Gutiérrez et al, 1989)

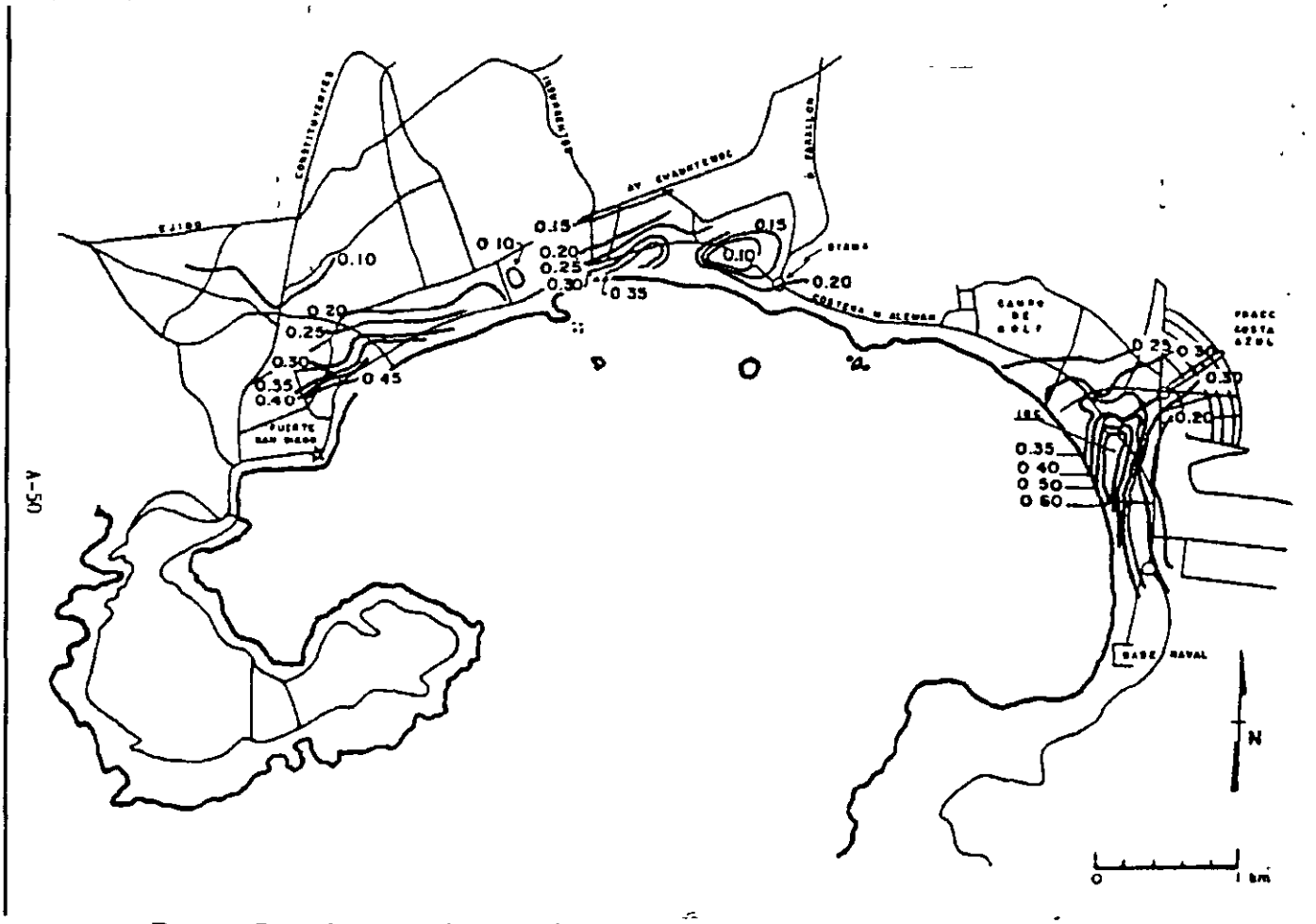


Fig 12 Periodos naturales medidos en la Bahía de Acapulco (Gutiérrez et al, 1989)

Con base en esta información sismológica y geotécnica, se sugieren tres zonas geosísmicas que concuerdan con los límites, en términos de los periodos naturales antes descritos, de 0 15s como máximo para suelo tipo I, 0 75 para suelo tipo II, y mayores que este límite se clasifican como suelo tipo III Aunque en el Reglamento de Construcciones del estado de Guerrero se propone un mapa con la zonificación que difiere con esta propuesta, se estima que debido a la erraticidad en las condiciones geotécnicas en extensas áreas, es preferible definir los periodos naturales y las características específicas del sitio

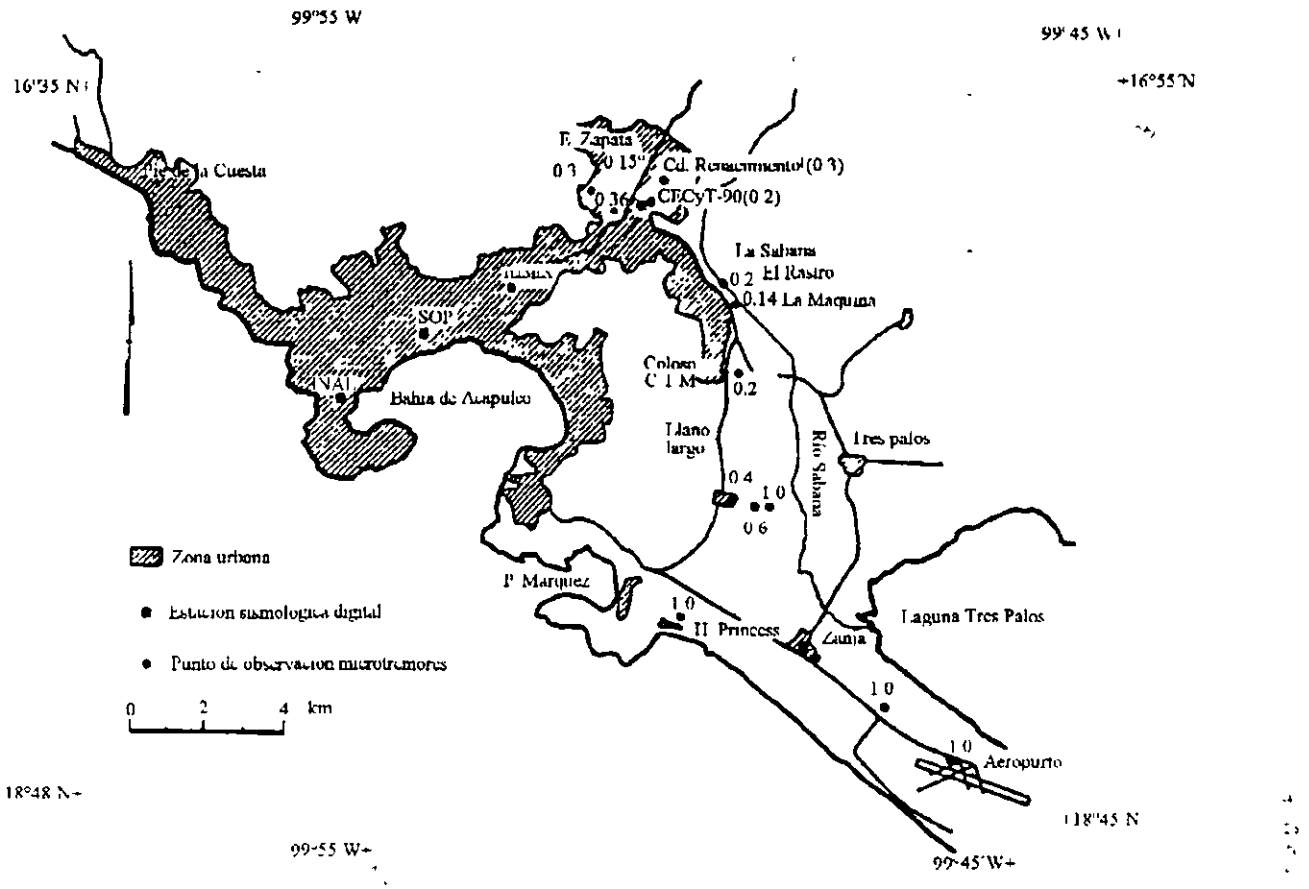


Fig 13 Periodos naturales medidos en el sur de la Bahía de Acapulco (Gutiérrez et al, 1989)

2 3 3 Espectros de Diseño

Para definir los espectros de diseño en el área del puerto de Acapulco se partió de la anterior información geotécnica, de registros sísmicos y de microtremores y se complementó con análisis de respuesta dinámica de diversos sitios usando modelos unidimensionales no lineales (Romo, 1990, Ovando y Romo, 1992) Los resultados de los estudios se adecuaron a la sismicidad general de la República Mexicana quedando finalmente los espectros para cada tipo de terreno como se especifican en la Tabla 1

2 4 Ciudades de Jalapa y Veracruz

La ciudad de Jalapa está ubicada en el Eje Neovolcánico Mexicano y se asienta sobre los derrames basalticos del volcan Macuiltépetl, abanicos aluviales y depósitos lacustres (Esquivel, 1976) La información geotécnica disponible permite identificar tres formaciones integradas básicamente por a) los derrames del volcán Macuiltepetl, b) los abanicos aluviales y depósitos lacustres, y c) lomas de flujos piroclásticos y brecha volcanica (Lermo et al, 1995a)

La ciudad de Veracruz se asienta entre la margen izquierda del río Jamapa y el litoral del Golfo de Mexico La informacion geotécnica disponible muestra depósitos de dunas (paralelas a la playa) formados por el acarreo de arenas litorales por acción elástica, depósitos de arena fina formados por la acción de marea alta en la zona de playa, los cuales sobreyacen formaciones coralíferas que se encuentran entre 15 y 20m de fundidad, y los depósitos aluviales compuestos por arena gruesa en la parte occidental de la ciudad y por arenas limosas hacia la planicie costera sobre la margen izquierda del río Jamapa (Esquivel, 1976, Lermo et al, 1995b)

2 4 1 Sismicidad General

En los últimos cuatro siglos, la ciudad de Jalapa ha sido sacudida principalmente por sismos locales de intensidades estimadas de VI y VIII en la escala de Mercalli. El más severo en este siglo fue el llamado temblor de Jalapa que ocurrió el 3 de enero de 1920 con epicentro a unos 50km al sureste de la ciudad. La magnitud estimada de este evento es de 6.4 y se cree se originó en una falla local relativamente superficial a unos 10km de profundidad (Suárez, 1991)

En cuanto al puerto de Veracruz, ha experimentado sismos locales como el ocurrido el 11 de marzo de 1967 que tuvo una magnitud de 5 3 y su epicentro se localizó en la plataforma continental a unos 20km al sureste del puerto Aunque más lejano, al sur de Veracruz, se tiene registro de otro sismo importante, el de Jáltipan que ocurrió el 26 de agosto de 1959 con magnitud $M_s = 6\ 4$ y prácticamente destruyó este poblado Estos dos sismos tuvieron características tectónicas similares (fallas inversas a profundidades de 20 a 26km y con los ejes principales de compresión orientados en la dirección del movimiento relativo de las placas de Cocos y Norteamericana) lo cual pone de manifiesto que las fallas a lo largo de Eje Neovolcánico pueden generar sismos severos que induzcan daños de consideración en las estructuras Además de los sismos continentales, ha habido una serie de sismos localizados en la costa suroccidental del Golfo de México con magnitud moderada inferior a 5 0 Los epicentros de estos movimientos telúricos se concentran en la parte norte del Itsmo de Tehuantepec, en la vecindad de las ciudades de Coatzacoalcos y Minatitlán del estado de Veracruz

2 4 2 Regionalización Geosísmica

En estudios recientes usando la técnica de Nakamura, se determinaron los periodos naturales de los suelos en varios sitios de ambas ciudades Los resultados que obtuvieron se muestran en las figs 14 y 15(Lermo et al, 1995a, Lermo et al, 1995b)

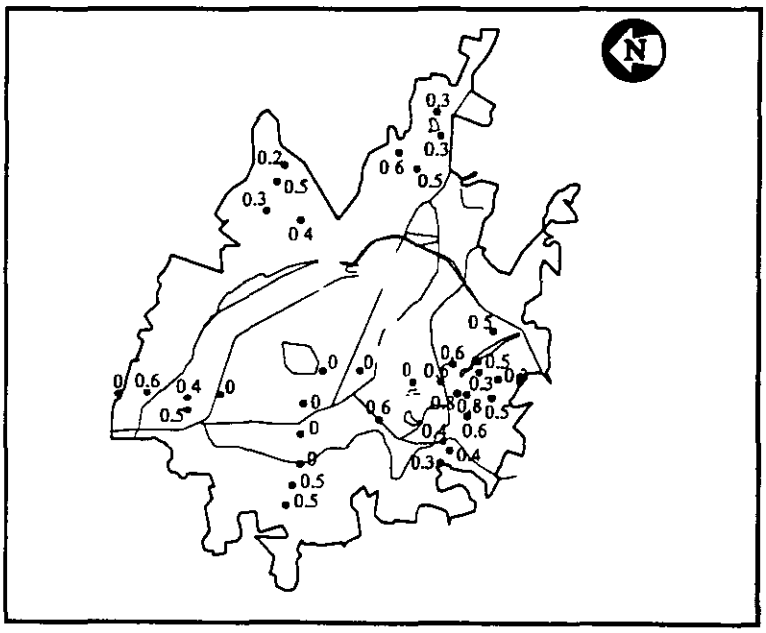


Fig 14 Periodos naturales medidos en la ciudad de Jalapa (Lermo et al, 1995a)

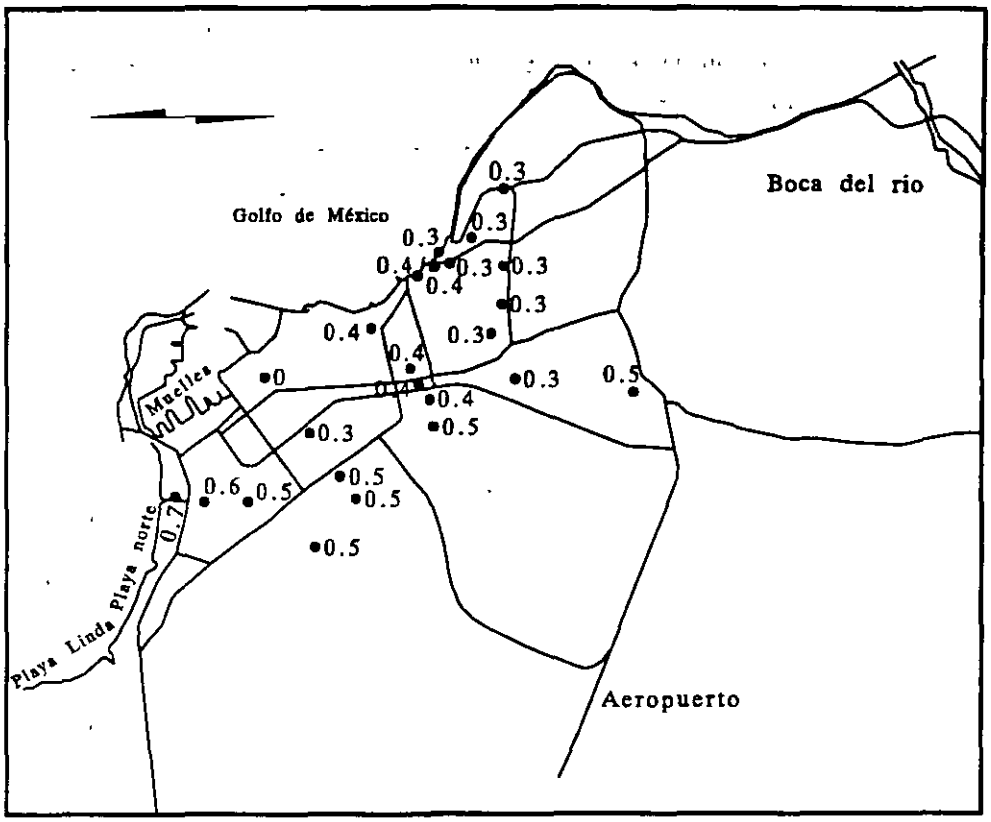


Fig 15 Periodos naturales medidos en la ciudad de Veracruz (Lermo et al, 1995b)

De acuerdo con la clasificación de los tipos de suelo, en función del periodo natural del terreno, se observa que en la ciudad de Jalapa existen las tres clasificaciones Por otro lado, en la ciudad de Veracruz aparentemente sólo se presentan los suelos tipo I y II, aunque en la zona de Playa Norte (ver fig 15) podría haber depósitos de suelo con periodos superiores a 0 75s

2 4 3 Espectros de Diseño

Los movimientos sísmicos en estas dos ciudades se pueden estimar con base en los espectros definidos por la ec 1 y los parametros correspondientes de la tabla 1

2 5 Ciudad de Puebla

Los estudios disponibles (Auvinet, 1976) indican que la geol gía de la ciudad de Puebla está integrada por un basamento de calizas del Cretáceo sobreyacido por una secuencia de tobas volcánicas y depósitos sedimentarios Estos depósitos fueron producidos por la actividad volcánica relacionada con la evolucion del Cinturon Volcánico Mexicano

2 5 2 Regionalizacion Geosismica

En la fig 16 se muestran los periodos naturales medidos en diferentes sitios con la técnica de microtremores (Chávez-García y Lermo, 1995) Los resultados muestran que existen zonas donde se tienen periodos naturales altos (2 5s) que indican la presencia (aunque restringida a áreas pequeñas) de depósitos de suelo blando De acuerdo con la clasificacion de suelos la variación de periodos indica que en la ciudad de Puebla se tienen los tres tipos de suelo

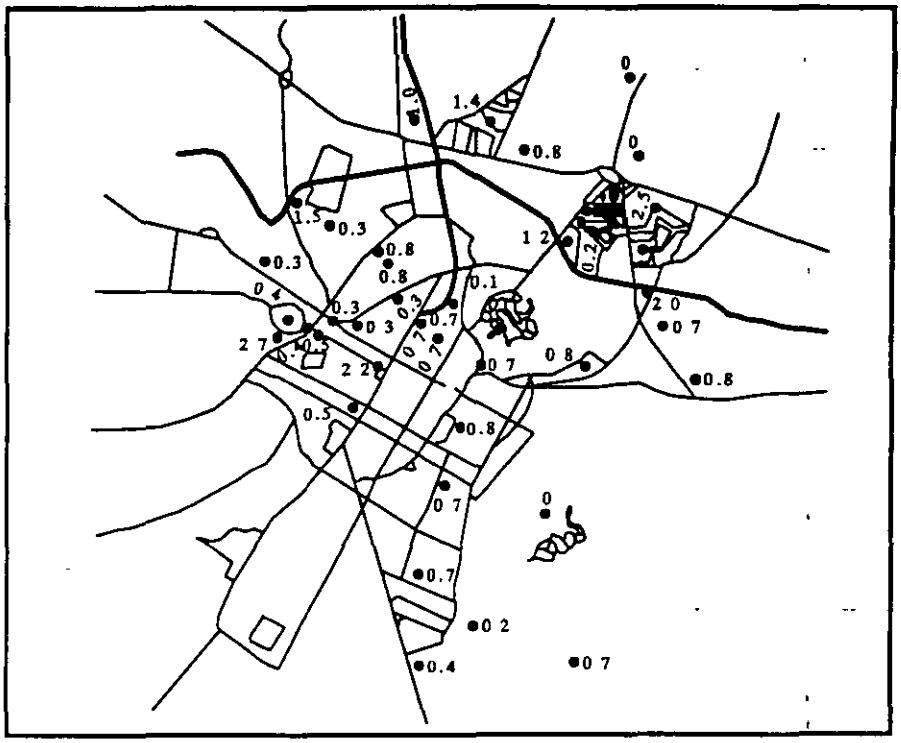


Fig 16 Periodos naturales medidos en la ciudad de Puebla (Chávez-Garcia y Lermo, 1995)

2 5 3 Espectros de Diseño

El medio ambiente sísmico se puede estimar usando los espectros propuestos en la regionalización de la República Mexicana (ec 1 y tabla 1)

2 6 Otras ciudades

2 6 1 Ciudad de Colima

La actividad sísmica en esta zona proviene de las interacciones entre las placas Norteamericana y Rivera, y entre las de Cocos y Norteamericana, lo que provoca los temblores de subducción Además, se tiene la sismicidad de fondo que produce temblores superficiales asociados probablemente con el graben de Colima La actividad del Volcán de Colima tambien ha originado sismos de magnitud media

Los temblores más importantes de este siglo generados en esta zona de subduccion son los del 3 y 18 de junio de 1932 ($M_s = 8\ 2$ y $M_s = 7\ 8$, respectivamente) y el del 9 de octubre de 1995 ($M_s = 7\ 6$) Se estima que el temblor de $M_s = 8\ 2$ (denominado el temblor de Jalisco) tuvo una longitud de ruptura de 220km, con un ancho de 80km, aproximadamente Estos sismos han afectado severamente a toda la región del estado de Colima y las poblaciones costeras vecinas en los estados de Jalisco y Michoacán

El subsuelo de la ciudad de Colima está integrado por estratos de aluvión, conglomerado volcánico alterado y conglomerado volcánico compacto Los espesores de estas tres capas varían desde unos cuantos metros hasta varias decenas dependiendo de la zona Las velocidades de onda de corte y compresión son del orden de 160m/s y 340m/s para el conglomerado volcánico alterado La velocidad de las ondas de compresión medida para el conglomerado volcánico compacto es de 1900m/s Estas mediciones se hicieron en el Parque Regional Metropolitano usando refracción sísmica (Lermo et al, 1989)

Los periodos naturales determinados en varios sitios usando la técnica de microtremores se muestran en la fig 17 Se puede observar que en general los periodos son bajos; lo que indica que, de acuerdo con la clasificación sugerida en este trabajo, se tienen tipos de suelo I y II en toda la ciudad, excepto en una pequeña área al sur (ver fig 17) donde aparecen dos puntos con periodos de 2.0 y 2 5s. Aunque esta zona está localizada en los terrenos dedicados a la agricultura en donde se tienen depósitos aluviales, estos periodos parecen altos si se toma en cuenta la consistencia de los suelos existentes.

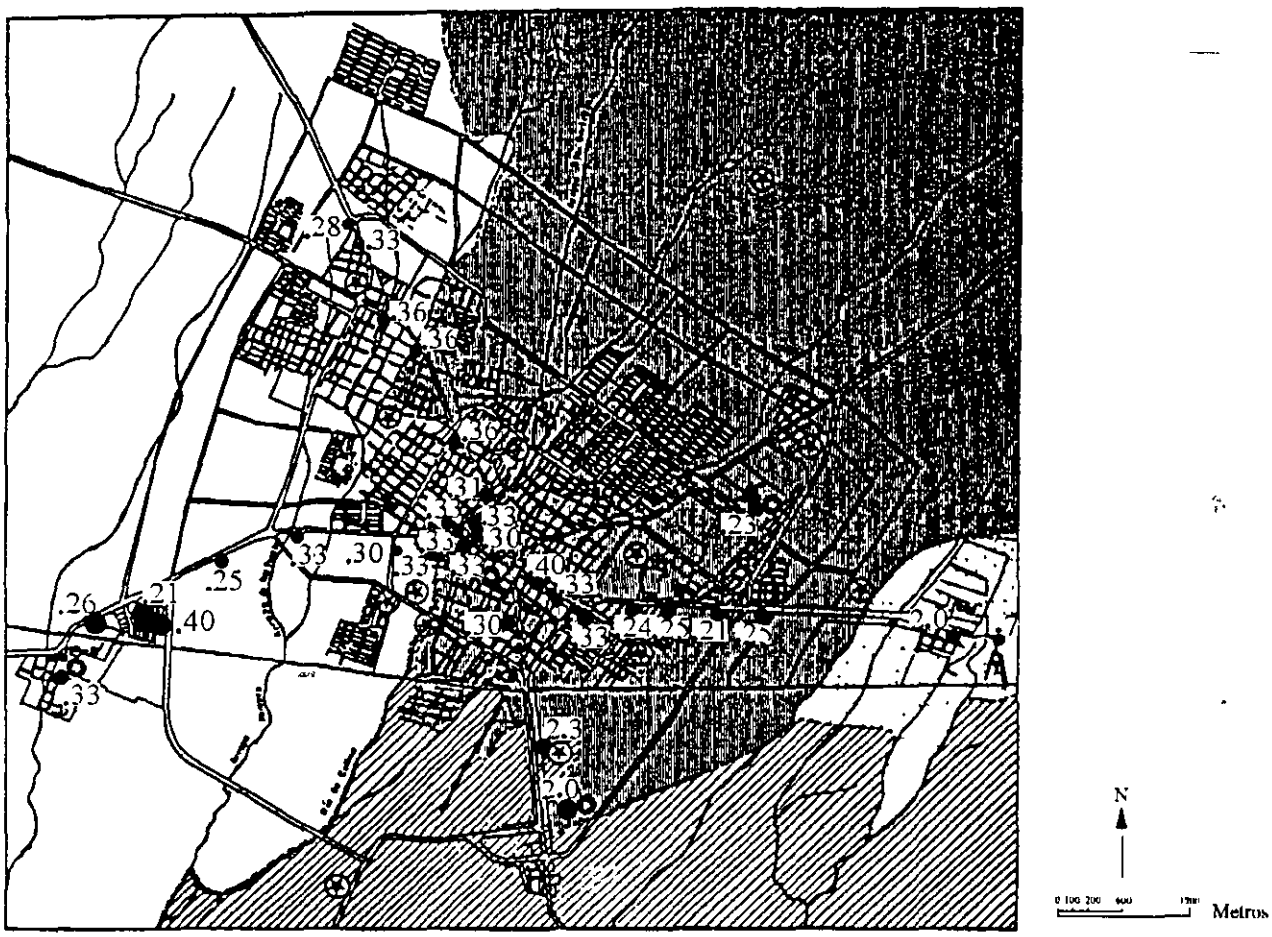


Fig 17 Periodos naturales medidos en la ciudad de Colima (Lermo et al, 1989)

El medio ambiente sísmico se puede estimar de los espectros de diseño propuestos para la República Mexicana definidos por la ec 1 y los parametros de la tabla 1

2 6 2 Ciudad Guzmán

De acuerdo con una cronología de los sismos sentidos en esta ciudad se observa que en este siglo han ocurrido cuatro temblores que causaron daños severos en las estructuras, siendo el más destructivo el del 19 de septiembre de 1985 (Lermo et al, 1989)

Ciudad Guzmán se localiza en el valle de Zapotlán, al sur del estado de Jalisco, el cual está rodeado por la Sierra de la Media Luna al oeste, la Sierra del Tigre al este y el Nevado de Colima al sur

Con base en mediciones de vibración ambiental y usando la técnica Nakamura, Lermo et al (1989) definieron el mapa de isoperiodos de la fig 18. Los resultados muestran que los periodos se incrementan significativamente hacia la Laguna de Zopatlán La importante variación de los periodos en distancias cortas concuerda, en general, con las distribuciones de daños causados por diversos sismos de subducción, lo que indica que los efectos de sitio en Ciudad Guzmán son de consideración.

Los movimientos sísmicos se pueden estimar usando los espectros definidos por la ec 1 y los parámetros correspondientes de la tabla 1.

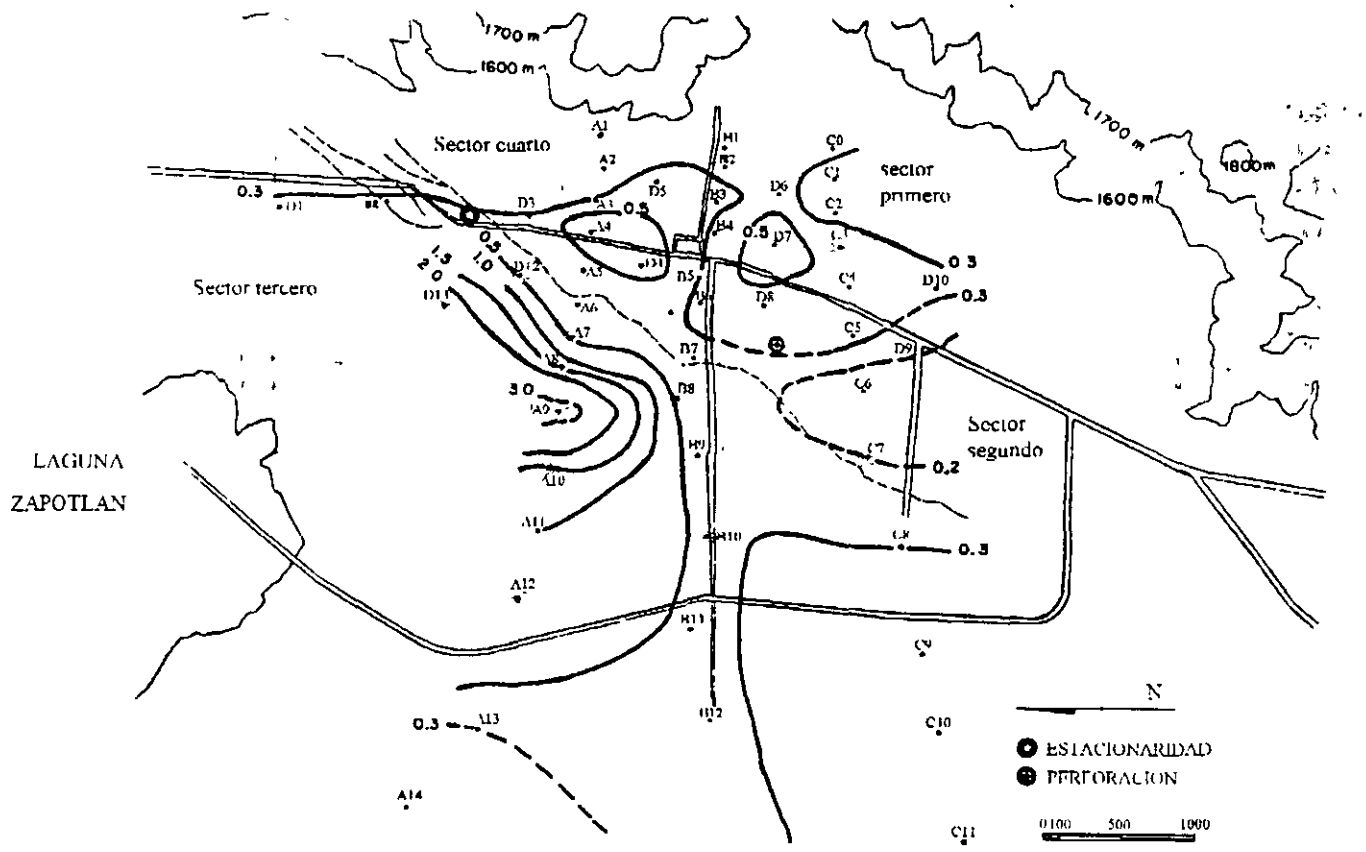


Fig 18 Periodos naturales medidos en Ciudad Guzmán (Lermo et al, 1989)

3. EFECTOS DE SITIO

3.1 Introducción

Un ejemplo clásico para ilustrar los efectos de sitio durante un temblor es el de la ciudad de México. En pocos lugares se manifiesta tan notoria y, en ocasiones tan dramáticamente, la influencia de las condiciones del subsuelo en la respuesta sísmica local. Los efectos de sitio se han observado en muchos otros países y ciudades. Considerando únicamente al continente americano, cada vez es más abundante el número de casos bien documentados, basados en observaciones instrumentales.

Los efectos de sitio influyen en la cuantía y distribución de los daños, dependiendo de las características mecánicas y geométricas del subsuelo y las de los movimientos sísmicos que inciden en su base. Debido a ellos, cambia el contenido de frecuencias de los movimientos sísmicos y su amplitud se amplifica o atenúa. Los materiales arcillosos plásticos y blandos generalmente los amplifican, en especial cuando la excitación sísmica contiene vibraciones de periodo largo y cuando su intensidad no lleva a la masa de suelo más allá del límite de comportamiento elástico; asimismo, la duración de los temblores se incrementa. Por otro lado, las irregularidades laterales de algunos depósitos arcillosos producen ondas superficiales. Los movimientos sísmicos también se pueden modificar por la presencia de eminencias orográficas. Finalmente, en los suelos granulares saturados, puede ocurrir la licuación o la movilidad cíclica. Estos fenómenos constituyen los efectos de sitio más significativos.

En este capítulo se da cuenta de los estudios realizados en el Instituto de Ingeniería y en algunas otras instituciones con relación a los efectos de sitio en la ciudad de México y en algunas otras de la República Mexicana, principalmente aquellos que se llevaron a cabo después de los grandes temblores de septiembre de 1985.

3.2 Observaciones instrumentales

En 1960 se obtuvieron los primeros registros acelerográficos en la República mexicana. La red se amplió poco a poco y en 1985 se tenían 150 estaciones, 10 de ellas en la ciudad de México, algunas más en Acapulco y el resto en diversas ciudades así como en algunas presas importantes como la Villita, El Infiernillo, etc. Después, con la experiencia de los temblores de septiembre de 1985, se vio la necesidad de ampliar la red acelerógrafica; en 1993 se tenían 402 estaciones de registro acelerográfico, 168 de ellas instaladas en la ciudad de México, varias decenas en algunas de las ciudades más expuestas al peligro sísmico como Acapulco, Ciudad Guzmán, Puebla, Guadalajara, Colima y Chilpancingo; existen redes adicionales para registrar los movimientos fuertes cerca de la zona de subducción en la costa del Pacífico, la red acelerográfica de Guerrero, y para seguirlos desde la costa hasta la ciudad de México, la red de atenuación. La red acelerográfica de las presas operadas por la Comisión Federal de Electricidad se ha modernizado y ahora dispone de aparatos en 15 de las presas más importantes del país. Baja California también cuenta con su propia red, 16 instrumentos, distribuidos en las ciudades principales, Ensenada, Mexicali, Tijuana y en otras zonas de ese estado pero con una alta concentración en la zona sismogénica del valle de Mexicali. Las instituciones que operan los aparatos también se han multiplicado, además de los institutos de Geofísica y de Ingeniería de la UNAM, participan la Fundación Javier Barros Sierra, la Universidad de Guadalajara, el Centro Nacional de Prevención de Desastres, la Universidad Autónoma Metropolitana, el CICESE de Ensenada. En una publicación reciente se describe la localización de las estaciones existentes en el país y se anexa información referente al tipo de suelo e institución responsable de su funcionamiento (SMIS, 1993). La cantidad de información imposibilita su tratamiento exhaustivo y por ello, en lo que sigue se discuten los resultados de sólo algunas de las investigaciones realizadas con base en el análisis de datos instrumentales de movimiento fuerte registrados principalmente en la ciudad de

México y en otras cuantas.

3.3 Observaciones instrumentales en la ciudad de México

Las estaciones de la red acelerográfica de la ciudad de México y su zona conurbada se encuentran distribuidas según se indica en la fig 19. Estos instrumentos permitieron efectuar estudios regionales a partir de los acelerogramas registrados en dos temblores con los que se han podido distinguir algunas de las características generales de los movimietntos fuertes, de su distribución en la cuenca de México y su relación con las condiciones locales del subsuelo (Ovando y Romo, 1990; Ovando et al, 1993). Estos eventos ocurrieron el 8 de febrero de 1988 y el 25 de abril de 1989, sus magnitudes fueron M_s= 5.4 y 6.8, respectivamente, con acimut de N45.3E el primero y de N3.5E el segundo. Sismos recientes han proporcionado información que apunta en el mismo sentido que los resultados mostrados adelante.

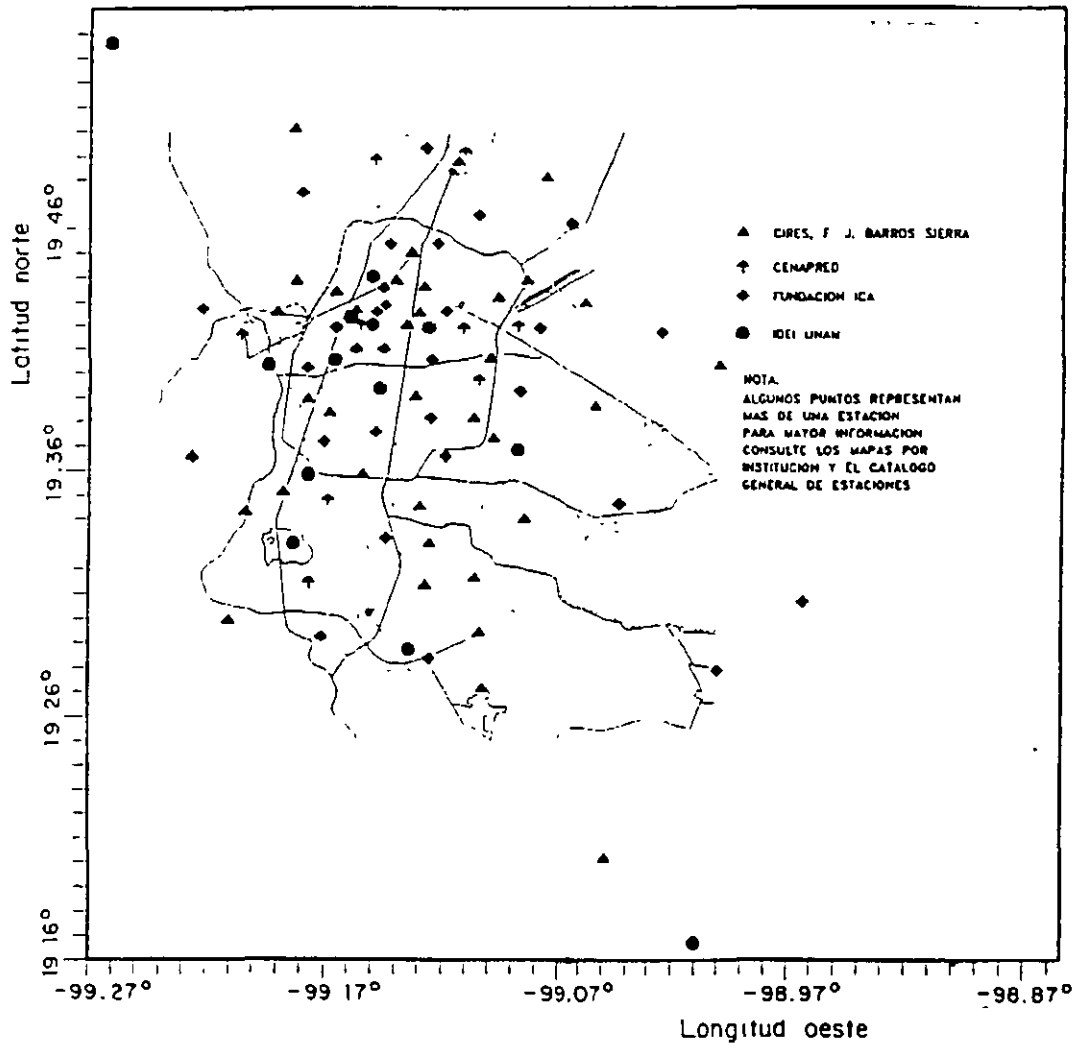


Fig 19. Localización de estaciones acelerográficas en el valle de México (SMIS, 1993)

Distribución de la intensidad instrumental. La intensidad de los movimientos sísmicos se calculó valuando la intensidad de Arias (1973) en todos los sitios en donde se registraron acelerogramas en estos dos temblores y en la figs 20 y 21 se presentan mapas de curvas de igual intensidad, normalizados con respecto al sitio CU en donde afloran basaltos volcánicos y en donde las intensidades sísmicas son significativamente más bajas que en aquellos sitios donde el subsuelo está constituido por arcillas plásticas

altamente compresibles. Esta medida de la intensidad, I_{max}, se valuó con

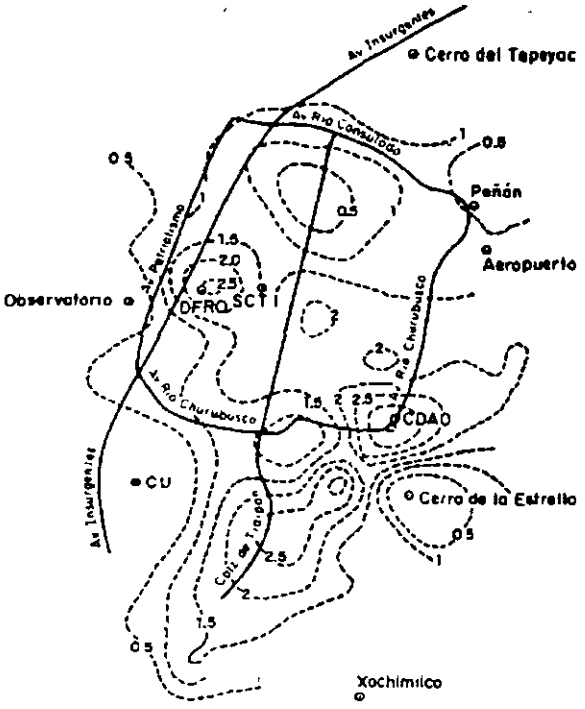


Fig 20. Contornos de energía máxima normalizada, 8 de febrero de 1988 (Ovando y Romo, 1990)

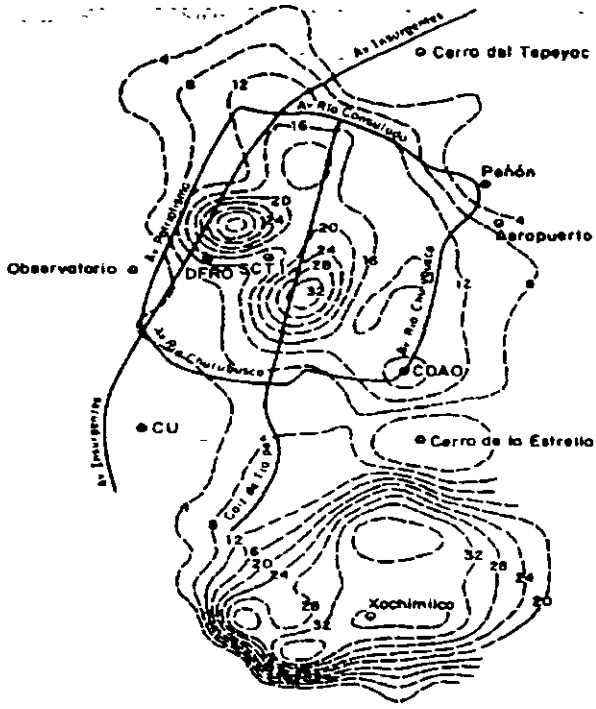


Fig 21. Contornos de energía máxima normalizada, 25 de marzo de 1989 (Ovando y Romo, 1990)

$$I_{max} = \int_{T_1}^{T_2} a^2(t)dt \qquad (3)$$

en donde la aceleración del terreno, a(t), se proyectó a lo largo de la dirección que la hace máxima; los límites de integración definen el intervalo de tiempo en donde el acelerograma contiene el 90 % de su energía y también permiten establecer la duración de la parte intensa del sismo, en cada sitio. La forma general de los contornos de igual intensidad de las figs 20 y 21 difiere notablemente. Entre otras causas, estas diferencias se deben a cambios en el contenido y distribución de frecuencias de un temblor a otro y a la influencia del acimut epicentral, sobre todo en las estaciones del NW y en las cercanas al cerro de la Estrella. A pesar de esto, las curvas de mayor intensidad se concentran aproximadamente en las mismas zonas, coincidiendo con las zonas tradicionalmente más dañadas de la zona del lago (ver fig 22) en temblores anteriores, incluídos los de 1985. Con base en estas observaciones y en las que se hicieron durante 1985, se estableció empíricamente que la energía local --proporcional a $a^2(t)$, (Arias, 1973)-- y la aceleración máxima del terreno se relacionan mediante

$$\log I_{max} = -0.52 + 2.25 \log(a_{max}) \qquad (4)$$

donde a_{max} está en gales y la I_{max} en $(\text{gales})^2(\text{seg})$. El coeficiente de correlación es 0.961.

La duración del movimiento sísmico influye en la magnitud y distribución de daños y por ello también se estudió la variación de un parámetro que la incluye, la potencia media, π, definida como

$$\pi = \frac{I_{max}}{T_{90}} \qquad (5)$$

en donde T_{90} es la duración de la fase del acelerograma que incluye el 90 % de la energía. Este parámetro es la pendiente promedio de la curva de energía acumulada obtenida con la ec 3. La distribución de la potencia media en los dos sismos referidos se presenta en las figs 23 y 24. Como ahí se aprecia, la potencia media se concentra en una zona mejor definida que cuando se utiliza la distribución de energía. π también se relaciona con la aceleración máxima mediante una expresión formalmente igual a la ec 4:

$$\log \pi = -1.10 + 1\ 94 \log(a_{max}) \qquad (6)$$

El coeficiente de correlación es 0.964.

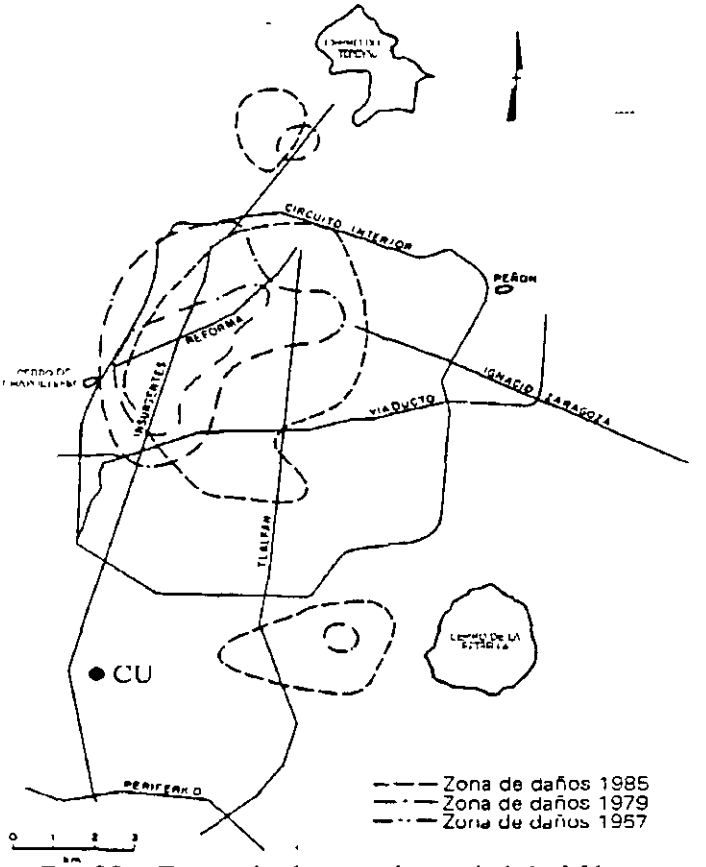


Fig 22. Zonas de daño en la ciudad de México

Movimientos sísmicos en la base de los depósitos arcillosos. El Centro Nacional de Prevención de Desas es instaló una red acelerográfica que incluye instrumentos colocados a diversas profundidades dentro de pozos. El 31 de mayo de 1990 esta red registró las aceleraciones producidas por un sismo de magnitud M_s= 5.5 (acimut N36E). Por primera vez se dispuso de acelerogramas de la base de las dos formaciones arcillosas más superficiales y compresibles. Estos permitieron estimar el grado de uniformidad de los movimientos que inciden en la base de las arcillas compresibles. La cuestión es importante pues en la mayoría de los análisis de respuesta sísmica de depósitos de suelo, incluyendo los que se realizan en dos y tres dimensiones, debe suponerse que la excitación sísmica incidente es uniforme. La verificación se llevó a cabo calculando los cocientes espectrales de las amplitudes de Fourier de acelerogramas obtenidos con aparatos instalados a 70, 102 y 86 m de profundidad; la separación media entre ellos es de unos 12 km. El acelerógrafo instalado a 70 m de profundida se localiza en Coyoacán (C), en el sur de la ciudad, en la zona de transición; el que se instaló a 102 m se ubica en la Colonia Roma (R); el último, instalado a 86 m se encuentra en la zona oriente, cerca del aeropuerto (T). Los cocientes espectrales para las dos

componentes de aceleración horizontal se presentan en la fig 25; para obtenerlos se dividieron los espectros suavizados de amplitudes de Fourier de cada par de señales. Los resultados muestran que la estación T tiende a atenuar los valores de estos cocientes a frecuencias bajas pero en las otras estaciones no hay efectos significativos de atenuación o de amplificación. En el rango de frecuencias de interés para problemas de ingeniería sísmica o de dinámica de suelos (de 0.1 a 10 hz), se puede afirmar que los cocientes espectrales mostrados justifican razonablemente la hipótesis de uniformidad de los movimientos sísmicos en la base de los depósitos arcillosos de la ciudad de México.

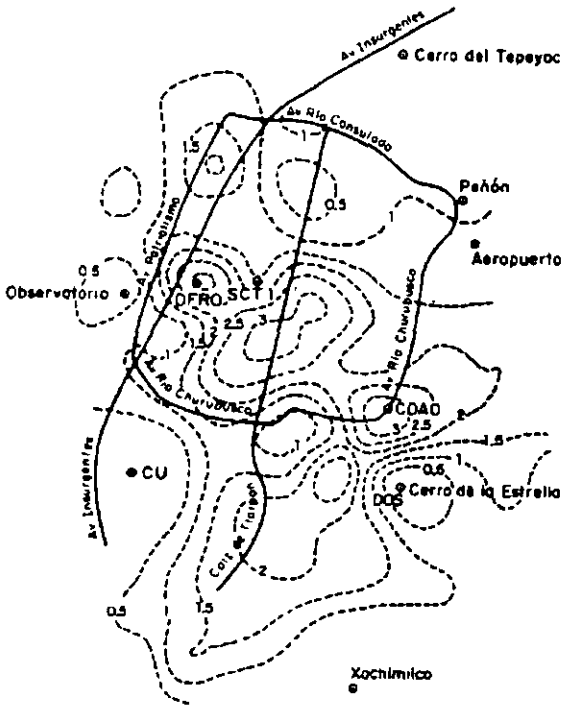


Fig 23. Contornos de potencia media normalizada, 8 de febrero, 1988 (Ovando y Romo, 1990)

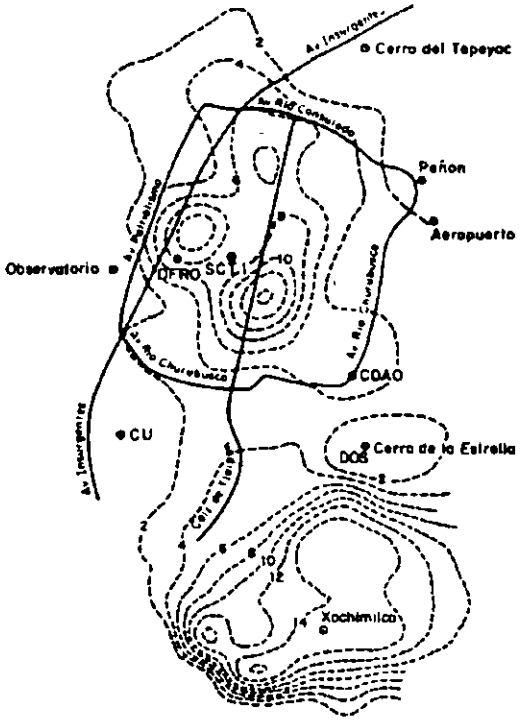


Fig 24. Contornos de potencia media normalizada, 25 de marzo, 1989 (Ovando y Romo, 1990)

Movimientos en afloramientos de basalto. En el sur de la ciudad de México afloran basaltos que se depositaron en diversos sitios después de la erupción del volcán Xitle. En estos sitios la intensidad de los movimientos sísmicos es varias veces menor que en los de la zona del lago, como pudo constatarse en los mapas de igual energía de las figs 20 y 21. En análisis de la respuesta sísmica de los depósitos de suelo de la ciudad de México, suelen utilizarse los acelerogramas registrados en la zona de basaltos como señales incidentes en la base de las formaciones arcillosas o bien, los que se obtienen en otras zonas de terreno duro, en el poniente de la ciudad. Utilizando los acelerogramas obtenidos en la Ciudad Universitaria, en la zona de basaltos, y los de pozos profundos ya mencionados, se calcularon los cocientes espectrales del primero con respecto a los tres últimos. Como se aprecia en la fig 26, las aceleraciones en la Ciudad Universitaria están amplificadas con respecto a las de las otras estaciones para frecuencias que van de 0.1 a 1.0 hz; entre 1.0 y 10 hz, ocurre lo contrario. En esa misma figura se dibujó el cociente espectral promedio, que en este caso puede interpretarse como una función de transferencia empírica entre los movimientos que se registran en los basaltos y los que verdaderamente inciden en la base de las arcillas. Esta función de transferencia empírica permite estimar más realistamente los espectros de Fourier de estos últimos

Movimientos registrados en pozos a diferentes profundidades. En la fig 27 se presentan los espectros de aceleraciones obtenidos a diferentes profundidades, en el sitio Roma (R) de la zona del lago de la ciudad

de México el 31 de mayo de 1990. Con estos datos se verificó que los modelos unidimensionales predicen con muy buena aproximación los movimientos registrados, a diferentes profundidades y en la superficie (Ovando et al, 1993).

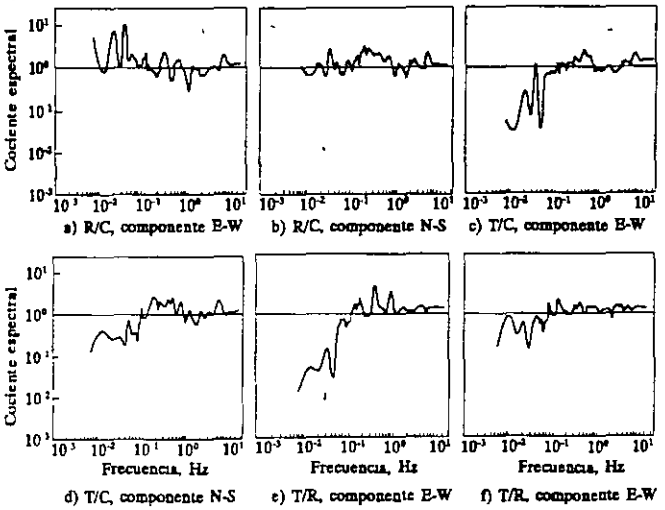


Fig 25. Amplificaciones relativas entre los sitios R, C y T en los depósitos profundos (Ovando et al, 1993)

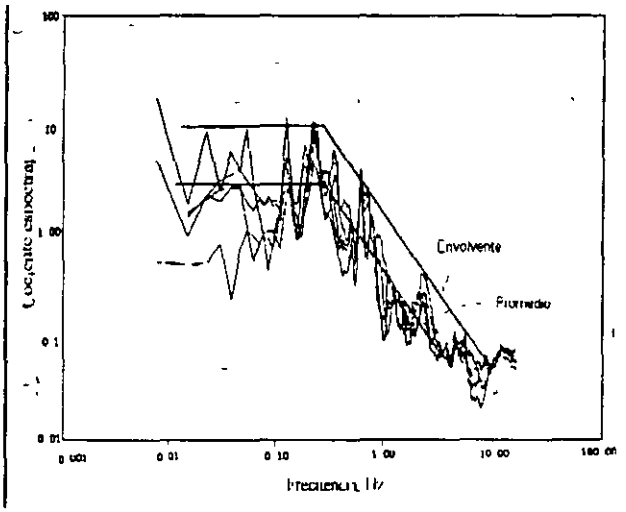


Fig. 26 Amplificaciones relativas entre los sitios CU, R, C y T (Ovando et al, 1993)

Amplificación sísmica a partir de vibraciones ambientales. Después de los sismos de 1985 se hizo evidente que los efectos de sitio influyen muy poco en las componentes verticales del movimiento. Al parecer, las componentes verticales están determinadas por las características de la fuente sismogénica y por la trayectoria que siguen las ondas sísmicas desde ésta, hasta el punto de registro (Nakamura, 1989; Lermo y Chávez-García, 1994). Con base en esto, los registros locales de movimientos horizontales y verticales en un lugar se pueden aprovechar para cuantificar los efectos de sitio mediante funciones de amplificación local, S_M, dadas por:

$$S_M = \frac{H_S}{V_S} \tag{7}$$

en donde V_S y H_S son las componentes vertical y horizontal de las amplitudes de Fourier de los movimientos sísmicos registrados en el lugar donde se evalúan los efectos de sitio. La expresión anterior permite obtener una medida de la amplificación local, en términos de una de las componentes horizontales de movimiento y de la componente vertical. S_M depende de las condiciones locales del sitio, es decir, de sus propiedades dinámicas (rigidez y amortiguamiento) y de sus características geométricas. La existencia de ondas superficiales puede alterar la forma de S_M, introduciendo frecuencias espurias no relacionadas con el sitio. El método es útil para estimar el periodo de sitio, y se ha empleado, generalmente con éxito, para definir períodos locales registrando vibraciones ambientales.

El uso de las mediciones de ruido ambiental debe ejercerse cautelosamente. Por ejemplo, cuando se encuentran estratos de material muy rígido intercalados con materiales blandos, como es el caso de algunos sitios de la zona de transición, el ruido ambiental sólo excita las vibraciones de los estratos blandos superficiales. Consecuentemente, los resultados de los estudios de vibración ambiental para la obtención de periodos dominantes y amplificaciones relativas deben juzgarse considerando la estratigrafía local y las propiedades dinámicas esperadas a partir de ella. La extrapolación de los resultados de estas mediciones a temblores reales intensos también amerita cautela pues la energía suministrada en este último caso es varios órdenes de magnitud mayor y puede inducir efectos no lineales en la respuesta del suelo, aspecto ausente

en las mediciones de vibración ambiental.

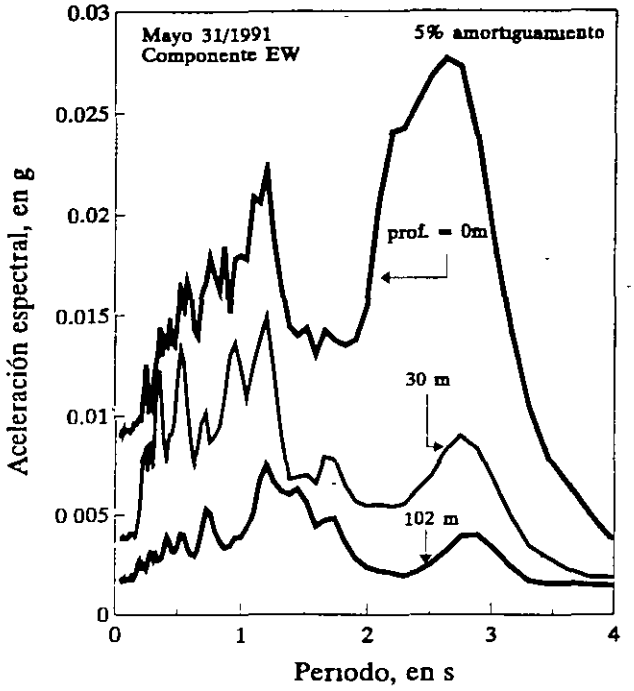


Fig 27. Variación de los movimientos sísmicos con la profundidad

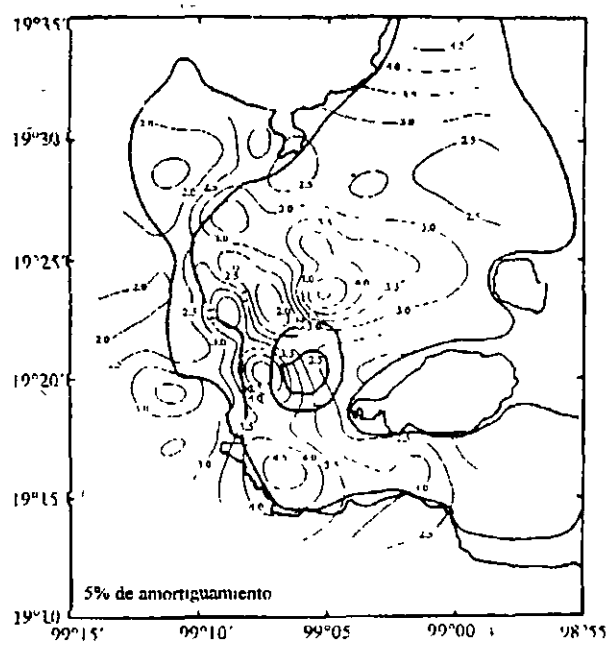


Fig 28. Ordenadas espectrales para periodo T=1.5s

fectos no lineales. La posibilidad de que algunos estratos de suelo rebasen su rango no lineal de comportamiento aumenta con el tamaño del temblor. Las evidencias sobre efectos no lineales en el suelo no son muchas en la ciudad de México. Se ha estimado que, en general, las deformaciones inducidas, a pesar de ser relativamente grandes, no dieron lugar a manifestaciones importantes de no linealidad, con la excepción documentada de un sólo sitio al sur oriente de la ciudad, la Central de Abasto (Romo, 1987). Estudios observacionales posteriores y otros basados en el cálculo de la intensidad instrumental (ec 3), han confirmado que en esa parte de la ciudad se pueden presentar modificaciones en el periodo y la amplificación relativa, por efectos de comportamiento no lineal dentro de la masa de suelo (Bárcena y Romo, 1993). La aparición de efectos no lineales en otros sitios de la ciudad de México no puede descartarse, sobre todo en la zonas donde existen suelos de poca plasticidad, más propensos a sufrir la degradación de su rigidez por efecto de las deformaciones inducidas durante un sismo.

Funciones de amplificación relativa. De la comparación de las amplitudes del espectro de Fourier de registros obtenidos durante mismos sismos en puntos diferentes en las arcillas de la ciudad de México y en la estación CU (ver fig 10), se han definido funciones de amplificación relativas entre la zona de lomas y la zona del lago, las cuales permanecen prácticamente invariables para varios sismos con características y con incidencias acimutales diferentes. Estas funciones de amplificación empíricas pueden usarse junto con la teoría del valor extremo para evaluar espectros de respuesta en diversos sitios, una vez conocido el espectro correspondiente en el sitio CU. La aproximación de este procedimiento es aceptable desde el punto de vista práctico; sin embargo, debe tenerse en cuenta que debido al comportamiento casi elástico de las arcillas en los sismos usados para definir estas funciones de amplificación, su uso para un temblor fuerte, como el que se espera para la brecha de Guerrero, que induzca efectos no lineales importantes en las arcillas, puede conducir a resultados poco confiables.

Espectros de respuesta naturales. La envolvente máxima de un conjunto de espectros de respuesta

normalizados puede utilizarse para mostrar el peligro sísmico potencial en diversos sitios de la ciudad de México, sin considerar la presencia de efectos de interacción suelo-estructura (Bárcena y Romo, 1993). Los espectros de respuesta --calculados para los sismos con $M_s > 5.5$ regsitrados entre 1979 y 1990-- se normalizaron con respecto a la aceleración máxima del terreno y posteriormente la envolvente máxima se escaló con respecto a una aceleración de referencia, la que produce un sismo de subducción registrada en terrenos firmes del valle de México, de acuerdo con el Reglamento de Construcciones de la ciudad de México (0.04 g). La envolvente escalada o espectro natural se calculó en todas las estaciones que registraron temblores de las magnitudes indicadas y en sitios donde no se tenían registros, se utilizó un algoritmo de interpolación geoestadística para obtenerlos. Con los espectros interpolados se escogieron periodos y ordenadas espectrales para construir mapas como el de la fig 28. Los contornos de igual valor en este mapa corresponden a las ordenadas del espectro de respuesta (5 % de amortiguamiento) para un periodo $T=1.5$ s. Es notable la coincidencia de las zonas con mayores aceleraciones espectrales con las que tradicionalmente han sufrido más daño en la ciudad de México.

Observaciones en otras ciudades. Los registros de aceleración en otras ciudades no son tan abundantes como los que se tienen en la ciudad de México y las redes acelerográficas locales cuentan en su mayoría con pocos aparatos. Sin embargo, se han evidenciado efectos de sitio notables durante algunos sismos en varias ciudades como Acapulco (Chávez-García y Cuenca, 1995) ciudad Guzmán (Lermo et al, 1989), en Puebla (Chávez-García y Lermo, 1995), el valle de Mexicali (CICESE), Guadalajara (Chávez), etc. En algunas otras como Chilpancingo y Morelia se han registrado vibraciones ambientales y, con base en ellas se han estimado las amplificaciones locales (Gama, 1992; Jara et al, 1993).

3 4 Estudios de Respuesta de Campo Libre

Desde el inicio de los estudios pioneros en sismología se reconoció la existencia de los efectos de sitio (Reid, 1910) y desde entonces ha existido la preocupación por establecer procedimientos para cuantificarlos En el caso de materiales elásticos e isótropos, el fenómeno de la propagación de ondas queda descrito por las ecuaciones de Navier y, con las condiciones de frontera adecuadas, se ha usado para determinar los estados de esfuerzo y deformación de medios elásticos sometidos a la acción de ondas incidentes en algunas de sus fronteras Las soluciones analíticas de la ecuación de Navier son complicadas cuando se considera la propagación de ondas en dos o tres dimensiones y por ello la solución del caso más simple, el de la propagacion unidimensional, ha sido el más estudiado

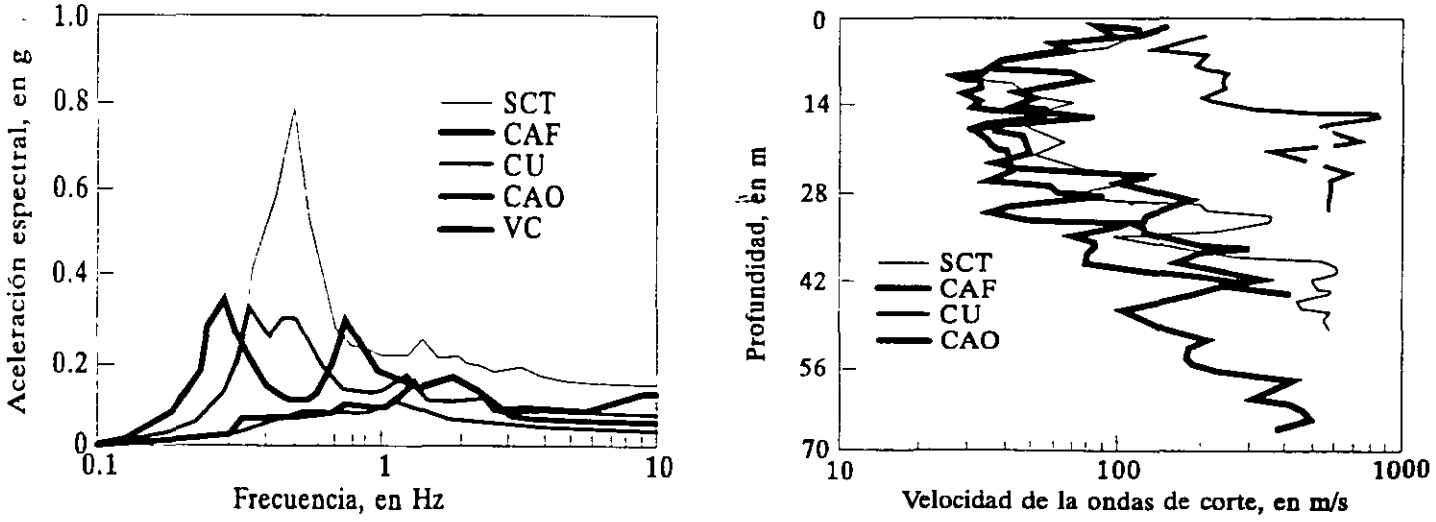
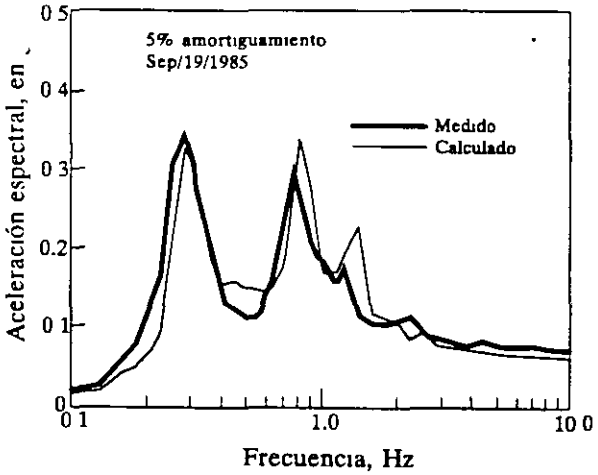


Fig 29 Variabilidad de los movimientos en función de las caracteristicas del depósito de suelo

En muchos sitios la suposición de que el suelo se puede modelar como un espacio elástico homogéneo, no acotado lateralmente, sometido a la propagación unidimensional de ondas que inciden verticalmente (o con cierta inclinación) en su base proporciona resultados suficientemente aproximados, siempre y cuando las propiedades representativas del depósito de suelo sean las adecuadas Las soluciónes unidimensionales que consideran medios estratificados pueden aplicarse más ampliamente y para fines prácticos, resuelven el problema de predecir la respuesta sísmica de campo libre, en una gran cantidad de localidades Estas soluciones se conocen desde hace varias decadas (Thomson, 1950, Haskell, 1953, Gutenberg, 1957, etc). En la ciudad de México, se desarrolló una de estas para calcular la respuesta de campo libre de los depósitos de arcilla de la zona lacustre, antes de que se dispusiera de registros acelerográficos (Rosenblueth, 1952) Cuando posteriormente se confrontaron los resultados que proporciona dicha solución con registros reales, se comprobó que son esencialmente correctos (Rosenblueth y Ovando, 1991) Usando un modelo de elementos finitos acoplado con teoria de vibraciones casuales y del valor extremo se obtuvieron conclusiones semejantes (Romo y Jaime, 1986, Romo, 1976)

En 1985, durante los temblores de septiembre de ese año, los efectos de sitio se manifestaron dramáticamente en la ciudad de México y se verificó que en los depósitos arcillosos de la zona del lago, variaciones relativamente pequeñas en sus espesores y en la distribución de sus propiedades dinámicas con la profundidad, daban lugar a muy importantes modificaciones en la respuesta sísmica puntual, a nivel de superficie En la fig 29, que muestra los espectros de respuesta obtenidos de registros acelerográficos de varios sitios de la zona del lago, se ejemplifica esta variabilidad Los perfiles de velocidades de propagación de ondas de corte indican que estas pueden adoptar valores tan bajos como 30 m/s y tan altos como unos 800 m/s, en la base de las formaciones de arcilla blanda, dentro de lo depósitos profundos Es evidente que la variabilidad en la distribución de las propiedades dinámicas de las arcillas y en su profundidad afecta significativamente la intensidad de los movimientos sísmicos en la zona del lago Consecuentemente, es muy importante caracterizar adecuadamente a los depósitos arcillosos, lo contrario puede conducir a definiciones erróneas del ambiente sísmico para diseño de estructuras

Las aceleraciones espectrales para 5% de amortiguamiento en sitios de terreno duro (el sitio CU, por ejemplo) se amplifican cerca de 13 veces en sitios de la zona del lago (sitio SCT) para periodos del orden de 2 s Tales amplificaciones no tienen paralelo, hasta el momento, en ninguna otra parte del mundo y se deben a que la arcilla de la ciudad de México tiene un comportamiento casi elástico aún para deformaciones por cortante relativamente grandes (1%), aunado a lo anterior, los factores de amortiguamiento histerético son extremadamente pequeños (3 a 5%) para este mismo rango de deformaciones (Romo 1991, Romo y Ovando, 1994), lo cual evita disipacion importante de energía



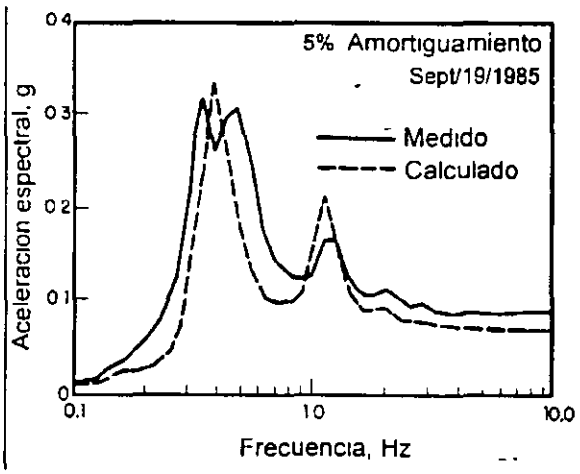


Fig 30 Espectros de respuesta en el sitio CAO

Fig 31- Espectros de respuesta en el sitio CAF

El grado de aproximación que se logra para reproducir los movimientos sísmicos utilizando modelos unidimensionales se puede juzgar comparando los espectros de respuesta obtenidos a partir de los acelerogramas registrados en diversos sitios de la zona del lago y los que se obtienen con estos modelos, como se ilustra en las figs 30 a 33 (Romo, 1991) El modelo usado se ilustra en la fig 34

La coda observada en algunos acelerogramas registrados en la ciudad de México, constituida por un batido armónico, se ha registrado recientemente en los acelerogramas de los depósitos profundos y al parecer se produce por efectos del trayecto que atraviesan las ondas sísmicas, desde la fuente sísmica hasta el sitio de registro y por efectos de la propia fuente (Ordaz y Singh, 1992) Cuando estas señales se aplican en la base de los depositos arcillosos, el modelo unidimensional descrito, no sólo reproduce con buena aproximación la coda, sino también la duración de las aceleraciones registradas superficialmente

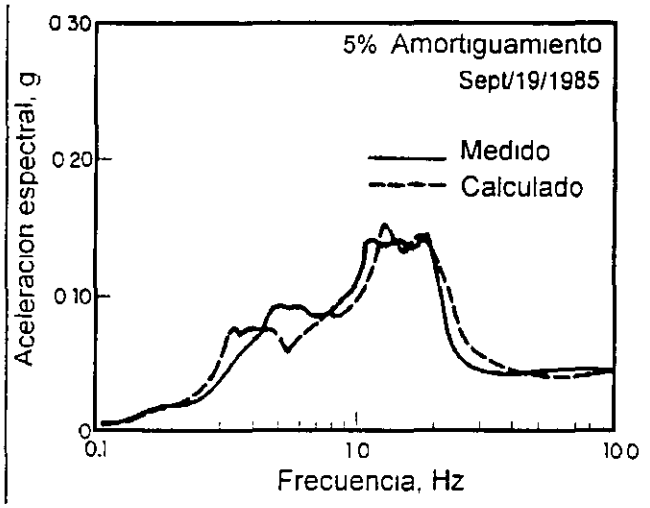


Fig 32 Espectros de respuesta en el sitio VC

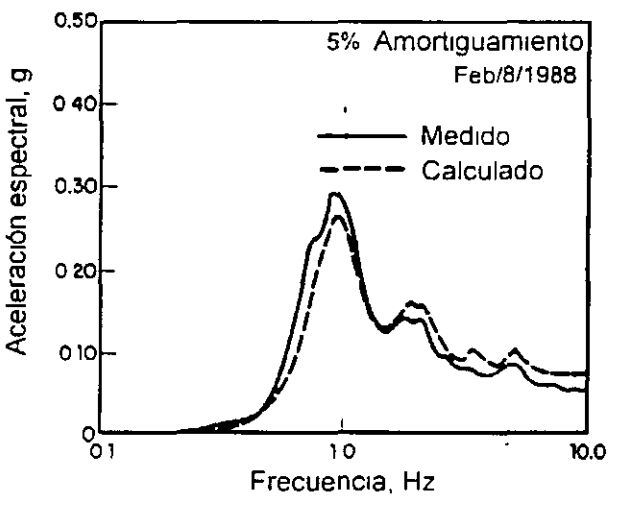


Fig 33 Espectros de respuesta en el sitio D54

Otro aspecto de importancia para la ingeniería de cimentaciones es la variación vertical de los movimientos sísmicos, desde la base de un depósito de suelo, hasta su superficie Los espectros de respuesta que se presentan en la fig 27 corresponden a registros acelerográficos de un arreglo vertical El más profundo se registro a 102 m donde e' te- no es considerablemente más rígido que en la otra estación, localizada a 30 m Es interesante observar que la amplificación de las ordenadas espectrales ocurre, principalmente, entre esta ultima y la superficie, preci: imente donde se tienen los suelos más blandos Además, la forma de los espectros de respuesta se modifica al propagarase las ondas desde la base del deposito hacia la superficie, los periodos que sufren mas amplificación son los cercanos a 2 3s y corresponden con mucha aproximación con el periodo dominante del sitio, algunos de los otros picos de estos espectros corresponden con periodos propios de modos superiores de vibracion del deposito

A pesar de que los modelos unidimensionales proporcionan resultados muy satisfactorios en buena parte de la zona del lago de la ciudad de México, no puede descartarse la posibilidad de que en algunos casos las aproximaciones que proporcionan no sean suficientemente buenas Un enfoque ingenieril para resolver este problema consiste en identificar estas zonas y sitios y luego calibrar los modelos hasta lograr los resultados deseados En otros sitios es evidente que los modelos unidimensionales no son capaces de reproducir los movimientos observados pues en ellos los efectos bi y tridimensionales dominan la respuesta sísmica Tal es el caso de depósitos aluviales ubicados en la base de valles cerrados con fronteras inclinadas en donde la

relación entre el espesor de los estratos de suelos blandos y la dimension más corta del valle es mucho mayor que en el caso de la ciudad de México. En el puerto de Acapulco, por ejemplo, se han identificado varias zonas en donde estos efectos geométricos pueden ser particularmente importantes (Ovando y Romo, 1992), en la ciudad de Puebla también existen depósitos de suelo compresible en donde los modelos unidimensionales no son capaces de reproducir adecuadamente la respuesta sísmica observada y en donde la morfología del sitio sugiere que sólo con modelos más completos se puede aspirar a aproximarse a ella, las ciudades de Colima y ciudad Guzmán también contienen depósitos de suelos blandos que potencialmente deben estudiarse con modelos de dos y tres dimensiones

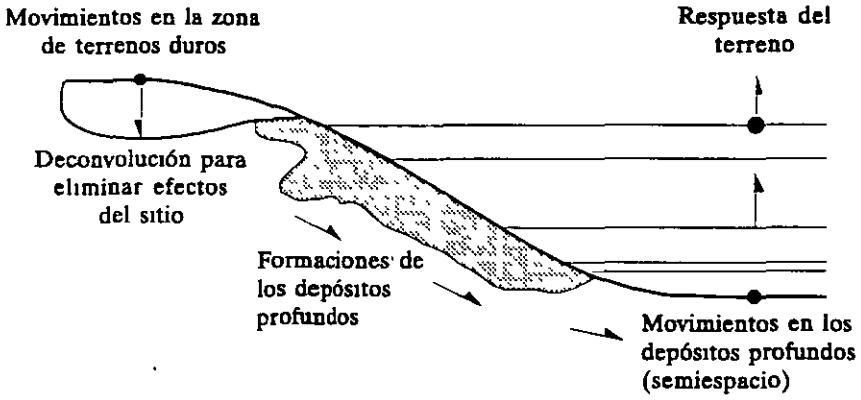


Fig 34 Modelación de los depósitos de suelo blando en análisis unidimensionales

Análisis en dos y tres dimensiones

Para tomar en cuenta las inhomogeneidades laterales del terreno, se pueden realizar análisis bi- y tridimensionales con métodos como el del elemento finito, diferencias finitas, elementos de frontera, el de trazado de rayos y el de Aki-Larner (1970) De los estudios comparativos que existen, se ha observado que en general al aumentar el número de dimensiones se incrementan el factor de amplificación y la frecuencia predominante del sitio Los requerimientos para realizar análisis bi- y tridimensionales fueron discutidos por Rosenblueth y Ovando (1991) y en un estudio reciente, se discuten los principales avances logrados con modelos analíticos y numéricos en dos y tres dimensiones (Sánchez-Sesma, 1995) Actualmente siguen siendo pocas las aplicaciones prácticas de estos métodos en la zonificación sísmica, sin embargo, dado el rápido desarrollo de la fuerza de cálculo, se espera que en un futuro no muy lejano se utilicen estos procedimientos en la micro-zonificación geosísmica

3.5 Comportamiento Dinámico de Suelos

Las arcillas exhiben diferentes tipos de comportamiento, dependiendo de la magnitud de las deformaciones que inducen los esfuerzos aplicados. Para deformaciones por cortante pequeñas, del orden de 10^{-4} %, se comportan como materiales elástico viscosos; cuando las deformacionones exceden 10^{-2} %, su rigidez y resistencia dependen del estado e historia de esfuerzos aunque algunos suelos cohesivos manifiestan esta dependencia a deformaciones de tan sólo 10^{-1} %, dependiendo de su índice de plasticidad, I_p, y de su consistencia relativa, I_r. Los resultados experimentales acumulados en el Instituto de Ingeniería, UNAM, durante los últimos años indican que estas dos propiedades índice son los parámetros clave para estudiar el comportamiento de materiales arcillosos, incluyendo el los suelos compresibles del valle de éxico y el de otras arcillas de mayor consistencia (Romo, 1990, 1991; Romo y Ovando, 1994, 1995).

Módulo de rigidez a deformaciones pequeñas. El módulo de rigidez a deformaciones pequeñas puede obtenerse en el laboratorio con pruebas de columna resonante y, en el campo, con métodos geofísicos para

determinar la velocidad de propagación de onda de corte. Sin embargo, los módulos evaluados con estas dos técnicas difieren, en general, por causas atribuibles a efectos no reproducibles en el laboratorio como el envejecimiento o al remoldeo producido por el muestreo y el manejo de las muestras en el laboratorio (Hardin y Drnevich, 1972; Afifi y Woods, 1971; Anderson y Richart, 1976; Anderson y Stokoe, 1978). En estudios comparativos recientes se demuestra que en arcillas altamente plásticas con consistencias relativas bajas, las diferencias entre las determinaciones de campo y laboratorio son menos importantes que las que se han reportado previamente (Ovando et al, 1995).

Con base en los resultados de ensayes de columna resonante efectuados en arcillas de la ciudad de México obtenidas de varios sitios y profundidades se estableció, que el valor inicial (a deformaciones pequeñas) del módulo de rigidez al corte, G_{max}, es una función del esfuerzo efectivo de consolidación, σ'_c, del índice de plasticidad y de la consistencia relativa. Esta última es

$$I_r = \frac{w_L - w_n}{I_p}$$

en donde w_L es el límite líquido y w_n el contenido de agua natural. La siguiente expresión se obtuvo con un análisis de regresión de mínimos cuadrados:

$$G_{max} = 122\,Pa\left(\frac{1}{I_p - I_r}\right)^{(I_p - I_r)}\left(\frac{\sigma'_c}{Pa}\right)^{0.82} \qquad (8)$$

en donde p_a es una presión de referencia arbitraria para lograr la homogeneidad dimensional. Las otras variables ya se definieron. La expresión es válida cuando I_p-I_r es positiva, expresando el índice de plasticidad en decimales. La aproximación que se obtiene al emplear la ec 8 es muy buena como se aprecia en la fig 35.

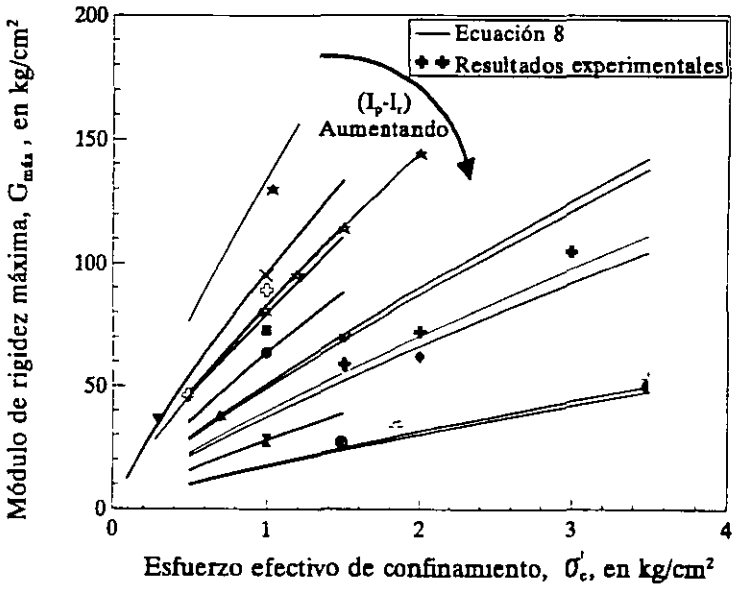


Fig 35. Variación de $G_{máx}$ con el esfuerzo efectivo de confinamiento y con $(I_p - I_r)$

Después de 1985 se llevó a cabo una capaña de mediciones de campo para medir en el sitio las velocidades de propagación de ondas P y ondas S en diversos sitios de la ciudad de México en donde también se realizaron ensayes de penetración con cono eléctrico. La gráfica de la fig 36 presenta un resultado típico en

el que se observa que, cualitativamente, los perfiles de velocidad de propagación de ondas y el de resistencia a la penetración, son semejantes; por lo tanto, estas dos cantidades son correlacionables. Para establecer la correlación entre la velocidad de propagación de ondas de corte, V_s, y la resistencia a la penetración medida con un cono eléctrico, q_c, se supuso que el suelo es un medio elasto-plástico y que su comportamiento esfuerzo-deformación a pequeñas deformaciones está gobernado por una ley hiperbólica. Además, la penetración de la punta cónica se estudió con la teoría de expansión de cavidades (Ovando y Romo, 1991). La expresión resultante se discute en siguiente capítulo.

Módulo de rigidez a deformaciones grandes. El efecto de la amplitud de la deformación de cortante, γ, y del esfuerzo confinante, σ'_c, en el valor del módulo de rigidez se ilustra en la fig 37 y en las curvas de rigidez normalizada, G/G_{max}, contra γ correspondientes, en la fig 38. Como se ve, las arcillas de la ciudad de México se comportan como materiales casi elásticos hasta deformaciones por cortante que varían entre 0.2 y 0.5 %. El factor que determina el límite de comportamiento elástico de estas arcillas es la diferencia (I_p-I_r) lo que modifica conclusiones anteriores en las que se había reportado que la forma de las curvas de G/G_{max} contra γ dependía únicamente de I_p (Dobry y Vucetic, 1987; Romo et al, 1988).

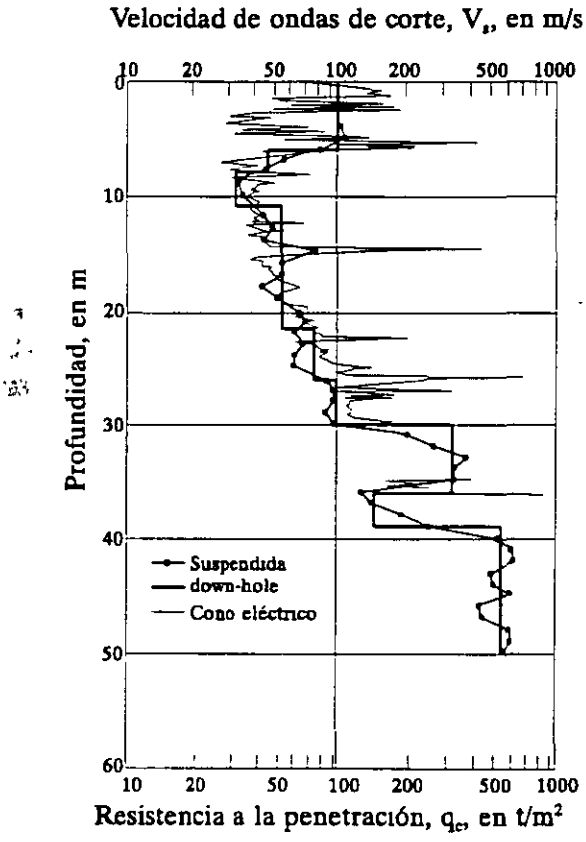


Fig 36. Perfiles típicos de resistencia de punta y velocidades de propagación de ondas S en la ciudad de México

Los resultados experimentales de las figs 37 y 38 se modelaron usando una ley hiperbólica a la que se agregaron las reglas de Masing para tomar en cuenta el carácter cíclico de las excitaciones sísmicas. La ecuación empleada está dada por la ec 12 (Romo, 1990). Posteriormente se discute el uso de dicho modelo. El comportamiento dinámico de suelos arcillosos de otro origen, con rangos de plasticidad diferentes, también se ha representado con modelos del mismo tipo. En otro trabajo de estas memorias, por ejemplo, se desarrolla uno para suelos marinos de la sonda de Campeche, en el Golfo de México (Romo y Ovando, 1995).

Degradación del módulo de cortante por fatiga. Una manera de cuantificar este fenómeno y de evaluar su importancia es observando la reducción de la rigidez por cortante durante pruebas de carga cíclica. Como se aprecia en la fig 39, construida con base en los resultados de ensayes de corte simple cíclico en arcilla de la ciudad de México (Cuanalo, 1993), depende de la amplitud del esfuerzo cortante cíclico y del número de ciclos aplicados. En esa figura se aprecia que la rigidez se reduce bruscamente cuando se aplica un cierto número de ciclos que depende de la amplitud del esfuerzo cortante cíclico; cuando esto ocurre, también se manifiesta un incremento sustancial de la presión de poro, fig 40. Resultados semejantes se han obtenido de ensayes triaxiales cíclicos. El otro factor que determina la importancia de la fatiga es el esfuerzo de confinamiento (ver ec 14).

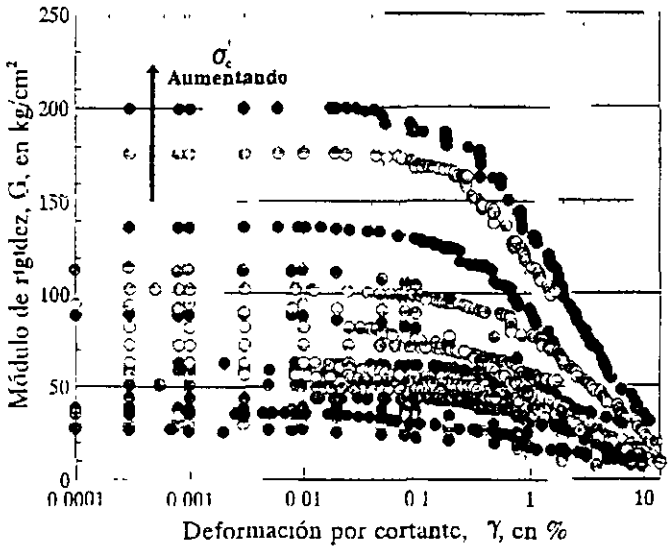


Fig 37. Módulos de rigidez dinámicos para arcillas de la ciudad de México

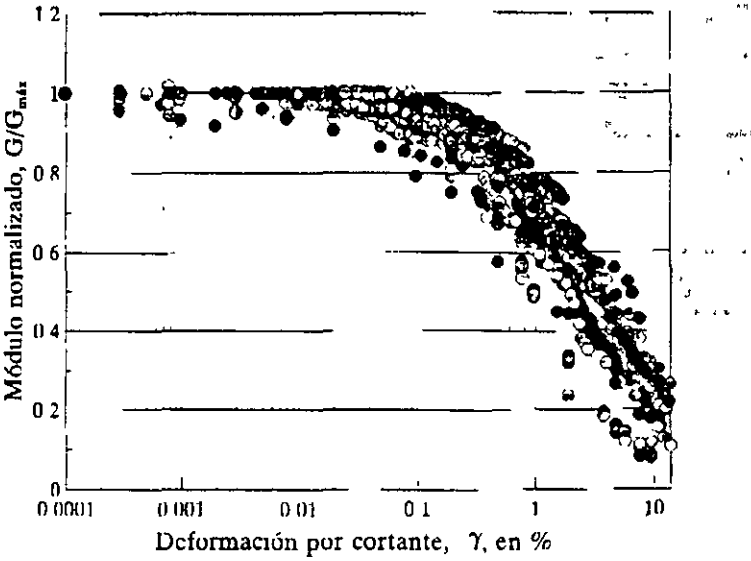
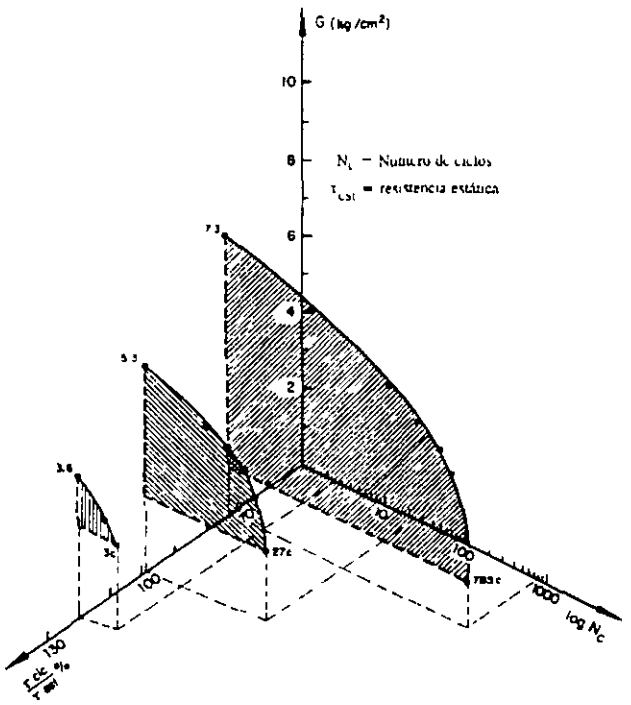


Fig 38. Módulos de rigidez normalizados para arcillas de la ciudad de México



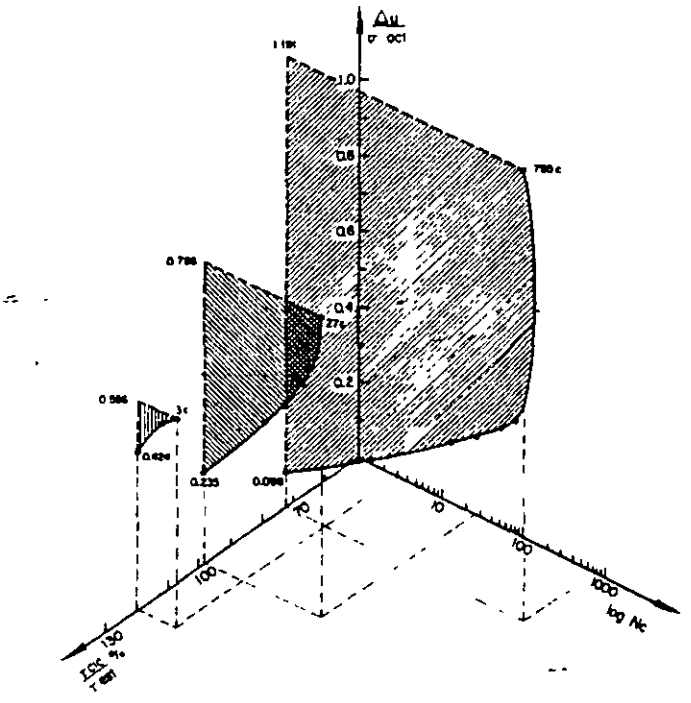


Fig 39. Fatiga de la arcilla de la ciudad de México en pruebas de corte simple cíclico (Cuanalo, 1993)

Fig 40. Presión de poro normalizada de la arcilla de la ciudad de México en pruebas de corte simple cíclico (Cuanalo, 1993)

Relación de amortiguamiento. La capacidad de las arcillas de la ciudad de México para disipar energía, expresada en términos de la fracción del amortiguamiento crítico, λ, varía con la deformación por cortante en la forma indicada en la fig 41. Las arcillas de la ciudad de México disipan poca energía a deformaciones pequeñas; cuando $\gamma < 0.01$ % el valor de la fracción del amortiguamiento crítico, λ, es aproximadamente 2 % y a deformaciones aún más pequeñas, puede alcanzar valores tan bajos como 0.5 % (λ_{min}, ver ec 13). Por otro lado, cuando las deformaciones crecen, su valor aumenta y alcanza valores del orden de 13 % a deformaciones angulares cercanas a 10 % (λ_{max}, ver ec 13). Este último valor es menor que el observado en otras arcillas de menor plasticidad en las que λ_{max} puede adquirir valores de 20 a 26 %, lo cual sugiere que la relación de amortiguamiento también depende del índice de plasticidad y, a reserva de demostrarlo con más datos experimentales, de la consistencia relativa.

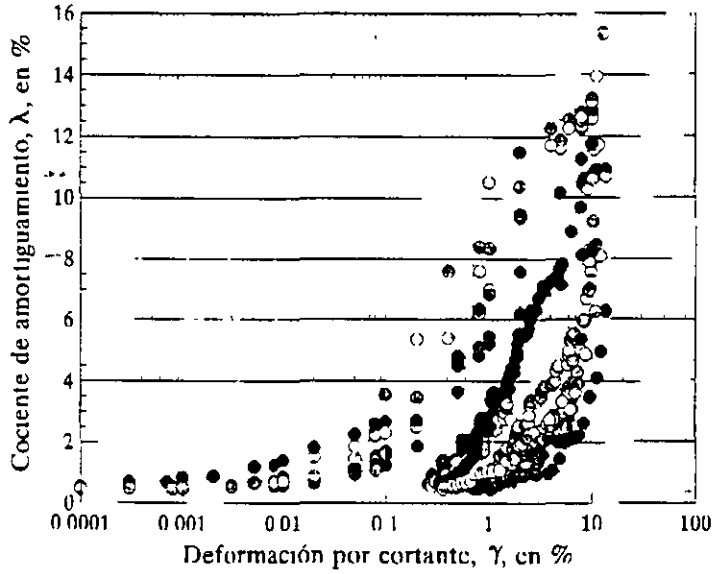


Fig 41. Amortiguamientos para arcillas de la ciudad de México

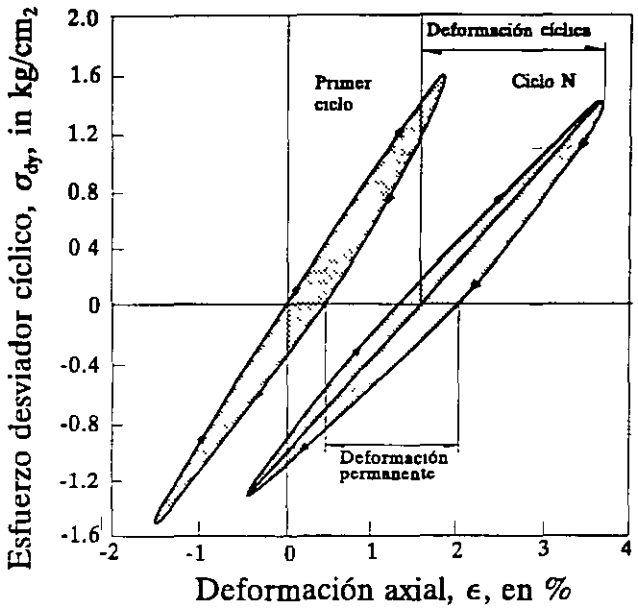


Fig 42. Componentes de la deformación cíclica

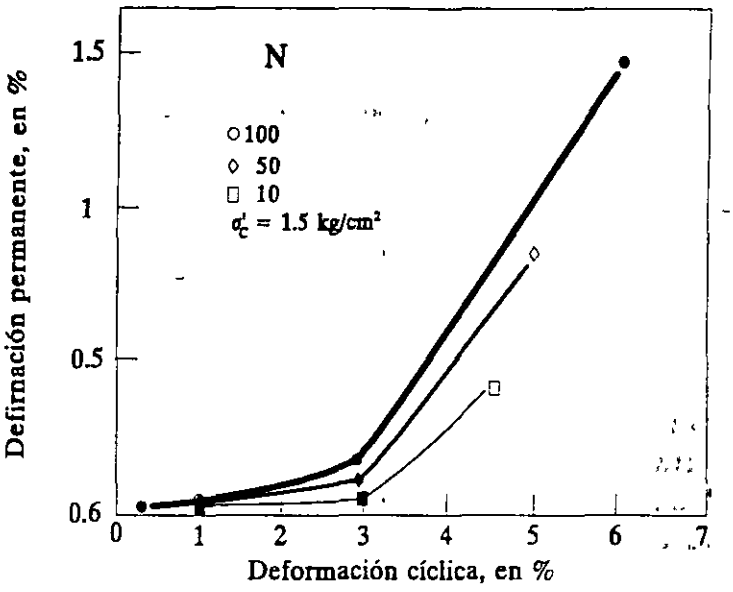


Fig 43. Acumulación de deformaciones permanentes en función de la deformación cíclica

Comportamiento esfuerzo-deformación. Las deformaciones que experimenta una muestra de suelo sometida a cargas cíclicas se pueden separar en dos compontes, las cíclicas y las permanentes que, en este trabajo, se definen como se muestra en la fig 42. En la arcilla de la ciudad de México la deformación cíclica a partir de la cual las deformaciones permanentes crecen sustancialmente (deformación crítica) es de 3% aproximadamente, fig 43, de acuerdo con los resultado de ensayes triaxiales y de corte simple (Romo et al, 1988; Cuanalo, 1993). La magnitud de la deformación permanente no sólo depende de la amplitud de la deformación cíclica y del número de ciclos sino de la amplitud del esfuerzo cortante cíclico y de la historia previa de esfuerzos. Por otro lado, experimentalmente se ha observado que la resistencia dinámica excede a la estática entre 30 y 60%, dependiendo de las condiciones de ensaye (Romo, 1991).

Presión de poro. La experiencia experimental acumulada indica que la presión de poro dinámica generada durante ensyaes triaxiales y de corte simple cíclico es despreciable, aún para estados de esfuerzo cercanos al de falla (Romo, 1991). Aparentemente, la magnitud de la presión de poro generada bajo condiciones dinámicas también está relacionada con la plasticidad de los suelos. Los que tienen índices de plasticidad mayores, acumulan menos presión de poro que los materiales de baja plasticidad. Este aspecto del comportamiento dinámico de las arcillas debe studiarse aún más, incluyendo investigaciones con mediciones de campo de la presión de poro generada durante temblores.

4 EVALUACION DE ESPECTROS ESPECIFICOS PARA EDIFICIOS

La determinación de los movimientos sísmicos de campo libre incluye una evaluación sismotectónica y el conocimiento de las fuentes sísmicas regionales y locales que puedan afectar al sitio específico Es preciso, también, evaluar la historia de la sismicidad de la región, los sismos más severos asociados con las fuentes sísmicas importantes, así como la recurrencia de estos sismos Con base en este tipo de información se llevan a cabo análisis probabilistas y/o deterministas para estimar los movimientos sísmicos esperados en un afloramiento rocoso, o en la roca basal.

Conocidos los movimientos sísmicos en terreno firme, se utilizan técnicas de propagación de ondas sísmicas (usualmente se emplean modelos unidimensionales) para definir los movimientos sísmicos del terreno Una vez conocido el medio ambiente sísmico de campo libre, se realizan análisis de interacción suelo-estructura para evaluar los efectos de este fenómeno en los movimientos del terreno y así definir las características de la excitación a la que estará sometida una estructura en particular La influencia de la interacción dinamica en los movimientos de campo libre puede ser significativa en el caso de estructuras desplantadas en suelo blando capaz de amplificar notablemente las ondas sísmicas que arriban al sitio donde se localiza la estructura

4 1 Métodos para Estimar la Máxima Magnitud Sísmica

Existe una amplia gama de pròcedimientos para estimar la magnitud del temblor máximo que puede generar una fuente sísmica Todos los métodos se basan en correlaciones empíricas entre la magnitud y algunos parámetros clave de la falla geológica, tales como longitud de ruptura, desplazamiento ocurrido en la superficie de la falla después de un sismo, longitud y ancho de la falla estimados de estudios de las réplicas que siguen al evento principal

Las correlaciones empíricas existentes, entre los parámetros mencionados y la magnitud, se han obtenido, en general, usando la información mundial disponible en análisis de regresión Cada relación tiene limitaciones como la inhomogeneidad en la calidad de los datos empíricos, volumen de datos limitado, inconsistencias en el agrupamiento de datos provenientes de diversas provincias tectónicas, efectos de directividad y locales

Los parámetros como longitud de la falla, desplazamiento por evento sísmico y tasa de deslizamiento de cada fuente telurica, se determinan de estudios geológicos y sismológicos Con esta información y los procedimientos empiricos antes mencionados se calculan las magnitudes máximas de los temblores asociados a cada falla Debido a las incertidumbres involucradas en todo el proceso, es conveniente usar todos los métodos disponibles y determinar varios valores de la magnitud maxima La selección del valor de la magnitud máxima para una fuente es el resultado de la aplicación de un razonamiento que involucra la comprensión de las caracteristicas de la falla, del ambiente tectónico regional y de los datos sísmicos regionales El uso de varios métodos para estimar la magnitud sísmica máxima para una fuente puede resultar mas confiable que emplear un sólo procedimiento

Un compendio de este tipo de expresiones que relacionan los parámetros clave de la falla con la magnitud del sismo se da en Idriss (1985), y Joyner y Boore (1988) Todas tienen forma semejante a la de la

2

4.2 Periodo de Recurrencia de Sismos Significativos

La actividad sísmica de una fuente se refleja directamente en los intervalos de recurrencia de los sismos significativos. Los periodos de retorno se pueden estimar a partir de los datos sobre la tasa de deslizamiento y el desplazamiento por evento que se tengan de una fuente en particular Cuando no se dispone de este tipo de información ni se cuenta con suficientes registros, se preparan gráficas que relacionan la frecuencia de ocurrencia contra la magnitud para sismos de baja y moderada magnitud y se extrapolan a magnitudes mayores para obtener estimaciones de la tasa media de ocurrencia de sismos más severos. Esta técnica tiene limitaciones porque se basa en sismicidad regional que puede no ser representativa de los intervalos de recurrencia para una falla especifica Además, como se muestra en la fig 7, existen zonas en que se generan temblores que ocurren aleatoriamente y, otros, de gran magnitud, que son recurrentes en tiempos más o menos constantes

La tasa de excedencia $\lambda = \lambda(M)$ de una magnitud dada, M, en una falla geológica o en una región sísmica está dada por $\lambda = \lim_{t\to\infty}(n/t)$ donde n es el número de temblores cuya magnitud excede el valor de M en el tiempo de observación t El periodo (o intervalo) de recurrencia correspondiente a esta magnitud es $1/\lambda$

4 3 Leyes de atenuación

Para caracterizar los movimientos sísmicos del terreno para fines de diseño sísmico se han utilizado parámetros como la aceleración máxima, la velocidad máxima, ordenadas espectrales y espectros de Fourier. El más usado en la práctica ingenieril es el espectro de respuesta ya que se usa directa o indirectamente en el diseño de las estructuras

Aunque en el pasado se le ha puesto mayor atención al desarrollo de relaciones para estimar la aceleración maxima del terreno, últimamente se han aumentado los esfuerzos para evaluar velocidades máximas y las formas espectrales Existen procedimientos analíticos que consideran aspectos de la fuente-trayectoria-sitio y también se han introducido conceptos de vibraciones casuales así como simulaciones con el método de Monte Carlo Joyner y Boore (1988) así como Idriss (1985) presentan diversos procedimientos empíricos para definir aceleraciones, velocidades y espectros de respuesta Para los sismos de la zona de subducción en las costas de Guerrero, Singh y Ordaz (1990) proponen leyes de atenuacion empíricas para estimar la aceleracion y la velocidad máximas en terreno firme aplicables en la línea que una a la costa de Guerrero con la ciudad Mexico

4 4 Determinacion de Espectros de Piso (Caso en la Ciudad de México)

La determinación de espectros de diseño consignados en los reglamentos de construcciones en general incluyen los aspectos ya mencionados además de hacer consideraciones sobre el riesgo de falla y su costo asociado En el Distrito Federal, debido a que los sismos grandes de subducción son los más importantes, se decidió tratar con detalle estos temblores característicos asignando una distribución gama a los tiempos entre los eventos de esta índole originados en cada uno de los tramos en que se dividió la zona de subduccion, y analizar como resultados de procesos de Poisson múltiples el resto de los temblores de subducción y todos los demás que fueran significativos para el diseño

Para definir las distribuciones de probabilidad de los movimientos del terreno en sitios representativos del valle de México se emplearon fórmulas de atenuación empíricas y análisis unidimensionales para evaluar los efectos del terreno Con base en esta información se calcularon los

espectros de respuesta esperados para sitios representativos en la ciudad de México Luego se tomó una decisión de consenso para reducir las ordenadas espectrales por un factor de 0 4 apoyándose en consideraciones de sobrerresistencia y comportamiento no lineal de las estructuras (Rosenblueth et al, 1989)

En el ejemplo que se describe a continuación se usó como representativo del medio ambiente sísmico en terreno firme del valle de México el espectro del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (1991), el cual se define en la tabla 2

En la determinación de los espectros de piso para el diseño de estructuras importantes localizadas en las zonas geosísmicas II y III del Distrito Federal (ver fig 10), lo más conveniente es partir de los movimientos sísmicos definidos para la zona I (ver fig 10) en términos del espectro de aceleraciones dado en la tabla 2, ya que incluye los resultados de los estudios requeridos para evaluar los movimientos sísmicos del terreno, además de partir de las condiciones sísmicas estipuladas en el Reglamento

4 4 2 Condiciones de Análisis

En la evaluación de los efectos de los sismos en las estructuras es muy importante establecer la relación que existe entre las características de los movimientos sísmicos, las condiciones geológicas y geotécnicas del sitio, y la respuesta de las estructuras a estos movimientos sísmicos del terreno Las condiciones geológicas y geotécnicas en general afectan las características de los temblores, por lo que es necesario cuantificar estos efectos para establecer criterios de diseño aceptables Asimismo, al interactuar la estructura con el suelo adyacente, modifica los movimientos sísmicos del terreno, lo cual hace necesario evaluar los efectos de esta interacción en los movimientos sísmicos desarrollados en la estructura

La respuesta del depósito de suelo se afecta por la interacción suelo-estructura y la evaluación de esta respuesta depende significativamente de la manera como se asignan los sismos de diseño En algunos casos se introduce un conservadurismo innecesario en el diseño al especificar que la aceleración máxima del terreno permanece constante con la profundidad o por la asignación de un espectro de banda ancha inadecuado para las condiciones geológicas y geotécnicas del sitio En ocasiones se proponen aceleraciones máximas que son irreales para cierto tipo de depósitos de suelo o se especifican componentes de alta frecuencia en suelos donde no pueden naturalmente desarrollarse

Para evitar estos conservadurismos es preciso definir apropiadamente los movimientos sísmicos de campo libre para el sitio específico donde se edificará la estructura, y usando este espectro de campo libre, nalizar el problema de interacción suelo-edificio para definir el espectro de piso

4 3 Metodología

En este trabajo se adoptó un procedimiento de análisis basado en el método de la respuesta compleja que hace uso de la técnica de los elementos finitos Para considerar el carácter aleatorio de los movimientos sísmicos se emplean las teorías de vibraciones casuales y del valor extremo (Romo, 1976) Con este procedimiento, el análisis de respuesta de un sistema suelo-estructura se puede llevar a cabo como se muestra esquemáticamente en la fig 44 La excitación dinámica se proporciona en términos de un espectro de aceleraciones y se puede especificar que actúa en la superficie del campo libre en cualquier estrato del campo libre o en la base del depósito de suelo Los cálculos numéricos se realizaron con una versión modificada del ɔgrama de computadora PLUSH (Romo et al, 1981), el cual ha demostrado su capacidad para reproducir ..os movimientos sísmicos registrados durante varios eventos sísmicos en edificios desplantados en las arcillas blandas de la ciudad de México (Romo y Bárcena, 1992)

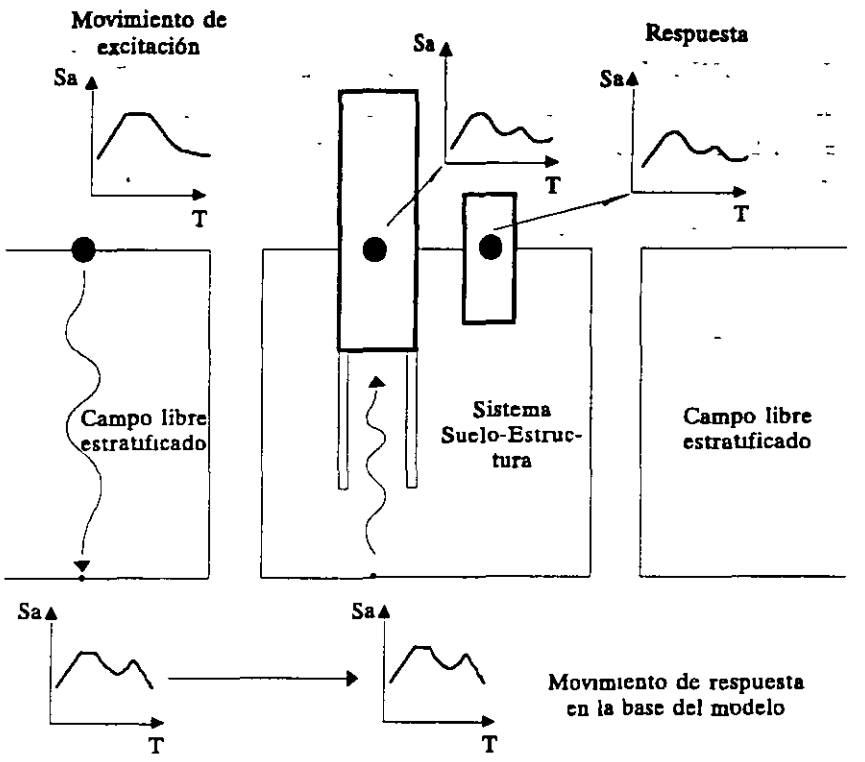


Fig 44 Sistema suelo-estructura excitado con el movimiento sísmico de camo libre en la superficie del terreno

Se consideró un modelo como el de la fig 44, cuya base (semiespacio) se define donde aparecen los depósitos profundos La excitación dinámica se representó por el espectro medio más una desviación estándar calculado en el inciso 4 4 6 y el punto de control se asignó en la superficie del campo libre

4 4 4 Caracterización Estratigráfica

El perfil estratigráfico del sitio se obtuvo de los sondeos de cono estático, como se muestra en la fig 45 (cortesia de Carlos E Gutierrez) La caracterización dinámica de la estratigrafia mostrada en la fig 35 se obtuvo usando un procedimiento propuesto por Ovando y Romo (1991) que permite calcular las velocidades de ondas de corte, V_S, a partir de las resistencias de punta, q_C, obtenidas de sondeos de cono hincado a una velocidad aproximada de 2 cm/s La expresión analítica propuesta por estos autores resultó de la comparación entre perfiles de resistencia de punta, q_C, y perfiles de velocidades de ondas de corte, V_S, obtenidos en perforaciones contiguas y en diferentes sitios de la ciudad de México El marco teórico de referencia que usaron para llegar a esta correlación fue la teoría de expansión de cavidades cilíndricas y un modelo hiperbólico para tomar en cuenta el comportamiento no lineal de las arcillas La relación entre V_S y q_C que obtuvieron es

$$V_s = \eta\left(\frac{q_c}{N_{kh}\gamma_s}\right)^{0.5} \qquad (9)$$

donde V_S tiene unidades de m/s, q_C está dada en t/m^2 y γ_S (peso volumétrico del suelo) en t/m^3 Los valores de los parámetros η y N_{kh} dependen del tipo de suelo y su intervalo de variación está consignado en la tabla 3

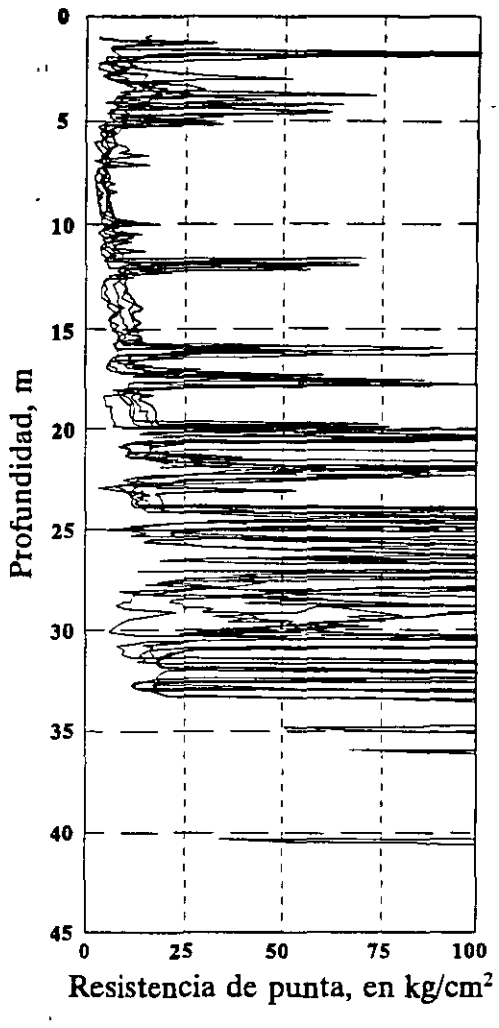


Fig 45 Sondeos de cono en el sitio (Cortesía de Carlos E Gutiérrez)

Tabla 3 Valores de los parametros η y N_{kh} de la ec 3

Tipo de suelo	Valores de N_{kh}			Valores de η
	máximo	medio	mínimo	
Arcillas del lago Texcoco preconsolidado y virgen	14 0	9 5	6 7	23 33
Arcillas del lago Xochimilco-Chalco	14 0	9 9	7 0	26 40
Suelos areno-limosos de las capas duras del valle de México	16 0	11 1	8 0	40 00

El módulo de maxima rigidez, $G_{máx}$, se puede calcular usando la siguiente expresión de la teoría de la elasticidad

$$V_s = \left(\frac{G}{\gamma_s} g\right)^{0.5} \tag{10}$$

donde g es la aceleración de la gravedad en m/s^2

Sustituyendo la ec 10 en la ec. 9 se obtiene la siguiente relación entre G (que corresponde a la máxima rigidez del suelo, $G_{máx}$) y q_c

$$G_{max} = \left(\frac{\eta}{g}\right)\frac{q_c}{N_{kh}} \tag{11}$$

Los valores de $G_{máx}$ usados en los análisis de respuesta del sitio y de interacción dinámica suelo-estructura se obtuvieron con la ec 11, usando los valores de V_S reportados en la tabla 4

4 4 5 Comportamiento Dinámico de los Suelos

En los problemas de respuesta sísmica de un sitio y de interacción dinámica suelo-estructura se generan dos tipos de no linealidades en la respuesta del suelo La primera se debe al paso de las ondas sísmicas, la cual afecta a todo el medio, la segunda, a la interacción entre la cimentación y el suelo cercano a la cimentacion Ambos aspectos deben considerarse en el cálculo de la respuesta de sistemas suelo-estructura ya que los materiales térreos por un lado pierden rigidez al deformarse y por otro, aumenta su capacidad para disipar energía La magnitud de los cambios en la rigidez y amortiguamiento de las arcillas depende de sus características y del nivel de deformaciones inducidas por la acción de los sismos El efecto combinado de estas variaciones puede modificar apreciablemente las características de los movimientos sísmicos en campo libre y los que actúan en la base de la estructura, por lo que debe evaluarse con la mayor aproximación posible

El comportamiento no lineal de los suelos que componen la estratigrafía del sitio se estimó de investigaciones en el laboratorio con ensayes de columna resonante y triaxiales dinámicos en muestras de suelo extraídas de diferentes sitios en la zona arcillosa de la ciudad de México En forma analítica, los resultados experimentales se expresan con el siguiente modelo (Romo, 1991)

$$G(\gamma) = G_{max}\left[1 - H(\gamma)\right] \tag{12}$$

donde

$$H(\gamma) = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{2B}}{1+\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{2B}}\right]^{A'}$$

$$A' = A + I_I$$

$G(\gamma)$	es el módulo de rigidez al corte en función de γ
γ	es la deformación de corte en %
G_{max}	es el valor de $G(\gamma)$ para $\gamma \leq 10^{-4}$%
A, B y γ_r	son parámetros del suelo

La influencia de diferentes factores en los parámetros involucrados en la ec 12 y el amortiguamiento se discute en otro trabajo (Romo y Ovando, 1994) cuyos principales aspectos se resumen a continuación

Los valores de A, B y γ_r dependen del índice de plasticidad y para los suelos del sitio se pueden usar los valores reportados en las figs 46 a 48

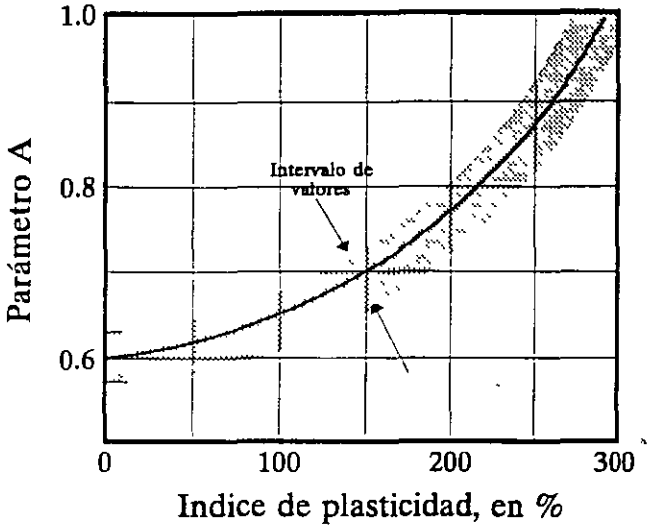


Fig 46 Efecto del índice de plasticidad en el parámetro A

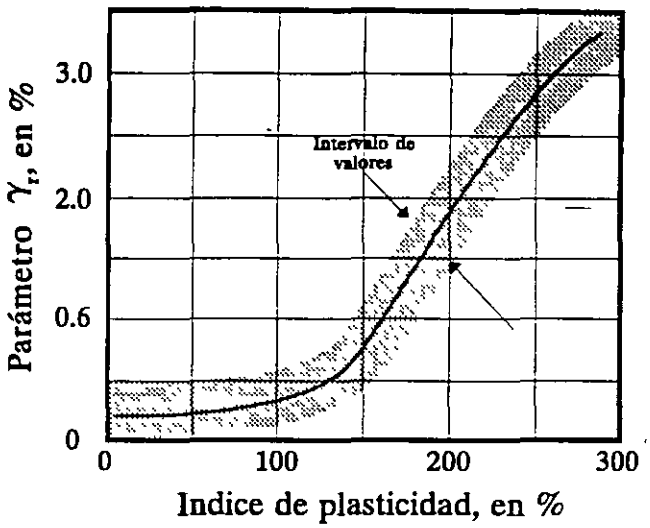


Fig 47 Efecto del índice de plasticidad en el parámetro γ_r

La dependencia del amortiguamiento, λ, en términos de la deformación de corte y del módulo de cortante, $G/G_{máx}$, se expresa de la siguiente manera

$$\lambda = (\lambda_{max} - \lambda_{min})\, H(\gamma) + \lambda_{min} \qquad (13)$$

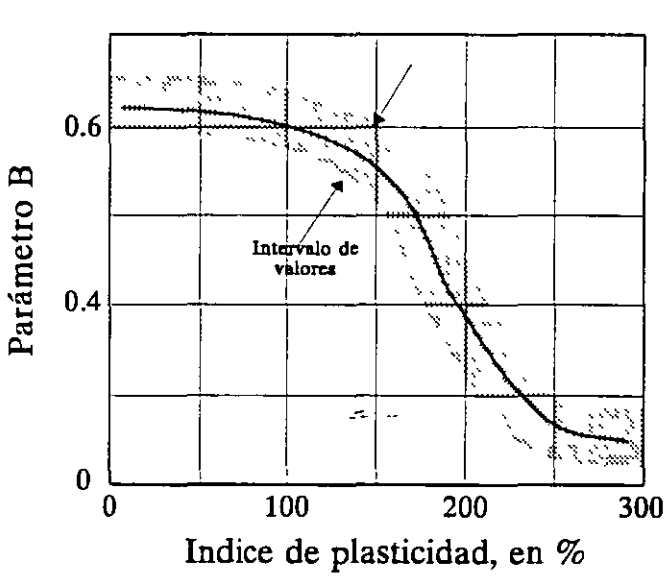


Fig 48 Efecto del índice de plasticidad en el parámetro B

nde $\lambda_{máx}$ es el amortiguamiento máximo que desarrolla la arcilla, el cual se ha observado que es del orden uel 13%, $\lambda_{mín}$ es el amortiguamiento mínimo(valor de λ para deformaciones de corte del orden de 10^{-4}%)

obtenido en los ensayes de laboratorio, el cual es aproximadamente igual a 0 5% (Rómo y Ovando, 1994), la función H(γ) está definida por la ec 12

El efecto de la fatiga en el comportamiento de las arcillas se incluye en el modelo de la ec 6 afectando el módulo de rigidez, G, de acuerdo con la siguiente ley (Idriss et al, 1978)

$$G_N = G_5 N^{-t} \tag{14}$$

donde G_N y G_5 son lo módulos de rigidez máxima correspondientes a los ciclos de carga N y 5; t es el parámetro de degradación el cual está dado por (Romo, 1991).

$$\begin{aligned} t &= 0\ 0122\ \varepsilon_c, \text{ para consolidación anisotrópica} \\ t &= 0.0299\ \varepsilon_c, \text{ para consolidaoión isotrópica} \end{aligned} \tag{15}$$

donde $\varepsilon_c = 2\gamma/(1+\upsilon)$ es la deformación axial cíclica y υ es la relación de Poisson

Tabla 4 Propiedades dinámicas de los suelos del sitio

Prof (m)	V_s (m/s)	γ_s (t/m^3)	I_p (%)	Relación de Poisson	$G/G_{máx}$	λ^* (%)
0-3	120-160	1 40	80	0 35		
3-6	91-122	1 35	80	0 38		
6-9	40-58	1 20	220	0 49		Curvas de
9-12	52-74	1 20	220	0 49	Curvas	amortiguamiento
12-15	65-94	1 20	220	0 49	correspondientes	de la arcilla
15-18	80-129	1 20	220	0 49	a los I_p's	de la ciudad
18-21	114-165	1 30	120	0 40	(ec 12)	de México
21-25	126-183	1 25	220	0 49		(ec 13)
25-29	138-200	1 28	120	0 40		
29-33	151-218	1 30	150	0 40		
33-37	255-368	1 79	150	0 30		

Semiespacio V_S= 800m/s, γ_S= 2 0 t/m^3, λ = 2%

4 4) Determinacion de los Movimientos de Campo Libre

De acuerdo con el procedimiento utilizado para calcular la respuesta sísmica del sistema suelo-estructura, se tienen que definir primero los movimientos de campo libre Para esto se utiliza un método de analisis basado en la teoria de propagación de ondas sísmicas en medios estratificados horizontalmente (Lysmer y Drake, 1972, Chen et al, 1981) Para tomar en cuenta las características aleatorias de los temblores se hace uso de las teorías de vibraciones casuales y del valor extremo (Romo, 1976) El análisis de respuesta de un depósito de suelo se puede llevar acabo con el procedimiento esquematizado en la fig 49 La excitacion dinamica se proporciona en términos de un espectro de aceleraciones y se puede especificar en un afloramiento de roca (fig 49), dentro del perfil estratigráfico en el semiespacio, en la superficie del depósito de un suelo cercano al sitio o en cualquier estrato del depósito de suelo Los cálculos numéricos se realizan con el programa de computadora FIELD (Romo et al, 1981) el cual ha demostrado su capacidad para

reproducir los movimientos del terreno registrados durante varios sismos en la ciudad de México y otros sitios de la República (Romo, 1986, Romo, 1991)

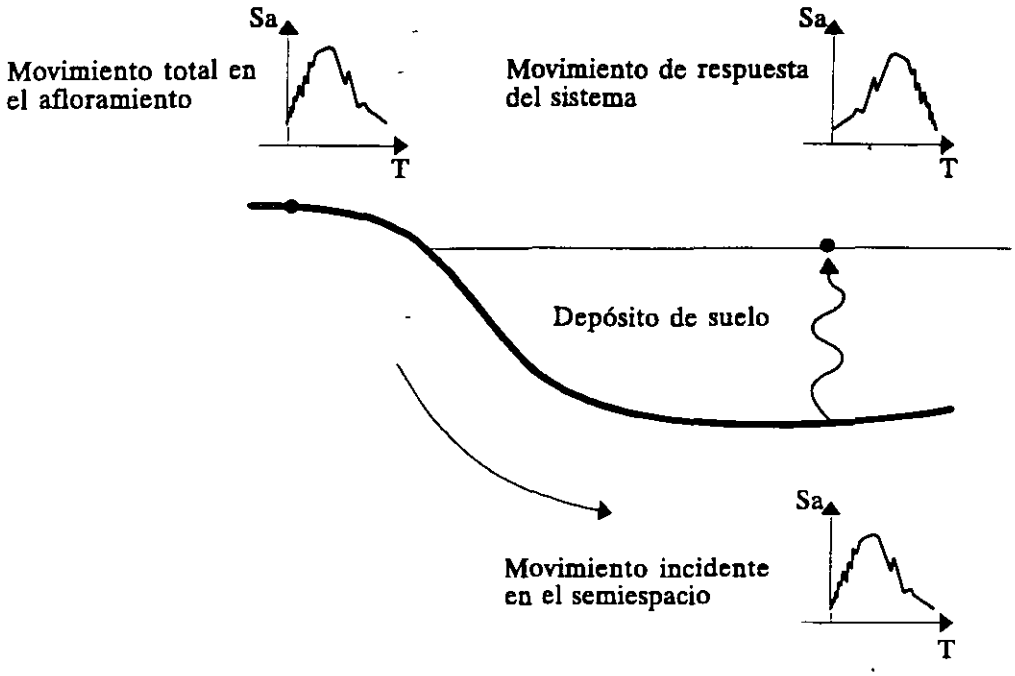


Fig 49 Sistema excitado con el movimiento del semiespacio que aflora

Para el sitio bajo estudio se considera un modelo como el de la fig 49, en el que el semiespacio se define a partir de la elevación a la que aparecen, en la estratigrafía, los depósitos profundos (ver tabla 4). El afloramiento de terreno firme se supone representado por el de terreno firme de la zona de lomas (zona I, según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, 1987, ver fig 10) Consecuentemente, los movimientos sísmicos están representados por el espectro de aceleraciones correspondientes a la zona geosísmica I definido en la tabla 2 Al considerar este espectro como excitación dinámica se están implícitamente incluyendo todas las fuentes generadoras de sismos que afectan al valle de México De acuerdo con Rosenblueth et al (1987) son cuatro los mecanismos más significativos el de subducción en el Pacífico, el de falla normal en la zona de Oaxaca, el de falla lateral en Acambay y el de dislocaciones de fallas geológicas dentro del valle de México La variabilidad en contenidos de frecuencia y en amplitudes de los movimientos sísmicos que generan estos cuatro mecanismos estan incluidos en el medio ambiente sísmico representado por el espectro de la zona I consignado en el Reglamento

Debido a las incertidumbres inherentes a la determinación de las propiedades dinámicas incluidas en la tabla 4, se desarrollan 25 perfiles aleatorios dentro de los límites de valores de V_S indicados en la tabla 4 Se considera que la variación de las velocidades entre estos límites tiene una distribución uniforme y que las velocidades de estratos contiguos son estadísticamente independientes (Estas dos consideraciones son conservadoras ya que llevan a dispersiones importantes en los valores de V_S que en la realidad no se presentan Esto repercute directamente en la amplitud del intervalo de periodos naturales del depósito de suelo que se analizan)

Las respuestas calculadas de las 25 estratigrafías se presentan en la fig 50 en términos de espectros de aceleraciones (5% de amortiguamiento) calculados en la superficie del terreno Los movimientos sísmicos del terreno, en términos de espectros medio y medio (±) una desviación estándar, resultantes del análisis estadístico de los 25 espectros de la fig 50, se muestran en la fig 51 Estos espectros representan al medio

ambiente sísmico de campo libre. El espectro medio + una desviación estándar se utiliza como excitación dinámica del sistema suelo-estructura en el cálculo de los espectros de interacción.

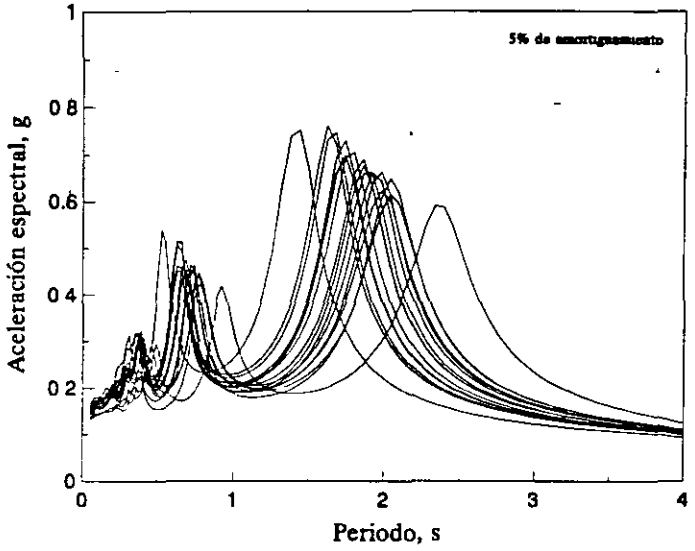


Fig 50 Movimientos superficiales de campo libre

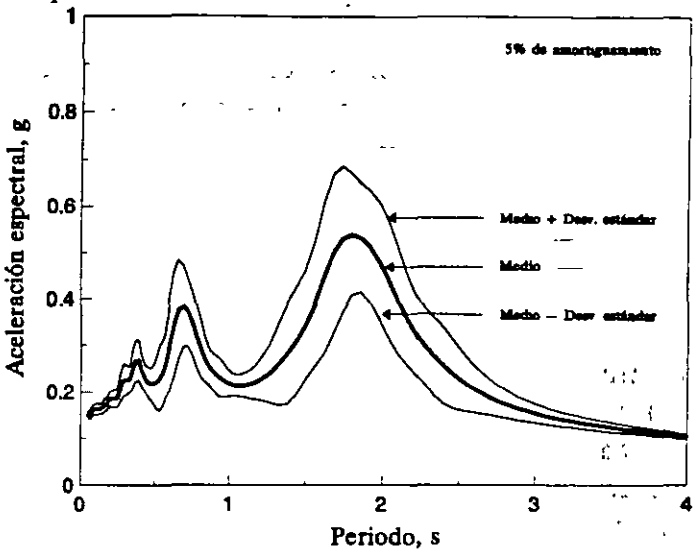


Fig 51 Espectros de campo libre en la superficie del terreno

En relación a los periodos naturales del depósito de suelo que se desprenden de la fig 51, debe comentarse que estos son periodos inelásticos debido a la respuesta no lineal del suelo ante una excitación tan severa como la especificada en el Reglamento para la zona I Por esta razón el periodo elástico de un depósito de suelo puede incrementarse en un 50%

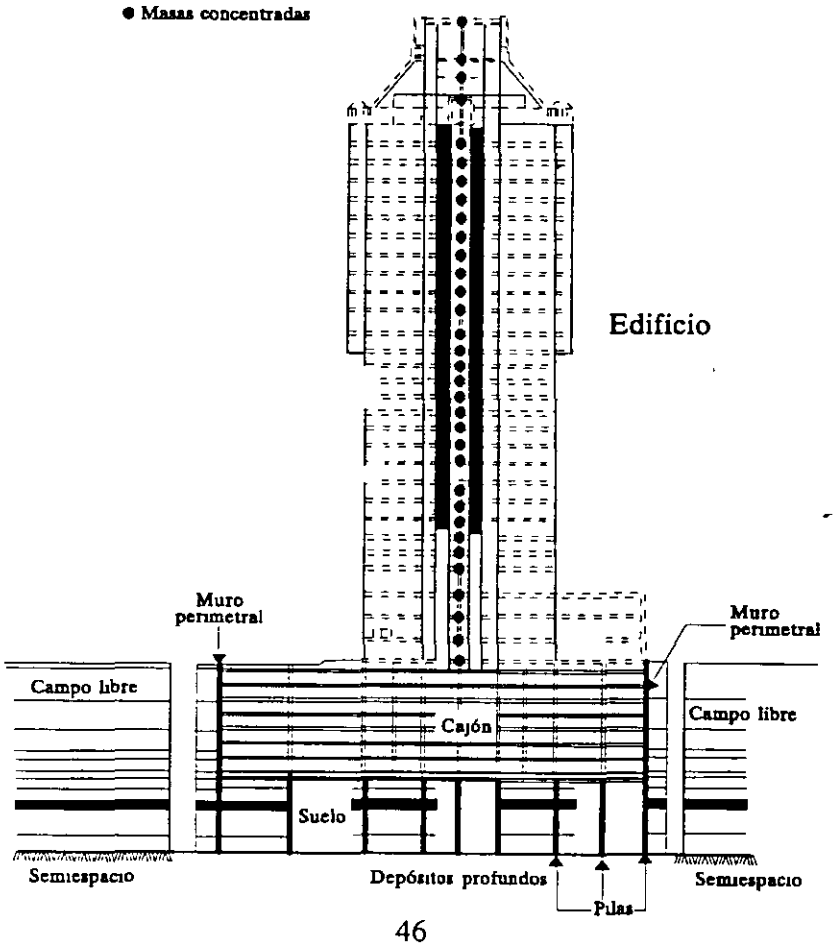


Fig 52 Modelación del sistema suelo-cimentación-edificio (Cortesía de Carlos E Gutiérrez)

4 4 7 Modelación del Sistema Suelo-Estructura

El edificio se modeló con un sistema de vigas y masas concentradas como se indica en la fig 52 Su cimentación (cuya planta de localización de pilas se muestra en la fig 53) y suelo de apoyo se modelaron con elementos finitos El suelo se discretizó con elementos sólidos isoparamétricos de cuatro nudos, el cajón y las pilas de apoyo se representaron con elementos viga con tres grados de libertad (dos de traslación y uno de rotación) por nudo

Las rigideces y masas concentradas usadas en el modelado de la estructura y del cajón de cimentación fueron proporcionados por el Ing Carlos E Gutiérrez Debido a que el procedimiento de análisis es esencialmente bidimensional, las rigideces de las pilas que se utilizan en los análisis se obtienen suponiendo un modelo de viga de cortante en el que se asegura que el desplazamiento horizontal de la losa de apoyo es el mismo para la distribución de pilas real y para la distribución de las siete hileras de pilas equivalentes Para los diámetros de proyecto de las pilas y suponiendo un f_{y_2}' del concreto de 250 kg/cm^2 la rigidez equivalente que resulta de la anterior consideración es G = 534kg/cm^2 por metro En la fig 52 se muestra la distribución de pilas (en la dirección corta) y el cajón de cimentación que se usaron en el modelado del sistema suelo-cimentación El muro tablestaca perimetral (ver fig 52) se supuso ligado estructuralmente al cajón de cimentación y se consideró con un espesor de 0 80m y propiedades semejantes a las de las pilas

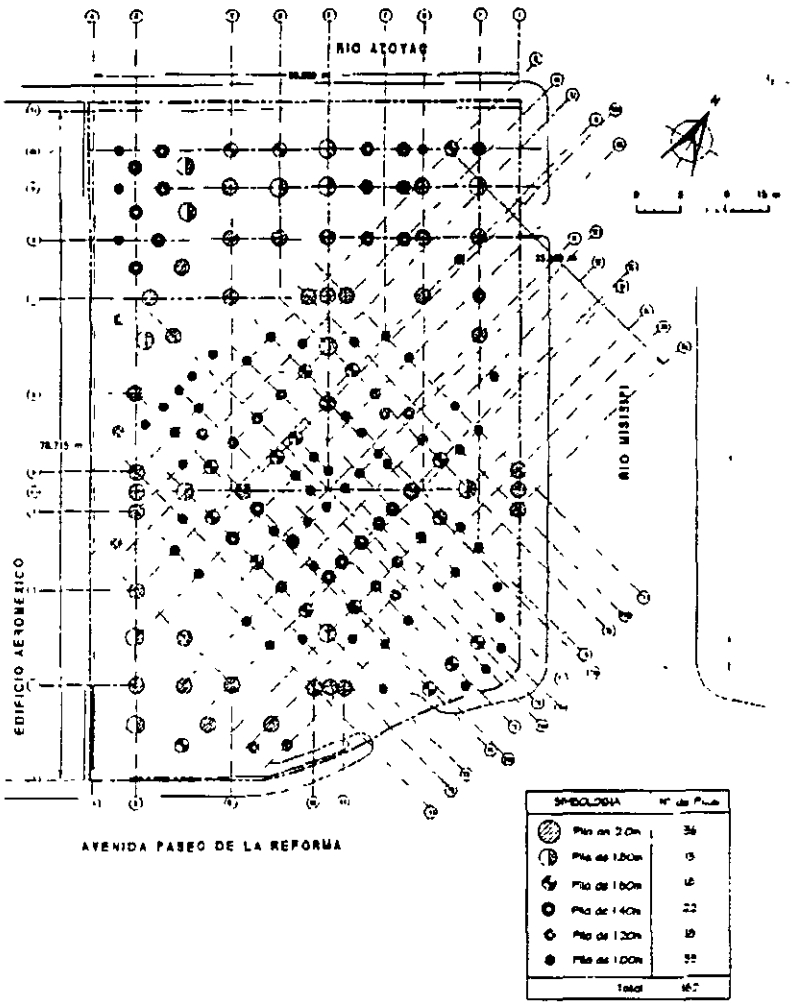


Fig 53 Distribución de pilas (Cortesía de Carlos E Gutiérrez)

El amortiguamiento del edificio y de las pilas se supuso igual a 3% El comportamiento de las pilas, cajón y estructura se supuso elastico lineal

Las propiedades dinámicas del suelo de apoyo (módulo de rigidez y amortiguamiento) se modelaron siguiendo la metodología descrita en los incisos 4 4 4 y 4 4 5 Con estos procedimientos, los efectos no lineales inducidos por el paso de las ondas sismicas y por la interacción suelo-estructura se incluyen directamente en los análisis dinámicos, por lo que los resultados reflejan estos efectos

El procedimiento basado en el metodo de los elementos finitos presentado en el inciso 4 4 3 y descrito detalladamente en Romo et al (1981), permite analizar estructuras bidimensionales, aunque se puede hacer una aproximación tridimensional al permitir la disipación de energía generada por el fenómeno de interacción suelo-cimentación, tanto en el plano de análisis como en su dirección ortogonal Debido a que el análisis es plano, es preciso calcular la respuesta de la estructura en ambas direcciones considerando una rebanada con ancho igual a la dimensión (en planta) en la dirección perpendicular al plano de análisis Sin embargo, debido a las características geométricas y de rigidez del edificio y su cimentación (cajón más pilas) resulta evidente que la dirección corta es más desfavorable ya que al ser más flexible su respuesta será mayor que la de la direccion larga En este articulo solo se presenta la respuesta del sistema suelo-estructura en la direccion corta

4 4 8 Espectros de Piso

El objetivo principal de los análisis de interacción es calcular los espectros de piso (espectros de interacción) para el análisis detallado del edificio Por esta razón, la respuesta del sistema suelo-estructura se presenta en términos de espectros de interacción en la base de la torre (nivel del terreno) El resultado del análisis de interacción se muestra en la fig 54 en términos del espectro de aceleraciones de 5% de amortiguamiento En la misma gráfica se incluye el espectro de campo libre (medio + una desviación estándar) correspondiente a la superfice del terreno

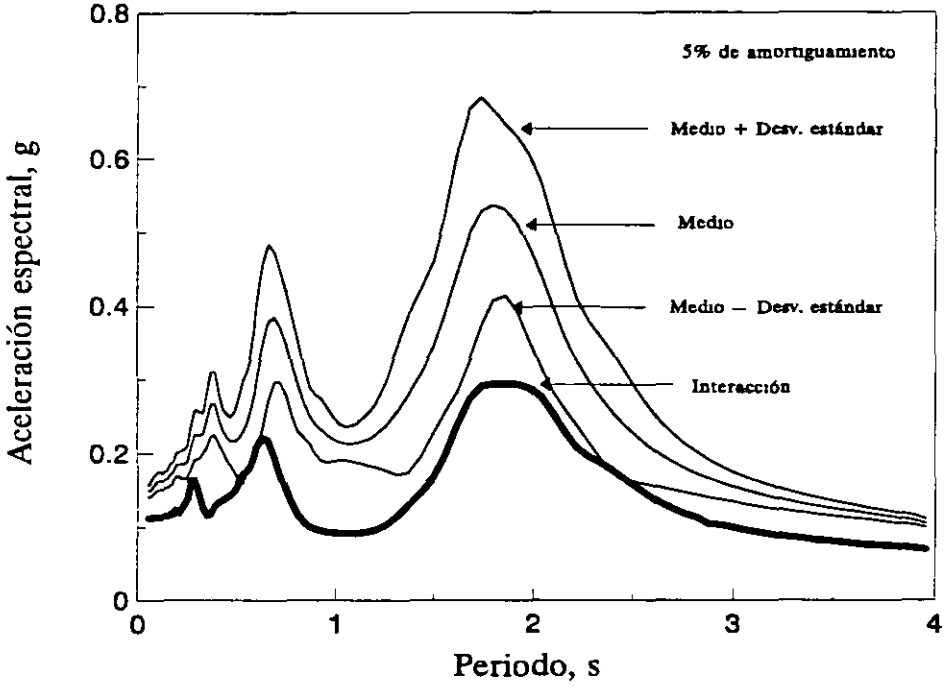


Fig 54 Efecto de la interacción en los movimientos superficiales

De la comparación mostrada en la fig 54, se desprende que el efecto de la interacción suelo-cimentación-edificio en los movimientos superficiales es menos significativo en el intervalo de periodos cortos Las ordenadas del espectro de campo libre disminuyen hasta en un 50% por la presencia del sistema cimentación-edificio Esta atenuación en principio parece demasiado alta, sin embargo, si se tiene en mente que la cimentación esta compuesta por 162 pilas cuyos diámetros van desde 1 0m hasta 2 0m apoyadas en el material firme de los depósitos profundos, más un cajón desplantado a 23 0m de profundidad, confinados por un muro perimentral que se apoya en los depósitos profundos, resulta comprensible que una cimentación de tal rigidez y condiciones de apoyo no amplifique significativamente los movimientos sísmicos en los depósitos profundos De hecho, existe evidencia experimental (ver fig 55) que muestra que efectivamente para el caso de cimentaciones profundas y rígidas, los movimientos en el terreno se atenúan significativamente (respecto a los de campo libre) y pueden ser (al menos en ciertos intervalos de periodo) semejantes o, incluso, menores a los de los depósitos profundos En esta figura el espectro en la superficie del terreno se atenua significativamente, por efecto de la interacción dinámica suelo-estructura, con respecto al espectro observado a 20m de profundidad (en arcilla blanda) y es semejante al espectro observado a 40m de profundidad (en los depósitos profundos)

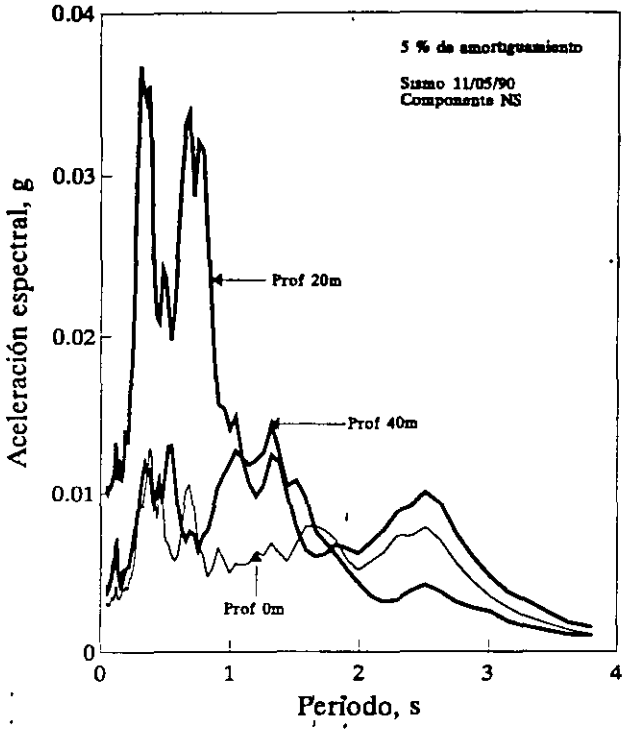


Fig 55 Efecto de la interacción y profundidad en los movimientos del terreno (mediciones bajo un edificio de la zona del lago)

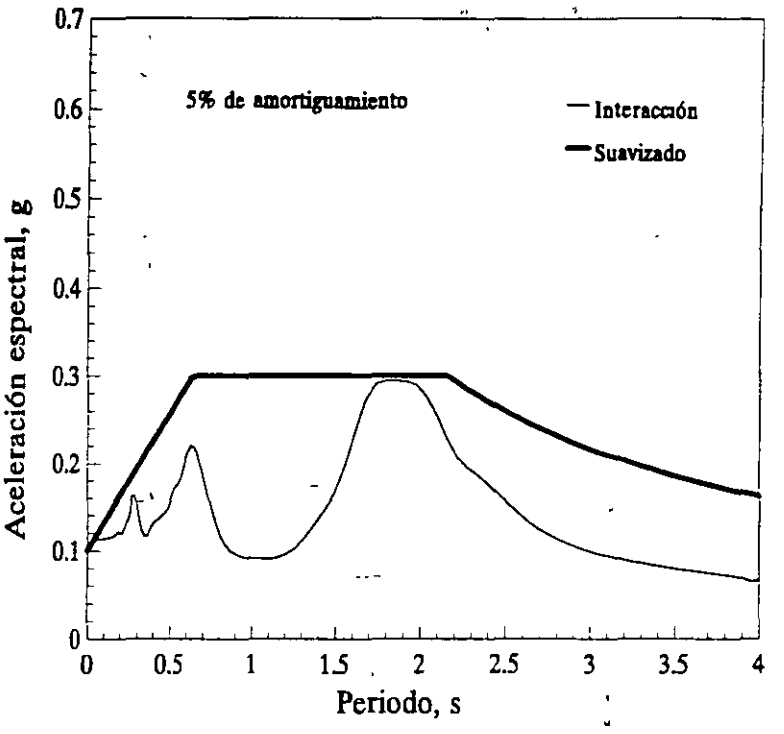


Fig 56 Espectros de interacción propuesto para el diseño del edificio

Con base en los resultados de interacción dinámica se definió el espectro suavizado de la fig 56 para el diseño del edificio Este espectro se elaboró tomando en cuenta los lineamientos del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, 1987 (RCDF 87) en el sentido de que el periodo T_a (inicio de la parte horizontal del espectro) es igual a 0 35T_s, donde T_s es el periodo (inelástico) del depósito de suelo que es de 1 80s (ver fig 51), lo cual da T_a = 0 64s El periodo T_b (fin de la parte horizontal del espectro) se obtuvo multiplicando el periodo T_s por 1.2 para tomar en cuenta las incertidumbres inherentes en la determinación del periodo natural de la torre y el (eventual) alargamiento de su periodo por el efecto de la interacción inercial El valor de T_b resulta = 2 16s La rama descendente se adoptó con una caída igual a la del espectro de la zona III consignado en el RCDF 87, el cual es proporcional a 1/T De esta manera se están incluyendo las incertidumbres que existen respecto a los diferentes mecanismos de falla estructurales que pueden generarse

La representación analítica del espectro resultante es la siguiente

$$S_a = 0\ 10 + \frac{0\ 2}{0\ 64} T \quad , \quad \text{para } \bar{0} \le T \le 0\ 64s$$

$$S_a = 0\ 30 \quad , \quad \text{para } 0\ 64 < T \le 2\ 16s \qquad (16)$$

$$S_a = 0\ 30 \left(\frac{2\ 16}{T} \right) \quad , \quad \text{para } 2\ 16 < T$$

Este espectro es elastico y para su uso (en el análisis estructural detallado del edificio) debe aplicarse en la base de la estructura, la que debe considerarse empotrada (base fija, el suelo debe excluirse) en su base (nivel de la superficie del terreno) El cabeceo del conjunto cimentación-edificio es despreciable debido a la

condición de apoyo (por punta) de las pilas en los depósitos profundos Por esto, en este caso sólo debe considerarse el modo de vibración horizontal.

5. CONCLUSIONES

Se presenta un resumen de los estudios disponibles sobre zonificación geosísmica que se han realizado en la República Mexicana Las propuestas se basan tanto en observaciones de registros de movimientos sísmicos, en donde se tienen, como en mediciones del periodo natural del terreno por medio de la técnica de microtremores En algunos lugares esta información está complementada con estudios geotécnicos que proporcionan datos relevantes sobre las características estratigráficas de los depósitos de suelo Esta información es de importancia básica en la definición del tipo de terreno. En este trabajo se propone clasificar el tipo de suelo de acuerdo con el periodo natural que se determine a partir de mediciones de vibración ambiental y estudios geotécnicos en el sitio Un depósito de suelo se clasifica como suelo tipo III si su periodo natural excede 0 75s, como tipo II si su periodo está entre 0 15 y 0 75 y tipo I si es menor que 0 15s A esta clasificación del tipo de suelo con base en periodos habrá que agregarle la capacidad que tiene el terreno para amplificar los movimientos sísmicos relativos a un terreno firme de referencia Con base en la información recabada en este trabajo sobre efectos locales se propone la fig 57 como opción para zonificar geosísmicamente una región En las ordenadas de esta figura se da la amplificación máxima del terreno y en las abscisas el periodo natural del suelo

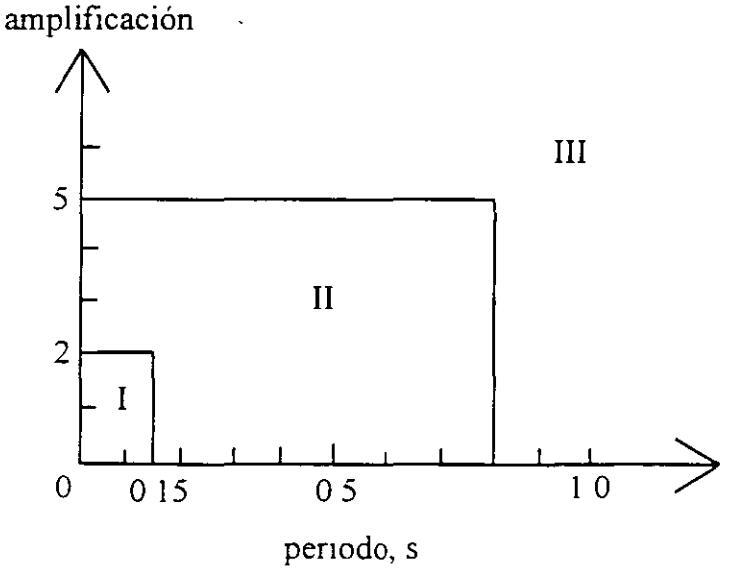


Fig 57 Propuesta para zonificar geosísmicamente una región

Se presenta la zonificación geosísmica de la República Mexicana en términos de cuatro niveles de intensidad, y se proporcionan los espectros de diseño (de campo libre) para cada una de ellas y los tres tipos de suelo Este mismo tipo de información se incluye para la ciudad de México y para varias ciudades se dan los periodos naturales que permiten definir el tipo de suelo Con estos datos es posible seleccionar el espectro de diseño correspondiente para prácticamente todo el territorio nacional Debe notarse, sin embargo, que la aplicacion directa de esta metodología puede llevar a determinaciones del medio ambiente sísmico, en un sitio específico, un tanto conservadoras debido a la poca información sobre las características de los movimientos sísmicos en muchas areas del país

Por tal motivo se recomienda que en los casos de obras civiles que así lo ameriten se realicen estudios específicos para evaluar los movimientos sísmicos de campo libre y, en su caso, de interacción En este trabajo se discuten procedimientos para tales fines Una alternativa, que se apega a los códigos de construcción vigentes en los diversos estados y el Distrito Federal, es considerar el espectro reglamentario especificado para terreno tipo I como representativo del medio ambiente sísmico de la zona bajo estudio

Luego, evaluar los efectos de sitio utilizando procedimientos de análisis unidimensionales que consideren un tren de ondas compuesto por ondas sísmicas S, y que se basen en la teoría de vibraciones casuales y del valor extremo con el fin de que se utilice directamente como excitación del depósito de suelo el espectro reglamentario En esta etapa de análisis deben incluirse las incertidumbres inherentes en la evaluación de las propiedades dinámicas de los suelos así como su respuesta ante solicitaciones sísmicas. Cuando éstas son severas, se pueden inducir efectos no lineales significativos que afecten de manera importante los movimientos de campo libre Los resultados de estos análisis usualmente se reportan en términos de un espectro medio y uno medio más una desviación estándar para varios amortiguamientos estructurales

Para condiciones del suelo y de la estructura en que el efecto de la interacción entre ambos y la cimentación sea apreciable, conviene evaluar qué tanto afecta este fenómeno a los movimientos de campo libre En este artículo se presenta un ejemplo que muestra que en el caso de suelos muy blandos, como el de la ciudad de México, las cimentaciones profundas pueden modificar significativamente los espectros de campo libre El efecto de la interacción cinemática los atenúa notablemente debido a la fijación que se induce en el edificio y a la gran cantidad de energía que se disipa por radiación En casos como el presentado en este trabajo, la cimentación profunda actúa como un disipador de energía colocado en la base de la estructura, lo cual apunta hacia la posibilidad de realizar diseños de cimentaciones acordes a las condiciones geosísmicas locales con base en estudios de interacción

6 AGRADECIMIENTOS

Los autores hacen patente su agradecimiento a Arturo Paz y Roberto Soto por su valiosa participación en la edicion de este articulo

7 REFERENCIAS

Afifi S S y Woods R D, 1971, Long-term pressures effects on shear modulus of soils, Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, Vol 97, SM10, pp 1445-1460

Anderson D G y Richart F E Jr, 1976, Effects of straining on shear modulus of clays, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol 102, GT9, pp 975-987

Anderson D G y Stokoe K H II, 1978, Shear modulus A time-dependent soil property, Dynamic Geotechnical Testing, ASTM STP 654, pp 66-90

Aki K y Larner K L, 1970, Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J Geophys Res 75, 1921-1941

Arias A, 1973, Earthquake intensity and smoothed earthquake spectra, Proc 5th World Conf on Earthq Engng , Roma

Auvinet G, 1976, Información general acerca del subsuelo de 17 ciudades de México, Puebla, Pue , Memorias de la VIII Reunion Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Vol II, pp 183-210

Bárcena A y Romo M P, 1993, RADSH Programa de computadora para analizar depósitos de suelos estratificados horizontalmente sujetos a excitaciones dinámicas aleatorias, Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, febrero

Cuanalo O, 1993, Estudio experimental de interfase arcilla-concreto, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, División de Estudios de Posgrado

Chávez-García F y Cuenca J, 1995, Site effects and microzonation, presentado para su posible publicación en Earthquake Spectra

Chávez-García F J et al, 1995, Seismic microzonation of the city of Puebla, Mexico, Proc Third Intl, Conf on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol II, pp 545-548, April

Che J C, Lysmer J y Seed H B, 1981, Analysis of local variations in field seismic ground motion, Report No UCB/EERC-81/03, University of California, Berkeley

Dobry R and Vucetic M, Dynamic properties and seismic response of soft clay deposits, Proceedings International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soil, 2, 49-85

Esquivel R, 1976, Información general acerca del subsuelo de 17 ciudades de México, Jalapa, Ver., Memorias de la VIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Vol II, pp 95-101, noviembre

Esteva L y Ordaz M, 1989, Riesgo sísmico y espectros de diseño en la República Mexicana, Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM

Gama G A, 1992, Propuesta de microzonificación sísmica para la ciudad de Chilpancingo, Guerrero, Tesis de Maestría, Instituto Politecnico Nacional

Gutenberg B, 1957, Effects of ground on earthquake motion; Bull. Seismological Society of America, Vol 47, pp 221-250

Gutiérrez C et al, 1989, Registro de temblores pequeños y medición de microtremores en Acapulco para microzonificación de la ciudad, VIII Congreso Nal. de Ing Sísmica, SMIS, Vol 1, pp A41-A50

Hardin B O y Black W L, 1968, Vibration modulus of normally consolidated clay, Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, Vol 94, SM2, pp 353-368

Hardin B O y Drnevich V P, 1972, Shear modulus and damping in soil design equations and curves, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol 98, GT7, pp 667-692

Haskell, N A, 1960, Crustal reflection of plane SH waves, J Geophys Res 65, 4147-4150

Idriss I M, 1985, Evaluating seismic risk in engineering pratice, Proc XI ICSMFE, Vol 1, pp 255-320

Jara et al, 1993, Zonificación sísmica de la ciudad de Morelia, Michoacán, Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, pp 175-181

Joyner W B y Boore D M, 1988, Measurement, characterization and prediction of strong ground motion, Proc of the Conference Earthquake Engineering and Soil Dynamics II, ASCE, pp 43-102, june

Kelleher J, Skyes L y Oliver J, 1973, Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major plate boundaries of the Pacific and the Caribbean, J Geophysics Research, 78 (4), pp 2547-2585 (citado por Esteva y Ordaz, 1989)

Lermo J et al, 1989, Estimación de periodos dominantes y amplificación relativa del suelo en la zona urbana de Colima, Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, Vol I, pp A51-A61

Lermo J et al, 1989, Estudio del periodo dominante del suelo en la zona urbana de Ciudad Guzmán, Jal., Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, Vol I, pp A87-A96

Lermo J y Chávez-García F, 1994, Are microtremors useful in site response evaluation ?, Bulletin of the Seismological Soc of America, vol 84, No 5, 1350-1364

Lermo et al, 1995a, Efectos de sitio en la ciudad de Jalapa, México Microzonificación sísmica preliminar, Memorias del XX Congreso Nacional de la Academia Nacional de Ingeniería, julio, en prensa

Lermo J et al, 1995b, Efectos de sitio en el Puerto de Veracruz, México Microzonificación sísmica preliminar, Memorias del XX Congreso Nacional de la Academia Nacional de Ingeniería, julio, en prensa

Lysmer J y Drake L A, 1992, A finite element method for seismology, Methods in Computational Physics, Vol II, Cap 4, pp 181-216, Academic Press

Moser F, 1990, Estratigrafía y estructuras del Valle de México, Memorias del Simposio El Subsuelo de la Cuenca del Valle de México y su Relación con la Ingeniería de Cimentaciones a Cinco Años del Sismo, SMMS, pp 29-36

Nakamura Y, 1989, A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface, QRT of RTRI, vol 30, No 1, 25-33.

Ordaz M y Singh S K, 1992, Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, Bull Seism Soc. Am , 82 , pp 24-43

Ovando E, Jurado T, Méndez E y Camacho L, 1989, Recopilación y análisis de datos geotécnicos de Acapulco, Informe Técnico, Fundación Javier Barros Sierra, México

Ovando E y Romo M P, 1990, Direcciones principales de movimiento en la ciudad de México, Informe Interno. Instituto de Ingeniería, UNAM

Ovando E y Romo M P, 1991, Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayes de cono, Sismodinámica, 2, pp 107-123

Ovando E y Romo M P, 1992, Geotechnical aspects for the microzonation of Acapulco, Memorias X Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, Madrid, 6179-6185

Ovando E, Romo M P y Díaz L, 1993, Ground movements in Mexico City during recent earthquakes, Proc., Third International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, St Louis, Mo , vol III, 1769-1775

Ovando E, Contreras R y Sámano A, 1995, Seismic cone-test in Mexico City, Memorias, X Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Guadalajara, México (en prensa)

Reid H F, 1910, The California earthquake of April 18, 1906, The Mechanics of the Earthquake, Vol 2, Report of the State Earthquake Investigation Comission, Carnegie Institute of Washington, Publication 87, Washington D C (cited by Shearer and Orcutt)

Romo M P, 1976, Soil-structure interaction in a random seismic environment, PhD dissertation, University of California, Berkeley

Romo M P et al et al, 1981, PLUSH A computer program for probabilistic finite element analysis of seismic soil-structure interaction, Report No UCB/EERC 77-1, University of California, Berkeley

Romo M P y Jaime A, 1986, Características dinámicas de arcillas del valle de México y respuesta sísmica del suelo. Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al DDF, abril

Romo M P, 1987, Fundation engineering in Mexico City Seismic aspects, Proceedings International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils, 2, 213-224, ciudad de México

Romo M P y Seed H B, 1987, Analytical modelling of dynamic soil response in the Mexico Earthquake of Sept 19, 1985, Proc of the Intl Conf The Mexico Earthquakes-1985, ASCE, pp 148-162

Romo M P, Jaime A y Taboada V, 1988, Comportamiento cíclico de arcilla normalmente consolidada de la ciudad de Mexico, Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México

Romo M P, 1990, Determinación de espectros de respuesta específicos para Acapulco, Gro., Informe Instituto de Ingeniería, UNAM, al Gobierno del Estado de Guerrero, marzo

Romo M P, 1991, Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México y sus repercusiones en la ingeniería de cimentaciones, Sismodinámica, 2, pp 125-143

Romo M P y Bárcena A, 1992, Análisis de interacción dinámica suelo-estructura en la ciudad de México, Informe Instituto de Ingeniería, UNAM, al DDF, noviembre

Romo M P y Ovando E, 1994, Comportamiento dinámico y estático de los suelos de los proyectos Alameda y Torre Chapultepec, Informe Instituto de Ingeniería, UNAM, a Reichmann International, junio

Romo M P y Ovando E, 1995, A model for the dynamic behavior of a Mexican marine clay, Memorias, X Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Guadalajara, México (en prensa)

Rosenblueth E, 1952, Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos, Ediciones ICA, Serie B, 14, pp 3-12, México

Rosenblueth E, 1987, Modelos probabilísticos de la ocurrencia de temblores, Memorias del Simposio Generación, Propagación y Efectos de Temblores, SMMS, SMIS, SMF, UGM, abril

Rosenblueth E, Ordaz M, Sánchez-Sesma F y Singh S K, 1989, Design spectra for Mexico's Federal District, Earthquake Spectra, 5, No 1, pp 273-291

Rosenblueth E y Ovando E, 1991, Geotechnical lessons from Mexico City and other recent earthquakes, Proc Second Int Conf on Recent Advances in Geotech Earth Engng and Soil Dynamics, vol II, 1799-1811, Univ of Missouri, Rolla

Sánchez-Sesma F J, 1995, The computation of site effects during strong ground motion, in Computer Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures, editado por D E Beskos, en preparación

Seed H B y Sun J I, 1989, Implications of site effects in the Mexico City earthquake of Sept 19, 1995 for earthquake-resistant design criteria in the San Francisco Bay area of California, Report No UCB/EERC-89/03, march

Singh S K, Bazán E y Esteva L, 1980, Expected earthquake magnitude at a fault, Bull Seism Soc Am , 70, pp 903-914

Singh S K y Ordaz M, 1990, Sismicidad y movimientos fuertes en México Una visión actual, Informe CENAPRED, noviembre

Singh S K et al, 1993, Efectos de sitio en la zona de terreno firme del valle de México, Mems X Conf Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, pp 119-124

UIS, 1993, Base Nacional de Datos de Sismos Fuertes Catálogo de Estaciones Acelerográficas 1960-1992, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica

Suárez G, 1991, El sismo de Jalapa del 3 de enero de 1920, Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, 42, pp 3-15

Technical Committee for Earthquake Geotechnical Engineering, 1993, Manual for zonation on seismic geotechnical hazards, Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, December

Thomson W T, 1950, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, J Appl Phys. 21, 89-93

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INITIAL DYNAMIC STIFFNESS OF MEXICO CITY CLAY FROM FIELD TESTS

EXPOSITOR: DR EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Proc 11 WCEE
Acapulco, Mexico

INITIAL DYNAMIC STIFFNESS OF MEXICO CITY CLAY FROM FIELD TESTS

E. OVANDO-SHELLEY

Instituto de Ingeniería, UNAM
Coyoacán 04510, Mexico City

ABSTRACT

This paper presents expressions that correlate shear wave velocities with CPT strengths for soils in Mexico City. The correlations were derived using cavity expansion theory and hyperbolic stress-strain models. Results of field experiments are used to calibrate the correlations, point our their limitations and propose a method which is useful in practical problems dealing with the seismic response of soft clay deposits.

KEYWORDS

Shear moduli, shear wave velocity; field tests; correlations; CPT soundings

INTRODUCTION

Stress-strain relationships to model the seismic behaviour of soils often specify the functions that relate shear modulus with strain and are expressed, on many occasions, in terms of the value of the shear modulus, G, at small strains. This value is usually denoted by G_{max} since shear moduli generally adopt their maximum value when shear strains are smaller than about 10^{-3} %. Field tests to measure shear wave velocities, V_s, are particularly well suited for obtaining values of G_{max}, as they commonly induce even smaller strains in the soil mass.

Approximations to V_s and consequently to G_{max}, can be obtained from correlations with the results of geotechnical soundings like the standard or the cone penetration tests (SPT or CPT). These correlations are extremely useful in regional analyses, preliminary studies or in less-than-desirable situations where it is simply not possible to perform field or laboratory tests to obtain dynamic soil properties. This paper presents the derivation of correlations between shear wave velocities and cone penetration resistance, q_c, for soils in Mexico City by interpreting a CPT sounding with cavity expansion theory and, also, by assuming that soil behaviour is adequately modelled with hyperbolic stress-strain relationships.

FIELD TESTS

Shear wave velocities were determined from the results of down-hole and suspension logging tests performed in 15 sites within the lake zone in Mexico City. The former type of test is well known and the latter, developed by Oyo Corp during the late 70's and early 80's, is described *in extenso* elsewhere (e. g. Kitzunesaki, 1980). CPT soundings were performed at each of the test sites so that profiles of V_s and q_c against depth were available in each of them, as exemplified by the graphs presented in figs 1 and 2.

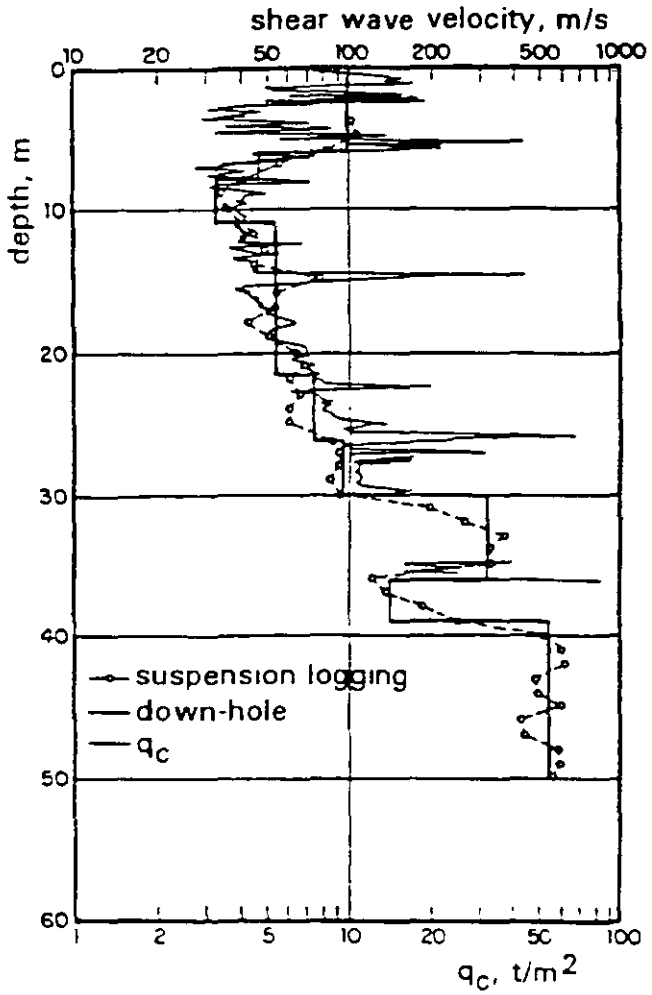


Fig 1 CPT sounding and shear wave velocity profiles in a site in the pre-loaded lake bed

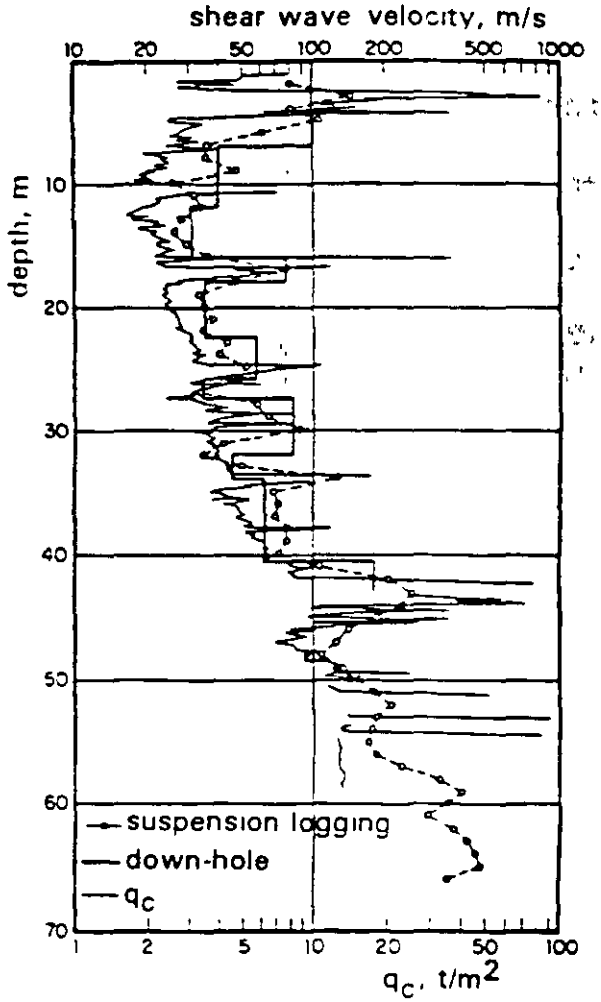


Fig 2 CPT sounding and shear velocity profiles for a site in the former Xochimilco-Chalco lake

Stratigraphy at the test sites is characterized by the presence of highly compressible lacustrine clays. Two main clay strata were identified in each of the soundings. The first one extends from about 3 to 5 m. down to depths that vary between 30 to 40 m The second one is separated from the upper clays by a much harder silts and silty sands that constitute the first hard layer, usually 2 to 3 m thick The lower clay stratum is less compressible and has been subjected to increases in effective stresses brought about by deep well pumping, its base is located at depths that vary between 40 and 50 m. Numerous studies have demonstrated that most of the seismic amplification effects for which Mexico City is so notorious occur within these two clay strata (e. g. Romo and Ovando, 1995).

DERIVATION OF CORRELATIONS

Penetretation resistance and undrained shear strength

For the Mexico City clays, the following empirical relationship relates undrained shear strength, c_u, with q_c:

$$c_u \approx \frac{q_c}{N_k} \tag{1}$$

where N_k is a correlation coefficient that depends on soil type and on the shape and size of the penetrating tip. This expression has been used in the Mexico City area for several decades now and is backed by the results of large amounts of CPT and static unconsolidated undrained triaxial tests from which it has been found that N_k varies between 10 and 14 (Santoyo *et al*, 1989). In establishing a relationship between V_s and c_u, undrained strength must be interpreted as a dynamic parameter and consequently, the value of the coefficient parameter can be expected to be lower.

Relationships between q_C and V_S from cavity expansion theory

Classical plasticity has been used to study the longitudinal expansion of a cylindrical cavity within an elasto-plastic medium (Hill, 1950). The same theory has been applied to estimate the point bearing capacity of piles (Ladanyi, 1967) and can also be used to interpret a CPT test. The internal pressure required to produce a continuous longitudinal expansion of such a cavity, p_i, is related to the stress state within the soil mass before the expansion of the cavity and to soil properties. Assuming that the soil behaves like a perfect elasto-plastic solid, p_i can be expressed as (Ovando and Romo, 1992)

$$p_i = p_0 + \frac{2}{3} q_p \left[1 + \ln\left(\frac{2E_p}{3q_p} \right) \right] \tag{2}$$

where p_0 is the mean effective stress before the expansion of the cavity; E_p stands for undrained Young's modulus at half the deviator stress at failure ($= q_p$). In the case of a CPT test, p_i is related to tip penetration resistance and the soil's undrained strength

$$q_c = p_i + q_p \tag{3}$$

with the usual values of N_k,

$$q_c = c_u N_k \approx p_i \tag{4}$$

It is convenient to express the mean effective stress in terms of q_c. To this end, p_0 must first be expressed as a function of the vertical effective stress, σ_v. Next, it is assumed that the ratio between undrained strength and vertical effective stress is constant, $c_u / \sigma_v = \beta$. Hence,

$$p_0 = \frac{(1 - 2K_0)}{3\beta} \frac{q_c}{N_k} \tag{5}$$

where K_0 is the coefficient of earth pressure at rest.

Introducing p_0 into equation (2), and taking into account that $E_p = 2\rho(1+\nu)V_s^2$, an expression for V_s is obtained:

$$V_s = \sqrt{\frac{3\rho q_c}{2N_{kc}(1+\nu)} \exp\left[\frac{3N_{kc} - 4}{4} - \frac{1}{2\beta} \right]} \tag{6}$$

Non-defined terms are mass density, ρ, and Poisson's ratio, ν; it was also assumed that $K_0 = 0.5$.

Use of hyperbolic functions

Relationships between shear wave velocity and penetration resistance can also be obtained assuming that the stress-strain behaviour can be represented by a hyperbolic model. Take, for example, the Ramberg-Osgood model:

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \alpha\left|\frac{\tau}{c_u}\right|^{r-1}} \tag{7}$$

where τ and γ are shear stresses and strains, respectively, α and r are experimentally determined parameters An equivalent expression to equation (7) is:

$$\alpha\frac{\tau^r}{c_u^r} + \frac{\tau}{c_u} = \frac{\gamma}{\gamma_r} \tag{8}$$

where γ_r is the reference strain, $\gamma_r = c_u/G_{max}$. If $\gamma \to 0$ in the equation above, the left hand side of the equation will also tend to zero. However, since the value of r for the Mexico City clay is about 2 (Jaime, 1987), the term containing this exponent will approach zero faster. Hence,

$$\frac{\tau}{c_u} \approx \frac{\gamma}{\gamma_r} \tag{9}$$

Making the appropriate substitutions one finds that

$$= \sqrt{\frac{q_c}{\rho\Lambda_{sh}\gamma_r}} \tag{10}$$

Λ_{sh} is another coefficient of correlation

COMPARISON WITH FIELD MEASUREMENTS

Penetration values obtained from formulas (6) and (10) were used to estimate shear wave velocities and the results were then compared with measured values of . In using equation (6), it was assumed that $\beta = 0.26$, which appears to be a reasonable hypothesis for normally consolidated or lightly overconsolidated soils, like those found in Mexico City. In order to use equation (10), the value of γ_r, which depends strongly on soil plasticity, must be specified first. Results of cyclic triaxial and resonant column tests performed previously were used to assign values to γ_r (Romo, 1995).

Soil type and stress history will influence shear wave velocity and consequently, the field data were grouped following two criteria The first one takes into account the location of the test site and whether it has been subjected to significant external overburdens Accordingly, it was possible to separate shear wave velocity data from three different zones: the virgin lake Texcoco bed (sites with no significant external loads), data from the heavily urbanized core of the city (pre-loaded lake Texcoco bed) and,

finally, data from the southernmost portion of the Mexico City basin (Xochimilco-Chalco lake bed). The other criterion is stratigraphical and it distinguishes between the highly plastic clay formations and the harder non plastic materials that form the first hard layer and the dessicated surficial crust.

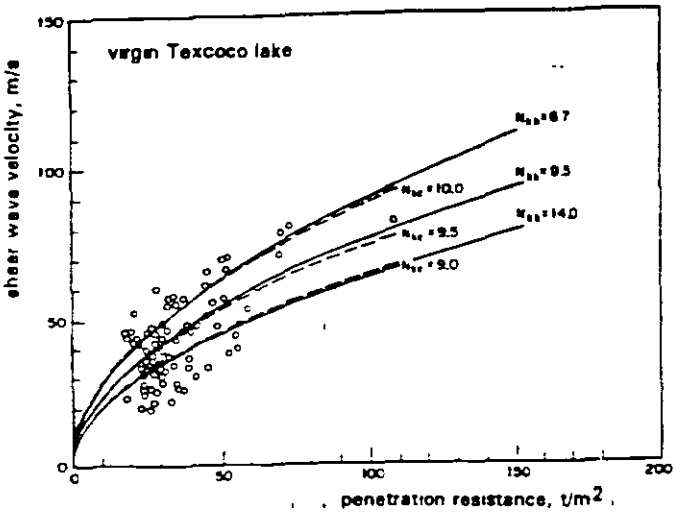


Fig 3 Shear wave velocity against penetration resistance. Virgin Texcoco lake

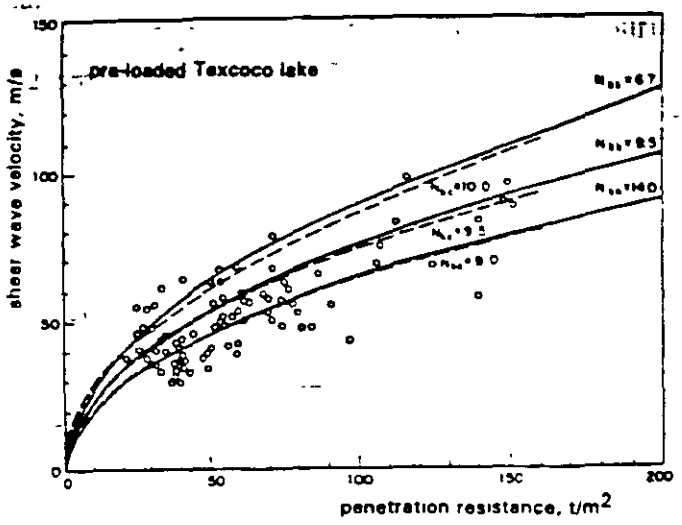


Fig 4 Shear wave velocity against penetration resistance. Pre-loaded Texcoco lake

The graphs in figs 3 to 5 show the results obtained for the clayey soils from the three zones mentioned previously. In the case of non-plastic materials, the experimental data can be accomodated in a single graph, irrespective of the location of the test sites, fig 6. Mean values obtained with either equation (6) or (10) are roughly equivalent. As expected, field values show a rather large scatter due to several factors, like experimental errors in the measurement of q_c and , The hypotheses assumed for deriving the correlations may not necessarily simulate actual soil behaviour in the field and will also contribute to the observed dispersion, the same is true in regard to the uncertainties involved in assigning values to some of the parameters However, the correlations do follow the expected trends and for practical applications the scatter can be reduced making an additional consideration

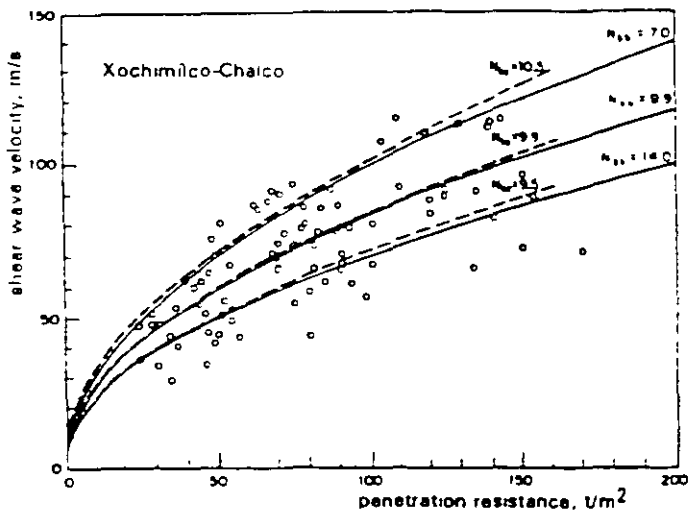


Fig 5 Shear wave velocity against penetration resistance Xochimilco-Chalco lake

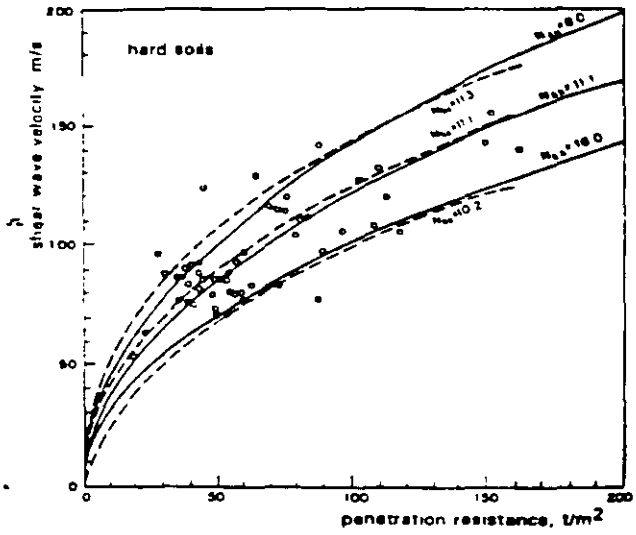


Fig 6 Shear wave velocity against penetration resistance. Non plastic soils in the totality of the ancient lake beds in the Valley of Mexico

The elastic relationship between the dominant period, T_0, of a soil deposit of depth H and mean shear wave velcity, $\hat{}_s$ is $T_0 = 4H/\hat{V}_s$. The value obtained thus agrees well, in general, with dominant periods determined experimentally in many sites in Mexico City from ambient vibration studies or from surficial movements recorded during earthquakes, even for large magnitude events like those that occurred in 1985 (Lermo *et al*, 1990) due to the fact that Mexico City clay exhibits nearly elastic behaviour at rather large strains levels, as has been shown and discussed previously (e. g. Romo and Ovando, 1995). An expression for $\hat{}_s$ is:

$$\bar{\hat{V}}_s = \frac{H}{\sum_{i=1}^{n} \frac{h_i}{V_{si}}} \qquad (11)$$

where h_i and $_{si}$ are the thicknesses and the shear wave velocities of the strata that consitute the soil deposit.

The procedure for using equation (6) or (10) is to first determine the dominan: period from ambient vibration measurements, which is cheap and pretty straight forward or, alternatively, from maps of equal period contours like those included in the Mexico City Building Code. Secondly, to find a combination of $_{si}$ values obtained from either of these equations, within the bounds of dispersion indicated in figs 4 to 6, such that it satifies (10) and (11). In doing so, due regard must be given to stratigraphical variations observed in the results of any CPT sounding This procedure reduces the scatter in the values of shear wave velocity.

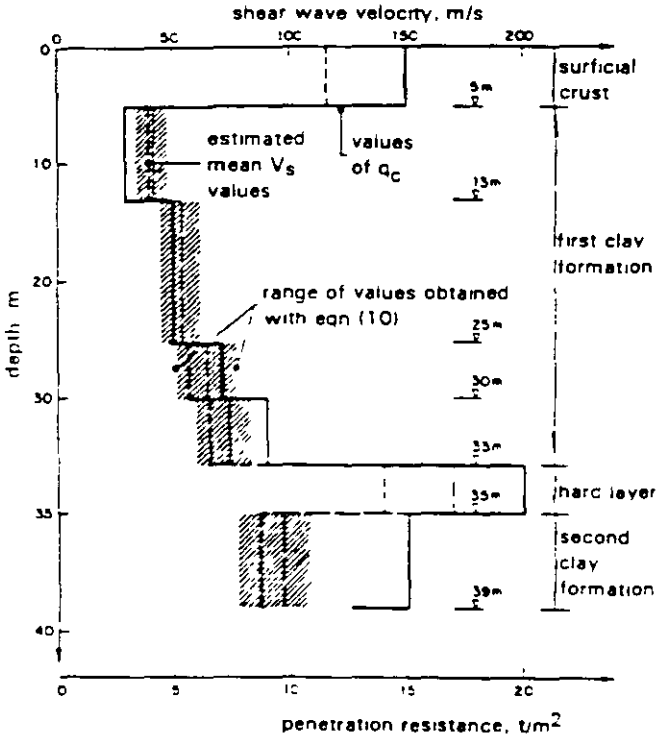


Fig 7 Simplified CPT and shear wave velocity profiles for a site in the pre-loaded Texcoc. lakebed

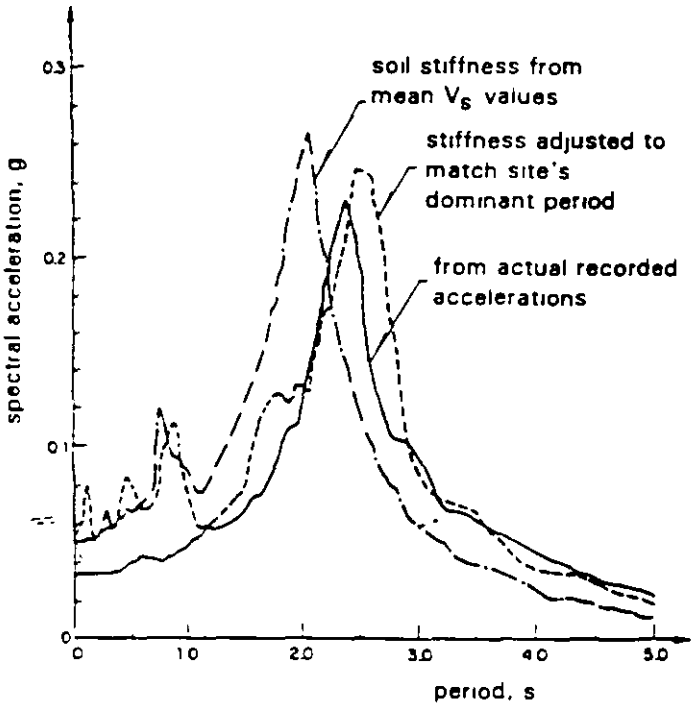


Fig 8 Response spectra from recorded accelerations and from 1-D analyses. The site is located in the pre-loaded Texcoco lakebed

EXAMPLE

The use of the proposed correlations and the suggested procedure for applying them is illustrated with results of a CPT sounding performed at a site within the old lake bed in Mexico City. The simplified profile is shown in fig 7, together with the shear wave velocities estimated with equation (10). Surface acceleration records obtained during the 25 April, 1989, earthquake were available at that site. The data given in figure 7 were used to model the stratigraphy. Surficial movements along one of the horizontal components were calculated using a one dimensional wave propagation model (Schanbel *et al*, 1972), using as input motion a record obtained at a hard soil site in the hills of the city. The response spectra shown in fig 8 (5 % damping) were obtained from the actual accelerograms and from the movements calculated with the 1-D model. As indicated there, one of the response spectra was obtained from a model in which shear wave velocities are the mean values predicted by equation (10), i. e. $N_{kt} = 9.5$, whilst the other one was obtained adjusting the values of shear wave velocity within the bounds indicated in fig 7, until the site's natural period was matched. This spectrum closely agrees with the one obtained from the actual surficial accelerations.

CONCLUSIONS

Cavity expansion theory can be used to interpret CPT soundings and to relate soil stiffness and strength. Other relationships between stiffness and strength can be obtained postulating that dynamic soil behaviour can be adequately represented with hyperbolic stress-strain models. Both these approaches were used to justify the correlations between penetration resistance, obtained from CPT soundings, and shear wave velocity.

Shear wave velocities obtained from down-hole and suspension logging tests, together with the results of CPT soundings were used to calibrate the proposed correlations. Experimentally determined data follow the expected trends but show considerable scatter and the correlations must therfore be used judiciously. A site's dominant period reduces the uncertainty involved in using the proposed correlations and may lead to very satisfactory estimations of actual response spectra in Mexico City.

The correlations derived in this paper provide useful approximate estimates of the shear wave velocity profiles from CPT soundings and also give an idea of their range of variation but must never be used to substitute field or laboratory tests to obtain dynamic soil properties

REFERENCES

Hill, R (1950) *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, Oxford, United Kingdom

Jaime, A. (1987) *Caracteristicas dinámicas de la arcilla del valle de México*, tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM

Kitsunesaki, C (1980) A new method for shear wave logging, *Geophysics*, 45, 110

Ladanyi, B. (1967) Deep punching of sensitive clays, *Memorias del Tercer Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones*, 1, 533-546, Caracas, Venezuela

Romo, J . Cabrera, R., Cesati, G y Ortega R (1990) Estimación del período dominante en 18 sitios del Distrito Federal, *Memorias XV Reunión Nacional de Mecánica Suelos*, 1, 55-68, San Luis Potosí, México

Ovando, E. y Romo, M. P. (1992). Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayes de cono, *Sismodinámica*, 2, 107-123

Romo, M.P. (1995). Clay behavior, ground response and soil-structure interaction studies in Mexico City, State of the Art Paper, *Proc. Third Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earth. Engng. and Soil Dynamics*, Univ. of Missouri, Rolla, St. Louis, Mo.

Romo, M. P. and Ovando, E. (1995). Geoseismic zonation in Mexico and its application for design spectra computations, State of the Art Paper, *Proc. Xth Panamerican Conf. on Soil Mech. and Found. Engng., vol. 4, Guadalajara*, México

Santoyo, E., Riqing, L. X. y Ovando, E. (1989). *El Cono en la Exploración Geotécnica*, TGC Geotecnia, México

Schnabel, P. B., Lysmer, J. y Seed, H. B. (1972). *SHAKE: A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, rep. UCB/EERC-72/12*, Universidad de California, Berkeley

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

PRUEBAS DE CONO SISMICO EN LA CIUDAD DE MÉXICO

EXPOSITOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Mexico D.F. Apdo. Postal M-2285
Fax: 5510-0573 552 41 25

Proc X Panam Conf
Guadalajara, Mex
Vol 2

SEISMIC CONE TEST IN MEXICO CITY
PRUEBA DE CONO SÍSMICO EN LA CIUDAD DE MÉXICO

E. Ovando-Shelley
Instituto de Ingeniería, UNAM

R. Contreras
Instituto de Ingeniería, UNAM

A. Sámano
Instituto de Ingeniería, UNAM

SYNOPSIS. The Instituto de Ingeniería, UNAM, developed a seismic CPT device. This paper discusses and analyses the results of a test performed in a soft clay site in Mexico City. Test results are shown to be consistent with local stratigraphy and soil types. Previously developed correlations between static CPT penetration resistance and shear wave velocity agree well with the seismic CPT results. A series of cyclic triaxial tests revealed that initial stiffness obtained with these tests and those derived from the seismic cone test depends exponentially on relative consistency.

1 INTRODUCTION

1.1 General background

Any theoretical model for calculating the seismic response of layered soil deposits requires that strata be characterized by means of appropriate parameters. The simplest form of characterizing soils for dynamic analyses is by specifying the shear modulus, G, and the energy dissipation characteristics of each of the strata, most commonly through an equivalent viscous damping ratio, λ. Adoption of these parameters carries the implicit assumption that soil behaviour can be described by means of a viscous elastic model, linear or non linear. Many problems in soil dynamics can be solved accurately enough with such a model

G and λ are strain dependent parameters and it has long been established that the former decreases with increasing strain levels whereas the latter is small at low strain values and grows as strain increases These parameters can be obtained using a number of laboratory devices over various ranges of strain Shear moduli can also be obtained indirectly from field tests in which the actual parameter measured is the time of arrival of P or S waves generated artificially. Wave propagation velocities and elastic soil moduli --shear and Young's moduli-- are obtained from these. For earthquake related problems, G is derived from the following elastic relationship:

$$G = \rho V_s^2 \qquad (1)$$

where V_S is the shear wave propagation velocity and ρ is the mass densitiy of the soil traversed by the shear waves. Strains associated to the moduli obtained from field tests are rather small, typically of the order of 10^{-4} % or less. These strain levels are at least one order of magnitude smaller than the strains associated to values of G determined in the laboratory with resonant column tests, cyclic triaxial tests or monotonic triaxial tests with internal strain measurements. For practical purposes, G values obtained from field tests are taken to be good estimates of the maximum or initial stiffness of soils.

Cross-hole, up-hole or down-hole geophysical techniques have been used extensively by geotechnical engineers and geophysicists for determining profiles of E or G with depth. New devices like the suspension logging probe have been developed more recently (Kitsunezaki, 1980). The down-hole surveying technique has also been adapted and can now be used together with a static penetrometer. The device is known as the seismic cone or seismic CPT and was developed initially by Robertson et al (1986) Its basic principle of operation is illustrated in fig 1. Geophones for logging waves generated at the surface are installed near the cone tip which is coupled to standard perforation bars. Other similar devices have also been developed elsewhere (e. g., Stephenson and Barker,. 1992). Seismic CPT provides a cheap alternative for obtaining seismic wave velocity profiles as it doesn't require previous borings or casings and, in soft soils, a small drilling machine can be used to drive the perforation bars and the tip containing the geophones.

A seismic CPT device is under development at the Instituto de Ingeniería, UNAM Trial tests in several soft soil sites in Mexico City are very encouraging (Ovando et al, 1993, Ovando et al 1994). The results of one such test are analyzed and discussed in this paper Several resonant column and cyclic triaxial tests were also performed at the site and the results of these are confronted with those obtained with the seismic cone.

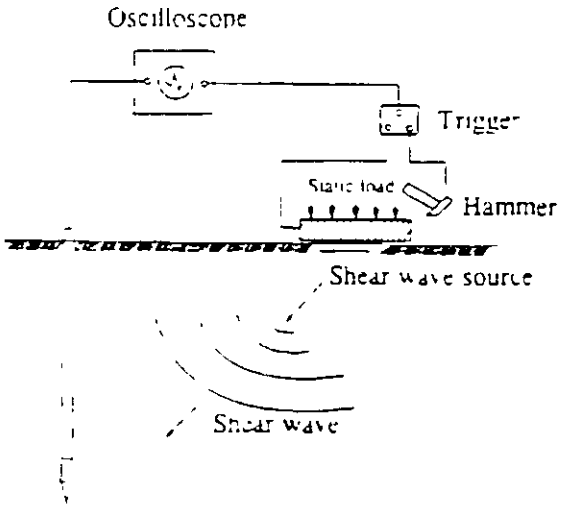


Fig 1 Seismic cone penetrometer (after Robertson et al 1986)

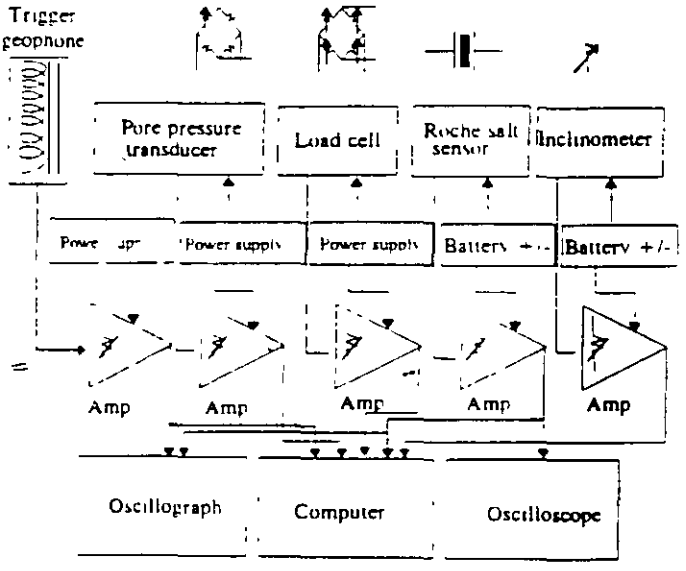


Fig 2 Schematic view of the seismic cone devolped at UNAM

1.2 Previous field studies for determining dynamic soil properties in Mexico City

Despite the importance of field tests for characterizing soil deposits in terms of their dynamic properties, its use in practical applications in Mexico City is still not widespread. Early determinations of dynamic moduli using seismic refraction and cross-hole tests were performed in the 60's and 70's (Figueroa, 1964; Martínez et al, 1974). After the 1985 earthquakes, extensive cross-hole testing was performed by the Mexican electricity board (Comisión Federal de Electricidad) (Benhumea and Vázquez, 1988). Later, down-hole and suspension logging tests were performed in 13 soft soil sites in Mexico City (e.g. Jaime et al, 1987; Ovando and Romo, 1991). Additional suspension logging tests were performed by geophysicists from the Oyo Corp. in 1990 (Yamashita, 1990) Lermo et al (1990) present the results of ambient vibration studies as well a summary of the data available on the dynamic properties of the Mexico City clays obtained from in situ tests

2 EXPERIMENTAL TECHNIQUES

2 1 Characteristics of the equipment used

The seismic cone developed at UNAM is represented schematically in fig 2 and its main components are succinctly described below.

Roche salt sensors These are piezoelectric granules bonded in a pastille that is glued to a tube coupled to the conical tip of the device. They work like piezoelctric accelerometers and were originally designed to measure high frequency vibrations in tubes induced by cavitation (Guarga et al 1985) They have a flat frequency response curve between 3 and 1,000 hz.

Signal conditioning. The seismic cone is provided with a pre-amplifier near the sensors; a second amplifier is located in the surface and its output is fed directly to visual display units or to a digital to analogue card Pass band filters are also included in the signal conditioning unit

Data logging and displa\ During the experiments, signals may be viewed in an oscilloscope or may be registered in a galvanometri or llograh All the signals are digitized with a 12 bit analogue to digital converter and may also be displayed in a portable computer. The sampling frequency is typically set at 1000 hz

2 2 Data reduction and processing

Digitized data are processed to facilitate further analysis A base line correction is first applied and the records shortened to eliminate unwanted data Later, the signals are passed through a digital Butterworth filter with a pass band set at 5 and 200 hz After filtering, which is performed in the frequency domain, signals are converted into time series. These can be used to obtain arrival times directly, i e with the difference between the start times of the trigger signal and the signal logged with piezoelectric sensors or by using the cross correlation function of these two signals, R_{ab}

$$R_{ab}(\tau) = E[a(\tau)b(t+\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)b(t+\tau)dt \qquad (2$$

where E[.] is the expected value of the argument. The delay time between signals a and b corresponds with the value of τ at which R_{ab} adopts its maximum value.

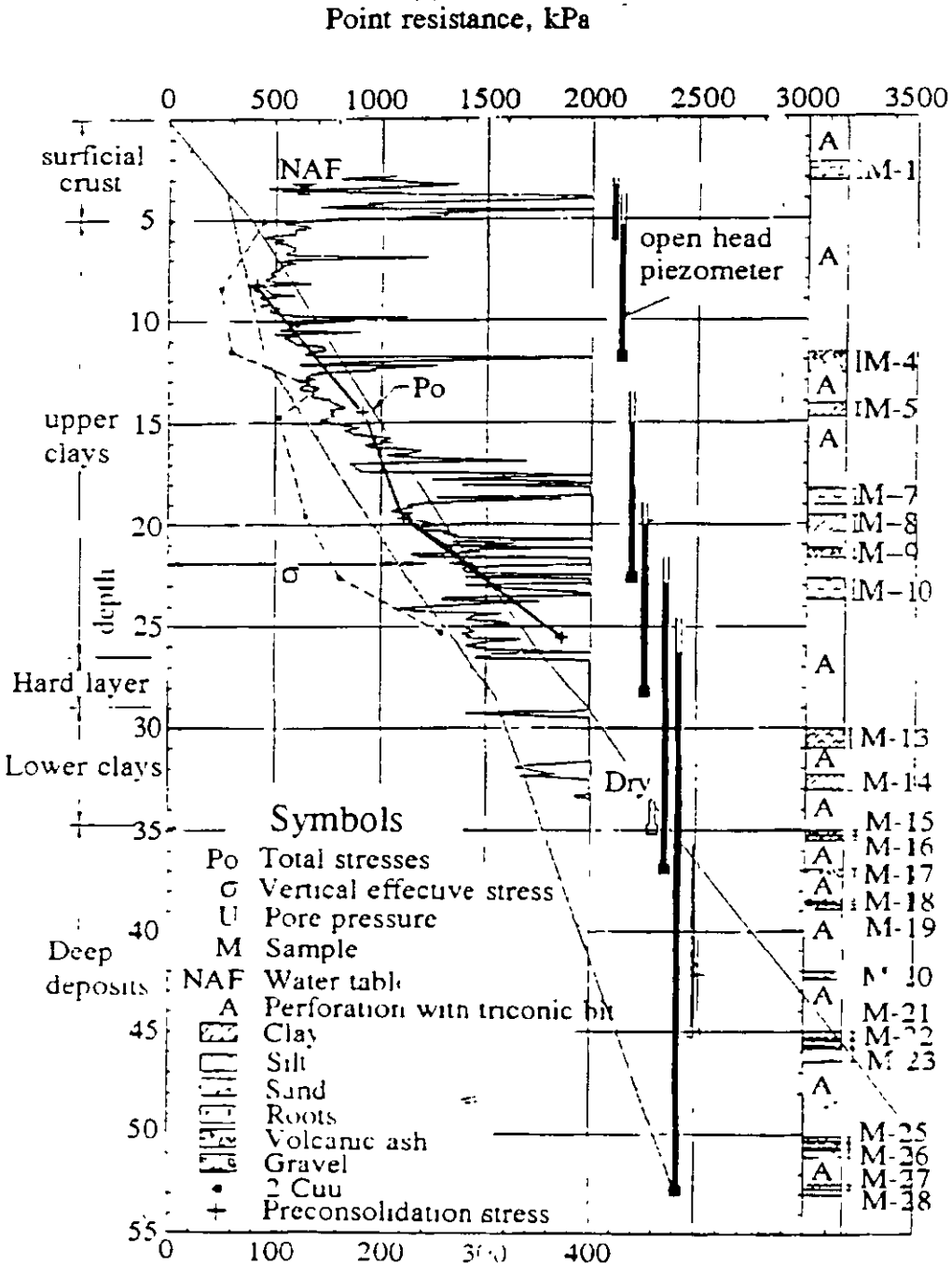


Fig 3 Geotechnical Conditions at the site

3. FIELD AND LABORATORY EXPERIMENTAL RESULTS

Samples of natural clays were retreived from a site within the lake zone in Mexico City. The Institute of Engineering, UNAM, as well as a firm of private consultants have been studying the site over the last few months; consequently, soil conditions are well documented. Site investigation included several Dutch cone penetration tests as well as soundings to obtain undisturbed samples; a station with several open end piezometers was also installed. Traditional triaxial compression and consolidation tests were also performed. Laboratory and field test results as well as a detailed knowledge of the stratigraphy provide a convenient framework with which to interpret the seismic cone tests performed in this research. The experiments carried out in conncection to this research consisted in a seismic cone test as well as seven cyclic triaxial tests performed on soft clay samples retreived from the site

3.1 Geotechnical background

The stratigraphy at the site is best illustrated by making reference to a penetration test performed there. The test was carried out using a Dutch cone penetrometer to sound the softer soils, down to 35 m, perforation with a triconic bit was used thereafter, down to a depth of 55 m. The relevant strata for the purposes of this paper are the soft clays that, interspersed with harder silty sands, sands and gravelly materials, extend down to the depth that can be studied with the Dutch cone. The graph presented in fig 3 shows the results of one of the penetration tests. The distribution of pore pressures and of effective vertical stresses at the site is also given in that figure.

3.2 Seismic cone test

The seismic cone test was performed using the array indicated schematically in fig 1, to generate shear waves. The graphs given in fig 4 are examples of the signals logged during the seismic cone test. The first two graphs are the signals registered with the geophones and with the trigger near the wave source (reference signals), respectively. The traces at the bottom of the figure are the cross correlation functions obtained with equation (2), using the two other signals. Arrival times are plotted as a function of depth in fig 5 and, finally, the shear wave velocity values derived from successive arrival times at any two depths is indicated in Table 1. Velocities estimated with correlations between point penetration resistance and shear wave velocity are also indicated in the table. The correlations derived from previous field determinations of shear wave velocities in the Mexico City area can be expressed as (Ovando and Romo, 1991):

$$V_s = \eta \sqrt{\frac{q}{N_{kh}\gamma_s}} \qquad (3)$$

where η is a constant that depends on soil type and varies between 23.3 and 40.0, γ_s is the average natural volumetric weight of the soil and N_{kh} is a correlation coefficient that also depends on soil type and varies between 6.7 and 16.0. Equation (3) was obtained assuming that undrained soil behaviour during shear can be represented with a hyperbolic stress-strain relationship.

Table 1. Estimated and measured G values

	Estimated with Equation (3)			Measured
Depth (m)	Gmin MPa	Gmed MPa	Gmax MPa	G MPa
1 5	3 4	5.02	7 12	-
5.1	4 5	6 71	9.52	-
8 3	3.5	5.25	7 45	6.52
11 5	3 9	5 83	8 28	6 52
13 3	3 5	5 25	7 45	6 65
14 7	3 9	5 83	8 28	13 66
19 5	3 9	5 79	8.21	25 9
22 5	27 4	40 88	57 96	-48 15
25 2	7 13	10 51	14 90	48 15
27 1	36 06	53 14	75 35	57 11
39 8	87 18	124 87	182 17	105
45 75	103 03	151 83	215 30	-

Comparison of estimated and measured values were used to assess the results of the test. In general, the measured shear wave velocity values fall within the range of expected values.

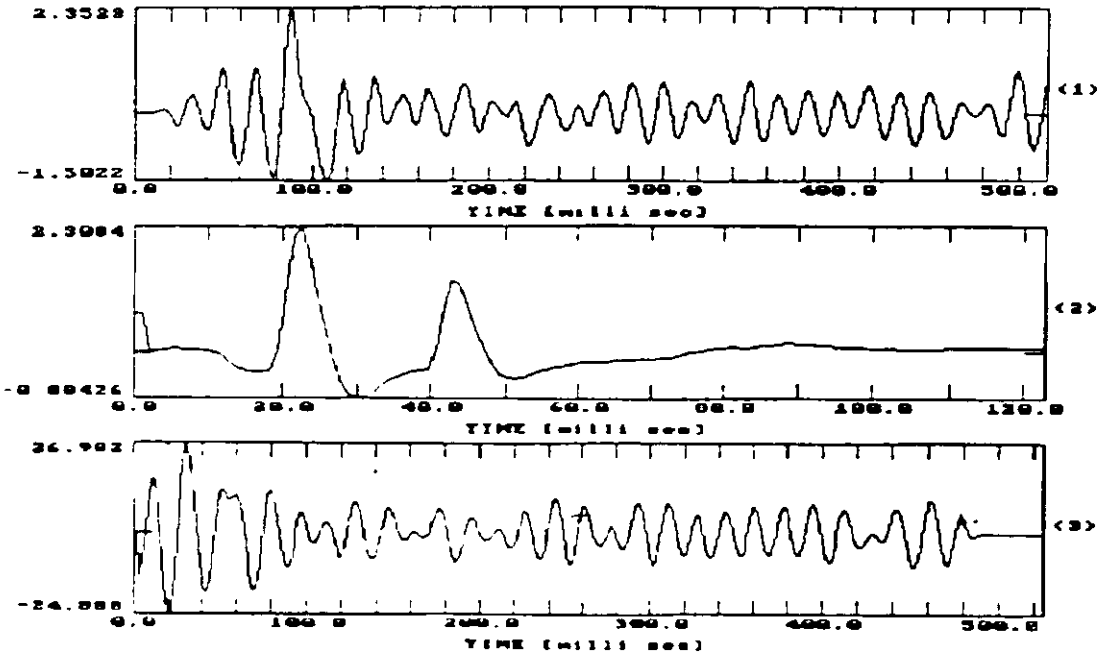


Fig 4 Example of signals logged during the seismic cone test. The upper signal was registered with the Roche Salt sensors, the middle trace is the trigger signal and the bottom curve is the cross-corelation of the above two

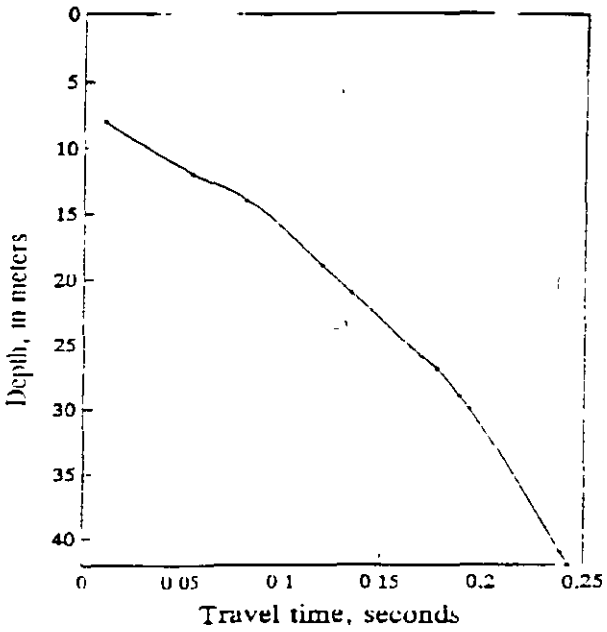


Fig 5 Arrival times as a function of depth

3.3 Cyclic triaxial tests

A limited amount of soil samples was available for performing cyclic triaxial tests. Testing conditions as well as index properties are indicated in Table 2. Tests were performed consolidating isotropically the samples, using consolidation stresses of different magnitudes. Results are presented by means of shear moduli-strain curves, fig 6. Each of the points in this graph represents a test in which the sample was subjected to undrained dynamic shears of different amplitude after isotropic consolidation. The graph in fig 7 presents normalized shear moduli (G/G_{max}) plotted as a function of shear strain

Table 2. Conditions of cyclic triaxial tests

Test	Depth m	w %	LL %	PL %	PI %	Sr %	γ_o KN/m^3	σ_c' kPa	G_{max}/σ_c'
100	25 90	280.58	309 5	94 4	215.1	0 98	11.5	100	93
200	9 20	245.96	255	61.9	193.1	0 995	11.9	100	73
300	15 7	208 69	236	76 40	159.6	1.02	11.9	100	67
400	25 9	254 25	327 7	101.10	226.6	0.998	11.6	200	55
500	72 5	97 8	118	51 03	66.97	0.998	13.9	250	61.76
600	72 5	62 09	75	41.3	33.7	1.06	15.7	350	197.14
700	41 83	61.30	71	45.5	25 5	0.93	14.9	300	87.78

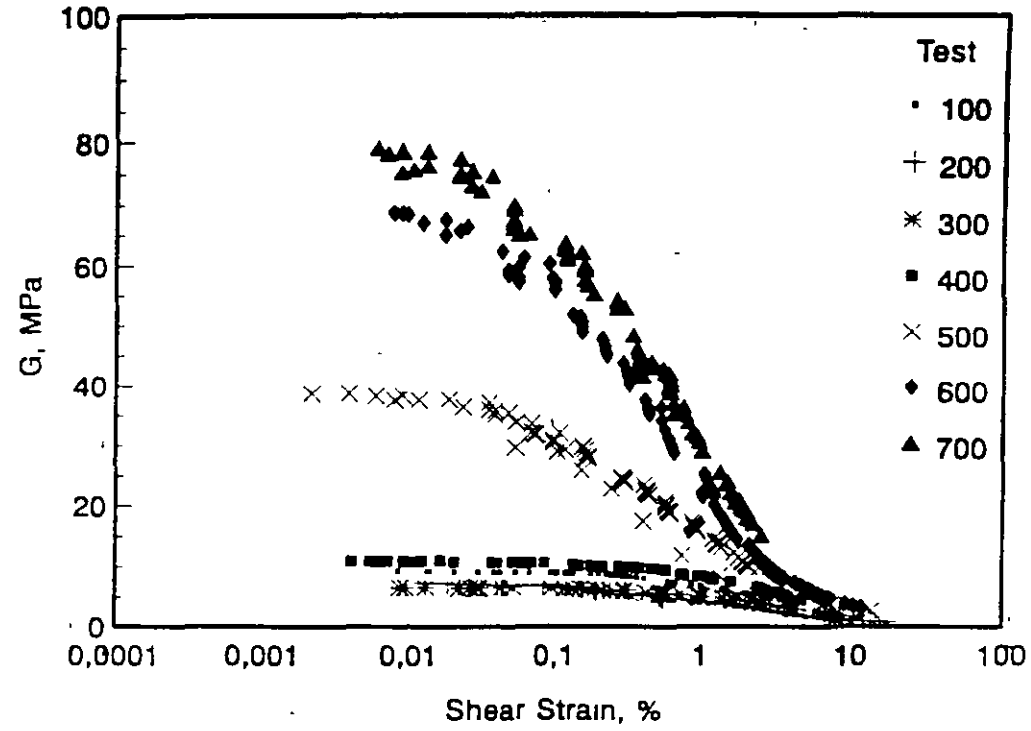


Fig 6 Shear moduli as a function of strain obtained from cyclic triaxial tests

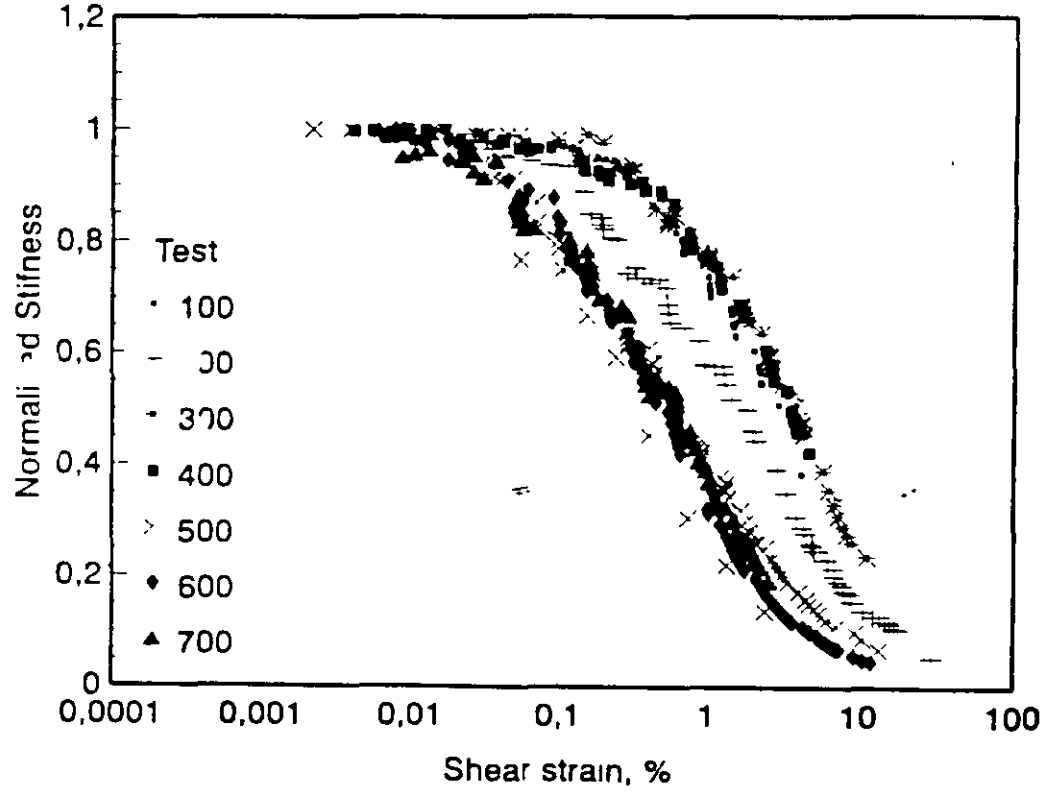


Fig 7 Normalized moduli (G/G_{max}) as a function of strain

4. ANALYSIS OF EXPERIMENTAL RESULTS

Shear wave velocities obtained from the seismic cone test were transformed into G values by means of equation (1) and were plotted as a function of depth. The graph is presented fig 8. Results are consistent with the stratigraphy revealed from the CPT test. The graph also shows G values obtained by using the correlations between point penetration resistance and V_S (equation 3) which show that stiffness values estimated with it generally agree with the field determinations. G_{max} values obtained from cyclic triaxial tests are also indicated and, as expected, are lower than those obtained with the seismic cone.

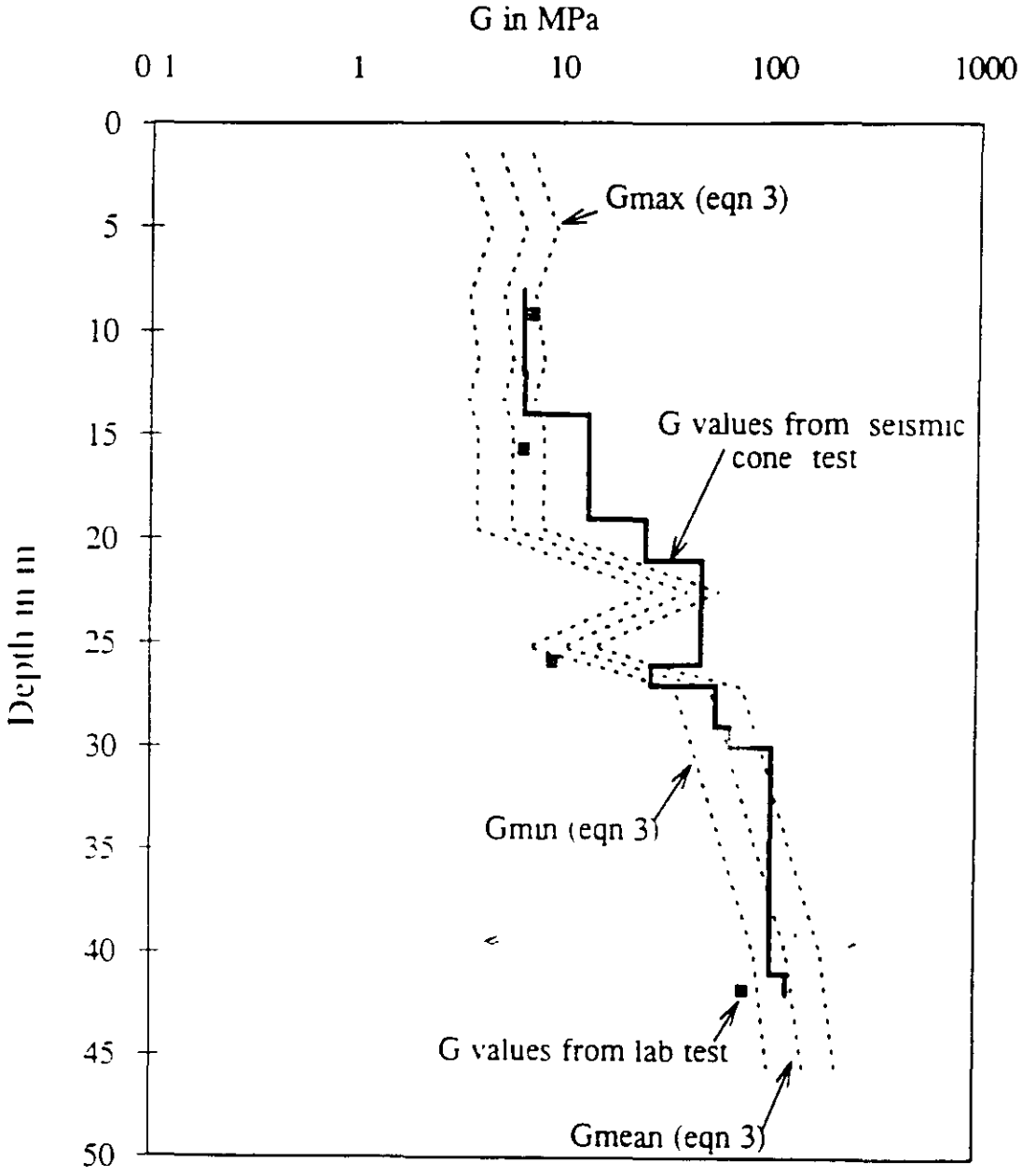


Fig 8 Shear wave velocity profile obtained from the seismic cone test

G values determined with the seismic cone test were related to relative consistency, assuming that an exponential relationship can be established between them. It has been argued elsewhere that relative consistency is a better parameter than plasticity indes since it does not only reflect soil type and structure but also stress history and soil state (Romo and Ovando, 1995). The existence of a relationship of that form can be justified resorting to critical state concepts (see for example, Wroth, 1984). The expression relating G with relative consistency is:

$$\frac{G_{max}}{p'} = ce^{d(C_r)} \qquad (4)$$

where p' is the mean effective stress. In order to obtain values of p' from the field experiment, it was assumed an at rest earth pressure coefficient of 0.55.

Shear moduli at small strains can be obtained from equation (1) and can be related to initial or maximum moduli, G_{max}, obtained with resonant column tests. Cyclic triaxial tests can also be used to obtain approximations to G_{max}, in the case of very plastic materials like Mexico City clay because in these, the flat portion of the stiffness-strain curve spans over a rather large strain range. In any case, G values obtained from field tests should be expected to be larger than those measured in the laboratory. On the other hand, laboratory determinations are performed on soils that have been subjected to complex loading and unloading histories due to sampling and handling that reduce the stiffness of the material (Hight et al, 1985)

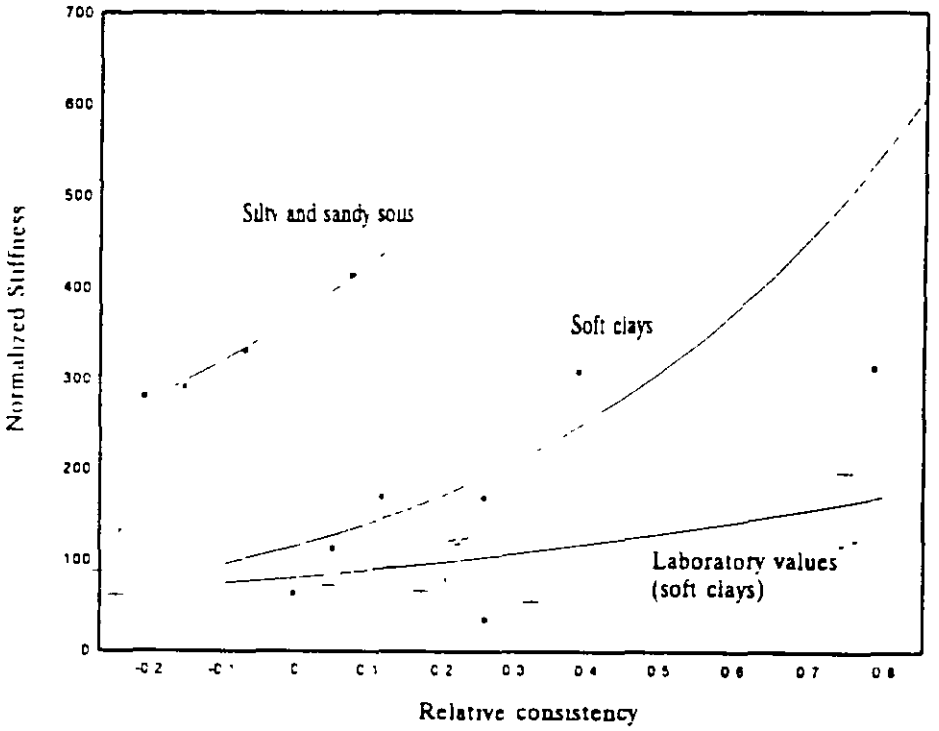


Fig 9 Normalized stiffness (G/p' and G/σ'_c) as a function of relative consistency

The graph in fig 9 presents plots of equation (4) fitted to the data obtained from the seismic cone test and to experimental results obtained from the cyclic triaxial tests, for comparison. The field data

align along two well defined curves, one for the soft clays and another for sandy or silty materials with low relative consistencies. The G/p' versus relative consistency curves for the soft clays were fitted with the following values: c = 116 and d = 1.95, for the seismic cone data whereas c = 81 and d = 0.93 for the cyclic triaxial test results. For the soft clays, the relationship between field and laboratory values of initial or maximum normalized stiffness can be deduced from fig 9. G/p' values determined from the seismic cone are between 1.4 and 4 times larger than the values obtained from cyclic triaxial tests, which agrees with previously reported values for other soils (Hardin and Black, 1968) and with previous findings in this respect for the Mexico City clays (Jaime, 1987). Differences beween laboratory and field determinations reduce as relative consistency diminishes

Maximum shear moduli obtained from field measurements, laboratory tests or correlations like those given by equations (4) can be incorporated into a complete stiffness-strain model. Mexico City clays comply quite well to a Davidenkov type hyperbolic model suggested by Romo (1990):

$$G = G_{max}\left[1 - H(\gamma)\right] \tag{5}$$

where

$$H(\gamma) = \left[\frac{\left(\gamma / \gamma_r\right)^{2B}}{1 + \left(\gamma / \gamma_r\right)^{2B}}\right]^{A} \tag{6}$$

γ_r is a reference strain that depends on C_r and so do the parameters A' and B.

5 CONCLUSIONS

The test described in this paper shows that the seismic cone now under develpment at the Instituto de Ingeniería UNAM is a most useful tool for obtaining in situ values of shear wave velocity in Mexico City. The results obtained are consistent with local stratigraphy and soil types found at the test site. Correlations derived previously between shear wave velocities and penetration resistance from conventional CPT tests, yield results that generallly agree with those obtained from those obtained with the seismic cone. Improvements to these correlations will follow as more seismic cone tests are performed

A series of cyclic triaxial tests was performed in order to compare small strain stiffness values obtained with them with the ones derived from the seismic cone test. Normalized initial stiffnesses obtained from the seismic cone are about 1.4 to 4 times larger than those obtained from cyclic triaxial tests depending on relative consistency. These stiffnesses are better correlated with relative consistency than with the plasticity index. Although more experimental data are certainly required to verify this conclusion, it agrees with the findings of previous and ongoing research on the dynamic behaviour of Mexico City clay at the Instituto de Ingeniería. Initial stiffnesses can be incorporated

into a hyperbolic stress-strain model that also depends strongly on relative consistency; the model provides good approximations to the actual dynamic behaviour of Mexico City clay.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

Sponsorship for the development of the seismic cone and the field test was provided by the local government of Mexico City (Departamento del Distrito Federal) during 1993 and 1994. Thanks are due to TGC Geotecnia who provided the perforation rig to perform this and a few other field tests. The static CPT results as well as other geotechnical information were made available to the authors thanks to José Luis Rangel and Enrique Santoyo.

7 REFERENCES

Benhumea, M and Vázquez A. (1988), *Estudios geofísicos del Valle de México*, México: Comisión Federal de Electricidad.

Figueroa (1964). Determinación de las constantes de la arcilla del Valle de México por prospección sísmica. *Rev Soc. Mex. de Ing. Sísmica*, 1, 2, 61-65

Guarga R. Olmedo, A. and Sámano, A. (1985), Método acústico para detección de la cavitación, *Memorias. XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Buenos Aires

Harding B O. and Black, W L. (1968), Vibration modulus of normally consolidated clay, *Proc. ASCE. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*, Vol 94, SM2, 353-368.

Hight, D W., Gens, A and Jardine R. J (1985), Evaluation of geotechnical parameters from triaxial tests on offshore clay. Chapter 16 in: *Advances in Underwater Technology In Situ Testing and Sampling Effects*, London Graham & Trollman

Jaime, A (1987) *Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México*. Doctoral thesis, Facultad de Ingeniería. Division de Estudios de Posgrado, UNAM, Mexico.

Kuzunezaki C (1980), A new method for shear wave l gg g, *Geophysics*, 45, 10

Lermo J Cabrera R Cesati, G and Ortega, R (1990) Estimación del periodo dominante del subsuelo en 18 sitios del Distrito Federal *Memorias XV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*, 1, 55-68 San Luis Potosí

Martinez B Leon J Rascon O and Villareal, A. (1974), Determinación de las propiedades dinámicas en la arcilla de el Vaso de Texcoco *Ingeniería*, 44, 2, 182-203

Ovando, E , Sámano A and Díaz, L . (1991), *Un dispositivo para la medición de velocidades de propagación de ondas sísmicas*, Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al Departamento del Distrito Federal

Ovando, E. and Romo, M. P., (1991), Estimación de las velocidades de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayes de cono, *Sismodinámica*, 2, 107-123

Ovando, E., Sámano A. and Contreras R., (1993), *Ensayes de cono sísmico en la ciudad de México*, Informe de avance, Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM al Departamento del Distrito Federal

Romo, M P (1990), Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México y su repercusión en la ingeniería de cimentaciones, *Memorias del simposio El Subsuelo de la Cuenca del Valle de México y su Relación con la Ingeniería de Cimentaciones a Cinco Años del Sismo*, Mexico: Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, 83-94.

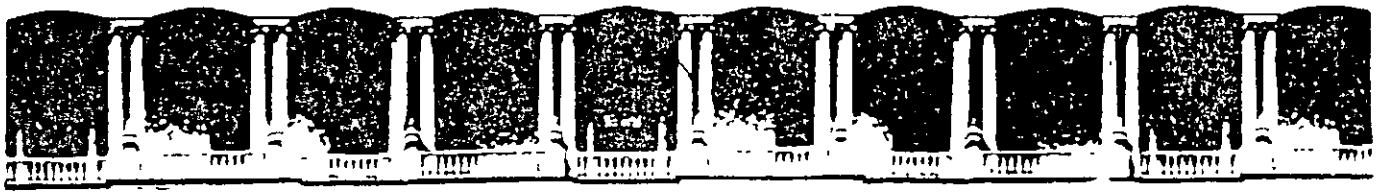
Romo, M. P. and Ovando E. (1995), A model for the dynamic behaviour of a Mexican marine clay, *Proc X Panamerican Conference in Soil Mechanocs and Foundation Engineering*, Guadalajara, Mexico, in press

Robertson, P. K., Campanella, R. G., Gillespie, D. and Rice, A. (1986), Seismic CPT to measure in-situ shear wave velocity. *Proc., ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol 112, GT8, 791-803.

Stephenson, W R and Barker, P. R (1992). Evaluation of sediment properties in the Lower Hutt and Porirua areas by means of cone and seismic penetration tests. *Bulletin of the New Zealand Soc. for Earthaq Engineering*, Vol 25, No., 265-285.

Yamashita Araqs., (1990). *Estudios del subsuelo para el proyecto del centro nacional de prevención de desastres en los Estados Unidos Mexicanos*, Informe Técnico a JICA, Japón y la Secretaría de Gobernación

Wroth, C P (1984) Interpretation of in situ soil tests, *Geotechnique*, vol 34, No 4, 449-489.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

LICUACIÓN DE ARENAS

EXPOSITOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

LICUACION DE

ARENAS

EFRAIN OVANDO SHELLEY

JOSE A. SEGOVIA PACHECO

82

tgc

Prohibida la reproducción parcial total sin la
autorización escrita de TGC Geotecnia S A. de C.V.

Not to be partially or totally reprinted without
written permission of TGC Geotecnia S A. de C.V

COPYRIGHT, MÉXICO, 1996
TGC Geotecnia S.A. de C V
Porfirio Díaz 39
Col Nochebuena
03720, México, D.F

Editor José A Segovia P

Impreso en Mexico, 1996

Printed in Mexico, 1996

Contenido

PRESENTACIÓN

1. *INTRODUCCIÓN*

2. *ASPECTOS BÁSICOS DEL COMPORTAMIENTO*

   2.1 *Descripción del comportamiento*
   2.2 *observaciones experimentales en pruebas drenadas*
   2.3 *Observaciones experimentales bajo condiciones drenadas*

3. *DIAGRAMAS DE ESTADO*

4. *COMPORTAMIENTO DURANTE LA APLICACIÓN DE CARGA CÍCLICA*

5. *POTENCIAL DE LICUACIÓN CON PRUEBAS DE LABORATORIO*

6. *POTENCIAL DE LICUACIÓN A PARTIR DE ENSAYES DE CAMPO*

   6.1 *Ensayes de penetración estándar y de cono eléctrico*
   6.2 *Velocidad de ondas S para estimar el potencial de licuación*
   6 *Limitaciones de los métodos simplificados*
   6.4 *Relación entre ensayes de campo y de laboratorio*
   6.5 *Evaluación de las acciones sísmicas*

7. *MEJORAMIENTO DE SUELOS LICUABLES*

   7.1 *Técnicas de mejoramiento*
   7.2 *Experiencias recientes*

REFERENCIAS

PRESENTACIÓN

Sin duda alguna, la capacidad destructiva de un sismo se exacerba cuando se induce en el subsuelo la licuación de arenas; sorprende que a pesar de ello tiende a subestimarse, soslayarse y aún olvidarse la perversidad de este fenómeno. Se sabe que ha ocurrido muchas veces en nuestros poblaciones costeras, en ambos litorales, pero sólo en los últimos años la ingeniería ha estudiado los eventos más importantes.

El primer caso documentado sobre licuación de arenas lo debemos al Prof Raúl J Marsal, corresponde al Terremoto de Jáltipan, Ver. que ocurrió el 26 de agosto de 1959, la población de Jáltipan quedó muy destruida, pereciendo 20 de sus habitantes; en Coatzacoalcos también hubo licuación en un relleno hidráulico bajo las bodegas de las instalaciones de Puerto México, que colapsaron y aplastaron a 4 personas.

Por el evento anterior, cuando se construyó el Puerto Pesquero de Alvarado, Ver se llevó a cabo la compactación de arenas mediante el método de la vibroflotación, para ello se trajo de Holanda el equipo necesario Experiencia hasta ahora única para reducir la susceptibilidad de las arenas a perder su resistencia.

El segundo caso lo estudió Andrew Dawson en el sismo de Chiapa de Corzo de 1975, se trató de la pérdida de resistencia de arenas aluviales en una zona de esa población apenas poblada en ese entonces

Después vino el sismo de la costa del Pacifico de 1976, en Lázaro Cárdenas indujo licuación en los rellenos hidráulicos y provocó daños a las instalaciones de Fertimex, todavía bajo construcción, en cambio en la Siderúrgica SICARTSA, también en parte sobre rellenos, no se advirtió el problema, porque la depositación del material de dragado se controló meticulosamente, evitandose la formación de manchas de arena fina con "bolas de arcilla" En el Instituto de Ingeniería se hicieron las primeras pruebas triaxiales cíclicas con las arenas que se licuaron en Fertimex.

En sismo del Valle de Mexicali, B C.N , de 1980, fue estudiado por Alberto Jaime y Abraham Díaz, ocurrió la licuación de arenas principalmente en tierras de labor, dañando importantemente la infraestructura hidráulica de la zona, manifestando su destruccion con la aparición de volcanes de arena y agrietamiento superficial

El siguiente caso nuevamente corresponde a Lázaro Cárdenas con los sismos de 1985, ocurrió en los caminos a las plantas industriales de Fertimex y NKS así como a lo largo de la línea de transmisión, estos problemas pasaron casi inadvertidos ante la gravedad de los eventos en la ciudad de México

En octubre de 1995, en el sismo de Manzanillo, se manifestó licuación en el Puerto Interior, en particular fue destructivo en el Patio de la Terminal para Contenedores, ocurrió también en varios poblados de Colima y de Jalisco

El trabajo de Efraín Ovando y José Segovia presenta la metodología actual para predecir este problema de las arenas; nos describen brevemente los recursos técnicos de campo y laboratorio para definir el comportamiento de las arenas en condiciones dinámicas y nos demuestran la necesidad de compactar a las arenas para reducirles el riesgo de su licuación.

Queda abierta la imperiosa necesidad de contar con equipo para el mejoramiento masivo de las arenas, como son la vibroflotación, la vibrocompactación, el vibroremplazo, la compactación dinámica y ahora el "jet grout", sólo con estas máquinas y herramientas se podrán construir las estructuras y facilidades portuarias seguras que requiere el desarrollo de nuestro país

Enrique Santoyo
1996

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

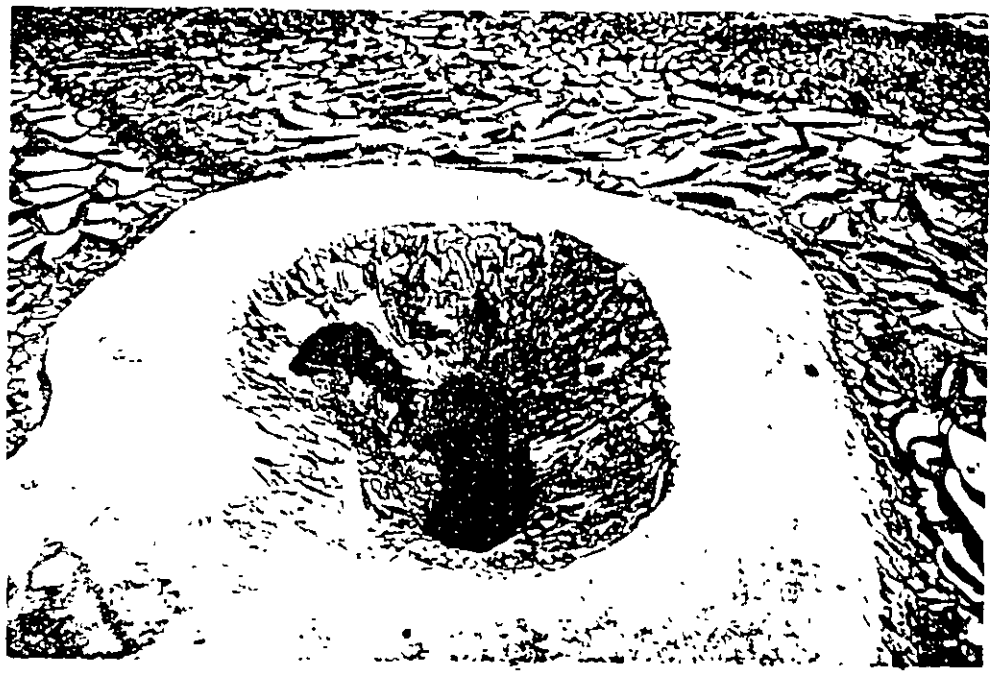
Los casos más frecuentes de licuación de arenas se han producido durante temblores, al incidir las ondas sísmicas en la base de materiales granulares sueltos En la literatura sobre el tema abunda la descripción de casos en donde la licuación de las arenas por efectos sísmicos ha producido daños materiales de gran cuantía y magnitud y causando numerosas pérdidas de vidas. También se han documentadas casos de licuación bajo condiciones de carga estáticas Estos últimos generalmente han ocurrido en depósitos o presas de residuos mineros, también conocidos como jales en nuestro país. Estos materiales suelen depositarse o acumularse sin ninguna compactación y cuando han ocurrido fallas, han ocasionado daños materiales a las instalaciones mineras, trastornos en la operación de la mismas así como afectaciones al medio ambiente.

Una gran cantidad de los casos de licuación de arenas se han presentado en o cerca de las costas de México, en buena parte, en zonas de alta sismicidad Ejemplos de casos bien documentados del fenómeno son los de Coatzacoalcos (*Marsal, 1961*), Lázaro Cárdenas y recientemente, Manzanillo (*Ovando et-al, 1996*).

La subducción de las placas de Rivera y de Cocos producen temblores que afectan a todos los estados costeros del Pacífico, desde Nayarit hasta Chiapas En el norte de la península de Baja California se tienen los temblores producidos por el sistema de fallas asociadas a la de San Andrés, que afecta la costa del Pacífico cerca de la frontera, de Tijuana y hasta Rosarito, y en las poblaciones y puertos cercanos a la desembocadura del Colorado, incluyendo el distrito de riego de Mexicali En el golfo de México la subducción de la placa de Cocos produce sismos profundos que afectan al sur y costas del estado de Veracruz y a la sonda de Campeche Así, una porción considerable de las costas mexicanas está expuesta a peligros sísmicos que incluyen el de la licuación de arenas Muchos de los casos de licuación de arenas registrados tanto en México como en el resto del mundo han ocurrido en rellenos artificiales compactados deficientemente o sin ninguna compactación

En este trabajo se discuten los aspectos que, en opinión de los autores, son los más relevantes del problema, empezando por una descripción de las características básicas del comportamiento de materiales licuables ensayados bajo condiciones controladas en el laboratorio y sometidos a la acción de cargas estáticas y cíclicas Las observaciones que se presentan se basan principalmente en los resultados de investigaciones

experimentales efectuadas por los autores y complementadas con otras de la muy amplia bibliografía sobre el tema. A partir de estas observaciones se presenta un método novedoso desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM para predecir el potencial de licuación de las arenas a partir de ensayes de laboratorio. Los métodos basados en los resultados de ensayes de penetración de campo, muy usados en la práctica, se describen posteriormente. A este respecto, se presentan sucintamente las contribuciones recientes más significativas, ilustrando su aplicación en la medida de lo posible, con el caso de los rellenos granulares sueltos que se licuaron durante el temblor de Manzanillo del 9 de octubre de 1995. Algunas otras experiencias recientes, como las del temblor de Kobe del 17 de enero de 1995 también se incluyeron en este trabajo, en especial las que se refieren a la evaluación de los métodos para mejorar materiales granulares sueltos.



"Volcán de arena típico de la licuación"

Capítulo 2

ASPECTOS BÁSICOS DEL COMPORTAMIENTO

Los conceptos básicos para comprender el fenómeno de licuación de arenas se conocen desde hace cerca de 60 años, cuando se publicaron los trabajos pioneros de Casagrande en los años treinta (*Casagrande, 1936*). Algunos de los aspectos más significativos del comportamiento de los suelos granulares saturados se describen sucintamente en los siguientes párrafos.

2.1 Descripción del comportamiento

Comportamiento bajo carga en condiciones drenadas. Si se aplican esfuerzos cortantes a un suelo granular suelto saturado, experimentará una compresión y su volumen se reducirá La reducción de volumen será mayor cuanto más suelto se encuentre el material, antes de la aplicación de esfuerzos Si el material es medianamente denso, la reducción de volumen puede ser pequeña y puede ocurrir después de que se han generado deformaciones y esfuerzos cortantes suficientemente grandes, para que el volumen del material aumente Los materiales densos o muy densos sólo aumentan de volumen al someterse a esfuerzos cortantes. Estos cambios de volumen son iguales a los volúmenes de agua que expulsa el suelo al contraerse o a los que absorbe cuando se dilata. Los suelos que se comprimen por el efecto de la aplicación de cargas se definen aquí como contractivos, los que aumentan de volumen, como dilatantes. Los suelos granulares, saturados y sueltos son contractivos, y desde el punto de vista de la ingeniería geotécnica son los más problemáticos, pues en ellos se puede presentar el fenómeno de licuación de arenas

Comportamiento bajo carga en condiciones no drenada Si se impide el cambio de volumen durante la aplicación de esfuerzos cortantes, es decir, si estos se aplican bajo condiciones de drenaje nulo, el agua contenida en los poros del suelo experimentará cambios de presión. Si el suelo es contractivo, la presión de poro aumentará; si es dilatante ocurrirá lo contrario y el valor de la presión de poro disminuirá. Cuando el suelo se encuentra en un estado muy suelto, los aumentos de presión de poro pueden anular a los esfuerzos efectivos En ese momento sobreviene la licuación pues el material habrá perdido toda su capacidad para resistir esfuerzos cortantes y se comportará como un fluido. La licuación es más

frecuente en las arenas finas y uniformes aunque también se han registrado casos de licuación en algunas gravas sueltas.

Descripción del comportamiento Para propósitos ingenieriles, el comportamiento de los suelos se describe mediante variables de esfuerzo-deformación apropiadas El de las arenas, ensayadas en cámaras triaxiales, suele hacerse mediante curvas de esfuerzo desviador o presión de poro contra deformación unitaria axial, asimismo, es muy útil contar con las trayectorias de esfuerzo Estas últimas se representan con gráficas en las que en el eje de las abscisas se da el esfuerzo normal efectivo medio, y en de las ordenadas, el esfuerzo cortante máximo

$$s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \; ; \quad t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \qquad (1)$$

Los subíndices denotan esfuerzos principales efectivos. Las trayectorias de esfuerzo también se pueden representar con diagramas p'-q, siendo p' el esfuerzo efectivo octaédrico y q el esfuerzo desviador:

$$p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \; ; \quad q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \qquad (2)$$

Para ensayes triaxiales de compresión, el esfuerzo principal efectivo mayor es el vertical $(\sigma'_v = \sigma'_1)$ y el menor, el horizontal $(\sigma'_h = \sigma'_3)$.

Trayectorias drenadas. Si una probeta se consolida hasta la presión $p'0$ y después se le aplican esfuerzos cortantes, su trayectoria es una línea recta con pendiente 1:1 en el espacio s' contra t y con pendiente 3:1 en el espacio p'-q

Trayectorias no drenadas Cuando se aplican esfuerzos cortantes sin drenaje después de la consolidación, se genera presión de poro y la trayectoria de esfuerzos se desvía de la que se obtiene para condiciones drenadas. La distancia horizontal entre la trayectoria de esfuerzos drenada y la no drenada es la presión de poro en exceso de la presión de consolidacion o, simplemente el exceso de presión de poro, Δu.

En la fig. 1 se ejemplifican trayectorías de esfuerzos para pruebas triaxiales consolidadas y después llevadas a la falla con y sin drenaje (pruebas CD y CU)

2.2 Observaciones experimentales en pruebas drenadas

El comportamiento de tres muestras de arena saturada sometidas a compresión triaxial se ilustra en la fig 2 Los ensayes se llevaron a cabo consolidando las probetas a una misma presión, y aplicando los esfuerzos

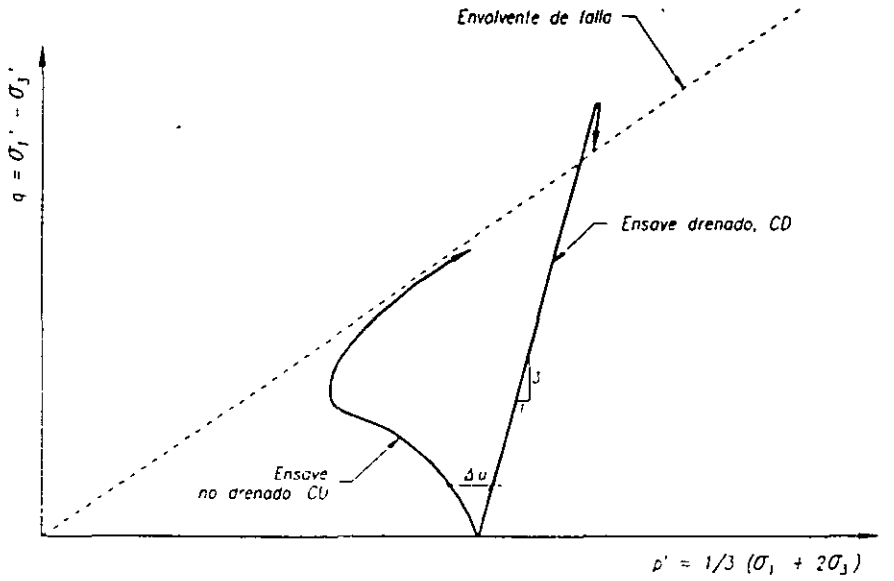


Fig 1 Trayectorias de esfuerzos efectivos de compresión triaxial, ensayes CU y CD

cortantes en condiciones de drenaje libre (pruebas consolidadas-drenadas). Cada una de las muestras se formó con una relación de vacíos diferente y sus estados iniciales van desde el suelto hasta el denso. En la parte superior de la figura se presentan las curvas esfuerzo-deformación La curva obtenida al ensayar el espécimen denso indica que es más rígido y resistente que los otras dos, además, después de que el esfuerzo desviador alcanza un máximo, se manifiesta una reducción de resistencia Las características de la curva del espécimen suelto, permiten afirmar que es el menos rígido y resistente En la curva correspondiente no se define un valor pico para el esfuerzo desviador. La curva que se obtuvo del ensaye en la probeta medianamente densa tiene un pico menos pronunciado que el que se aprecia en la curva del material denso

En la parte b de la figura se ha graficado la relación de vacíos como función de la deformación axial Como se ve, la muestra densa aumenta de volumen conforme se le aplican esfuerzos cortantes; la muestra de densidad media primero se contrae ligeramente y después se dilata; la muestra suelta sólo experimenta reducciones de volumen. Cuando se han generado deformaciones axiales suficientemente grandes, el volumen de los especímenes tiende a permanecer constante y, como se aprecia en la figura, la relación de vacíos que alcanzan las tres muestras es aproximadamente la misma, independientemente de su compacidad inicial. La relación de vacíos de las muestras al final de los ensayes es la llamada *relación de vacíos crítica* (*Casagrande, 1936*) De lo anterior se concluye que si una probeta de arena se forma con una relación de vacíos mayor que la crítica, la aplicación de esfuerzos cortantes provocará reducciones de volumen y cuando el material moviliza su resistencia máxima, las deformaciones axiales crecen indefinidamente, sin que el volumen de la muestra sufra cambios posteriores

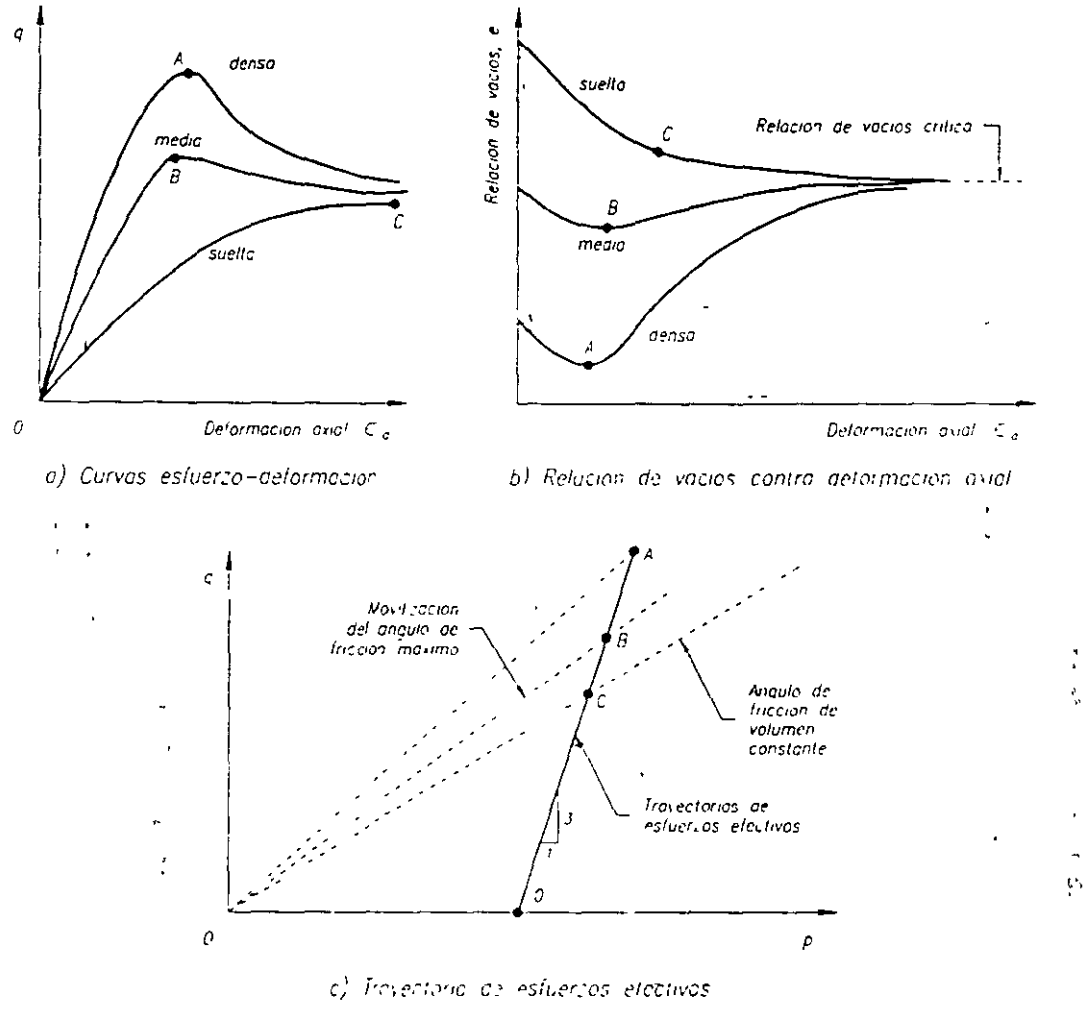


Fig 2 Comportamiento de arenas ensayadas en pruebas CD

Es interesante observar el comportamiento de las muestras en términos de sus trayectorias de esfuerzo, ya que movilizan ángulos de fricción c.re. ntes cuando alcanzan su resistencia máxima, como se aprecia en la fig 2c. Sin embargo, cuando llegan a su condición última, el ángulo movilizad es prácticamente el mismo, sin importar su relación de vacíos inicial. A este se le ha denominado *ángulo de fricción de volumen constante* pues hacia el final de la historia de cargas, ya no hay cambios de volumen

Si se repite el experimento y se ensayan otras tres probetas formadas con densidades iniciales diferentes, pero ahora consolidadas con una presión de confinamiento menor, su relación de vacíos crítica al final de los ensayes será mayor. Por el contrario, si se utiliza una presión de consolidación más grande, la relación de vacíos crítica sería menor De aquí se concluye que la relación de vacíos crítica depende únicamente de los esfuerzos efectivos empleados para consolidar a las muestras Como se ve en la fig 3, las relaciones de vacíos críticas definen una línea en el espacio *log p'-e* llamada *línea de relación de vacíos crítica*.

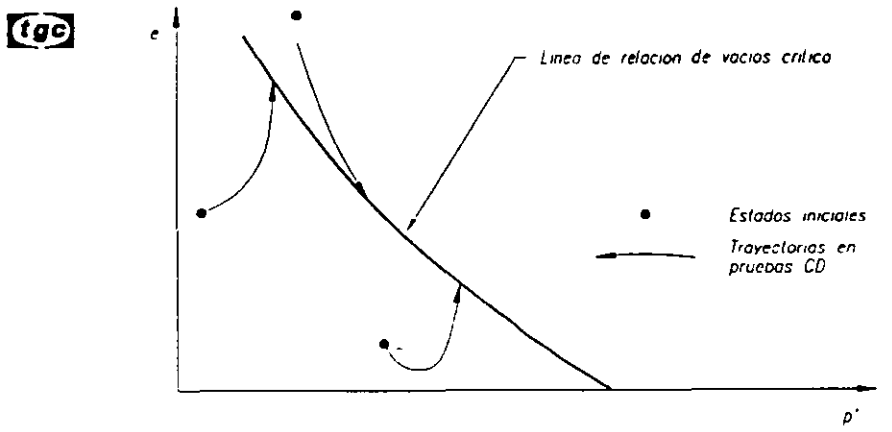
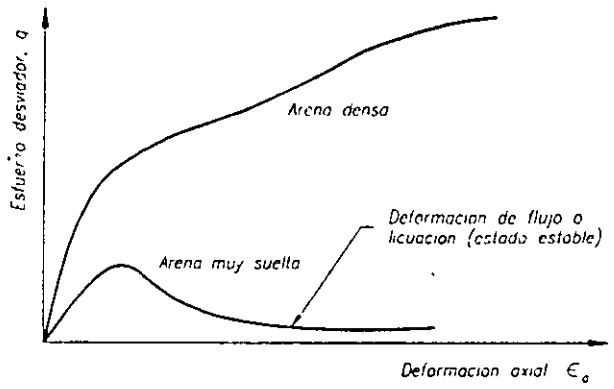


Fig 3 Línea de relación de vacíos crítica

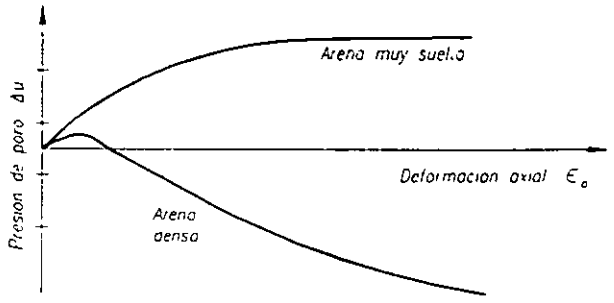
2.3 Observaciones experimentales bajo condiciones no drenadas

Si ahora los ensayes se llevan a cabo sin permitir el drenaje, el comportamiento es el que se muestra en la fig. 4. La muestra densa genera presiones de poro negativas mientras que la muestra ensayada en un estado muy suelto, sólo genera presión de poro positiva. En la curva esfuerzo-deformación de esta última se define un máximo después del cual, la presión de poro continúa aumentando, hasta que a deformaciones grandes tiende a mantenerse constante. Después del esfuerzo cortante máximo, los aumentos de presión de poro posteriores, producen reducciones en los esfuerzos normales efectivos y en los esfuerzos cortantes, observándose que hacia el final de la prueba se alcanza un esfuerzo cortante residual que incluso puede ser nulo. La muestra se licúa al desarrollar presiones de poro positivas que anulan a los esfuerzos efectivos y las deformaciones que ocurren cuando se presenta la licuación suelen denominarse *deformaciones de flujo.*

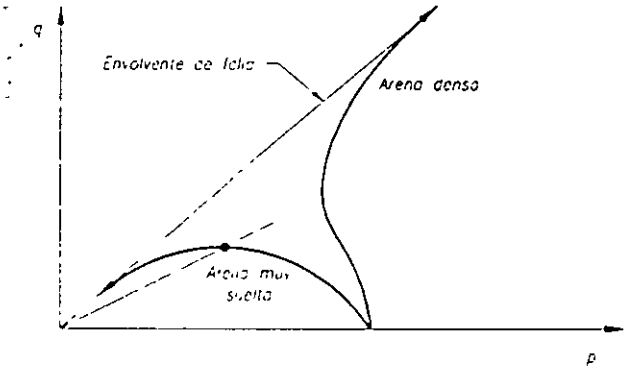
Las condiciones en las que se presenta la licuación han sido analizadas y discutidas por muchos investigadores Casagrande (*1936*) introdujo el concepto *relación de vacíos crítica* para referirse a la condición en la que una arena alcanza su resistencia residual con deformaciones de flujo y sin cambios volumen o de presión de poro posteriores, en el espacio *e* (=relación de vacíos) contra *p'* (= esfuerzo efectivo normal octaédrico); posteriormente Castro *(1969, 1975)* lo desarrolla ampliamente e introduce el término de movilidad cíclica para describir el comportamiento de las arenas densas El concepto *estado crítico* se utilizó después para describir los estados últimos de materiales arcillosos (*Schofield y Wroth, 1968*). La condición última de las arenas también se ha denominado *estado estable* (steady state) que se define como el estado en el que se alcanza la resistencia última de las arenas, sin cambios de volumen o de presión de poro y en el que, además, las deformaciones ocurren a velocidad constante (*Poulos, 1981*) Aunque el estado crítico y el estado estable son dos conceptos diferentes, es difícil distinguir experimentalmente uno del otro



a) Curva esfuerzo-deformación



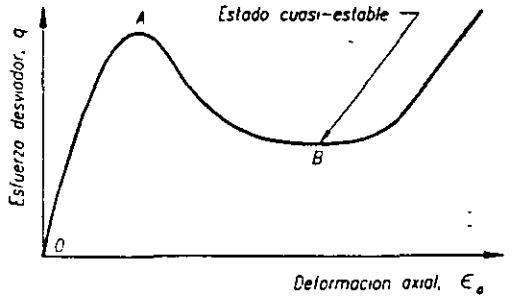
b) Presion de poro contra deformacion



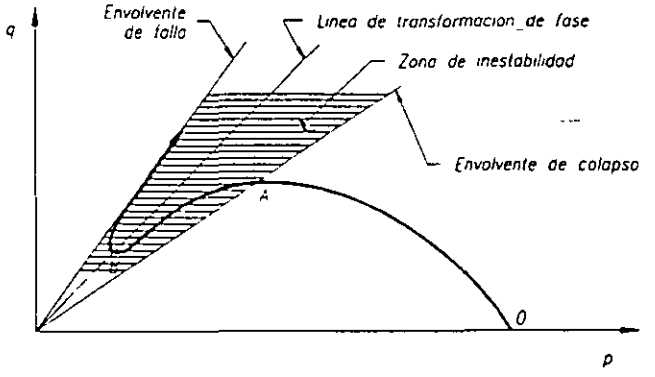
c) Trayectorias de esfuerzos

Fig 4 Comportamiento no drenado de arenas en compresión triaxial

El comportamiento de una arena que no esté muy suelta puede ser preponderantemente contractivo y puede ocurrir que también experimente una perdida de resistencia después de sobrepasar el esfuerzo cortante máximo, aunque menos grande que la que se manifiesta en una muestra que alcanza ei estado crítico o el estado estable. Como se ve en la fig. 5, la probeta moviliza una resistencia reducida que permanece aproximadamente constante durante un intervalo más o menos grande de deformaciones y después recupera parte de capacidad para resistir esfuerzos cortantes La presión de poro aumenta inmediatamente después de sobrepasar la resistencia pico, cuando la probeta moviliza la resistencia reducida, alcanza



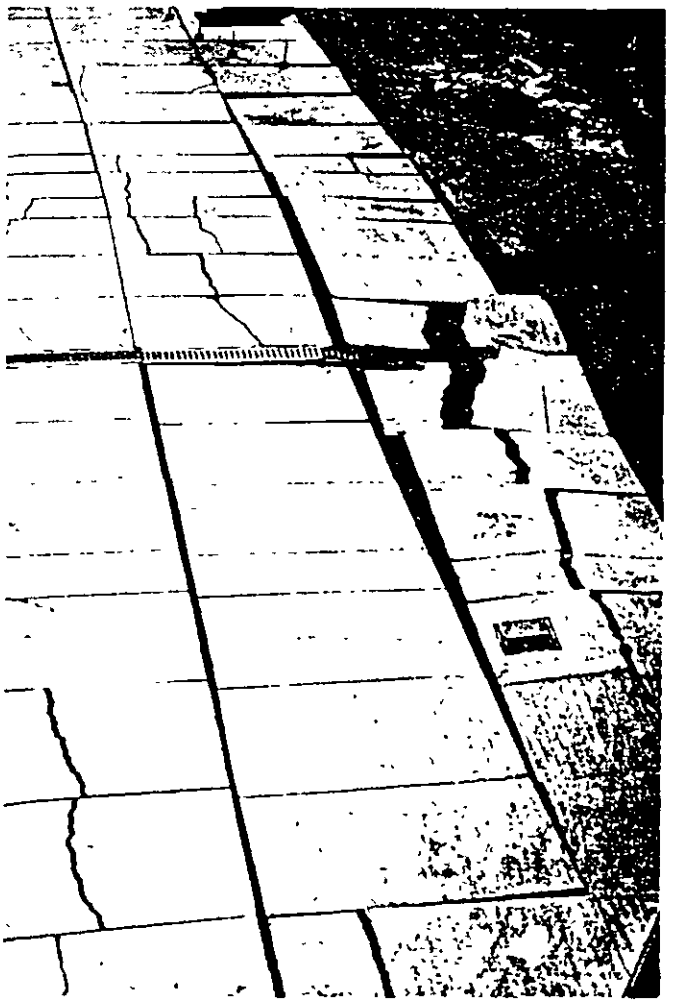
a) Esfuerzo desviador contra deformacion



b) Trayectoria de esfuerzos

Fig 5 Comportamiento no drenado de una muestra suelta en la que se presenta el estado cuasi-estable

su máximo, con poca variación, finalmente, la presión de poro disminuye, dando lugar al incremento de resistencia y rigidez que se observa al final de la prueba Los incrementos de presión de poro que ocurren durante la movilización de la resistencia reducida pueden producir disminuciones significativas de los esfuerzos efectivos y las deformaciones también pueden ser de gran magnitud Por ello, esta condición es una de licuación parcial en la que la muestra pasa por el estado estable dentro de un rango limitado de deformaciones. Para referirse a ella, Alarcón *et-al* (*1998*) usa en el término *estado cuasi-estable* (*quasi steady state*). Las reducciones de presión de poro, junto con el incremento de rigidez dan lugar a que la trayectoria de esfuerzos efectivos cambie de dirección y comience a subir a lo largo de la envolvente de falla, como se indica en la fig. 5. El cambio de comportamiento contractivo a dilatante constituye una transformación de fase según Ishihara (*1993*) y los puntos en donde ocurre ésta, definen una línea en el espacio de esfuerzos, la *línea de transformación de fase* que, en general, no coincide con la envolvente de falla aunque también pasa por el origen.



"Deformaciones y desplazamiento lateral de losas de concreto"

Capítulo 3

DIAGRAMAS DE ESTADO

El espacio de relación de vacíos contra presión efectiva media (*e-p' o e-logp'*) puede utilizarse para dibujar las trayectorias que siguen las muestras durante su etapa de falla. En el caso ensayes no drenados, las trayectorias son líneas horizontales pues en estos no hay cambio de volumen. Si se tienen muestras puramente contractivas las trayectorias siempre se desplazan hacia la izquierda hasta llegar al estado estable. Uniendo los estados estables de todas las probetas, se define la *línea de estado estable* (*steady state line*). La representación de la línea de estado estable en este espacio constituye un diagrama de estado.

Los diagramas de estado pueden emplearse para predecir cualitativamente el comportamiento de cualquier probeta, dadas su relación de vacíos inicial y su presión efectiva de consolidación. Los estados iniciales que quedan arriba y a la derecha de la línea de estado estable, representan a materiales contractivos susceptibles de licuarse o de sufrir deformaciones de flujo. La susceptibilidad de licuación aumenta conforme los estados iniciales definen puntos más alejados por arriba y a la derecha de la línea de estado estable. Si el estado inicial queda por debajo y a la izquierda de la línea de estado estable, el comportamiento del material será tanto más dilatante cuanto más alejado esté de dicha línea.

Para cuantificar la licuabilidad de una arena en términos de su estado inicial y de su posición relativa con respecto a la línea de estado estable se han utilizado índices o parámetros de estado El siguiente, por ejemplo, se debe a Been y Jefferies (*1985*)

$$\psi_A = e_\lambda - e_{ss} \qquad (3)$$

en donde ψ_A es el parámetro de estado, e_λ es la relación de vacíos de una muestra en particular (o la de campo) y e_{SS} la relación de vacíos correspondiente al estado estable para el esfuerzo efectivo de campo. La arena tendrá comportamiento contractivo cuando $\psi_A>0$ y dilatante si $\psi_A<0$. Como se verá posteriormente este parámetro se puede relacionar con la resistencia de punta medida con un cono eléctrico, para valuar el potencial de licuación en el campo. Por su parte, Ishihara y Verdugo *(1991)* proponen

$$CD^* = \frac{e_0 - e_*}{e_0 - e_{ss}} \qquad (4)$$

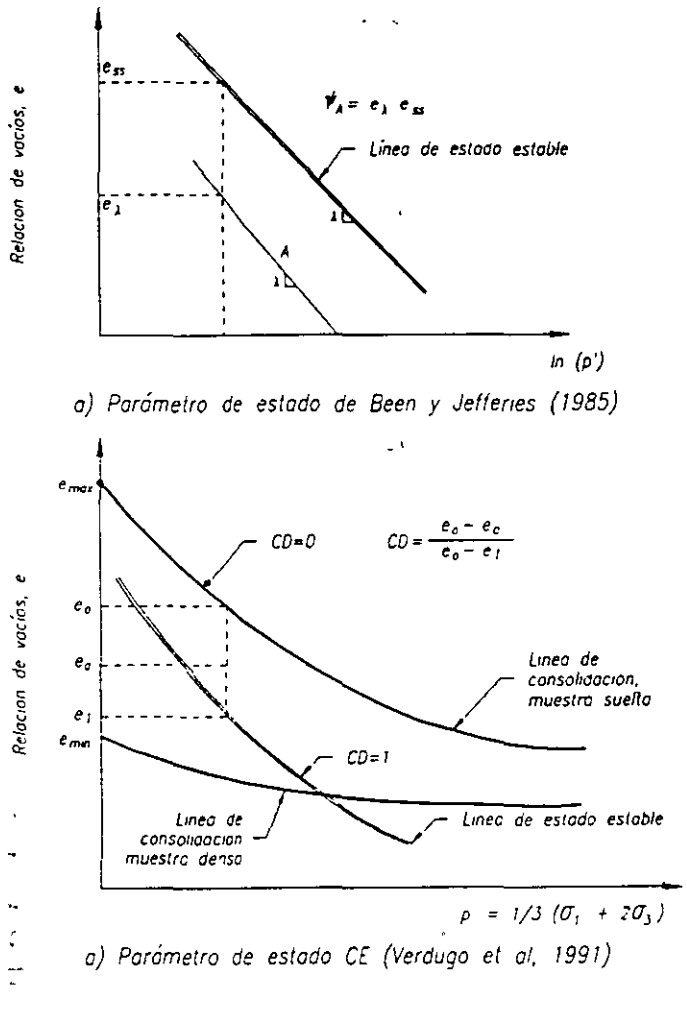


Fig 6 Definición de los parámetros de estado

en donde CD^* es el parámetro de estado, e_0 es la relación de vacíos que corresponde a la curva de compresibilidad isotrópica de una muestra formada en el estado más suelto posible, e_a es la relación de vacíos que corresponde a su estado inicial. Cuando $CD^*<0$ se tiene comportamiento contractivo, $CD^* \cong 0.7$ indica la transición donde se obtiene la resistencia mínima y $CD^*>1.0$ significa que el comportamiento sería dilatante. En la gráfica de la fig 6 se presenta un diagrama de estado en el que se ilustra el significado de los parámetros ψ_A y CD^*.

Cuando un material granular sufre licuación parcial, pasa por el estado cuasi-estable, antes de alcanzar el estado estable. Los estados iniciales de estos materiales quedan cerca de línea del estado estable, por arriba de ella y los estados cuasi-estables, por debajo de la misma. Las zona que define los estados iniciales en donde las probetas sufrirán deformaciones de flujo limitadas, es decir, donde las probetas experimentaran estados cuasi-estables define luna línea paralela a la línea de estado estable llamada *línea* ψ_A (*Alarcón et-al, 1988; Been y Jefferies, 1985, Konrad 1990, 1993*). Los estados iniciales que quedan fuera y a la derecha de la línea ψ_{UF} sufrirán licuación total La licuación parcial se presenta en probetas cuyos estados iniciales quedan comprendidos entre la línea de estado estable y la línea ψ_{UF}, pasando por el estado cuasi estable.

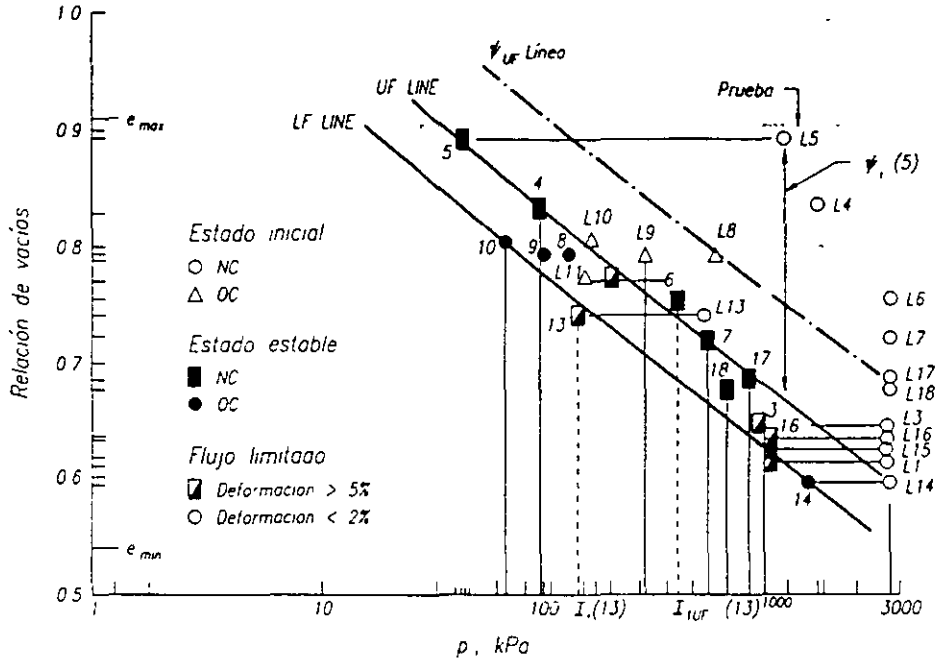


Fig 7 Diagrama de estado para una arena ensayada por Konrad (1990)

Debe observarse, fig 7, que los estados cuasi-estables no caen sobre la línea de estado estable y por ello Konrad cuestionó la unicidad de esta última

Para aplicaciones y fines prácticos conviene construir diagramas de estado en términos de la resistencia mínima, sin distinguir entre estados estables y cuasi-estables. Esto tiene la ventaja adicional de permitir la normalización de los diagramas con respecto a la presión de consolidación. La normalización de los diagramas de estado se ha venido utilizando en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y en la fig. 8, se presentan utilizando los datos de la fig 7, los diagramas de estado normalizados, (*Ovando, 1990*). Como se ve, las resistencias mínimas normalizadas definen con buena aproximación una línea única

La normalización de las resistencias mínimas no implica de ninguna manera que todo el comportamiento esfuerzo-deformación sea normalizable. De hecho, es bien sabido que la geometría de las trayectorias de esfuerzo cambia con la presión de consolidación, lo que impide su normalización con respecto a ésta. Sin embargo, el comportamiento esfuerzo-deformación-presión de poro de las arenas normalmente consolidadas puede suponerse cono normalizable, dentro de rangos limitados de esfuerzo, con respecto a la presión de consolidación, sin incurrir en errores significativos (*Ovando, 1986, Georgianou et-al, 1990*).

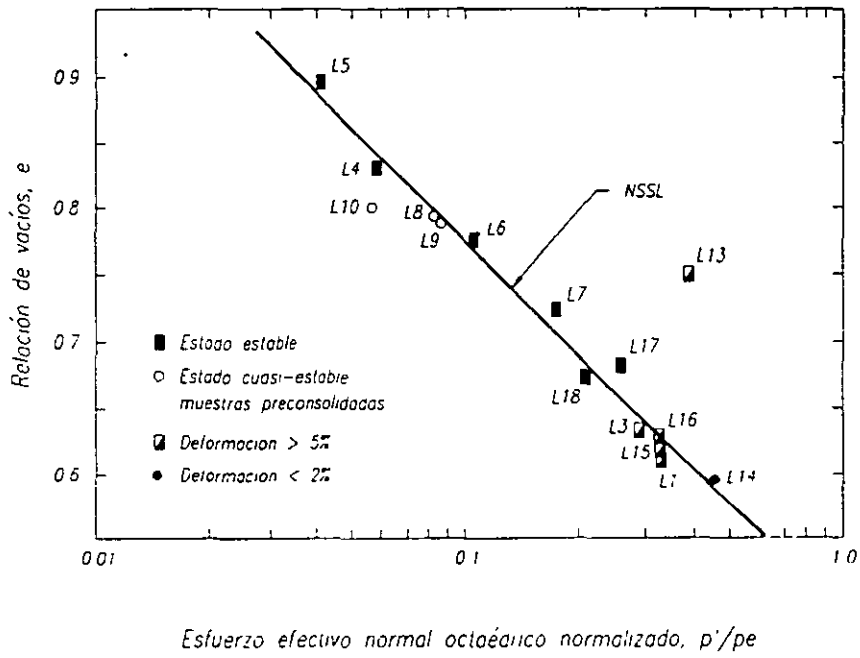


Fig 8 Línea de estado estable normalizada, datos tomados de Konrad (1990)

Influencia del contenido de finos. En los análisis para predecir el potencial de licuación, generalmente se supone que la presencia de materia fina como limos o arcillas, aumenta la resistencia a la licuación. No obstante, se ha demostrado experimentalmente que la inclusión de porcentajes pequeños de arcillas o limos dentro de la masa arenosa tiene el efecto contrario (*Ford, 1985, Ovando, 1986, Georgianou et-al, 1990*). Los materiales finos en pequeñas cantidades --3 a 7 u 8%-- promueven la formación de estructuras granulares más sueltas pues su presencia disminuye el número de contactos intergranulares y además su contribución a la resistencia al esfuerzo cortante es muy poca. Cuanto más finos se agreguen, mayor será la capacidad de los materiales para generar presiones de poro bajo condiciones no drenadas y mayor su potencial de licuación. Eventualmente se alcanzará una cierta cantidad de finos en la que estos contribuirán a tomar esfuerzos cortantes y a partir de este porcentaje de umbral, el comportamiento del material se asemejará crecientemente al de las partículas finas y su licuabilidad disminuirá (*Ovando y Meza, 1991*). Es decir, el comportamiento del material dejará de ser "arenoso" para convertirse en "arcilloso".

Por simplicidad puede suponerse que los finos no contribuyen a resistir esfuerzos cortantes y por ello, en lugar de la definición usual de la relación

de vacíos, conviene adoptar la siguiente que se refiere a los volúmenes que ocupan los vacíos y la materia fina en un volumen unitario de suelo:

$$e_{gf} = \frac{V_v + V_f}{V_s} \qquad (5)$$

en donde e_{gf} es la relación de vacíos denominada *intergranular*; V_V, V_f y V_S son los volúmenes de vacíos, de materia fina y de arena, respectivamente. Utilizando esta definición para la relación de vacíos, también se pueden construir diagramas de estado.

Influencia del estado de esfuerzos antes de la etapa de falla. Los estados de esfuerzo que se presentan en el campo generalmente incluyen la existencia de esfuerzos cortantes estáticos. Llamando K al cociente entre los esfuerzos efectivos horizontales y verticales $(K = \sigma'_h / \sigma'_v)$ se obtiene que las muestras ensayadas con valores de K pequeños son más inestables que las que se consolidan bajo estados de esfuerzos hidrostáticos o isotrópicos $(K = 1)$, como se aprecia en las curvas esfuerzo-deformación y presión de poro-deformación de la fig 9 y en las trayectorias de esfuerzo de la fig. 10. La influencia del valor de K en la licuabilidad de estas arenas es notable, a menor K, mayor propensión a sufrir deformaciones de flujo y licuación. Además, las muestras ensayadas en extensión son más propensas a acumular presiones de poro bajo condiciones no drenadas que las que se ensayan en compresión; también son menos rígidas y resistentes. El interés de estos resultados dista de ser solamente académico, pues en muchas situaciones de carga cíclica --en un depósito natural de arena, durante un temblor o bajo la cimentación de una estructura fuera de la costa, por ejemplo-- ocurren rotaciones de las direcciones de esfuerzos principales en las que la dirección del esfuerzo principal mayor gira durante la aplicación de esfuerzos cortantes.

Influencia de la trayectoria de esfuerzos durante la etapa de falla. El comportamiento de probetas ensayadas en compresión difiere notablemente del que se observa cuando se llevan a la falla en extensión, como también se aprecia en las figs 9 y 10; esta diferencia se le ha atribuido a la anisotropía --orientación preferencial de los contactos intergranulares-- de las arenas (*Alberro, 1992*) En una cámara triaxial sólo es posible efectuar ensayes de compresión --en donde el esfuerzo principal mayor es vertical– o ensayes de extensión --donde el esfuerzo principal mayor es horizontal--. Existen dispositivos en los que es posible controlar las direcciones principales durante la falla de los especímenes y en los que se ha demostrado que la resistencia, rigidez y la capacidad para generar presiones de poro de las arenas, dependen de la dirección del esfuerzo principal mayor durante la etapa de falla (*Shibuya, 1985*). Para materiales anisótropos, como las arenas reconstituidas que generalmente se ensayan en el laboratorio, los ensayes de compresión y extensión efectuados en cámaras triaxiales permiten estudiar condiciones límite del comportamiento, en lo que se refiere a los efectos de la anisotropía.

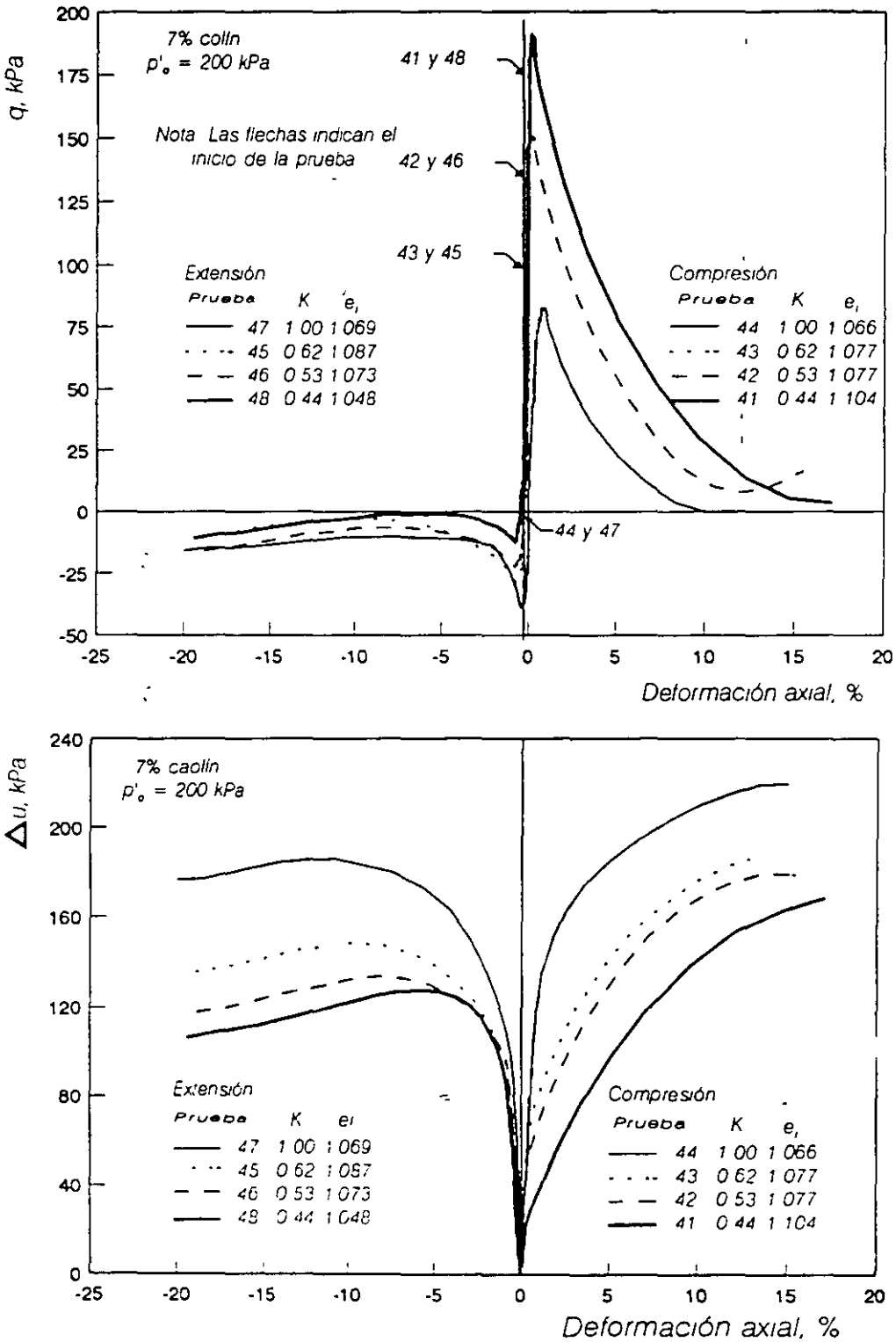


Fig 9 Curvas esfuerzo-deformación y presión de poro-deformación Arena de Jáltipan con 7% de caolín consolidadas con diferente cociente de esfuerzos

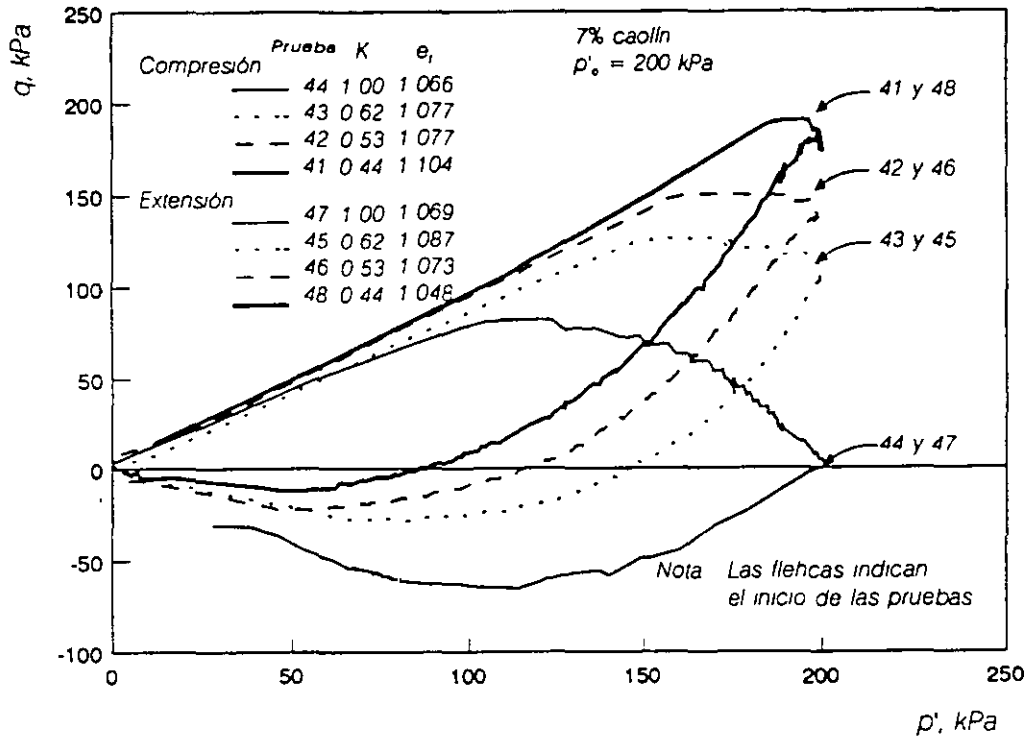


Fig 10 Trayectorias de esfuerzos correspondientes a las curvas de las figuras anteriores

Estados de colapso. Definen los esfuerzos cortantes máximos que se presentan antes de que sobrevenga la pérdida de resistencia que conduce a la licuación (total o parcial) y a la aparición de deformaciones de flujo. Al alcanzar el estado de colapso, las muestras ensayadas se vuelven inestables y en la rama descendente de la curva esfuerzo-deformación la estructura del material arenoso sufre un reordenamiento generalizado, que es la causa de la aparición de incrementos substanciales de presión de poro que pueden conducir a la licuación. Desde el punto de vista práctico, es importante definir las condiciones que conducen a la inestabilidad de los materiales arenosos y por ello, los esfuerzos que los definen constituyen las envolventes de colapso en el espacio p'-q. En la fig 11 se presentan una gráfica en la que las ordenadas son los esfuerzos desviadores en el estado de colapso, normalizados con respecto al esfuerzo efectivo normal octaédrico y las abscisas son las relaciones de vacíos intergranulares. Las curvas de esta figura se construyeron con los resultados de ensayes triaxiales de compresión y extensión efectuados en arena de Jáltipan mezclada con pequeñas cantidades de caolín (3, 5 y 7%). Como se aprecia en la figura, se definen curvas que sólo dependen del valor del cociente de esfuerzos utilizado para consolidarlas, K y de la dirección con la que se aplicaron los esfuerzos cortantes para llevarlas a la falla (compresión y extensión), además, esas curvas son geométricamente similares y por ello,

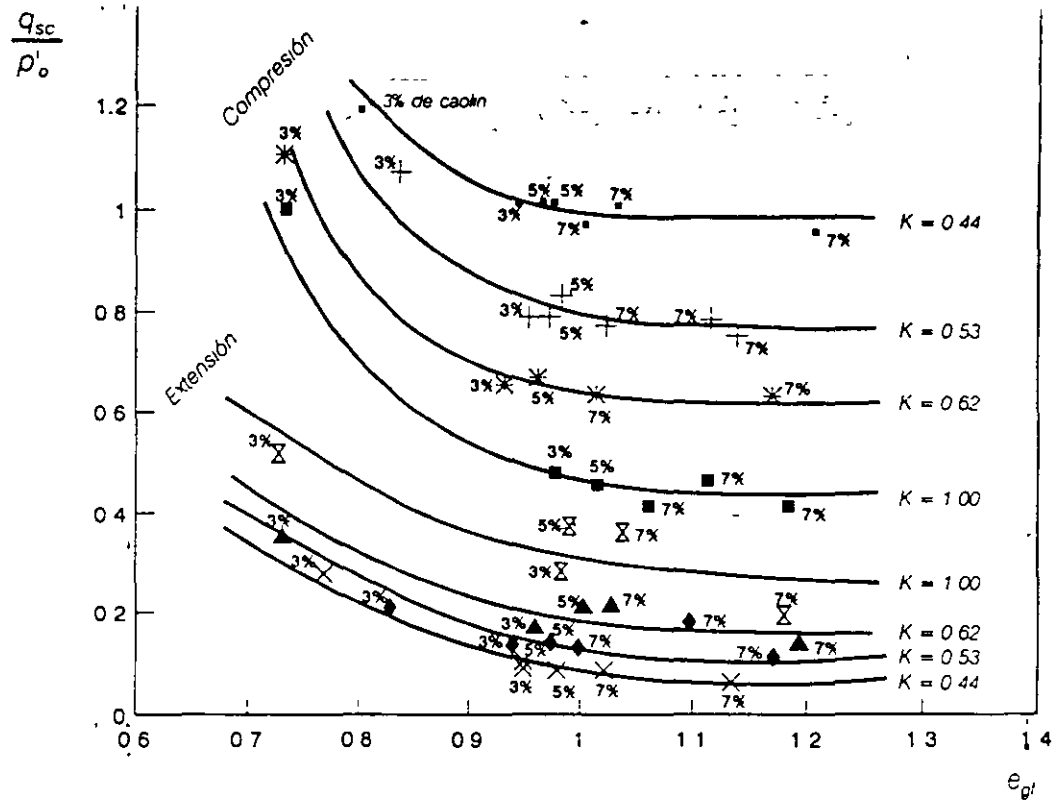


Fig 11 Líneas de resistencia mínima

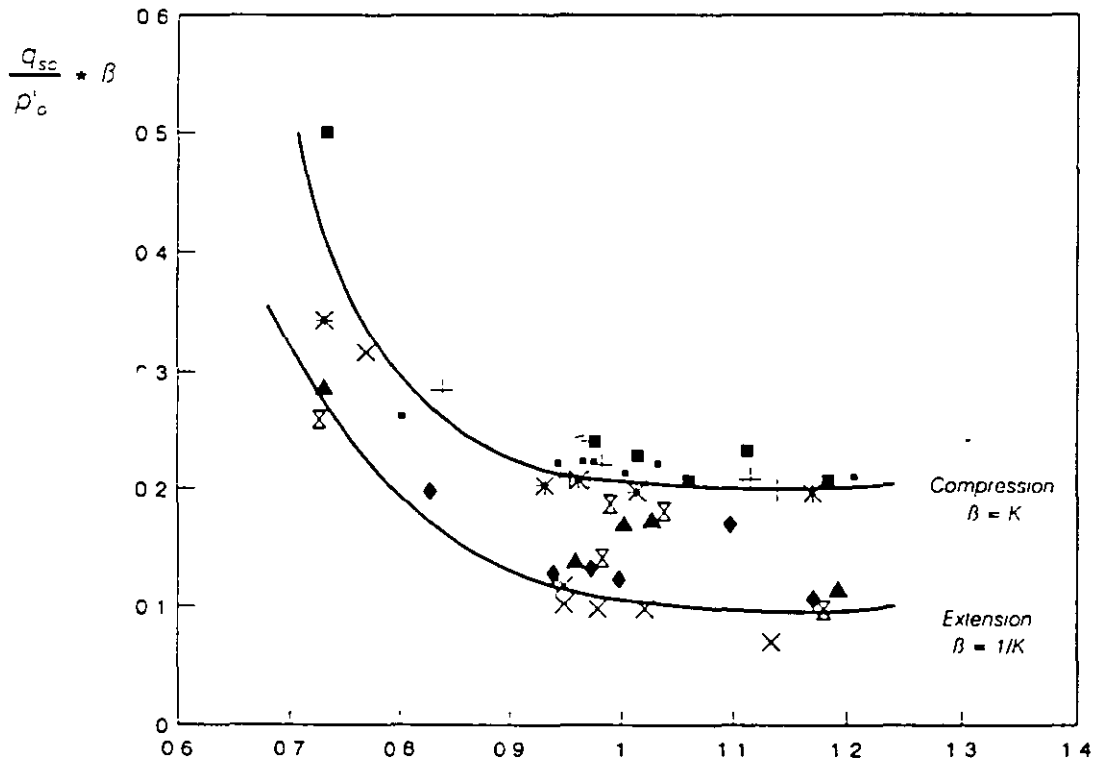


Fig 12 Líneas de resistencia mínima normalizadas

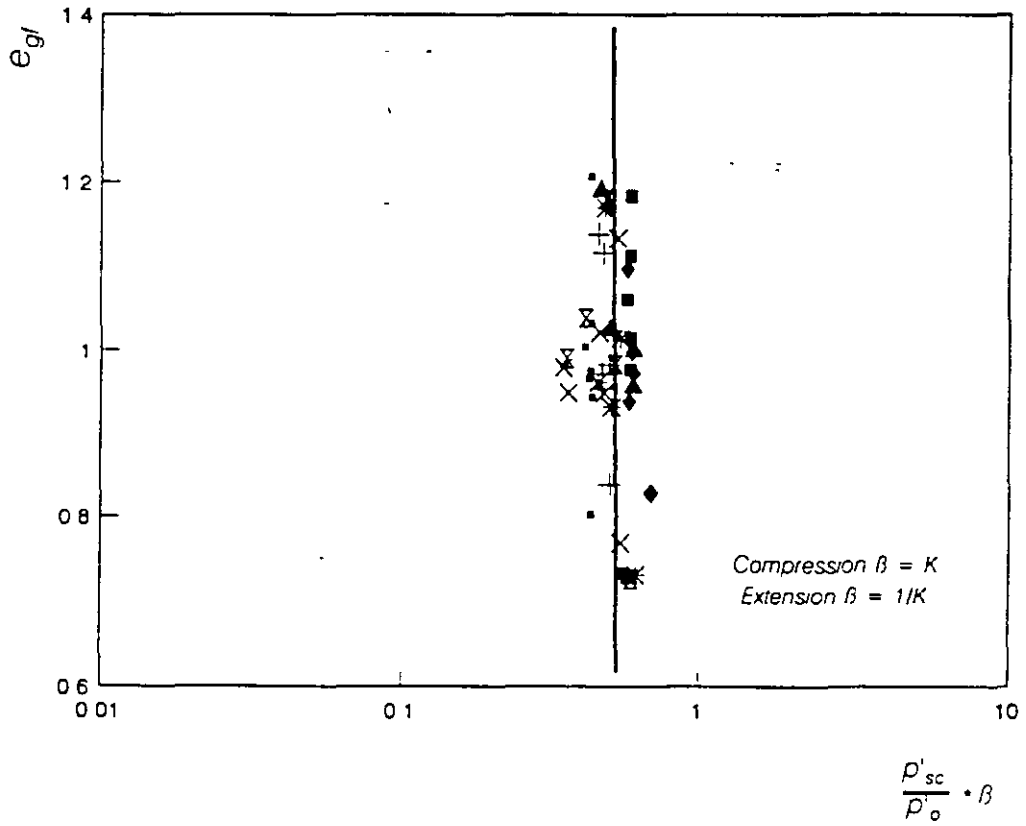


Fig 13 Diagramas de estado en la superficie de colapso

susceptibles de normalizarse con respecto a un parámetro que depende del estado de esfuerzos al final de la consolidación Este parámetro es $\beta_c = K$ para las probetas ensayadas en compresión y $\beta_e = 1/K$ para las que se fallaron en extensión Las curvas normalizadas se presentan en la fig. 12 y de estas últimas se concluye que el factor determinante para definirlas es la dirección de la aplicación de la carga

Esfuerzo efectivo medio en los puntos de colapso. Se ha encontrado que el cociente p'_{sc}/p'_o es aproximadamente constante e independiente de la relación de vacíos intergranular y de la dirección de la aplicación de cargas (*Shibuya, 1985, Ovando, 1996, Ishihara, 1990*). Como se ve en la fig 13, cuando p'_{sc}/p'_o se normaliza modificado por β_c y β_e, se llega al mismo resultado

Diagramas de estado normalizados. En la gráfica de la fig. 14 también se utilizaron los parámetros β_c y β_e para normalizar los cocientes p'_{min}/p'_0. En este caso p'_{min} es el esfuerzo efectivo normal octaédrico que se alcanza cuando se moviliza la resistencia mínima (estado estable o estado cuasi-estable)

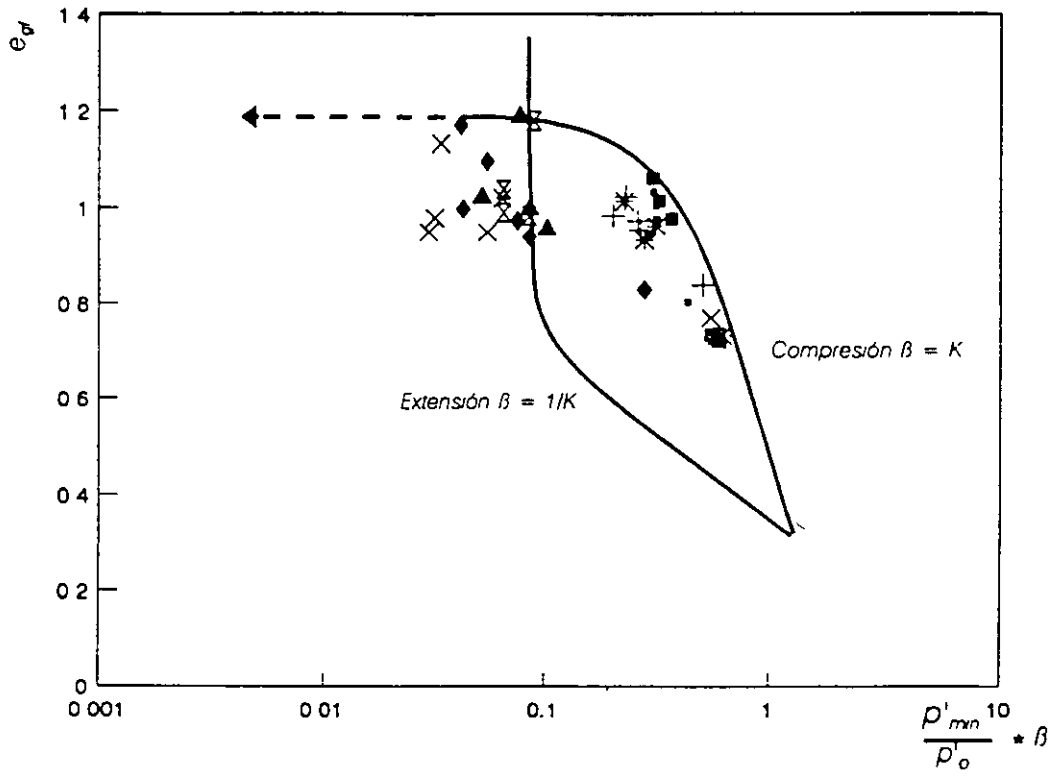


Fig 14 Diagrama de estado normalizado

Capítulo 4

COMPORTAMIENTO DURANTE LA APLICACIÓN DE CARGA CÍCLICA

El paso de las ondas sísmicas distorsionales (ondas S) a través de una masa arenosa produce esfuerzos cortantes cíclicos. Si las ondas inciden verticalmente, los esfuerzos cortantes actúan en planos horizontales. Estas condiciones de esfuerzo, que corresponden a las de deformación plana, pueden simularse aproximadamente en el laboratorio. Existen varios tipos de aparatos para tal efecto, cuyo rango de aplicabilidad queda determinado por la magnitud de las deformaciones que se induce en cada uno de ellos. Si se estudia el comportamiento a deformaciones pequeñas, deben usarse columnas resonantes o cámaras triaxiales con dispositivos para la medición local de deformaciones. El comportamiento a deformaciones grandes, como las que se tienen cuando se presenta la licuación de arenas se ha estudiado en aparatos de corte simple cíclico, en cámaras triaxiales y en aparatos torsionales cíclicos Las ventajas y desventajas de cada uno de ellos se discuten ampliamente en otro trabajo (*Ovando, 1992*).

La cámara triaxial ha sido el aparato más comúnmente usado para estudiar la licuación de las arenas bajo carga cíclica en el laboratorio En ella se incrementan cíclicamente los esfuerzos verticales totales, manteniendo constante el esfuerzo de confinamiento con lo cual se generan esfuerzos cortantes cíclicos en planos inclinados a 45°. En algunas pruebas, los esfuerzos verticales cíclicos pueden variar alternadamente entre los estados, de compresión y extensión.

Los aspectos generales del comportamiento en una cámara triaxial de una arena suelta, sometida a cargas cíclicas no drenadas de amplitud y frecuencia constantes, se resumen en la fig 15, donde se observa que por efecto de la aplicación repetida de cargas, la presión de poro se acumula progresivamente La licuación está indicada por un crecimiento rápido de la presión de poro Al presentarse ésta, las deformaciones de la muestra también crecen y, a deformaciones grandes, la probeta alcanza el estado estable Las presiones de poro pueden acumularse aún en el caso de muestras que no sean muy sueltas Puede ocurrir licuación parcial, si el estado del material pasa por el estado cuasi-estable o bien, presentarse el fenómeno de *movilidad cíclica*, en muestras medianamente densas. Cuando ocurre la movilidad cíclica, las trayectorias de esfuerzo pasan por o cerca del origen del espacio de esfuerzos, lo que origina la acumulación progresiva de deformaciones, cada vez que se anulan transitoriamente los

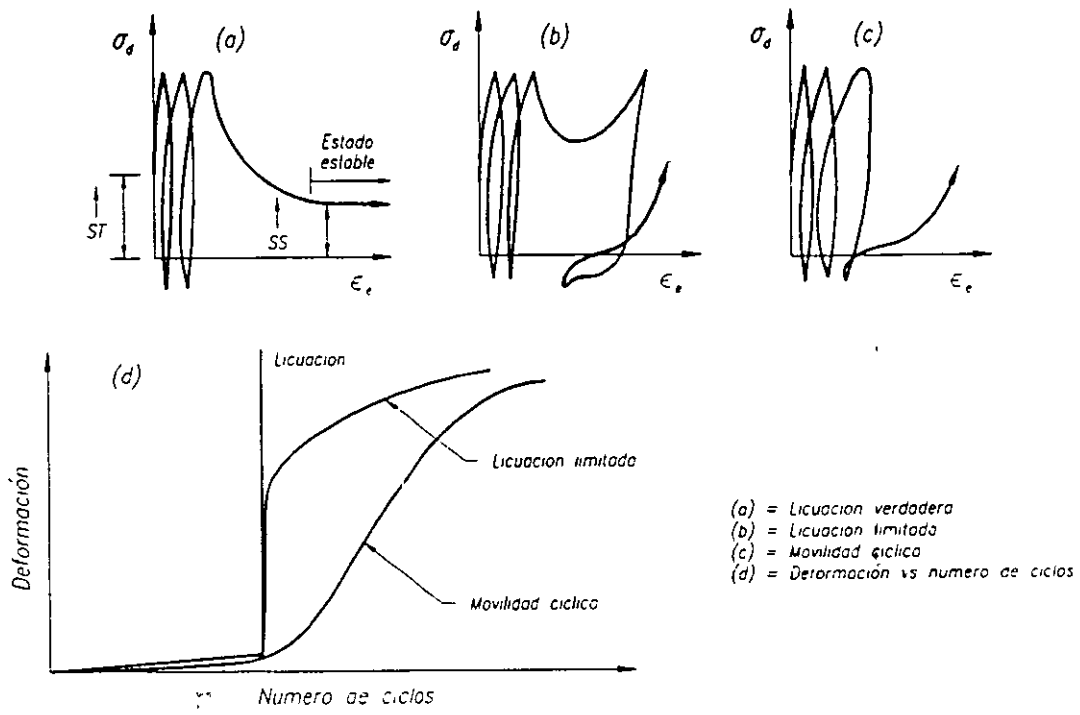


Fig 15 Definición de licuación

esfuerzos efectivos. La licuación parcial y la movilidad cíclica dan lugar al desarrollo de deformaciones en las probetas de gran magnitud, pero menos bruscas que las que ocurren en la licuación total.

La licuación total puede presentarse cuando la amplitud del esfuerzo cortante cíclico es menor que el que provoca la licuación bajo cargas monotónicas, debido a que, por efecto de la aplicación de cargas repetidas, se acumulan deformaciones irreversibles. Estas deformaciones eventualmente conducen a la falla del espécimen. El concepto de superficie de estado límite explica este comportamiento (*Ovando, 1986, 1990*).

Superficie de estado límite Es el lugar geométrico de los puntos que definen los límites para los estados posibles de un material en un espacio de esfuerzos (por ejemplo, el espacio *p'-q* o el espacio *s'-t*) Las trayectorias de esfuerzos efectivos de arenas normalmente consolidadas sometidas a cargas no drenadas y las envolventes de falla, definen superficies de estados límite Los estados de esfuerzo que se producen al ensayar monotónicamente muestras preconsolidadas quedan contenidos dentro del espacio limitado por la superficie de estado límite Asimismo, las trayectorias de esfuerzos que se obtienen al someter muestras normalmente consolidadas o preconsolidadas a cargas cíclicas, también quedan contenidas dentro de esta misma región del espacio de esfuerzos, como se ilustra en la fig 16

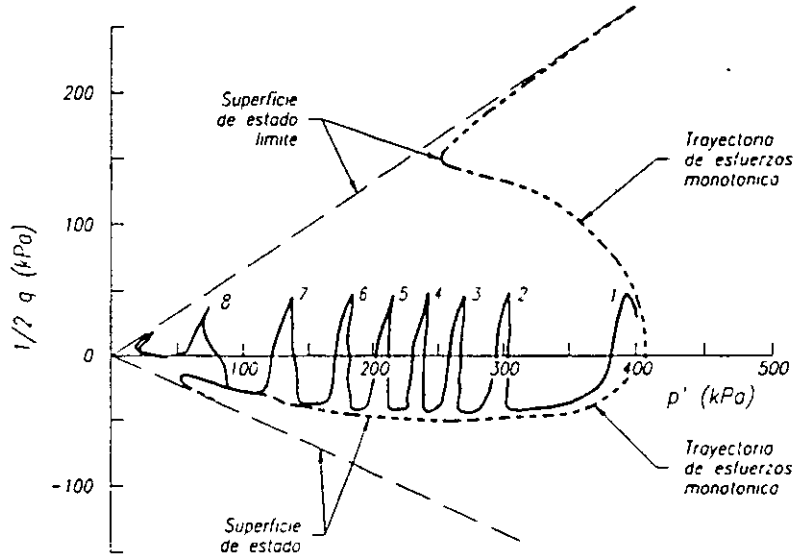


Fig 16 Superficie de estado límite para ensayes de compresión y extensión

En el caso de arenas sometidas a la acción de cargas cíclicas no drenadas, la generación de presiones de poro provoca que las trayectorias de esfuerzo migren hacia la izquierda del espacio de esfuerzos Cuando las trayectorias de esfuerzo interceptan a la superficie de estado límite, puede sobrevenir e colapso estructural que da lugar a la licuación total o parcial o bien, presentarse la movilidad cíclica En la fig. 16 también se presentan trayectorias cíclicas no drenadas, obtenidas al ensayar muestras de arena suelta en una cámara triaxial así como su correspondiente superficie de estado límite

Acumulación de presión de poro durante cargas cíclicas no drenadas. La cantidad de presión de poro que se acumula durante un ensaye cíclico no drenado en una cámara triaxial, depende de la trayectoria de esfuerzos de consolidación, del grado de preconsolidación, de la densidad del material antes de la aplicación de cargas cíclicas y de la amplitud del esfuerzo cíclico Se han propuesto diversas maneras de representarlo gráficamente. En la fig 17 se muestra una en la que el incremento de presión de poro por efecto de cargas cíclicas, Δu, se grafica como función de la amplitud del esfuerzo cortante cíclico, para diferentes números de ciclos.

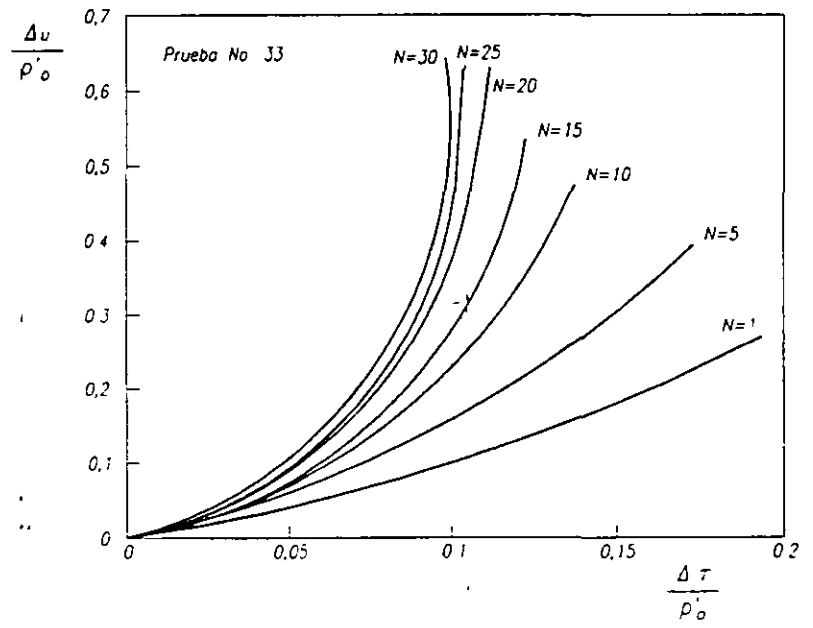


Fig 17 Respuesta de la presión de poro en un ensaye triaxial cíclico en un espécimen de arena suelta con 7% de finos

Capítulo 5

POTENCIAL DE LICUACIÓN CON PRUEBAS DE LABORATORIO

Las observaciones experimentales del comportamiento de las arenas sometidas a cargas no drenadas --monotónicas o cíclicas-- permiten derivar conclusiones de carácter general, a partir de las cuales se han establecido reglas empíricas o modelos fenomenológicos para predecir el comportamiento de probetas de arena ensayadas bajo condiciones controladas en el laboratorio Asimismo, este mismo tipo de observaciones han permitido elaborar modelos constitutivos del comportamiento de las arenas basados en conceptos teóricos de diversa complejidad.

Con lo expuesto en el Cap 3 sobre el comportamiento de las arenas sometidas a cargas monotónicas se puede establecer un marco conceptual con el que, en primera aproximación, pueden hacerse predicciones cualitativas sobre el comportamiento de las arenas, los postulados de este marco conceptual son los siguientes

a) *Existencia de superficies de estado límite* Para cualquier estado de esfuerzos dado, existe una de estas superficies que limita los estados posibles que puede sostener una probeta de arena ante cargas no drenadas. La existencia de estas superficies para historias de carga drenadas también se ha verificado para un número limitado de materiales (*Symes, 1983, Shibuya, 1985*), e implica la utilización de pre-ior :s equivalentes (*Roscoe y Burland, 1968*) para normalizar, con las limitaciones que ya se mencionaron, todo el comportamiento esfuerz -deformación presión de poro-deformación. Las superficies de estado límite quedan determinadas por las trayectorias de esfuerzo de muestras normalmente consolidadas y no son únicas, pues dependen de la densidad inicial del material, del método de deformación o de depositación y de las trayectorias de esfuerzo seguidas durante las etapas de consolidación y de falla.

b) *Condiciones de inestabilidad* La licuación de las arenas sólo puede presentarse si, para cualquier trayectoria de carga, el cociente de los esfuerzos efectivos que actuan sobre una probeta es tal que

$$\frac{q}{p'} \leq \frac{q_{sc}}{p'_{sc}} \qquad (6).$$

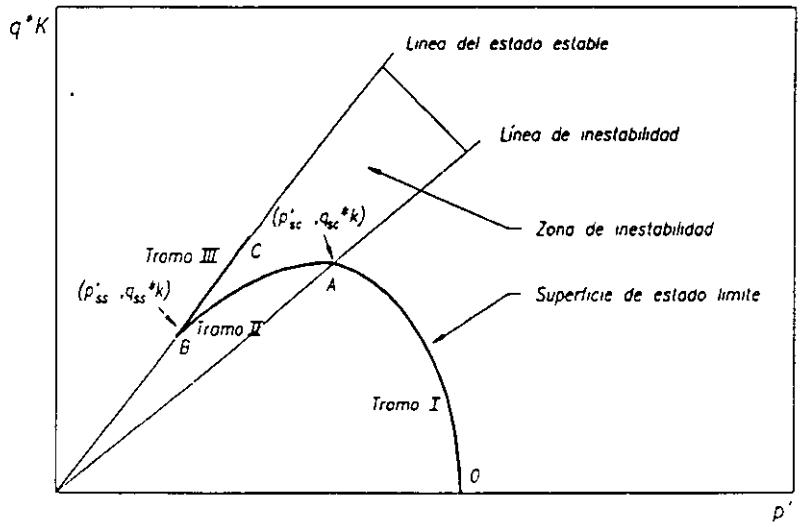


Fig 18 Identificación de la superficie de estado límite y la zona de inestabilidad

esta desigualdad define una región en el espacio de esfuerzos, como se indica en la fig. 18 y constituye una condición necesaria pero no suficiente para que ocurra la licuación de arenas

c) *Condiciones que desencadenan la licuación.* La licuación (parcial o total) sólo ocurre cuando se verifica la desigualdad 6 y, además, la trayectoria de esfuerzos intercepta a la superficie de estado límite

La licuación bajo cargas monotónicas constituye un caso especial pues ahí ambas condiciones se satisfacen cuando

$$\frac{q}{p'} = \frac{q_{sc}}{p'_{sc}} \qquad (7)$$

en virtud de que los puntos de colapso forman parte de la superficie de estado límite

Como consecuencia de lo anterior se deduce que para estimar cuantitativamente la licuabilidad de las arenas, las superficies de estado límite, las condiciones de inestabilidad y las tasas de acumulación de presiones de poro deben describirse con expresiones analíticas.

Modelación de la condición de inestabilidad y de la superficie de estado límite Las condiciones de inestabilidad quedan descritas por la desigualdad 6, pero las superficies de estado límite requieren de expresiones más complejas En estudios recientes se encontró que, en general, las superficies de estado límite para muestras muy sueltas, i e. altamente licuables, constan de tres partes, como se ve en la fig. 19 La primera de ellas es elíptica y va el estado de esfuerzos al final de la consolidación

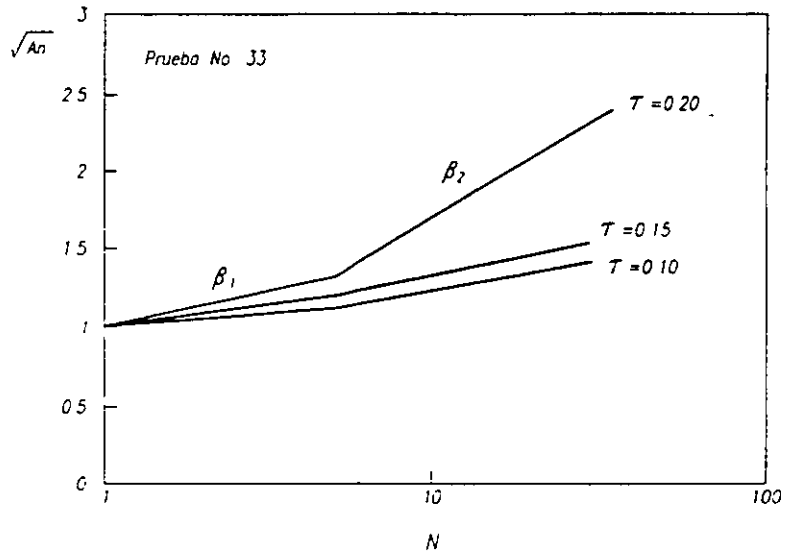


Fig 19 Parámetro de presión de poro de un espécimen de arena suelta con 7% de finos

hasta el punto de colapso (trayectoria OA en la fig 19), la segunda es una parábola que va desde éste último punto hasta la envolvente de falla (tramo AB); la tercera es la envolvente de falla (tramo BC).

Cuando las trayectorias de esfuerzos aplicados involucran tramos de descarga; es decir, reducciones de esfuerzos cortantes con respecto a los estados de esfuerzo después de la consolidación, deben describirse los tramos correspondientes de la superficie de estado límite, incluso cuando los esfuerzos cortantes cambian de signo en pruebas de extensión.

Las siguientes expresiones, que se presentan solamente con carácter ilustrativo, permiten modelar las superficie de estado límite de muestras de arena de Jaltipan mezcladas con varios porcentajes de caolín, consolidadas isotrópica o anisotrópicamente (*Solórzano, 1996*)

El primer tramo, que es elíptico, está dado por:

$$q = \frac{2q_{sc}}{(p'_0 - p'_{ss})} \sqrt{p'(p'_0 + p'_{ss}) - (p')^2 - p'_0 p'_{ss}} \qquad (8)$$

La parábola que describe el segundo tramo es.

$$q = q_{sc} + \frac{(p' - p'_{sc})^2 (q_{ss} - q_{sc})}{(p'_{ss} - p'_{sc})^2} \qquad (9)$$

El vértice de esta parábola coincide con el punto de colapso estructural (p'_{sc}, q_{sc}) y su trayectoria pasa por el punto donde se alcanza el estado estable (p'_{ss}, q_{ss}). El único término sin definir en las ecs. (8) y (9) es el

esfuerzo efectivo medio de consolidación, p'_o. La envolvente de falla que define al tercer tramo en el espacio p'-q está dada por

$$q_f = M\, p'_f \tag{10}$$

en donde q_f y p'_f son los esfuerzos en la falla y

$$M = \frac{6\,sen\,\phi'}{3 - sen\,\phi'} \tag{11}$$

Los parámetros p'_{sc}, q_{sc}, p'_{ss} y q_{ss} se obtienen de curvas como las mostradas en las figs 12 a 14, todos estos resultan ser funciones de la relación de vacíos intergranular

Tasas de acumulación de presión de poro. Conviene expresarlas en términos de un parámetro que relacione los incrementos de presión de poro con los de esfuerzo cortante producidos durante la aplicación de cargas cíclicas (*Sarma y Jennings, 1980*):

$$A_n = \frac{\Delta u_n}{\Delta \tau_c} \tag{12}$$

en donde Δu_n es la presión de poro producida por la aplicación de n ciclos de esfuerzo cortante de amplitud $\Delta \tau_c$. Esta última corresponde a los incrementos de esfuerzo en exceso de los esfuerzos cortantes estáticos después de la consolidación y para ensayes triaxiales cíclicos efectuados manteniendo constante la presión confinante, $\Delta \tau_c = \Delta \sigma_{vc}$. En la gráfica de la fig. 19 se presentan curvas experimentalmente obtenidas (*Solórzano, 1996*) en las que $\sqrt{A_n}$ tiene una representación aproximadamente bilineal, como función del logaritmo del número de ciclos, n. Las expresiones que resultan son

$$\sqrt{A_n} = \sqrt{A_1} + \beta_1 \log n \quad para \quad n \le n^* \tag{13}$$

$$\sqrt{A_n} = \sqrt{A_1} + \beta_1 \log n + \beta_2 \log(n - n^*) \quad para \quad n > n^* \tag{14}$$

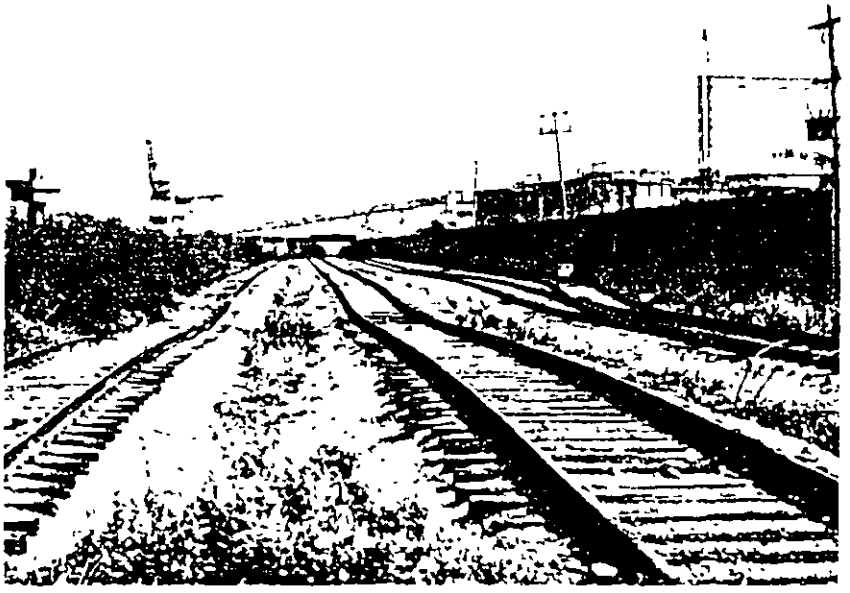
en estas expresiones $\sqrt{A_1}$ se obtiene al evaluar la presión de poro después del primer ciclo de carga, n^* es el punto donde ocurre el cambio de pendiente, β_1 y β_2 son las pendientes respectivas.

Para determinar si una muestra de arena se licuará debe conocerse la amplitud del esfuerzo cortante cíclico, el número de ciclos de carga, la tasa de acumulación de presión de poro (expresiones 13 y 14) y las expresiones que definen la superficie de estado límite

Las tasas de acumulación de presión de poro determinan las reducciones de esfuerzos efectivos que ocurren durante la carga cíclica, que pueden ser

uniforme o irregular (*Sarma y Jennings, 1980*). Suponiendo que los extremos de los ciclos de carga se trasladan dentro del espacio de esfuerzos *p'-q* de acuerdo con las ecs. (13) y (14), estas mismas ecuaciones pueden utilizarse para definir si el estado de esfuerzos coincide con alguno de los que definen a la superficie de estado límite, dentro de la zona de inestabilidad. Si las trayectorias de esfuerzos cíclicos interceptan a la superficie de estado límite, sobrevendrá la licuación. En el diagrama de flujo de la fig. 20 se resumen todos estos conceptos.

Otros métodos. En la literatura sobre el tema se pueden encontrar muchos otros métodos para predecir el potencial de licuación con base en los resultados de ensayes de laboratorio. En el trabajo de Solórzano (1996) el lector podrá encontrar un resumen de algunos de los más significativos.



"Deformación lateral y asentamientos de vías"

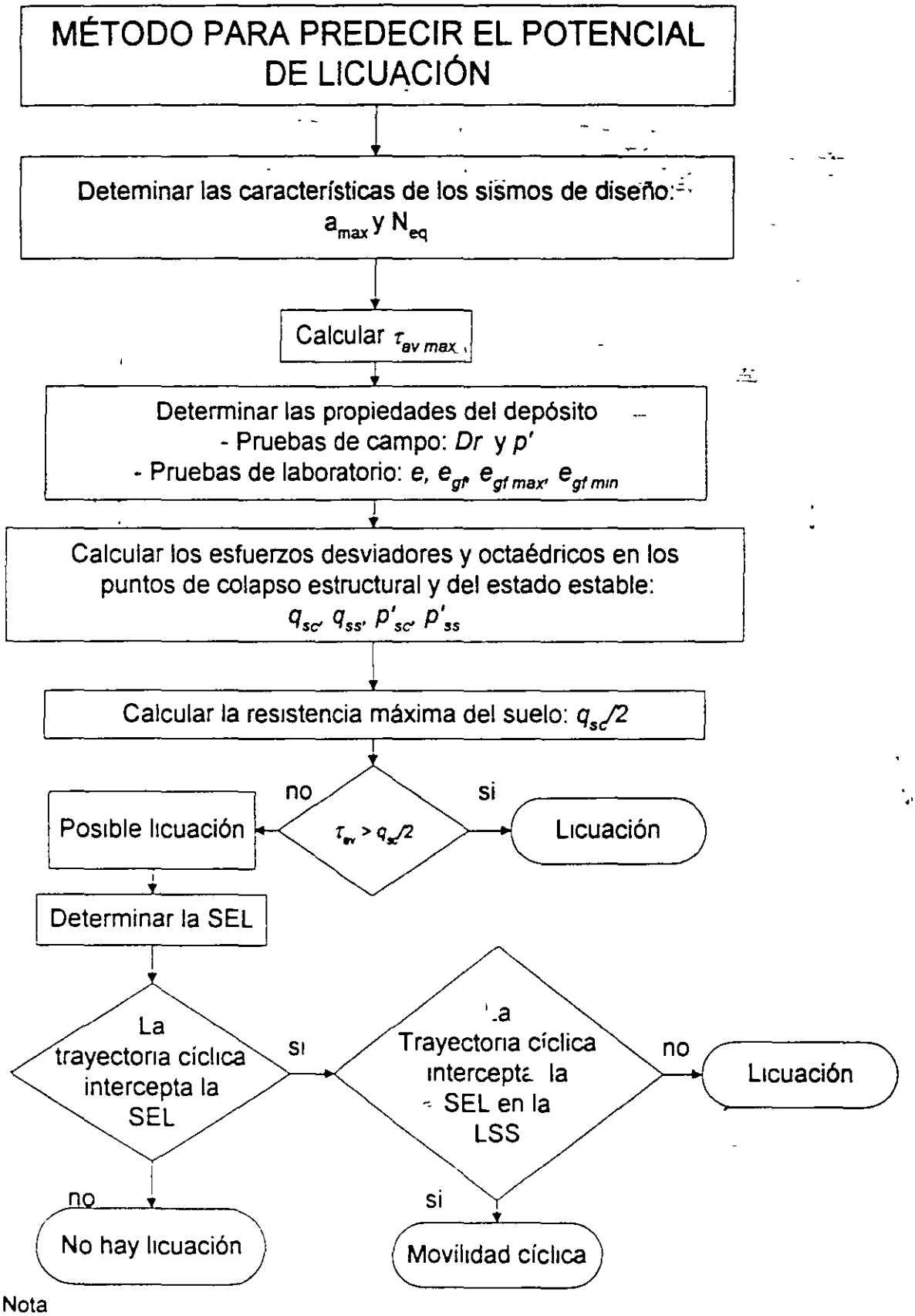


Fig 20 Procedimiento para estimar el potencial de licuación

Capítulo 6

POTENCIAL DE LICUACIÓN A PARTIR DE ENSAYES DE CAMPO

El conocimiento sobre la licuación de las arenas se enriqueció con las contribuciones de Seed y colaboradores quienes, entre muchas otras cosas relacionadas con el tema, propusieron un método empírico simplificado para predecir el potencial de licuación de estos suelos, a partir de los resultados de pruebas de penetración estándar que posteriormente se extendió para evaluar la licuabilidad de estos materiales usando sondeos de cono eléctrico (*Seed y Lee, 1966; Seed e Idriss, 1971; Seed et-al, 1975; Seed, 1976; Seed e Idriss, 1982; Seed et-al; 1984*). En nuestro país se ha usado exitosamente para predecir la licuación de rellenos granulares en la Isla de Enmedio en Lázaro Cárdenas y en Manzanillo. En el extranjero los ejemplos del éxito del método abundan.

6.1 Ensayes de penetración estándar y de cono eléctrico

Sucintamente, el método simplificado de Seed e Idriss consiste en comparar una medida de la resistencia a la penetración (el número de golpes de una prueba de penetración estándar, N, o la resistencia de punta medida con un con eléctrico, q_c) con el cociente de esfuerzos cíclicos, τ_c / σ'_0, que se induce en la masa arenosa, a una profundidad dada. Con estos dos parámetros se determina si en la profundidad estudiada el suelo puede licuarse, de acuerdo con experiencias previas pues los pares de valores $N - \tau_c / \sigma'_0$ o $q_c - \tau_c / \sigma'_0$ obtenidos al examinar las condiciones de sitios en donde se ha presentado licuación, definen líneas que separan los estados de arenas licuables de los que no lo son. En la fig 21 se presenta una de estas gráficas en donde se puede estimar la licuabilidad de arenas para temblores de diferente magnitud

La distribución de los esfuerzos cortantes máximos que se presentan dentro de un depósito de arena se puede obtener aproximadamente con la siguiente expresión:

$$\frac{\tau_c}{\sigma'_0} \approx 0.65 \frac{a_{max}}{g} \frac{\sigma_0}{\sigma'_0} r_d \qquad (15)$$

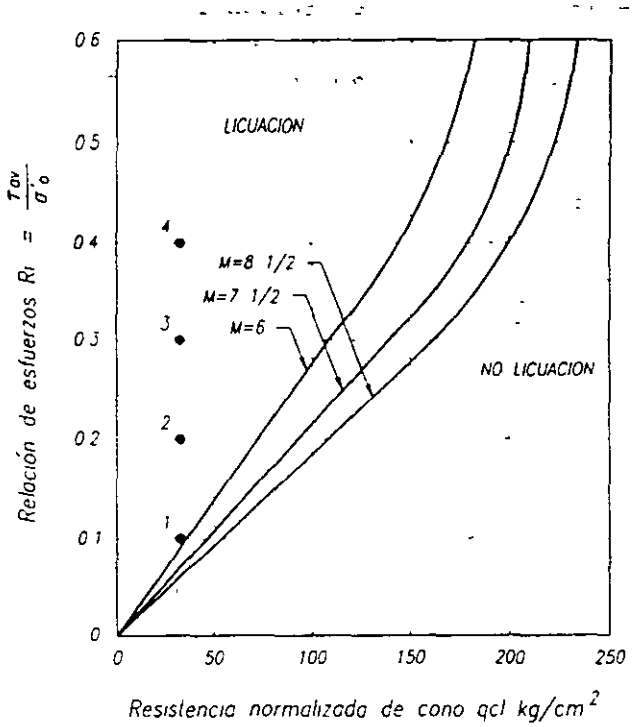


Fig. 21 Evaluación del potencial de licuación

en donde a_{max} es la aceleración máxima del terreno; g la de la gravedad; σ_0 y σ'_0 son los esfuerzos verticales total y efectivo a la profundidad donde se estiman los esfuerzos cortantes. El parámetro $r_d \leq 1.0$ se utiliza para tomar en cuenta los efectos de amplificación que sufren las ondas sísmicas al atravesar materiales de poca rigidez, como los suelos. Este parámetro disminuye con la profundidad y se puede obtener de gráficas como la de la fig 22 o bien de análisis de la respuesta sísmica del depósito estudiado.

Conocido τ_c / σ'_0, se determina si el estrato es licuable para los valores de N o de q_c medidos en el campo Estos deben normalizarse con respecto al esfuerzo vertical efectivo de campo, antes de entrar a las gráficas de licuabilidad y para ello se puede emplear la fig. 23 que proporciona un factor, C_q, que corrige a los valores de la resistencia a la penetración obtenidos en el campo

La línea que divide a los pares de valores de τ_{av}/σ'_0 y de q_c que producen la licuación de los que no la producen, puede utilizarse para definir un factor de seguridad contra la licuación de arenas, FS_{lic}:

$$FS_{lic} = \frac{\left(\tau_c/\sigma'_0\right)_{crit}}{\left(\tau_c/\sigma'_0\right)} \qquad (16)$$

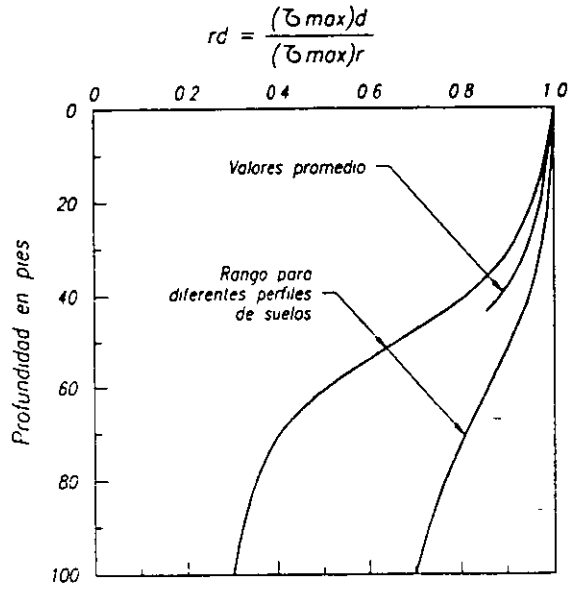


Fig 22 Rango de valores de r_d para diferentes de suelos

el numerador es el cociente de esfuerzo cortante cíclico promedio que producirá licuación (cociente crítico de esfuerzos cortantes); el denominador representa los esfuerzos cortantes cíclicos que induce en el suelo un temblor con una cierta intensidad determinada por la aceleración máxima del terreno, a_{max}.

Basándose en el análisis de una amplia colección de casos, Robertson *et-al* (*1992*) desarrollaron otros criterios para definir directamente a partir de los resultados de un ensaye de cono eléctrico, si un estrato es licuable De acuerdo con ellos, la licuación se presenta si

$$q_c\left(\frac{P_a}{\sigma_0}\right)^{0.6} \leq 67\ kg/cm^2 \qquad (17)$$

$$q_c\left(\frac{P_a}{\sigma_0}\right)^{0.5} \leq 50\ a\ 75\ kg/cm^2 \qquad (18)$$

$$q_c/\sigma_0 \leq 40\ a\ 50\ kg/cm^2 \qquad (19)$$

En la gráfica de la fig 24 se ilustra la aplicación de este criterio para un depósito de arenas sueltas en Manzanillo, Col., como se ve en esa figura, las ecs (17) y (18) limitan una zona en donde la licuación es posible La expresión (19) define límites más optimistas de las condiciones de licuabilidad, para presiones verticales pequeñas y para presiones mayores ocurre lo contrario ya que conduce a estimaciones conservadoras.

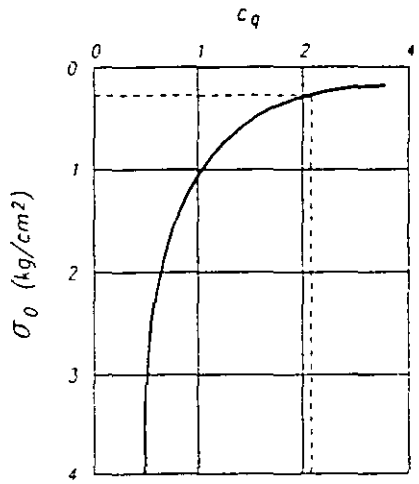


Fig 23 Determinación del factor de corrección C_q

6.2 Velocidad de ondas S para estimar el potencial de licuación

Método basado en el cociente de esfuerzos cíclicos. En los últimos años también se ha propuesto un método enteramente análogo al de Seed e Idriss en el que, en lugar de la resistencia a la penetración, se utiliza la velocidad de propagación de ondas de cortante como parámetro de comparación para determinar si un estrato es licuable. Este método se desarrolló a partir de la aparición del cono sísmico en Canadá (*Robertson et-al, 1992*)

La utilización de la velocidad de propagación de ondas de corte –indirectamente medida de la rigidez inicial del suelo-- para estimar la licuabilidad de los depósitos arenosos se justifica en tanto que depende de los mismos factores que la determinan: compacidad, grado de saturación, estado de esfuerzos efectivos, tamaño y forma de los granos, etc. En la gráfica de la fig 25 se presenta un perfil de velocidades de propagación de ondas de corte contra la profundidad obtenido de los resultados de un ensaye con el cono eléctrico, desarrollado en el Instituto de Ingeniería (*Ovando et-al, 1996*). El uso del nuevo criterio para predecir el potencial de licuación requiere de gráficas como la de la fig 26 cuyas abscisas son las velocidades de propagación de ondas de corte normalizadas, V_{s1}, y sus ordenadas los esfuerzos cortantes promedio inducidos en la masa del suelo durante un sismo, normalizados con respecto al esfuerzo vertical efectivo de campo, τ_{av}/σ_0, dado por la ec (15)

La velocidad normalizada de ondas de corte se obtiene con:

$$V_{s1} = V_s\left(\frac{P_a}{\sigma_0'}\right)^{0.25} \qquad (20)$$

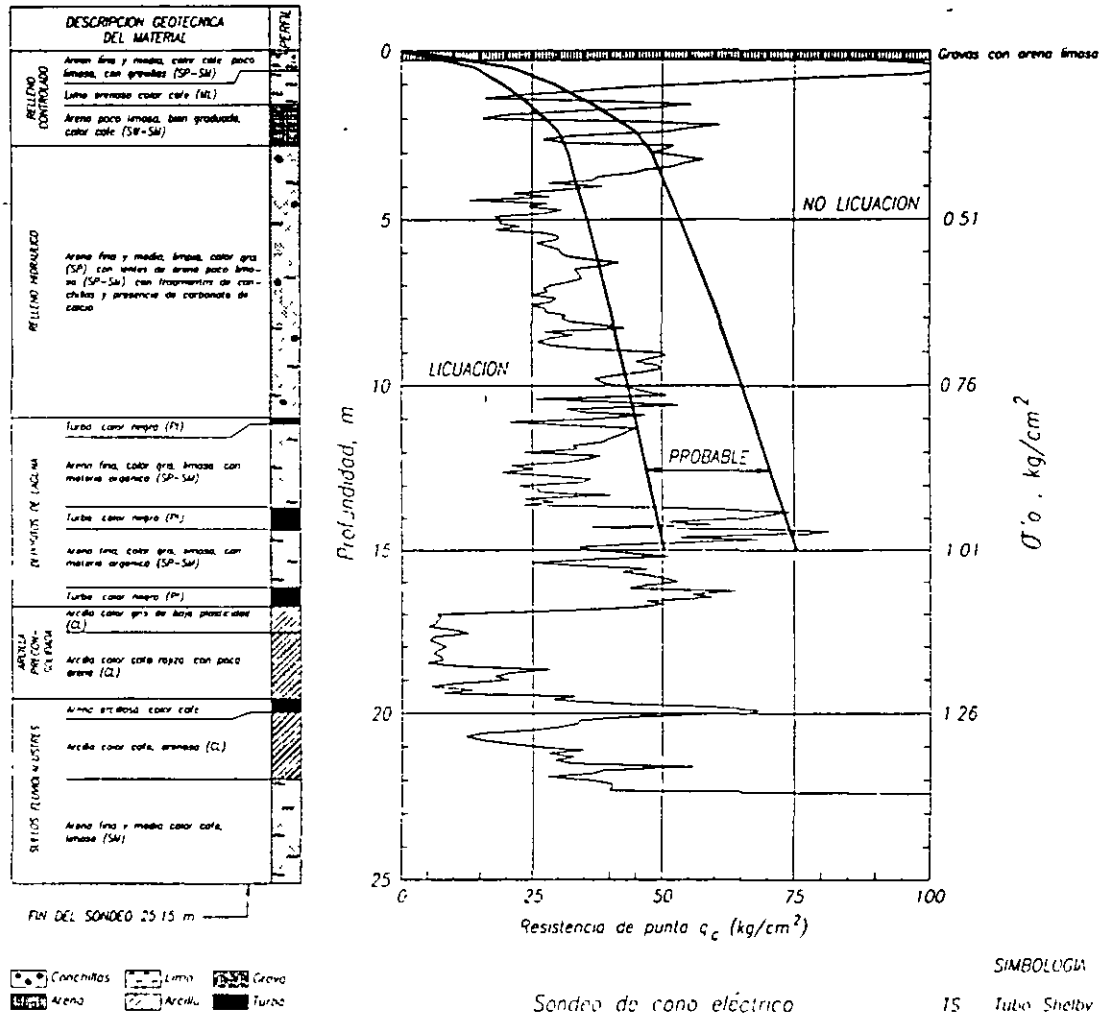


Fig 24 Aplicación del criterio de Robertson (1992)

V_s es la velocidad de propagación de ondas de corte medida con el cono sísmico y P_a es una presión de referencia, generalmente la atmosférica.

Al utilizar este método, también se puede definir un factor de seguridad contra la licuaci ón (ec 16). El factor de seguridad contra la licuación es función de la profundidad y por ello es posible construir perfiles como los de la fig 27, en los que FS_{lic} se calculó para tres temblores con aceleraciones máximas diferentes. Los valores de V_s se obtuvieron de la fig. 25. En las profundidades en las que FS_{lic} es menor que la unidad, la licuación de arenas ocurrirá, y tanto más severa como menor sea el valor del factor de seguridad

Método basado en la aceleración máxima del terreno. Fue desarrollado por Holzer (*1988*) a partir de observaciones de campo efectuadas en California durante varios temblores Consiste en comparar, en una gráfica, fig. 28, la aceleración máxima del terreno registrada antes de la licuación con la

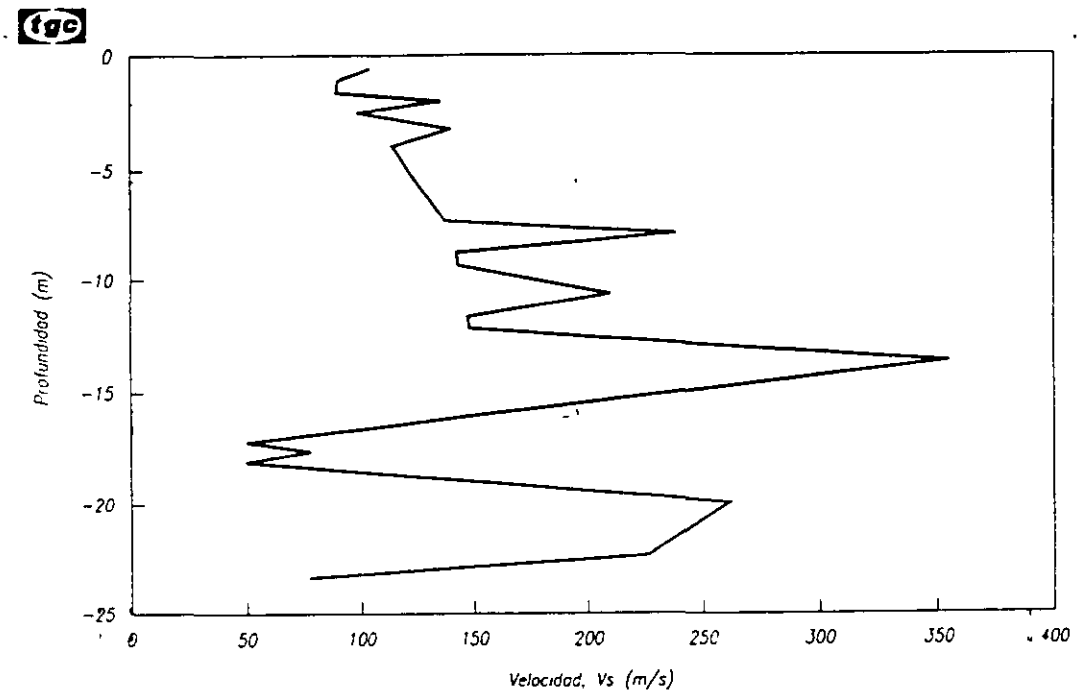


Fig 25 Perfil de velocidad de propagación de onda de corte contra profundidad

velocidad de propagación de ondas de corte medida *in situ*, definiendo fronteras entre los sitios en donde se ha manifestado el fenómeno.

6.3 Limitaciones de los métodos simplificados

La aplicación de los métodos simplificados permite determinar si un determinado estrato arenoso suelto es susceptible de licuarse y, con la aplicación de factores de seguridad como el de la ec. (16), se puede estimar cualitativamente la severidad del fenómeno, sin que se éste defina cuantitativamente. La cuantificación *a priori* de los daños que produce un temblor es siempre una tarea que sólo puede proporcionar aproximaciones de su orden de magnitud. Aún así, los métodos simplificados para estimar el potencial de licuación, proporcionan elementos indicativos que se pueden mejorar haciendo análisis de la respuesta sísmica de los depósitos arenosos sueltos

Métodos analíticos. En estos se integran las ecuaciones de movimiento, modelando las arenas como materiales capaces de sufrir grandes deformaciones. El efecto de la presión de poro se introduce mediante esquemas simplificados, algunos de ellos obtenidos de los resultados de ensayes de laboratorio o bien, mediante modelos "acoplados" en los que las ecuaciones de equilibrio también incluyen las propiedades del suelo que determinan su capacidad para acumular y disipar presión de poro y además, el suelo se representa como un material elastoplástico (*Zienkiewicz et-al, 1990*)

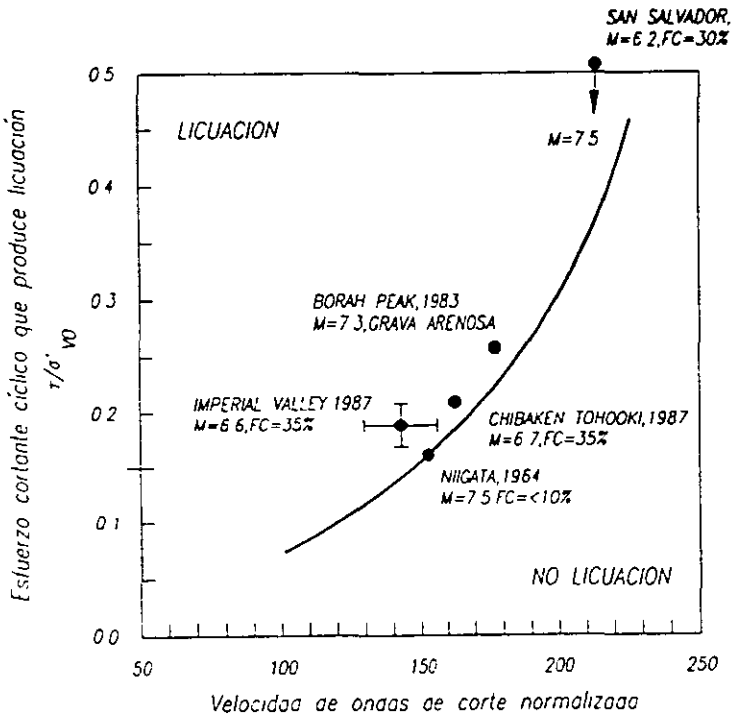


Fig 26 Criterio para estimar el potencial de licuación

Para efectuar un análisis numérico detallado de ese tipo, las arenas deben caracterizarse en términos de modelos constitutivos esfuerzo-rigidez-deformación y de su potencial para generar presión de poro en función de las cargas cíclicas aplicadas. Todo esto se obtiene de ensayes de laboratorio --ensayes de columna resonante así como cíclicos triaxiales, torsionales o de corte simple-- en muestras de arena reconstituida, ante la gran dificultad de obtener muestras inalteradas de arena.

6.4 Relación entre ensayes de campo y de laboratorio

Los resultados de numerosas investigaciones indican que la estructura inicial y el estado de esfuerzos no influyen en las condiciones para que se presente el estado estable (*e.g Verdugo et-al, 1995*). De aquí se sigue que siempre se podrán establecer criterios para estimar la licuabilidad de arenas a partir de diagramas de estado construidos con base en los resultados de ensayes de laboratorio, ya que la resistencia última o residual --la resistencia en el estado estable-- así obtenida, debe ser igual a la de campo En efecto, si se acepta lo anterior, se deduce que la línea de estado estable determinada en el laboratorio es la misma que se tiene para un depósito arenoso en el campo y para determinar la licuabilidad de un depósito, deben de conocerse o estimarse los estados de esfuerzos efectivos y las relaciones de vacíos o la compacidad *in situ*

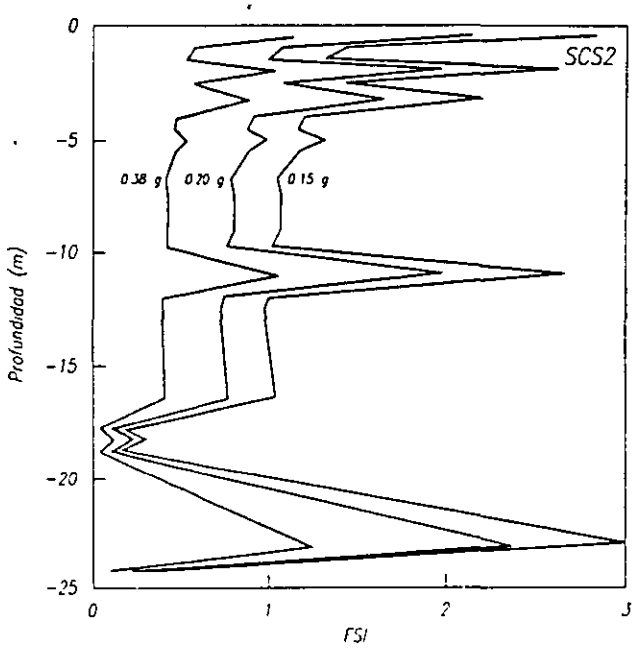


Fig 27 Factor de seguridad contra licuación en función de la profundidad

Correlaciones entre ensayes de campo y laboratorio. Desafortunadamente, los problemas de muestreo impiden tener medidas directas de la compacidad *in situ* de los depósitos arenosos sueltos. La densidad de estos materiales se ha obtenido con base en los resultados de ensayes de penetración estándar o de cono eléctrico efectuados en cámaras o depósitos especiales de calibración. Este método se ha aplicado exitosamente en nuestro país, como medio para controlar la calidad de materiales limo-arenosos compactados (*Santoyo et-al, 1992*). A falta de estos ensayes, debe recurrirse a correlaciones; algunas de las más recientes se presentan a continuación

Skempton (*1986*) propuso la siguiente expresión general para relacionar la densidad relativa de las arenas, D_r, con la resistencia a la penetración estándar, N

$$N = \left(a + b\bar{\sigma}'_v\right)\left(D_r/100\right)^2 \qquad (21)$$

en donde a y b son constantes que dependen principalmente del tamaño de los granos y $\bar{\sigma}'_v$ es el esfuerzo vertical efectivo de campo. En la práctica japonesa $a = 16$ y $b = 23$, según Ishihara (*1993*). También existen correlaciones entre D_r y la resistencia de punta medida con un cono eléctrico, q_c. La siguiente se debe a Jamiolkowski *et-al* (*1985*):

$$D_r = -A + B\log\left(q_c/\sqrt{\bar{\sigma}'_v}\right) \qquad (22)$$

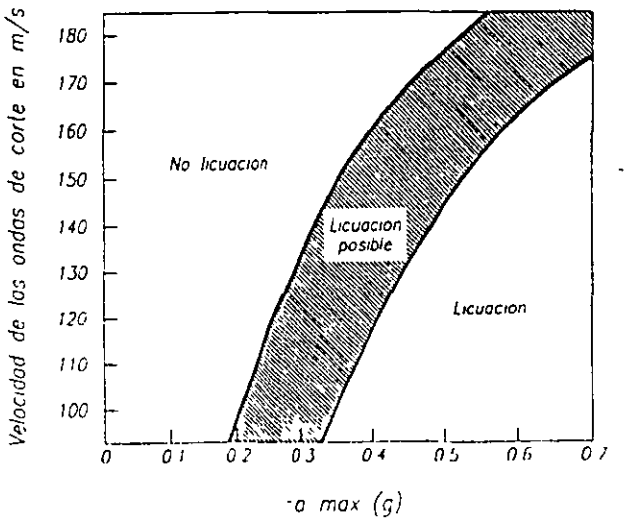


Fig 28 Criterio de licuación de Holzer (1988)

Tatsuoka *et-al* (*1990*) recomiendan utilizar $A = 85$ y $B = 76$. Conocida la densidad relativa, las densidades máxima y mínima se determinan en el laboratorio con muestras tomadas del lugar.

Métodos mixtos. Algunos métodos combinan resultados de ensayes de campo y de laboratorio para estimar el potencial de licuación.

Resistencia a la penetración y resistencia en el estado estable. De acuerdo con algunos autores, el método simplificado de Seed e Idriss conduce generalmente a estimaciones conservadoras de la licuabilidad de las arenas sueltas Dicho método supone implícitamente que existen una correlación única entre la resistencia a la penetración y la resistencia en el estado estable, independientemente del tipo de suelo. Además las curvas de licuabilidad se han obtenido de sitios en donde han ocurrido fallas por licuación, lo que no necesariamente significa que ésta se presente en otros sitios con la misma resistencia a la penetración, pero con diferente compacidad y diferentes estados de esfuerzo Para individualizar las correlaciones, Verdugo (*1993*) propone expresiones en las que las resistencias a la penetración medidas en pruebas *SPT* y en pruebas de cono eléctrico, se relacionan con la resistencia en el estado estable, q_{ss}, y además con otros parámetros que se obtienen de ensayes de laboratorio. Para el caso de las pruebas de penetración estándar sugiere

$$N_1 = \frac{(a-b)}{(e_{max}-e_{min})^2}\left[e_{max} - e_r + \lambda_{ss}\log\frac{q_{ss}}{C_s p_r'}\right] \qquad (23)$$

en donde N_1 es la resistencia a la penetración normalizada con respecto a la que se obtiene cuando el esfuerzo vertical efectivo es la unidad, λ_{ss} es la pendiente de la línea de estado estable; e_{max} y e_{min} son las relaciones de vacíos máxima y mínima; e_r y p_r' definen un punto arbitrario de referencia

en el diagrama de estado, sobre la línea de estado estable; a y b son parámetros determinados experimentalmente que dependen del tamaño medio de las partículas y C_{ss} es una constante relacionada con el ángulo de fricción movilizado en la falla. Esta expresión debe calibrarse antes de aplicarla en la práctica. En el caso de los ensayes de cono eléctrico Verdugo propuso:

$$q_{cf} = 10^{\beta} \tag{24}$$

$$\beta = \frac{1.85e_{max} - 0.85e_{min} - e_r + \lambda_{ss}\log\left(q_{ss} / C_s p_r'\right)}{0.76(e_{max} - e_{min})} \tag{25}$$

Para aplicar las ecs. (23) a (25), se requiere conocer la relación de vacíos y el estado de esfuerzos de campo y estimar la resistencia en el estado estable a partir de la resistencia a la penetración. Esta última se podrá comparar con el esfuerzo cortante cíclico inducido por el temblor de diseño (ec. 15), para determinar si el estrato o punto bajo estudio se licuará. Con estas mismas ecuaciones es posible desarrollar un método más detallado como el que se expuso en el capítulo anterior.

Resistencia de punta y parámetro de estado Ψ_A. Este parámetro permite determinar si el comportamiento de una arena será contractivo o dilatante (ec. 3). Been y Jefferies (*1986, 1987*) lo relacionan con la resistencia de punta medida con un cono eléctrico y con los esfuerzos total y efectivo medios de campo, p y p'.

$$\Psi_A = -\frac{1}{(8.1 - \ln\lambda_{ss})} * \ln\left[\frac{q_c - p}{p'}\left(8 + \frac{0.55}{\lambda_{ss} - 0.01}\right)^{-1}\right] \tag{26}$$

en donde todos los factores que aparecen en esta expresión ya habían sido definidos.

Las expresiones que se presentaron en este subcapítulo (ecs. 21 a 26) son relativamente nuevas y su uso aún no se ha extendido. Por lo mismo, deben calibrarse con datos de campo y laboratorio obtenidos *ex professo*, siempre que sea posible. Existen muchas otras que correlacionan las resistencias a la penetración obtenidas de ensayes de campo con parámetros mecánicos y con los estados de los materiales arenosos, que son más conocidas (*véase, por ejemplo, Santoyo et- al, 1989*).

6.5 Evaluación de las acciones sísmicas

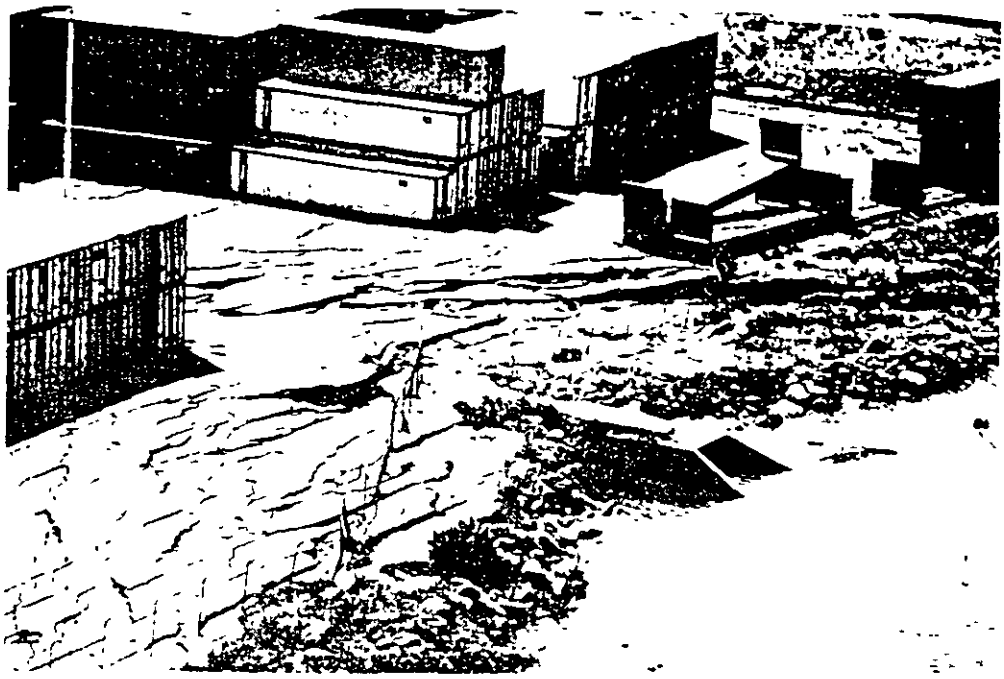
Para evaluar el peligro sísmico en una obra de ingeniería y para estar en condiciones de considerarlo explícitamente en el diseño, debe contarse con la participación de sismólogos, geólogos y geotecnistas. El conocimiento de la sismicidad de la república mexicana ha avanzado enormemente, pero

estos estudios sismológicos se han concentrado en conocer y evaluar el peligro sísmico en la ciudad de México y en las zonas sismogénicas que la afectan, como lo demuestra el hecho de que la red acelerográfica del país contiene estaciones que se concentran en las costas de Guerrero y en la ciudad de México y sus alrededores.

A pesar de las limitaciones, se han producido estudios de sismicidad de carácter regional en los que, en diversos momentos, se ha resumido este conocimiento. Ejemplo de este esfuerzo son los estudios de riesgo sísmico de Esteva (*1970, 1975*) o los que dieron lugar a las recomendaciones de diseño de algunos manuales, como el de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad en su última versión (*1994*). En algunos de los reglamentos de construcciones estatales y de varias de las principales ciudades del país se recogen estas experiencias, adaptándolas de la mejor manera posible a las condiciones locales. Son pocos los estudios sismológicos que se hayan enfocado expresamente a valuar el riesgo sísmico en ciudades, regiones o estados específicos, con miras a reglamentar el diseño sísmico de las edificaciones, como es el caso del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal actual y el del estado de Guerrero y menos son los casos en los que estos estudios se hayan efectuado para estimar el peligro potencial de la licuación de arenas. Una excepción a esta afirmación la constituye el estudio de riesgo sísmico efectuado recientemente en el puerto de Manzanillo donde el 9 de octubre de 1995 ocurrió un temblor que provocó la licuación de grandes masas de rellenos granulares sueltos (*Ordaz, 1996*).

Cualquier estudio sobre el peligro sísmico debe incluir información actualizada y tan completa como sea posible. La información sismológica cambia continuamente, de acuerdo con la disponibilidad de más estaciones de registro, más datos, más investigaciones al respecto. Esto refuerza la necesidad de contar con información reciente También debe tenerse presente la incertidumbre sobre los datos y las recomendaciones que se derivan de cualquier estudio de sismicidad Los estudios de sismología regional y local que se realizan e M´ ico la toman en cuenta explícitamente pero es común que los diseñadores olviden.

Para los fines de un estudio sobre licuación, la información sismológica mínima que se requiere es la aceleración máxima del terreno, si se aplica el método simplificado de Seed e Idriss, como frecuentemente ocurre en la práctica profesional La aceleración máxima del terreno idealmente debiera estar definida con base en un estudio de riesgo sísmico específico lo cual es muchísimo más raro Si se requieren estudios sobre la respuesta sísmica de la masa arenosa, la información sismológica debe ser más compleja y puede incluir el acelerograma o la familia de acelerogramas de diseño, los espectros de amplitudes de Fourier o bien los espectros de respuesta, dependiendo del método empleado Los acelerogramas de diseño también son de utilidad en estudios experimentales, en donde se requiere convertirlos en trenes de ondas senoidales equivalentes, con el fin de utilizarlos como señales de excitación en pruebas triaxiales cíclicas.



"Deformación lateral en zonas no confinadas"

"Agrietamiento con expulsión de arena"

Capítulo 7

MEJORAMIENTO DE SUELOS LICUABLES

Las propiedades de las arenas contractivas, sean depósitos granulares de origen natural o rellenos hidráulicos, pueden modificarse mediante técnicas que tienen por objeto densificarlas para incrementar su resistencia a sufrir deformaciones de flujo a la licuación. Un depósito de arena mejorada deberá soportar cargas dinámicas, con asentamientos tolerables sin que se presente la licuación, para las excitaciones sísmicas de diseño. Se ha demostrado en muchos lugares que los suelos y rellenos granulares sueltos responden positivamente a la energía dinámica producida por impactos o vibración con lo que se mejora sus características como densidad relativa, rigidez, resistencia y disminuye su deformabilidad La aplicación de cargas estáticas temporales (precarga) también mejora las propiedades de estos suelos, aunque es mucho menos efectiva que los métodos dinámicos de compactación.

La naturaleza de la energía dinámica requerida para lograr que un depósito de arena suelta licuable, se convierta en uno estable, para el sismo de diseño, depende del método que se emplee para mejorarlo y varía desde los que consisten en la aplicación de impactos hasta los que aplican oscilaciones armónicas con vibradores. En estos últimos, la intensidad de las vibraciones inducidas dentro de la masa de suelo determina el tipo de su respuesta A bajas aceleraciones, menores a 0.5g, los suelos responden esencialmente en forma elástica, las deformaciones plásticas predominan cuando las aceleraciones crecen de 0 5 a 1.0g, resultando en la densificación del depósito Para aceleraciones del orden de 1.5g casi todos los suelos fluyen (*Van Impe y Madhav, 1995*)

La habilidad del depósito para trasmitir las vibraciones se reduce a medida que pierda resistencia al corte; así a medida que el suelo se degrada, las vibraciones se tornaran en locales y no serán trasmitidas a largas distancias, por lo tanto la densificación sólo ocurrirá alrededor de la fuente. El núcleo fluidizado será sucesivamente rodeado por una zona plástica, una zona compactada y una zona elástica

7.1 Técnicas de mejoramiento

El mejoramientos de rellenos granulares sueltos generalmente involucra grandes volúmenes de material y por ello la selección del método idóneo para cada caso suele involucrar aspectos económicos que, en muchas ocasiones, se privilegian en detrimento de las consideraciones

exclusivamente técnicas. Los costos varían notablemente de uno a otro método y por ello los ingenieros geotecnistas deben conocer las características de los métodos disponibles, así como su efectividad probable y las dificultades para implantarlos en situaciones particulares.

La mayoría de los métodos de mejoramiento aprovechan la capacidad del suelo para deformase e incluso licuarse para lograr el mejoramiento deseado. Por lo tanto, es imprescindible tener un conocimiento claro de las características y propiedades del depósito, para lograr las metas esperadas Sería imposible presentar y describir detalladamente en este trabajo, los métodos para el mejoramiento de arenas Para ello se recomienda recurrir al trabajo de Van Impe y Madhav (*1995*). A continuación se describen brevemente algunos de ellos, atendiendo a la frecuencia con que estos han sido utilizado.

Compactación dinámica o de Impacto. Probablemente la técnica más antigua para el mejoramiento de suelos; utilizada por los romanos y en Estados Unidos desde el siglo pasado, pero realmente racionalizada por Mennard (*1975*) en la década de los setentas. Consiste en dejar caer una masa, en un arreglo particular, desde una altura fija, para compactar el suelo usando una grúa para izarla, los pesos pueden llegar a las 40 ton y a alturas de caída de 30 m. Las experiencias han demostrado que este método es el menos confiable, pues es difícil lograr el mismo nivel de control y por ello también requiere de ensayes de verificación extensivos. Se recomienda para mejorar rellenos de poco espesor pues el efecto del impacto decrece rápidamente con la profundidad. En México se tienen varias experiencias en la aplicación de este método (*Girault, 1989*).

Vibrocompactación Método de mejoramiento profundo de suelos granulares que efectúa la densificación por el movimiento vertical y horizontal de un tubo vibrador hincado en el suelo. El vibrador es un tubo hueco de acero con masas excéntricas sostenido por un grúa, la forma de densificar consiste en hincar el tubo en arreglos regulares, provocando la licuación del suelo para posteriormente reacomodar la estructura hasta alcanzar el grado de densificación deseado Se han desarrollado varias técnicas y equipos para su ejecución; en algunas se utiliza un martillo hincador vibratorio y un tubo o perfil de acero y que se desde la superficie introduciendo y retirando continuamente el tubo; esta técnica resulta poco eficiente ya que hay que cerrar el espacio de los hincados para lograr la densificación deseada, fig. 29 (*Munfakh et-al, 1987*). En el puerto de Alvarado se desarrollo un tratamiento con esta técnica, (*Tamez, 1979*).

Vibroflotación Técnica similar a la anterior en ejecución, pero proporciona mejores resultados porque se hace aporte de arena o grava al momento que el suelo se licua, formando de este modo columnas de suelo mejorado, fig 30

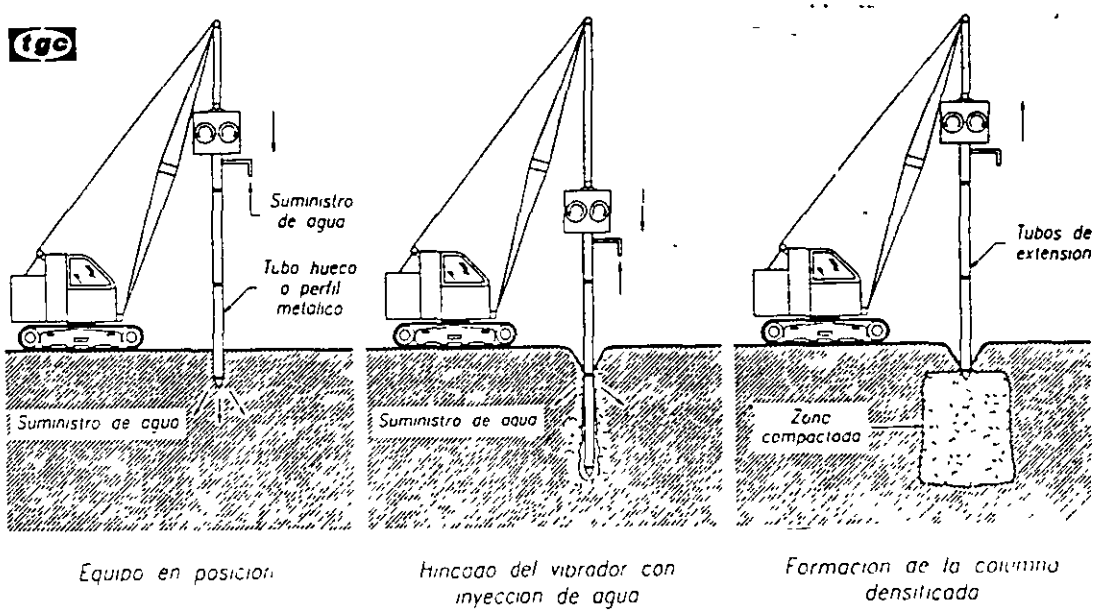


Fig 29 Esquema de la técnica de vibrocompactación

Vibrodesplazamiento. Consiste en la compactación por desplazamiento lateral del suelo que provoca un torpedo vibratorio con toberas en la punta para inyección de aire o agua que se hinca hasta la profundidad deseada, variando la frecuencia de vibración y el arreglo del hincado; el torpedo de hincado consiste de un tubo de acero de gran peso de 70 a 120 cm de diámetro, equipado con masas excéntricas internas. El proceso consiste en hincar el torpedo provocando el desplazamiento lateral del suelo, posteriormente se retira el torpedo y se rellena en capas con grava gruesa o piedra triturada –columnas de piedra--, se introduce nuevamente el torpedo y se densifica el material colocado, con lo que se logra reforzar el suelo por remplazo, fig 31, (*Munfakh et-al, 1987*). Con este procedimiento se logra la densificación del material por refuerzo y se obtienen zonas de disipación de presión de poro.

Drenes verticales Empleados principalmente para ayudar a la consolidación de depósitos de suelos cohesivos, como auxiliares en algunos casos de las precargas, también han sido utilizados para ayudar a mitigar los problemas de licuación, por su capacidad para disipar como drenes las presiones de poro que se generán durante un evento sísmico. Su efectividad para mitigar problemas de licuación ha sido limitada.

Inyección de mezclas (jet grout). El Jet Grout, desarrollado en su versión actual en Japón, es una técnica que utiliza una broca con toberas horizontales de alta eficiencia que cortan a los suelos lateralmente y al mismo tiempo introduce una inyección que se combina con el suelo formando columnas de material inyectado, logrando desde la mezcla del depósito de suelo con la inyección, hasta el completo remplazo. Generalmente se inyecta cemento y usualmente se ha utilizado para recimentar y restablecer la capacidad de estructuras dañadas, fig. 32, (*Kauschinger et-al, 1992*)

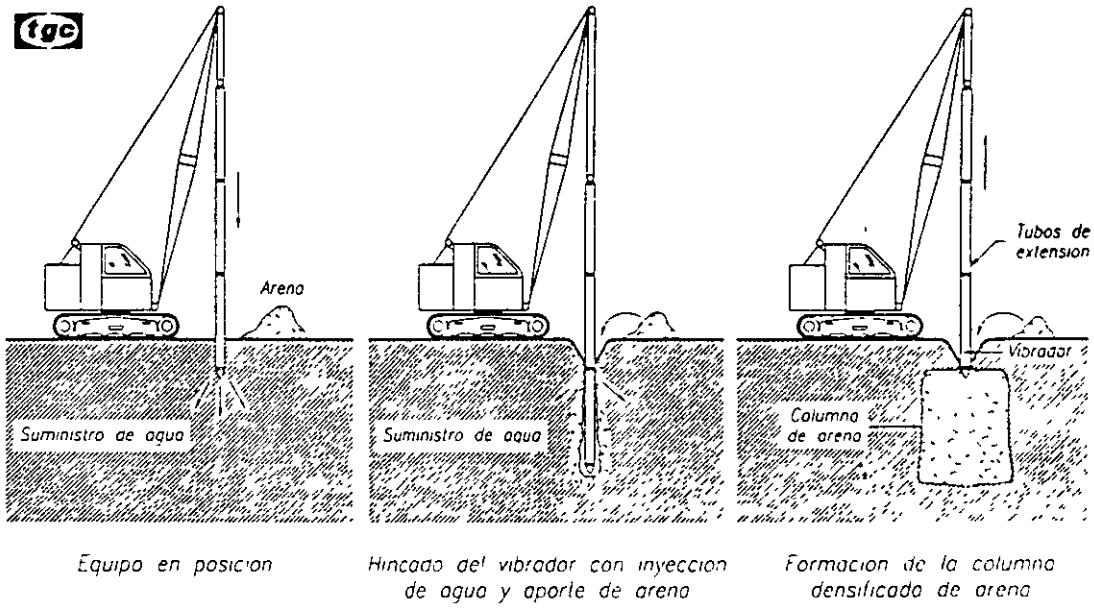


Fig 30 Esquema de la técnica de vibroflotación

Explosivos. En algunas ocasiones se han empleado para compactar materiales arenosos. Su principal limitación es la falta de control que se tiene en el proceso debido a la gran erraticidad de los resultados que suelen obtenerse cuando se utiliza este método (*Santoyo, 1969*).

Precarga Consiste en aplicar una carga temporal sobre el área que se requiere mejorar, para lograr reducciones de volumen en la masa arenosa por consolidación Su efectividad depende de la magnitud de la sobrecarga inducida en el suelo y si se utiliza en grandes extensiones puede resultar muy onerosa. Generalmente es menos efectiva que los métodos vibratorios de compactación

Remplazo Consiste en retirar el material licuable y remplazarlo con otro de mejores características. Atendiendo a los costos que significa, en general sólo resulta recomendable en el tratamiento de superficies relativamente pequeñas y en depósitos de poco espesor.

Comentarios La efectividad del jet grout y del vibrodesplazamient' es alta, porque los equipos actuales producen resultados confiables; con la vibroflotación, la vibrocompactación, el impacto, los explosivos e, incluso, la precarga, es necesario ratificar constantemente los trabajos con pruebas de campo para verificar su eficacia

7.2 Experiencias recientes

El 17 de enero de 1995 tuvo lugar el temblor de Hyogoken-Nambu (Japón) en el que se licuaron muchos rellenos granulares en terrenos ganados al mar así como depósitos naturales de las planicies aluviales.

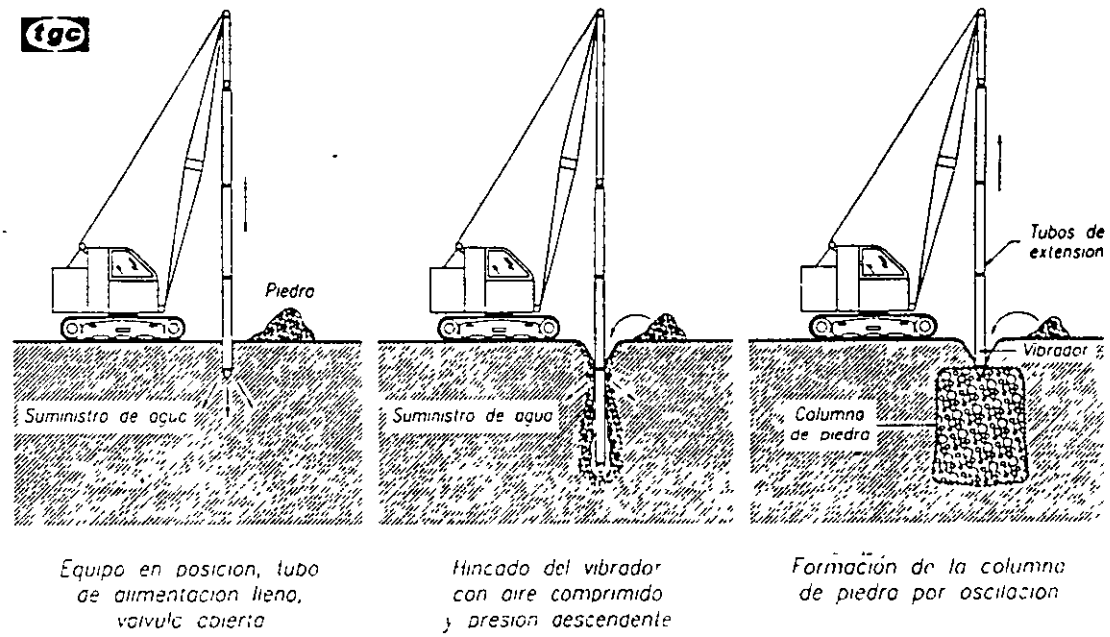
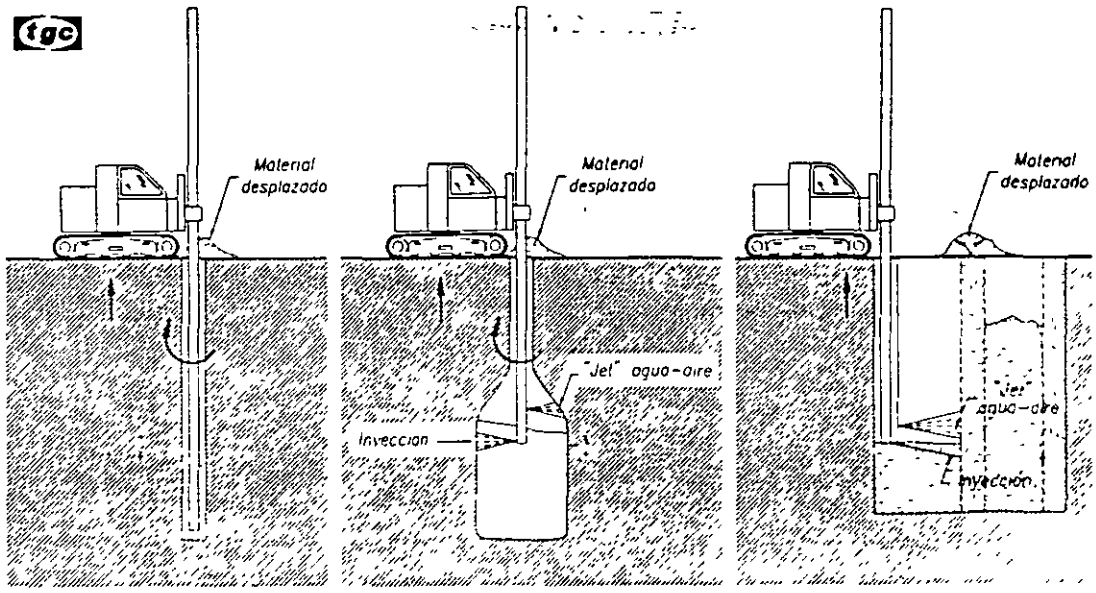


Fig 31 Esquema de la técnica de vibrodesplazamiento

En las instalaciones del puerto de Kobe, la licuación de arenas produjo daños a lo largo de la costa que rodea a la bahía de Osaka. El comportamiento de los rellenos artificiales de Kobe durante este temblor constituyó una prueba a gran escala de la efectividad de algunos métodos de mejoramiento masivo de arenas y las lecciones más importantes que se obtuvieron de esta experiencia se resumen a continuación. Los datos y la información que se presenta se tomaron de los trabajos de Yasuda *et-al* (*1996a, 1996b*) en donde el lector podrá encontrar una descripción más detallada de este caso.

Buena parte de la instalación portuaria de Kobe se asienta sobre terrenos ganados al mar, constituidos por rellenos granulares que se empezaron a depositar desde 1953 En 1966 se inició la construcción de dos islas artificiales, la de Port y la de Rokko en donde se depositaron arenas de origen granítico El suelo de relleno, conocido localmente con el nombre de Masa, es arenoso y contiene cantidades relativamente grandes de grava, limo y arcilla Toda la isla Port y el norte de la isla Rokko se rellenaron con este material cuyo diámetro medio varía de 0.2 a 6 mm, el contenido de gravas de 0 a 65% y el de finos, de 5 a 35% El sur de la isla Rokko se rellenó con "suelos de Kobe" que también son arenosos y en donde los contenidos de grava y finos son, respectivamente, 15 a 75% y 10 a 55%

Bajo los rellenos granulares con los que se formaron las dos islas artificiales se localiza una arcilla aluvial muy suave Los rellenos granulares se mejoraron instalando drenes verticales de arena gruesa o aplicando precargas, en las zonas donde se construyeron estructuras importantes. Los rellenos de otras partes de las islas se mejoraron con columnas de grava (vibrodesplazamiento) o con vibrocompactación.



a) Equipo en posición tubo, perforando

b) Formación de columna

c) Muro continuo

Fig 32 Técnica de "Jet Grout"

Según los autores, el propósito de las obras de mejoramiento no fue mitigar daños en el caso de que se licuaran los rellenos granulares (excepto una zona que se compactó con vibrodesplazamiento), sino mejorar las características de las arcillas subyacentes en cuanto a sus características de deformabilidad y sus condiciones de drenaje.

Al ocurrir el temblor, se presentaron asentamientos de diferentes magnitudes en todas las áreas ocupadas por las dos islas. La distribución de los asentamientos y su magnitud se correlacionó con el método de mejoramiento empleado en cada zona En algunas de las zonas no tratadas, los hundimientos producidos por la licuación de los rellenos rebasaron 90 cm pero en las que se vibrocompactaron o las que se mejoraron por vibrodesplazamiento, los asentamientos observados fueron prácticamente nulos De acuerdo con la magnitud de los asentamientos sufridos, la efectividad de los métodos de mejoramiento es la que se aprecia en la fig 33. Como se ve, el método menos efectivo es el de precarga, seguido del drenes verticales y uno en el que se combinó el uso de drenes con precarga Los métodos más efectivos fueron el de vibrocompactación y el de vibrodesplazamiento Sin embargo, aun en el caso del método de precarga se lograron reducciones significativas (cerca de un 30 %) con respecto a los asentamientos promedio que sufrieron los suelos no mejorados

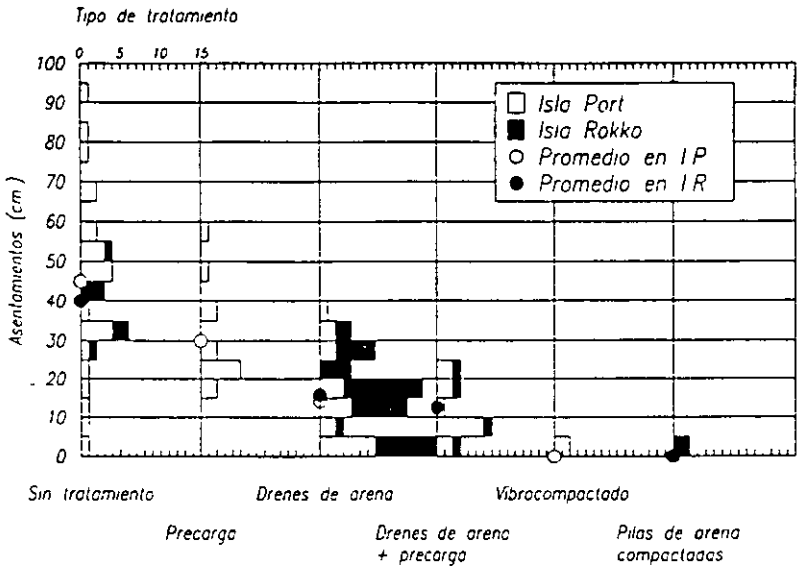


Fig 33 Asentamientos ocurridos en zonas tratadas con diferentes métodos

"Bolas de arcilla expulsadas por los chorros de aren ."

REFERENCIAS

Alarcón-Guzmán, A., Leonards, G.A. and Chameau, J.L. (1988), "Undrained Monotonic and Cyclic Strength of Sands," Proc. ASCE, *Journal of Geotechnical Engineering*, **114**, 10, 1089-1109.

Alberro, J (1992), "La Licuación de las Arenas", *Volumen Raúl J Marsal*, México Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.

Been, K. y Jefferies, M.G. (1985), "A State Parameter for Sands," *Geotechnique*, **35**, 299-112

Been, K , Crooks, J H.A , Becker, D.E and Jefferies, M G. (1986), "The Cone Penetration Test in Sands: Part I, State Parameter Interpretation," *Geotechnique*, **36**, 2, 239-249

Been, K., Jefferies, M G., Crooks, J H A. and Rothenburg, L. (1987), "The Cone Penetration Test in Sands: Part II, General Inference of State," *Geotechnique*, **37**, 3, 285-299.

Been, K , Jefferies, M.G and Hachey, J (1991), "The Critical State of Sands," *Geotechnique*, **41**, 3, 365-381.

Casagrande, A (1936), "Characteristics of Cohesionless Soils Affecting the Stability of Slopes and Earth Fills," *Contributions to Soil Mechanics 1925-1940*, Boston Society of Civil Engineers, Jan., 257-276

Casagrande, A (1975), "Liquefaction and Cyclic Deformation of Dands A Critical Review," *Fifth Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Argentina

Castro, G (1969) "Liquefaction of Sands, Harvard Soil Mechanics No 81, Cambridge Mass , Jan

Castro, G (1975), "Liquefaction and Cyclic Mobility os Saturated Sands," *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 101, No GT6, Proc Paper 11388, June

CFE, (1994), "Manual de Diseño de Obras Civiles. Diseño por Sismo", México Comisión Federal de Electricidad

Esteva, L (1970), "Regionalización Sísmica de México para Fines de Ingeniería, Pub 246, Serie Azul, México. Instituto de Ingeniería, UNAM.

Esteva, L (1975), "Geology and Probability in the Assessment of Seismic Risk", Pub E13, Serie Gris, Mexico Instituto de Ingeniería, UNAM

Ford, C. J. (1985), "The Behaviour of Clayey Sands with Low Clay Contents", M Sc Report, Imperial College of Science and Technology, London.

Georgiannou, V.N., Burland, J.B. and Hight, D.W. (1990), "The Undrained Behaviour of Clayey Sands in Triaxial Compression and Extension", *Geotechnique*, **40**, 431-449.

Girault, P. (1989), "Compactación Dinámica, Generalidades y Casos de Aplicación en México", *Construcción Especializada en Geotecnia*, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos

Holzer, T.L., Youd, T.L. and Hanks, T.C. (1988), "Dynamics of Liquefaction During the Superstition Hills Earthquake (M=6.5) of November 14,1987", *Post Presentation, ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference*, Eartquake Engineering and Soil Dynamics II, Park City, Utah

Ishihara, K (1993), "Liquefaction and Flow Failure During Earthquakes", *Geotechnique*, **43**, 3, 351-415.

Jamiolkowski, M., Ghionna, V.N., Lancellotta, R. and Pasqualini, E (1985), "New Correlations of Penetration Tests for Design Practice", *Proceedings of Penetration Testing, International Symposium on Penetration Testing*, 1, Orlando, Fla, 263-296.

Konrad, J.M. (1990), "Minimum Undrained Strength Versus Steady-State Strength of Sands", Proc ASCE, *Journal of Geotechnical Engineering*, **116**, 6, 948-963.

Konrad, J.M (1993), "Undrained Response of Loosely Compacted Sands During Monotonic and Cyclic Compression Test", *Geotechnique*, **43**, 1, 69-89.

Marsal, R.J. (1961), "Behavior of a Sandy Uniform Soil During the Jaltipan Earthquake, Mexico", *Proc 5th Int Conf Soil Mech and Found. Engn., Paris*, 1, 229-233

Mennard, L. and Broise, Y (1975), "Theoretical and Practical Aspects of Dynamic Consolidation," *Geotechnique*, **15**, 1, 3-18.

Munfakh, G.A , Abramson, L W., Barksdale, R.D. and Juran, I. (1987), "In-situ Ground Reinforcement", Soil Improvement-A Ten Years Updated, *Geotechnical Special Publication,* **12**, American Society for Testing and Materials.

Ordaz, M. (1996), "Espectros de Diseño en el Puerto de Manzanillo", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, a la Administración Porturaria Integral de Manzanillo.

Ovando-Shelley, E. (1986), "Stress-Strain Behaviour of Granular Soils Tested in the Triaxial Cell", Doctoral Thesis, Imperial College of Science and Technology, London.

Ovando-Shelley, E. (1989), "Propiedades y Comportamiento Dinámico de los Suelos", *XV Curso Internacional de Ingeniería Sísmica*, División de Educación Continua, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Ovando-Shelley, E. y Mesa, C.M (1991), "Undrained Behaviour of a Sand Containing Fines", *Memorias, IX Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones*, III, 1119-1136, Viña del Mar, Chile.

Ovando-Shelley, E. (1992) "Bounding Surfaces and Steady-State for Sands" *Volumen Raul J Marsal*, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, D F., México, 193-204.

Ovando-Shelley, E. y Pérez, B. (1996) "Undrained Behaviour of Clayey Sands in Load Controlled Triaxial Tests", En prensa (aceptado para su publicación), *Geotechnique*.

Ovando, E , Contreras, R. y Sámano, A. (1996), "Ensayes de Cono Sísmico en el Patio de Contenedores del Puerto Interior de San Pedrito, Manzanillo, Informe Preliminar", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, a la Administración Porturaria Integral de Manzanillo, P# 5589.

Poulos, S.J. (1981), "The Steady-State of Deformation", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, **107**, GT 5, 553-562.

Robertson, P K , Woeller, D.J. and Finn, W.D.L. (1992), "Seismic Cone Penetration Test for Evaluating Liquefaction Potential", *Canadian Geotechnical Journal*, 24, 686-695

Roscoe, K H and Burland, J.B (1968), "On the Generalised Stress-Strain Behaviour of 'Wet' Clay", Engineering Plasticity, De J Heyman and F.A. Leckie, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain, 535-609.

Santoyo, E (1969), "Cambios en la Resistencia al Corte de las Arcillas d l Lago de Texcoco Debido a Consolidación y Explosiones", *Volumen Nabor Carrillo*, Secretaría de Hacienda y Crédito Público

Santoyo, E , Lin Xue, R y Ovando Shelley, E. (1989), "El Cono en la Exploración Geotécnica", México, TGC Geotecnia

Sarma, S K. and Jennings, D.H. (1980), "A Dynamic Pore Pressure Parameter A_n", *Proc. International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, Swansea, 295-298

Schofield, A.N. and Wroth, C.P (1968), "Critical State Soil Mechanics", McGraw-Hill, London

Seed, B., and Lee, K. (1966), "Liquefaction of Saturated Sands During Cyclic Loading", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, **92**, 105-134.

Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1971), "Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, **97**, SM9, 1249-1273.

Seed, H.B., Martin, P.P. and Lysmer, J. (1975), "The Generation and Dissipation of Pore Water Pressures During Soil Liquefaction", Report EERC 75-26, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley

Seed, H.B. (1979), "Soil Liquefaction and Cyclic Mobility Evaluation for Level Ground During Earthquakes", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, **105**, GT2, 201-255.

Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1982), "Ground Motions and Soil Liquefaction During Earthquakes", Earthquake Engineering Research Institute, Monograph Series.

Seed, H B., Idriss, I M., and Arango, I. (1983), "Evaluation of Liquefaction Potential Using Field Performance Data", *Journal Geotechnical Eng Div*, ASCE, **109**, 3, 458-479.

Seed, H.B., Tokimatsu, K., Harder, L.F. and Chung, R.M. (1984), "The Influence of SPT Procedures in Soil Liquefaction Resistance Evaluations", Report N° UBC/EERC-84/15, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley

Seed, H.B and De Alba, P. (1986), "Use of SPT and CPT for Evaluating The Liquefaction Resistance of Sand", *Geotechnical Special Publication No. 6, Use of In Situ Tests in Geotechnical Engineering*, American Society of Testing and Materials

Shibuya, S. (1985), "Undrained Behaviour of Granular Materials Under Principal Stress Rotations", Doctoral Thesis, Imperial College of Science and Technology, London

Singh, S.K., Ponce, L. and Nishenko, S P. (1985), "The Great Jalisco Earthquake of 1932 Subduction of the Rivera Plate", *Bulletin of the Seismological Society of America*, **75**, 1301-1313.

Skempton, A (1986), "Standard Penetration Test Procedure and Effects of Overburden, Relative Density, Particle Size Againg and Over Consolidation", *Geotechnique*, **36**, 425-447.

Symes, M.J. (1983), "Rotation of Principal Stresses in Sand", Doctoral Thesis, Imperial College of Science and Technology, London.

Tamez, E. (1979), "Experiencias con la Vibroflotación en el Puerto Pesquero de Alvardo, Ver.", *Mejoramiento Masivo de Suelos*, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.

Van Impe, W.F. and Madhav, M.R. (1995) "Deep Compactation of Soils and Waste Fills", *Ciclo de Conferencias Internacionales Leonardo Zeevaert, Facultad de Ingeniería*, UNAM, México

Verdugo, R., Ishihara, K. and Towhata, I. (1991), "Steady State as a Reference State", *Memorias, IX Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones*, Viña del Mar, Chile, 3, 1171-1184.

Verdugo, R., Ishihara, K. (1991), "Characterization of the Undrained Behavior of Sandy Soils", *Proc International Symposium on Natural Disaster Reduction and Civil Engineering*, Osaka, Japón.

Verdugo, R. (1993), "Análisis de Estabilidad Sísmica de Masas de Suelos no Cohesivos Mediante el uso de la Resistencia Última", *VI Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, Chile, Vol I

Verdugo, R., Retamal, E. y Bard, E. (1995), "Algunas Críticas Sobre la Evaluación de la Licuefacción", *Memorias, X Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos, Guadalajara*, Mex., Vol. 3, 1844-1858.

Yasuda, S., Ishihara, K., Harada, K. and Shinkawa, N. (1996), "Effect of Soil Improvement on Ground Subsidence Due to Liquefaction", *Soils and Foundations, Special Issue*, 99-107

Zienkiewicz, O.C., Chan, A , Pastor, M., Paul, D K. and Shiomi, T. (1990), "Static and Dynamic Behaviour of Soils: a Rational Approach to Quantitative Solutions I Fully Saturated Problems", *Proceedings of the Royal Society of Londor* , A ·.29, 285-309

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

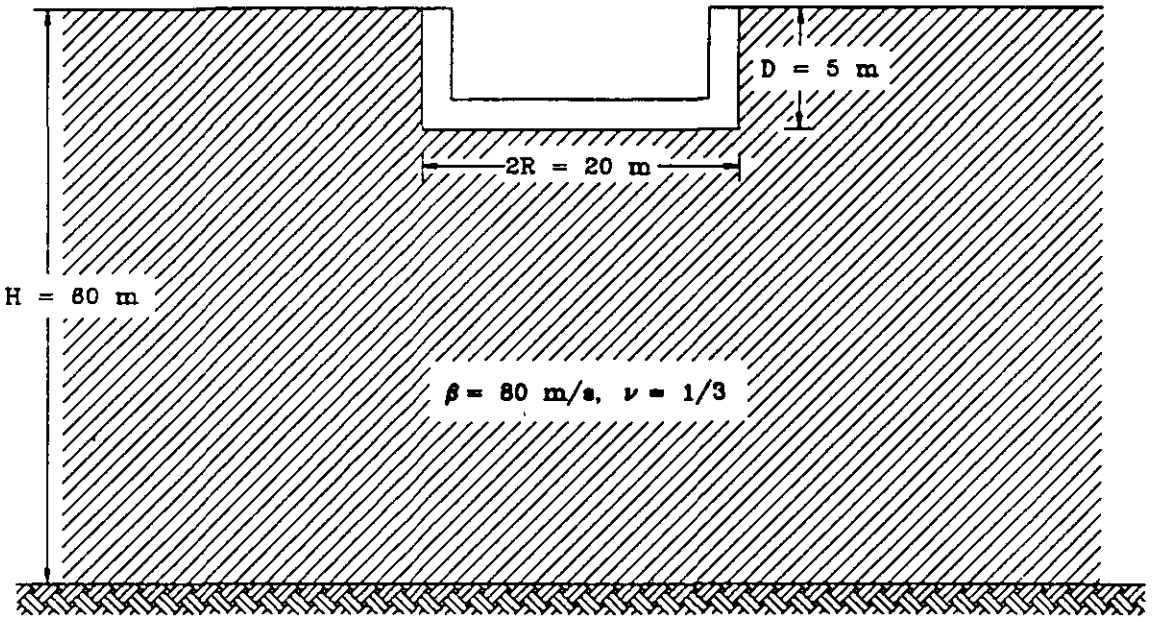
MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INTERACCION DINAMICA SUELO – ESTRUCTURA
EJEMPLO DE APLICACION

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

EJEMPLO DE APLICACION



Problema: Determinar las rigideces estáticas y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema suelo-cimentación mostrado en la figura, para una frecuencia de excitación f = 1 Hz ($\omega = 2\pi$ rad/s), utilizar las tablas de funciones de impedancia

Datos: Los parametros geométricos y mecánicos que se requieren son los siguientes

D = 5 m y R = 10 m, Cimentación

β = 80 m/s, ν = 1/3 y H = 60 m; Suelo

Resultados: Como $\nu = 1/3$, $H/R = 6$ y $D/R = 1/2$, se debe utilizar la tabla 1.3.3. Para obtener los coeficientes de impedancia es necesario conocer la frecuencia normalizada, la cual es igual a

$$\eta = \frac{\omega R}{\beta} = \frac{2 \times \pi \times 10}{80} = 0.785$$

Para $\eta/2\pi = 0.125$ se encuentran finalmente los siguientes valores:

Pared lateral en contacto total

$$\frac{K_h^0}{GR} = 9.027 \qquad k_h = 0.8788 \qquad c_h = 0.6892$$

$$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.729 \qquad k_r = 0.8590 \qquad c_r = 0.2148$$

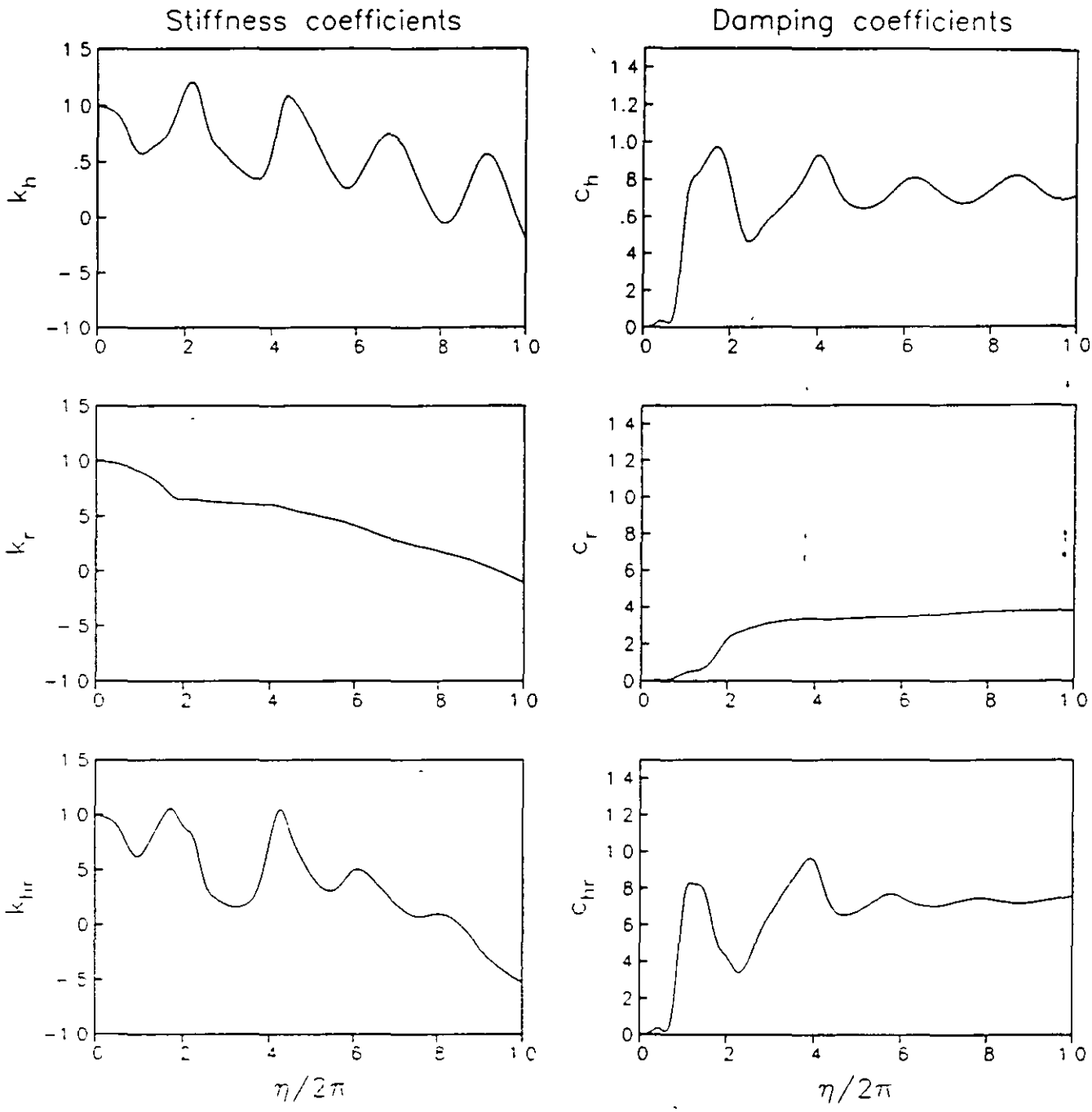
$$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.024 \qquad k_{hr} = 0.8047 \qquad c_{hr} = 1.2964$$

Pared lateral en contacto nulo

$$\frac{K_h^0}{GR} = 7.537 \qquad k_h = 0.9374 \qquad c_h = 0.5802$$

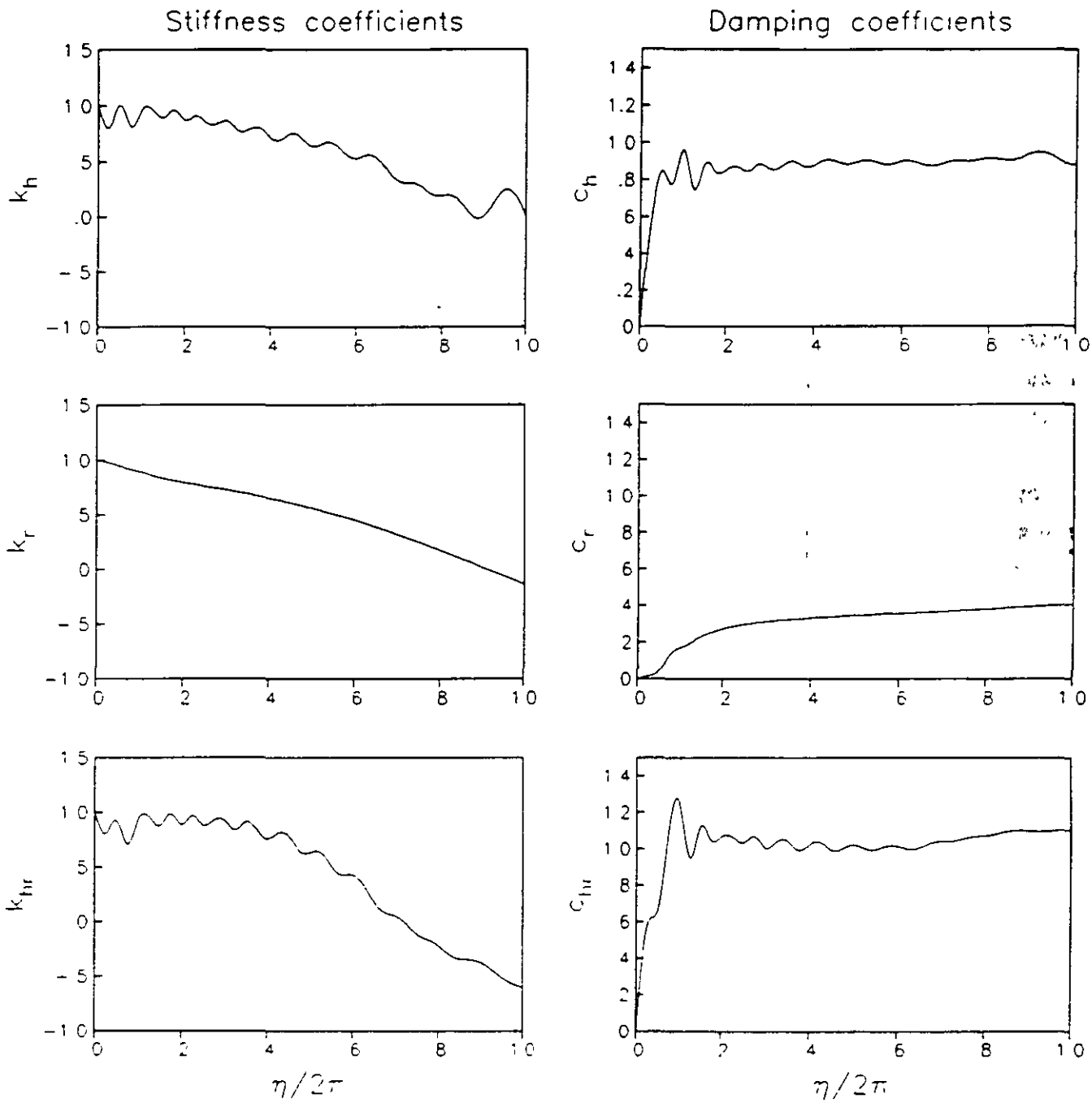
$$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.315 \qquad k_r = 0\ 8381 \qquad c_r = 0.1704$$

$$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -0.680 \qquad k_{hr} = 0.8904 \qquad c_{hr} = 0.1838$$



$$\frac{K_r^o}{G_s R} = 11.255 \qquad \frac{K_h^o}{G_s R^3} = 11.310 \qquad \frac{K_{hr}^o}{G_s R^2} = 2.128$$

Figure Static stiffnesses and impedance coefficients for a soil–foundation system with $\nu_s = 1/2$, $D/R = 1/2$ and $H_s/R = 3$, the sidewall extends throughout the entire foundation depth



$$\frac{K_h^0}{G_s R} = 9.629 \qquad \frac{K_r^0}{G_s R^3} = 11.694 \qquad \frac{K_{hr}^0}{G_s R^2} = 1.446$$

Figure Static stiffnesses and impedance coefficients for a soil–foundation system with $\nu_s = 1/2$, $D/R = 1/2$ and $H_s/R = 10$, the sidewall extends throughout the entire foundation depth

3.3 ANALISIS DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA DE UN EDIFICIO

En la fig. 3.1 se muestra un edificio de 10 niveles estructurado con marcos de concreto que se desplanta en un depósito de suelo estratificado con profundidad a la roca basal igual a 56 m. La construcción se ubica de acuerdo con la regionalización sísmica del país en la zona sísmica B, y pertenece según sus destino y estructuración al grupo B y tipo 1, respectivamente. Como parte del análisis de interacción suelo-estructura se pide determinar el periodo y amortiguamiento efectivos de la estructura interactuando con el suelo. Asimismo, se requiere obtener el factor reductivo por interacción definido mediante el cociente $\tilde{V}_1/V_1$ siendo $\tilde{V}_1$ y V_1 los cortantes basales con y sin interacción, respectivamente, correspondientes al modo fundamental de la estructura.

En vista de que la construcción posee las mismas características en las dos direcciones ortogonales en que se debe analizar, el análisis de interacción suelo-estructura se reduce solamente a una dirección

3.3.1 Características del Sistema Suelo-Estructura

La estructura se modela como una viga de cortante cuya rigidez se define en términos de las rigideces de entrepiso que se indican en el esquema del edificio. Se considera que el peso en cada nivel es igual a 1 t/m^2 y que el amortiguamiento de la estructura supuesta con base rígida es de 5 por ciento

La cimentación se modela como un cajón rígido que se desplanta a una profundidad de 5 m y cuya base de forma cuadrada tiene una superficie de contacto igual a 400 m^2 Por razones de sencillez se despreciará la contribución de los pilotes en la rigidez de la cimentación.

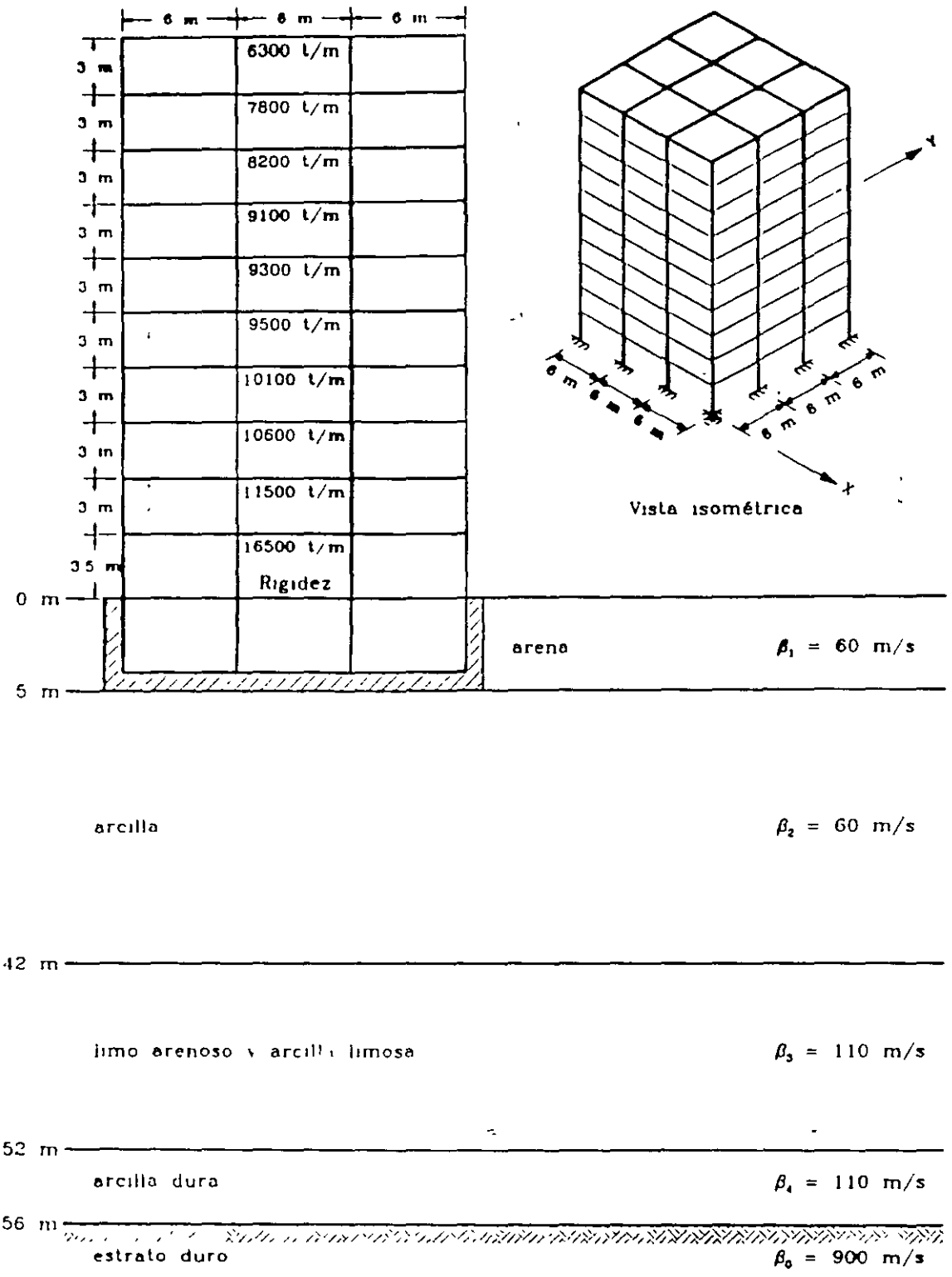


Fig 3.1 Sistema suelo-estructura

El suelo se modela como un depósito estratificado horizontalmente con estratos de velocidad y espesor variables que se indican en el esquema del depósito de suelo. El peso volumétrico de los estratos se considera constante e igual a 1.5 t/m^3. Se suponen un coeficiente de Poisson de 0.45 y un amortiguamiento de 5 por ciento como parámetros efectivos del sitio. Las propiedades mecánicas del subsuelo se consideran compatibles con los niveles de deformación esperados durante temblores intensos por lo que se despreciarán los efectos no lineales del suelo.

3.3.2 Periodo Dominante y Velocidad Efectiva del Suelo

Para determinar el periodo dominante de vibración, T_s, y la velocidad efectiva de propagación, β_s, del depósito de suelo se aplicará la técnica aproximada basada en el concepto de lentitudes. En la tabla 3.1 se muestran los cálculos necesarios para obtener según la ec. 1.4 la velocidad efectiva en términos del promedio de las lentitudes de la formación estratificada del sitio.

Tabla 3.1 Determinación de la velocidad efectiva de propagación del sitio

Estrato	h_m (m)	β_m (m/s)	h_m/β_m
1	5	60	0.083
2	37	60	0.617
3	10	110	0 091
4	4	110	0.036
$\Sigma h_m = H_s = 56$		$\Sigma h_m/\beta_m =$	0.827

$$\beta_s = \frac{H_s}{\sum_{m=1}^{M} \frac{h_m}{\beta_m}} = 67.71 \text{ m/s}$$

De acuerdo con la ec. 1.6, el periodo dominante de vibración del sitio resulta ser igual a

$$T_e = \frac{4\,H_e}{\beta_e} = \frac{4 \times 56}{67.71} = 3.31\ s$$

3.3.3 Parámetros Modales Equivalentes de la Estructura con Base Rígida

El periodo fundamental de vibración, T_e, de la estructura supuesta con base rígida se puede encontrar al resolver el problema de valores característicos definido por la ec. 4.19. Para ello, la matriz de masa de la estructura se construye con las masas de los pesos por nivel y está dada por la matriz diagonal

$$M_e = \begin{bmatrix} 33.03 & & & & & & & & \\ & 33.03 & & & & & & & \\ & & 33.03 & & & & & & \\ & & & 33.03 & & & & & \\ & & & & 33.03 & & & & \\ & & & & & 33.03 & & & \\ & & & & & & 33.03 & & \\ & & & & & & & 33.03 & \\ & & & & & & & & 33.03 \end{bmatrix} \quad t\text{-}s^2/m$$

(ceros)

En vista de que el edificio se modela como una viga de cortante, la matriz de rigidez de la estructura se ensambla con las rigideces de entrepiso y está dada por la matriz tridiagonal

$$K_e = 10^2 \begin{bmatrix} 1120 & -460 & & & & & & & \\ & 884 & -424 & & & & & & \\ & & 828 & -404 & & & & & \\ & & & 784 & -380 & & & & \\ & & & & 752 & -372 & & & \\ & & & & & 736 & -364 & & \\ & & & & & & 692 & -328 & \\ & & & & & & & 640 & -312 \\ & & & & & & & & 564 & -252 \\ & & & & & & & & & 252 \end{bmatrix} \quad t/m$$

(simétrica)

Resolviendo el problema de valores característicos resultante se encuentra que el periodo y modo fundamentales de vibración de la

estructura en su condición de base rígida son:

$$T_e = 1.16 \text{ s}$$

$$Z_1 = \left\{1 \;\; 2.413 \;\; 3.893 \;\; 5.353 \;\; 6.769 \;\; 8.04 \;\; 9.127 \;\; 10.065 \;\; 10.741 \;\; 11.168\right\}^T$$

Según las ecs. 6.2 y 6.5, la masa y altura efectivas de la estructura con base indeformable vibrando en su modo fundamental se determinan como sigue:

$$M_e = \frac{\left(Z_1^T M_e J\right)^2}{Z_1^T M_e Z_1} = \frac{(2264.834)^2}{19348.751} = 265.11 \text{ t-s}^2/\text{m}$$

$$H_e = \frac{Z_1^T M_e H}{Z_1^T M_e J} = \frac{48077.295}{2264.834} = 21.23 \text{ m}$$

De acuerdo con los valores de los parámetros β_s, T_e y H_e del sistema suelo-estructura, se tiene que

$$\frac{\beta_s T_e}{H_e} = \frac{67.71 \times 1.16}{21.23} = 3.7 < 20$$

razón por la cual se justifica realizar el análisis de interacción suelo-estructura

3.3.4 Periodo y Amortiguamiento Efectivos de la Estructura con Base Flexible

Para determinar el periodo y amortiguamiento efectivos, $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$, del modo fundamental de la estructura con base flexible se aplicará la técnica aproximada que se describe en la sección 3.6.5 de recomendaciones Se optará por la alternativa que consiste en obtener el periodo efectivo mediante iteraciones en la frecuencia usando para ello

rigideces dinámicas aproximadas.

En orden de aparición, las cantidades invariantes con la frecuencia de excitación que intervienen en el proceso de cálculo son:

$$T_e = 1.16 \text{ s}$$

$$M_e = 265\ 11 \text{ t-s}^2/\text{m}$$

$$H_e = 21.23 \text{ m}$$

$$G_s = \beta_s^2 \rho_s = (67.71)^2 \times 0.153 = 701.45 \text{ t/m}^2$$

$$\nu_s = 0.45$$

$$R_h = \left(\frac{A}{\pi} \right)^{1/2} = \left(\frac{400}{\pi} \right)^{1/2} = 11.28 \text{ m}$$

$$R_r = \left(\frac{4\ I}{\pi} \right)^{1/4} = \left(\frac{4 \times 20^4/12}{\pi} \right) = 11.41 \text{ m}$$

$$H_s = 56 \text{ m}$$

$$D = 5 \text{ m}$$

$$K_h^0 = \frac{8 G_s R_h}{2 - \nu_s} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R_h}{H_s} \right] \left[1 + \frac{2}{3} \frac{D}{R_h} \right] \left[1 + \frac{5}{4} \frac{D}{H_s} \right] = 64733.67 \text{ t/m}$$

$$K_r^0 = \frac{8 G_s R_r^3}{3(1-\nu_s)} \left[1 + \frac{1}{6} \frac{R_r}{H_s} \right] \left[1 + 2 \frac{D}{R_r} \right] \left[1 + 0\ 71 \frac{D}{H_s} \right] = 10422874 \text{ t-m}$$

$$\zeta_e = 0.05$$

$$\zeta_s = 0.05$$

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2 H_s} = \frac{\pi \times 11.28}{2 \times 56} = 0.316$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r}{2 H_s} \left[\frac{2(1-\nu_s)}{1 - 2\nu_s} \right]^{1/2} = \frac{\pi \times 11.41}{2 \times 56} \left[\frac{2 \times (1-0.45)}{1 - 2 \times 0.45} \right]^{1/2} = 1.061$$

El periodo efectivo definido por la ec. 6.18 se puede obtener al resolver la ecuación

$$\bar{T}_e = \left[T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right]^{1/2}$$

mediante aproximaciones sucesivas en la frecuencia.

En la primera iteración se supone que la frecuencia efectiva es igual a la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida. De esta manera se puede llevar a cabo el proceso de cálculo que se detalla a continuación:

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{1.16} = 5.417 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_s} = \frac{5\ 417 \times 11.28}{67.71} = 0.902$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_s} = \frac{5\ 417 \times 11.41}{67.71} = 0.913$$

$$k_h = 1$$

$$\eta_r = 0.913 < 2\ 5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2\ \eta_r = 1 - 0.2 \times 0.913 = 0.817$$

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0\ 902}{0.316} = 2.854 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0\ 576$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.913}{1.061} = 0.861 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5x0.05x0.861}{1-(1-2x0.05)(0.861)^2} = 0.065$$

$$K_h = K_h^0(k_h - 2\zeta_s \eta_h c_h) = 64733.67(1-2x0.05x0.902x0.576) = 61370.42 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0(k_r - 2\zeta_s \eta_r c_r) = 10422874(0.817-2x0.05x0.913x0.065) = 8453633 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi \left(\frac{M_e}{K_h} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11}{61370.42} \right)^{1/2} = 0.413 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi \left(\frac{M_e (H_e+D)^2}{K_r} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11 \times (21.23+5)^2}{8453633} \right)^{1/2} = 0.923 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left((1.16)^2 + (0.413)^2 + (0.923)^2 \right)^{1/2} = 1.54 \text{ s}$$

En la segunda iteración se toma como frecuencia efectiva la correspondiente al periodo efectivo que se obtuvo en la primera iteración. De esta forma se puede llevar a cabo el proceso de cálculo siguiente:

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{1.54} = 4.08 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_e} = \frac{4.08 \times 11\ 28}{67.71} = 0.68$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_e} = \frac{4.08 \times 11.41}{67\ 71} = 0.688$$

$$k_h = 1$$

$$\eta_r = 0.688 < 2.5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2\ \eta_r = 1 - 0.2 \times 0.688 = 0.862$$

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0.68}{0.316} = 2.152 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0.576$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.688}{1.061} = 0.648 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5x0.05x0.648}{1-(1-2x0.05)(0.648)^2} = 0.026$$

$$K_h = K_h^0(k_h - 2\zeta_s \eta_h c_h) = 64733.67(1-2x0.05x0.68x0.576) = 62198.18 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0(k_r - 2\zeta_s \eta_r c_r) = 10422874(0.862-2x0.05x0.688x0.026) = 8965873 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi \left(\frac{M_e}{K_h} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11}{62198.18} \right)^{1/2} = 0.41 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi \left(\frac{M_e (H_e+D)^2}{K_r} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11 \times (21.23+5)^2}{8965873} \right)^{1/2} = 0.896 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left[(1.16)^2 + (0.41)^2 + (0.896)^2 \right]^{1/2} = 1.52 \text{ s}$$

En la tercera iteración se toma como frecuencia efectiva la correspondiente al periodo efectivo que se obtuvo en la segunda iteración. De esta forma se puede llevar a cabo el proceso de cálculo siguiente.

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{1.52} = 4.134 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_s} = \frac{4.134 \times 11.28}{67.71} = 0.689$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_s} = \frac{4\ 134 \times 11.41}{67.71} = 0.697$$

$$k_h = 1$$

$$\eta_r = 0.697 < 2.5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2\,\eta_r = 1 - 0.2 \times 0.697 = 0.861$$

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0.689}{0.316} = 2.18 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0.576$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.697}{1.061} = 0.657 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s\eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5 \times 0.05 \times 0.657}{1-(1-2 \times 0.05)(0.657)^2} = 0.027$$

$$K_h = K_h^0\left(k_h - 2\zeta_s\eta_h c_h\right) = 64733.67(1-2 \times 0.05 \times 0.689 \times 0.576) = 62164.62 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0\left(k_r - 2\zeta_s\eta_r c_r\right) = 10422874(0.861-2 \times 0.05 \times 0.697 \times 0.027) = 8954480 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi\left(\frac{M_e}{K_h}\right)^{1/2} = 2 \times \pi\left(\frac{265.11}{62164.62}\right)^{1/2} = 0.41 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi\left(\frac{M_e\left(H_e+D\right)^2}{K_r}\right)^{1/2} = 2 \times \pi\left(\frac{265.11 \times (21.23+5)^2}{8954480}\right)^{1/2} = 0.897 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left((1\ 16)^2 + (0.41)^2 + (0.897)^2 \right)^{1/2} = 1.52 \text{ s}$$

El proceso iterativo se puede detener ya que la diferencia que se tiene en dos cifras significativas entre los periodos efectivos calculados en la segunda y tercera iteraciones es nula.

Una vez conocido el periodo fundamental de la estructura con base flexible, el amortiguamiento efectivo definido por la ec. 6.21 se puede obtener al resolver directamente la ecuación

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e\left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right)^3 + \frac{\zeta_h}{1+2\zeta_h^2}\left(\frac{T_h}{\tilde{T}_e}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2}\left(\frac{T_r}{\tilde{T}_e}\right)^2$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\tilde{\omega}_e C_h = K_h^0\left(\eta_h c_h + 2\zeta_s k_h\right) = 64733.67(0.689x0.576+2x0.05x1) = 32163.83 \text{ t/m}$$

$$\tilde{\omega}_e C_r = K_r^0\left(\eta_r c_r + 2\zeta_s k_r\right) = 10422874(0.697x0.027+2x0.05x0.861) = 1093558 \text{ t-m}$$

$$\zeta_h = \frac{\tilde{\omega}_e C_h}{2K_h} = \frac{32163.83}{2 \times 62164.62} = 0.259$$

$$\zeta_r = \frac{\tilde{\omega}_e C_r}{2K_r} = \frac{1093558}{2 \times 8954480} = 0.061$$

$$\tilde{\zeta}_e = 0.05\left(\frac{1.16}{1.52}\right)^3 + \frac{0.259}{1+2(0.259)^2}\left(\frac{0.41}{1.52}\right)^2 + \frac{0.061}{1+2(0.061)^2}\left(\frac{0.897}{1.52}\right)^2 = 0.06$$

3.3.5 Factor Reductivo por Interacción

Segun la tabla 1.1 de recomendaciones, la velocidad y el periodo caracteristicos para la zona sismica B son iguales a:

$$\beta_c = 400 \text{ m/s}$$

$$T_c = 5\ 3 \text{ s}$$

Los valores de los parámetros dinámicos del sitio y los parámetros caracteristicos de la zona sismica satisfacen la desigualdad

$$\beta_c T_s + \beta_s T_c < \beta_c T_c$$

$$400 \times 3.31 + 67\ 71 \times 5\ 3 = 1682\ 9 < 400 \times 5.3 = 2120$$

Entonces, segun la carta de microzonificación sismica, el terreno de

cimentación pertenece al tipo III.

El espectro de diseño para un terreno de cimentación del tipo III en la zona sísmica B se caracteriza por los siguientes valores:

$$a_0 = 0.1 \qquad c = 0.4 \qquad T_a = 0.6 \text{ s} \qquad T_b = 3.9 \text{ s} \qquad r = 1$$

Las características de la estructura son tales que puede tomarse un factor de comportamiento sísmico Q = 4, para propósitos de reducción de las ordenadas espectrales por ductilidad.

Ahora bien, el cortante basal reducido por interacción correspondiente al modo fundamental de la estructura con base flexible se determina con la ec. 6.15, esto es:

$$\tilde{V}_1 = \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'} \xi W_e$$

$$T_a < \tilde{T}_e < T_b \quad \Rightarrow \quad \tilde{a} = a(\tilde{T}_e) = c = 0.4$$

$$\tilde{T}_e > T_a \quad \Rightarrow \quad \tilde{Q}' = Q'(\tilde{T}_e) = Q = 4$$

$$\tilde{T}_e > T_a \quad \Rightarrow \quad \xi = \left(\frac{0\ 05}{\tilde{\zeta}_e} \right)^k = \left(\frac{0.05}{0.06} \right)^{0.6} = 0.9$$

$$\tilde{V}_1 = \frac{0\ 4}{4} \times 0\ 9 \times 265.11 \times 9.81 = 234.07 \text{ t}$$

En forma similar, el cortante basal sin reducir por interacción correspondiente al modo fundamental de la estructura con base rígida se obtiene como:

$$V_1 = \frac{a}{Q'} W_e$$

$$T_a < T_e < T_b \quad \Rightarrow \quad a(T_e) = c = 0.4$$

$$T_e > T_a \rightarrow Q'(T_e) = Q = 4$$

$$V_1 = \frac{0.4}{4} \times 265.11 \times 9.81 = 260.07$$

Finalmente, el factor reductivo por interacción

$$\frac{\tilde{V}_1}{V_1} = \frac{234.07}{260.07} = 0.9$$

es el valor por el que se debe multiplicar cualquier respuesta calculada sin interacción para obtener la respuesta con interacción, siendo aplicable exclusivamente en el modo fundamental.

3.6 ANALISIS SISMICO DE UNA CHIMENEA

En la fig. 6.1 se muestra una chimenea de sección variable que se desplanta en terreno firme con velocidad de propagación β_s = 700 m/s, por lo que según la carta de microzonificación sísmica el suelo pertenece al tipo I. La estructura se ubica de acuerdo con la regionalización sísmica del país en la zona sísmica C, y pertenece según sus destino y estructuración al grupo B y tipo 4, respectivamente. Se pide determinar las fuerzas sísmicas así como las fuerzas cortantes y los momentos de volteo de diseño.

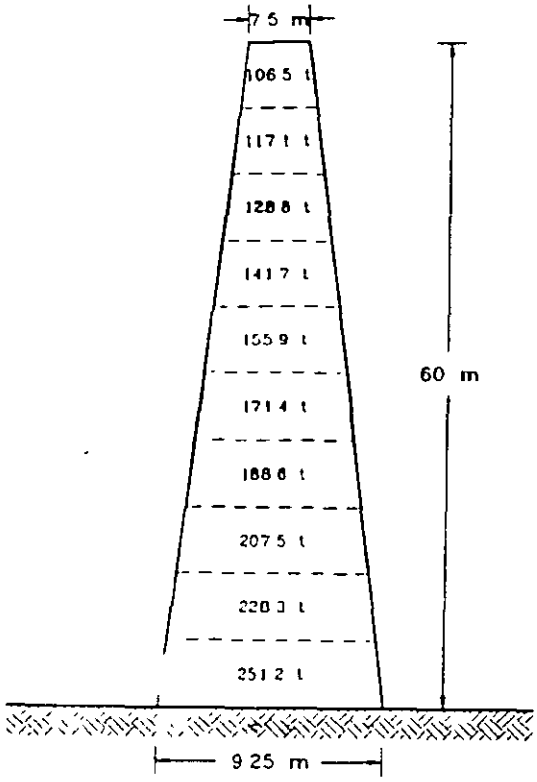


Fig 6.1 Chimenea discretizada

Por razones de sencillez se ingnorará la presencia de orificios u aberturas en el fuste de la chimenea de manera que las direcciones de

análisis más desfavorables son indistintas. Asimismo, la velocidad de propagación del sitio se considera compatible con los niveles de deformación esperados durante temblores intensos por lo que se despreciarán los efectos no lineales del suelo.

3.6.1 Características Principales de la Chimenea

La estructura es de concreto de $f'_c = 200$ kg/cm^2, los diámetros exteriores en la base y punta de la chimenea son $D_0 = 9.25$ m y $D_H = 7.5$ m, respectivamente, las masas de la estructura con y sin revestimiento son $M' = 172.99$ t-s^2/m y $M = 150.43$ t-s^2/m, respectivamente, y se supone que el amortiguamiento de la chimenea es $\zeta_e = 0.03$.

Se considera aceptable discretizar la chimenea de altura H = 60 m en 10 dovelas de la misma altura e igual a 6 m, cuyos pesos se indican en el esquema de la estructura.

3.6.2 Periodo Fundamental de la Chimenea

En vista de que la altura de la chimenea no sobrepasa de 60 m se puede aplicar el análisis estático que se describe en la sección 3 8.3 de recomendaciones Para ello se requiere conocer el valor aproximado del periodo fundamental de la estructura el cual se determina con la ec 8 5, esto es

$$T_e = \frac{1.57\ H^2}{\left(3\ D_0 - D_H\right)\sqrt{E_c}} \left(\frac{M'}{M}\right)^{1/2}$$

$$E_c = 10000\ \sqrt{f'_c} = 10000\ \sqrt{200} = 141421\ \text{kg/cm}^2$$

$$T_e = \frac{1.57 \times (60)^2}{(3 \times 9.25 - 7.5)\sqrt{141421}} \left(\frac{172\ 99}{150.43}\right)^{1/2} = 0.8\ \text{s}$$

Los efectos de la interacción suelo-estructura en el periodo y amortiguamiento no se tendrán en cuenta debido a que se trata de terreno firme. Por tal razón, el periodo y amortiguamiento efectivos se tomarán iguales a los correspondientes a la condición de base rígida.

3.6.3 Aceleración Espectral y Factor de Incremento

El espectro de diseño para un terreno de cimentación del tipo I en la zona sísmica C se caracteriza por los siguientes valores:

$$a_0 = 0.36 \qquad c = 0.36 \qquad T_a = 0 \text{ s} \qquad T_b = 0.6 \text{ s} \qquad r = 1/2$$

En vista de que se trata de una chimenea de concreto reforzado se puede tomar un factor de comportamiento sísmico Q = 2, para propósitos de reducción de las ordenadas espectrales por ductilidad.

Ahora bien, el coeficiente de aceleración espectral y el factor de incremento se obtienen como:

$$T_e > T_b \quad \Rightarrow \quad a(T_e) = c\, q$$

$$q = \left(\frac{T_b}{T_e} \right)^r = \left(\frac{0\ 6}{0\ 8} \right)^{1/2} = 0.866$$

$$a(T_e) = 0\ 36 \times 0.866 = 0\ 31$$

$$T_e > T_a \quad \Rightarrow \quad \xi = \left(\frac{0.05}{\zeta_e} \right)^k = \left(\frac{0.05}{0\ 03} \right)^{0.4} = 1.227$$

3.6.4 Fuerzas Cortantes y Momentos de Volteo

Como $T_e > T_b$, la fuerza lateral que se debe aplicar en la dovela superior para tener en cuenta los efectos de los modos superiores de

vibración se obtiene con la ec. 8.4, esto es:

$$P_s = 0.15\ W\ (\ 1 + 0.5\ r - 0.5\ r\ q\ )\ \frac{a}{Q}\ \xi$$

$$P_s = 0.15x1697.0x(1+0.5x0.5-0.5x0.5x0.866)x(0.31/2)x1.227 = 50.03\ t$$

En la tabla 6.1 se muestran los cálculos necesarios para obtener según la ec. 8.2 las fuerzas sísmicas por dovela y a partir de ellas las fuerzas cortantes de diseño.

Tabla 6.1 Fuerzas sísmicas y cortantes para la chimenea de la fig. 6.1

Dovela	h_n (m)	h_n^2 (m^2)	W_n (t)	$W_n h_n$ (t-m)	$W_n h_n^2$ ($t-m^2$)	P_n (t)	V_n (t)
10	57	3249	106.5	6070.5	346018.5	42.19	92.22
9	51	2601	117.1	5972.1	304577.1	40.87	133.09
8	45	2025	128 8	5796.0	260820.0	39.06	172.15
7	39	1521	141 7	5526.3	215525.7	36.66	208.81
6	33	1089	155.9	5144.7	169775.1	33.59	242.40
5	27	729	171.4	4627.8	124950.6	29.73	272.13
4	21	441	188.6	3960.6	83172.6	25.02	297.15
3	15	225	207.5	3112.5	46687.5	19.34	316.49
2	9	81	228.3	2054.7	18492.3	12.55	329.04
1	3	9	251.2	753.6	2260.8	4.52	333 56
SUMAS			1697 0	43018.8	1572280.2		

$$P_n = 0.85\ W_n\ (\ \alpha_1\ h_n + \alpha_2\ h_n^2\ )\ \frac{a}{Q}\ \xi \qquad \begin{cases} \alpha_1 = (1-r(1-q))\dfrac{\sum_n W_n}{\sum_n W_n h_n} \\ \alpha_2 = 1.5r(1-q)\dfrac{\sum_n W_n}{\sum_n W_n h_n^2} \end{cases}$$

$\alpha_1 = (1-0.5x(1-0\ 866))x1697.0/43018\ 8 = 0.036804862$

$\alpha_2 = 1\ 5x0.5x(1-0.866)x1697.0/1572280.2 = 0.000108472$

En la tabla 6.2 se presentan los cálculos necesarios para determinar según la ec. 8.9 los momentos de volteo de diseño en diferentes secciones de la chimenea.

Tabla 6.2 Momentos de volteo para la chimenea de la fig. 6.1

Dovela	h_n (m)	V_n (t)	M_n^o (t-m)	$0.75+0.25h_n/H$	M_n^r (t-m)
10	57	92.22	0	0.988	0
9	51	133.09	553.32	0.963	532.85
8	45	172.15	1351.86	0.938	1268.04
7	39	208.81	2384.76	0.913	2177.29
6	33	242.40	3637.62	0.888	3230.21
5	27	272.13	5092.02	0.863	4394.41
4	21	297.15	6724.80	0.838	5635.38
3	15	316.49	8507.70	0.813	6916.76
2	9	329.04	10406.64	0.788	8200.43
1	3	333.56	12380.88	0.763	9446.61
BASE			13381.56	0.750	10036.17

$$M_n^o = \sum_{m=n+1}^{N} V_m \left(h_m - h_{m-1} \right)$$

$$M_n^r = \left(0.75 + 0.25\, h_n/H \right) \sum_{m=n+1}^{N} V_m \left(h_m - h_{m-1} \right)$$

Finalmente, la estructura deberá diseñarse de acuerdo con lo especificado en la sección 3 8.3 4, es decir, para la superposición de 100 % del componente del movimiento del terreno paralelo a la dirección de análisis y 50 % del componente ortogonal.

3.7 ANALISIS SISMICO DE UN TANQUE ELEVADO

En la fig. 7.1 se muestra un tanque elevado que se desplanta en terreno firme con velocidad de propagación β_s = 700 m/s, por lo que según la carta de microzonificación sísmica el suelo pertenece al tipo I. La estructura se ubica de acuerdo con la regionalización sísmica del país en la zona sísmica D, y pertenece según sus destino y estructuración al grupo B y tipo 5, respectivamente. Como parte del análisis sísmico del tanque elevado se pide determinar la fuerza cortante y el momento de volteo de diseño en la base de la estructura de soporte.

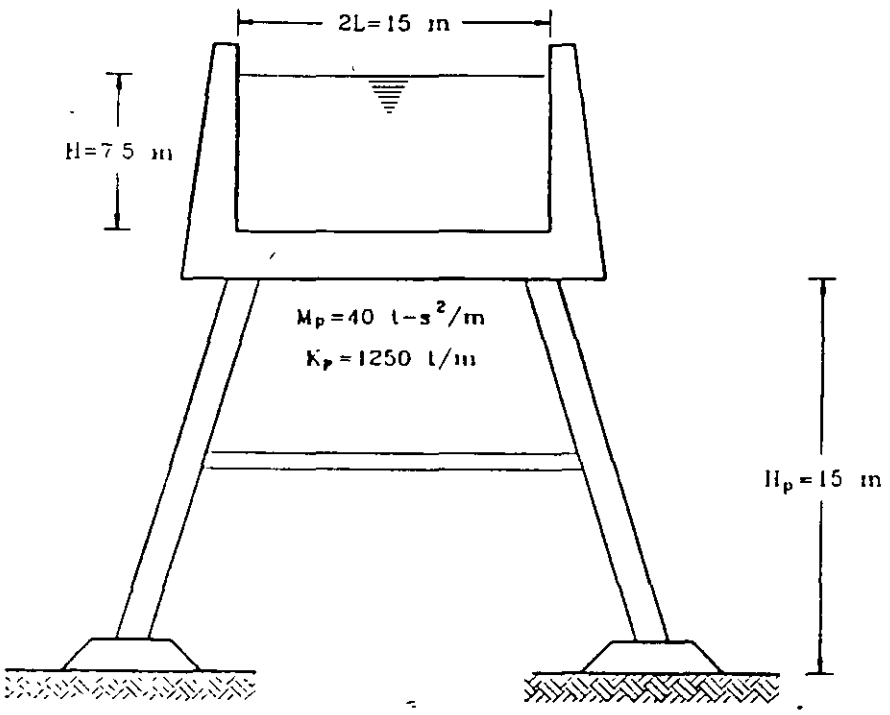


Fig 7.1 Tanque elevado

El recipiente y la plataforma poseen las mismas características en las dos direcciones ortogonales en que se debe analizar la estructura, de

manera que el análisis sísmico del tanque elevado se reduce solamente a una dirección. Asimismo, la velocidad de propagación del sitio se considera compatible con los niveles de deformación esperados durante temblores intensos por lo que se despreciarán los efectos no lineales del suelo.

3.7.1 Características Principales del Tanque Elevado

El recipiente es de concreto con base de forma cuadrada; el tirante del líquido almacenado es de H = 7.5 m y la dimensión del recipiente es de 2L = 15 m La plataforma de soporte también es de concreto; la altura y la rigidez lateral de tal estructura son H_p = 15 m y K_p = 1250 t/m, respectivamente. La masa del conjunto formado por el recipiente y la plataforma de soporte es de M_p = 40 t-s^2/m.

Se supone que el tanque elevado será destinado al alamecenamiento de agua cuyo peso volumétrico es 1 t/m^3, por lo que la masa del fluido almacenado es igual a

$$M = 15x15x7.5x1/9.81 = 172.02 \text{ t-s}^2/\text{m}$$

Por otra parte, los efectos de la interacción suelo-estructura en el periodo y amortiguamiento no se tendrán en cuenta puesto que se trata de terreno firme Además, en tanques elevados se puede despreciar la interacción líquido-recipiente lo que se justifica aún más en recipientes de concreto

3.7.2 Masas Impulsiva y Convectiva del Líquido

Para propósitos de análisis, el líquido almacenado se debe reemplazar por las masas impulsiva y convectiva, colocadas a diferentes alturas sobre el fondo del recipiente y ligadas respectivamente de forma rígida y elástica a las paredes del recipiente. Tales parámetros se determinan

con las ecs. 9.6-9.10 como sigue:

$$M_0 = \frac{\tanh(1.7L/H)}{1.7L/H}M = \frac{\tanh(1.7x7.5/7.5)}{1.7x7.5/7.5}x172.02 = 94.65\ t\text{-}s^2/m$$

$$M_1 = \frac{0.83\tanh(1.6H/L)}{1.6H/L}M = \frac{0.83x\tanh(1.6x7.5/7.5)}{1.6x7.5/7.5}x172.02 = 82.25\ t\text{-}s^2/m$$

$$H_0 = 0.38H\left[1 + \alpha\left(\frac{M}{M_0} - 1\right)\right] = 0.38x7.5\left[1 + 1.33\left(\frac{172.02}{94.65} - 1\right)\right] = 5.95\ m$$

$$H_1 = H\left[1 - 0.33\frac{M}{M_1}\left(\frac{L}{H}\right)^2 + 0.63\beta\frac{L}{H}\left[0.28\left(\frac{LM}{HM_1}\right)^2 - 1\right]^{1/2}\right]$$

$$H_1 = 7.5\left[1-0.33\frac{172.02}{82.25}\left(\frac{7.5}{7.5}\right)^2+0.63x2\frac{7.5}{7.5}\left[0.28\left(\frac{7.5x172.02}{7.5x82.25}\right)^2-1\right]^{1/2}\right] = 6.8\ m$$

$$K_1 = \frac{3gM_1^2H}{ML^2} = \frac{3x9.81x(82.25)^2x7.5}{172.02x(7.5)^2} = 154.32\ t/m$$

Como interesa calcular el momento de volteo en la base de la estructura de soporte se tomó $\alpha = 1.33$ y $\beta = 2$, a fin de incluir el momento de volteo en el fondo del recipiente.

3.7.3 Modos Naturales de Vibración del Sistema

Los modos dominantes de vibración del tanque elevado se pueden determinar al resolver el problema de valores característicos $(K_s - \omega_n^2 M_s)Z_n = 0$, cuyas matrices de masa M_s y rigidez K_s se definen según las ecs. 9 26 y 9.27 como

$$M_s = \begin{bmatrix} M_0+M_p & 0 \\ 0 & M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94.65+40 & 0 \\ 0 & 82.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134.65 & 0 \\ 0 & 82.25 \end{bmatrix} t\text{-}s^2/m$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K_p+K_1 & -K_1 \\ -K_1 & K_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1250+154.32 & -154.32 \\ -154\ 32 & 154.42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1404.32 & -154.32 \\ -154.32 & 154.32 \end{bmatrix} t/m$$

Resolviendo el problema de valores característicos resultante se

encuentra que las frecuencias y los modos naturales de vibración son:

$$\omega_1 = 1.28 \text{ rad/s} \qquad Z_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 7.676 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_2 = 3.27 \text{ rad/s} \qquad Z_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.213 \end{Bmatrix}$$

Los periodos naturales de vibración asociados predominantemente a los modos convectivo e impulsivo resultan ser $T_1 = 4.91$ s y $T_2 = 1.92$ s, respectivamente.

3.7.4 Respuestas Modales Máximas

El espectro de diseño para un terreno de cimentación del tipo I en la zona sísmica D se caracteriza por los siguientes valores:

$$a_0 = 0.5 \qquad c = 0.5 \qquad T_a = 0 \text{ s} \qquad T_b = 0.6 \text{ s} \qquad r = 1/2$$

Las características de la estructura de soporte son tales que puede tomarse un factor de comportamiento sísmico Q = 3, para propósitos de reducción de las ordenadas espectrales por ductilidad.

Los desplazamientos máximos que ocurren en el modo fundamental se determinan con la ec. 9 28, esto es·

$$X_1 = \frac{C_1}{\omega_1^2} \frac{a(T_1)g}{Q'(T_1)} Z_1$$

$$C_1 = \frac{Z_1^T M_s J}{Z_1^T M_s Z_1} = \frac{766\ 0}{4980.9} = 0.154$$

$$T_1 > T_b \quad \Rightarrow \quad a(T_1) = c \left[\frac{T_b}{T_1} \right]^r = 0.5 \times \left[\frac{0.6}{4.91} \right]^{1/2} = 0.17$$

$$T_1 > T_a \quad \Rightarrow \quad Q'(T_1) = Q = 3$$

$$X_1 = \frac{0.154}{(1.28)^2} \times \frac{0.17 \times 9.81}{3} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 7.676 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0523 \\ 0.4011 \end{Bmatrix} m$$

Los desplazamientos máximos que ocurren en el modo superior se determinan con la ec. 9.29, esto es:

$$X_2 = \frac{C_2}{\omega_2^2} \frac{a(T_2) g}{Q'(T_2)} Z_2$$

$$C_2 = \frac{Z_2^T M_s J}{Z_2^T M_s Z_2} = \frac{117.13}{138.38} = 0.846$$

$$T_2 > T_b \quad \Rightarrow \quad a(T_2) = c \left(\frac{T_b}{T_2} \right)^r = 0.5 \times \left(\frac{0.6}{1.92} \right)^{1/2} = 0.28$$

$$T_2 > T_a \quad \Rightarrow \quad Q'(T_2) = Q = 3$$

$$X_2 = \frac{0.846}{(3.27)^2} \times \frac{0.28 \times 9.81}{3} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.213 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0724 \\ -0.0154 \end{Bmatrix} m$$

Las fuerzas de inercia máximas correspondientes a los modos naturales de vibración del sistema se obtienen con la ec. 9.30 como sigue:

$$P_n = K_s X_n; \quad n = 1, 2$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1404\ 32 & -154\ 32 \\ -154\ 32 & 154\ 32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.0523 \\ 0.4011 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 11.55 \\ 53.83 \end{Bmatrix} t$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1404.32 & -154.32 \\ -154\ 32 & 154.32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.0724 \\ -0.0154 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 104.05 \\ -13.55 \end{Bmatrix} t$$

3.7.5 Fuerza Cortante y Momento de Volteo Basales

Las fuerzas cortantes en la base de la estructura de soporte asociadas a cada uno de los modos naturales de vibración del sistema se obtienen sumando las fuerzas de inercia del modo correspondiente. Así se tiene:

$$V_1 = 11.55 + 53.83 = 65.38 \text{ t}$$

$$V_2 = 104.05 - 13.55 = 90.5 \text{ t}$$

Los momentos de volteo en la base de la estructura de soporte asociados a cada uno de los modos naturales de vibración del sistema se obtienen sumando los momentos flexionantes originados por las fuerzas de inercia del modo correspondiente. Así se tiene:

$$M_1 = 11.55x\frac{40}{134.65}x15 + 11.55x\frac{94.65}{134.65}x(15+5.95) + 53.83x(15+6.8)$$

$$M_1 = 1395.05 \text{ t-m}$$

$$M_2 = 104.05x\frac{40}{134.65}x15 + 104.05x\frac{94.65}{134.65}x(15+5.95) - 13.55x(15+6.8)$$

$$M_2 = 1700.54 \text{ t-m}$$

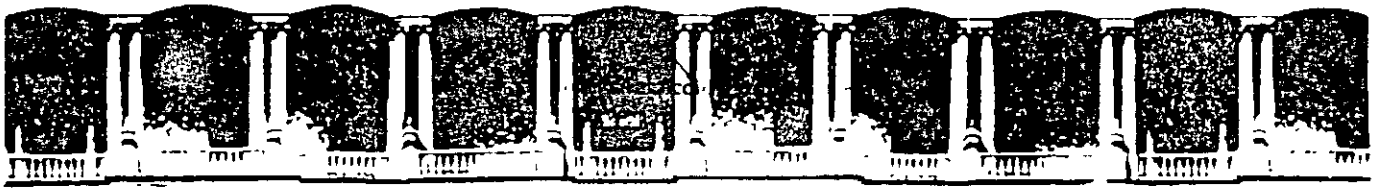
Cabe recordar que las fuerzas de inercia $P_{11} = 11.55$ t y $P_{12} = 104.05$ t se deben tanto a la masa impulsiva como a la masa de la plataforma, razón por la cual se tuvieron que distribuir proporcionalmente a cada una de estas masas a fin de calcular el momento de volteo en la base de la estructura de soporte

Para estimar la fuerza cortante y el momento de volteo basales debidos a la combinación de los modos naturales de vibración del sistema se recurre al criterio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales De esta forma se tiene que la fuerza cortante y el momento de volteo de diseño en la base de la estructura de soporte resultan ser.

$$V_0 = \sqrt{(65.38)^2 + (90.5)^2} = 111.65 \text{ t}$$

$$M_0 = \sqrt{(1395.05)^2 + (1700.54)^2} = 2199.55 \text{ t-m}$$

Por último, la estructura deberá diseñarse de acuerdo con lo especificado en la sección 3.9.5, es decir, para la superposición de 100 % del componente del movimiento del terreno paralelo a la dirección de análisis y 50 % de los componentes ortogonal y vertical. Cabe asentar que la fuerza cortante y el momento de volteo basales debidos a la acción del componente vertical son nulos.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

EFECTOS DE SITIO E INTEGRACIÓN SUELO-ESTRUCTURA PARA FINES DE REGLAMENTACIÓN SISMICA

EXPOSITOR: DR .JAVIER AVILES LOPEZ
M. EN I. LUIS EDUARDO PEREZ ROCHA
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Efectos de Sitio e Interacción Suelo-Estructura para Fines de Reglamentación Sísmica

J. Avilés[1] y L. E. Pérez-Rocha[2]

Resumen

Se presenta una revisión de los criterios adoptados en reglamentos sísmicos para considerar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura. Se hace referencia a los dos códigos sísmicos más importantes del país: las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTCDS-DF) y el Manual de Diseño por Sismo de la Comisión Federal de Electricidad (MDS-CFE). Este último no tiene el carácter de reglamento; pero en la práctica funciona como una guía normativa de gran utilidad, no sólo para la determinación de riesgo sísmico en el territorio nacional, sino también para la definición de criterios de diseño sísmico para estructuras convencionales e industriales. Asimismo, se comentan los modelos simplificados en que se han basado los estudios que han llevado a la estipulación de tales criterios. No todos los efectos de sitio e interacción suelo-estructura se consideran explícitamente en las recomendaciones sísmicas vigentes. Los efectos ignorados se discuten aunque sea de forma somera, a fin de que en la práctica se tengan presentes las limitaciones reglamentarias que derivan del estado actual del conocimiento.

Introducción

El problema de las condiciones de sitio y la interacción dinámica entre el suelo y la estructura ha adquirido relevancia en los últimos años como resultado, principalmente, de los efectos producidos en las estructuras de la ciudad de México por los sismos de septiembre de 1985. Con base en la importancia de los fenómenos observados, se decidió entonces que los efectos de sitio e interacción suelo-estructura más importantes se tengan en cuenta explícitamente en el diseño sísmico de estructuras desplantadas en sitios de suelo blando (Rosenblueth y Reséndiz, 1988, Rosenblueth y Gómez, 1991).

Debido a efectos locales, en formaciones de suelo blando las ondas sísmicas sufren importantes modificaciones con respecto a sus características en sitios de terreno firme (Sánchez-Sesma, 1987). Las interfases entre estratos y las fronteras laterales producen un fenómeno de difracción múltiple que genera amplificaciones y atenuaciones en el movimiento del suelo. La importancia práctica

[1]*Instituto de Investigaciones Eléctricas. Apdo. 1-475. Cuernavaca 62001, Morelos.*
[2]*Centro de Investigación Sísmica, FJBS. Carretera al Ajusco 203. Heroes de Padierna 14200, México.*

de los efectos de sitio radica en que de ellos depende la caracterización del terreno de cimentación para fines de microzonificación sísmica, la cual es fundamental en la reglamentación sísmica.

La presencia de irregularidades laterales puede tener efectos muy significativos en la respuesta del sitio Sin embargo, es común que las estimaciones de los efectos de sitio se basen en resultados obtenidos de modelos unidimensionales que no toman en cuenta la influencia de estas irregularidades Aunque se sabe que los efectos de irregularidades laterales crecen con la cercanía del sitio a los bordes y decrecen con el amortiguamiento material del suelo, aún no existen criterios prácticos para estimar estos efectos en la respuesta del sitio.

Las NTCDS-DF y el MDS-CFE consideran los efectos de sitio por la vía de la microzonificación sísmica y el espectro de diseño Para la clasificación del terreno de cimentación ante la ausencia de una microrregionalización, en el MDS-CFE se recurre al uso de una carta de microzonificación en función del periodo dominante y la velocidad efectiva del sitio La dependencia de las ordenadas espectrales máximas en cada sitio con su periodo de vibración más largo sólo se considera en las NTCDS-DF, gracias a la valiosa información recabada a través del monitoreo sísmico de la ciudad de México

La interacción dinámica suelo-estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante solicitaciones dinámicas La interacción modifica esencialmente los parámetros dinámicos de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación

El problema de interacción suelo-estructura se puede descomponer en una parte inercial y otra cinemática (Kausel y col, 1978). El alargamiento del periodo fundamental de vibración, el incremento o la reducción del amortiguamiento y la modificación de la ductilidad de la estructura, con respecto a los valores que tendría en su condición de base rígida, son producidos por la interacción inercial, debido fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema acoplado Por su parte, la interacción cinemática reduce la traslación de la cimentación e induce torsión y cabeceo en ella, a la vez que filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación, debido esencialmente a la rigidez y geometría de la cimentación

Usualmente, es conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial, siempre y cuando los efectos de sitio sean considerados en la determinación del movimiento sísmico en la superficie del terreno, el cual se toma como la excitación efectiva en la base de la cimentación Aunque esta excitación no tiene componentes de rotación, generalmente es más desfavorable que el movimiento efectivo que se obtiene de un análisis de interacción cinemática

Como se sabe, el periodo fundamental de la estructura interactuando con el suelo siempre se incrementa, porque el sistema acoplado tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura supuesta con base rígida (Jennings y Bielak, 1973, Veletsos y Meek, 1974) También se sabe que el amortiguamiento del sistema acoplado generalmente se incrementa, porque existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material (comportamiento histerético) y geométrico (radiación de ondas) del suelo (Jennings y Bielak, 1973, Veletsos y Meek, 1974). Como la interacción suelo-estructura reduce la efectividad del amorti-

guamiento estructural, es posible que el amortiguamiento efectivo del sistema acoplado sea menor que el amortiguamiento de la estructura con base rígida, a menos que esta reducción sea compensada por el incremento debido al amortiguamiento del suelo.

Aún no se han desarrollado expresiones para evaluar el incremento o la reducción en las demandas de ductilidad de sistemas suelo-estructura con respecto a los valores correspondientes de la estructura supuesta con base rígida En consecuencia, actualmente no es posible determinar sencillamente la resistencia de fluencia de un sistema acoplado que, ante una excitación dada, se requiere para limitar la demanda de ductilidad a una ductilidad disponible especificada. Solamente se ha sugerido que la ductilidad del sistema acoplado se reduce, según se infiere del comportamiento de una estructura de un grado de libertad con comportamiento elastoplástico, cuya ductilidad es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción (Rosenblueth y Reséndiz, 1988)

Las modificaciones por interacción del periodo fundamental, el amortiguamiento y la ductilidad pueden conducir a respuestas estructurales mayores o menores, dependiendo de la posición de los periodos resonantes del espectro de respuesta y los niveles de amortiguamiento y ductilidad Usualmente, los criterios de diseño adoptados en códigos sísmicos consideran los efectos de interacción sólo en el periodo y amortiguamiento A pesar de que se pueden introducir errores del lado de la inseguridad, los efectos de interaccion en la ductilidad suelen despreciarse puesto que no se conocen con certidumbre las implicaciones que tienen en la respuesta estructural

Las recomendaciones sísmicas actuales para tener en cuenta los efectos de interacción son todavía muy limitadas. En las NTCDS-DF se considera la influencia de la interacción inercial sólo en el periodo fundamental, mientras que en el MDS-CFE se hace tanto en el periodo como en el amortiguamiento del modo fundamental. Sin embargo, en ninguna de las dos normas se especifican criterios para incluir los efectos inerciales en la ductilidad estructural, ni para introducir la influencia de la interacción cinemática en el movimiento de la cimentación.

Modelo para efectos de sitio e interacción

En la respuesta sísmica de estructuras intervienen varios factores que tienen que ver con la fuente, el trayecto, el sitio y la estructura misma. Con objeto de simplificar el cálculo de dicha respuesta se acostumbra adoptar como excitación de diseño un temblor característico definido en condiciones de terreno firme, de suerte que los efectos de fuente y trayecto se consideren implícitamente De esta forma sólo faltaría tomar en cuenta los efectos de sitio e interacción suelo-estructura en la determinación de la respuesta estructural. Para llevar a cabo esto último se utiliza un modelo simplificado como el que se muestra en la fig 1 (Rosenblueth y Reséndiz, 1988), formado por un estrato equivalente y un oscilador elemental en representación del subsuelo del sitio y el modo fundamental de la estructura, respectivamente

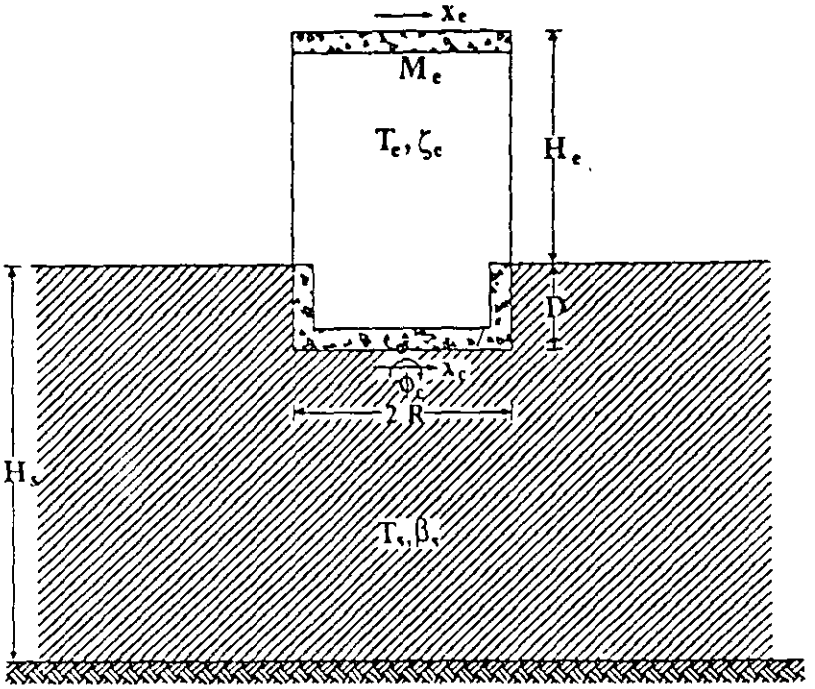


Figura 1. Modelo para considerar efectos de sitio e interacción suelo-estructura.

En este modelo los grados de libertad del conjunto son la deformación de la estructura, X_e, el desplazamiento relativo de la cimentación X_c, y la rotación del cimiento Φ_c. Además, D es la profundidad de desplante de la cimentación, T_e y ζ_e son el periodo y la relación de amortiguamiento del modo fundamental de la estructura supuesta con base indeformable, respectivamente, mientras que M_e y H_e son la masa y altura efectivas de la estructura con base rígida vibrando en su modo fundamental, respectivamente, las cuales se definen como (Jennings y Bielak, 1973)

$$M_e = \frac{\left(\sum_n m_n x_n\right)^2}{\sum_n m_n x_n^2} \qquad (1)$$

$$H_e = \frac{\sum_n m_n x_n h_n}{\sum_n m_n x_n^2} \qquad (2)$$

donde x_n es el desplazamiento modal del n-ésimo nivel localizado a la altura h_n sobre el desplante y m_n es la masa de dicho nivel; las sumatorias se extienden sobre todos los pisos. Asimismo, T_s y β_s son el periodo

dominante de vibración y la velocidad efectiva de propagación del sitio, respectivamente, los cuales se relacionan con la profundidad H_s del estrato de suelo mediante (Newmark y Rosenblueth, 1971)

$$T_s = \frac{4H_s}{\beta_s} \tag{3}$$

La velocidad efectiva del sitio puede aproximarse mediante el promedio de las lentitudes del perfil estratigráfico, de acuerdo con

$$\beta_s = \frac{H_s}{\sum_n \frac{h_n}{\beta_n}} \tag{4}$$

donde β_m y h_n son la velocidad de cortante y el espesor del n-ésimo estrato, la sumatoria se extiende sobre todos los estratos

Representación de efectos de sitio

A nivel de reglamento de construcciones los efectos de sitio se tienen en cuenta mediante la microzonificación sísmica y el espectro de diseño. La microzonificación consiste grosso modo en agrupar los suelos en función de los valores esperados de ordenadas espectrales máximas y en asignar a cada grupo su espectro de diseño La respuesta espectral de sitio depende de varios factores que caracterizan la geología superficial del lugar Sin embargo, para fines practicos puede suponerse que dicha respuesta se relaciona sólo con dos parámetros que conservan las caracteristicas más relevantes de la formación de suelo, como son el periodo dominante de vibracion y la velocidad efectiva de propagación del sitio En lo que sigue se examina el criterio especificado en las NTCDS-DF para considerar el periodo dominante del sito en la determinación del espectro de diseño.

Contornos de Respuesta Espectral

En las NTCDS-DF se pretende reconocer la dependencia de los espectros de respuesta con respecto al periodo dominante del sitio. Para ilustrar esto es conveniente representar los efectos de sitio mediante curvas de iso-aceleración espectral referidas a dos ejes ortogonales correspondientes a los periodos naturales de vibración de la estructura y el sitio. A estas curvas de respuestas máximas de un oscilador elemental sobre un manto simple, en función del periodo natural de la estructura y el periodo dominante del sitio, se les ha definido como contornos de respuesta espectral. El procedimiento de cálculo para la determinación de estos contornos se lleva a cabo como se indica a continuación

Excitación - Se postula como movimiento de control un temblor característico especificado en el afloramiento de la roca basal, para el que se calcula su espectro de aceleraciones de Fourier dado por (Clough y Penzien, 1975)

$$F_c(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{X}_c(t)\, e^{-i\omega t}\, dt \tag{5}$$

donde $\ddot{X}_c$ representa el movimiento de control y ω expresa la frecuencia de excitación

Sitio - Se obtiene la función de trasferencia del estrato equivalente ante la incidencia vertical de ondas de cortante, mediante (Newmark y Rosenblueth, 1971)

$$Q_s(\omega) = \frac{1}{\cos(k_s H_s) + i\, p \,\mathrm{sen}(k_s H_s)} \tag{6}$$

en donde

$$p = \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_o \beta_o} \tag{7}$$

es la relación de impedancias entre el estrato y la roca basal y $k_s = \omega/\beta_s$ es el número de onda de cortante del estrato; $\rho_{o,s}$ y $\beta_{o,s}$ son la densidad y velocidad de corte del suelo, respectivamente, ya sea del estrato (subíndice s) o la roca basal (subíndice o) La base del estrato se considera flexible para tener en cuenta la presencia del amortiguamiento geométrico, producto de la irradiación de ondas hacia la roca basal, el amortiguamiento material de tipo histerético se introduce reemplazando $\beta_{o,s}$ por $\beta_{o,s}(1+i\zeta_{o,s})$, siendo $\zeta_{o,s}$ el amortiguamiento del suelo.

Estructura - Se determina la función de trasferencia del oscilador elemental sujeto a excitación en su base, como (Clough y Penzien, 1975)

$$Q_e(\omega) = \left(\frac{\omega^2}{\omega_e^2} - 1 - i2\zeta_e\frac{\omega}{\omega_e}\right)^{-1} \qquad (8)$$

donde $\omega_e = 2\pi/T_e$ es la frecuencia natural de la estructura

Contornos de respuesta - Conocidos el espectro de aceleraciones de Fourier de la excitación así como las funciones de trasferencia del sitio y la estructura, se obtiene el espectro de amplitudes de Fourier de la respuesta estructural, por medio de

$$|F_e(\omega)| = |F_e(\omega)||Q_s(\omega)||Q_e(\omega)| \qquad (9)$$

Con base en este espectro y la duración del movimiento en el sitio de interés, estimada como

$$D_s = D_o + \frac{0.2T}{\zeta_s} \qquad (10)$$

donde D_o es la duración del movimiento en roca basal, se calculan los valores esperados de las respuestas máximas mediante la teoría de vibraciones aleatorias (Boore, 1983, Boore y Joyner, 1984), para cualquier configuración de sitio y estructura definida por los periodos naturales de vibración T_e y T_s Las aceleraciones espectrales obtenidas de esta manera representan las cotas de los contornos de respuesta.

Es conocido que los periodos dominantes en sitios del valle de México alcanzan valores hasta de cinco segundos Similarmente, las estructuras ahí desplantadas pueden llegar a tener periodos fundamentales del mismo orden. Esta situación sugiere que los análisis de la respuesta sísmica espectral cubran el intervalo de periodos de vibración, tanto de la estructura como del sitio, comprendido entre 0 y 5 s Para propósitos de cálculo se adoptaron los valores convencionales $p = 0.1$, $\zeta_o = 0.03$, $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$ y $\nu_s = 0.5$ Asimismo, la excitación considerada en terreno firme corresponde al componente EW del temblor del 19 de septiembre de 1985 (19/IX/85) registrado en la estación CU, cuya duración estimada de la etapa intensa es de 40 s.

En la fig 2 se ilustra la forma típica de los contornos de respuesta espectral En ellos se observa que las respuestas resonantes asociadas al modo fundamental del sitio se registran a lo largo de una línea imaginaria con pendiente uno, es decir, cuando el periodo natural de la estructura coincide con el periodo dominante del sitio, las respuestas resonantes asociadas a modos superiores del sitio se registran sobre rectas con pendientes tres y cinco Los contornos espectrales revelan el escenario general de la respuesta sísmica espectral y son de gran utilidad para identificar los sitios donde se presentarían las mayores respuestas espectrales ante un temblor característico postulado en terreno firme, en este caso, tales sitios resultan ser los que tienen periodos dominantes de $T_s = 2$ s Si se realizan cortes en $T_s = 0.55, 2$ y 3.5 s pueden inferirse los espectros de respuesta que se esperarían en los sitios VIV, SCT y CAO, respectivamente, los cuales son una buena aproximación de aquéllos que se obtienen

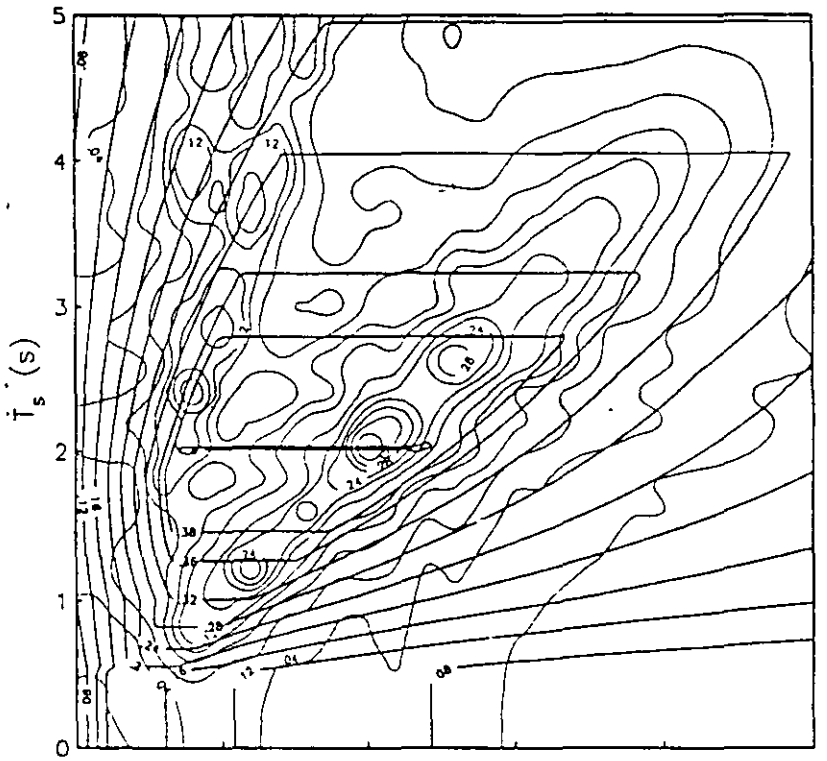


Figura 2. Contornos de respuesta espectral para el temblor del 19 de septiembre de 1985

con las excitaciones registradas en esas estaciones, como se muestra en la fig 3 A partir de los contornos de respuesta se puede deducir la forma en que varían las ordenadas espectrales máximas con el periodo dominante del sitio, en la fig 4 se exhibe la curva que se obtiene al hacer un corte a lo largo de la recta con pendiente uno en el plano de periodos sitio-estructura

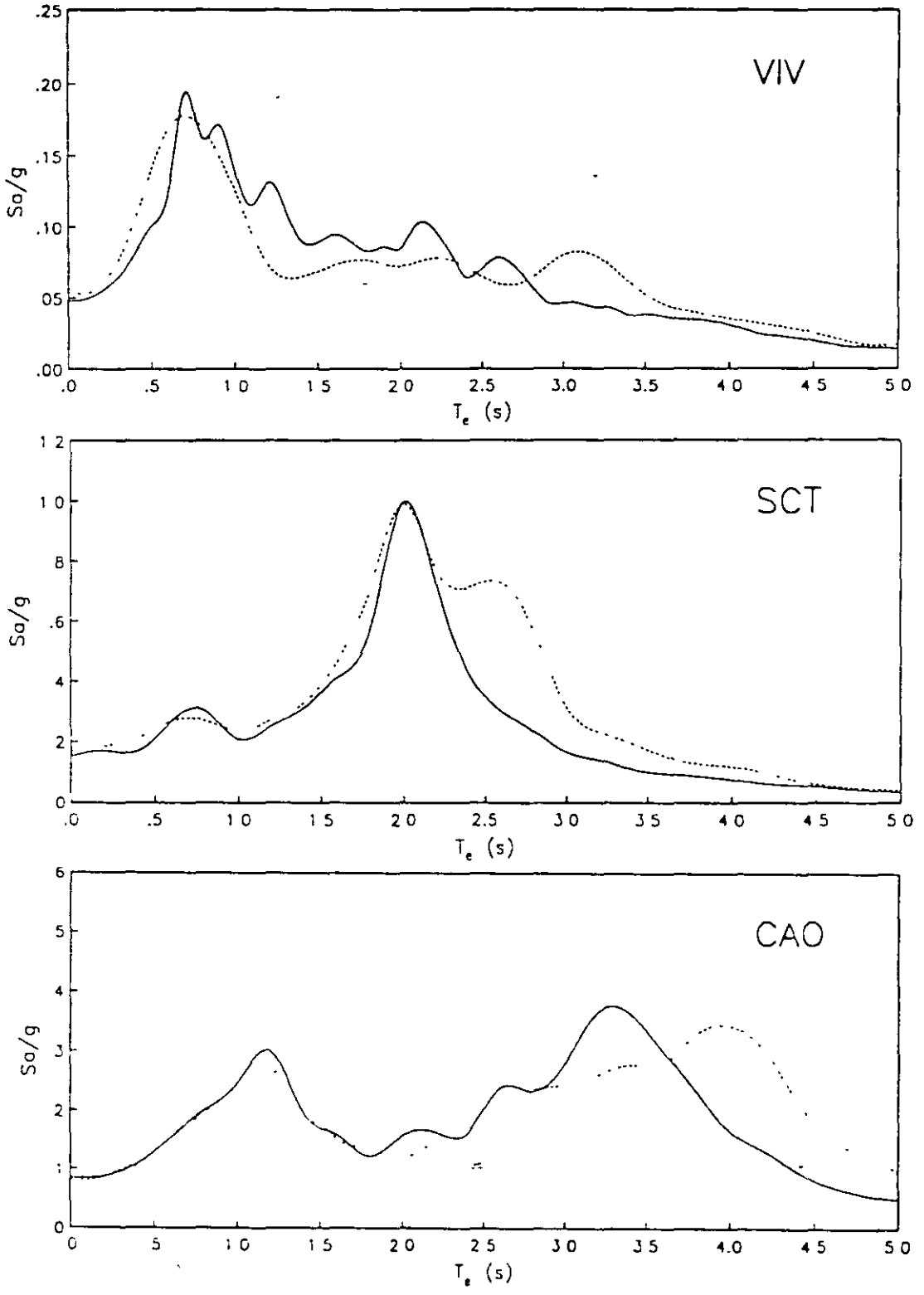


Figura 3. Espectros de respuesta obtenidos de los contornos espectrales (linea continua) y calculados in situ (linea punteada) para los sitios VIV, SCT y CAO.

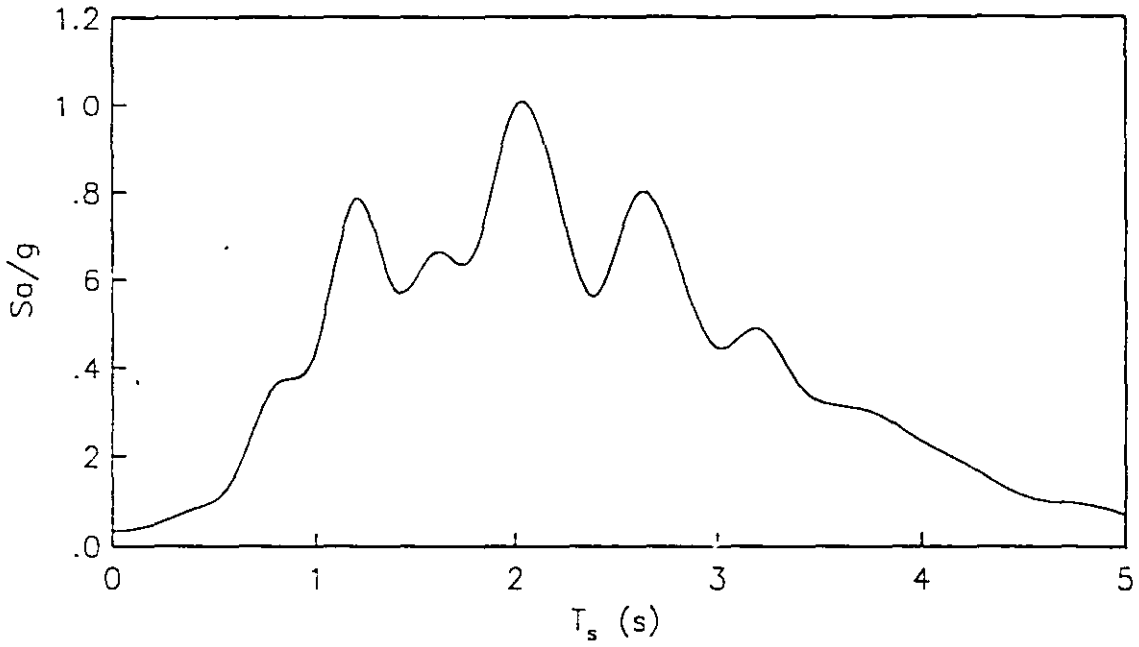


Figura 4. Variación de las ordenadas espectrales máximas con el periodo dominante del sitio.

Espectros de Diseño

Es la primera vez que en los reglamentos mexicanos se considera la reducción de las ordenadas espectrales de diseño en función del periodo dominante del sitio. La variación de las máximas ordenadas espectrales en cada sitio con su periodo de vibración más largo presenta reducciones significativas para periodos cortos y largos con respecto al periodo característico de $T_s = 2\,s$. Por su carácter innovador, las disposiciones reglamentarias correspondientes se basaron en modelos simplificados que condujeron a recomendaciones particularmente sencillas, las cuales son aplicables solamente a las zonas II y III.

Las NTCDS-DF especifican espectros de diseño para cada una de las zonas geotécnicas en que se divide el valle de México. En la tabla 1 se indican los parámetros que se requieren para la construcción de dichos espectros. Las ordenadas espectrales de aceleración, como fracción de la gravedad, se obtienen usando las siguientes relaciones:

$$a = \frac{1 + 3\,T_e/T_a}{4}\,c; \quad \text{si } T_e < T_a \tag{11}$$

$$a = c, \quad \text{si } T_a < T_e < T_b \tag{12}$$

$$a = \left(\frac{T_b}{T_e}\right)^r c; \quad \text{si } T_e > T_b \tag{13}$$

donde T_e es el periodo natural de vibración de la estructura, c es el coeficiente sísmico, T_a y T_b son los periodos característicos que delimitan la meseta del espectro de diseño y r es el exponente que asigna la forma en que decrece su parte curva.

Tabla 1. Parámetros del espectro de diseño para estructuras del grupo B

Zona	T_a (s)	T_b (s)	r	c
I	0 2	0.6	1/2	0.16
II	0 3	1.5	2/3	0 32
III	0.6	3.9	1	0.40

Si se conoce el periodo de vibración más largo del sitio, el valor del coeficiente sísmico puede ser menor que el que se requeriría de no aplicarse el Apéndice A4 de las NTCDS-DF La reducción estipulada para el coeficiente sísmico en función del periodo dominante del sitio está dada por

$$c = \frac{1.6\,T}{4 + T_s^2} \qquad (14)$$

Esta expresión es de carácter empírico, para su calibración se utilizó el espectro de respuesta en el sitio SCT para el temblor del 19/IX/85 Con ella no se obtienen reducciones del coeficiente sísmico para $T_s = 2\ s$, ya que en esos sitios es donde se han registrado las máximas aceleraciones producidas por un sismo. La variación del coeficiente sísmico con el periodo dominante del sitio se muestra en la fig 5 Con líneas discontinuas verticales se marcan las fronteras entre zonas geotécnicas como si correspondieran a $T_s = 0.5$ y $1\ s$ para las zonas I-II y II-III, respectivamente, lo cual es cierto de forma muy aproximada A la vez, con líneas discontinuas horizontales se mar-

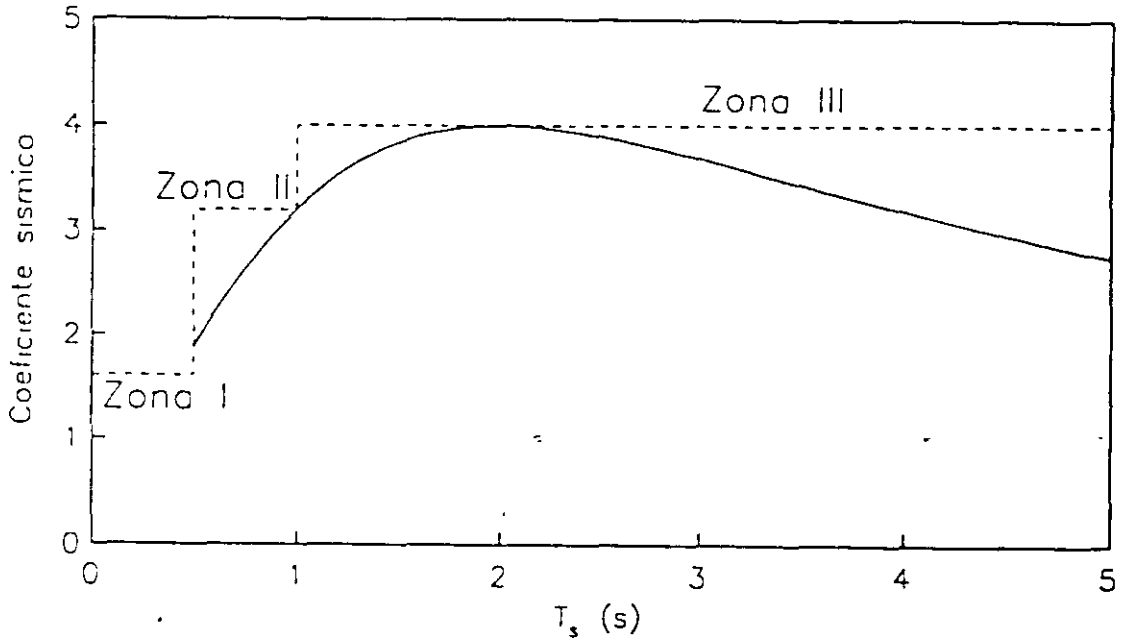


Figura 5. Variación del coeficiente sísmico con el periodo dominante del sitio.

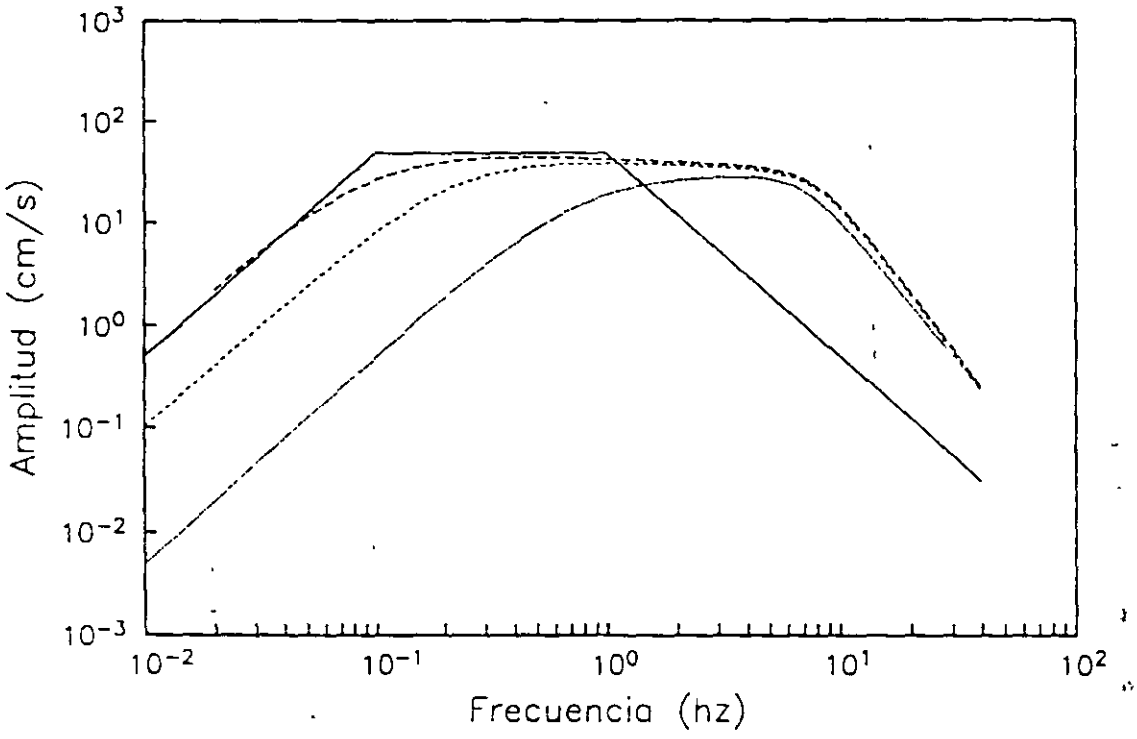


Figura 6. Espectros de amplitudes de Fourier de aceleración para los eventos seleccionados como sismos de diseño: Guerrero(—), Normal, Acambay y Local(···)

can los valores del coeficiente sísmico para cada zona geotécnica cuando se ignora la dependencia con el periodo del sitio

Para la determinación de los espectros de diseño que se estipulan en las NTCDS-DF se utilizaron los espectros de amplitudes de Fourier de aceleración que se muestran en la fig 6, ellos corresponden a los cuatro temblores representativos que se supone son los más peligrosos para la ciudad de México. Postulando estos sismos como movimientos de control se calcularon los contornos de respuesta espectral que aparecen en la

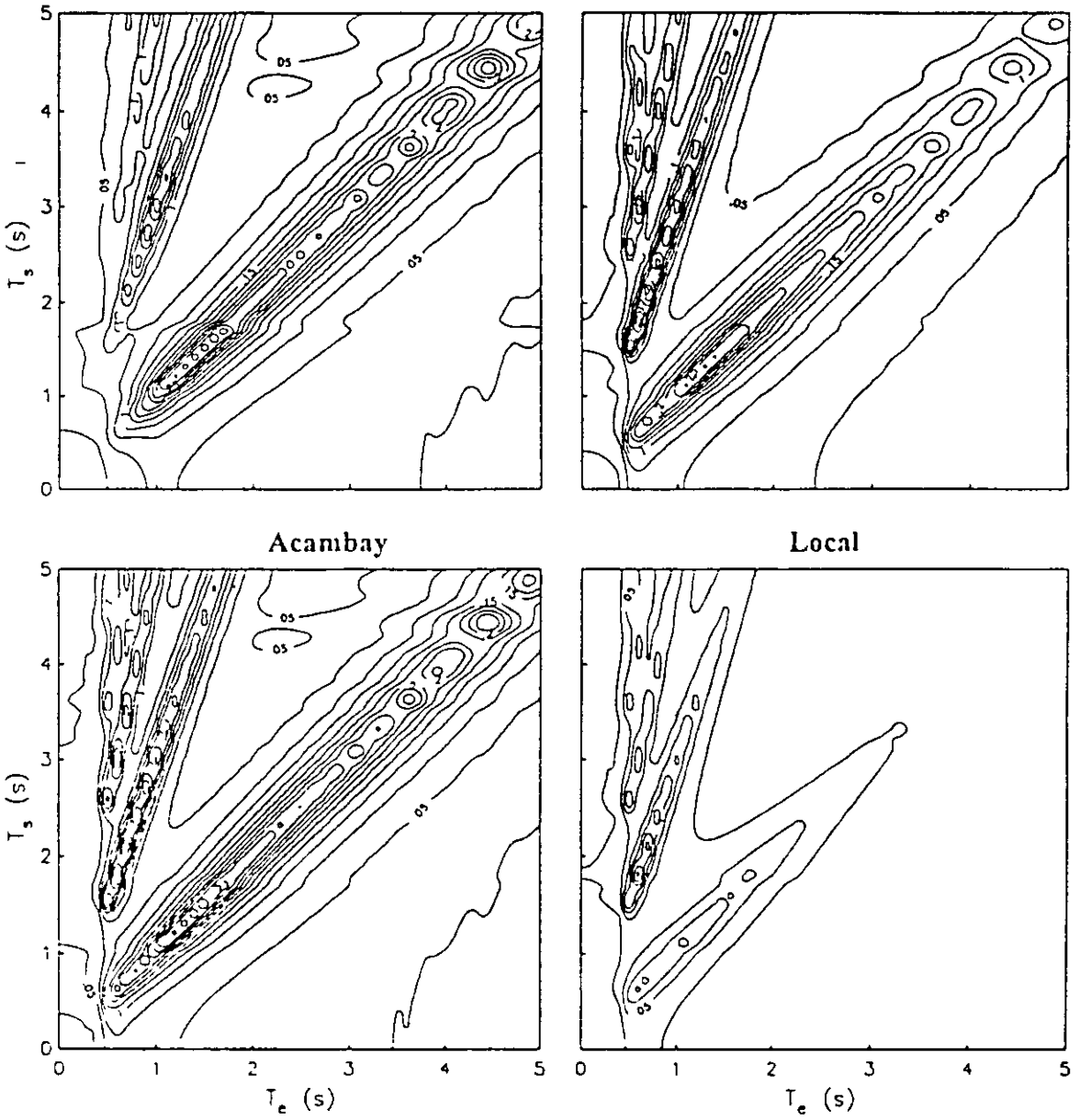


Figura 7. Contornos de respuesta espectral para los eventos seleccionados como temblores de diseño.

fig 7, los cuales están escalados con el factor ' Rosenblueth y col 1989) que está implícito en los espectros de diseño especificados en las NTCDS-DF

A partir de estos contornos de respuesta se infieren las variaciones de las ordenadas espectrales máximas con el periodo dominante del sitio, las cuales se muestran en la fig 8 Los resultados que suministra la ec 14 se indican con línea gruesa continua, con línea gruesa discontinua se muestra la curva correspondiente al sismo del 19/IX/1985. Las líneas delgadas corresponden a los temblores de Guerrero , Normal, Acambay y Local que afectarían seriamente al valle de México. Para sismos de subducción se confirma que la posición de los máximos espectrales se encuentra cubierta por la expresión estipulada en las NTCDS-DF Sin embargo, debe tenerse

en cuenta que puede haber temblores de magnitud comparable con la del sismo del 19/IX/85 pero con amplitudes anómalas para frecuencias bajas, lo que originaría respuestas espectrales máximas en sitios con T_s>2s. Asimismo, pueden generarse temblores de fallamiento normal o local que conduzcan a respuestas espectrales máximas en sitios con T_s>2s. Estas posibilidades sugieren que la ec 14 sea revisada con mayor profundidad, a la luz de la información de registros sísmicos y los resultados de predicción de movimientos fuertes.

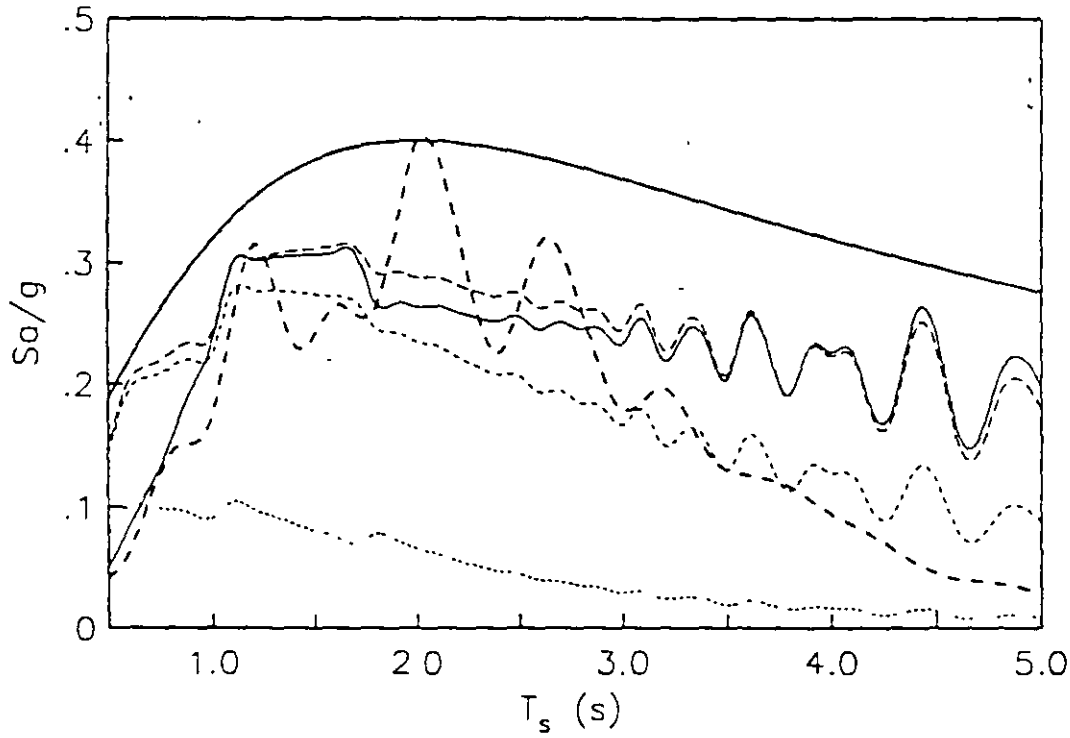


Figura 8. Variación de las ordenadas espectrales máximas con el periodo dominante del sitio para diferentes mecanismos de generación de temblores, Guerrero(-), Normal, Acambay y Local (...).

El conocimiento del periodo dominante del sitio permite adicionalmente disminuir el periodo característico T_b y aumentar el periodo característico T_a con respecto a los valores que tendrían de no conocerse ese parámetro. Las variaciones especificadas de T_a y T_b en función de T_s son las siguientes.

$$\text{Zona II} \begin{cases} T_a = 0.64T_s \\ T_b = 1.2T_s \end{cases} \qquad (15)$$

$$\text{Zona III} \begin{cases} T_a = \text{Max}(0.35T_s, 0.64s) \\ T_b = 1.2T_s \end{cases} \qquad (16)$$

Estas expresiones también son de carácter empírico, con ellas se pretende que el espectro de diseño cubra las respuestas estructurales máximas asociadas tanto al modo fundamental como al segundo modo del sitio. En vista de que estos periodos característicos delimitan el intervalo de ordenadas espectrales máximas, las condiciones favorables serán aquéllas donde T_a aumente y T_b disminuya. Suponiendo que las fronteras entre las zonas geotécnicas corresponden a T_s = 0.5 y 1 s, el valor de T_a siempre será mayor cuando se conozca T_s. Sin embargo, el valor de T_b en la zona III sólo será menor cuando T_s <3.25 s ya que si se desconoce T_s debe tomarse T_b=3.95 mientras que al conocerlo se debe tomar T_b=1.2 T_s.

Contornos Espectrales de Diseño

El conocimiento de T_s conduce, en general, a espectros de diseño reducidos. Toda la gama de estos espectros puede observarse mediante el uso de contornos de diseño, los cuales tienen una concepción similar a la de los contornos de respuesta. En la fig. 9 se reproducen los contornos de diseño que se obtienen al unir puntos de igual aceleración espectral, calculada ésta según las ecs. 11-16. Al realizar cortes en secciones horizontales se obtendrían los espectros de diseño reducidos para el periodo del sitio de interés. Así, cortes en T_s = 0.55, 2 y 3.5 s resultan en los espectros de diseño de la fig. 10, los cuales son aplicables a los sitios VIV, SCT y CAO, respectivamente.

En la fig. 11 se puede ver la comparación entre los contornos de diseño que se derivan de las NTCDS-DF y los contornos de respuesta que se obtienen del modelo unidimensional para el temblor del 19/IX/85, escalados con el factor 0.4 adoptado en dichas normas. Se nota que la tendencia de respuestas espectrales es muy semejante. Los contornos de diseño envuelven apropiadamente a los contornos de respuesta. Las respuestas resonantes, asociadas tanto al modo fundamental como al primer modo superior del sitio, son cubiertas satisfactoriamente. Esta forma de proceder debe extenderse a todos los mecanismos de generación de temblores que afectan peligrosamente a la ciudad de México, incorporando la información del monitoreo sísmico y los resultados de la estimación de movimientos fuertes.

Representación de efectos de interacción

Para fines de reglamentación sísmica, los efectos de interacción se acostumbra tenerlos

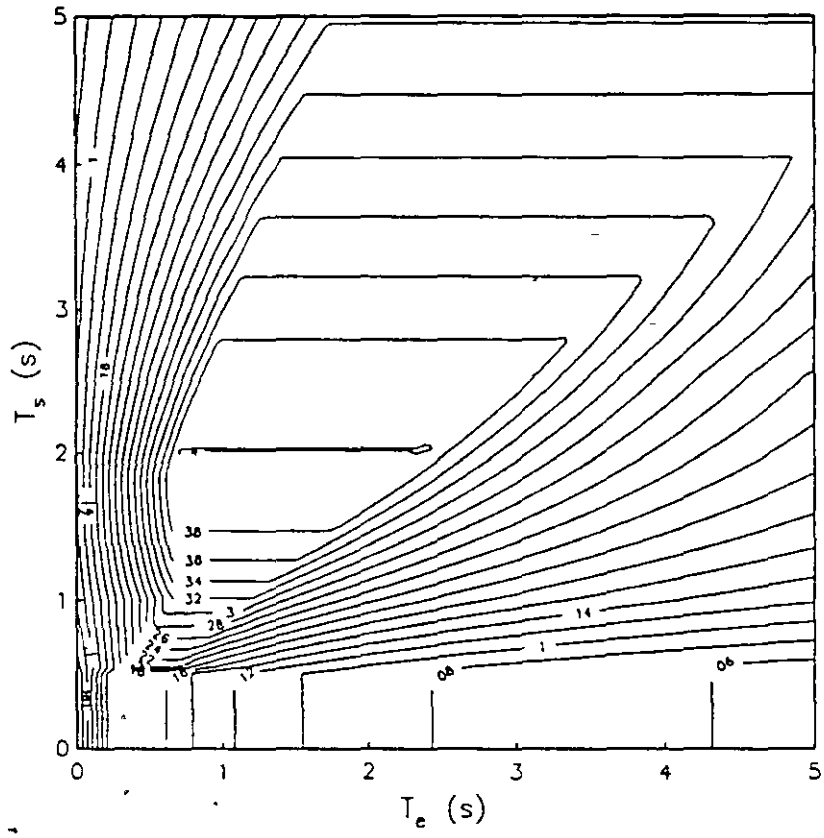


Figura 9 Contornos espectrales de diseño considerando las variaciones con el periodo dominante del sitio.

en cuenta sólo en el modo fundamental, empleando para ello un enfoque simplificado que consiste en reemplazar el sistema acoplado por un oscilador equivalente con base rígida caracterizado con el periodo y amortiguamiento efectivos del sistema acoplado. Con estos parámetros efectivos puede entonces recurrirse a espectros de diseño estandar para obtener las aceleraciones en la estructura en términos de su periodo y amortiguamiento (Veletsos y Meek, 1974). A continuación se examinan brevemente los criterios establecidos en el MDS-CFE para considerar los efectos de la interacción inercial en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental, así como en el cortante basal de diseño. Adicionalmente se examinan algunos resultados recientes orientados a la formulación de criterios prácticos para incluir, por un lado, los efectos inerciales en la ductilidad estructural y, por otro, la influencia de la interacción cinemática en el movimiento de la cimentación.

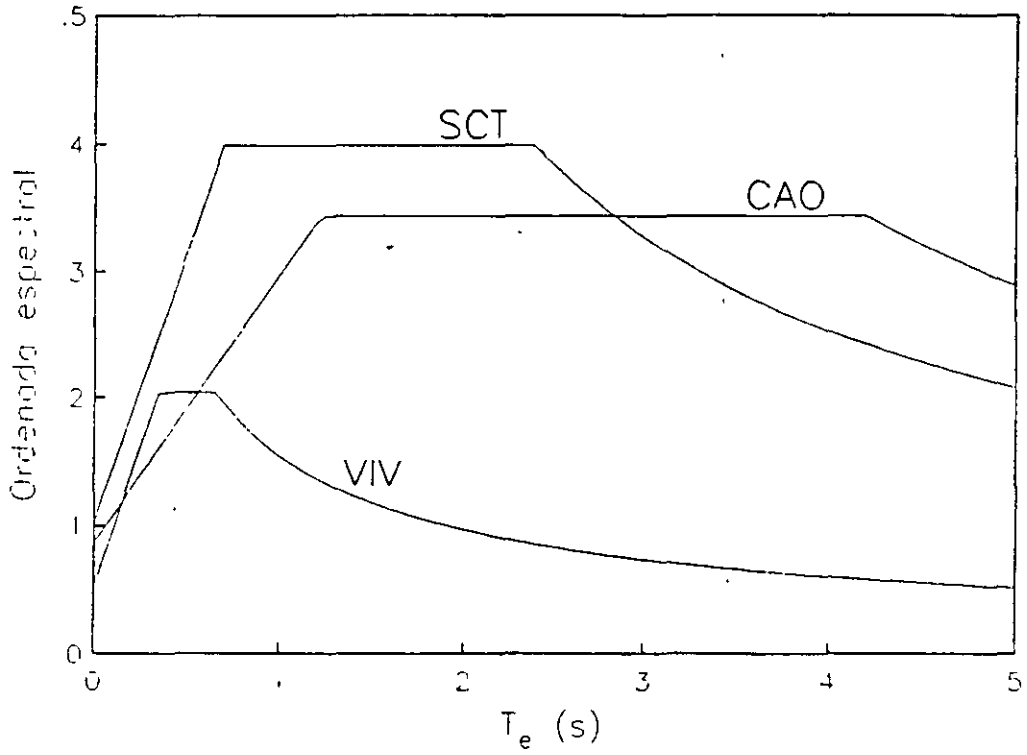


Figura 10. Espectros de diseño para los sitios VIV, SCT y CAO considerando las variaciones con el periodo dominante del sitio.

Efectos Inerciales en el Periodo y Amortiguamiento

En la fig 12 se muestran el sistema suelo-estructura y el oscilador de reemplazo con base rígida, el suelo se ha sustituido por resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia de excitación. Los resortes K_h y K_r y los amortiguadores C_h y C_r, en los modos de traslación (índice h) y rotación (índice r), suelen calcularse utilizando una cimentación circular equivalente de radio R (e ret y Cevaer, 1992), en el caso de pilotes, estos resortes y amortiguadores deben considerar su rigidez y amortiguamiento, respectivamente. Al despreciar la interacción cinemática se tiene que la excitación en la base del sistema acoplado y el oscilador de reemplazo es la misma. En estas condiciones, mediante la condición de equivalencia en el cortante basal resonante entre el sistema acoplado y el oscilador de reemplazo, se pueden obtener el periodo $\tilde{T}_e$

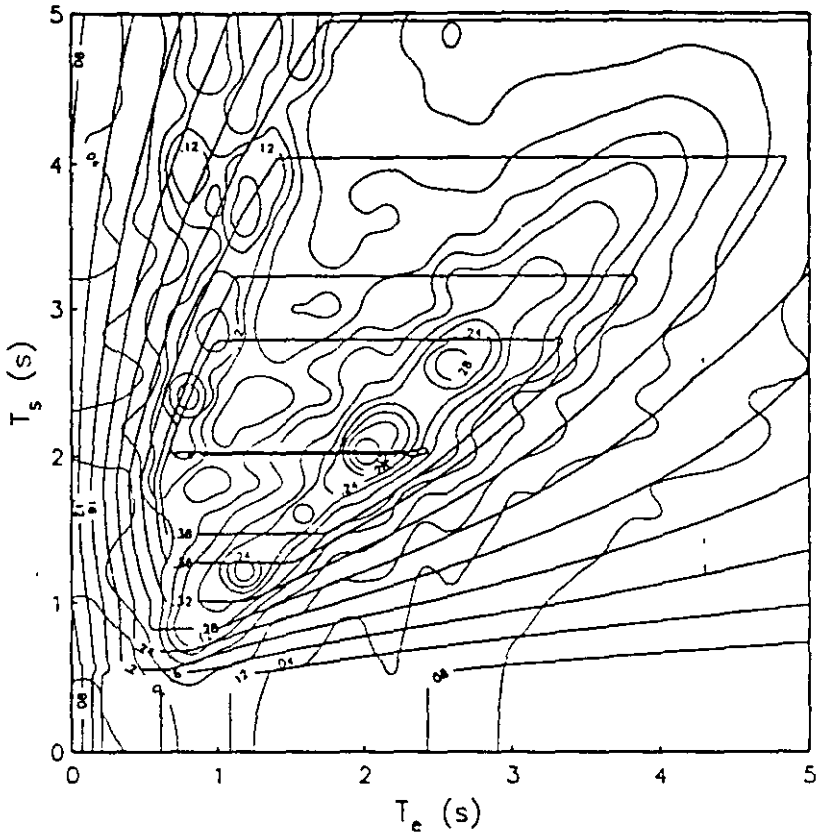


Figura 11. Comparación entre los contornos de diseño y los contornos de respuesta para el temblor del 19 de septiembre de 1985.

y amortiguamiento $\tilde{\zeta}_e$ efectivos del sistema acoplado. En el MDS-CFE se recomiendan las siguientes expresiones

$$\tilde{T}_e = \left(T_e^2 + T_h^2 + T_r^2\right)^{1/2} \tag{17}$$

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e\left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right)^3 + \frac{\zeta_h}{1+2\zeta_h^2}\left(\frac{T_h}{\tilde{T}_e}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2}\left(\frac{T_r}{\tilde{T}_e}\right)^2 \tag{18}$$

donde T_h y T_r son los periodos naturales que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o rotar, respectivamente, es decir

$$T_h = 2\pi\left(\frac{M_e}{K_h(\tilde{\omega}_e)}\right)^{1/2} \tag{19}$$

$$T_r = 2\pi\left(\frac{M_e(H_e+D)^2}{K_r(\tilde{\omega}_e)}\right)^{1/2} \qquad (20)$$

en tanto que ζ_h y ζ_r son los amortiguamientos del suelo en los modos de traslación y rotación, respectivamente, esto es

$$\zeta_h = \frac{\tilde{w}_e C_h(\tilde{\omega}_e)}{2K_h(\tilde{\omega}_e)} \qquad (21)$$

$$\zeta_r = \frac{\tilde{w}_e C_r(\tilde{\omega}_e)}{2K_r(\tilde{\omega}_e)} \qquad (22)$$

donde $\tilde{\omega}_e = 2\pi/\tilde{T}_e$ es la frecuencia efectiva del sistema acoplado. Estos parámetros efectivos son aproximados, pues se han despreciado la masa de la cimentación y su momento de inercia, así como el acoplamiento en traslación y rotación de la rigidez dinámica del cimiento

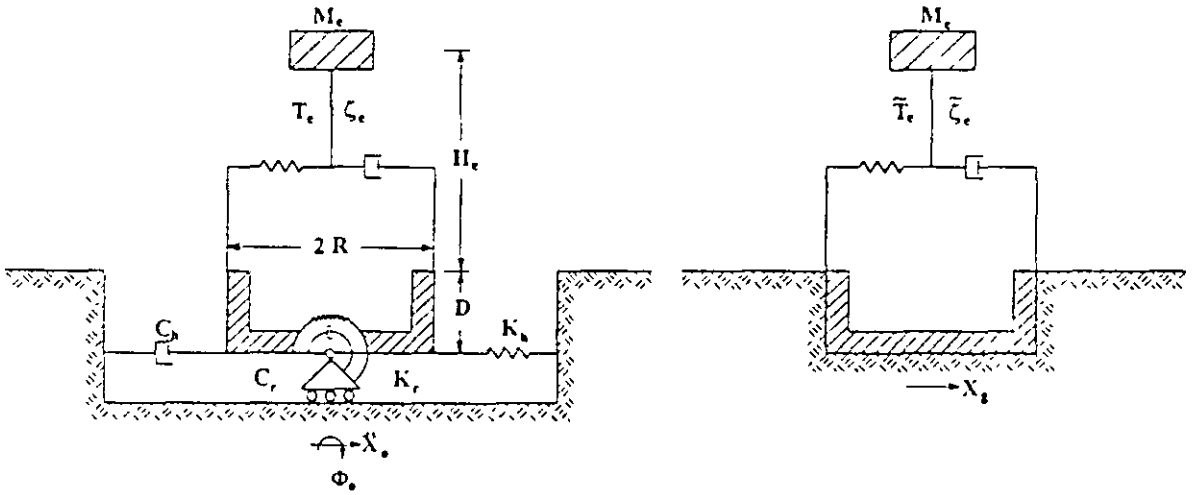


Figura 12. Sistema suelo-estructura y oscilador de reemplazo con base rígida.

El grado de aproximación de estas expresiones y otras similares es bastante bueno para fines prácticos, como se puede apreciar en las figs 13 y 14 donde se comparan resultados de diferentes autores (Avilés y Pérez-Rocha, 1995b) para las profundidades de desplante de la cimentación $D/R = 0$ y 1, respectivamente. El mayor problema del enfoque del oscilador de reemplazo se tiene para cimentaciones enterradas en un estrato de suelo, ya que las diferencias entre las funciones de trasferencia del sistema acoplado y el oscilador de reemplazo pueden ser muy importantes, dependiendo no sólo del enterra-

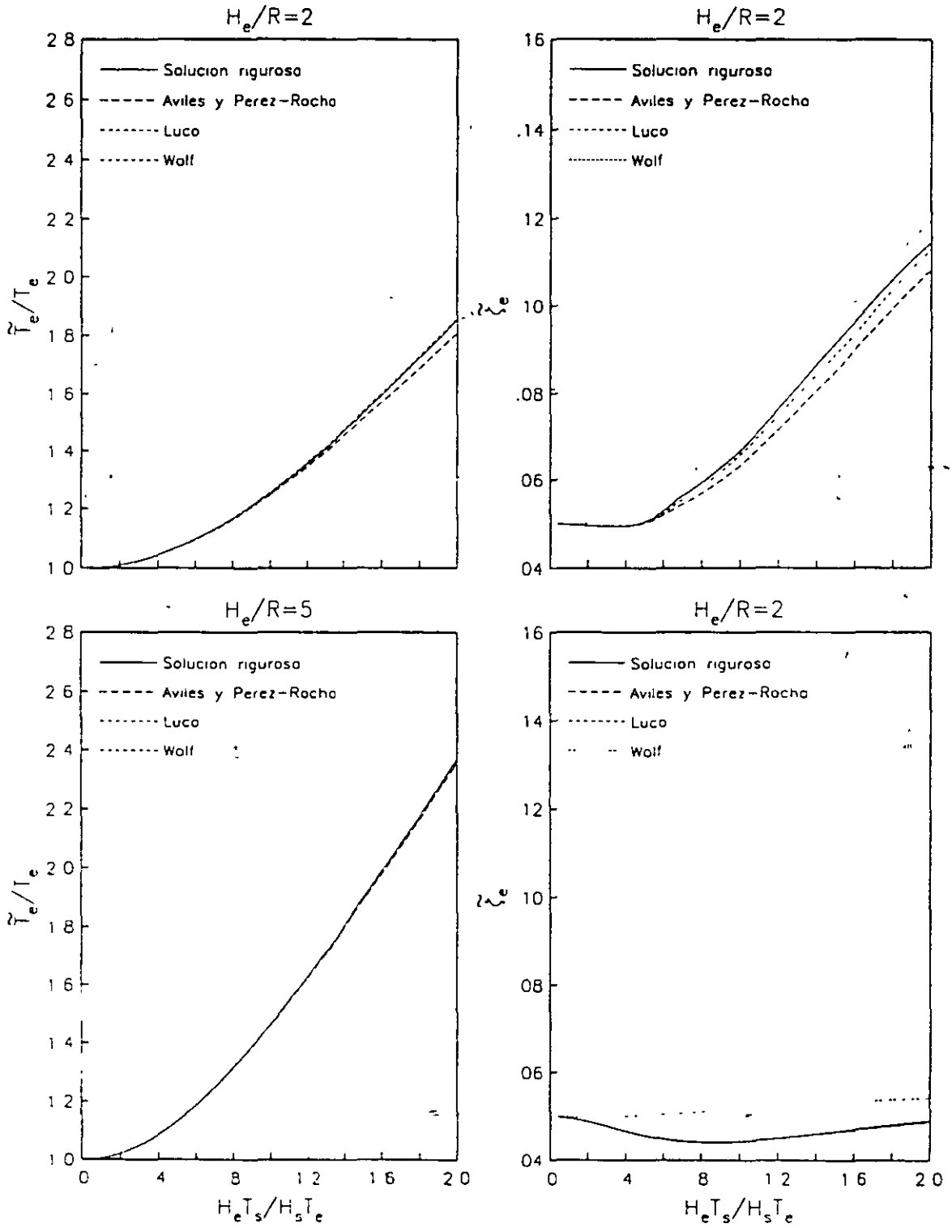


Figura 13. Comparación de periodos y amortiguamientos efectivos aproximados con la solución rigurosa para sistemas acoplados con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $H_s/R = 1.0$ y $D/R = 0$ (cimentación superficial).

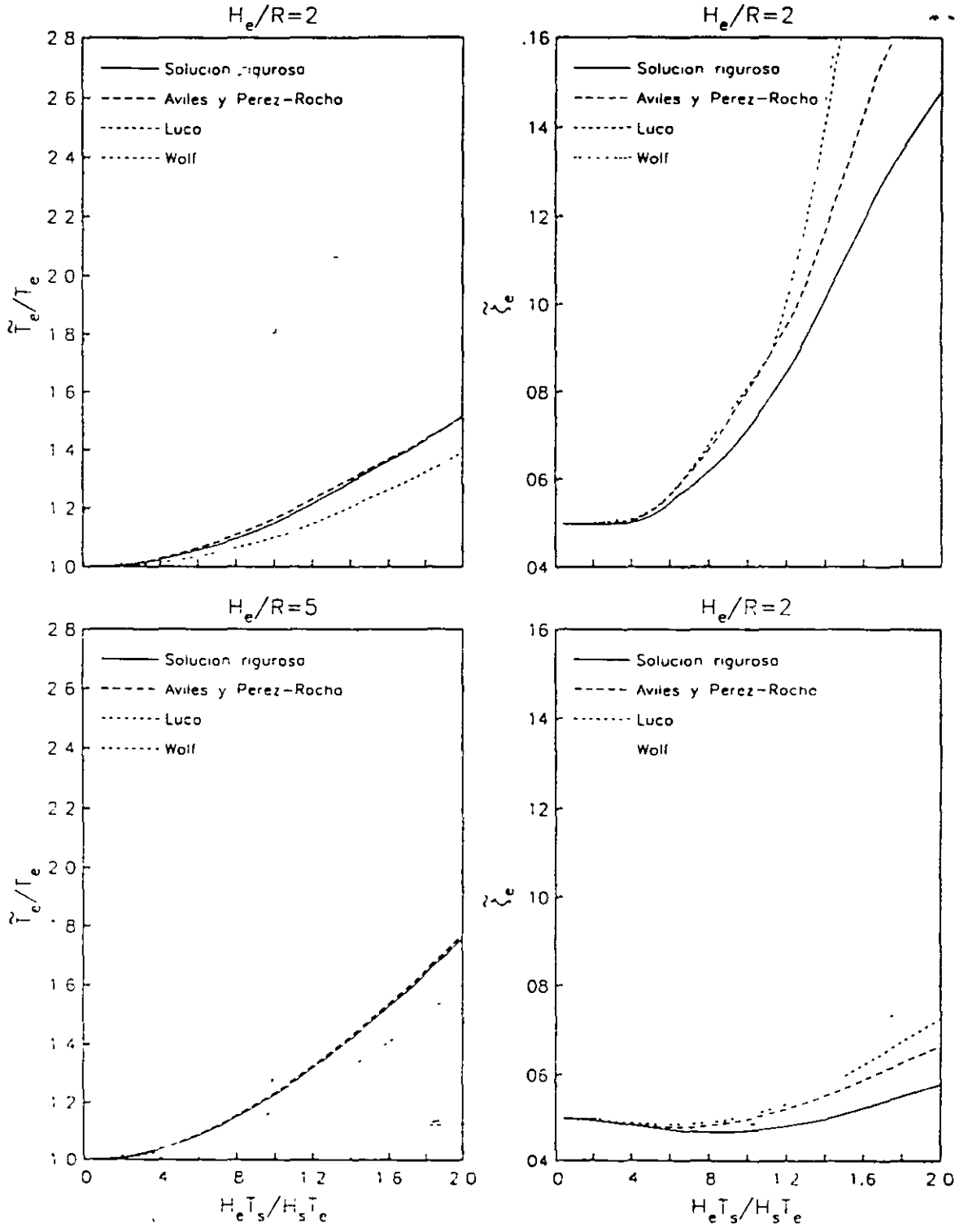


Figura 14 Comparación de periodos y amortiguamientos efectivos aproximados con la solución rigurosa para sistemas acoplados con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $H_s/R = 10$ y $D/R = 1$ (cimentación enterrada).

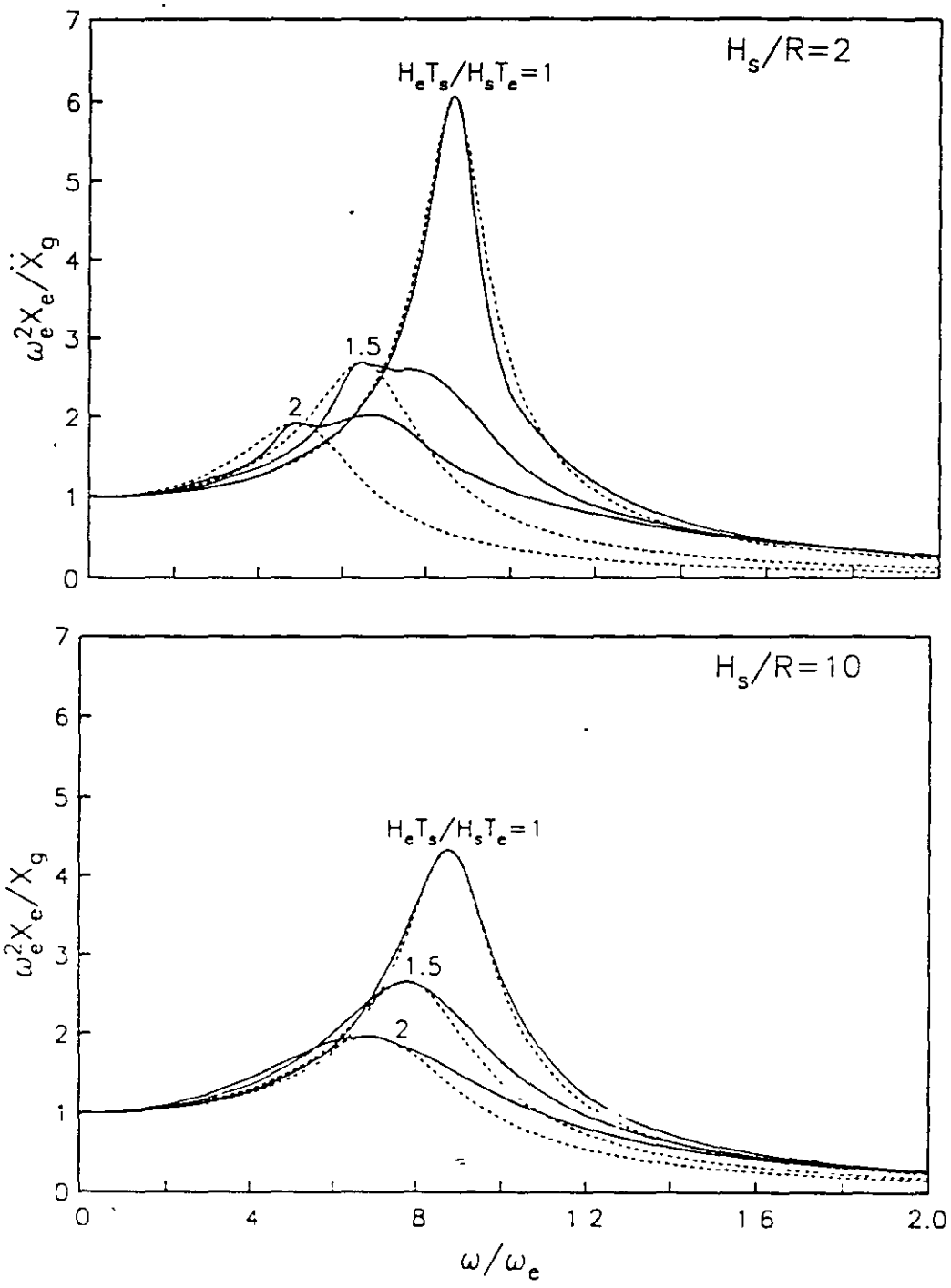


Figura 15. Funciones de trasferencia de seudoaceleración para sistemas acoplados con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 1/3$, $D/R = 1$ y $H_e/R = 1$, comparadas con las correspondientes del oscilador de reemplazo.

miento del cimiento D/R y la profundidad del estrato de suelo H_s/R, sino también de la esbeltez de la estructura H_e/R y el contraste de rigidez entre la estructura y el suelo H_eT_s/H_sT_e, según se aprecia en la fig 15 para diferentes escenarios de interacción En algunos casos, la forma de la función de trasferencia del sistema acoplado ya no puede ser ajustada por medio de la función de trasferencia de un oscilador elemental, debido esencialmente al alto nivel de amortiguamiento. Esta situación no ha sido reconocida explícitamente en los códigos sísmicos, puesto que se permite la aplicación del enfoque del oscilador de reemplazo sin ninguna restricción Resultados como estos sugieren que dicho enfoque no es recomendable para $H_e/R<2$ en el intervalo $H_eT_s/H_sT_e>1$, cuando la cimentación es profunda (D/R>1) y el estrato de suelo es superficial (H_s/R<3)

Conocidos el periodo y amortiguamiento efectivos del sistema acoplado, el cortante basal de diseño se obtiene como el cortante de la estructura con base rígida menos la reducción por interacción en el cortante del modo fundamental, de acuerdo con la expresión (ATC, 1978)

$$V = \frac{a}{Q'}W - \left(\frac{a}{Q'} - \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'}\xi\right)W_e \qquad (23)$$

donde a y Q' son la ordenada espectral y el factor reductivo por ductilidad valuados para T_e en tanto que $\tilde{a}$ y $\tilde{Q}'$ son los mismos parámetros pero calculados para $\tilde{T}_e$, W y W_e son los pesos total y efectivo de la estructura, respectivamente Además, ξ expresa la variación de las ordenadas espectrales con el amortiguamiento, para periodos naturales que no sean demasiado pequeños, este factor se puede aproximar como (Rosenblueth y Reséndiz, 1988)

$$\xi = \left(\frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e}\right)^k \qquad (24)$$

donde los valores de k que se han recomendado son 0.4, 0.5 y 0.6 para terrenos firme, intermedio y blando, respectivamente.

Efectos Inerciales en la Ductilidad

La influencia de la interacción inercial en la ductilidad estructural aún no es considerada explícitamente en los reglamentos sísmicos conocidos Aquí se busca, por un lado, identificar los parámetros que tienen influencia dominante en la respuesta de sistemas elastoplásticos con base flexible sujetos a movimiento sísmico y, por otro, plantear conceptos simples que sean de utilidad en la estimación de la respuesta de tales sistemas en términos de las propiedades de sistemas lineales con base rígida excitados de forma similar.

Despreciando la interacción suelo-estructura, se han formulado reglas simples que relacionan de manera aproximada la deformación máxima absoluta de un sistema no lineal con la deformación correspondiente de un sistema lineal (Newmark y Rosenblueth, 1971) Se ha encontrado que, mientras el periodo natural inicial de sistemas inelásticos no sea excesivamente corto, las deformaciones máximas absolutas que sufren dichos sistemas son en promedio casi iguales a las que experimentan sistemas elásticos con el mismo periodo natural y grado de amortiguamiento que tienen inicialmente los sistemas elastoplásticos También se ha encontrado que, si un sistema inelástico debe desarrollar un factor de ductilidad μ_s durante un sismo, la resistencia plástica (coeficiente de cortante basal) requerida para que la demanda de ductilidad sea igual a la ductilidad

disponible vale $R_y = R_m/\mu_e$, donde R_m es la resistencia máxima del correspondiente sistema elástico, esto es cierto sólo para valores moderados y grandes del periodo natural.

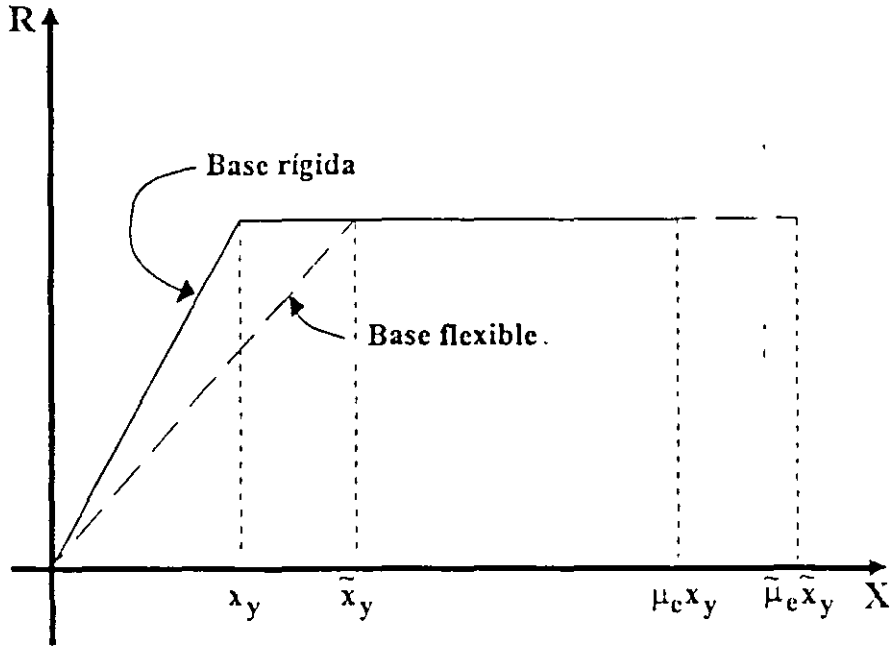


Figura 16. Relaciones fuerza-deformación de un sistema elastoplástico con y sin interacción.

Con objeto de examinar los efectos de la interacción inercial en la ductilidad estructural, considérese un sistema elastoplástico de un grado de libertad cuya ley de comportamiento se muestra en la fig 16, las líneas continua y discontinua indican las relaciones fuerza-deformación correspondientes al sistema en su condicion de base rígida y flexible, respectivamente Su factor de ductilidad se define como el cociente de la deformación a la falla entre la deformación a la fluencia Si se designa con X_y y $\tilde{X}_y$ las deformaciones al límite de fluencia del sistema sin y con interacción, respectivamente, las deformaciones máximas resistentes valen $\mu_e X_y$ y $\tilde{\mu}_e \tilde{X}_y$, siendo μ_e y $\tilde{\mu}_e$ los factores de ductilidad del sistema sin y con interacción, respectivamente.

Al tener en cuenta la interacción suelo-estructura, la rigidez del sistema disminuye de K a $\tilde{K} = \left(T_e / \tilde{T}_e\right)^2 K$ en consecuencia, la deformación a la fluencia aumenta de X_y a $\tilde{X}_y = \left(\tilde{T}_e / T_e\right)^2 X_y$ y la deformación a la falla se incrementa en la misma cantidad que se incrementa la deformación a la fluencia, esto es $\tilde{\mu}_e \tilde{X}_y = \mu_e X_y + \tilde{X}_y - X_y$ Sustituyendo en esta expresión la relación $\tilde{X}_y / X_y$, se encuentra que el factor de ductilidad del sistema con interacción es igual a (Rosenblueth y Reséndiz, 1988)

$$\tilde{\mu}_e = \left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right)^2 (\mu_e - 1) + 1 \qquad (25)$$

En vista de que $0 < T_e/\tilde{T}_e < 1$, al analizar esta expresión se desprende que $1 < \tilde{\mu}_e < \mu_e$, lo que implica que el factor de ductilidad se reduce por interacción

Con objeto de tratar los efectos de interacción en la ductilidad mediante el enfoque del oscilador de reemplazo, se considera que μ_e representa la ductilidad estructural mientras que $\tilde{\mu}_e$ la ductilidad efectiva de dicho oscilador. En la fig 17 se muestran las ductilidades efectivas que se obtienen ante diferentes escenarios de interacción, para las ductilidades estructurales $\mu_e = 1.5, 2, 3$ y 4. Aquí se puede corroborar que cuando $H_e T_s / H_s T_e = 0$, condición de base rígida, la ductilidad efectiva es idéntica a la ductilidad estructural, asimismo, a medida que este parámetro se incrementa, la ductilidad efectiva se reduce tendiendo al valor de uno. De aquí se concluye también que los parámetros más importantes en la reducción de la ductilidad por interacción son D/R y H_e/R, la influencia de H_s/R es despreciable para propósitos prácticos.

En análisis no lineales, las rigideces dinámicas del suelo usualmente se aproximan por medio de resortes y amortiguadores invariantes con la frecuencia de excitación. Los valores que mejor ajustan los resultados son los correspondientes a la rigidez para la frecuencia cero y el amortiguamiento para la frecuencia infinito Cuando se opta por una aproximación como ésta, el análisis no lineal de sistemas con interacción se simplifica notablemente, puesto que al tener resortes y amortiguadores del suelo constantes, el procedimiento de integración en el tiempo paso a paso es enteramente similar al de sistemas sin interacción

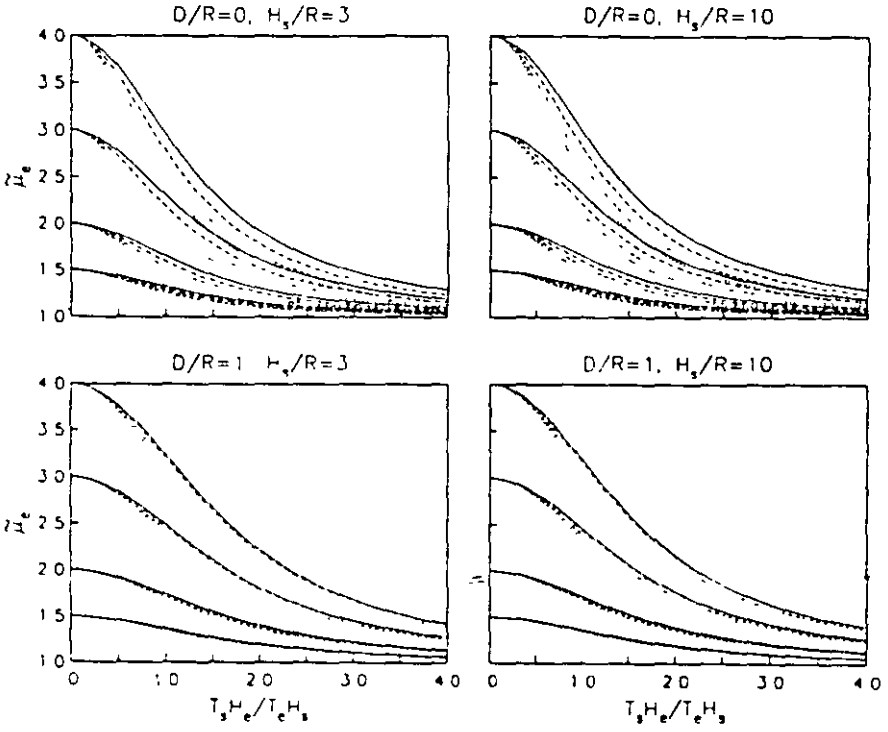


Figura 17. Ductilidades efectivas de sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.5$ y $H_e/R = 2(—), 3, 4$ y $5(\cdot\ \cdot)$.

Procediendo de esa forma se calcularon las demandas de ductilidad X_e^{max}/X_y de sistemas acoplados sometidos al sismo del 19/IX/85, para diferentes escenarios de interacción y ductilidades estructurales; se consideraron los sitios SCT ($H_s = 38\ m$ y $\beta_s = 76\ m$) y CAO ($H_s = 56\ m$ y $\beta_s = 64\ m$) En la fig 18, las curvas discontinuas (SCT) y punteadas (CAO) corresponden a las demandas de ductilidad del sistema acoplado cuya resistencia es igual a la de la condición de base rígida para la ductilidad estructural $\mu_e = 2$ y 4, mientras que las curvas continuas representan las ductilidades efectivas del oscilador de reemplazo según la ec 25 Está claro que las demandas de ductilidad del sistema acoplado tienden a reducirse al incrementarse el contraste de rigidez entre la estructura y el suelo, estas reducciones, al parecer, no están controladas por los efectos de sitio. Lo más sorprendente es que las demandas de ductilidad del sistema acoplado son muy parecidas a las ductilidades efectivas del oscilador de reemplazo

También se calcularon los espectros de respuesta inelásticos de sistemas acoplados sujetos al mismo sismo, para diferentes escenarios de interacción y ductilidades estructurales. En las figs 19 y 20 se muestran los resultados para los sitios SCT y CAO, respectivamente; las curvas continuas corresponden a las resistencias del sistema acoplado requeridas para la ductilidad estructural $\mu_e = 1, 1.5, 2$ y 4 en la condición de base flexible, en tanto que las curvas discontinuas representan las resistencias del oscilador de reemplazo requeridas para la ductilidad efectiva resultante según la ec 25 Estos resultados patentizan que el uso de un oscilador elastoplástico de reemplazo con base rígida conduce a excelentes aproximaciones de la respuesta de sistemas acoplados inelásticos, salvo para algunas condiciones de periodo corto, dicho oscilador se caracteriza con el periodo $\tilde{T}_e$, el amortiguamiento $\tilde{\zeta}_e$ y la ductilidad $\tilde{\mu}_e$ efectivos.

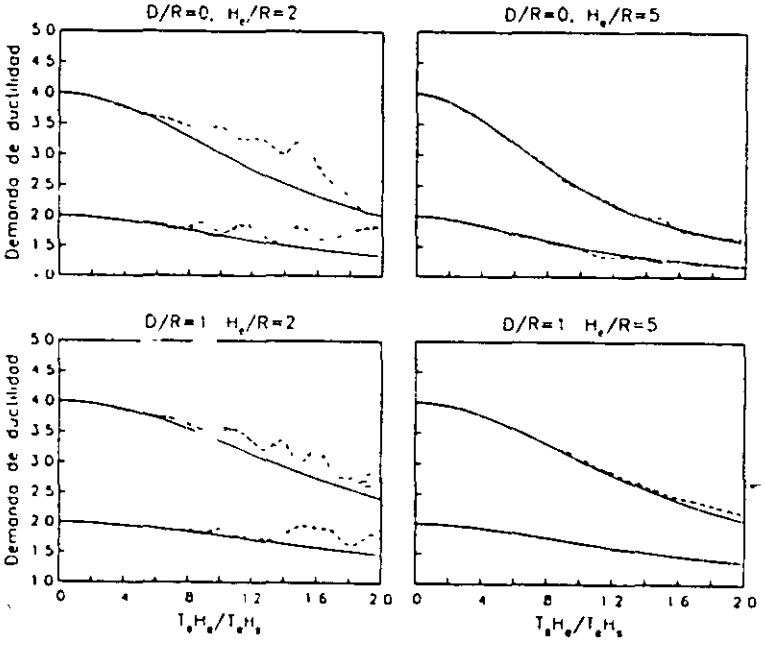


Figura 18 Demandas de ductilidad de sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.5$ y $H_s/R = 5$, en los sitios SCT (línea discontinua) y CAO (línea punteada), se comparan con la ductilidad efectiva del oscilador de reemplazo (línea continua).

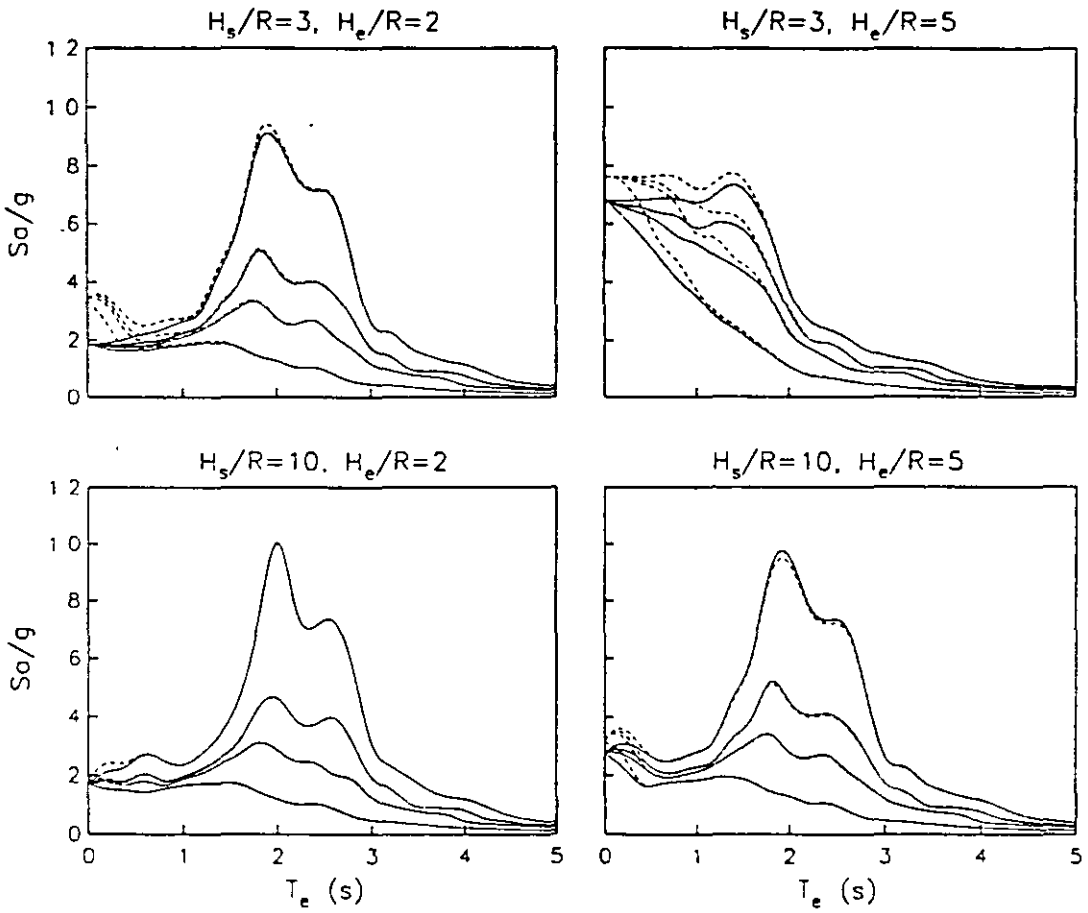


Figura 19. Espectros de respuesta inelásticos de sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.5$ y $D/R = 1$, en el sitio SCT; se analiza el sistema acoplado (línea continua) y el oscilador de reemplazo (línea discontinua).

Efectos Cinemáticos

Se sabe que el periodo y amortiguamiento efectivos de un sistema suelo-estructura son los parametros dinámicos de un oscilador de reemplazo con base rigida cuyo cortante basal resonante es igual al de la estructura interactuando con el suelo, para la misma excitación armónica de la base. Esto conduce a igualar la seudoaceleración máxima y el periodo resonante del sistema acoplado con los valores correspondientes del oscilador de reemplazo (Wolf, 1985). Aquí se presenta una solución aproximada de aplicación práctica para considerar los efectos de la interacción cinemática en el movimiento de la cimentación en términos de los efectos de la interacción inercial en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental. El enfoque consiste en la modificación del periodo y amortiguamiento efectivos del sistema acoplado de tal forma que el cortante basal resonante del oscilador de reemplazo sujeto al movimiento de campo libre en la superficie del terreno, dado por la traslación X'_g, sea igual al del sistema acoplado sometido al movimiento efectivo en la subrasante de la cimentación, dado por la traslación $\dot{X}_o$ y la rotación Φ_o. El periodo y amortiguamiento efectivos modificados de esta manera resultan

de gran utilidad cuando se recurre a los métodos estático y dinámico de análisis sísmico, para evaluar los efectos de interacción en el modo fundamental de vibración

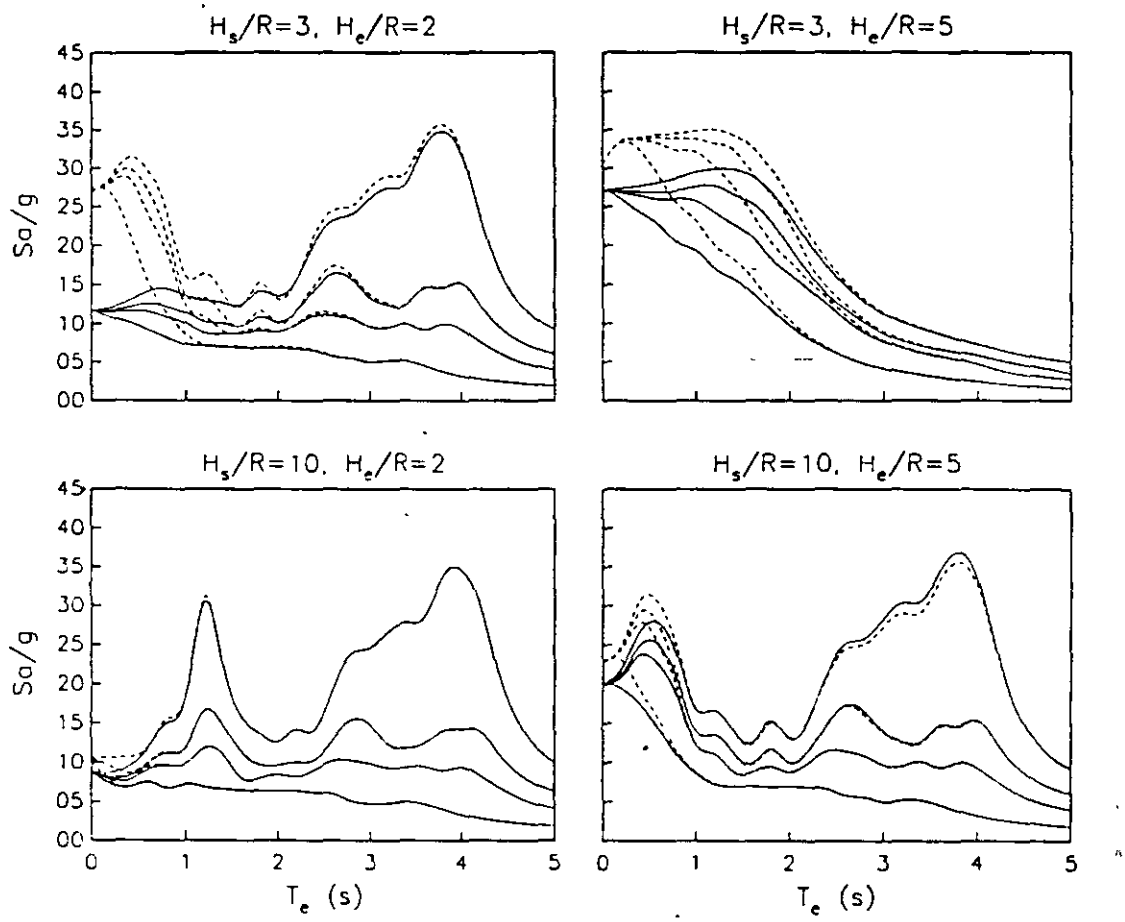


Figura 20. Espectros de respuesta inelásticos de sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.5$ y $D/R = 1$, en el sitio CAO, se analiza el sistema acoplado (línea continua) y el oscilador de reemplazo (línea discontinua).

Se trata entonces de encontrar las condiciones de equivalencia en el cortante basal resonante entre el oscilador de reemplazo sujeto al movimiento de campo libre y el sistema suelo-estructura sometido al movimiento efectivo, como se ilustra en la fig 12 Para ello, conocida la función de trasferencia del sistema acoplado, el periodo efectivo se determina directamente como el periodo de excitación correspondiente a la posición de su pico resonante, en tanto que el amortiguamiento efectivo se obtiene a partir de la seudoaceleración correspondiente a la amplitud de su pico resonante Mediante esta analogía se puede encontrar que el periodo y amortiguamiento efectivos con efectos cinemáticos son iguales a (Avilés y Pérez-Rocha, 1995a)

$$\tilde{T}_e = \tilde{T}_e \qquad (26)$$

$$\tilde{\zeta}_e^c = \frac{\tilde{\zeta}_e'}{\left|Q_h + (H_e + D)Q_r\right|} \qquad (27)$$

donde $\tilde{T}_e'$ y $\tilde{\zeta}_e'$ son el periodo y amortiguamiento efectivos con efectos inerciales, obtenidos según las ecs 17 y 18 al ignorar el análisis de interacción cinemática Además, $Q_h(\omega) = X_o(\omega)/\dot{X}_g(\omega)$ y

$Q_r(\omega) = \Phi_o(\omega)/X_g(\omega)$ son las funciones de trasferencia para los componentes de traslación y rotación, respectivamente, de la excitación efectiva en la cimentación, los movimientos de entrada así como las funciones de impedancia han sido reportados para cimentaciones cuadradas enterradas en un semiespacio (Mita y Luco, 1989) Estos parámetros efectivos son aproximados, pues se han despreciado la masa de la cimentación y su momento de inercia, así como el acoplamiento en traslación y rotación de la rigidez dinámica del cimiento

La aproximación para la interacción cinemática en términos de la interacción inercial puede confirmarse con las comparaciones que se presentan en la fig 21, para diferentes escenarios de interacción ante la incidencia de ondas de cortante con propagación vertical Con trazo grueso se marcan los amortiguamientos efectivos aproximados y con trazo delgado la solución rigurosa, el acuerdo es muy bueno En la fig 22 se despliegan los resultados rigurosos considerando (línea gruesa) y despreciando (línea delgada) la parte cinemática, resalta el incremento del amortiguamiento efectivo con el enterramiento de la cimentación D/R, siendo R en este caso el semiancho de la cimentación cuadrada

Conclusiones

Se ha presentado una revisión de los criterios especificados en las NTCDS-DF y el MDS-CFE para considerar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura. Se repasaron los modelos en que están basados dichos criterios y se examinaron los resultados que se obtienen de su aplicación Asimismo, se plantearon aquellos efectos de sitio e interacción que no se consideran de forma explícita, a fin de que en la práctica se tengan presentes las limitaciones reglamentarias que derivan del estado actual del conocimiento.

En lo referente a los efectos de sitio se hizo énfasis en la dependencia de los espectros de diseño con el periodo dominante del sitio; en este aspecto es necesario investigar a fondo el criterio sobre la variación del coeficiente sísmico (ordenada espectral máxima) en función de dicho parámetro Para la interacción suelo-estructura se exploró fundamentalmente el enfoque del oscilador de reemplazo, con objeto de ser utilizado no sólo para los efectos inerciales en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental, sino también para los efectos cinemáticos en el movimiento de la cimentación y, sobre todo, para tratar la influencia de la interacción en la ductilidad estructural La principal ventaja de este enfoque es que permite el uso de espectros de respuesta de campo libre sin efectos de interacción, a fin de obtener las acciones sísmicas de diseño

Los criterios reglamentarios vigentes sobre efectos de sitio e interacción suelo-estructura son particularmente sencillos, ya que la principal intención de las NTCDS-DF y el MDS-CFE es sentar las bases para la consideración explícita de dichos efectos Es de esperarse que en ediciones futuras de estos códigos sísmicos se cubran de manera mejorada estas cuestiones, a la luz de los resultados de las investigaciones que se encuentran en proceso.

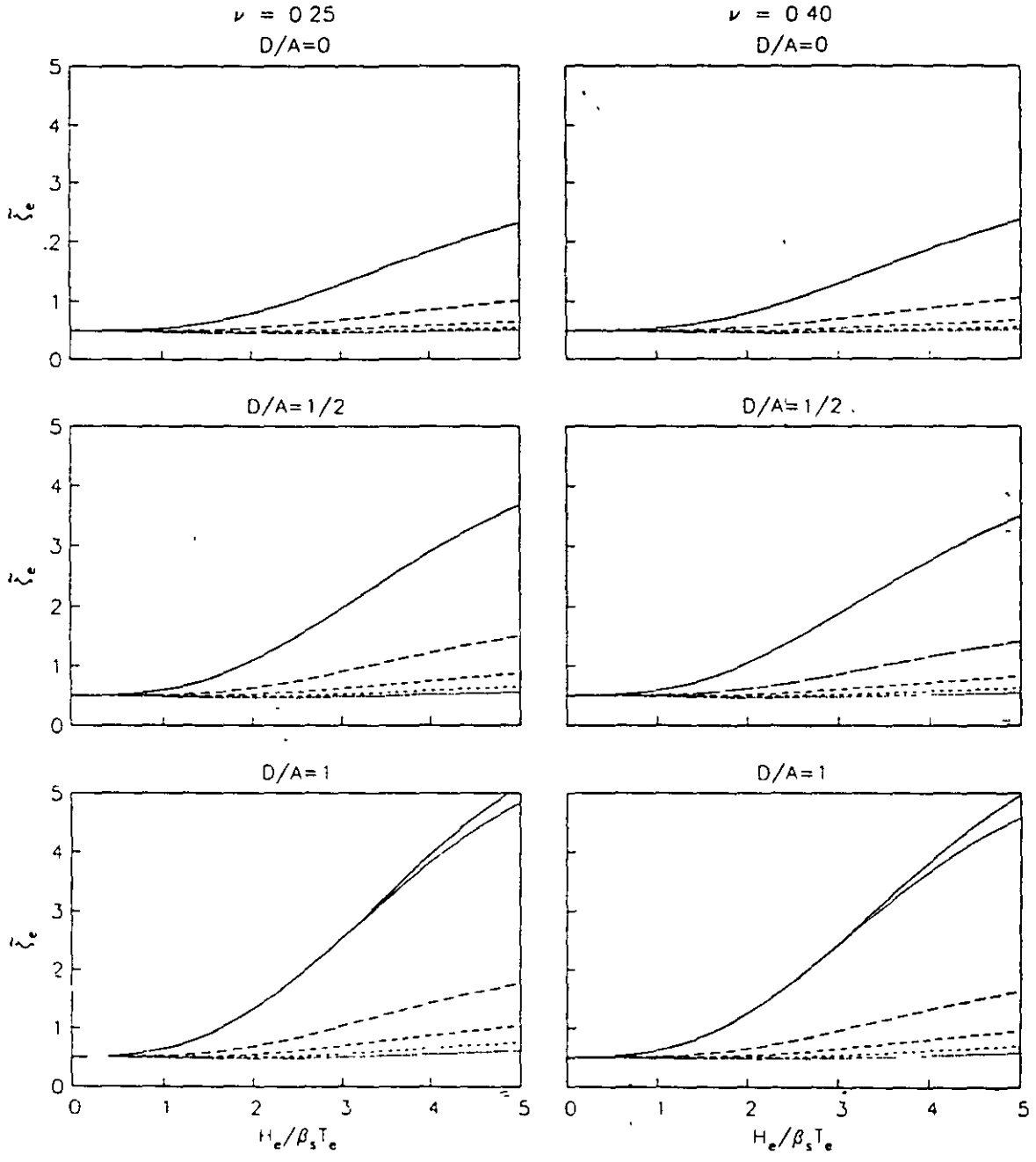


Figura 21 Amortiguamientos efectivos con la parte cinemática, para sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$ y $H_e/R = 1(—), 2, 3, 4$ y $5(\ \cdot)$; soluciones aproximada (línea gruesa) y rigurosa (línea delgada).

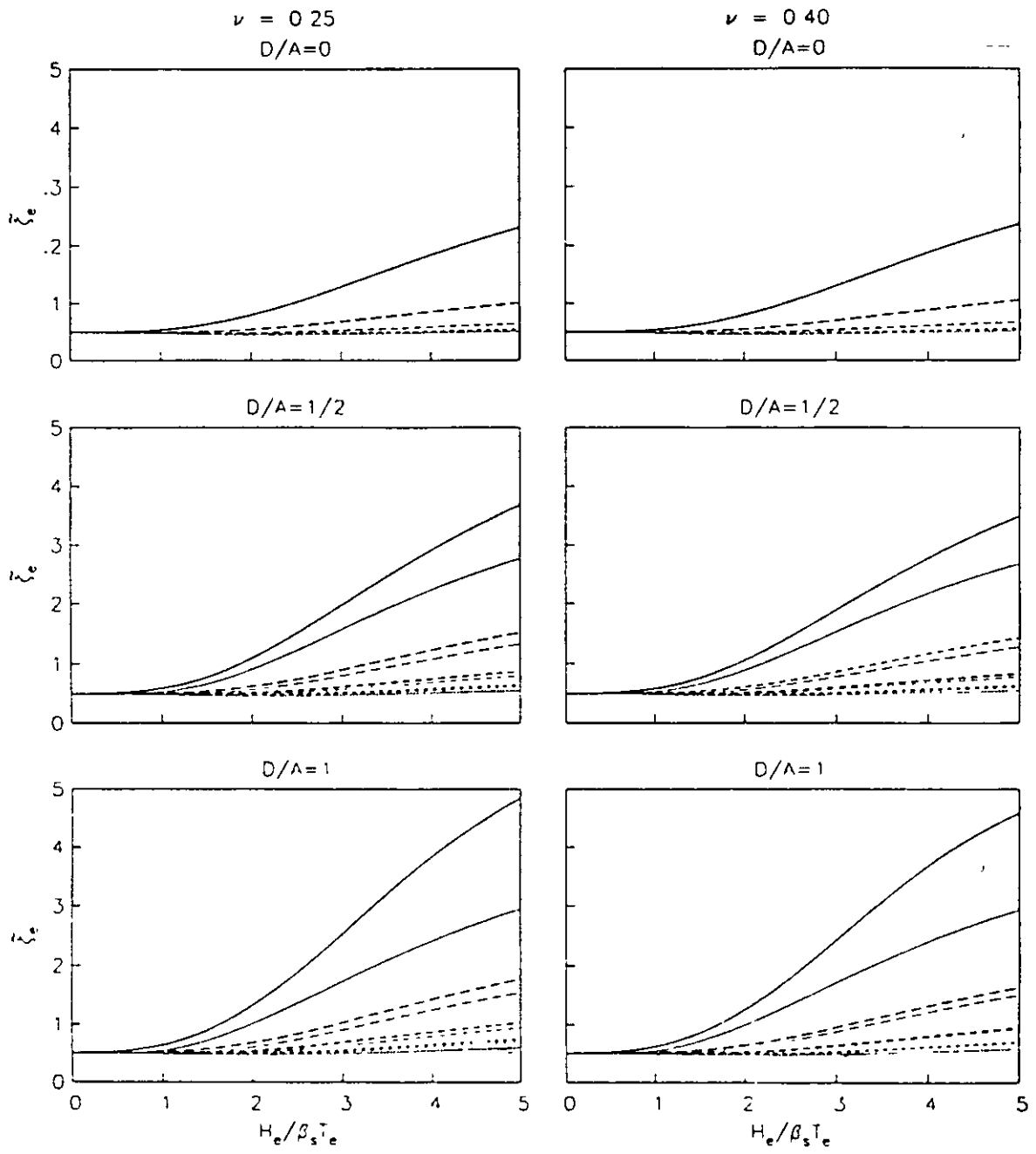


Figura 22. Amortiguamientos efectivos con (línea gruesa) y sin (línea delgada) la parte cinemática, para sistemas suelo-estructura con $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$ y $H_e/R = 1(—), 2, 3, 4$ y $5(\cdot\ \cdot)$.

Referencias

1. ATC (1978), 'Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings', *Applied Technology Council*, Report ATC 3-06, NSF Publication 78-08

2 Avilés J y Pérez-Rocha L E (1995a), 'Influencia de la interacción cinemática en los parámetros dinámicos de sistemas suelo-estructura', *Monografía Geofísica Tema Sismología*, Unión Geofísica Mexicana, en prensa

3 Avilés J y Pérez-Rocha L E (1995b), 'Evaluation of the interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth', *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, en prensa

4 Boore D M (1983), 'Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra', *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 73, No 6, pp 1865-1894

5 Boore D M y Joyner W (1984), 'A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals', *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 74, No 1, pp 2035-2039

6 Clough R W y Penzien J (1975), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Inc , Nueva York

7 Jennings P C y Bielak J (1973), 'Dynamics of building-soil interaction', *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 63, pp 9-48

8 Kausel E, Whitman R V, Morray J P y Elsabee F (1978), 'The spring method for embedded foundations', *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392

9 MDS-CFE (1993), 'Manual de diseño por sismo', *Comisión Federal de Electricidad*, Instituto de Investigaciones Eléctricas.

10. Mita A y Luco J E (1989), 'Impedance functions and input motions for embedded square foundations', *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 115, No 4, pp. 491-503

11. Newmark N M y Rosenblueth E (1971), *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Inc , Nueva Jersey

12 NTCDS-DF (1995), 'Normas técnicas complementarias para diseño por sismo', *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal.

13 Rosenblueth E y Reséndiz D (1988), 'Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura', *Series del Instituto de Ingeñería*, UNAM, No 509

14 Rosenblueth E, Ordaz M, Sánchez-Sesma F J y Singh S K (1989), 'The Mexico earthquake of september 19, 1985 - Design spectra for Mexico's Federal District', *Earthquake Spectra*, Vol 5, No 1, pp 273-291

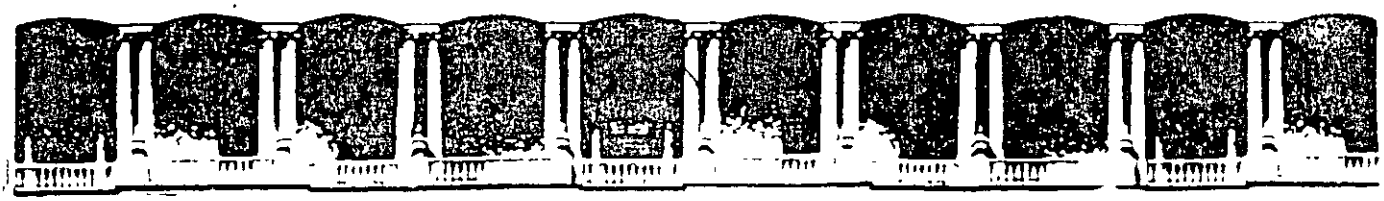
15 Rosenblueth E y Gómez R (1991), 'Comentarios a las normas técnicas complementarias para diseño por sismo', *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No ES-7

16 Sánchez-Sesma F J (1987), 'Site effects on strong ground motion', *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 6, No. 2, pp. 124-132

17. Siefferet J G y Cevaer F (1992), *Handbook of Impedance Functions. Surface Foundations*, Ouest Editions, Nantes.

18. Veletsos A S y Meek J W (1974), 'Dynamic behaviour of building-foundation systems', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 3, pp. 121-138

19 Wolf J (1985), *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Nueva Jersey.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INTERACCION DINAMICA SUELO – ESTRUCTURA : CONCEPTO DE DISEÑO

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA: CONCEPTOS DE DISEÑO*

Javier Avilés

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Jiutepec 62550, Morelos

RESUMEN

Se hace una revisión del problema de interacción dinámica suelo-estructura. Los principales efectos, tanto inerciales como cinemáticos, son identificados y evaluados para condiciones de interacción que usualmente se encuentran en la práctica. Se presentan información y conceptos que son útiles para tener en cuenta los efectos de interacción en el diseño. Estos conceptos son utilizados en la formulación de recomendaciones de diseño sísmico para estructuras de edificios, cuya aplicación se ilustra para el caso del valle de México.

1. INTRUDUCCION

En el diseño sísmico de estructuras masivas o de construcciones convencionales desplantadas en sitios de terreno blando, la interacción dinámica entre el suelo y la estructura adquiere relevancia significativa. Este fenómeno consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante solicitaciones dinámicas. La interaccion modifica esencialmente las propiedades dinámicas de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentacion.

Si la excitación sísmica en la base de la estructura se considera igual al movimiento de campo libre, es decir el movimiento que se tendria en el suelo en ausencia de la estructura, el efecto de interacción que se presenta es el resultado sólo de la inercia y elasticidad de la estructura y el suelo. Este efecto se conoce como *interacción inercial* y depende básicamente de las propiedades dinámicas del sistema suelo-estructura. El análisis completo de interacción requiere, sin embargo, incorporar un efecto adicional producido por el paso de las ondas sísmicas, que es particularmente importante para cimentaciones enterradas. Este efecto se origina porque la

*Conferencia Plenaria, XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica

rigidez de la cimentación le impide ajustarse a las deformaciones del suelo causadas por el movimiento de campo libre, apareciendo un fenómeno de difracción de ondas que modifica el movimiento del suelo en la proximidad del cimiento. La superposición de las ondas incidentes y reflejadas por la superficie del terreno, campo libre, con las ondas difractadas por el cimiento al ignorar la presencia de la estructura da como resultado el movimiento efectivo de la cimentación Este efecto se conoce como *interacción cinemática* y depende fundamentalmente de la geometría de la cimentación, la estratigrafía del subsuelo y la naturaleza de la excitación sísmica.

Como se ve, los efectos de la interacción entre el suelo y la estructura es posible descomponerlos en inerciales y cinemáticos (Whitman y Bielak, 1980) El alargamiento del periodo fundamental, el incremento o la reducción del amortiguamiento y la modificación de la ductilidad de la estructura, con respecto a los valores que tendría en su condición de base rígida, son producto de la interacción inercial. Los resultados de la interacción cinemática son la reducción de los componentes de traslación de la cimentación por el efecto promediador de ésta, el cabeceo y la torsión de la cimentación inducidos también por su efecto promediador, así como el filtrado de los componentes de alta frecuencia de la excitación sísmica.

En general es conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial, siempre que los efectos de sitio sean considerados en la determinación de la excitación sísmica de campo libre, la cual suele asignarse como el movimiento de entrada de la cimentación. Aunque esta excitación no tiene componentes de rotación, con frecuencia es más desfavorable que el movimiento efectivo que se obtiene de un análisis de interacción cinemática

Es sabido que el periodo fundamental de la estructura interactuando con el suelo siempre se incrementa, porque el sistema acoplado tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura supuesta con base rígida (Jennings y Bielak, 1973, Veletsos y Meek, 1974) También se sabe que el amortiguamiento del sistema acoplado generalmente se incrementa, porque existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material y geométrico del suelo (Jennings y Bielak, 1973, Veletsos y Meek, 1974) En vista de que la interacción suelo-estructura reduce la efectividad del amortiguamiento estructural, es posible que el amortiguamiento efectivo del sistema llegue a ser menor que el amortiguamiento de la estructura con base rígida, a menos que esta reducción sea compensada por el incremento debido al amortiguamiento del suelo (Avilés y Perez-Rocha, 1996)

Aún no se han desarrollado criterios prácticos confiables para evaluar el incremento o la reducción en las demandas de ductilidad de sistemas suelo-estructura con respecto a los valores que se tendrían para la estructura supuesta con base rígida. En consecuencia, actualmente no es posible determinar con sencillez la resistencia de fluencia de un sistema acoplado que, ante una excitación dada, se requiere para limitar la demanda de ductilidad a una ductilidad disponible especificada. Solamente se ha mostrado que la ductilidad nominal del sistema acoplado se reduce, según se infiere del comportamiento de una estructura elastoplástica de un grado de libertad, cuya ductilidad es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción (Rosenblueth y Reséndiz, 1988, Pérez-Rocha y Avilés, 1996).

Los principales efectos de interacción, expresados por la modificación del periodo fundamental, el amortiguamiento y la ductilidad, conducen a respuestas de la estructura mayores o menores que las que sufriría en su condición de base rígida, dependiendo de la posición del periodo resonante del espectro de respuesta y los niveles de amortiguamiento y ductilidad. Usualmente, los criterios de diseño adoptados en reglamentos sísmicos consideran los efectos de interacción sólo en el periodo y amortiguamiento. A pesar de que pueden introducirse errores del lado de la inseguridad, los efectos de interacción en la ductilidad suelen despreciarse puesto que no se conocen con certidumbre las implicaciones que tienen en la respuesta estructural.

Las recomendaciones sísmicas vigentes en nuestro país para tener en cuenta los efectos de interacción son aún muy limitadas. En las NTCDS-RCDF (1995) se considera la influencia de la interaccion inercial sólo en el periodo fundamental, mientras que en el MDS-CFE (1993) se hace tanto en el periodo como en el amortiguamiento del modo fundamental. Sin embargo, en ninguna de las dos normas se especifican criterios para incluir los efectos inerciales en la ductilidad estructural, ni para considerar la influencia de la interacción cinemática en la respuesta espectral.

2. METODOS DE ANALISIS

Las ecuaciones que gobiernan la interacción suelo-estructura pueden resolverse en el dominio de la frecuencia, usando la técnica de la trasformada de Fourier, o bien directamente en el dominio del tiempo. Los análisis en el tiempo pueden ser muy elaborados para aplicaciones prácticas, por

lo que con fines de diseño suelen preferirse los análisis en la frecuencia. Incluso en este caso la solución de las ecuaciones de movimiento es complicada, porque los términos de amortiguamiento del suelo son de tal forma que el sistema acoplado posee modos no clásicos de vibración. Estos modos naturales no necesariamente existen en el dominio real, sino en el complejo. Aunado a ello, las rigideces dinámicas de la cimentación son con rigor función de la frecuencia de excitación, por lo que los modos y frecuencias naturales del sistema acoplado no pueden tratarse como un problema estándar de valores característicos

En forma general, los métodos de análisis en el dominio de la frecuencia pueden agruparse en directos y de superposición. En los métodos directos, el sistema suelo-estructura completo se analiza ante excitación armónica en un punto de control localizado en la superficie del terreno o bien en la roca basal subyacente. Así se obtiene la función de transferencia del sistema acoplado, que en combinación con la síntesis de Fourier permite determinar la respuesta estructural ante excitación sísmica. En los métodos de superposición el sistema suelo-estructura se descompone en dos sistemas independientes (Kausel y Roesset, 1974, Kausel et al, 1978): uno para la interacción cinemática, definido por el sistema supuesto sin masa y sujeto a la excitacion sísmica, y otro para la interacción inercial, definido por el sistema real sometido a las fuerzas de inercia que resultan de considerar la aceleración cinemática

Los métodos de superposición resultan atractivos porque los efectos cinemáticos e inerciales se analizan por separado, lo que permite seleccionar diferentes modelos para su evaluación. De esta manera, cada aspecto del problema puede resolverse con técnicas continuas o discretas, soluciones exactas o aproximadas, etc. Por tratarse de procedimientos basados en el principio de superposicion, las soluciones estan restringidas aparentemente a modelos elástico-lineales. No obstante, una forma práctica de tener en cuenta aproximadamente el comportamiento no lineal del suelo consiste en estimar valores equivalentes de sus propiedades mecánicas que sean compatibles con las deformaciones causadas por el movimiento del terreno de campo libre, las no-linealidades adicionales producidas por el movimiento de la estructura pueden despreciarse, ya que la mayor parte del comportamiento inelastico del suelo se debe al movimiento sísmico mismo y no a la interaccion suelo-estructura. Además, como el comportamiento mecánico de la estructura interviene solo en la interaccion inercial, pueden emplearse modelos no lineales para evaluar su respuesta a pesar del principio de superposición

2.1 Teorema de superposición

El principio de superposición para la solución de la interacción suelo-estructura establece que la interacción total es la suma de la interacción cinemática más la interacción inercial, como se muestra esquemáticamente en la fig 1 Para demostrarlo, supóngase que la ecuación general de movimiento del sistema acoplado está dada en notación matricial por

$$\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{U}}_s + \mathbf{C}_s\dot{\mathbf{U}}_s + \mathbf{K}_s\mathbf{U}_s = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{U}}_g \qquad (1)$$

donde $\mathbf{M}_s$, $\mathbf{C}_s$ y $\mathbf{K}_s$ son las matrices del sistema de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, $\mathbf{U}_s$ es el vector de desplazamientos relativos del sistema y $\mathbf{U}_g$ el vector de desplazamientos del terreno en un punto de control arbitrario

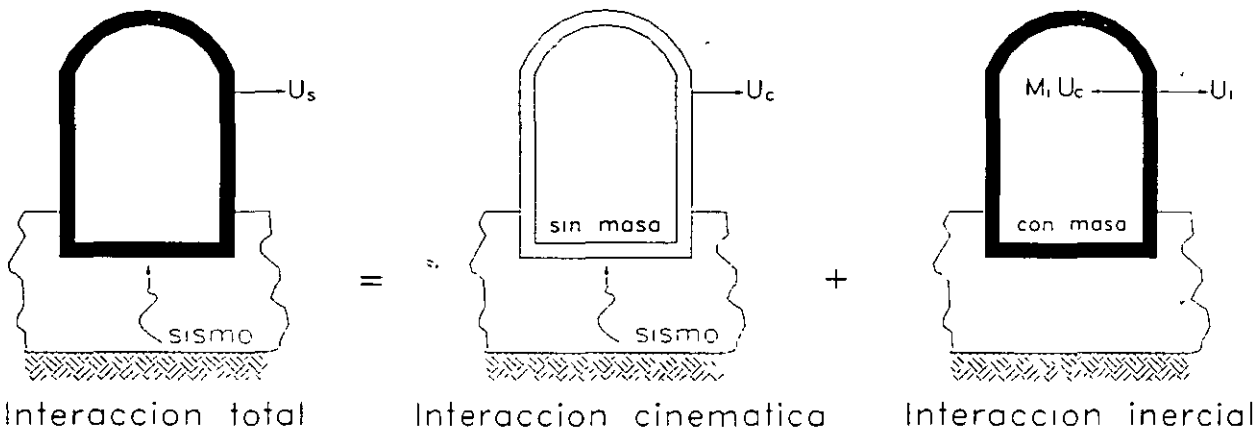


Fig 1 Teorema de superposicion de la interacción suelo-estructura

Esta ecuación es posible descomponerla en dos ecuaciones equivalentes, que en notación matricial resultan ser

$$\mathbf{M}_c\ddot{\mathbf{U}}_c + \mathbf{C}_s\dot{\mathbf{U}}_c + \mathbf{K}_s\mathbf{U}_c = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{U}}_g \qquad (2)$$

$$\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{C}_s\dot{\mathbf{U}}_i + \mathbf{K}_s\mathbf{U}_i = -\mathbf{M}_i\ddot{\mathbf{U}}_c \qquad (3)$$

donde $\mathbf{U}_s = \mathbf{U}_c + \mathbf{U}_i$ y $\mathbf{M}_s = \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_i$, el valor de $\mathbf{M}_c$ excluye la masa de la estructura, mientras que el de $\mathbf{M}_i$ excluye la masa del suelo Sumando las ecs 2 y 3 se obtiene la ec 1, con lo que se prueba la equivalencia entre ellas

El movimiento $\mathbf{U}_c$ representa la interacción cinemática que resulta de aplicar la excitación sísmica al sistema suelo-estructura suponiendo que la estructura carece de masa, lo que implica que no se generen fuerzas de inercia en ella Si la cimentación se supone completamente rígida, lo cual generalmente es válido para fines prácticos, las distorsiones provocadas por la variación espacial del movimiento del terreno alrededor de ella no pueden ocurrir, razón por la que no se trasmiten deformaciones a la estructura que se mueve entonces como cuerpo rígido Por consiguiente, para determinar la interacción cinemática no se requiere de la estructura misma, sino solamente de la cimentación rígida carente de masa

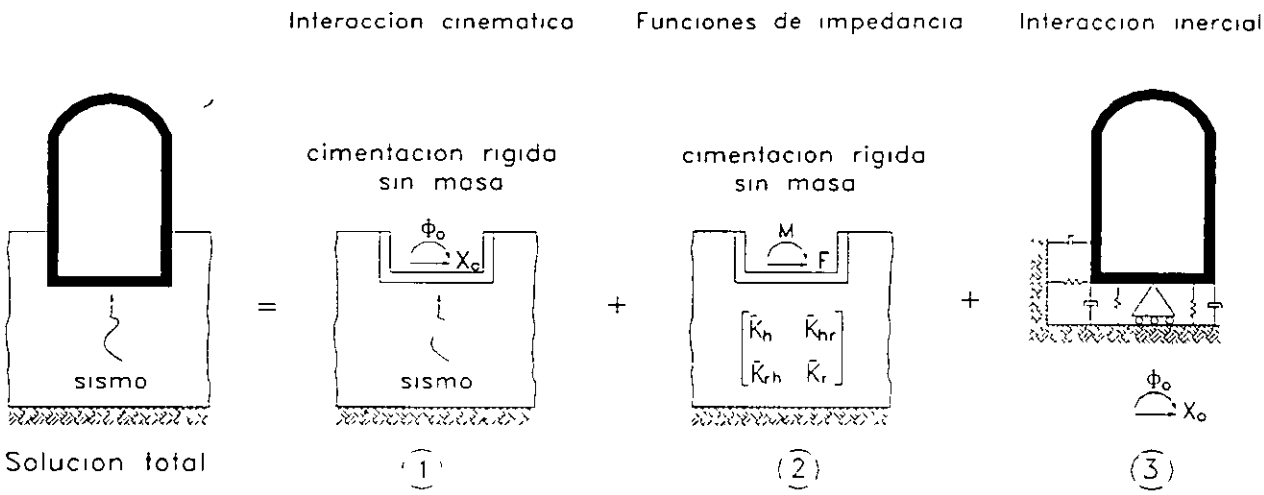


Fig 2 Solucion en tres pasos de la interaccion suelo-estructura

En tanto que el movimiento $\mathbf{U}_i$ representa la interacción inercial que resulta de cargar solamente la estructura con las fuerzas de inercia definidas por la masa de la estructura y la aceleración debida a la interaccion cinemática Es evidente que los desplazamientos y esfuerzos totales del sistema suelo-estructura se obtienen al sumar los calculados en las dos etapas de interacción

2.2 Solución en tres pasos

El término de carga de la ec. 3 tiene componentes no nulos sólo en los grados de libertad de la estructura, puesto que en $\mathbf{M}_1$ se excluye la masa del suelo. Entonces, si el problema de interacción se formula en el dominio de la frecuencia, pueden eliminarse los grados de libertad del suelo mediante condensación dinámica. De esta forma, es posible sustituir al suelo por funciones de impedancia para cada uno de los grados de libertad de la cimentación. Por tanto, la solución total para el caso de cimentaciones rígidas puede descomponerse en tres pasos, los cuales se muestran esquemáticamente en la fig. 2 y consisten en lo siguiente

1 *Interacción cinemática.* Determinación del movimiento de la cimentación rígida sin masa generado por la excitación sísmica. En general, este movimiento efectivo consta tanto de traslaciones como de rotaciones, aun si la cimentación no se encuentra enterrada Sólo para cimentaciones superficiales sujetas a ondas planas con incidencia vertical, el movimiento de la cimentación es idéntico al de campo libre

2 *Funciones de impedancia.* Cálculo de las rigideces dinámicas de la cimentación rígida sin masa, las cuales se definen mediante las fuerzas y los momentos necesarios para producir desplazamientos y rotaciones armónicos unitarios en la cimentación, respectivamente Las funciones de impedancia son dependientes de la frecuencia de la excitación y representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo

3 *Interacción inercial* Determinacion de la respuesta de la estructura real apoyada sobre los resortes y amortiguadores sustitutos del suelo calculados en el paso 2 y sometida en su base al movimiento efectivo calculado en el paso 1 Para ello se recurre al metodo de la respuesta completa en la frecuencia, con lo que se obtiene la función de transferencia del sistema

3. INTERACCION CINEMATICA

Para la mayoría de las estructuras convencionales resulta conservador efectuar sólo el análisis de interaccion inercial No obstante, para algunas estructuras como las muy rígidas, poco esbeltas y

de grandes dimensiones en planta se requiere incluir el análisis de interacción cinemática, a fin de predecir la respuesta estructural con mayor precisión.

La interacción cinemática consiste esencialmente en determinar la excitación efectiva de la cimentación provocada por el movimiento sísmico. Tal excitación representa el movimiento de entrada del cimiento que resulta de superponer el campo libre con el campo difractado por la cimentacion supuesta carente de masa y perfectamente rígida. Este es en realidad un movimiento ficticio, puesto que se obtiene ignorando la presencia de la estructura Para calcularlo es necesario resolver un problema de difracción de ondas que depende de las características del cimiento y el subsuelo, así como del ángulo de incidencia y el tipo de ondas sísmicas

Como resultado de la interacción cinemática se modifica el movimiento de campo libre, dando lugar a una excitación efectiva de la cimentación compuesta tanto de traslaciones como de rotaciones. En general, las traslaciones sufren reducciones debido a que la variación espacial del movimiento del terreno alrededor de la cimentación es promediada como consecuencia de su gran rigidez Las rotaciones aparecen por la misma razón, puesto que la cimentación al no poder deformarse para seguir los desplazamientos diferenciales del suelo en contacto tiende a girar. Aunado a estos efectos se presenta un filtrado o eliminación de los componentes de alta frecuencia del movimiento del terreno Solamente para cimentaciones apoyadas sobre la superficie del terreno y sujetas a ondas planas que se propagan verticalmente no ocurre la difracción de ondas por la cimentación, por lo que la excitación efectiva se reduce al movimiento de campo libre

3.2 Método de Iguchi

Para el analisis riguroso de interaccion cinemática normalmente se recurre al uso de métodos de elementos finitos o elementos de frontera los cuales consumen, en general, formidables recursos de cálculo No obstante, en aplicaciones prácticas la interacción cinemática puede evaluarse utilizando soluciones aproximadas que sean suficientemente eficientes. Iguchi (1984) ha desarrollado un procedimiento que destaca por ser extraordinariamente sencillo y a la vez muy preciso Segun este método, la excitación efectiva del cimiento se obtiene simplemente mediante un promedio pesado de los desplazamientos y esfuerzos de campo libre en la interfaz entre la

cimentación y el suelo. En efecto, el movimiento de entrada del cimiento medido en un punto de referencia arbitrario (x_o, y_o, z_o) se estima como

$$\mathbf{U}_o = \mathbf{H}^{-1} \iint \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{U}_g \, dS + \mathbf{K}^{-1} \iint \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{T}_g \, dS \tag{4}$$

donde.

$$\mathbf{H} = \iint \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \, dS \tag{5}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_o & y_o - y \\ 0 & 1 & 0 & z_o - z & 0 & x - x_o \\ 0 & 0 & 1 & y - y_o & x_o - x & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

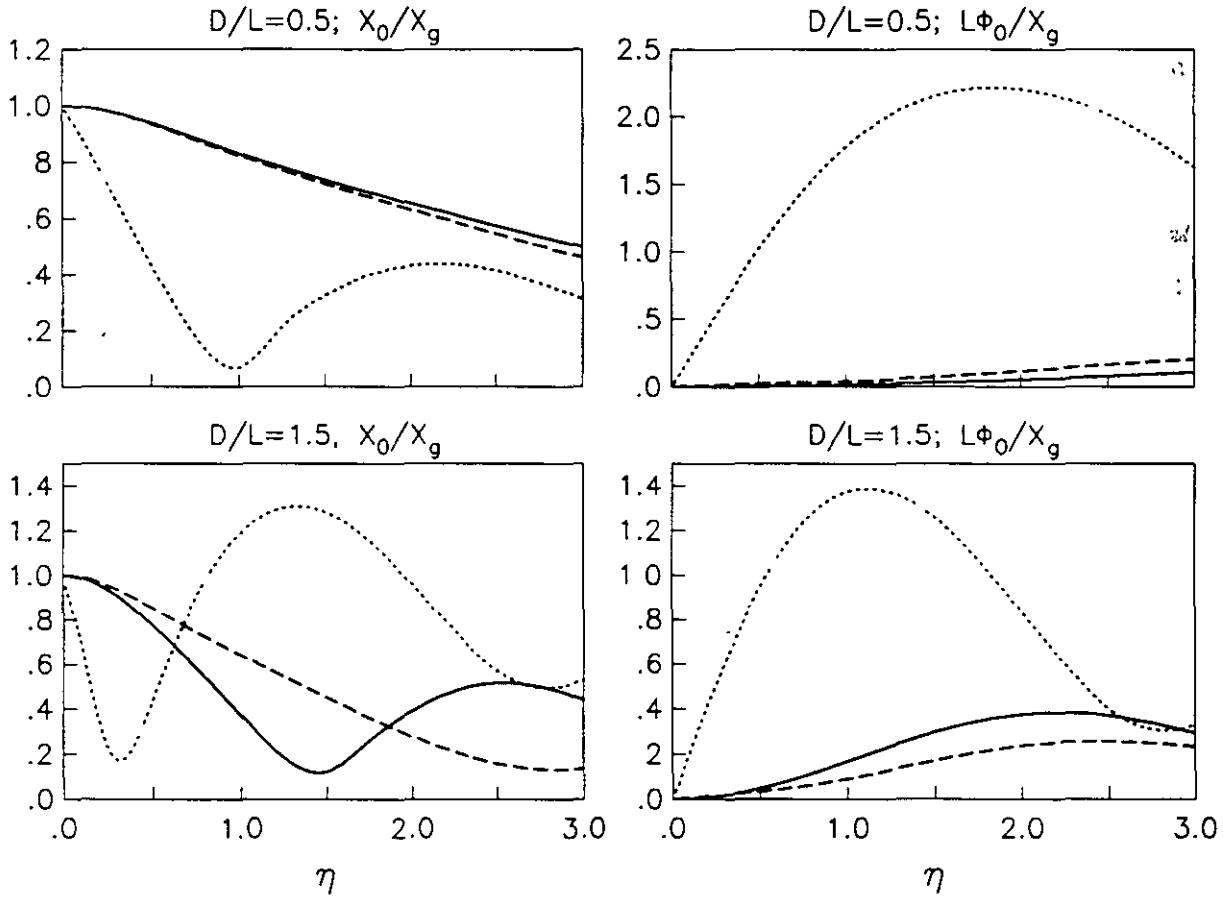


Fig. 3 Amplitud de los movimientos efectivos de la cimentación para ondas *SV* con incidencia respecto a la vertical $\gamma = 0°$ (——), $30°$ (– – –) y $60°$ (· ··)

Los vectores $\mathbf{U}_g$ y $\mathbf{T}_g$ representan los desplazamientos y esfuerzos de campo libre, respectivamente, en la superficie de contacto S entre la cimentación y el suelo. El movimiento de cualquier punto (x, y, z) en la frontera S se obtiene mediante el producto de la matriz de transformación $\mathbf{A}$ por el vector $\mathbf{U}_0$. Las integrales de las ecs. 4 y 5 se extienden a lo largo de la frontera S. Puede notarse que el segundo término del lado derecho de la ec. 4 es nulo para cimentaciones superficiales, ya que la superficie del terreno está libre de esfuerzos.

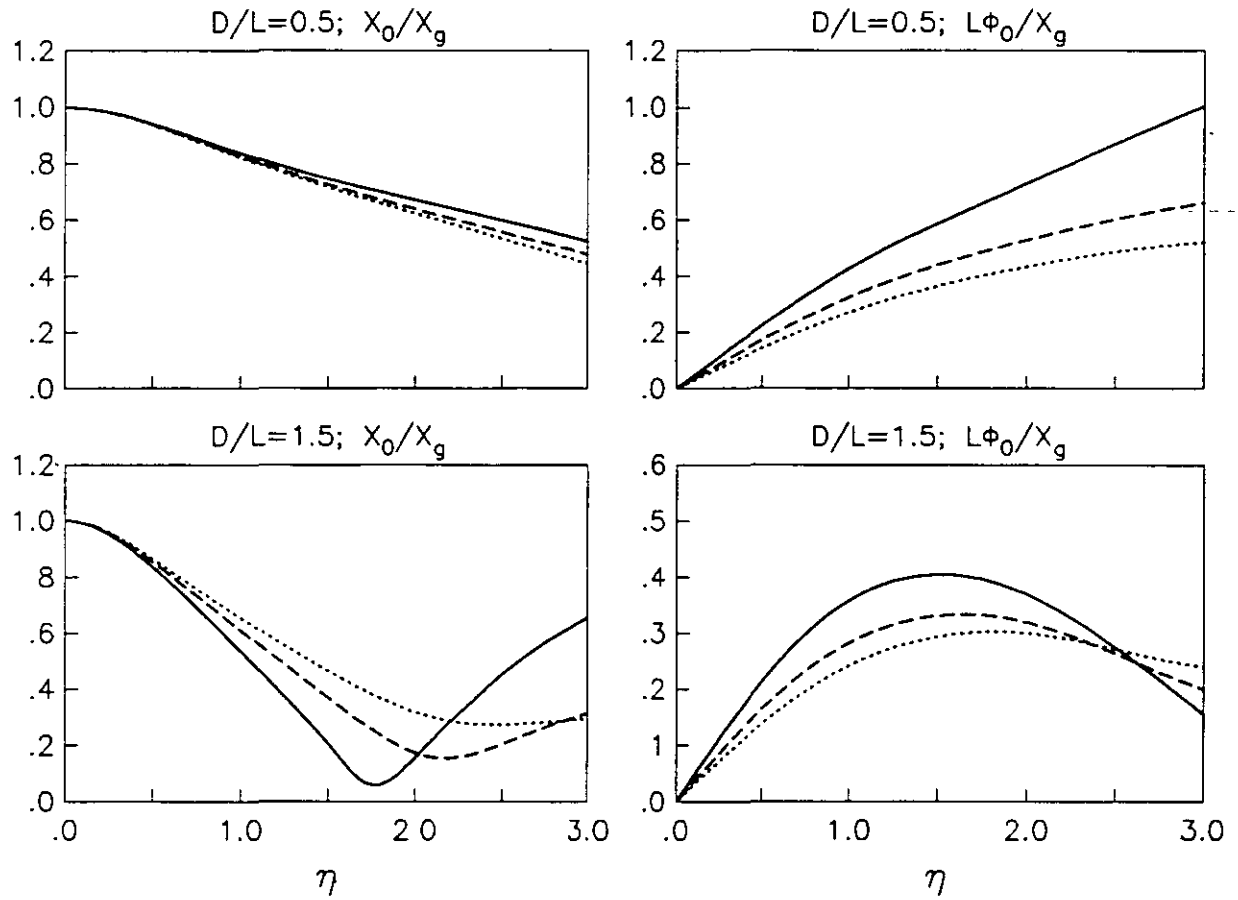


Fig. 4 Amplitud de los movimientos efectivos de la cimentación para ondas P con incidencia respecto a la vertical $\gamma = 30°$ (——), $60°$ (– – –) y $90°$ (·)

Resulta evidente que para el calculo de la excitación efectiva del cimiento es suficiente conocer la geometria de la cimentacion, las impedancias del suelo y el movimiento de campo libre. Las funciones de impedancia aquí utilizadas son las reportadas en forma de tablas por Mita y Luco (1989). Con ellas se han determinado aplicando el método de Iguchi los movimientos de entrada

de una cimentación cuadrada enterrada en un semiespacio viscoelástico ante la incidencia oblicua de ondas *SV*, *P* y ondas superficiales de Rayleigh, propagándose paralelamente a uno de los lados de la cimentación.

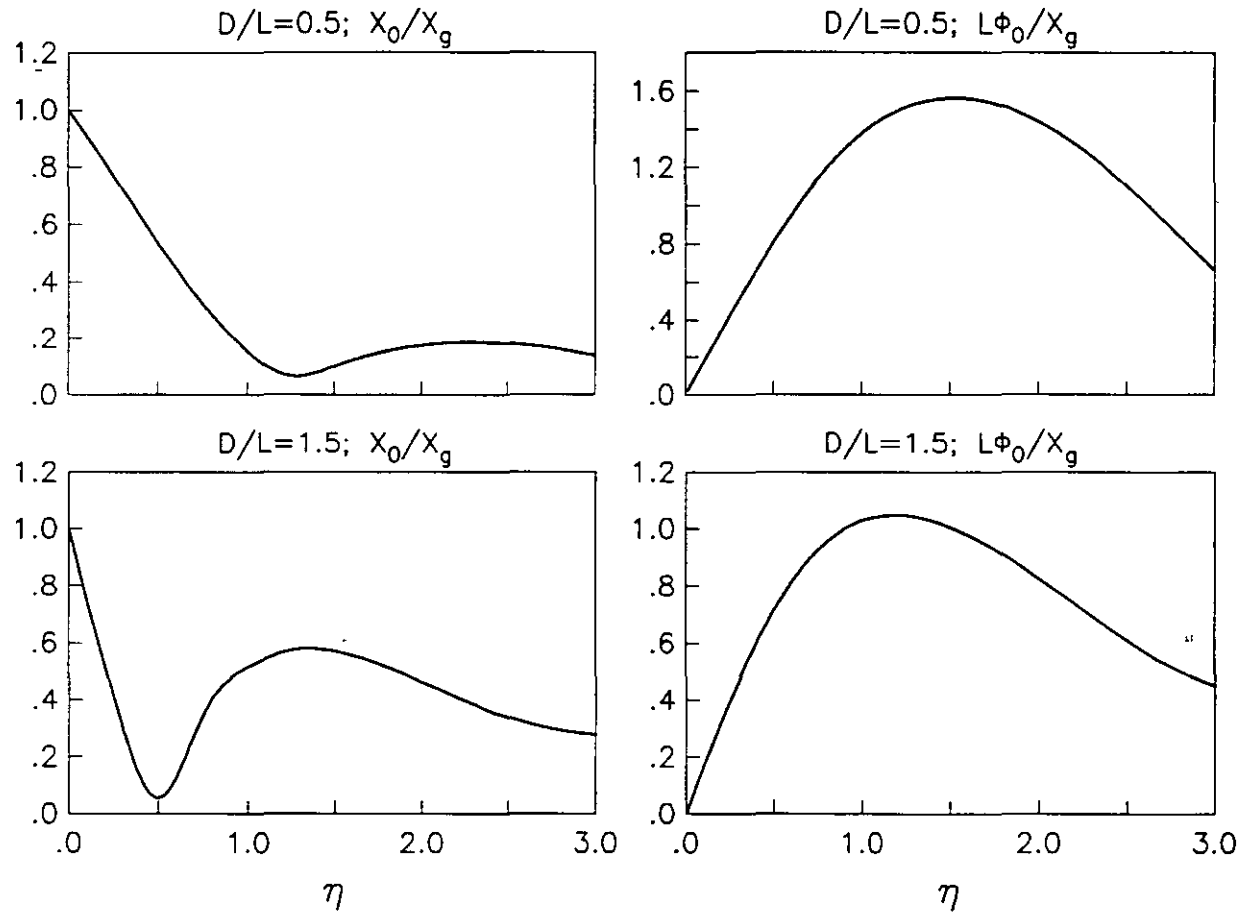


Fig 5 Amplitud de los movimientos efectivos de la cimentación para incidencia de ondas superficiales de Rayleigh

Las figs 3-5 muestran resultados para relaciones de enterramiento $D/L = 0.5$ y 1 5, siendo D la profundidad de desplante y L el semiancho de la cimentacion, se considero la fracción de amortiguamiento $\xi = 0\ 05$ y la relación de Poisson $\nu = 1/3$ para el suelo. Las curvas indican la variacion de las funciones de trasferencia X_u/X_g y $L\Phi_u/X_g$ con la frecuencia adimensional $\eta = \omega L\ \beta$ donde β es la velocidad de ondas de cortante del suelo. X_u y Φ_u son respectivamente los componentes de traslacion horizontal y cabeceo del movimiento efectivo de la cimentación y X_g es el movimiento horizontal de campo libre en la superficie del terreno Si bien la interacción cinematica reduce significativamente el desplazamiento lateral de la cimentacion, también genera

un cabeceo considerable de la misma. Estos efectos son más pronunciados para ondas de Rayleigh y ondas *SV* con ángulo de incidencia mayor que el crítico ($\gamma = 30^{\circ}$), sobre todo en el cabeceo inducido. En la práctica usualmente se ignora la naturaleza de la excitación sísmica en los análisis de interacción. Es indudable, sin embargo, que el movimiento de entrada de la cimentación depende claramente del ángulo de incidencia y el tipo de excitación.

4. FUNCIONES DE IMPEDANCIA

En el pasado los efectos de interacción se tomaban en cuenta reemplazando al suelo por resortes y amortiguadores constantes, los cuales se calculaban para cimentaciones idealizadas como discos superficiales apoyados sobre suelo uniforme Este criterio ha evolucionado notablemente El estado actual del conocimiento permite analizar la interacción suelo-estructura de una forma mas realista usando el concepto de rigideces dinámicas o funciones de impedancia. Efectivamente, las técnicas actuales sustituyen al suelo por resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia de excitación, teniendo en cuenta aspectos como la profundidad de desplante de la cimentación y el perfil estratigráfico del subsuelo, los cuales influyen significativamente en el fenómeno de interaccion entre el suelo y la estructura

Las tambien llamadas funciones de rigidez del suelo se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante en la direccion de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente. Estas funciones son de tipo complejo y dependientes de la frecuencia de excitación Matematicamente expresan, la parte real, la rigidez e inercia del suelo y, la imaginaria, los amortiguamientos material y geometrico del suelo Fisicamente representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo de soporte

Usualmente la rigidez dinamica suele expresarse mediante una funcion compleja dependiente de la frecuencia de excitación, de la forma (Gazetas, 1983)

$$\tilde{K}_{mn} = K^{s}_{mn}[k_{mn}(\eta) + i\eta c_{mn}(\eta)](1 + i2\xi) \qquad (7)$$

donde m indica el modo de vibración de la cimentación, que puede ser de traslación o rotación, K_m^o es la rigidez estática mientras que k_m y c_m son los coeficientes de impedancia dependientes de la frecuencia adimensional η El factor complejo $(1+i2\xi)$ intenta aislar el efecto del amortiguamiento material del suelo, ξ, en los coeficientes de rigidez y amortiguamiento

Por otra parte, si K_m representa el resorte y C_m el amortiguador equivalentes del suelo, la funcion de impedancia se define alternativamente mediante la expresión compleja

$$\tilde{K}_m = K_m(\omega) + i\omega C_m(\omega) \tag{8}$$

Igualando las partes real e imaginaria de las ecs 7 y 8 se encuentran las relaciones entre el resorte y amortiguador con los coeficientes de impedancia, que resultan ser

$$K_m = K_m^o(k_m - 2\xi\eta c_m) \tag{9}$$

$$C_m = K_m^o(\eta c_m + 2\xi k_m)/\omega \tag{10}$$

El termino K_m representa un resorte lineal que expresa tanto la rigidez como la inercia del suelo: la dependencia de la frecuencia se debe a la influencia que ésta tiene en la inercia, ya que la rigidez del suelo es esencialmente independiente de la frecuencia En tanto que el término C_m representa un amortiguador viscoso que expresa los amortiguamientos material y geométrico del suelo, el primero es prácticamente independiente de la frecuencia y se debe a comportamiento histeretico, mientras que el segundo es dependiente de la frecuencia y se debe a la radiación de ondas

El calculo de funciones de impedancia implica la solución de un problema de valores de frontera mixto utilizando la teoria de propagación de ondas Los desplazamientos en la interfaz entre el suelo y la cimentación están prescritos por movimientos armónicos unitarios de esta última, mientras que los esfuerzos en la superficie del terreno son nulos Las soluciones analíticas que se han publicado estan orientadas principalmente a la obtención de las rigideces estáticas, pero no de los coeficientes de impedancia, por lo que es necesario acudir a la aplicacion de métodos

numéricos. Tassoulas y Kausel (1983) han desarrollado un eficiente método de elementos finitos para cimentaciones axisimétricas enterradas en depósitos de suelo estratificado horizontalmente. La principal ventaja de este método radica en el uso de hiperelementos que se discretizan sólo en la dirección vertical, así como de fronteras transmisoras consistentes que reproducen rigurosamente el comportamiento físico del medio infinito.

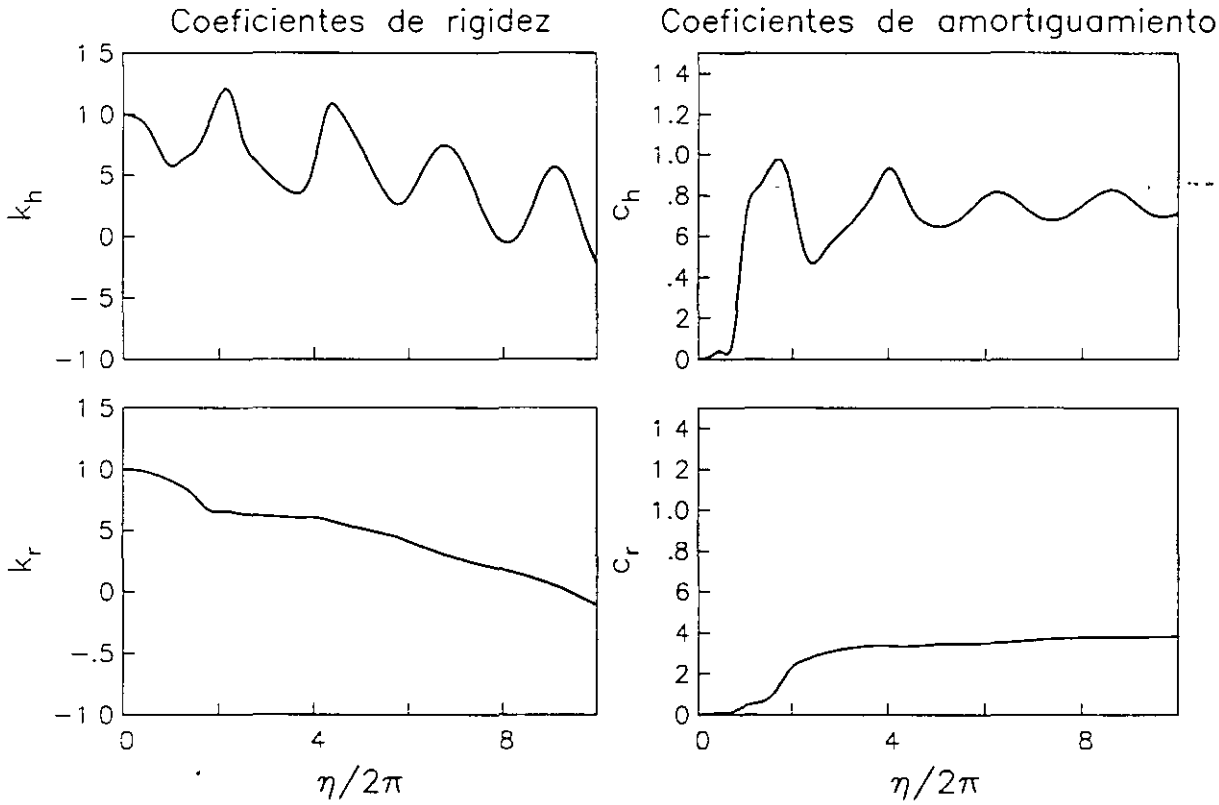


Fig 6 Coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal (subíndice h) y cabeceo (subíndice r) en un estrato de suelo con $E/R = 3$

Aplicando este método se ha elaborado una base de datos (Avilés y Perez-Rocha, 1992) para las rigideces estáticas y los coeficientes de impedancia de cimentaciones circulares enterradas en un estrato de suelo viscoelástico con base rígida. Un efecto de gran importancia que frecuentemente pasan por alto los ingenieros de la práctica es que para un estrato de suelo existen frecuencias críticas por debajo de las cuales el amortiguamiento por radiación no es activado (Meek y Wolf, 1991). Este efecto se desvanece para estratos profundos, como puede apreciarse en los resultados de las figs 6 y 7 para profundidades relativas del estrato $E/R = 3$ y 10, respectivamente, siendo E el espesor del estrato y R el radio de la cimentación; se consideró la relación de enterramiento

$D/R = 0.5$, relación de Poisson $\nu = 0.5$ y fracción de amortiguamiento $\xi = 0.05$. Las curvas señalan la variación de los coeficientes de rigidez k_m y amortiguamiento c_m con la frecuencia adimensional $\eta = \omega R \beta$ para los modos de traslación horizontal y cabeceo Para frecuencias menores que la primera frecuencia resonante del estrato de suelo, los valores del amortiguamiento son muy bajos puesto que reflejan la pérdida de energía sólo por amortiguamiento histerético; el amortiguamiento por radiación es nulo en este rango. Naturalmente, los valores del amortiguamiento serían cero para un suelo puramente elástico.

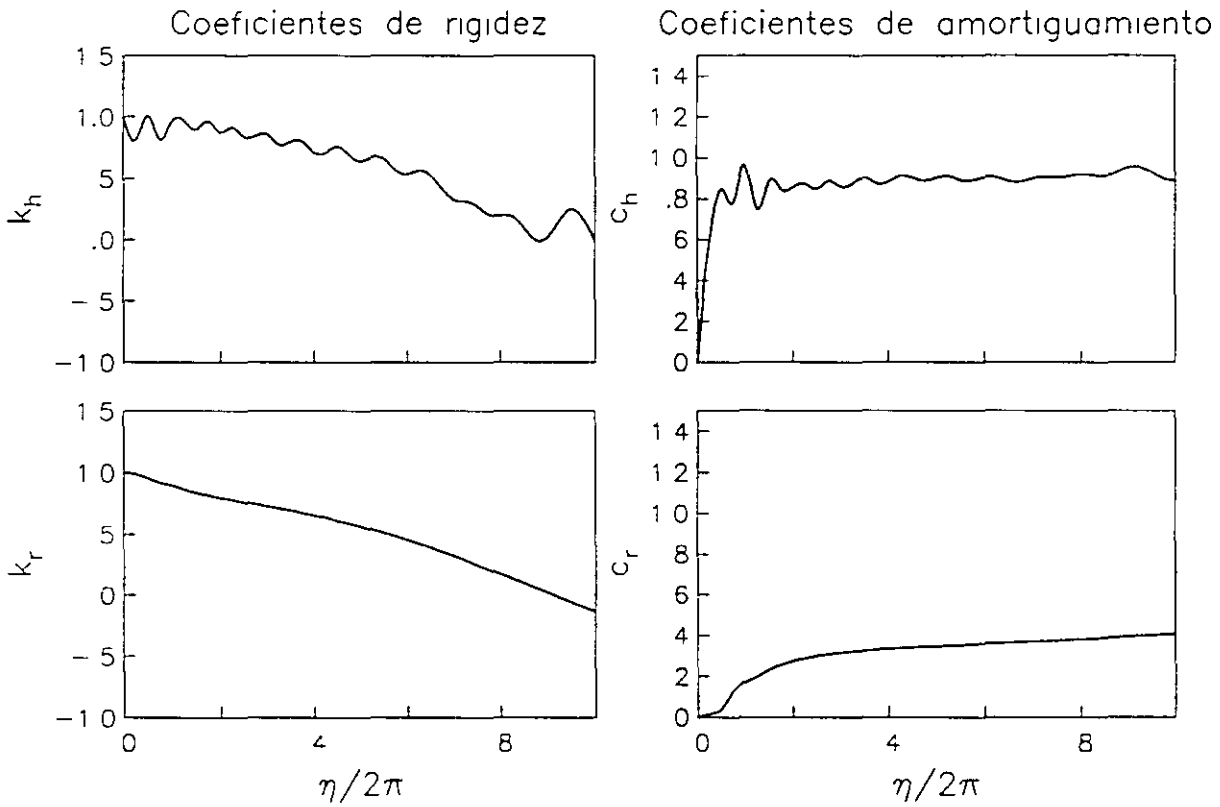


Fig 7 Coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal (subíndice h) y cabeceo (subíndice r) en un estrato de suelo con $E/R = 10$

Las frecuencias criticas del estrato de suelo estan definidas por las frecuencias fundamentales en ondas de cortante o compresion propagándose verticalmente, según se trate de oscilaciones de la cimentacion en traslacion horizontal o cabeceo, respectivamente Esto se debe a que las oscilaciones de traslacion horizontal inducen principalmente ondas S, mientras que las de cabeceo ondas P Las frecuencias fundamentales adimensionales en vibración transversal y vertical están dadas por

$$\eta_1' = \frac{\pi}{2}\frac{R}{E} \tag{11}$$

$$\eta_1'' = \eta_1' \frac{\alpha}{\beta} \tag{12}$$

donde α es la velocidad de ondas de compresión del suelo

5. INTERACCION INERCIAL

Para fines de diseño, los efectos de interacción suelen tenerse en cuenta sólo en el modo fundamental de vibración Si la estructura real de varios grados de libertad responde en su condición de base rígida esencialmente como un oscilador elemental, el sistema suelo-estructura puede reemplazarse por un sistema equivalente representado como se muestra en la fig 8 Los parámetros T y ξ del oscilador expresan el periodo fundamental y amortiguamiento asociado de la estructura supuesta con base indeformable. En tanto que M y H se interpretan como la masa y altura efectivas de la estructura, respectivamente, esto es, la masa que participa en el modo fundamental y la altura de la resultante de las fuerzas de inercia correspondientes

Los parámetros modales M y H se obtienen igualando el cortante basal y momento de volteo de la estructura vibrando en su modo fundamental con los del oscilador elemental, lo que conduce a los siguientes parametros efectivos

$$M = \frac{(\mathbf{Z}^t \mathbf{M}\, \mathbf{J})^2}{\mathbf{Z}^t \mathbf{M}\, \mathbf{Z}} \tag{13}$$

$$H = \frac{\mathbf{Z}^t \mathbf{M}\, \mathbf{H}}{\mathbf{Z}^t \mathbf{M}\, \mathbf{J}} \tag{14}$$

donde **M** es la matriz de masas de la estructura, **Z** el vector de amplitudes del modo fundamental, **J** un vector formado por unos y **H** un vector con las alturas de desplante de cada nivel

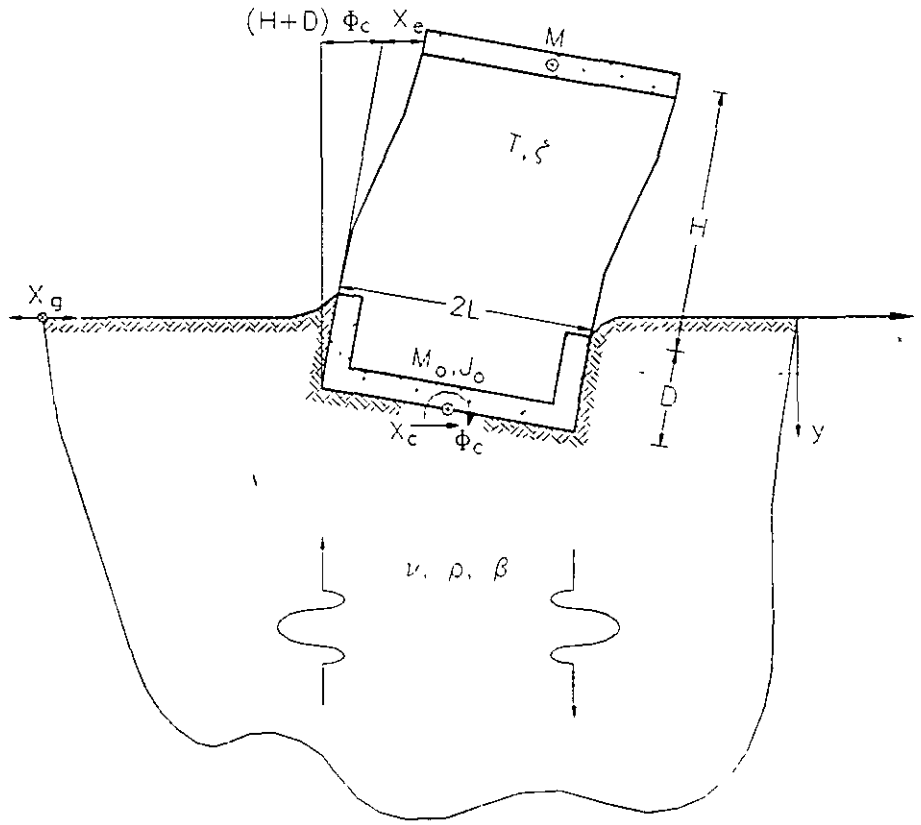


Fig 8 Modelo para considerar los efectos de interacción suelo-estructura en el modo fundamental

Este sistema en el que se han despreciado los grados de libertad en traslación vertical y torsión es el que hemos de analizar en cada una de dos direcciones horizontales Consta de tres grados de libertad definidos por la deformación de la estructura, X_e, y por el desplazamiento y la rotación de la cimentacion, X_c y Φ_c, relativos al movimiento de entrada del cimiento No posee modos naturales clásicos de vibración debido al tipo de amortiguamiento que lo caracteriza, por lo que no es posible evaluar la respuesta estructural mediante la técnica estandar de superposición modal Aunque el sistema puede analizarse mediante un método paso a paso que tenga en cuenta explícitamente el comportamiento no lineal y amortiguamiento de la estructura, resulta más conveniente utilizar el método de la respuesta compleja en la frecuencia

Los parámetros adimensionales que se han identificado para evaluar la interacción suelo-estructura son los siguientes (Avilés y Pérez-Rocha, 1998b) la relación de masas de la cimentación y estructura, M_o/M, la relación de momentos de inercia de masa de la cimentación y estructura, $J_o/M(H+D)^2$, la densidad relativa de la estructura y el suelo, $M/4\rho L^2 H$, los coeficientes de amortiguamiento del suelo y la estructura, ξ y ζ, la relación de Poisson del suelo, ν, la relación de enterramiento de la cimentación, D/L, la relación de esbeltez de la estructura, H/L, la rigidez relativa de la estructura y el suelo, $H/\beta T$, y la flexibilidad de la cimentación, $L/\beta T_o$ Los parámetros M_o y J_o son respectivamente la masa de la cimentación y el momento de inercia de dicha masa con respecto al eje de rotación de la base, ρ es la densidad de masa del suelo y T_o es un periodo característico de la excitación Para los resultados aquí reportados se asignaron los siguientes valores $M_o/M = 0\,25$, $J_o/M(H+D)^2 = 0\,05$, $M/4\rho L^2 H = 0\,15$, $\xi = \zeta = 0\,05$ y $\nu = 1/3$, los cuales son representativos de suelos y edificios típicos

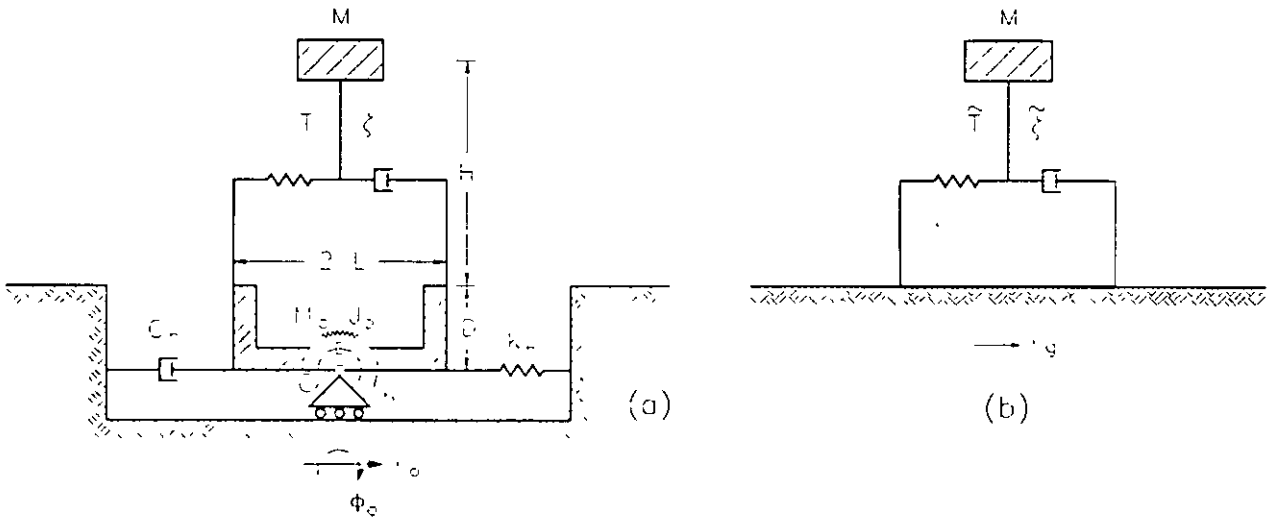


Fig 9 (a) Sistema suelo-estructura sujeto al movimiento efectivo de la cimentación y (b) oscilador de reemplazo sujeto al movimiento de campo libre

5.1 Periodo y amortiguamiento efectivos

Se entiende como periodo y amortiguamiento efectivos del sistema suelo-estructura a las propiedades dinámicas relevantes de la estructura modificadas por la interacción con el suelo

Estos parámetros pueden obtenerse por medio de una analogía entre el sistema real excitado con el movimiento de entrada de la cimentación y un oscilador de reemplazo excitado con el movimiento de campo libre en la superficie del terreno, como se ilustra en la fig 9 La ventaja práctica de este enfoque es que la máxima respuesta estructural la podemos calcular usando espectros de respuesta estándar de campo libre, aplicables al periodo y amortiguamiento del sistema (Avilés y Pérez-Rocha, 1998b).

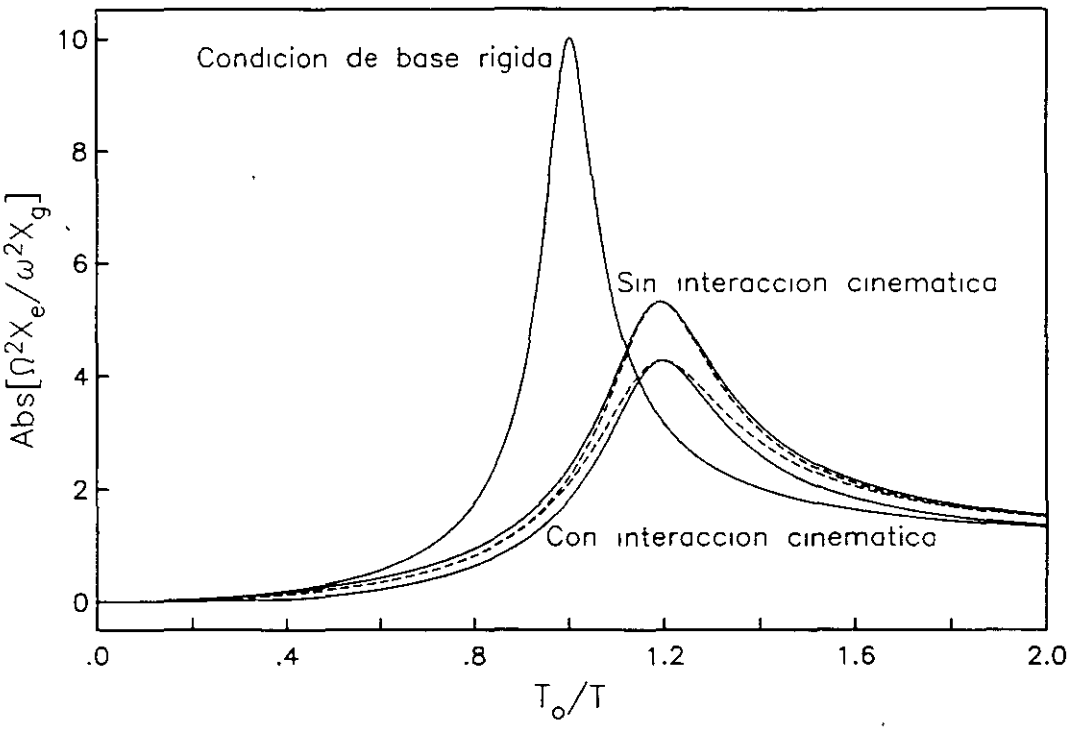


Fig 10 Funciones de transferencia para un sistema suelo-estructura con y sin interacción cinemática, sistema real (——) y oscilador de reemplazo (– – –)

Es posible determinar el periodo y amortiguamiento efectivos directamente de la función de transferencia del sistema suelo-estructura Si procedemos a analizar el sistema acoplado ante excitacion armónica, usando el método de la respuesta compleja en la frecuencia, hemos de calcular el cociente $\Omega^2 X_e/\omega^2 X_g$ que relaciona la seudoaceleración estructural con la aceleracion de campo libre en la superficie del terreno. $\Omega = 2\pi/T$ es la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida La frecuencia y respuesta resonantes medidas en la función de transferencia del sistema acoplado se igualan entonces a las cantidades correspondientes del oscilador de reemplazo.

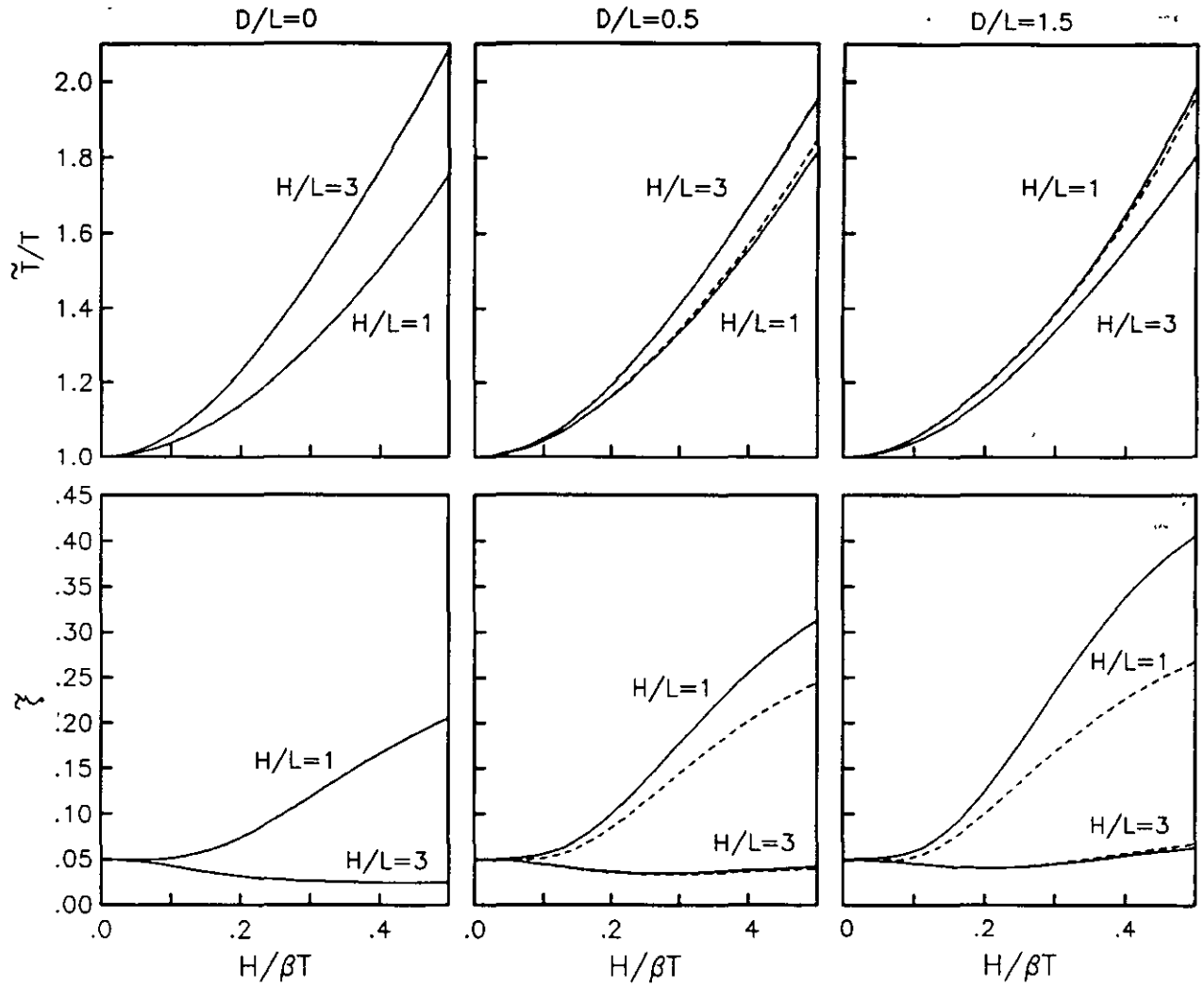


Fig 11 Periodos y amortiguamientos efectivos con (——) y sin (– – –) efectos de interacción cinemática para ondas de cortante incidentes verticalmente

Al determinar el periodo y amortiguamiento efectivos de esta manera se logra un excelente acuerdo entre los espectros de respuesta armónica del sistema suelo-estructura y el oscilador de reemplazo, como se muestra en la fig 10 para un sistema con $D/L = 1$, $H/L = 1$ y $H/\beta T = 0.2$ Las abscisas denotan la relación entre el periodo de la excitación $T_{ll} = 2\pi/\omega$ y el periodo natural de la estructura con base rígida Los resultados que se despliegan corresponden a tres casos 1) la condicion de base indeformable, 2) sin efectos de interacción cinemática y 3) con efectos de interaccion cinemática Como se esperaba, el periodo del sistema se alarga y su amortiguamiento aumenta con respecto a los valores del caso 1. Resalta el hecho de que los periodos resonantes son practicamente iguales en los casos 2 y 3, lo que significa que el periodo del sistema es poco

sensible a la interacción cinemática En cambio, la diferencia en las respuestas resonantes refleja claramente este efecto en el amortiguamiento del sistema.

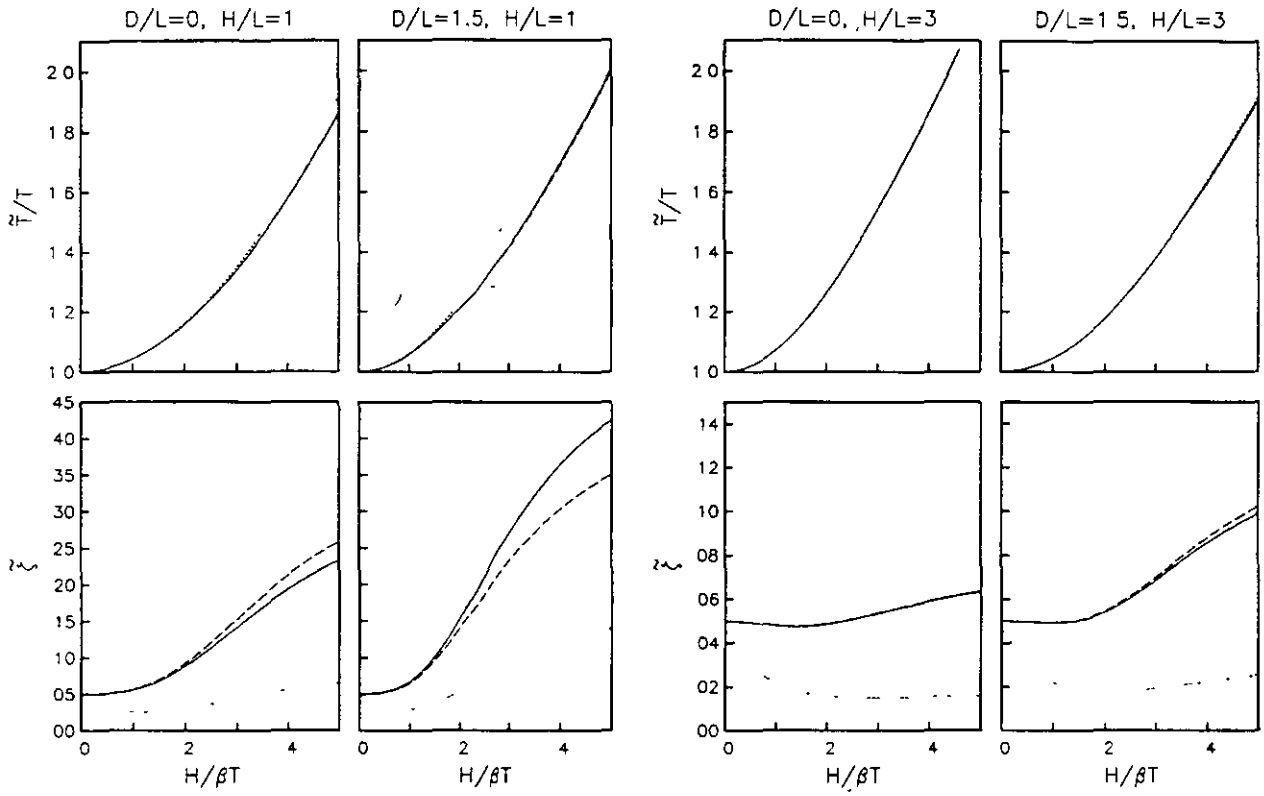


Fig 12 Periodos y amortiguamientos efectivos para ondas SV con incidencia respecto a la vertical $\gamma = 0^{\circ}$ (——), 30° (– – –) y 60° (··)

Con esta forma de proceder se ha evaluado la variación del periodo y amortiguamiento efectivos para distintas condiciones de interacción y tipos de excitación sísmica En la fig 11 se muestran los resultados obtenidos para la incidencia vertical de ondas de cortante en sistemas con $D/L = 0$, 0 5 y 1 5 y $H/L = 1$ y 3 Se observa que la intensidad de la interacción está controlada por la rigidez relativa de la estructura y el suelo, ya que los efectos en el periodo y amortiguamiento se intensifican al incrementarse el valor de $H/\beta T$ En general, el periodo del sistema aumenta con la esbeltez de la estructura mientras que su amortiguamiento disminuye El enterramiento de la cimentacion tiende a reducir el periodo efectivo en estructuras altas ($H/L = 3$), pero inesperadamente lo alarga en estructuras bajas ($H/L = 1$), en ambos casos, el amortiguamiento efectivo se incrementa con el enterramiento, especialmente en estructuras bajas Estos resultados se comparan con los obtenidos despreciando la interacción cinemática Como se anticipó, el

periodo del sistema casi no es modificado por este efecto; lo mismo sucede con el amortiguamiento del sistema en estructuras altas. Contrariamente, en estructuras bajas la interacción cinemática incrementa notablemente el amortiguamiento del sistema.

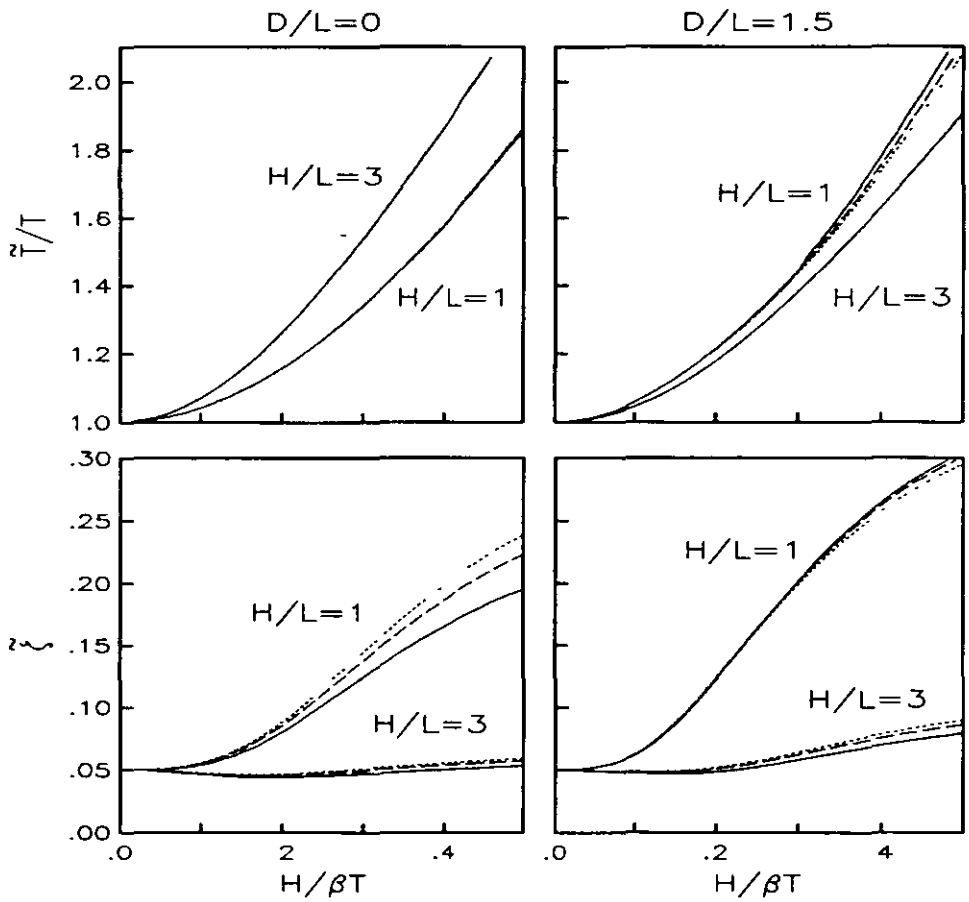


Fig 13 Periodos y amortiguamientos efectivos para ondas P con incidencia respecto a la vertical $\gamma = 30^{\circ}$ (——), 60° (– – –) y 90° (·)

En las figs 12-14 se muestran los resultados obtenidos para la incidencia inclinada de ondas SV, P y ondas superficiales de Rayleigh, respectivamente, en sistemas con $D/L = 0$ y 1.5 y $H/L = 1$ y 3. Independientemente del enterramiento de la cimentación, en estructuras altas se presenta una importante reduccion del amortiguamiento del sistema para ondas de Rayleigh, debido al gran cabeceo que experimenta el cimiento ante este tipo de ondas. Un efecto similar ocurre para ondas SV cuyo angulo de incidencia es mayor que el crítico ($\gamma = 30^{\circ}$), pero no sólo en estructuras altas, sino tambien en estructuras bajas. Es innegable que el efecto del paso de las ondas sísmicas no debería ignorarse, porque la capacidad de amortiguamiento del medio de soporte depende tanto

de la disipación de energía por amortiguamiento material y geométrico del suelo, como de la pérdida de energía por la difracción de las ondas incidentes por la cimentación.

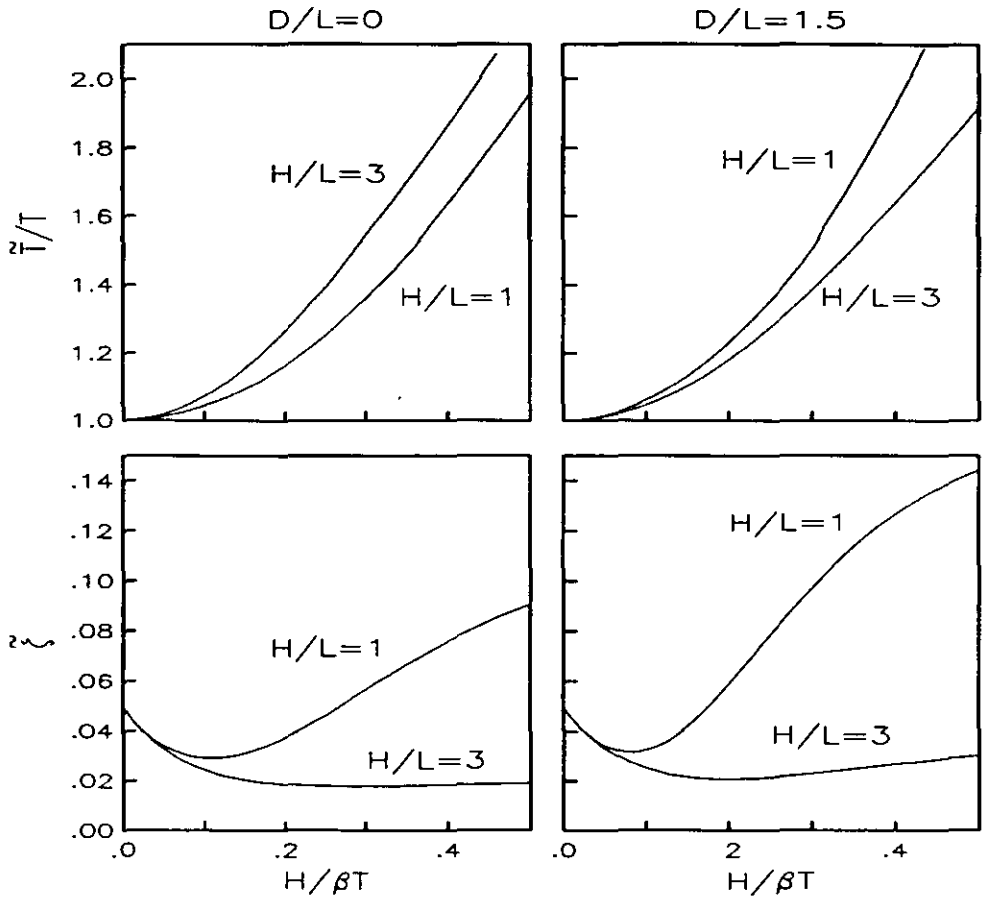


Fig 14 Periodos y amortiguamientos efectivos para incidencia de ondas superficiales de Rayleigh

5.2 Soluciones aproximadas

El uso de criterios aproximados para el periodo y amortiguamiento efectivos es muy útil en la estimación de los efectos de interacción conforme se especifica en reglamentos sísmicos. Despreciando la masa de la cimentación y su momento de inercia, así como el acoplamiento en las rigideces de traslacion y rotación del suelo, se han derivado varias expresiones de aplicación practica (Avilés y Pérez-Rocha, 1996) Una solución que ha ganado aceptación por su sencillez y precision establece las siguientes expresiones para el periodo y amortiguamiento del sistema (Avilés y Perez-Rocha, 1992)

$$\widetilde{T} = \left(T^2 + T_h^2 + T_r^2\right)^{1/2} \tag{15}$$

$$\widetilde{\zeta} = \zeta\left(\frac{T}{\widetilde{T}}\right)^3 + \frac{\zeta_h}{1+2\zeta_h^2}\left(\frac{T_h}{\widetilde{T}}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2}\left(\frac{T_r}{\widetilde{T}}\right)^2 \tag{16}$$

donde

$$T_h = 2\pi\left(\frac{M}{K_h}\right)^{1/2} \tag{17}$$

$$T_r = 2\pi\left(\frac{M(H+D)^2}{K_r}\right)^{1/2} \tag{18}$$

son los periodos naturales que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o girar, respectivamente, además

$$\zeta_h = \frac{\pi C_h}{\widetilde{T} K_h} \tag{19}$$

$$\zeta_r = \frac{\pi C_r}{\widetilde{T} K_r} \tag{20}$$

son los coeficientes de amortiguamiento del suelo en los modos de traslación y rotación, respectivamente

Con rigor, el periodo del sistema habría que calcularlo mediante iteraciones, ya que los resortes K_h y K_r deberían ser evaluados para una excitación armónica de periodo $\widetilde{T}$ Sin embargo, una aproximación razonable se obtiene usando los valores de las rigideces estáticas, o aún mejor, los valores de las rigideces dinámicas correspondientes al periodo fundamental de la estructura con base rígida El amortiguamiento del sistema se determina directamente una vez conocido su periodo efectivo

Estas expresiones han sido deducidas ignorando la interacción cinemática No obstante, se ha demostrado (Avilés y Pérez-Rocha, 1998b) que este efecto puede ser incluido con sólo modificar el amortiguamiento del sistema como

$$\tilde{\xi}^{*} = \frac{\tilde{\xi}}{\left| \frac{X_o}{X_g} + (H+D)\frac{\Phi_o}{X_g} \right|} \tag{21}$$

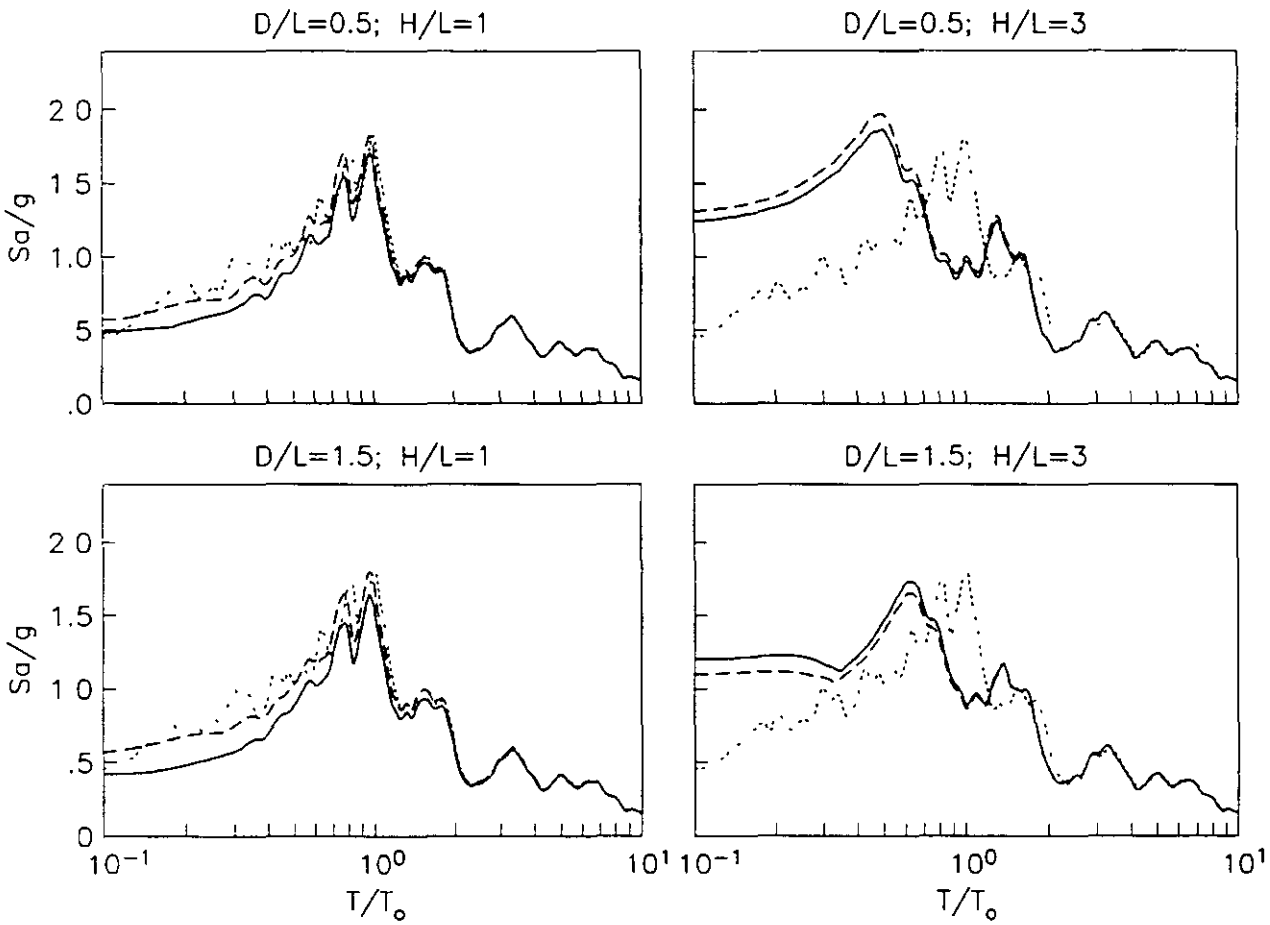


Fig 15 Espectros de respuesta para $L/\beta T_o = 0.08$ sin efectos de interacción (·), considerando solo la interaccion inercial (– – –) e incluyendo la interacción cinemática (——)

El periodo del sistema no requiere ser modificado, pues como ya se ha visto es prácticamente independiente de la interacción cinemática. De acuerdo con esta expresión, el amortiguamiento del sistema puede aumentar o disminuir al incluir este efecto, dependiendo de la reducción de la

traslación efectiva X_e y el incremento de la rotación efectiva Φ_e de la cimentación. Puede confirmarse además que la interacción cinemática es excluida si $X_e = X_g$ y $\Phi_e = 0$, con lo cual se recupera el amortiguamiento del sistema asociado a la interacción inercial solamente.

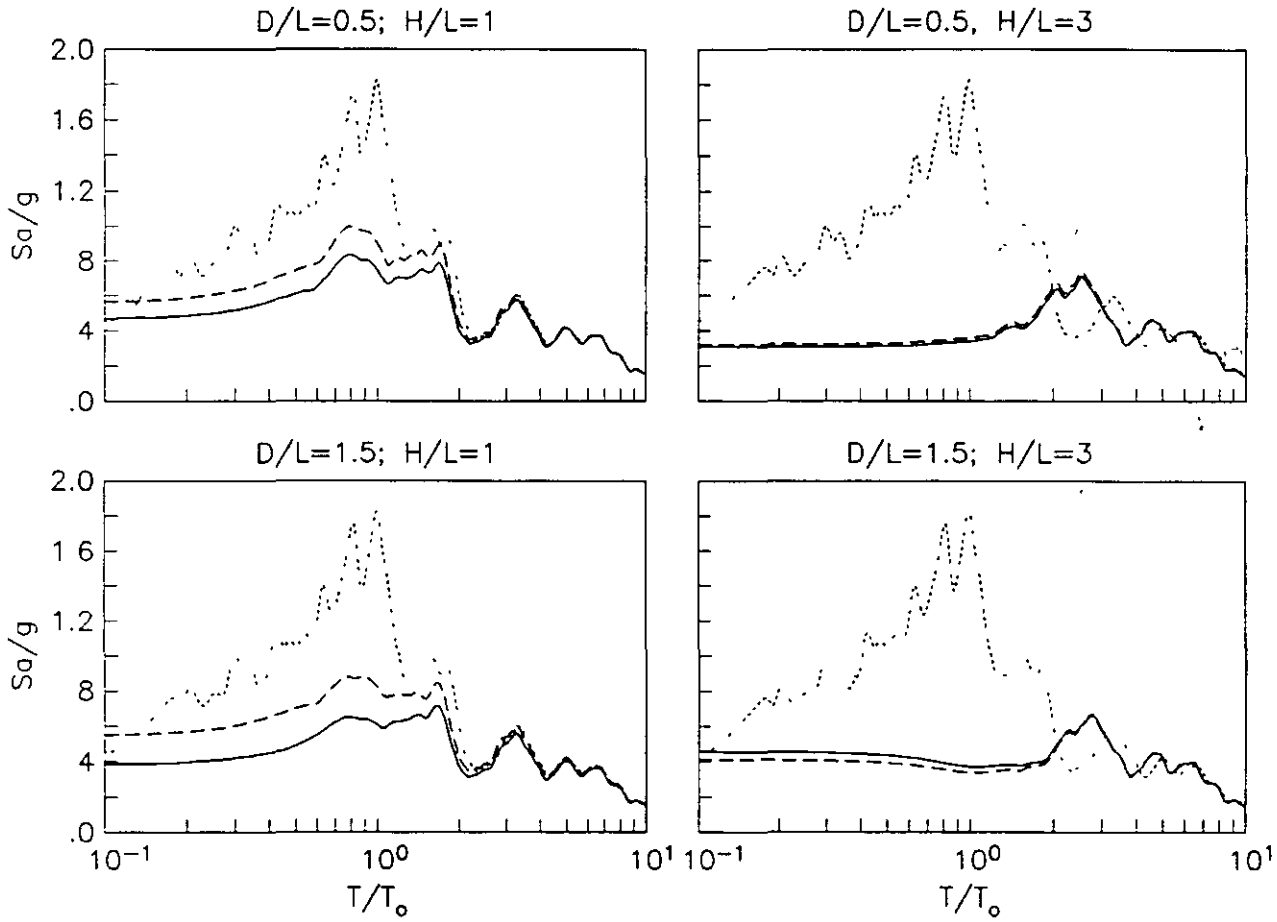


Fig 16 Espectros de respuesta para $L/\beta T_e = 0.2$ sin efectos de interacción ( ), considerando solo la interaccion inercial (– – –) e incluyendo la interacción cinemática (——)

Utilizando como excitacion de campo libre el temblor de Manzanillo del 9 de octubre de 1995, se calcularon espectros de respuesta con efectos de interacción haciendo uso del concepto del oscilador de reemplazo, el cual es caracterizado con el periodo y amortiguamiento efectivos determinados aproximadamente según los criterios aquí descritos. Considerando que la excitación sísmica proviene de la incidencia vertical de ondas de cortante, se obtuvieron espectros de seudoaceleración $Sa = \Omega^2 Y_1$ normalizados con la aceleración de la gravedad g, los cuales se muestran en las figs 15 y 16 para sistemas con $L/\beta T_e = 0.08$ y 0.2, respectivamente, $D/L = 0.5$ y

1.5 y $H/L = 1$ y 3. Las abscisas denotan la relación entre el periodo natural de la estructura con base rígida y el periodo de la excitación correspondiente a la aceleración espectral máxima de campo libre, que en este caso es $T_o = 0.25\ s$ Se exhiben resultados para tres situaciones. 1) ignorando la interacción suelo-estructura, es decir, analizando la estructura con base rígida ante el movimiento de campo libre, 2) considerando solamente la interacción inercial, esto es, analizando el sistema suelo-estructura ante el movimiento de campo libre: y 3) incluyendo la interacción cinemática, es decir, analizando el sistema suelo-estructura ante el movimiento de entrada de la cimentación Del examen de estos resultados se pueden sacar las siguientes conclusiones

1 Como era de esperarse, los efectos de interacción son más pronunciados para $L/\beta T_o = 0.2$ (cimentación flexible) que para $L/\beta T_o = 0.08$ (cimentación rígida). Por ejemplo, para una cimentación con L=10 m, estos valores corresponderían a suelos con $\beta = 200$ y 500 m/s, respectivamente

2 Los efectos de interacción son considerables en la región espectral T/T_o <2 correspondiente a estructuras rígidas de periodo corto, e insignificantes en la región espectral T/T_o >2 correspondiente a estructuras flexibles de periodo largo Para sistemas con la misma flexibilidad de la cimentación, la interacción afecta más a las estructuras altas ($H/L = 3$) que a las bajas ($H/L = 1$)

3 Los efectos de interaccion inercial son, en general, más importantes que los de interacción cinematica Para estructuras altas, los efectos de interacción pueden resultar en reducciones o incrementos de la respuesta espectral, dependiendo de los valores de $L/\beta T_o$ y T/T_o involucrados No obstante, un incremento en la respuesta espectral generalmente está asociado a combinaciones irreales de parámetros del sistema. Para $L/\beta T_o = 0.08$, por ejemplo, la interaccion incrementa significativamente la respuesta máxima de estructuras altas en la region espectral de periodo corto Sin embargo, semejantes estructuras normalmente caen en la region espectral de periodo largo, donde los efectos de interacción son despreciables

4. Independientemente de la flexibilidad de la cimentación, la interacción cinemática reduce la respuesta máxima de estructuras bajas. Entre más grande es el enterramiento, mayores son las reducciones por interacción Esto es debido a que, en este caso, el amortiguamiento del sistema aumenta significativamente con la profundidad de desplante de la cimentación

6. CONCEPTOS DE DISEÑO

Persiste la necesidad de desarrollar criterios de diseño sísmico para tener en cuenta adecuadamente los efectos de interacción en la práctica. De lo aquí planteado se deduce que los principales efectos en la estructura son el alargamiento del periodo fundamental de base rígida y la modificación del amortiguamiento asociado. El alargamiento del periodo es producto de la flexibilidad del medio de soporte En tanto que la modificación del amortiguamiento resulta de la capacidad del suelo para disipar energía no sólo por comportamiento histerético y radiación de ondas, sino también por la difracción de las ondas incidentes por la cimentación

Aquí nos confinaremos a considerar los efectos de interacción en sistemas simétricos y lineales Aunque seguramente habrá casos en que la torsion y el comportamiento no lineal de la estructura producen efectos adicionales dignos de considerarse, no los tomaremos en cuenta Esto obedece a que todavía no disponemos de criterios fidedignos para cuantificarlos en estructuras diseñadas conforme a reglamento. Los efectos de interacción en la ductilidad estructural y respuesta torsional han recibido poca atención y aún no son bien entendidos (Pérez-Rocha y Avilés, 1996; Suárez et al, 1998) Lo mismo sucede con la influencia de la interaccion en cimentaciones con pilotes (Aguilar y Avilés, 1999) Actualmente se encuentran en proceso algunas investigaciones tendientes a dilucidar estos efectos, que nos permitan en corto plazo reflejarlos en los criterios de diseño sismico

6.1 Procedimiento de cálculo

Para estimar la máxima respuesta de estructuras con varios grados de libertad es aceptable suponer que la interaccion suelo-estructura afecta sólo el componente de respuesta debido al modo fundamental de vibracion (Jennings y Bielak, 1973), la contribución de los modos

superiores se determina ignorando los efectos de interacción. El procedimiento de cálculo que se propone puede resumirse en los siguientes pasos.

1 Utilizando las ecs. 13 y 14, calcular la masa M y altura H efectivas de la estructura con base indeformable vibrando en su modo fundamental.

2 Calcular el periodo fundamental de la estructura con base rígida, T, y mediante la aplicación de la ec 15, determinar el periodo del sistema suelo-estructura, $\tilde{T}$.

3 Definir el amortiguamiento de la estructura con base rígida, ζ, y mediante la aplicación de la ec 16, determinar el amortiguamiento del sistema suelo-estructura, $\tilde{\zeta}$.

4 Aplicando la ec 21, modificar el amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}$ que considera sólo la interacción inercial a fin de obtener el amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}^*$ que incluye la interacción cinemática

5 Usando espectros de respuesta estándar para el movimiento de campo libre especificado, estimar la seudoaceleracion estructural $\tilde{A}$ correspondiente a los valores de $\tilde{T}$ y $\tilde{\zeta}^*$

6 Determinar el valor maximo de la fuerza cortante de la estructura modificada por interacción, como

$$\tilde{V} = M\tilde{A} \tag{22}$$

7 Determinar el valor máximo del desplazamiento de la estructura modificado por interacción, mediante

$$\tilde{\Delta} = \frac{\tilde{V}}{K} + \frac{\tilde{V}(H+D)^2}{K_r} \tag{23}$$

donde $K = 4\pi^2 M/T^2$ es la rigidez de la estructura. El primer término del lado derecho de esta expresión representa la deformación de la estructura y el segundo la contribución de la rotación de la cimentación. Este desplazamiento debería emplearse en el cálculo de los efectos de segundo orden y la revisión de choques contra estructuras adyacentes.

6.2 Consecuencias de la interacción

La máxima respuesta de una estructura interactuando con el suelo depende del parámetro de respuesta considerado, así como de las características de la excitación sísmica y el sistema mismo. Concretamente, la interacción suelo-estructura puede incrementar o reducir la máxima respuesta estructural dependiendo de las características del espectro de respuesta de campo libre y de los valores del periodo y amortiguamiento efectivos del sistema.

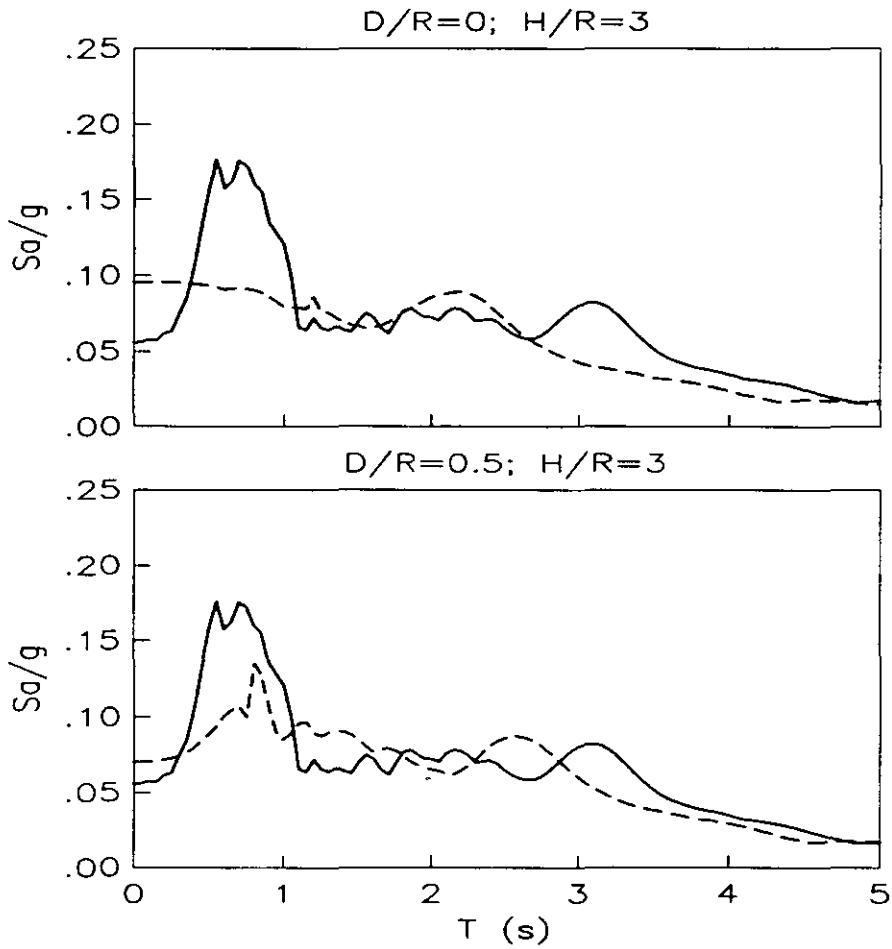


Fig. 17 Espectros de respuesta para el sitio *VIV* considerando sólo la interacción inercial, para $R/\beta = 0$ (——) y 0.23 (– – –).

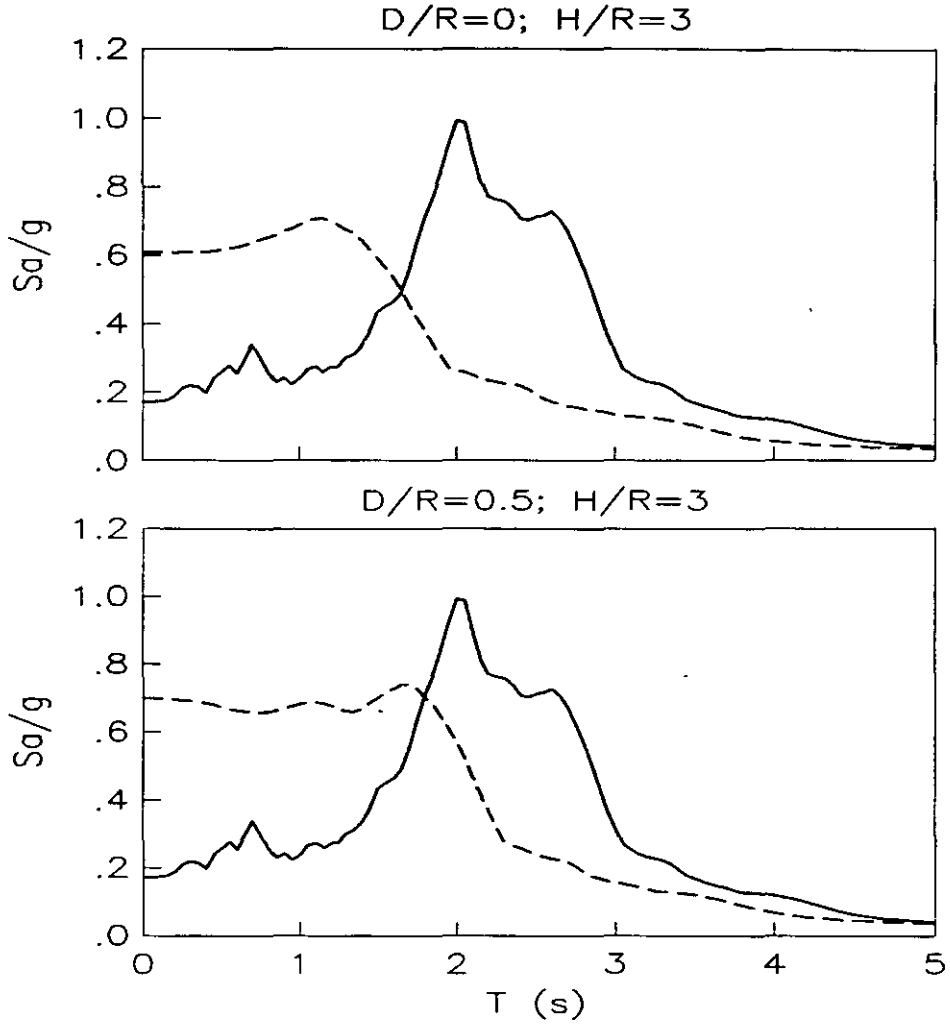


Fig 18 Espectros de respuesta para el sitio *SCT* considerando sólo la interaccion inercial, para $R/\beta = 0$ (——) y 0 26 (– – –) *s*

Esto puede ilustrarse por medio de los espectros de respuesta de las figs 17-19 para tres sitios del valle de Mexico cuyas caracteristicas se indican en la tabla 1 Como excitaciones de campo libre se utilizaron los acelerogramas del sismo de Michoacan del 19 de septiembre de 1985 registrados en esas estaciones Los resultados excluyen la interaccion cinemática y pertenecen a sistemas con $D/R = 0$ y 0.5, $H/R = 3$ y $R/\beta = 0.23$ (fig 17), 0 26 (fig 18) y 0 31 (fig. 19) *s*; los valores seleccionados para R/β corresponden a una cimentación con R=20 *m* Los efectos de interacción son más pronunciados en el sitio *SCT*, donde incluso llegan a ser relativamente más importantes que los efectos de sitio. Aquí, los espectros de respuesta sin ($R/\beta = 0$) y con ($R/\beta = 0.26$ *s*) interacción se cruzan en un periodo menor que el periodo dominante del sitio ($T_s = 2$ *s*). Para

estructuras con periodo fundamental menor o mayor que este periodo de intersección, se producen respectivamente extraordinarias amplificaciones o reducciones de la respuesta espectral debido al corrimiento que sufre el periodo resonante del espectro de respuesta con efectos de interacción.

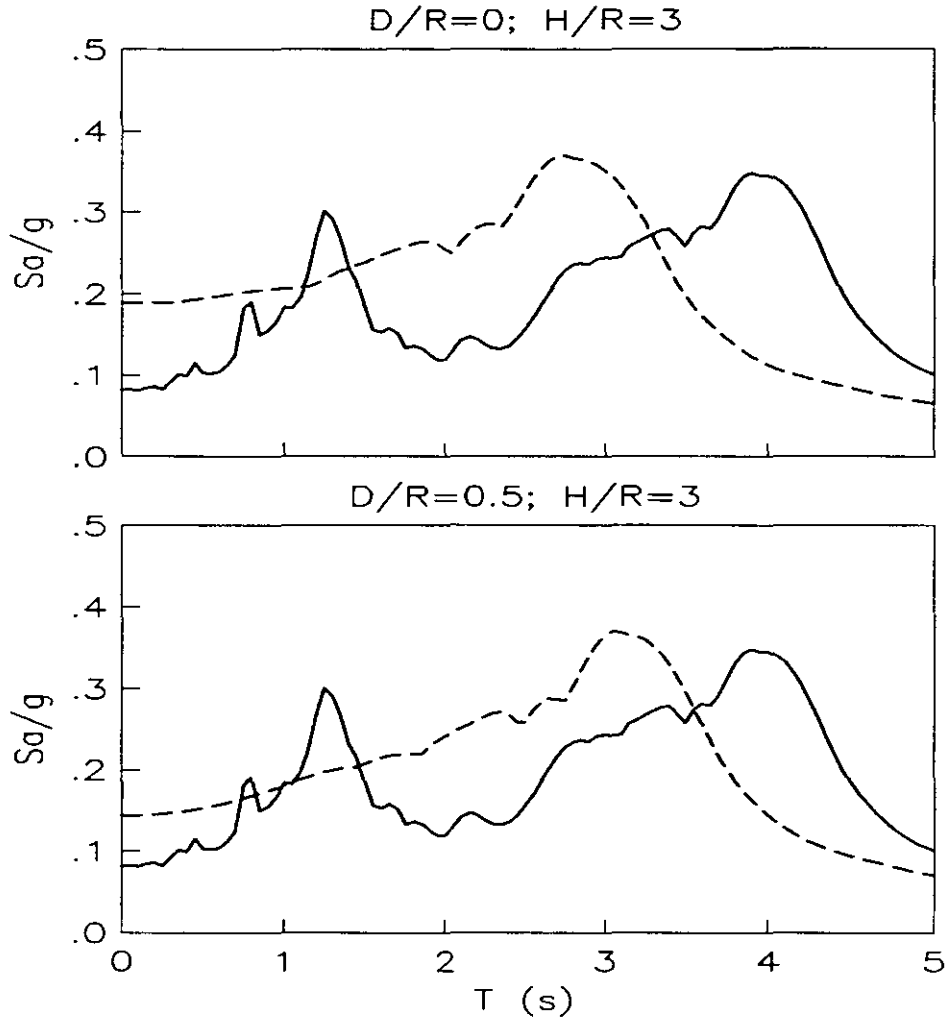


Fig. 19 Espectros de respuesta para el sitio *CAO* considerando sólo la interacción inercial, para $R/\beta = 0$ (——) y 0.31 (– – –).

Tabla 1 Características del subsuelo en tres sitios del valle de México

Sitio	E (*m*)	β (*m/s*)	T_s (s)	ν
TH	13	87	0.6	0.45
SCT	38	76	2.0	0.47
CAO	56	64	3.5	0.49

Para excitaciones sísmicas representadas por espectros de diseño suavizados, las posibilidades que se tienen al considerar los efectos de interacción en la respuesta espectral son las descritas a continuación, dependiendo de las regiones del espectro donde caigan el periodo fundamental de la estructura con base rígida y el periodo efectivo del sistema:

1 Si el periodo fundamental de la estructura con base rígida cae en la rama ascendente del espectro, $T < T_a$, la interacción puede incrementar o reducir la respuesta espectral dependiendo de los valores del periodo y amortiguamiento efectivos del sistema En este caso, el alargamiento del periodo incrementa la respuesta, mientras que un aumento del amortiguamiento tiene el efecto contrario

2. Si el periodo fundamental de la estructura con base rígida cae en la parte plana del espectro, $T_a < T < T_b$, la interacción reducirá la respuesta espectral La magnitud de la reducción depende de los valores del periodo y amortiguamiento efectivos del sistema Cuando el alargamiento del periodo sea tal que $\tilde{T} > T_b$, habrá una reducción adicional a la debida al aumento del amortiguamiento.

3 Si el periodo fundamental de la estructura con base rígida cae en la rama descendente del espectro, $T > T_b$, la interacción reducirá la respuesta espectral tanto por el alargamiento del periodo como por el aumento del amortiguamiento

Tambien es posible que el periodo fundamental de la estructura con base rígida caiga en la rama ascendente del espectro y el periodo efectivo del sistema en la rama descendente No obstante, en la practica esto es muy difícil ya que usualmente se tiene que $\tilde{T}/T < T_b/T_a$ incluso para espectros de sitio con ancho de meseta reducido

6.3 Influencia de la interacción en el cortante basal

Debido a la excepcional deformabilidad de las arcillas del valle de México, los efectos de sitio e interacción suelo-estructura que se presentan durante sismo alcanzan niveles muy superiores a los

usuales en otras partes del país Pese a que ambos tipos de fenómeno se relacionan entre sí, es conveniente reconocerlos y evaluarlos de forma independiente (Avilés y Pérez-Rocha, 1998a). En particular, las amplificaciones dinámicas del subsuelo llegan a ser extraordinariamente grandes cuando los periodos predominantes de la excitación y el sitio son similares. De igual forma, la interacción puede hacer que la respuesta estructural sea considerablemente elevada cuando el periodo efectivo del sistema se acerca al periodo dominante del terreno y el amortiguamiento efectivo del sistema es menor que el de la estructura con base rígida

Los conceptos descritos con anterioridad han suministrado las bases para la formulación de recomendaciones de diseño sísmico. Cuando se ignoran los efectos de interaccion, el método estático de analisis sísmico establece que el cortante basal es igual a

$$V_o = \frac{a}{Q} W_o \qquad (24)$$

donde $Q(T)$ es el factor reductivo de la respuesta elástica y $a(T,\zeta)$ la ordenada espectral correspondientes al periodo fundamental y amortiguamiento asociado de la estructura con base rigida La contribución de los modos superiores de vibración está considerada implícitamente en el uso del peso total de la estructura W_o en lugar de su peso efectivo W

Como se ha reconocido previamente, los efectos de interacción se toman en cuenta suponiendo que sólo afectan la contribución del modo fundamental de vibración, por lo que el cortante basal modificado por interaccion resulta ser

$$\tilde{V}_o = \frac{a}{Q} W_o - \left(\frac{a}{Q} - \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}} \right) W \qquad (25)$$

donde $\tilde{Q}(\tilde{T})$ es el factor reductivo de la respuesta elástica y $\tilde{a}(\tilde{T},\tilde{\zeta})$ la ordenada espectral correspondientes al periodo y amortiguamiento efectivos del sistema El segundo termino del lado derecho de esta expresion representa la reducción del cortante basal por efectos del alargamiento del periodo y la modificación del amortiguamiento El signo de este término podría ser negativo, con lo que en lugar de una reducción tendríamos un incremento del cortante basal

Para el valle de México, la ordenada del espectro de aceleraciones como fracción de la aceleración de la gravedad la podemos expresar de la siguiente manera:

$$a = a_o + (\varsigma c - a_o)\frac{T}{T_a}, \quad \text{si } T < T_a \tag{26}$$

$$a = \varsigma c; \quad \text{si } T_a \le T \le T_b \tag{27}$$

$$a = \varsigma c\left(\frac{T_b}{T}\right)^r, \quad \text{si } T > T_b \tag{28}$$

donde T_a y T_b son los límites inferior y superior de la meseta espectral, respectivamente, a_o es el coeficiente de aceleración del terreno, c el coeficiente sísmico y r un exponente que define la caída del espectro. Los valores de estos parámetros se consignan en la tabla 2 para los distintos tipos de terreno de cimentación.

Tabla 2 Parámetros de los espectros de diseño para el valle de México

Tipo de terreno	a_o	c	T_a (s)	T_b (s)	r
I	0 04	0.16	0 2	0 6	1/2
II	0 08	0 32	0.3	1 5	2/3
III	0 10	0 40	0.6	2 9	1

En la especificación del espectro de diseño básico está implícito un valor de amortiguamiento estructural de 5% Con el factor de amortiguamiento ς se escala este espectro a fin de determinar ordenadas espectrales para otros valores de amortiguamiento, una buena aproximación de dicho factor está dada por (Rosenblueth y Reséndiz, 1988)

$$\varsigma = \left(\frac{0\ 05}{\quad}\right)^{k} \tag{29}$$

donde k=0.5 y 0.6 para terrenos tipo II y III, respectivamente, en terreno tipo I no es admisible considerar los efectos de interacción.

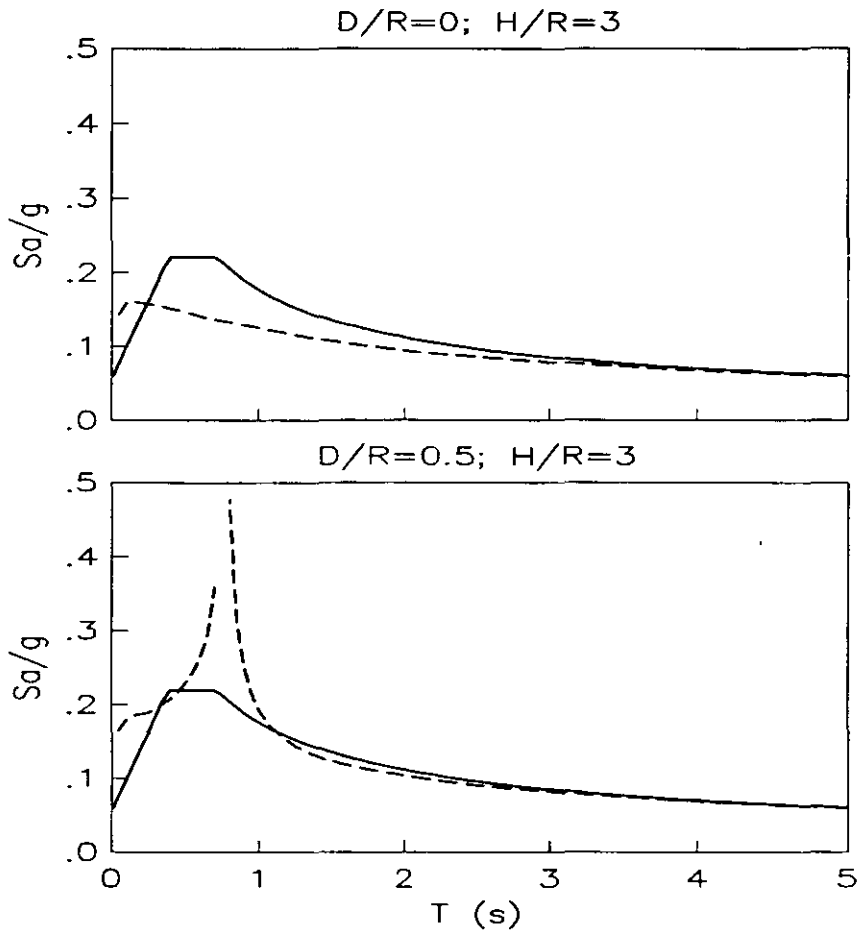


Fig 20 Espectros de diseño para el sitio *VIV* con (– – –) y sin (——) efectos de interacción

Si se conoce el periodo dominante del terreno, T_s, es posible determinar espectros de sitio para diseño sísmico, modificando el coeficiente sísmico y los periodos característicos de la meseta espectral como se indica a continuación

$$c = \frac{1.6T_s}{4 + T_s^2} \tag{30}$$

Terreno tipo II
$$\begin{cases} T_a = 0.64\,T_s \\ T_b = 1.2\,T_s \end{cases} \tag{31}$$

Terreno tipo III: $$\begin{cases} T_a = max(0.35T_s, 0.64\ s) \\ T_b = 1.2\,T_s \end{cases} \qquad (32)$$

En terreno tipo I no es aceptable modificar el espectro de diseño por efectos del periodo dominante del terreno

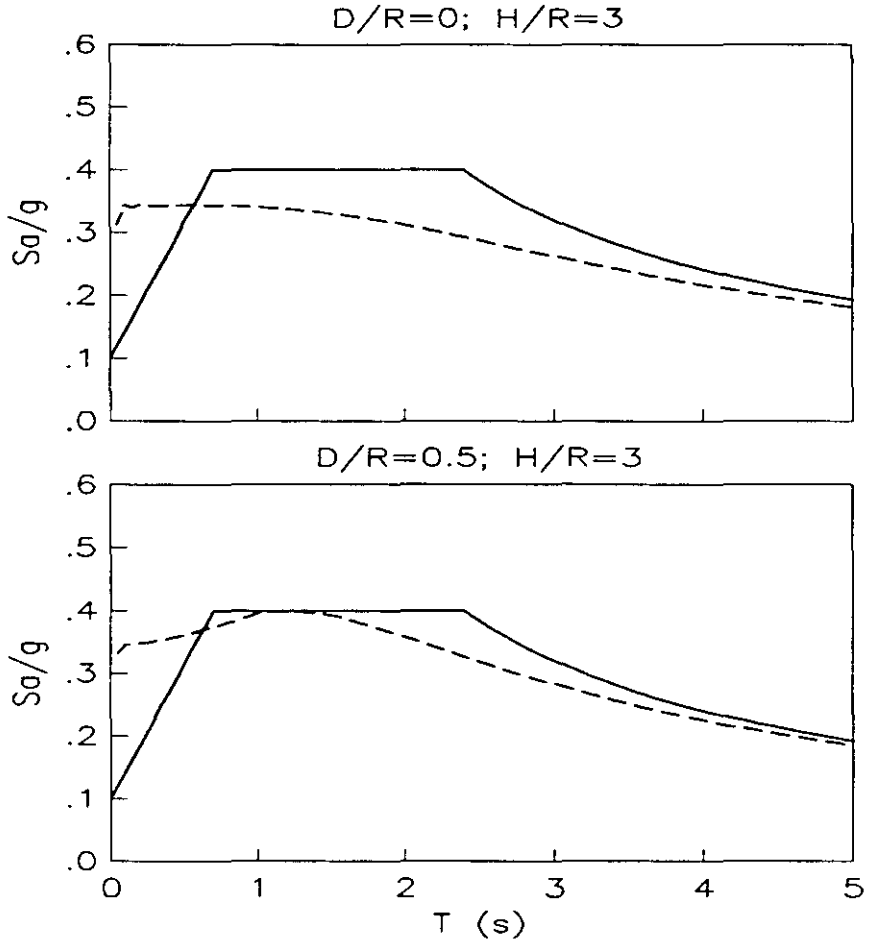


Fig 21 Espectros de diseño para el sitio *SCT* con (– – –) y sin (——) efectos de interacción

Siguiendo el procedimiento aquí descrito para la determinación de espectros de sitio, se examinó la influencia de la interacción en el cortante basal de diseño Para ello, se repitieron los mismos cálculos que produjeron los espectros de respuesta de las figs 17-19, pero utilizando como excitaciones sísmicas espectros de diseño reglamentarios en lugar de señales de aceleración reales En las figs 20-22 se muestran los espectros de diseño modificados por interacción para los sitios *LLI*, *SCT* y *CAO*, respectivamente, junto con los espectros reglamentarios originales Para estructuras simples de un solo nivel, estos resultados reflejan directamente la influencia de la

interacción en el cortante basal elástico, ya que en este caso $\widetilde{V}_o = \widetilde{a} W_o$. Aunque las tendencias son similares a las observadas anteriormente, los efectos de interacción se manifiestan menos acentuados debido a la robustez de los espectros de diseño, que enmascara algunos de los efectos revelados en los espectros de respuesta. No obstante, las reducciones y los incrementos por interacción llegan a ser de tal magnitud que no deberían ser despreciados en el diseño

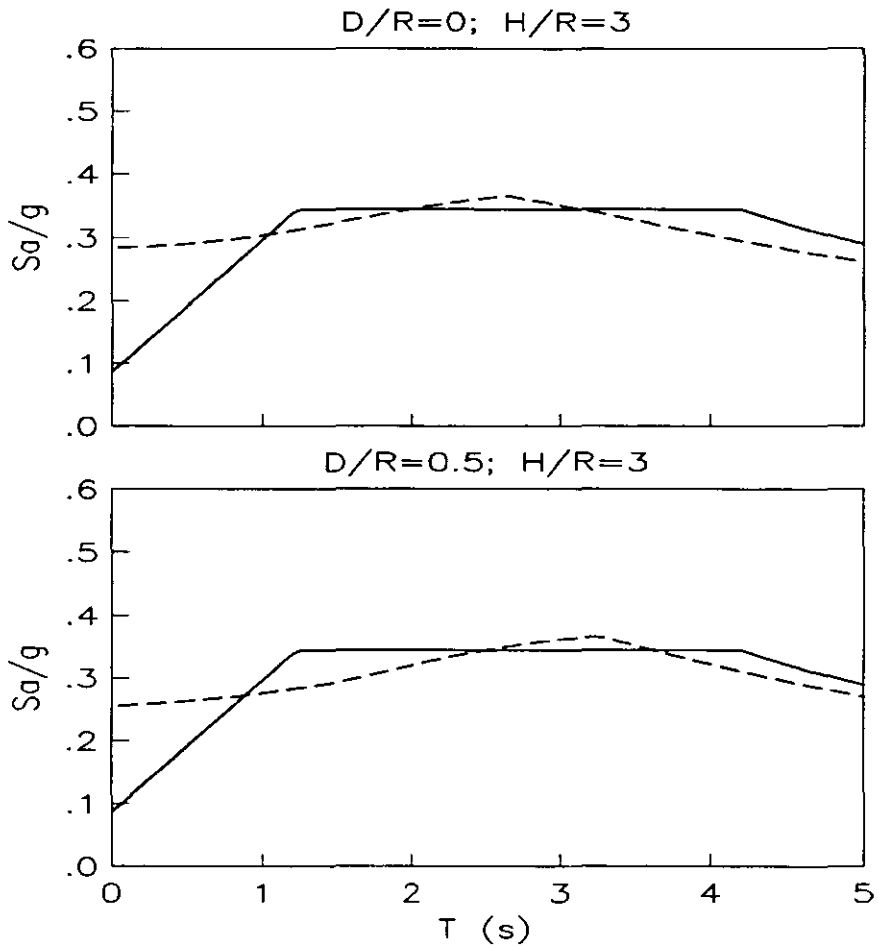


Fig. 22 Espectros de diseño para el sitio *CIO* con (– – –) y sin (——) efectos de interacción

7. CONCLUSIONES

Se ha hecho una revisión del problema de interacción dinamica suelo-estructura. Se desarrollaron información y conceptos que son útiles para la formulación de recomendaciones de diseño sísmico para estructuras de edificios. Los efectos de interacción se tienen en cuenta mediante la

modificación de las propiedades dinámicas relevantes de la estructura supuesta con base indeformable

Se evaluaron las consecuencias de la interacción con referencia en los espectros de diseño reglamentarios especificados para el valle de México. El cortante basal de diseño puede ser mayor o menor que el correspondiente a la condición de base rígida, dependiendo de los parámetros críticos involucrados como son el periodo dominante del sitio, el enterramiento de la cimentación, la esbeltez de la estructura y la flexibilidad de la cimentación

Pese a los avances logrados, persiste la necesidad de mayor investigación en tópicos que a juicio del autor comprenden la influencia de la interacción en sistemas inelásticos, los efectos de interacción en la respuesta torsional, el comportamiento de estructuras soportadas por pilotes y los efectos de interacción en estructuras adyacentes.

8. AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la colaboración de Martha Suárez y Luis Eduardo Pérez-Rocha, quienes prepararon varios de los resultados aquí presentados

9. REFERENCIAS

1 Aguilar R y Avilés J (1999). "Efecto de grupo de pilotes en la respuesta sísmica de estructuras". *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia.

2 Avilés J y Perez-Rocha L (1992). "Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo". *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, FJBS, Vol 2, pp 22-81

3 Avilés J y Perez-Rocha L (1996). "Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 15 pp 11-27

4 Aviles J y Pérez-Rocha L (1998a) "Site effects and soil-structure interaction in the Valley of Mexico". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 17, pp 29-39

5. Avilés J y Pérez-Rocha L (1998b), "Effects of foundation embedment during building-soil interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 1523-1540

6. Gazetas G (1983), "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 2, pp. 2-42.

7 Iguchi M (1984), "Earthquake response of embedded cylindrical foundations to SH and SV waves", *Proc 8th World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, California

8 Jennings P y Bielak J (1973), "Dynamics of building-soil interaction", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 63, pp. 9-48

9 Kausel E y Roesset J (1974), "Soil-structure interaction for nuclear containment structures", *Proc ASCE Power Division Specialty Conference*, Boulder, Colorado

10 Kausel E, Whitman R, Morray J y Elsabee F (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392

11 MDS-CFE (1993), "Manual de diseño por sismo", *Comisión Federal de Electricidad e Instituto de Investigaciones Eléctricas*.

12 Meek J y Wolf J (1991), "Insights on cutoff frequency for foundation on soil layer", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, pp. 651-665.

13 Mita A y Luco J (1989), "Impedance functions and input motions for embedded square foundations", *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol 115, pp 491-503

14 NTCDS-RCDF (1995), "Normas tecnicas complementarias para diseño por sismo", *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal.

15 Pérez-Rocha L y Avilés J (1996), "Non-linear response of soil-structure systems", *Proc 11th Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Mexico

16 Rosenblueth E y Resendiz D (1988), "Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinamica suelo-estructura", *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No 509

17 Suarez M, Avilés J y Sánchez-Sesma F (1998), "Evaluación de las recomendaciones para torsion estipuladas en reglamento considerando los efectos de interacción suelo-estructura", *XI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Monterrey.

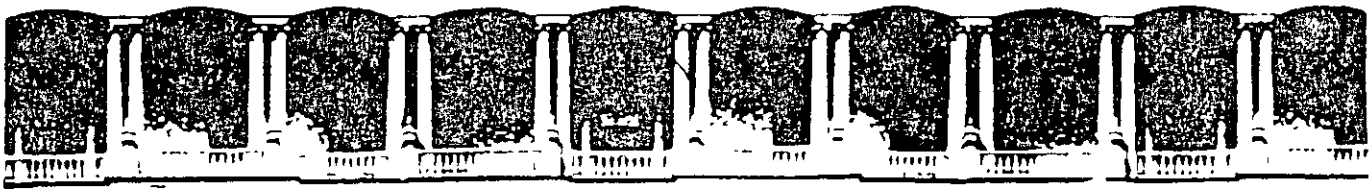
18. Tassoulas J y Kausel E (1983), "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 19, pp 1005-1032

19 Veletsos A y Meek J (1974). "Dynamic behaviour of building-foundation systems". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 3, pp. 121-138.

20 Veletsos A (1977). "Dynamics of structure-foundation systems". *Structural and Geotechnical Mechanics*. Ed W Hall. Prentice Hall, Inc., New Jersey.

21. Veletsos A (1993). "Design concepts for dynamics of soil-structure interaction". *Developments in Dynamic Soil-Structure Interaction*. Eds. P Gülkan y R Clough. Kluwer Academic Publishers. The Netherlands.

22 Whitman R y Bielak J (1980). *Design Earthquake Resistant Structures Foundations*. Ed E Rosenblueth. Pentech Press. England



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

ESPECTROS DE RESPUESTA CON EFECTOS DE SITIO E INTERACCIÓN SUELO - ESTRUCTURA

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
M EN I. LUIS EDUARDO PEREZ ROCHA
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

1. INTRODUCCION

Para el análisis sísmico de estructuras desplantadas en depósitos de suelo blando es necesario considerar dos fenómenos debidos a la flexibilidad del suelo respecto a la roca basal, conocidos como: a) efectos de sitio y b) interacción suelo-estructura.

Con respecto a terreno firme, las condiciones de sitio amplifican la intensidad, reducen el contenido de frecuencias y alargan la duración del movimiento sísmico, mientras que la interacción suelo-estructura modifica las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación (interacción cinemática) así como los parámetros dinámicos de la estructura (interacción inercial). Para fines de diseño, los efectos de interacción más importantes son los inerciales, esto es, el alargamiento del periodo y el aumento o la reducción del amortiguamiento de la estructura respecto a los valores correspondientes a la condición de base rígida.

Los efectos de sitio se traducen generalmente en incrementos de la respuesta estructural. En cambio, las modificaciones por interacción del periodo y amortiguamiento pueden dar lugar a respuestas estructurales mayores o menores, dependiendo de la posición del periodo resonante del espectro de respuesta y el nivel de amortiguamiento.

En general, los efectos de sitio e interacción suelo-estructura se tienen en cuenta mediante el espectro de respuesta aplicable al sitio de interés utilizando el periodo y amortiguamiento efectivos de la estructura en cuestión El espectro de sitio es la curva de respuestas máximas de un oscilador elemental con frecuencia natural variable, sometido al movimiento sísmico en el sitio de interes, en tanto que el periodo y amortiguamiento efectivos son los parámetros dinámicos de un oscilador de reemplazo cuyo cortante basal resonante es igual al que se desarrolla en el sistema suelo-estructura, para excitación armónica estacionaria de la base (Avilés y col, 1992).

El objetivo de este trabajo es presentar un procedimiento de aplicación práctica para representar los efectos de la interacción suelo-estructura

en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de vibración, teniendo en cuenta los efectos de las condiciones de sitio, así como aplicarlo a diferentes configuraciones de sitio y estructura típicas del valle de México, a fin de conocer la influencia de los parámetros característicos dominantes.

Primeramente, se describe un enfoque ingenieril para representar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura simultáneamente, en términos del periodo fundamental de la estructura y el periodo dominante del sitio. Para ello, se recurre a una forma de expresar la respuesta estructural mediante contornos de respuesta con interacción, los cuales son aplicables a configuraciones de sitio y estructura con periodos naturales de vibración variables. La estructura se modela como un oscilador simple definido por el periodo y amortiguamiento así como la masa y altura efectivas correspondientes a su modo fundamental, lo cual es apropiado para estructuras con varios grados de libertad que en su condición de base rígida responden esencialmente como un oscilador elemental. El suelo se idealiza como un estrato homogéneo sobre un semiespacio caracterizado con el periodo dominante y la velocidad efectiva, en ondas de cortante, del sitio. Considerando que el valle de México mide cerca de 30x70 km y el espesor de las formaciones de arcilla alrededor de 100 m, el modelo de propagación de ondas unidimensional resulta adecuado para tomar en cuenta los efectos de sitio en la ciudad de Mexico (Seed y col, 1988), puesto que la extensión del valle con respecto a su profundidad es extremadamente grande. Los efectos de interacción se tienen en cuenta al analizar de manera exacta el sistema acoplado, utilizando funciones de impedancia rigurosas (Avilés y Pérez-Rocha, 1992)

Finalmente, postulando omo movimiento de control al temblor de Michoacán de 1985 registrado en una estación representativa de los sitios de terreno firme en la ciudad de México, se calcula una gama amplia de contornos de respuesta con interaccion que cubre la mayor parte de casos de interés práctico, los parámetros característicos considerados son la profundidad del depósito de suelo, el enterramiento de la cimentación y la esbeltez de la estructura, los cuales controlan los efectos de interacción suelo-estructura. A partir de estos contornos

se determinan espectros de respuesta con interacción para algunos sitios representativos de las zonas de transición y blanda en el valle de México, a fin de evaluar la variación del cortante basal en estructuras con diferentes condiciones de interacción.

2. REPRESENTACION DE LOS EFECTOS DE SITIO E INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

En la fig 1 se muestra el modelo adoptado para considerar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura. Se supone que el movimiento de control tiene lugar en el afloramiento de la roca basal, a la vez que se desprecia la difracción de ondas que ocurre por la frontera lateral del depósito de suelo. Los parámetros del oscilador elemental deben interpretarse como los parámetros modales de la estructura de varios grados de libertad con base rígida vibrando en su modo fundamental, es decir: T_e y ζ_e son el periodo y amortiguamiento mientras que M_e y H_e son la masa y altura efectivas correspondientes al modo fundamental (Avilés y col, 1992). En tanto que los parámetros del estrato homogéneo, T_s y β_s, deben interpretarse como el periodo dominante de vibración y la velocidad efectiva de propagación, en ondas de cortante, del depósito de suelo estratificado (Aviles y Perez-Rocha, 1992).

Si el suelo se reemplaza por funciones de impedancia, el sistema suelo-estructura por analizar se reduce al oscilador simple apoyado sobre resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia de excitación que se muestra en la fig 2 Como se desprecian los efectos de la interacción cinemática, este oscilador con base flexible se somete al movimiento de campo libre que tiene lugar en la superficie del depósito de suelo

Dado un temblor característico de diseño en terreno firme, los efectos de sitio e interacción suelo-estructura que se presentan en terreno blando pueden considerarse mediante espectros de sitio con interacción obtenidos a partir del oscilador con base flexible. Sin embargo, como sería necesario conocer tantos espectros como sitios se tengan, parece conveniente representar tales efectos considerando simultáneamente el

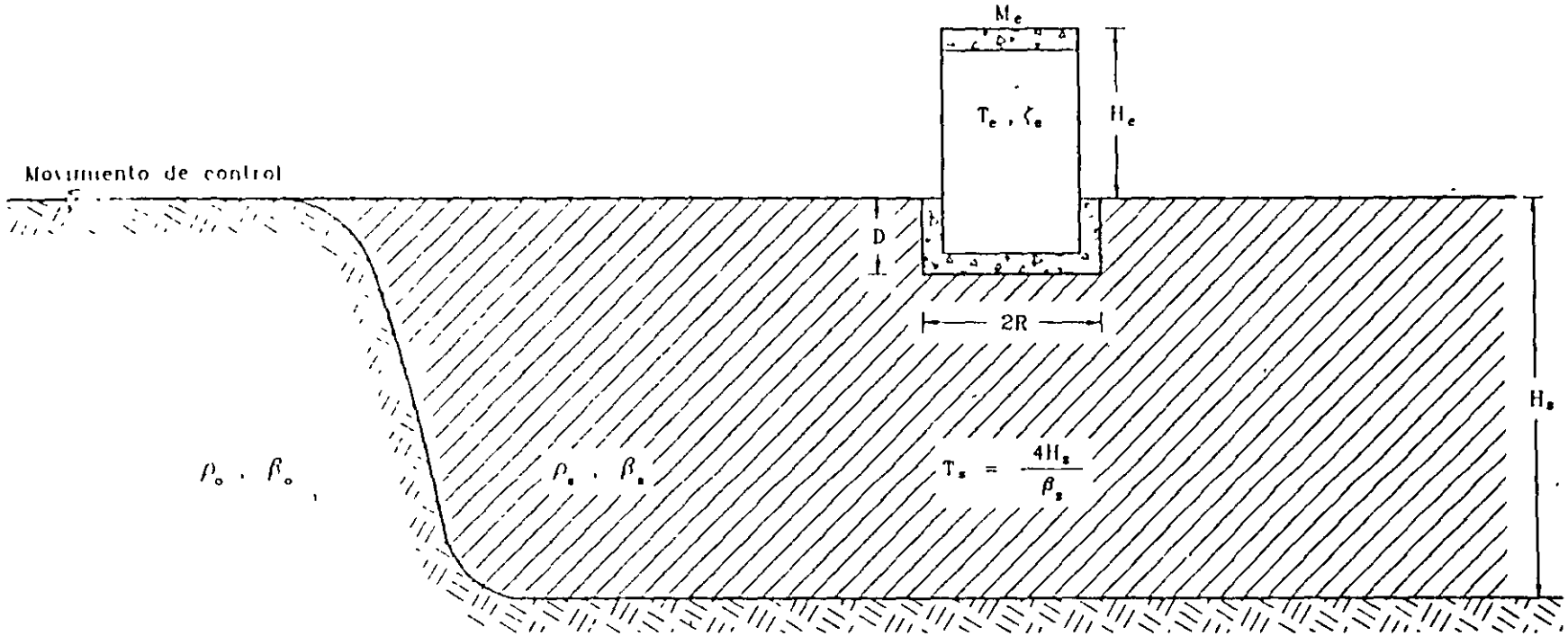


Fig 1 Modelo para considerar los efectos de sitio e interacción suelo–estructura

periodo fundamental de la estructura y el periodo dominante del sitio, de modo que se cubra cualquier configuración de sitio y estructura dentro de un rango establecido.

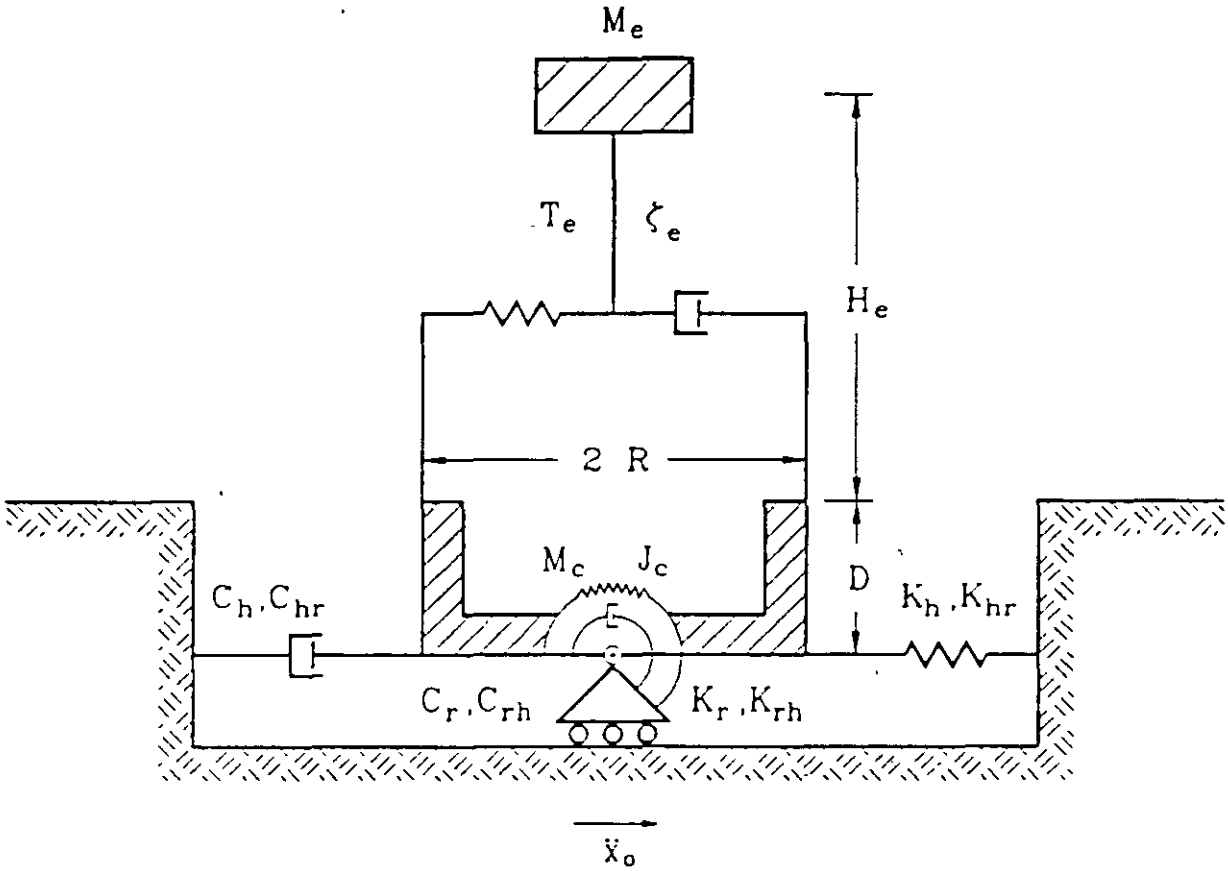


Fig 2 Sistema suelo-estructura

Para llevar a cabo lo anterior, se encontró que una forma adecuada de representar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura simultáneamente consiste en la determinación de curvas de isoaceleración referidas a dos ejes ortogonales correspondientes a los periodos naturales de vibración de la estructura y el sitio. A estas curvas de respuestas máximas de un oscilador elemental sobre un estrato homogéneo, en función del periodo fundamental de la estructura y el periodo dominante del sitio, se les ha definido como contornos de respuesta con interacción.

Este enfoque ingenieril para evaluar los efectos debidos a las condiciones de sitio y la interacción suelo-estructura consta de los siguientes pasos:

2.1 Movimiento de control

Como movimiento de control se toma un temblor característico en el afloramiento de la roca basal, el cual se caracteriza por su espectro de amplitudes de Fourier $|F_t(\omega)|$. La excitación considerada corresponde al componente EW del temblor de Michoacán de 1985 registrado en la estación de Ciudad Universitaria (CU), representativa de los sitios de terreno firme en la ciudad de México. En la fig 3 se muestran los espectros de respuesta y de amplitudes de Fourier correspondientes al movimiento de control considerado.

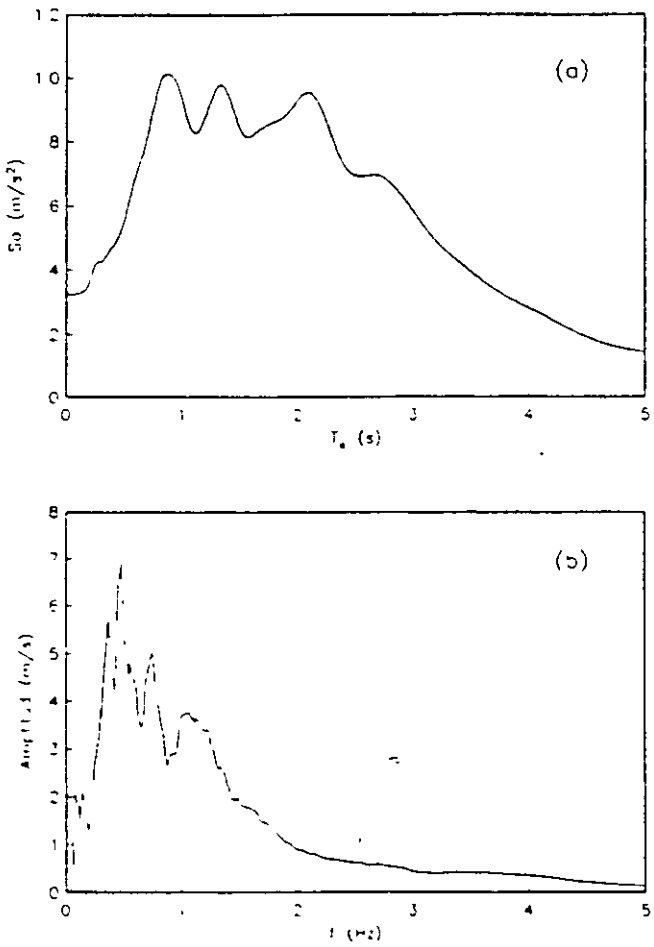


Fig 3 Espectros de respuesta (a) y de amplitudes de Fourier (b) para el componente EW del temblor de Michoacán de 1985 registrado en la estación CU de la ciudad de Mexico

2.2 Condiciones de sitio

A partir de las propiedades del estrato homogéno con base deformable, se determina la función de trasferencia para la aceleración del terreno en la superficie del depósito de suelo ante la incidencia vertical de ondas de cortante, de acuerdo con la expresión (Newmark y Rosenblueth, 1971)

$$H_s(\omega) = \frac{1}{\cos(k_s H_s) + i\, p\, \mathrm{sen}(k_s H_s)} \qquad (1)$$

en donde

$$p = \frac{\rho_s\, \beta_s}{\rho_o\, \beta_o} \qquad (2)$$

es la relación de impedancias entre el estrato y la roca basal, la cual representa al amortiguamiento geométrico por radiación de ondas; $k_s = \omega/\beta_s$ es el número de onda de cortante del estrato mientras que $\rho_{o,s}$ y $\beta_{o,s}$ son la densidad y la velocidad de ondas de cortante del suelo, respectivamente. El amortiguamiento material por comportamiento histerético se introduce reemplazando a $\beta_{o,s}$ por $\beta_{o,s}(1+i\zeta_{o,s})$, siendo $\zeta_{o,s}$ el coeficiente de amortiguamiento del suelo. Los índices s y o indican el estrato y la roca basal, respectivamente.

2.3 Interacción suelo-estructura

En el dominio de la frecuencia, se plantea la ecuación de movimiento del oscilador con base flexible de tres grados de libertad, la cual resulta ser (Avilés y col, 1992)

$$\left[K_s + i\,\omega\, C_s - \omega^2 M_s \right] X_s = - X_0\, M_0 \qquad (3)$$

donde ω es la frecuencia de excitación y $X_s = \{X_e, X_c, \Phi_c\}^T$ el vector de coordenadas generalizadas del sistema suelo-estructura, siendo X_e la deformación de la estructura, X_c el desplazamiento de la base de la cimentación relativo al movimiento de campo libre X_0 y Φ_c la rotación de

la cimentación. El vector de cargas, $\mathbf{M}_0$, la matriz de masa, $\mathbf{M}_s$, la de amortiguamiento, $\mathbf{C}_s$, y la de rigidez, $\mathbf{K}_s$, del sistema acoplado tienen las siguientes formas:

$$\mathbf{M}_0 = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e(H_e+D) + M_c D/2 \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e+D) \\ M_e & M_e+M_c & M_e(H_e+D)+M_c D/2 \\ M_e(H_e+D) & M_e(H_e+D)+M_c D/2 & M_e(H_e+D)^2+J_c \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} \tag{7}$$

donde M_c es la masa de la cimentación, J_c el momento de inercia de la masa del cimiento con respecto al eje de rotación de su base y D la profundidad de desplante de la cimentación, mientras que K_e y C_e son la rigidez y el amortiguamiento, respectivamente, de la estructura con base rígida. A su vez, K_h y C_h representan la rigidez y el amortiguamiento del suelo en el modo de traslación de la cimentación, K_r y C_r la rigidez y el amortiguamiento del suelo en el modo de rotación de la cimentación y $K_{hr} = K_{rh}$ y $C_{hr} = C_{rh}$ la rigidez y el amortiguamiento del suelo acoplados, estos resortes lineales y amortiguadores viscosos se obtienen a partir de una base de datos para rigideces dinámicas rigurosas (Avilés y Pérez-Rocha, 1992), usando una cimentación circular equivalente de radio R

Resolviendo la ec 3, se determina la función de trasferencia para la seudoaceleración de la estructura interactuando con el suelo como $H_e(\omega) = \omega_e^2 X_e / \ddot{X}_0$, siendo ω_e la frecuencia fundamental de la estructura supuesta con base indeformable

2.4 Contornos de respuesta

Conocidos el espectro de amplitudes de Fourier de la excitación así como las funciones de trasferencia del suelo y la estructura, se obtiene el espectro de amplitudes de Fourier de la respuesta estructural mediante el producto

$$|F_e(\omega)| = |F_t(\omega)|\ |H_s(\omega)|\ |H_e(\omega)| \qquad (8)$$

Finalmente, con base en el espectro de amplitudes de Fourier de la respuesta estructural y la duración estimada de la excitación en terreno blando, se calculan los valores esperados de las respuestas máximas mediante la teoría de vibraciones aleatorias (Boore, 1983; Boore y Joyner, 1984), los cuales representan las magnitudes de los contornos de respuesta con interacción para las coordenadas (T_e, T_s) en el plano de periodos naturales de vibración.

3. CONTORNOS DE RESPUESTA CON INTERACCION

Los contornos de respuesta con interacción pueden expresarse en términos de parámetros adimensionales que son característicos de los sistemas suelo-estructura, los cuales se definen como sigue:

a) Relación de masas de la cimentación entre la estructura: $\tilde{m} = \dfrac{M_c}{M_e}$

b) Relación de momentos de inercia de masa de la cimentación entre la estructura $\bar{J} = \dfrac{J_c}{M_e (H_e + D)^2}$

c) Densidad relativa de la estructura respecto al suelo: $\tilde{\rho} = \dfrac{M_e}{\rho_s \pi R^2 H_e}$

d) Coeficientes de amortiguamiento del suelo y la estructura. ζ_s y ζ_e

e) Relación de Poisson del suelo: ν_s

f) Profundidad relativa del depósito de suelo: $\tilde{h}_s = \frac{H_s}{R}$

g) Profundidad de desplante relativa de la cimentació: $\tilde{d} = \frac{D}{R}$

h) Relación de esbeltez de la estructura: $\tilde{h}_e = \frac{H_e}{R}$

Para estructuras de edificios, las variaciones de $\tilde{m}$, $\tilde{j}$ y $\tilde{\rho}$ no influyen significativamente en la respuesta estructural (Avilés y col, 1992), por lo que se adoptaron los valores representativos $\tilde{m} = 0.2$, $\tilde{j} = 0.05$ y $\tilde{\rho} = 0.15$. Asimismo, por tratarse de estructuras y suelos típicos del valle de México, se tomaron los valores usuales $\zeta_s = 0.05$ y $\zeta_e = 0.05$ aplicables en situaciones prácticas.

Los parámetros característicos que controlan la respuesta estructural son la profundidad del depósito de suelo, el enterramiento de la cimentación y la esbeltez de la estructura, por lo que se consideraron los siguientes valores a fin de cubrir la mayor parte de casos reales: $\tilde{h}_s$ = 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 10, $\tilde{d}$ = 0, 1/2 y 1, y $\tilde{h}_e$ = 1, 3 y 5

Es conocido que los periodos dominantes en sitios del valle de México alcanzan valores hasta de cinco segundos Similarmente, las estructuras ahi desplantadas pueden llegar a tener periodos fundamentales del mismo orden Esta situación sugiere evaluar los efectos de sitio e interacción suelo-estructura en el intervalo de periodos naturales de vibración comprendido entre 0 y 5 s

La forma de los contornos de respuesta sin efectos de interacción suelo-estructura se muestra en la fig 4, la cual se caracteriza por el hecho de que las respuestas resonantes asociadas al modo fundamental del sitio se presentan a lo largo de la recta con pendiente igual a uno, es decir, cuando el periodo fundamental de la estructura coincide con el periodo dominante del sitio, las respuestas resonantes asociadas al primer modo superior del sitio se presentan a lo largo de la recta con pendiente igual a tres Los contornos de respuesta son de gran utilidad para identificar los sitios con mayor amplificación dinámica ante un

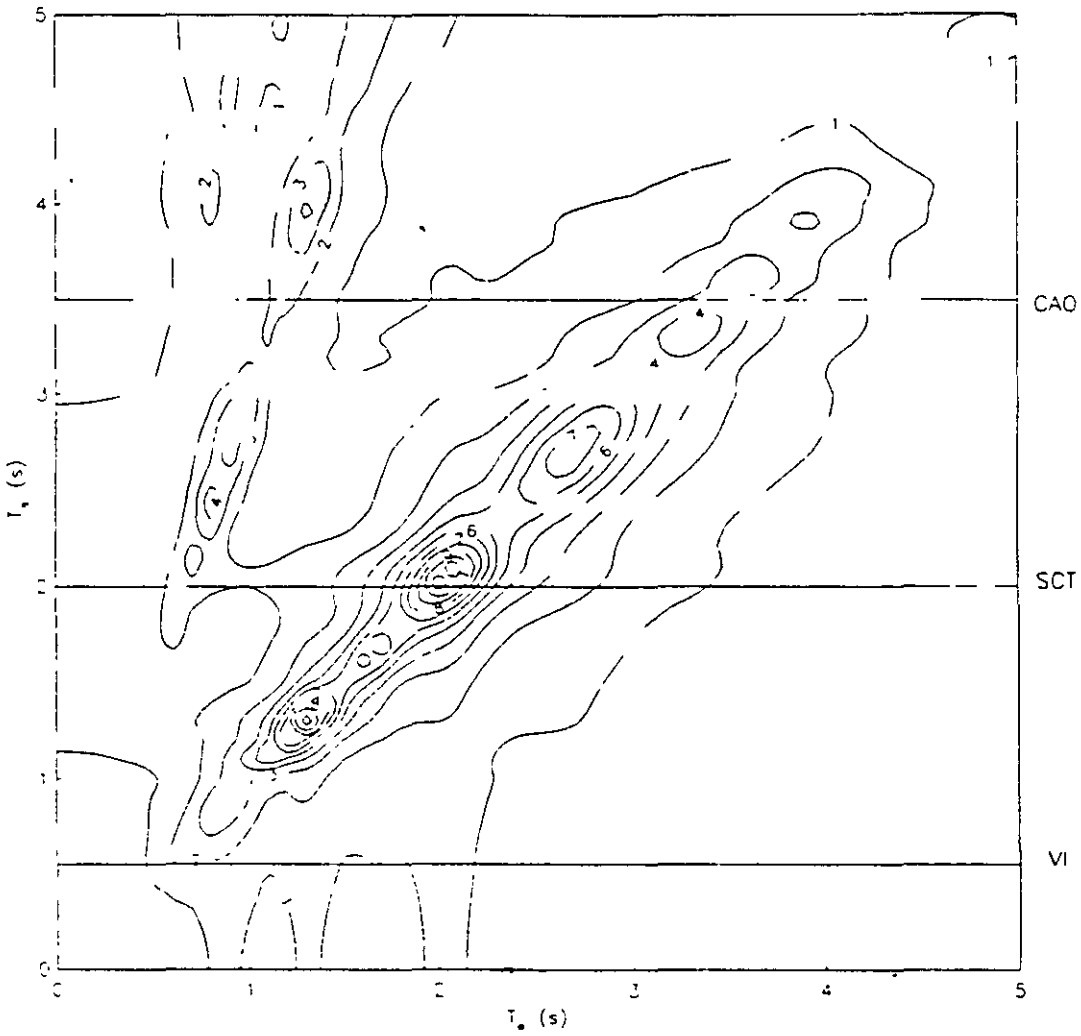


Fig. 4 Contornos de respuesta sin efectos de interaccion suelo-estructura

temblor característico postulado en terreno firme; en este caso, tales sitios resultan ser los que tienen periodos dominantes de T_s = 2 s, como ocrrió en la realidad.

Para fines de calibración, se seleccionaron los sitios de SCT y CAO en la zona blanda y el sitio VI en la zona de transición (Seed y col, 1988). Los perfiles estratigráficos de estos sitios se idealizaron mediante estratos homogéneos cuyas propiedades son las siguientes:

Sitio	Profundidad	Velocidad efectiva	Relación de Poisson
VI	12 m	87 m/s	0.45
SCT	38 m	76 m/s	0.45
CAO	56 m	64 m/s	0.50

Según el modelo unidimensional de ondas de cortante, el periodo fundamental de un manto simple es igual a

$$T_s = \frac{4\,H_s}{\beta_s} \qquad (9)$$

lo que implica que los periodos dominantes sean T_s = 0.55 s para VI, T_s = 2 s para SCT y T_s = 3.5 s para CAO.

Realizando cortes en la fig 4 a lo largo de T_s = 0.55, 2 y 3.5 s, se pueden inferir los espectros de respuesta sin efectos de interacción suelo-estructura (- - -) que se esperarían en los sitios VI, SCT y CAO, respectivamente, los cuales son una buena aproximación de los espectros de sitio sin interacción calculados con las excitaciones resgistradas en esas estaciones (———), como se muestra en la fig 5. Las relaciones de impedancias para estos s tios se ajustaron de tal forma que se lograra la concordancia mostrada Los valores que resultaron del ajuste VI, SCT y CAO se tomaron como representativos para los sitios cuyo periodo dominante fuera $0 < T_s < 1$ s, $1 < T_s < 3$ s y $3 < T_s < 5$ s, respectivamente.

En las figs 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 se presentan los contornos de respuesta con interacción para $\tilde{h}_s$ = 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 10, respectivamente, en cada figura se muestran resultados para d = 0, 1/2 y

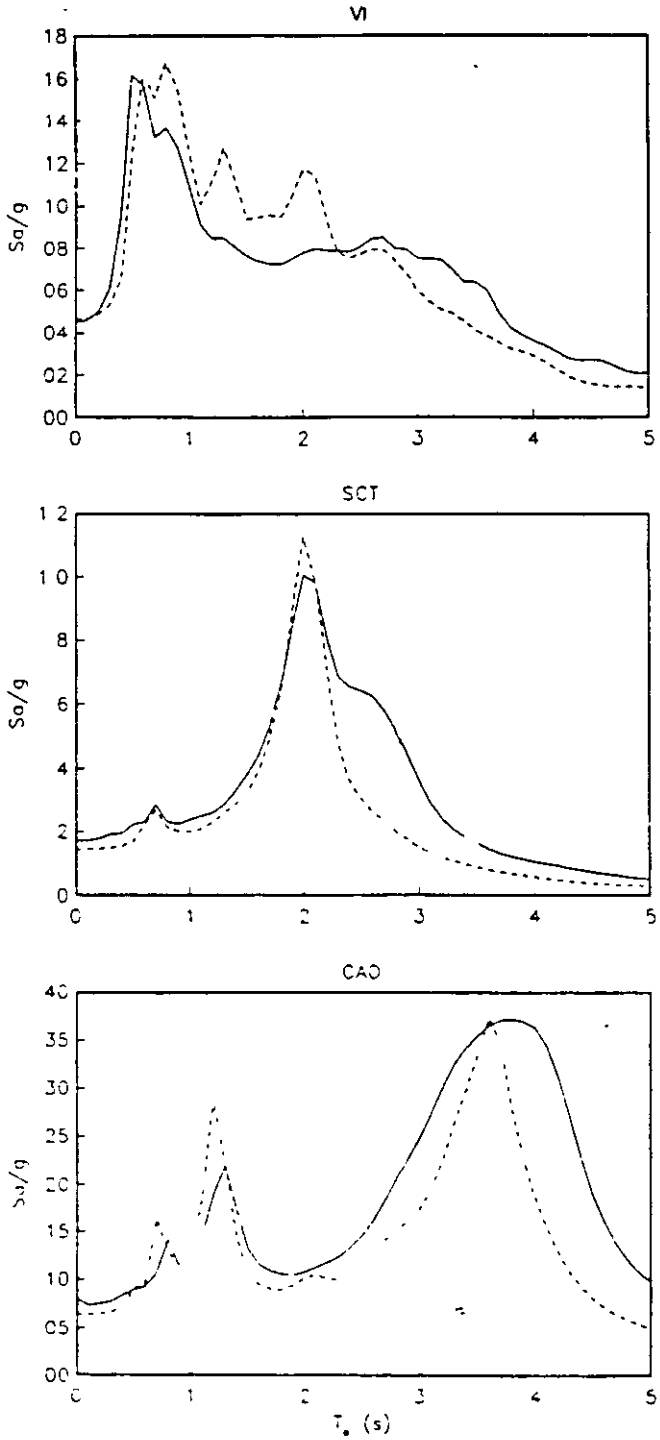


Fig. 5 Espectros de respuesta sin interacción en los sitios VI, SCT y CAO, inferidos a partir de contornos de respuesta (- - -) y calculados in situ (———)

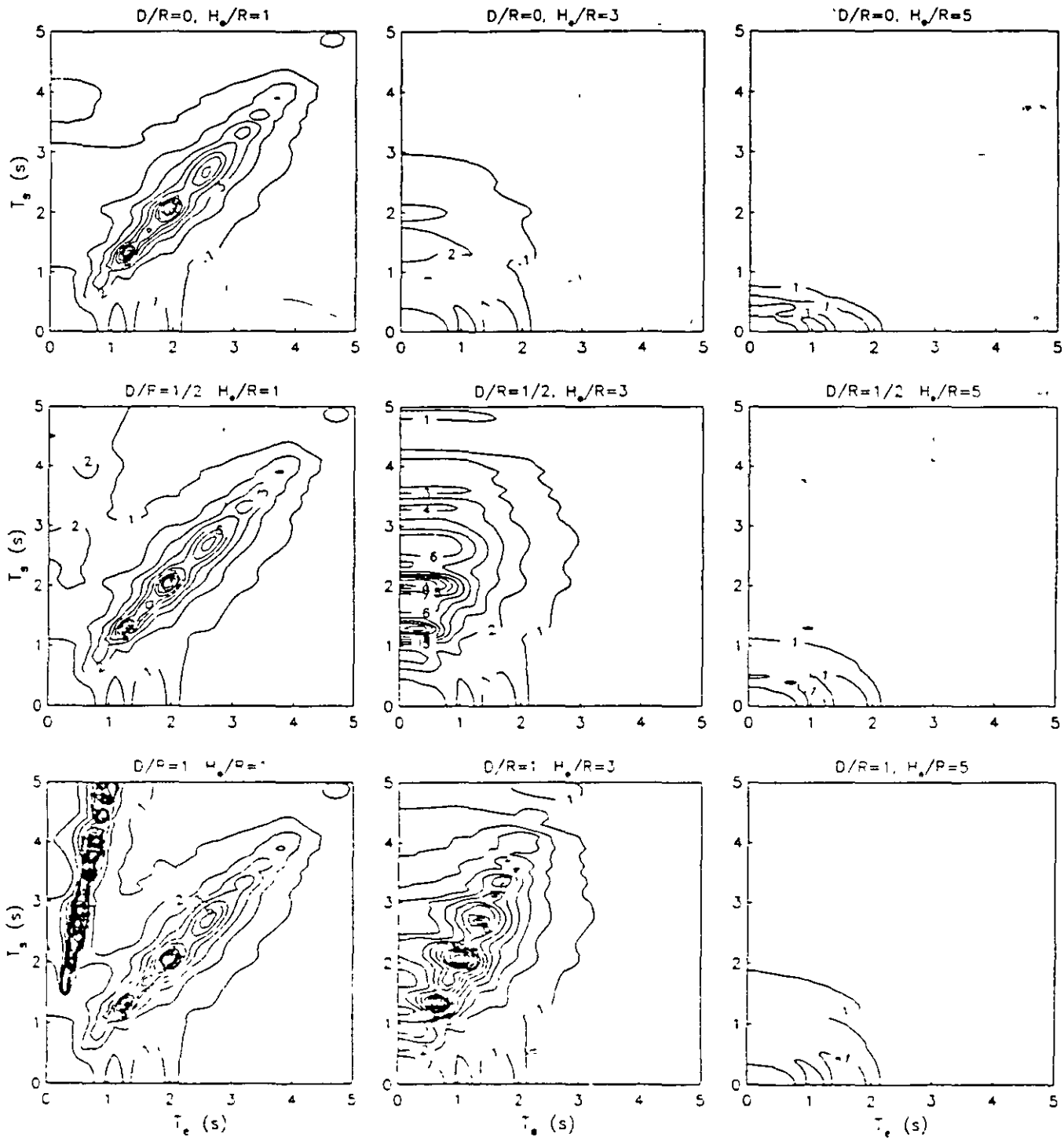


Fig. 6 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 2$

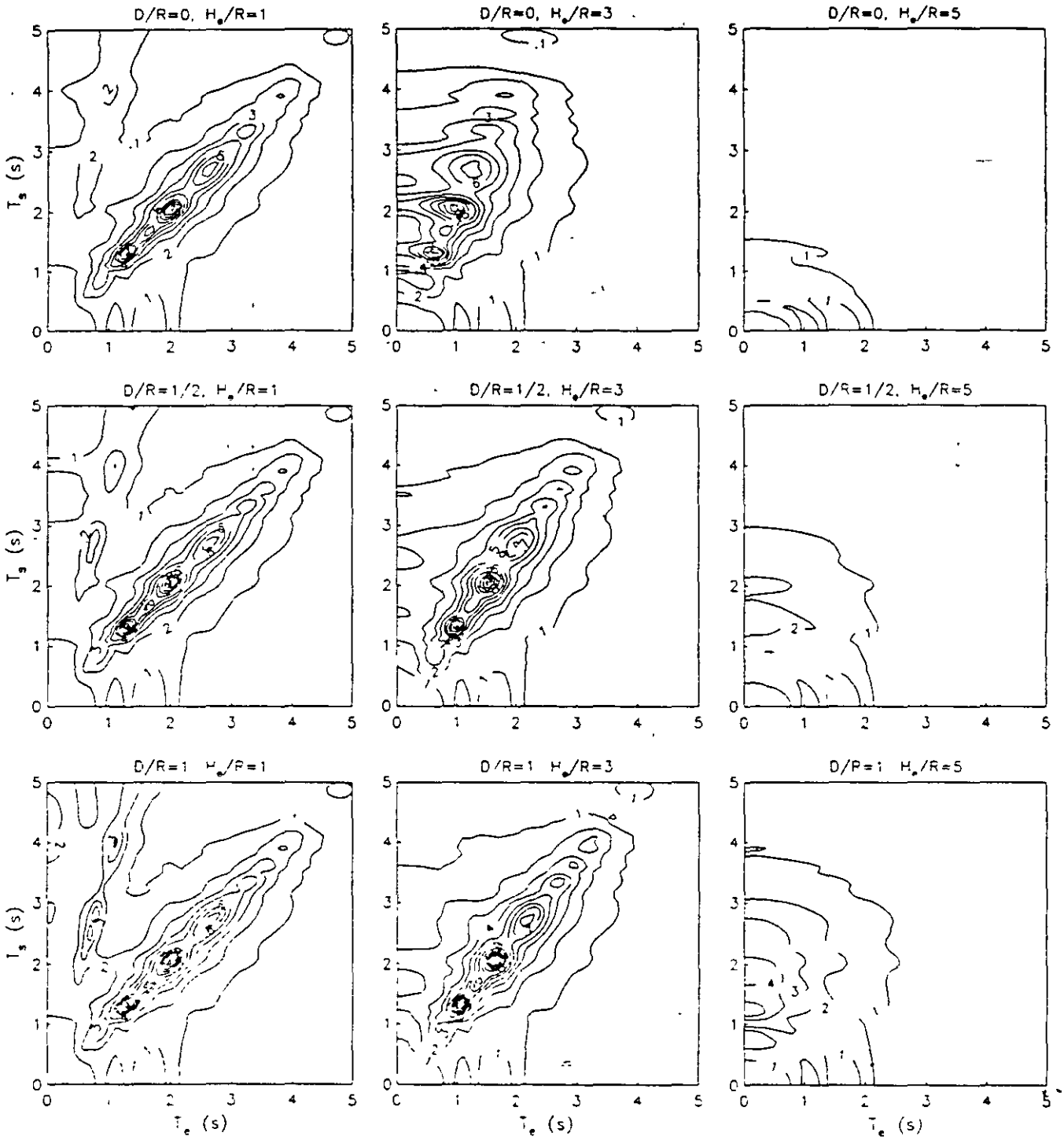


Fig. 7 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 3$

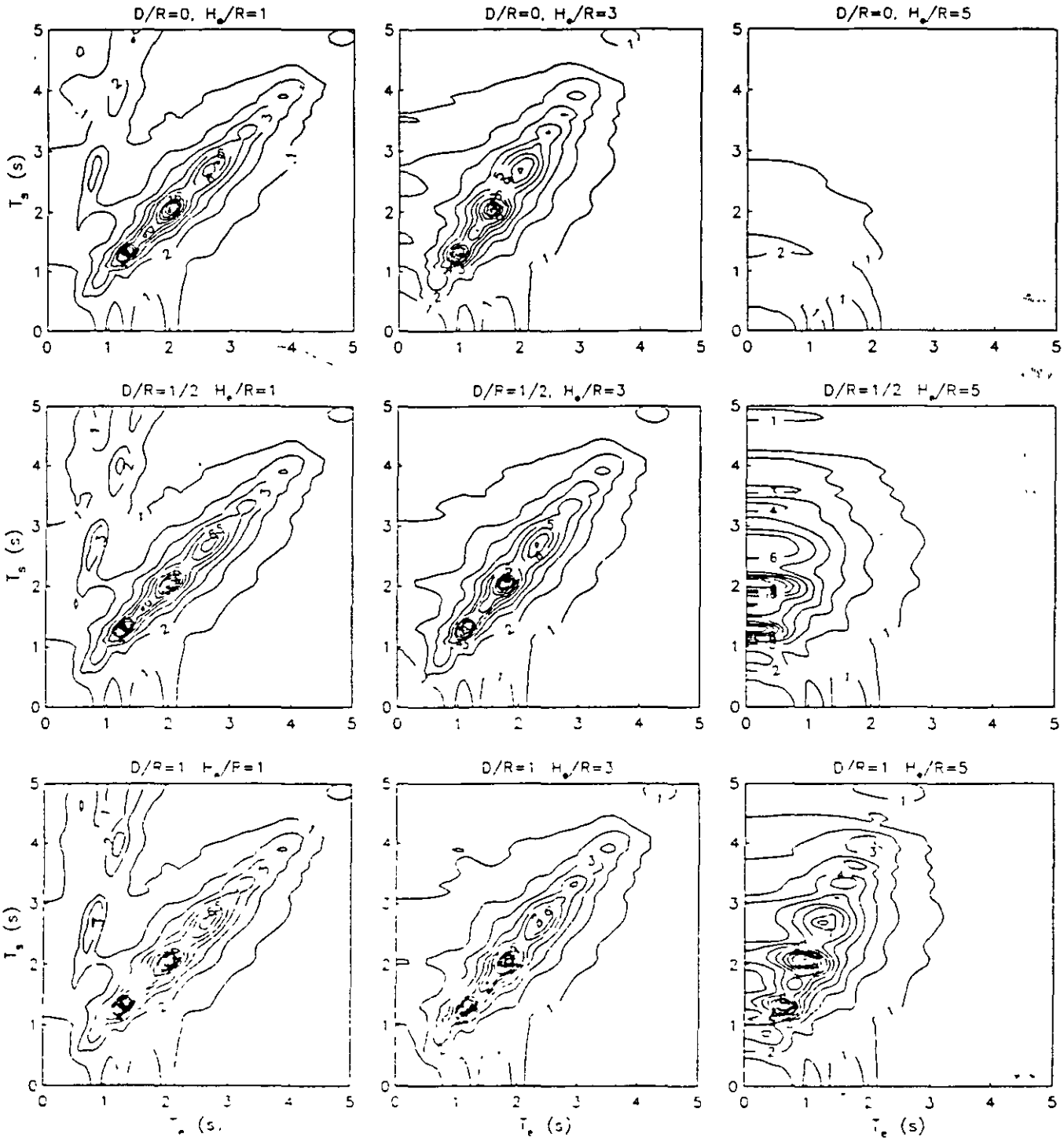


Fig. 8 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 4$

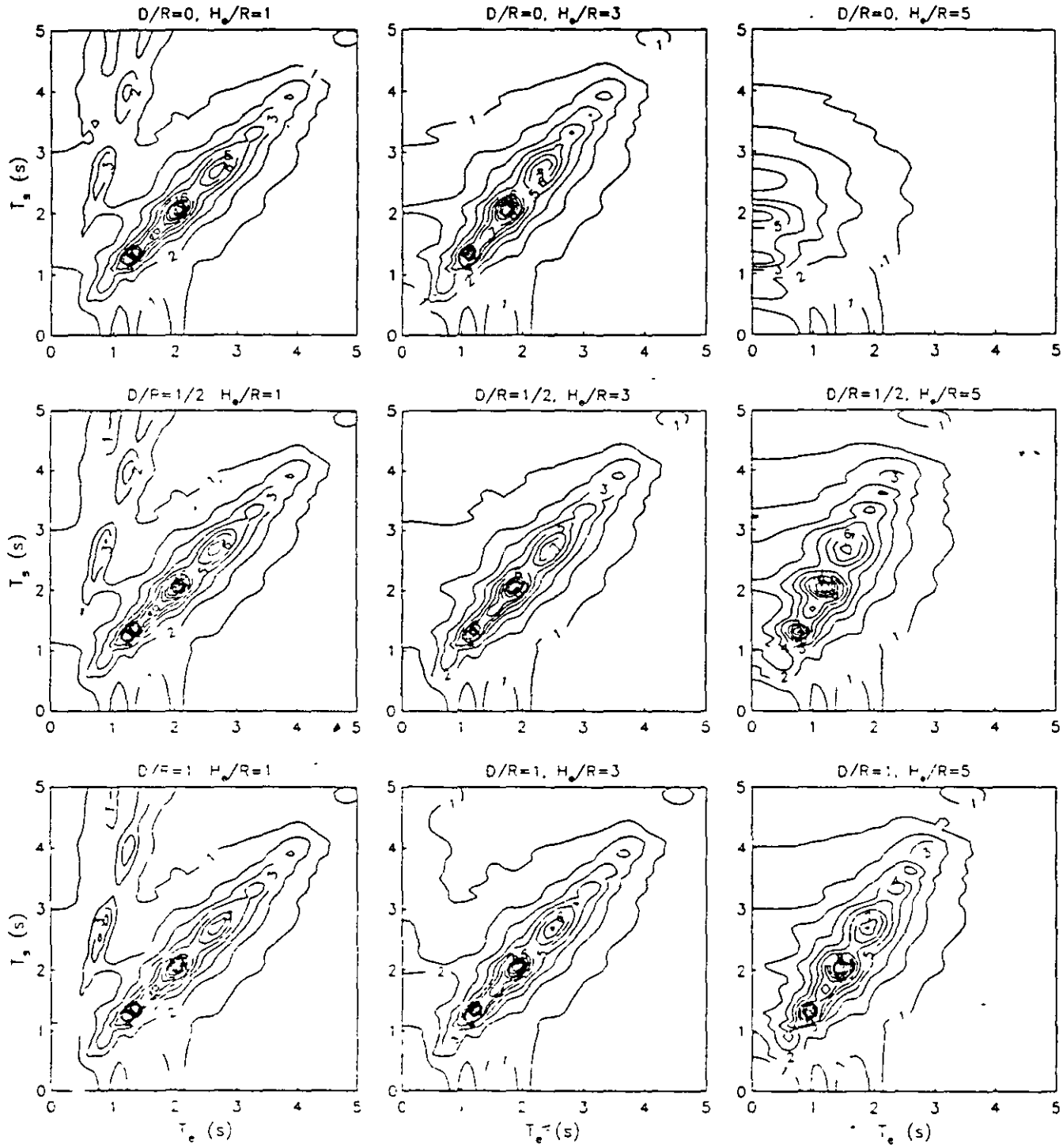


Fig. 9 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 5$

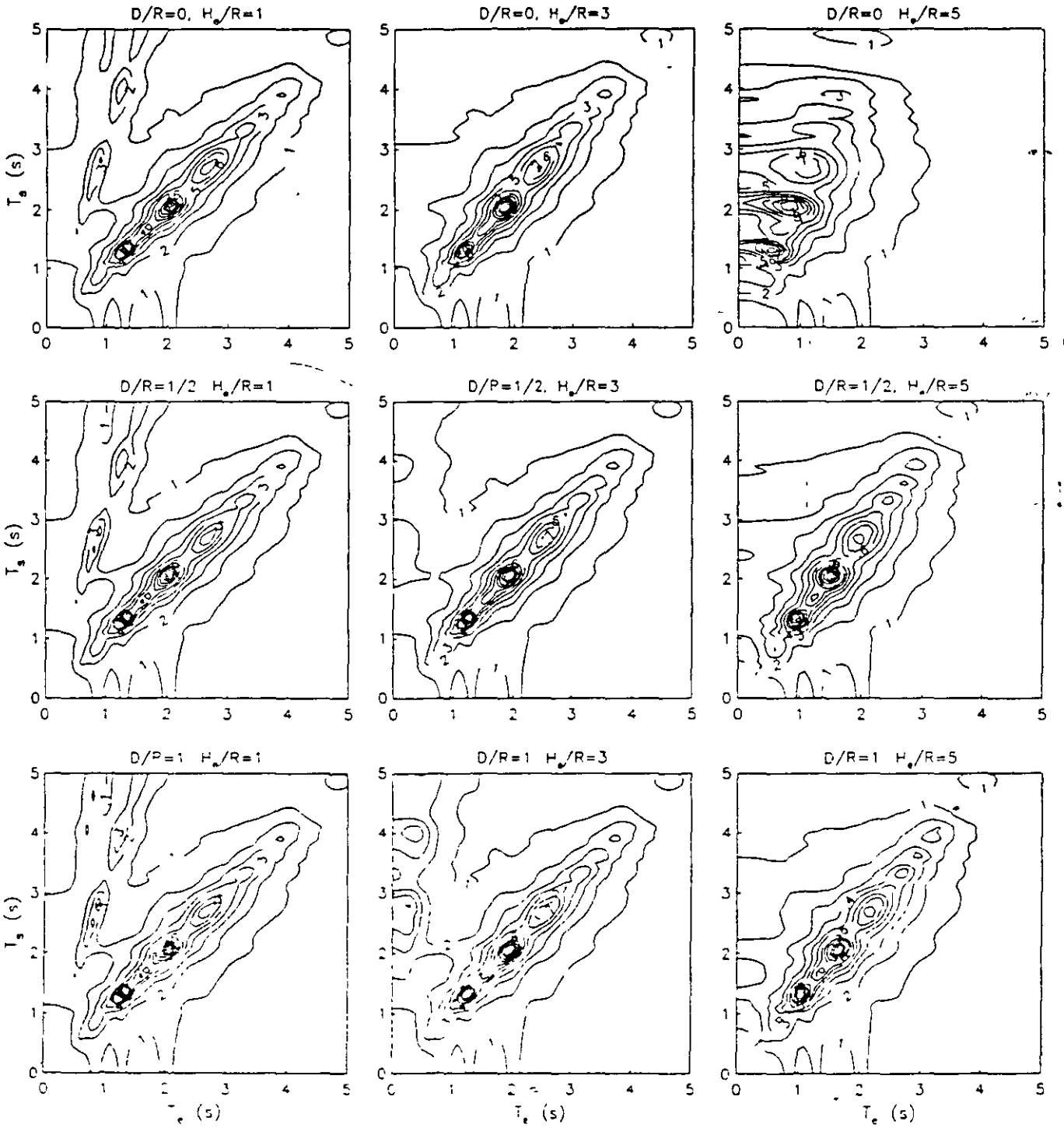


Fig. 10 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 6$

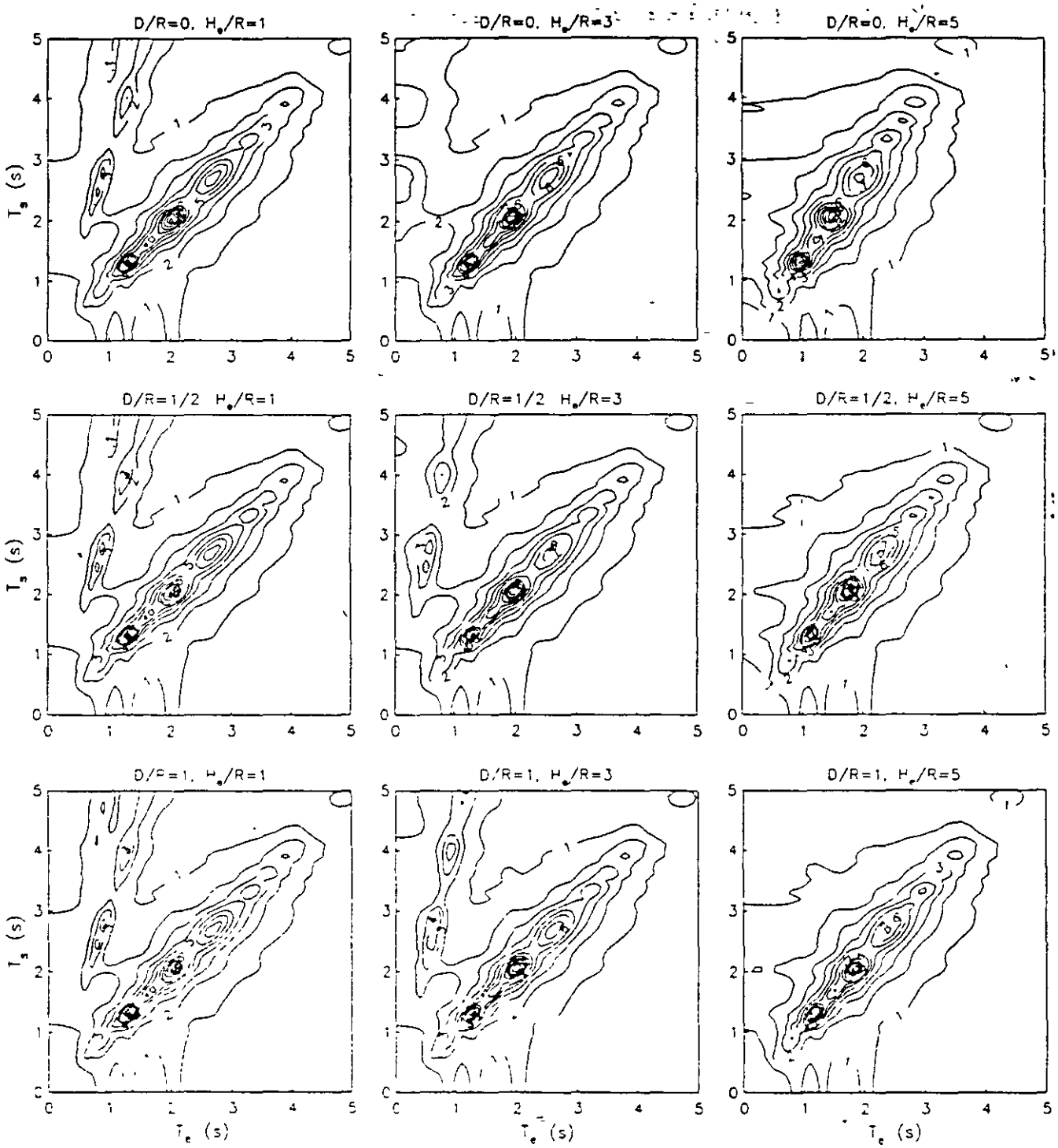


Fig. 11 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_s/R = 8$

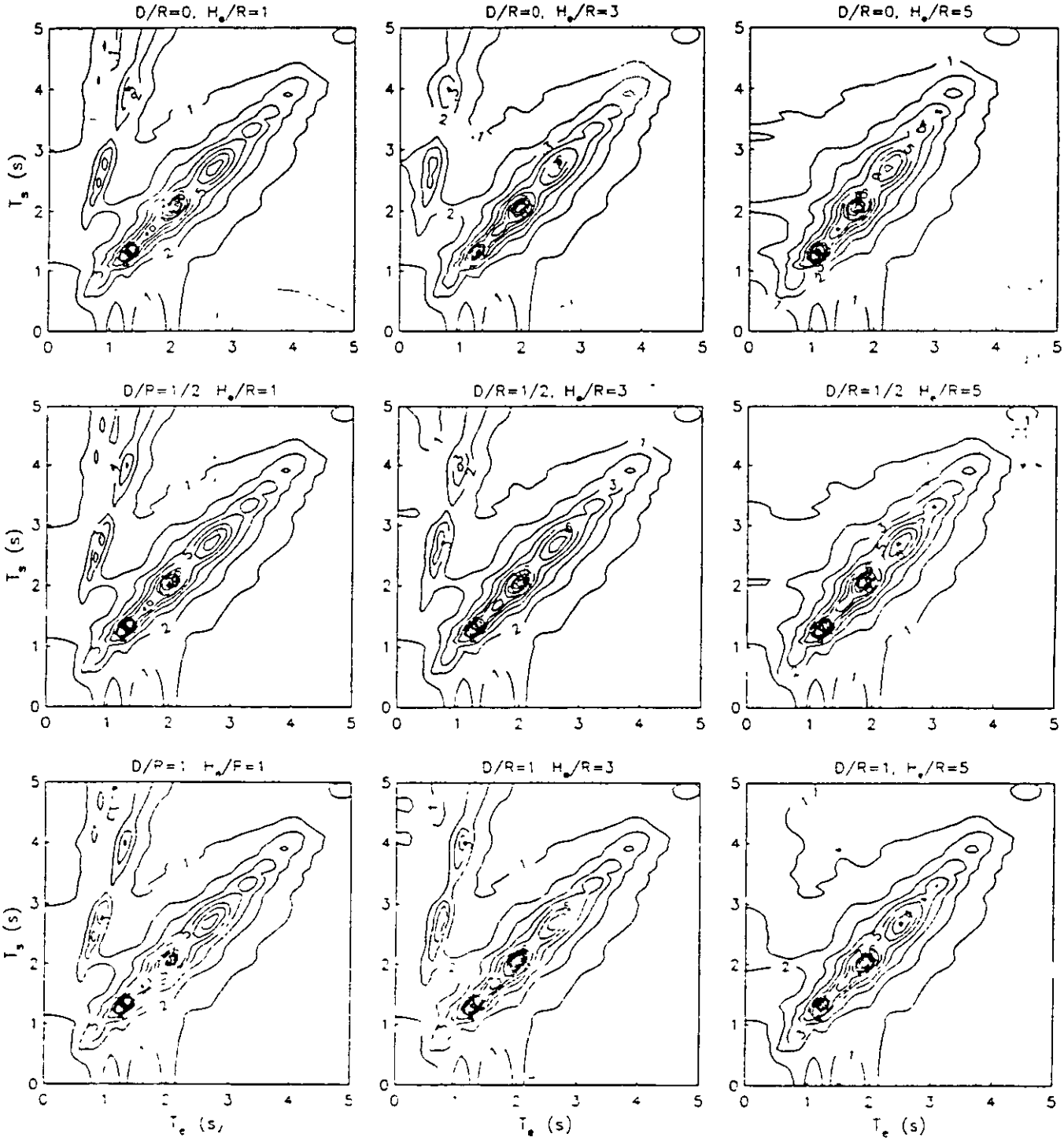


Fig. 12 Contornos de respuesta con efectos de interacción suelo-estructura para $H_e/R = 10$

1, en renglones, así como para $\tilde{h}_e$ = 1, 3 y 5, en columnas. Estos contornos permiten predecir el escenario de interacción que tendría lugar en el valle de México ante un temblor característico postulado en terreno firme. El comportamiento observado es complejo, dependiendo de la configuración de sitio y estructura definida por los valores de $\tilde{h}_s$, $\tilde{d}$ y $\tilde{h}_e$. Sin embargo, se pueden apreciar algunas tendencias generales debidas a los efectos de interacción suelo-estructura.

Como consecuencia del alargamiento del periodo, las respuestas resonantes asociadas al modo fundamental del sitio se presentan a lo largo de rectas con pendiente mayor que uno, esto es, cuando el periodo fundamental de la estructura es menor que el periodo dominante del sitio, cuanto mayor es la pendiente de estas rectas mayores son los efectos de interacción en el periodo. Debido a la modificación del amortiguamiento, las respuestas con interacción se amplifican o atenúan con respecto a las respuestas sin interacción. Los efectos de interacción se intensifican a medida que aumenta la esbeltez de la estructura y disminuye tanto la profundidad del depósito de suelo como el enterramiento de la cimentación, de suerte que para $\tilde{h}_s$ = 2, $\tilde{d}$ = 0 y $\tilde{h}_e$ = 5 se presenta el caso de mayor interacción, mientras que para $\tilde{h}_s$ = 10, $\tilde{d}$ = 1 y $\tilde{h}_e$ = 1 se tiene el caso de menor interacción.

4. VARIACION DEL CORTANTE BASAL EN DIFERENTES SITIOS

A partir de los contornos de respuesta presentados pueden estimarse los espectros de respuesta con efectos de sitio e interacción suelo-estructura para los sitios VI, SCT y CAO, a fin de evaluar la variación del cortante basal en estructuras con diferentes condiciones de interacción.

En las figs 13, 14 y 15 se muestran los espectros de sitio con interacción correspondientes a los sitios VI, SCT y CAO, respectivamente, para $\tilde{h}_s$ = 2, 5 y 10 en renglones y $\tilde{d}$ = 0, 1/2 y 1 en columnas, en cada figura se muestran resultados para $\tilde{h}_e$ = 1 (———), 3 y 5 (– – –). Además, se anexan los espectros de sitio sin interacción (· · ·) como referencia

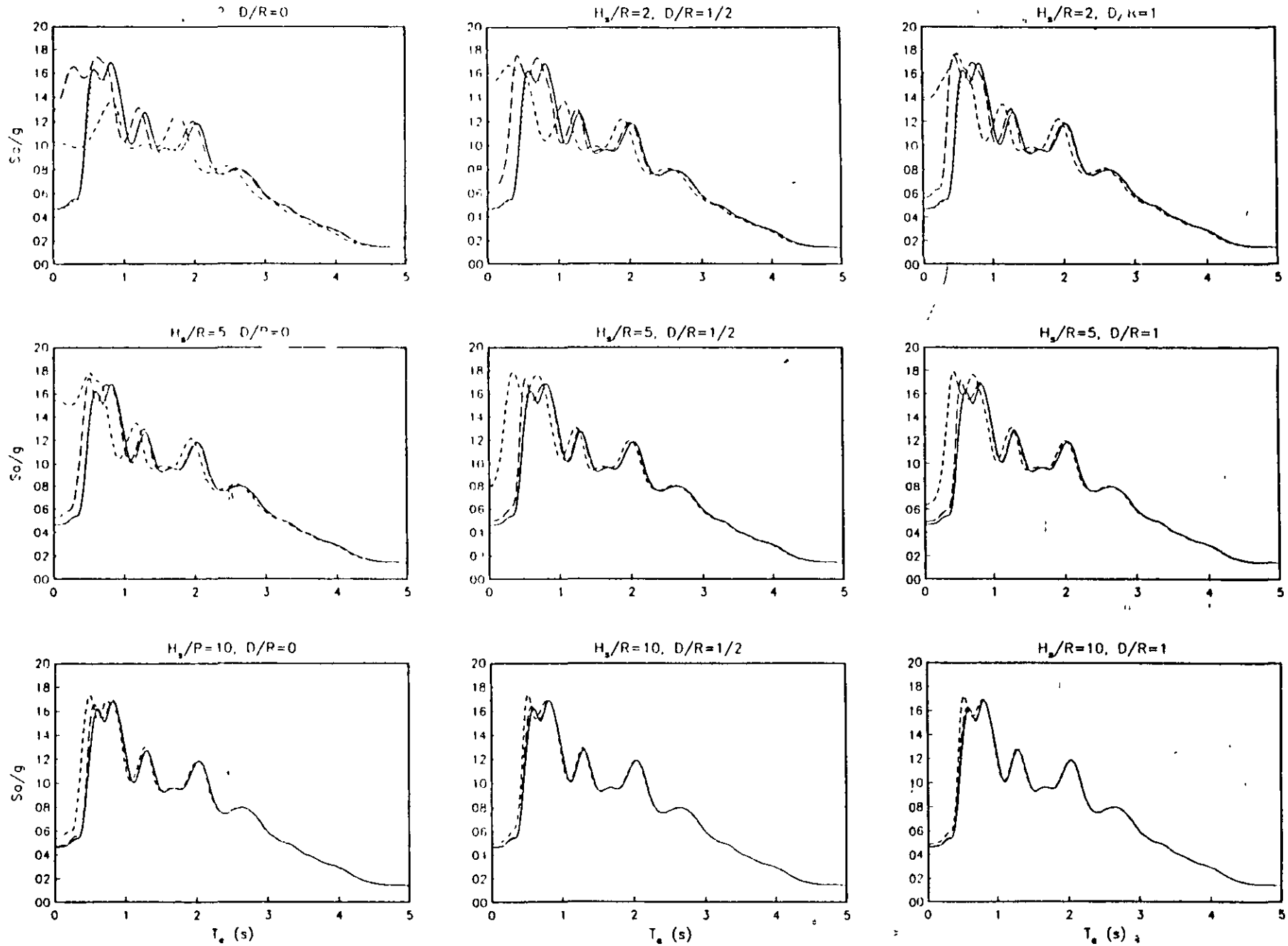


Fig 13 Espectros de respuesta con efectos de sitio e interaccion suelo–estructura para la estacion VI

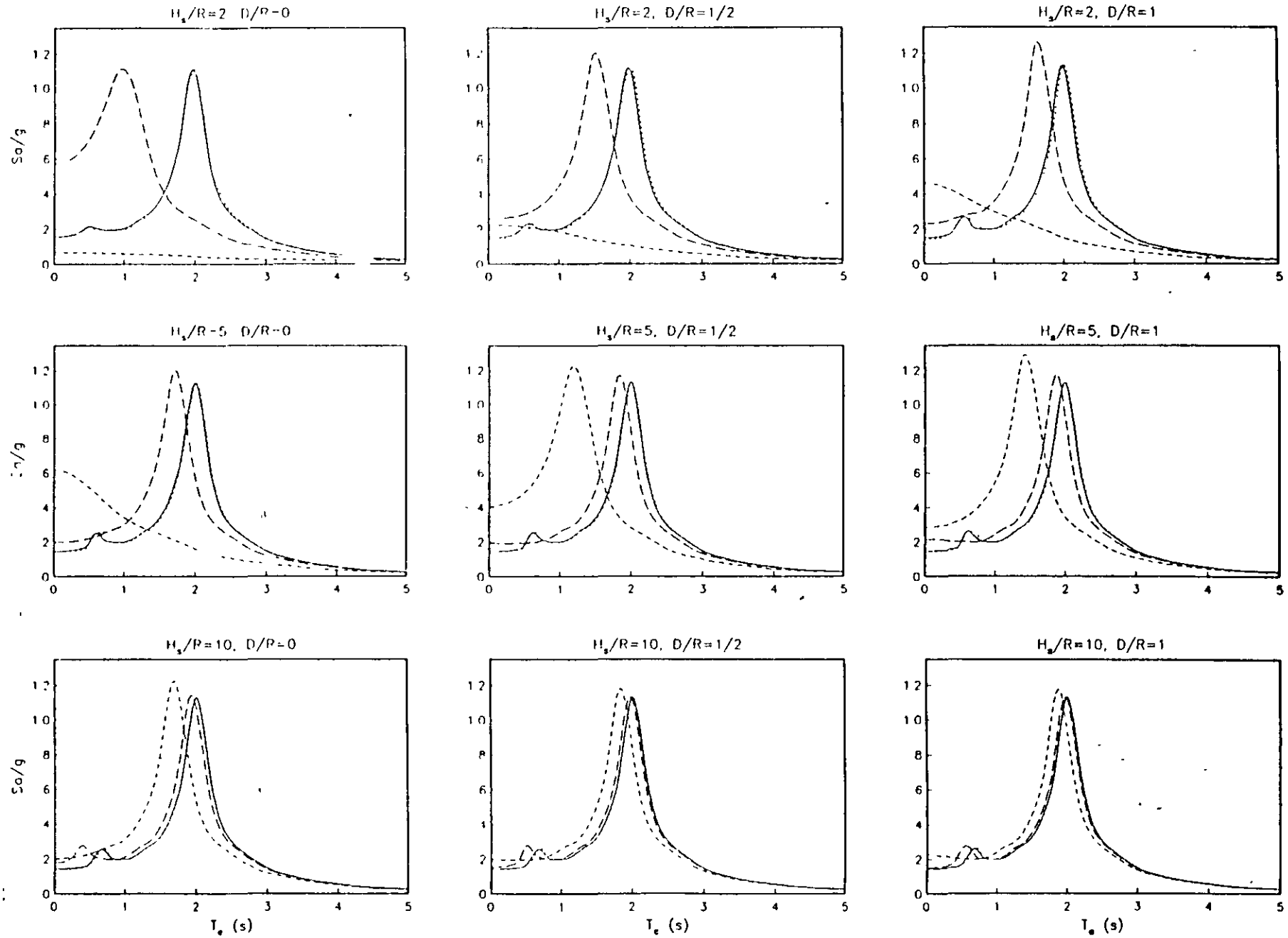


Fig 14 Espectros de respuesta con efectos de sitio e interaccion suelo-estructura para la estacion SCT

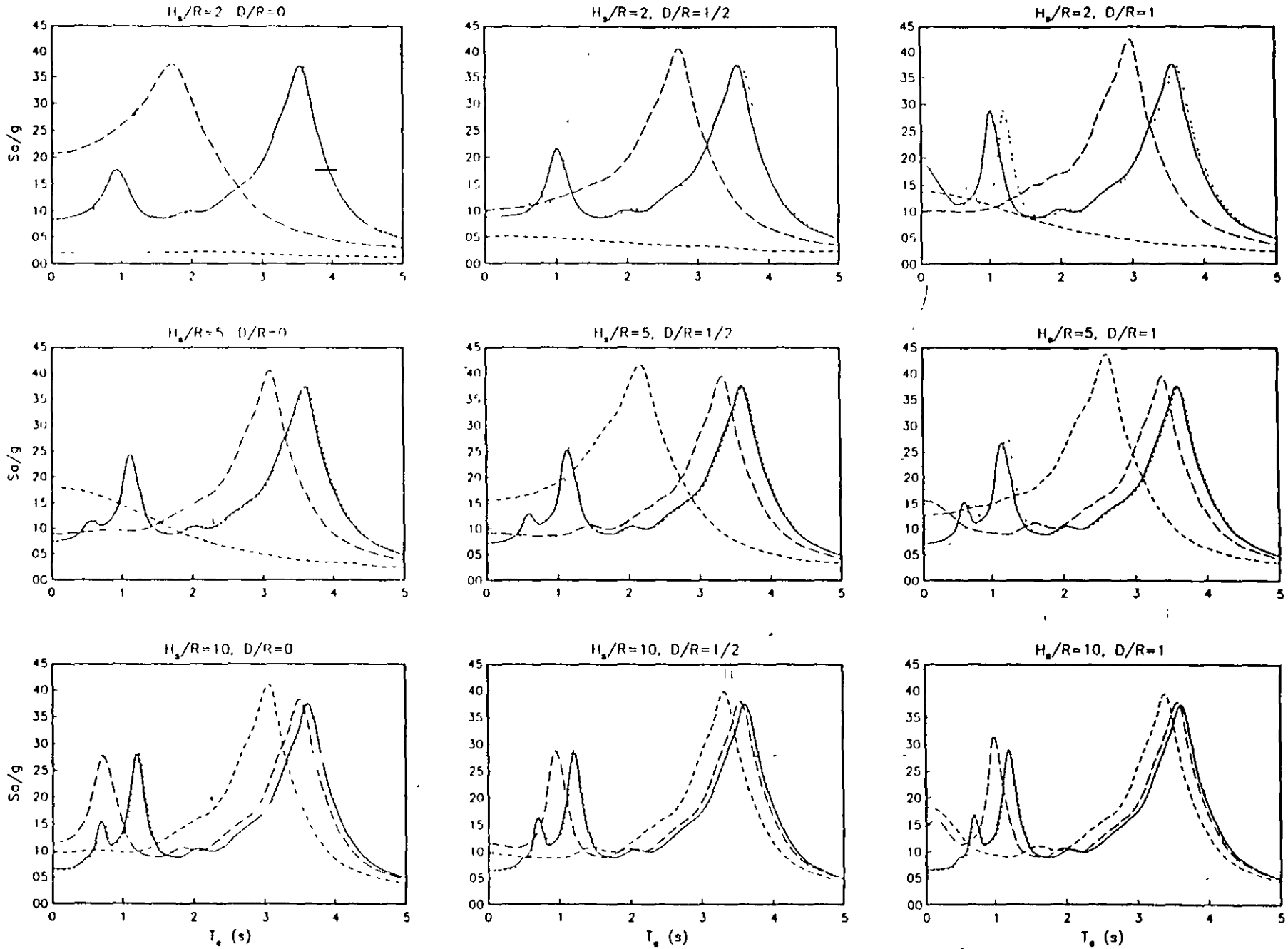


Fig 15 Espectros de respuesta con efectos de sitio e interaccion suelo-estructura para la estacion CAO

Independientemente del sitio, los efectos de interacción son muy pronunciados para cimentaciones superficiales en depósitos de suelo poco profundos ($\tilde{h}_s = 2$ y $\tilde{d} = 0$); en el caso contrario son casi despreciables ($\tilde{h}_s = 10$ y $\tilde{d} = 1$), ya que los picos resonantes prácticamente coinciden en posición y amplitud con el pico resonante del espectro de sitio sin interacción. Asimismo, tales efectos se incrementan con la esbeltez de la estructura que resulta ser el parámetro característico dominante; este incremento es mas importante cuando se reduce la profundidad del depósito de suelo que cuando se reduce el enterramiento de la cimentación.

Adicionalmente, los espectros de sitio con interacción tienden a ensancharse a medida que los efectos de interacción son más acentuados. Los picos resonantes se amplifican o atenúan con respecto al pico resonante del espectro de sitio sin interacción debido a la modificación del amortiguamiento, a la vez que se corren hacia periodos menores que el correspondiente a dicho pico como consecuencia del alargamiento del periodo Las ordenadas espectrales para periodo cero son mayores que la ordenada respectiva del espectro de sitio sin interacción, ya que representan las aceleraciones de una estructura rígida sobre suelos flexibles.

Con base en estos resultados se pueden evaluar los efectos de interacción en el cortante basal debidos a la influencia del contraste de rigidez entre la estructura y el suelo. La interacción suelo-estructura se intensifica a medida que disminuye la rigidez del suelo, de modo que los efectos de interacción son más importantes en los sitios CAO y SCT de la zona blanda que en el sitio VI de la zona de transición A su vez, el fenómeno de interacción es menos importante en SCT que en CAO, lo que es congruente con los valores de las velocidades efectivas de ambos sitios.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentando un procedimiento de aplicación práctica para

representar los efectos de la interacción suelo-estructura en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de vibración, teniendo en cuenta los efectos de las condiciones de sitio, el cual se ha aplicado a diferentes configuraciones de sitio y estructura típicas del valle de México.

Se determinaron contornos de respuesta con interacción que permiten predecir las respuestas máximas de sistemas suelo-estructura, en función del periodo dominante del sitio y el periodo fundamental de la estructura, que ocurrirían en el valle de México ante un temblor característico postulado en terreno firme. En general, se encontró que los efectos de interacción se intensifican a medida que aumenta la esbeltez de la estructura y disminuye tanto la profundidad del depósito de suelo como el enterramiento de la cimentación.

A partir de estos contornos se obtuvieron espectros de respuesta con interacción para algunos sitios representativos de las zonas de transición y blanda en el valle de México, ante diferentes condiciones de interacción. Se confirmó que los efectos de interacción dependen esencialmente del contraste de rigidez entre la estructura y el suelo, de suerte que se atenúan conforme aumenta la rigidez del suelo

6. RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen a E. Rosenblueth la revisión crítica del manuscrito, así como a J L. Tassoulas y E. Kausel por el programa SUPELM proporcionado para elaborar la base de datos de funciones de rigidez usada en este estudio. Este trabajo fue patrocinado por la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal

7. REFERENCIAS

1. Avilés J y Pérez-Rocha E (1992), "Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, Vol. 2, No. 1, pp. 22-81.

2. Avilés J, Pérez-Rocha E y Aguilar R (1992), "Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, Vol. 2, No. 2, pp. 17-62.

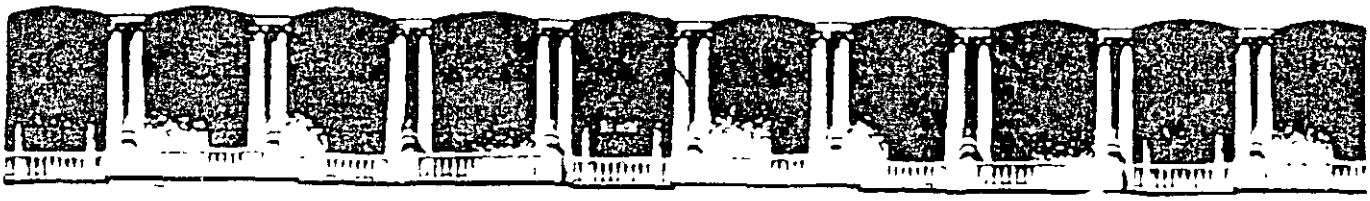
3. Boore J (1983), "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73, pp. 1865-1894.

4. Boore J y Joyner W (1984), "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 74, pp. 2035-2039.

5. Clough R y Penzien J (1975), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Inc., Nueva York.

6. Newmark N y Rosenblueth E (1971), *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Nueva Jersey.

7. Seed H, Romo M, Sun J, Jaime A y Lysmer J (1988), "The Mexico earthquake of september 19, 1985 - Relationships between soil conditions and earthquake ground motions", *Earthquake Spectra*, Vol. 4, No 4, pp 687-729.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA Y DEPENDENCIA DE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA CON EL PERIODO DOMINANTE DEL SITIO (APÉNDICE DEL RCDF)

EXPOSITOR: M. EN I. NEFTALI RODRÍGUEZ CUEVAS

PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Palacio de Minería Primer Patio Delta, Guatemala 06000 Mexico D.F. APDO Postal M-2285
Fax: 5510-0573 5521-4021

INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA Y DEPENDENCIA DE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA CON EL PERIODO DOMINANTE DEL SITIO (APÉNDICE DEL RCDF)

Introducción

Como es sabido, la principal intención del Apéndice de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del RCDF ha sido dar un primer paso en la consideración explícita de la interacción dinámica suelo-estructura. Asimismo, también se pretende reconocer la dependencia de los espectros de respuesta con respecto al periodo dominante del sitio En vista de que estos efectos son significativos sólo en las zonas II y III del Distrito Federal, se excluye la aplicación de este apéndice a estructuras desplantadas en la zona I.

Este apéndice marca entonces el primer paso en los reglamentos mexicanos para tomar en cuenta, explícitamente, los efectos mencionados. Por su carácter innovador, las disposiciones reglamentarias vigentes se basaron en modelos simplificados que condujeron a recomendaciones particularmente sencillas

Actualmente se tienen en cuenta los efectos de interacción sólo en el periodo fundamental de la estructura No se consideran los efectos cinemáticos de reducción de la traslación e inducción de torsión y cabeceo en la cimentación, así como los efectos inerciales de modificación de la ductilidad estructural y el amortiguamiento del modo fundamental. Ignorar algunos de estos efectos introduce errores del lado de la seguridad, mientras que ignorar a otros introduce errores del lado de la inseguridad. Si hasta ahora se ha decidido despreciar todos estos efectos es en parte por sencillez, debido a que es la primera ocasión que en el RCDF se incluye la consideración explícita de la interacción; en parte también porque aún falta calibrar todas las implicaciones que tendrían los efectos que no se consideran, aunado a que no se dispone de criterios sencillos y confiables para cuantificarlos.

También es la primera vez que en el RCDF se considera la reducción de las ordenadas espectrales de diseño en función del periodo dominante del sitio, a fin de tener en cuenta la variación de las máximas ordenadas espectrales en cada sitio dependiendo de su periodo de vibración más largo, la cual presenta reducciones significativas para periodos cortos y largos con respecto a los periodos característicos del sistema formado por la fuente de excitación y el valle de México.

El objetivo principal de este estudio es desarrollar y calibrar herramientas fidedignas que permitan cuantificar adecuadamente los efectos de sitio e interacción suelo-estructura a los que hace referencia el Apéndice del RCDF, con objeto de que en ediciones posteriores de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo se cubran estos puntos de manera más satisfactoria

Criterios de interacción suelo-estructura

Efectos inerciales

Se han desarrollado dos criterios, uno aproximado y otro riguroso, para la determinación del periodo y amortiguamiento efectivos de estructuras desplantadas en depósitos de suelo blando (Avilés y Pérez-Rocha, 1993).

Mediante la aplicación del criterio riguroso se han calibrado las expresiones para el periodo y amortiguamiento efectivos que se obtuvieron con el criterio aproximado, las cuales resultan ser apropiadas para fines de reglamentación sísmica. Dichas expresiones son las que se indican a continuación

$$\tilde{T}_e = \left[T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right] \qquad (1)$$

donde: T_e = periodo fundamental de la estructura con base rígida

T_h = periodo natural en traslación de la estructura supuesta rígida

T_r = periodo natural en rotación de la estructura supuesta rígida

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left[\frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left[\frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right]^2 \qquad (2)$$

donde: ζ_e = amortiguamiento de la estructura con base rígida

ζ_h = amortiguamiento del suelo en traslación

ζ_r = amortiguamiento del suelo en rotación

En las figs 1.i j (i=1-2, j=1,4) se muestran las calibraciones de los criterios simplificados propuestos para cuantificar los efectos de interacción en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de la estructura. Las comparaciones se refieren a los parámetros efectivos exactos (línea delgada) y aproximados (línea gruesa) para distintos sistemas suelo-estructura. Los intervalos de variación considerados para los parámetros característicos del problema de interacción cubren la mayor parte de estructuras y sitios típicos del valle de México

Efectos cinemáticos

Se ha desarrollado un criterio aproximado para tener en cuenta los efectos de interacción en la traslación y el cabeceo de la base de la cimentación (Avilés y Pérez-Rocha, 1993), con respecto al movimiento de campo libre en la superficie del terreno. Se encontró que los efectos cinemáticos pueden expresarse aproximadamente en términos de los efectos

inerciales, modificando para ello el periodo y amortiguamiento efectivos de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$\tilde{T}_e^* \equiv \tilde{T}_e \tag{3}$$

$$\tilde{\zeta}_e^* \equiv \frac{\tilde{\zeta}_e}{H_h + [H_e + D]H_r} \tag{4}$$

donde H_h = función de trasferencia para la traslación de la excitación efectiva

H_r = función de trasferencia para la rotación de la excitación efectiva

H_e = altura efectiva de la estructura

D = profundidad de desplante de la cimentación

En las figs 1-3 se muestran las calibraciones del criterio simplificado propuesto para cuantificar aproximadamente los efectos cinemáticos en la traslación y rotación vertical de la base de la cimentación; los resultados corresponden a los sitios VI, SCT y CAO, respectivamente. Las comparaciones se refieren a los espectros de respuesta con interacción exactos (línea gruesa) y aproximados (línea delgada) para distintas configuraciones de sitio y estructura. Como excitación de campo libre se tomaron las componentes EW del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrados en esas estaciones.

Funciones de impedancia

Se han desarrollado soluciones aproximadas, mediante ajustes con el criterio de mínimos cuadrados, para valuar las rigideces dinámicas de cimentaciones superficiales enterradas en depósitos de suelo blando a partir de soluciones rigurosas (Avilés y Pérez-Rocha, 1992). Las expresiones obtenidas son de utilidad para la determinación del periodo y amortiguamiento efectivos de sistemas suelo-estructura, así como en general, para el análisis sísmico de estructuras que se suponen apoyadas sobre resortes y amortiguadores en sustitución del suelo

La forma general de la función de impedancia del suelo para los distintos modos de vibración de la cimentación es la siguiente.

$$\tilde{K}(\eta) = K_o[k(\eta) + i\eta c(\eta)][1 + i2\zeta] \tag{5}$$

donde K_o = rigidez estática del suelo

k = coeficiente de rigidez del suelo

c = coeficiente de amortiguamiento del suelo

η = frecuencia normalizada ($\omega R / \beta$; ω = frecuencia angular, R = radio de la cimentación y β = velocidad de propagación de las ondas de corte)

ζ = amortiguamiento material del suelo

En las tablas 1, 2 y 3 se dan los valores de las rigideces estáticas normalizadas para $\nu = 1/3$, 0.45 y 1/2, respectivamente, para distintas configuraciones de sitio y cimentación.

Los valores de normalización son GR, GR^3 y GR^2 para los modos de traslación, rotación y de acoplamiento, respectivamente (G = módulo de rigidez en cortante).

Las aproximaciones para los coeficientes de rigidez del suelo tienen las siguientes formas:

$$k_m = \begin{cases} 1 + a_4^m \eta & \eta \le \eta_m \\ a_1^m + a_2^m \eta + a_3^m \eta^2 & \eta > \eta_m \end{cases} \qquad (6)$$

donde:

$$a_j^m = a_{j1}^m + a_{j2}^m \frac{R}{H_s} + a_{j3}^m \frac{R^2}{H_s^2} + a_{j4}^m \frac{D}{R} + a_{j5}^m \frac{D^2}{R^2} \qquad \text{con } j=1, 2, 3 \qquad (7)$$

$$a_4^m = \begin{cases} \dfrac{a_1^m + a_2^m \eta_s + a_3^m \eta_s^2 - 1}{\eta_s} \\ 0 \quad \text{si } \nu = 0.45 \text{ y } a_1^m < 1 \end{cases} \qquad (8)$$

$$\eta_m = \begin{cases} \eta_s \\ \dfrac{1 - a_1}{a_2} \quad \text{si } \nu = 0.5 \quad a_1^m < 1 \end{cases} \qquad (9)$$

R es el radio de la cimentacion, H_s es el espesor del estrato, el subindice m indica el modo y $\eta_s = \pi R/2H_s$; los valores de los coeficientes a_{ij}^m (j = 1,5) se presentan en la Tabla 4

Asimismo, los coeficientes de amortiguamiento para el modo de rotación son:

$$c_r = \begin{cases} \dfrac{a_5^m \zeta \eta/\eta_s}{1-(1-2\zeta)\eta^2/\eta_s^2} & \eta \le \eta_s \\ \max(a_1^m + a_2^m\eta + a_3^m\eta^2 + a_4^m\eta^3,\ 0.0) & \eta_s < \eta \le 5 \\ a_6^m + a_7^m\eta & \eta > 5 \end{cases} \qquad (10)$$

donde:

$$a_j^m = a_{j1}^m + a_{j2}^m \frac{R}{H_s} + a_{j3}^m \frac{R^2}{H_s^2} + a_{j4}^m \frac{D}{R} + a_{j5}^m \frac{D^2}{R^2} \qquad \text{con } j=1,\ 2,\ 3,4 \qquad (11)$$

$$a_5^m = \max\left\{2(a_1^m + a_2^m\eta + a_3^m\eta^2 + a_4^m\eta^3),\ 0.0\right\} \qquad (12)$$

$$a_6^m = a_1^m + 5a_2^m + 25a_3^m + 125a_4^m - 5a_7^m \qquad (13)$$

$$a_7^m = a_2^m + 10a_3^m + 75a_4^m \qquad (14)$$

mientras que para los modos de traslación y acoplamiento son:

$$C_{h.hr} = \begin{cases} \dfrac{a_3^m \xi \eta/\eta_s}{1-(1-2\xi)\eta^2/\eta_s^2} & \eta \le \eta_s \\ a_1^m + a_2^m\eta & \eta > \eta_s \end{cases} \qquad (15)$$

donde:

$$a_j^m = a_{j1}^m + a_{j2}^m \frac{R}{H_s} + a_{j3}^m \frac{R^2}{H_s^2} + a_{j4}^m \frac{D}{R} + a_{j5}^m \frac{D^2}{R^2} \qquad \text{con } j=1, 2 \qquad (16)$$

$$a_3^m = 2(a_1^m + a_2^m \eta_s) \qquad (17)$$

los valores de los coeficientes a_{ij}^m (j = 1-5) se presentan en la tabla 5.

En las figuras 2.i.j (i=1-3, j=1-7) se comparan los coeficientes obtenidos de un modelo riguroso (con linea continua) con los resultados del ajuste (con línea discontinua).

H/R↓ D/P→	modo	0	1/4	1/2	3/4	1
2	K_H	6 289	9 139	11.573	14 189	16 996
	K_R	4 563	6 701	9.545	13.554	18 700
	K_{HR}	- 275	479	1 729	3 416	5 738
3	K_H	5 822	8 236	10 161	11.993	13.851
	K_R	4 417	6 348	8 843	12 137	16 431
	K_{HR}	-.342	.302	1.361	2.795	4 593
4	K_H	5 597	7.816	9 540	11.189	12 691
	K_R	4 376	6 248	8 640	11 874	15 804
	K_{HR}	- 366	.227	1 198	2 455	4 112
5	K_H	5 466	7 575	9 191	10 666	12·112
	K_R	4 362	6 212	8 562	11.620	15.601
	K_{HR}	- 377	187	1 109	2 339	3 825
6	K_H	5 530	7 490	9 027	10 420	11 740
	K_R	4 543	6 387	8 729	11 755	15 603
	K_{HR}	- 368	147	1 024	2 2[illegible]	3 659
8	K_H	5 419	[illegible] 294	8 751	10 059	11 287
	K_R	4 537	6 372	8 693	11 681	15 467
	K_{HR}	- 372	123	963	2 088	3 471
10	K_H	5 353	7 180	8 590	9 856	11 028
	K_R	4 535	6 367	8 680	11 651	15 407
	K_{HR}	- 373	112	.931	2 025	3 367

Tabla 1 Coeficientes de rigidez estática normalizados para los modos de traslación horizontal, de rotación y de acoplamiento; ν = 1/3.

$H_e/R\downarrow$ $D/R\rightarrow$	modo	0	1/4	1/2	3/4	1
2	K_H	6 771	9.769	12 366	15.205	18.223
	K_R	5 506	7.916	11.152	15.951	21 963
	$K_{H\sigma}$	081	.971	2 433	4.358	7 072
3	K_H	6.270	8.813	10 866	12 829	14.834
	K_R	5.261	7.356	10.077	13 709	18 494
	$K_{H\sigma}$	-.040	.710	1 929	3.551	5 560
4	K_H	6 028	8 369	10.208	11.993	13.591
	K_R	5 194	7.202	9 779	13 397	17.630
	$K_{H\sigma}$	- 087	.600	1.715	3 107	4.967
5	K_H	5.887	8 115	9 841	11 421	12 986
	K_R	5 172	7 147	9 666	12 984	17 380
	$K_{H\sigma}$	- 110	541	1.598	2 978	4 609
6	K_H	6 007	8 054	9 691	11 181	12 596
	K_R	5 427	7.518	10 041	13.327	17.518
	$K_{H\sigma}$	- 105	475	1 476	2 795	4 410
8	K_H	5 886	7 846	9 399	10 798	12 114
	K_R	5 417	7 493	9 987	13.224	17.338
	$K_{H\sigma}$	- 117	.438	1.397	2 655	4 187
10	K_H	.5 815	7 725	9.229	10.578	11 841
	K_R	5 414	7 486	9 969	13 184	17.263
	$K_{H\sigma}$	-.123	420	1 355	2.579	4 064

Tabla 2 Coeficientes de rigidez estática normalizados para los modos de traslación horizontal, de rotación y de acoplamiento; $\nu = 0\ 45$.

$H_c/R\downarrow$ $D/R\rightarrow$	modo	0	1/4	1/2	3/4	1
2	K_H	7.144	10.141	12.820	15 855	18 968
	K_R	6.385	9.219	12 827	18.877	25 533
	K_{HR}	.257	1.164	2 712	4 730	7 669
3	K_H	6 609	9 146	11.255	13.288	15 388
	K_R	6 020	8 406	11.310	15.175.	20 364
	K_{HR}	.099	.851	2 128	3 830	5.926
4	K_H	6.352	8 687	10.574	12 469	14 090
	K_R	5 926	8 199	10 92	15 068	19 284
	K_{HR}	040	.724	1 890	3.313	5 278
5	K_H	6 202	8 425	10 199	11 839'	13 499
	K_R	5 901	8 130	10 784	14 265	19 064
	K_{HR}	.006	.650	1 751	3 192	4.853
6	K_H	6 435	8 448	10 109	11 637	13 095
	K_R	6 451	8 986	11 778	15.283	19 702
	K_{HR}	.025	.575	1.580	2 935	4 602
8	K_H	6.302	8 230	9.804	11 238	12 594
	K_R	6 435	8 949	11 706	15 155	19 488
	K_{HR}	.006	.531	1 492	2 784	4.366
10	K_H	6.225	8 103	9.629	11 012	12 315
	K_R	6 435	8.945	11.694	15 125	19 427
	K_{HR}	- 002	509	1 446	2 702	4 235

Tabla 3 Coeficientes de rigidez estática normalizados para los modos de traslación horizontal, de rotación y de acoplamiento; $\nu = 1/2$.

ν	m	j	a_{1j}^m	a_{2j}^m	a_{3j}^m	a_{4j}^m	a_{5j}^m
1/3	1	1	1.075023	-.7249236	-.4120818	.07744635	-.1833525
		2	-.03036716	.1519123	-.04422309	-.05354102	.045981
		3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	1	1 073369	.2526963	-1.553901	-.2434209	.06058757
		2	-.2445009	-.09495837	.5777847	.1797603	-.01544698
		3	.02661934	.003355434	-.05501608	-.002738163	-.01449517
	3	1	-.1932104	-1.584538	.009953172	2 73108	-1.446075
		2	1.169575	.1354209	-.01622361	-2.345618	1.116812
		3	- 04829472	-.03750053	.04469068	.08153259	-.02026618
0 45	1	1	1.029444	-.4729595	-.8834286	.1957502	-.04423014
		2	-.01116006	.1131482	.1236628	-.1748447	-.0576953
		3	0 0	0 0	0.0	0 0	0 0
	2	1	1 050536	- 7018512	.9022326	-.002383236	-.01655423
		2	-.1589608	.3527479	-.7399038	-.08514433	.09141292
		3	-.00893579	- 03890341	.08579934	.06071348	-.04561634
	3	1	- 1710031	-3.069574	5.455405	3.725252	-2.194133
		2	.8158654	1.192398	-4.176797	-2.320426	1:213866
		3	03977109	-.2120076	.7032685	-.07359339	.04733336
1/2	1	1	1.081276	-1.1169	.4316672	-.007713028	- 04005359
		2	-.07292999	.6706491	-.9612366	.002221608	-.02542838
		3	.009202277	- 07964913	.1797865	-.04724192	- 01177143
	2	1	1 091433	-1.29844	1.983935	-.01371924	-.03823541
		2	- 168716	6662674	-1.334779	-.006829752	.06204114
		3	0193824	- 0730916	.1649848	.05140087	- 04512658
	3	1	.3561161	-3.541483	6.44364	2.361606	-1.517446
		2	850447	.9164851	-3 164774	-1.538733	.9309332
		3	- 01408175	0106858	.2873764	- 0983059	01546605

Tabla 4 Valores de los coeficientes para la estimación de k_m

ν	m	j	a_{1j}^m	a_{2j}^m	a_{3j}^m	a_{4j}^m	a_{5j}^m
1/3	1	1	.6902232	-.4809132	-.2158616	.5231559	-.1535092
		2	.002151297	-.0295809	.05590302	-.007356171	.02647618
	2	1	.021036	.74065	-1.616625	-.102223	.228690
		2	.12416	.402162	.273629	.297801	-.235912
		3	-.009643	-.194041	.111781	-.087203	.062381
		4	-.000193	.021317	-.020488	.006974	-.004631
	3	1	4.368064	-2.170964	.254857	-7.593095	4.783051
		2	-.262602	.069583	.101730	.567469	-.299749
0.45	1	1	.6671976	-.3102872	-.5951656	.5198017	-.1769089
		2	0058113	- 08941987	.1800354	-.002261933	.04169528
	2	1	.046824	-.540809	-.295973	- 001329	.154442
		2	126695	.924257	-.994584	.144485	-.137716
		3	-.018830	-.303179	.404201	-.036236	.030391
		4	.001277	.028151	-.041122	.002308	-.00178
	3	1	2 219597	-3.245841	2 718568	-2.311636	1.564211
		2	- 097196	.315292	- 466519	.201014	-.087836
1/2	1	1	.7058861	-.5390525	-.1342606	.4757894	-.1040301
		2	005149693	-.06473177	.09894161	.01611048	.003009524
	2	1	.083903	- 925543	.400968	.025009	12187
		2	093781	1.33392	-1.758751	.102744	-.10859
		3	- 011916	-.39414	.577487	-.034953	.030322
		4	.000719	.033351	- 051384	.003075	- 00242
	3	1	1 694437	-2 756321	1 986693	-1.191357	.939052
		2	- 061518	200142	-.27322	.135856	- 076685

Tabla 5 Valores de los coeficientes para la estimación de c_m

Variación de los espectros de diseño con el periodo del sitio

El diseño sísmico de un estructura en las zonas II y III puede resultar menos conservador cuando se aplique el Apéndice de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del RCDF Si se conoce el periodo dominante más largo del sitio de interés, el valor del coeficiente sísmico puede ser menor que el que se requeriría de no aplicarse el Apéndice.

La expresión planteada en el Apéndice del RCDF para calcular el coeficiente sísmico en función del periodo dominante del sitio es

$$c = \frac{1.6\ T_s}{4 + T_s^2} \qquad (18)$$

donde: T_s = periodo dominante del sitio

Esta expresión es de carácter empírico y fue calibrada con base en los espectros de respuesta correspondientes al temblor del 19 de septiembre de 1985, calculados para distintos sitios. Las variaciones y reducciones que se obtienen con ella, así como sus inconsistencias que se tienen en las fronteras entre las zonas I y II y entre las zonas II y III, ya han sido discutidas en el capítulo anterior.

El conocimiento del periodo dominante del sitio permite a la vez reducir el periodo característico T_b y aumentar el periodo característico T_a con respecto a los valores que tendrían de no conocerse ese parámetro. Las variaciones especificadas de T_a y T_b en función de T_s son las siguientes:

$$\text{Zona II} \quad \begin{cases} T_a = 0.64 T_s \\ T_b = 1.20 T_s \end{cases} \qquad (19)$$

$$\text{Zona III} \quad \begin{cases} T_a = \max(0.35\ T_s,\ 0.64s) \\ T_b = 1.20\ T_s \end{cases} \qquad (20)$$

Estas expresiones también son de carácter empírico, con ellas se pretende que el espectro de diseño cubra las respuestas estructurales máximas asociadas tanto al modo fundamental como al segundo modo del sitio. Esto ya ha sido discutido en el capítulo anterior.

REFERENCIAS

1. Avilés J y Pérez-Rocha L E, `Effective periods and dampings of soil-structure systems. (1993)

2. Avilés J, Pérez-Rocha L E y Aguilar H R, `Dynamic Soil-structure interaction in the valley of Mexico. (1994)

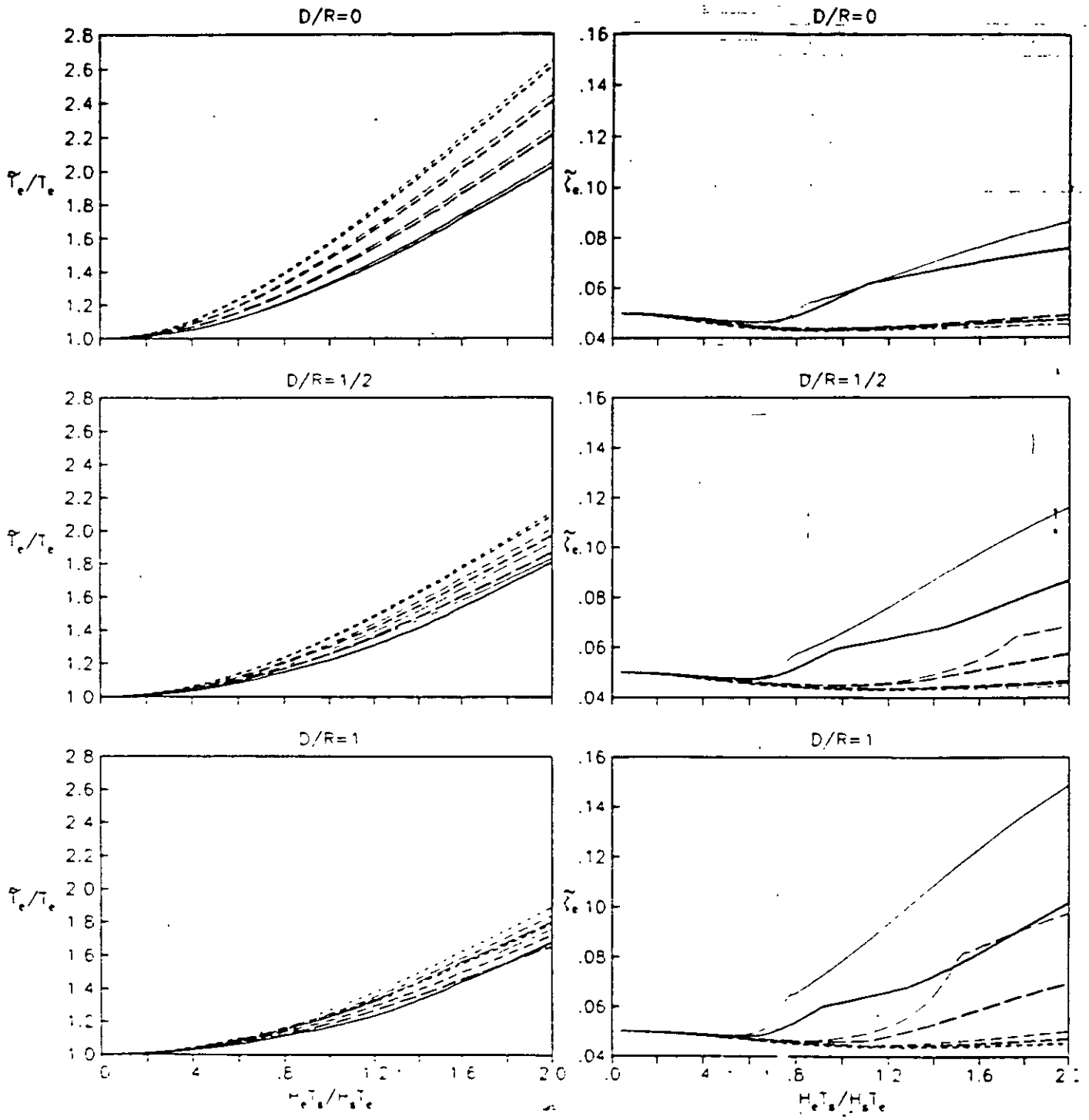


Figura 1.1.1 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/3$, $H_s/R=3$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (—·—)

$H_e/R=4$ (---) $H_e/R=5$ (-----)

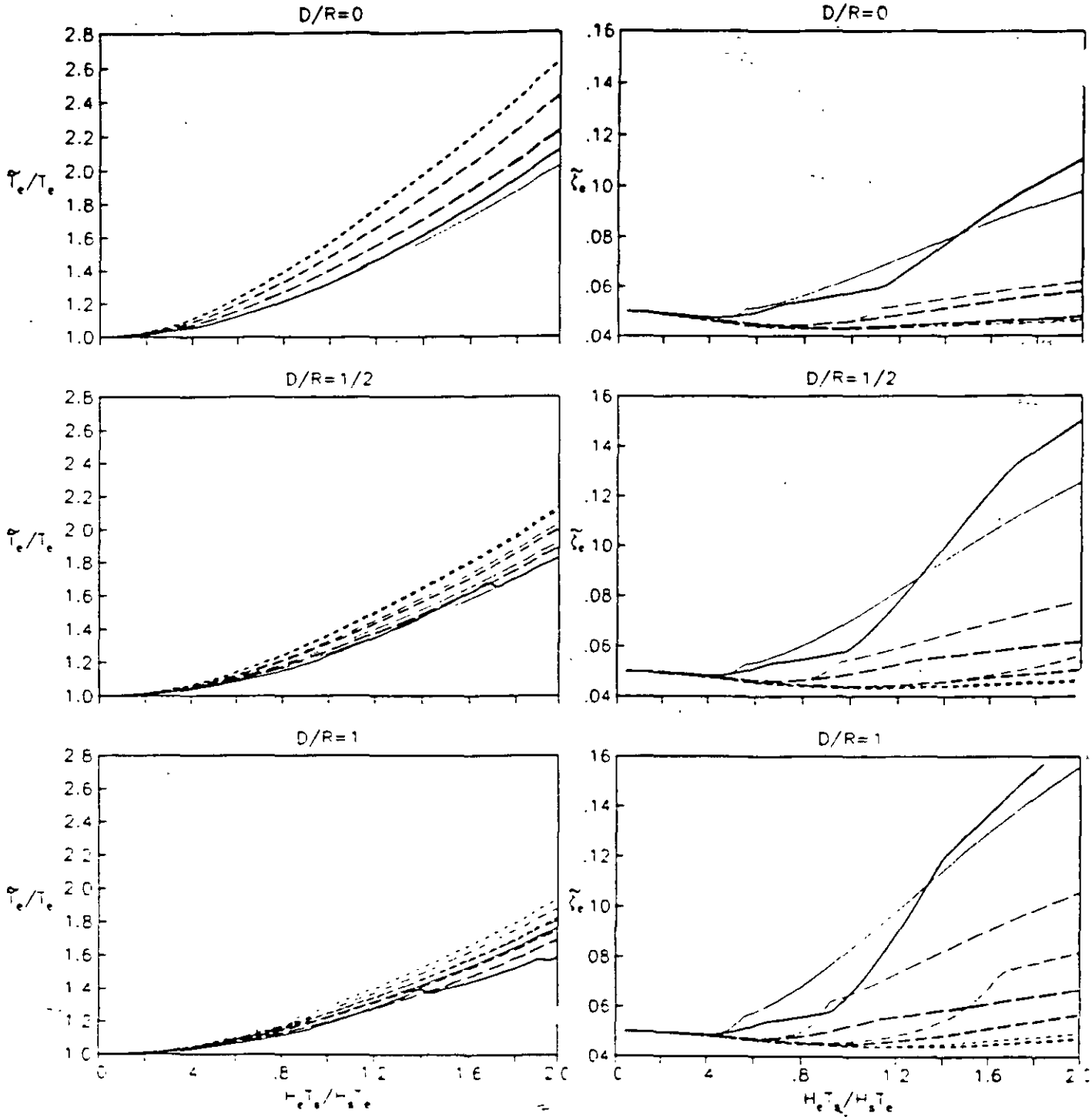


Figura 1.1.2 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s = 1/3$, $H_s/R = 4$; curvas correspondientes a:

$H_e/R = 2$ (——) $H_e/R = 3$ (—·—)

$H_e/R = 4$ (– – –) $H_e/R = 5$ (-----)

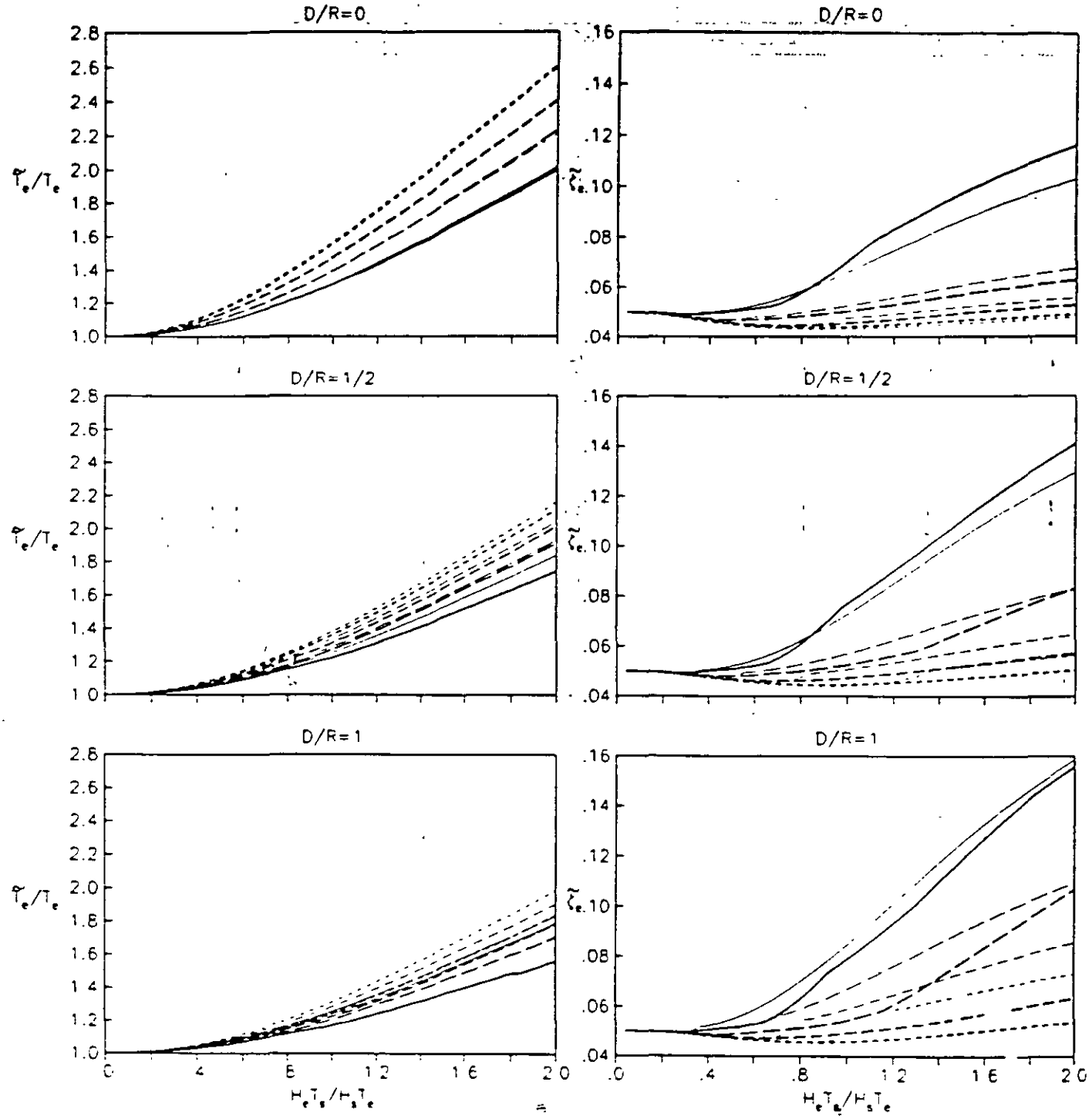
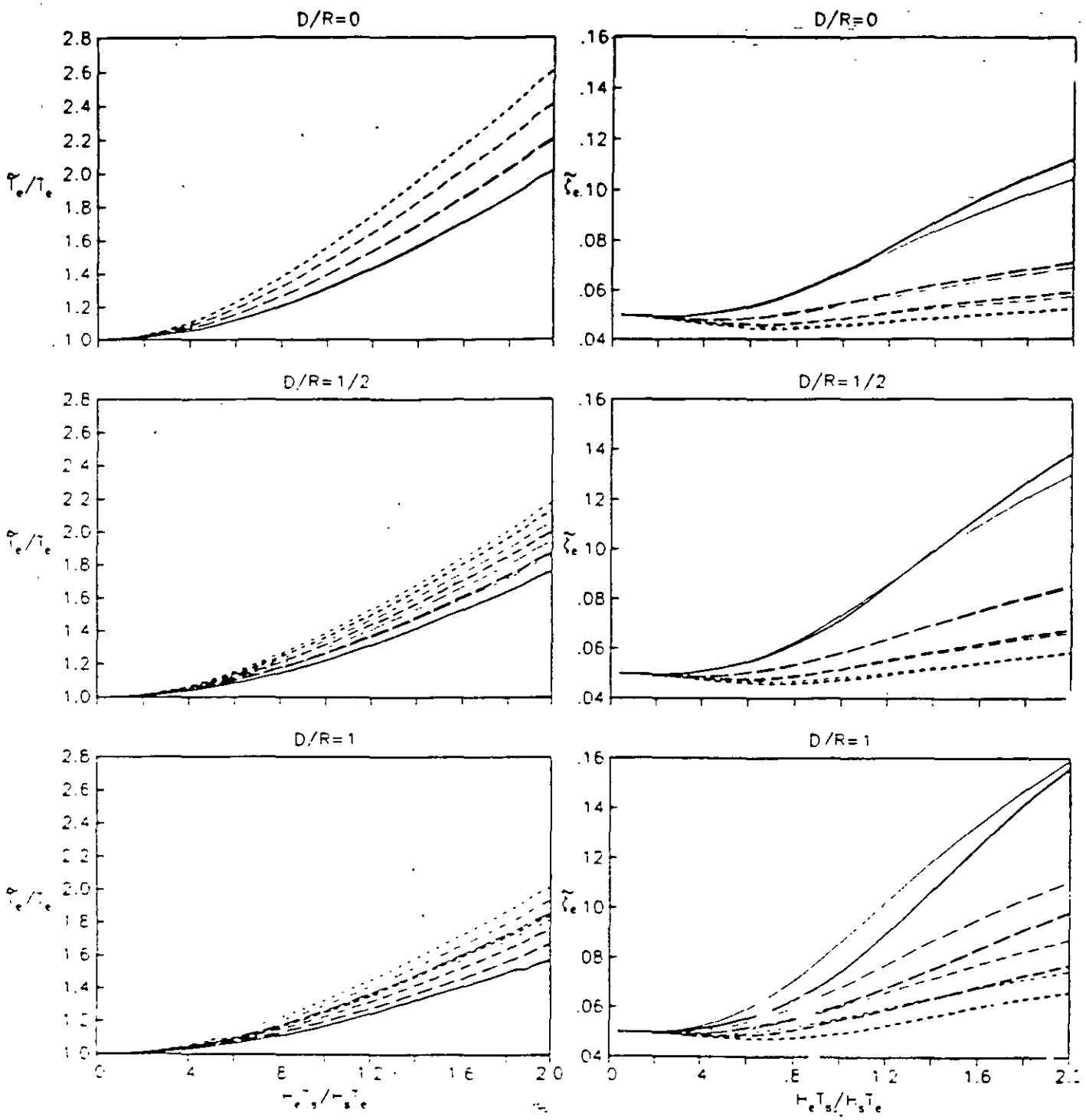


Figura 1.1.3 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/3$, $H_s/R=6$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (—·—)

$H_e/R=4$ (---) $H_e/R=5$ (-----)



Figuro 1.1.4 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/3$, $H_s/R=10$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (—·—)

$H_e/R=4$ (- - -) $H_e/R=5$ (·····)

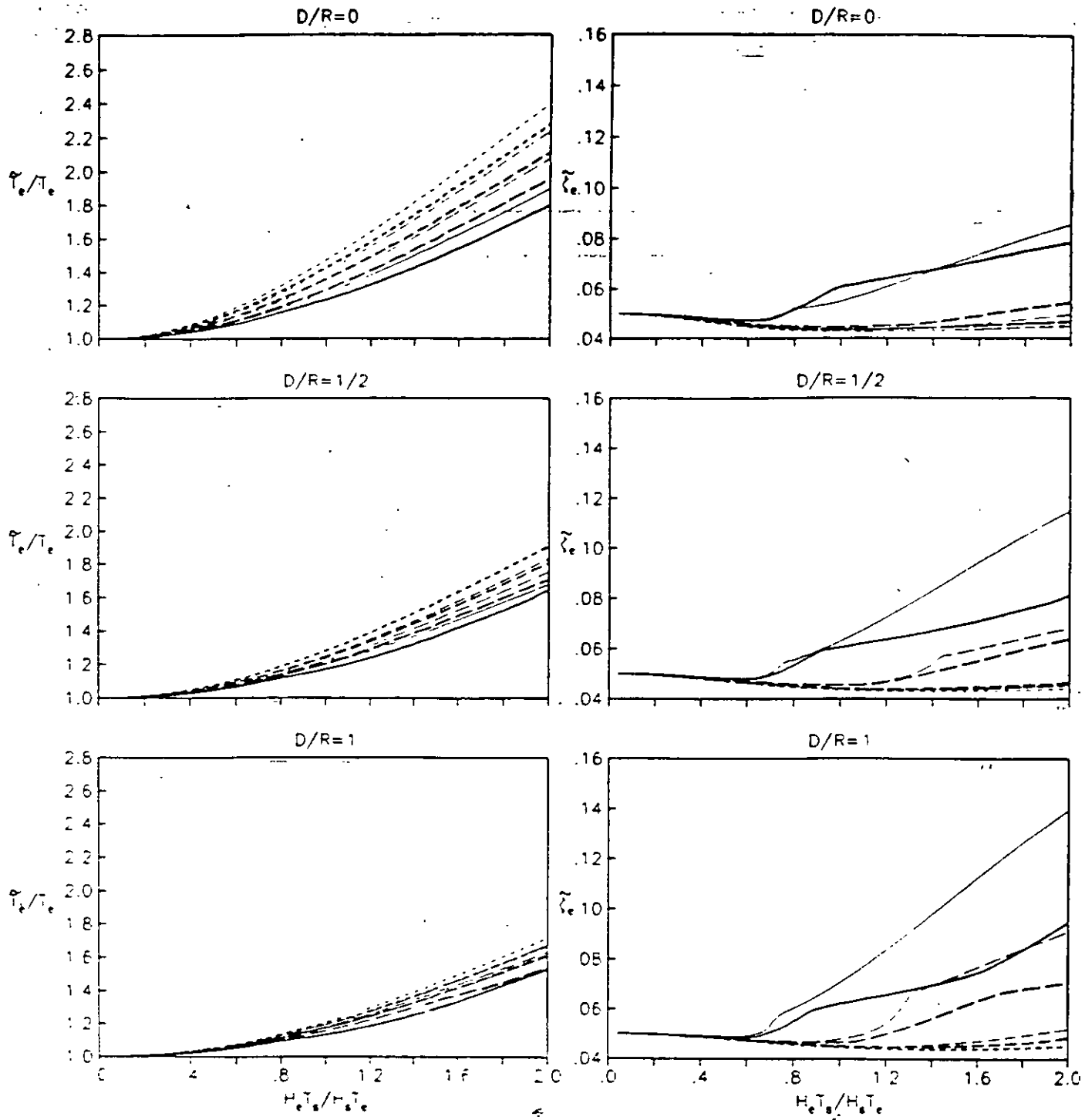


Figura 1.2.1 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/2$, $H_s/R=3$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (— — -)

$H_e/R=4$ (---) $H_e/R=5$ (-----)

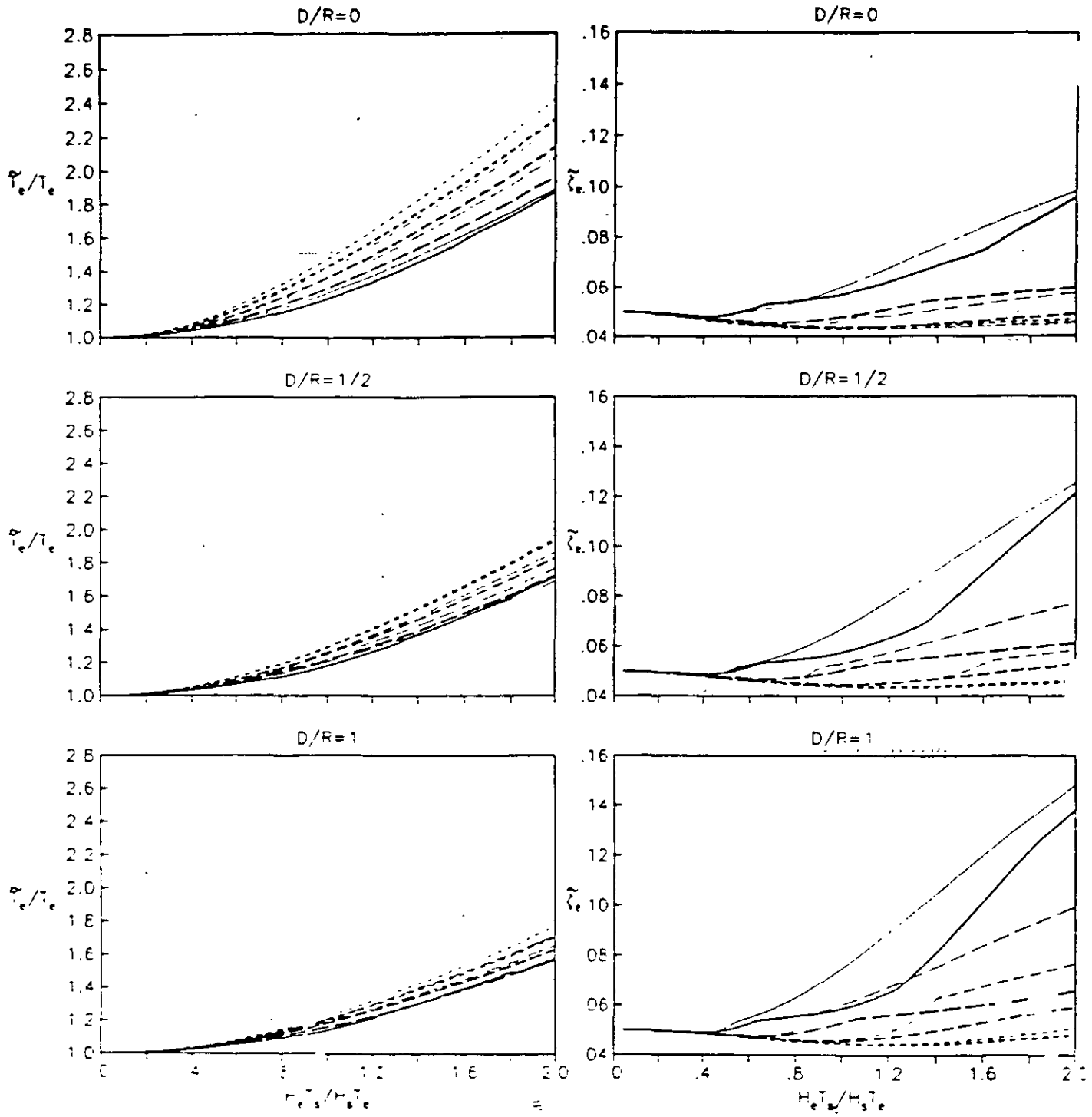


Figura 1.2.2 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/2$, $H_s/R=4$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (—·—)

$H_e/R=4$ (---) $H_e/R=5$ (-----)

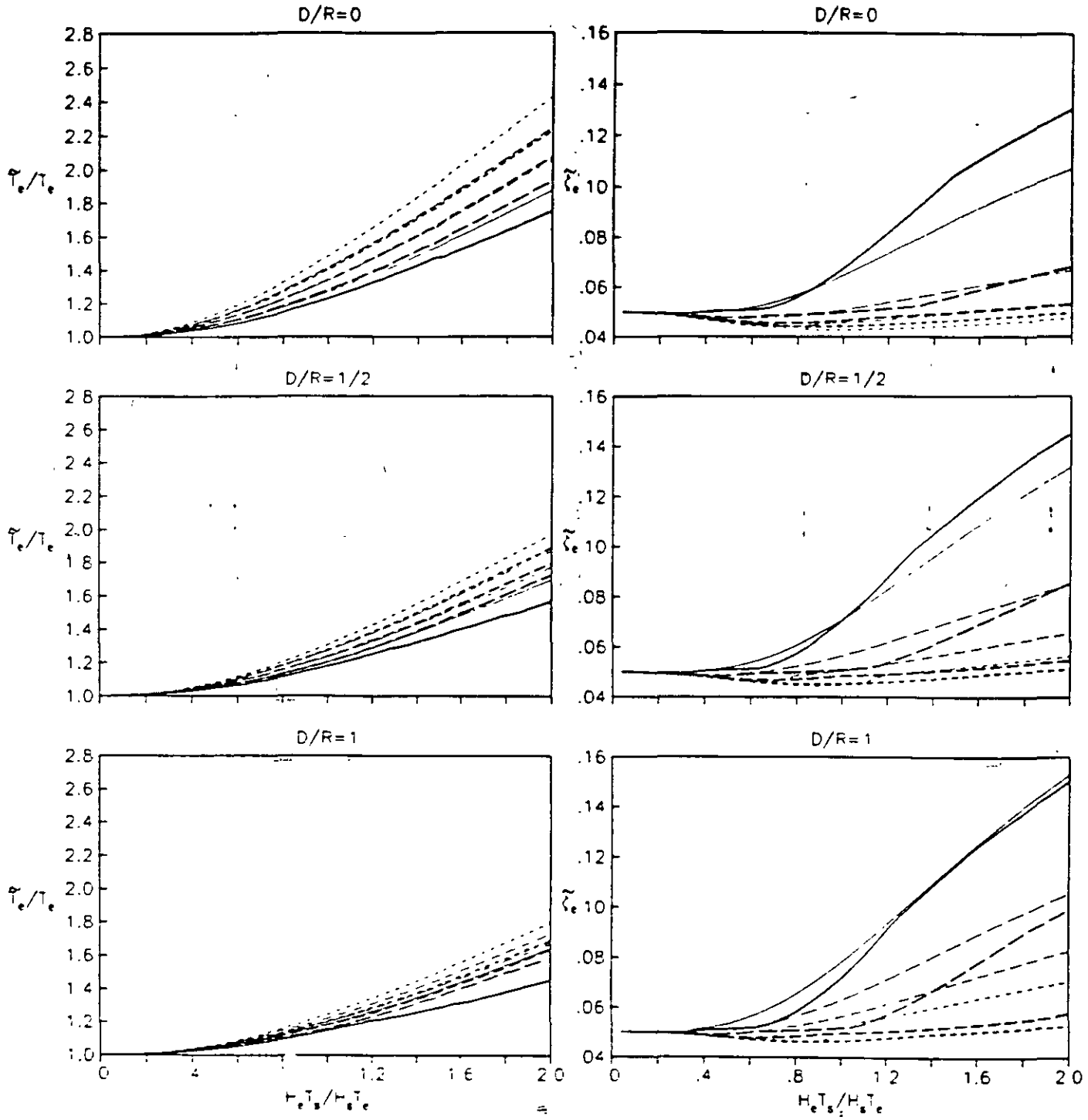


Figura 1.2.3 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/2$, $H_s/R=6$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (—·—)

$H_e/R=4$ (---) $H_e/R=5$ (-----)

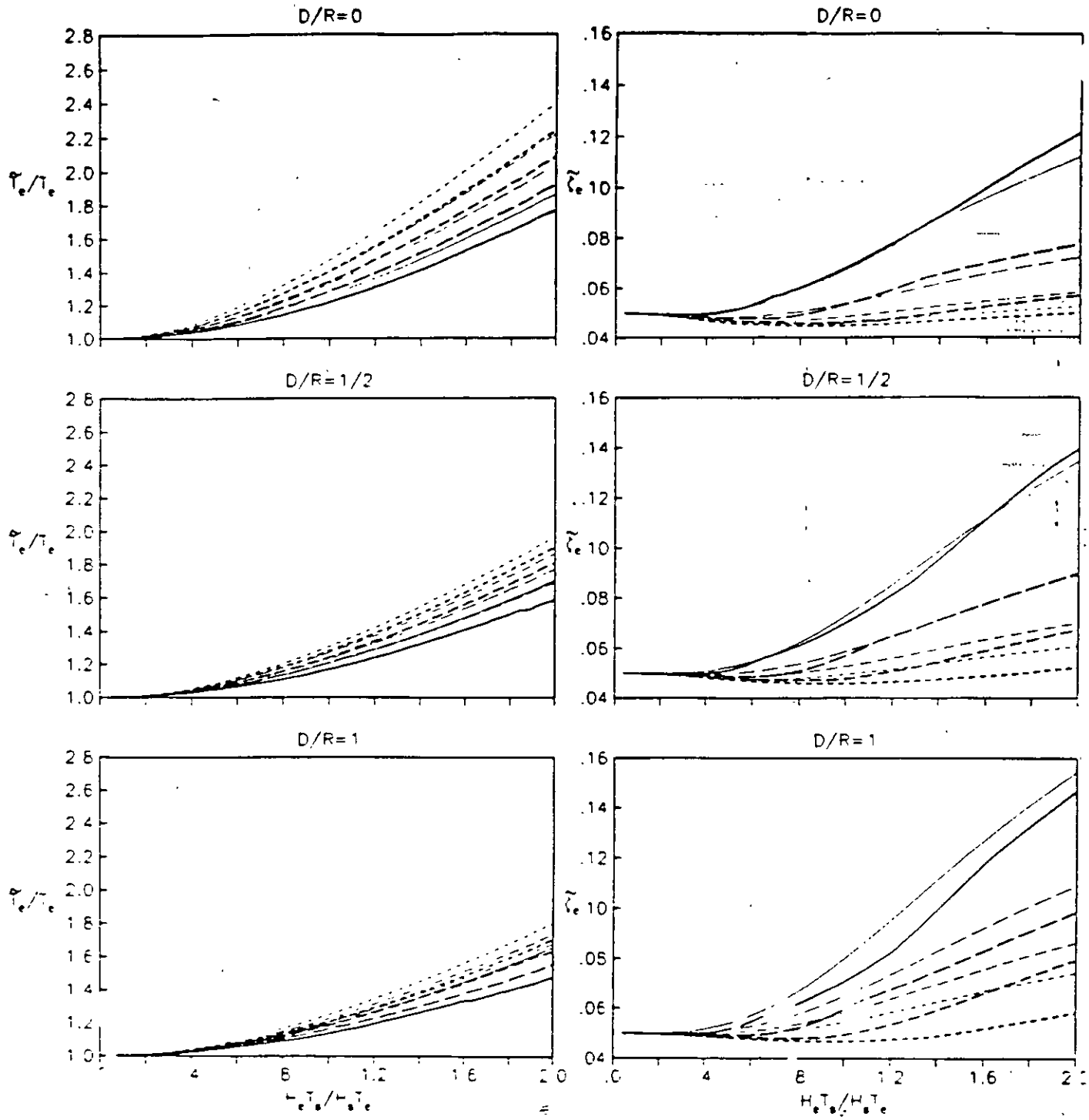


Figura 1.2.4 Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para $\nu_s=1/2$, $H_s/R=10$; curvas correspondientes a:

$H_e/R=2$ (——) $H_e/R=3$ (— —)

$H_e/R=4$ (- - -) $H_e/R=5$ (- - - - -)

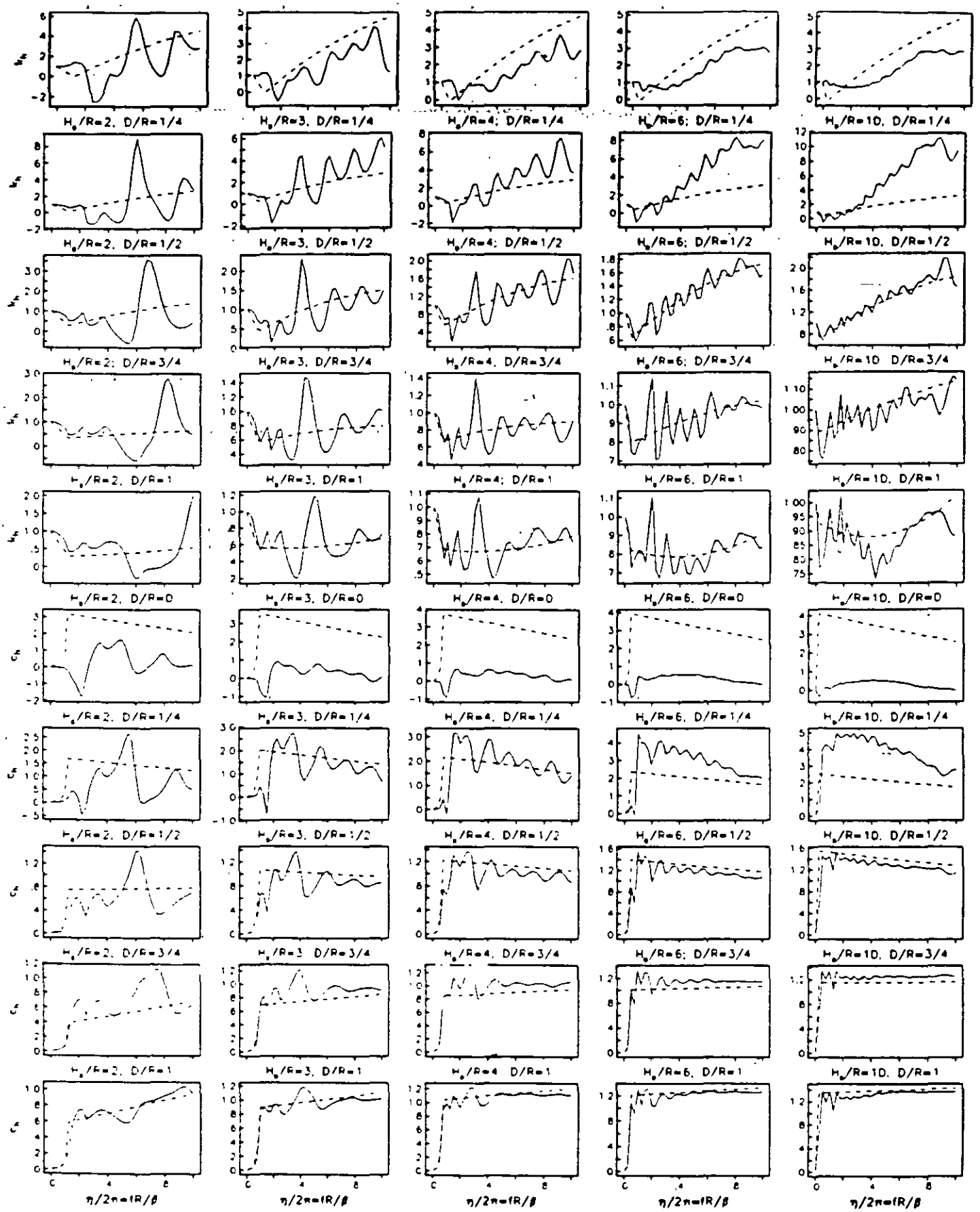


Fig 2.1.3 Coeficientes de rigidez k_{hr} y amortiguamiento c_{hr} para $\nu=1/3$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

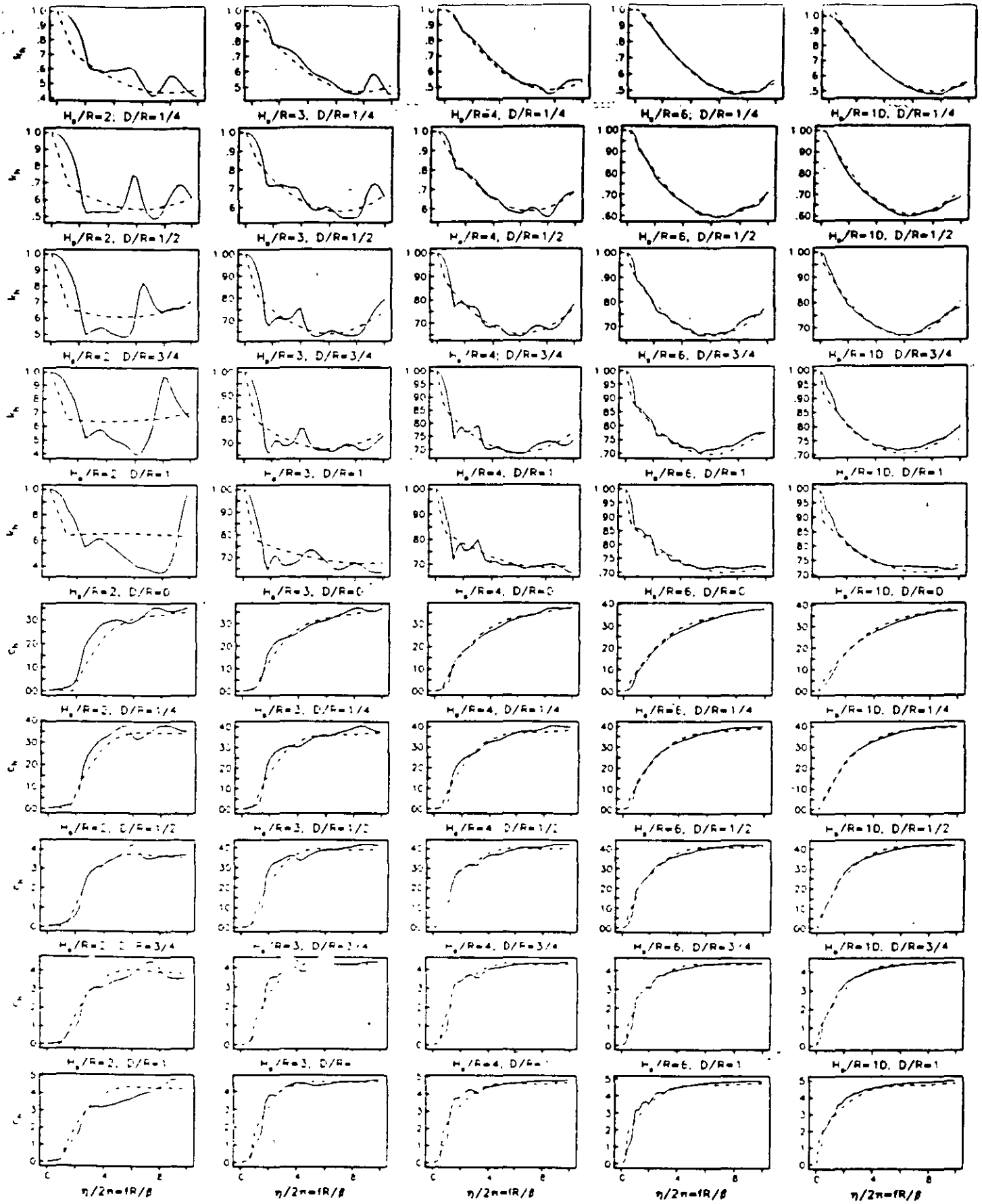


Fig 2.1.2 Coeficientes de rigidez k_r y amortiguamiento c_r para $\nu=1/3$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

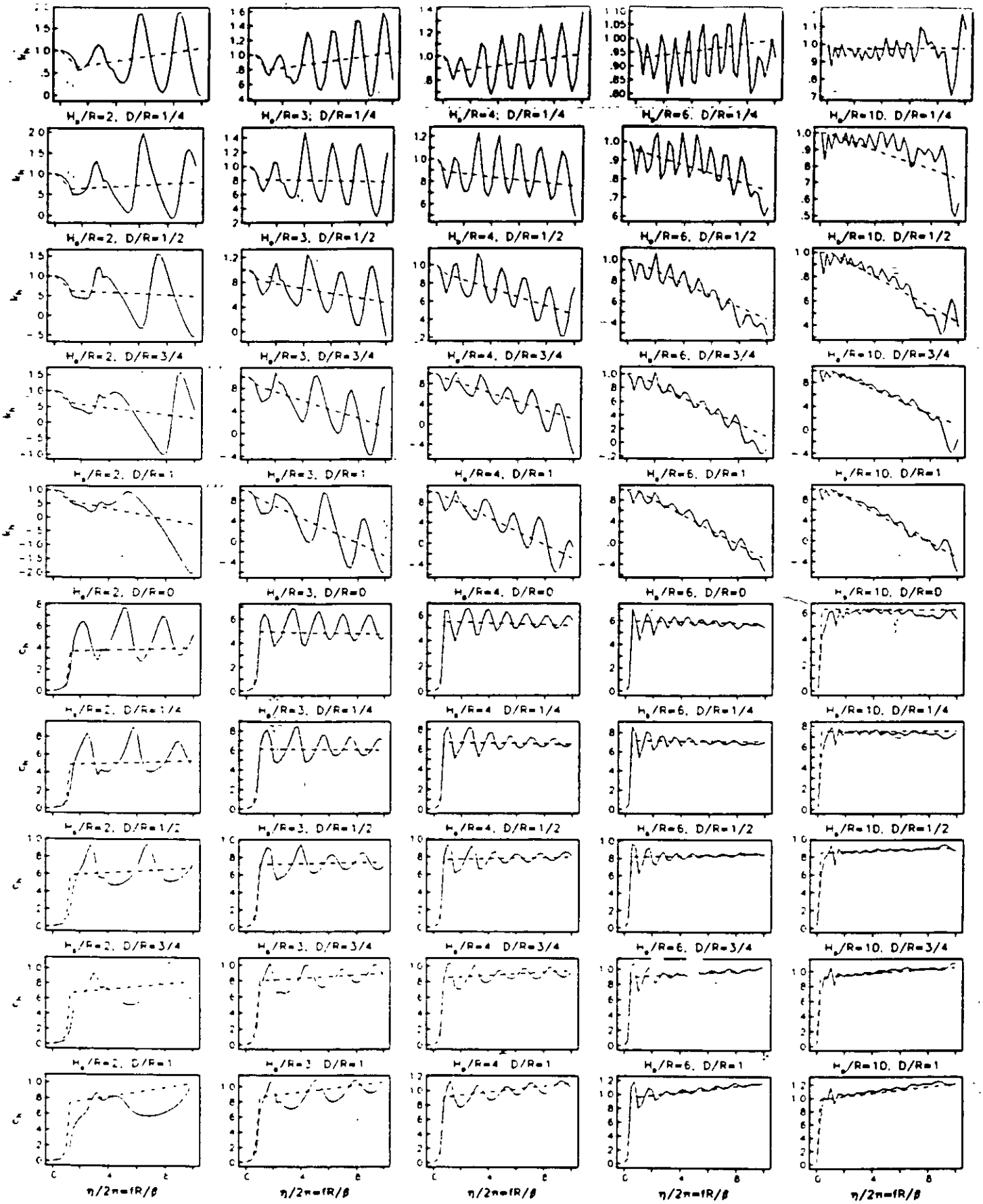


Fig 2.2.1 Coeficientes de rigidez k_h y amortiguamiento c_h para $\nu=0.45$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

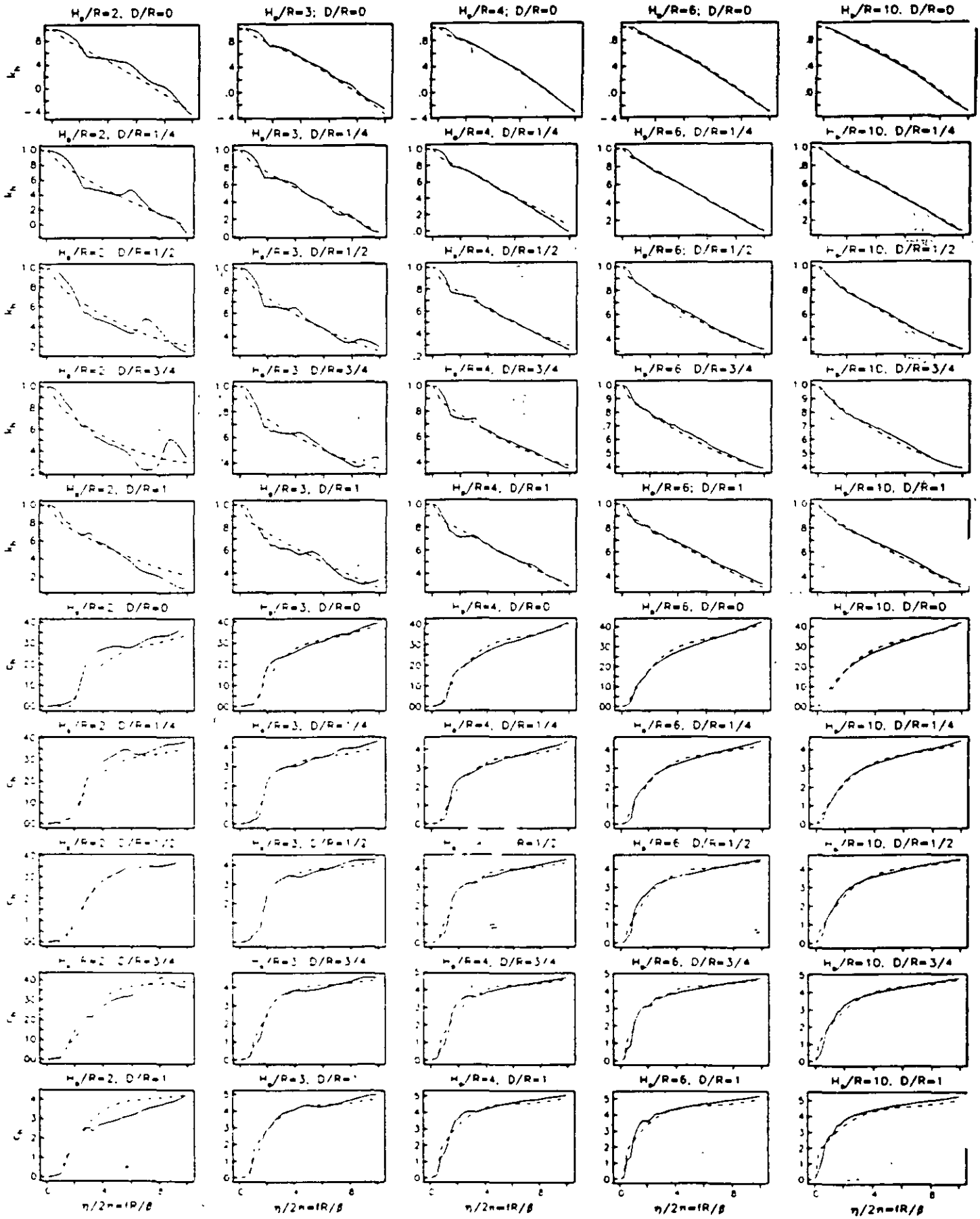


Fig 2.2.2 Coeficientes de rigidez k, y amortiguamiento c, para ν=0.45;

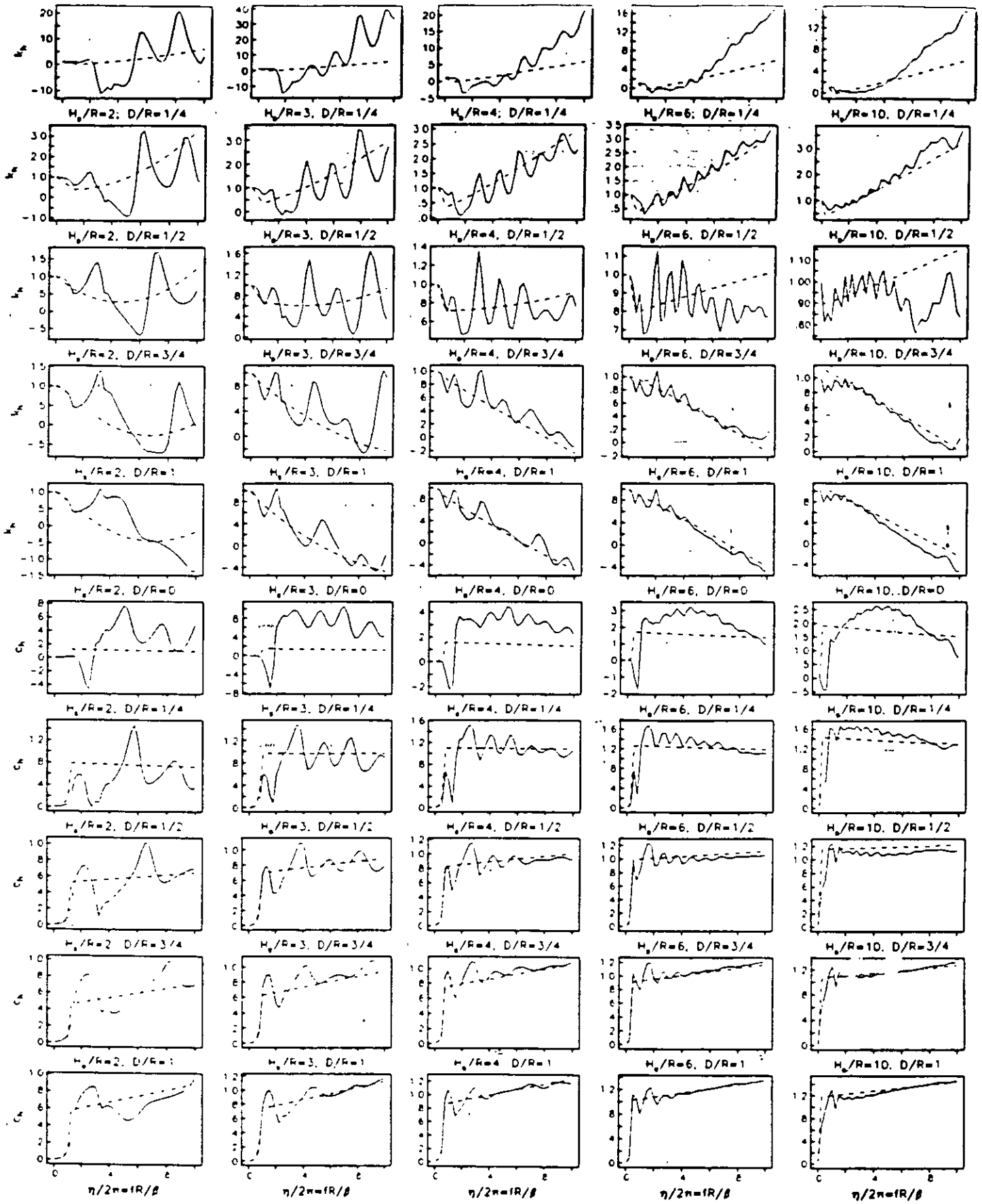


Fig 2.2.3 Coeficientes de rigidez k_{hr} y amortiguamiento c_{hr} para ν=0.45; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

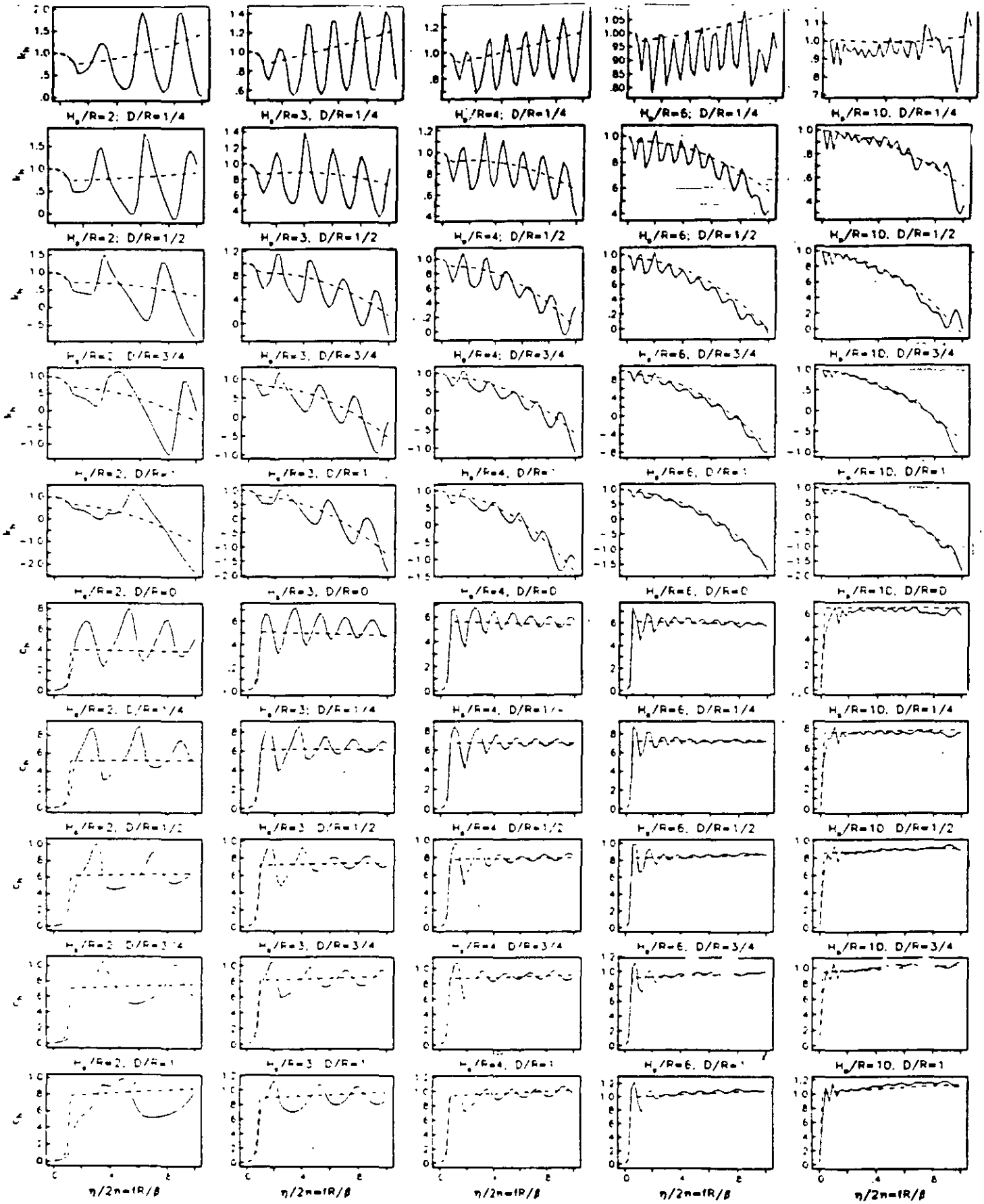


Fig 2.3.1 Coeficientes de rigidez k_h y amortiguamiento c_h para $\nu=1/2$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

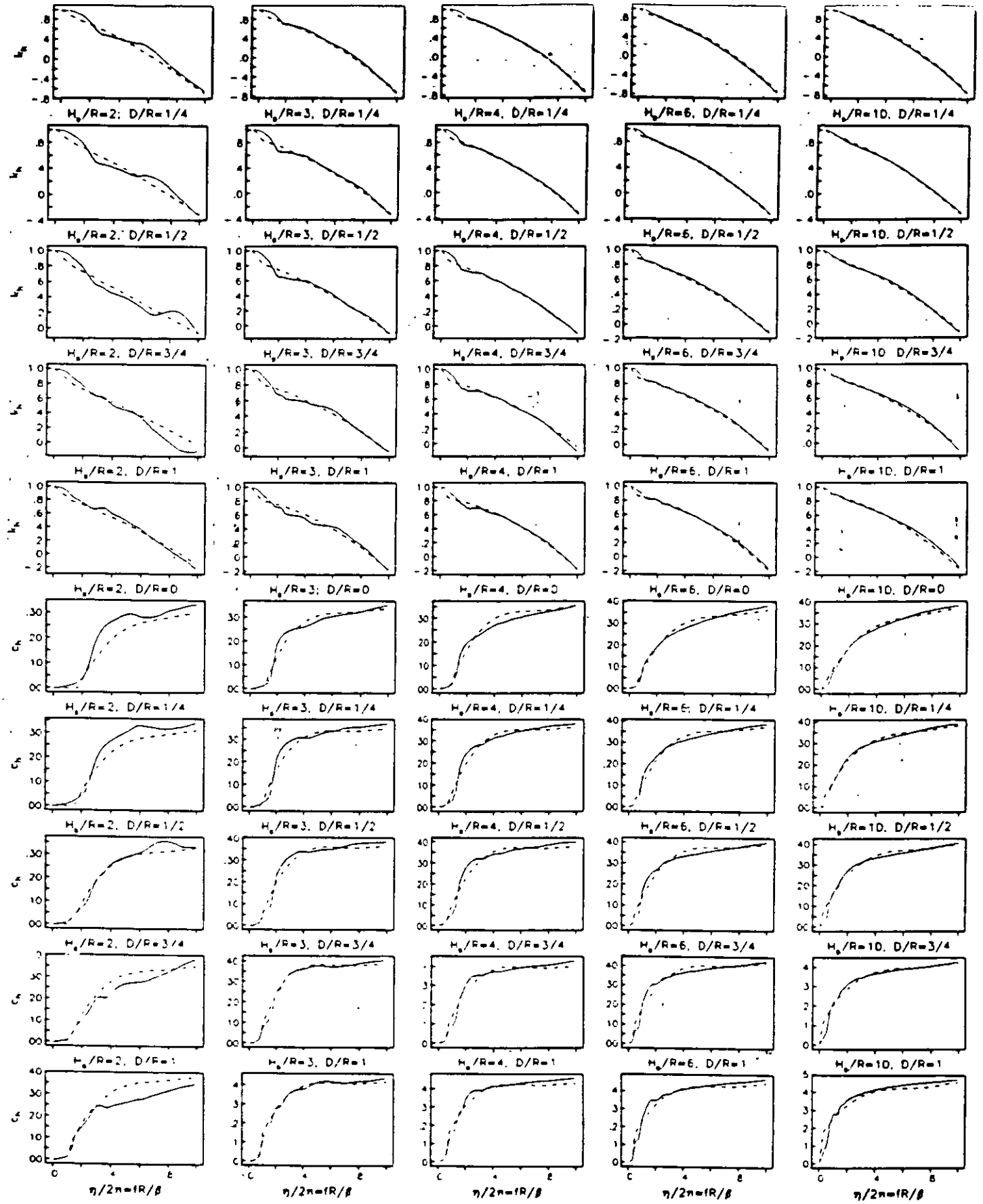


Fig 2.3.2 Coeficientes de rigidez k_r y amortiguamiento c_r para $\nu=1/2$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

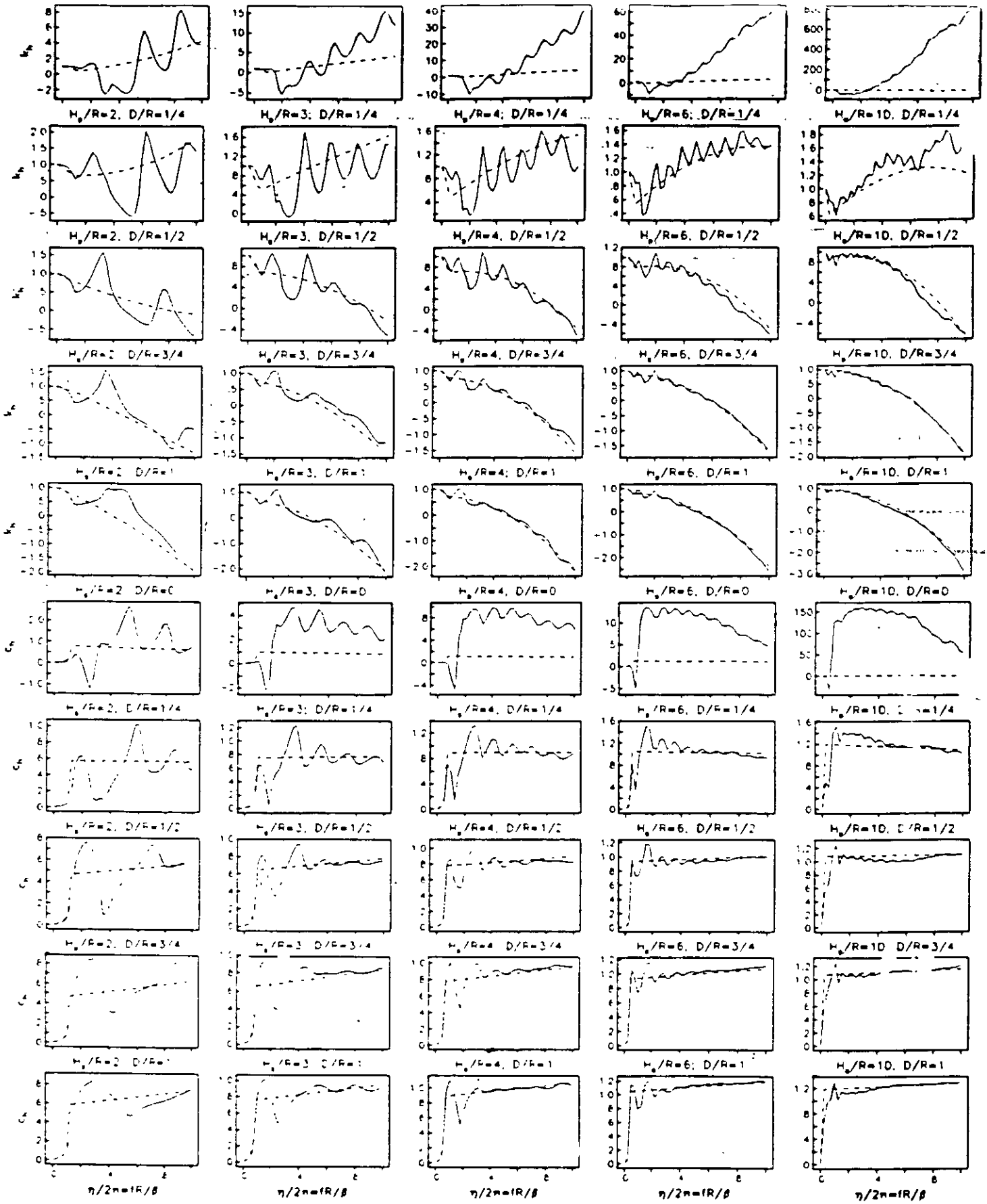


Fig 2.3.3 Coeficientes de rigidez k_{hr} y amortiguamiento c_{hr} para $\nu=1/2$; funciones rigurosas (linea continua), funciones aproximadas (linea discontinua)

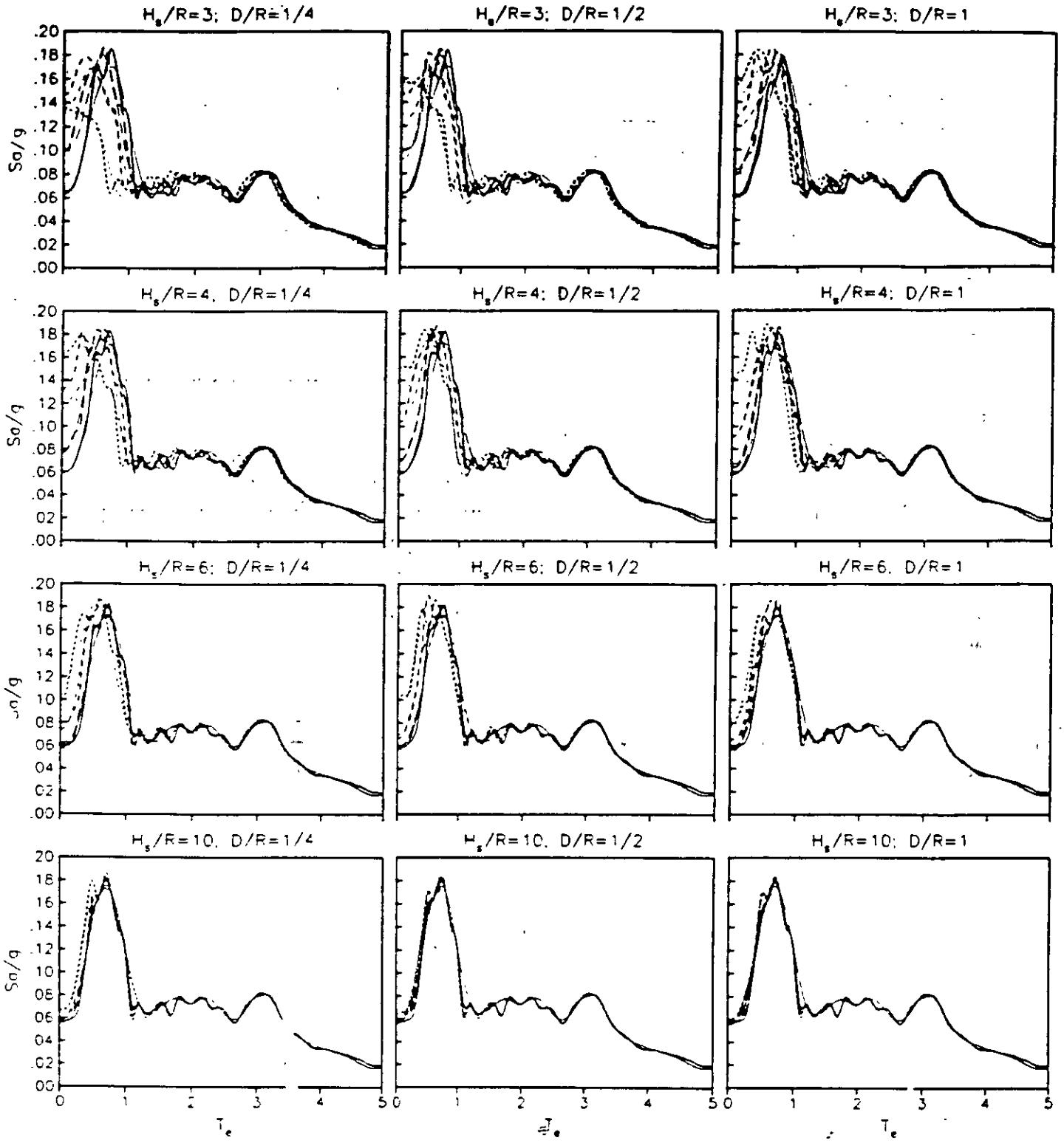


Fig 1 Espectros de respuesta con efectos de interaccion cinematica para el sitio VIV Con linea gruesa calulos rigurosos y con linea delgada calculos aproximados
(——) $H_s/R=1$, (– – –) $H_s/R=2$
(- - - -) $H_s/R=3$, (·····) $H_s/R=4$

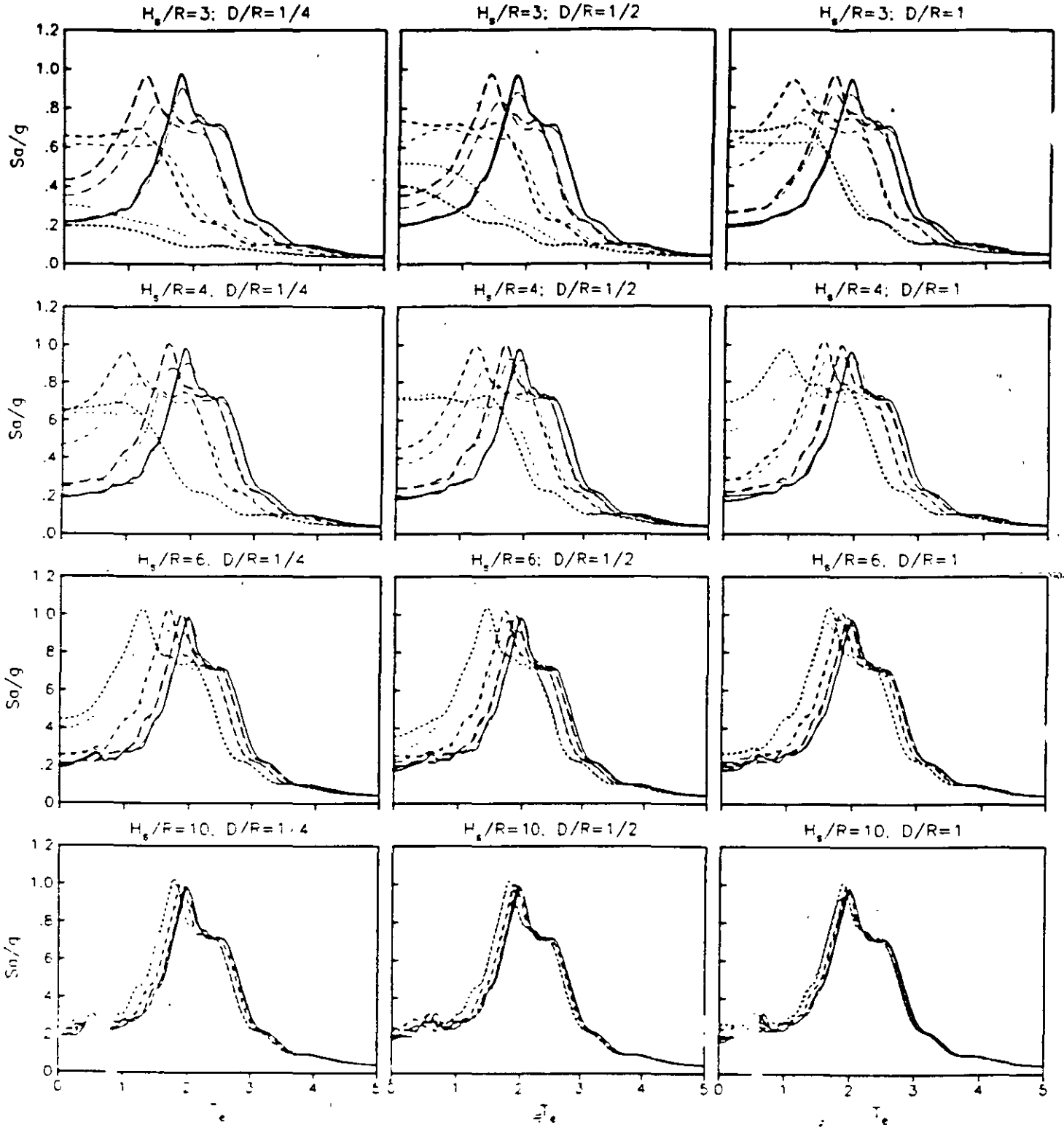


Fig 2 Espectros de respuesta con efectos de interaccion cinematica para el sitio SCT. Con linea gruesa calculos rigurosos y con linea delgada calculos aproximados
(——) $H_s/R=1$, (– – –) $H_s/R=2$
(- - - - -) $H_s/R=3$, (·····) $H_s/R=4$

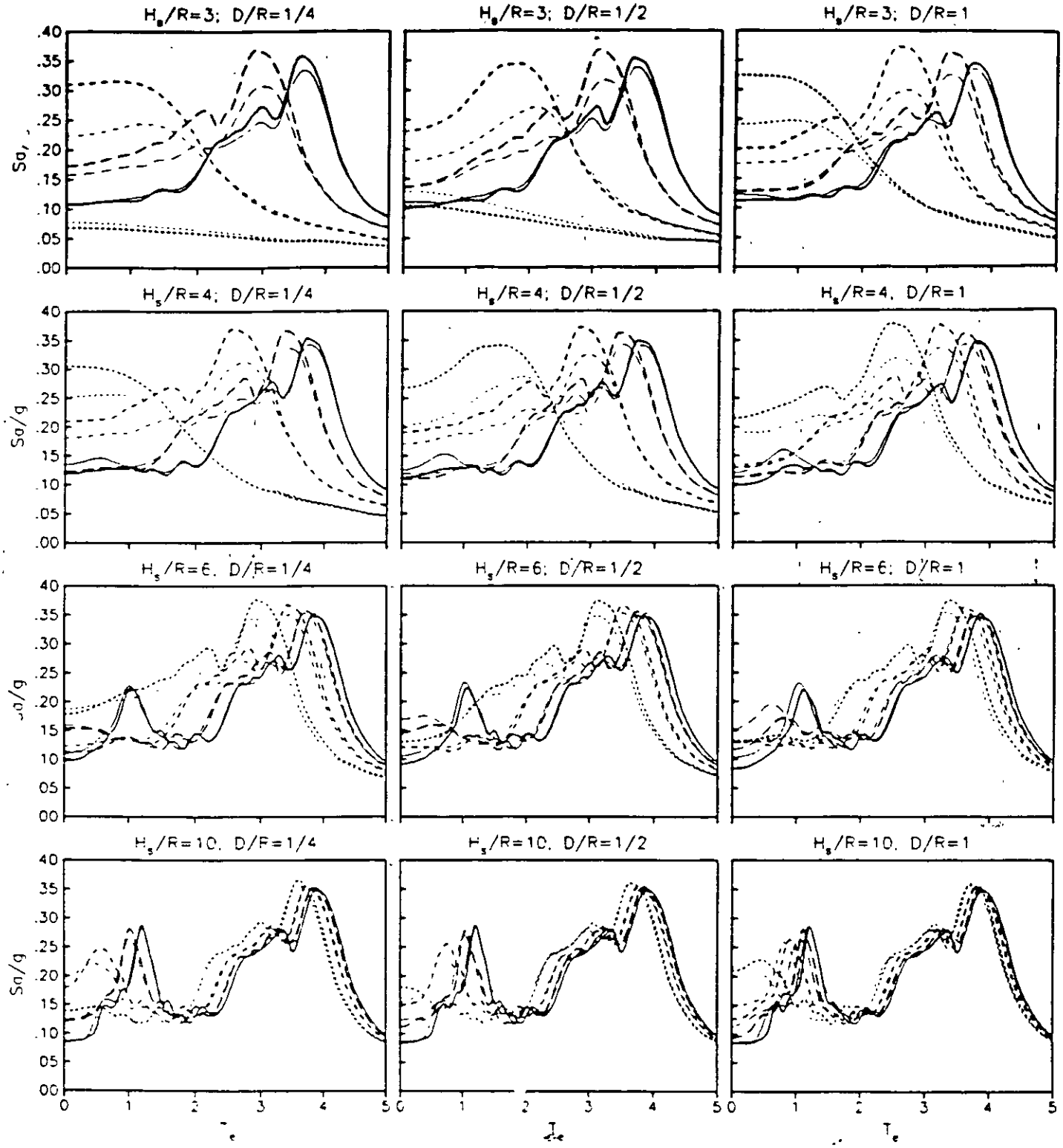


Fig 3 Espectros de respuesta con efectos de interaccion cinematica para el sitio CAO. Con linea gruesa calulos rigurosos y con linea delgada calculos aproximados

(——) $H_s/R=1$, (– – –) $H_s/R=2$

(- - - -) $H_s/R=3$, (·····) $H_s/R=4$

ESTIMACIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA INELÁSTICOS CON EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

Se presenta un procedimiento simplificado para estimar espectros de respuesta inelásticos con interacción. Se hace uso de un método aproximado para estimar el periodo y amortiguamiento efectivos de un oscilador de reemplazo a fin de tomar en cuenta la interacción suelo-estructura, así como del concepto de ductilidad efectiva. Para la no linealidad estructural se toman algunos resultados del método lineal equivalente.

Periodos y amortiguamientos efectivos

Avilés *et al* (1993) han suministrado expresiones útiles para estimar los parámetros efectivos de un oscilador de reemplazo Para la obtención del periodo se sigue un proceso iterativo que inicia suponiendo que el periodo efectivo es aquel que se obtiene para el caso estático. Para las iteraciones posteriores se emplea la expresión

$$\tilde{T}_e = \left[T_e^2 + T_h^2 + T_r^2\right]^{1/2} \qquad (1)$$

siendo $T_h = 2\xi/\omega_h$ y $T_r = 2\xi/\omega_r$, con $\omega_h = K_h / M_e$ y $\omega_r = K_r / M_e(H_e + D)^2$. K_h y K_r son las rigideces dinámicas o funciones de impedancia para el modo de traslación horizontal y rotación, respectivamente La expresión para evaluar estas cantidades es

$$K_m = K_m^0\left[k_m - \zeta\eta_m c_m\right] \qquad (2)$$

Donde K_m^0 es la rigidez estática, k_m y c_m son coeficientes de rigidez y amortiguamiento, funciones de la frecuencia, $\eta_m = \omega_m R / \beta$ es la frecuencia adimensional (R es el radio de la cimentación y β es la velocidad de ondas de corte), m indica el modo (traslación horizontal o rotación) y ζ es el amo ig miento material del suelo

Para evaluar el amortiguar iento efectivo de la estructura interactuando con el suelo los autores calibraron la siguiente expresion

$$\tilde{\xi}_e = \xi_e\left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right] + \frac{\zeta_h}{1+2\zeta_h^2}\left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right]^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2}\left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right]^2 \qquad (3)$$

donde ξ_e es el amortiguamiento viscoso de la estructura supuesta con base indeformable; $\zeta_h = \omega C_h / 2K_h$ y $\zeta_r = \omega C_r / 2K_r$ son los amortiguamientos viscosos del suelo en los modos de translación y rotación de la cimentación, respectivamente. La expresión para evaluar

C_h y C_r para la frecuencia asociada al periodo efectivo obtenido como resultado del proceso iterativo es:

$$C_m = K_m^0\left[\eta_m c_m + 2\zeta k_m\right] \qquad (4)$$

En la sección 4 de este informe se dan tablas (1, 2 y 3) con los valores de las rigideces estáticas K_m^0 normalizadas para la relación de Poisson $\nu = 1/3$, 0.45 y $1/2$, respectivamente, para distintas configuraciones sitio-cimentación. Los términos de normalización son GR, GR^3 y GR^2 para los modos de traslacón horizontal, rotación y acoplado, respectivamente (G es el módulo de rigidez de ondas de corte). Asimismo, se proporcionan expresiones aproximadas para evaluar los coeficientes de rigidez y amortiguamiento (ec 5-16).

Ductilidad efectiva

La interacción reduce la rigidez de la estructura con respecto a la que tendría en su condición de base rígida. Esto implica por consiguiente un aumento en las deformaciones, tanto en el intervalo lineal como en el intervalo no lineal, siempre que el periodo fundamental de la estructura sea menor que el periodo resonante del espectro de respuesta.

El factor de ductilidad se define como el cociente de la deformación a la falla entre la deformación a la fluencia. Considerando que las deformaciones máximas se incrementan en la misma cantidad para un sistema con base rígida y uno con base flexible, es posibledemostrar que el cociente entre las deformaciones máximas y las deformaciones de fluencia de cada sistema conduce a la expresión

$$\tilde{\mu} = \left[\frac{T}{\tilde{T}}\right]^2\left[\mu - 1\right] + 1 \qquad (5)$$

En vista de que $0 < T_e / \tilde{T}_e \leq 1$, al analizar la ecuación anterior se desprende que $1 < \tilde{\mu} \leq \mu$, lo que implica que el factor de ductilidad se reduce debido a la interacción suelo-estructura Este resultado fue obtenido por Rosenblueth y Reséndiz (198). Se le conoce como ductilidad efectiva Con objeto de tratar la ductilidad mediante el enfoque del oscilador de reemplazo μ representará la ductilidad estructural del sistema original mientras que la ductilidad efectiva $\tilde{\mu}$ la demanda de ductilidad del oscilador de reemplazo.

Método lineal equivalente

Pérez-Rocha y Ordaz (1991) propusieron un método aproximado para tomar en cuenta la ductilidad estructural por medio de parámetros dinámicos equivalentes Se basaron en un método de linealización propuesto por Newmark y Rosenblueth (1971) Los espectros

obtenidos con este método conservan las características de los espectros inelásticos rigurosos, a pesar de que los cálculos se realizan bajo un proceso lineal. Las expresiones que obtuvieron son

$$T_{eq} = \frac{T_o}{\mu}\left[\frac{1}{3} + \frac{2\mu^{3/2}}{3}\right] \qquad (6)$$

$$\xi_{eq} = \frac{\xi_0}{\mu} + \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\mu\right] + \frac{4}{\pi\mu}[\mu - 1 - \ln\mu] \qquad (7)$$

Resultados

Para emplear este procedimiento se inicia estimando los periodos y los amortiguamientos efectivos haciendo uso de las ecuaciones (1) y (3). Con el periodo efectivo y un valor de ductilidad μ se obtiene la ductilidad efectiva haciendo uso de la ecuación (5) Finalmente, con estos parámetros, y haciendo uso de las ecuaciones (6) y (7), se obtienen el periodo y amortiguamiento equivalentes con los cuales bajo un proceso lineal, se obtiene el espectro de respuesta En las figuras 1 y 2 se muestran espectros de respuesta para diferentes configuraciones suelo-estructura en el sitio SCT, para $D/R = 0$ y $D/R = 1$, respectivamente Como excitación se tomó el registro EW del sismo del 19 de septiembre de 1985 El perfil estratigráfico del sitio se idealizó como un manto homogéneo con $\nu_s = 1/2$, $H_s = 56$ $H_s = 56$m y $\beta_s = 64$ m/s. Con linea gruesa se indican, como referencia, resultados obtenidos con un criterio riguroso basado en un esquema de integración paso a paso mediante integrales de convolución (CIS, 1994) y con lineas suaves los calculados haciendo uso del procedimiento simplificado propuesto en esta trabajo. Obsérvese que las aceleraciones pronosticadas con este procedimiento son muy similares a las que se han tomado como referencia Al parecer, el uso de este método en problemas prácticos es adecuado, tomando en cuenta que es un metodo aproximado que reduce los tiempos de cómputo a menos del 1%

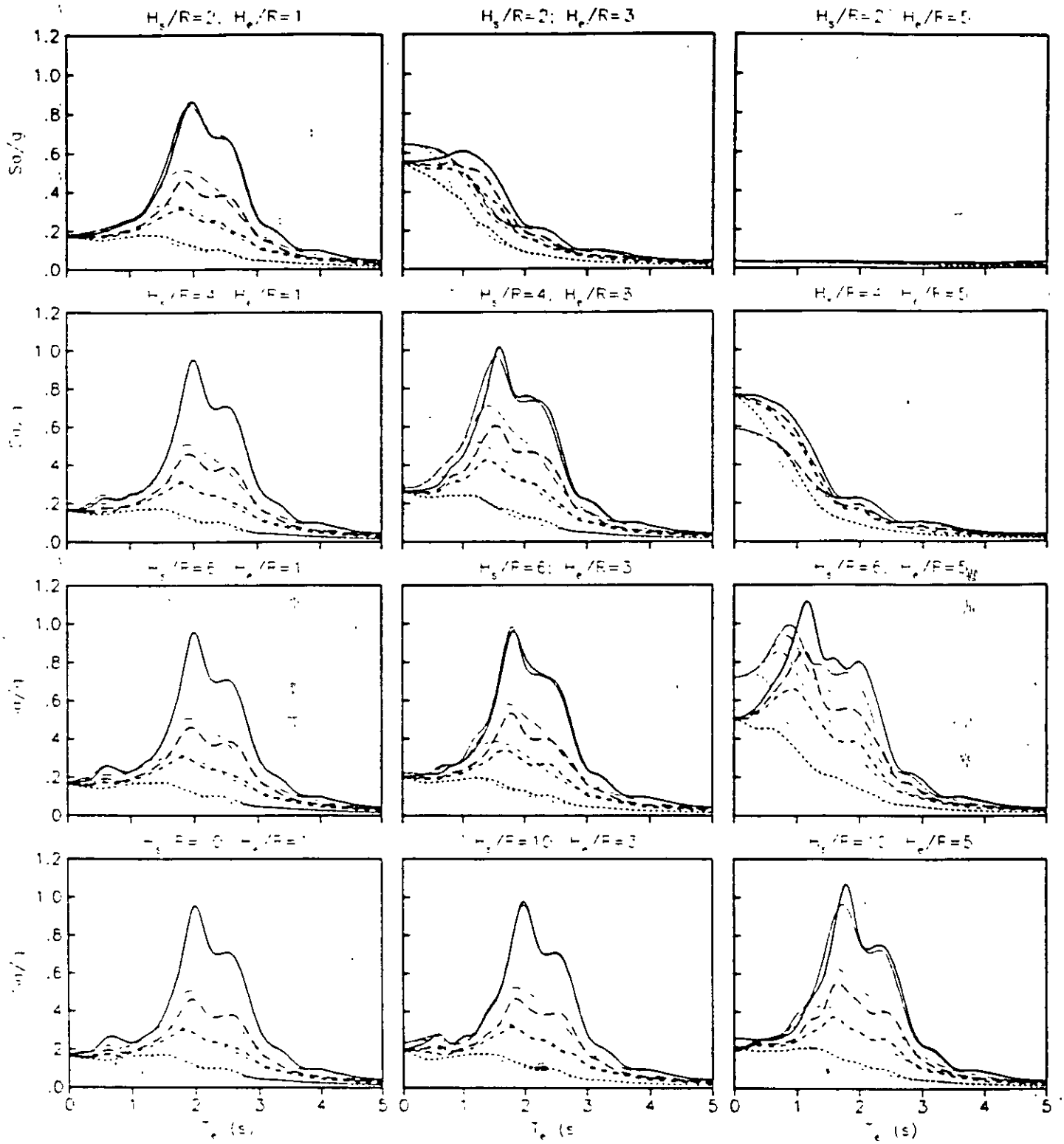


Fig 1 Comparacion de espectros de respuesta inelasticos calculados para configuraciones suelo-estructura con D/R=0 (sitio SCT). Con trazo grueso se indican los espectros calculados mediante integrales de convolucion. Con trazo fino se indican los espectros calculados haciendo uso de un metodo lineal equivalente y de un oscilador de reemplazo;
(——) μ=1, (- - -) μ=1.5, (- - - -) μ=2, (.....) μ=4.

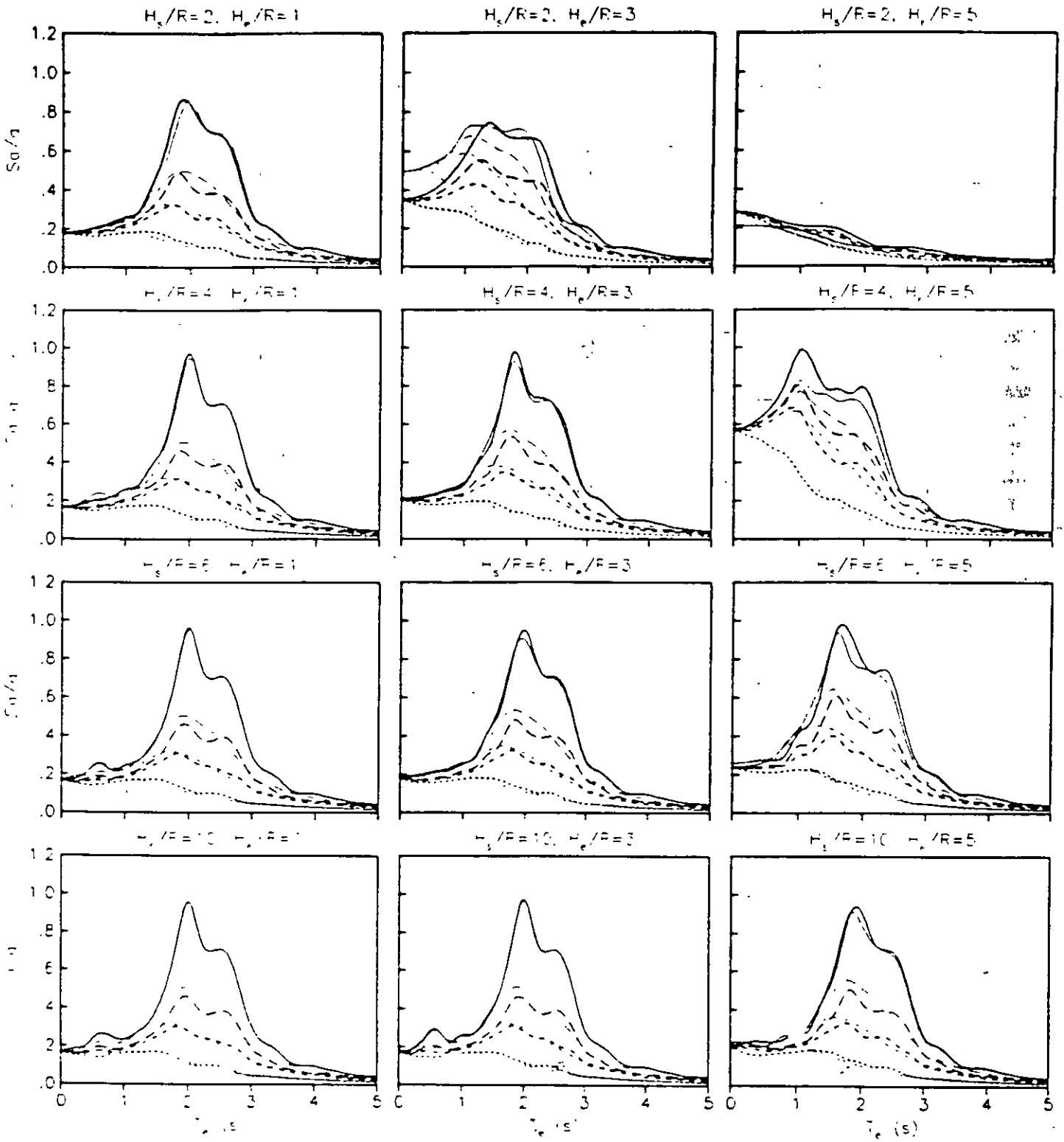


Fig 2 Comparacion de espectros de respuesta inelasticos calculados para configuraciones suelo–estructutura con D/R=1 (sitio SCT) Con trazo grueso se indican los espectros calculados mediante integrales de convolucion. Con trazo fino se indican los espectros calculados haciendo uso de un metodo lineal equivalente y de un oscilador de reemplazo; (——) $\mu=1$, (– – –) $\mu=1.5$, (- - - -) $\mu=2$, (.....) $\mu=4$.

MODIFICACIÓN DE LOS ESPECTROS DE DISEÑO CONOCIDO EL PERIODO DOMINANTE DEL TERRENO: EL CASO DEL VALLE DE MÉXICO

I. INTRODUCCIÓN

El periodo fundamental de la estructura T_e y del periodo dominante del terreno T_s son parámetros determinantes en el diseño estructural y de gran impacto en la economia de la construcción Es posible reducir el valor de los periodos de vibrar de una estructura mediante elementos rigidizadores, o bien, optar por alternativas que le den mayor flexibilidad, dependiendo de las caracterisitcas del sitio de desplante, en particular, el periodo dominante. En este trabajo se discute la metodologia propuesta por el Reglamento para tomar en cuenta el periodo del sitio en el diseño sismico. Además, se ilustran las modificaciones en los espectros de diseño que resultan de tomar en cuenta estas recomendanciones, para ello se han construido contornos de diseño, o bien, curvas de igual valor del coeficiente sismico en el dominio $T_e - T_s$. Estos contornos se comparan con contornos de respuesta espectral obtenidos a partir de un modelo unidimensional de propagación de ondas de corte

II. VULNERABILIDAD DEL VALLE DE MÉXICO

La formación geologica del valle de México, constituida por depósitos aluviales y lacustres, en combinación con el efecto de subduccion en la costa del Pacifico y otras fuentes tectónicas, propician condiciones de alto riesgo sismico Los temblores que con mayor fuerza han azotado al valle de México se originan en la brecha de Guerrero por la subducción de la placa de Cocos en la placa de Norteamérica. Se sabe que a pesar de que la distancia entre el valle y la zona epicentral es de alrededor de 300 km, las ondas sismicas que llegan a la cuenca se amplifican dramaticamente por la presencia de los estratos arcillosos mas superficiales (fig 1)

Históricamente se han registrado daños por sismo a muchas construcciones Los sismos de septiembre de 1985 causaron daños y muertes sin precedente en la región El informe del Comité Metropolitano para emergencias indica que más de 5000 edificios fueron dañados o destruidos (SGOP, 1988) Las experiencias vividas obligan a profundizar en el estudio del comportamiento del suelo en el valle de Mexico, asi como en otras zonas de alta vulnerabilidad Conociendo la respuesta que presenta el suelo ante condiciones sismicas se podrán diseñar obras civiles con menor incertidumbre, lo que conduce a la construcciones de obras más seguras y económicas

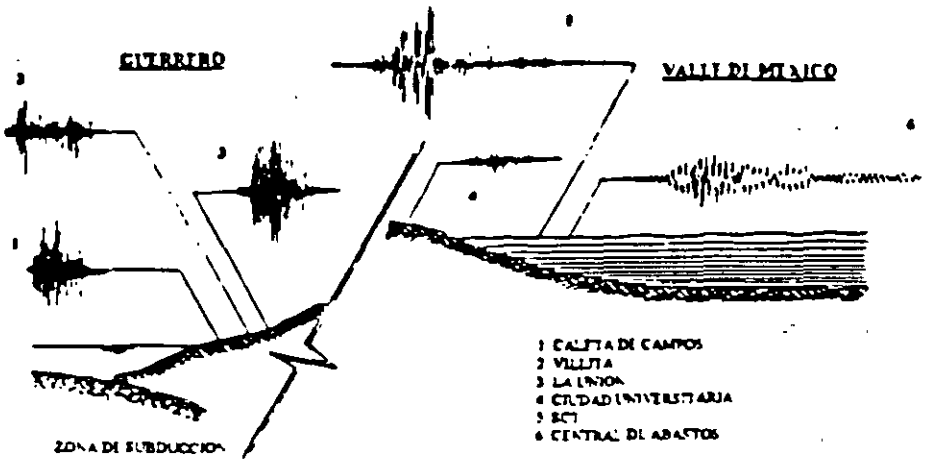


Figura 1. Amplificación de las ondas sísmicas en el valle de México

III. RED ACELEROMÉTRICA DEL VALLE DE MÉXICO Y MICROTEMBLORES

Después de los sismos de 1985 el valle de México ha sido instrumentado con acelerómetros digitales Actualmente se cuenta con casi cien estaciones en la superficie del terreno (fig 2) Las estaciones acelerométricas están controladas actualmente por el Instituto de Ingeniería (I de I) de la UNAM, el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES) de la Fundación Javier Barros Sierra Hasta la fecha se han registrado cerca de 50 000 segundos de movimiento correspondientes a más de 8 sismos de subducción de magnitud Richter mayor a 5 Por otro lado, la utilización de aparatos para registrar vibración ambiental ha tenido gran aplicabilidad en el monitoreo de edificios y su uso se ha extendido a la medición de periodos dominantes del terreno.

Con el fin de contar con un mapa del valle de México que mostrara con mayor claridad los periodos dominantes del suelo y que cubriera una superficie mayor a la de los estudios hechos hasta hoy, Reinoso y Lermo (1991), proponen un mapa de isoperiodos aplicando la técnica de cocientes espectrales a partir de registros de movimientos fuertes captados por la red acelerometrica del valle de Mexico y complementada con los registros de microtemblores (fig 2) Este mapa puede ser utilizado en sustitución del mapa de isoperiodos que se propone en las Normas Tecnicas Complementarias para Diseño (NTC) por Sismo del RCDF (fig 3) y además es un instrumento practico para la modificación de los espectros de diseño que permite el Reglamento

IV. PERIODOS DEL SUELO EN EL DISEÑO SÍSMICO

El RCDF establece espectros de diseño para cada una de las zonas geotécnicas, considerando para cada zona diferentes coeficientes sísmicos y tomando en cuenta el grupo de construcción de que se trate (A o B) En la tabla 1 se indican los parámetros que deben considerarse para la construcción de los espectros de diseño

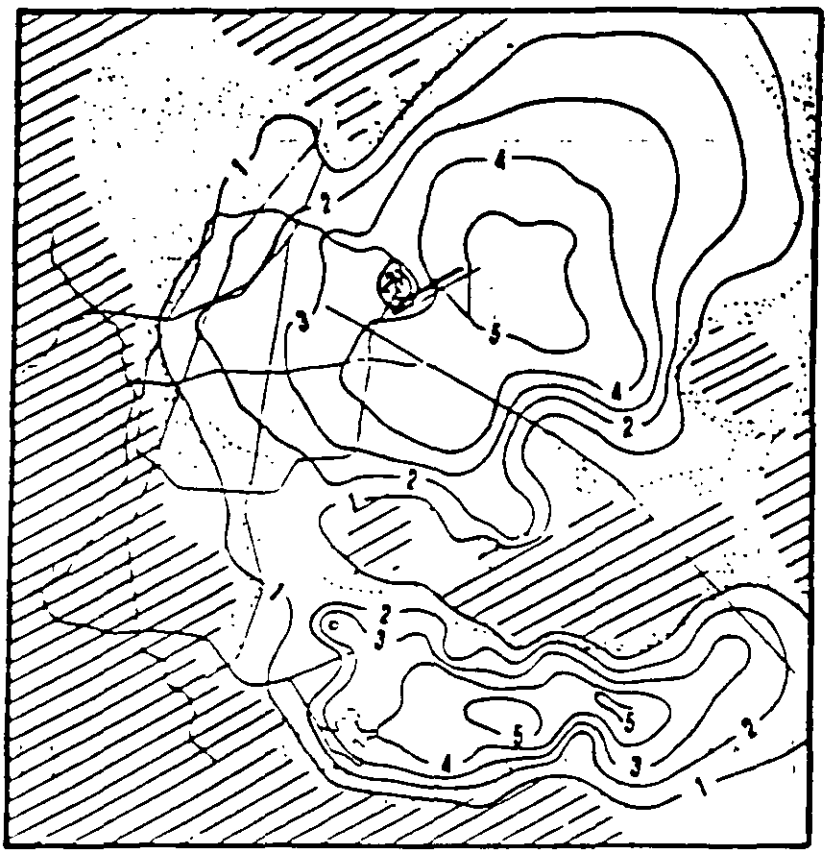


Figura 2. Curvas de isoperiodos con funciones de trasferencia y microtemblores

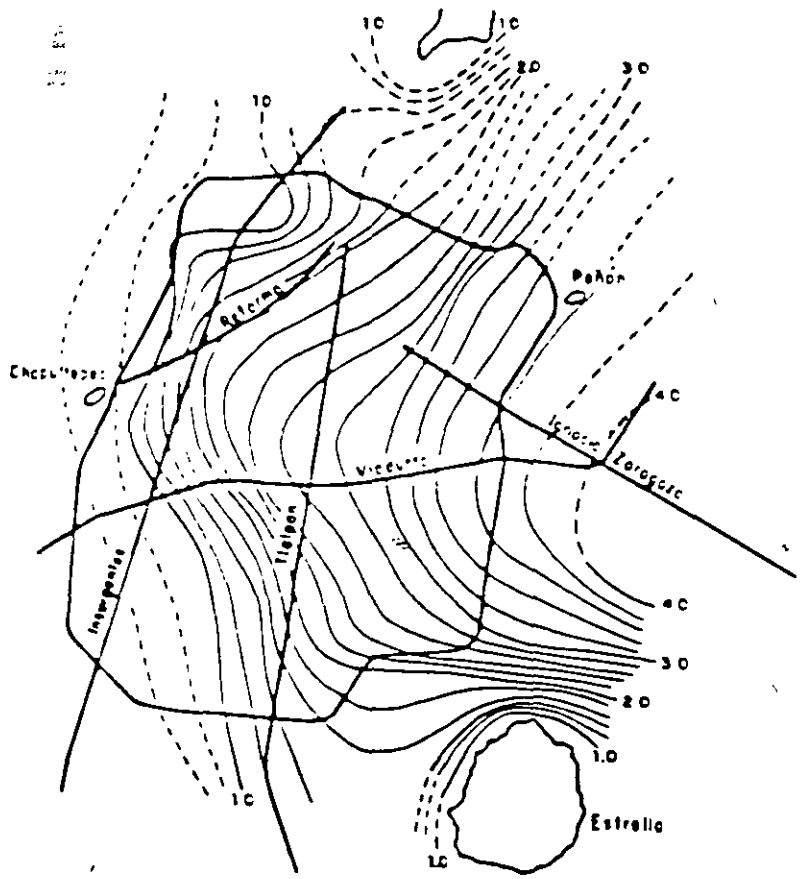


Figura 3. Mapa de isoperiodos propuesto por el RCDF.

Tabla 1					
Zona	Ta	Tb	r	c grupo B	grupo A
I	0.2	0.6	1/2	0 16	0.24
II	0.3	1.5	2/3	0.32	0 48
III*	0 6	3.9	1	0 40	0 60

*Aplicable a las regiones que indican las NTC en la zona II

El coeficiente sísmico (c) establece la aceleración que corresponde a una estructura en función de su periodo fundamental de vibración. El coeficiente sísmico se expresa en partes de la aceleración de la gravedad (g) Los valores de Ta y Tb marcan los límites del grupo de periodos estructurales a los que corresponde el máximo coeficiente sísmico en el espectro, es decir, la parte del espectro de diseño a la cual se le asignan las máximas aceleraciones. Por su parte, r representa el exponente que marca la forma en que decrece la curva después del la abscisa Tb. Para la obtención de las ordenadas espectrales de aceleración (a), se hace uso de las siguientes relaciones.

$$a = \frac{1 - 3T/T_a}{4} c \qquad \text{Si } T < T_a \qquad (1)$$

$$a = c \qquad \text{Si } T_a < T < T_b \qquad (2)$$

$$a = \left(\frac{T_b}{T}\right)^r c \qquad \text{Si } T_b < T \qquad (3)$$

En la figura 4 se han construido los espectros de diseño para cada una de las zonas geotecnicas y para los dos grupos de estructuras

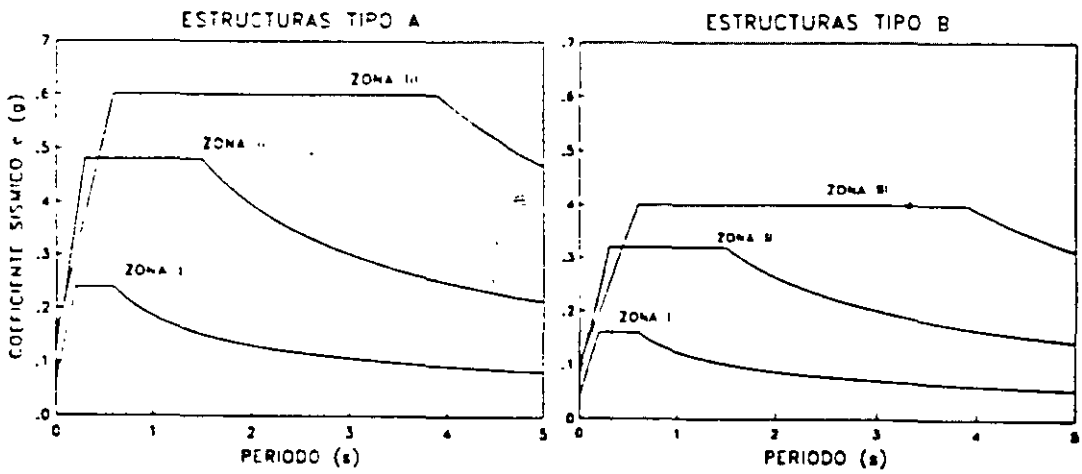


Figura 4. Espectros de diseño

Sn embargo, conociendo el periodo del suelo, el coeficiente sismico, puede modificarse al aplicar la ecuación que aparece en el apéndice A4 de las NTC:

$$c = \frac{1.6\,T_s}{4 + T_s^2} \qquad (4)$$

donde Ts es el periodo del sitio. El valor de c obtenido es aplicable a estructuras del grupo B y se considera 1.5 veces su valor para aquellas del grupo A. Se excluye su uso para construcciones ubicadas en las dos regiones que marcan las NTC en la zona de transición. Esta ecuación no considera reducciones del coeficiente sismico para periodo del suelo igual a dos segundos, debido a que es en esos sitios donde se han registrado las máximas aceleraciones producidas por un sismo (Septiembre/85).

Considerando el periodo Ts=0.5 s como frontera entre la zona de I (lomas) y la II (de transición), y Ts=1 0s como división entre la zona II y la III (de lago), puede trazarse el comportamiento que sigue el coeficiente c conforme varia el periodo del suelo, como lo ilustra la figura. 5 Con linea discontinua se observan los valores de c para cada zona geotécnica sin considerar el periodo dominante del suelo (tabla 1) y con linea continua la variación de c al aplicar la ec 4. En estas curvas se observa lo siguiente:

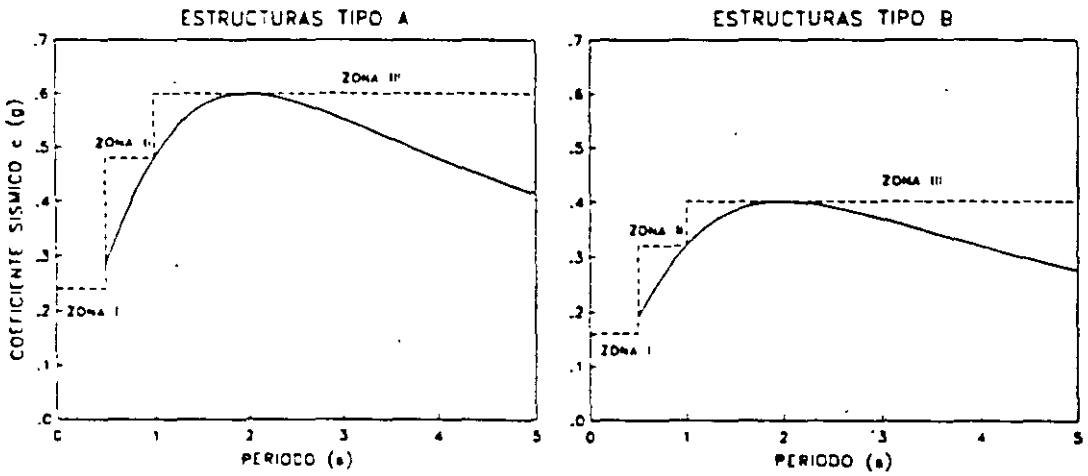


Figura 5. Variación del coeficiente sísmico con el periodo del suelo

- Al considerar el periodo del suelo, c llega a reducirse hasta un 30 % en la zona III ya que puede alcanzar valores proximos a 0.28 para estructuras del grupo B y 0.42 para el A, aproximadamente

- La reducción de c en la zona II alcanza valores de 0.19 para estructuras del grupo B y 0.29 para el A, lo que equivale a reducciones del 40 %, aproximadamente

- Existen pequeñas porciones de la zona II donde Ts puede exceder a un segundo, lo que puede ocasionar coeficientes c mayores a 0.32 para el grupo B y a 0.48 para el A.

La variación de Ta y Tb al conocer el periodo del sitio se lleva a cabo por las relaciones de la tabla 2. En la figura 6 se muestra con linea discontinua los valores que adoptan Ta y Tb sin conocer el periodo del suelo y con linea continua los valores que toman estos parámetros al conocer tal periodo Debido a que estos valores delimitan el intervalo de periodos estructurales a los que corresponden aceleraciones mayores en los espectros de respuesta, la condición más favorable será aquella donde Ta y Tb presenten valores cercanos. Se observa tambien que el valor de Ta siempre será mayor cuando se tiene conocimiento del periodo del sitio Sin embargo, Tb sólo se reducirá cuando Ts es menor a 3.25 s.

Tabla 2		
Zona	Ta	Tb
II	0.64 Ts	1.2 Ts
III	el mayor de 0 35 Ts 0 64 s	1.2 Ts

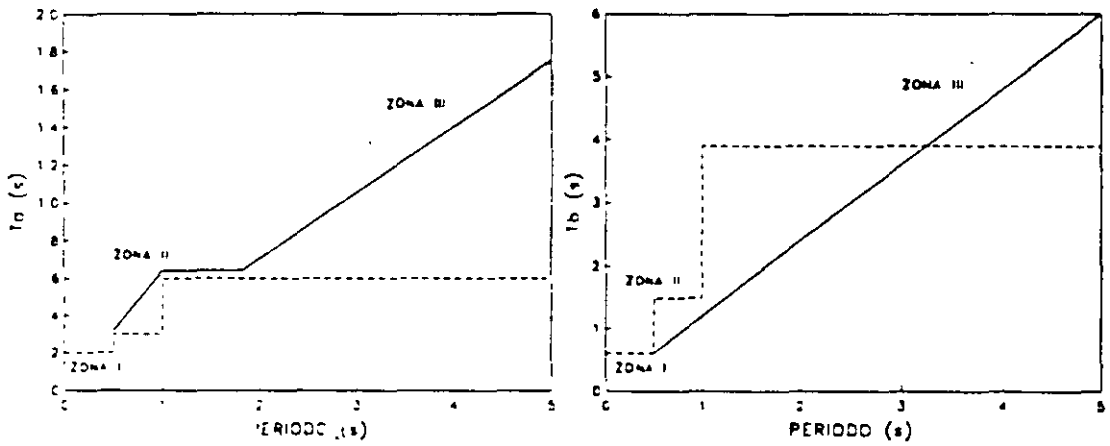


Figura 6. Variación de Ta y Tb con el periodo del suelo

En las figuras 7, 8 y 9 aparecen con linea continua los espectros de diseño para las zonas II y III que marca el RCDF sin ninguna modificacion Con linea discontinua se indican los espectros extremos entre los que pueden variar los espectros de diseño al considerar las modificaciones correspondientes a los valores del coeficiente sismico c y a los parámetros Ta y Tb en función del periodo del sitio Ts Se ha tomado también, como frontera entre las zonas II y III, a un segundo de periodo del suelo

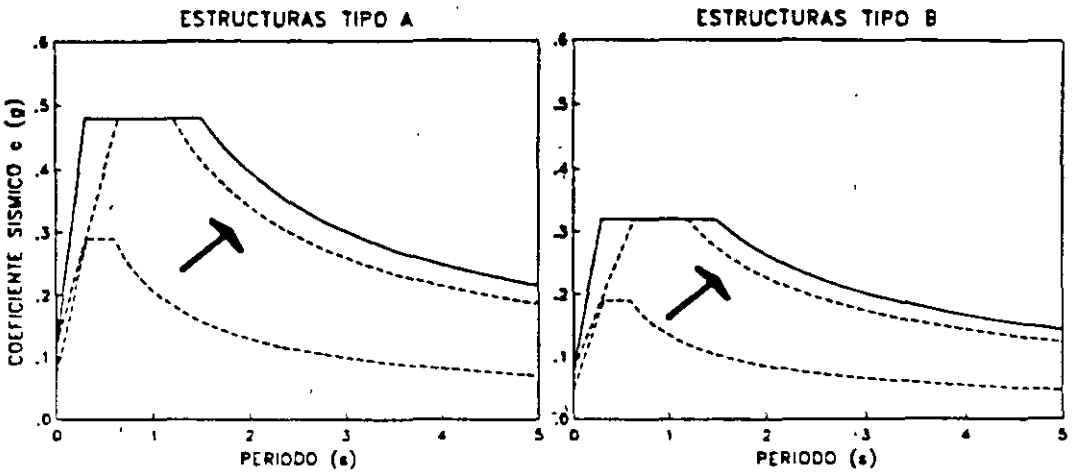


Figura 7. Variación del espectro de diseño en la zona II

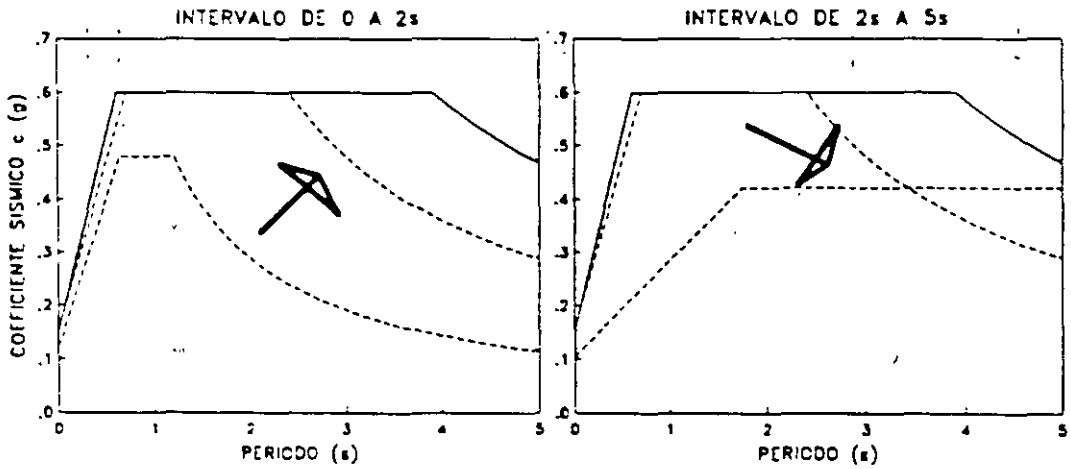


Figura 8. Variación del espectro de diseño en la zona III. Estructuras tipo A

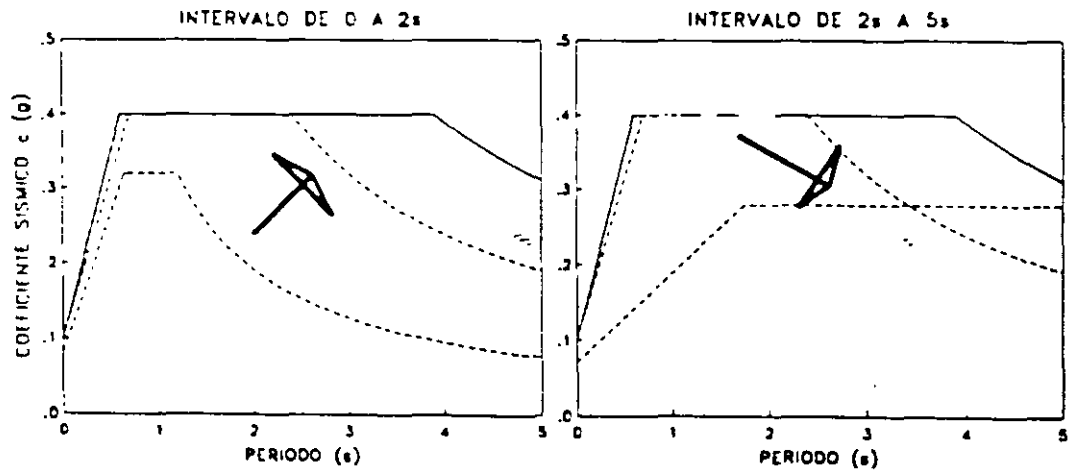


Figura 9. Variación del espectro de diseño en la zona III. Estructuras tipo B

Puede observarse que el conocimiento de Ts conduce, en general, a ordenadas espectrales menores, conservando la amplitud máxima para los periodos iguales y cercanos al del sitio. Los espectros modificados indican una reducción del intervalo de periodos con ordenadas espectrales máximas. La reducción del intervalo de periodos para las aceleraciones espectrales mayores es de aproximadamente 40% . Este hecho puede ocasionar que la aceleración a la que estaria sujeta una estructura sin considerar el periodo del sitio, se vea reducida al tomarlo en cuenta y obtener los valores de c, Ta y Tb. La importancia de estas reducciones sugiere que debe realizarse un estudio más detallado.

La gama de espectros modificados al conocer el periodo del sitio puede observarse mediante el uso de contornos espectrales. En la figura 10 aparecen contornos espectrales de diseño para las estructuras del grupo A y B. El eje de las abscisas indica el periodo estructural y el eje de las ordenadas el periodo dominante del sitio. Las curvas unen puntos de igual aceleración espectral La magnitud de estos periodos se ha fijado en 5s, pues se sabe que los periodos fundamentales para el valle de México alcanza este valor Similarmente, las estructuras presentan su modo fundamental en valores del mismo orden

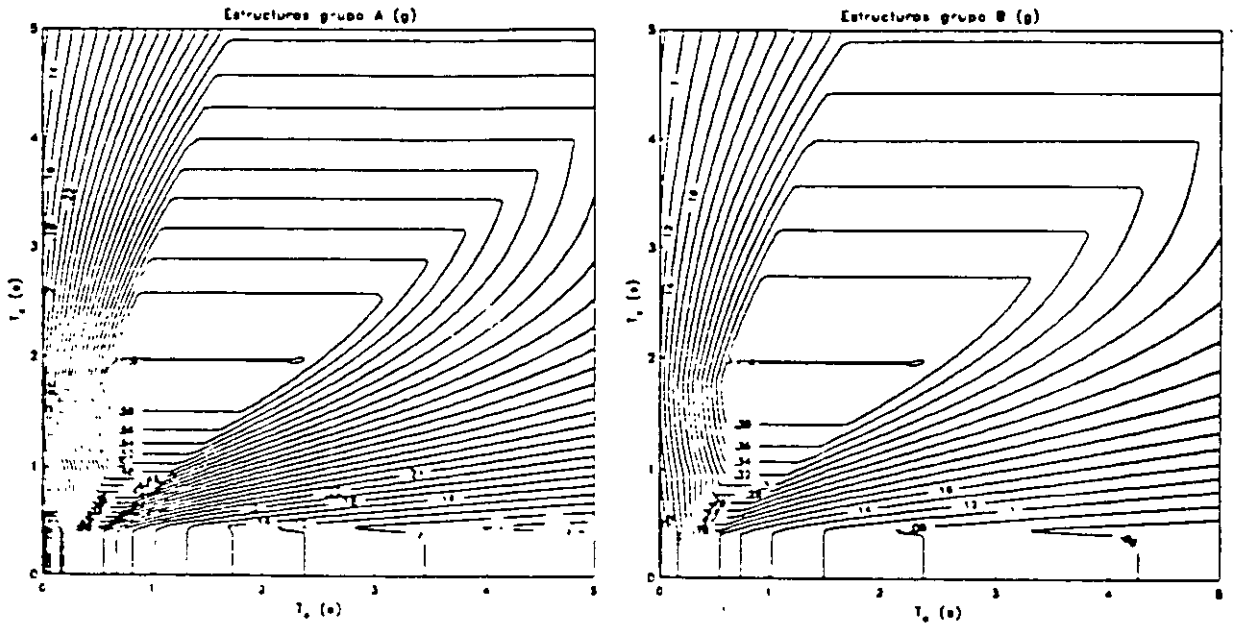


Figura 10. Contornos de diseño

Al realizar una seccion horizontal en estos contornos se observa el espectro de diseño que corresponde al sitio de periodo Ts Por ello, cortes en periodos del suelo iguales a 0.5 y 1.0 s en ambos contornos, mostrarian los espectros con linea discontinua que aparecen en la figura 7 Lo mismo sucederia con cortes en los periodos asociados a los espectros de las figuras 8 y 9

La zona de periodo del suelo comprendida entre 0.0 y 0.5 s presenta sólo lineas verticales, es decir ordenadas espectrales constantes. Este intervalo de periodos se refiere a la zona geotécnica I o terreno firme, donde no se tienen expresiones que modifiquen al espectro de diseño conociendo el periodo del sitio. Por ello, cualquier corte realizado en esta región representará el espectro de diseño para la zona I (fig. 4). También se observa en los contornos que las máximas aceleraciones espectrales corresponden a 0.4 y 0.6 g, para las edificaciones del grupo B y A

Como se ha visto, es posible evaluar espectros de diseño en función del periodo del sitio, a partir de los contornos espectrales De acuerdo con este esquema se propone la construcción de contornos espectrales en los que los efectos de sitio se representen mediante el modelo unidimensional de propagación de ondas, es decir, un depósito homogéneo de extensión lateral infinita, al cuál subyace la roca basal que se caracteriza por un semiespacio

El mecanismo para obtener espectros en función del periodo del suelo, consiste en fijar una profundidad de depósito (H), que al asociarla con determinado periodo se evalúa la velocidad de propagación de ondas de corte (β), mediante la expresion.

$$\beta = \frac{4\,H}{T_s} \qquad (5)$$

Con estos valores se calcula la función de trasferencia del sitio, que junto con el espectro de amplitudes de una excitación, es posible obtener el espectro de respuesta aplicando los resultados de la teoria de vibraciones casuales (Boore y Joyner, 1984) El procedimiento se hace para cada periodo de sitio. Por lo tanto, pueden obtenerse diferentes espectros de respuesta con igual espesor del depósito, para sitios con diferente periodo y sometidos a la misma excitacion. Con ellos, se realiza la construcción de los contornos espectrales

Se obtienen buenos resultados si el movimiento de excitación se considera como el que ocurre en la roca basal Es válido considerar que éste esel que se observa en la zona de terreno firme Para este estudio, se ha tomado el componente este-oeste del registro de Ciudad Universitaria (CU) correspondiente al sismo del 19 de septiembre de 1985 (Ms = 8 1)

En la figura 11 se presentan contornos espectrales escalados con los factores 0 4 y 0.6 para que sean comparables con los contornos de diseño calculados para las edificaciones del grupo B y A, respectivamente En ellos se observa que las amplitudes mayores se registran sobre una linea imaginaria de pendiente aproximada a uno en el plano de periodos estructura-suelo Las lineas con pendientes tres y cinco, también comprenden zonas de aceleraciones importantes En periodos de sitio y estructura mayores a cuatro segundos, no se presentan grandes aceleraciones, ello se debe al contenido de frecuencias de la excitación

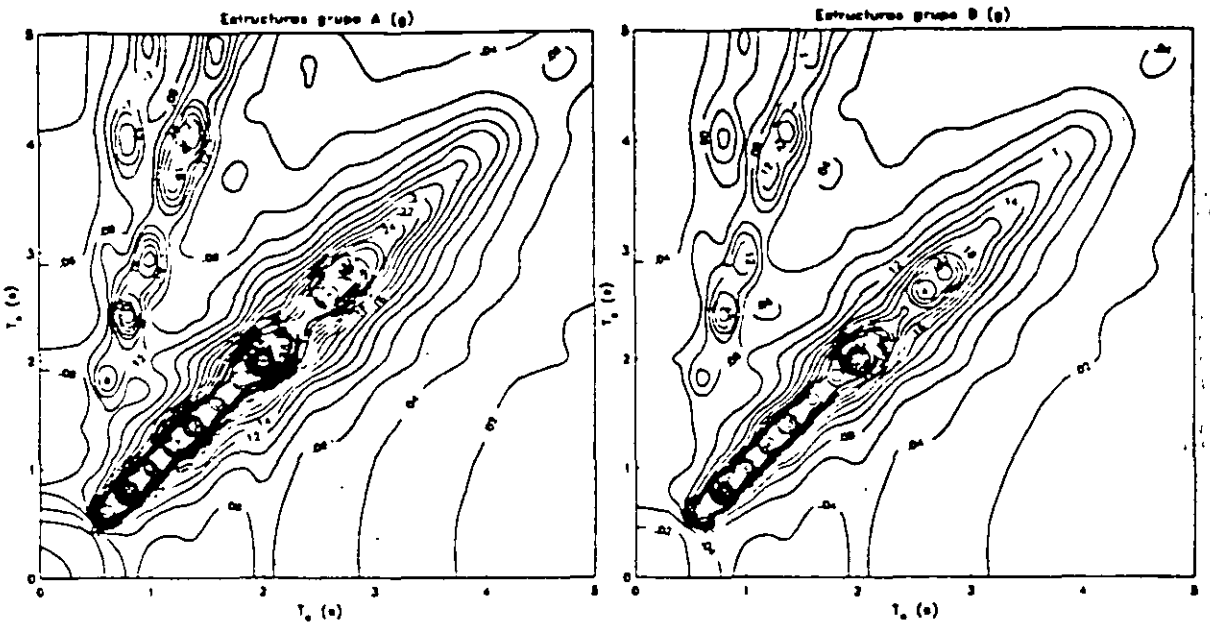


Figura 11. Contornos espectrales con modelo unidimensional

Al comparar los contornos que contienen los espectros propuestos por el RCDF y los contornos espectrales (fig 12) se observa que la tendencia de máximas amplitudes es muy semejante Sin embargo, las mayores aceleraciones espectrales en los contornos de diseño cubren desde el primer modo hasta el segundo de los contornos espectrales Se observa también, que la zona de periodo del sitio comprendida entre 0 y 0.5s no se ve fuertemente afectada para ninguno de los dos casos

Una de las causas por la que los espectros de diseño son robustos y de que sus aceleraciones espectrales no sean tan grandes como las que se han registrado en - smos como los de 1)85, se debe a la consideracion del comportamiento no lineal de las estructuras Por este hecho se han evaluado contornos espectrales utilizando expresiones equivalentes para considerar el comportamiento no lineal. La figura 13 muestra contornos para ductilidades (Q) de 1.5 y 2.0 junto con los contornos de diseño para estructura del grupo A y B, respectivamente. En estas figuras se observa que existe una mayor correspondencia entre las zonas de máximas aceleraciones espectrales

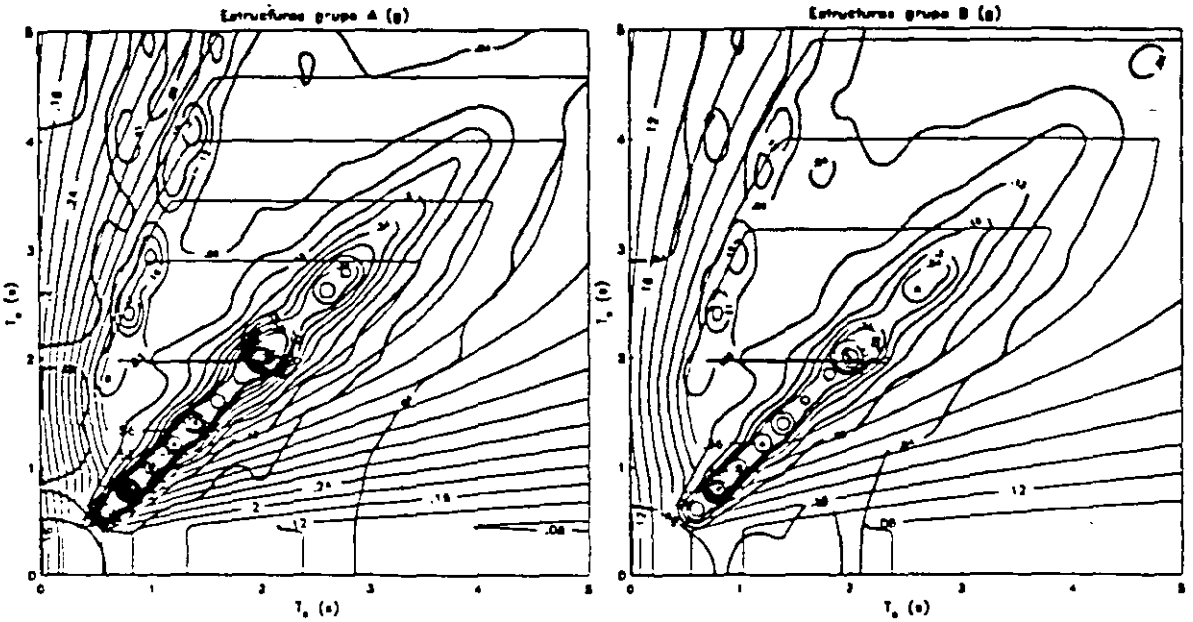


Figura 12. Comparación de contornos de diseño y contornos espectrales

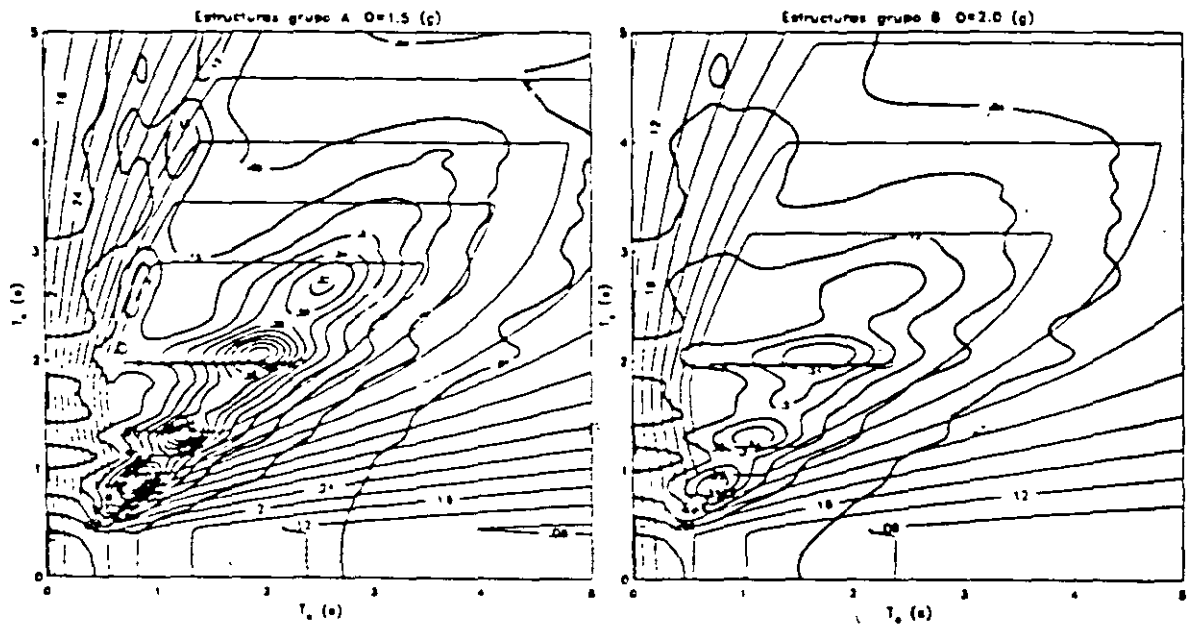


Figura 13. Comparación entre contornos de diseño y contornos no lineales

Para comparar espectros obtenidos de cada uno de los contornos, se ha propuesto realizar cortes en periodos del suelo en 0.8 s y 2.0 s, que corresponden a sitios en la zona de transición y lago respectivamente. Estos espectros se observan en las figuras 14 y 15, que corresponden a las edificaciones del grupo A y B respectivamente. Con linea discontinua se ha trazado el espectro de los contornos donde se ha incluido el comportamiento no lineal.

En estos espectros se observa como aún después de escalar los contornos espectrales, las ordenadas son mayores en comparación con los dos espectros restantes En general los espectros que más se acercan a los espectros de diseño son los espectros no lineales. Adicionalmente, se observa que la caida de los espectros de diseño no es tan fuerte como en los espectros de respuesta Esto se explica, por que el espectro de diseño intenta considerar en esta parte del espectro a aquellas estructuras, donde los modos superiores de vibración contribuyen significativamente en la respuesta estructural

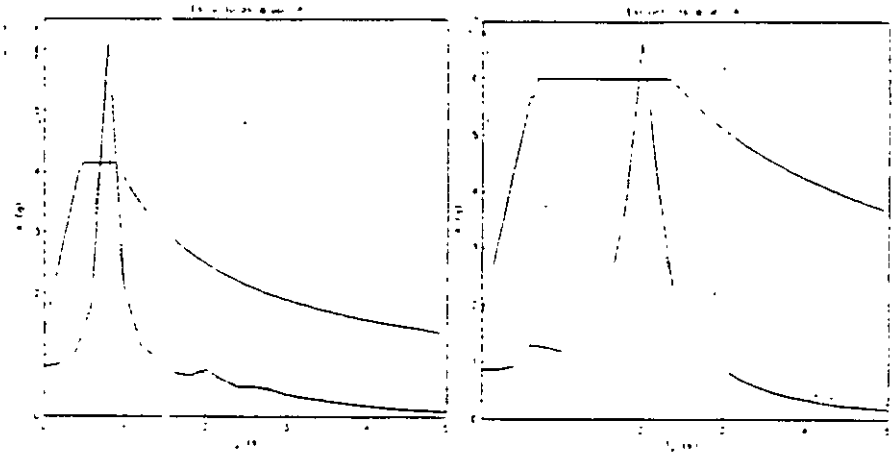


Figura 14. Espectros de diseño y de respuesta en zona II y zona III. Grupo A

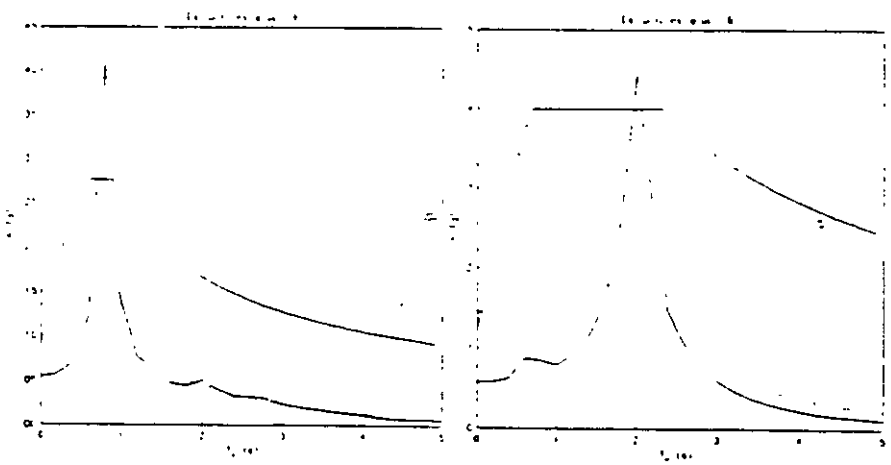


Figura 15. Espectros de diseño y de respuesta en zona II y zona III. Grupo B

V. CONCLUSIONES

La conjunción de las técnicas de funciones de trasferencia empiricas y los microtemblores para el cálculo de periodos dominantes del suelo han dado como resultado un mapa de isoperiodos del valle de México confiable y completo que puede ser utilizado en sustitución del presentado por el RCDF.

La modificación de los espectros de diseño conociendo el periodo dominante del sitio, produce para la mayoria de los periodos estructurales una reducción en las ordenadas espectrales. En algunos casos estas reducciones son hasta del 40%.

En los espectros de diseño modificados, el intervalo de periodos estructurales más fuertemente afectados se reduce en los casos de máximas aceleraciones espectrales a un 60 % aproximadamente

La similitud que existe entre los contornos de diseño y los contornos de respuesta espectral obtenidos a partir del modelo unidimensional, sienta las bases para determinar de forma más precisa los periodos estructurales que pueden ser afectados fuertemente. Con ello, es posible ajustar optimamente la forma de los espectros de diseño.

VI. REFERENCIAS

Claerbout J F (1976) Fundamentals of geophysical data processing, McGraw-Hill Book Company, New York

Boore J y Joyner W B (1984) A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals *Bull. Seism Soc. Am.* 74, 2035-2039

Field, E H S E Hough y K H Jacob (1990) Using microtremors to asses potential earthquakes site response a cade study in Flushing Meadows, New York City, *Bull. Seism. Soc. Am* 80, 145 -1480

Kanai, K y T Tanaka (1954) Measurement of the microtremor, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, Tokyo Univ., 32 199-209

Lermo, J y F J Chavez-Garcia (1992) Site effect evaluation using microtremor measurements A review in three cites in Mexico and results of a new technique, *Proc. Int. Symp. on Earthq. Disaster Prevention*, Ciudad de México, 18 al 21 de Mayo, Vol. 1, 144-155

Lermo, J. y F. J. Chávez Garcia (1993). Are microtremors useful in site effect evaluation?. *Bull. Seism. Soc. Am.*, aceptado.

Lermo J., Rodriguez M. y Singh S. K (1988). Natural period of sites in the Valley of Mexico from microtremor measurements. *Earthquake Spectra*, Nov, 4, 805-814.

Liam, W. D (1991). Getoechnical engineering aspects of microzonation, *Proc. Fourth Int. Conf. on Seismic Zonation*, Stanford California, 1, 199-259.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo 1987. *Diario oficial del 28 de septiembre*, México D.F

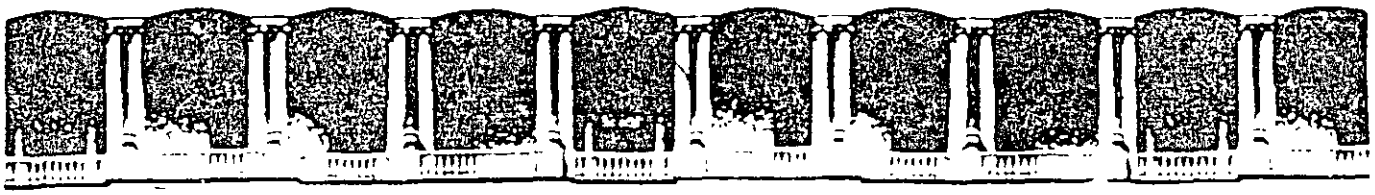
Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 1987. *Diario oficial del 3 de julio*, México D.F

Reinoso E (1991) Actualización del mapa de isoperiodos para la ciudad de México desde mediciones de microtremores y datos de movimientos fuertes, *Boletin del Centro de Investigación Sismica A.C.*, 1, 48-50

Reinoso E y Lermo J (1991) Periodos del suelo del valle de México medidos en sismos y con vibración ambiental *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingenieria Sismica*, Manzanillo, Col.

SGOP (1988). Estudio sobre sismicidad en el valle de México. *Secretaria General de Obras Públicas del DDF*, Ed. Internacional, México, DF.

Singh S K , Mena E y Castro R. (1988) Some aspects of source chracteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motions amplificaction in a near Mexico City from strong motion data *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

RESORTES Y AMORTIGUADORES EQUIVALENTES DEL SUELO

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

RESORTES Y AMORTIGUADORES EQUIVALENTES DEL SUELO

Javier Avilés[1,2] y Eduardo Pérez-Rocha[2,3]

SUMMARY

A set of analytical and numerical solutions to compute impedance functions for embedded foundations in a homogeneous stratum equivalent to a layered soil deposit are presented. These solutions are useful for the determination of effective period and damping of structures interacting with the soil, as well as for the analysis of structures supported on springs and dashpots which depend on frequency, and in general, for the soil-structure interaction problem.

The most significant parameters of a stratified site are the dominant period and the mean shear wave velocity. Then, a layered soil deposit can be replaced by an equivalent stratum with rigid base characterized with these site parameters. The dominant period is determined by using equation 4; and the mean shear wave velocity is obtained by using equations 2 or 3, depending whether the average slowness or velocity criterion, respectively, is assumed. Moreover, the site parameters can be computed rigorously beginning with the eigenvalue problem defined by equation 5.

The impedance functions are defined as the steady state ratio between the applied force (moment) and the result displacement (rotation) in the force direction. The foundation is assumed massless and excited harmonically The dynamic stiffnesses are complex functions depending on the excitation frequency Mathematically, the foundation stiffness and damping are expressed by the real and imaginary parts, respectively, of these functions. Physically, they represent the equivalent springs and dashpots of the soil.

The impedance functions are commonly written in terms of the static stiffness K_m^0, and the stiffness and damping coefficients k_m and c_m, respectively, depending on the normalized frequency η_m, as shown in equation 13. Here, m indicates the vibration mode which could be a translation, a rotation and coupled The normalization factor $(1 + i2\zeta)$ pretends to isolate the effect of the soil material damping ζ Thus, this representation allows to assume other damping coefficients

---

1 Instituto de Investigaciones Eléctricas
2 Centro de Investigacion Sismica AC, FJBS
3 Facultad de Ingenieria, UNAM

1. INTRODUCCIÓN

En el diseño sísmico de estructuras masivas como las plantas nucleares, o de estructuras de edificios desplantados en depósitos de suelos blandos, se deben tener en cuenta explícitamente los efectos de interacción entre la estructura y el suelo, producto de la flexibilidad de éste. Además, en depósitos estratificados se tienen que considerar los efectos adicionales originados por las formaciones locales.

Es común que el análisis de interacción suelo-estructura se realice sustituyendo el suelo por resortes estáticos así como por amortiguadores viscosos y masas virtuales adheridas a la cimentación, invariantes con la frecuencia de excitación, cuyos valores se definen de modo que la respuesta estacionaria se ajuste a soluciones exactas para un amplio rango de frecuencias (Newmark y Rosenblueth, 1971). Estos parámetros generalmente se calculan para cimentaciones idealizadas como discos apoyados sobre suelo uniforme. Este criterio se puede mejorar al incorporar en la rigidez y amortiguamiento del suelo la influencia de la frecuencia de excitación, así como los efectos de la estratigrafía del sitio y la profundidad de la cimentación. Una manera eficiente de tratar estos aspectos consiste en reemplazar los parámetros mencionados por rigideces dinámicas o funciones de impedancia para cimentaciones embebidas en depósitos de suelo estratificados

Las soluciones existentes sobre funciones de impedancia están restringidas a modelos viscoelástico lineales. Una forma práctica de tomar en cuenta aproximadamente el comportamiento no lineal del suelo consiste en estimar valores equivalentes de las propiedades mecánicas del suelo con base en las deformaciones causadas por los movimientos sísmicos intensos esperados en el sitio en cuestión.

En este trabajo se presenta un conjunto de soluciones aproximadas y rigurosas para evaluar las rigideces dinámicas de una cimentación enterrada en un estrato equivalente al depósito de suelo original. Estas soluciones son de gran utilidad para la determinación del periodo y amortiguamiento efectivos de sistemas suelo-estructura y son también para el análisis sísmico de estructuras cuando se suponen apoyadas sobre resortes y amortiguadores, dependientes de la frecuencia de excitación, en sustitución del suelo.

2. IDEALIZACIÓN DEL SUELO

La rigidez dinámica de una cimentación depende de numerosos factores que tienen que ver con la cimentación misma y con el suelo Para fines prácticos, esta complejidad se puede reducir si tanto la cimentación como el suelo se idealizan adecuadamente. Los

El estrato equivalente al depósito de suelo se muestra en la Fig. 2. Este se caracteriza con la profundidad H y el periodo fundamental de vibrar T, que son semejantes a los parámetros correspondientes del depósito original, así como con la velocidad de ondas de cortante β, que es función tanto de H como de T, la cual se conoce como la velocidad media de propagación del depósito de suelo y representa la velocidad efectiva de un estrato equivalente con profundidad H y periodo T.

Los valores del peso volumétrico γ y el amortiguamiento ζ del estrato equivalente se pueden fijar como los promedios de los parámetros correspondientes del depósito de suelo. Se estima que esta simplificación es suficiente para el caso de suelos donde el rango de variación de tales parámetros es pequeño, como sucede con la mayoría de suelos que se encuentran en la práctica.

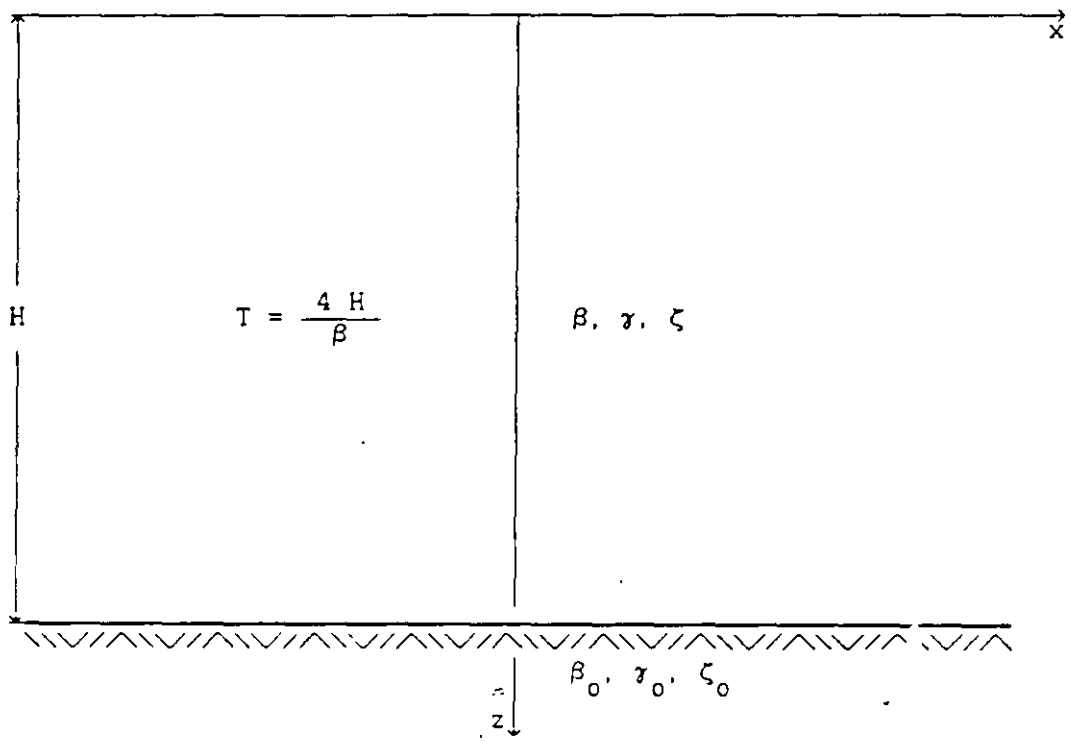


Fig. 2 Estrato equivalente

El periodo dominante de vibración y la velocidad media de propagación del sitio se pueden determinar con técnicas aproximadas. Sin embargo, en sitios especiales donde los contrastes de rigidez entre estratos sean considerablemente grandes se recomienda emplear técnicas rigurosas.

La velocidad media de propagación obtenida con base en los conceptos de velocidad o lentitud promedios resulta suficientemente aproximada para la mayoría de los sitios. El grado de aproximación y la mejor solución dependen de las características del perfil estratigráfico. Sólo si los contrastes de velocidad entre estratos son muy marcados se debe preferir el concepto de lentitud promedia.

2.2 Determinación rigurosa del periodo dominante y la velocidad media del sitio

Los modos naturales de vibrar de un depósito de suelo modelado con estratos horizontales se pueden determinar fácilmente mediante la técnica del elemento finito. Para esta situación es posible usar hiperelementos que se discretizan solamente en la dirección vertical.

Lysmer y Drake (1972) han desarrollado un método de elemento finito de aplicación práctica para el problema de modos de propagación de un depósito estratificado. Este consiste en discretizar cada estrato del depósito en subestratos cuyos espesores se deben escoger mucho más pequeños que la longitud de onda de cortante en el estrato en cuestión. De esta forma, el número de estratos en el sistema discreto se selecciona generalmente mayor que el número de estratos en el sistema original. Un análisis típico requiere de 10 a 40 estratos. Si el depósito real con M estratos se divide en N subestratos (N > M), los modos permanentes (modos naturales de vibración) se encuentran resolviendo un problema de valores característicos de orden N definido por la ecuación homogenea

$$\left[K - \omega_n^2 M \right] Z_n = 0 \qquad (5)$$

onde ω_n es la frecuencia y Z_n el modo correspondientes a la n-esima forma natural de vibración del depósito de suelo. Z_n es un igenvector que tiene como componentes los desplazamientos modales, perpendiculares al plano x-z, de los nodos z_n ($1 \leq n \leq N$). Además, M y K son las matrices de masa y rigidez, respectivamente, del deposito estratificado, las cuales son tridiagonales y tienen la siguiente estructura:

3. FUNCIONES DE IMPEDANCIA

Las funciones de impedancia se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) aplicada y el desplazamiento (rotación) en la dirección de la fuerza para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente. Estas funciones son de tipo complejo y dependientes de la frecuencia de excitación. Matemáticamente expresan, la parte real, la rigidez e inercia del suelo y, la imaginaria, el amortiguamiento material por comportamiento histerético y el geométrico por radiación de ondas. Físicamente representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo.

Los significados matemático y físico de las rigideces dinámicas se pueden ilustrar empleando una analogía con un sistema discreto de un grado de libertad. Para esto, supóngase la ecuación de movimiento de un oscilador simple

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = p(t) \qquad (9)$$

donde M, C y K son la masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, p es la fuerza excitadora y x el desplazamiento. Para una excitación armónica $p(t) = Pe^{i\omega t}$ se tiene en el estado estacionario una respuesta $x(t) = Xe^{i\omega t}$, siendo ω la frecuencia de excitación. Así, la Ec. 9 se reduce a

$$(K + i \omega C - \omega^2 M) X = P \qquad (10)$$

Por definición, la rigidez dinámica del oscilador es la relación entre la fuerza excitadora y el desplazamiento en estado estacionario, esto es:

$$\tilde{K}(\omega) = \frac{P}{X} = (K - \omega^2 M) + i \omega C \qquad (11)$$

Esta expresión muestra que la rigidez dinámica del oscilador es una función compleja dependiente de la frecuencia de excitacion. La parte real expresa la rigidez e inercia del sistema, y la parte imaginaria la energia disipada a través de su amortiguamiento.

La función de impedancia se acostumbra presentar en términos de la rigidez estática y coeficientes de impedancia dependientes de la frecuencia de la siguiente manera:

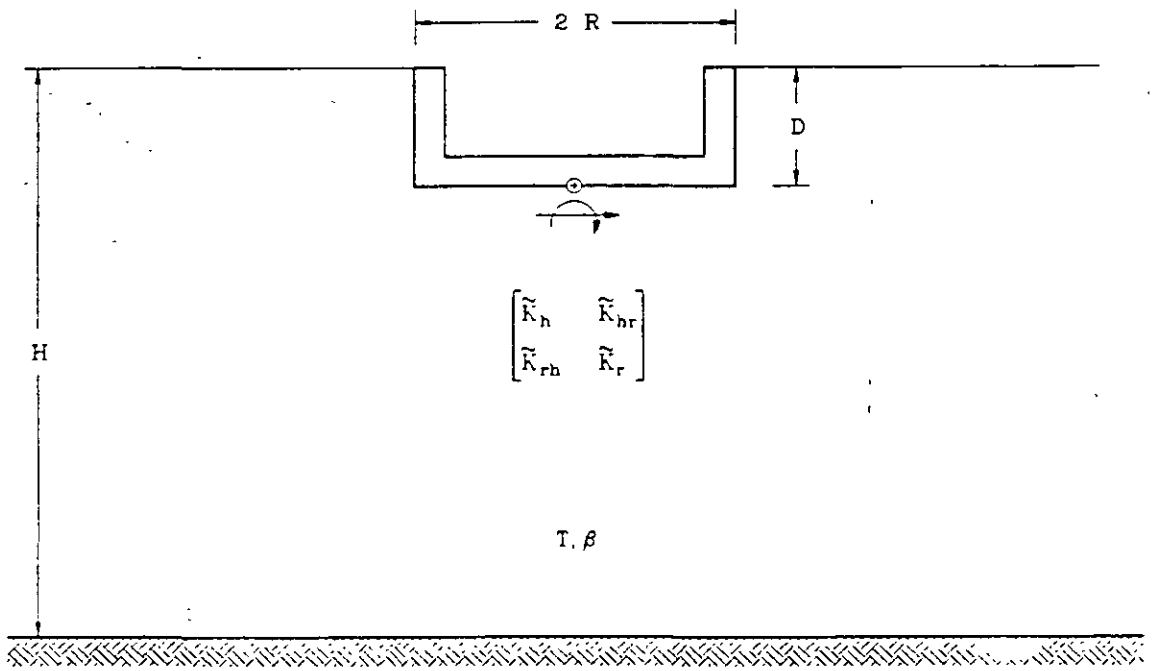


Fig. 3 Sistema suelo-cimentación

Si K_m representa el resorte y C_m el amortiguador equivalentes del suelo, como se ilustra en la Fig. 4, la función de impedancia se define alternativamente mediante la expresión compleja

$$\tilde{K}_m(\omega) = K_m(\omega) + i\,\omega\,C_m(\omega) \qquad (14)$$

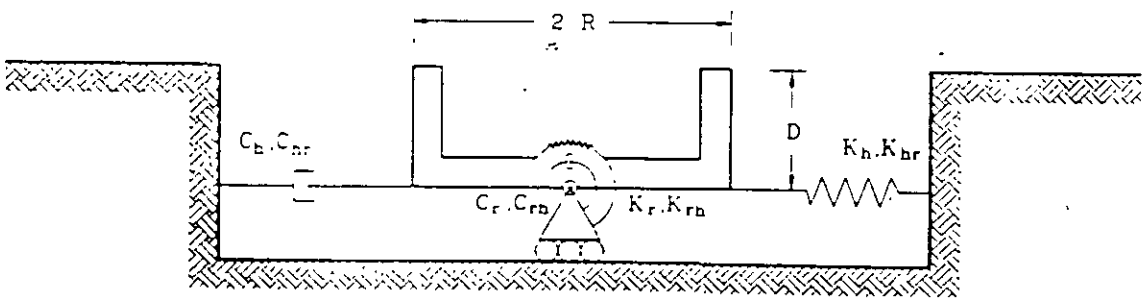


Fig. 4 Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo

normalizada se define como

$$\eta_{h,r} = \frac{\omega R_{h,r}}{\beta} \tag{22}$$

Para las impedancias acopladas se debe emplear la frecuencia normalizada η_h.

3.2 Coeficientes de rigidez y amortiguamiento

Con fines prácticos, Kausel et al (1978) han desarrollado fórmulas aproximadas para los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal, rotación y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato viscoelástico con base rígida, las cuales están dadas por las siguientes expresiones:

$$k_h = 1 \tag{23}$$

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2\,\eta_r; & \text{si } \eta_r \le 2.5 \\ 0.5; & \text{si } \eta_r \ge 2.5 \text{ y } \nu \le 1/3 \\ 1 - 0.2\,\eta_r; & \text{si } \eta_r \ge 2.5 \text{ y } \nu \ge 0.45 \end{cases} \tag{24}$$

$$k_{hr} = k_h \tag{25}$$

$$c_h = \begin{cases} \dfrac{0.65\,\zeta\,\eta_{hs}}{1 - (1 - 2\,\zeta)\,\eta_{hs}^2}; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s \le 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s > 1 \end{cases} \tag{26}$$

$$c_r = \begin{cases} \dfrac{0.5\,\zeta\,\eta_{rp}}{1 - (1 - 2\,\zeta)\,\eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p \le 1 \\ \dfrac{0.3\,\eta_r^2}{1 + \eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p > 1 \end{cases} \tag{27}$$

$$c_{hr} = c_h \tag{28}$$

contacto de la pared lateral del cimiento con el suelo es total y nulo. En todos los casos se consideró un amortiguamiento del suelo $\zeta = 0.05$. Para valores de amortiguamiento alrededor del 5 por ciento, digamos $0.03 \leq \zeta \leq 0.07$, se pueden usar estos coeficientes de impedancia con la salvedad de incorporar el amortiguamiento de interés en la rigidez dinámica.

5. RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen a E Kausel y a F Garcia-Ranz el código proporcionado para realizar los cálculos presentados en este trabajo. Asimismo, a E Rosenblueth por la revisión crítica y sus valiosas sugerencias. Este trabajo fue patrocinado por la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal.

6. REFERENCIAS

Gazetas G (1983), "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 2, No. 1, 2-42.

Kausel E, Whitman R, Morray J y Elsabee F (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, 377-392.

Lysmer J y Drake L (1972), "A finite element method for seismology", *Methods in Computational Physics*, Volume 11. Surface Waves and Earth Oscillations, Academic Press, Nueva York.

Newmark N y Rosenblueth E (1971), *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Nueva Jersey.

Tassoulas J y Kausel E (1983), "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata", *Int. Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol 19, 1005-1032

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

EFECTO DE LA CIMENTACIÓN EN LA INESTABILIDAD DE EDIFICIOS

EXPOSITOR: M. EN I. NEFTALI RODRÍGUEZ CUEVAS
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

TALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS

EFECTO DE LA CIMENTACIÓN EN LA INESTABILIDAD DE EDIFICIOS
FOUNDATION EFFECTS ON BUILDING INSTABILITY

1. INTRODUCCIÓN

Existe interés por conocer las condiciones que definen el inicio de procesos inestables en estructuras, a fin de establecer criterios generales de diseño que permitan juzgar las condiciones de estabilidad en que se encuentran edificios desplantados sobre cimentaciones profundas, en zonas en las cuales las condiciones estratigráficas indican la existencia de terrenos blandos. Cuando aparecen perturbaciones sísmicas que alteran configuraciones en equilibrio que tienen las edificaciones, es cuando se pueden generar grandes desplazamientos y rotaciones en la base de los edificios, que sobrepasen las condiciones críticas y se presentan procesos inestables, que han provocado el colapso de construcciones.

Durante sismos intensos que se han producido en el valle de México, así como en otras partes del mundo, han aparecido colapsos totales de edificios, cuando la selección del tipo de cimentación profunda ha sido incapaz de generar rigidez angular suficiente para evitar la aparición de la inestabilidad.

Investigaciones en diversas partes del mundo, se han encaminado a establecer procedimientos para estimar la rigidez lineal y angular en la base de superestructuras (ref 1 a 5), especialmente en edificios en los cuales se recurre a cimentaciones profundas y no existe un consenso evidente en los resultados que se obtienen al aplicar dichos procedimientos.

Han aparecido procedimientos basados en mediciones del movimiento de edificios, para corroborar los procedimientos de cálculo frecuentemente utilizados para estimar dichas rigideces y no existe coherencia entre el resultado de mediciones y lo que se recomienda por diversos autores (ref 6).

En este trabajo se revisan criterios para establecer las condiciones de rigidez crítica que define el inicio de inestabilidad y se muestra evidencia experimental y un modelo analítico para mostrar las ventajas que se obtienen al dar una función estructural a las ataguías perimetrales que usualmente se construyen en la periferia de cimentaciones profundas, para permitir la construcción de excavaciones previas al colado de la subestructura de edificios altos.

Esa función permite incrementar la rigidez lineal y angular de la subestructura, de manera de sobrepasar la condición crítica y proporcionar amplios márgenes de seguridad contra el colapso, cuando falta rigidez a la cimentación.

2. CONDICIONES DE INESTABILIDAD EN EDIFICIOS ATRIBUIBLES A LA CIMENTACIÓN

En trabajos previos (refs 7 y 8) se ha comprobado que el inicio de inestabilidad de una edificación, como la que aparece en la fig 1.a, es dependiente de las cargas verticales que actuan en cada piso de la superestructura, de la matriz de rigidez de la superestructura y de la respuesta de cimentación ante desplazamientos horizontales y rotaciones angulares en la base de la superestructura, la cual depende de la interacción suelo-estructura

Para fines de análisis de la estabilidad de un sistema suelo-estructura, es necesario considerar la distribución de cargas verticales colocadas en las losas de la superestructura, a fin de obtener su resultante por nivel, P_i, situada a una altura h_i (fig 1). Al generar una perturbación de la superestructura, provocada por un giro que excite los resortes representativos de la rigidez en la base del edificio, es posible establecer una ecuación de equilibrio dinámico de rotación, que conduce a definir la rigidez angular crítica, mediante una ecuación trascendente, donde aparece EI representativa de la rigidez a la flexión de la superestructura. Ya que en edificios comunes, el valor de EI resulta muy grande, es posible simplificar la expresión que define a la rigidez angular crítica y definirla como:

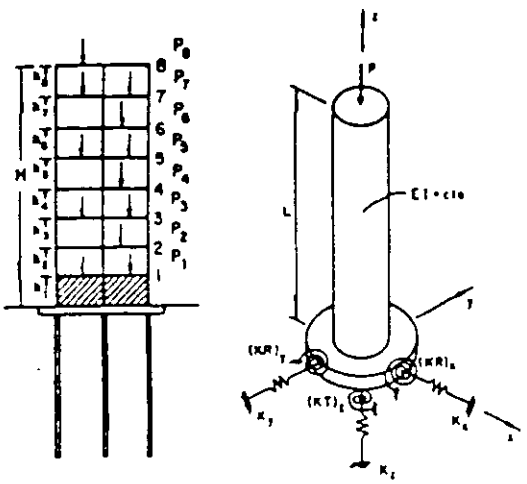
$$(KR)_{crit} = \sum_{i=1}^{n} P_i h_i \qquad (2.1)$$

donde:

$(KR)_{crit}$ valor crítico de la rigidez angular en la base del edificio

P_i magnitud de la resultante de todas las cargas verticales aplicadas en el mismo nivel de la estructura

h_i altura sobre el nivel de banqueta del piso en el que actúa la carga P_i



$$[KR]_{y\,CRIT} = \sqrt{P(EI)_y}\ \tan\sqrt{\frac{PL^2}{(EI)_y}}$$

$$[KR]_{x\,CRIT} = \sqrt{P(EI)_x}\ \tan\sqrt{\frac{PL^2}{(EI)_x}}$$

Fig 1. Modelos para estudio de estabilidad de un edificio con efectos de interacción suelo-estructura

La expresión (2.1) permite estimar la rigidez angular crítica alrededor de un eje horizontal en la base de un edificio, que produce inestabilidad en la superestructura.

Es posible demostrar matemáticamente que al proporcionar una rigidez angular superior a la descrita por (2.1) se pueden establecer formas características de vibración descritas por una teoría lineal y sus frecuencias correspondientes. Ya se ha demostrado la dependencia de la frecuencia del primer modo de vibración, en función de las rigideces angulares y lineales en la base de la superestructura.

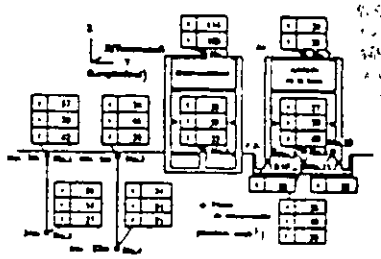
Matemáticamente existe una rápida disminución en la frecuencia al proporcionar valores pequeños de rigidez angular, lo que produce una superestructura muy flexible, al presentarse movimiento por acción sísmica o de viento

Por otra parte, al aumentar la rigidez de la base, se tiende a alcanzar asintóticamente la frecuencia de la superestructura, cuando se considera empotramiento perfecto en la base.

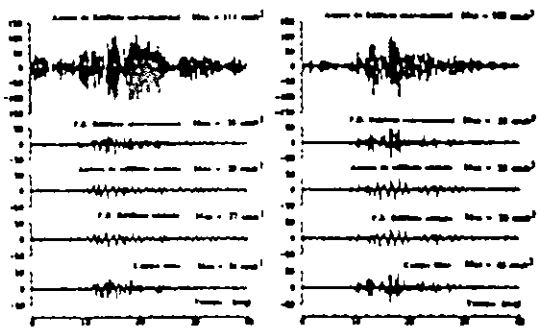
Por ello es necesario establecer las características de rigidez angular y lineal en la base de un edificio, para estimar adecuadamente las propiedades dinámicas de la superestructura y como consecuencia, la respuesta dinámica de un edificio al actuar un sismo en su base.

A fin de ilustrar la modificación en la respuesta de edificios similares construidos en Japón, para observar el movimiento de ellos al aparecer la acción de un sismo de magnitud 6.6 en la escala de Richter, en la fig 2 se resumen los valores máximos de aceleración registrados en diversos puntos, en los cuales se colocaron acelerógrafos triaxiales.

La fig 2.a muestra en el centro, a las aceleraciones máximas registradas durante el sismo en la planta baja y en la azotea del edificio con estructura convencional, con losa de cimentación y contratrabes unidas de manera continua con las columnas del edificio. En el lado derecho de esa misma figura se muestran los resultados obtenidos en un edificio vecino, con la misma estratigrafía, en la cual se alteró la cimentación, al colocar dispositivos para atenuar la acción sísmica en el edificio.



a) Aceleraciones máximas registradas durante un sismo de magnitud 6.6



b) Registros obtenidos en dos direcciones ortogonales

Fig 2. Cambio en respuesta de dos superestructuras similares, al cambiar las condiciones de rigidez en su base (ref 9)

En el lado izquierdo de la fig 2.a se muestran las características de las aceleraciones máximas registradas en estaciones profundas, colocadas a 24 y 27 m de profundidad, así como en dos estaciones superficiales aledañas, desplantadas a 1 m de profundidad. Se notan los efectos de amplificación de las ondas desde los estratos profundos hacia la superficie, que incrementa apreciablemente las aceleraciones en la superficie.

La fig 2.b condensa las series de tiempo obtenidas en la vecindad de los edificios, en sus plantas bajas y en la azotea de ellos, en dos direcciones ortogonales. Se destaca el cambio en magnitud y en contenido de frecuencias de las series obtenidas del edificio aislado, en comparación con las obtenidas en el edificio convencional. En el edificio aislado en su base, el factor de amplificación de la aceleración máxima entre la azotea y la base no es superior a 1.27, mientras que en el edificio convencional, el factor de amplificación es próximo a 3, en la dirección x.

Llama la atención que en el edificio aislado, la aceleración máxima en la planta baja es inferior a 80 por ciento de la registrada en las estaciones superficiales aledañas; en el edificio convencional, la aceleración máxima en la planta baja resultó mayor en 10 por ciento de la correspondiente fuera de los edificios.

Estos resultados, que se han corroborado en los edificios instrumentados en otros sismos, muestran de manera fehaciente que la modificación de las características de la cimentación de un edificio, altera la respuesta estructural.

En los edificios en estudio se observa que el contenido de frecuencias del sismo, en comparación con la frecuencia natural de la construcción, influye también de manera significativa en el movimiento resultante de una perturbación de su equilibrio

Por ello, se debe buscar en el diseño de las cimentaciones de edificios, que sus características de rigidez resulten siempre mayores que aquellas obtenidas de aplicar la expresión (2.1) en cualquier dirección, y que las características dinámicas resultantes se alejen de la condición de resonancia que se puede presentar cuando la frecuencia natural del sistema cimentación-edificio, resulte en el mismo intervalo de la frecuencia predominante de la perturbación que se aplica en un edificio.

3. CONSIDERACIONES SOBRE LA EVALUACIÓN DE LA RIGIDEZ DE UNA CIMENTACIÓN

La literatura técnica muestra diversos intentos propuestos por diversos autores, para estimar las rigideces lineales y angulares, en función del tipo de cimentación que se selecciona para apoyar un edificio.

Es común en dichos intentos considerar que la base del edificio está formada por un cajón rígido que forma el sótano del edificio, apoyado directamente sobre el terreno, con una ataguía perimetral que facilita su construcción; cuando se seleccionan cimentaciones profundas, por la colocación de pilas o pilotes, también es práctica común colocar ataguías, cuya profundidad se define por consideraciones de resistencia, para soportar los empujes resultantes al excavar, pero no se considera que la profundidad afecte a las características de rigidez de la superestructura.

Normalmente se realizan estudios geotécnicos para conocer la estratigrafía del subsuelo y sus propiedades mecánicas, que permiten conocer el espectro sísmico del sitio y las velocidades de ondas de cortante representativas de la estratigrafía. Asimismo, se busca definir la profundidad de la cimentación para limitar las presiones de contacto entre la cimentación y el suelo, dentro de los intervalos comúnmente aceptados en una buena práctica en el diseño de cimentaciones.

No es frecuente encontrar estimaciones de la rigidez de la cimentación, tanto lineal como angular, para limitar los desplazamientos de los pisos superiores de los edificios que soportarán, ni para asegurar la existencia de valores mayores a los valores críticos que se obtienen de aplicar la expresión 2.1, por los que no es comun encontrar evaluaciones de los margenes de seguridad contra inestabilidad general del edificio.

Ello es debido a la incertidumbre en su estimación, por la dispersión de resultados que se obtiene al aplicar las recomendaciones propuestas por diversos autores. En la Tabla 1 aparecen las relaciones entre los valores que se obtienen al calcular las rigideces angulares en la base de un edificio, formada por un cajón de cimentación, que se apoya sobre terreno de la zona de lago del valle de

Tabla 1. Relaciones entre valores obtenidos al usar recomendaciones de varios autores y los obtenidos de aplicar las Normas Técnicas

Autores	Relación entre rigideces angulares en la base		Relación entre los desp. en azotea	Relación entre rotación de la base
	Eje x	Eje y		
1. Dobry y Gazetas	0.51	0.52	1.47	1.82
2. T. Kabori	1.84	1.36	0.74	0.54
3. Normas técnicas RDF.	1.00	1.00	1.00	1.00
4. L. Seevaert	0.93	---	1.04	1.07
5. J.P. Wolf	1.85	1.33	0.74	0.54

México y las relaciones entre desplazamiento máximo en la azotea del edificio, al ser sometido a la acción del sismo recomendado por las normas; así mismo, se muestran las relaciones entre la rotación de la base, calculada con las recomendaciones de las normas y aquellas obtenidas a partir de recomendaciones y propuestas por los autores citados.

Los resultados muestran diferencias hasta en 365 por ciento en la estimación de la rigidez angular; 199 por ciento en desplazamientos máximos provocados por el sismo de diseño y en 337 por ciento de diferencia en la estimación de la rotación que el sismo produce en la base del edificio. En todas las estimaciones no se toman en consideración los efectos viscoelásticos en el comportamiento del subsuelo, la existencia de agua freática, ni la presencia de las ataguías perimetrales.

4. PROCEDIMIENTO PARA AUMENTAR LA RIGIDEZ ANGULAR DE CIMENTACIONES CON ATAGUÍA PERIMETRAL

Ya que los procedimientos constructivos usuales en el valle de México recurren a la colocación de ataguías perimetrales, para facilitar la construcción de cimentaciones y evitar daños a construcciones vecinas, se dispone de superficies amplias de contacto entre las ataguías y el terreno, en donde se pueden generar esfuerzos de contacto al aplicar fuerzas en el plano de la ataguía; es posible dar una función estructural a dichos elementos, para aumentar la rigidez angular y lineal de la cimentación.

Al provocar desplazamientos verticales en las ataguías, se producen desplazamientos que permiten aceptar una rigidez vertical asociada. Si la ataguía perimetral se une de manera continua al cajón de cimentación en la periferia, se producen aumentos apreciables en la rigidez de la cimentación.

En la fig 3 se muestra un esquema de una cimentación circular, unida a una ataguía perimetral que penetra una longitud h dentro del terreno de apoyo. Resulta obvio que al aumentar la profundidad h, se presenta un incremento en la rigidez de la cimentación.

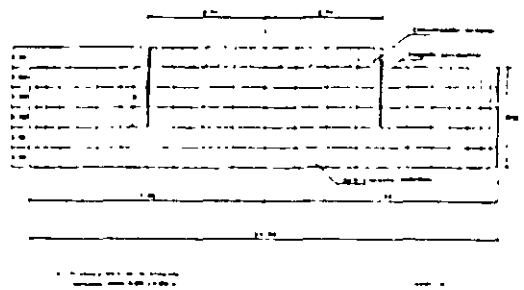


Fig 3. Modelo de una cimentación circular rígida, unida continuamente en la periferia a una ataguía de longitud h

Además es posible esperar un incremento en la propiedades del suelo confinado, por la restricción que se imponen a los movimientos laterales del terreno bajo la cimentación.

Por otra parte, al aumentar la profundidad h, se modifica la trasmisión de ondas durante sismos, lo que reduce los movimientos que sufre la edificación que se coloque sobre la cimentación.

Estas razones indican que hacer a las ataguías parte de la estructura de un edificio, al unirlas a la cimentación, se logra incrementar la rigidez en la base de la estructura; se modifican las propiedades dinámicas y se puede modificar la respuesta ante solicitaciones dinámicas que perturben el equilibrio de la edificación. Es evidente que al aumentar la rigidez de la base se disminuye el riesgo de inestabilidad, por rotación no controlada en la base de un edificio.

5. CAMBIO DE PROPIEDADES DINÁMICAS EN EDIFICIOS CON ATAGUÍAS UNIDAS A LA CIMENTACIÓN

El procedimiento antes descrito ya ha sido usado en edificios en el valle de México, en los cuales se observaron movimientos apreciables en su cimentación durante sismos que ocurrieron en septiembre de 1985.

Uno de los edificios en el que se aplicó el procedimiento de unir las ataguías, es un edificio en planta rectangular, con dos sótanos bajo el nivel de banqueta, apoyado sobre 49 pilotes de fricción. Por razones constructivas se construyó una tablestaca perimetral de concreto, separada del cajón de cimentación.

Sobre la cimentación se construyeron 13 pisos, con estructura de concreto continua, que presentó daños después de septiembre de 1985, con hundimientos diferencial de 18 cm entre dos de las esquinas colocadas en una diagonal de la base. La superestructura experimentó agrietamiento severo, que requirió trabajo de reparación importante.

Se efectuaron mediciones de aceleraciones inducidas por vibración ambiental y se definieron los periodos de vibración de la estructura reparada, que aparecen en la Tabla 2. En abril de 1989, después de que se presentó un nuevo sismo, el edificio volvió a presentar daños y se efectuaron nuevamente mediciones para estimar las propiedades dinámicas que aparecen en la Tabla 2. Se observó un cambio en los períodos de los modos de vibrar del edificio, que indicaron un deterioro pronunciado en la rigidez angular de la cimentación, que produjo que el período de vibración en la dirección más esbelta del edificio, se aproximara al período de vibración del subsuelo en esa zona.

A fin de evitar un problema de resonancia del movimiento del edificio con el suelo en sismos futuros, se decidió recurrir a unir la tablestaca con el cajón de cimentación; para

Tabla 2. Períodos de vibración medidos en el edificio de 13 niveles, después de modificaciones en su estructura, en s

Período de vibración medido	Medición		
	Primera	Segunda	Tercera
Flexión NS	1.67	2.08	1.96
Flexión EO	1.14	1.25	1.14
Torsión	0.69	0.89	0.76
Bamboleo	0.42	0.52	0.48

Tabla 3. Períodos de vibración medidos en el edificio de ocho niveles, después de modificar su cimentación, en s

Período de vibración medido	Medición	
	Julio de 1989	Noviembre de 1990
Flexión NS	0.90	0.60
Flexión EO	1.16	0.84
Torsión	0.71	0.35

ello, se descubrió todo el perímetro, se hicieron perforaciones en los muros verticales, se colocó refuerzo metálico y se coló concreto para dar la continuidad necesaria.

Después de terminar de unir la tablestaca, se realizaron nuevas mediciones, en una tercera etapa y se observó una sistemática reducción en los períodos de vibración del edificio. Ya que la masa del edificio permaneció contante, se puede afirmar que se generó un incremento en la rigidez de la cimentación después de unir la ataguía al cajón de cimentación, que alejó la posible resonancia con el movimiento del suelo en sismos futuros.

En otro edificio de ocho niveles, situado en la zona del lago del valle de México, con ocho niveles sobre un cajón de cimentación, alrededor del cual existía una ataguía, en toda la periferia, se observaron movimientos en la cimentación durante los sismos de 1985.

El edificio soportó la acción de los sismos de 1985 con daño ligero, pero por albergar instalaciones de máxima importancia para la ciudad, se decidió modificar la cimentación del edificio, incrementando en 185 por ciento el numero de pilotes de fricción bajo el edificio y se conectó a los muros Milán que rodean al cajón de cimentación, mediante barras de pretensión en toda la periferia (ref 6).

Se llevaron a cabo mediciones del movimiento del edificio antes de iniciar los trabajos de modificación de la cimentación, en julio de 1989, a fin de conocer los períodos de los modos de vibrar del edificio.

En la tabla 3 se resumen los períodos obtenidos en la primera medición, así como los que se efectuaron en una segunda medición, en noviembre de 1990, una vez que se habían terminado los trabajos de modificación en la cimentación y la superestructura no se había modificado con ningun refuerzo.

El cambio en propiedades dinámicas, debido solo a la modificación de la cimentación, indica claramente que se modificó sensiblemente la rigidez del edificio, sin alterar las características de la superestructura.

El cambio en rigidez de la cimentación alejó al edificio del período natural del suelo en la zona y disminuyó la respuesta ante acciones sísmicas. Registros obtenidos en el sistema automático de registro que existe en el edificio, durante el sismo de Octubre de 1993, mostró que las aceleraciones en planta baja, en el plano horizontal resultarón similares a las que se presentaron en la estación de registro instalada a 20 m de profundidad, lo que indica que el edificio se mueve con la excitación en esa profundidad.

Ambos ejemplos muestran que las ideas básicas expresadas para proponer el procedimiento de unir las ataguías a la cimentación se cumplen. Es necesario contar con mayor información para establecer la validez del procedimiento, con todo rigor.

Es ademas necesario contar con una secuencia de cálculo que permita a los ingenieros estimar la modificación en rigidez de la cimentación con la unión de las ataguías al cajón de cimentación. En lo que sigue se presentan los resultados de un análisis numérico que se localizó para estimar el cambio de rigidez, al profundizar las ataguías perimetrales en una cimentación circular.

6 RESULTADOS RECIENTES OBTENIDOS AL ESTIMAR EL CAMBIO DE RIGIDEZ DE UNA CIMENTACIÓN SOBRE SUELO BLANDO, AL AUMENTAR LA PROFUNDIDAD DE UNA ATAGUÍA PERIMETRAL

Al revisar los enfoques matemáticos previos, se encontró que Luco y Westmann (ref 10, y Veletsos y Wei (ref 11) desarrollaron modelos para analizar la respuesta dinámica de cimentaciones circulares apoyadas sobre semiespacios elásticos, sometidas a fuerzas armónicas externas. Previamente Muki (ref 12) desarrolló una solución matemática cerrada, para analizar el hundimiento y rotación de un cilindro rígido sobre un semiespacio elástico.

Asimismo, se han desarrollado soluciones de cimentaciones circulares sobre medios estratificados, a fin de conocer la respuesta al aplicar fuerzas y momentos sobre la placa rígida. Investigaciones referentes a cimentaciones profundas sobre materia. histerético estratificado se han publicado, pero debido a la complejidad de las

soluciones, la investigación se ha desviado en búsqueda de soluciones aproximadas y el empleo del método de elementos finitos.

En este trabajo se condensan los resultados que se obtuvieron del análisis de un modelo de elementos finitos (fig 3) que se intentó como alternativa para simular al problema de una cimentación rígida de forma cilíndrica, apoyada sobre un semiespacio elástico lineal. La dimensión de los elementos finitos se acotó por la máxima dimensión recomendada por Wolf, en función de la velocidad de ondas de cortante en el medio elástico y por la frecuencia máxima que podría ser trasmitida, por el medio. El semiespacio elástico se modeló con una malla de 3600 elementos, mientras que la cimentación con 313 nudos y 288 elementos finitos; para reproducir al semiespacio, en los elementos de frontera se colocaron resortes elásticos, cuya rigidez horizontal se consideró igual a:

$$k_x = k_y = 166\,200\, e^{0.1 z} \text{ ton/cm} \quad (6.1)$$

$$k_z = 46\,800 \text{ ton/cm}$$

En las expresiones anteriores, z representa la profundidad del nodo bajo la superficie. Durante el desarrollo de la solución se observó que la solución es poco sensible al valor de la rigidez lineal de los resortes.

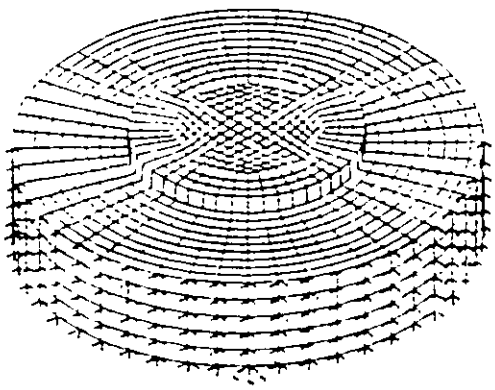


Fig 4. Modelo de elementos finitos seleccionado para representar a una placa circular sobre un semiespacio elástico

En este modelo fué posible representar a una ataguía perimetral de material elástico, cuya profundidad h varió entre 0 y 6 m, en intervalos de 1.5 m en cada intento

Sobre la frontera superior de la placa cilíndrica, se aplicaron dos solicitaciones:

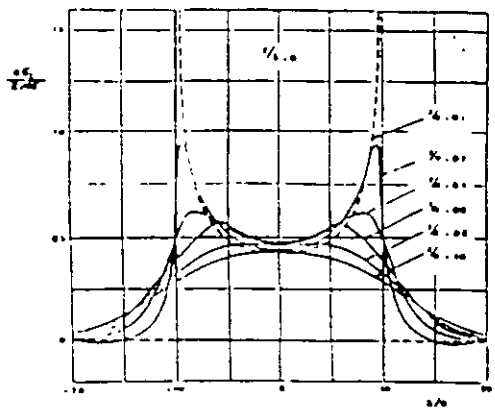
a) Una carga uniformemente distribuida en la superficie, cuya resultante fuese una carga vertical axisimétrica

b) Una carga con variación lineal, para simular la aplicación de un momento de volteo, alrededor de un diámetro horizontal en la frontera superior de la placa cilíndrica.

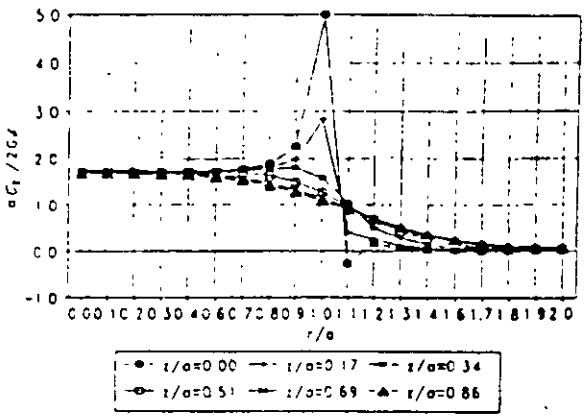
Se utilizó el programa SAP 90 (ref 13) para procesar la información.

A fin de calibrar la solución, se seleccionó la solución obtenida por Muki, para el problema de un cilindro rígido, indentado en un semiespacio elástico y se buscó comparar con la solución de elemento finito.

En la fig 5 se comparan las dos soluciones: la fig 5a muestra la solución de Muki y la fig 5b muestra los resultados obtenidos numéricamente. Se observa que las curvas que



a) Solución axisimétrica propuesta por Muki



b) Solución obtenida por el método de elementos finitos

Fig 5. Comparación de las soluciones cerrada y con elemento finito, al problema de una cimentación cilíndrica apoyada sobre un semiespacio elástico lineal.

representan la variación de los esfuerzos verticales a diferentes profundidades tienen variación y forma similar, pero su valor en el eje del modelo difiere, debido a que el programa seleccionado no permite la rotación tridimensional de los elementos y por tanto ignora los efectos rotacionales en el movimiento de las partículas del semiespacio elástico.

Debido a la restricción de tres grados de libertad en el movimiento, proporciona valores mayores de los esfuerzos a lo largo del eje de axisimetría.

Con las limitaciones previamente señaladas, se procedió a simular la existencia de una ataguía perimetral, continua con la placa cilíndrica, a fin de conocer la influencia de la profundidad de la ataguía, en la estimación de la rigidez vertical y de la angular, con cuatro profundidades diferentes.

Los valores obtenidos para ambas rigideces se normalizaron respecto a aquellos obtenidos cuando únicamente se colocó la placa cilíndrica en la superficie; los resultados se condensan en las gráficas de la fig 6.

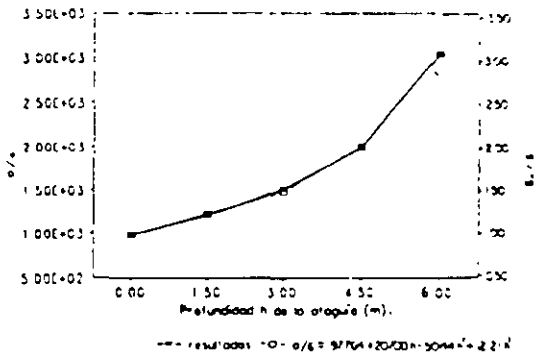
La rigidez lineal vertical varía según una función cúbica de la profundidad, mientras que la rigidez angular varía con una función de cuarto orden, como se muestra en la fig 6b Los valores numéricos que los coeficientes de polinomios se obtuvieron mediante ajuste numérico.

La tendencia de la variación de la rigidez lineal vertical indica que al colocar una ataguía perimetral, cuya profundidad sea igual a la mitad del radio de la placa superior, su valor aumenta 1.98 veces, mientras que al penetrar una profundidad igual al radio de la placa, la rigidez resultó 2.25 veces mayor que la que presenta la placa sola.

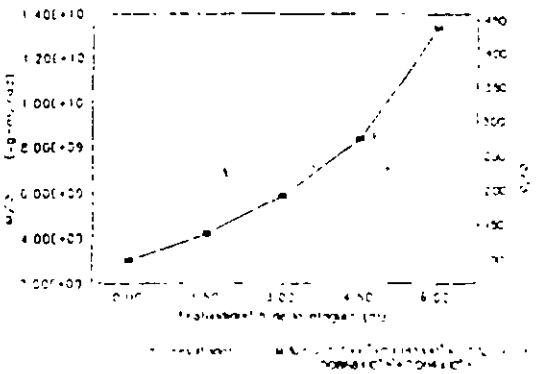
La variación de la rigidez angular con la profundidad mostró una tendencia mayor de aumento, cuando la profundidad fué igual a la mitad del radio, la rigidez angular aumentó 1.65 veces, cuando la profundidad fué igual al radio de la placa, la rigidez angular resultó 10.2 veces la que se obtuvo únicamente con la placa.

El rápido crecimiento de ambas rigideces con la profundidad, es indicativo de los resultados que es posible esperar al aplicar el procedimiento que se propone en este trabajo, para mejorar las condiciones de estabilidad de una cimentación.

Es evidente que se requiere un desarrollo mayor de la metodología de análisis para fines de diseño. Se juzga necesario contar con una nueva formulación del método de elementos finitos, para tomar en consideración los seis grados de libertad de las partículas del continuo que represente al suelo La metodología debe además contemplar la posible estratificación de los depósitos bajo el terreno y la existencia de agua freática en el terreno.



a. Cambio en la rigidez lineal vertical



b Cambio en la rigidez angular

Fig 6 Variación de las rigideces de la placa con la profundidad de la ataguía perimetral

Sin embargo, este intento exploratorio señala tendencias que se deben verificar, a fin de contar en la práctica, con un método confiable para diseñar la ataguía y su conexión con el cajón de cimentación.

COMENTARIOS FINALES

Se ha presentado evidencia de la aplicación de un procedimiento que permite usar a las ataguías que usualmente se colocan en la periferia de cajones de cimentación de edificios, en los cuales se ha logrado aumentar la rigidez de la base, a fin de lograr un mejor comportamiento estructural bajo acciones sísmicas y alejar el riesgo de inestabilidad general de las estructuras, la cual puede conducir al colapso.

Se presentaron los resultados de un modelo numérico que permite analizar la influencia de la profundidad de las ataguías perimetrales, cuyos resultados indican cambios apreciables

en el valor de la rigidez de la base de un edificio.

Estos resultados, de cáracter preliminar, indican que es posible dar una función estructural a las ataguías perimetrales que se colocan durante la primera etapa de construcción de un edificio, para facilitar la excavación.

Cuando la conexión entre ataguía y cajón de cimentación se diseñe desde el proyecto de la estructura, se pueden dejar las preparaciones necesarias para resistir los elementos mecánicos que se obtengan del análisis estructural, en el extremo superior de la ataguía, para facilitar la unión posterior, al colar las paredes verticales del cajón de la cimentación.

Se logrará así obtener una subestructura con mayor rigidez, para disminuir el riesgo de inestabilidad de todo el edificio.

8. RECONOCIMIENTO

El trabajo analítico que se presenta en este escrito fue realizado por Gilberto Sotelo Siedling en colaboración con el autor, para obtener la simulación numérica con el método de elementos finitos.

9. REFERENCIAS

1. Dobry, R y Gazetas, G: "Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations". Journal Geotech. Mech. Division. ASCE, Vol 112, N° 2, 1986, pp 109-135

2. Kabori, T y coautores: "Dynamical ground compliance of rectangular foundation". Informe para Ishikawashima Harima Industries (IHI). Abril 1985

3. Departamento del Distrito Federal: "Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo". 1987

4. Zeevaert, L: "Interacción suelo-estructura en cimentaciones". Ed. Limusa 1980

5. Wolf, JP: "Dynamic Soil-Structure Interaction". Prentice Hall, 1985

6. Rodríguez Cuevas, N: "Interacción Dinámica en Cimentaciones Sobre Suelo Blando". Reunión Conjunta SMMS, SMIS, SMIE sobre Interacción Suelo-Estructura y Diseño Estructural de Cimentaciones. Septiembre de 1991 pp 119-128

7. Rodríguez Cuevas, N: "Estabilidad de estructuras esbeltas apoyadas sobre pilotes de fricción". XII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. Querétaro, 1984, pp 147-156

8. Rodríguez Cuevas, N: "Medición de propiedades dinámicas de estructuras esbeltas contra volteo". Conferencia Magistral. VI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. SMIE. Puebla, Pue. Marzo de 1988.

9. Saruta, M; Yokota, H y Watanabe, H: "Prueba de verificación sobre edificios de base aislada". Seminario Internacional sobre Instrumentación Sísmica y Uso de Elementos Disipadores de Energía en el Comportamiento Estructural. SMIS. Octubre 1990, pp 273-289

10. Luco, JE y Westmann, RA: "Dynamic Response of Circular Footings". Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE. Vol 97, Octubre 1971, pp 1381-1395

11. Veletsos, AS y Wei, YT: "Lateral and Rocking Vibrations of Footings". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE. Vol 97. Septiembre 1971, pp 1227-1248

12. Muki, R: "Asymmetric Problems on the Theory of Elasticity for a Semi-infinite Solid and a Thick Plate". Progress in Solid Mechanics; editado por Sneddon, IN y Hill, R. Vol 1. Chapter VIII. North-Holland Publishing Co. Amsterdam 1960

13. Habibullah, A y Wilson, E: "SAP 90.A series of computer programs for the finite element analysis of structures". Computers and Structures Inc. Berkeley, California. 1989

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

SEGURIDAD ESTRUCTURAL DE LAS CONSTRUCCIONES
(RCDF)

EXPOSITOR: M. EN I. LUIS EDUARDO PEREZ ROCHA
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Título sexto

Seguridad estructural de las construcciones

CAPÍTULO I
DISPOSICIONES GENERALES

Artículo 172. Este título contiene los requisitos que deben cumplirse en el proyecto, ejecución y mantenimiento de una edificación para lograr un nivel de seguridad adecuado contra fallas estructurales, así como un comportamiento estructural aceptable en condiciones normales de operación.

La documentación requerida del proyecto estructural deberá cumplir con lo previsto en el artículo 56 de este Reglamento.

En el libro de bitácora deberá anotarse, en lo relativo a los aspectos de seguridad estructural, la descripción de los procedimientos de edificación utilizados, las fechas de las distintas operaciones, la interpretación y la forma en que se han resuelto detalles estructurales no contemplados en el proyecto estructural, así como cualquier modificación o adecuación que resulte necesaria al contenido de los mismos. Toda modificación, adición o interpretación de los planos estructurales deberá ser aprobada por el Director Responsable de Obra o por el Corresponsable en Seguridad Estructural, en su caso. Deberán elaborarse planos que incluyan las modificaciones significativas del proyecto estructural que se hayan aprobado y realizado.

Las disposiciones en este Título se aplican tanto a las Edificaciones nuevas como a las modificaciones, ampliaciones, obras de refuerzo, reparaciones y demoliciones de las obras a que se refiere este Reglamento.

Para puentes, túneles, torres, chimeneas y estructuras industriales no convencionales, pueden requerirse disposiciones específicas que difieran en algunos aspectos de las contenidas en este Título. Los procedimientos de revisión de la seguridad para cada uno de estos casos deberán ser aprobados por las autoridades competentes del Departamento.

Artículo 173. El Departamento expedirá Normas Técnicas Complementarias para definir los requisitos específicos de ciertos materiales y

sistemas estructurales, así como procedimientos de diseño para acciones particulares, como efectos de sismos y vientos.

Artículo 174. Para los efectos de este Título las construcciones se clasifican en los siguiente grupos:

I. Grupo A. Edificaciones cuya falla estructural podría causar la pérdida de un número elevado de vidas o pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como edificaciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana, como: hospitales, escuelas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, centrales eléctricas y de telecomunicaciones; estadios, depósitos de sustancias inflamables o tóxicas; museos y edificios que alojen archivos y registros públicos de particular importancia, a juicio del Departamento; y

II. Grupo B. Edificaciones comunes destinadas a vivienda, oficinas y locales comerciales, hoteles y construcciones comerciales e industriales no incluidas en el Grupo *B*, las que se subdividen en:

a) Subgrupo B1. Edificaciones de más de 30 m de altura o con más de 6 000 m^2 de área total construida, ubicadas en las zonas I y II a que se aluden en el artículo 175, y construcciones de más de 15 m de altura o 3 000 m^2 de área total construida, en zona III; en ambos casos las áreas se refieren a un sólo cuerpo de edificio que cuente con medios propios de desalojo (acceso y escaleras), incluyen las áreas de anexos, como pueden ser los propios cuerpos de escaleras de área de un cuerpo que no cuente con medios propios de desalojo se adicionará a la de aquél o a través del cual se desaloje. Además templos, salas de espectáculos y edificios que tengan sala de reunion que puedan alojar más de 200 personas, y

b) Subgrupo B2. Las demás de este grupo.

Artículo 175. Para fines de estas disposiciones, el Distrito Federal se considera dividido en las zonas I a III, dependiendo del tipo de suelo.

Las características de cada zona y procedimientos para definir la zona que corresponde a cada predio se fijan en el Capítulo VIII de este Título.

CAPÍTULO II
CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS EDIFICACIONES

Artículo 176. El proyecto arquitectónico de una edificación deberá permitir una estructura eficiente para resistir las acciones que pueden afectar la estructura, con especial atención a efectos sísmicos.

El proyecto arquitectónico de preferencia permitirá una estructuración regular que cumpla con los requisitos que se establezcan en las Normas Tecnicas Complementarias de Diseño Sismico.

Las edificaciones que no cumplan con dichos requisitos de regularidad se diseñarán para condiciones sísmicas más severas, en la forma que se especifique en las Normas mencionadas.

Artículo 177. Toda edificación debe separarse de sus linderos con

predios vecinos una distancia cuando menos igual a la que señala el artículo 211 de este Reglamento, que regirá también las separaciones que deben dejarse en juntas de edificación entre cuerpos distintos de una misma edificación. Los espacios entre Edificaciones vecinas y las juntas de edificación deberán quedar libres de toda obstrucción.

Las separaciones que deben dejarse en colindancias y juntas se indicarán claramente en los planos arquitectónicos y en los estructurales.

Artículo 178. Los acabados y recubrimientos cuyo desprendimiento pueda ocasionar daños a ocupantes de la edificación o a los que transiten su exterior, deberán fijarse mediante procedimientos aprobados por el Director Responsable de Obra y por el Corresponsable de Seguridad Estructural, en su caso. Particular atención deberá darse a los recubrimientos pétreos en fachadas y escaleras, a las fachadas prefabricadas de concreto, así como a los plafones de elementos prefabricados de yeso y otros materiales pesados.

Artículo 179. Los elementos no estructurales que puedan restringir las deformaciones de estructura, o que tengan un peso considerable, muros divisorios, de colindancia y de fachada, pretiles y otros elementos rígidos en fachadas, escaleras y equipos pesados, tanques, tinacos y casetas, deberán ser aprobados en sus características y en su forma de fijación por el Director Responsable de Obra y por el Corresponsable en Seguridad Estructural en obras en que éste sea requerido.

El mobiliario, los equipos y otros elementos cuyo volteo o desprendimiento pueda ocasionar daños físicos o materiales, como libreros altos, anaqueles y tableros eléctricos o telefónicos, deben fijarse de tal manera que se eviten estos daños.

Artículo 180. Los anuncios adosados, colgantes y de azotea, de gran peso y dimensiones deberán ser objeto de diseño estructural en los términos de este Título, con particular atención a los efectos del viento. Deberán diseñarse sus apoyos y fijaciones a la estructura principal y deberá revisarse su efecto en la estabilidad de dicha estructura. El proyecto de estos anuncios deberá ser aprobado por el Director Responsable de Obra o por el Corresponsable en Seguridad Estructural en obras en que este sea requerido.

Artículo 181. Cualquier perforación o alteración en un elemento estructural para alojar ductos o instalaciones deberá ser aprobado por el Director Responsable de Obra o por el Corresponsable en Seguridad Estructural en su caso, quien elaborará planos de detalle que indiquen las modificaciones y refuerzos locales necesarios.

No se permitirá que las instalaciones de gas, agua y drenaje crucen juntas constructivas de un edificio a menos que se provean de conexiones flexibles o de tramos flexibles.

CAPÍTULO III
CRITERIOS DE DISEÑO ESTRUCTURAL

Artículo 182. Toda estructura y cada una de sus partes deberán diseñarse para cumplir con los requisitos básicos siguientes:

I. Tener seguridad adecuada contra la aparición de todo estado límite de falla posible ante las combinaciones de acciones más desfavorables que puedan presentarse durante su vida esperada, y

II. No rebasar ningún estado límite de servicio ante combinaciones de acciones que corresponden a condiciones normales de operación.

El cumplimiento de estos requisitos se comprobará con los procedimientos establecidos en este Capítulo.

Artículo 183. Se considera como estado límite de falla cualquier situación que corresponda al agotamiento de la capacidad de carga de la estructura o de cualesquiera de sus componentes, incluyendo la cimentación, o al hecho de que ocurran daños irreversibles que afecten significativamente la resistencia ante nuevas aplicaciones de carga.

Las Normas Técnicas Complementarias establecerán los estados límite de falla más importantes para cada material y tipo de estructura.

Artículo 184. Se considerará como estado límite de servicio la ocurrencia de desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la edificación, pero no perjudiquen su capacidad para soportar cargas.

En las Edificaciones comunes, la revisión del estado límite de desplazamientos se cumplirá si se verifica que no exceden los valores siguientes:

I. Un desplazamiento vertical en el centro de trabes en el que se incluyen efectos a largo plazo, igual al claro entre 240 más 0.5 cm; además, en miembros en los cuales sus desplazamientos afectan a elementos no estructurales, como muros de mampostería, los cuales no sean capaces de soportar desplazamientos apreciables, se considerará como estado límite a un desplazamiento vertical, medido después de colocar los elementos no estructurales igual al claro de la trabe entre 480 más 0.3 cm. Para elementos en voladizo los límites anteriores se duplicarán.

II. Un desplazamiento horizontal relativo entre dos niveles sucesivos de la estructura, igual a la altura del entrepiso dividido entre 500 para edificaciones en las cuales se hayan unido los elementos no estructurales capaces de sufrir daños bajo pequeños desplazamientos; en otros casos, el límite será igual a la altura del entrepiso dividido entre 250. Para diseño sísmico se observará lo dispuesto en el Capítulo VI de este Reglamento;

Se observará, además, lo que dispongan las Normas Técnicas Complementarias relativas a los distintos tipos de estructuras.

Adicionalmente se respetarán los estados límite de servicio de la cimentación y los relativos a diseño sísmico, especificados en los capítulos respectivos de este Título.

Artículo 185. En el diseño de toda estructura deberán tomarse en cuenta los efectos de las cargas muertas, de las cargas vivas, del sismo y del viento, cuando este último sea significativo. Las intensidades de estas acciones que deban considerarse en el diseño y la forma en que deben calcularse sus efectos se especifican en los Capítulos IV, V, VI y VII de

este Título. La manera en que deben combinarse sus efectos se establece en los artículos 188 y 193 de este Reglamento.

Cuando sean significativos, deberán tomarse en cuenta los efectos producidos por otras acciones, como los empujes de tierras y líquidos, los cambios de temperatura, las contracciones de los materiales, los hundimientos de los apoyos y las solicitaciones originadas por el funcionamiento de maquinaria y equipo que no estén tomadas en cuenta en las cargas especificadas en el Capítulo V de este Título para diferentes destinos de las Edificaciones. Las intensidades de estas acciones que deben considerarse para el diseño, la forma en que deben integrarse a las distintas combinaciones de acciones y a la manera de analizar sus efectos en las estructuras se apegarán a los criterios generales establecidos en este Capítulo.

Artículo 186. Se considerarán tres categorías de acciones, de acuerdo con la duración en que obran sobre las estructuras con su intensidad máxima:

I. Las acciones permanentes son las que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad varía poco con el tiempo. Las principales acciones que pertenecen a esta categoría son: la carga muerta; el empuje estático de tierras y de líquidos y las deformaciones y desplazamientos impuestos a la estructura que varían poco con el tiempo, como los debidos a preesfuerzos o a movimientos diferenciales permanentes de los apoyos;

II. Las acciones variables son las que obran sobre la estructura con una intensidad que varía significativamente con el tiempo. Las principales acciones que entran en esta categoría son: la carga viva; los efectos de temperatura; las deformaciones impuestas y los hundimientos diferenciales que tengan una intensidad variable con el tiempo, y las acciones debidas al funcionamiento de maquinaria y equipo, incluyendo los efectos dinámicos que pueden presentarse debido a vibraciones, impacto o frenaje, y

III. Las acciones accidentales son las que no se deben al funcionamiento normal de la edificación y que pueden alcanzar intensidades significativas sólo durante lapsos breves. Pertenecen a esta categoría: las acciones sísmicas; los efectos del viento; los efectos de explosiones, incendios y otros fenómenos que pueden presentarse en casos extraordinarios. Será necesario tomar precauciones en las estructuras, en su cimentación y en los detalles constructivos, para evitar un comportamiento catastrófico de la estructura para el caso de que ocurran estas acciones.

Artículo 187. Cuando deba considerarse en el diseño el efecto de acciones cuyas intensidades no estén especificadas en este Reglamento ni en sus Normas Técnicas Complementarias, estas intensidades deberán establecerse siguiendo procedimientos aprobados por el Departamento y con base en los criterios generales siguientes:

I. Para acciones permanentes se tomará en cuenta la variabilidad de las dimensiones de los elementos, de los pesos volumétricos y de las otras propiedades relevantes de los materiales, para determinar un valor máximo probable de la intensidad. Cuando el efecto de la acción per-

manente sea favorable a la estabilidad de la estructura, se determinará un valor mínimo probable de la intensidad;

II. Para acciones variables se determinarán las intensidades siguientes que correspondan a las combinaciones de acciones para las que deba revisarse la estructura:

a) La intensidad máxima se determinará como el valor máximo probable durante la vida esperada de la edificación. Se empleará para combinación con los efectos de acciones permanentes;

b) La intensidad instantánea se determinará como el valor máximo probable en el lapso en que pueda representarse una acción accidental, como el sismo, y se empleará para combinaciones que incluyan acciones accidentales o más de una acción variable;

c) La intensidad media se estimará como el valor medio que puede tomar la acción en un lapso de varios años y se empleará para estimar efectos a largo plazo, y

d) La intensidad mínima se empleará cuando el efecto de la acción sea favorable a la estabilidad de la estructura y se tomará, en general, igual a cero.

III. Para las acciones accidentales se considerará como intensidad de diseño el valor que corresponde a un periodo de recurrencia de 50 años.

Las intensidades supuestas para las acciones no especificadas deberán justificarse en la memoria de cálculo y consignarse en los planos estructurales.

Artículo 188. La seguridad de una estructura deberá verificarse para el efecto combinado en todas las acciones que tengan probabilidad despreciable de ocurrir simultáneamente considerándose dos categorías de combinaciones.

I. Para las combinaciones que incluyan acciones permanentes y acciones variables, se considerarán todas las acciones permanentes que actúen sobre la estructura y las distintas acciones variables, de las cuales la más desfavorable se tomará con su intensidad máxima y el resto con su intensidad instantánea, o bien todas ellas con su intensidad media cuando se trate de evaluar efectos a largo plazo.

Para la combinación de carga muerta más carga viva, se empleará la intensidad máxima de carga viva del artículo 199 de este Reglamento considerándola uniformemente repartida sobre toda el área. Cuando se tomen en cuenta distribuciones de la carga viva más desfavorables que uniformemente repartida, deberán tomarse los valores de la intensidad instantánea especificada en el mencionado artículo, y

II. Para las combinaciones que incluyen acciones permanentes, variables y accidentales se considerarán todas las acciones permanentes, las acciones variables con sus valores instantáneos y únicamente una acción accidental en cada combinación.

En ambos tipos de combinación los efectos de todas las acciones deberán multiplicarse por los factores de carga apropiados de acuerdo con el artículo 194 de este Capítulo.

Artículo 189. Las fuerzas internas y las deformaciones producidas por las acciones se determinarán mediante un análisis estructural realizado por un método reconocido que tome en cuenta las propiedades de los materiales ante los tipos de carga que se estén considerando.

Artículo 190. Se entenderá por resistencia la magnitud de una acción, o de una combinación o acciones, que provocaría la aparición de un estado límite de falla de la estructura o cualesquiera de sus componentes.

En general, la resistencia se expresará en términos de la fuerza interna, o combinación de fuerzas internas, que correspondan a la capacidad máxima de las secciones críticas de la estructura. Se entenderá por fuerzas internas las fuerzas axiales y cortantes y los momentos de flexión y torsión que actúan en una sección de la estructura.

Artículo 191. Los procedimientos para la determinación de la resistencia de diseño y de los factores de resistencia correspondientes a los materiales y sistemas constructivos más comunes se establecerán en las Normas Técnicas Complementarias de este Reglamento. Para determinar la resistencia de diseño ante estados límite de falla de cimentaciones se emplearán procedimientos y factores de resistencia especificados en el Capítulo VIII de este Título y en sus Normas Técnicas Complementarias.

En casos no comprendidos en los documentos mencionados, la resistencia de diseño se determinara con procedimientos analíticos basados en evidencia teórica y experimental, o con procedimientos experimentales de acuerdo con el artículo 192 de este Reglamento. En ambos casos, el procedimiento para la determinación de la resistencia de diseño deberá ser aprobado por el Departamento.

Cuando se diga un procedimiento no establecido en las Normas Técnicas Complementarias, el Departamento podrá exigir una verificación directa de la resistencia por medio de una prueba de carga realizada de acuerdo con lo que dispone el Capítulo XI de este Título.

Artículo 192. La determinacion de la resistencia podra llevarse a cabo por medio de ensayes diseñados para simular, en modelos fisicos de la estructura o de porciones de ella, el efecto de las combinaciones de acciones que deban considerarse de acuerdo con el articulo 188 de este Reglamento.

Cuando se trate de estructuras o elementos estructurales que se produzcan en forma industrializada, los ensayes se harán sobre muestras de la producción o de prototipos. En otros casos, los ensayes podrán efectuarse sobre modelos de la estructura en cuestión.

La seleccion de las partes de la estructura que se ensayen y del sistema de carga que se aplique deberá hacerse de manera que se obtengan las condiciones mas desfavorables que puedan presentarse en la práctica, pero tomando en cuenta la interaccion con otros elementos estructurales.

Con base en los resultados de los ensayes, se deducirá una resistencia de diseño, tomando en cuenta las posibles diferencias entre las propiedades mecánicas y geometricas medidas en los especimenes ensayados y las que puedan esperarse en las estructuras reales.

El tipo de ensaye, el número de especímenes y el criterio para la determinación de la resistencia de diseño se fijarán con base en criterios

probabilísticos y deberán ser aprobados por el Departamento, el cual podrá exigir una comprobación de la resistencia de la estructura mediante una prueba de carga de acuerdo con el Capítulo XI de este Título.

Artículo 193. Se revisará que para las distintas combinaciones de acciones especificadas en el artículo 188 de este Reglamento y para cualquier estado límite de falla posible, la resistencia de diseño sea mayor o igual al efecto de las acciones que intervengan en la combinación de cargas en estudio, multiplicado por los factores de carga correspondientes, según lo especificado en el artículo 194 de este Reglamento.

También se revisará que bajo el efecto de las posibles combinaciones de acciones sin multiplicar por factores de carga, no se rebase algún estado límite de servicio.

Artículo 194. El factor de carga se determinará de acuerdo con las reglas siguientes:

I. Para combinaciones de acciones clasificadas en la fracción I del artículo 188, se aplicará un factor de carga de 1.4.

Cuando se trate de Edificaciones del Grupo A, el factor de carga para este tipo de combinación se tomará igual a 1.5;

II. Para combinaciones de acciones clasificadas en la fracción II del artículo 188 se considerará un factor de carga de 1.1 aplicado a los efectos de todas las acciones que intervengan en la combinación;

III. Para acciones o fuerzas internas cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, el factor de carga se tomará igual a 0.9; además, se tomará como intensidad de la acción el valor mínimo probable de acuerdo con el artículo 187 de este Reglamento, y

IV. Para revisión de estados límite de servicio se tomará en todos los casos un factor de carga unitario.

Artículo 195. Se podrán emplear criterios de diseño diferentes de los especificados en este capítulo y en las Normas Técnicas Complementarias si se justifica, a satisfacción del Departamento, que los procedimientos de diseño empleados dan lugar a niveles de seguridad no menores que los que se obtengan empleando los previstos en este Ordenamiento, tal justificación deberá realizarse previamente a la solicitud de la licencia.

CAPÍTULO IV
CARGAS MUERTAS

Artículo 196. Se considerarán como cargas muertas los pesos de todos los elementos constructivos, de los acabados y de todos los elementos que ocupan una posición permanente y tienen un peso que no cambia sustancialmente con el tiempo.

Para la evaluación de las cargas muertas se emplearán las dimensiones especificadas de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales. Para estos últimos se utilizarán valores mínimos probables cuando sea más desfavorable para la estabilidad de la estructura considerar una carga muerta menor, como en el caso de volteo, flotación, lastre y succión producida por viento. En otros casos se emplearán valores máximos probables.

Artículo 197. El peso muerto calculado de losas de concreto de peso normal coladas en el lugar se incrementará en 20 kg/m². Cuando sobre una losa colada en el lugar o precolada, se coloque una capa de mortero de peso normal, el peso calculado de esta capa se incrementará también en 20 kg/m², de manera que el incremento total será de 40 kg/m². Tratándose de losas y morteros que posean pesos volumétricos diferentes del normal, estos valores se modificarán en proporción a los pesos volumétricos.

Estos aumentos no se aplicarán cuando el efecto de la carga muerta sea favorable a la estabilidad de la estructura.

CAPÍTULO V
CARGAS VIVAS

Artículo 198. Se considerarán cargas vivas las fuerzas que se producen por el uso y ocupación de las Edificaciones y que no tienen carácter permanente. A menos que se justifiquen racionalmente otros valores, estas cargas se tomarán iguales a las especificadas en el artículo 199.

Las cargas especificadas no incluyen el peso de muros divisorios de mampostería o de otros materiales, ni el de inmuebles, equipos u objetos de peso fuera de lo común, como cajas fuertes de gran tamaño, archivos importantes, libreros pesados o cortinajes en salas de espectáculos. Cuando se prevean tales cargas deberán cuantificarse y tomarse en cuenta en el diseño en forma independiente de la carga viva especificada. Los valores adoptados deberán justificarse en la memoria de cálculo e indicarse en los planos estructurales.

Artículo 199. Para la aplicación de las cargas vivas unitarias se deberá tomar en consideración las siguientes disposiciones:

I. La carga viva máxima Wm se deberá emplear para diseño estructural por fuerzas gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño estructural de los cimientos ante cargas gravitacionales;

II. La carga instantánea Wa se deberá usar para diseño sísmico y por viento y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorables que la uniformemente repartida sobre toda el área;

III. La carga media W se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos y para el cálculo de flechas diferidas;

IV. Cuando el efecto de la carga viva sea favorable para la estabilidad de la estructura, como en el caso de problemas de flotación, volteo y de succión por viento, su intensidad se considerará nula sobre toda el área, a menos quepueda justificarse otro valor acorde con la definición del artículo 187 de este Reglamento, y

Tabla de cargas vivas unitarias, en kg/m²

Destino de piso o cubierta	*W*	*Wa*	*Wm*	*Observaciones*
a) Habitación (casa-habitación, departamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuelas, cuarteles, cárceles, correccionales, hospitales y similares	70	90	170	(1)
b) Oficinas, despachos y laboratorios	100	180	250	(2)
c) Comunicación para peatones (pasillos, escaleras, rampas, vestíbulos y pasajes de acceso libre al público)	40	150	350	(3), (4)
d) Estadios y lugares de reunión sin asientos individuales	40	350	450	(5)
e) Otros lugares de reunión (templos, cines, teatros, gimnasios, salones de baile, restaurantes, bibliotecas, aulas, salas de juego y similares)	40	250	350	(5)
f) Comercios, fábricas y bodegas	0.8 Wm	0.9 Wm	Wm	(6)
g) Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%	15	70	100	(4), (7)
Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5%	5	20	40	(4), (7), (8)
Volados en vía pública (marquesinas, balcones y similares)	15	70	300	
j) Garages y estacionamientos (para automóviles exclusivamente)	40	100	250	(9)

V. Las cargas uniformes de la tabla (págs. 235 y ésta), se considerarán distribuidas sobre el área tributaria de cada elemento.

Observaciones a la Tabla de cargas vivas unitarias

1. Para elementos con área tributaria mayor de 36 m^2, Wm podrá reducirse, tomándola igual a 100 + 420A^(-1/2) (A es el área tributaria en m^2). Cuando sea más desfavorable se considerará en lugar de Wm, una carga de 500 kg aplicada sobre un área de 50 o 50 cm en la posición más crítica.

Para sistemas de piso ligeros con cubierta rigidizante, se considerará en lugar de Wm, cuando sea más desfavorable, una carga concentrada de 250 kg para el diseño de los elementos de soporte y de 100 kg para el diseño de la cubierta, en ambos casos ubicadas en la posición más desfavorable.

Se considerarán sistemas de piso ligeros aquéllos formados por tres o más miembros aproximadamente paralelos y separados entre sí no más de 80 cm y unidos con una cubierta de madera contrachapada, de duelas de madera bien clavadas u otro material que proporcione una rigidez equivalente.

2. Para elementos con área tributaria mayor de 36 m^2, Wm podra reducirse, tomándola igual a 180 + 420A^(-1/2) (A es el área tributaria, en m^2). Cuando sea más desfavorable se considerará en lugar de Wm, una carga de 1 000 kg, aplicada sobre un área de 50 o 50 cm en la posición más crítica.

Para sistemas de piso ligeros con cubierta rigidizante, definidos como en la nota (1), se considerará en lugar de Wm, cuando sea más desfavorable, una carga concentrada de 500 kg para el diseño de los elementos de soporte y de 150 kg para el diseño de la cubierta, ubicadas en la posición más desfavorable.

3. En áreas de comunicación de casas de habitación y edificios de departamentos se considerará la misma carga viva que en el caso *a*) de la tabla.

4. Para el diseño de los pretiles y barandales en escaleras, rampas, pasillos y balcones, se deberá fijar una carga por metro lineal no menor de 100 kg/m actuando al nivel de pasamanos y en la dirección más desfavorable.

5. En estos casos deberá prestarse particular atención a la revisión de los estados límite de servicio relativos a vibraciones.

6. Atendiendo al destino del piso se determinará con los criterios del artículo 187, la carga unitaria, Wm, que no será inferior a 350 kg/m^2 y deberá especificarse en los planos estructurales y en placas colocadas en lugares fácilmente visibles de la edificación.

7. Las cargas vivas especificadas para cubiertas y azoteas no incluyen las cargas producidas por tinacos y anuncios, ni las que se deben a equipos u objetos pesados que puedan apoyarse en o colgarse del techo. Estas cargas deben preverse por separado y especificarse en los planos estructurales.

Adicionalmente, los elementos de las cubiertas y azoteas deberán revisarse con una carga concentrada de 100 kg en la posición más crítica.

8. Además, en el fondo de los valles de techos inclinados se considerará una carga, debida al granizo, de 30 kg por cada metro cuadrado de proyección horizontal del techo que desagüe hacia el valle. Esta carga se considerará como una acción accidental para fines de revisión de la seguridad y se le aplicarán los factores de carga correspondientes según el artículo 194.

9. Más una concentración de 1 500 kg en el lugar más desfavorable del miembro estructural de que se trate.

Artículo 200. Durante el proceso de edificación deberán considerarse las cargas vivas transitorias que puedan producirse; éstas incluirán el peso de los materiales que se almacenen temporalmente, el de los vehículos y equipo, el de colado de plantas superiores que se apoyen en la planta que se analiza y del personal necesario, no siendo este último peso menor de 150 kg/m^2. Se considerará, además, una concentración de 150 kg en el lugar más desfavorable.

Artículo 201. El propietario o poseedor será responsable de los perjuicios que ocasione el cambio de uso de una edificación, cuando produzca cargas muertas o vivas mayores o con una distribución más desfavorable que las del diseño aprobado.

CAPÍTULO VI
DISEÑO POR SISMO

Artículo 202. En este Capítulo se establecen las bases y requisitos generales mínimos de diseño para que las estructuras tengan seguridad adecuada ante los efectos de los sismos. Los métodos de análisis y los requisitos para estructuras específicas se detallarán en las Normas Técnicas Complementarias.

Artículo 203. Las estructuras se analizarán bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneos del movimiento del terreno. Las deformaciones y fuerzas internas que resulten se combinarán entre sí como lo especifiquen las Normas Técnicas Complementarias, y se combinarán con los efectos de fuerzas gravitacionales y de las otras acciones que correspondan según los criterios que establece el Capítulo III de este Título.

Según sean las características de la estructura de que se trate, ésta podrá analizarse por sismo mediante el método simplificado, el método estático o uno de los dinámicos que describan las Normas Técnicas Complementarias, con las limitaciones que ahí se establezcan.

En el análisis se tendrá en cuenta la rigidez de todo elemento, estructural o no, que sea significativa. Con las salvedades que corresponden al método simplificado de análisis, se calcularán las fuerzas sísmicas, deformaciones y desplazamientos laterales de la estructura, incluyendo sus giros por torsión y teniendo en cuenta los efectos de flexión de sus elementos y, cuando sean significativos, de fuerza cortante, fuerza axial y torsión de los elementos, así como los efectos de segundo orden, entendidos éstos como los de las fuerzas gravitacionales actuando en la estruc-

tura deformada ante la acción tanto de dichas fuerzas como de las laterales.

Se verificará que la estructura y su cimentación no alcancen ningún estado límite de falla o de servicio a que se refiere este Reglamento. Los criterios que deben aplicarse se especifican en este Capítulo.

Para el diseño de todo elemento que contribuya en más de 35% a la capacidad total en fuerza cortante, momento torsionante o momento de volteo de un entrepiso dado, se adoptarán factores de resistencia 20% inferiores a los que le corresponderían de acuerdo con los artículos respectivos de las Normas Técnicas Complementarias.

Artículo 204. Tratándose de muros divisorios, de fachada o de colindancia, se deberán observar las siguientes reglas:

I. Los muros que contribuyan a resistir fuerzas laterales se ligarán adecuadamente a los marcos estructurales o a castillos y dalas en todo el perímetro del muro, su rigidez se tomará en cuenta en el análisis sísmico y se verificará su resistencia de acuerdo con las Normas correspondientes.

Los castillos y dalas a su vez estarán ligados a los marcos. Se verificará que las vigas o losas y columnas resistan la fuerza cortante, el momento flexionante, las fuerzas axiales y, en su caso, las torsiones que en ellas induzcan los muros. Se verificará, asimismo, que las uniones entre elementos estructurales resistan dichas acciones, y

II. Cuando los muros no contribuyan a resistir fuerzas laterales, se sujetarán a la estructura de manera que no restrinjan su deformación en el plano del muro. Preferentemente estos muros serán de materiales muy flexibles o débiles.

Artículo 205. Para los efectos de este Capítulo se considerarán las zonas del Distrito Federal que fija el artículo 219 de este Reglamento.

Artículo 206. El coeficiente sísmico, c, es el cociente de la fuerza cortante horizontal que debe considerarse que actúa en la base de la edificación por efecto del sismo, entre el peso de ésta sobre dicho nivel.

Con este fin se tomará como base de la estructura el nivel a partir del cual sus desplazamientos con respecto al terreno circundante comienzan a ser significativos. Para calcular el peso total se tendrán en cuenta las cargas muertas y vivas que correspondan según los Capítulos IV y V de este Título.

El coeficiente sísmico para las Edificaciones clasificadas como del grupo B en el artículo 174 se tomará igual a 0.16 en la zona I, 0.32 en la II y 0.40 en la III, a menos que se emplee el método simplificado de análisis, en cuyo caso se aplicarán los coeficientes que fijen las Normas Técnicas Complementarias, y a excepción de las zonas especiales en las que dichas Normas especifiquen otros valores de c. Para las estructuras del grupo A se incrementará el coeficiente sísmico en 50 por ciento.

Artículo 207. Cuando se aplique el método estático o un método dinámico para análisis sísmico, podrán reducirse con fines de diseño las fuerzas sísmicas calculadas, empleando para ello los criterios que fijen las Normas Técnicas Complementarias, en función de las características estructurales y del terreno. Los desplazamientos calculados de acuerdo con estos métodos, empleando las fuerzas sísmicas reducidas, deben

multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico que marquen dichas Normas.

Los coeficientes que especifiquen las Normas Técnicas Complementarias para la aplicación del método simplificado de análisis tomarán en cuenta todas las reducciones que procedan por los conceptos mencionados. Por ello las fuerzas sísmicas calculadas por este método no deben sufrir reducciones adicionales.

Artículo 208. Se verificará que tanto la estructura como su cimentación resistan las fuerzas cortantes, momentos torsionantes de entrepiso y momentos de volteo inducidos por sismo combinados con los que correspondan a otras solicitaciones, y afectados del correspondiente factor de carga.

Artículo 209. Las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos debidos a las fuerzas cortantes horizontales, calculados con alguno de los métodos de análisis sísmico mencionado en el artículo 203 de este Reglamento, no excederán a 0.006 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo que los elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, como los muros de mampostería, esten separados de la estructura principal de manera que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En tal caso, el límite en cuestión será de 0.012.

El cálculo de deformaciones laterales podrá omitirse cuando se aplique el método simplificado de análisis sísmico.

Artículo 210. En fachadas tanto interiores como exteriores, la colocacion de los vidrios en los marcos o la liga de éstos con la estructura serán tales que las deformaciones de ésta no afecten a los vidrios. La holgura que debe dejarse entre vidrios y marcos o entre éstos y la estructura se especificará en las Normas Técnicas Complementarias.

Artículo 211. Toda edificación deberá separarse de sus linderos con los predios vecinos una distancia no menor de 5 cm ni menor que el desplazamiento horizontal calculado para el nivel de que se trate, aumentando en 0.001, 0.003 o 0.006 de la altura de dicho nivel sobre el terreno en las zonas I, II o III, respectivamente. El desplazamiento calculado será el que resulte del análisis con las fuerzas sísmicas reducidas según los criterios que fijan las Normas Tecnicas Complementarias para Diseño por Sismo, multiplicado por el factor de comportamiento sísmico marcado por dichas Normas.

En caso de que en un predio adyacente se encuentre una construcción que esté separada del lindero una distancia menor que la antes especificada, deberán tomarse precauciones para evitar daños por el posible contacto entre las dos construcciones durante un sismo.

Si se emplea el método simplificado de análisis sísmico, la separación mencionada no será, en ningún nivel, menor de 5 cm ni menor de la altura del nivel sobre el terreno multiplicada por 0.007, 0.009 o 0.012 según que la edificación se halle en las zonas I, II o III, respectivamente.

La separación entre cuerpos de un mismo edificio o entre edificios adyacentes será cuando menos igual a la suma de las que de acuerdo con los párrafos precedentes corresponden a cada uno.

Podrá dejarse una separación igual a la mitad de dicha suma si los dos cuerpos tienen la misma altura y estructuración y, además las losas coinciden a la misma altura, en todos los niveles.

Se anotarán en los planos arquitectónicos y en los estructurales las separaciones que deben dejarse en los linderos y entre cuerpos de un mismo edificio.

Los espacios entre Edificaciones colindantes entre cuerpos de un mismo edificio deben quedar libres de todo material. Si se usan tapajuntas, éstas deben permitir los desplazamientos relativos tanto en su plano como perpendicularmente a él.

Artículo 212. El análisis y diseño estructurales de puentes, tanques, chimeneas; silos, muros de retención y otras Edificaciones que no sean edificios, se harán de acuerdo con lo que marquen las Normas Técnicas Complementarias y, en los aspectos no cubiertos por ellas, se hará de manera congruente con ellas y con este Capítulo, previa aprobación del Departamento.

CAPÍTULO VII
DISEÑO POR VIENTO

Artículo 213. En este Capítulo se establecen las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento. Los procedimientos detallados de diseño se encontrarán en las Normas Técnicas Complementarias respectivas.

Artículo 214. Las estructuras se diseñarán para resistir los efectos de viento proveniente de cualquier dirección horizontal. Deberá revisarse el efecto del viento sobre la estructura en su conjunto y sobre sus componentes directamente expuestos a dicha acción.

Deberá verificarse la estabilidad general de las Edificaciones ante volteo. Se considerará, asimismo, el efecto de las presiones interiores en Edificaciones en que pueda haber aberturas significativas. Se revisará también la estabilidad de la cubierta y de sus anclajes.

Artículo 215. En edificios en que la relación entre la altura y la dimensión mínima en planta es menor que cinco y en los que tengan un periodo natural de vibración menor de dos segundos y que cuenten con cubiertas y paredes rígidas ante cargas normales a su plano, el efecto del viento podrá tomarse en cuenta por medio de presiones estáticas equivalentes deducidas de la velocidad de diseño especificada en el artículo siguiente.

Se requerirán procedimientos especiales de diseño que tomen en cuenta las características dinámicas de la acción del viento en Edificaciones que no cumplan con los requisitos del párrafo anterior, y en particular en cubiertas colgantes, en chimeneas y torres, en edificios de forma irregular y en todos aquellos cuyas paredes y cubiertas exteriores tengan poca rigidez ante cargas normales a su plano o cuya forma propicie la generación periódica de vórtices.

Artículo 216. En las áreas urbanas y suburbanas del Distrito Federal

se tomará como base una velocidad de viento de 80 km/hr para el diseño de las Edificaciones del grupo B del artículo 174 de este Reglamento.

Las presiones que se producen para esta velocidad se modificarán tomando en cuenta la importancia de la edificación, las características del flujo del viento en el sitio donde se ubica la estructura y la altura sobre el nivel del terreno a la que se encuentra ubicada el área expuesta al viento.

La forma de realizar tales modificaciones y los procedimientos para el cálculo de las presiones que se producen en distintas porciones del edificio se establecerán en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento.

CAPÍTULO VIII
DISEÑO DE CIMENTACIONES

Artículo 217. En este Capítulo se disponen los requisitos mínimos para el diseño y edificación de cimentaciones. Requisitos adicionales y relativos a los métodos de diseño y edificación y a ciertos tipos específicos de cimentación se fijarán en las Normas Técnicas Complementarias de este Reglamento.

Artículo 218. Toda edificación se soportará por medio de una cimentación apropiada.

Las Edificaciones no podrán en ningún caso desplantarse sobre tierra vegetal, suelos o rellenos sueltos o desechos. Sólo será aceptable cimentar sobre terreno natural competente o rellenos artificiales que no incluyan materiales degradables y hayan sido adecuadamente compactados.

El suelo de cimentación deberá protegerse contra deterioro por intemperismo, arrastre por flujo de aguas superficiales o subterráneas y secado local por la operación de calderas o equipos similares.

Artículo 219. Para fines de este Título, el Distrito Federal se divide en tres zonas con las siguientes características generales:

Zona I Lomas, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta Zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelo para explotar minas de arena;

Zona II. Transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limoarenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros, y

Zona III Lacustre, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos

aluviales y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

La zona a que corresponda un predio se determinará a partir de las investigaciones que se realicen en el subsuelo del predio objeto de estudio, tal y como lo establezcan las Normas Técnicas Complementarias. En caso de Edificaciones ligeras o medianas, cuyas características se definan en dichas Normas, podrá determinarse la zona mediante el mapa incluido en las mismas, si el predio está dentro de la porción zonificada; los predios ubicados a menos de 200 m de las fronteras entre dos de las zonas antes descritas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

Artículo 220. La investigación del subsuelo del sitio mediante exploración de campo y pruebas de laboratorio deberá ser suficiente para definir de manera confiable los parámetros de diseño de la cimentación, la variación de los mismos en la planta del predio y los procedimientos de edificación. Además, deberá ser tal que permita definir:

I. En la zona I a que se refiere el artículo 219 del Reglamento, si existen en ubicaciones de interés materiales sueltos superficiales, grietas, oquedades naturales o galerías de minas, y en caso afirmativo su apropiado tratamiento, y

II. En las zonas II y III del artículo mencionado en la fracción anterior, la existencia de restos arqueológicos, cimentaciones antiguas, grietas, variaciones fuertes de estratigrafía, historia de carga del predio o cualquier otro factor que pueda originar asentamientos diferenciales de importancia, de modo que todo ello pueda tomarse en cuenta en el diseño.

Artículo 221. Deberán investigarse el tipo y las condiciones de cimentación de las Edificaciones colindantes en materia de estabilidad, hundimientos, emersiones, agrietamientos del suelo y desplomes, y tomarse en cuenta en el diseño y edificación de la cimentación en proyecto.

Asimismo, se investigarán la localización y las características de las obras subterráneas cercanas, existentes o proyectadas, pertenecientes a la red de transporte colectivo, de drenaje y de otros servicios públicos, con objeto de verificar que la edificación no cause daños a tales instalaciones ni sea afectada por ellas.

Artículo 222. En las zonas II y III señaladas en el artículo 219 de este Reglamento, se tomará en cuenta la evolución futura del proceso de hundimiento regional que afecta a gran parte del Distrito Federal y se preverán sus efectos a corto y largo plazo sobre el comportamiento de la cimentación en proyecto.

Artículo 223. La revisión de la seguridad de las cimentaciones consistirá, de acuerdo con el artículo 193 de este Reglamento, en comparar la resistencia y las deformaciones máximas aceptables del suelo con las fuerzas y deformaciones inducidas por las acciones de diseño. Las acciones serán afectadas por los factores de carga y las resistencias por los factores de resistencia especificados en las Normas Técnicas Complementarias, debiendo revisarse además, la seguridad de los miembros estructurales de la cimentación, con los mismos criterios especificados para la estructura.

Artículo 224. En el diseño de toda cimentación, se considerarán los siguientes estados límite, además de los correspondientes a los miembros de la estructura:

I. De falla:

a) Flotación;
b) Desplazamiento plástico local o general del suelo bajo la cimentación, y
c) Falla estructural de pilotes, pilas u otros elementos de la cimentación.

II. De servicio:

a) Movimiento vertical medio, asentamiento o emersión, con respecto al nivel del terreno circundante;
b) Inclinación media, y
c) Deformación diferencial.

En cada uno de estos movimientos, se considerarán el componente inmediato bajo carga estática, el accidental, principalmente por sismo, y el diferido, por consolidación, y la combinación de los tres. El valor esperado de cada uno de tales movimientos deberá ajustarse a lo dispuesto por las Normas Técnicas Complementarias, para no causar daños intolerables a la propia cimentación, a la superestructura y sus instalaciones, a los elementos no estructurales y acabados, a las Edificaciones vecinas ni a los servicios públicos.

Artículo 225. En el diseño de las cimentaciones se considerarán las acciones señaladas en los Capítulos IV a VII de este Título, así como el peso propio de lo elementos estructurales de la cimentación, las descargas por excavación, los efectos del hundimiento regional sobre la cimentación, incluyendo la fricción negativa, los pesos y empujes laterales de los rellenos y lastres que graviten sobre los elementos de la subestructura, la aceleración de la masa del suelo deslizante cuando se incluya sismo, y toda otra acción que se genere sobre la propia cimentación o en su vecindad.

La magnitud de las acciones sobre la cimentación provenientes de la estructura será el resultado directo del análisis de ésta. Para fines de diseño de la cimentación, la fijación de todas las acciones pertinentes será responsabilidad conjunta de los diseñadores de la superestructura y de la cimentación.

En el análisis de los estados límite de falla o servicio, se tomará en cuenta la subpresión del agua, que debe cuantificarse conservadoramente atendiendo a la evolución de la misma durante la vida útil de la estructura. La acción de dicha subpresión se tomara con un factor de carga unitario.

Artículo 226. La seguridad de las cimentaciones contra los estados límite de falla se evaluara en términos de la capacidad de carga neta, es decir, del máximo incremento de esfuerzo que pueda soportar el suelo al nivel de desplante.

La capacidad de carga de los suelos de cimentación se calculará por métodos analíticos o empíricos suficientemente apoyados en evidencias

experimentales o se determinará con pruebas de carga. La capacidad de carga de la base de cualquier cimentación se calculará a partir de las resistencias medias de cada uno de los estratos afectados por el mecanismo de falla más crítico. En el cálculo se tomará en cuenta la interacción entre las diferentes partes de la cimentación y entre ésta y las cimentaciones vecinas.

Cuando el subsuelo del sitio o en su vecindad existan rellenos sueltos, galerías, grietas u otras oquedades, éstas deberán tratarse apropiadamente o bien considerarse en el análisis de estabilidad de la cimentación.

Artículo 227. Los esfuerzos o deformaciones en las fronteras suelo-estructura necesarios para el diseño estructural de la cimentación, incluyendo presiones de contacto y empujes laterales, deberán fijarse tomando en cuenta las propiedades de la estructura y las de los suelos de apoyo. Con base en simplificaciones e hipótesis conservadoras se determinará la distribución de esfuerzos compatibles con la deformabilidad y resistencia del suelo y de la subestructura para las diferentes combinaciones de solicitaciones a corto y largo plazos, o mediante un estudio explícito de interacción suelo-estructura.

Artículo 228. En el diseño de las excavaciones se considerarán los siguientes estados límite:

I. De falla: colapso de los taludes o de las paredes de la excavación o del sistema de soporte de las mismas, falla de los cimientos de las Edificaciones adyacentes y falla de fondo de la excavación por corte o por subpresión en estratos subyacentes, y

II. De servicio: movimientos verticales y horizontales inmediatos y diferidos por descarga en el área de excavación y en los alrededores. Los valores esperados de tales movimientos deberán ser suficientemente reducidos para no causar daños a las Edificaciones e instalaciones adyacentes ni a los servicios públicos. Además, la recuperación por recarga no deberá ocasionar movimientos totales o diferenciales intolerables para las estructuras que se desplanten en el sitio.

Para realizar la excavación, se podrán usar pozos de bombeo con objeto de reducir las filtraciones y mejorar la estabilidad. Sin embargo, la duración del bombeo deberá ser tan corta como sea posible y se tomarán las precauciones necesarias para que sus efectos queden prácticamente circunscritos al área de trabajo. En este caso, para la evaluación de los estados límite de servicio a considerar en el diseño de la excavación, se tomarán en cuenta los movimientos del terreno debidos al bombeo.

Los análisis de estabilidad se realizarán con base en las acciones aplicables señaladas en los capítulos IV al VII de este Título, considerándose las sobrecargas que puedan actuar en la vía pública y otras zonas próximas a la excavación.

Artículo 229. Los muros de contención exteriores construidos para dar estabilidad a desniveles del terreno, deberán diseñarse de tal forma que no se rebasen los siguientes estados límite de falla: volteo, desplazamiento del muro, falla de la cimentación del mismo o del talud que lo soporta, o bien rotura estructural. Además, se revisarán los estados límite de servicio, como asentamiento, giro o deformación excesiva del muro. Los empujes

se estimarán tomando en cuenta la flexibilidad del muro, el tipo de relleno y el método de colocación del mismo. Los muros incluirán un sistema de drenaje adecuado que limite el desarrollo de empujes superiores a los de diseño por efecto de presión del agua.

Los empujes debidos a solicitaciones sísmicas se calcularán de acuerdo con el criterio definido en el Capítulo VI de este Título.

Artículo 230. Como parte del estudio de mecánica de suelos, se deberá fijar el procedimiento constructivo de las cimentaciones, excavaciones y muros de contención que asegure el cumplimiento de las hipótesis de diseño y garantice la seguridad durante y después de la edificación. Dicho procedimiento deberá ser tal que se eviten daños a las estructuras e instalaciones vecinas por vibraciones o desplazamiento vertical u horizontal del suelo.

Cualquier cambio significativo que deba hacerse al procedimiento de edificación especificado en el estudio geotécnico se analizará con base en la información contenida en dicho estudio.

Artículo 231. La memoria de diseño incluirá una justificación del tipo de cimentación proyectado y de los procedimientos de edificación especificados, así como una descripción explícita de los métodos de análisis usados y del comportamiento previsto para cada uno de los estados límite indicados en los artículos 224, 228 y 229 de este Reglamento Se anexarán los resultados de las exploraciones, sondeos, pruebas de laboratorio y otras determinaciones y análisis así como las magnitudes de las acciones consideradas en el diseño, la interacción considerada con las cimentaciones de los inmuebles colindantes y la distancia, en su caso que se deje entre estas cimentaciones y la que se proyecta.

En el caso de edificios cimentados en terrenos con problemas especiales, y en particular los que se localicen en terrenos agrietados, sobre taludes, o donde existan rellenos o antiguas minas subterráneas, se agregará a la memoria una descripción de estas condiciones y cómo éstas se tomaron en cuenta para diseñar la cimentación.

Artículo 232. En las edificaciones del grupo A y subgrupo B1 a que se refiere el artículo 174 de este Reglamento, deberán hacerse nivelaciones durante la edificación y hasta que los movimientos diferidos se estabilicen, a fin de observar el comportamiento de las excavaciones y cimentaciones y prevenir daños a la propia edificación, a las Edificaciones vecinas y a los servicios públicos. Será obligación del propietario o poseedor de la edificación, proporcionar copia de los resultados de estas mediciones, así como de los planos, memorias de cálculo y otros documentos sobre el diseño de la cimentación a los diseñadores de edificios que se construyan en predios contiguos.

CAPÍTULO IX
CONSTRUCCIONES DAÑADAS

Artículo 233. Todo propietario o poseedor de un inmueble tiene obligación de denunciar ante el Departamento los daños de que tenga

CAPÍTULO X
OBRAS PROVISIONALES Y MODIFICACIONES

Artículo 237. Las obras provisionales, como tribunas para eventos especiales, pasos de carácter temporal para peatones o vehículos durante obras viales o de otro tipo, tapiales, obras falsas y cimbras, deberán proyectarse para cumplir los requisitos de seguridad de este Reglamento.

Las obras provisionales que puedan ser ocupadas por más de cien personas deberán ser sometidas, antes de su uso, a un prueba de carga en términos del Capítulo XI de este Título.

Artículo 238. Las modificaciones de Edificaciones existentes, que impliquen una alteración en su funcionamiento estructural, serán objeto de un proyecto estructural que garantice que tanto la zona modificada como la estructura en su conjunto y su cimentación cumplen con los requisitos de seguridad de este Reglamento. El proyecto deberá incluir los apuntalamientos, rigidizaciones y demás precauciones que se necesiten durante la ejecución de las modificaciones.

CAPÍTULO XI
PRUEBAS DE CARGA

Artículo 239. Será necesario comprobar la seguridad de una estructura por medio de pruebas de carga en los siguientes casos:

I. En las edificaciones de recreación, clasificadas en el artículo 5 de este Reglamento y todas aquellas en las que pueda haber frecuentemente aglomeración de personas, así como las obras provisionales que puedan albergar a más de cien personas,

II. Cuando no exista suficiente evidencia teórica o experimental para juzgar en forma confiable la seguridad de la estructura en cuestión, y

III. Cuando el Departamento lo estime conveniente en razón de duda en la calidad y resistencia de los materiales o en cuanto a los procedimientos constructivos.

Artículo 240. Para realizar una prueba de carga mediante la cual se requiera verificar la seguridad de la estructura, se seleccionará la forma de aplicación de la carga de prueba y la zona de la estructura sobre la cual se aplicará, de acuerdo con las siguientes disposiciones:

I. Cuando se trate de verificar la seguridad de elementos o conjuntos que se repiten, bastará seleccionar una fracción representativa de ellos, pero no menos de tres, distribuidos en distintas zonas de la estructura;

II. La intensidad de la carga de prueba deberá ser igual a 85% de la de diseño incluyendo los factores de carga que correspondan;

III. La zona en que se aplique será la necesaria para producir en los elementos o conjuntos seleccionados los efectos más desfavorables;

IV. Previamente a la prueba se someterán a la aprobación del Departamento el procedimiento de carga y el tipo de datos que se recabarán en dicha prueba, tales como deflexiones, vibraciones y agrietamientos;

conocimiento que se presenten en dicho inmueble, como los que pueden ser debidos a efectos del sismo, viento, explosión, incendio, hundimiento, peso propio de la edificación y de las cargas adicionales que obran sobre ellas, o a deterioro de los materiales e instalaciones.

Artículo 234. Los propietarios o poseedores de Edificaciones que presenten daños, recabarán un dictamen de estabilidad y seguridad por parte de un Corresponsable en Seguridad Estructural, y del buen estado de las instalaciones, por parte de los Corresponsables respectivos. Si los dictámenes demuestran que no afectan la estabilidad y buen funcionamiento de las instalaciones de la edificación en su conjunto o de una parte significativa de la misma puede dejarse en su situación actual, o bien sólo repararse o reforzarse localmente. De lo contrario, el propietario o poseedor de la edificación estará obligado llevar a cabo las obras de refuerzo y renovación de las instalaciones que se especifiquen en el proyecto respectivo, según lo que se establece en el artículo siguiente.

Artículo 235. El proyecto de refuerzo estructural y las renovaciones de las instalaciones de una edificación, con base en los dictámenes a que se refiere el artículo anterior, deberán cumplir con lo siguiente:

I. Deberá proyectarse para que la edificación alcance cuando menos los niveles de seguridad establecidos para las edificaciones nuevas en este Reglamento;

II. Deberá basarse en una inspección detallada de los elementos estructurales y de las instalaciones, en la que se retiren los acabados y recubrimientos que puedan ocultar daños estructurales, y de las instalaciones;

III. Contendrá las consideraciones hechas sobre la participación de la estructura existente y de refuerzo en la seguridad del conjunto, así como detalles de liga entre ambas, y las modificaciones de las instalaciones.

IV. Se basará en el diagnóstico del estado de: la estructura y las instalaciones dañadas, y en la eliminación de las causas de los daños que se hayan presentado;

V. Deberá incluir una revisión detallada de la cimentación y de las instalaciones ante las condiciones que resulten de las modificaciones a la estructura, y

VI. Será sometido al proceso de revisión que establezca el Departamento para la obtención de la licencia respectiva.

Artículo 236. Antes de iniciar las obras de refuerzo y reparación, deberá demostrarse que el edificio dañado cuenta con la capacidad de soportar las cargas verticales estimadas y 30 por ciento de las laterales que se obtendrían aplicando las presentes disposiciones con las cargas vivas previstas durante la ejecución de las obras. Para alcanzar dicha resistencia será necesario, en los casos que se requiera, recurrir al apuntalamiento o rigidización temporal de algunas partes de la estructura.

V. Para verificar la seguridad ante cargas permanentes, la carga de prueba se dejará actuando sobre la estructura no menos de veinticuatro horas;

VI. Se considerará que la estructura ha fallado si ocurre colapso, una falla local o incremento local brusco de desplazamiento o de la curvatura de una sección. Además, si veinticuatro horas después de quitar la sobrecarga la estructura no muestra una recuperación mínima de setenta y cinco por ciento de sus deflexiones, se repetirá la prueba;

VII. La segunda prueba de carga no debe iniciarse antes de setenta y dos horas de haberse terminado la primera;

VIII. Se considerará que la estructura ha fallado si después de la segunda prueba la recuperación no alcanza, en veinticuatro horas, el setenta y cinco por ciento de las deflexiones debidas a dicha segunda prueba;

IX. Si la estructura pasa la prueba de carga, pero como consecuencia de ello se observan daños tales como agrietamientos excesivos, deberá repararse localmente y reforzarse.

Podrá considerarse que los elementos horizontales han pasado la prueba de carga, aun si la recuperación de las flechas no alcanzase en setenta y cinco por ciento, siempre y cuando la flecha máxima no exceda de dos milímetros+L^(2)/(20 000h), donde L, es el claro libre del miembro que se ensaye y h su peralte total en las mismas unidades que L; en voladizos se tomará L como el doble del claro libre;

X. En caso de que la prueba no sea satisfactoria, deberá presentarse al Departamento un estudio proponiendo las modificaciones pertinentes, y una vez realizadas éstas, se llevará a cabo una nueva prueba de carga;

XI. Durante la ejecución de la prueba de carga, deberán tomarse las precauciones necesarias para proteger la seguridad de las personas y del resto de la estructura, en caso de falla de la zona ensayada.

El procedimiento para realizar pruebas de carga de pilotes será el incluido en las Normas Técnicas Complementarias relativas a cimentaciones, y

XII. Cuando se requiera evaluar mediante pruebas de carga la seguridad de una edificación ante efectos sísmicos, deberán diseñarse procedimientos de ensaye y criterios de evaluación que tomen en cuenta las características peculiares de la acción sísmica, como son la imposición de efectos dinámicos y de repeticiones de carga alternadas. Estos procedimientos y criterios deberan ser aprobados por el Departamento.

Título séptimo

Construcción

CAPÍTULO I
GENERALIDADES

Artículo 241. Una copia de los planos registrados y la licencia de edificación, deberá conservarse en las obras durante la ejecución de éstas y estar a disposición de los supervisores del Departamento.

Durante la ejecución de una obra deberán tomarse las medidas necesarias para no alterar el comportamiento ni el funcionamiento de las Edificaciones e instalaciones en predios colindantes o en la vía pública.

Deberán observarse, además, las disposiciones establecidas por los Reglamentos para la Protección del Ambiente contra la Contaminación Originada por la Emisión de Ruido y para la Prevención y Control de la Contaminación Atmosférica Originada por la Emisión de Humos y Polvos.

Artículo 242. Los materiales de construcción y los escombros de las obras podrán colocarse momentáneamente en las banquetas de la vía pública, sin invadir la superficie de rodamiento durante los horarios y bajo las condiciones que fije el Departamento para cada caso.

Artículo 243. Los vehículos que carguen o descarguen materiales para una obra podrán estacionarse en la vía pública durante los horarios que fije el Departamento y con apego a lo que disponga al efecto el Reglamento de Tránsito del Distrito Federal.

Artículo 244. Los escombros, excavaciones y cualquier otro obstáculo para el tránsito en la vía pública, originados por obras públicas o privadas serán protegidos con barreras, señalados adecuadamente por los responsables de las obras, con banderas y letreros durante el día y con señales luminosas claramente visibles durante la noche.

Artículo 245. Los propietarios están obligados a reparar por su cuenta las banquetas y guarniciones que hayan deteriorado con motivo de la ejecución de la obra. En su defecto, el Departamento ordenará los trabajos de reparación o reposición con cargo a los propietarios o poseedores.

Artículo 246. Los equipos eléctricos en instalaciones provisionales, utilizados durante la obra, deberán cumplir con el Reglamento de Instalaciones Eléctricas y las Normas Técnicas para Instalaciones Eléctricas

Artículo 247. Los propietarios de las obras cuya construcción sea

suspendida por cualquier causa por más de sesenta días calendario, estarán obligados a limitar sus predios con la vía pública por medio de cercas o bardas y a clausurar los vanos que fuere necesario, a fin de impedir el acceso a la construcción.

Artículo 248. Cuando se interrumpa una excavación, se tomarán las precauciones necesarias para evitar que se presenten movimientos que puedan dañar a las Edificaciones y predios colindantes o las instalaciones de la vía pública y que ocurran fallas en las paredes o taludes de la excavación por intemperismo prolongado.

Se tomarán también las precauciones necesarias para impedir el acceso al sitio de la excavación mediante señalamiento adecuado y barreras para evitar accidentes.

Artículo 249. Los tapiales, de acuerdo con su tipo, deberán cumplir las siguientes disposiciones:

I. De barrera: cuando se ejecuten obras de pintura, limpieza o similares, se colocarán barreras que se puedan remover al suspenderse el trabajo diario. Estarán pintadas y tendrán leyendas de "Precaución". Se construirán de manera que no obstruyan o impidan la vista de las señales de tránsito, de las placas de nomenclatura o de los aparatos y accesorios de los servicios públicos. En caso necesario, se solicitará al Departamento su traslado provisional a otro lugar;

II. De marquesina: cuando los trabajos se ejecuten a más de diez metros de altura, se colocarán marquesinas que cubran suficientemente la zona inferior de las obras, tanto sobre la banqueta como sobre los predios colindantes. Se colocarán de tal manera que la altura de caída de los materiales de demolición o de construcción sobre ellas, no exceda de cinco metros;

III. Fijos: en las obras que se ejecuten en un predio a una distancia menor de diez metros de la vía pública, se colocarán tapiales fijos que cubran todo el frente de la misma. Serán de madera, lámina, concreto, mampostería o de otro material que ofrezca las mismas garantías de seguridad. Tendrán una altura mínima de dos metros cuarenta centímetros; deberán estar pintados y no tener más claros que los de las puertas, las cuales se mantendrán cerradas. Cuando la fachada quede al paño del alineamiento, el tapial podrá abarcar una franja anexa hasta de cincuenta centímetros sobre la banqueta. Previa solicitud, podrá el Departamento conceder mayor superficie de ocupación de banquetas;

IV. De paso cubierto: en obras cuya altura sea mayor de diez metros o en aquellas en que la invasión de la banqueta lo amerite, el Departamento podrá exigir que se construya un paso cubierto, además del tapial. Tendrá, cuando menos, una altura de dos metros cuarenta centímetros y una anchura libre de un metro veinte centímetros, y

V. En casos especiales, las autoridades podrán permitir o exigir, en su caso, otro tipo de tapiales diferentes de los especificados en este artículo.

Ningún elemento de los tapiales quedará a menos de cincuenta centímetros de la vertical sobre la guarnición de la banqueta.

CAPÍTULO II
SEGURIDAD E HIGIENE EN LAS OBRAS

Artículo 250. Durante la ejecución de cualquier edificación, el Director Responsable de Obra o el propietario de la misma, si ésta no requiere Director Responsable de Obra, tomarán las precauciones, adoptarán las medidas técnicas y realizarán los trabajos necesarios para proteger la vida y la integridad física de los trabajadores y la de terceros, para lo cual deberán cumplir con lo establecido en este Capítulo y con los Reglamentos Generales de Seguridad e Higiene en el Trabajo y de Medidas Preventivas de Accidentes de Trabajo.

Artículo 251. Durante las diferentes etapas de edificación de cualquier obra, deberán tomarse las precauciones necesarias para evitar los incendios y para combatirlos mediante el equipo de extinción adecuado. Esta protección deberá proporcionarse tanto al área ocupada por la obra en sí, como a las colindancias, bodegas, almacenes y oficinas. El equipo de extinción de fuego deberá ubicarse en lugares de fácil acceso y en las zonas donde se ejecuten soldaduras u otras operaciones que puedan originar incendios y se identificará mediante señales, letreros o símbolos claramente visibles.

Los extintores de fuego deberán cumplir con lo indicado en este Reglamento y en el Reglamento General de Seguridad e Higiene en el Trabajo, para la Prevención de Incendios.

Los aparatos y equipos que se utilicen en la edificación, que produzcan humo o gas proveniente de la combustión, deberán ser colocados de manera que se evite el peligro de incendio o de intoxicación.

Artículo 252. Deberán usarse redes de seguridad donde exista la posibilidad de caída de los trabajadores de las obras, cuando no puedan utilizarse cinturones de seguridad, líneas de amarre y andamios.

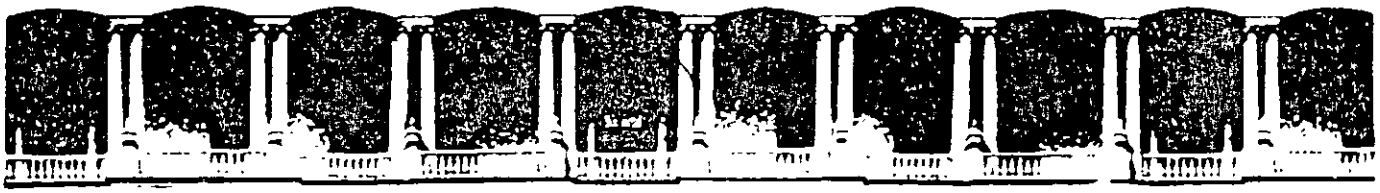
Artículo 253. Los trabajadores deberán usar los equipos de protección personal en los casos que se requiera, de conformidad con el Reglamento General de Seguridad e Higiene.

Artículo 254. En las obras de construcción, deberán proporcionarse a los trabajadores servicios provisionales de agua potable y un sanitario portátil, excusado o letrina para cada veinticinco trabajadores o fracción excedente de quince; y mantenerse permanentemente un botiquín con los medicamentos e instrumentales de curación necesarios para proporcionar primeros auxilios.

CAPÍTULO III
MATERIALES Y PROCEDIMIENTOS DE CONSTRUCCIÓN

Artículo 255. Los materiales empleados en la construcción deberán cumplir con las siguientes disposiciones:

I. La resistencia, calidad y características de los materiales empleados en la construcción, serán las que se señalen en las especificaciones de



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

EJEMPLO DE APLICACIÓN

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

3.6 INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

3.6.1 Introducción

En el diseño sísmico de estructuras de edificios ubicadas en terrenos tipo II o III se recomienda tener en cuenta los efectos de la interacción entre el suelo y la estructura. Cuando así se proceda, se aplicarán solamente los métodos estático y dinámico de análisis sísmico que se especifican para este tipo de estructuras junto con las recomendaciones que se estipulan en el presente capítulo.

Estas recomendaciones pueden ser empleadas para incorporar los efectos de la interacción inercial en la determinación de las fuerzas sísmicas y los desplazamientos de diseño de la estructura. Los efectos inerciales considerados son el alargamiento del periodo fundamental de vibración y el aumento del amortiguamiento de la estructura, con respecto a los valores que tendrían suponiendo que la estructura se apoya rígidamente

en su base. En general, el uso de estas recomendaciones reducirá los valores de las fuerzas laterales, el cortante basal y los momentos de volteo calculados para la estructura supuesta con base indeformable, e incrementará los desplazamientos laterales.

En general, sólo se justificará tomar en cuenta los efectos de la interacción suelo-estructura cuando se tenga:

$$\frac{\beta_s T_e}{H_e} < 20 \qquad (6.1)$$

donde β_s es la velocidad efectiva de propagación del depósito de suelo en cuestión, en tanto que T_e y H_e son el periodo fundamental de vibración y la altura efectiva, respectivamente, de la estructura de interés supuesta con base rígida.

3.6.2 Caracterización del Sistema Suelo-Estructura

Para estructuras con varios grados de libertad y depósitos de suelo estratificados, el sistema suelo-estructura se puede idealizar adecuadamente como se muestra en la fig. 6.1. Se trata de una estructura con N grados de libertad en traslación horizontal que se apoya sobre una cimentación superficial, circular e infinitamente rígida con dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y otro de rotación o cabeceo. La cimentación se desplanta en un depósito de suelo con base indeformable y estratificado horizontalmente con M estrat s. Los grados de libertad correspondientes a traslación vertical y torsión de la cimentación se desprecian, a pesar de que pueden ser muy importantes cuando se tengan sistemas de piso flexibles o en estructuras irregulares, respectivamente. Los grados de libertad de la cimentación están referidos a la subrasante, por lo que el momento de inercia de la masa del cimiento se toma con respecto al eje de rotación de la base de la cimentación.

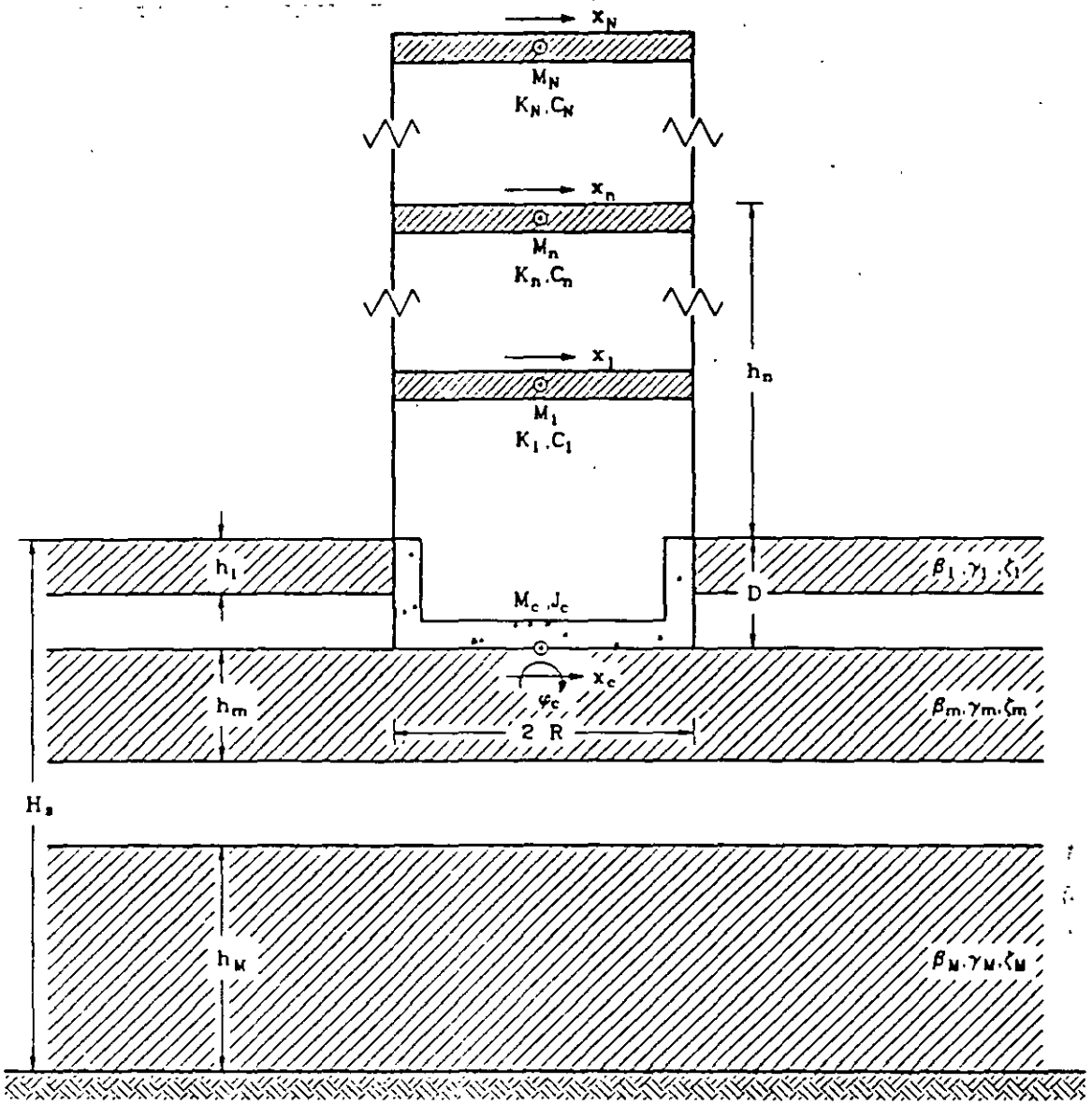


Fig 6.1 Sistema suelo-estructura completo

Si la estructura con varios grados de libertad responde esencialmente como un oscilador de un grado de libertad en su condición de base rígida y el depósito de suelo estratificado se comporta fundamentalmente como un manto homogéneo, el sistema suelo-estructura se puede reemplazar por el sistema equivalente que se indica en la fig. 6.2, en donde la estructura y el estrato representan elementos equivalentes a la

estructura con varios grados de libertad y el depósito de suelo estratificado, respectivamente, con los que se obtiene igual respuesta ante una perturbación dada. Para ello, la estructura real se caracterizará mediante el periodo fundamental, la masa y la altura efectivas; mientras que el depósito original se caracterizará a través del periodo dominante y la velocidad efectiva.

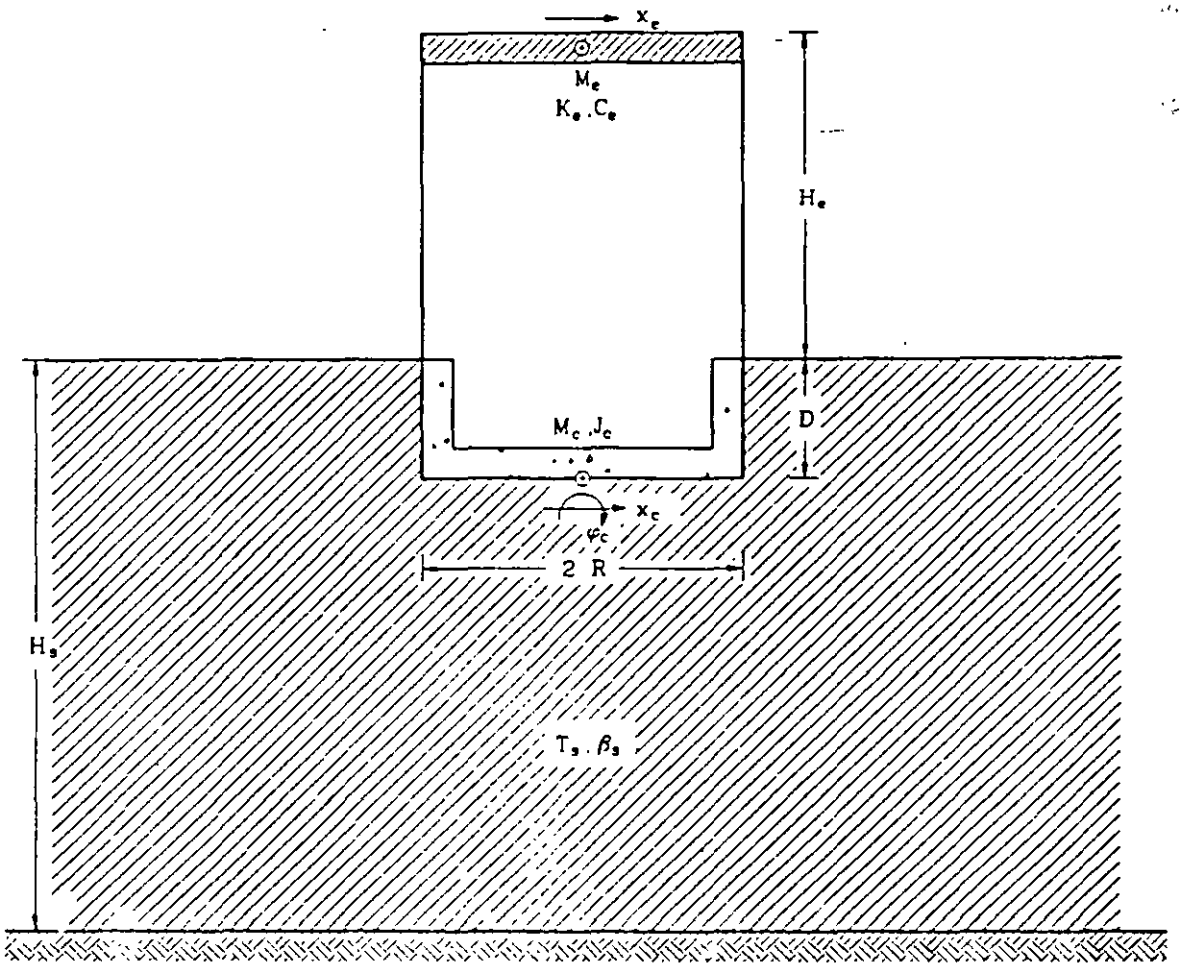


Fig 6.2 Sistema suelo-estructura equivalente

Este modelo de interacción suelo-estructura se puede aplicar como una aproximación unimodal, reemplazando la masa, la rigidez, el amortiguamiento y la altura del oscilador por parámetros modales

equivalentes de la estructura. En consecuencia, M_e, K_e y C_e se deben interpretar respectivamente como la masa, la rigidez y el amortiguamiento efectivos de la estructura supuesta con base indeformable vibrando en su modo fundamental, y H_e como la altura del centroide de las fuerzas de inercia correspondientes.

Las expresiones que definen los parámetros modales del oscilador elemental se obtienen a partir del periodo y amortiguamiento del modo fundamental de la estructura e igualando el cortante basal y momento de volteo del modo fundamental de la estructura con el cortante basal y momento de volteo del oscilador, lo que conduce a:

$$M_e = \frac{\left(Z_1^T M_e J\right)^2}{Z_1^T M_e Z_1} \qquad (6.2)$$

$$K_e = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2} \qquad (6.3)$$

$$C_e = 4\pi\zeta_e \frac{M_e}{T_e} \qquad (6.4)$$

$$H_e = \frac{Z_1^T M_e H}{Z_1^T M_e J} \qquad (6.5)$$

donde T_e y ζ_e son el periodo y amortiguamiento, respectivamente, del modo fundamental de la estructura supuesta con base rígida; J es un vector formado por unos y H un vector que tiene como componentes las alturas de desplante de cada nivel, es decir $H = \{h_1, h_2, \ldots, h_N\}^T$.

Cuando el análisis sísmico de una estructura se realiza con el método estático no se requiere de su modo fundamental. En este caso, la masa y altura efectivas se pueden aproximar razonablemente de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$M_e = \frac{(X^T M_e J)^2}{X^T M_e X} \qquad (6.6)$$

$$H_e = \frac{X^T M_e H}{X^T M_e J} \qquad (6.7)$$

donde X es un vector formado con los desplazamientos de la estructura supuesta con base indeformable correspondientes a las fuerzas sísmicas calculadas según el método estático. La masa y altura efectivas así calculadas en ningún caso se tomarán menores que 0.7 veces la masa y altura de la construcción, respectivamente.

El periodo y amortiguamiento del modo fundamental del sistema equivalente con tres grados de libertad representarán el periodo y amortiguamiento efectivos $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$ del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo, los cuales se podrán calcular aproximadamente como se especifica en la sección 3.6.5 o rigurosamente como se estipula en la sección 3.6.6.

Los efectos de interacción en los modos superiores resultan despreciables cuando el modo fundamental que tendría la estructura con base rígida se parece a una recta que pasa por su base. En vista de que esta forma del modo fundamental se presenta en la mayoría de los casos prácticos, vale despreciar los efectos de interacción en los modos superiores cuya contribución se puede determinar mediante procedimientos estándar.

3.6.3 Análisis Estático

Si se opta por el análisis estático, para tomar en cuenta los efectos de interacción suelo-estructura se procederá como sigue:

1. Si el periodo efectivo $\tilde{T}_e$ es menor que el periodo característico T_b,

el cortante basal de la estructura con base flexible se calculará como el de la estructura con base rígida menos la reducción en el cortante basal que ocurre en el sistema equivalente. Esto es:

$$\tilde{V} = \frac{a}{Q'} W - \left[\frac{a}{Q'} - \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'} \xi \right] W_e \qquad (6.8)$$

donde a y Q' son la ordenada espectral y el factor reductivo por ductilidad valuados para T_e, mientras que $\tilde{a}$ y $\tilde{Q}'$ son los mismos parámetros pero calculados para $\tilde{T}_e$; W y W_e son los pesos total y efectivo, respectivamente. Además, ξ es el factor de amortiguamiento por el que se multiplican las ordenadas del espectro de diseño con amortiguamiento original ζ_e con objeto de obtener las que corresponden a un amortiguamiento modificado $\tilde{\zeta}_e$.

Para movimientos de banda ancha, típicos de terreno firme, las esperanzas de las respuestas espectrales máximas son aproximadamente proporcionales a $\zeta_e^{-0.4}$ (ref. 48). En cambio, las respuestas en resonancia para movimientos armónicos son proporcionales a ζ_e^{-1} (ref. 48). De esta forma, para movimientos de banda estrecha, típicos de terreno blando, que poseen características intermedias entre las correspondientes a los movimientos de banda ancha y armónicos, es consistente suponer que las esperanzas de las respuestas espectrales máximas varíen proporcionalmente a ζ_e^{-k} en donde $0.4 < k < 1$. Esta teoría ya ha sido validada para diferentes tipos de suelo en el Distrito Federal (ref. 60). Con base en estos resultados se propone que para la República Mexicana se adopten los siguientes valores: $k = 0.4$ para terreno firme (tipo I), $k = 0.5$ para terreno intermedio (tipo II) y $k = 0.6$ para terreno blando (tipo III).

Por otra parte, la aceleración de estructuras perfectamente rígidas es en todo instante igual a la del terreno, cualquiera que sea el valor de ζ_e, y en consecuencia las ordenadas espectrales no se reducen con el amortiguamiento. Entonces, parece razonable

interpolar linealmente el efecto de $\tilde{\zeta}_e$ en función del periodo natural entre cero y el periodo carecteristico T_a.

Con base en estos razonamientos y considerando que el amortiguamiento para los espectros de diseño adoptados es del 5 por ciento, $\zeta_e = 0.05$, se concluye que las reducciones espectrales adecuadas por efectos de interacción se obtienen mediante los factores de amortiguamiento dados por las expresiones:

$$\xi = 1 + \left[\left(\frac{0.05}{\tilde{\zeta}_e} \right)^k - 1 \right] \frac{\tilde{T}_e}{T_a}; \quad \text{si } \tilde{T}_e < T_a \qquad (6.9)$$

$$\xi = \left(\frac{0.05}{\tilde{\zeta}_e} \right)^k; \quad \text{si } \tilde{T}_e > T_a \qquad (6.10)$$

Según la ec. 6.8, las fuerzas sísmicas para la estructura interactuando con el suelo estarán dadas por la ec. 4.5 correspondiente a la estructura con base indeformable, pero reemplazando a/Q' por $a/Q' - \left(a/Q' - (\tilde{a}/\tilde{Q}')\xi\right) W_e/W$.

2. Si el periodo efectivo $\tilde{T}_e$ es mayor que el periodo caracteristico T_b, las fuerzas sísmicas se calcularán con la ec. 4.6 pero reemplazando a/Q por $a/Q - \left[(a - \tilde{a}\xi)/Q\right] W_e/W$.

En general, bastará multiplicar por el cociente $\tilde{V}/V$ cualquier respuesta calculada sin interacción para obtener la respuesta con interacción. Este cociente en ningún caso se tomará menor que 0.8. Asimismo, el valor calculado para el amortiguamiento efectivo en ninguna situación se tomará menor que 0.05.

Los desplazamientos laterales modificados por interacción, incluyendo la rotación de la base pero despreciando su traslación, se pueden determinar como

$$\tilde{X}_n = \frac{\tilde{V}}{V}\left[X_n + \left(h_n + D \right) \frac{M_0^v}{K_r} \right] \qquad (6.11)$$

donde M_0^v es el momento de volteo en la base de la cimentación y X_n el desplazamiento lateral del n-ésimo nivel correspondientes a la estructura con base indeformable; K_r es la rigidez de rotación de la cimentación que se determina como se indica en la sección 3.6.7. Estos desplazamientos deberán ser empleados en el cálculo de los efectos P-delta y la revisión del estado límite por choques contra estructuras adyacentes.

3.6.4 Análisis Dinámico

Si se recurre al análisis modal espectral, los desplazamientos laterales de la estructura con base flexible correspondientes al modo fundamental, sin incluir la rotación de la base, se determinarán como los de la estructura con base rígida, según la ec. 4.21, pero reducidos por interacción como

$$\tilde{X}_1 = C_1 \, D(\tilde{T}_1) \, \xi \, Z_1 \qquad (6.12)$$

En los comentarios se demuestra que $D(\tilde{T}_1) = A(\tilde{T}_1)/\omega_1^2$, siendo $\tilde{T}_1$ el periodo efectivo de la estructura con base flexible y ω_1 la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida; D y A representan los espectros de diseño de desplazamiento y aceleración, respectivamente. Esto conduce a que la respuesta con interacción reducida por ductilidad tome la forma

$$\tilde{X}_1 = \frac{C_1}{\omega_1^2} \frac{a(\tilde{T}_1)g}{Q'(\tilde{T}_1)} \, \xi \, Z_1 \qquad (6.13)$$

Ahora bien, el cortante basal reducido por interacción se puede expresar en términos de masa y aceleración como

$$\tilde{V}_1 = \omega_1^2 \, J^T \, M_e \, \tilde{X}_1 \qquad (6.14)$$

Sustituyendo en esta expresión la ec. 6.13 y recurriendo a la vez a las ecs. 4.20 y 6.2, el cortante basal reducido por interacción se transforma en

$$\tilde{V}_1 = \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'} \xi \, W_1 \qquad (6.15)$$

en donde W_1 es el peso efectivo. Cabe destacar que el cortante basal que se obtiene con el método dinámico, ec. 6.15, es el mismo que se encuentra con el método estático, ec. 6.8, siempre y cuando se reemplace el peso de la estructura por su peso efectivo que participa en el modo fundamental.

Conocidos los desplazamientos de la estructura con base flexible y la matriz de rigidez de la estructura con base rígida, las fuerzas sísmicas reducidas por interacción se calculan mediante la expresión

$$\tilde{P}_1 = K_e \, \tilde{X}_1 \qquad (6.16)$$

Los efectos de interacción solamente se tendrán en cuenta en el modo fundamental; la contribución de los modos superiores se determinará como en el caso de estructuras con base indeformable.

En general, bastará multiplicar por el cociente $\tilde{V}_1/V_1$ cualquier respuesta calculada sin interacción para obtener la respuesta con interacción. Este coc ente en ninguna situación se tomará menor que 0.8. Asimismo, el valor calculado para el amortiguamiento efectivo en ningún caso se tomará menor que 0.05.

Los desplazamientos laterales modificados por interacción, incluyendo la rotación de la base pero despreciando su traslación, se pueden determinar como

$$\tilde{X}_{n1} = \frac{\tilde{V}_1}{V_1}\left[X_{n1} + \left(h_n + D \right) \frac{M^v_{01}}{K_r} \right] \qquad (6.17)$$

donde M^v_{01} es el momento de volteo en la base de la cimentación y X_{n1} el desplazamiento lateral del n-ésimo nivel correspondientes al modo fundamental de la estructura con base indeformable; K_r es la rigidez de rotación de la cimentación que se determina como se indica en la sección 3.6.7. Estos desplazamientos deberán ser empleados en el cálculo de los efectos P-delta y la revisión del estado límite por choques contra estructuras adyacentes.

Las respuestas modales con interacción se combinarán con los mismos criterios que se especifican para estructuras sin interacción a fin de obtener la respuesta total.

Si se opta por el análisis paso a paso, en el dominio del tiempo se debe resolver adecuadamente la ecuación de equilibrio dinámico del sistema equivalente, teniendo en cuenta lo estipulado para estructuras sin interacción.

3.6.5 Determinación Aproximada del Periodo y Amortiguamiento Efectivos de Sistemas Suelo-Estructura

El periodo efectivo $\tilde{T}_e$ del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo se puede determinar aproximadamente de acuerdo con la siguiente expresión

$$\tilde{T}_e = \left(T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right)^{1/2} \qquad (6.18)$$

la cual se obtiene al despreciar la masa de la cimentación y su momento de inercia en el sistema equivalente, como se demuestra en los comentarios. En esta ecuación,

$$T_h = 2\pi \left[\frac{M_e}{K_h} \right]^{1/2} \qquad (6.19)$$

es el periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base solamente pudiera trasladarse, y

$$T_r = 2\pi \left[\frac{M_e (H_e + D)^2}{K_r} \right]^{1/2} \qquad (6.20)$$

el periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base solamente pudiera girar. K_h representa la rigidez lateral de la cimentación, definida como la fuerza horizontal necesaria para producir un desplazamiento unitario en la dirección de dicha fuerza, y K_r la rigidez de rotación de la cimentación, definida como el momento necesario para producir una rotación unitaria en la dirección de dicho momento; estas rigideces se obtienen como se establece en la sección 3.6.7.

Como primera aproximación, el periodo efectivo $\tilde{T}_e$ se puede calcular usando las rigideces estáticas. Si en lugar de ellas se emplean las rigideces dinámicas evaluadas para la frecuencia fundamental ω_e de la estructura con base rígida se mejora la aproximación. Es posible obtener una aproximación todavía mejor si la ec. 6.18 se resuelve mediante iteraciones, empezando con la frecuencia fundamental ω_e y terminando con la frecuencia efectiva $\tilde{\omega}_e$.

El amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}_e$ del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo se puede determinar aproximadamente de acuerdo con la siguiente expresión

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left[\frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left[\frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right]^2 \qquad (6.21)$$

la cual se obtiene al despreciar la masa de la cimentación y su momento de inercia en el sistema equivalente, como se demuestra en los comentarios. En esta ecuación,

$$\zeta_h = \frac{\tilde{\omega}_e C_h}{2 K_h} \tag{6.22}$$

es el amortiguamiento del suelo en el modo de traslación de la cimentación, y

$$\zeta_r = \frac{\tilde{\omega}_e C_r}{2 K_r} \tag{6.23}$$

el amortiguamiento del suelo en el modo de rotación de la cimentación. Los coeficientes de amortiguamiento ζ_h y ζ_r, que incluyen tanto el amortiguamiento por disipación como el amortiguamiento por radiación, se calculan a partir de los amortiguamientos de la cimentación C_h y C_r en traslación y rotación, respectivamente, cuyos valores se obtienen como se establece en la sección 3.6.7.

En vista de que tanto los resortes como amortiguadores equivalentes del suelo dependen de la frecuencia de excitación, el amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}_e$ se debe calcular en rigor usando las funciones de impedancia evaluadas para la frecuencia efectiva $\tilde{\omega}_e$.

3.6.6 Determinación Rigurosa del Periodo y Amortiguamiento Efectivo de Sistemas Suelo-Estructura

El periodo y amortiguamiento efectivos $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$ del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo se pueden determinar rigurosamente analizando el sistema equivalente mediante el método de la respuesta compleja en la frecuencia. El desarrollo de esta solución se presenta en los comentarios.

El periodo y amortiguamiento efectivos se obtendrán al resolver la ecuación matricial de equilibrio dinámico en el dominio de la frecuencia del sistema equivalente, definida como

$$\left[K_s + i\,\omega\, C_s - \omega^2 M_s \right] X_s = - \ddot{X}_0\, M_0 \qquad (6.24)$$

la cual representa un sistema complejo de ecuaciones algebraicas que se resuelve con procedimientos estándar de eliminación gaussiana. En esta ecuación, ω es la frecuencia de excitación, $\ddot{X}_0$ la amplitud del movimiento de campo libre y $X_s = \{X_e, X_c, \Phi_c\}^T$ el vector de amplitudes de las coordenadas generalizadas del sistema equivalente. Además,

$$M_0 = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e (H_e + D) + M_c D/2 \end{Bmatrix} \qquad (6.25)$$

es un vector de carga, y

$$M_s = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e (H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e (H_e + D) + M_c D/2 \\ M_e (H_e + D) & M_e (H_e + D) + M_c D/2 & M_e (H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \qquad (6.26)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \qquad (6.27)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} \qquad (6.28)$$

son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, del sistema equivalente. M_c representa la masa de la cimentación, J_c el momento de inercia de dicha masa con respecto al eje de rotación de la base del cimiento y D la profundidad de desplante de la cimentación. K_h y C_h son la rigidez y el amortiguamiento del suelo, respectivamente, en

el modo de traslación de la cimentación, K_r y C_r la rigidez y el amortiguamiento del suelo, respectivamente, en el modo de rotación de la cimentación y $K_{hr} = K_{rh}$ y $C_{hr} = C_{rh}$ la rigidez y el amortiguamiento del suelo acoplados, respectivamente; estos amortiguamientos y rigideces se calculan como se establece en la sección 3.6.7.

Resolviendo la ec. 6.24 se construyen espectros de respuesta en frecuencia que tengan como abscisas el periodo de excitación normalizado con respecto al periodo de la estructura con base rígida, T/T_e, y como ordenadas la seudoaceleración de la estructura interactuando con el suelo normalizada con respecto a la aceleración del terreno, $\omega_e^2 X_e / \ddot{X}_0$. La posición y magnitud de los picos resonantes de los espectros de respuesta así obtenidos están asociados con el periodo y amortiguamiento efectivos, respectivamente.

El periodo efectivo $\tilde{T}_e$ se determina directamente como el periodo de excitación correspondiente a la posición del pico resonante del espectro de respuesta. En tanto que el amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}_e$ se obtiene a partir de la seudoaceleración correspondiente a la magnitud del pico resonante del espectro de respuesta mediante

$$\tilde{\zeta}_e = \frac{1}{2} \frac{\ddot{X}_0}{\omega_e^2 X_e^{max}} \qquad (6.29)$$

En las ayudas de diseño se presenta un programa de cómputo para la determinación rigurosa del periodo y amortiguamiento efectivos del sistema equivalente.

3.6.7 Funciones de Impedancia

Las funciones de impedancia o rigideces dinámicas se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) aplicada y el desplazamiento (rotación) resultante en la dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente. Estas

funciones son de tipo complejo y dependientes de la frecuencia de excitación. Matemáticamente expresan, la parte real, la rigidez e inercia del suelo, y la imaginaria, el amortiguamiento material por comportamiento histerético y el amortiguamiento geométrico por radiación de ondas. Fisicamente representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo.

La rigidez dinámica de un sistema suelo-cimentación, para el modo de vibración m de la cimentación, se acostumbra expresar mediante la función compleja

$$\tilde{K}_m(\omega) = K_m^0 \left[k_m(\eta_m) + i\, \eta_m\, c_m(\eta_m) \right] \left(1 + i\, 2\, \zeta_m \right) \qquad (6.30)$$

la cual es dependiente de la frecuencia de excitación ω. En esta ecuación, K_m^0 es la rigidez estática, k_m y c_m son respectivamente los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dependientes de la frecuencia normalizada η_m y ζ_m es el amortiguamiento efectivo del sitio.

El resorte K_m y el amortiguador C_m equivalentes del suelo se relacionan con los coeficientes de rigidez y amortiguamiento por medio de las expresiones

$$K_m = K_m^0 \left[k_m - 2\, \zeta_m\, \eta_m\, c_m \right] \qquad (6.31)$$

$$\omega\, C_m = K_m^0 \left[\eta_m\, c_m + 2\, \zeta_m\, k_m \right] \qquad (6.32)$$

Para estructuras que se apoyan sobre zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza o sobre cajón que abarque toda el área de cimentación, y que posean suficiente rigidez y resistencia para suponer que su base se desplaza como cuerpo rígido, las rigideces dinámicas se obtendrán a partir de cimentaciones circulares equivalentes empleando las aproximaciones analíticas que se presentan en esta sección o bien las tablas rigurosas que se encuentran en las ayudas de diseño, para cimentaciones superficiales.

3.6.7.1 Rigideces estáticas

Las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal, rotación y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato elástico con base rígida se pueden obtener mediante las siguientes expresiones (ref. 42):

$$K_h^0 = \frac{8G_s R_h}{2-\nu_s}\left[1+\frac{1}{2}\frac{R_h}{H_s}\right]\left[1+\frac{2}{3}\frac{D}{R_h}\right]\left[1+\frac{5}{4}\frac{D}{H_s}\right] \qquad (6.33)$$

$$K_r^0 = \frac{8G_s R_r^3}{3(1-\nu_s)}\left[1+\frac{1}{6}\frac{R_r}{H_s}\right]\left[1+2\frac{D}{R_r}\right]\left[1+0.71\frac{D}{H_s}\right] \qquad (6.34)$$

$$K_{hr}^0 = K_h^0 R_h\left[\frac{2}{5}\frac{D}{R_h}-0.03\right] \qquad (6.35)$$

donde $G_s = \beta_s^2 \rho_s$ es el módulo de rigidez efectivo del depósito de suelo en cuestión, siendo β_s la velocidad efectiva de propagación y ρ_s la densidad efectiva del sitio; ν_s es el coeficiente de Poisson efectivo del sitio, H_s la profundidad del depósito de suelo y D la profundidad de desplante de la cimentación. Cabe mencionar que si las paredes laterales de la cimentación no se pueden considerar en contacto perfecto con el suelo, es conveniente tomar D menor que su valor aparente. Además, R_h y R_r son los radios de círculos equivalentes a la superficie de desplante con igual área e igual momento de inercia que dicha superficie, respectivamente, es decir:

$$R_h = \left[\frac{A}{\pi}\right]^{1/2} \qquad (6.36)$$

$$R_r = \left[\frac{4I}{\pi}\right]^{1/4} \qquad (6.37)$$

en donde A es el área de la superficie neta de cimentación e I el momento de inercia de dicha superficie neta con respecto a su eje centroidal de rotación. En términos de estos radios equivalentes, la frecuencia normalizada se define como

$$\eta_{h,r} = \frac{\omega\, R_{h,r}}{\beta_s} \tag{6.38}$$

Para el modo de traslación horizontal se empleará η_h, en el modo de rotación se usará η_r y para el acoplamiento entre la traslación y rotación se empleará η_h.

3.6.7.2 Coeficientes de rigidez y amortiguamiento

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal, rotación y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato viscoelástico con base rígida se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones (ref. 42):

$$k_h = 1 \tag{6.39}$$

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2\,\eta_r; & \text{si } \eta_r \le 2.5 \\ 0.5; & \text{si } \eta_r \ge 2.5 \text{ y } \nu_s \le 1/3 \\ 1 - 0.2\,\eta_r; & \text{si } \eta_r \ge 2.5 \text{ y } \nu_s \ge 0.45 \end{cases} \tag{6.40}$$

$$k_{hr} = k_h \tag{6.41}$$

$$c_h = \begin{cases} \dfrac{0.65\,\zeta_s\,\eta_{hs}}{1 - \left(1 - 2\,\zeta_s\right)\eta_{hs}^2}; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s \le 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s > 1 \end{cases} \tag{6.42}$$

$$c_r = \begin{cases} \dfrac{0.5\,\zeta_s\,\eta_{rp}}{1 - \left(1 - 2\,\zeta_s\right)\eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p \le 1 \\ \dfrac{0.3\,\eta_r^2}{1 + \eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p > 1 \end{cases} \tag{6.43}$$

$$c_{hr} = c_h \tag{6.44}$$

donde η_s y η_p, que representan las frecuencias fundamentales adimensionales del depósito de suelo en vibración trasversal y vertical, respectivamente, son:

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2 H_s} \tag{6.45}$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r}{2 H_s} \frac{\alpha_s}{\beta_s} \tag{6.46}$$

en donde

$$\frac{\alpha_s}{\beta_s} = \left[\frac{2 \left(1 - \nu_s \right)}{1 - 2 \nu_s} \right]^{1/2} \tag{6.47}$$

es la relación de velocidades efectivas de propagación de ondas de compresión y cortante del sitio.

Por otra parte, tratándose de estructuras suficientemente rígidas y resistentes cimentadas sobre zapatas corridas con dimensión corta en la dirección que se analiza o sobre zapatas aisladas, fig. 6.3, las rigideces estáticas del conjunto se podrán determinar utilizando las ecuaciones

$$K_h^0 = \sum_n K_{hn}^0 \tag{6.48}$$

$$K_r^0 = \sum_n K_{vn}^0 \, e_n^2 \tag{6.49}$$

las cuales se obtienen al despreciar las rigideces en rotación de las zapatas. El índice n denota valores correspondientes a la n-ésima zapata; e_n es la distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de rotación de la planta de cimentación y K_{hn}^0 y K_{vn}^0 son las rigideces estáticas horizontal y vertical de la zapata, respectivamente.

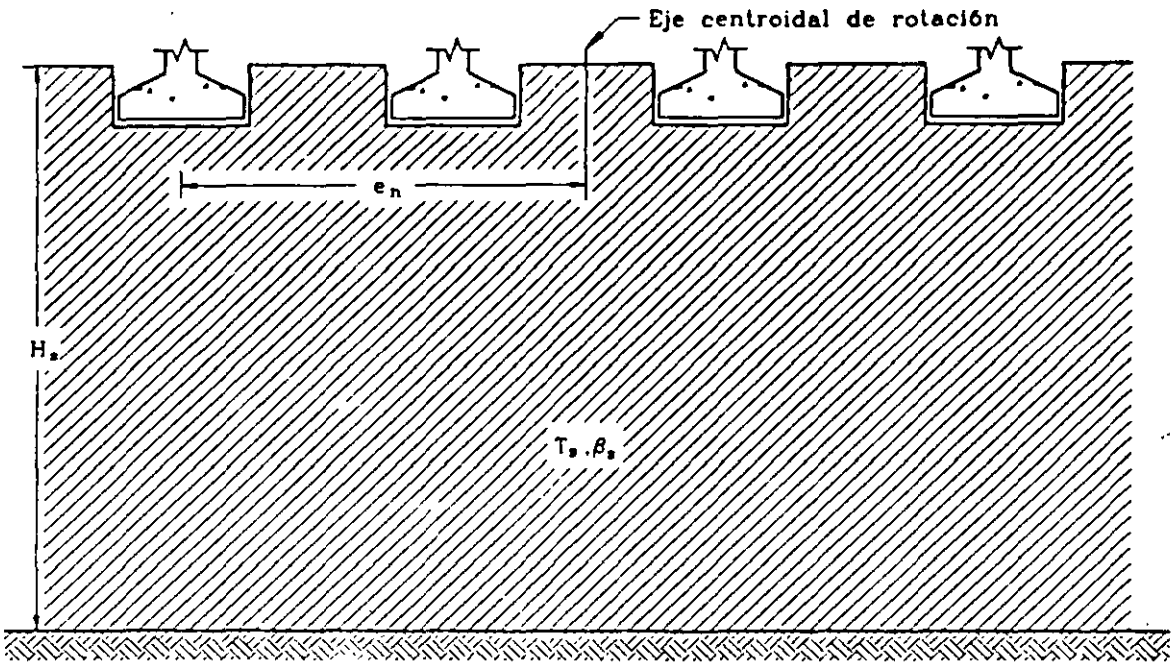


Fig. 6 3 Modelo para cimientos con zapatas

La rigidez estática para el modo de traslación vertical de una cimentación circular enterrada en un estrato elástico con base rígida se puede obtener como (ref. 33)

$$K_v^0 = \frac{4G_s R_v}{1-\nu_s}\left[1+1.28\frac{R_v}{H_s}\right]\left[1+0.5\frac{D}{R_v}\right]\left[1+\left[0.85-0.28\frac{D}{R_v}\right]\frac{D/H_s}{1-D/H_s}\right] \qquad (6.50)$$

en donde $R_v = R_h$ debido a que se trata de un efecto de traslación. Actualmente no se conocen expresiones para los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para el modo de traslación vertical de una cimentación circular enterrada en un estrato viscoelástico con base rígida. En vista de esta situación, se justifica que tales coeficientes de impedancia se tomen como (ref. 33):

$$k_v = 1 \qquad (6.51)$$

$$c_v = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta_v < \eta_p \\ 0.85\,\dfrac{1 + 1.85\,(1 - \nu_s)\,D/R_v}{1 + 0.5\,D/R_v}; & \text{si } \eta_v \geq \eta_p \end{cases} \qquad (6.52)$$

en donde $\eta_v = \eta_h$ por la misma razón de que se trata de un efecto de traslación.

Para estructuras cimentadas sobre pilotes o pilas se dispone de pocas soluciones confiables que permitan evaluar sencilla y racionalmente los incrementos en las rigideces y los amortiguamientos de la cimentación. En el caso de cimentaciones sobre pilotes flotantes, fig. 6.4, las rigideces estáticas del conjunto se podrán determinar utilizando las ecuaciones

$$K_h^0 = \sum_n K_{hn}^0 \qquad (6.53)$$

$$K_r^0 = \sum_n K_{vn}^0\, e_n^2 \qquad (6.54)$$

las cuales se obtienen al despreciar las rigideces en rotación de los pilotes. El índice n denota valores correspondientes al n-ésimo pilote; e_n es la distancia entre el centroide del pilote y el eje centroidal de rotación de la planta de cimentación y K_{hn}^0 y K_{vn}^0 son las rigideces estáticas horizontal y vertical del pilote, respectivamente.

Las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal y vertical de un pilote flexible enterrado en un estrato elástico con base rígida se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones (ref. 34):

$$K_h^0 = d\,E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.21} \qquad (6.55)$$

$$K_v^0 = 1.9\, d\, E_s \left[\frac{L_p}{d} \right]^{0.67} \qquad (6.56)$$

donde d, E_p y L_p representan el diámetro, el módulo de elasticidad y la longitud del pilote, respectivamente; $E_s = 2(1+\nu_s)G_s$ es el módulo de elasticidad efectivo del depósito de suelo en cuestión.

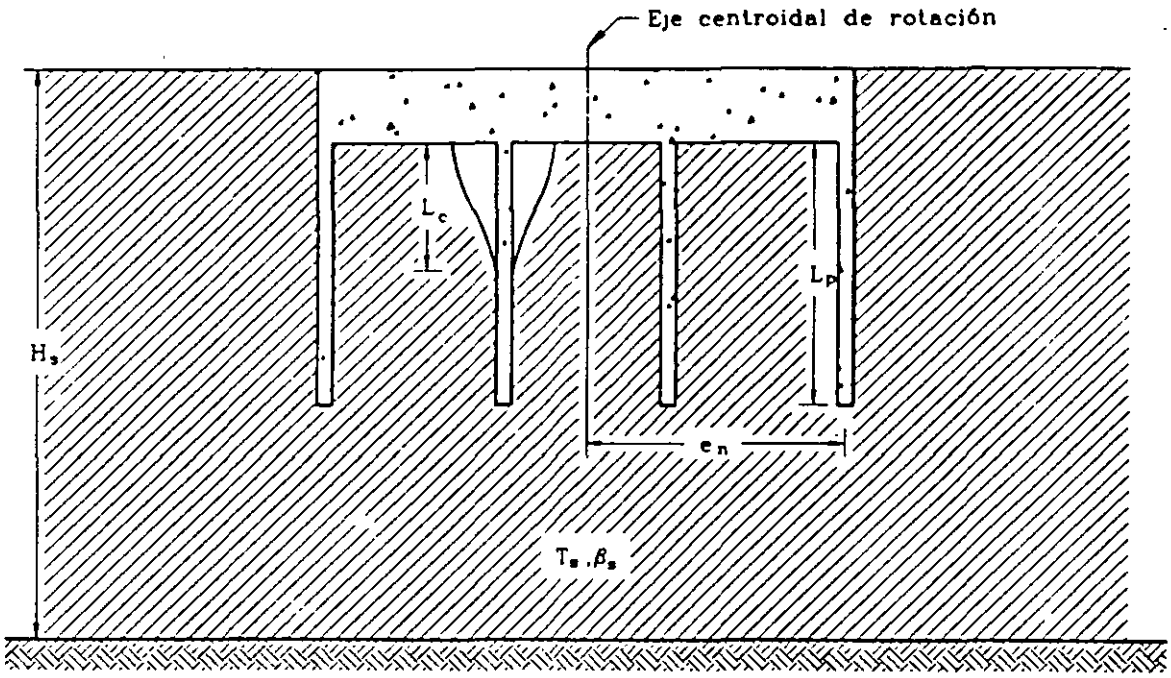


Fig. 6.4 Modelo para cimientos con pilotes

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal y vertical de un pilote flexible enterrado en un estrato viscoelástico con base rígida se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones (ref. 34):

$$k_h = 1 \qquad (6.57)$$

$$k_v = 1 \qquad (6.58)$$

$$c_h = \begin{cases} 0.8\ \zeta_s; & \text{si } \eta \le \eta_s \\ 0.8\ \zeta_s + 0.175\ \left(E_p/E_s\right)^{0.17}\ \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \tag{6.59}$$

$$c_v = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta \le \eta_p \\ 4L_p^2 G_s/\beta_s \left[1-e^{-\left(E_p/E_s\right)\left(L_p/d\right)^{-2}}\right] \eta_s \eta^{-0.2}; & \text{si } \eta > \eta_p \end{cases} \tag{6.60}$$

en donde las frecuencias normalizadas η, η_s y η_p se definen de las siguientes formas:

$$\eta = \frac{\omega\ d}{\beta_s} \tag{6.61}$$

$$\eta_s = \frac{\pi\ d}{2\ H_s} \tag{6.62}$$

$$\eta_p = \frac{\pi\ d}{2\ H_s}\ \frac{\alpha_s}{\beta_s} \tag{6.63}$$

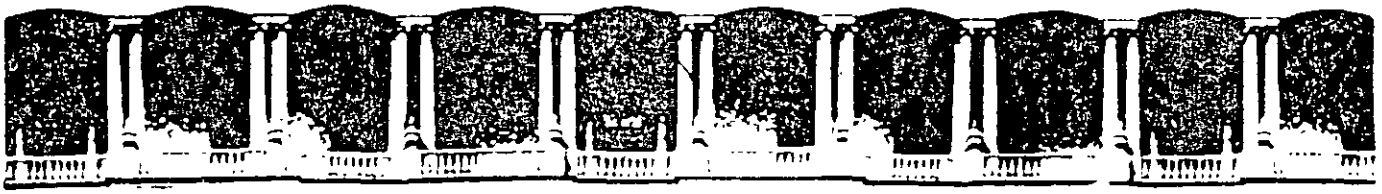
Estas funciones de impedancia solamente son aplicables a pilotes flexibles, que se tienen cuando

$$L_p > L_c \tag{6.64}$$

en donde

$$L_c = 2\ d \left[\frac{E_p}{E_s}\right]^{0.25} \tag{6.65}$$

es la longitud activa del pilote, es decir la longitud a lo largo de la cual el pilote trasmite carga al suelo.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES EN EL VALLE DE MEXICO

EXPOSITOR: DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

ANALISIS Y DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES EN EL VALLE DE MEXICO

Gabriel Auvinet
Instituto de Ingeniería y DEPFI, UNAM

1. INTRODUCCION

El diseño de cimentaciones en la zona lacustre del valle de México presenta dificultades generalmente muy superiores a las que se encuentran en otras grandes áreas urbanas del mundo. Las cimentaciones superficiales de construcciones pesadas en esta zona pueden inducir asentamientos inaceptables y, en condiciones extremas, provocar la falla por cortante del subsuelo arcilloso. Recurrir a cimentaciones profundas tampoco garantiza en todos los casos un buen comportamiento, debido al fenomeno de hundimiento regional que somete los pilotes o pilas a fricción negativa y puede causar la emersión aparente de la construcción. Importantes esfuerzos de investigación y de desarrollo tecnológico han sido dedicados en las últimas décadas a lograr un mejor conocimiento del subsuelo y al desarrollo de soluciones de cimentación adaptadas a estas difíciles condiciones.

Los sismos de 1985 pusieron en evidencia que, a las condiciones de diseño anteriores, de por sí críticas, es imprescindible agregar las solicitaciones dinámicas originadas por este tipo de eventos. Los casos de grandes deformaciones y de falla del suelo que se presentaron, si bien correspondieron a un porcentaje bajo de las construcciones afectadas, fueron suficientes para que resultara evidente la necesidad de dar al diseño sísmico de las cimentaciones una importancia mucho mayor que la que tenía en el pasado.

Los geotecnistas se enfrentan por tanto al reto de asimilar rápidamente conceptos y técnicas de la sismología y de la dinámica estructural con los que muchos no se encontraban familiarizados. Deben por otra parte obtener datos relativos al comportamiento dinámico de los suelos del valle y establecer métodos de evaluación confiables del comportamiento sísmico de cimentaciones para las condiciones específicas del área. Lo anterior requiere una labor de interpretación de observaciones directas basadas en instrumentación, la realización de pruebas de campo y de laboratorio y el desarrollo de nuevas técnicas de modelación. Estos nuevos conocimientos deben además incorporarse progresivamente al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y a sus Normas Complementarias.

El objetivo de este trabajo es presentar un panorama general de los logros alcanzados en la definición de la información requerida y de la metodología disponible para el análisis y diseño sísmico de cimentaciones en el valle de México y señalar los puntos oscuros todavía existentes, cinco años después del sismo de 1985.

2. COMPORTAMIENTO SISMICO OBSERVADO

El sismo de México del 19 de septiembre de 1985 (8.1 en la escala de Richter) constituyó una oportunidad dramática pero única de observar el comportamiento de cimentaciones en condiciones extremas (Auvinet y Mendoza, 1986). Fue posible evaluar la vulnerabilidad de los diferentes sistemas de cimentación comunes en la ciudad de México (Fig 1) a este tipo de solicitaciones. Es importante que en el diseño de futuras cimentaciones se tomen muy en cuenta las lecciones aprendidas en esta ocasión.

2.1 Cimentaciones superficiales

Se reportaron pocos casos de comportamiento inadecuado de cimentaciones de construcciones ligeras sobre zapatas. Los daños observados pudieron asociarse a defectos constructivos obvios, a la existencia al nivel de desplante de materiales de relleno sueltos o a la interacción con edificios vecinos mas pesados, generalmente con cimentaciones de otro tipo.

Varias construcciones cimentadas sobre losa general presentaron grandes asentamientos no uniformes que condujeron a un desplome del edificio y, en algunos casos, a una falla por corte incipiente del suelo. Este comportamiento pudo relacionarse en la mayor parte de los casos con problemas previos en condiciones estáticas, atribuibles a una presión de contacto alta al nivel de desplante, a excentricidades de carga, heterogeneidades del subsuelo y, en algunos casos, a obras de excavación con bombeo realizadas a poca distancia. ..

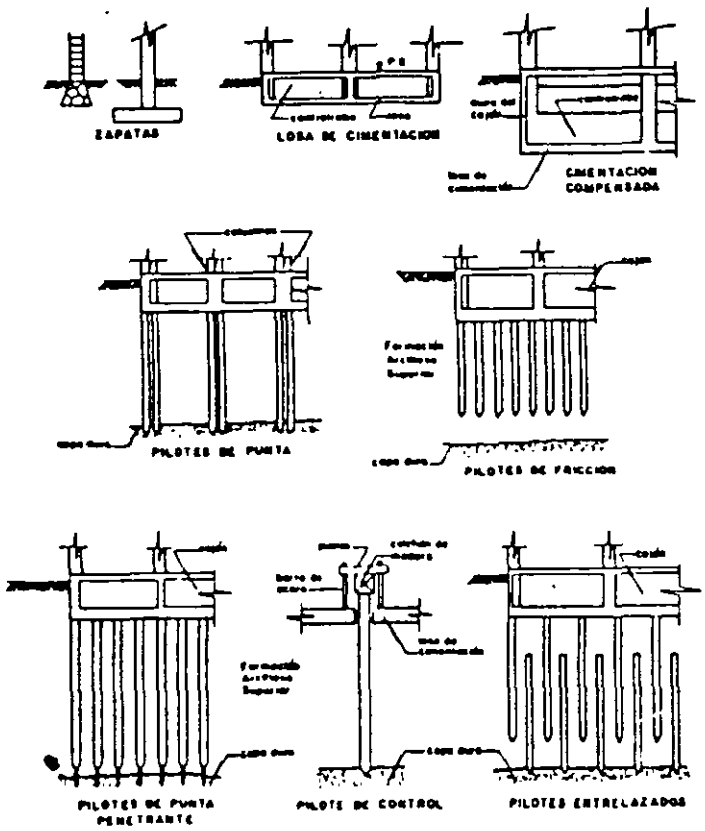


Fig 1. Tipos de cimentaciones empleadas en la zona lacustre de la ciudad de México

En ciertas situaciones, la superposición de esfuerzos de cortante sostenidos altos debajo de la losa con esfuerzos desviadores cíclicos debidos al sismo parece haber conducido a deformaciones permanentes del suelo que explican los asentamientos grandes y los desplomes de las edificaciones. Las pruebas de laboratorio que simulan estas condiciones de carga parecen apoyar esta interpretación (1.1.3).

2.2 Cimentaciones compensadas

Son comunes en la ciudad de México las construcciones cimentadas sobre cajones desplantados a varios metros de profundidad. El peso del suelo excavado compensa parcial o totalmente el peso de la edificación lo que reduce o anula la magnitud de los incrementos de esfuerzos inducidos en el subsuelo.

Se observaron asentamientos importantes en varias cimentaciones de este tipo, generalmente con grandes dimensiones en planta y compensación parcial. También en este caso se trataba generalmente de edificios con una historia previa de asentamientos excesivos en condiciones estáticas, debidos a una sobrecarga local o general del terreno. En varias construcciones, la infiltración de agua en el cajón había reducido en forma importante la eficiencia de la compensación.

El sismo mostró asimismo que la solución de la compensación no es generalmente adecuada para estructuras esbeltas, especialmente si existe una excentricidad de cargas. Varias estructuras de este tipo que ya presentaban un desplome permanente acusaron asentamientos diferenciales adicionales bruscos durante el sismo. Los altos momentos de volteo a los que se encuentran sometidas estas construcciones inducen esfuerzos cíclicos críticos que producen deformaciones permanentes del suelo.

2.3 Cimentaciones sobre pilotes de punta

En el caso de edificios pesados sobre pilotes apoyados en un estrato resistente profundo, el comportamiento sísmico fue generalmente satisfactorio. Sin embargo, el sismo provocó asentamientos del suelo en la periferia de la construcción que se atribuyen a la disipación de la fricción negativa por movimientos relativos entre la estructura y el suelo. También se reportaron casos de parcial penetración de la capa dura y de daños estructurales en pilotes de la

periferia de la construcción bajo el efecto de los momentos de volteo (Mendoza y Auvinet 1988; Ovando *et al*, 1988).

2.4 Cimentaciones sobre pilotes de fricción

Los pilotes de fricción se usan frecuentemente como complemento de cimentaciones compensadas para reducir asentamientos (diseño en términos de deformación). Con menos frecuencia, se usan como sistema de cimentación principal (diseño en términos de capacidad de carga, Auvinet y Mendoza, 1987).

Las cimentaciones del primer tipo fueron las mas afectadas por el sismo. Se sabe que 13.5 % de los edificios de 9 a 12 pisos, la mayoría sobre pilotes de fricción sufrieron daños severos en la zona central de la ciudad (Mendoza y Prince, 1986).

Nuevamente, dos tipos de comportamiento inadecuado fueron observados: asentamientos de edificios pesados con grandes dimensiones en planta y desplome permanente de edificios esbeltos o con carga excentrica., incluyendo un caso de colapso total por volcamiento.

2.5 Sistemas especiales de cimentación

Entre los sistemas especiales de cimentación usados en la ciudad de México, el mas común es probablemente el de "pilotes de control". Estos pilotes estan equipados con un dispositivo que permite regular la carga tomada por cada pilote y los movimientos de la construcción respecto al área circundante. En varios casos, estos sistemas fueron seriamente dañados o fallaron, generalmente por falta de mantenimiento. Los problemas que presentaron otros tipos de cimentaciones especiales como los pilotes entrelazados, fueron semejantes a los ya discutidos para pilotes de fricción.

3. ELEMENTOS PARA EL ANALISIS SISMICO DE CIMENTACIONES EN EL VALLE DE MEXICO

3.1 Comportamiento dinámico de los suelos blandos del valle de México

Para la evaluación de los movimientos sísmicos del subsuelo y los análisis de interacción suelo-estructura, es necesario conocer las caracteristicas mecánicas dinámicas de los suelos. Las investigaciones realizadas en los ultimos años han arrojado resultados experimentales útiles para el diseño de cimentaciones en el valle (Jaime, 1988; Romo, 1990).

3.1.1 Parámetros del modelo viscoelástico lineal equivalente

Es común representar el comportamiento del suelo con un modelo viscoelástico lineal "equivalente", es decir que disipe aproximadamente la misma energia que la disipada por el suelo por amortiguamiento histerético (Rosenblueth y Herrera, 1964; Lysmer, 1975). Este modelo padece de ciertas limitaciones (no permite obtener directamente las deformaciones permanentes del suelo) pero tiene la virtud de ser simple y de dar valores suficientemente precisos de las aceleraciones y de los esfuerzos en el suelo. Los parámetros de este modelo son el módulo secante al cortante y la relación de amortiguamiento, los cuales presentan variaciones con el nivel de deformaciones y el número de ciclos de cargas aplicados.

Para evaluar estos parámetros es posible utilizar diversos dispositivos experimentales incluyendo el péndulo de torsión libre, la columna resonante, la cámara triaxial ciclica y el aparato de corte simple ciclico (Castillo, 1990). Los ensayes de laboratorio pueden complementarse con mediciones de campo de la velocidad de transmisión de ondas de cortante.

Las pruebas de laboratorio muestran que la respuesta dinámica de las arcillas depende fuertemente del nivel de deformación inducido. Para deformaciones pequeñas, la respuesta es relativamente lineal, la arcilla tiene poca capacidad para disipar energia y la degradación con el número de ciclos es despreciable. Para grandes deformaciones, la respuesta es fuertemente no lineal, el amortiguamiento aumenta notablemente y la degradación de la rigidez puede ser importante.

Se cuenta con información cada vez mas completa respecto a estos fenoménos para las arcillas del valle de México (Jaime, 1988). Se ha mostrado (Romo, 1990) que, entre todos los factores que afectan la no linealidad del comportamiento de las arcillas, el mas importante parece ser el índice de plasticidad.

3.1.2 Degradación por carga ciclica

Para deformaciones ciclicas de gran amplitud, la estructura de las arcillas se degrada en forma continua, causando variaciones de presion de poro y reducciones de rigidez y resistencia. Aparentemente, para las arcillas del Valle de México es posible usar el modelo de Idriss (1978) para representar el decremento del modulo al cortante con el número de ciclos de carga.

3.1.3 Deformaciones residuales inducidas por carga ciclica

Tomando en cuenta el comportamiento ya descrito de algunas cimentaciones, es importante evaluar las deformaciones permanentes del suelo bajo cargas ciclicas.

Cuando se carga dinámicamente una muestra de suelo, se presenta en general una deformación ciclica y una deformación residual. Las deformaciones permanentes son las que conducen a los desplazamientos permanentes inducidos por el sismo en suelos de cimentación y estructuras de tierra.

Se ha mostrado que, para las arcillas del valle de México, la tendencia general de la respuesta deformación permanente vs esfuerzos cíclicos puede aproximarse por medio de un modelo hiperbólico.

3.1.4 Efecto de la carga cíclica sobre la resistencia no drenada

La resistencia no drenada estática residual del suelo después de la aplicación de cargas cíclicas rige la estabilidad de las cimentaciones inmediatamente después del sismo. Las presiones de poro desarrolladas por carga dinámica pueden conducir a reducciones apreciables de esta resistencia. Los resultados obtenidos en el laboratorio muestran claramente la existencia de un umbral de la amplitud del esfuerzo cortante cíclico (o de la deformación cíclica) arriba del cual este efecto es importante. Para las arcillas del valle de México, el esfuerzo cíclico crítico parece ser aproximadamente 0.85 S_u, donde S_u es la resistencia no drenada estática antes de la aplicación de los ciclos (Córdoba, 1986, Díaz, 1989). Los estudios realizados sobre arcillas por Perez Garcia (1988) indican asimismo que los daños causados a una arcilla son principalemente función de la máxima deformación unitaria alcanzada durante la aplicación de la carga cíclica y dependen poco de la frecuencia o del número de ciclos de dicha carga.

3.1.5 Degradación de la adherencia pilote-suelo

En el sismo de 1985, se presentaron algunas evidencias de una posible degradación de la adherencia entre pilotes de fricción y suelo bajo cargas cíclicas. Sorprendió en particular la facilidad con la que algunos pilotes fueron extraidos del suelo sin daños estructurales al fallar una construcción por volteo.

Las pruebas de laboratorio y de campo presentadas por Jaime (1990) en este mismo simposio arrojan luces sobre este fenómeno, que se encuentra muy ligado a lo discutido en el inciso anterior. El parámetro crítico parece ser la deformación angular cíclica alcanzada por el suelo en la interfase pilote-suelo. Existe sobre este punto una necesidad de investigación adicional, en el laboratorio o en el campo, con aplicacion en la interfase suelo-pilote de solicitaciones alternadas, que son mas destructivas que las solicitaciones repetidas.

3.1.6 Resistencia dinámica

Es necesario evaluar la influencia de la velocidad de aplicación de carga sobre la resistencia del suelo para fines de revisión de estados límites de falla de cimentaciones bajo las propias cargas sísmicas. La resistencia de las arcillas saturadas crece por los efectos dinámicos durante la carga cíclica. Se ha observado (Romo, 1990) que la pendiente de la envolvente de resistencia dinámica es mayor que la de la envolvente de resistencia estática para las arcillas del valle de México en una medida que depende de la trayectoria de esfuerzos de consolidación. Lo anterior muestra que los análisis de estabilidad en condiciones sísmicas realizados con parámetros estáticos del suelo resultan conservadores.

En el caso de pilotes de fricción, se ha podido verificar que la capacidad de carga en condiciones dinamicas puede ser 50% mayor que en condiciones estáticas (Jaime *et al*, 1990). Lo anterior confirma resultados análogos publicados por Bea (1987).

3.2 Análisis de los efectos de sitio sobre la respuesta de cimentaciones

Existe conciencia desde hace mucho de la importancia de los efectos locales en el valle de México. Rosenblueth (1952) mostró que los depósitos de suelos blandos pueden amplificar apreciablemente los movimientos sísmicos registrados en suelos firmes. Estudios posteriores (Rosenblueth y Elorduy, 1969; Seed e Idriss, 1969; Romo y Jaime, 1986, 1987; Romo y Seed, 1986, Perez Rocha, 1990) han demostrado que en el valle de Mexico los depósitos de arcilla modifican en forma significativa la intensidad y el contenido de frecuencias de los sismos que afectan la capital. Ademas, Romo y Jaime (1986) y Romo y Seed (1986) mostraron que los movimientos del terreno en la zona lacustre son esencialmente controlados por las caracteristicas de la arcilla y que los aspectos principales de los movimientos pueden ser reproducidos por un simple modelo de propagación vertical de onda de cortante. Lo anterior está respaldado por el hecho de que los movimientos de los temblores de Septiembre de 1985 se pudieron correlacionar con las propiedades dinamicas de las arcillas y con los espesores de los depósitos. Además, existe una clara correlación entre la intensidad de daño y el espesor de los depósitos de arcilla.

Los espectros de respuesta de los movimientos registrados en diferentes sitios en las zonas del lago y de transición de la ciudad, durante el sismo de 1985 y eventos mas recientes han sido comparados con espectros teóricos calculados usando un modelo unidimensional que considera el ambiente sísmico como un proceso estocástico estacionario definido a partir de los movimientos registrados en la Ciudad Universitaria (Romo *et al*, 1977). La coincidencia entre los espectros calculados y registrados es satisfactoria. Resultados similares furon obtenidos para eventos sísmicos mas recientes.

Los motivos principales por los cuales los modelos unidimensionales son capaces de reproducir con un alto grado de precisión los espectros de respuesta observados son aparentemente los siguientes: a) la estratigrafía del subsuelo es prácticamente

horizontal b) la extensión de los depósitos arcillosos es mas de dos órdenes de magnitud mayor que su espesor, y c) la fuente de liberación de energía, la zona de subducción, se encuentra a mas de 300 km de la ciudad de México.

Es por tanto posible concluir que los movimientos de campo libre dentro del valle de México pueden predecirse con suficiente precisión para aplicaciones prácticas mediante modelos unidimensionales.

3.3 Análisis de la interacción suelo-estructura

La presencia de una estructura modifica el movimiento sísmico del suelo y reciprocamente. La importancia de esta interaccion depende de la naturaleza del suelo, de las caracteristicas de la construcción y del tipo de cimentación. Para ciertas edificaciones, cimentadas superficialmente, la interacción puede ser prácticamente despreciable. En otros casos, es imprescindible tomar en cuenta que la construcción es parte de un sistema constituido por la propia estructura, el suelo y las estructuras vecinas.

3.3.1 Métodos de análisis

a) Métodos directos. Elemento finito.

La interacción dinámica entre la estructura y el suelo circundante puede evaluarse por simulación numérica directa, recurriendo generalmente al método del elemento finito. Se determinan simultáneamente los movimientos del suelo y de la estructura.

Las ecuaciones del movimiento de un modelo global representando el suelo y la estructura pueden escribirse en forma matricial (Clough y Penzien, 1975) :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{r\}\ddot{y} \qquad (1)$$

donde [M], [C] y [K] son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento; {u} es el vector de desplazamientos respecto a la base del modelo; $\ddot{y}$ es la aceleración de la base del modelo y {r} un vector unitario. El método directo consiste en resolver globalmente este sistema de ecuaciones. La discretización en elementos finitos permite tomar en cuenta las heterogeneidades del suelo.

En la práctica, para reducir el tiempo y el costo de resolucion del problema es usual recurrir a modelos bidimensionales. Un modelo de este tipo ha sido desarrollado por Lysmer (1975) y generalizado por Romo (1977) para tomar en cuenta la incertidumbre sobre la solicitación sísmica. Este modelo (Fig 2) incluye fronteras viscosas sobre las caras laterales de la rebanada bidimensional estudiada para simular la propagación de energía de onda en la dirección perpendicular al eje de la rebanada. Las fronteras laterales permiten transmitir energía para simular los efectos dinámicos del sistema semi-infinito compuesto por suelo viscoelástico estratificado horizontalmente, mas allá de la región representada con elementos finitos. La ecuación de equilibrio dinámico del sistema es (Lysmer et al, 1975):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -\{m\}\ddot{y} + \{V\} + \{F\} - \{T\} \qquad (3)$$

donde
[M] = Matriz de masa para estado plano de deformación correspondiente a una rebanada de espesor unitario
[K] = Matriz de rigidez compleja de estado plano de deformación para una rebanada de espesor unitario
{u} = Desplazamientos de los puntos nodales respecto a una base rígida
{m} = Vector relacionado con [M] y la dirección de la aceleración de la base rígida $\ddot{y}$
{V} = Fuerzas debidas a las fronteras viscosas
{F} = Fuerzas actuantes en un plano vertical en el campo libre
{T} = Fuerzas relacionadas con la transmisión de energía en las fronteras laterales

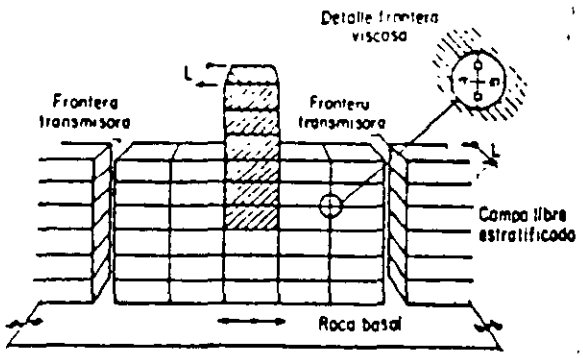


Fig 2. *Modelación del sistema suelo-estructura*

La ecuación de movimiento se resuelve en el dominio de la frecuencia utilizando el método de la respuesta compleja. Obteniendo la solución del sistema de ecuaciones resultante para un movimiento de entrada unitario de la base, se determina la función de transferencia compleja, $[H]_r$, de los desplazamientos relativos de los nodos:

$$[K]_r\{U\}_r = \{P\}_r\,\ddot{Y}_r \qquad (4)$$

$$[H]_r = [K]_r^{-1}\{P\}_r \qquad (5)$$

donde $[K]_r$ es una matriz de rigidez dependiente de la frecuencia y $\{P\}_r$, tambien función de la frecuencia, es el vector de

cargas correspondiente al movimiento de la base de amplitud unitaria. La respuesta de un sistema como el mostrado en la Fig 2 a una excitación estocástica puede ser obtenida utilizando la siguiente ecuación (Romo *et al*, 1977):

$$P_a^j(\omega_r) = |H^j(\omega_r)|^2 \, P_y(\omega_r) \qquad (6)$$

donde $H^j(\omega_r)$ es un vector que contiene la función de transferencia compleja del sistema suelo-estructura de la aceleración de la base rígida al desplazamiento del punto nodal j ; $P_y(\omega_r)$ es un vector que contiene las amplitudes del espectro de potencia del movimiento de entrada de la roca basal; y $P_a^j(\omega_r)$ es un vector que contiene las amplitudes del espectro de potencia de las amplitudes de los desplazamientos de respuesta del punto nodal j.

La respuesta máxima esperada puede ser evaluada utilizando las soluciones existentes para el problema del primer cruce que se presentan generalmente en la forma:

$$S_{T,p} = \gamma_{T,p} \, \sigma \qquad (7)$$

donde $S_{T,p}$ es el valor extremo que tiene probabilidad p de no ser excedido en un lapso de duración T.

La función $\gamma_{T,p}$ se llama "factor de pico" y es el parámetro básico a determinar en el problema del primer cruce. En la ec 7, $S_{T,p}$ puede representar el valor de pico de cualquier variable aleatoria (aceleración, esfuerzo, etc.) y σ es la raiz del valor medio cuadrático del espectro de potencia correspondiente.

Utilizando los conceptos de la teoria del valor extremo y la respuesta de sistemas de un solo grado de libertad, un procedimiento puede ser establecido para evaluar el espectro de respuesta a partir del espectro de potencia y viceversa (Romo *et al*, 1977).

b) Métodos de subestructuras

b.1) Planteamiento (Walter, 1985)

Es posible aprovechar la linealidad del sistema de ecuaciones (1) para descomponer el movimiento {u} y la matriz de masa [M] como sigue:

$$\{u\} = \{u_1\} + \{u_2\} \qquad (8)$$

$$[M] = [M_s] + [M_e] \qquad (9)$$

donde $[M_s]$ es la matris de masa del suelo y $[M_e]$ la matris de masa de la estructura; $\{u_1\}$ y $\{u_2\}$ satisfacen las ecuaciones:

$$[M_s]\{\ddot{u}_1\} + [C]\{\dot{u}_1\} + [K]\{u_1\} = - [M_s]\{r\}\ddot{y} \qquad (10)$$

$$[M]\{\ddot{u}_2\} + [C]\{\dot{u}_2\} + [K]\{u_2\} = - [M_e]\{\ddot{u}_1 + \{r\}\ddot{y}\} \qquad (11)$$

$\{u_1\}$ es el vector de movimientos respecto a la base del modelo considerando nula la masa de la estructura; estos movimientos son generalmente diferentes de los de campo libre; esta diferencia se conoce como interacción *cinemática*.

$\{u_2\}$ es el vector de movimientos adicionales debidos a las fuerzas de inercia generadas por el movimiento sísmico de la estructura. Es la interacción *inercial*.

La respuesta total es la suma del movimiento de la base del modelo (y), del movimiento de interacción cinematica (u_1) y del movimiento de interacción inercial (u_2).

La descomposición anterior ilustra el principio de los llamados métodos de subestructuración (Aubry 1986), que consisten en analizar el problema de interacción en varias etapas, cada una de ellas con solución mas cómoda que el problema global. La mayor parte de estos métodos recurren al concepto de impedancia (Aviles, 1990).

b.2) Impedancia de una cimentación rigida

La impedancia de un sistema dinámico lineal es la relación entre la fuerza excitadora, supuesta estacionaria y armónica con frecuencia circular ω, $P(t) = P_o \exp(i\omega t)$ y el movimiento de respuesta resultante, $U(t) = U_o \exp(i\omega t)$, tambien estacionario y de misma frecuencia pero desfasado respecto a P(t). La amplitud y el desfasamiento dependen de la frecuencia. La impedancia es por tanto el número complejo $K(\omega)$, variable con la frecuencia:

$$K(\omega) = P(t)/U(t) \qquad (12)$$

Este concepto puede ser aplicado por ejemplo a un oscilador simple cuya ecuación de comportamiento es :

$$M\,\ddot{U}(t) + C\,\dot{U}(t) + K_o U(t) = P(t) \qquad (13)$$

donde M, C y K_o son respectivamente la masa, el amortiguamiento y la rigidez estática del oscilador. Si P(t) es una excitación armónica, la ecuación anterior se escribe:

$$U(t)[(K_o - M\omega^2) + i C\omega] = P_o \exp(i\omega t) \qquad (14)$$

y la impedancia del sistema está definida por:

$$K(\omega) = (K_s - M\omega^2) + i C\omega \qquad (15)$$

que tambien puede escribirse:

$$K(\omega) = K_s(k + i\omega c) \qquad (16)$$

donde $k = 1 - \frac{M}{K_s}\omega^2$ y $c = \frac{C}{K_s}$ se conocen respectivamente como coeficientes de rigidez y de amortiguamiento. Para el oscilador simple, k decrece con la frecuencia segun una parábola mientras que c permanece constante.

Una cimentación rigida, supuesta sin masa, localizada en la superficie de un medio elástico o viscoelástico y sometida a una solicitación armónica constituye tambien un sistema dinámico lineal y por tanto su desplazamiento puede también expresarse como:

$$U(t) = \frac{1}{K(\omega)} P_o \exp(i\omega t) \qquad (17)$$

Por definición, K(ω) es la impedancia de la cimentación.

En el caso de una cimentación rigida de radio r_o desplantada en la superficie de un semi-espacio elástico homogéneo e isótropo, (Fig 3) y sometida a una excitación vertical armónica P(t), la impedancia toma la forma (Hsieh, 1962):

$$K(\omega) = K_s(k_1 + ik_2) = \frac{4 G r_o}{1 - \nu}(k_1 + ik_2)$$

(18)

donde G es el módulo al cortante del suelo y ν la relación de Poisson.

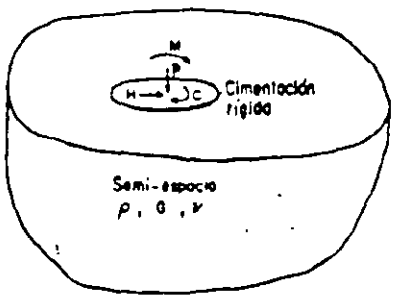


Fig 3. *Respuesta de una cimentación superficial a una solicitación armónica*

La reacción del suelo R(t) debajo de la cimentación es igual a la fuerza de exitación puesto que no existen fuerzas de inercia (masa supuesta nula) y:

$$R(t) = K(\omega)\, U(t) = \frac{4 G r_o}{1 - \nu}(k_1 + ik_2)\, U(t) \qquad (19)$$

Observando que, para una función armónica, $\dot{U}(t) = i\omega\, U(t)$, la ecuación anterior puede escribirse:

$$R(t) = \frac{4 G r_o}{1 - \nu} k_1 \dot{U}(t) + \frac{4 G r_o}{1 - \nu}\frac{k_2}{\omega} U(t) \qquad (20)$$

Para una cimentación de masa m, el equilibrio dinámico se escribe:

$$m\ddot{U}(t) + \frac{4 G r_o}{1 - \nu}\frac{k_2}{\omega}\dot{U}(t) + \frac{4 G r_o}{1 - \nu} k_1 U(t) = P(t) \qquad (21)$$

y se observa que la ecuación de comportamiento es idéntica a la de un oscilador simple con resorte y amortiguador de caracteristicas respectivas:

$$K = \frac{4 G r_o}{1 - \nu} k_1 \quad y \quad C = \frac{4 G r_o}{1 - \nu}\frac{k_2}{\omega} \qquad (22)$$

Este resorte y este amortiguador representan el semi-espacio subyacente. Estas caracteristicas, que dependen de la frecuencia, incluyen el efecto de la masa, de la rigidez y eventualmente el amortiguamiento material del semi-espacio. La ec. 22 muestra que, aun en un semi espacio elástico, existe un término de amortiguamiento C que resulta de la propagación de ondas desde la cimentación hasta el infinito: se trata de un amortiguamiento por irradiación o *geométrico*, que depende de la frecuencia. A este amortiguamiento puede agregarse un amortiguamiento material independiente de la frecuencia si el material de apoyo tiene propiedades disipativas. Lo anterior puede tomarse en cuenta introduciendo un módulo G complejo.

b.3) Vibración de macizos de cimentación rigidos (Pecker, 1984)

Para un macizo de cimentación rigido que presente dos planos de simetria verticales, los grados de libertad asociados a la traslación vertical y a la torsión alrededor de un eje vertical se encuentran desacoplados, pero los grados de libertad asociados al cabeceo alrededor de un eje horizontal y a la traslación horizontal se estan acoplados. Las ecuaciones de equilibrio de un macizo de este tipo son, tomando como origen el centro de gravedad del macizo (Fig 4):

$$m\,\ddot{z} + R_z(t) = Q_z(t) \qquad (23)$$

$$m\,\ddot{x} + R_x(t) = Q_x(t) \qquad (24)$$

$$I_x\ddot{\phi} + R_\phi(t) - R_x(t)\,z_c = M_x(t) \qquad (25)$$

$$I_z\ddot{\theta} + R_\theta(t) = M_z(t) \qquad (26)$$

donde:

m = Masa del macizo
I_z, I_x = Momentos de inercia alrededor de un eje vertical y horizontal
z, x = Desplazamientos vertical y horizontal del centro de gravedad
θ, ϕ = Rotaciones alrededor de un eje vertical y horizontal pasando por el centro de gravedad
$R(t)$ = Reacción del suelo en el centro de gravedad geométrico de la superficie de contacto
Q = Solicitaciones (fuerza, momento) actuando en el centro de gravedad

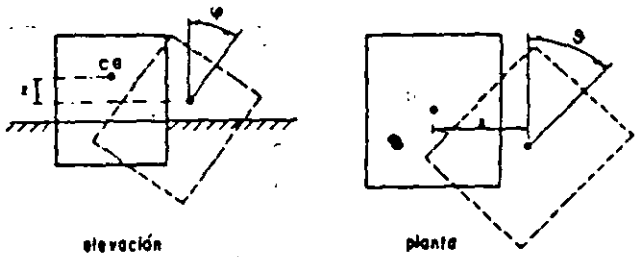


Fig 4. Macizo de cimentación rígido

Por definición del concepto de impedancia, las reacciones $\{R\}$ se expresan en términos de los desplazamientos $\{v\}_b$ del centro de gravedad de la superficie de contacto por:

$$\{R\} = [K]\,\{v\}_b \qquad (27)$$

donde $[K]$ es la matriz de impedancia, formada de términos complejos:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_x & K_{x\phi} & 0 \\ 0 & K_{x\phi} & K_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix}$$

Tomando como incógnitas los desplazamientos $\{v\}$ del centro de gravedad:

$$\{v\} = \{v\}_b + \begin{bmatrix} 0 \\ z_c\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

se tiene la relación:

$$\{R\} = [K_1]\{v\}$$

donde $[K_1]$ es una matriz derivada de la matriz de impedancia:

$$[K_1] = \begin{bmatrix} K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_x & K_{x\phi} - K_x z_c & 0 \\ 0 & K_{x\phi} & K_\phi - K_{x\phi} z_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix} \qquad (28)$$

Las ecuaciones del movimiento se escriben entonces en forma matricial:

$$[M]\,\{\ddot{v}\} + [K^*]\,\{v\} = \{Q\} \qquad (29)$$

donde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \qquad (30)$$

y :

$$[K^*] = \begin{bmatrix} K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_x & K_{x\phi} - K_x z_c & 0 \\ 0 & K_{x\phi} - K_x z_c & K_\phi - 2K_{x\phi} z_c + K_x z_c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix} \qquad (31)$$

Para una solicitación armónica $\{Q_0\}\exp(i\omega t)$, la solución estacionaria satisface la ecuación:

$$\left[\,[K^*] - \omega^2[M]\,\right]\{v\} = \{Q_0\} \qquad (32)$$

La solución de la ecuación anterior es facil de obtener. La única dificultad se encuentra en la determinación de la matriz de impedancia $[K]$.

b.4) Determinación de las impedancias

La solución al problema de una fuerza armónica aplicada a la superficie de un semi-espacio elástico fue obtenida por Lamb (1904). Por integración de esta solución sobre una superficie circular, se obtuvieron posteriormente soluciones para el caso de repartición de esfuerzos uniforme, parabólica o eliptica. Las primeras soluciones numericas para la impedancia vertical de una cimentación rigida fueron obtenidas por Lysmer (1965).

Actualmente se usan diferentes procedimientos para la determinación de la impedancia de cimentaciones de diversas formas sometidas a fuerzas o momentos armónicos. Pueden distinguirse (Gazetas, 1983):

- las soluciones obtenidas a partir de una formulación continua del problema conduciendo a soluciones analíticas o semi-analíticas

- las soluciones obtenidas a partir de una

formulación discretizada del problema: método del elemento finito o de las diferencias finitas.

b.5) Resolución del problema de interacción suelo-estructura en tres etapas

En el caso de una cimentación rígida superficial o enterrada, es posible obtener una solución exacta procediendo en tres etapas (Kausel, 1978):

- Cálculo del movimiento de la cimentación sin masa bajo el efecto de la acción sísmica
- Cálculo de la impedancia de la cimentación
- Cálculo de la respuesta del edificio ligado a la base del modelo por la impedancia calculada en el paso anterior y excitado por el movimiento de traslación y rotación calculado en el primer paso.

Este método es muy potente porque las diferentes etapas pueden ser simplificadas. Un valor aproximado de la impedancia puede frecuentemente encontrarse en la literatura.

Es posible generalizar el método anterior y aplicarlo a cimentaciones flexibles. Tambien existen otros métodos de subestructuración con variantes en la división del problemaglobal (métodos de volumen, métodos híbridos, etc. , Pecker, 1984).

3.3.2 Algunos resultados de los estudios de interacción suelo-estructura

a) Principales efectos de la interacción suelo-estructura

Una evaluación de los principales efectos de la interacción suelo-estructura para las condiciones del valle de México ha sido presentada por Reséndiz y Roesset (1986). Se consideran importantes los efectos de interacción tanto cinemática como inercial.

Las dos consecuencias principales de la interacción cinemática sobre cimentaciones superficiales sometidas a ondas incidentes con inclinación arbitraria son un efecto de promedio de los movimientos de traslación (y un decremento de su amplitud) y la aparición de movimientos de rotación. Los movimientos de traslación disminuyen para frecuencias altas (filtrado) pero los componentes de torsión son significativos en un intervalo amplio de frecuencias. Las cimentaciones sobre cajón desplantado a cierta profundidad sufren efectos de interacción cinemática aun para ondas de corte que se transmiten verticalmente (véase inciso siguiente).

Los principales efectos de la interacción inercial pueden evaluarse modelando la cimentación en la forma descrita en 3.3.1.b3, pero considerando solamente una impedancia de traslación horizontal K_x (equivalente a un resorte de constante k_x y un amortiguador de constante c_x) y una impedancia de cabeceo K_ϕ (constantes k_ϕ y c_ϕ); estos modos se desacoplan haciendo coincidir los ejes de rotación con los ejes principales de la superficie de apoyo de la estructura. Por su parte, el comportamiento de la estructura en su modo fundamental puede representarse con un sistema de un solo grado de libertad consistente en una masa M localizada a una altura h arriba del nivel de cimentación y en un resorte de rigidez k . Si T_0 es el periodo fundamental de la estructura sobre base rígida y x_i son los desplazamientos modales al nivel i, asociado a una masa m_i y a una altura h_i, se tiene:

$$M = (\Sigma m_i x_i)^2 / \Sigma m_i x_i^2$$

$$k = 4\pi^2 M / T_0^2$$

$$h = \Sigma m_i x_i h_i / \Sigma m_i x_i$$

El periodo no amortiguado natural del conjunto estructura-suelo es entonces:

$$T = T_0 \sqrt{1 + k/k_x + kh^2/k_\phi} \qquad (33)$$

El efecto principal de la interacción inercial es por tanto de alargar el periodo natural del sistema. Un segundo efecto es la alteración del amortiguamiento (en general un incremento).

b) Influencia de la profundidad de desplante

La mayor parte de las cimentaciones se encuentran enterradas y se sabe que los movimientos del suelo varían con la profundidad. Romo y Hernandez (1989 y 1990) han evaluado los efectos de interacción asociados a la profundidad de desplante de cimentaciones sobre cajón. Se supuso que el espectro de respuesta de los movimientos de la superficie del suelo corresponde al especificado por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, identificado en la Fig 5 por el símbolo CL (campo libre). Recurriendo al método de análisis por el elemento finito ya descrito, se calcularon los movimientos sísmicos a diferentes profundidades, obteniéndose los espectros graficados en la Fig 5. Puede observarse que la atenuación del movimiento es notable para profundidades de aproximadamente 10 a 15 m, especialmente para frecuencias mayores de 0.6 Hz. Este resultado tiene implicaciones prácticas importantes ya que en principio bastaría con desplantar la cimentación a cierta profundidad para disminuir la intensidad de la excitación dinámica actuante sobre la estructura, siempre que se use una cimentación suficientemente rígida para que no se amplifiquen los movimientos entre el desplante y la superficie.

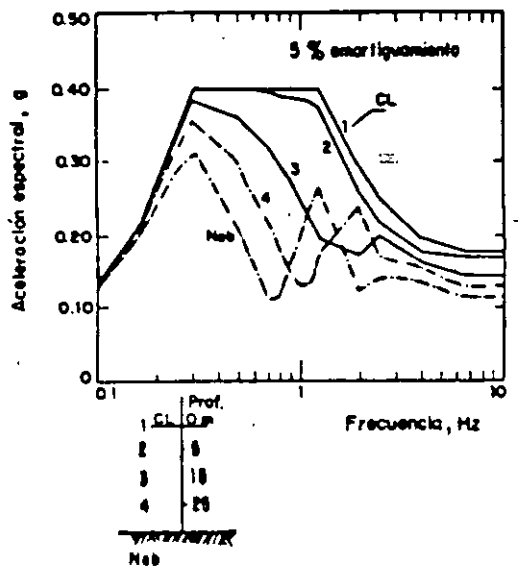


Fig 5. Variación de la aceleración espectral con la profundidad (Romo, 1990)

c) Influencia del tipo de cimentación

Para evaluar el efecto de la rigidez de la cimentación sobre los movimientos sísmicos en la base de la estructura (al nivel del terreno), en la misma referencia se analizó la respuesta de un edificio con frecuencia natural de 1.0 Hz por el método del elemento finito. Se consideraron dos tipos de cimentaciones: una con cajón a 2.5 m de profundidad y pilotes de fricción de 23 m de profundidad, y otra a base de cajón rígido de 14 m de profundidad. las dos cimentaciones presentan el mismo factor de seguridad contra falla por carga estática. El depósito de suelo tiene 30 m de espesor y una velocidad de onda de corte media de 52 m/s. Como sismo de control (movimiento en la base del depósito de suelo en campo libre) se consideró el espectro medio de las componentes horizontales de los movimientos sísmicos registrados en Ciudad Universitaria durante el sismo de 1985. En la Fig 6, se compara el espectro de aceleraciones en campo libre con los espectros de las respuestas calculadas en ambos sistemas suelo-estructura al nivel de la superficie, debajo de la estructura (Punto A). Estos espectros comúnmente se denominan como espectros de piso y tienen incluido el efecto de las caracteristicas del suelo, de las propiedades dinámicas del suelo, de la interacción suelo-cimentacion y de la estructura en si. Por tanto son una representación fiel de la excitación a la que está sometida la estructura.

La Fig 6 muestra que la frecuencia dominante del depósito de suelo (0.43 Hz) no se modifica por la presencia de la estructura independientemente del tipo de cimentación y la amplitud espectral correspondiente sólo se atenua en 5 % para la cimentación a base de pilotes de fricción y en 12 % para el caso del cajón rígido.

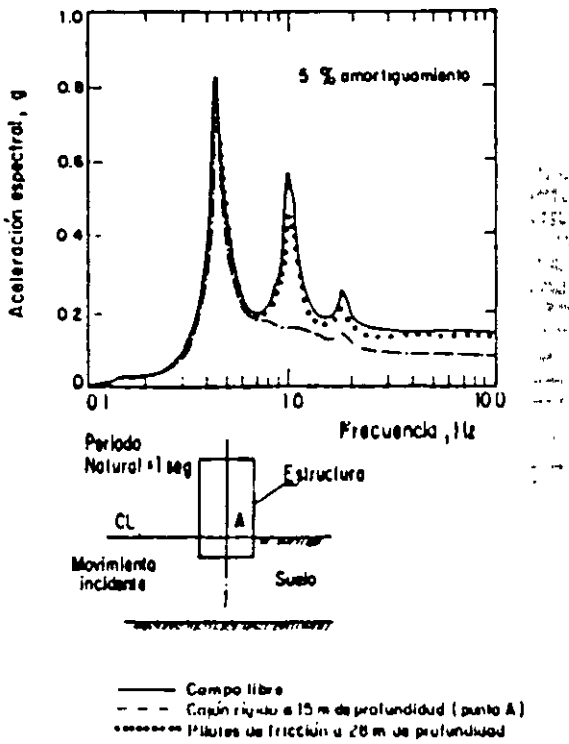


Fig 6. Efecto del tipo de cimentación sobre el espectro de respuesta de piso (Romo, 1990)

Esto indica que la interacción suelo-estructura es despreciable para frecuencias bajas y que para depósitos de suelo blando, la frecuencia predominante de estos no se altera por la presencia de alguna estructura. Sin embargo, para frecuencias mayores, el efecto de la cimentación rígida es significativo y, en particular para la frecuencia natural de la estructura (1 Hz), el pico del espectro de campo libre se atenua completamente. Por otra parte, el efecto de la cimentación flexible (cajón somero y pilotes de fricción es despreciable. Estos resultados e investigaciones mas recientes muestran que la interacción entre suelo y cimentación puede afectar significativamente la intensidad de los movimientos en la base de la estructura. Por consiguiente, si se diseñan cimentaciones acordes con los requerimientos del suelo y el medio ambiente sísmico particulares, es factible disminuir los costos de las estructuras sin incrementar el riesgo.

Para estudiar el problema de la interacción entre estructuras vecinas, es posible utilizar el mismo tipo de enfoque. Estudios preliminares parecen indicar que la interacción estructura-suelo-estructura conduce a una atenuación adicional de los movimientos de la base de las construcciones.

3.4 Consideraciones de confiablidad

El diseño de cimentaciones en suelos blandos como los de la ciudad de México debe basarse en estimaciones precisas de las acciones a las cuales la estructura se encontrará sometida en condiciones estáticas y dinámicas. Como ya se señaló, el comportamiento sísmico indeseable de cimentaciones puede frecuentemente asociarse con la sobrecarga local o general del subsuelo en condiciones estáticas. Lo anterior puede atribuirse en ciertos casos a errores de diseño, pero también a la incertidumbre natural sobre las cargas, a cambios en el uso del edificio, a la inundación de los sótanos, etc. La incertidumbre sobre las cargas sísmicas es todavía mayor, ya que el espectro de diseño se basa generalmente en una información estadística limitada sobre las características de los sismos que se han presentado en el área.

Parece por tanto necesario realizar un estudio de confiabilidad de cualquier diseño de cimentación en este tipo de suelo. Lo anterior puede consistir en un simple estudio de sensibilidad de las previsiones de comportamiento a cambios en las hipótesis de diseño. Sin embargo, es preferible recurrir a un planteamiento formal siguiendo los conceptos de la teoría de la confiabilidad. Puede usarse en particular el concepto de probabilidad de falla, considerando tanto la capacidad del suelo C como la solicitación D como variables aleatorias. La probabilidad de falla (o de deformación excesiva) se escribe:

$$P\,[\text{falla}] = P\,[C<D] = \int_0^{\infty}\int_0^{d} f_c(c)\; f_D(d)\; \delta c\; \delta d \qquad (34)$$

donde $f_c(c)$ y $f_D(d)$ son, respectivamente, las densidades de probabilidad de la capacidad y de la solicitación. El complemento a la unidad de la probabilidad de falla se conoce como confiabilidad.

Cálculos basados en la ecuación anterior (Auvinet y Rossa, 1991), muestran que, en ciertas condiciones, las cimentaciones superficiales, compensadas o sobre pilotes de fricción en la zona lacustre de la ciudad de México pueden presentar una muy baja confiabilidad.

En el caso de construcciones pesadas con grandes dimensiones en planta es fácil mostrar que si se toman en cuenta las incertidumbres normales existentes respecto a las cargas de diseño estáticas, la probabilidad de que se excedan los estados límites de servicio resulta alta. Las construcciones presentan entonces asentamientos y desplomes que las debilitan frente a las acciones sísmicas.

En la misma forma, se muestra que los edificios ligeros presentan una baja confiabilidad frente a las incertidumbres relacionadas con las cargas sísmicas debido a la importancia relativa que toman estas cargas en este caso y a la escasa reserva de capacidad de carga disponible al nivel de la cimentación.

4. DISEÑO Y VERIFICACIÓN SÍSMICA DE CIMENTACIONES

4.1 El proceso de diseño

El diseño de una cimentación para condiciones sísmicas es inseparable del diseño estático. Se mostró en la primera parte de este trabajo que la mayor parte de las cimentaciones que sufrieron daños importantes durante el sismo de 1985, presentaban ya ciertos problemas en condiciones estáticas. Ambos aspectos deben ser evaluados cuidadosamente siguiendo el proceso de análisis, diseño y verificación que se presenta en forma esquemática en la Fig 7. El proceso empieza con la definición cuidadosa de las características geométricas del proyecto, de las cargas previsibles y del contorno en el que se construirá. Sigue la etapa de investigación del subsuelo tomando en cuenta la zonificación geotécnica del área. A partir de los resultados obtenidos, es entonces posible elegir el tipo de cimentación y llegar a un dimensionamiento preliminar. Un análisis del comportamiento de la solución considerada permite entonces evaluar la validez de la solución considerada. Eventualmente se llega a un diseño satisfactorio, el cual debe entonces someterse a la verificación prevista por el reglamento de construcciones. Si el proyecto pasa este filtro, el diseño puede considerarse como definitivo. La verificación del comportamiento mediante instrumentación es recomendable para todas las construcciones de alguna importancia.

4.2 Investigación del subsuelo

4.2.1 Criterios generales

La exploración del subsuelo para fines de diseño sísmico de una cimentación no implica esfuerzos adicionales considerables respecto a los requeridos para el diseño estático. Ya existen algunas correlaciones que permiten relacionar propiedades índices y propiedades dinámicas (3.1.1). Sin embargo, es deseable que se generalice la práctica de verificar los resultados obtenidos a través de estas correlaciones mediante un numero limitado de pruebas dinámicas sobre especímenes inalterados. Las determinacipnes de campo de la velocidad de transmisión de onda pueden complementar en forma muy útil los estudios de laboratorio y de campo tradicionales.

4.2.2 Zonificación e investigación del subsuelo de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el D.F. y las Normas Técnicas Complementarias para el diseño y construcción de cimentaciones (NTCDCC)

El Reglamento vigente (1987) conserva la tradicional zonificación del Distrito Federal en tres zonas desde el punto de vista de la Geotecnia (Marsal, 1957): I (lomas), II (transición), III (lacustre). Los requisitos a seguir para la exploración del subsuelo se definen en las NTCDCC. Las exploraciones mínimas a realizar dependen de la zona geotécnica a la que pertenece el predio y de las características de la obra (profundidad de excavación, presión transmitida al suelo y perímetro).

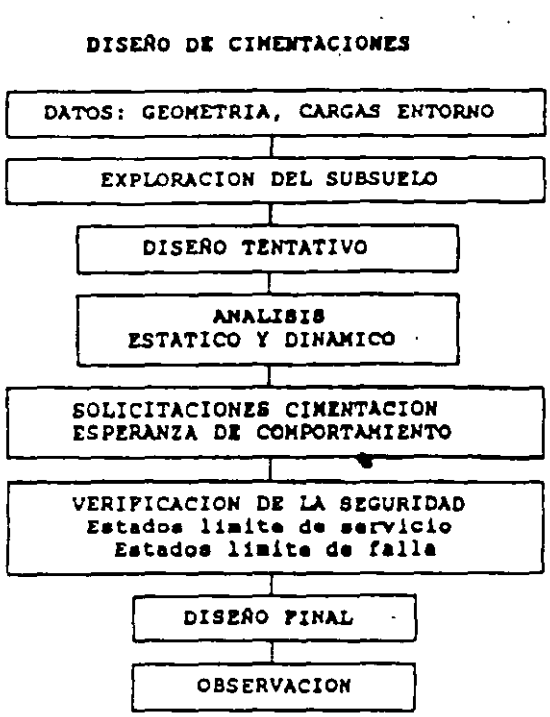


Fig 7. *Proceso de diseño de una cimentación*

4.3 Selección del tipo de cimentación

La selección del tipo de cimentación, generalmente entre las diversas soluciones presentadas en la Fig 1, debe considerar un gran número de factores entre los que destacan, además de los imperativos tradicionales de estabilidad, la interferencia con el hundimiento regional y la interacción con las construcciones vecinas y los servicios públicos.

Es conveniente tomar muy en cuenta las consideraciones de confiabilidad señaladas en 3.4 al escoger el tipo de cimentación.

La solución de la compensación, por ejemplo, debe usarse con criterio y sentido común. Esta solución se ha llamado en ocasiones "cimentación flotante". Podría ser útil tener presente esta analogía y recordar que en la construcción de barcos resulta esencial que el centro de gravedad de la nave se encuentre localizado debajo del centro de gravedad del agua desplazada para que el conjunto resulte autoestable (que se enderece solo si alguna pertubación lo inclina). Si bien en el caso de las cimentaciones compensadas en las arcillas del valle se cuenta con un momento resistente de empotramiento en el suelo apreciable que hace no indispensable el respeto estricto de la regla anterior, resulta de todos modos evidente que esta solución no es la mas adecuada para estructuras esbeltas.

La solución mas controvertida entre las disponibles es probablemente la de pilotes de fricción. Buscando clarificar las posibilidades de aplicación de esta técnica, Auvinet y Mendoza (1987) distinguen dos tipos de diseño de cimentaciones con pilotes de fricción:

Tipo I : Diseño en términos de capacidad de carga

El número y las dimensiones de los pilotes se escogen de tal forma que estos sean por sí solos capaces de soportar la carga de la construcción en condiciones estáticas y sísmicas con un factor de seguridad amplio, generalmente mayor que 1.5. Los pilotes trabajan en las condiciones indicadas en la Fig 8.a. La posición del nivel neutro puede determinarse a partir de la siguiente ecuación (Reséndiz y Auvinet, 1973):

$$W + FN = FP + C_p + U \qquad (35)$$

donde

W = Peso de la construcción
U = Subpresión actuante sobre la subestructura (en su caso)
C_p = Capacidad de carga por punta de los pilotes
FN = Fricción negativa sobre la subestructura y la parte superior de los pilotes
FP = Fricción positiva sobre la parte inferior de los pilotes

Cuando el nivel neutro se encuentra en posición baja (numero grande de pilotes o alta resistencia de los estratos inferiores). La fricción negativa induce compresiones parásitas en los pilotes. Además, con el tiempo, es teóricamente posible que la cabeza de los pilotes emerja progresivamente por consolidación del suelo localizado entre entre la superficie y el nivel neutro. En general, sin embargo, este peligro resulta remoto y en ninguna forma comparable al que se presenta para pilotes de punta.

Con este primer tipo de diseño, las cargas debidas a sismo deben ser absorbidas por los propios pilotes. Los momentos de volteo inducen cargas verticales sobre los pilotes que suelen calcularse por la regla de la escuadría.

Tipo II: Diseño en términos de deformaciones

En este caso, los pilotes se utilizan simplemente como complemento de un sistema de cimentación sobre losa corrida o cajón con objeto de reducir los asentamientos de la construcción. Su capacidad de carga es inferior al peso de la construcción por lo que una parte de este peso se transmite al suelo a través de la losa. Este uso de los pilotes corresponde al concepto de "pilotes de fluencia", también usado en Suecia (Hansbo, 1984). Los pilotes estan sometidos exclusivamente a fricción positiva (Fig 8b), por lo que el nivel neutro se encuentra a la profundidad de desplante de la losa de cimentación. La ecuación de equilibrio es:

$$W = QL + FP + C_p + U \qquad (36)$$

donde

QL = Fuerza debida a la presión de contacto efectiva entre losa y suelo (la fricción negativa actuando dobre la subestructura puede en este caso despreciarse tomando en cuenta que la parte superior del estrato se encuentra poco afectada por la consolidación regional).

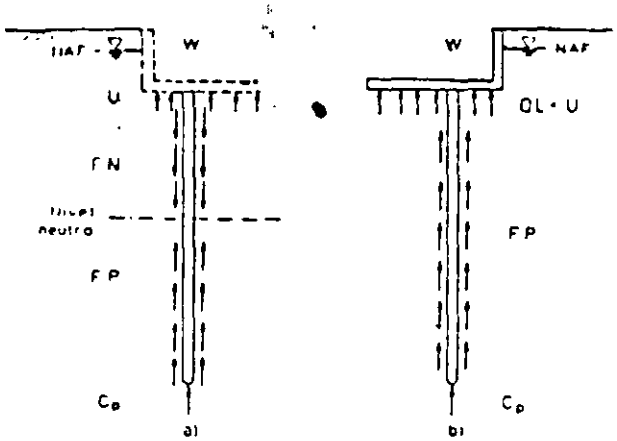


Fig 8. *Solicitaciones sobre pilotes de fricción hincados en un estrato en proceso de consolidación*

Esta solución es económica, evita los problemas de fricción negativa y de emersión y permite aprovechar el efecto de compensación. Sin embargo, es muy sensible a errores de estimación de cargas, a las excentricidades de las mismas y a las variaciones que puedan presentar durante la vida útilde la construcción (pérdida de subpresión por inundación, cambio de uso del edificio, etc.). En efecto, dado que los pilotes trabajan al límite de su capacidad, cualquier incremento de cargas respecto a las de diseño debe ser absorbido por el suelo en contacto con la losa, con las deformaciones y problemas de estabilidad consecuentes. Además, los pilotes que trabajan al límite son particularmente susceptibles de presentar degradación de adherencia pilote-suelo bajo carga cíclica (3.1.5).

Al usar pilotes de fricción, es conveniente que se defina claramente su función y el tipo de diseño al que corresponde la solución adoptada. No resulta racional, como se ha hecho en el pasado, "tomar una parte de la carga por compensación y el resto con pilotes de fricción". Seguir ciegamente este criterio puede llevar a diseños con factores de seguridad muy variables.

4.4 Principios constructivos básicos

La experiencia derivada de diversos sismos ha permitido llegar a principios empíricos que deben tomarse muy en cuenta en la concepción de cimentaciones sometidas a solicitacions sísmicas. (Corte, 1986; Despeyroux, 1985; Reglas PS86). Pueden en particular mencionarse los siguientes:

. En el diseño de la cimentación, es necesario buscar simetría, regularidad y distribución uniforme de cargas
. Es recomendable evitar sistemas mixtos de cimentación (combinaciones de diferentes tipos de cimentación)
. Las zapatas deben ligarse mediante contratrabes que aseguren su trabajo de conjunto y contribuyan a disminuir las deformaciones locales
. Los pilotes y las pilas deben asimismo estar unidos mediante una red bidimensional de contratrabes
. La unión entre cimentación y estructura debe hacerse mediante elementos capaces de soportar la fuerza de cortante horizontal y eventualmente los de tracción vertical transmitidos por la estructura. Salvo que se disponga de un mejor criterio, estos elementos deben poder resistir un esfuerzo de tracción vertical al menos igual a 10% de la mayor carga vertical de compresión recibida.
. La parte superior de los pilotes (en una altura por lo menos igual a 2.5 veces su diámetro) debe considerarse como crítica y reforzarse con un porcentaje de acero transversal mayor que 0.6% para suelos blandos. La separación de estribos no debe ser mayor de 10 cm
. También deben considerarse como críticos y reforzarse en consecuencia las zonas en las que los pilotes pasan de una capa de suelo a otra de diferente rigidez.

4.4 Definición de las solicitaciones sísmicas para el análisis y diseño sísmico de cimentaciones

4.4.1 Bases para la definición de las acciones sísmicas

Los resultados de análisis de amplificación a través de la capa blanda con modelos unidimensionales muestran que ya se cuenta con elementos para definir en cada sitio de la zona lacustre de la Ciudad de México un espectro de diseño que tome en

cuenta las caracteristicas especificas de la estratigrafia en el sitio. Esta tendencia ya se empieza a reflejar en el Reglamento de Construcciones para el D.F..

4.4.2 Definición de las acciones sismicas de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el D.F.

a) Estimación de las acciones sismicas

Los coeficientes sismicos y espectros de aceleraciones para diseño sismico se definen en el propio Reglamento (Titulo Sexto, Cap. VI) y en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño Sismico (NTCDS). Estas normas señalan asimismo los métodos de análisis aceptables para diferentes tipos de estructura (simplificado, estático, dinamico) y los factores de comportamiento sismico y de reducción de fuerzas sismicas que pueden usarse de acuerdo con las caracteristicas de la construcción y el método de análisis adoptado.

Una innovación importante del Reglamento de 1987 es la introducción explicita de la interacción suelo-estructura en las NTCDS. En unos apéndices a dichas normas (A4 y A7) se sugieren elementos para cuantificar los efectos de interacción en términos de un incremento en el periodo fundamental de vibración del edificio y mediante una corrección del coeficiente sismico y de los periodos que marcan los quiebres en los espectros de diseño. Las bases para estas disposiciones se analizan en una publicación de Rosenblueth y Reséndiz (1988). La modelación de la cimentación implicita en dichas disposiciones es básicamente la descrita en el inciso 3.3.2.a . Garcia Ranz (1988) evaluó para distintos tipos de edificios las implicaciones de estas consideraciones. Tomar en cuenta la interacción suelo-estructura de acuerdo con las normas parece tener como efectos principales un incremento importante de los desplazamientos laterales de los edificios desplantados en la zona III, y aumentos o decrementos muy significativos de los momentos de volteo y fuerzas de cortante para edificios de periodo natural largo (T=2.5 s) y corto (T=0.5 s) respectivamente. Desde el punto de vista estructural, destaca la aparición de efectos P-delta importantes en la zona III.

b) Combinación de las acciones sismicas con cargas de otro tipo

El Reglamento prevé que las acciones accidentales (sismo o viento pero no los dos simultáneamente) deben sumarse a las acciones permanentes más acciones variables con intensidad instantánea. Con esta combinación se revisan los estados limite de falla y los estados limite de servicio asociados a deformaciones transitorias y permanentes del suelo bajo carga accidental. Entre las acciones debidas a sismo, debe incluirse la fuerza de inercia horizontal que obra en el volumen de suelo que se halla bajo los cimientos y que potencialemnte se desplazaria al fallar el suelo en cortante, estando dicho volumen sujeto a una aceleración horizontal igual a c/4 veces la aceleración de la gravedad, donde c es el coeficiente sismico (inciso 8.9, NTCDS, véase 4.7.4).

Se ha propuesto agregar a lo anterior en forma explicita la obligación de calcular y tomar en cuenta en el diseño la fuerza cortante en la base de la estructura y los momentos de volteo debidos tanto a excentricidad de cargas verticales respecto al centroide del área de cimentación como a solicitaciones horizontales.

c) Factores de carga y de resistencia

Los factores de carga que deben aplicarse a las acciones para el diseño de cimentaciones son los indicados en el articulo 194, Cap III del Reglamento. Para estados limite de servicio el factor de carga es unitario en todas las acciones. Para estados limite de falla se aplican factores de carga de 1.1 a la fricción negativa, al peso propio del suelo, a los empujes laterales de éste y a la aceleración de las masas de suelo deslizantes bajo acción sismica. Los factores de resistencia relativos a la capacidad de carga de cimentaciones son los siguientes para todos los estados limite de falla:

1. 0.35 para la capacidad de carga en la base de zapatas de cualquier tipo en la zona I, zapatas de colindancia desplantadas a menos de 5 m de profundidad en las zonas II y III y de los pilotes y pilas apoyados en un estrato resistente.

2. 0.7(1-s/2), en que s es la relación entre los máximos de la solicitación sismica y la solicitación total que actuán sobre el pilote, ante la combinación de acciones que incluya las solicitaciones sismicas

3. 0.7 para los otros casos

Los factores de resistencia se aplican a la capacidad de carga neta de las cimentaciones.

Las consideraciones de confiabilidad expuestas en 3.4 han llevado a proponer para futuras versiones del reglamento que la revisión de los estados limite de servicio se realice aplicando a las cargas un factor de 1.1 en vez de la unidad. Asimismo, se ha propuesto tomar en cuenta los resultados de investigaciones recientes sobre adherencia pilote-suelo sustituyendo el factor 0.7(1-s/2) por 0.7(1-s/5)

4.6 Estados limites de servicio para condiciones sismicas

4.6.1 Bases para la estimación de deformaciones transitorias y permanentes

Los modelos de interacción

suelo-estructura ya discutidos permiten estimar las deformaciones transitorias del suelo bajo solicitaciones sísmicas. La evaluación de las deformaciones permanentes presenta mayores dificultades. Existen diferentes formas de abordar este problema:

- Incorporar en el modelo de interacción suelo-estructura una ley de comportamiento elastoplástica que describa la acumulación de deformaciones no recuperables. Los esfuerzos en esta dirección han sido hasta la fecha limitados y parece estar lejos todavía la posibilidad de llegar a modelaciones satisfactorias.

- Obtener la historia de esfuerzos cíclicos en el medio con un enfoque mas tradicional (modelo elástico o visco-elástico lineal equivalente) y asociar a esta historia unas deformaciones permanentes estimadas con base en los resultados de pruebas de laboratorio. Este enfoque no es riguroso pero tiene antecedentes en mecánica de suelos (cálculos de asentamientos por consolidación basados en esfuerzos estimados a partir de la teoría de la elasticidad). Los cálculos de deformaciones permanentes presentados por Jaime *et al* (1987) en el caso de un edificio afectado por el sismo de 1985 se realizaron de acuerdo con un enfoque de este tipo.

4.6.2 Estimación de deformaciones transitorias y permanentes de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el D.F.

El Reglamento pide que se calcule el desplazamiento horizontal y el giro transitorio de la cimentación bajo las fuerzas cortantes y el momento de volteo sísmico cuando proceda (Artículo 203 del Reglamento). Se señala además que la magnitud de las deformaciones permanentes que pueden presentarse bajo cargas accidentales cíclicas podrá estimarse a partir de los resultados de pruebas de laboratorio representativas del fenómeno, sin que se recomiende ningun procedimiento específico.

4.7 Estados límites de falla ante condiciones sísmicas

4.7.1 Capacidad de carga dinámica

La capacidad de carga en condiciones dinámicas es un problema que, a la fecha, no ha sido estudiado en forma satisfactoria, ni para cimentaciones superficiales ni para cimentaciones profundas. Lo anterior obliga a recurrir a un método mixto que consiste en comparar las solicitaciones máximas, frecuentemente calculadas suponiendo un comportamiento elástico o viscoelástico del suelo, con la resistencia del mismo estimada mediante fórmulas establecidas para condiciones estáticas. Tomando en cuenta que usualmente el efecto del sismo sobre la cimentación se considera equivalente a un momento de volteo y a una fuerza cortante horizontal, se toma en cuenta en la estimación de la capacidad de carga la excentricidad y la inclinación de la resultante de estas acciones.

Al proceder en esta forma, se desprecian dos factores fundamentales:

- No se toma en cuenta el aumento de resistencia del suelo bajo carga dinámica (3.1.6) o su disminución bajo carga cíclica de larga duración (3.1.4).

- Se ignora que el estado de esfuerzos creado en el suelo por el paso de las ondas sísmicas moviliza ya una parte importante de la resistencia del mismo.

Debe existir además la conciencia de que existen dos situaciones extremas en las que es necesaria la revisión de estabilidad:

- las condiciones de carga dinámicas máximas, en las que se cuente con un aumento de capacidad de carga por efecto dinámico (3.1.6)

- las condiciones estáticas prevalecientes inmediatamente después del sismo o en las últimas etapas del mismo, cuando la reducción de capacidad de carga por acumulación de presiones de poro en el suelo es máxima (3.1.4). Estas condiciones pueden ser mas críticas que las anteriores ya que se deja de contar con el efecto dinámico.

Se ha analizado en forma teórica el desarrollo de presiones de poro en el suelo bajo el efecto combinado de ondas sísmicas y cargas cíclicas atribuibles a la construcción (Zeevaert, 1988). Sin embargo, puede pensarse que las presiones de poro que tienen influencia en la estabilidad no son las presiones de poro transitorias predichas por la teoría de los medios polifásicos, sino las acumuladas por degradación progresiva de la estructura del suelo en la cercanía de la falla que se observan en pruebas cíclicas en el laboratorio (3.1.2). Para analizar este tipo de fenómeno puede procederse en forma análoga a la ya comentada para deformaciones permanentes, es decir obtener primero la historia de cargas cíclicas del suelo en el medio con un modelo simple y asociar a esta historia las presiones de poro medidas en condiciones análogas en el laboratorio. Conocida en forma aproximada la distribución de presiones de poro en el medio, puede realizarse un análisis de estabilidad en términos de esfuerzos efectivos por los métodos tradicionales de análisis límite.

Estos últimos conceptos no han sido introducidos todavía en la reglamentación vigente.

4.7.3 Revisión de la capacidad de carga en condiciones sísmicas de acuerdo con el RCDF

Las principales disposiciones de las NTCDCC son las siguientes:

a) Para cimentaciones someras desplantadas en suelos sensiblemente homogéneos, se verifica el cumplimiento de las desigualdades siguientes para las distintas combinaciones posibles de acciones verticales.

Para cimentaciones desplantadas en suelos cohesivos:

$$\Sigma Q\ F_c / A < c_u N_c F_R + p_v \qquad (37)$$

Para cimentaciones desplantadas en suelos friccionantes:

$$\Sigma Q\ F_c / A < [\bar{p}_v (N_q - 1) + \gamma B N_\gamma / 2] F_R + p_v \qquad (38)$$

donde

$\Sigma Q\ F_c$ = suma de las acciones verticales a tomar en cuenta en la combinación considerada, afectada por su respectivo factor de carga

A = área del cimiento, m^2

p_v = presión vertical total a la profundidad de desplante por peso propio del suelo, t/m^2

$\bar{p}_v$ = presión vertical efectiva a la misma profundidad, t/m^2

γ = peso volumétrico del suelo, t/m^3

c_u = cohesión aparente, t/m^2, determinada un ensaye triaxial UU

B = ancho de la cimentación, m

N_c = coeficiente de capacidad de carga dado por:

$N_c = 5.14(1 + 0.25 D_f/B + 0.25\ B/L)$,

para $D_f/B < 2$ y $B/L < 1$, donde D_f es la profundidad de desplante en m; en caso de que D_f/B y B/L no cumplan con las desigualdades anteriores, dichas relaciones se consideran iguales a 2 y a 1 respectivamente.

N_q = coeficiente de capacidad de carga dado por: $N_q = \exp[\pi \tan \phi] \tan^2(45° + \phi/2)$

donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material, que se define más adelante. El coeficiente N_q se multiplica por $1 + (B/L)\tan\phi$ para cimientos rectangulares y por $1 + \tan\phi$ para zapatas circulares o cuadradas.

N_γ = coeficiente de capacidad de carga dado por: $N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi$

El coeficiente N_γ se multiplica por 1 - 0.4(B/L) para cimientos rectangulares y por 0.6 para cimientos circulares o cuadrados.

F_R = Factor de resistencia especificado en las normas.

El parámetro ϕ está dado por:

$$\phi = \text{Ang tan } (a \tan \phi^*)$$

donde ϕ^* es el ángulo con la horizontal de la envolvente de los círculos de Mohr a la falla en la prueba de resistencia que se considere más representativa del comportamiento del suelo en las condiciones de trabajo.

Para suelos arenosos con capacidad relativa menor de 70% , el coeficiente a es igual a 0.67. En cualquier otro caso, es igual a 1.

En el caso de combinaciones de carga (en particular las que incluyen solicitaciones sísmicas) que den lugar a resultantes excéntricas actuando en una distancia e del eje longitudinal del cimiento, el ancho efectivo del cimiento debe considerarse igual a:

$$B' = B - 2e \qquad (39)$$

Un criterio análogo se aplica en la dirección longitudinal del cimiento para tomar en cuenta la excentricidad respectiva.

Se ha propuesto agregar a lo anterior que, para tomar en cuenta, en su caso, la fuerza de cortante por sismo al nivel de la cimentación se multipliquen los coeficientes N_q y N_c de las ecs 37 y 38 por $(1-\tan\delta)^2$, donde δ es la inclinación de la resultante de las acciones respecto a la vertical.

Las normas señalan por otra parte que, cuando el diseño considere absorber fuerzas horizontales por contacto lateral entre subestructura y suelo, la resistencia del suelo considerada no debe ser superior al empuje pasivo afectado de un factor de resistencia de 0.35, siempre que el suelo circundante esté constituido por materiales naturales o por rellenos bien compactados.

b) Cimentaciones con pilotes de fricción

Para comprobar la estabilidad de las cimentaciones con pilotes de fricción, el reglamento pide verificar, para la cimentación en su conjunto, para cada uno de los diversos grupos de pilotes y para cada pilote individual, el cumplimiento de la desigualdad siguiente para las distintas combinaciones de acciones verticales consideradas:

$$\Sigma Q\ F_c < R \qquad (40)$$

donde

$\Sigma Q\ F_c$ = suma de las acciones verticales a tomar en cuenta en la combinación considerada, afectadas de sus correspondientes factores de carga. Las acciones deben incluir el peso propio de la subestructura y de los pilotes o pilas y el efecto de la fricción negativa que pudiera desarrollarse sobre el fuste de los mismos o sobre su envolvente.

R = capacidad de carga del sistema constituido por pilotes de fricción más losa o zapatas de cimentación, que se considera igual al mayor de los dos valores siguientes:

α) Capacidad de carga del sistema suelo-zapatas o suelo-losa de cimentación, despreciando el efecto de los pilotes. Si éste es el valor que rige, la losa o zapatas y las contratrabes deben diseñarse estructuralmente para soportar las presiones de contacto suelo-zapata o suelo-losa máximas calculadas, más la concentración de carga correspondiente a la capacidad de carga total de cada pilote dada por la ec 41 con $F_R = 1$. En este caso la capacidad de carga suelo-losa o suelo-zapata se calcula como se especifica para cimentaciones someras.

β) Capacidad de carga del sistema suelo-pilotes de fricción, que se considera igual a la suma de las capacidades de carga de punta de los pilotes individuales más el menor de los siguientes valores:

- Suma de las capacidades de adherencia de los pilotes individuales

- Capacidad de adherencia de una pila de geometría igual a la envolvente del conjunto de pilotes.

- Suma de las capacidades de adherencia de los diversos subgrupos de pilotes en que pueda subdividirse la cimentación.

La capacidad de carga por punta de una cimentación de pilotes de fricción siempre se considera igual a la suma de las capacidades de carga individuales por punta de los pilotes calculadas con la ec 42.

En la estimación de la capacidad de carga bajo cargas excéntricas se desprecia la capacidad de carga de los pilotes sometidos a tensión, salvo que se hayan diseñado y construido especialmente para este fin.

La capacidad de carga por adherencia lateral de un pilote de fricción individual bajo esfuerzos de compresión se calcula como:

$$C_f = A_L f F_R \qquad (41)$$

donde:

F_R = 0.7 (1-s/2), factor de resistencia

s = relación entre los máximos de la solicitación sísmica y la solicitación total que actúan sobre el pilote

C_f = capacidad por adherencia, t

A_L = área lateral del pilote, m^2

f = adherencia lateral media pilote-suelo, t/m^2

Para los suelos cohesivos blandos de las zonas II y III la adherencia pilote-suelo se considera igual a la cohesión media del suelo. La cohesión debe determinarse con pruebas triaxiales no consolidadas-no drenadas.

Para calcular la capacidad de adherencia del grupo de pilotes, o de los subgrupos de pilotes en los que se pueda subdividir la cimentación, también es aplicable la ec 41, considerando el grupo ó los subgrupos como pilas de diámetro igual al de la envolvente del grupo o subgrupo.

c) Cimentaciones con pilotes de punta o pilas

Se verifica el cumplimiento de la desigualdad 40, siendo R la suma de las capacidades de carga individuales o de grupos o la global del conjunto de pilotes, cual sea menor.

La capacidad de carga de un pilote de punta o pila se calcula como sigue:

- Para suelos cohesivos:

$$C_p = (c_u N_c^* F_R + p_v) A_p \qquad (42)$$

- Para suelos friccionantes:

$$C_p = (\bar{p}_v N_q^* F_R + p_v) A_p \qquad (43)$$

donde:

C_p = capacidad por punta, t

A_p = área transversal de la pila o del pilote, m^2

$\bar{p}_v$ = presión vertical efectiva total debida al peso del suelo a la profundidad de desplante de los pilotes, t/m^2

c_u = cohesión aparente, en t/m^2, determinada en ensaye triaxial UU

N_q^* = coeficiente de capacidad de carga definido en la tabla siguiente:

ϕ_v	0^0	5^0	10^0
N_q^*	7	9	13

ϕ_v = ángulo de fricion aparente, en grados

N_q^* = coeficiente de capacidad de carga definido por:

$$N_q^* = N_{q1a} + L_e(N_{qmax} - N_{q1a})/[4B \tan(45^0 + \phi/2)]$$

cuando $L_e/B \leq 4 \tan(45^0 + \phi/2)$,

o bien $N_q^* = N_{qmax}$

cuando $L_e/B > 4 \tan(45^0 + \phi/2)$

ϕ	20^0	25^0	30^0	35^0	40^0
N_{qmax}	12.5	26	55	132	350
N_{q1a}	7	11.5	20	39	78

L_e = longitud empotrada del pilote o pila en el estrato resistente, m

B = ancho o diámetro de los pilotes, m

ϕ = ángulo de fricción interna, en grados

F_R = factor de resistencia igual a 0.35

Se ha propuesto agregar a lo anterior la posibilidad de usar como alternativa a las ecuaciones 42 o 43 una expresión basada en la resistencia a la penetración de cono o a la penetración estándar o en resultados de pruebas presiométricas.

En el caso de pilotes o pilas de más de 1.5m de diámetro, la capacidad calculada debe corregirse para tomar en cuenta el efecto de escala en la forma siguiente:

- Para suelos friccionantes, multiplicar la capacidad calculada por el factor:

$$F_{re} = [(B + 0.5)/2B]^n \qquad (44)$$

donde

B = diámetro de la base del pilote o pila en metros (> 0.5m)

n = exponente igual a 1 para suelo suelto, 2 para suelo medianamente denso y a 3 para suelo denso

- Para suelos cohesivos firmes fisurados se multiplica por el mismo factor de la ec 44 con exponente n = 1. Para pilas coladas en suelos cohesivos del mismo tipo se multiplica por:

$$F_{re} = (B + 1)/(2B + 1) \qquad (45)$$

Tomar en cuenta el efecto de escala en la forma anterior conduce a reducciones drásticas de la capacidad de carga que, si bien tienen soporte en evidencias experimentales (Meyerhof, 1983), no parecen justificadas si se considera la experiencia local. Se ha propuesto moderar esta reducción aplicando la ec 45 para todos los tipos de suelos.

La contribución del suelo bajo la losa de la subestructura y de la subpresión a la capacidad de carga de un sistema de cimentación a base de pilotes de punta debe despreciarse en todos los casos.

Para evitar el punzonamiento de la capa de apoyo, se ha propuesto agregar a las normas el criterio indicado a continuación:

Cuando exista un estrato blando debajo de la capa de apoyo de un pilote de punta o pila, deberá verificarse que el espesor h de suelo resistente es suficiente en comparación con el ancho o diámetro B del elemento de cimentación. Se seguirá el criterio siguiente:

- si $h > 3.5$ B se ignorará el efecto del estrato blando en la capacidad de carga
- si $3.5 B > h > 1.5$ B se verificará la capacidad de carga del estrato blando suponiendo que el ancho del área cargada es B+h
- si $h < 1.5$ B se procederá en la misma forma considerando un ancho igual a $B[1 + \frac{2}{3}(\frac{h}{B})^2]$

Además de la capacidad de carga vertical, el Reglamento pide que se revise la capacidad del suelo para resistir los esfuerzos inducidos por los pilotes sometidos a fuerzas horizontales, así como la capacidad estructural de los pilotes para transmitir dichas solicitaciones horizontales.

El Reglamento no recomienda ningún método específico para llevar a cabo estas revisiones. La capacidad de carga horizontal, estimada por ejemplo con el criterio de Brome (1964), resulta generalmente alta y por tanto no crítica. Para la verificación de la capacidad estructural de los pilotes ante cargas laterales ha sido usual recurrir a los planteamientos de Reese (1975), aun cuando dichos planteamientos no fueron realmente desarrollados para condiciones de carga sísmicas.

d) Cimentaciones especiales

Cuando se pretenda utilizar dispositivos especiales de cimentación, el Reglamento prevé que debe solicitarse la aprobación expresa del Departamento del Distrito Federal. Para ello deben

presentarse los resultados de los estudios y ensayes a que se hayan sometido dichos dispositivos. Los sistemas propuestos deben proporcionar una seguridad equivalente a la de las cimentaciones tradicionales calculadas de acuerdo con las normas, en particular ante solicitaciones sísmicas.

4.7.4 Inclusión de las fuerzas de inercia

Como ya se mencionó, se ha propuesto (Rosenblueth, 1985; Cordary, 1987) y el Reglamento exige (inciso 8.9, NTCDS) incluir entre las acciones a considerar para la evaluación de los mecanismos de falla de cimentaciones, una fuerza horizontal de inercia actuante sobre la masa de suelo potencialmente deslizante debajo de la cimentación. Si se considera una superficie de falla circular, la verificación de la estabilidad puede entonces consistir, para cimentaciones superficiales o compensadas en asegurarse que la condición siguiente se encuentra satisfecha:

$$F_c W_t - W_e \leq q_l A_R F_R \left(1 - \frac{0.097\, F_c\, a_0\, b\, \gamma}{F_R\, c\, g}\right) \quad (46)$$

donde

F_c = Factor de carga (1.1 para el RCDF)

F_R = Factor de resistencia (0.7, RCDF)

W_t = Peso total de la construcción

W_e = Peso de suelo excavado para construir la cimentación

A_R = Superficie de la cimentación, a cuyo ancho, d, se resta 2e, donde e es la excentricidad de carga debida al momento de volteo en la dirección de análisis

q_l = Presión de contacto neta de falla bajo carga vertical

a_0 = Aceleración máxima del terreno

b = Min (d, 1.2 h, 20 m)

h = Profundidad desde la cimentación hasta la capa dura

c = Cohesión media desde la profundidad de desplante hasta esta misma profundidad + b

γ = Peso volumétrico medio en el mismo intervalo de profundidades

Los cálculos muestran que, para condiciones típicas de la Zona III de la ciudad de México, el cumplimiento con esta desigualdad conduce a una reducción de menos de 10 % de la capacidad de carga útil. Esta reducción queda por tanto ampliamente compensada por el incremento en la resistencia no drenada que se presenta para condiciones de carga dinámicas (3.1.6).

5. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

Aubry, D., 1986, "Sur une approche intégrée de l'interaction sismique linéaire sol-structure", Comptes-Rendus, Journées d'étude commune Comité Français de Mécanique des Sols-Association Française de Génie Parasismique: "Fondations, Propriétés des sols et Impératifs sismiques", Saint-Rémy-les-Chevreuse, France

Auvinet, G. y Mendoza, M. J., 1986, "Comportamiento de diversos tipos de cimentación en la zona lacustre de la Ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre de 1985", Memoria, Simposio: "Los Sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos", Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.

Auvinet, G. y Mendoza, M. J. , 1987, "Consideraciones respecto al diseño de cimentaciones sobre pilotes de fricción en zonas sísmicas", Memoria, VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, p C-239, Querétaro, México.

Auvinet, G. and Rossa, O., 1991, "Reliability of foundations on soft soils", pendiente de publicación, CERRA-ICASP6, México, Junio

Aviles, J. y García Ranz, F., 1990, "Rigideces dinámicas para el problema de interacción suelo-estructura", V Seminario IMP-IIE-ININ, Cuernavaca, México, 16 de mayo

Bea, R. G., 1987, "Dynamic Response of Piles in Offshore Platforms", Dynamic Response of Piles Foundations: Analytical Aspects, ASCE National Convention, Hollywood Fl, pp 80-109.

Broms, B., 1964, "Lateral resistance of piles in cohesives soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 90, No SM2, New York

Clough and Penzien, 1975, "Dynamics of structures", Mc Graw Hill, New York

Castillo, J.L. "Pruebas de laboratorio para la determinación de las propiedades dinámicas de los suelos", tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Córdoba C., G., 1986, "Comportamiento de la arcilla de la ciudad de México ante cargas cíclicas", tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Cordary, D. and Nancey, A., 1987, "Charge limite des fondations soumises à des sollicitations sismiques", Comptes-Rendus, Quatrième Congrès International Franco-Polonais de Mécanique des Sols appliquée, Grenoble, France, pp. 135-148

Corte, J.F. et Isnard, A., 1986, "Dispositions intéressant le sol et les fondations dans les nouvelles règles parasismiques PS86", Comptes-Rendus, Journées communes CFMS-AFPS : Fondations, Propriétés des Sols et Impératifs sismiques", Saint-Rémy-Les-Chevreuse, France

Despeyroux, J., 1985, "Le projet de construction parasismique", Génie Parasismique, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, Francia

Dies, A., 1989, "Effects of repeated loading on the strength of Mexico City clay", Proc., 4th Int. Conf. on Soil Dyn. and

Earth. Eng., Vol Soil Dynamics and Liquefaction, pp. 197-208

García Ranz, F. *et al*, 1987, "Respuesta sísmica de edificios considerando la interacción suelo-estructura", Memoria, VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, p C-239, Querétaro, México.

Gazetas, G., 1983, "Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the art", Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 2, No 1, pp. 2-42

Gazetas, G. and Dobry, R., 1984, "Simple radiation damping model for piles and footings", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 110, No 6, pp. 937-971

Hansbo, S., 1984, "Foundations on Friction Creep Piles in Soft Clays", Proceedings, International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering", St Louis, Mi., pp. 913-922

Hernandez H., G., 1989, "Efecto de la profundidad de desplante en la respuesta de las estructuras", tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Herrera, I. and Rosenblueth, E., 1965, "Earthquake Spectrum Prediction for the Valley of Mexico", Third World Congress of Seismic Engineering, New Zealand

Hsieh, T.K., 1962, "Foundations vibrations", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, vol 22, No 211, England

Idriss, I.M., *et al*, 1978, "Non linear behavior of soft clays during cyclic loading", JSMFD, ASCE, Vol 104, SM12, pp. 1427-1447

Iglesias, J. , 1987, "Zonificación Sísmica de la Ciudad de México", Proceedings, VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, pp B-127 a B-141, Querétaro, Mexico

Jaime, A., 1987 *et al*, "Seismic induced settlement in a building", VII CPMSIF, Cartagena, Colombia

Jaime, A. and Romo, M.P., 1988, "The Mexico Earthquake of September 19, 1985 - Correlations Between Dynamic and Static Properties of Mexico City Clay", Earthquake Spectra, Vol 4:4, pp. 787-804

Jaime, A., 1988, "Características dinámicas de las arcillas del valle de México", Tesis doctoral, DEPFI, Facultad de Ingeniería, UNAM, Mexico

Jaime, A. *et al*, 1990, "Behavior of friction piles in Mexico City Clay", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol 116, No 6, June

Kausel, E., 1978, *et al*, "The Spring method for Embedded Foundations", Nuclear Engineering and Design, Vol 48

Lamb, E.H., 1904, "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", Philosophical Transactions of the Royal society, London Serie A, vol. 203.

Lysmer, J., 1965, "Vertical motions of rigid footings", Ph.D. Thesis, University of Michigan, Ann Harbor

Lysmer, *et al*, 1975, "FLUSH, - A computer program for approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems", Report No EERC 75-30, Earthquake Engineering Center, University of California, November

Marsal, R.J. and Mazari, M., 1957, "El subsuelo de la ciudad de México", 2da ed. (1969), UNAM, México

Mendoza, M. J. and Prince, J. , 1986, "Preliminary Report on the Earthquake of September 19, 1985, and its Effects on Structures and Foundations in Mexico City", Geotechnical News, Vol. 4, No. 1, pp 20-29, Vancouver, Canada

Mendoza, M. and Auvinet, G., 1988, "The Mexico Earthquake of September 19, 1985-Behavior of Building Foundations in Mexico City", Earthquake Spectra, November, Vol. 4:4, pp. 835-853

Meyerhof, G.G., 1983, "Scale effects on ultimate pile capacity", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE. vol. 109, pp. 797-806

Ovando, E., Mendoza, M. J. and Romo, M. P. ,1988, "Earthquake Induced Settlements in End Bearing Pile Foundations in Mexico City", Earthquake Spectra, November, Vol. 4.4, pp.753-770

Pecker, A., 1984, "Dynamique des sols", Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, Francia

Pecker, A., 1986, "Comportement des fondations sous sollicitations sismiques", Compte-Rendus, Journees communes CFMS-AFPS : Fondations, Propriétés des Sols et Impératifs sismiques", Saint-Rémy-Les -Chevreuse, France

Pérez Garcia, A., 1988, "Contribution à l'étude de l'endommagement des argiles. Application au calcul des pieux battus", These doctorale, Ecole Centrale de Paris, France

Pérez Rocha, L.E., 1990, "Respuesta sísmica no lineal de depósitos estratificados de suelos blandos", tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 6 de Julio de 1987, Gaceta Oficial del D.D.F., México.

Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construccion de Cimentaciones, 12 de Noviembre de 1987, Gaceta Oficial del D.D.F., Mexico.

Normas Tecnicas Complementarias para Diseño por Sismo, 1987, Gaceta Oficial del D.D.F., México.

Règles PS-1986 (Reglas parasísmicas francesas), Compte-Rendus, Journées communes CFMS-AFPS : Fondations, Propriétés des Sols et Impératifs sismiques", Saint-Rémy-Les-Chevreuse, Francia

Resendiz, D. and Auvinet, G., 1973, "Analysis of Pile Foundations in Consolidating Soils", Proc 8th ICSMFE, Vol 3, Moscow, pp 211-218.

Reséndis, D. and Roesset, J. M., 1987, "Soil-Structure Interaction in Mexico City during the 1985 Earthquakes", Proc. of the Int. Conf. on the Mexico Earthquake-1985, Mexico City, ASCE, pp 193-203.

Rodriguez Cuevas, N., 1987, "Interaccion

suelo-estructura", Notas, XIII Curso Internacional de Ingeniería Sísmica, DECFI, UNAM, México

Romo, M.P., Chen, J.H., Lysmer, J. and Seed, H. B., 1977, "PLUSH: A Computer Program for Probabilistic Finite Element Analysis of Seismic Soil-Structure Interaction", Report No. UBC/ EERC 77-01, University of California, Berkeley

Romo, M.P. and Seed, H.B., 1986, "Analytical Modelling of Dynamic Soil Response in the Mexico Earthquake of September 19, 1985", Proc. International Conference of the Mexico Earthquakes-1985: Factors Involved and Lessons Learned, pp. 148-162, Mexico

Romo, M.P. and Jaime, A., 1987, "Metodología para generar espectros de diseño deterministas en campo libre", Memoria, VII Congreso Nacional de Ingeniería sísmica, pp. A-3-A-49, Querétaro, Mexico

Romo, M.P., 1987, "Espectros de diseño considerando la interacción suelo-estructura", Memoria, VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, pp. A-33-A-49, Querétaro, México

Romo, M.P., Jaime, A. and Reséndiz, D., 1988, "General Soil Conditions and Clay Properties in the Valley of Mexico", Earthquake Spectra, Vol 4, Num 4.

Romo, M.P., Ovando, E., Jaime, A. and Hernández, G., 1989, "Local site effects on Mexico City Ground Motions", XII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, August

Romo, M.P., *et al*, 1989, "Cyclic Behavior of Normally Consolidated Mexico City Clay", Instituto de Ingeniería, Research Report/ Pr 9501, October

Romo, M.P., 1990, "Dynamic Properties of Highly Plastic Clays", Simposio "Subsuelo de la Cuenca del valle de México", SMMS, México, Septiembre, (en prensa)

Romo, M.P. and Auvinet, G., 1990, "Seismic Behavior of foundations in cohesive soft soils", Recent Advances in Earthquake Engineering and Structural Dynamics, V. Davidovici, ed., Paris, France (in press)

Rosenblueth, E. and Elorduy, 1969, "Características de temblores en la arcilla de la ciudad de México , Volumen Nabor Carrillo, Secretaría de Hacienda y Crédito Público, México

Rosenblueth, E. , 1952, "Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos" , Ediciones ICA, Serie B, 14, pp. 3-12, México

Rosenblueth, E. and Herrera, I., 1964, "On a kind of hysteretic damping", Journal of Engineering Division, ASCE, Vol. 90, No EM4

Rosenblueth, E., 1985, Comunicación personal; véanse también Normas de emergencia para la construcción en la ciudad de México, 1985

Rosenblueth, E. y Reséndiz, D., 1988, "Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura", Publicación No 509, Instituto de Ingeniería, UNAM

Reese, L.C., and Welch, R.C., 1975, "Lateral Loading of Deep Foundations in Stiff Clay", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol 101, NO 101, No GT7, July

Seed, H.B., and Idriss, I., 1969, "The Influence of Soil Conditions on Ground Motions during Earthkquakes", Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 94, No. SM1, pp. 120-137

Seed, H.B., Ugas, C and Lysmer, J. , 1976, "Site-Dependent Spectra for Earthquake-Resistant Design", Report No. EERC 74-12, November

Seed, H.B., Romo, M.P., Sun, A., Jaime, A. and Lysmer, J., 1987, "Relationships Between Soil Conditions and Earthquake Ground Motions in Mexico City in the Earthquake of September 19, 1985", Report No. UCB/EERC-87/15, October

Seed, H.B., Romo, M.P., Sun, A., Jaime, A. and Lysmer, J., 1988, "The Mexico Earthquake of September 19, 1985 - Relationships Between Soil Conditions and Earthquake Ground Motions", Earthquake Spectra, November, Vol 4:4, pp. 687-729

Seed, H. B. , 1987, "Influence of Local Soil Conditions on Ground Motions and Building Damage during Earthquake", 8th Nabor Carrillo Lecture, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Mexico

Walter, J.P., 1985, "Méthodes de prise en compte de l'interaction sol-structure", Génie Parasismique, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France

Zeevaert, L., 1972, "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Von Nostrand Reinhold, New York.

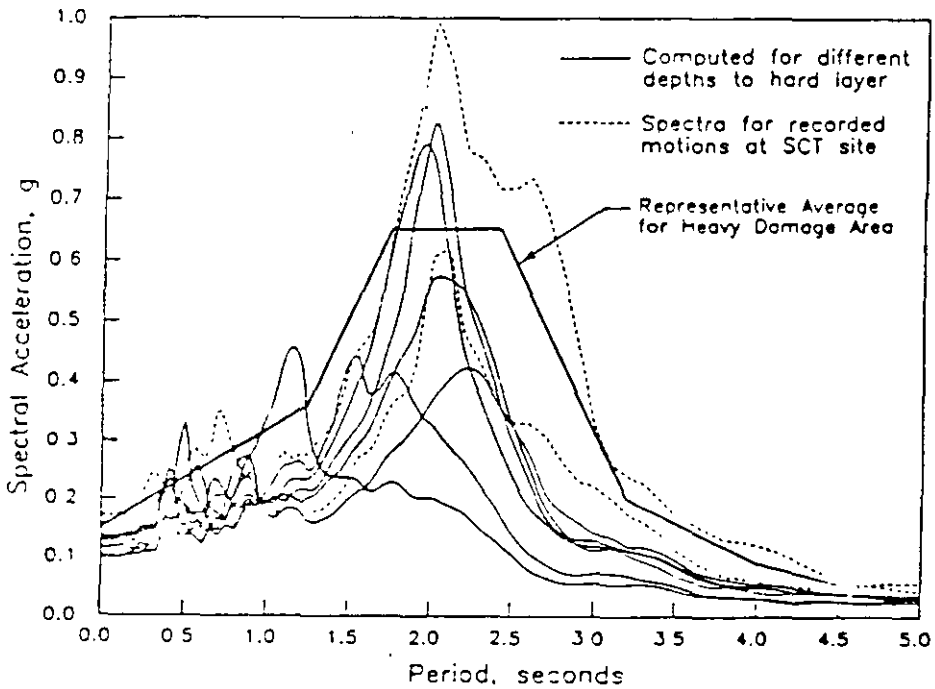
Zeevaert, L., 1988, "Sismo-Geodinámica de la Superficie del Suelo y cimentación de edificios en la ciudad de México", Editorial Impresora Internacional, S.A. de C.V., México

Zeevaert, L., 1990, "Design of compensated foundations", Ground Engineer's Reference Book, edited by F.G. Bell, Butterworths, England

Volume 4, Number 4 November 1988

EARTHQUAKE SPECTRA

The Professional Journal of the Earthquake Engineering Research Institute



EERI

THE 1985 MEXICO EARTHQUAKE, PART B

10.

The Mexico Earthquake of September 19, 1985—Behavior of Building Foundations in Mexico City

M.J. Mendoza and G. Auvinet

During the 1985 earthquake, a number of building foundations in the lacustrine soft soil area of Mexico City presented an inadequate performance. Previous high static contact stresses between the foundation and the supporting subsoil propitiated the appearance of plastic deformations of the soil under seismic cyclic stresses, which led to settlements and tilting of the buildings. Foundations of all kinds showed different degrees of vulnerability to the earthquake, but constructions on friction piles sustained the most severe damages. This can be attributed in some cases to non compliance with the accepted design criteria and current regulations. The main factor was however the pronounced dynamic magnification of seismic movements associated to the quasi coincidence between the natural period of some structures with moderate height on friction piles, and the long period of the subsoil motions, which led to large overturning moments and shear forces at the foundation level.

INTRODUCTION

The design and construction of foundations in the lacustrine soft soil area of Mexico City pose difficult geotechnical problems, due to the low shear strength of the thick clayey deposits, their very high compressibility, the regional subsidence of the valley, and the frequent occurrence of strong earthquakes. The seismic intensities and the damages caused by the September 19, 1985 earthquake in different parts of the Valley of Mexico were closely related to the subsoil conditions at each specific site. The maximum horizontal accelerations recorded by the nine digital strong-motion accelerographs under operation in different parts of the city at the time of the earthquake are shown in Fig. 1 (Mena et al, 1986). As in the 1957 and 1979 earthquakes, the Western portion of the lake zone was the most affected. As pointed out by Seed (1986) this is one of the most conspicuous examples of dynamic amplification of an earthquake by a soft soil deposit. A discussion of the characteristics of the ground motion in different places of the city, as well as of the local soil conditions effects has been presented by Romo and Seed (1987).

Many lessons can be learned from the 1985 earthquake, mainly from the analysis of those building foundations which presented a poor behavior,

(M.J.M.)(G.A.) Instituto de Ingeniería, UNAM, APDO. 70-472, Coyoacán 04510, México, D. F.

© Earthquake Spectra Vol 4, No 4 1988

including total and differential settlements, permanent tilting, structural damages in some elements of the foundation, and, in one case, total collapse. The objective of this paper is precisely to present information on the characteristics and performance of several building foundations . The main factors which may have led to poor behavior are discussed , on the basis, in this first stage, of simple bearing capacity and settlements analyses.

The evaluation of each case consisted mainly of the following: a) compilation of information (structural and architectural drawings, design calculations, soil mechanics studies, stratigraphical and mechanical properties of the subsoil at the site or in its surroundings, and pre-earthquake behavior records); b) complementary shallow geotechnical investigations; c) assessment of settlements, tilting and other damages by inspection and surveying, d) reanalysis of the building (static loads calculations and modal analyses to estimate seismic shear forces and overturning moments at the foundation level); e) settlement and bearing capacity analysis; and f) review of the design according to the standards set by the 1976-Building Code.

After the earthquake, most structural characteristics and damages of the buildings were apparent, but not so for the foundations. Documentation of each case was a difficult and time-consuming task Most of the data presented here are based on a study carried out at the National University of Mexico (Auvinet and Mendoza, 1986, Mendoza and Auvinet, 1987) with support provided by Departamento del Distrito Federal (Government of Mexico City).

GEOTECHNICAL ZONATION AND FOUNDATIONS SYSTEMS USED IN THE CITY

According to the new 1987-Building Code, the Mexico City area is divided into three geotechnical zones, as shown in Fig. 1 Zone III corresponds to the lacustrine soft soil formation. This division is similar to the original zonation proposed by Marsal and Mazari (1969), but has been updated with recent information, mainly about the growing Souther part of the city, a soft soil area, which lies on the ancient beds of the Chalco and Xochimilco lakes Moreover, in Zone III, it has been possible to distinguish areas with lightly preconsolidated soils from those with normally consolidated materials, mainly in the Eastern part of the city (Romo et al. 1988)

The strongest intensities were registered in Zone III Most of the undesirable foundations behavior cases occured in the Western part of the city The reason is simple: very few more than 8-story buildings are built in the Eastern part of the city while many vulnerable buildings (with natural period of vibration similar to the period of the supporting subsoil) are built in the West side

A new seismic zonation has been included in the 1987 Code, in terms of the observed structural damages in the city, as a measure of local intensity (Iglesias, 1987). New sub-zones within Zone III, with highest seismic coefficients, have been introduced; these sub-zones correspond to areas close to firm subsoil deposits.

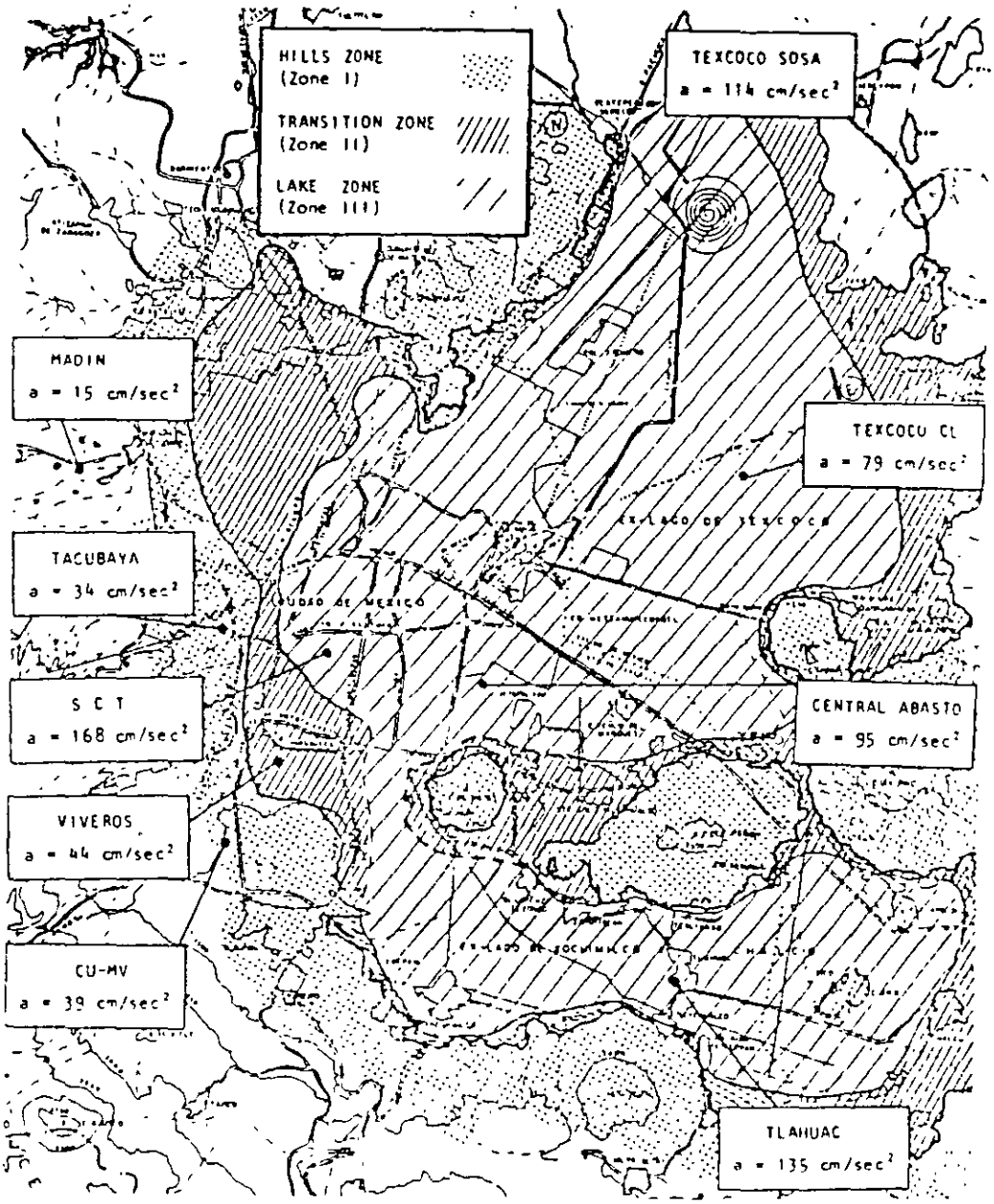


Figure 1 - Geotechnical zonation of Mexico City and maximum recorded accelerations during the earthquake of September 19, 1985

Depending on weight and dimensions of the buildings and bearing capacity and compressibility of the subsoil, different foundations systems or combination of systems are used in the lacustrine area of the city (Fig 2) Henceforth comments will relate only to buildings founded on Zone III.

GROUND SURFACE MOVEMENTS DURING THE EARTHQUAKE

Significant displacements of the ground surface occurred during the earthquake. From the accelerograms recorded at the parking lot of the office building of the Ministry of Communications and Transportation (Secretaria de Comunicaciones y Transportes, SCT), a maximum displacement amplitude of 21 cm was calculated. These movements led to failures and leakages of public services, such as the primary and secondary water supply pipelines, and the shallow sewerage system. Other signs of the earthquake's violence were the breakage of pavements and sidewalks and the emergence and buckling of old cable-car rails which had been buried for years below the street pavement. These effects should be attributed to incompatibility between the movements of the soft subsoil and those of long and rigid elements.

PERFORMANCE OF BUILDING FOUNDATIONS

FOOTING FOUNDATIONS

The damages to one or two stories old masonry houses founded on shallow footings were generally related to their advanced state of deterioration. In most cases, the earthquake only accentuated a process initiated under the action of permanent loads. From an estimated amount of 38000 houses of this kind in the central sector of the city, fewer than 1 % were hit (Mendoza and Prince, 1986) Many of those damages were due to the settlement of a nearby heavy building Drag movements of these buildings induced severe diagonal cracking in load-bearing walls of contiguous houses It can be said that the behavior of shallow footings during the 1985 earthquake was generally satisfactory, with the exception, of course, of those cases with obvious constructive deficiencies.

MAT FOUNDATIONS

Several buildings on mat foundations exhibited very large non uniform settlements leading to tilting of the structure, and in some cases to an advanced mechanism of general shear failure as the bearing capacity of the soil was exceeded Deficient behavior of foundations of this type was due to high contact pressure on the soil under permanent loads, load eccentricities, soil heterogeneities, and in some cases to pumping sustained for long time intervals in nearby excavations The case of a set of three buildings, now demolished (Fig 3), with excessive settlements and very low safety factors with respect to shear failure, is described below

Building Ia This was a six stories building, 18.6 m high, which transfered to the soil an average net pressure of 55 kPa. The original load distribution was uniform and did not present any significant eccentricity The construction was built around 1950. The foundation was solved by means of a raft slab, 0.2 m-thick, lying initially 1.2 m below the sidewalk level

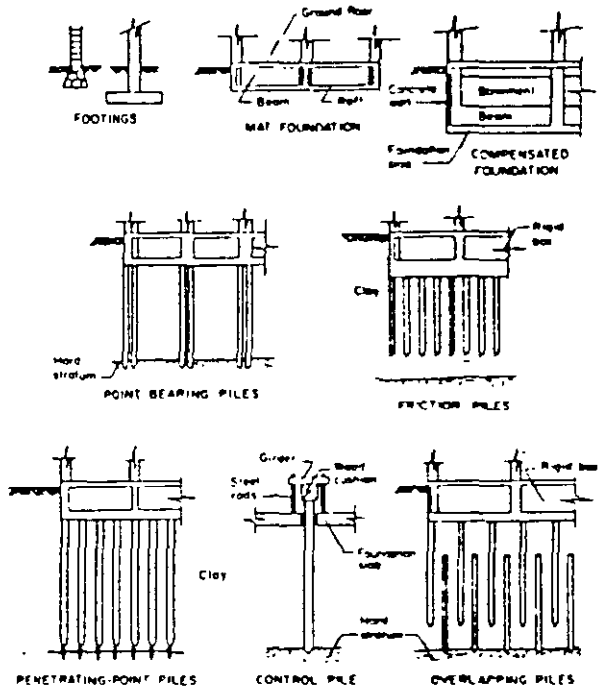


Figure 2 - Types of Foundations used in the soft soil zone of Mexico City

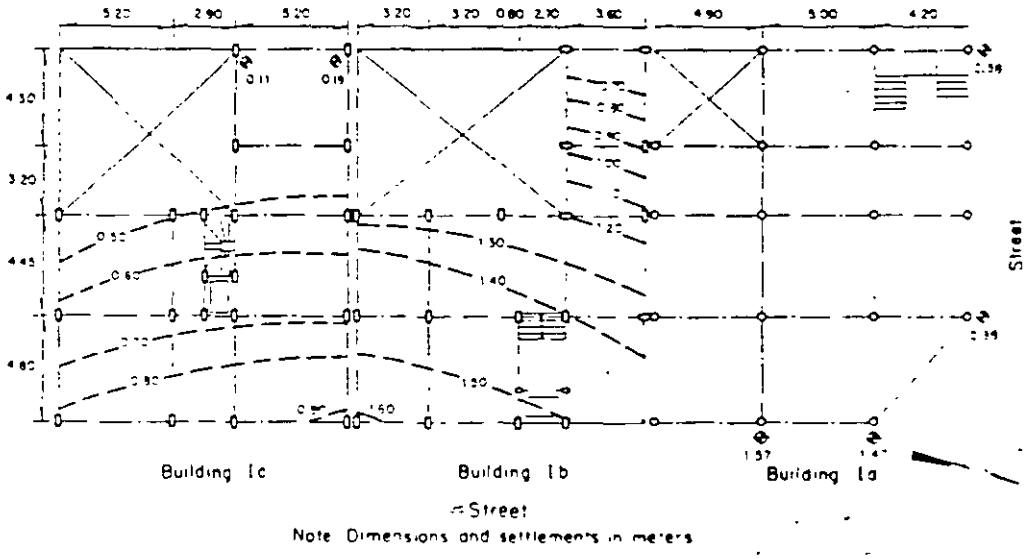


Figure 3 - Plan and outline of settlements in three buildings on mat foundation.

The stratigraphic profile at the site indicates that below a 4 m-thick superficial fill, a soft clay with natural water content varying between 250 and 380 % is found down to 32 m; its average undrained shear strength is 25 kPa

Unfortunately, no surveying records were available; however, it can be estimated that a maximum settlement of 0.65 m already existed before the earthquake, and according to some neighbors appreciable tilting towards the East was evident. Moreover, in order to build a telephonic register-box, an excavation had been opened near the building corner, about five years before the earthquake, a shallow pumping well was used and the water table lowered about 2.5 m.

The total maximum settlement measured after the earthquake was 1 57 m, 0.92 m due to the seismic events. The total Eastwards tilting was 5.2 % and increased 2 cm with the few intensity after-shocks in April 1986.

The safety factor against shear failure under permanent loads was lower than 2 and the uniform foreseeable settlement was 0 95 m. Both values are obviously considerably larger than those accepted by the building code. Without doubt, the pumping in the nearby excavation contributed to increase the building tilting.

Building Ib This construction practically presented a general shear failure during the earthquake, due to inadequate performance of its mat foundation. A sudden settlement of 1.02 m and an Eastwards tilting of 6 3 %, caused bulging of the surrounding ground surface. An upward movement of the street pavement of about 0 2 m was measured in front of the structure. 0 08 to 0.1 m openings of the joints of the hydraulic concrete pavement slabs were also measured. As a consequence of these movements, almost half of the ground floor of the building sunk into the ground (Fig. 4).

The structure of this apartment building was formed with reinforced concrete rectangular columns, massive slabs and beams The foundation consisted of a raft slab resting at a depth of 1.5 m and transmitting a pressure of 99 kPa to the soil, with an eccentricity of 0 2 m to the South This high pressure led to a previous settlement of 0 58 m.

Through a simple bearing capacity analysis, the safety factor under static loads was found to be 1 1 , which means an imminent shear failure condition . Introducing overturning seismic moments, even those underestimated values specified by the previous building code, the resulting safety factor is indeed lower than unity. These values and the forecasted settlement of more than one meter, should have led to reject the adopted foundation system.

Without doubt, this building reached failure under transient loading The earthquake action ceased when a shear failure condition along the full sliding surface was generating, it is probable that with some additional cyclic loading, a complete collapse would have occurred.

Figure 4 - Settlement of Building Ib.

COMPENSATED FOUNDATIONS

In this kind of foundation, the weight transmitted by the building to the soil, is partially or totally compensated by the weight of the soil excavated to build the substructure, so that no significant stress increments are induced into the soil. The substructure (Zeevaert, 1972) is generally a hollow monolitnic box constituted by reinforced concrete top and bottom slabs, a perimetral retaining wall and a two-dimensional stiffening grid of beams (Fig 2) Part of the box is often employed as a basement

The causes of poor behavior of these foundations were similar to those for mat foundations. Particularly significant were the instances of previous poor performance due to excessive net pressures transmitted to the soil, which led to large settlements The superposition of excessive vertical stresses, under the bottom of the slab, with high cyclic shear stresses gave rise to substantial permanent strains, which in turn resulted in large settlements and tilting of the building as a whole. An unforeseen concept adding to the problem in most of the cases studied was the infiltration of water into the hollow foundation box eliminating the benefit of the buoyancy effect and reducing the effectiveness of compensation.

Deficient performances were identified for two types of building: a) slender or long buildings with load eccentricity, and b) heavy constructions with large dimensions in plan Two case histories are discussed here as examples of both conditions

Building II. The first case is a school building (Fig.5), a long reinforced concrete structure with partially compensated foundation. The supporting soil is a very soft clay; no surficial fill exists in the area. The average applied net pressure was 25 kPa with a uniform distribution along the building, except at the Western end where two cisterns containing 150 kN of water each one, water tanks in the roof and the services area were applying an additional vertical stress of about 30 kPa; this condition was producing transversal as well as longitudinal eccentricities.

No information could be obtained regarding the performance prior to the 1985 earthquake. After this event, significative differential settlements and North-Westwards tilting were appreciated. In the transversal direction, a differential settlement of 0.53 m was measured in the West, and of 0.32 m in the East; in the longitudinal direction, survey leveling gave a differential settlement of 0.26 m. The maximum tilting in the North-Western corner was 0.39 m (2.9%). When the building was demolished, the rotation of the foundation box around the longitudinal axis with respect to the nearly horizontal street, could be clearly seen, as shown in Fig. 6.

Although the safety factor against shear failure under permanent uniform loads was almost 3, the foreseeable settlement of about 0.6 m should have led to reject the kind of foundation adopted. Likewise, the analysis of this case shows that the compensation in terms of global loads is not always convenient, inasmuch as eccentric loads on the slab cannot be considered properly.

Building III. The following case is related to an apartment building which covers an area of 750 m^2, (Fig. 7). The structure consists of reinforced concrete beams and columns, combined with a system of confined-masonry, load-bearing walls. Its foundation box compensates partially the weight of the building; the net average pressure on the slab was 33 kPa.

The surficial fill in the area is only 1 m thick. The underlying very soft clay was investigated down to 28 m by SPT. N-values were 1 or 2 and at certain depths the SPT sampler penetrated under its own weight.

The building was built in 1971, but two years later an open trench was excavated along the streets on the West and South sides, in order to lay a large diameter sewer. A pumping system was implemented and apparently operated for a long time interval, lowering the water table down to 3 m.

Through careful inspection, it was determined that the movements prior to the 1985 earthquakes in the South-Western corner were as follows: settlement of 0.4 m and tilting with components of 0.2 m to the West and 0.1 m to the South. Few weeks after the earthquake, additional tilting in the same corner was measured, 0.19 m to the West and 0.1 m to the South. The maximum settlement was 0.93 m of which 0.53 m occurred during the earthquake. Looking to the contours of equal settlement in Fig. 7, it is interesting to note the movement of the foundation and structure as a whole in the same manner as in the Building II case. Considering the compressibility characteristics of the supporting subsoil, a long term

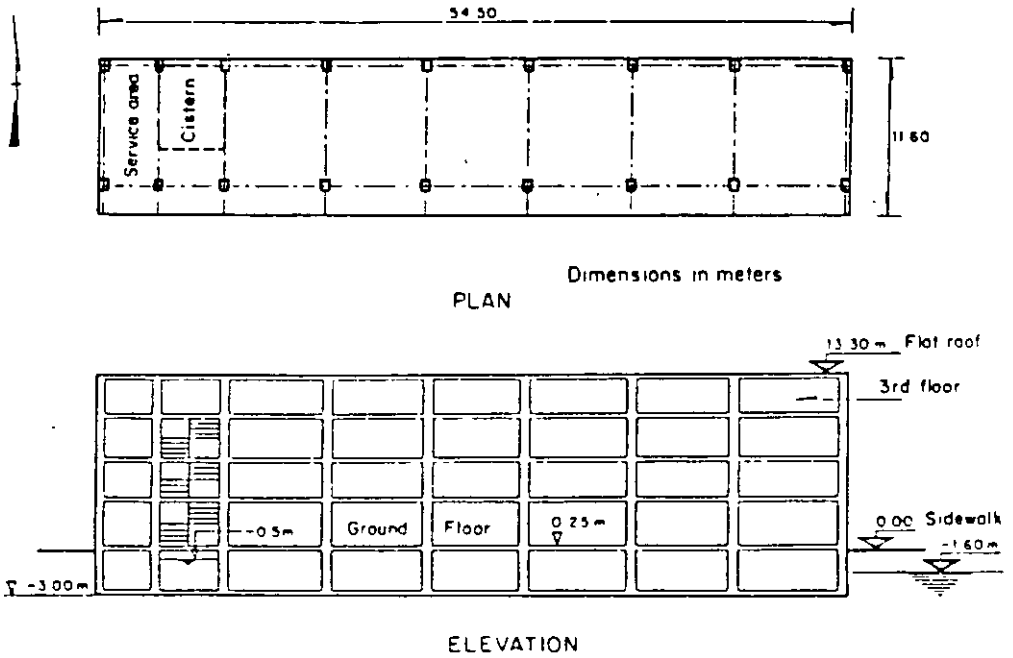
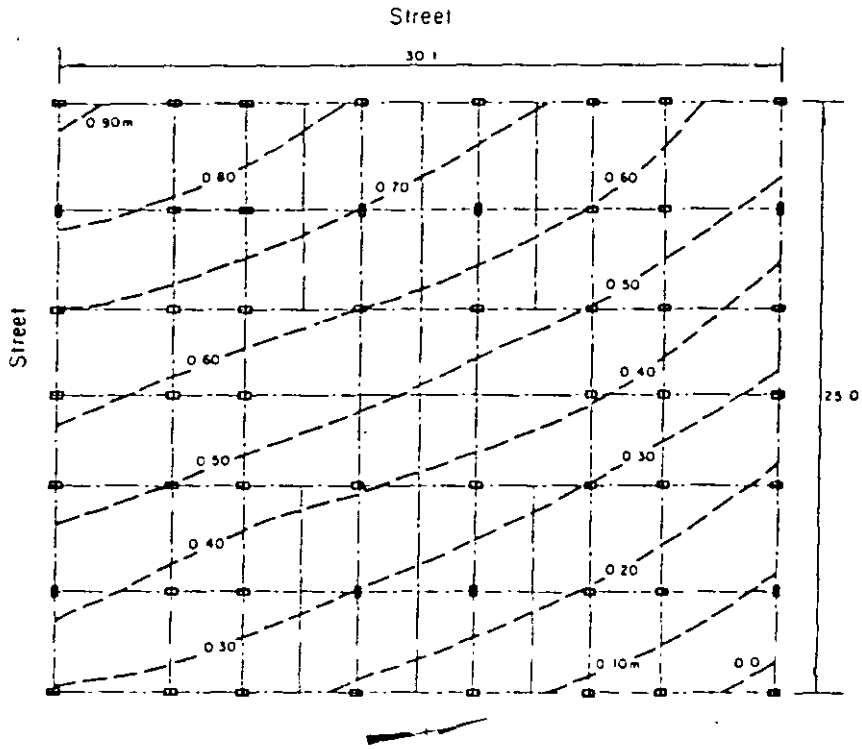


Figure 5 - Plan and elevation of school Building II with a partially compensated foundation

Figure 6 - View of the foundation box of Building II during its demolition

settlement of 0.55 m would be expected; the a posteriori analysis of bearing capacity gives a safety factor of 2.1 under static loads. The above values would not be acceptable by current engineering practice in the city.



Note. Dimensions and settlements in meters

Figure 7 - Plan and outline of settlements of Building III on partially compensated foundation

The foundation slab applied a high net static pressure on a large area, inducing substantial settlements. It is likely that the pumping increased the settlement at the corner of the building and propitiated the tilting. The seismic action produced cyclic stress increments, the highest at the edge of the foundation box, which, added to the permanent ones, led to shear stress levels close to the strength of the supporting subsoil and produced accumulative permanent deformations.

END-BEARING PILES FOUNDATIONS

This kind of foundation has been commonly used for heavy buildings for which spread or compensated foundations are not suitable. Through the time and due to the regional subsidence, an apparent emersion of the building usually occurs. The performance of these building foundations during the 1985 earthquake was in general satisfactory, however, some cases of structural damages to the piles and possible punching of the hard supporting

layer by the piles have been reported (Auvinet and Mendoza, 1986, Ovando et al, 1988).

FOUNDATIONS ON FRICTION PILES

For medium-heigth (5 to 15 stories) buildings for which compensation effect is not sufficient to carry the construction weight, use of friction piles has become common. The buildings with this type of foundation have been typically long-period frame structures. Foundations on friction piles were the most affected during the 1985 earthquake Sudden differential settlements with the consequential tilting, and even a general failure were observed

As a matter of fact, many uncertainties about the true performance of these foundations under seismic actions are still debated. Some of the obscure aspects of their behavior are the eventual deterioration of adherence between piles and subsoil under cyclic loading, possibly compensated by an increase in axial capacity of piles under dynamic loading (Bea, 1980), and the load transfer mechanism between piles and foundation slab under seismic conditions, among other factors. As a consequence of this situation, discrepant opinions were expressed, and a conservative criterion had to be adopted in the 1987 Building Code. A review of the present knowledge on the matter, as well as a discussion of design methods for friction pile foundations and their implications have been presented elsewhere (Auvinet and Mendoza, 1987).

As in the case of partially compensated foundations, two forms of deficient behavior can be identified: a) sudden settlement of heavy buildings, with large dimensions in plan, and b) permanent tilting, including one case of rigid body collapse, associated to overturning of slender structure and/or eccentrically loaded foundations. Two case histories exemplifying each condition are documented in what follows.

Building IV. This office building has large dimensions in plan (620 m^2) and is a reinforced concrete structure built around 1980, with waffle slabs and rectangular columns It is founded on a concrete box lying at a depth of 2.3 m (Fig 8) and on 70 circular piles, 28 m long and with different diameters (0 3 to 0.6 m). Rigidity of the foundation slab was increased by a grid of beam casted in open trenches below the slab level.

SPT investigations performed before construction indicate that the upper clayey deposits have a very low shear strength, with the sampler and the drilling bars penetrating under their own weight at depths of 6 and 8.5 m, natural water contents vary from 250 to 350 %. CPT investigations carried out after the earthquake confirmed the low shear strength values (Fig 9)

The sum of permanent and estimated variable (live) loads correspond to an average pressure of 131 kPa, with a maximum value of 176 kPa at the edge of the raft foundation. No precise information on the performance of the building before the earthquake was available, but according to neighbors, it did not show any appreciable tilting. The estimated settlement prior to the 1985 earthquake is 0.25 m, on the street side (facade).

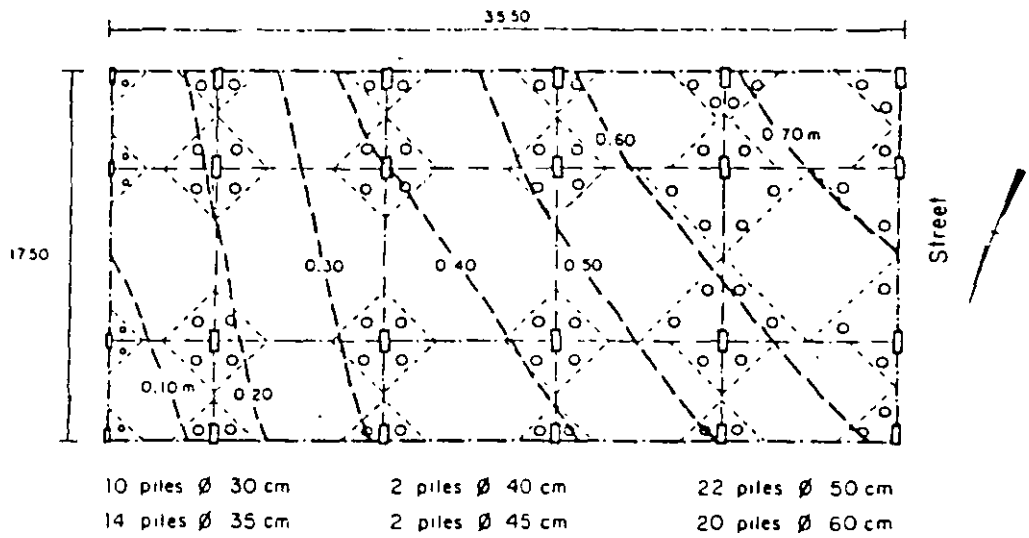


Figure 8 - Foundation plan and outline of settlements of Building IV.

After the earthquake, tilting components of 0.78 m in the transversal direction and 1.1 m in the longitudinal one were measured, which induced a South-Westernwards tilting of 3.3 %. Lines of equal settlement are presented in Fig 8. The maximum settlement (0.78 m) was measured in the SW-corner, the sudden settlement in that point was 0.5 m. The superstructure suffered very severe damages including failures or large plastic deformations of concrete columns.

Adding the capacity of the slab and the adherence along the total length of the piles, and taking into account the compensation effect due to the soil excavated, a safety factor against shear failure of 2.2 is obtained. The computed long term settlement (Resendiz and Auvinet, 1973) was 0.48 m.

This case shows that a high average pressure under static loads at the level of the slab foundation, induces a pre-earthquake stress state close to the yielding point of the supporting subsoil, this condition propitiates the occurrence of permanent deformations under seismic cyclic shear stresses. A decisive factor in the performance of buildings, was the presence at the edge of the foundation of a lesser amount of smaller piles. Higher pressures generally occur at the edge of the foundation not only under seismic conditions, but also under permanent loads, due to the stiffness of the box.

Building V. This corner structure covered a small and irregular area of 160 m^2 (Fig 11); the superstructure consisted of reinforced concrete beams

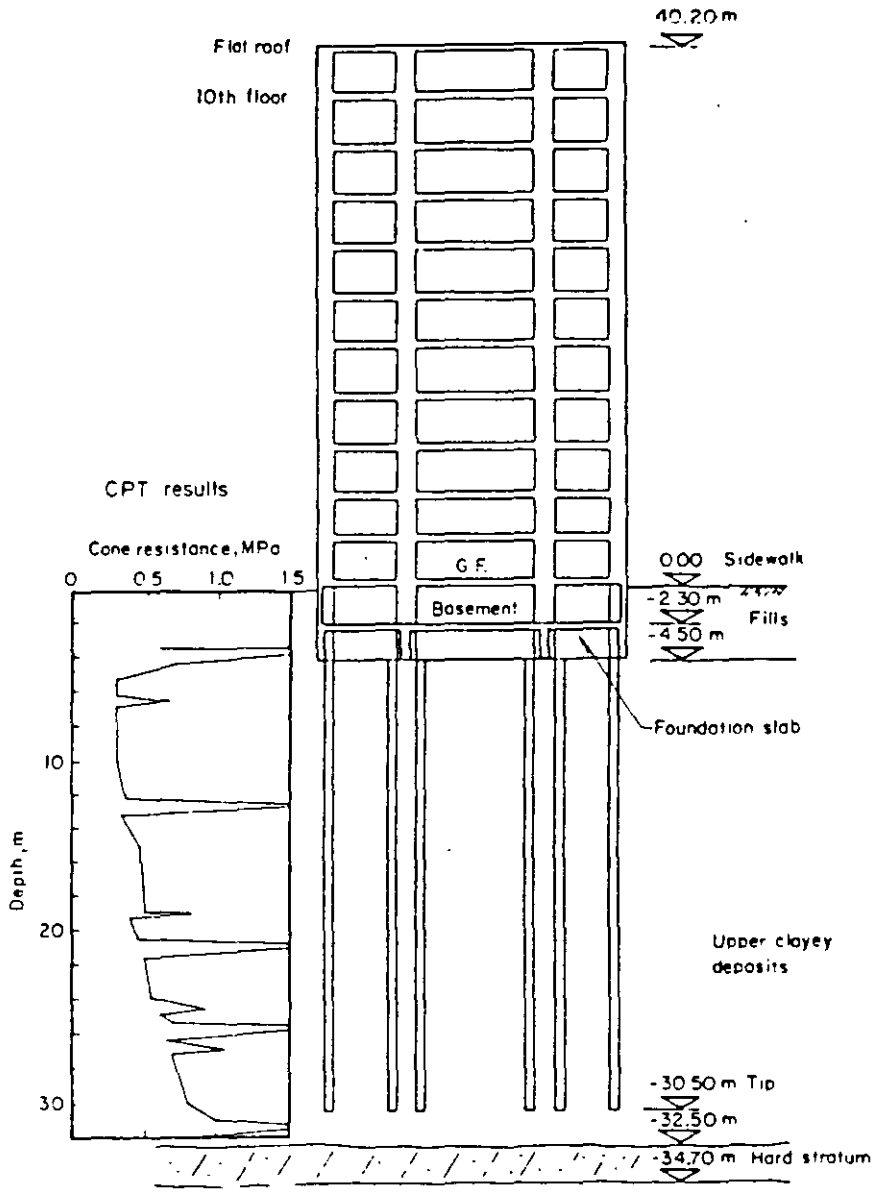


Figure 9 - Elevation of the Building IV including foundation and geotechnical conditions.

and columns, combined with confined-masonry load-bearing walls. Its foundation was of the mixed type, with a partially compensating foundation box and friction piles (Figs 10 and 11). Precast pile segments were jacked into the soil; these ones were linked through a central hole, 0.12 m in diameter, wherein a mortar was casted with 3 # 5 reinforcement bars.

The average pressure at the foundation level was 144 kPa. An eccentricity of 1.4 m existed between the centroid of gravitational loads and that of pile heads. No data on the performance of the building before the earthquake could be obtained. During the earthquake, the superstructure and its foundation as a whole collapsed totally by overturning and fell towards an adjacent street in the North-West direction (Fig 12). Part of the foundation box was displayed over the ground surface, as well as several piles, with their head still connected to the foundation box

With the same considerations adopted for the analysis of Building IV, a safety factor of 1.7 is obtained for permanent loading. Considering the overturning moment given by a modal analysis and the seismic coefficients of the 1976 Building Code, the safety factor is 1.0. These analyses show that a low or null margin of safety under seismic conditions existed. Moreover, the irregular shape of the building in plan led to the existence of an oblique axis with maximum sensitiveness to overturning moment. Casually, the direction of the maximum horizontal acceleration recorded at SCT, at a distance of 2.5 km, practically coincides with the perpendicular to this axis; this factor may have contributed to the collapse.

It can be considered that the short piles of this foundation were working at their limit capacity under static conditions, and that a significant contact pressure existed at the slab level The increasing plastic deformations of the soil induced by the seismic cyclic stresses led in turn to higher overturning moments at the base of this slender structure by p-ô effect, until the bearing capacity of the foundation slab was overcome, the contribution to the overturning capacity of the lateral reactions on the walls of the substructure was probably negligible due to its shallow depth.

It is important to note that it was not necessary to include in the analysis any consideration about a possible degradation of the adherence between piles and soil under cyclic loading to explain the failure. The importance of adherence degradation was probably overemphasized in some evaluations published after the earthquake

SPECIAL FOUNDATION SYSTEMS

Several special foundation systems are widely used in Mexico City (Fig 2), the most common being probably the "control piles" equipped with a device which allows to regulate the movement of the building with respect to the surrounding area In several instances, these devices were severely damaged or collapsed. The design of some of these systems should be revised to ensure that they can resist transient vertical loading and shear forces during earthquakes. To be reliable such systems should also be maintenance-free.

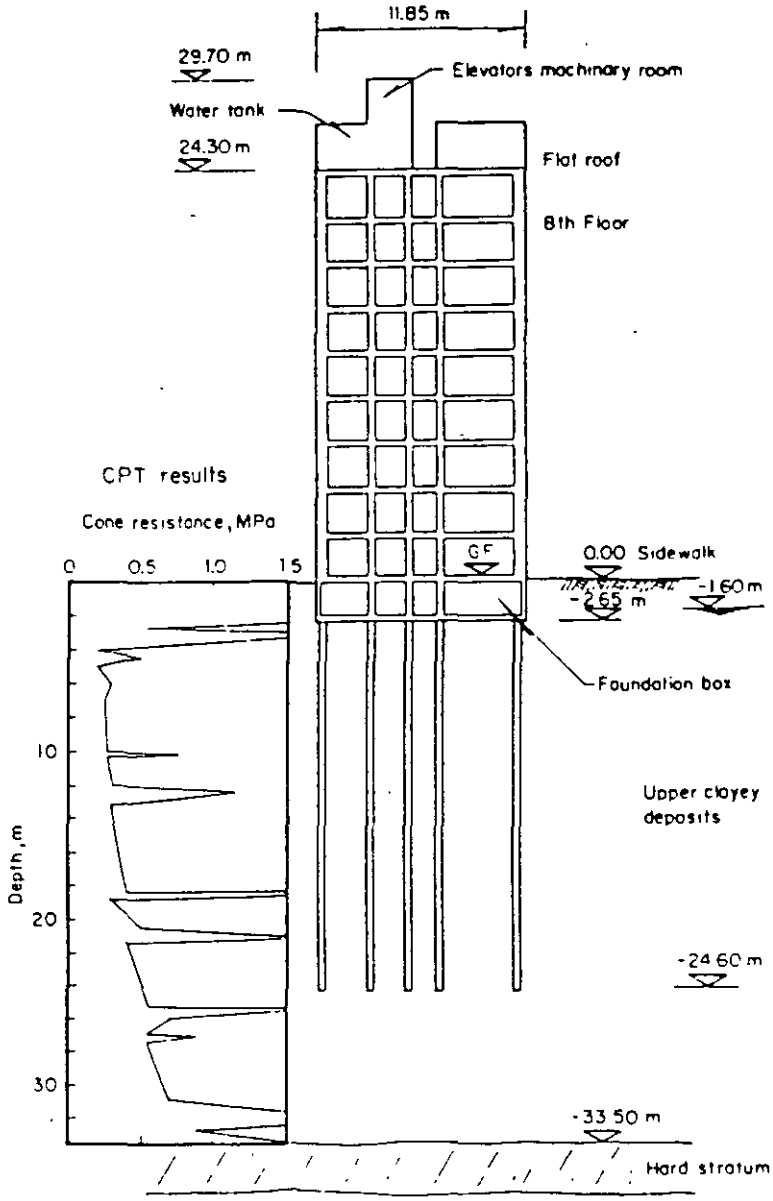


Figure 10 - Elevation of the Building V including foundation and geotechnical conditions

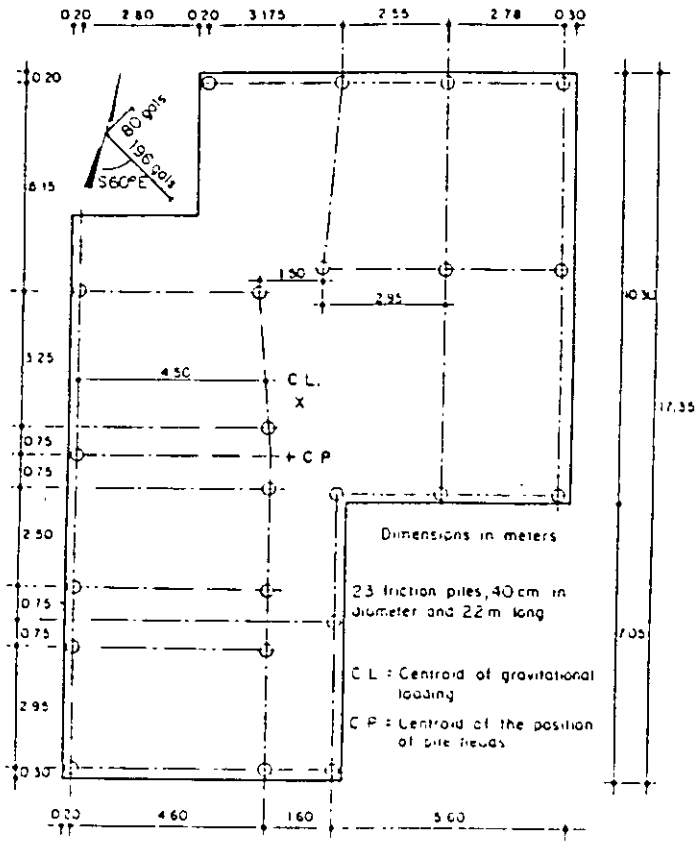


Figure 11 - Foundation plan of Building V.

Figure 12 - View of collapsed Building V.

Problems encountered with other kind of special foundations such as penetrating or overlapping piles were similar to those discussed for friction piles.

FINAL REMARKS

From 330 to 757 buildings (according to different sources) were seriously damaged or collapsed during the 1985 earthquake. In regard to the population of damaged constructions surveyed by the Institute of Engineering of the National University of Mexico immediately after the earthquake, 13 % were attributed to unsatisfactory foundation performance, moreover, approximately 13.5 % of all 9 to 12 stories buildings, most of them on friction piles, were severely damaged in the central sector of the city (Mendoza and Prince, 1986) and 40 % of the total of damaged structures involved failure of one or more of their upper stories (in many cases due to pounding between adjacent structures). The contribution of foundation rocking caused by soil-structure interaction to these damages was probably important; the need to study how the deformations of foundations can affect the overall system response is obvious. Preliminary considerations point out (Reséndiz and Roesset, 1987) that soil-structure interaction could influence significantly the dynamic response of buildings, particularly in the range of 7 to 15 stories The present Building Code emphazises the assessment of safety conditions and movements of foundations under seismic loading Existing analytical procedures should be improved, and simple methods based on the analysis of the interaction developed.

CONCLUSIONS

Inappropriate foundation design from the static point of view leads to low safety factors, large deformations, and stress states close to yielding conditions in the supporting soil. Most of the instances of ill behavior of building foundations in Mexico City during the September 19, 1985 earthquake presented this condition, which propitiated the generation of permanent deformations under the earthquake induced high cyclic shear stress increments

The main factors associated to inadequate behaviour were accordingly: a) high static pressure applied by the bearing foundation slab to the soil; this factor was specially critical for buildings with large dimensions in plan; b) intrinsic or generated eccentricities c) shape in plan of the foundation, which defines axes with less resistance to overturning moments; d) stiffness of box or raft foundations, which leads to stress concentrations in their edges; e) shallow depth of the foundation, which reduces the contribution of substructure walls reactions to the overall capacity of the foundation, and f) reduced number and length of friction piles, which cannot contribute significantly to the bearing capacity of the foundation under dynamic loading

Foundations applying net static contact pressures higher than 25 kPa at the slab level should be reviewed carefully, considering its area, shape and eccentricities, as well as the compressibility and shear strength properties

of the subsoil. The contact pressures should be estimated conservatively taking into account possible variations of the piezometric conditions, and even in the permanent and live loads. An explicit evaluation of the design reliability should be performed. A common denominator in many cases of poor behavior of building foundations during the 1985 earthquake, was non-compliance with design criteria and regulations generally accepted. Most of them had already shown ill performance under static loads.

The earthquake has shown the need to substantially improve the present knowledge about the behavior of foundations, mainly those including friction piles, subjected to seismic actions. Additional research effort should be dedicated to a) develop analytical procedures to evaluate foundation movements induced by seismic loading, b) study the behavior of soft clay subjected to cyclic stresses, valuable information on this aspect (Jaime, 1988) has recently been published, and c) assess the degradation of adherence in friction piles under seismic loading, but also the increase of capacity due to the high loading rate. Moreover, instrumentation of specific building foundations should also contribute to a better understanding of foundations behavior.

ACKNOWLEDGEMENTS

The study in which this paper is based was supported by DDF (Departamento del Distrito Federal). Some valuable information was provided by Mr. Carlos Aguilar. The authors gratefully acknowledge comments by M. J. Romo and E. Ovando-Shelley.

REFERENCES

Auvinet, G. and Mendoza, M. J., 1986, "Comportamiento de Diversos Tipos de Cimentacion en la Zona Lacustre de la Ciudad de Mexico Durante el Sismo del 19 de Septiembre de 1985", Proceedings, Symposium "Los Sismos de 1985. Casos de Mecanica de suelos", Sociedad Mexicana de Mecanica de Suelos, Mexico

Auvinet, G. and Mendoza, M. J., 1987, "Consideraciones Respecto al Diseño de Cimentaciones sobre Pilotes de Friccion en Zonas Sismicas", Proceedings, VII Congreso Nacional de Ingenieria Sismica, pp C-233, Queretaro, Mexico

Bea, R. G., 1980, "Dynamic Response of Piles in Offshore Platforms", Dynamic Response of Piles Foundations-Analytical Aspects, ASCE National Convention, Hollywood Fl, pp 80-109.

Building Code and Complementary Technical Norms for the Design and Construction of Foundations, 1976 and 1987, "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y Normas Complementarias para el Diseño y Construccion de Cimentaciones", Official Diary, D.F., Mexico.

Iglesias, J., 1987, "Zonificación Sismica de la Ciudad de Mexico", Proceedings, VII Congreso Nacional de Ingenieria Sismica, pp B-127 a B-141, Queretaro, Mexico

Jaime, A., 1988, "Comportamiento Dinamico de las Arcillas del Valle de Mexico", Doctoral Thesis, Facultad de Ingenieria-UNAM

Marsal, R. J. and Mazari, M , 1969, "The Subsoil of Mexico City", Universidad Nacional Autónoma de Mexico, 2nd ed.

Mena, E., Carmona, C., Delgado, R. et al , 1986, "Catálogo de Acelerogramas Procesados del Sismo del 19 de Septiembre de 1985 Parte I: Ciudad de México", Series del Instituto de Ingenieria-UNAM, No 497, Mexico

Mendoza, M. J. and Prince, J , 1986, "Preliminary Report on the Earthquake of September 19, 1985, and its Effects on Structures and Foundations in Mexico City", Geotechnical News, Vol. 4, No 1, pp 20-29, Vancouver, Canada

Mendoza, M J. and Auvinet, G. , 1987, "Comportamiento de Cimentaciones de Edificios en la Ciudad de México durante el Sismo del 19 de Septiembre de 1985", Report from I de I-UNAM to DDF, Mexico

Ovando, E , Mendoza, M J. and Romo, M P. ,1988, "Deformability of Mexico City Hard Deposits under Cyclic Loading", Earthquake Spectra, this issue

Resendiz, D and Auvinet , 1973, "Analysis of Pile Foundations in Consolidating Soils", Proc 8th ICSMFE, Vol 3, Moscow, pp 211-218

Romo, M. P. and Seed, H. B. , 1986, "Analytical Modelling of Dynamic Soil Response in the Mexico Earthquake of Sept. 19, 1985", Proc of the Int Conf on the Mexico Earthquake-1985, Mexico City, ASCE, pp 148-162.

Romo, M P , Jaime, A and Resendiz, N. , 1988, "Soil Characteristics and Clay Properties in the Valley of Mexico", Earthquake Spectra, this issue

Seed, H B. , 1987, "Influence of Local Soil Conditions on Ground Motions and Building Damage during Earthquake", 8th Nabor Carrillo Lecture, Sociedad Mexicana de mecanica de Suelos, Mexico

Zeevaert, L. , 1972, "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold, New York.

III-4 SEISMIC BEHAVIOR OF FOUNDATIONS ON COHESIVE SOFT SOILS

Miguel P. Romo*, Gabriel Auvinet*

III-4.1 Introduction

In the design of buildings founded on cohesive soft soils, careful attention must be given to the possibility of large deformations and, in some cases, of shear failure of the soil. This problem is still more challenging when occurrence of large earthquakes in the area must also be taken into account.

To ensure construction safety in such areas, knowledge of the static and dynamic behavior of foundations on soft soils must be continuously improved through direct observation, instrumentation, field and laboratory tests, and development of new modelling techniques. In this chapter, a brief review of the present situation on this matter is discussed, based principally on the experience obtained in Mexico City.

III-4.2 Observed seismic behavior of foundations on soft soils

The september 19, 1985 Mexico City earthquake (8.1 on Richter scale) provided a unique opportunity to observe the behavior of foundations on soft soils in extreme conditions [III-4.1]. Design and construction of foundations in the lacustrine soft clays of Mexico City pose extremely difficult geotechnical problems due to the low shear strength and high compressibility of these materials, the regional subsidence of the valley, and the frequent occurrence of strong earthquakes. Depending on weight and dimensions of the buildings, different foundation systems or combination of systems are commonly used (Fig. III-4.1). It was possible to assess the vulnerability of these systems after the 1985 event. Of the surveyed population of damaged constructions, 13% were attributed to unsatisfactory foundation performance.

III-4.2.1 SHALLOW FOUNDATIONS

The behavior of shallow footings during the 1985 earthquake was generally satisfactory, with the exception of those cases with obvious constructive

*Instituto de Ingeniería, UNAM, Mexico

341

59

deficiencies and/or strong interaction with contiguous large building foundations.

Several constructions on shallow mat foundations exhibited very large non-uniform settlements leading to tilting of the structure, and in some cases, incipient general shear failure. Deficient behavior of these foundations was related to previous problems due to high contact pressure on the soil under permanent loads, load eccentricities, soil heterogeneities, and, in some cases, to water pumping in nearby excavations. The superposition of high sustained shear stresses under the slab with cyclic shear stresses, induced permanent strains that resulted in large settlements and tilting of the building. Laboratory tests simulating these loading conditions (III-4 3.1 2) support this interpretation. Figure III-4 2 corresponds to a heavy, superficially founded building with an estimated settlement of 0.65 m before the earthquake. The total maximum settlement and tilting measured after the earthquake were respectively 1.57 m and 5.2 %

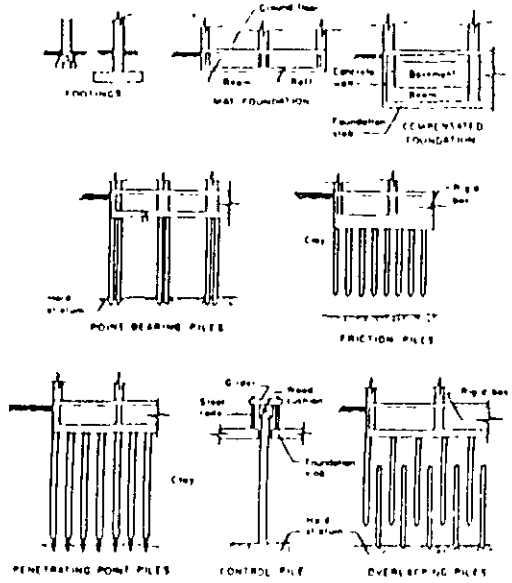


Fig. III-4.1. Foundation systems commonly used in soft soils

III-4.2.2 COMPENSATED FOUNDATIONS

The load transmitted by the building to the foundation can be partially or totally compensated by the weight of the excavated soil, so that no significant stress increments are induced into the soil.

Deficient performances of some of the box-type foundations based on this principle were observed in two types of buildings: heavy constructions, with large dimensions in plan, and slender buildings with load eccentricity. Poor performance could often be traced to partial compensation and excessive net pressures transmitted to the soil, leading to large settlements in static conditions. Infiltration of water into the foundation box eliminated in many cases the benefit of the buoyancy effect, reducing the effectiveness of compensation.

The compensation solution appeared ill-adapted to slender buildings submitted to seismic loading, as illustrated by figure III-4.3. This 9-story building with dimensions of 13 x 40 m in plan rested on a partially compensated foundation at a depth of 3.8 m. Load eccentricity, probably associated to front balconies, led to differential settlements which increased dramatically during the earthquake due to the combined effect of static and dynamic overturning moments. The maximum measured settlement was 1.21 m.

Fig. III-4.2: Earthquake induced tilt and settlement of a building on a mat foundation

Fig. III-4.3: Earthquake induced tilt and settlement of a building on a partially compensated foundation

III-4.2.3 END-BEARING PILE FOUNDATIONS

Heavy buildings are commonly supported by precast or cast-in-place piles anchored in a hard layer at a depth of about 30 m. Due to the regional subsidence, an apparent emersion of the building usually occurs. The seismic performance of these foundations was in general satisfactory, however, cases of structural damage to perimetral piles due to overturning moments (Fig. III-4.4) and possible punching of the hard supporting layer by the piles have been reported [III-4.2, III-4.3]

Fig. III-4.4: Structural damage suffered by end-bearing piles

III-4.2.4 FOUNDATIONS ON FRICTION PILES

Friction piles are frequently used as a complement to compensated foundations to reduce settlements (design in terms of deformations). Not so often, friction piles are used as the primary foundation system (design in terms of bearing capacity; [III-4.4]). Foundations on friction piles designed according to the former philosophy were the most affected during the earthquake. About 13.5 % of all 9 to 12 [illegible] buildings, most of them on friction piles, were severely damaged in the central sector of the city [III-4.5].

Again, two forms of deficient behavior could be identified: settlement of heavy buildings, with large dimensions in plan, and permanent tilting, including one case of rigid body collapse, associated to overturning of slender or eccentrically loaded structures.

The latter situation is illustrated in figure III-4.5. This structure covered an irregular area of 160 m^2. Its foundation consisted of a rigid box and friction piles jacked into the soil. The average pressure at the foundation level was 144 kPa. An eccentricity of 1.4 m existed between the centroid of gravitational loads and that of pile heads. The superstructure and its foundation as a whole collapsed totally by overturning. Part of the foundation box was exposed over the ground surface, as well as several piles still connected to the foundation box. The analyses showed that the irregular shape of the building in plan led to the existance of an oblique axis with minimum capacity to resist overturning moments. Coincidentally, the direction of the maximum horizontal acceleration measured in the nearest station at a distance of 2.5 km, practically coincides with the perpendicular to this axis; this factor may have contributed to the collapse. The increasing plastic deformations of the soil induced by the seismic cyclic stresses led in turn to higher overturning moments at the base of this slender structure by P - δ effect, until the bearing capacity of the foundation slab was overcome; the contribution to the overturning capacity of the lateral reactions on the walls of the substructure was probably negligible due to its shallow depth (2.5 m). Degradation of the soil undrained strength due to cyclic loading (III-4.3.1.4) may have been a factor but it was not necessary to take it into account to explain the foundation collapse.

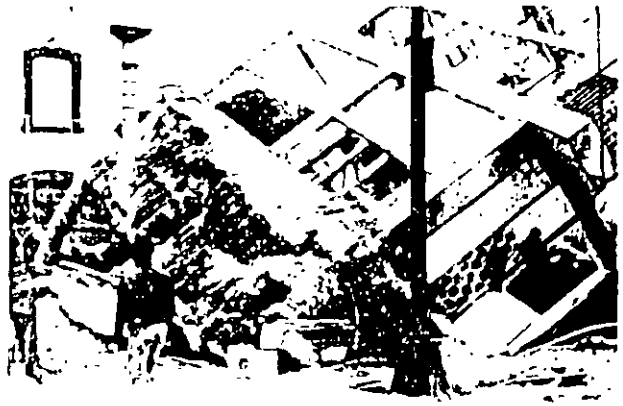


Fig. III-4.5: Collapse of a building on friction piles

III-4.2.5 SPECIAL FOUNDATION SYSTEMS

Several special foundation systems are widely used in Mexico City (Fig. III-4.1), the most common being probably the "control" piles equipped with a device that allows regulation of the building movements with respect to the surrounding area. In several instances, these devices were severely damaged or collapsed. The design of some of these systems should be revised to ensure that they can resist

transient vertical loading and shear forces during earthquakes. To be reliable, such systems should also be maintenance-free. Problems encountered with other kinds of special foundations such as penetrating or overlapping piles were similar to those discussed for friction piles

III-4.3 Elements for seismic analysis of foundations on cohesive soft soils

III-4.3.1 DYNAMIC BEHAVIOR OF SOFT CLAY

III-4.3.1.1 Shear modulus attenuation curves

Experimental investigations show that the dynamic response of clays strongly depends on the strain level induced. At low deformations, the response is relatively linear, the clay has low capacity to dissipate energy and degradation with the number of stress cycle applications is negligible. For large deformations, the response is strongly non-linear, damping increases notably and stiffness degradation may be important.

The threshold shear strain between linear and non-linear behavior of clays varies from 0.001 to 0.5% depending on clay characteristics. It has been shown [III-4.6] that of all factors that affect the degree of non-linearity of clay behavior, the most important appears to be the plasticity index, PI. The threshold strain increases with PI as shown in figure III-4.6a. Curves of normalized shear modulus versus shear strain corresponding to high values of PI, exhibit a wider range of linear behavior. The upper bound seems to be given by the highly plastic clays of Mexico City (PI > 300 %) and the lower bound by clean sand (PI = 0 %). It is possible to establish the following analytical expressions [III-4.7]:

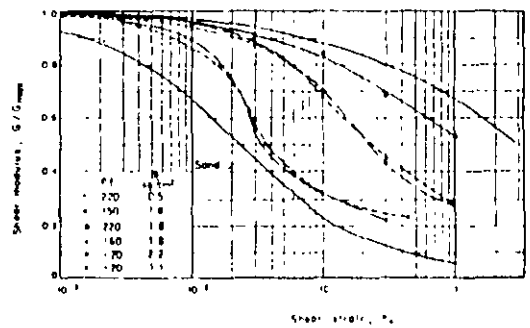
$$G(\gamma) = G_{max} [1 - H(\gamma)] \qquad \text{(III-4.1)}$$

where

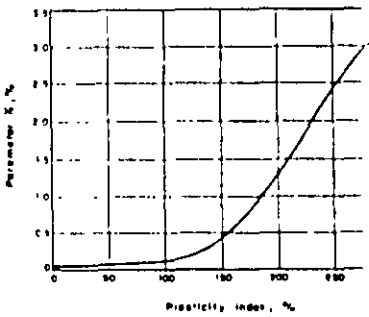
$$H(\gamma) = \left[\frac{(\gamma/\gamma_r)^{2B}}{1 + (\gamma/\gamma_r)^{2B}} \right]^{A} \qquad \text{(III-4.2)}$$

Here G (γ) is the secant shear modulus as a function of γ; γ the shear strain (%); G_{max} the secant shear modulus at low strain levels (10^{-4} %), γ_r a reference strain (%); and A, B are material parameters. In figures III-4.6b-d, experimental values of parameters A and B are expressed in terms of PI.

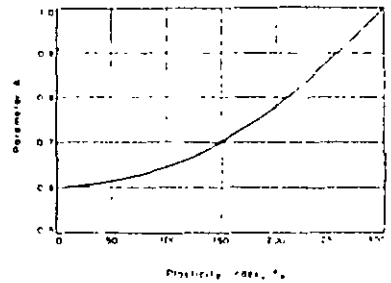
Similarly, for a given shear strain, damping ratios decrease with increasing values of PI, denoting a more linear behavior of the clay.



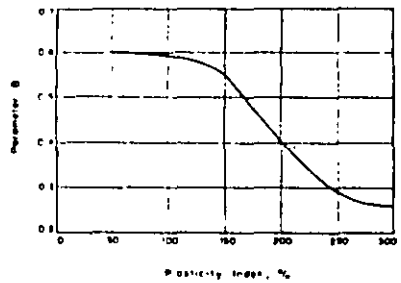
a) Shear modulus curves



b) Model parameter γ_r



c) Model parameter A



d) Model parameter B

Fig. III-4.6: Shear modulus for different PI and model parameters (Eq. III-4.2)

III-4.3.1.2 Residual strains induced by cyclic loading

When a soil sample is dynamically loaded it generally develops a cyclic strain and a residual strain, as depicted in figure III-4.7. Cyclic strains are commonly related to secant shear moduli and damping ratios which are important for response analyses. Permanent strains, on the other hand, allow the determination of earthquake-induced permanent displacements in soil foundations and earth structures

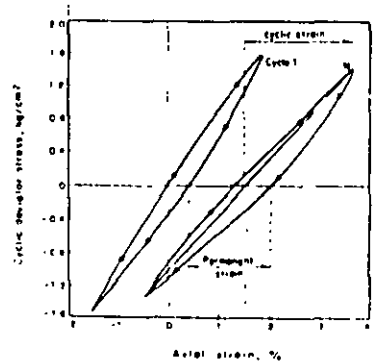


Fig. III-4.7: Strain developed in a clay sample by cyclic loading

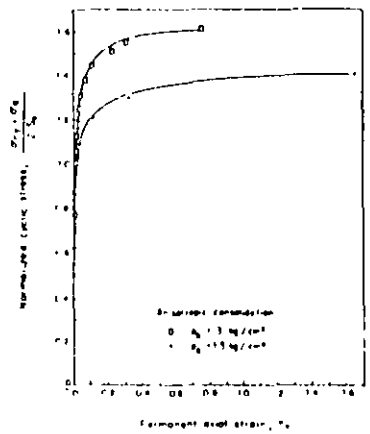


Fig. III-4.8. Residual strains induced by cyclic loading

Figure III-4.8 shows the typical variation of permanent axial strains as a function of the total stress rauo (cyclic plus static stress normalized by the undrained strength) for isotropically and anisotropically normally consolidated Mexico City clays. The general trend of the response may be approximated by the hyperbolic model:

$$\frac{\sigma_{cy} + \sigma_{dc}}{S_u} = \frac{\varepsilon_p}{a_1 + b_1 \varepsilon_p} \qquad \text{(III-4.3)}$$

where σ_{cy} is the cyclic deviator stress; σ_{dc} the consolidation deviator stress; S_u the undrained strength; ε_p the permanent deformation; and a_1, b_1 are parameters. Typical values of the model parameters for Mexico City clays are $a_1 = 0.000158/S_u$ and $b_1 = 0.3$ [illegible] $/S_u$ for isotropic consolidation, and $a_1 = 0.000155/S_u$ and $b_1 = 0.597/S_u$ for anisotropic consolidation.

III-4.3.1.3 Degradation due to cyclic loading

For large amplitude cyclic strains the clay structure degrades continuously causing pore water pressure variations and reduction in stiffness and strength. The shear modulus decreases with the number of cycles according to the following equation [III-4.8]:

$$G_N = G_1 N^t \qquad \text{(III-4.4)}$$

where G_N and G_1 are the shear modulus for the Nth and first cycles, and t is the degradation parameter.

Experimental results show that t depends on the overconsolidation ratio (OCR), strain amplitude, plasticity index and consolidation stress path. For the highly plastic clays of Mexico City [III-4.7] t varies according to $t = 0.0122\ \varepsilon_c$ for isotropic consolidation and $t = 0.0299\ \varepsilon_c$ for anisotropic consolidation, where ε_c is the compressive cyclic strain (axial strain in a cyclic triaxial test).

III-4.3.1.4 Effect of cyclic loading on undrained strength

Pore water pressures developed by dynamic loading may lead to substantial static shear strength reductions. Experimental studies clearly show the existance of a threshold for the cyclic shear stress amplitude (or cyclic shear strain amplitude) below which the effect of cyclic loading on the undrained strength of clays is negligible. For Mexico City clays, the critical cyclic shear stress is about 0.85 S_u, where S_u is the static undrained strength before stress cycles application [III-4.9].

III-4.3.1.5 Dynamic strength

The static strength of saturated clays increases due to dynamic effects upon cyclic loading. Strength envelopes for static and dynamic loading conditions (1Hz) for Mexico City clay are compared in figure III-4.9. It may be seen that M_{td} is larger than M_{ts} depending on consolidation stress path. Thus available shear strength may typically increase by about 30 % for dynamic conditions. These results have practical significance since bearing capacity determinations using static strength parameters may lead to conservative designs for seismic loading.

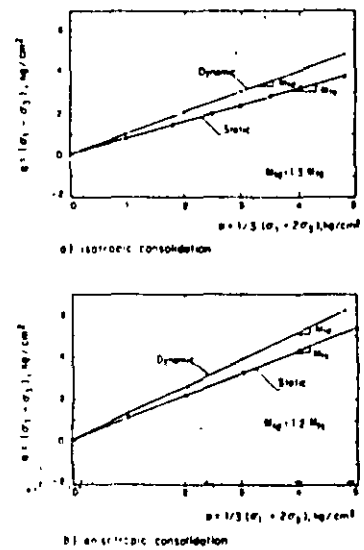


Fig. III-4.9: Failure envelopes for Mexico City clay

III-4.3.2 ANALYSIS OF SITE EFFECTS ON GROUND MOTIONS

The importance of local site effects on ground motion characteristics was demonstrated beyond any doubt during the Mexico City earthquakes. Acceleration response spectra of the motions recorded at different sites throughout the city are compared in figure III-4.10. (These spectra are the average of the two horizontal components recorded at each site.) Profiles of shear wave velocities measured at recording sites are also included to show the differences in stiffness characteristics and thickness of clay deposits. The variability of the ground motions felt throughout Mexico City (Fig. III-4.11) during the seismic event may be readily

seen. Clay deposits (CAO, CAF, SCT) amplified significantly the rock-like motions (CU, VC) and modified appreciably the frequency content of the incoming seismic waves. Within the Texcoco Lake Zone the ground motions were also drastically different high lighting the importance of the effect of small variations in soil profiles on ground motions.

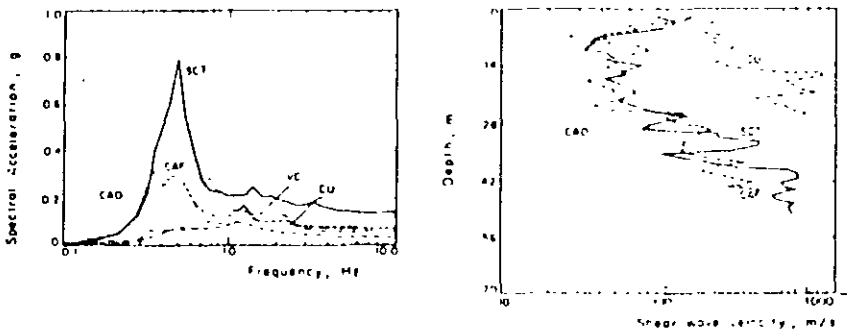


Fig. III-4.10. Response spectra and soil stiffness characteristics at different sites in Mexico City

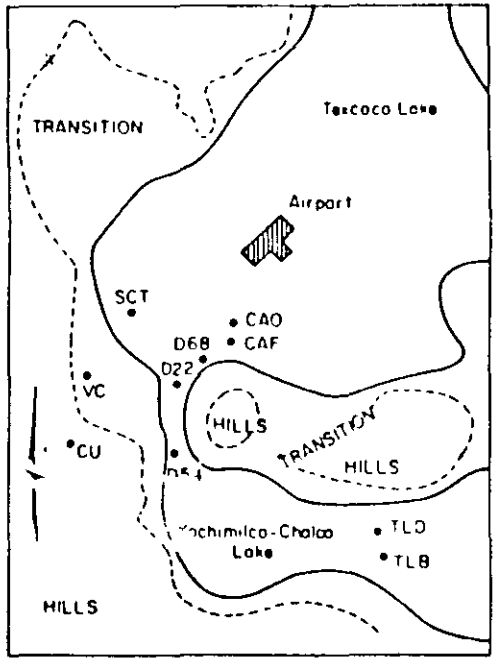
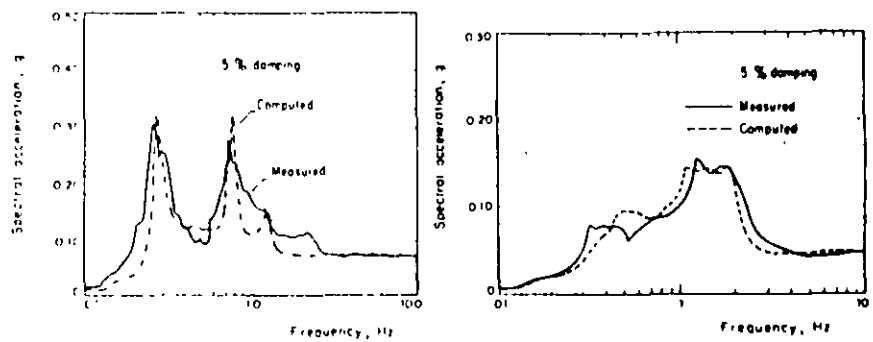
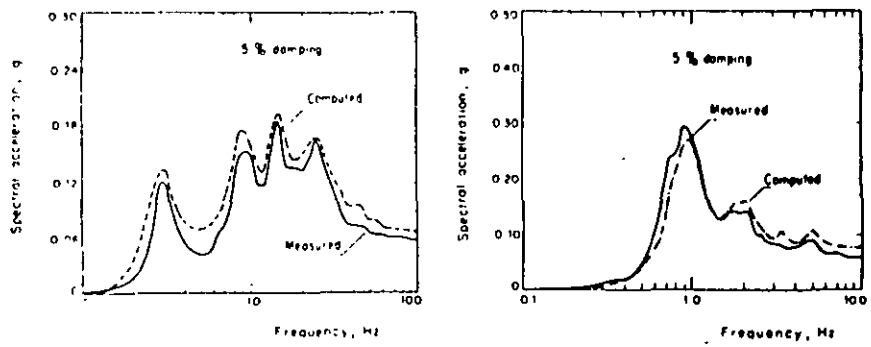


Fig. III-4.11: Geotechnical zoning and strong motion instruments location



a) CAO site. September 19, 1985 earthquake b) VC site. September 19, 1985 earthquake



c) D68 site. February 8, 1988 earthquake d) D54 site. February 8, 1988 earthquake

Fig. III-4.12: Observed and theoretical response spectra at various sites in Mexico City

In figure III-4.12, the theoretical acceleration response spectra are compared with the acceleration response spectra of the motions recorded at different sites within the Lake and Transition Zones during the 1985 and more recent seismic events. The theoretical spectra were computed using a one-dimensional model which considers the seismic environment as a stationary random process defined from the motions recorded at CU site [III-4.10]. The correlation between computed and recorded spectra is remarkably good. Similar results were obtained for 67 additional sites for two recent seismic events. The main reasons why one-dimensional models are capable of reproducing, with a high degree of accuracy, the observed response spectra are the following: a) the soil stratigraphy is nearly horizontal, b) the extension of the clay deposits is more than two orders of

magnitude larger than their thickness, and c) the energy release source, the subduction zone, is more than 300 km away from Mexico City.

It can be concluded that free field motions at specific sites throughout the Valley of Mexico can be predicted with a sufficient degree of confidence for practical applications by means of one-dimensional models

III-4.3.3 SOIL-STRUCTURE INTERACTION ANALYSES

An important aspect of the seismic analysis of structures is the evaluation of the dynamic interaction between the structure and the surrounding soil. For the analyses presented herein the finite element approach was preferred over the half-space theory

III-4.3.3.1 Modelling

The model (Fig III-4.13) includes viscous boundaries on the planar sides of the slice to simulate the propagation of wave energy in the direction perpendicular to the axis of the slice, energy-transmitting boundaries are placed at the lateral boundaries to simulate the dynamic effects of the semi-infinite viscoelastic horizontally layered soil system beyond the finite element region The equation of motion for the structure system is [III-4.11]

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -[m]\ddot{y} - \{V\} + \{F\} - \{T\} \qquad \text{(III-4.5)}$$

where

- [M] = Plane strain mass matrix of a slice of unit thickness
- [K] = Complex plane strain stiffness matrix of a slice of unit thickness
- {u} = Displacements of nodal points relative to rigid base
- {m} = Vector related to [M] and the direction of the rigid base acceleration $\ddot{y}(t)$
- {V} = Forces due to viscous boundaries
- {F} = Forces acting on a vertical plane in the free field
- {T} = Forces related to the energy transmission at lateral boundaries

The equation of motion is solved in the frequency domain using the complex response method Solving the resulting set of linear equations for unitary input motion the complex transfer function, $\{H\}_r$, of the nodes relative displacements is obtained:

$$[K]_r \{U\}_r = \{P\}_r Y_r \qquad \text{(III-4.6)}$$
$$\{H\}_r = [K]_r^{-1}\{P\}_r$$

where $[K]_r$ is a frequency-dependent stiffness matrix and $\{P\}_r$, also frequency-dependent, is the load vector corresponding to unit amplitude of the rigid base motion

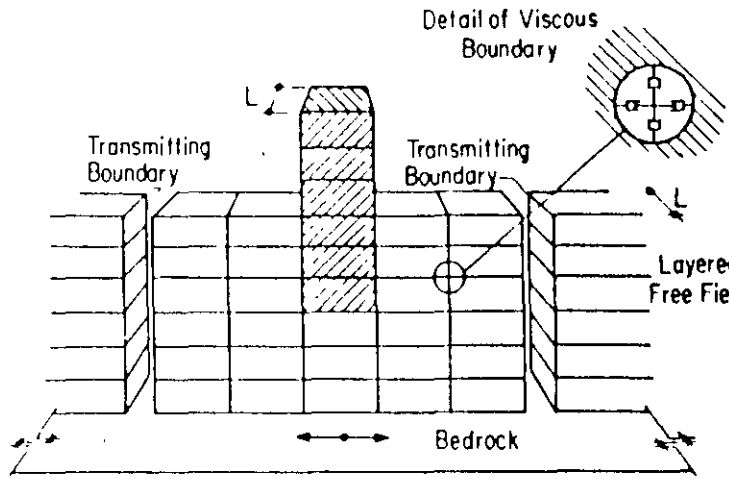


Fig. III-4.13: Soil-structure model

The response of a linear system like the one shown in Fig III-4.13 due to a stationary stochastic excitation can be obtained using the following equation [III-4.10]:

$$P_u^j(\omega_r) = |H_u^j(\omega_r)|^2 P_y(\omega_r) \qquad \text{(III-4.7)}$$

where $H_u^j(\omega_r)$ is a vector containing the complex transfer function of the soil-structure system from the rigid base acceleration to nodal point j displacement; $P_y(\omega_r)$ is a vector containing the power spectral amplitudes of the base rock input motion, and $P_u^j(\omega_r)$ is a vector containing the response power spectral amplitudes of displacements at nodal point j.

The expected maximum response may be evaluated using the solutions for the first-passage problem which are usually presented in the form:

$$S_{T,p} = \gamma_{T,p}\,\sigma \qquad \text{(III-4.8)}$$

where $S_{T,p}$ is the extreme value which has the probability p of not being exceeded within the duration T. The function $\gamma_{T,p}$ is called the "peak factor" and is the basic parameter which has to be determined in the first passage problem In Eq III-4.8, $S_{T,p}$ may represent the peak value of any random variable (i. e. acceleration, stress, etc.) and σ is the root mean square value of the corresponding power spectral function

Using the concepts of extreme value theory and the response of single degree of freedom systems a procedure can be established to evaluate response spectra from power spectra and vice-versa [III-4.10].

III-4.3.3.2 Effect of foundation depth

Free-field movements are modified by the presence of structures by an amount that depends on the differences existing between the masses, rigidities and damping factors of the excavated soil and those of the foundation structure that substitutes it. Furthermore, most foundations are embedded and the ground motions are known to vary with depth.

To evaluate the depth effect on ground motions, it was assumed that the response spectrum of the movements at ground surface corresponds to the spectrum specified in the Mexico City construction code, identified in figure III-4.14 with the symbol CL (free field). By means of the analytical method presented previously, the seismic movements were calculated for different depths thus producing the spectra plotted in figure III-4.14. It can be observed that the movement attenuation is conspicuous for depths of about 10 to 15 m, particularly for frequencies in excess of 0.8 Hz. This result has important practical implications since in principle it could be sufficient to support the foundation at a certain depth in order to diminish the intensity of the dynamic excitation acting on the structure. A rigid foundation should be used so as not to amplify the movements from the foundation elevation towards the ground surface. In figure III-4.15 the effects of foundation depth on maximum ground surface acceleration are shown. It may be seen that the maximum acceleration decreases for larger foundation embedments and that the effect on free field acceleration is greater for deeper foundations.

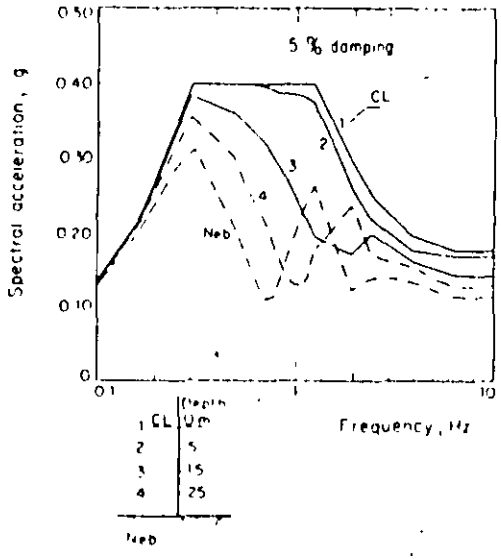


Fig. III-4.14: Variation of spectral acceleration with depth

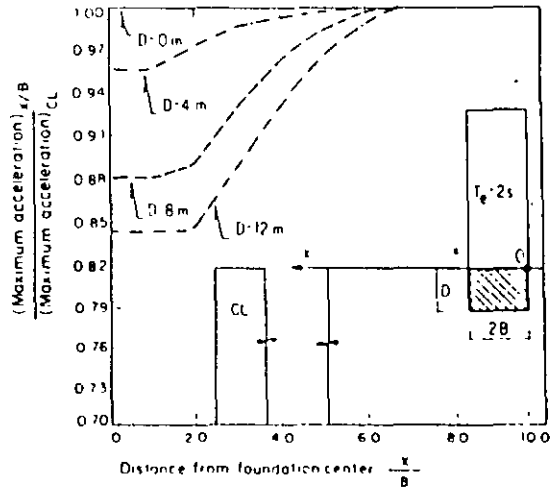


Fig. III-4.15: Effect of depth on ground surface maximum accelerations

III-4.3.3.3 Effect of foundation type

To evaluate the effect of the foundation rigidity on the seismic movements at the base of the structure (at ground surface elevation), the response of a building with a natural frequency of 1Hz was analyzed by means of the finite element method. Two types of foundations were contemplated: one with a box-type caisson at a depth of 2.5 m with 23-m long friction piles , and the other with a 14-m deep rigid box-type foundation . The safety factors against failure by static loading are the same for both foundations The soil deposit is 30-m thick and has an average shear wave velocity equal to 52 m/s. The reference earthquake (movements at the base of the soil deposit in the free field) was considered to be equal to the mean spectrum of the horizontal components of the seismic movements recorded at CU site during the 1985 earthquake. A comparison of the free-field acceleration spectrum with the responses calculated in both soil-structure systems at ground surface and below the structure (point A), is presented in figure III-4.16. These floor spectra include the effect of soil characteristics, dynamic soil properties, soil-structure interaction, and of the structure itself.

Figure III-4.16 shows that the dominant frequency of the soil deposit (0.43 Hz) is not modified by the presence of the structure regardless of the type of foundation, and that the corresponding spectral amplitude is only attenuated by 5 % for the foundation consisting of friction piles and by 12 % for the case of the rigid box. This indicates that the soil-structure interaction is negligible for low frequencies and that for soft soil deposits their dominant frequency is not affected by the presence of a particular structure. However, for higher frequencies the

influence of the rigid foundation is significant, specially for the natural frequency of the structure (1 Hz). The effect of the flexible foundation (shallow box and friction piles) is negligible. These results and further investigations show that the interaction between soil and foundation may affect significantly the intensity of the motions at the structure base. Accordingly, if foundations are designed to suit the particular soil conditions and seismic environment requirements, it is feasible to decrease the cost of the structure without increasing the risk.

In urban zones structure-soil structure interaction develops during earthquake shaking, modifying the free field seismic environment and the floor spectra of buildings considered as isolated. To study this problem an entirely similar approach has been used. Preliminary studies show that motions at building base will be attenuated further due to structure-soil-structure interaction effects in the high frequency range but that they are likely to be increased in the low frequency range.

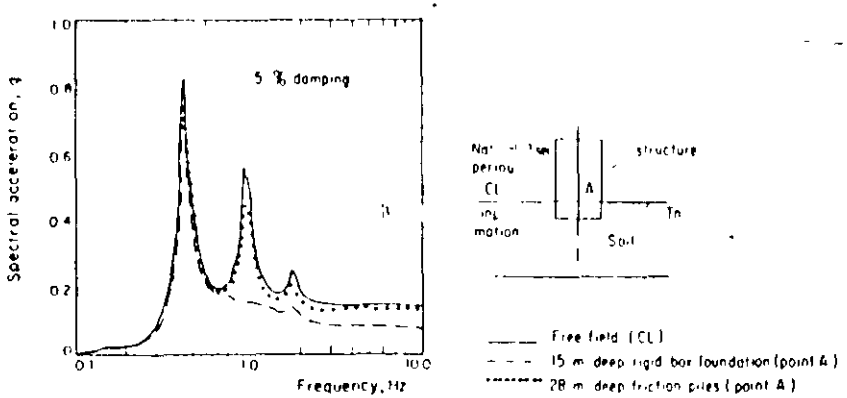


Fig III-4.16 Effect of foundation type on floor response spectra

III-4.4 Foundation design considerations

III-4.4.1 RELIABILITY

The design of foundations in soft soils must be based on accurate estimations of the actions to which the structure will be submitted in static and dynamic conditions. As already pointed out, the unsatisfactory seismic behavior of foundations on soft soils can frequently be traced to overloading in static conditions as a consequence of inadequate design but also of changes in the building use, flooding of the basement, etc. Design should thus take explicitly into

account the uncertainties regarding the static loads acting on the foundation. Uncertainty on the seismic loading of the foundations is still larger, since the design spectrum is often based mainly on engineering judgment taking into account limited statistical information on strong earthquakes characteristics in the area.

It appears then necessary for any foundation analysis and design in difficult subsoils, to perform a reliability evaluation. This can be achieved by using the concept of failure probability, considering both the soil capacity C and the loading D as random variables. The probability of failure (or of excessive deformation) can then be written as:

$$P\,[\text{failure}] = P\,[C < D] = \int_0^{+\infty} \int_0^{d} f_C(c)\, f_D(d)\, \delta c\, \delta d \qquad \text{(III-4.9)}$$

where $f_C(c)$ and $f_D(d)$ are, respectively, the probability densities of capacity and loading. Complement to unity of probability of failure is known as reliability. Calculations based on the above equation show that, in certain conditions, the compensated and friction piles foundations may present a low reliability [III-4.12].

III-4.4.2 DYNAMIC BEARING CAPACITY

It has been proposed that a horizontal inertia force acting on the potential sliding mass of the soil foundation be considered in seismic bearing capacity analyses. If a simplified circular failure surface is assumed, the stability verification can then consist for superficial or compensated foundations, in checking that the following condition is satisfied:

$$F_C W_t - W_c \leq q_l A_R F_R \left(1 - \frac{0.097\, F_C\, a_0\, b\, \gamma}{F_R\, c\, g} \right) \qquad \text{(III-4.10)}$$

where

F_C = Load factor (1.1 in Mexico City code)
F_R = Strength factor (0.7, M.C. code)
W_t = Total gravitational load
W_c = Weight of soil removed to build the foundation
A_r = Foundation area, whose width, d, is reduced by 2e, where e is the load eccentricity due to overturning moment in the analysis direction
q_l = Net failure contact pressure under vertical load
a_o = Maximum ground horizontal acceleration
b = Min (d, 1.2 h, 20 m)
h = Depth from foundation slab to hardpan
c = Average cohesion from slab depth to slab depth + b
γ = Average soil unit weight from slab depth to slab depth + b

ESPECTROS DE RESPUESTA CON EFECTOS DE SITIO E INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

Javier Avilés[1,2], Luis Eduardo Pérez-Rocha[2,3] y Héctor Raúl Aguilar[2]

RESUMEN

Se presenta un procedimiento de aplicación práctica para representar los efectos de la interacción suelo-estructura en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de vibración, teniendo en cuenta los efectos de las condiciones de sitio. Se plantea el concepto de contornos de respuesta con interacción a fin de expresar los efectos de sitio e interacción simultáneamente, en términos del periodo dominante del sitio y el periodo fundamental de la estructura. Se muestra que a partir de estos contornos pueden conocerse los espectros de sitio con interacción.

Para diferentes configuraciones de sitio y estructura típicas del valle de México, se calculan contornos de respuesta con interacción mediante los cuales puede predecirse el escenario de interacción que tendría lugar en el valle de México ante un temblor característico postulado en terreno firme. Con base en los resultados numéricos, se evalúan los efectos de interacción en la respuesta estructural debidos a la influencia de los parámetros más importantes del problema de interacción, tales como la profundidad del depósito de suelo, el enterramiento de la cimentación y la esbeltez de la estructura.

ABSTRACT

A procedure of practical application is presented for representing the effects of the soil-structure interaction on the period and damping of

[1] Instituto de Investigaciones Eléctricas

[2] Centro de Investigación Sísmica AC, FJBS

[3] Facultad de Ingeniería, UNAM

Calculations show that, for typical Mexico City conditions, compliance with the above equation leads to a reduction of bearing capacity by less than 10 %. This reduction is overridden by the increase in undrained strength for dynamic conditions [III-4.3.1.5].

Bibliography

[III-4.1] Auvinet G. and M. J. Mendoza (1986). "Comportamiento de diversos tipos de cimentación en la zona lacustre de la Ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre de 1985", *Proceedings, Symposium: "Los Sismos de 1985. Casos de Mecánica de Suelos"*, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.

[III-4.2] Mendoza M. and G. Auvinet (1988). "The Mexico Earthquake of September 19, 1985 - Behavior of Building Foundations in Mexico City", *Earthquake Spectra*, **4.4**, p. 835-853.

[III-4.3] Ovando E., M. J. Mendoza and M. P. Romo (1988). "Earthquake Induced Settlements in End Bearing Pile Foundations in Mexico City", *Earthquake Spectra*, **4.4**, p. 753-770.

[III-4.4] Auvinet G. and M. J. Mendoza (1987). "Consideraciones respecto al diseño de cimentaciones sobre pilotes de fricción en zonas sísmicas", *Proceedings, VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, pc-239, Querétaro, México.

[III-4.5] Mendoza M. J. and J. Prince (1986). "Preliminary Report on the Earthquake of September 19, 1985, and its Effects on Structures and Foundations in Mexico City", *Geotechnical News*, **4**, n°1, p. 20-29, Vancouver.

[III-4.6] Romo M. P. *et al* (1989). "Cyclic Behavior of Normally Consolidated Mexico City Clay". Instituto de Ingeniería. *Research Report* Pr 9501.

[III-4.7] Romo M.P. (1990). "Dynamic Properties of Highly Plastic Clays" *Symposium "Subsuelo de la Cuenca del valle de Mexico"* SMMS, Mexico, p. 83-94.

[III-4.8] Idriss I. M. *et al* (1978). "Non Linear Behavior of Soft Clays during Cyclic Loading" *JSMFD*, ASCE, **104**, SM12, p. 1427-1447.

[III-4.9] Díaz A. (1989). "Effects of Repeated Loading on the Strength of Mexico City Clay". *Proc. 4th Int. Conf. on Soil Dyn. and Earth. Eng., vol Soil Dynamics and Liquefaction*, Mexico City, p. 197-208.

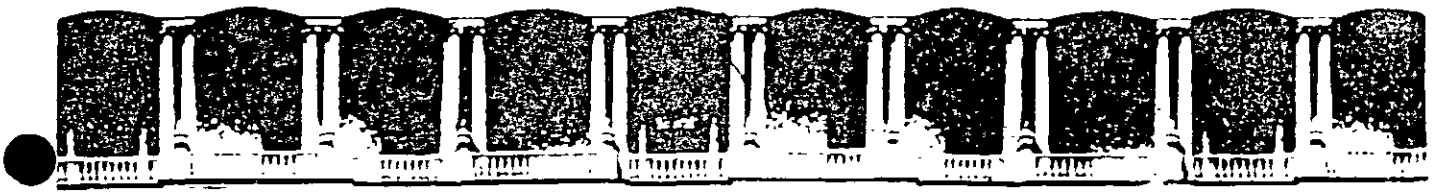
[III-4.10] Romo M.P. et al (1977). "PLUSH. A Computer Program for Probabilistic Finite Element Analysis of Seismic Soil-Structure Interaction". *Report N° UBC/EERC 77-01*, University of California, Berkeley.

[III-4.11] Lysmer J. et al (1975). "FLUSH: A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems", *Report N° EERC 75-30*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

[III-4.12] Auvinet G. and O. Rossa (1991). "Reliability of Foundations on Soft Soils", *Proceedings, CERRA-ICASP6*, Mexico City, **2**, p. 768-775.

the fundamental mode of vibration, taking into account the effects of the site conditions. The concept of response contours with interaction is stated in order to express the site and interaction effects simultaneously, in terms of the dominant period of the site and the fundamental period of the structure. It is shown that beginning with these contours the site spectra with interaction can be known.

For different configurations of site and structure typical of the valley of Mexico, response contours with interaction are calculated by means of which it can be predicted the interaction stage that would take place in the valley of Mexico in the presence of a characteristic earthquake postulated at firm ground. Based on the numerical results, it is evaluated the interaction effects on the structural response due to the influence of the most important parameters of the interaction problem, such as the depth of the soil deposit, the foundation depth and the slenderness of the structure.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INTERPOLACIÓN ESPACIAL DE LAS AMPLIFICACIONES DINAMICAS DEL TERRENO

EXPOSITOR: M. EN I. LUIS EDUARDO PEREZ ROCHA
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

INTERPOLACIÓN ESPACIAL DE LAS AMPLIFICACIONES DINÁMICAS DEL TERRENO

Luis Eduardo Pérez-Rocha
Centro de Investigación Sísmica AC, Carretera al Ajusco 203, Tlalpan 14200, México DF, México

RESUMEN

Se describe un método para resolver un problema de interpolación espacial. Los datos son funciones de transferencia que describen las amplificaciones relativas del movimiento en la superficie del terreno del valle de México. Estas funciones se han obtenido a partir de los espectros de Fourier de acelerogramas producidos por varios temblores y registrados en decenas de sitios en las zonas de terreno firme, transición y lago. Se plantea un esquema estadístico para restringir la interpolación espacial de las funciones de transferencia mediante el uso de las técnicas de regresión bayesiana. Ello permite hacer una incorporación formal de la información que se tiene acerca de los efectos de sitio en la respuesta dinámica del terreno. Esta formulación suministra soluciones más estables y racionales que las que se obtendrían al seguir esquemas de regresión convencionales para la interpolación espacial de datos geofísicos.

INTRODUCCIÓN

El interés por conocer la naturaleza del movimiento sísmico del terreno se ha promovido en la mayor parte de las zonas sísmicas altamente pobladas del mundo. Gracias al desarrollo tecnológico, se ha incrementado la capacidad de observación instrumental y, con ello, el conocimiento experimental en la sismología y la ingeniería sísmica. En estas ciencias, buena parte del conocimiento es empírico, ya que se basa principalmente en la interpretación de los registros de movimiento fuerte. A su vez, esta interpretación está guiada por modelos teóricos e hipótesis sobre la mecánica de la ruptura y la propagación de ondas. Los esfuerzos por reducir el efecto destructivo de los grandes temblores han contribuido en el desarrollo de diversos esquemas para estimar el movimiento del terreno producido por posibles sismos futuros. En México se han desarrollado diversas técnicas, desde simples relaciones de atenuación hasta modelos semiempíricos para tomar en cuenta los efectos de fuente, de trayecto y de sitio.

A partir de una base de datos mundial que incluía registros de temblores mexicanos, Esteva y Villaverde (1973) obtuvieron relaciones llamadas leyes de atenuación, para aceleración y velocidad máximas del terreno. Bufaliza (1984) propuso expresiones similares obtenidas a partir de datos registrados exclusivamente en México. Posteriormente, Singh *et al* (1987) obtuvieron estas relaciones tomando sólo los datos registrados en la Ciudad Universitaria (CU) de la Ciudad de México. También se buscaron esquemas que suministren una mejor caracterización del movimiento, en particular, el contenido de frecuencias y la duración. Por ejemplo, Castro *et al* (1988) construyeron un modelo para la regresión de las amplitudes del espectro de Fourier (EAF) en el sitio CU. Más adelante, Ordaz y Singh (1992) encontraron que existe un efecto de amplificación regional en el valle de México. Los autores señalan que aún en la zona firme del valle existen amplificaciones en un intervalo amplio de frecuencias que no se explican con los modelos más simples de fuente y trayecto, o que no tienen correlación con la atenuación sísmica observada en otras regiones. Tomando en cuenta estas evidencias,

Ordaz *et al* (1994) construyeron un modelo de regresión de los EAF para el sitio CU. Esta formulación difiere de la propuesta por Castro *et al* (1988) porque en ella se incorpora toda la información existente haciendo uso del teorema de Bayes. De acuerdo con los autores, las regresiones son más estables y tienen una relación más estrecha con la naturaleza física del problema. Recientemente, Pérez-Rocha *et al* (1996) encontraron que en la colección de acelerogramas registrados en CU pueden señalarse rasgos espectrales que probablemente provienen de la fuente sísmica y el trayecto. Sería de interés extender el modelo de Ordaz *et al* (1994) para tomar en cuenta estas peculiaridades de la fuente sismica y/o del trayecto. Al parecer, los temblores que se generan en frente a las costas de Guerrero son más energéticos y particularmente destructivos para las estructuras de la Ciudad de México.

Un gran interés por reducir el peligro sísmico que enfrentan la estructuras y obras civiles de la Ciudad de México se despertó con los acontecimientos sísmicos de 1985. Como parte de las primeras iniciativas, se instalaron docenas de acelerómetros, principalmente en aquellos sitios en los que se han observado huellas de temblores intensos, tanto de destrucción de obras civiles como de rupturas en el terreno. Esta red instrumental, aquí llamada Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), cuenta en la actualidad con más de 100 acelerómetros sobre la superficie del terreno.

Con los primeros registros de la RACM, Singh *et al* (1988) obtuvieron una colección de funciones de trasferencia empíricas (FTE) mediante el cociente entre los EAF observados en sitios en las zonas de transición y de lago y el que se observó en el sitio CU que está en terreno firme. Encontraron que en la zona del lago, el movimiento del terreno está fuertemente controlado por la respuesta dinámica de los estratos de suelo blando más superficiales. De acuerdo con los autores, típicamente se tienen espectaculares amplificaciones en aquellas frecuencias del movimiento que coinciden con las frecuencias dominantes del terreno y señalan que estas amplificaciones pueden estar presentes en los próximos grandes temblores. En efecto, Singh *et al* (1988) encontraron que el comportamiento dinámico de los depósitos lacustres es elástico y significativamente poco amortiguado, aún en sismos tan intensos como los de 1985. Esta hipótesis de elasticidad linealidad permite hacer uso de las FTE obtenidas de los registros de sismos pequeños para predecir el movimiento producido por sismos intensos. El enfoque se debe a Ordaz *et al* (1989). En síntesis, se trata de una formulación completa para el cálculo de espectros de respuesta elásticos en sitios instrumentados mediante el uso de las FTE medidas en estos sitio y el EAF que se tendría en el sitio de referencia CU. Los autores compararon exitosamente las intensidades medidas en 1985 en estaciones de la zona de lago con las posdichas para estos sitios a partir de las FTE de Singh *et al* (1988) y el EAF observado en CU en 1985.

Con el análisis de los acelerogramas producidos por varios temblores de subducción, Reinoso (1991) identificó que el movimiento en el terreno firme tiene variaciones importantes. Señala que si las FTE se calculan con respecto al EAF promedio del terreno firme, la amplificación obtenida para la mayoría de los sitios es razonablemente constante de temblor a temblor, sin importar la magnitud, la distancia epicentral o el azimut de la incidencia. Para algunos sitios, esta amplificación puede ser explicada, razonablemente, mediante el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte. Sin embargo, también hay evidencias de que los accidentes topográficos y geológicos pueden tener efectos importantes en las amplificaciones locales, en particular en los sitios cercanos a la frontera entre zonas de transición y de lago.

La estabilidad de las FTE medidas en sitios instrumentados estimuló el desarrollo de un modelo para cuantificar estas funciones de amplificación dinámica en sitios no instrumentados (Pérez-Rocha *et al*,

1991; Reinoso *et al*, 1992; Ordaz *et al*, 1992) mediante el uso de los modelos convencionales de interpolación espacial de datos geofísicos (Lancaster y Salkauskas, 1986; Pelto *et al*, 1988). Para los sectores densamente instrumentados se obtienen resultados excelentes. Sin embargo, se encontró que la inestabilidad numérica se incrementa dramáticamente en sitios alejados de la estaciones de la RACM y en las porciones del valle donde las condiciones geotécnicas locales presentan grandes variaciones espaciales. En este trabajo se recurre al teorema de Bayes para incorporar información adicional que permite superar las limitaciones debidas a la insuficiencia espacial de datos. En los párrafos siguientes se hace una descripción formal de este enfoque bayesiano para interpolar las FTE de sitios con coordenadas arbitrarias.

INTERPOLACIÓN ESPACIAL DE DATOS GEOFÍSICOS

Para la interpolación espacial de datos geofísicos se requiere un método para estimar los valores de una variable en un arreglo bidimensional irregular. Este problema ha sido resuelto por numerosos autores con diversos objetivos. En particular, Lancaster y Salkauskas (1986) señalan que en unos problemas se buscan tendencias que suavizan las variaciones espaciales de los datos, y que en otros, se hace el ajuste de formas funcionales para interpolar los datos. Los autores presentan resultados con los que ilustran diferencias espectaculares al resolver un problema arbitrario con los métodos más comunes.

Supóngase que en n puntos (x_i, y_i) se conocen los valores z_i de un campo continuo en una región del dominio x-y. Si los datos son suficientes, se obtiene una buena descripción de las variaciones espaciales del campo mediante una representación en series de Taylor. En efecto, para determinar el valor z_o del campo en el punto (x_o, y_o), Pelto *et al* (1988) proponen el ajuste de los coeficientes de la siguiente forma funcional, deducida de un desarrollo de segundo orden,

$$z(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1(x - x_o) + \alpha_2(y - y_o) + \alpha_3(x - x_o)^2 + \alpha_4(y - y_o)^2 + \alpha_5(x - x_o)(y - y_o) \qquad (1)$$

imponiendo que el error estándar sea mínimo. Para garantizar variaciones espaciales suaves, a cada dato z_i, se asigna un peso w_i que decrece con la distancia entre las coordenadas (x_i, y_i) y (x_o, y_o). Si se busca que al interpolar en (x_i, y_i) se tenga $z = z_i$, los autores recomiendan la forma

$$w_i = \frac{1}{r_i^2} \qquad (2)$$

donde $r_i^2 = (x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2$. Si el componente i-ésimo de la función de error es

$$\varepsilon_i = \left(\alpha_0 + \alpha_1(x_i - x_o) + \alpha_2(y_i - y_o) + \alpha_3(x_i - x_o)^2 + \alpha_4(y_i - y_o)^2 + \alpha_5(x_i - x_o)(y - y_o) - z_i\right) w_i \qquad (3)$$

se tiene el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{X}^T\mathbf{W}\mathbf{X}\,\alpha = \mathbf{X}^T\mathbf{W}z \tag{4}$$

con la matriz **X** dada por

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & (x_1 - x_o) & (y_1 - y_o) & (x_1 - x_o)^2 & (y_1 - y_o)^2 & (x_1 - x_o)(y_1 - y_o) \\ 1 & (x_2 - x_o) & (y_2 - y_o) & (x_2 - x_o)^2 & (y_2 - y_o)^2 & (x_2 - x_o)(y_2 - y_o) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (x_n - x_o) & (y_n - y_o) & (x_n - x_o)^2 & (y_n - y_o)^2 & (x_n - x_o)(y_n - y_o) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

W es una matriz formada por los pesos w_{ij}, con

$$w_{ij} = w_i w_j \delta_{ij}; \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}, \quad i = j = 1, 2, \ldots n \tag{6}$$

$z = (z_1, z_2, \cdots z_n)^T$ es el vector de datos y $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \cdots \alpha_5)^T$ es el vector de coeficientes, determinados mediante la expresión

$$\alpha = \left[\mathbf{X}^T\mathbf{W}\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}z \tag{7}$$

Si $v(x,y) = \left(1, (x - x_o), (x - x_o)^2, (y - y_o), (y - y_o)^2, (x - x_o)(y - y_o)\right)^T$, para las coordenadas (x_o, y_o), se tiene

$$z = v^T\alpha = \alpha_0 \tag{8}$$

MODELO BAYESIANO DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL

La técnica sugerida por Pelto *et al* (1988) se resume en hacer uso de la ec (4) para resolver un problema de interpolación. Esta ecuación es un esquema de regresión que se puede mejorar si se imponen restricciones adicionales a las que se tienen con el criterio del mínimo error (Broemling, 1985).

Supóngase que en el proceso de interpolación, el vector de errores $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots \varepsilon_n)^T$, con el i-ésimo componente dado por la ecuación (3), tiene una distribución normal con media cero y varianzas $\sigma^2 = \left(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \cdots \sigma_n^2\right)^T$. Los coeficientes $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \cdots \alpha_5)^T$ también pueden interpretarse como variables aleatorias en el sentido de que nuestro conocimiento actual sobre ellos puede describirse haciendo uso de la teoría de probabilidades.

De acuerdo con el teorema de Bayes, la densidad de probabilidades que incluye el conocimiento previo de α y σ, así como la información contenida en los datos, cumple con la proporcionalidad

$$p(\alpha,\sigma\,|\varepsilon) \propto p(\alpha,\sigma)L(\varepsilon\,|\alpha,\sigma) \tag{9}$$

donde $p(\alpha,\sigma)$ es la densidad previa conjunta con que se introduce el estado del conocimiento sobre los coeficientes α antes de examinar los datos, $p(\alpha,\sigma\,|\varepsilon)$ es la densidad conjunta posterior al examen y $L(\varepsilon\,|\alpha,\sigma)$ es la verosimilitud de los valores observados de ε como una función de α y σ. En general, si la distribución de $\varepsilon\,|\alpha,\sigma$ es normal, y si los errores ε están correlacionados a través de la matriz de covarianzas $\mathbf{COV}(\varepsilon)$ (con diagonal principal dada por el vector de varianzas σ^2 y coeficiente de correlación $\kappa_{\varepsilon_{ij}}$ para ε_i y ε_j), se tiene la siguiente forma analítica

$$L(\varepsilon\,|\alpha,\sigma) = h^{n/2}\exp\left(-\frac{h}{2}\varepsilon^T\Phi\,\varepsilon\right) \tag{10}$$

En esta expresión h es la precisión y Φ es una matriz adimensional que cumple con $\mathbf{COV}(\varepsilon) = h^{-1}\Phi^{-1}$.

Una aplicación de este teorema se presenta en Ordaz *et al* (1994). Los autores proponen un método de regresión para la atenuación de amplitudes de movimientos sísmicos a partir de una forma funcional deducida de un modelo teórico de fuente. En su formulación obtienen una expresión del error estándar similar a la ec (3). Señalan que el estado del conocimiento previo de los coeficientes α se puede describir mediante el uso de una función de densidad previa conjunta que sea *conjugada natural* del proceso. Esta función tiene la propiedad de tener la misma forma funcional que la densidad posterior conjunta. Extendiendo sus resultados, puede demostrarse que el valor esperado de α, posterior al examen de z, es

$$E(\alpha\,|\varepsilon) = \mathbf{R}''^{-1}\left(\mathbf{R}'\alpha' + \mathbf{X}^T\Phi\,z\right) \tag{11}$$

El vector α' contiene los valores esperados previos de α, en tanto que

$$\mathbf{R}' = \frac{\lambda'}{r'-1}\left(\mathbf{COV}(\alpha)\right)^{-1} \tag{12}$$

y

$$\mathbf{R}'' = \mathbf{R}' + \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\Phi\,\mathbf{X} \tag{13}$$

Los parámetros λ' y r' están relacionados con la precisión h a través de $E(h) = r'/\lambda'$ y $c^2(h) = 1/r'$, donde c denota coeficiente de variación. Estos parámetros reflejan la incertidumbre que se tiene en la información previa α' con respecto a la que se tiene en los datos sujetos a la forma funcional propuesta, en este caso, descrita por la ec (1). Nótese que sólo interesa conocer α_0. De hecho, sólo se tiene información previa de este coeficiente, que adquiere sentido físico porque $z(x_0, y_0) = \alpha_0$. Esta conocimiento se resume en los parámetros $\alpha_0' = z_0'$ y $\boldsymbol{s} = (s_0, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty)^{\mathrm{T}}$, donde s^2 es el vector de varianzas del conocimiento previo de α'.

No se tiene conocimiento sobre la correlación $\kappa_{\alpha_{ij}}$ (entre α_i y α_j) y $\kappa_{\varepsilon_{ij}}$ (entre los errores ε_i y ε_j). Por simplicidad, para construir las matrices $\mathbf{COV}(\alpha)$ y $\mathbf{COV}(\varepsilon)$ se propone que $\kappa_{\alpha_{ij}} = \kappa_{\varepsilon_{ij}} = \delta_{ij}$, con δ_{ij} definido como en la ec (6). La función de densidad predictiva de z, dado ε y un nuevo vector de variables no aleatorias $\boldsymbol{v}$, es la distribución de z, dados los parámetros α y σ, promediada con respecto a la distribución posterior $p(\alpha, \sigma \mid \varepsilon)$. Esta función de densidad tiene distribución t de Student con $2r''$ grados de libertad. Si para las coordenadas (x_0, y_0) se tiene que $\boldsymbol{v} = (1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)^{\mathrm{T}}$, entonces

$$E(z \mid \varepsilon,\ \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} E(\alpha \mid \varepsilon) = \alpha_0 \tag{14}$$

y

$$\mathrm{VAR}(z \mid \varepsilon,\ \boldsymbol{v}) = \frac{\lambda''}{(r''-1)d} \tag{15}$$

donde $\mathrm{VAR}(\cdot)$ denota varianza y

$$r'' = r' + \frac{1}{2}\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\Phi\mathbf{J}; \quad \text{con} \quad \mathbf{J}^{\mathrm{T}} = (1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1) \tag{16}$$

$$\lambda'' = \lambda' + \frac{1}{2}\left[\alpha'^{\mathrm{T}}\,\mathbf{R}'\alpha' - \alpha''^{\mathrm{T}}\,\mathbf{R}''\alpha'' + z^{\mathrm{T}}\Phi\, z\right] \tag{17}$$

$$d = 1 - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{R}' + \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\Phi\,\mathbf{X} + \boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{v} \tag{18}$$

Las ecs (11) y (15) son el principal resultado de esta aplicación del teorema de Bayes. La ec (11) suministra una combinación formal del conocimiento previo α' con una solución similar a la que se obtiene de un ajuste convencional con el criterio del mínimo error. En efecto, si en la ec (11) se hace $\mathbf{COV}(\alpha) = 0$ se llega a $E(\alpha|\varepsilon) = \alpha'$. En cambio, cuando $\mathbf{COV}(\alpha)$ es infinita, se tiene que $E(\alpha|\varepsilon) = (\mathbf{X}^T\Phi\,\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\Phi\, z)$, que es el resultado usual de mínimos cuadrados. Por su parte, la ec (15) es una medida teórica de los errores que se cometen en la interpolación de z. En esta cantidad se toman en cuenta las incertidumbres asociadas con los errores aleatorios, con los datos y con los parámetros del modelo funcional.

Nótese que con la teoría de probabilidades se introducen pesos que dependen de las varianzas conocidas σ^2 y de los coeficientes de correlación $\kappa_{\varepsilon_{ij}}$ a través de $\mathbf{COV}(\varepsilon)$. Para formular un esquema de interpolación espacial de datos geofísicos es recomendable que las varianzas se definan con un criterio similar al que se consigna en la ec (2). Este criterio se traduce en una varianza espacial de la forma $\sigma_{r_i}^2 = c_r^2\,\rho_i^2\,z_i^2$, donde c_r es un coeficiente de variación espacial y $\rho_i = (r_i/r_x)^{2^2}$ es un término adimensional con el que se toma en cuenta la distancia $r_i = \sqrt{(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2}$ entre las coordenadas del dato z_i y del sitio de interés, en tanto que r_x es un radio de referencia.

Además de la distancia entre las coordenadas de los datos y el sitio de interés, se pueden introducir otras particularidades de los datos que sean de utilidad en el problema de interpolación. Un ejemplo se tiene cuando en cada punto se realizan varias observaciones independientes de los datos, y además, el examen estadístico señala que existen puntos en los que se presentan grandes variaciones, mientras que en otros, las variaciones son relativamente pequeñas. Bajo esta condición, el problema de interpolación se puede restringir para que la solución tienda al dato z_i en sitios cercanos al punto i, siempre que se determine que en este punto la varianza estadística $\sigma_{s_i}^2$ sea pequeña. Si la varianza es grande, la solución debe sujetarse a lo que dicte una combinación de todos los datos basada en las varianzas totales. Para el punto i, la varianza total σ_i adquiere la siguiente forma

$$\sigma_i^2 = z_i^2\left(c_r^2\rho_i^2 + c_{s_i}^2\right) \tag{19}$$

donde $c_{s_i} = \sigma_{s_i}/z_i$. Al fijar los valores de r', λ' y h, el problema de interpolación se resuelve calibrando los parámetros s_0 y c_r. Con el coeficiente s_0 se define la proporción con que participa la información previa α' en comparación con los datos z. En general, se busca que la información previa domine en los sectores donde los datos son escasos. Con el coeficiente c_r se regula la participación de los datos en función de sus distancias r_i al sitio de interés y de sus varianzas $\sigma_{s_i}^2$. Si c_r es suficientemente grande, la participación de los datos sólo depende de las distancias r_i. En cambio, si $c_r = 0$, la participación se sujeta a la proporción relativa entre las varianzas $\sigma_{s_i}^2$.

APLICACIONES A LOS DATOS SÍSMICOS REGISTRADOS EN EL VALLE DE MÉXICO

La red actual de acelerómetros de la Ciudad de México cuenta con más de 100 estaciones en la superficie del terreno. En la fig 1 se indican las estaciones en operación y aquéllas que han sido retiradas pero que han suministrado datos para este estudio. Asimismo, se indican las zonas geotécnicas (terreno firme, zona de transición y zona de lago) y las principales vías de la ciudad. Los principales eventos sísmicos registrados con esta red de acelerómetros se indican en la tabla I. La mayoría de ellos son de subducción, originados a centenas de kilómetros al sur de la ciudad.

FECHA	ORIGEN	MAGNITUD M	LATITUD N	LONGITUD W	DISTANCIA Km
85/09/19	Subducción	8.1	18.14	102.71	295
88/02/08	Subducción	5.8	17.00	101.00	289
89/04/25	Subducción	6.9	16.00	99.00	304
89/05/02	Subducción	5.0	16.30	99.35	305
90/05/11	Subducción	5.3	17.15	100.85	295
90/05/31	Subducción	6.1	17.15	100.85	295
93/10/24	Subducción	6.7	16.50	99.00	310
94/05/23	Normal	6.0	18.03	100.57	205
94/12/10	Normal	6.3	18.02	101.56	290
95/0914	Subducción	7.3	16.80	98.60	300
95/10/09	Subducción	8.0	18.60	104.00	560

Tabla I Sismos estudiados para calcular periodos dominantes del terreno y funciones de transferencia empíricas (FTE).

El examen de los acelerogramas del primer sismo registrado por esta extensa red (ocurrido el 88/02/08) permitió a Singh *et al* (1988) reconocer los importantes efectos de amplificación dinámica debidos a las condiciones del terreno. Los autores proponen una descripcion cuantitativa de estos efectos mediante funciones de transferencia empíricas (FTE). De acuerdo con Reinoso (1991), la estabilidad de las FTE, observadas de un temblor a otro, aumenta si se toma el cociente entre el espectro de amplitudes de Fourier (EAF) observado en cada sitio y el EAF promedio observado en las estaciones de terreno firme. Posteriormente, el análisis de los registros producidos por los sismos de fallamiento normal ocurridos los días 94/05/23 y 94/12/10, permitió identificar que las diferencias en las FTE producidas por temblores de distinto origen, son comparables a las que se tienen entre las FTE producidas por temblores del mismo origen (Pérez-Rocha *et al*, 1995). Al parecer, esto puede deberse a que la distancia epicentral de estos eventos es comparable con la distancia típica de los sismos de subducción, tomando como referencia a la Ciudad Universitaria. Para la mayoría de los sitios, el análisis estadístico de las FTE sugiere que gran parte de los efectos de amplificación estará presente en eventos futuros.

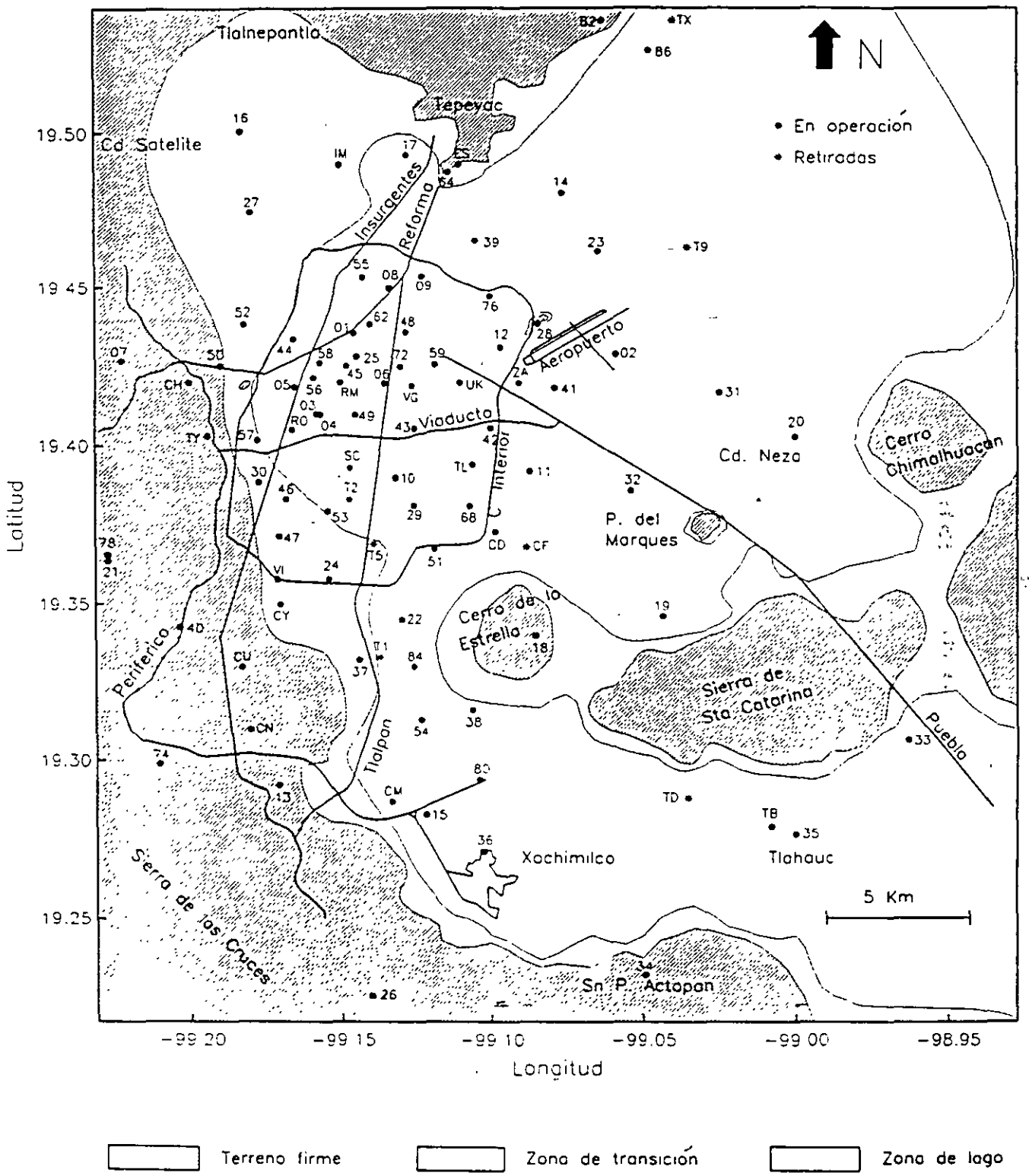


Fig 1 Red Acelerométrica de la Ciudad de México

En este trabajo se presenta una formulación para cuantificar las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados. El método se basa en hacer una interpolación espacial de las ordenadas espectrales de las FTE descritas en términos de periodos adimensionales (Pérez-Rocha *et al*, 1991; Reinoso *et al*, 1992; Ordaz *et al*, 1992). Esta representación, que es exacta para el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte, consiste en normalizar los periodos de la excitación con respecto al periodo dominante del terreno Ts. Por definición, los máximos de estas funciones se presentan en el periodo adimensional unitario. Para un sitio arbitrario se inicia con la interpolación del periodo dominante del terreno Ts. Para cada abscisa adimensional se calcula la ordenada correspondiente de una función de transferencia *a priori* FTP que se introduce en el esquema bayesiano para la interpolación de la función de transferencia *a posteriori*. La FTE objetivo se obtiene al escalar las abscisas de la función *a posteriori* con Ts.

En este esquema probabilista de interpolación, se busca que al fijar un coeficiente de variación c, se de mayor influencia a los periodos dominantes más largos y a las ordenadas espectrales de mayor amplitud, especialmente en zonas insuficientemente instrumentadas. Por ello, se hace que la variable z sea el inverso de los datos que interesa interpolar, es decir, el inverso de los periodos dominantes del terreno y de las ordenadas de las FTE. De esta forma, las varianzas $\sigma^2 = c^2 z^2$ menores (mayor peso o influencia) corresponden a los valores menores de z. En adelante, z es el inverso de los datos, aunque se le refiere como el dato mismo y no como su inverso. Asimismo, el coeficiente de variación se refiere a la estadística de los valores inversos.

PERIODOS DOMINANTES DEL TERRENO

Haciendo uso de todos los registros de cada estación de la RACM, se calcularon los promedios de los periodos dominantes del terreno obtenidos de los componentes horizontales NS y EW. Estos valores se determinaron mediante la localización de los máximos espectrales de las FTE medidas en estas direcciones. Ya que se cuenta con m_i observaciones independientes del periodo dominante en cada sito con coordenada (x_i, y_i), se tiene una varianza estadística $\sigma_{m_i}^2$ de esta cantidad (en realidad, de su inverso z_i) En general, se cuenta con diferente número de observaciones en cada sitio. Ello se puede compensar al hacer uso de las ecs (15), (16), (17) y (18), e introducir un coeficiente de variación c_{m_0} como referencia. En efecto, si para cada dato z_i se hace $\lambda' = (c_{m_0} z_i)^2$, $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'' = 0$, $\Phi = m_i$, $\mathbf{X} = 1$, $z = \sigma_{m_i}$, $v = 1$, $r' = 2$ y $d = m_i/(m_i - 1)$, se tiene que la varianza $\sigma_{s_i}^2$ adquiere la forma

$$\sigma_{s_i}^2 = \frac{\left((c_{m_0} z_i)^2 + \frac{m_i}{2} \sigma_{m_i}^2 \right)(m_i + 1)}{\left(1 + \frac{m_i}{2} \right) m_i} \qquad (20)$$

Para cada estación en las zonas de transición y de lago se calcularon los promedios de los periodos dominantes en las direcciones NS y EW (Ts_{NS} y Ts_{EW}, respectivamente) y el promedio entre ellos (Ts).

También se calcularon los coeficientes de variación que se tienen entre los periodos Ts_{NS} y Ts_{EW} con respecto a la media Ts (denotado con c_{Hi}), así como los coeficientes de variación después de n_i observaciones (c_{mi}) y los que se obtienen con la ec (20) con el propósito de compensar el hecho de que en algunas estaciones sólo se cuenta con una observación de los datos (c_{si}). Los resultados más significativos se presentan en la fig 2 mediante histogramas de los coeficientes c_H, c_m y c_s. Se puede verificar que los periodos dominantes del terreno en una dirección tienen variaciones mayores de temblor a temblor, que las que se tienen entre los periodos medidos en las dos direcciones horizontales. En efecto, las diferencias entre los periodos dominantes del terreno medidos en dirección NS y EW, se traducen en coeficientes de variación $c_H < 0.01$ para más del 40% de las estaciones. Para casi el 100% se tienen coeficientes $c_H < 0.05$. Estos coeficientes son sensiblemente menores que los coeficientes c_m (al centro de la fig 2), los cuales alcanzan valores cercanos a 0.1 y tienen media c_m=0.05. Estos coeficientes describen las variaciones de los periodos dominantes de temblor a temblor. Para calcular los coeficientes c_s, ilustrados en la parte derecha de la fig 2, el coeficiente de referencia c_{m_0} se hizo igual al valor de la cota superior de c_m, es decir, $c_{m_0} = 0.1$. Con esta corrección, los nuevos coeficientes c_s varían entre 0.05 y 0.12, en tanto que el valor promedio es c_s=0.08. Con base en estos resultados, para las estaciones de terreno firme se fijó Ts = 0.5s con c_s=0.005. Este valor de c_s es la décima parte del valor promedio para las zonas de transición y de lago (cercano a c_m=0.05), ya que se esperan variaciones no significativas de los periodos dominantes en la zona geotécnica firme.

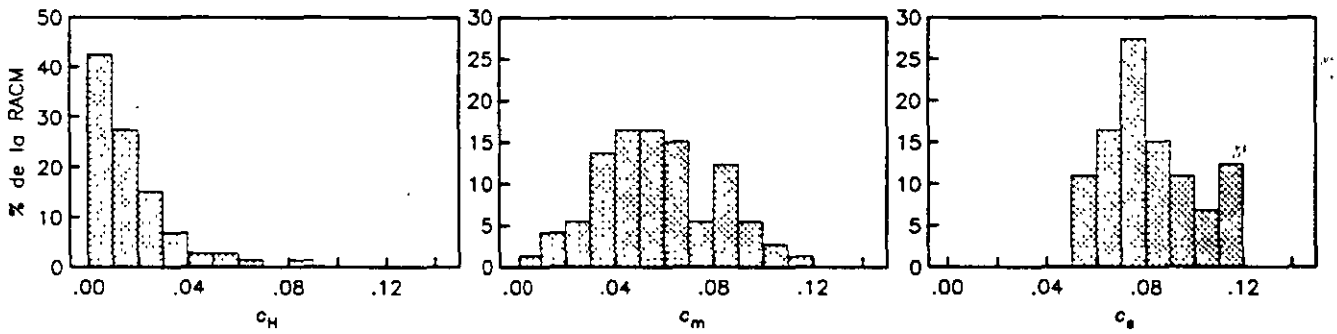


Fig 2 Histogramas de los coeficientes de variación de los periodos dominantes del terreno. A la izquierda se indican los coeficientes de variación al medir los periodos en las direcciones NS y EW (c_H); al centro se indican los coeficientes de variación obtenidos de temblor a temblor (c_m); a la derecha se indican los coeficientes de variación modificados (c_s) al introducir el coeficiente de referencia c_{m_0}=0.1 en la ec (20).

Estos resultados son medidas estadísticas del periodo dominante del terreno que se obtuvieron del análisis de los acelerogramas de varios temblores registrados en más de 70 sitios en las zonas de transición y de lago. También se cuenta con una colección de periodos dominantes obtenidos por Lermo *et al* (1988) a partir del registro de microtremores en centenas de sitios. De acuerdo con los expertos, los valores obtenidos de los registros de microtremores son menos confiables que los que se obtienen de los registros de movimiento fuerte. Se les asignó un coeficiente de variación c_m=0.15. Este valor es ligeramente mayor que el valor máximo reportado para las estaciones de la RACM (c_m=0.12). Finalmente, para confinar la zona del terreno firme se colocaron puntos de control a lo largo de la

frontera con la zona de transición, espaciados a cada 3 km, aproximadamente. Al igual que en los sitios instrumentados del terreno firme, en estos sitios hipotéticos se ha fijado Ts = 0.5s y $c_s = 0.005$.

En ausencia de información previa, la ec (11) adquiere la forma

$$E(\alpha\,|\varepsilon) = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\Phi\,\mathbf{X}\right)^{-1}\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\Phi\,z\right) \qquad (21)$$

El coeficiente de variación c_r se calibró de forma que el promedio de los coeficientes de variación esperados después de interpolar los periodos dominantes en los sitios instrumentados $c_z = \left[\mathrm{VAR}(z\,|\varepsilon,\,\nu)\right]^{1/2}/z$, fuera comparable con el promedio de los coeficientes de variación c_s. El parámetro r_0 relacionado con la ec (19) se hizo unitario. En la fig 3 se muestran cuatro coeficientes de variación (c_a, c_b, c_c, c_d) que dependen de c_r. Estos coeficientes son el promedio de los coeficientes calculados para las estaciones de la RACM en zonas de transición y de lago. El coeficiente c_a se refiere a la diferencia medida entre los datos y los valores interpolados, en tanto que el coeficiente c_b es el valor esperado, obtenido al hacer uso de la ec (15). Con el propósito de conocer los errores que se tendrían en sitios no instrumentados se calcularon los coeficientes medido c_c y predicho c_d. En esta modalidad, llamada en adelante *sin dato*, se extrajo el dato de cada sitio al momento de la interpolación.

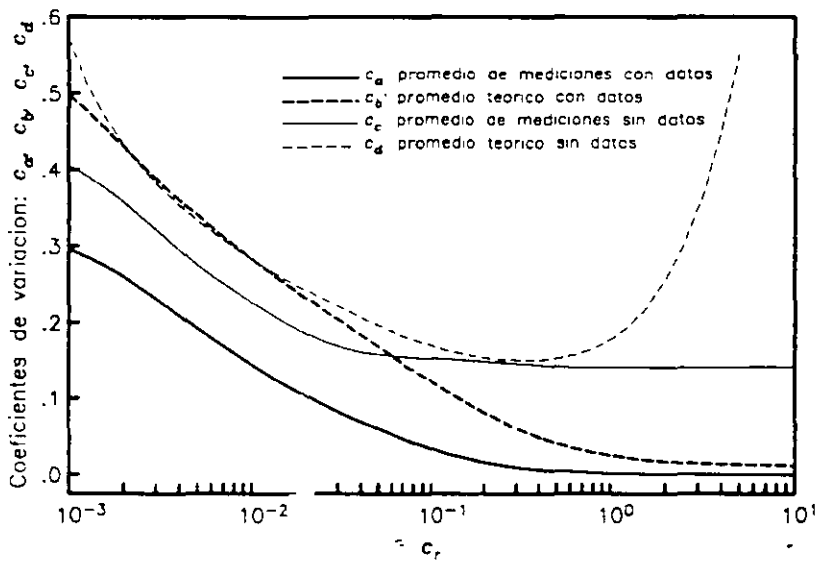


Fig 3 Coeficientes de variación relativos al error en la interpolación de z v.s. c_r

De acuerdo con estos resultados, el coeficiente óptimo está cerca de $c_r = 0.3$. Para este valor, los coeficientes de variación *sin dato* (c_c y c_d) son muy parecidos, cercanos a 0.15, en tanto que los coeficientes de variación *con dato* (c_a y c_b) ya se han reducido a valores menores la media estadística c_s=0.08 (fig 2). En la fig 4 se confirman estas tendencias. Se trata de los histogramas de los coeficientes c_a, c_b, c_c y c_d con $c_r = 0.3$. Para la modalidad *con dato*, los errores medidos (c_a) y esperados (c_b), en

promedio, son cercanos a 2 % y 6%, respectivamente, mientras que los errores correspondientes a la modalidad *sin dato* son, en promedio, del 15%.

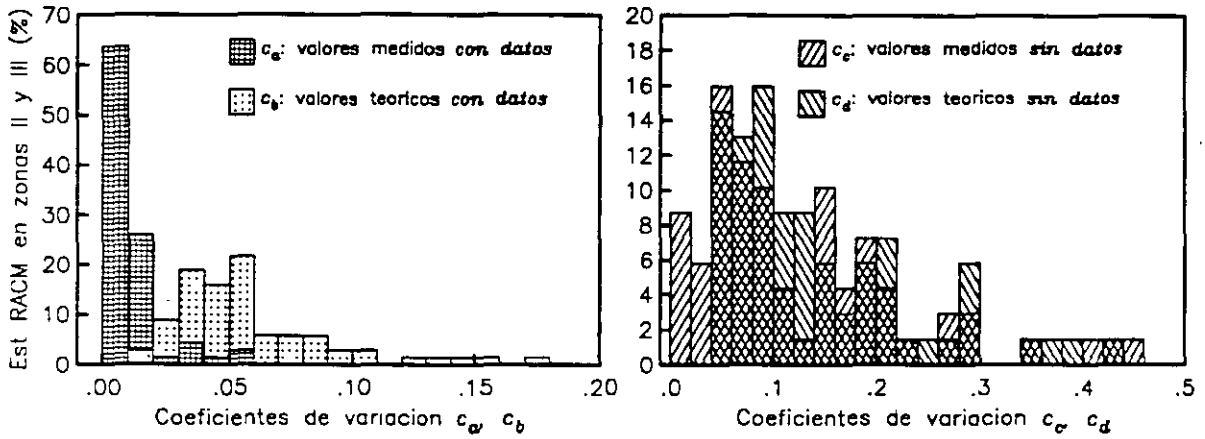


Fig 4 Histogramas de los coeficientes c_a, c_b, c_c y c_d

Finalmente, se hizo un examen del sesgo que se comete con este modelo de interpolación. En la fig 5 se muestra la variación del los coeficientes sesgados *con dato* c_{sa} y *sin dato* c_{sc} con respecto a c_r. Prácticamente, estas curvas son asintóticas a 0.0 y 0.12, respectivamente, para valores grandes de c_r. Aquí, el sesgo positivo indica que los periodos dominantes interpolados sistemáticamente son mayores que los periodos dominantes reales.

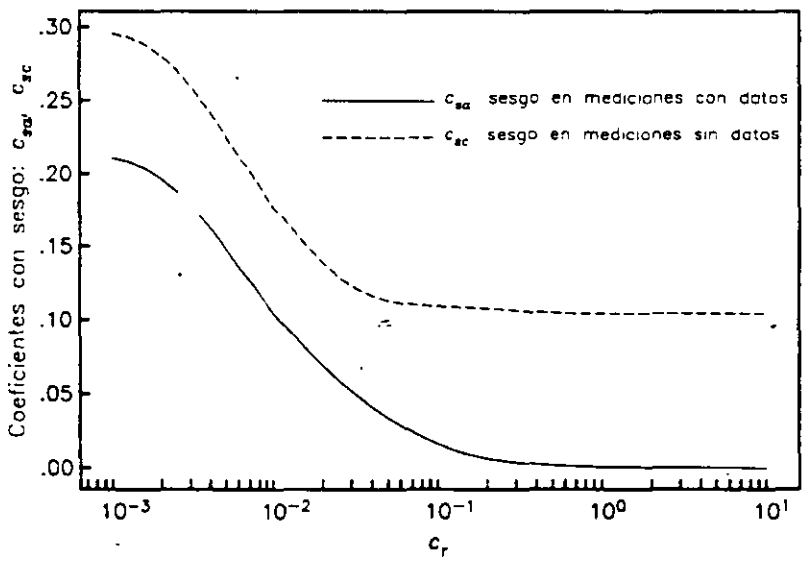


Fig 5 Coeficientes de variación sesgados v.s. c_r

En la fig 6 se muestra un mapa con curvas de periodos dominantes del terreno. Estos contornos s obtuvieron al evaluar el periodo dominante en los nodos de un arreglo cartesiano equiespaciados a 0.. km en las direcciones NS y EW. Los errores esperados se indican en el mapa de la fig 7. También se indican las estaciones de la RACM y los sitios donde se midieron los microtremores incluidos en este estudio. Dos de las zonas de mayor incertidumbre se centran en los cerros Peñón de los Baños y Peñón del Marqués. Ello se debe a la insuficiencia de datos para explicar grandes variaciones del periodo dominante en distancias del orden de centenas de metros. Las grandes zonas de alta incertidumbre situadas al NE del Lago de Texcoco y SE del Lago Xochimilco-Chalco obedecen al mismos efecto en una escala de kilómetros. Los errores máximos son del 70%.

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA EMPÍRICAS

La mayor parte del conocimiento sobre la respuesta sísmica de los depósitos lacustres del valle de México se ha adquirido después de las episodios sísmicos vividos en 1985. El análisis de las FTE obtenidas de los registros sísmicos permite ilustrar que los espectaculares efectos de sitio observados en la zona del lago no se explican completamente con la teoría de propagación unidimensional de ondas elásticas. Tampoco se explican con modelos numéricos de mayor complejidad, aunque estos reflejan la naturaleza tridimensional del movimiento y los sorprendentes efectos que pueden tener en él las irregularidades topográficas y geológicas de pequeña y gran escala (Sánchez-Sesma *et al*, 1992). Este es el conocimiento que se tiene sobre las amplificaciones dinámicas de los depósitos lacustres, previo a la interpolación espacial de los datos. De acuerdo con la formulación, para cada sitio de interés se introduce una descripción cuantitativa de este conocimiento como función de transferencia *a priori* (FTP). La FTP no debe ser significativa en la solución cuando se trata de interpolar FTE en zonas densamente instrumentadas. Ante la insuficiencia espacial de datos, se busca reducir las inestabilidades numéricas que obstaculizan las soluciones razonables y físicamente plausibles. También es de interés que la solución preserve las peculiaridades observadas sólo en el valle de México. De hecho, mientras menor sea la diferencia entre la FTP y las FTE datos, menores serán los errores debidos a la interpolación.

Funciones de Transferencia *a priori* (FTP)

Se construyó un modelo empírico para determinar la FTP de un sitio arbitrario. Tal es un modelo de interpolación en el que se ajustan los coeficientes de la siguiente forma parabólica descrita como función del logaritmo de los periodos dominantes del terreno (Ts).

$$z(\log(Ts)) = \beta_0 + \beta_1(\log(Ts/Ts_o)) + \beta_2(\log(Ts/Ts_o))^2 \qquad (22)$$

En este ajuste, el i-ésimo componente de la función de error adquiere la forma

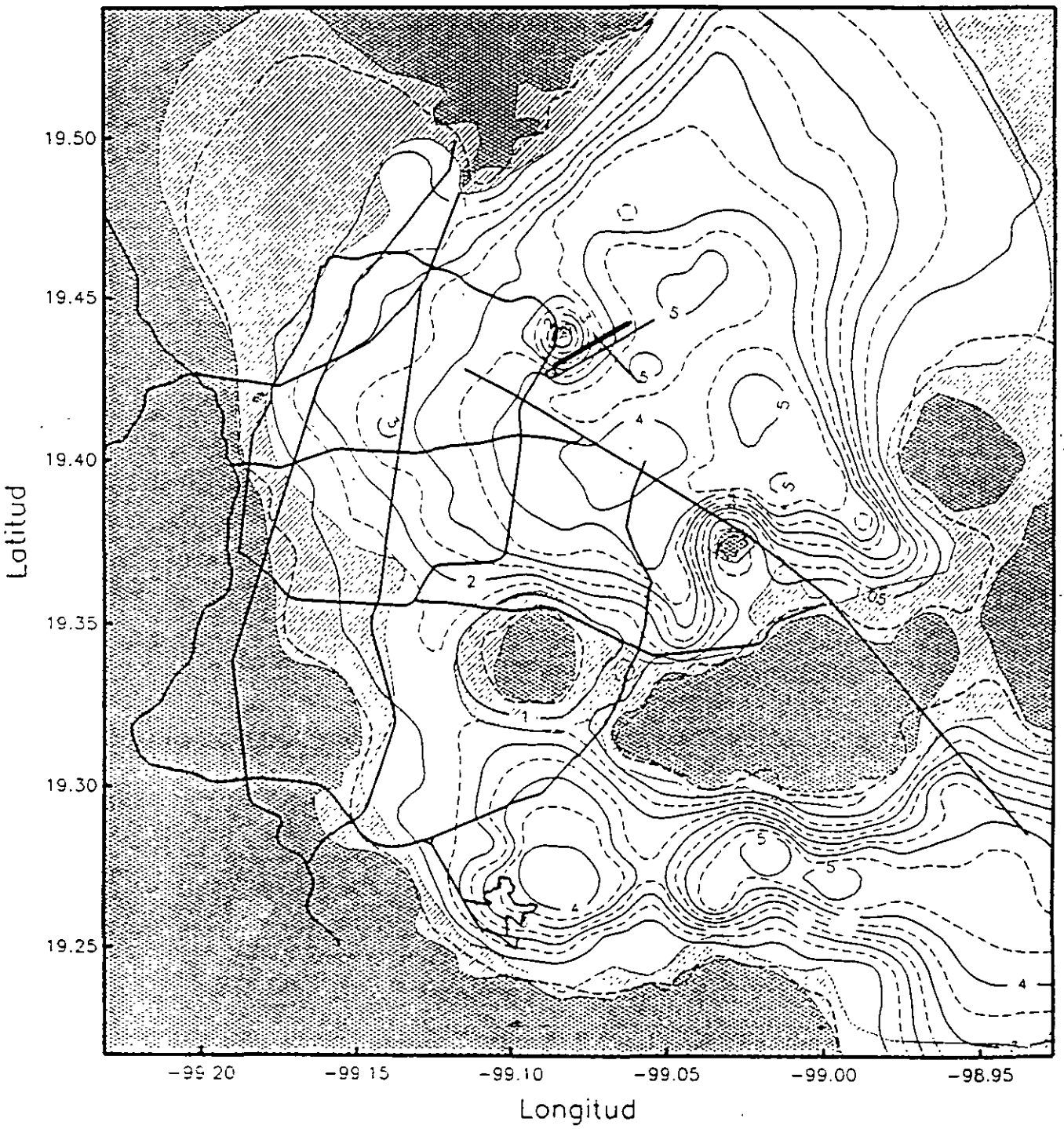


Fig 6 Mapa de periodos dominantes del terreno. Se indican curvas desde Ts=0 5s hasta Ts=5.0s, con incrementos de 0 5s

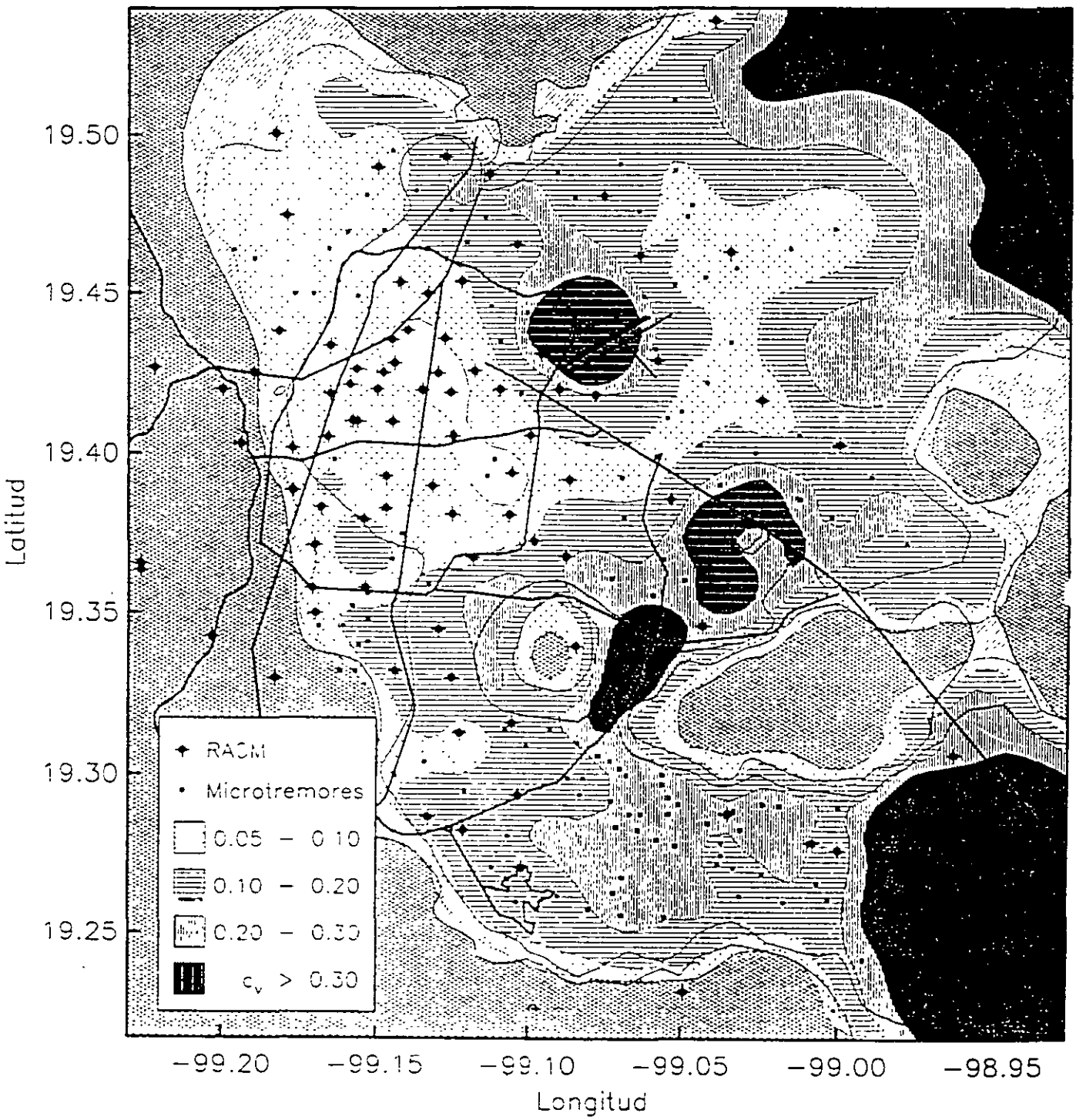


Fig 7 Coeficientes de variación esperados en la interpolación de periodos dominantes del terreno

$$\varepsilon_i = \left(\beta_0 + \beta_1 \log(Ts_i/Ts_o) + \beta_2 \log(Ts_i/Ts_o)^2 - z_i\right)\sigma_i \qquad (23)$$

donde Ts_o y Ts_i son los periodos dominantes del terreno en el sitio de interés y en el sitio i, respectivamente, en tanto que z_i es el inverso de la FTE promedio (de las FTE obtenidas de m temblores) en este sitio, evaluada para el periodo adimensional especificado por $\tau = T/Ts_i$. En la varianza σ_i^2 se toma en cuenta la similitud entre los periodos Ts_o y Ts_i, así como las variaciones que se tienen de un temblor a otro en la FTE del sitio i. Por un lado, el criterio estipulado en la ec (2) se puede traducir en la varianza $\sigma_{r_i}^2 = c_T^2 \chi_i^2 z_i^2$, con $\chi_i = \left(\log(Ts_i/Ts_o)\right)^2$. Por otro, las variaciones que se tienen en las FTE de un temblor a otro se pueden cuantificar mediante $\sigma_{m_i}^2 = z_i^2 c_{m_i}^2$, donde c_{m_i} es el coeficiente de variación estadístico de temblor a temblor. Estos coeficientes son el promedio de los coeficientes que se tienen para cada frecuencia. Los valores oscilan entre 0.15 y 0.30 con media igual 0.2. Se optó por mantener los dos componentes horizontales en el esquema de interpolación porque se observó que las variaciones que se tienen entre las FTE de ambos componentes son comparables o mayores que las que se tienen en un componente de un temblor a otro. Por estos conceptos, el componente i-ésimo de la varianza total adquiere la forma $\sigma_i^2 = z_i^2\left(c_T^2\chi_i^2 + c_{m_i}^2\right)$.

Este enfoque es similar al que se presenta para la interpolación de los periodos dominantes del terreno porque el esquema de regresión se resuelve en ausencia de información previa. Se calcularon los dos componentes horizontales de las FTP que se tendrían para todas las estaciones en zonas de transición y de lago. Para las estaciones que sólo han registrado un evento sísmico se hizo $c_m = 0.3$. Este valor es cercano a los valores máximos determinados de la estadística de las FTE producidas por varios temblores. A la vez, el valor de c_T se ajustó de forma que se obtengan FTP con variaciones suaves en el dominio de Ts y que los coeficientes de variación que se obtienen al comparar las FTE con las FTP (denotados como c_p) fueran comparables con los valores de c_m para la mayoría de las estaciones. Se obtuvieron coeficientes c_p que varían entre 0.1 y 0.5, con media 0.23. En la fig 8 se ilustran los histogramas de los coeficientes c_m y c_p. Nótese que existe un incremento que obedece a que las FTE de algunas estaciones tienen grandes diferencias con el resto (en escalas normalizadas $\tau = T/Ts$). El coeficiente c_p es un indicador de la precisión de las FTE de un sitio debidas a dos conceptos. Uno es el introducir las variaciones que se tienen de un temblor a otro. El otro puede interpretarse como la comparación de estas FTE con las FTE de otros sitios con igual periodo dominante.

En la fig 9 se ilustran los dos componentes de las FTP que se tiene para sitios con periodos dominantes Ts=0.5, 0.6, ..., 5.4 (s). Además de que se tienen diferencias significativas entre ambos componentes, estas FTP guardan diferencias aún mayores con la solución que predice el modelo unidimensional de propagación de ondas, en particular, en el ancho de banda alrededor del modo fundamental y en las amplitudes y posiciones de los modos superiores de vibración del terreno.

En zonas densamente instrumentadas, las FTE de estaciones con valores grandes de c_p (~ 0.5) no deben influir significativamente en las interpolaciones. En zonas de insuficiencia instrumental, se busca que las interpolaciones dependan principalmente de los datos aislados ahí contenidos y de la información *a priori* (FTP).

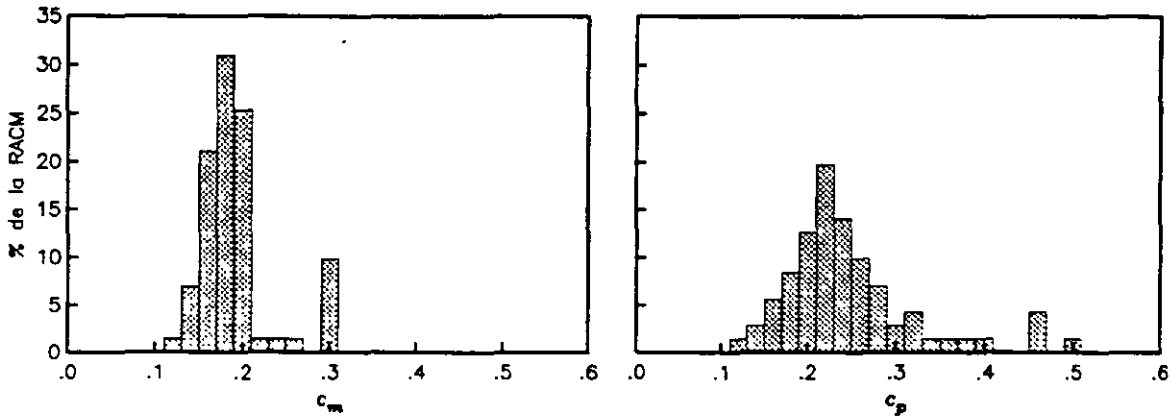


Fig 8 Histogramas de los coeficientes de variación c_m y c_p

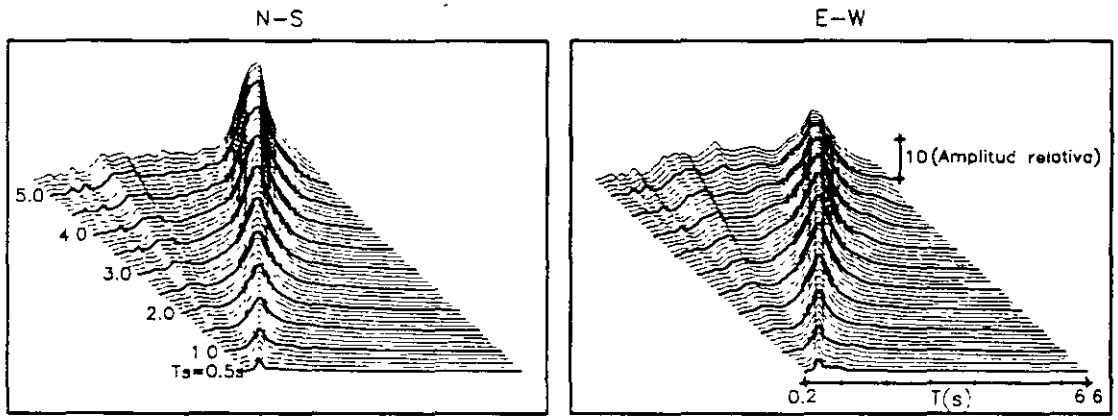


Fig 9 Funciones de transferencia *a priori* (FTP)

Interpolación espacial de las FTE

Para la interpolación espacial de las FTE se hace $c_{s_i} = c_{p_i}$ en la ec (19). En este esquema también se introducen puntos de control que definen la frontera del terreno firme. Para estos sitios se propone $c_{s_i} = 0.125$ Una vez seleccionado el sitio de interés se calcula el periodo dominante del terreno Ts. Con este valor se determina la información *a priori* o FTP (componentes NS y EW) para cada valor de $\tau = T/Ts$

Para la calibración de los parámetros c_r de la ec (19) y s_0, introducido para definir la matriz $\mathbf{COV}(\alpha)$, se calcularon las FTE considerando y excluyendo los datos en cada sitio instrumentado (modalidades *con dato* y *sin dato*, respectivamente). Para ambos casos se calcularon los coeficientes de variación

esperados, siguiendo la ec (15), y los que se deben a las diferencias entre los datos y los valores interpolados en cada sitio instrumentado (llamados aquí errores o coeficientes de variación medidos). Estos coeficientes (denotados por c_a, c_b, c_c, c_d) corresponden a los que se definieron para la calibración del modelo de interpolación de los periodos dominantes del terreno. A la izquierda de la fig 10 se ilustra la variación de estos coeficientes con respecto a c_r haciendo $s_0 = 0.3$. A la derecha se ilustra la variación con respecto a s_0, haciendo $c_r = 0.1$. Se encontró que con los valores $c_r = 0.1$ y $s_0 = 0.3$, los coeficientes de variación esperados *con dato* (c_b) son comparables a los coeficientes c_m en zonas densamente instrumentadas y, además, que las FTE interpoladas en zonas insuficientemente instrumentadas son razonables y tienden adecuadamente a la solucione previa. En la figura, se observa que a medida que se incrementa el coeficiente c_r, los errores medidos *con dato* y *sin dato* (indicados por los coeficientes c_a y c_c, respectivamente) se reducen lentamente, mientras que los errores esperados para las modalidades *con dato* y *sin dato* (coeficientes c_b y c_d, respectivamente) se incrementan rápidamente para valores de $c_r > 0.1$. Asimismo, al incrementar el coeficiente s_0, los errores medidos y esperados en la modalidad *con dato* (coeficientes c_a y c_b, respectivamente) se reducen, mientras que los errores en la modalidad *sin dato* (coeficientes c_c y c_d, respectivamente) se incrementan para valores de $s_0 > 0.2$ y $s_0 > 0.3$, respectivamente.

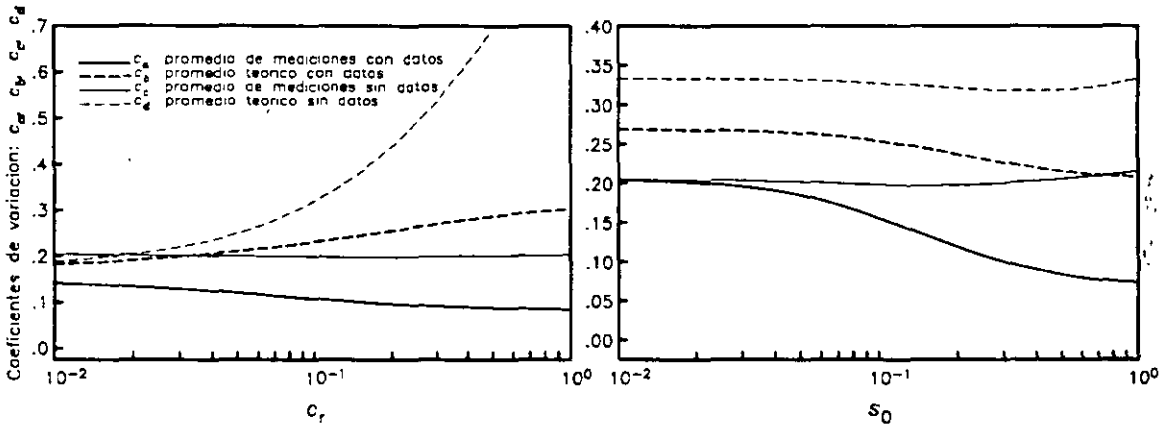


Fig 10 Coeficientes de variación relativos al error en la interpolación de las FTE

En la fig 11 se ilustran los histogramas de los errores medidos en las modalidades *con dato* y *sin dato* (coeficientes c_a y c_c, respectivamente). De acuerdo con los resultados ilustrados a la izquierda, los coeficientes c_a tienen media 0.1 y son menores que los coeficientes c_m de la fig 8. A la derecha se ilustra la distribución de los coeficientes c_c. Estos oscilan entre 0.08 y 0.5, con media 0.2. Los histogramas de los errores esperados (coeficientes c_b y c_d) se ilustran en la fig 12. En la modalidad *con dato*, los errores varían entre 0.1 y 0.45, con media 0.23. Por su parte, los errores *sin dato* varían entre 0.1 y 1.0 con media 0.32. Nótese que los errores esperados *sin dato* mayores que 0.5 se reducen substancialmente cuando se calculan en la modalidad *con dato*. Esto significa que, los errores esperados se sobrestiman sistemáticamente en zonas insuficientemente instrumentadas.

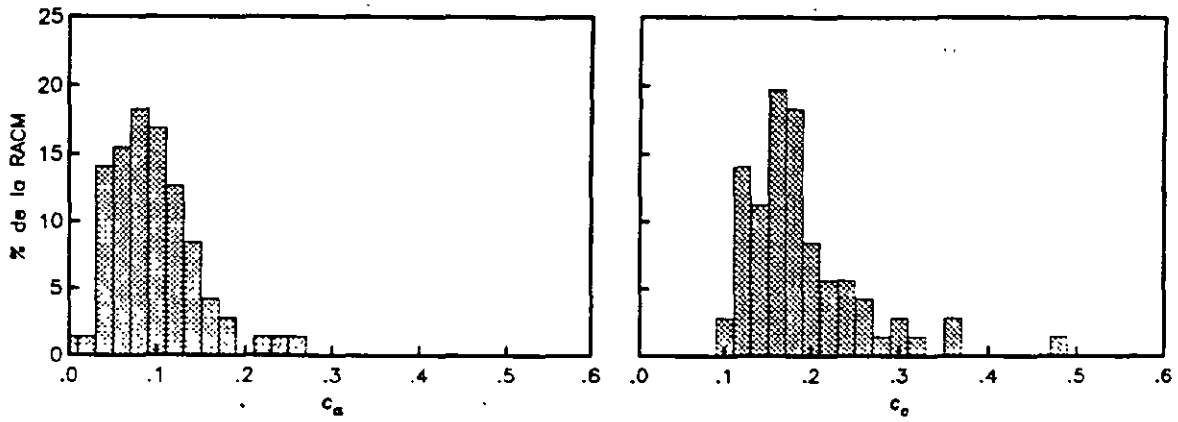


Fig 11 Coeficientes de variación medidos en las modalidades *con dato* y *sin dato*

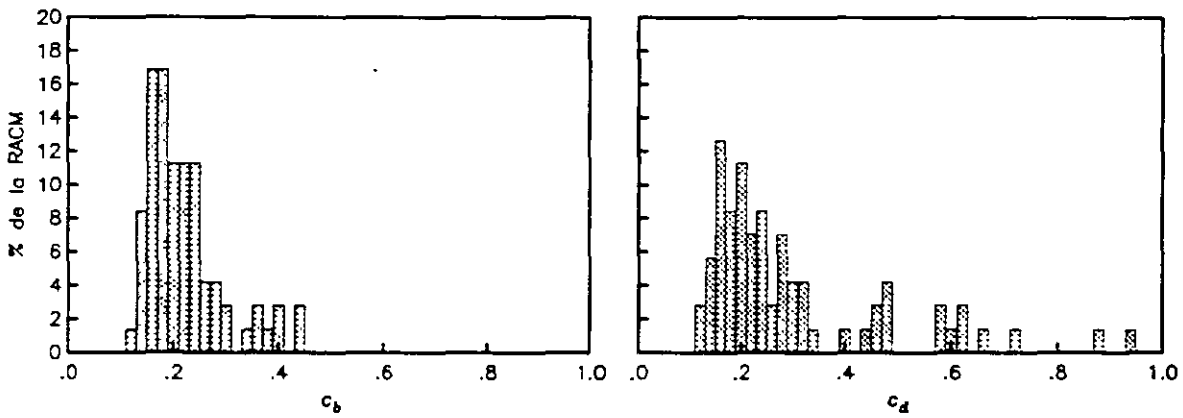


Fig 12 Coeficientes de variación esperados en las modalidades *con dato* y *sin dato*

En la fig 13 se comparan las FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para seis sitios en los que se obtuvieron errores *con dato*, medidos y esperados, menores que 10 % y 20%, respectivamente (ver figs 11 y 12). Los resultados son excelentes. Por ejemplo, las estaciones 04 y 62 están en la zona con mayor densidad instrumental, separadas por 4 km, aproximadamente. En estas estaciones los periodos del terreno son muy parecidos (Ts=1.95s y Ts=2.05s, respectivamente). También lo son las funciones de transferencia, aunque se pueden identificar ligeras diferencias (principalmente el ancho de banda, las amplitudes máximas alrededor del periodo dominante y la forma del primer modo superior situado, aproximadamente, en T=0.8s). Al parecer, las interpolaciones *sin dato* reflejan extraordinariamente estas peculiaridades. Ello se debe a que la información *a priori* no es significativa en la interpolación de las FTE de estas estaciones.

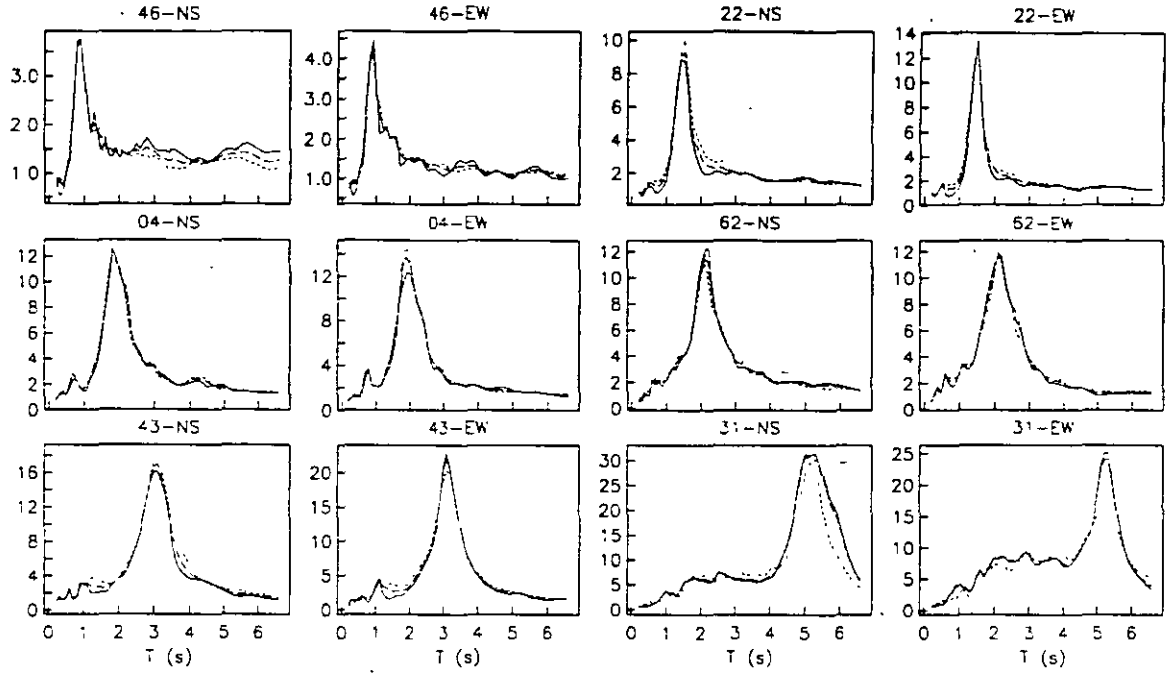


Fig 13 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para sitios con errores *con dato*, medidos y esperados, menores que 10 % y 20%, respectivamente (ver figs 11 y 12)

En la fig 14 se hace la misma comparación para algunos de los sitios con los errores *sin dato*, medidos y esperados, mayores que 20%. Para elegir estos sitios se buscó ilustrar la gama de periodos dominantes posibles para el terreno del valle de México. En todos los casos, las soluciones *con dato* y *sin dato* sugieren una combinación gradual entre las FTP y las FTE observadas. En la fig 15 se ilustran FTE correspondientes a los sitios con errores esperados *sin dato* mayores que 60% (estaciones 19, 33, tx y 14). Estos valores son un índice de los errores que se deben esperarse para las zona menos instrumentadas. Los errores pueden ser mayores, pero no es desalentador al tomar en cuenta que para las estaciones más alejadas de la red (19, 33 y tx) se tienen errores medidos *con dato* y *sin dato* bastante modestos.

En la fig 16 se muestra un mapa con la distribución de los errores esperados en la interpolación espacial de las FTE ($c_i = c_c$, sin excluir datos). Se han sombreado las áreas donde se esperan errores en los intervalos $0.2 \le c_i < 0.3$; $0.3 \le c_i < 0.5$, $0.5 \le c_i < 0.8$ y $c_i \ge 0.8$. Para la zona de terreno firme, el error esperado es $c_i = 0.125$. Nótese que en la zona del lago, los errores menores se esperan en el área con el mayor índice instrumental, mientras que en las regiones no instrumentadas los errores son $c_i \ge 0.8$. Estos valores pueden llegar a $c_i \ge 1.25$.

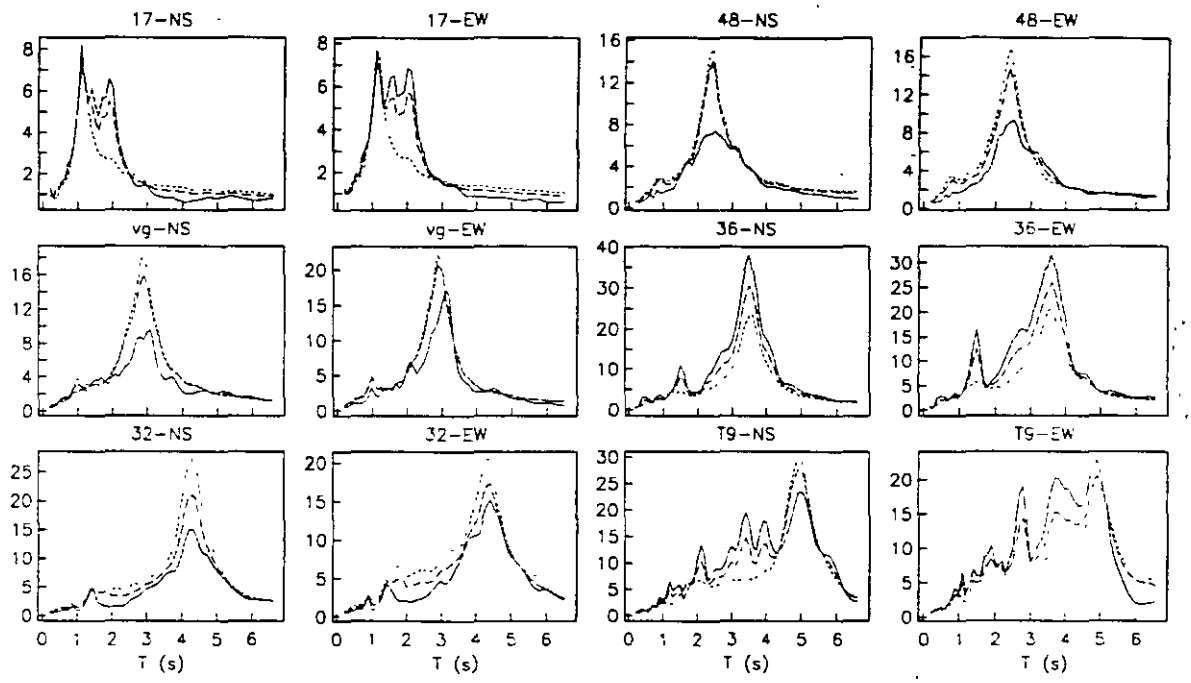


Fig 14 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *con dato* (líneas punteadas) para sitios con errores *con dato*, medidos y esperados, mayores que 10 % y 20%

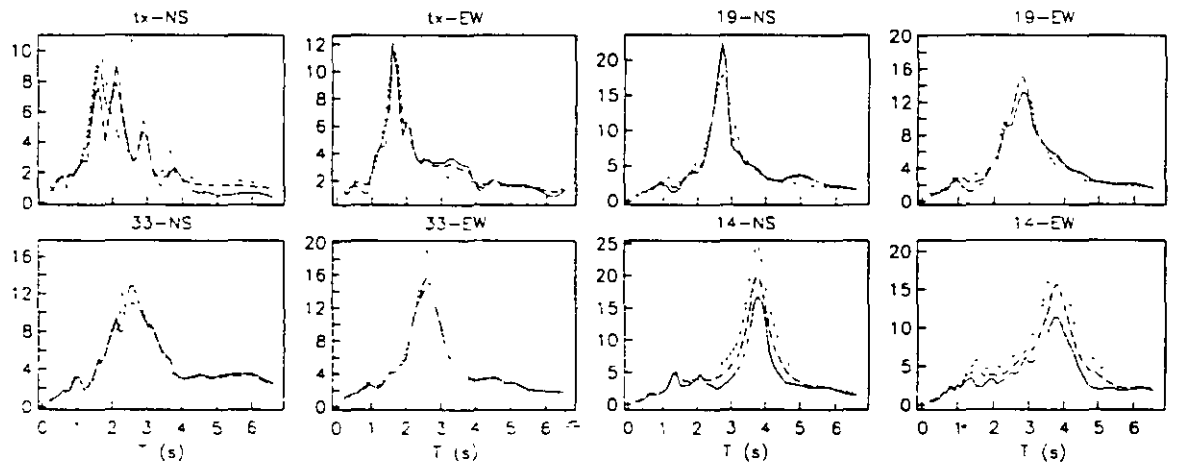


Fig 15 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para sitios con errores esperados *sin dato* mayores que 60 % (estaciones aisladas).

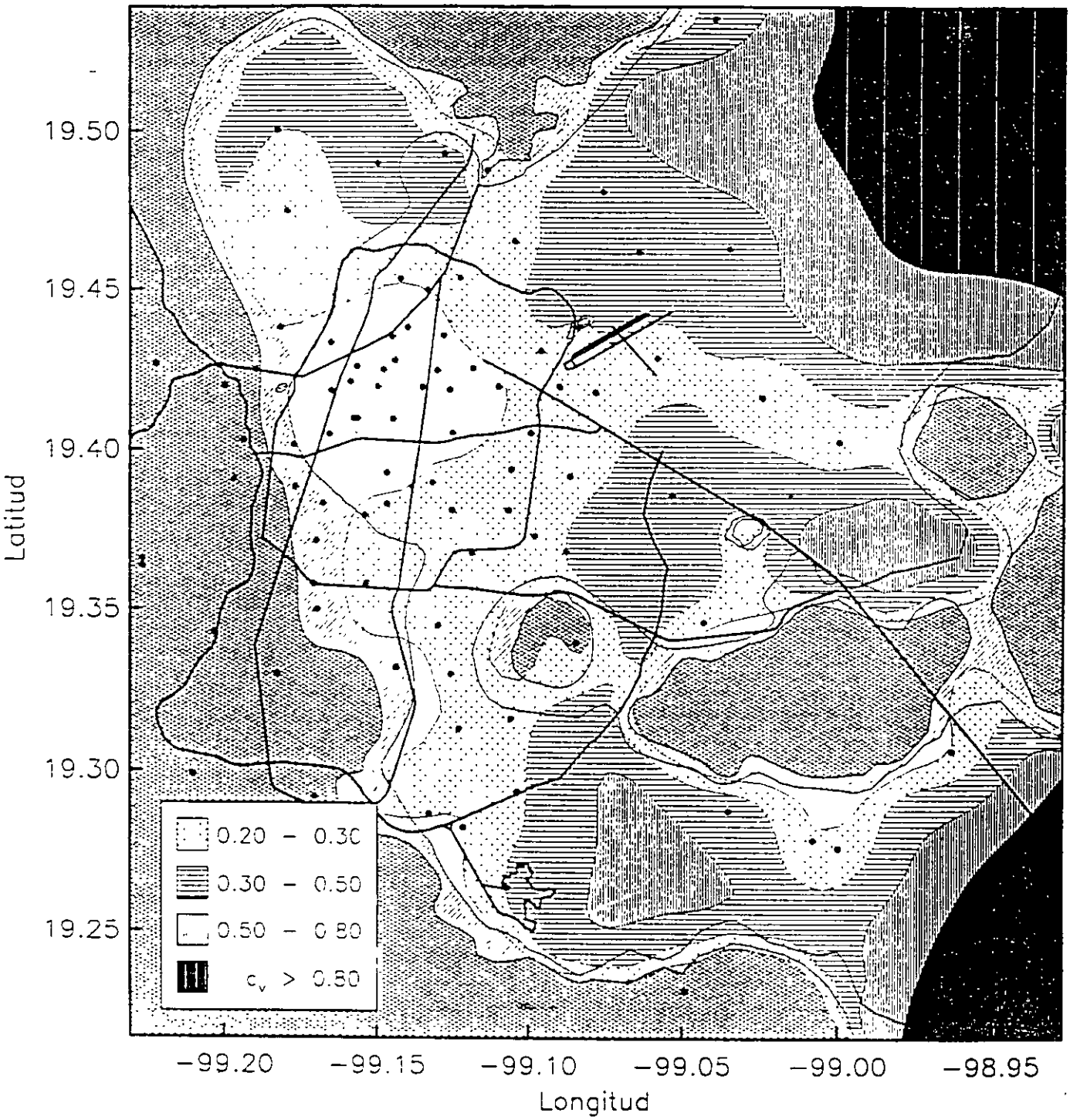


Fig 16 Coeficientes de variación esperados en la interpolación de funciones de transferencia empiricas

En la fig 17 se muestran las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 52 y 31 Estas estaciones tienen periodos dominantes de Ts=0.8s y Ts=5.3s, respectivamente. La sección cruza el área con el menor índice de error. Entre otros aspectos, puede verificarse que las variaciones espaciales son suaves y que existen diferencias significativas entre los componentes NS y EW. En la fig 18 se presentan las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre la estaciones t9 y un sitio arbitrario (SA) con coordenadas -98.95W, 19.50N. Los periodos dominantes son Ts=5.1s y Ts=1.2s, respectivamente. Esta sección se tiende sobre el área con el mayor índice de error. Se puede verificar que la solución está controlada por las FTP en mayor cuantía a medida que aumenta la distancia a la estación t9 (ver fig 9). Finalmente, en la fig 19 se ilustran las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 15 y 35. Esta sección se escogió porque cruza el área donde se presentan las mayores inestabilidades numéricas cuando el coeficiente de variación relativo a la información *a priori* es inadecuadamente grande ($s_0 \sim 1.0$). Si el coeficiente es menor ($s_0 \sim 0.3$) se obtienen resultados razonables y congruentes con naturaleza física y con las observaciones.

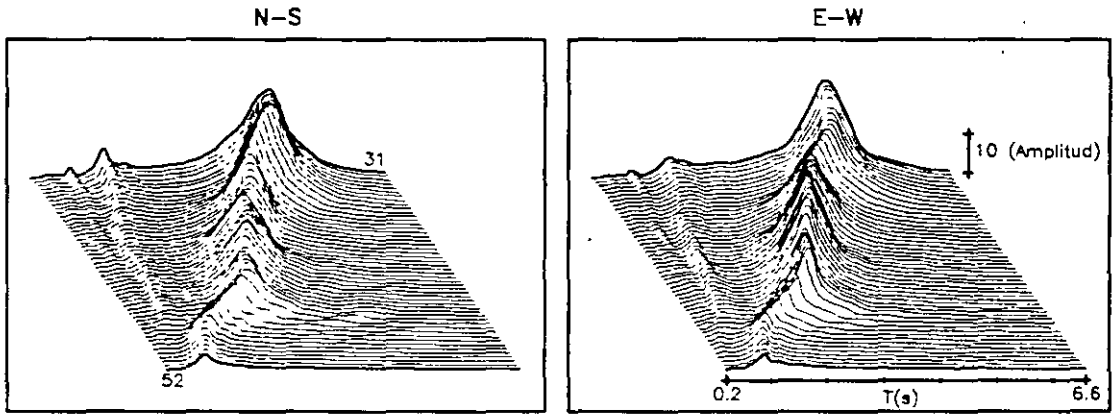


Fig 17 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 52 y 31

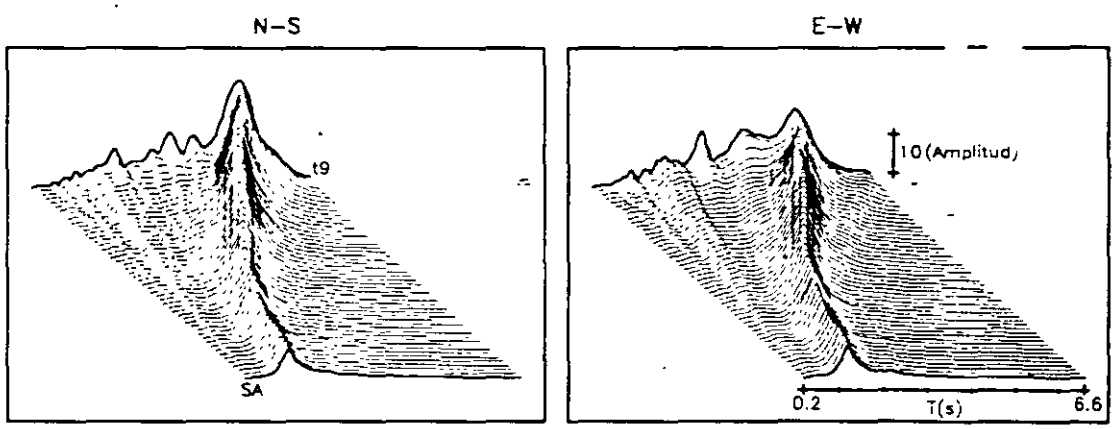


Fig 18 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre el sitio SA y la estación t9

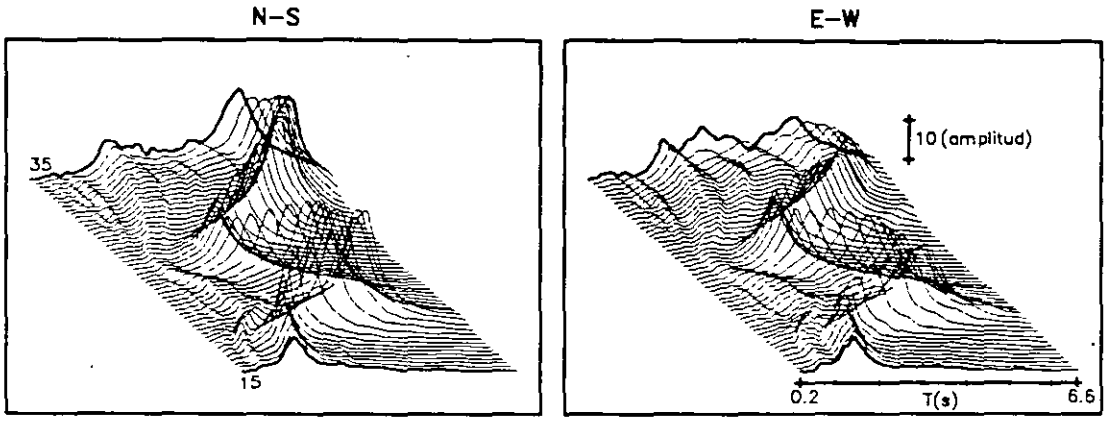


Fig 19 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 15 y 35

CONCLUSIONES

Se ha descrito un método para resolver un problema de interpolación espacial. Los datos son las funciones de transferencia empíricas que se han obtenido de los acelerogramas de varios temblores registrados en decenas de sitios en las zonas de terreno firme, transición y lago del valle de México. El planteamiento de un esquema estadístico para tratar la interpolación espacial de las funciones de transferencia mediante el uso de las técnicas de regresión bayesiana, ha permitido incorporar formalmente la información que se tiene acerca de los efectos de sitio en la respuesta dinámica del terreno. Esta formulación suministra soluciones más estables y racionales que las que se obtendrían al seguir esquemas de regresión convencionales para la interpolación espacial de datos geofísicos.

Para cada estación, se interpolaron las FTE (dos componentes horizontales) y se compararon con las FTE medidas en los registros (llamadas FTE observadas). Se encontró que las diferencias entre estas FTE son menores que las que se observan en las FTE producidas por un temblor y por otro. También se identificaron los errores que se cometen por el hecho de interpolar las FTE en sitios no instrumentados. Para ello, se calcularon las FTE de cada estación sin considerar los temblores registrados en ella y se compararon con las FTE observadas. Estas modalidades en el cálculo de FTE se identifican como *con dato* y *sin dato*, respectivamente. Se encontró que en las zonas densamente instrumentadas, los errores esperados en la interpolación de las FTE son del orden del 20%, en tanto que en las zonas insuficientemente instrumentadas pueden ser del 100%.

Como resultado parcial, se obtuvo un mapa de periodos dominantes del terreno, con base en toda la información proveniente de registros de movimiento fuerte y de microtremores, así como una medida de los errores cometidos en la interpolación de estas cantidades. Para la zona con mayor densidad instrumental, los errores pueden ser menores que 5% y pueden llegar al 70% en las zonas con instrumentación deficiente.

REFERENCIAS

Broemling L D (1985). *Bayesian Analysis of Linear Models*. Marcel Dekker, Inc., New York.

Bufaliza M (1984). *Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos*, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería UNAM.

Castro R, S K Singh y E Mena (1988). An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion, *Earthquake Spectra*, **4**, 675-686.

Esteva L y R Villaverde (1974). Seismic risk, design spectra and structural reliability, *Memorias del V Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Roma, Italia, 2586-2597.

Lancaster P y K Salkauskas (1986). Curve and surface fitting. An introduction. Academy Press, Londres.

Lermo J. M Rodríguez y S K Singh (1988). Natural period of sites in the Valley of Mexico from microtremor mesurements. *Earthquake Spectra*, 4, 805-814.

Ordaz M. E Reinoso. S K Singh, E Vera y J M Jara (1989). Espectros de respuesta en diversos sitios del Valle ante temblores postulados en la brecha de Guerrero, *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México, A187-A198.

Ordaz M y S K Singh (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull Seism Soc Am*, **82**, 24-43.

Ordaz M, R Meli, C Montoya-Dulché, L Sánchez y L E Pérez-Rocha (1992). Data base for seismic risk assessment in México City. *Simposio Internacional sobre Prevención de Desastres Sísmicos*. Centro Nacional de Prevención de Desastres, Mayo 18-21. México.

Ordaz M, Singh S K y Arciniega A (1994). Bayesian Attenuation regressions: an application to México City, *Geophys J Int*, **177**, 335-344.

Pelto C R, Elkins T A y Boyd H A (1988). Automatic contouring of irregularly spaced data, *Geophysics*, **33**, 424-430.

Pérez-Rocha L E, R Aguilar, A Arciniega, E Reinoso, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1991). *Re pi ta sísmica del valle de México: Aplicaciones y Teoría*. Informe Final presentado a la Secretaría de Obras del Despartamento del Distrito Federal.

Pérez-Rocha L E, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1995). Interpolación espacial de datos sísmicos. *Congreso Panamericano de Cimentaciones*. Guadalajara, Jal. México.

Pérez-Rocha L E, L Viéitez, F Flores y M Zárate (1996). *Predicción de intensidades sísmicas para el área metropolitana del Valle de México*. Cuadernos FICA # 13.

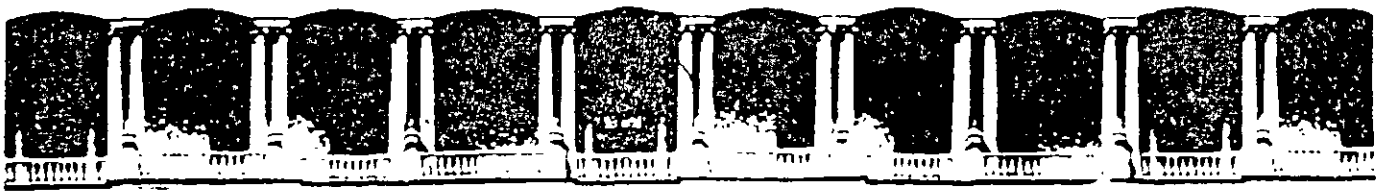
Reinoso E (1991). Efectos sísmicos locales en el Valle de México: amplificación medida en la zona lacustre. *Mem 9a. Conf Nal de Ing Sism*, 2, 224-236, Manzanillo, México.

Reinoso E, L E Pérez-Rocha, M Ordaz y A Arciniega (1992). Prediction of response spectra at any site in Mexico City. *Mem 10a. Conf Int de Ing Sism*, 767-772, Madrid, España.

Sánchez-Sesma F J, L E Pérez-Rocha y E Reinoso (1992). Ground motion in México City during the April 25, 1989 Guerrero earthquake. *Tectonophysics*, **218**, 127-140.

Singh S K, Mena E, Castro R y Carmona C (1987). Empirical Prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes, *Bull Seism Soc Am*, **78**, 230-242.

Singh S K, Lermo J, Domínguez T, Ordaz M, Espinosa J M, Mena E y Quaas R (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake Spectra*, 4, 653-674.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

PROPIEDADES Y COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LOS SUELOS

EXPOSITOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

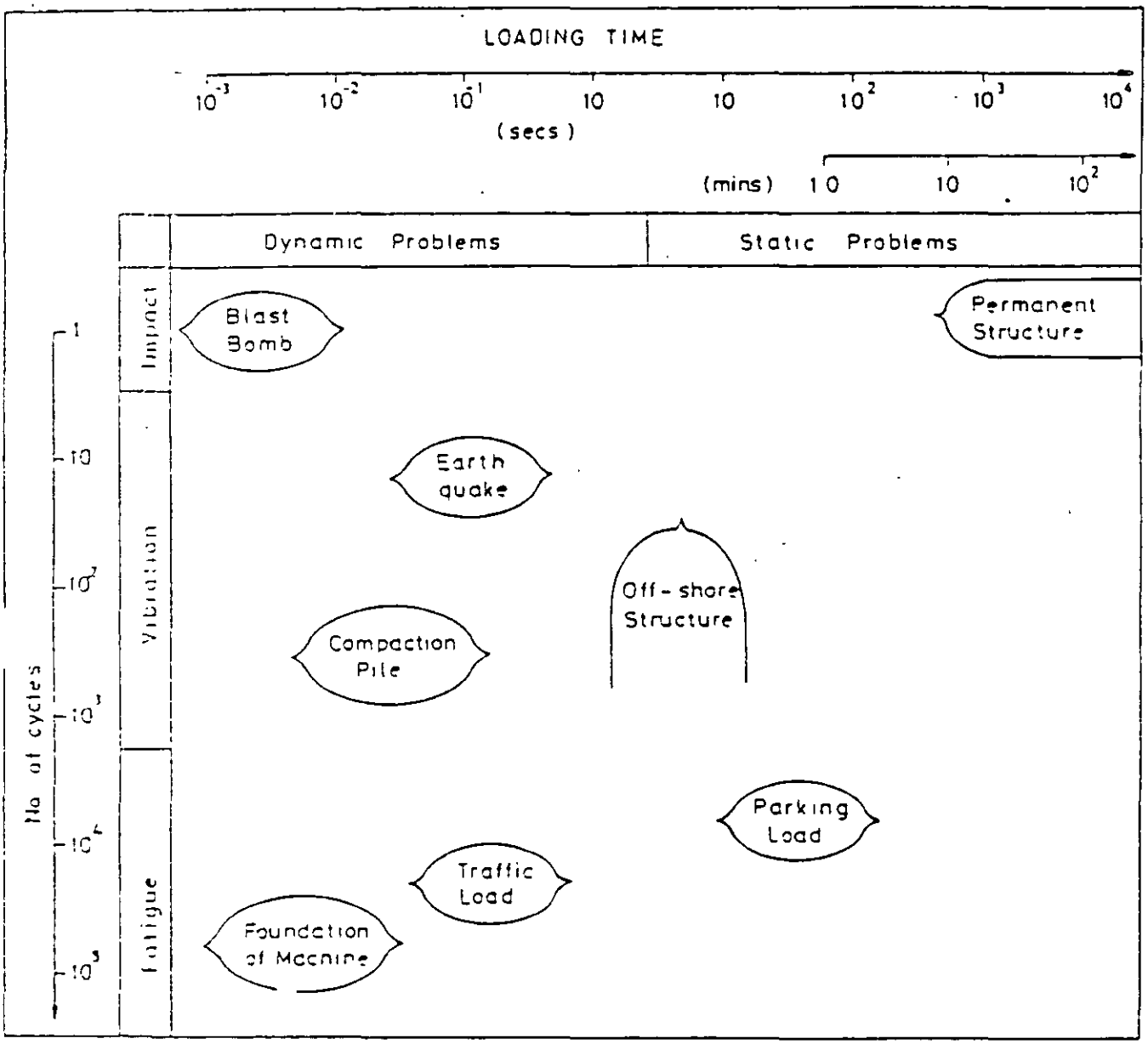
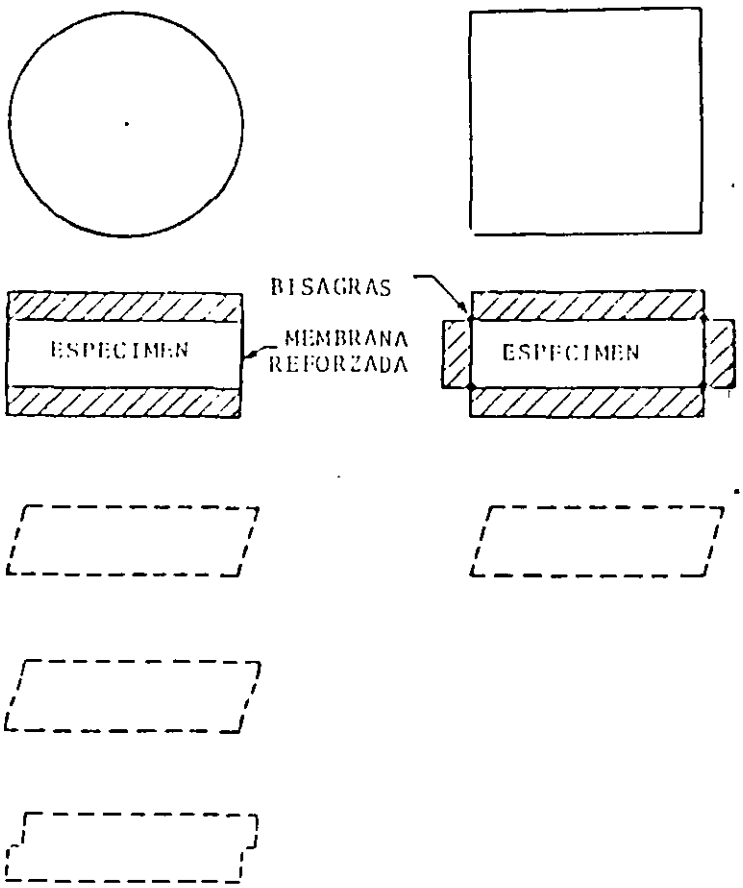


Fig 1 Classification of dynamic problems in terms of loading time and number of cycles. After Tokumaru, (1981).



INSTITUTOS NORUEGO Y SUECO DE GEOTECNIA

UNIVERSIDAD DE CAMBRIDGE

FIG. 4 DOS TIPOS DE APARATOS DE CORTE SIMPLE.

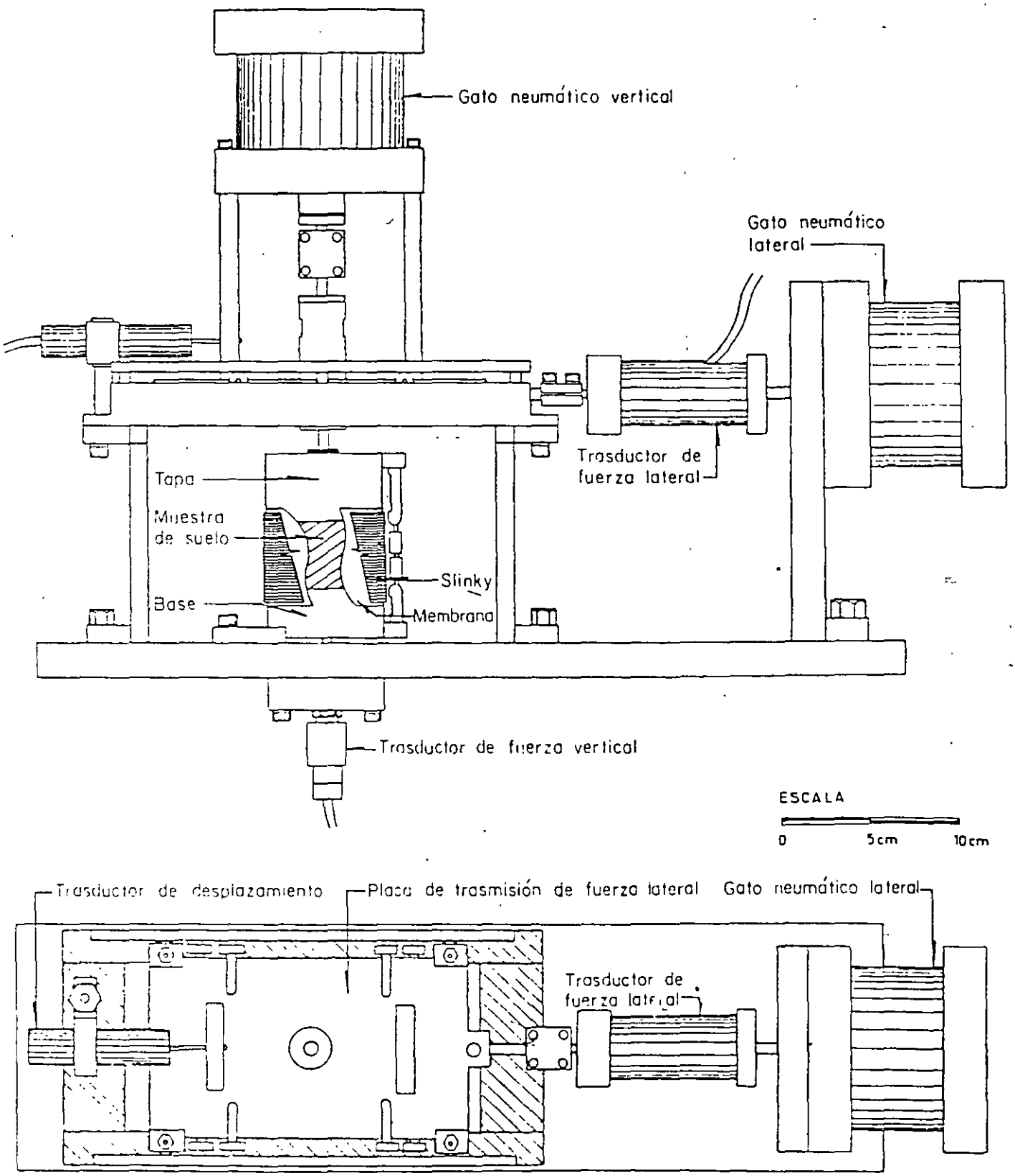
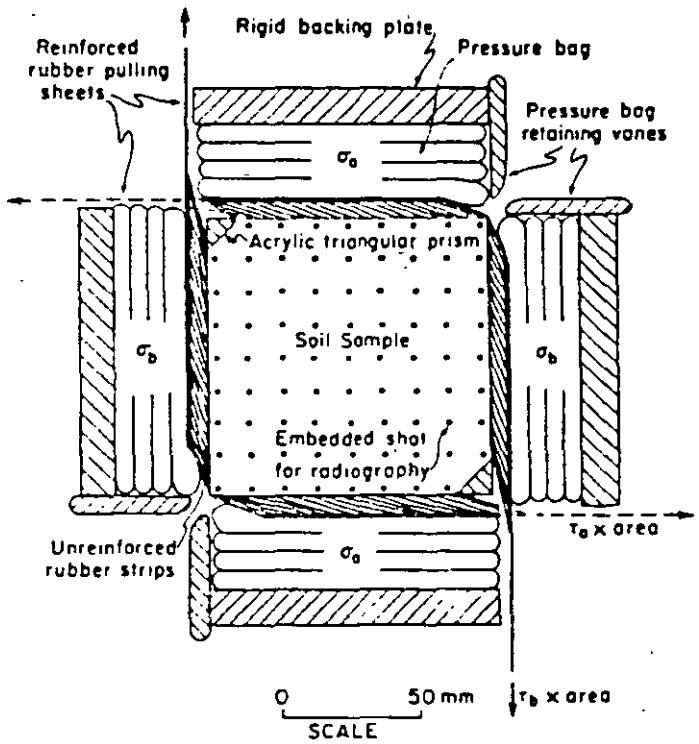


Fig. 5 Aparato de corte simple cíclico,
Instituto de Ingeniería (Jaime,1987)



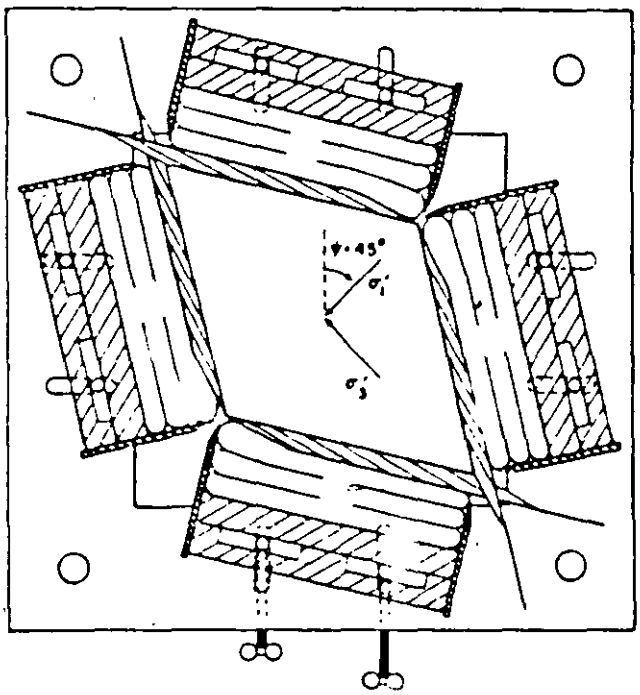


FIGURE 6 Stress conditions and principal directions rotations in the DSC cell. After Arthur (1982).

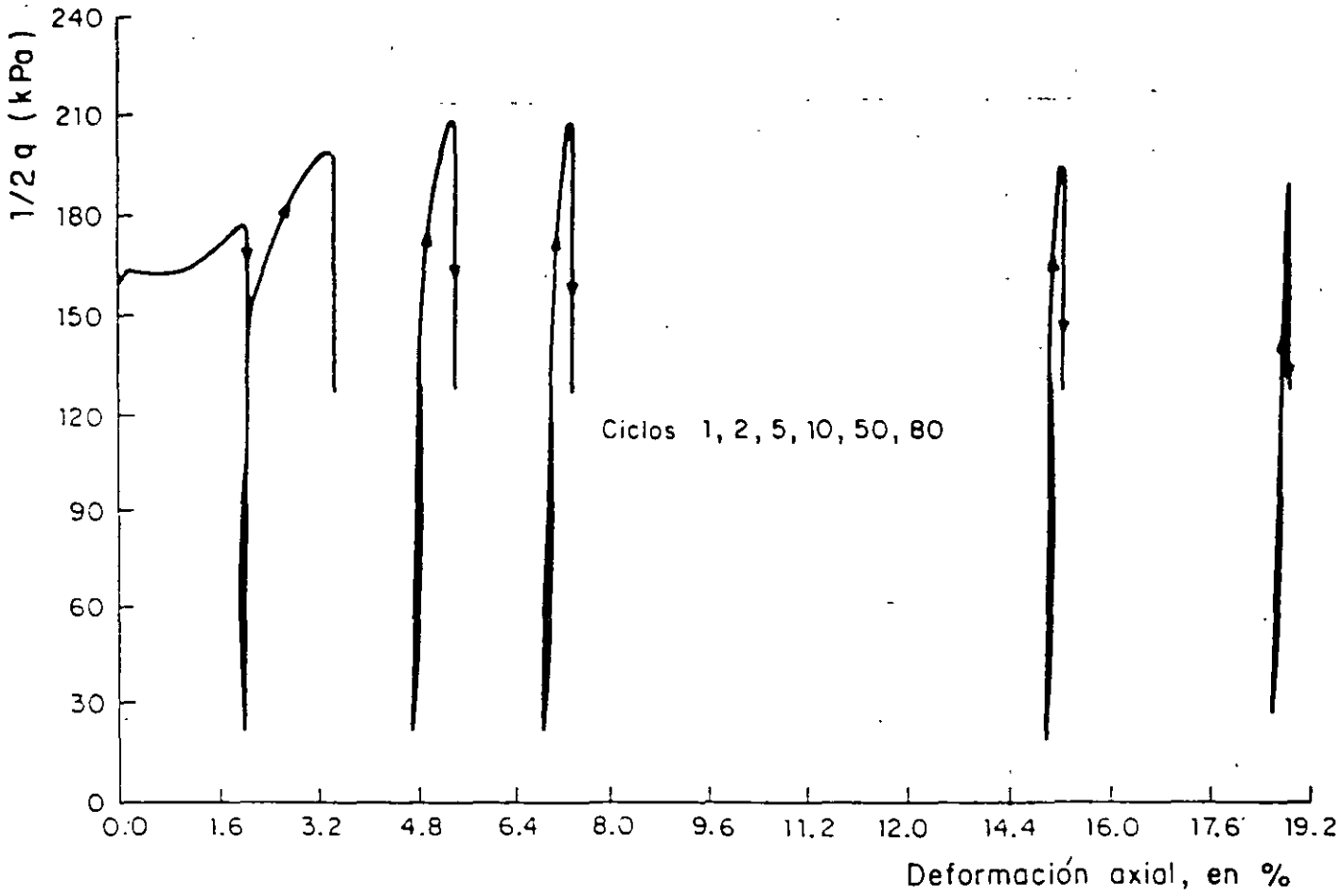


Fig 10.A Ejemplo de una curva esfuerzo-deformación con endurecimiento progresivo.

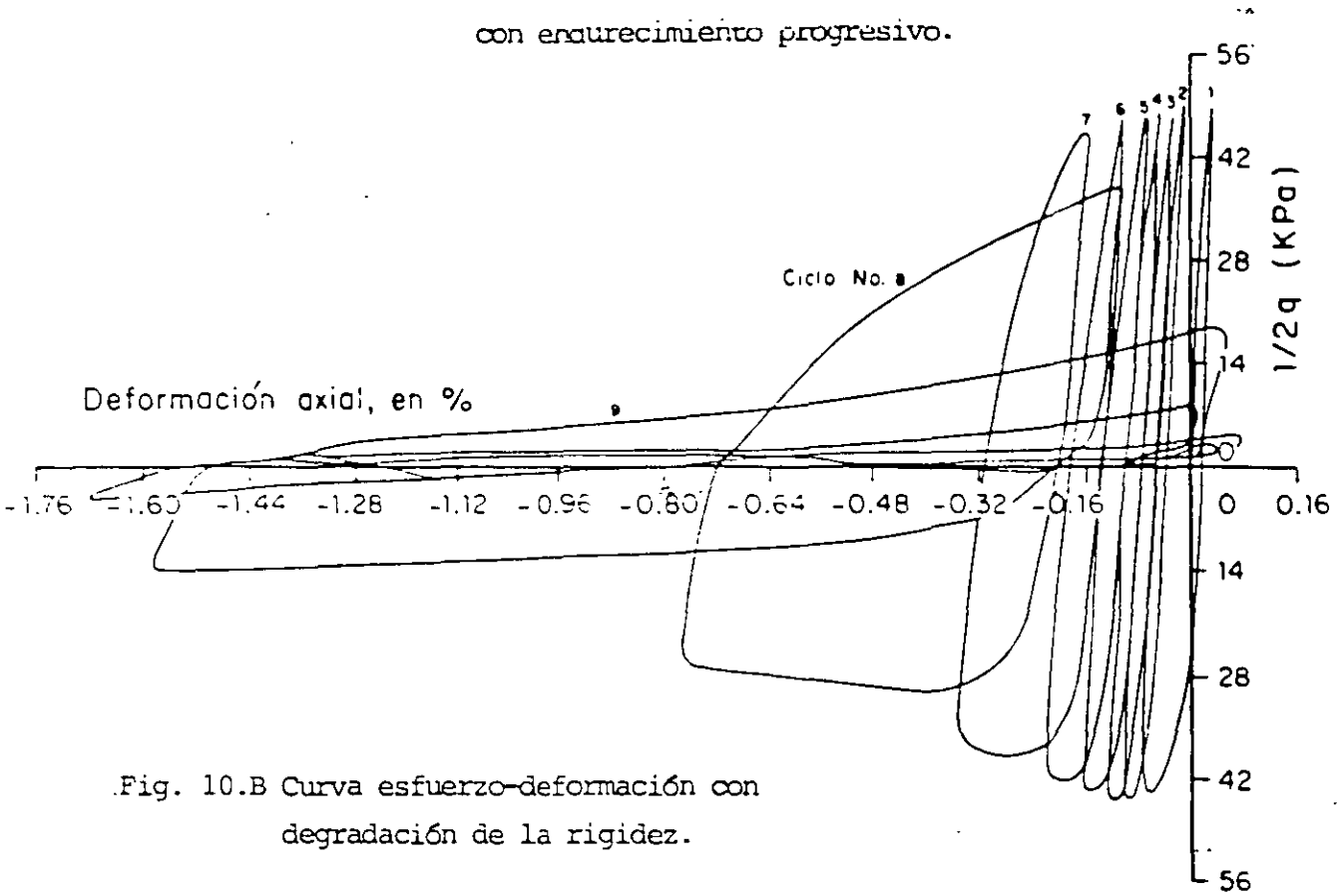
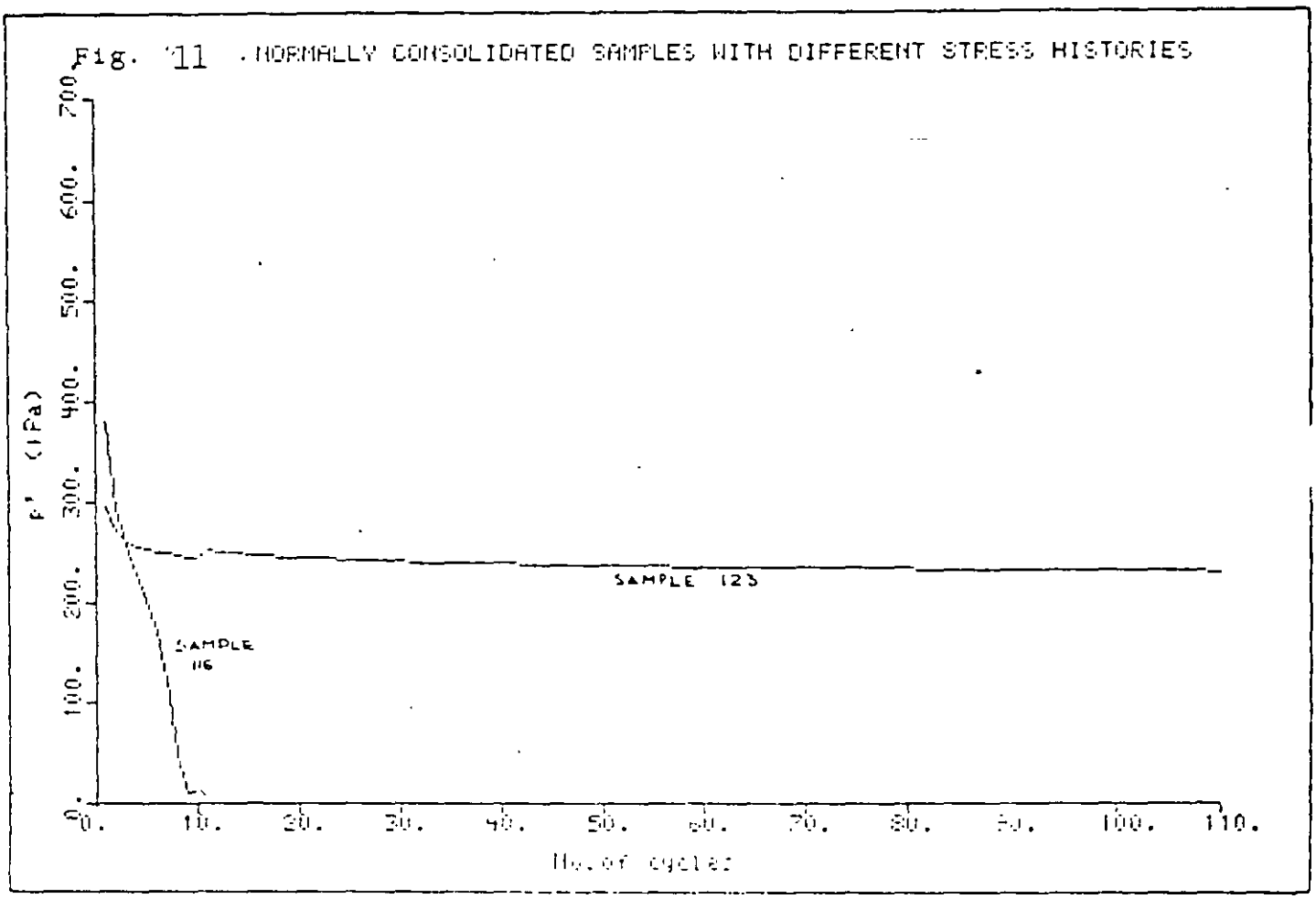


Fig. 10.B Curva esfuerzo-deformación con degradación de la rigidez.

Fig. 11 . NORMALLY CONSOLIDATED SAMPLES WITH DIFFERENT STRESS HISTORIES



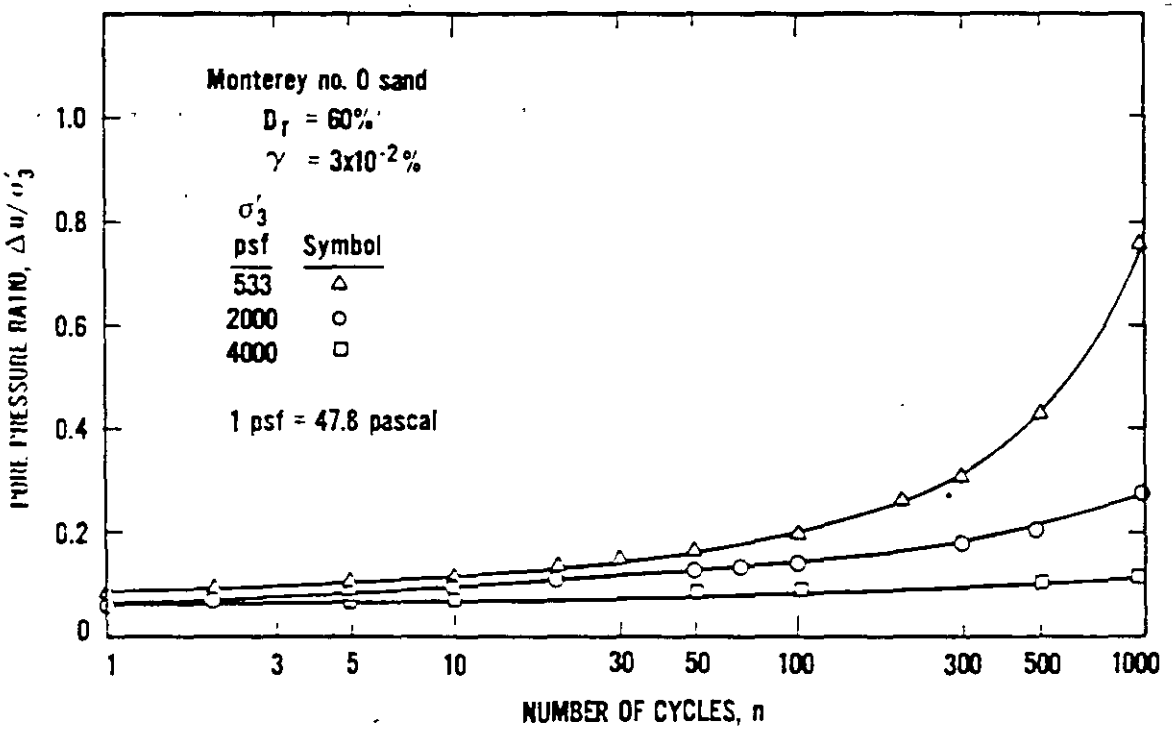


Figure 12 Pore water pressure buildup as a function of number of cycles for Monterey No. 0 sand at D_r = 60 percent, γ = 3 x 10^{-2} percent and various effective confining pressures (DOBRY, ETAC, 1982).

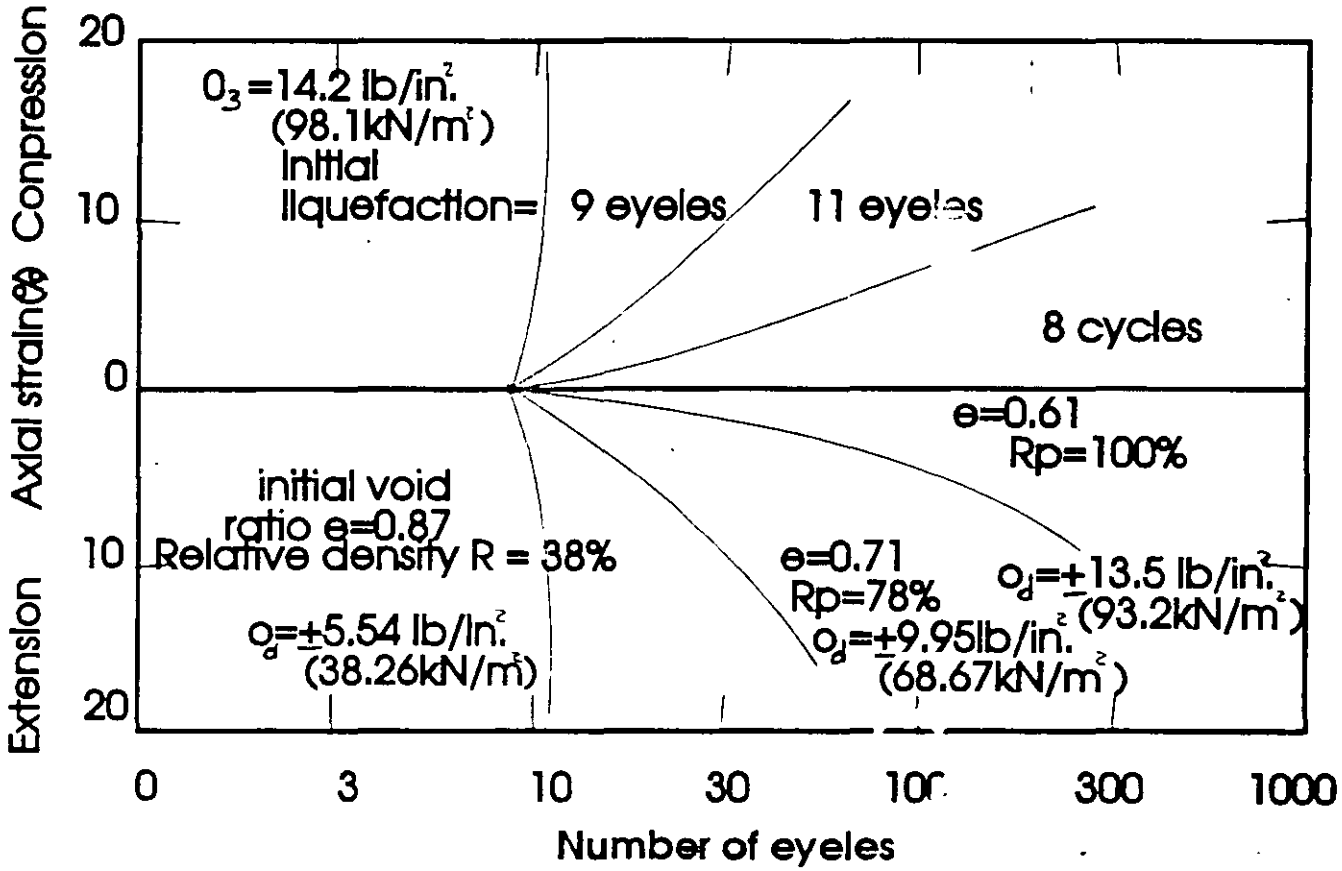


FIGURA 13 Axial strain after initial liquefaction for pulsatin load test at three densities for Sacramento River sand. ISeed, H. B., and Lee, K. L. (1966)

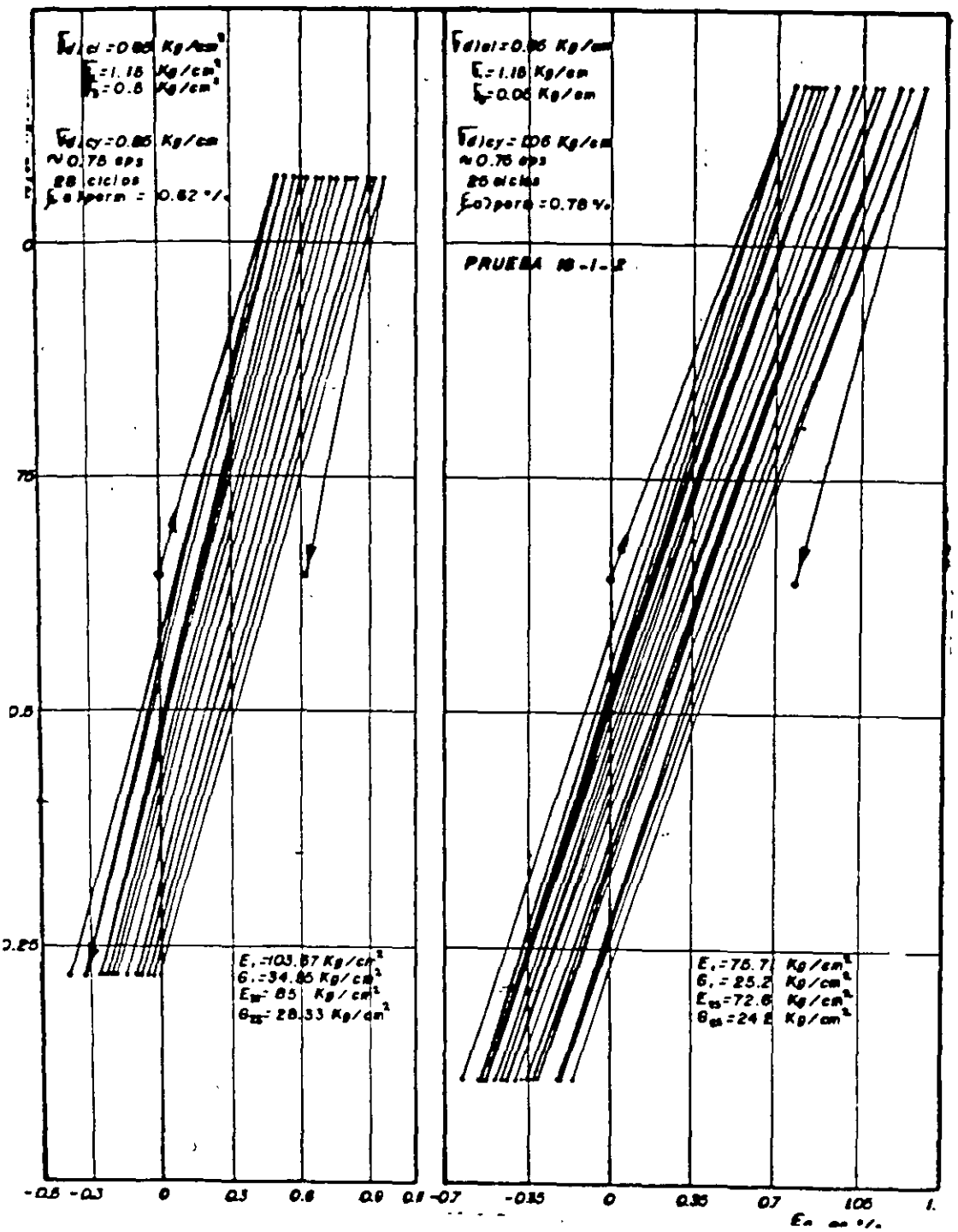


FIG. 18

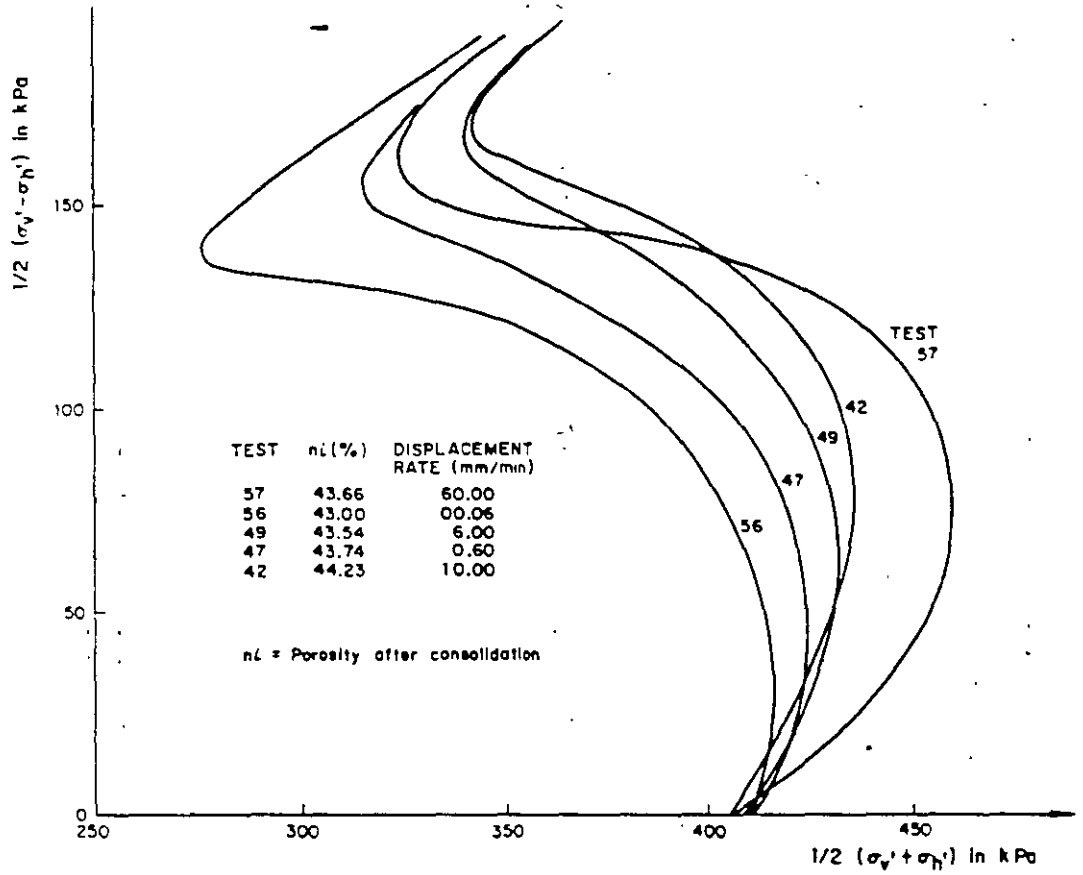


FIG 20.A Effect of axial displacement rate on the UESP$_s$ of isotropically, normally consolidated HRS (OVANDO Y HIGHT)

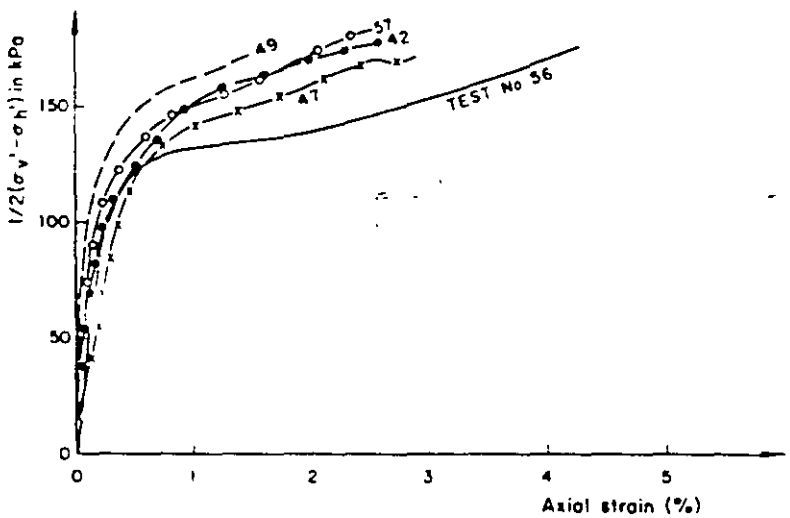


FIG. 20.B HRS tested at different strain rates. Stress-strain curves (OVANDOy HIGHT)

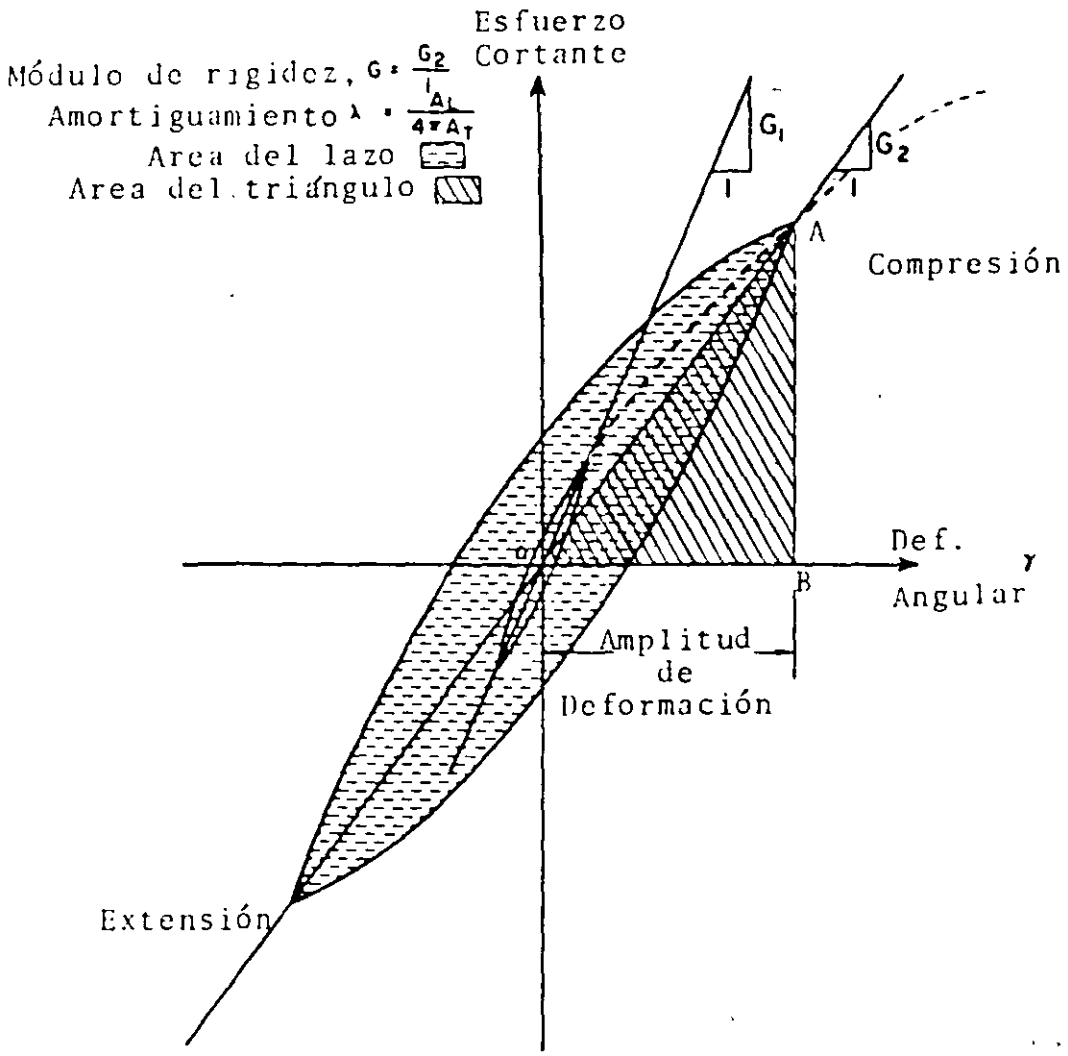


FIG. 21 RELACION HISTERETICA ESFUERZO-DEFORMACION PARA DIFERENTES AMPLITUDES DE DEFORMACION.

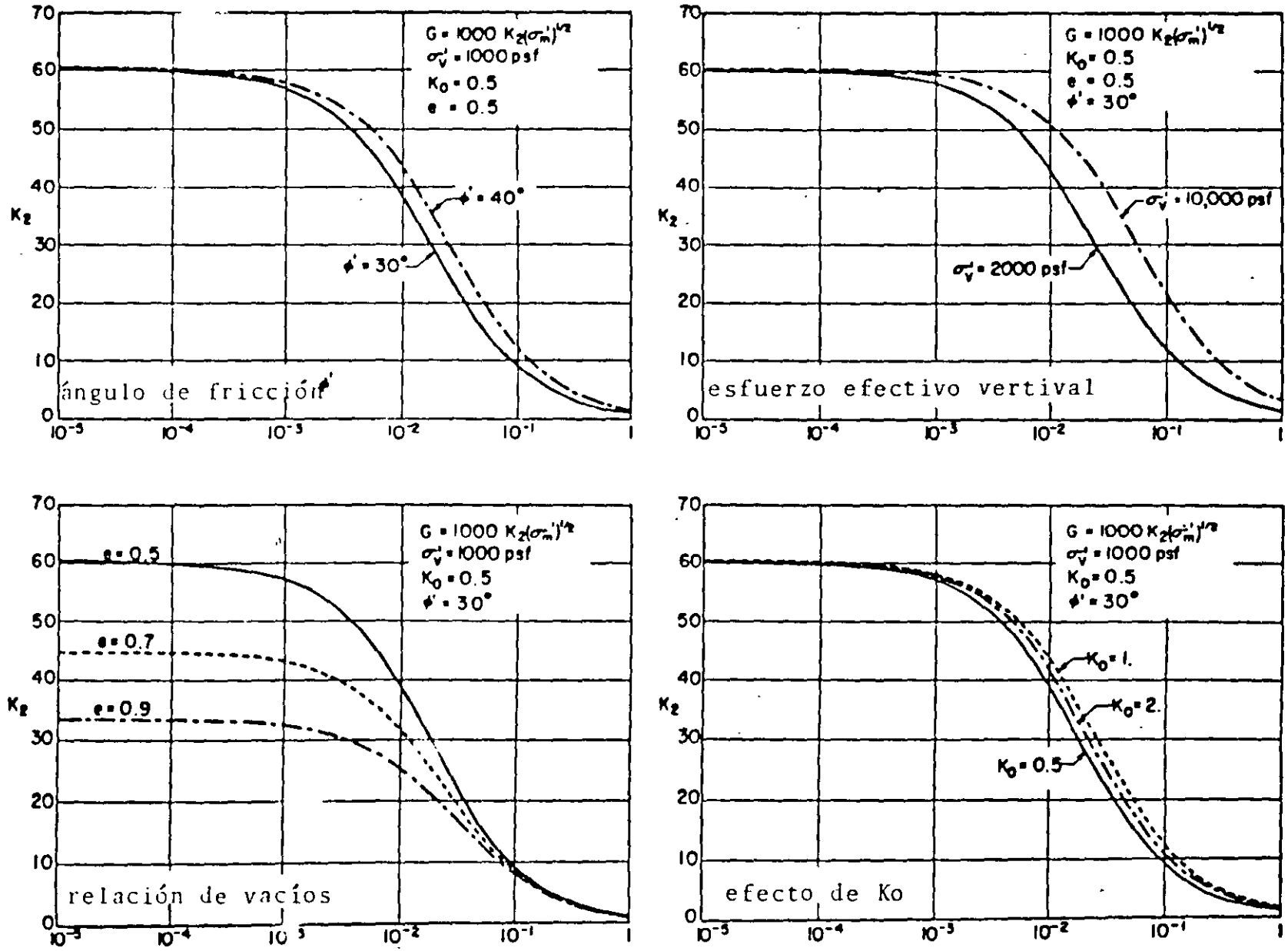


FIG. 23 INFLUENCIA DE VARIOS FACTORES SOBRE EL MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE DE ARENAS. (SEED E IDRISS,1970)

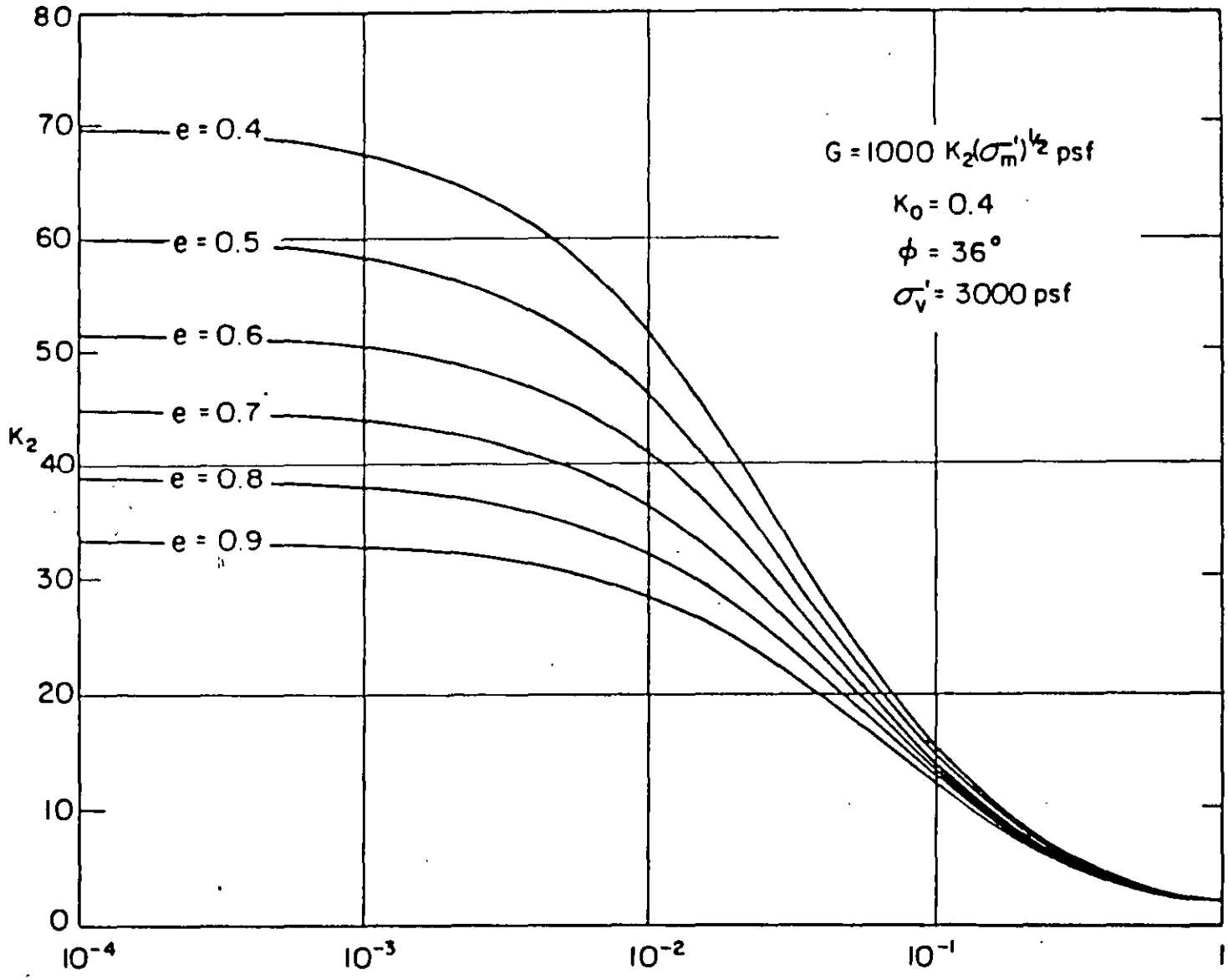


FIG. 24 MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE PARA ARENAS

(SEED E IDRISS, 1970)

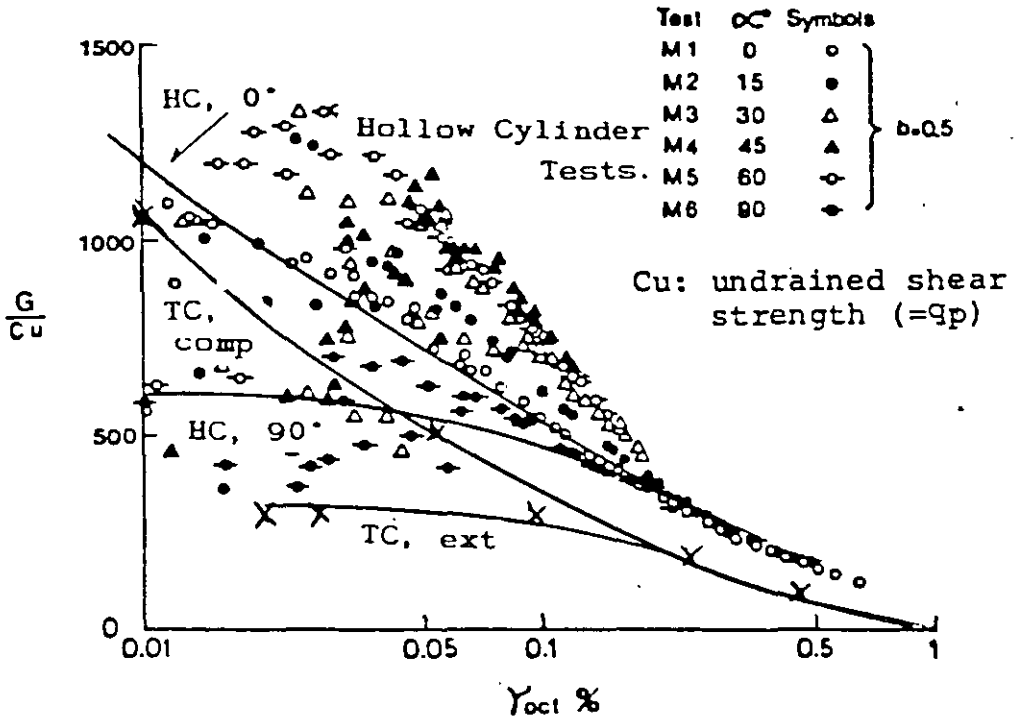


Fig. 25 . G/Cu against octahedral shear stress. Hollow Cylinder tests after Shibuya (1985).

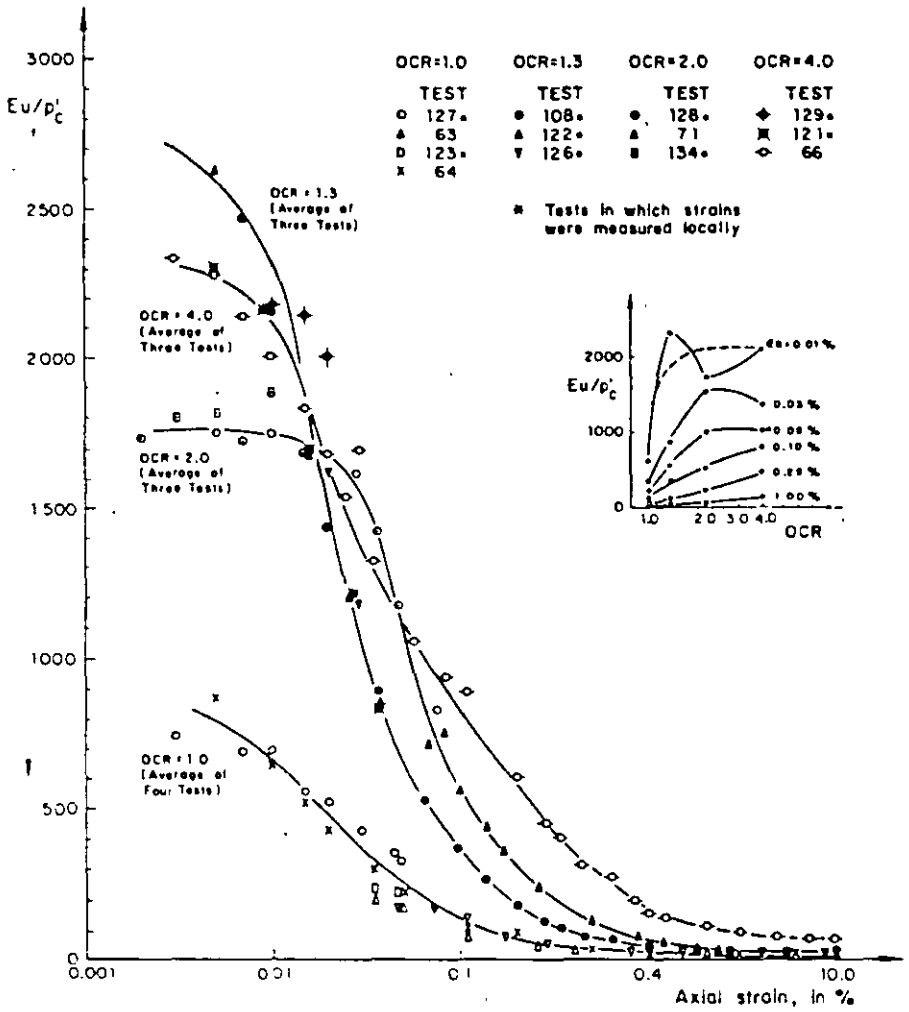


Fig 26 Normalized stiffness vs strain curves for anisotropically consolidated samples sheared in compression

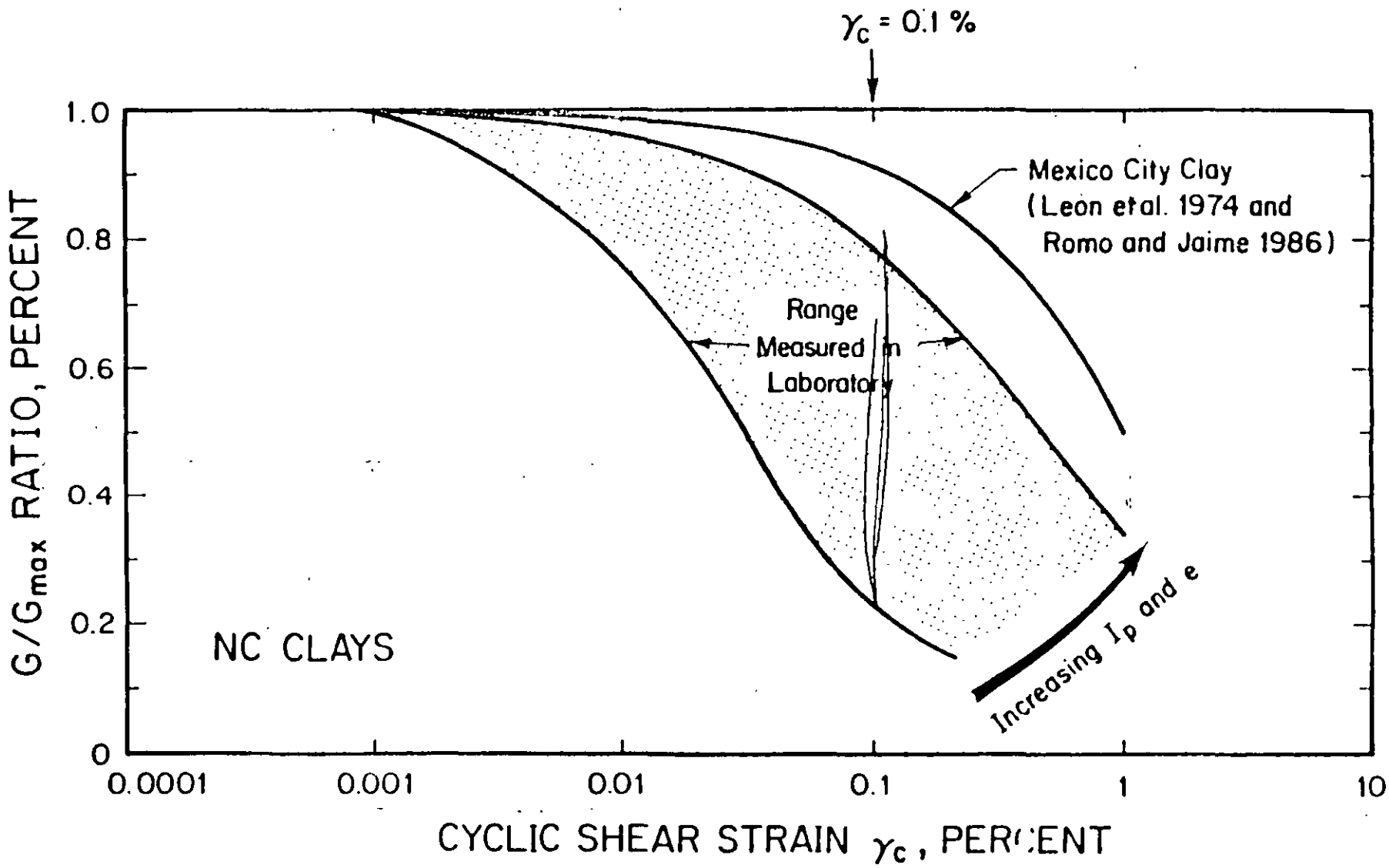


Fig. 28 Curvas rigidez normalizadas contra deformación para diferentes suelos (Dobry, 1987).

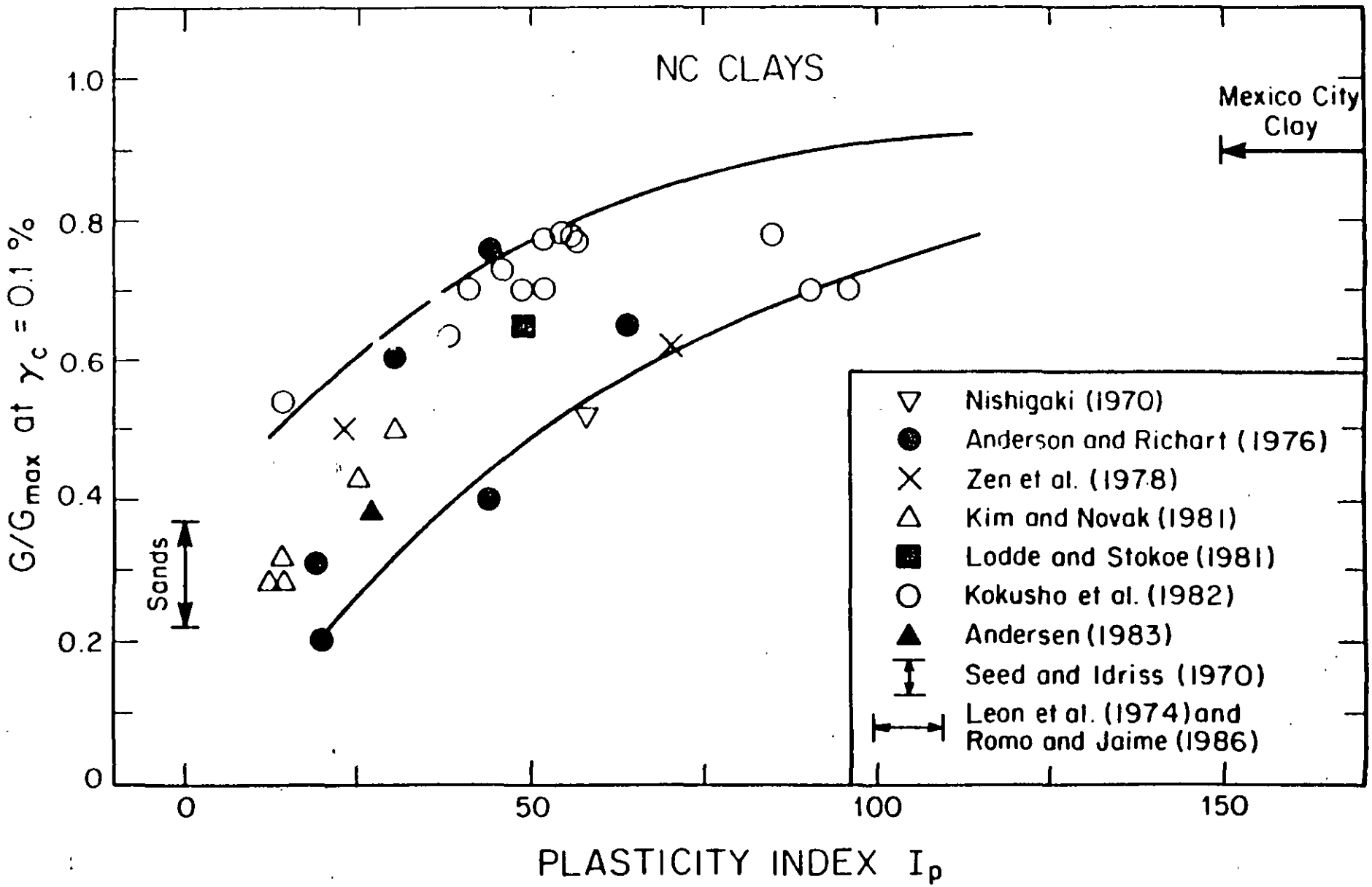


Fig. 29 Rigidez a 0.1% de deformación como función del índice de plasticidad.

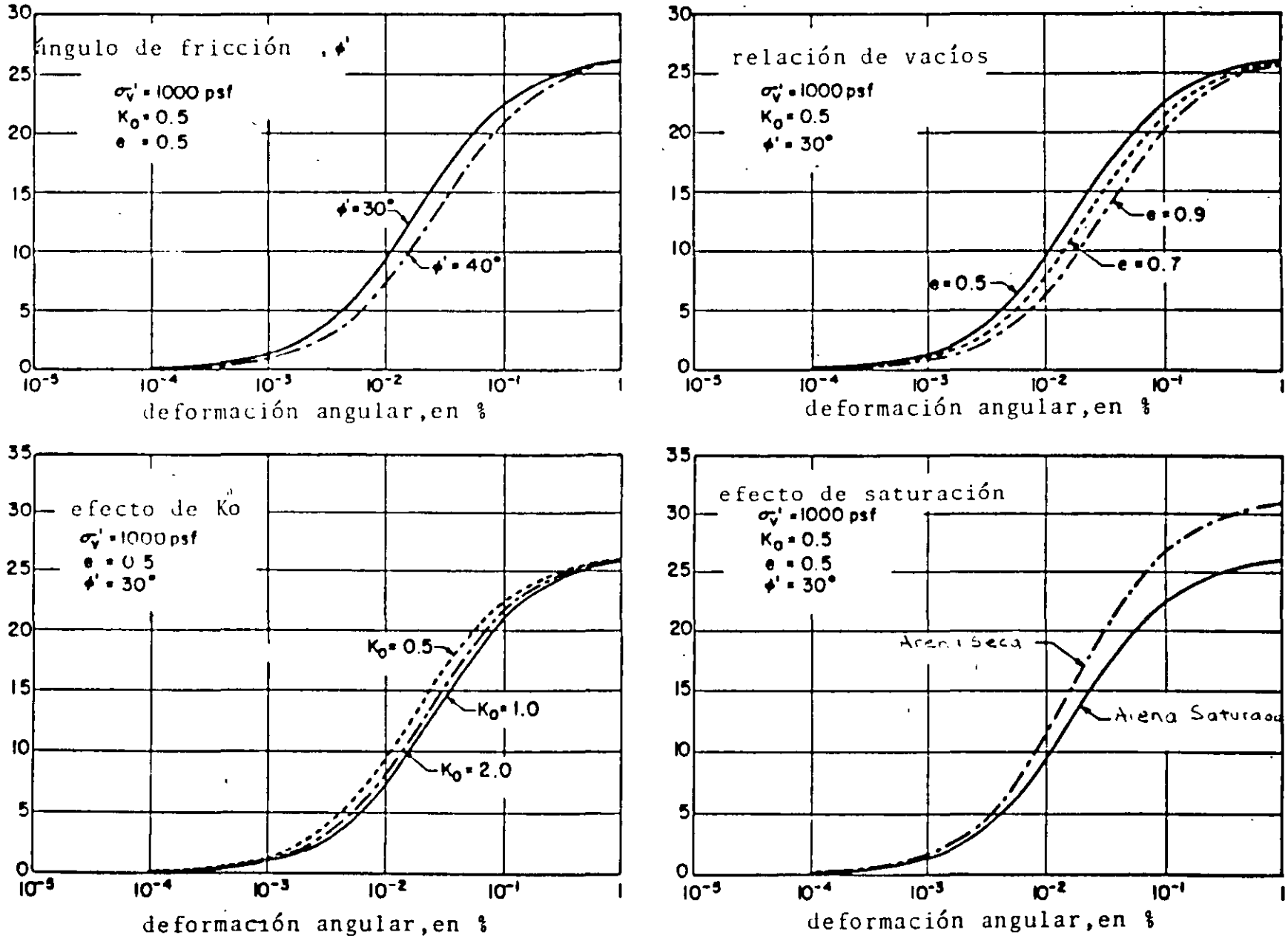


FIG. 30 INFLUENCIA DE VARIOS FACTORES SOBRE LA RELACION DE AMORTIGUAMIENTO PARA ARENAS. (SEED E IDRISS, 1970)

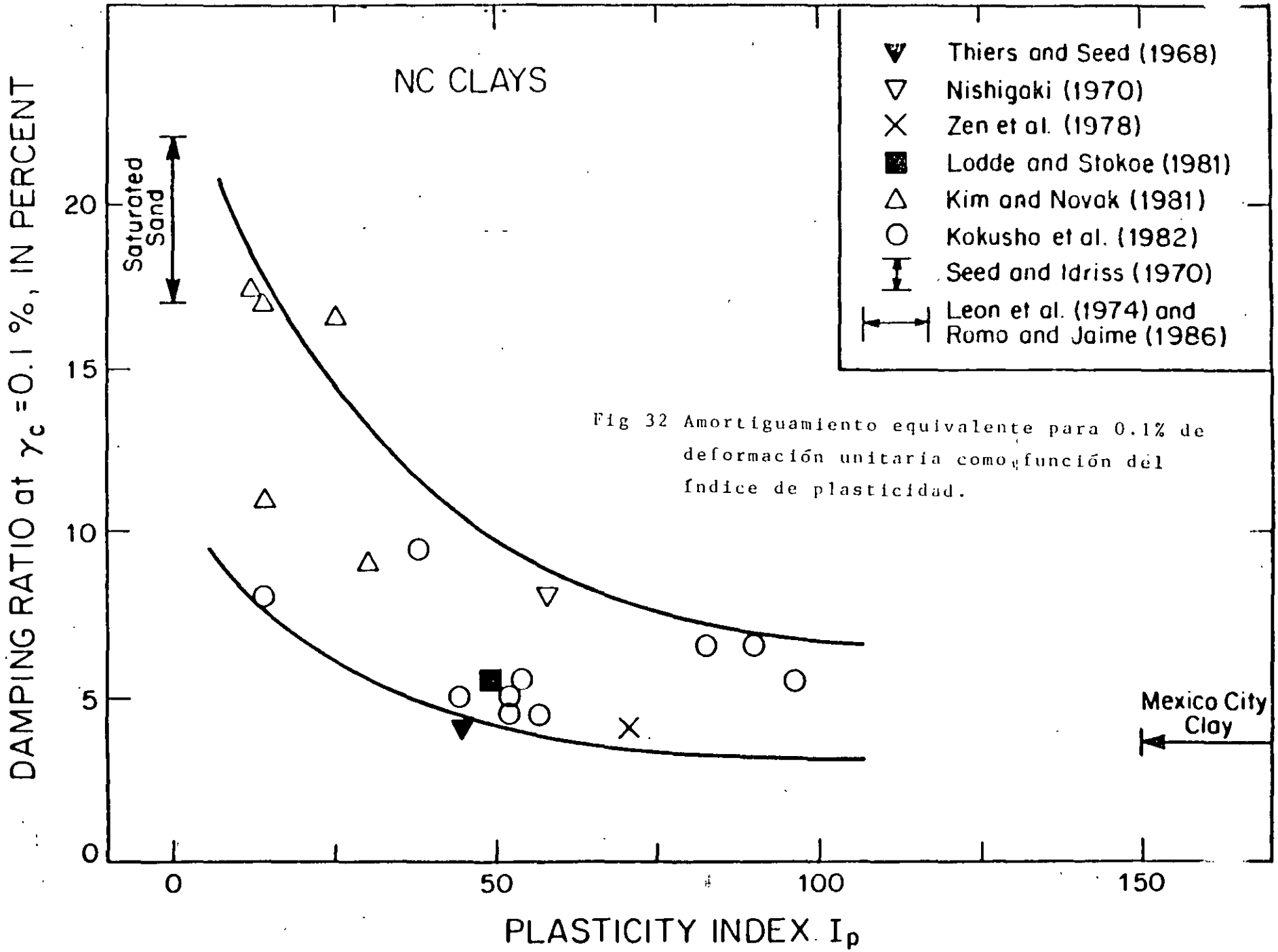


Fig 32 Amortiguamiento equivalente para 0.1% de deformación unitaria como función del índice de plasticidad.

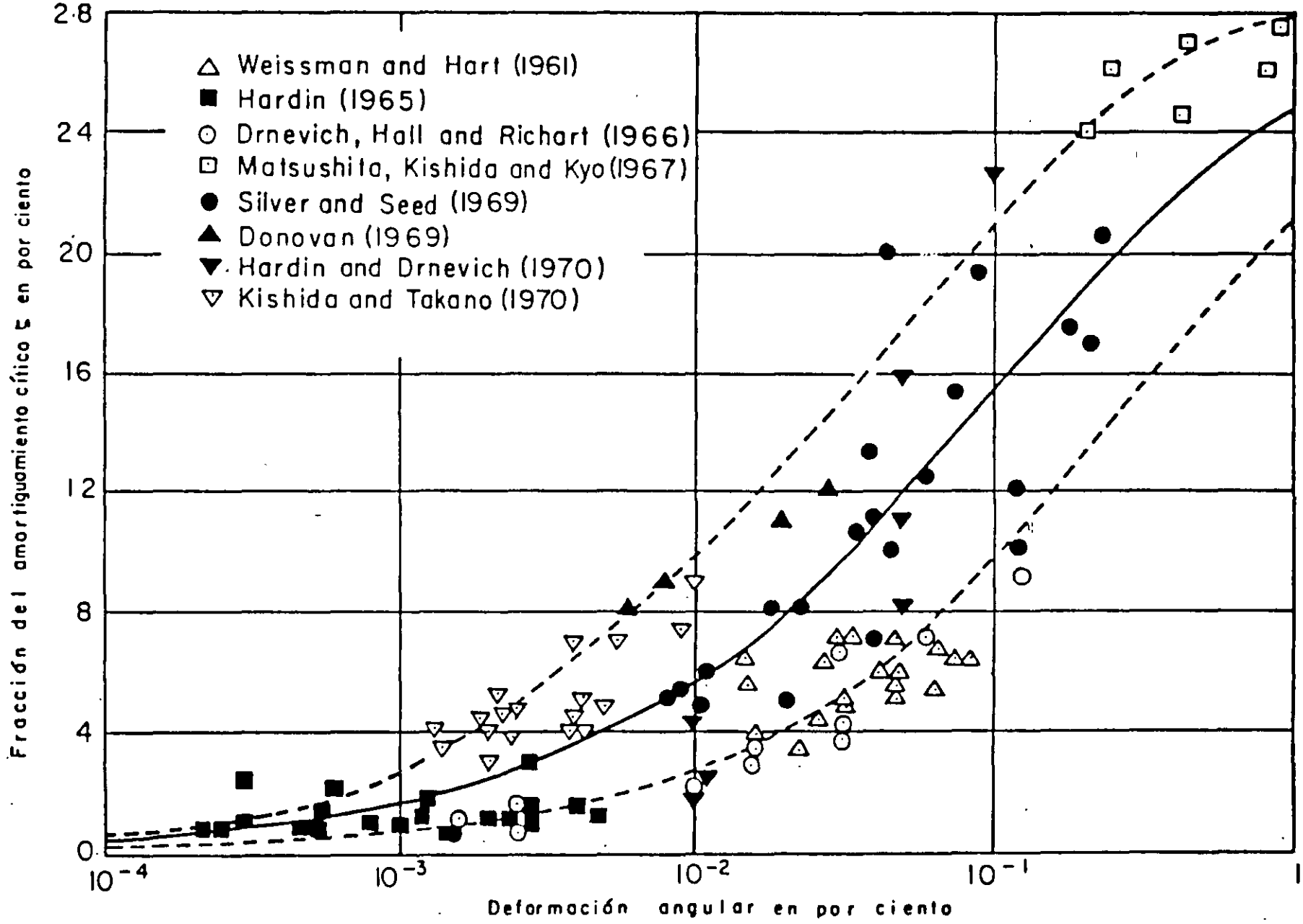


FIG. 31 AMORTIGUAMIENTO PARA ARENAS
(Seed e Idriss, 1970)

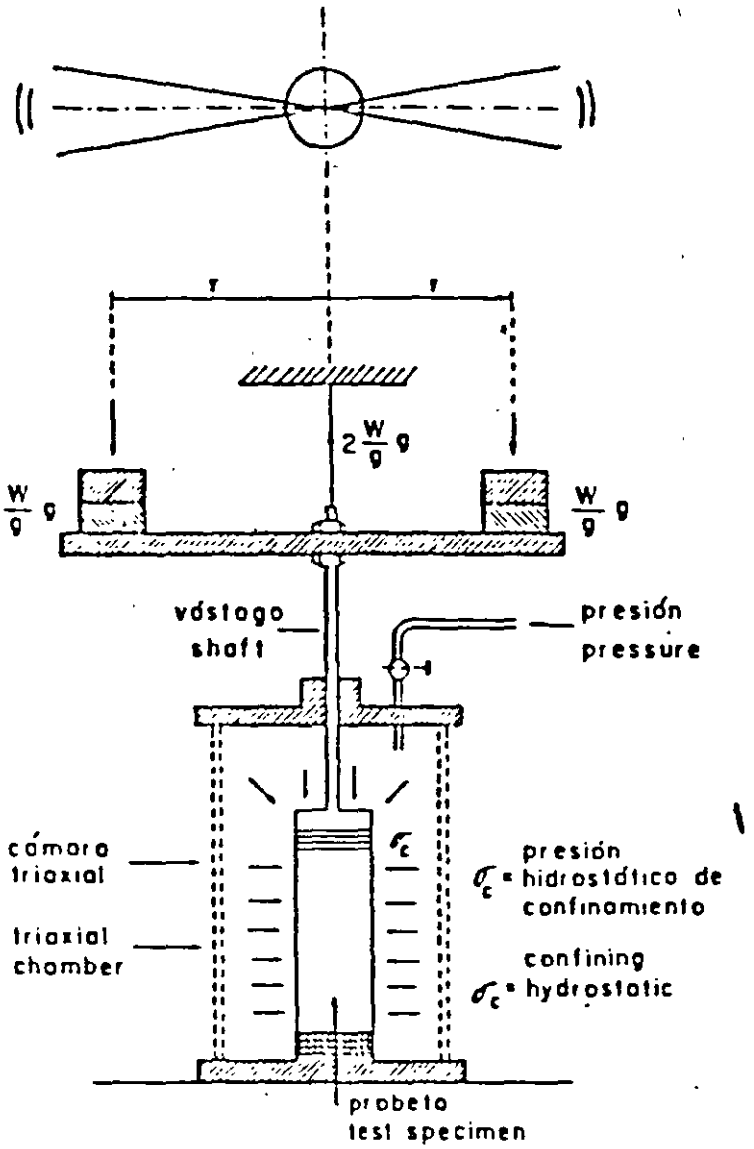
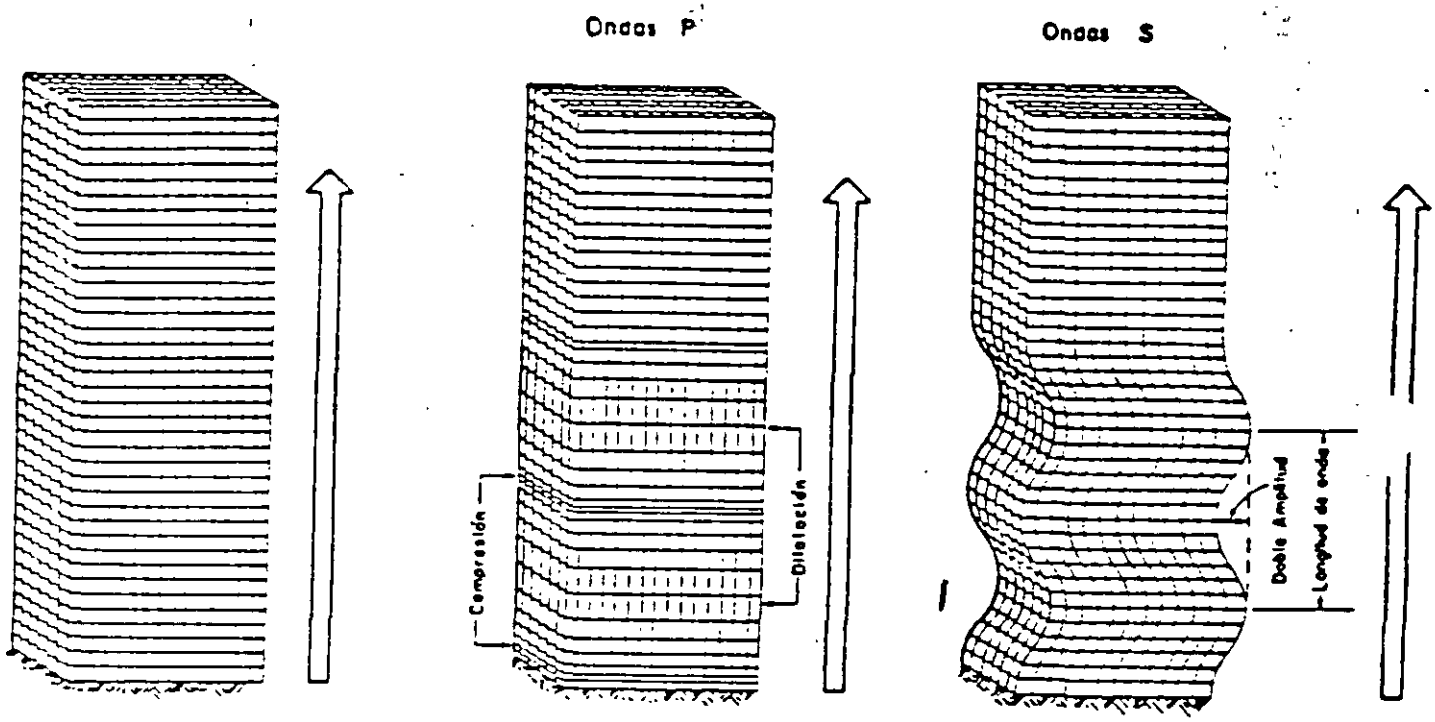


FIG. 35 PRUEBA DE VIBRACIÓN TORSIONAL LIBRE

(ZEEVAERT, 1967)



a. Medio no perturbado

b. Medio perturbado

c. Medio perturbado

F.G. 36 ONDAS DE CUERPO

DEPTH	044.0m	RECORD	100msec	PULSE WIDTH	0.8msec
DELAY	04msec	TIME SCALE	2.0msec/line	AUTO-STACK	1

CH	V2	A2	H2	V1	A1	H1
GAIN	500	100	100	1 K	200	200
LCF(Hz)	100	100	100	100	100	100
HCF(Hz)	5 K	5 K	5 K	5 K	5 K	5 K

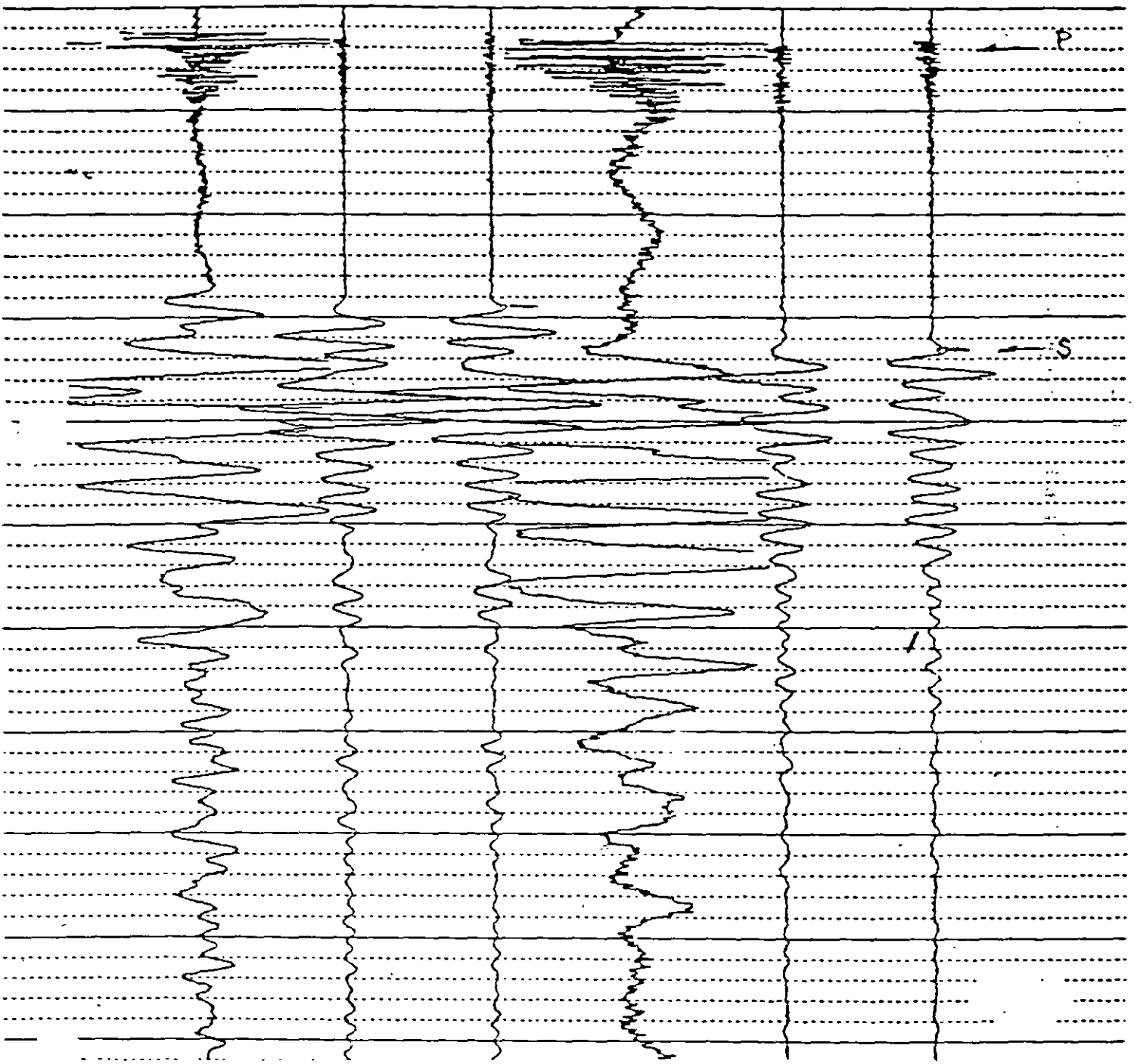


FIG. 43

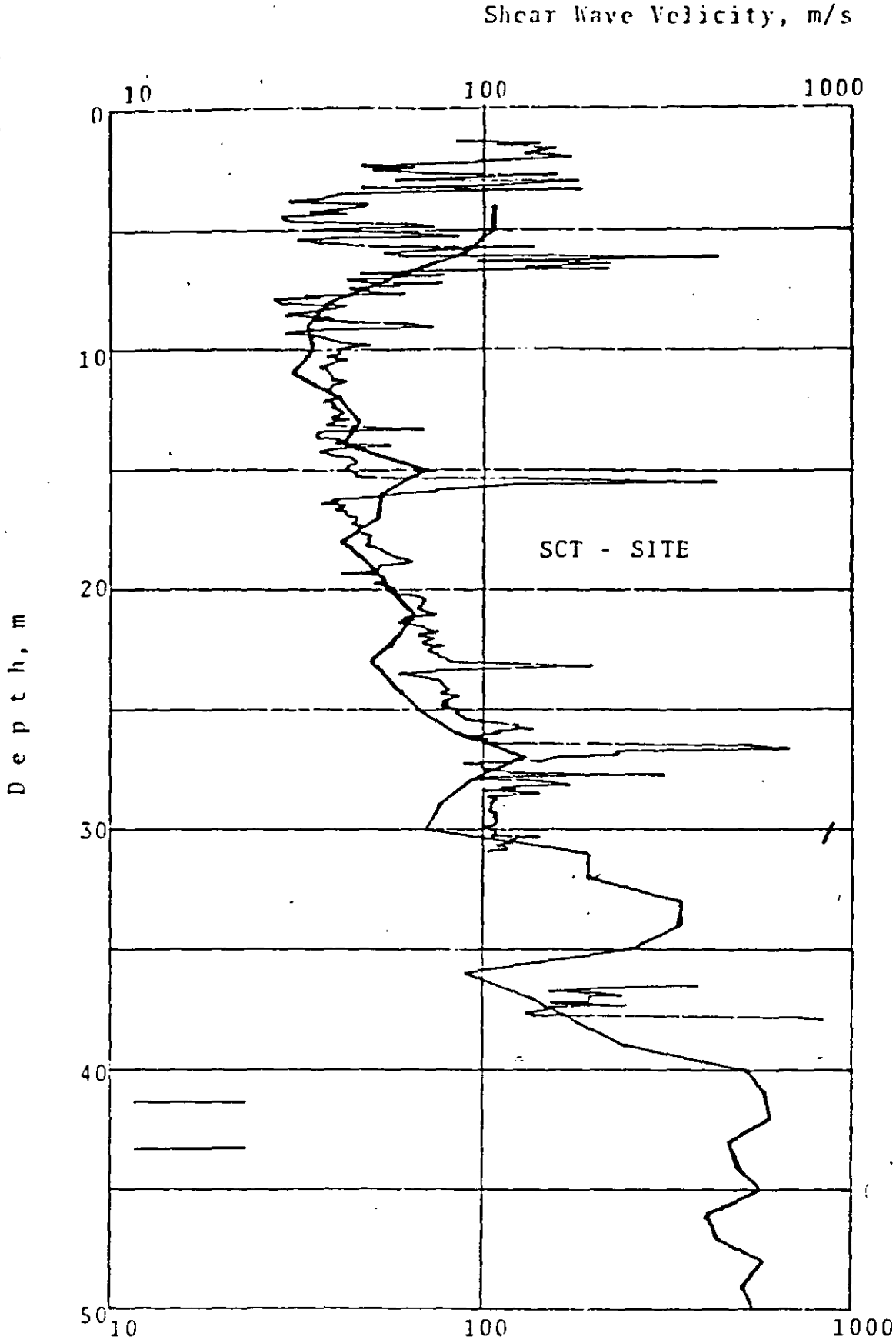

Shear Wave Velicity, m/s
10
100
1000
0
10
20
30
40
50
SCT - SITE
Depth, m
10
100
1000
Cone Penetration Resistance, ton/m²

FIG. 48

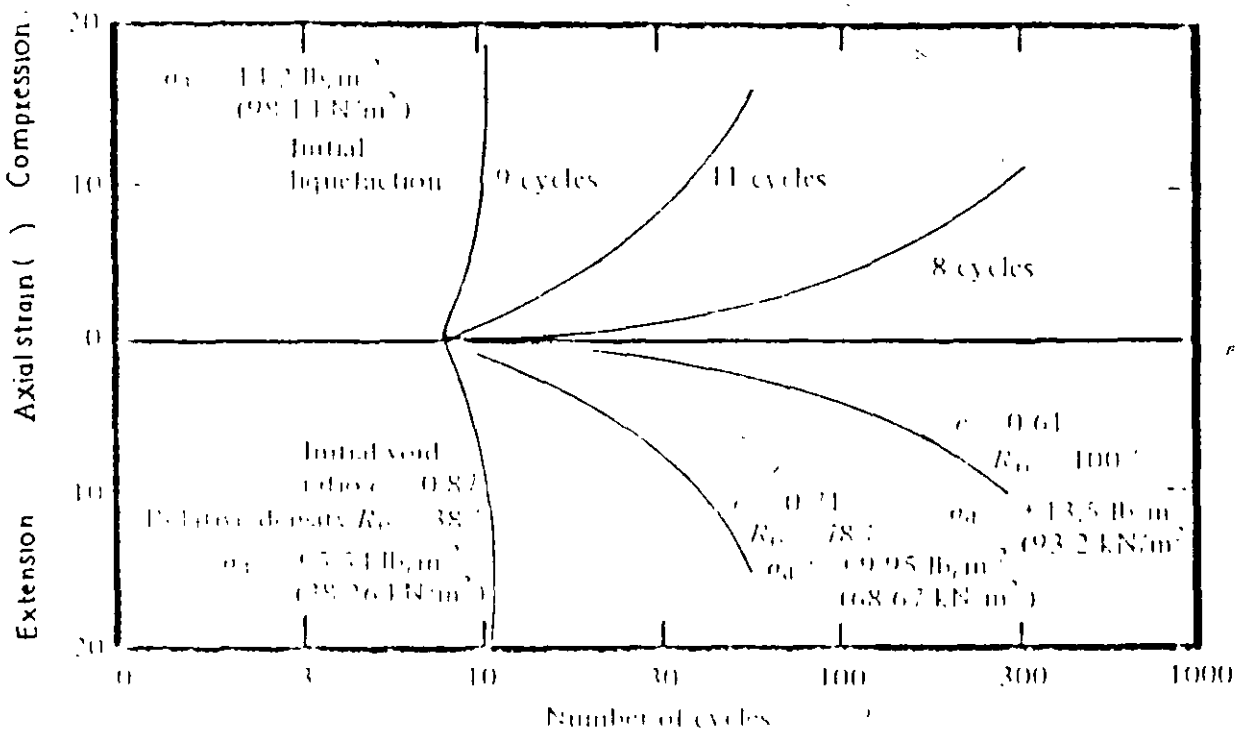


FIGURE 13 Axial strain after initial liquefaction for pulsating load tests at three densities for Sacramento River sand [Seed, H. B., and Lee, K. L. (1966)].

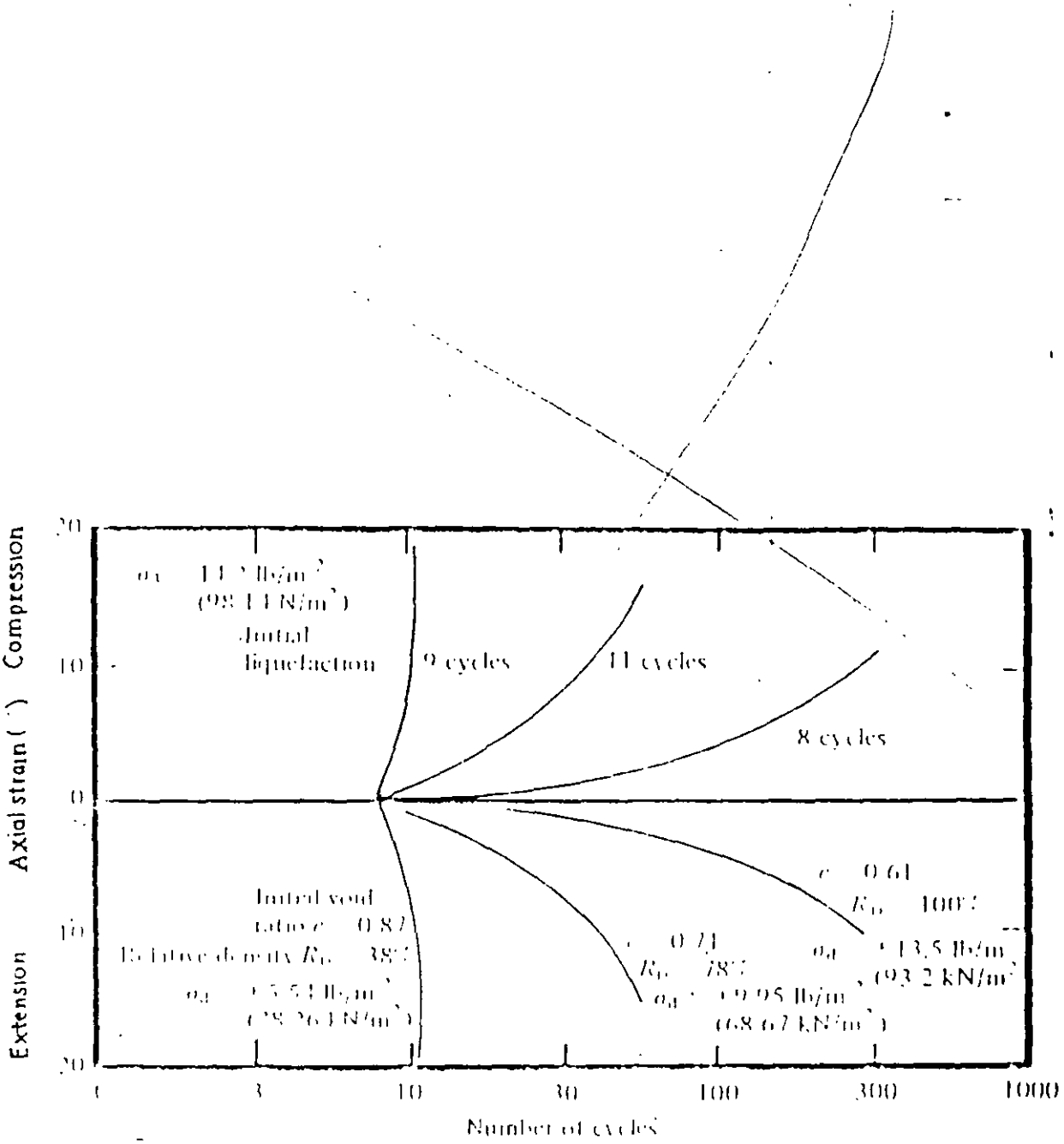


FIGURE 13. Axial strain after initial-liquefaction for pulsating load tests at three densities for Sacramento River sand (Seed, H. B., and Lee, K. L. (1966).

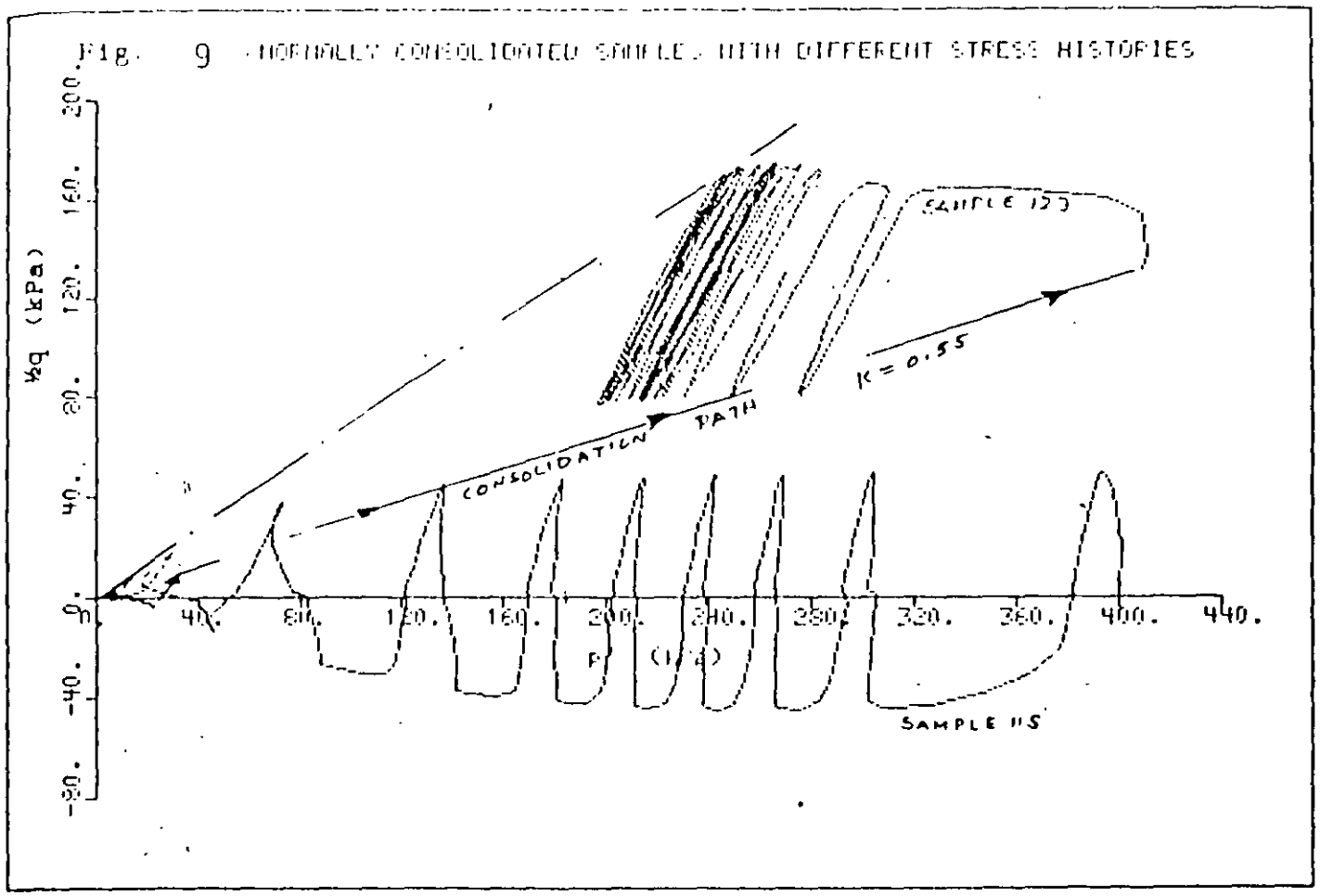


Fig. 9 NORMALLY CONSOLIDATED SAMPLES WITH DIFFERENT STRESS HISTORIES
200.
160.
120.
80.
40.
0.
-40.
-80.
q (kPa)
SAMPLE 123
K = 0.55
CONSOLIDATION PATH
40.
80.
120.
160.
200.
240.
280.
320.
360.
400.
440.
p (kPa)
SAMPLE 115

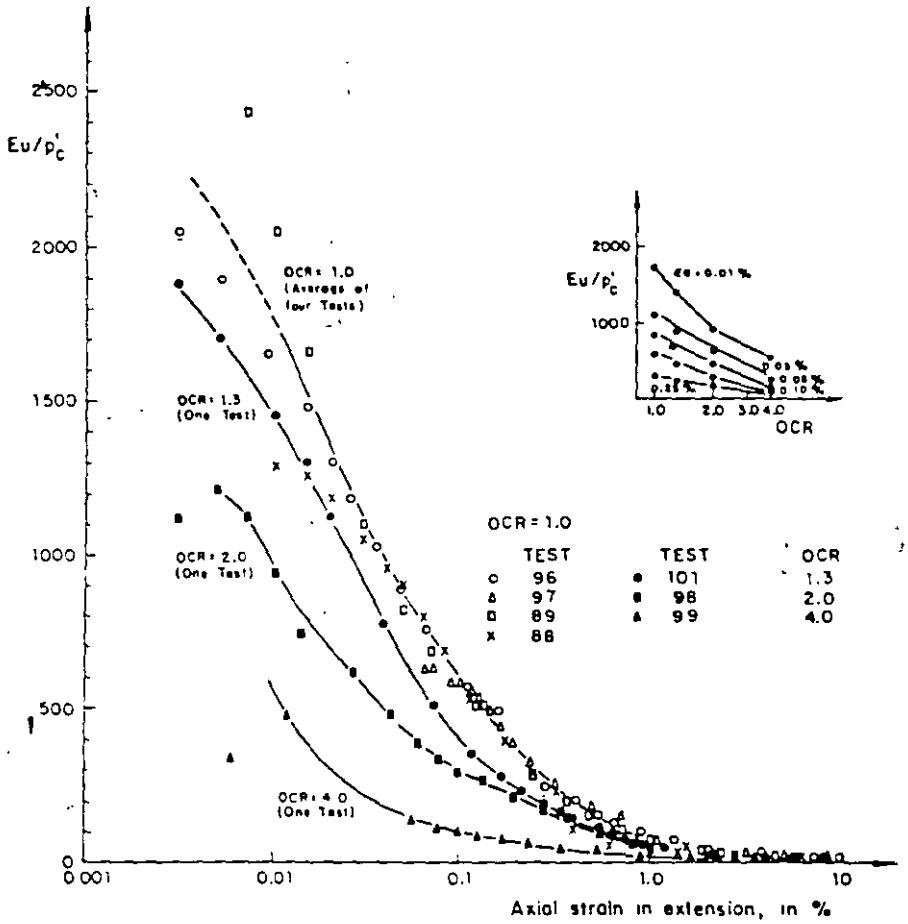
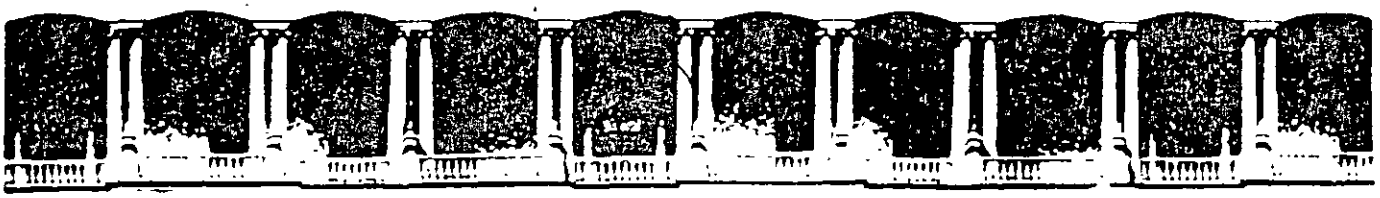


Fig 27 Normalized stiffness vs strain curves for anisotropically consolidated HRS sheared in extension



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

STRUCTURAL MODELS FOR TWO INTRUMENTED BUILDINGS WITH SOIL STRUCTURE INTERACTION

EXPOSITOR: M. EN I. NEFTALI RODRÍGUEZ CUEVAS
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

12WCEE 2000

0144

STRUCTURAL MODELS FOR TWO INSTRUMENTED BUILDINGS WITH SOIL STRUCTURE INTERACTION

Neftalí RODRÍGUEZ CUEVAS[1]

SUMMARY

In order to understand the dynamic response of two flat slab building under seismic action, structural models were developed to reproduce their motion under earthquake excitation. A methodology was developed in order to take into consideration soil structure interaction, an equivalent tridimensional reticular frame model was programmed. Digital accelerometers were fixed at the basement and at the roof, in order to obtain records of acceleration obtained during seismic motions. Those record were used to define time series at the basement to represent angular and linear displacements generated during the motion. The model developed was fed with that information in order to obtain the time series at two points at the roof, as well as Fourier transforms of the building response. Experimental evidence obtained sustains the idea of a better reproduction of the dynamic response, when five soil motion components are simultaneously fed into the model, to achieve a better reproduction of the measured response of the buildings under study.

INTRODUCTION

Two reinforced concrete buildings built during 1957 at Mexico City, on top of eleven sedimentary strata 20 meters deep (fig 1), were directly based on direct contact with the soil; they have sustained without damage all seismic events during the last 42 years Both buildings have a flat system, with top panel and conical capitols bellow the slab, supported by continuous circular or square columns at different levels. For a better understanding of their earthquake response, two digital accelerometers were attached at the centre of the roof, and at a corner of their rectangular plan view Two other accelerometers were attached at two point at the basement, at the same position of those at the roof. Another accelerometer was positioned on the free field, in order to get information on the motion on top of the soil. On the second building, two sites at the roof and two other sites at the basement were selected to record the motion of the building

The accelerometers have three orthogonal sensors, to record the motion of each site and produce information on the horizontal translation and on the rotational motion generated at the base, during earthquakes generated at distant epicentres. Information on the material properties of the structure and on the topology of the buildings were available; its properties were verified by measurements and laboratory testing, in order to develop a model by digital programming, by which it may be possible to consider the influence of the base motion, on the roof motion and to define mechanical components at each member, and get information on the capacity they have to sustain the motion The model should be able to consider soil structure interaction, with due possibility of handling the dynamic properties of the subsoil and the excitation produced at its base by earthquake components

SUBSOIL PROFILE AND FOUNDATION TYPES

An upper crust of artificial top soil (0.6m deep) is supported by a clay (CH) stratum (4.10m); underneath, it was found a deep silt sand stratum (16 m in depth) A five meter stratum of sandy clay (CL), rather compact was detected, on top of sandy silt (ML), 4m deep, very compact. Under these strata, cemented material was found,

[1] *Institute of Engineering, National Autonomous University of Mexico. E-mail: nrc@cem.iingen unam mx*

with calcareous deposits that form the sedimentary rock underlying the valley of Mexico. This profile corresponds tot the transition zone between the lake deposits and the hilly part of the city.

To reproduce the above mentioned subsoil profile by analytical methods, three methods were used to define the dynamic shear modulus of an equivalent deposit: a) Mexico City code procedure (ref 1), b) the SHAKE program (ref 2) and c) Romo and Ovando's procedure (ref 3). The first two methods required the determination of dynamic properties of the subsoil, as shear wave velocity and soil period. Ambient vibration measurements and the review of Fourier transforms of seismic records at the neighbourhood were used to define the soil period, which value was 0.4 s; 21.8 m of the upper subsoil strata were used to define the equivalent spring stiffness of five springs at the base of the model.

The foundation of both buildings are different; the highest building has a compensated foundation, formed by a cellular basement, laying directly on top of the soil; lateral retaining walls 6m in depth form the perimeter walls of the foundation. The second building, with lower height, has a stiff concrete slab, 0.6 m in depth, bearing on the top soil, and supporting the building columns. Several parameters were involved to define the response of the buildings, and are listed below:

A dimensionless wave parameter, $VsTe/H$, being Te the first mode period, assuming that the base was built up to a rigid foundation; Vs is the shear wave velocity of the soil, and H is the height of the building

The slenderness ratio of the building, H/R, being R, the equivalent radius of the foundation

The ratio fe/f of frequencies, being fe the dominant frequency of excitation

The ratio between the foundation depth D, and the equivalent radius R of the foundation

The ratio between the depth of the of the subsoil stratum, Hs, and the equivalent radius R

The relative mass density of the building respect to the mass of the bearing soil; this ratio ranges between 0.1 and 0.2

The ratio between the foundation mass, Mo, to the building mass; its value ranges between 0.1 to 0.3

The percentage of critical damping of the superstructure, and that of the subsoil.

MATHEMATICAL MODEL USED TO REPRESENT SOIL.STRUCTURE INTERACTION.

Equivalent springs and dampers were used at the base of the model, to reproduce soil structure interaction (ref4). A tridimensional TESCOSE model of the superstructure (ref 5) was programmed and it is shown at figure 2; it takes into consideration five of the six springs at the base, and it was fed by time series obtained from seismic records, to generate two orthogonal horizontal displacements, and three orthogonal rotational motions at the base of the model Computations were carried out, to evaluate the equivalent stiffness and damping at the springs; their values were found from static stiffness of rectangular foundation, by means of the expressions given by Dobry and Gazetas (ref 6) and Kaussel and Pais (ref 7); this approximation takes into consideration the depth of embedment of the higher building into the subsoil; both methods assume semi-infinite homogenous elastic spaces under the foundations. The dynamic stiffnesses were computed from graphs given at reference 6.

The critical percentage of damping was computed from the information contained on reference 8, which uses equivalent circular foundations and gives a procedure to generate dynamic properties. For the estimation of static stiffnesses of the springs, a dynamic shear modulus G was chosen equal to 6430 t/m2, based on experimental evidence and on the confining pressure effect, mentioned by Zeevaert, (ref 9); its rather high value indicates that the subsoil behaves as an over consolidated stiff deposit.

PARAMETERS CONSIDERED FOR THE DEVELOPMENT OF THE STRUCTURAL MODEL

The building superstructure, formed by reinforced concrete flat slabs, was analysed by the finite element method (fig 3), in search of a reticular framed equivalent structure, with beams and columns. The beams depth was taken equal to the distance between the top of the column and the centre line of the slab, and this criterion was kept throughout all the building. The equivalent horizontal width of the beams, was defined from the finite element

analysis of the model, under lateral force action, with due consideration of membrane action developed at the middle surface of the slab.

Several studies (ref 10) had shown that the equivalent width is a function of the boundary conditions of the flat slab; the type of load; the columns stiffness, the aspect ration *l1/l2*, being *l1* and *l2* the orthogonal spans at the flat slab; the size of the columns relative to the spans *l1* and *l2* are also an important parameter. For the highest buildings under investigation, two equivalent widths of the beams were considered; in the long direction (X direction) an equivalent beam 0.65 m in depth and 0.88 m in width was selected, whereas in the short dimension (Y dimension) 0.65 m x 0.40 m beams were selected at the top stories, to reproduce the dynamic properties of the structure.

Young's modulus for the concrete was obtained from dynamic test carried out at cylindrical samples taken from the buildings, when tested under sinusoidal load, with a period equal to two seconds. Its average value, obtained from 43 tests, was equal to $Ec = 190{,}000$ kg/cm2. After a careful visual inspection, all the columns did not show visible structural damage, neither cracks on them, and because their high percentage of longitudinal reinforcement, and helicoidal lateral reinforcement, it was decided to take into considerations the steel bars area in the columns, for the computations carried out to define areas and moments of inertia of the columns This consideration modified in four percent the vibration periods of the superstructure.

An infinite moment of inertia was assumed at portions of the beams near the column axis and the capitol edge, also at the top of the columns up to the slab centre line and their bottom, from the slab centre line to the top of the panel, infinite moment of inertia was assumed.An important parameter that controls the earthquake response of the model is the critical damping percentage; initially it was taken equal to five percent, but latter on; its value was modified to reproduce the dynamic response, taking into consideration the maximum amplitude of the roof displacement, the energy content in the Fourier spectra and the transfer functions.

STRUCTURAL MODELS DEVELOPED

Several analytical models were developed to understand the structural response of the buildings, as well as its capacity to stand strong seismic motions:

1. A finite element model to define the equivalent width of the beams used for an equivalent reticular model of the flat slab

2. SAP90 reticular model, with built in conditions at the base

3 TESCOSE tri dimensional reticular model, to consider five degrees of freedom at the base, and to excite the model with five time series at its base, to reproduce the motions generated by earthquakes

4. Pushover model, to estimate non linear behaviour of the model, and the ultimate capacity of the structure frames.

The first two models did follow the SAP90 method (ref 11) as a comparison basis, to define the dynamic characteristics of the third model. A TESCOSE tridimensional model, is based on a Hamiltonian approach (ref 5), and by means of a matrix scheme, a reticular model is generated, assuming that the superstructure is fixed to a rigid slab at its bottom, supported by equivalent springs and dampers. The model accepts five time series at its base, which represent the translation and rotational components of motion generated by earthquakes. It also considers damping between the building and the soil, it can use several values for damping reproduction, for the different vibration modes The dynamic solution of the system is carried out by Jacobi's method and uses Rayleigh's criteria for damping estimation.

The pushover model was based on DRAIND 2D program; by a simplified technique for non-linear analysis, based on incremental lateral forces, computed from load patterns that represent the inertia force distribution on the height of the building, when structural members undergo inelastic behaviour. The method gives an evaluation of the deformation demands at critical elements, and gives an estimate of the superstructure capacity, without soil structure interaction.

EARTHQUAKE RECORDS RETRIEVED FROM THE INSTRUMENTATION

Information on acceleration measurements at the higher building is available from the seismic events mentioned on Table I.

TABLE I

Event	Date	Time (GMT)	Epicentre Position		Depth (km)	Magnitude	Records Obtained
			Latitude	Longitude			
1	16/12/97	11:49	15.85 N	99.16 W	10	5.9	2 at the roof 2 at the basement
2	22/12/97	05:22	17.25 N	100.90 W	10	5.6	2 at the roof
3	03/02/98	03:02	15.74 N	96.44 W	23	6.3	2 at the roof 2 at the basement
4	20/04/98	22:59	18.54 N	101.20 W	--	5.4	2 at the roof 2 at the basement 1 at free field
5	15/06/99	20:42	18.20 N	97.47 W	92	6.7	2 at the roof 2 at the basement 1 at free field
6	21/06/99	17:43	18.08 N	101.74 W	43	5.8	2 at the roof 2 at the basement 1 at free field

All records have been fed at the base of the TESCOSE model andits response at the roof level have been computed. Fourier transforms at the base and the roof have been computed and used to compare measured and computed values. An statistical analysis of variance at each channel of the digital accelerometers is under development, to define the constants of a model that defines the maximum acceleration at each measuring point, as a function of epicentre position, distance to the epicentre, azimuth angle of the vector connecting the epicentre and the accelerometer, as well as the magnitude of the earthquake.

RESULTS FOUND FROM ANALYTICAL MODELS

On table II are shown dominant vibration periods, computed from the TESCOSE and SAP90 modelscompared with those obtained from seismic records. First three modes are quite similar in shape and period, as those obtained from measurements, differences were observer for the second modes.

TABLE II

Vibration Mode		Period, in seconds	
	Experimental	TESCOSE	SAP90
First mode, Y direction	1.43	1.42	1.41
First mode, torsion	1.24	1.23	1.22
First mode, X direction	1.13	1.15	1.13
Second mode, Y direction	0.45	0.61	0.53
Second mode, torsion	0.58	0.48	0.46
Second mode, X direction	0.35	0.52	0.46

At figure 4 are shown the changes in absolute acceleration and relative displacement of the roof with respect to the basement, when event 4 was used as excitation, when damping is changed from three percent to seven percent, and compared to the results obtained from the model at five percent damping, the response changed between 20 to 70 percent. Negligible differences were found when rotational excitation at the base is added; differences were found in the Y direction. Computed acceleration found from the TESCOSE model at the central roof station, showed small initial acceleration, when only the translation motion was fed to the model When rotational excitation was added at the base, computed record were quite similar to those obtained from measurements.

Due to the rectangular shape of the buildings, the influence of the rotational action in the longitudinal direction was minimal; in the orthogonal direction, rotational action was significant. Computed Fourier spectra were quite similar in both directions to those measured, as shown in figure 5. Damping percentage is highly significant in order to get a closer comparison. Transfer functions computed from measured time series recorded at free field and the central station at the basement, always showed a 20 percent decrease of acceleration at free field. The pushover model indicated that inelastic behaviourmay appear when a 62 gals acceleration is generated at the bottom station, on either direction.

FINAL COMMENTS AND CONCLUSION

The investigation made it clear that it is possible to reproduce the building response, as far as time series, Fourier spectra and transfer function is concerned, when translation and rotational excitation were fed at the base of the model; analytical time series at top of the building were quite similar to those measured by the accelerometers. Acceleration measured at roof level are highlydependant on the building geometry. Information obtained from measurements indicated that the response due to translation excitation amounts 90 percent of the total response along the longitudinal Xdirection . The rotational excitation at the base contributed 35 percent on the response along the transverse Y direction. Rotational stiffness at the base in the X direction is four times bigger than that about the Y direction, this fact explains the above mentioned differences.

Results at one of the buildings made it clear that when the rotational effects at the base are considered in the excitation, it was possible to reproduce initial accelerations found in the time series. It was also clear that the over consolidation of the subsoil underneath the buildings, generated by the sustained load at top of the soil during 40 years, increased the dynamic shear modules, and increase the spring stiffness at the base of the model, changing the dynamic response of the buildings. Age effects were also observed in an increase of Young's modulus of the concrete samples tested, increasing the dynamic properties of the buildings under investigation. Computations of a safety factor against overturning of thebuildings, gave a very high value, close to 800, due to the great stiffness of the base against rotation.

A general conclusion can be drawn: The methodology presented in this paper, that combines experimental evidence and the development oftridimensional models able to include rotational component at their base, are useful for a better understanding of the seismic response of buildings with soil-structure interaction.

ACNOWLEDGMENT

The assistance of Rolando Reyes Greco, Luis Ibarra Olivas and Raul Maldonado Alaniz on the experimental measurements at the buildings is acknowledged.

REFERENCES

5. Arnal, L., Betancourt, M , 'Nuevo Reglamento de Construcciones Para el Distrito Federal", Editorial Trillas, México D.F., (1996).

6 Shnabel, P., Lysman, J., Seed, H., "SHAKE A Computer Program for Earthquake Response of Horizontally Layered Sites", EERC, University of California at Berkeley, California, (1972).

7 Romo, M., "Clay Behaviour, Ground Response and Soil-Structure Interaction Studies in Mexico City", Third International Conference on Recent Advances inGeotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, pp 1-29, St Louis Missouri, (1995).

8. Hadjian, A , "Seismic Soil-Structure interaction; A Full Circle", X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, pp 1-16, Puerto Vallarta, México, (1993).

9. Rodriguez Cuevas, N., Sarcos Portillo, A., "Acción Sísmica Tridimensional de Estructuras con Interacción Suelo-Estructura", IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, SMIE y UAZ. Zacatecas, Zacatecas, Vol 1, pp 397-404, (1994).

10. Dobry, R., Gazetas, G., "Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations", ASCE Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 112, pp 109-135, (1986).

11. Kaussel, E., Whitman, R., ERsabee, F., "The Spring method for Embedded Foundations", Nuclear Engineering and Design, Vol. 48, pp 377-392, (1978).

12. Comisión Federal de Electricidad, "Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo", Instituto de Investigaciones Eléctricas, (1993).

13. Zeevaert, L., "Equipos para la Investigación de Parámetros Dinámicos del Suelo", San Diego, California, (1990).

14 Hwang, S., Moehle, J., "An Experimental Study of Flat Plate Structures under Vertical and Lateral Loads", UBC/EERS 93-03, University of California at Berkeley, (1993).

15. Wilson, E., Habibullah, A., "SAP90 Structural Analysis Program", Computers and Structures Inc., (1992).

Figure 1 General view of the buildings

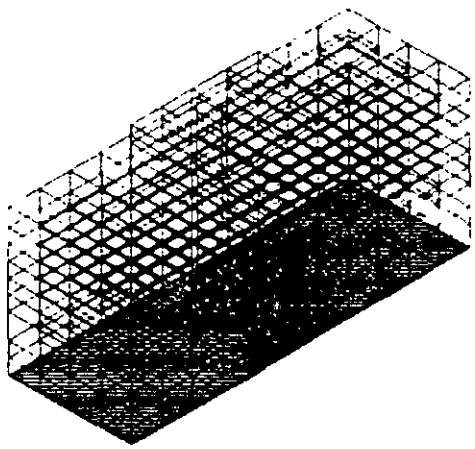


Figure 2 TESCOSE model for one building

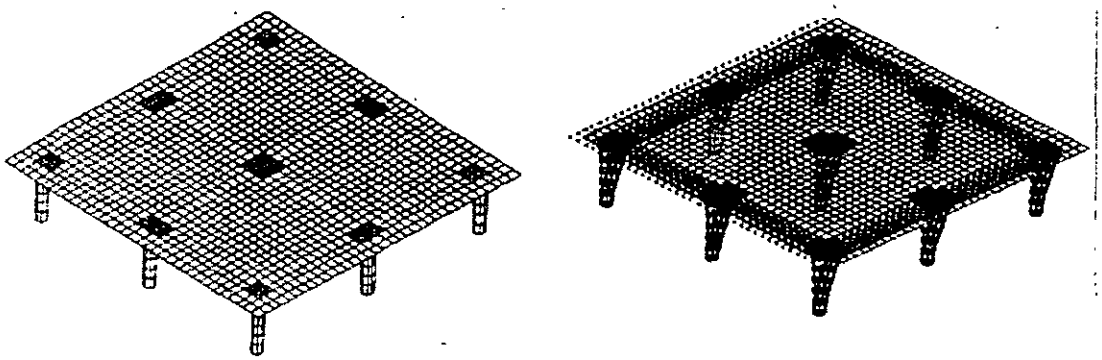


Figure 3 Finite element model of the flat slab system

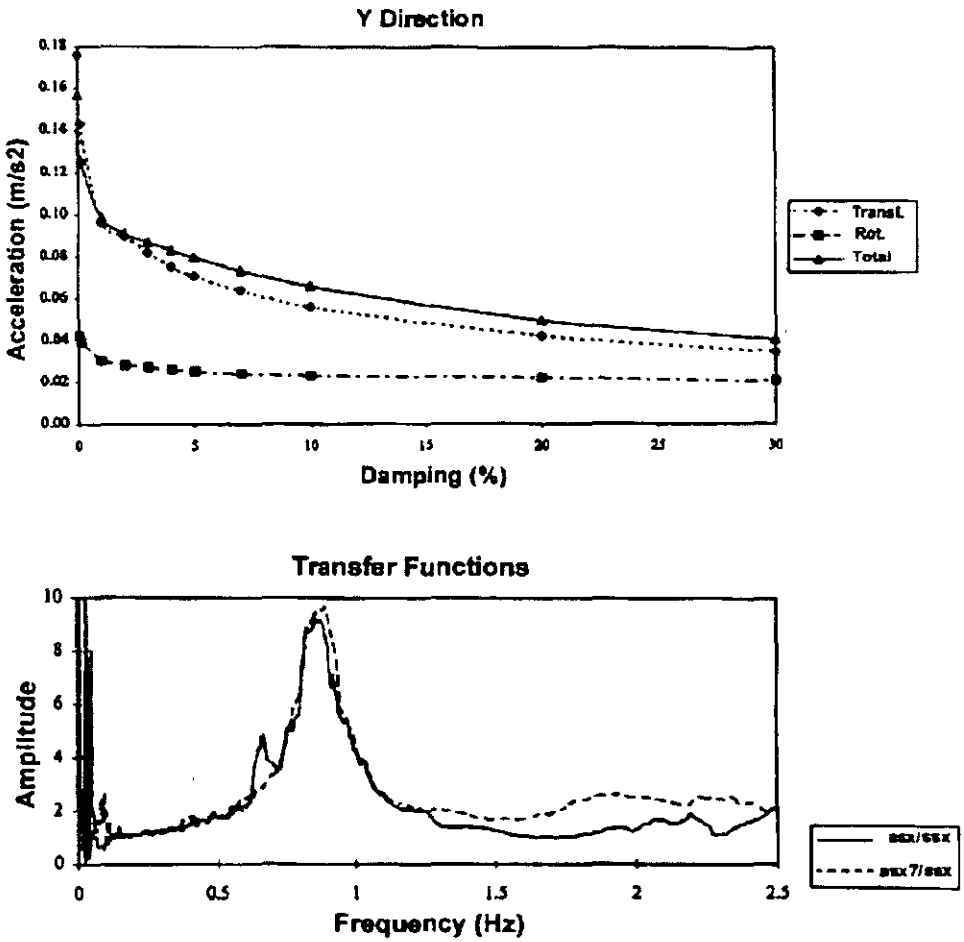
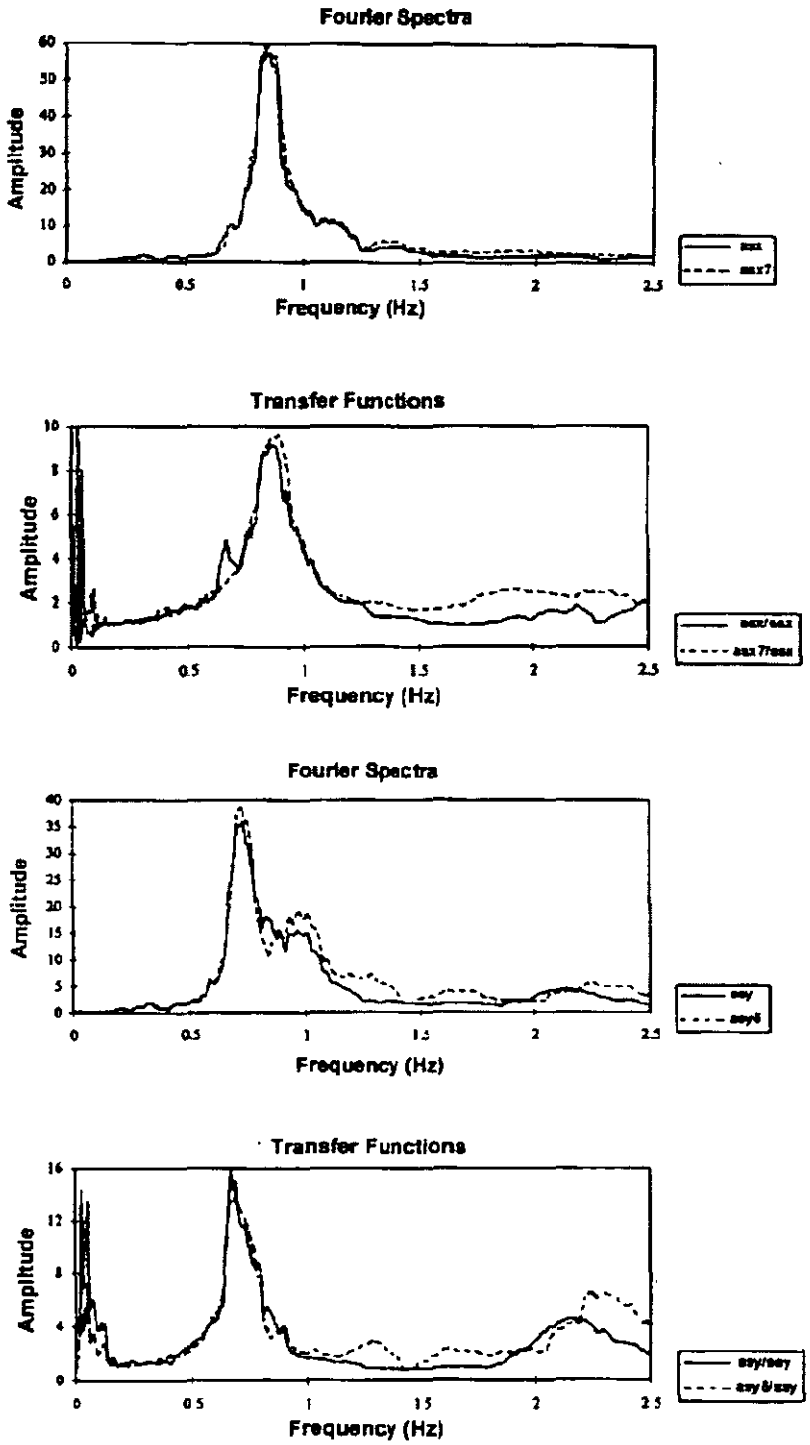
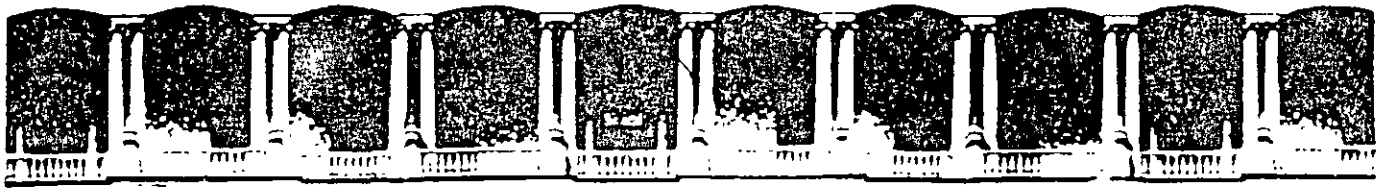


Figure 4 Effect of damping on roof acceleration



asx. Spectrum on roof, X direction, accelerometer	asy: Spectrum on roof, Y direction, accelerometer
asx7: Spectrum on roof, X direction, analytical model	asy5. Spectrum on roof, Y direction, analytical model
asx: Spectrum on basement, X direction, accelerometer	ssy. Spectrum on basement, Y direction, accelerometer

Figure 5 Computed and measured Fourier spectra of accelerations at the central station at roof level



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

PROCEEDING OF THE TENTH WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING

EXPOSITOR: M. EN I. NEFTALI RODRÍGUEZ CUEVAS
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

PROCEEDINGS

of the

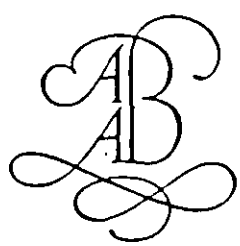
TENTH WORLD CONFERENCE

on

EARTHQUAKE ENGINEERING

19-24 July 1992
Madrid
Spain

OFFPRINT



487

Published by
A.A.Balkema / Rotterdam / Brookfield / 1992

Earthquake Engineering, Tenth World Conference © 1992 Balkema, Rotterdam. ISBN 90 5410 060 5

Response measurements of a tall building under seismic excitation

N. Rodríguez-Cuevas
Institute of Engineering, National Autonomous University of Mexico, Mexico

ABSTRACT: A tall building of Mexico City was instrumented with synchronous accelerometers, to measure three orthogonal components at 11 points distributed on the structure, in order to understand the kinematics of seismic movements, and identify possible vibration modes and soil-structure interaction. Several earthquakes have been recorded and information on time series and spectral densities has been published. In this paper, the response is compared with a mathematical model, in which the movement of the subsoil is considered as a combination of P, S, R, an L waves, and the superstructure of the building was modelled with due regard of foundation translation and rotation, in three orthogonal directions. Maximum accelerations, velocities and displacements are presented, as well as spectra of torsional movements of the building.

1. DISCUSSION AND NEW OBSERVATIONS

Mexico City was built on top of lacustrine deposits with high water content and low shear wave velocities. When earthquake movements arrive to the city, from the subduction area at the southern coast of Mexico, strong movements are generated and buildings suffer displacements and rotations, that have generated heavy damage in tall buildings. In order to improve knowledge on structural kinematics under strong motions, a 17 story building with irregular shape was instrumented with eleven accelerometers, to measure three orthogonal accelerations in each measuring point, in order to detect relative movements with respect to the foundation, as well as the combined effects of foundation, translation and rotation.
Evidence obtained from time series recorded during two earthquakes in 1990 is presented and interpreted, on basis of a mathematical model of the building and the foundation; results indicated the paramount importance of soil-structure interaction on the structural behaviour that is described in this paper.

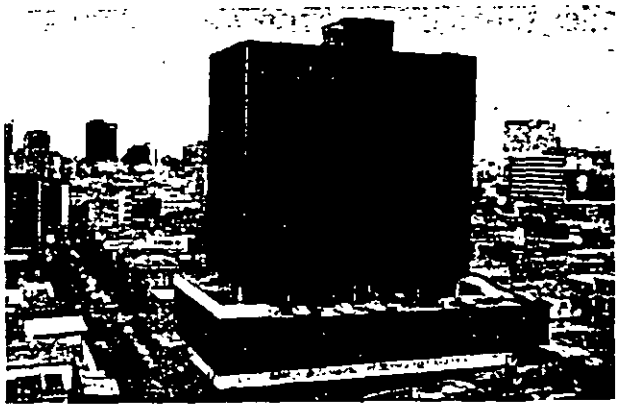
1.1 Description of the building and its foundation

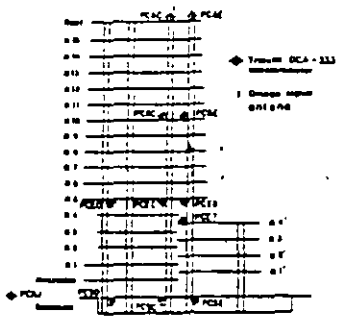
The building is shown in fig 1. It has a wide basis, over a reinforced concrete box-like basement, supported by friction piles, with triangular cross section on cylindrical holes. Over the lower part of the building, there are five lateral levels used as parking lot for the tenants, at different levels, as shown on figure 1b. From the nineth floor, up to the roof, emerges a regular shaped tower for office use. Figure 1c shows a plane view of the column distribution as well as reinforced concrete shear walls, and the wall around the elevator shaft. Façades are made out of aluminum frames, supporting glass plates.

Underneath the building, the subsoil is formed by several strata of volcanic clay, typical of the lake deposits mentioned by Marsal (1962), for the lake formation under downtown Mexico, with an average density equal to 1.2 ton/cu.m, the average shear modulus of the deposit is equal to 425 ton/sq.m and shear wave velocity equal to 60 m/s. The depth of the clay deposit is equal to 35 m. The natural period of the deposit is equal to 2.4 s.

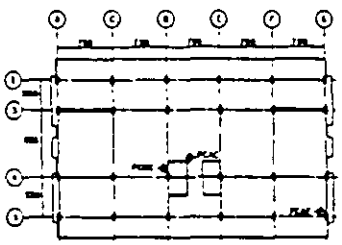
The construction was finished in 1984; on September 1985 the building was damaged and suffered partial destruction of one column at the level where the central tower begins; façades and brick walls near the stairways and elevator area were cracked. The building was retrofitted with the addition of shear walls shown on fig 1c. The façades were modified and minor details were performed.

Measurement of accelerations generated by ambient vibration at the building gave dynamic properties, due to flexure in two orthogonal directions and torsion around a vertical axis, whose first mode period was 1.79 s in flexure in two orthogonal directions, and 1.25 s in torsion. Second mode periods were 0.50 s, 0.48 s and 0.40 s respectively. All





b) Transversal view



c) Plane view of the tower

Figure 1. Characteristics of the building and structural layout

the above mentioned periods were below the natural period of the subsoil, equal to 2.4 s. Measured characteristic shapes did show the existance of common shapes in structural analysis.

2.2 Instrumentation selected for the building

The building is located at the zone of the valley where high levels of surface accelerations have been measured by an accelerometer network already functioning at the valley. One surface station of the network is quite close (less than 500 m) and has been used as the free-field station for comparison with the instrumentation inside the building.

The free-field station has already recorded several earthquakes, whose magnitude were between 4.5 and 6.9 on Richter scale; the spectra obtained on those seisms had shown a natural period equal to 2.4 s, indicating that the properties of the subsoil have not changed after each of the recorded earthquakes.

Inside the building, digital accelerometers were attached to several columns, in order to measure time series of acceleration at four levels, to measure three orthogonal components. All the digital equipment was synchronous, in a master-slave scheme, with the same time signal, obtained from the Omega navigation system.

Accelerometers were attached to three columns at the basement; one at the center and two on columns at the corners of that level. Four accelerometers were fixed to columns at the level where the structure of the tower emerges from the lower part of the building; three in the same level and the fourth underneath the slab, in order to detect differences in displacement of the extremes of one column that was damaged in 1985.

At level 6, located at midheight of the tower, two accelerometers were installed; one at the center and the other at one corner column. Finally, two other accelerometers were attached at roof level, one at the center and the other at a corner.

Care was taken in the positioning of central accelerometers at each level, so that all of them were along the same vertical line, whereas the lateral ones were located as far as possible from the center, but along the same vertical line; further details of the instrumentation were described by Rodriguez and Quass (1990).

From the previous description, it is clear that the main objectives of the instrumentation were devoted to:

a) Definition of earthquake signal in a free-field station outside the building
b) Definition of the tridimensional response of the foundation, along three orthogonal directions, by time series that describe the displacements and rotations around three axis
c) Definition of the characteristic shapes associated to each mode of vibration
d) Detection of posible inelastic behaviour of structural elements, and change in dynamic properties, after each recorded earthquake response.

Insofar, the system has been in operation since September 1989, and several events had produced digital records on magnetic tapes; the information has been retrived after each

earthquake, and processed to obtain accelerations, velocities and displacements.

Time series have been filtered and used to obtain Fast Fourier Transforms, to identify frecuency content and spectral density after each event.

Also, it has been posible to obtain relative accelerations at each level, by sustraction of time series at two parallel channels; torsional spectra has already been obtained and the results, as those shown on figure 2, are useful for interpretation of the measurements.

1.3 Generation of a mathematical model

In order to have a rational basis for measurement interpretation, a mathematical model was generated, based on structural information contained in the structural layout, and on information about material properties, mass distribution and foundation properties.

The building was modeled as a skeletal structure, formed by reinforced concrete columns and beams, whith slabs at each level and concrete shear walls. The basement was considered as a rigid box; underneath the basement, a fictitious group of columns were used to represent the foundation stiffness in flexure, torsion and two orthogonal horizontal displacements.

Fourteen plane frames, nine in North-South direction and five in East-West direction formed the model. Each frame had 24 levels, due to the existance of the fictitious floor below the basement, and the midheight levels at the parking area. The global stiffness matrix of the model was 72 x 72.

The dynamic analysis was performed by the TRIS-77 program, developed by Wilson et all (1972); unidirectional movement of the model were carried out in two directions, with stiffness constants of the foundation corresponding to different shear wave velocities of the subsoil; a plot of frecuencies of each mode due to each shear wave velocity was developed; it allowed the identification of the stiffness of the foundation, by comparison with those obtained from ambient vibration measurements. On table 1 are shown theoretical periods obtained from the model in two orthogonal directions, for built-up foundations and for the model with soil-structure interaction.

Computed values obtained from the model showed the importance of subsoil stiffness; the method developed is able to identify subsoil dynamic properties, once the period of a characteristic shape is detected. Table 1 also shows that the foundation of the building was not built up, when ambient vibration measurements were carried out. Further results indicated change of fundamental modes during earthquakes, which means that foundation stiffness is changing, due to slip of friction piles in the contact with the clay material that forms the subsoil, because measurements on the free-field station, demonstrated that the properties of the clay stratum did not change its dynamic properties, during earthquakes already recorded on the site.

In order to understand the behaviour of the clay stratum, it was modeled as a thick layer, overlying a continous medium, with elastic properties; elastic waves of P, S, R, and L type were analysed from know mathematical equations, in order to define the shape of the waves, and the rotational components of

Table 1. Periods obtained from the model for two foundation conditions (seconds)

Direction	Mode	Fixed base	Model with soil interaction
N-S	1	1.18	1.74
	2	0.28	0.65
	3	0.13	0.23
E-W	1	0.14	1.60
	2	0.30	0.30
	3	0.14	0.23

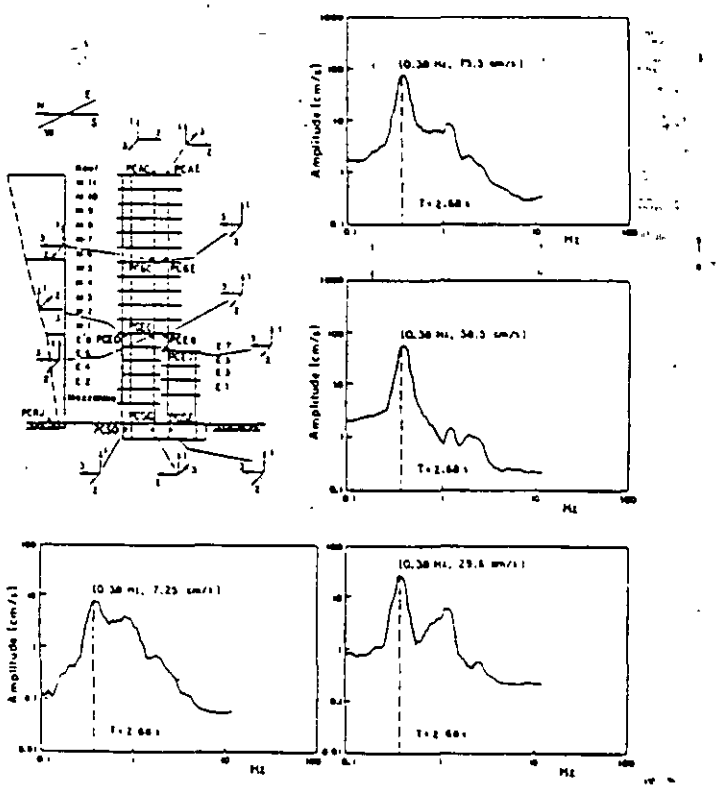


Figure 2. May 11 th earthquake spectra of motion along E-W direction

superficial particles moving with each type of wave.

Figure 3 shows the result of the analysis, and it was possible to detect that shear waves, and Love waves, produce rotations around a vertical axis, whereas P and R waves,do not produce vertical component of the rotational of the field at the surface. If the foundation of a building on top of the clay layer does not have relative movement, the building should have torsional movement due to the rotational vertical component of S and L waves. On the other way, when R and L waves appear in the upper layer, the rotational of surface particles has rotational horizontal component, which may produce rotation of the foundation of the building bearing on the upper layer of the model. The above mentioned results were used as an aid to understand the movement of the building, detected by the measuring system of digital accelerometers attached to the structure.

1.3 Earthquake records selected for analysis

On may 11th and 30 th, two seismic events were originated at the subduction zone underneath the southern coast of Mexico. Their magnitude M_{ss} were equal to 4.9 and 5.8. Both movements generated records of good quality at all measuring points and were submitted to a procedure of analysis.

Recorded time series were filtered and processed to obtain their Fast Fourier Transform; on figure 2 are shown four spectra obtained on May 11 th, on the East-West direction. It is clear that the maximum at 0.38 Hz at all accelerometers along the central vertical line, shows the existance of a natural mode of vibration, with a natural period equal to 2.68 s. This result indicates that the dynamic stiffness of the foundation had changed, because the super structure did not suffered visible damage, and subsoil properties had not changed, as shown by the spectra obtained

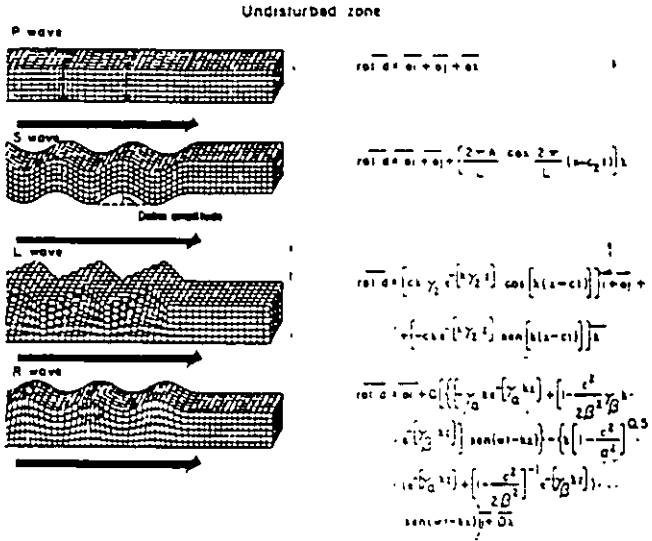


Figure 3. Wave patterns and mathematical description of rotational vector for each wave

Table I

Maximum accelerations recorded and amplification coefficients obtained (gals)

Station	May 11 th earthquake Duración s	Maximum acceleration C_1	C_2	C_3	Orientation C_1,C_2,C_3	May 31 st earthquake Duration s	Maximum acceleration C_1	C_2	C_3	Orientation C_1,C_2,C_3
PCSC	180.3	1.20	-3.23	-2.19	V-N-E	297.4	2.15	-6.46	-5.74	V-N-E
PCSE	208.2	1.32	-2.75	-3.71	V-O-N	292.5	1.67	6.10	-7.06	V-O-N
PCSO	227.3	-1.20	-2.27	-2.99	V-O-N	292.3	2.27	-5.62	-6.70	V-O-N
PCE7	185.0	1.44	-5.74	-5.74	V-O-N	291.3	1.91	-12.92	-10.53	V-O-N
PCE7	185.5	1.91	-6.70	-5.74	V-O-N	293.0	-3.35	-13.88	-12.92	V-O-N
PCE8	192.6	1.91	-6.22	-6.22	V-O-N	291.4	-2.87	-14.83	-11.48	V-O-N
PCEO		not	recorded			302.1	3.83	13.88	16.75	V-E-S
PC6C	184.9	-3.35	8.61	-12.92	V-O-N	288.6	4.31	-18.18	-22.97	V-O-N
PC6E	186.9	1.91	-8.61	11.01	V-O-N	288.4	2.87	-21.05	19.62	V-O-N
PCAC	216.2	-2.87	-23.93	15.79	V-S-O	300.0	4.31	-39.24	33.02	V-S-O
PCAE	216.3	-2.03	-19.62	-15.31	V-S-E	151.35	-4.07	-35.41	-33.41	V-S-E
Amplification PCAC/PCSC		2.39	7.41	6.61			2.00	6.07	5.75	

at the free-field station. In other earthquakes already recorded, the same effect has been detected; it may be caused by slip at the interface of the friction piles with the clay stratum. When a small earthquake moved the city on September 1989, some records showed the typical beating pattern of movement of a structure close to resonance, with a natural period close to that of the clay stratum under shear wave excitation. Recorded information indicates that the building foundation has been changing its dynamic rotational stiffness. This was confirmed by the analysis of May 31st earhquake records, that showed an increased natural period of the building.

From the records obtained on both earthquakes under analysis, it was possible to define the maximum values of horizontal and vertical acceleration. Their values are shown on Table 2, as well as the amplification coefficient that relates the maximum value at the roof, with that at basement level. It is interesting to point out the amplification coefficientes in the earthquakes under analysis, were of the same order of magnitude.

1.4 Torsional responde of the superstructure

Time series information on record was processed to detect the torsional movement, by sustraction of accelerations obtained at two parallel accelerometers attached at columns at the same level of the building, in order to define the relative movement between the corresponding points. Differences at simultaneous time gave new time series and relative displacements were computed. By division of relative displacement by the ortogonal distance of accelerometers oriented in the same direction, it was possible to compute the rotations induced by torsion along the vertical central axis of twist.

Figure 5 shows the torsional responde of the building at different instants of the movement, close to the maximum acceleration recorded; it can be seen the fast changes in shape, and the existance of shapes similar

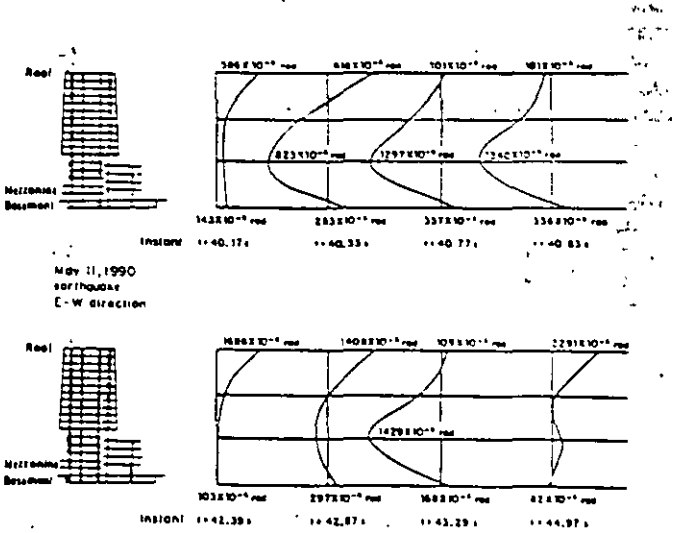


Figure 4. Torsional configurations of the building, due to May 11 th, 1990 earhquake

Table 2

Maximum relative kinematic variables obtained at the building during two recorded earthquakes

Dir	Measuring level	May 11 th, 1990 earthquake				May 30 th, 1990 earthquake			
		Acelera-tion cm/^{2}	Velocity cm/s	Displacem. cr	Rotation 10^{-6} rad	Acelera-tion cm/s^2	Velocity cm/s	Displa-cem. cm	Rotation 10^{-6} rad
	East basement	3.59	1.12	0.39	506	10.60	2.65	1.07	1390
	West basement	3.19	1.04	0.4'	472	9.88	2.68	1.03	1035
E-WE	8 level	8.37	2.47	1.03	1477	23.63	7.20	2.85	1615
	6 level	5.75	1.96	0.96	1297	5.85	2.03	1.08	1459
	Roof level	13.0	3.95	1.69	2284	54.93	15.66	7.42	10027
	Amplification Roof/base	3.62	3.53	4.33	4.51	5.18	5.91	6.93	7.42
	East basement	5.03	1.56	0.48	224	7.97	2.46	0.98	458
	West basement	3.19	1.04	0.47	267	7.94	2.19	1.05	597
N-S	8 level	7.80	3.00	1.18	504	10.34	3.04	1.33	568
	6 level	6.77	2.48	1.00	476	13.46	4.33	1.76	838
	Roof level	39.15	11.94	4.76	2267	44.54	15.64	6.16	2933
	Amplification Roof/base	7.79	7.75	9.92	10.30	5.59	5.36	6.29	6.40

to second mode, although in some instants, first mode shape appears on figure 5. It should be mentioned that there is evidence that rotational movement depends of the distance between accelerometers.

Computation of Fast Fourier Transform of relative displacements gave the spectra shown on figure 6, at different levels of the building. They show similar shapes, with two peaks, one close to 0.04 Hz, and the other at a frecuency that corresponds to the natural period of the clay stratum under shear waves. As previously mentioned, only L and S waves produce vertical component of the rotational at the surface of the stratum. Therefore, the first peak may be considered to be produced by the vertical component of the rotational generated by L'waves. Analytical analysis of the characteristics of Love waves shows large periods for a layer on top of a semispace; by sustitution of properties of the upper layer under the building, and assuming the depth of the stratum, a period of Love waves at the site was computed and came quite close to the one obtained from the spectra. Similar results were obtained along the North-South direction analysis of records from the same earthquake. Analysis of May 30 th earthquake records gave same type of spectra, and periods of S and L waves.

Table 3 contains data on torsional maximum response at different levels of the building on both earthquakes under analysis. It also shows the amplification coefficiente of torsional response between roof level and basement. It should be mention that the order of magnitude of those coefficients is similar to those mentioned on Table 2, for horizontal movement of the building.

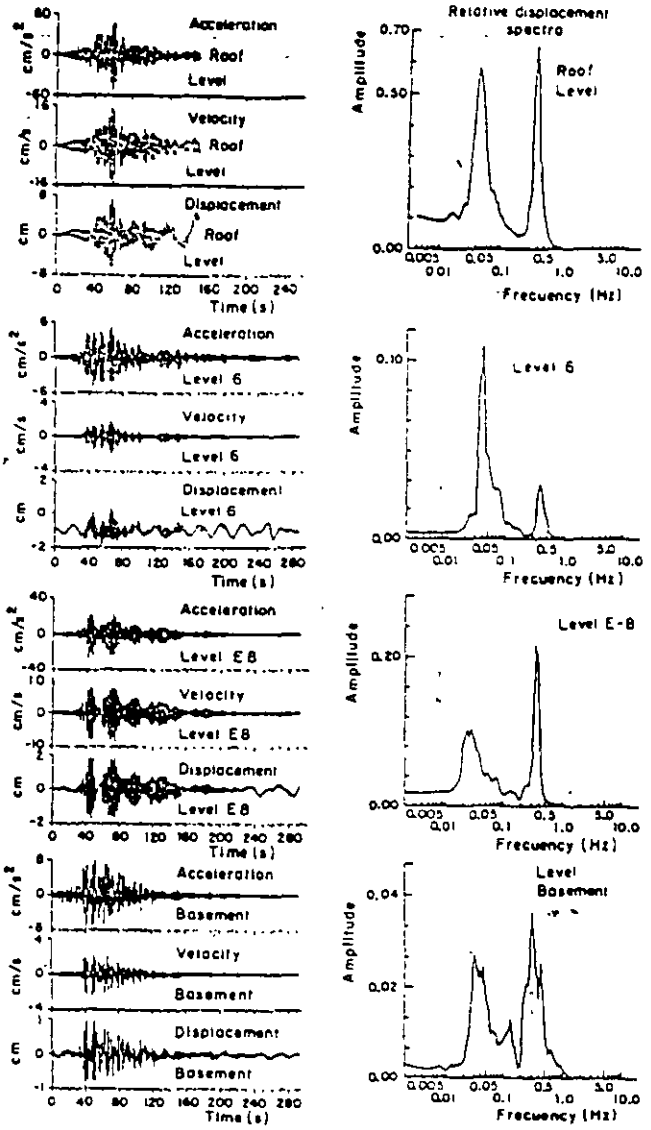


Figure 5. Torsional relative time series and relative displacement spectra obtained on May 30 th, 1990 earthquake

2. Final comments

Earthquake records, already obtained from the instrumentation system implemented at the building under study, indicate that it is possible to obtain valuable information for engineers.

In first place, it should be mentioned that the system is operative and may produce more information from future earthquakes at the building under study.

In second place, it is important to point out that the building foundation shows evolution of its dynamic properties, that produces changes in the natural periods of the system superstructure-foundation. Careful observation of the behaviour of the building may indicate the need for remedial measures, to increase the rotational stiffness at the foundation, in order to avoid excessive tilting under future earthquakes.

The model developed for interpretation purposes is useful to define the dynamic response of the building, and gives a clear insight on the kinematics of the movement under earthquake excitation.

The analysis of torsional response made it clear the existance of two well defined peaks at the spectra, indicative of two frecuencies, associated to Love and shear waves of the subsoil. Spectral densities at those frecuencies increses as the height from the basement increases. Vibration of the building on torsion shows continuous and fast change in the shape of the building.

Evidence previously described indicates that soil-structure-interaction has a paramount importance on the response of the soil-foundation-structure system.

Further earthquake movements at Mexico City Valley may produce new records, and the analysis of the information contained on them may give more knowledege on the dynamic response on the building.

Other buildings at downtown Mexico have been instrumented, and more information may be available in the future, to increase the knowledege of building dynamic response, with soil-structure interaction, under strong earthquakes.

3. References

Marsal, RJ y Mazari, M. 1962. El subsuelo de la ciudad de México. Facultad de Ingeniería, UNAM.

Rodriguez Cuevas N, y Quass Weppen, R. 1990 Respuesta estructural de un edificio instrumentado en la ciudad de México, durante sismos recientes. Proc. Int. Seminar on Seismic Instrumentation and use ot energy dissipators in structures. Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica. 125-155

Wilson, E. L. y Dovey, H. H. 1972 Three-Dimensional Analysis of Building Systems-Tabs. EERC, Report No 72-8. University of California, Berkeley, California.

FROM THE SAME PUBLISHER:

Juhasová, Emília (ed.) 90 5410 006 0
Earthquake engineering – *Proceedings of the 16th regional European conference, Stará Lesná, Czecho-Slovakia, 6 – 12 October 1991* (No rights Poland & Czecho-Slovakia)
1992, 25 cm, 292 pp., Hfl.145 / $80.00 / £45
The 30 papers included in these proceedings present a state-of-the-art information on the design and analysis of earthquake resistant structures. They cover a wide range of topics including: Past earthquakes; The structures which have survived the past earthquakes; Seismic design of structures, the ways of seismic strengthening of existing structures; Seismic response reduction systems and seismic isolation; Softwares available for seismic calculation and design; Recommended structural solutions for more seismic resistant structures; Seismic codes.

Savidis, S.A. (ed.) 90 6191 161 3
Earthquake resistant construction and design – *Proceedings of an international conference, Berlin, 13 – 16 June 1989*
1991, 25 cm, 800 pp., Hfl.165 / $90.00 / £52
Geotechnical earthquake engineering; Construction & design of structures in seismic regions; Projects in developing countries; Seismic risk in the Mediterranean region.

Abdullabekov, K.N. (R.B.Zeidler, transl.) 90 6191 171 0
Electromagnetic phenomena in the earth's crust
(Elektromagnitnye yavleniya v zemnoy kore, Tashkent, 1989)
1991, 25 cm, 160 pp., Hfl.95 / $52.00 / £30
Stresses in the earth's crust & their appearance in seismotectonic processes & in magnetic field changes of the earth; Prototype measurements of magnetic field at variable loading; Tectonogeological & geophysical characteristics of Central Asia, & selection of geodynamical test areas; Techniques of magnetometric investigations in Uzbekistan; Mesoscale variations of magnetic field in geodynamic test areas at stationary stations in Uzbekistan; Fast changes in the earth's magnetic field; Comprehensive analysis of results of electromagnetic measurements in Uzbekistan; Magnetometric prediction of earthquakes; Bibliography. Author: Inst. Seismology, Uzbek Academy of Science.

Earthquake engineering: Fifth Canadian conference – *Proceedings, Ottawa, 6–8 July 1987* / **Génie sismique: Cinquième conférence canadienne** – *Comptus-rendus, Ottawa, 6–8 juillet 1987* 90 6191 735 2
1987, 25 cm, 896 pp., Hfl.270 / $149.00 / £83
Ground motion, seismicity & seismic risk; Seismic codes & standards, Soil stability, soil structure interaction; Response analysis & design of structures & structural components, Experimental methods & tests; Special structures & critical facilities; Lifeline, utility, telecommunication, & transportation systems; Observed behaviour during earthquakes.

Soviet advances in applied geophysics 90 6191 139 7
1990, 25 cm, 130 pp., Hfl.95 / $52.00 / £30 (No rights India)
Algorithm for calculating kinematic characteristics of seismic waves, Generation & application of seismic travel time anomalies; Interpretation of velocities; Analysis of formulae for conversion of effective velocities into limiting & average velocities, Application of frequency sounding IP for oil exploration in Timano-Pechork province; etc.

Krätzig, W.B. et al. 90 6191 168 0
Structural dynamics – *Proceedings of the first European conference, Bochum, 5 – 7 June 1990*
1991, 25 cm, 1268 pp., 2 vols, Hfl.285 / $158.00 / £90
Impact; Dynamic stability; Soil dynamics; System identification; Earthquake engineering; R/C Structures; Steel structures; Stochastic dynamics; Soil-structure-fluid-interaction; Numerical modelling & computational aspects; Material & system properties; Wind engineering.

Tseitlin, A.I. & A.A.Kusainov 90 6191 959 2
Role of internal friction in dynamic analysis of structures
(Russian translations series, 80) (No rights India)
1990, 24 cm, 223 pp., Hfl.115 / $64.00 / £35
Modern methods of dynamic analysis of structures through the application of frequency-independent damping models. Experimental data, justification for the models used in the norms & computer analysis & solutions to design problems. Economical & reliable design of structures subjected to explosive, seismic, wind & other loads.

Fairhurst, Charles (ed.) 90 6191 145 1
Rockbursts and seismicity in mines – *Proceedings of the 2nd international symposium, Minneapolis, Minnesota, 8–10.06.1988*
1990, 30 cm, 456 pp., Hfl.150 / $85.00 / £47.
The most up-to-date and comprehensive account of current knowledge on the important problem of rockbursts; A problem likely to increase in frequency and severity as extraction of minerals is pursued to ever-greater depths. Mechanics of seismic events & rock bursts; Monitoring of seismicity & seismic networks; Coal mining bumps; Rock stress, structure & mine design; Rockburst hazard mitigation/ground control. 61 papers.

Knoll, P. 90 5410 115 6
Induced seismicity
1992, 25 cm, 480 pp., Hfl.160 / $88.00 / £50
Induced seismicity is at present a scientific field and a problem of great actuality. Their phenomenon is a result of the interaction of technology and the behaviour of the uppermost strata of the earth crust. So its controlling is a special part of the protection of the environment. In the book some of the latest advantages in the field of induced seismicity are concentrated for mining-induced, reservoir-induced, injection-induced, and extraction-induced seismicity. There are case studies, generalisations of different investigations of the rock-mechanical & seismological mechanism, result of modelling & monitoring as well as geophysical and rock-mechanical fundamentals from different regions of the world. The book is very valuable for scientists, engineers and students to get new data sets, advanced knowledge about reasons and prerequisites of induced seismicity and results in controlling the effects caused by induced seismicity. Author: Zentralinstitut für Physik der Erde, Potsdam, Germany.

Zakharova, A.I. 90 6191 461 2
Estimation of seismicity parameters using a computer
(Russian translations series, 46) (No rights India)
1986, 24 cm, 158 pp., Hfl.95 / $50.00 / £30
Methodology for machine calculations of the main seismicity indices, computer programs to evaluate recurring earthquakes.

All books available from your bookseller or directly from the publisher:
A.A.Balkema Publishers, P.O.Box 1675, Rotterdam, Netherlands
For USA & Canada: A.A.Balkema Publishers, Old Post Rd, Brookfield, VT, USA

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

CRITERIOS DE INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA PARA FINES DE REGLAMENTACION ANTISISMICA

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

DIAGRAMS OF EFFECTIVE PERIODS AND DAMPINGS OF SOIL-STRUCTURE SYSTEMS FOR EMBEDDED FOUNDATION IN SOIL LAYER

By Javier Avilés[1] and Luis Eduardo Pérez-Rocha[2]

[1]Instituto de Investigaciones Eléctricas, Apdo. 1-475, Cuernavaca 62001, México
[2]Centro de Investigación Sísmica, Carretera al Ajusco 203, Padierna 14200, México

ABSTRACT: A numerical solution is applied to determine effective periods and dampings of a refined soil-structure system similar to that used in building codes. A three-dimensional model is utilized, which is formed by a one-story structure placed on a cylindrical foundation with variable sidewall height, embedded into a viscoelastic homogeneous stratum over rigid bedrock. The soil is replaced with accurate impedance functions that are taken from available tables, which include numerical results for different Poisson's ratios, foundation depths, sidewall heights and layer depths, covering a wide interval of excitation frequencies. By applying this solution, effective periods and dampings of a great number of soil-structure systems are computed, covering most practical cases for building structures. Results are presented by means of diagrams that practicing engineers may use to quickly estimate the system period and system damping, which are needed to apply code interaction provisions. Diagrams can also be used in preliminary analyses to assess readily the influence of the parameters involved, placing emphasis on the effects of the foundation embedment and the layer depth.

INTRODUCTION

Dynamic soil-structure interaction produces several effects on the structure and soil as a result of the flexibility of the latter under dynamic excitation. Essentially, the interaction modifies the dynamic properties of the structure and the characteristics of the ground motion around the foundation. The increase in the natural period and the change in the modal damping for the fundamental mode of vibration of the structure result from the inertial interaction (Jennings and Bielak 1973; Veletsos and Meek 1974). While the reduction of the translational component of the foundation and the generation of torsional and rocking components, as well as the filtering of the high frequency components of the excitation (Scanlan 1976; Pais and Kausel 1989), come from the kinematic interaction. Also, the modification of the structural ductility is due to both the inertial and kinematic interaction.

The approach used in major seismic codes to deal with the interaction problem consists in modifying the dynamic properties of the structure and then evaluating the response of the modified structure to the free-field ground motion stipulated for design. Indeed, for code-designed buildings the interaction effects are expressed by an increment in the fundamental period of the structure and a change in the structural damping. With this approach, the base shear of the structure interacting with the soil can be determined by using free-field response spectra applicable to the effective period and damping of the soil-structure system.

The effective period and damping of soil-structure systems have been extensively studied by using an analogy with a single fixed-base oscillator commonly known as the replacement oscillator. For surface foundations resting on a half-space, Jennings and Bielak (1973), Veletsos and Meek (1974) and Luco (1980) computed numerical results and derived approximate analytical solutions for the system period and system damping. The influence of the foundation embedment has been investigated by Bielak (1975) for rectangular prismatic foundations in full welded contact with the surrounding soil and by Avilés and Pérez-Rocha (1996) for cylindrical foundations with variable sidewall height, considering a uniform layer on elastic and rigid bedrock, respectively. Also, an improved approximate analytical solution for the system period and system damping has been developed by Avilés and Pérez-Rocha (1996), which differs from previous analogous approximations in that damping factors of second order are not neglected and the foundation depth is explicitly considered. In all of these studies, the effective period and damping are obtained by calculating the transfer function for the pseudo-acceleration of the coupled system, and then equating the resonant period and peak amplification measured at this transfer function to those of the replacement oscillator.

The most complex and time-consuming task in the determination of the system period and system damping is the computing of the soil impedance functions. Indeed, the rigorous analysis for arbitrary geometry foundations embedded in layered media demands the use of sophisticated methods of finite or boundary elements. So it is highly desirable to have tables of impedance functions for various foundation and soil configurations. Numerical values have been reported for circular (Veletsos and Wei 1971; Luco and Mita 1987) and rectangular (Wong and Luco 1978) surface foundations resting on a homogeneous half-space, and for surface square foundations resting on a layered half-space (Wong and Luco 1985). Results in tabular form have also been reported for square (Mita and Luco 1989) and circular (Apsel and Luco 1989) foundations embedded in a uniform half-space, and for circular foundations with variable sidewall height embedded in a homogeneous stratum over rigid bedrock (Avilés and Pérez-Rocha 1992).

The aim of this work is to present diagrams of effective periods and dampings of a refined soil-structure system. A three-dimensional model is used, which consists of a one-story structure placed on a cylindrical foundation with variable sidewall height, embedded in a viscoelastic uniform layer over rigid bedrock. This interaction model is similar to that considered in the ATC (1984) and NEHRP (1994) provisions, with the addition of the foundation embedment and the layer depth. The soil is replaced with accurate impedance functions that are taken from the tables presented by Avilés and Pérez-Rocha (1992), which include numerical values for different Poisson's ratios, foundation depths, sidewall heights and layer depths, covering a broad interval of excitation frequencies. The system period and system damping are obtained directly from the amplitude spectrum of the transfer function of the relative building response; the former is associated to the resonant period and the latter to the peak amplification measured at this transfer function.

Diagrams of effective periods and dampings are given for several dimensionless parameters reflecting the properties of the soil-structure system, which cover most situations encountered in practical applications for building structures. The construction of such diagrams requires a substantial computational effort, because the calculations involved are complicated and time-consuming. For this reason, diagrams should be of practical value for designers to assess readily the system period and system damping, which are needed to apply code provisions for the interaction effects on the fundamental mode of vibration. They should also be useful in preliminary analyses to quickly estimate the influence of the more important parameters, such as the foundation embedment and the layer depth which frequently tend to be ignored in practice.

INTERACTION MODEL

Interaction effects on the fundamental mode of vibration can be evaluated by using the soil-structure system shown in Fig. 1. This interaction model is similar to that considered in the ATC (1984) and NEHRP (1994) provisions, except that the foundation depth D, the sidewall height E and the layer depth H_s are incorporated, without introducing additional simplifications. For the rigid footing, M_e is the mass and J_e the mass moment of inertia with respect to the base; R is the radius of an equivalent circular foundation. The one-story structure is characterized by the modal parameters of the multistory structure vibrating in its fixed-base fundamental mode. So T_s and ζ_s are the fundamental period and damping of the fixed-base structure, respectively, M_s is the overall mass participating in the fundamental mode and H_s the overall height of the resultant of the corresponding inertia forces (Jennings and Bielak 1973). For the uniform stratum, $\beta_s = \sqrt{G_s/\rho_s}$ represents the overall shear

wave velocity of the soil formation, being G_s the shear modulus and ρ_s the mass density of the soil; ν_s is the Poisson's ratio and ζ_s the material damping for the soil.

It is usually assumed that the footing is combined with a rigid sidewall, which extends along the entire depth of the embedment and is bonded to the surrounding soil. As the validity of this supposition is questionable, the height of the sidewall is considered variable to recognize at least the degree of contact between the soil and the foundation walls. Also, it is known that a rigid basement is fully reflective, that is, no energy can be transmitted into the bedrock via the refraction of the outgoing waves from the overlying layer. In spite of this fact, impedance functions are calculated considering a rigid bedrock, because they belong more to a vibration problem than to a propagation one. Even in the case of shallow strata, results obtained under this assumption are approximate enough for engineering purposes.

Equilibrium equations

The degrees of freedom of the soil-structure system are the relative displacement of the structure X_e, the displacement of the foundation base X_c relative to the ground motion X_o, and the rocking of the foundation Φ_c. It can be demonstrated that the matrix equilibrium equation of the coupled system in the frequency domain is given by (Avilés and Pérez-Rocha 1996)

$$\left[\mathbf{K}_s + \imath\omega\mathbf{C}_s - \omega^2\mathbf{M}_s\right]\{\mathbf{X}_s\} = -\ddot{X}_o\{\mathbf{M}_o\} \tag{1}$$

where $\mathbf{X}_s = \{X_e, X_c, \Phi_c\}^T$ is the displacement vector of the interacting system, ω the excitation frequency and $\imath = \sqrt{-1}$ the imaginary unit. Besides, $\mathbf{M}_o$ is a load vector defined by

$$\mathbf{M}_o = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e(H_e + D) + M_c E/2 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

while $\mathbf{M}_s$, $\mathbf{C}_s$ and $\mathbf{K}_s$ are the mass, damping and stiffness matrices of the interacting system, respectively, defined by

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e(H_e + D) + M_c E/2 \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) + M_c E/2 & M_e(H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{hr} & C_r \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{hr} & K_r \end{bmatrix} \tag{5}$$

where $K_e = 4\pi^2 M_e / T_e^2$ and $C_e = 4\pi\zeta_e M_e / T_e$ are the linear stiffness and the viscous damping of the fixed-base structure, respectively. The soil has been replaced with the linear springs K_h, K_r and K_{hr} and the viscous dashpots C_h, C_r and C_{hr}, depending on the excitation frequency and corresponding to the translation, rocking and coupling modes of vibration, respectively. For the sake of simplicity, the mass center of the foundation has been located at half the height of the sidewall, eliminating one parameter that is irrelevant for practical purposes. In fact, the footing mass and its moment of inertia are often neglected in practice.

Impedance functions depend not only on the excitation frequency, but on the foundation and soil configuration as well. The springs and dashpots used herein are taken from tables (Avilés and Pérez-Rocha 1992) that were constructed by applying an efficient numerical technique based on the finite element method (Tassoulas and Kausel 1983a). The practical importance of using such tables is that dynamic stiffnesses are significantly affected by the effects of the foundation embedment and the layer depth. In many situations, such as the presence of backfill or the occurrence of inelastic deformation of the soil around the foundation, it is not realistic to assume a perfect bond between the soil and the footing walls. Hence, the modeling of the contact conditions should include the possible lateral separation between the foundation and soil (Tassoulas and Kausel 1983b; Apsel and Luco 1987), as made in this work.

System period and system damping

The effective period and damping are obtained directly from the amplitude spectrum of the transfer function for the pseudo-acceleration of the soil-structure system. Thus, solving Eq. 1 the transfer function $Q = \omega_e^2 X_e / \ddot{X}_o$ relative to the ground motion is determined, being $\omega_e = 2\pi / T_e$ the fundamental frequency of the fixed-base structure. Then the resonant period and peak amplification measured at this transfer function are equated to those of the replacement oscillator.

As the effective damping of the interacting system may become considerably high, it is necessary to consider that the frequency ratio for maximum response is $\sqrt{1-2\zeta_e^2}$

and the corresponding peak response is $\left(2\tilde{\zeta}_e\sqrt{1-\tilde{\zeta}_e^2}\right)^{-1}$, without neglecting the damping terms of second order. Because of this situation, the system period and system damping are found to be

$$\tilde{T}_e = \sqrt{1-2\tilde{\zeta}_e^2}\,T_{res} \tag{6}$$

$$\tilde{\zeta}_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\sqrt{\frac{Q_{res}^2-1}{Q_{res}^2}}\right)^{1/2} \tag{7}$$

where T_{res} represents the resonant period and Q_{res} the corresponding peak pseudo-acceleration measured at the transfer function of the interacting system.

System parameters

On the basis of theoretical and numerical studies of soil-structure interaction, it has been found that the effective period and damping depend on the following dimensionless parameters, reflecting the properties of the coupled system.

1. Ratio of the foundation mass to the structure mass: $m = M_c/M_e$.
2. Ratio of the mass moment of inertia of the foundation to the mass moment of inertia of the structure: $j = J_c/\left(M_e(H_e+D)^2\right)$.
3. Relative mass density between the structure and the soil: $\gamma = M_e/\left(\rho_s\pi R^2 H_e\right)$.
4. Damping ratios for the fixed-base structure and the soil: ζ_e and ζ_s.
5. Poisson's ratio for the soil: ν_s.
6. Ratio between the stratum depth and the footing radius: H_s/R.
7. Ratio between the foundation depth and the footing radius: D/R.
8. Ratio between the sidewall height and the foundation depth: E/D.
9. Slenderness ratio of the structure: H_e/R.
10. Relative stiffness between the structure and the soil: $\alpha = H_e/(\beta_s T_e)$.

Most of these parameters have been selected from the work of Veletsos (1977) and Veletsos and Meek (1974), which forms the basis of the current ATC (1984) and NEHRP (1994) provisions. They are also based on the parametric analysis made by Avilés and Pérez-Rocha (1996).

Results have revealed that the system period and system damping are insensitive to variations in m and j, so that they are fixed constant at the values $m = 0.25$ and $j = 0.05$ applicable in practical situations. The influence of γ is more important; however, the representative average value $\gamma = 0.15$ for typical buildings and soils is adopted. Damping factors are taken as $\zeta_e = 0.05$ and $\zeta_s = 0.05$, which are conventional values used in practice. It is satisfactory to assume the Poisson's ratio for the soil as $\nu_s = 1/3$ for clean sands and gravels and $\nu_s = 0.45$ for soft clays.

According to common rules of thumb, the fundamental period of the fixed-base structure and the corresponding overall height are approximately equal to $0.1N$ (in seconds) and $0.7H$, respectively, where N is the number of stories and H the total height of the structure. With these approximations, the structure/soil stiffness ratio for a representative story height of $3\,m$ results in $\alpha = 21/\beta_s$ (β_s expressed in m/s). This key parameter is varied into the range $0 \le \alpha \le 0.5$, the lower limit corresponding to infinitely rigid soils, for which negligible interaction is expected, and the upper limit corresponding to very soft soils with shear wave velocity as low as $\beta_s = 42\,m/s$. All other parameters are considered variable within practical ranges of interest, namely: $H_s/R = 3, 4, 6$ and 10, $D/R = 0, 1/2$ and 1, $E/D = 0$ and 1, and $H_e/R = 2, 3, 4$ and 5.

ORGANIZATION AND ANALYSIS OF DIAGRAMS

Diagrams of effective periods and dampings of soil-structure systems for embedded foundation in soil layer are presented. Figs. 2 and 3 display dimensionless charts for Poisson's ratios $\nu_s = 1/3$ and 0.45, respectively, and normalized layer depths $H_s/R = 3$ (a), 4 (b), 6 (c) and 10 (d). Each figure contains boxes for normalized foundation depths $D/R = 0, 1/2$ and 1 and normalized sidewall heights $E/D = 0$ (null contact) and 1 (full contact), inside of which results for normalized structure heights $H_e/R = 2, 3, 4$ and 5, marked with different types of lines, are given. The system period is normalized by the fixed-base fundamental period.

The trends and features of the effective periods and dampings for surface foundation ($D/R = 0$) on a deep stratum ($H_s/R = 10$) are in agreement with those found by Jennings and Bielak (1973) and Veletsos and Meek (1974) for surface foundation on a half space. To the authors' knowledge there are not solutions involving the

combined effects of the foundation depth, the sidewall height and the layer depth, so that no direct comparison with other results is possible.

From these extensive results, some conclusions can be reached about the influence of the parameters H_s/R, D/R and E/D on the system period and system damping. The damping capacity of the foundation significantly increases with the layer depth, so that the system damping for footings embedded in deep strata is much greater than that for footings embedded in shallow strata. This effect is often overlooked by practicing engineers, since a half space is generally used for modeling the soil. The effective period is practically insensitive to variations in the stratum depth. Also, it is known that the effects of the foundation embedment are to increase the system damping and decrease the system period. This fact can be confirmed here only for footings with sidewall extending along the entire foundation depth. For embedded foundations without sidewall or with sidewall in null contact with the surrounding soil, the system damping decreases and the system period increases with the foundation depth, because of the enlargement of the foundation rocking caused by the increase of the overturning moment and the decrease of the foundation stiffness. Since a reduction in the system damping is associated with an increment of the structural response, overestimating the degree of contact between the soil and the footing walls would lead to results on the unsafe side.

The key parameter controlling the system response is α. In reality, this parameter is regarded as a measure of soil-structure interaction. Although interaction effects depend on the characteristics of both the coupled system and the seismic excitation, from these monograms it can be inferred that such effects are negligible for $\alpha < 0.05$, that is, when $\beta_s > 20 H_e/T_e$. If this criterion is fulfilled the structure may be analyzed under the fixed-base condition, because the resultant period lengthening and damping modification are insignificant from a practical point of view.

Limitation of the approach

It is assumed that a satisfactory agreement between the amplitude spectrum of the transfer function of the soil-structure system and that of the replacement oscillator is obtained over a wide interval of excitation frequencies on both sides of the resonant frequency. However, this assumption can be confirmed only for surface foundations on a half space. For embedded foundations in a soil layer the difference between these transfer functions may become significant, depending not only on H_s/R, D/R and E/D, but also on the critical parameters α and H_e/R, as shown in Fig. 4. Comparisons between the frequency response of the coupled system, in solid line, and that of the replacement oscillator, in dashed line, are given for $\nu_s = 1/3$, $H_s/R = 2$ and 10, $D/R = 1$, $E/D = 1$, $H_e/R = 1$ and $\alpha = 1/4, 3/8$ and $1/2$; all other parameters were assigned the values previously adopted. It can be seen that the

transfer function of some coupled systems no longer can be fitted by means of the transfer function of the replacement oscillator, because of the broadening of the maximum response region due to the high overall damping of the interacting system. This situation is always presented for squat structures resting on deep foundation embedded in soft soil, and is more pronounced for shallow $(H_s/R = 2)$ than for deep $(H_s/R = 10)$ strata.

To establish the range of applicability of the replacement oscillator approach, the behavior of transfer functions of soil-structure systems was studied for extreme conditions of foundation embedment and layer depth. It was concluded that this approach is not recommended for $H_s/R \langle 2$ in the range $\alpha \rangle 1/4$, when the foundation is deep, $D/R \rangle 1$, and the soil layer is shallow, $H_s/R \langle 3$. In this case, a rigorous analysis in the frequency domain should be preferred, in order to obtain the system response to a specific excitation through the Fourier synthesis.

Example of application

As illustration of the application of diagrams, the effective period and damping of the building-foundation system shown in Fig. 5 are determined. The arrangement of the system under consideration is the same in both horizontal directions. Two cases of lateral separation between the footing and soil are considered, namely: $E/D = 0$ (100% separation) and 1 (0% separation). The following input data are assumed.

The building:

Number of stories 8
Story height 3 *m*
Total height $H = 8 \times 3 = 24\ m$
Fixed-base fundamental period $T_s = 0.8\ s$
Da .ıf· g for the fixed-base condition $\zeta_s = 0.05$

The fo· ing:

Length $L = 14\ m$
Area $A = 14 \times 14 = 196\ m^2$
Moment of inertia $I = 14^4/12 = 3201\ m^4$
Embedment $D = 4\ m$

The soil:

Shear wave velocity $\beta_s = 70\ m/s$
Poisson's ratio $\nu_s = 0.45$
Material damping $\zeta_s = 0.05$
Layer depth $H_s = 48\ m$

As already mentioned, the overall height of the structure can be approximated as $H_e = 0.7H = 16.8\ m$. For a square foundation, the radius R_a of the disk with area A and the radius R_m of the disk with moment of inertia I are very similar, so the quantity R can be replaced by the average value of such radii. As $R_a = \sqrt{A/\pi} = 7.9\ m$ and $R_m = \sqrt[4]{4I/\pi} = 8.0\ m$, the equivalent radius to be used is $R = 7.95\ m$. For arbitrary shape foundations, the quantity R should be interpreted as recommended by the ATC (1984) and NEHRP (1994) provisions.

Since $\nu_s = 0.45$ and $H_s/R = 6$, the dimensionless charts displayed in Fig. 3c are examined. Considering that $D/R = 0.5$, $H_e/R \approx 2$ and $\alpha = H_e/(\beta_s T_e) = 0.3$, the effective periods and dampings of interest are those marked with dots in the corresponding charts.

For sidewall in null contact with the surrounding soil $(E/D = 0)$:

$\tilde{T}_e/T_e = 1.47 \ \therefore \ \tilde{T}_e = 1.18\ s; \quad \tilde{\zeta}_e = 0.077$

For sidewall in full contact with the surrounding soil $(E/D = 1)$:

$\tilde{T}_e/T_e = 1.28 \ \therefore \ \tilde{T}_e = 1.02\ s; \quad \tilde{\zeta}_e = 0.088$

CONCLUSIONS

Diagrams of effective periods and dampings of soil-structure systems for embedded foundation in soil layer have been presented. By using a refined interaction model, the combined effects of the foundation depth, the height of the sidewall and the layer depth, as well as the importance of the frequency dependency of the soil impedance functions have been evaluated.

Such diagrams can serve as design aids for soil-structure interaction, being applicable to a great number of building, foundation and soil configurations. They represent a rapid, inexpensive and accurate way for determining the system period and system damping, which are needed to apply interaction provisions recommended in building codes. Their application could not be justified only for unusual buildings in which the interaction effects are of extreme significance. Nevertheless, they

should be of practical value to ascertain at a glance the effects and relative importance of the numerous parameters involved.

ACKNOWLEDGEMENTS

We are indebted to Jethro W. Meek for his keen critical remarks and helpful comments, which contributed to the clarity of this paper.

APPENDIX: REFERENCES

1. Applied Technology Council (ATC). (1984), "Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings", *ATC-3-06 Amended*, California.
2. Apsel R. J. and Luco J. E. (1987), "Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: An integral equation approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 213-231.
3. Avilés J. and Pérez-Rocha L. E. (1992), "Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica, FJBS*, México, **2**, 22-81.
4. Avilés J. and Pérez-Rocha L. E. (1996), "Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **15**, 11-27.
5. Bielak J. (1975), "Dynamic behavior of structures with embedded foundations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **3**, 259-274.
6. Jennings P. C. and Bielak J. (1973), "Dynamics of building-soil interaction", *Bulletin of the Seismological Society of America*, **63**, 9-48.
7. Luco J. E. (1980), "Linear soil-structure interaction", *Report UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory*, Livermore, California.
8. Luco J. E. and Mita A. (1987), "Response of a circular foundation on a uniform half-space to elastic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 105-118.
9. Mita A. and Luco J. E. (1989), "Impedance functions and input motions for embedded square foundations", *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, **115**, 491-503.
10. National Earthquake Hazard Reduction Program (NEHRP). (1994), "Recommended provisions for the development of seismic regulations for new buildings", *FEMA-BSSC*, Washington.
11. Pais A. L. and Kausel E. (1989), "On rigid foundations subjected to seismic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **18**, 475-489.

12. Scanlan R. H. (1976), "Seismic wave effects on soil-structure interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **4**, 379-388.
13. Tassoulas J. L. and Kausel E. (1983a), "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **19**, 1005-1032.
14. Tassoulas J. L. and Kausel E. (1983b), "On the effect of the rigid sidewall on the dynamic stiffness of embedded circular footings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **11**, 403-414.
15. Veletsos A. S. (1977), "Dynamics of structure-foundation systems", *Structural and Geotechnical Mechanics*, W. J. Hall, Ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 333-361.
16. Veletsos A. S. and Meek J. W. (1974), "Dynamic behaviour of building-foundation systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **3**, 121-138.
17. Veletsos A. S. and Wei Y. T. (1971), "Lateral and rocking vibration of footings", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, **97**, 1227-1248.
18. Wong H. L. and Luco J. E. (1978), "Tables of impedance functions and input motions for rectangular foundations", *Report CE 78-15, University of Southern California*, Los Angeles, California.
19. Wong H. L. and Luco J. E. (1985), "Tables of impedance functions for square foundations on layered media", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **4**, 64-81.

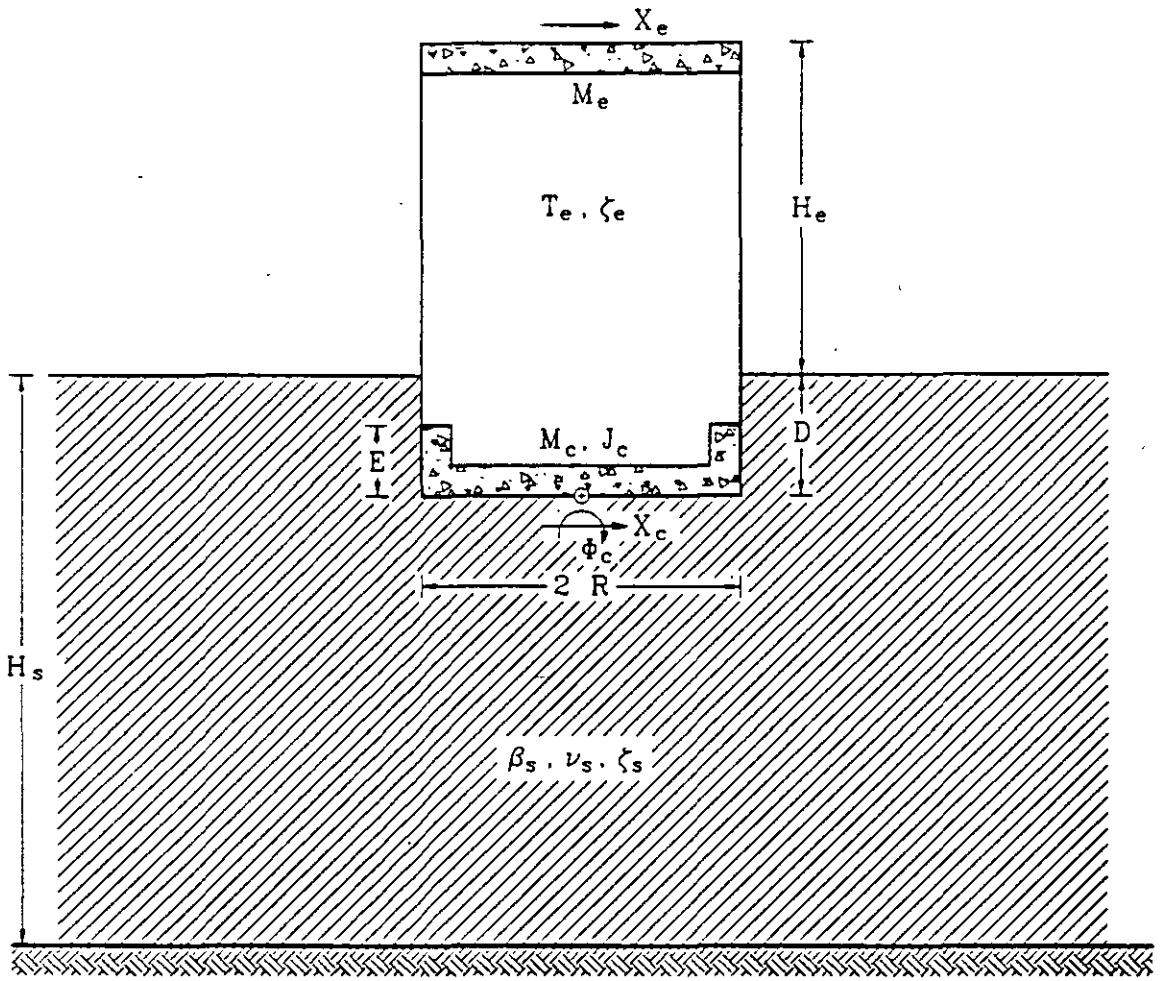


Fig. 1 Soil-structure system for interaction effects on the fundamental mode of vibration

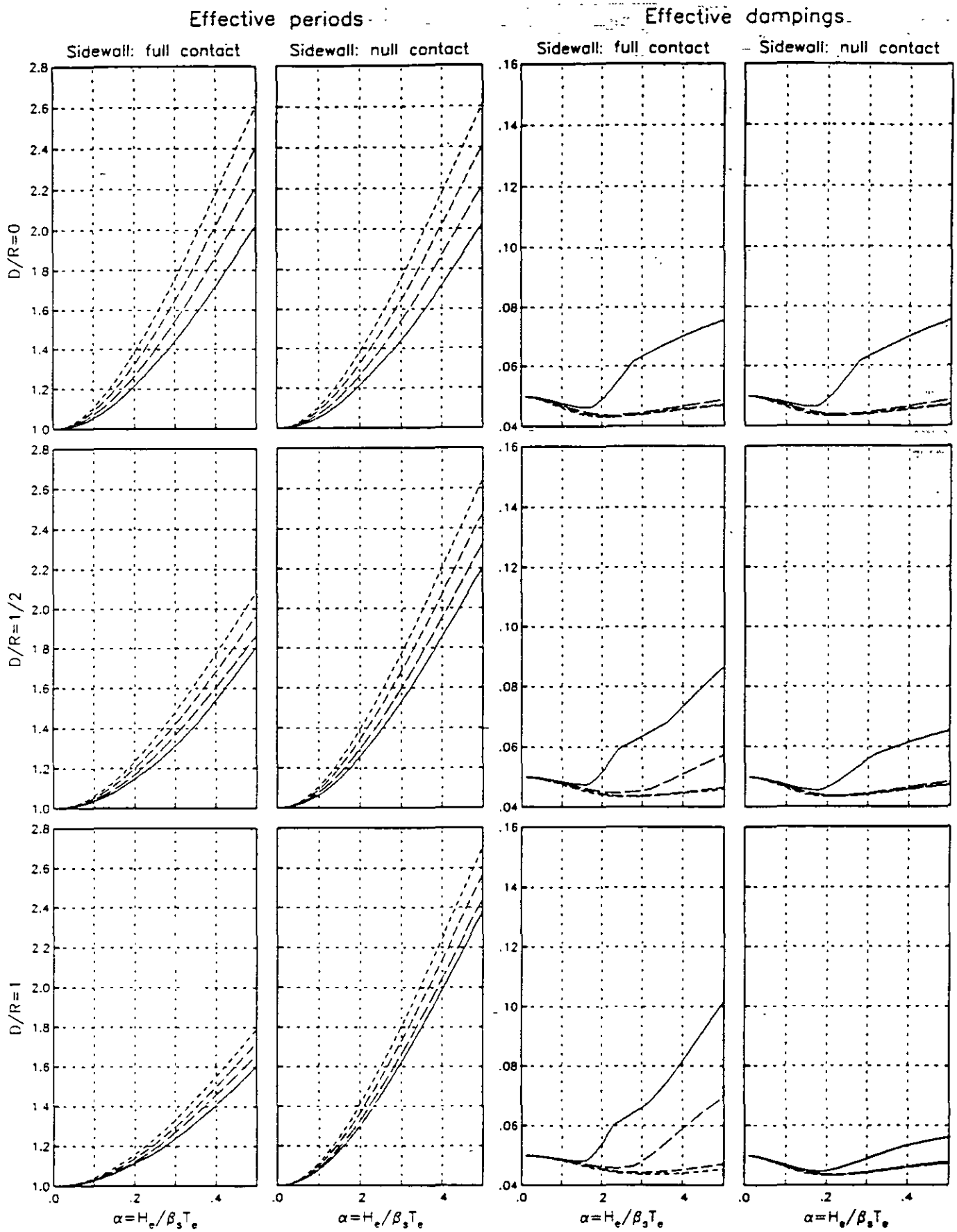


Fig. 2a Effective periods $\tilde{T}_e/T_s$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 1/3$ and $H_s/R = 3$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

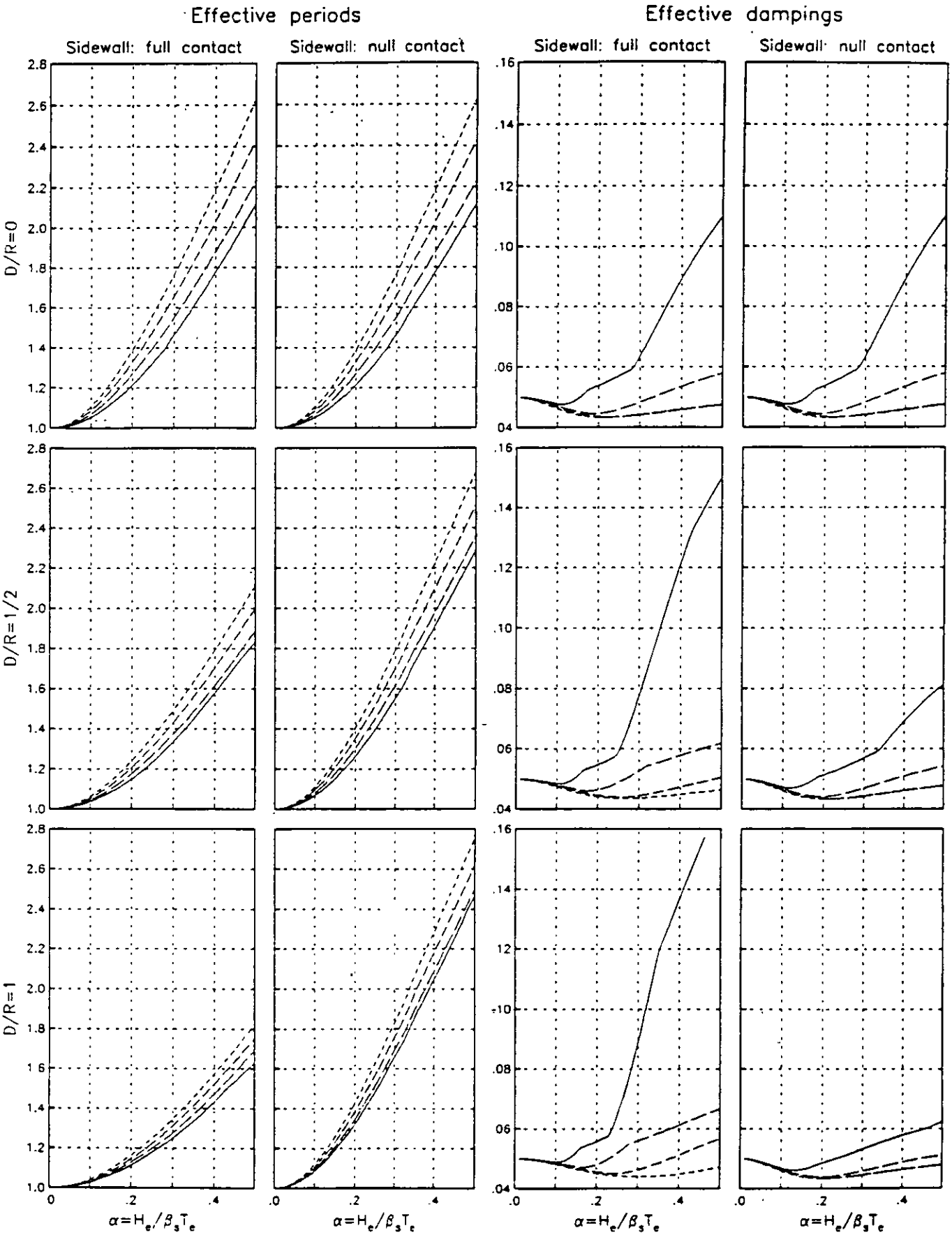


Fig. 2b Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 1/3$ and $H_s/R = 4$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

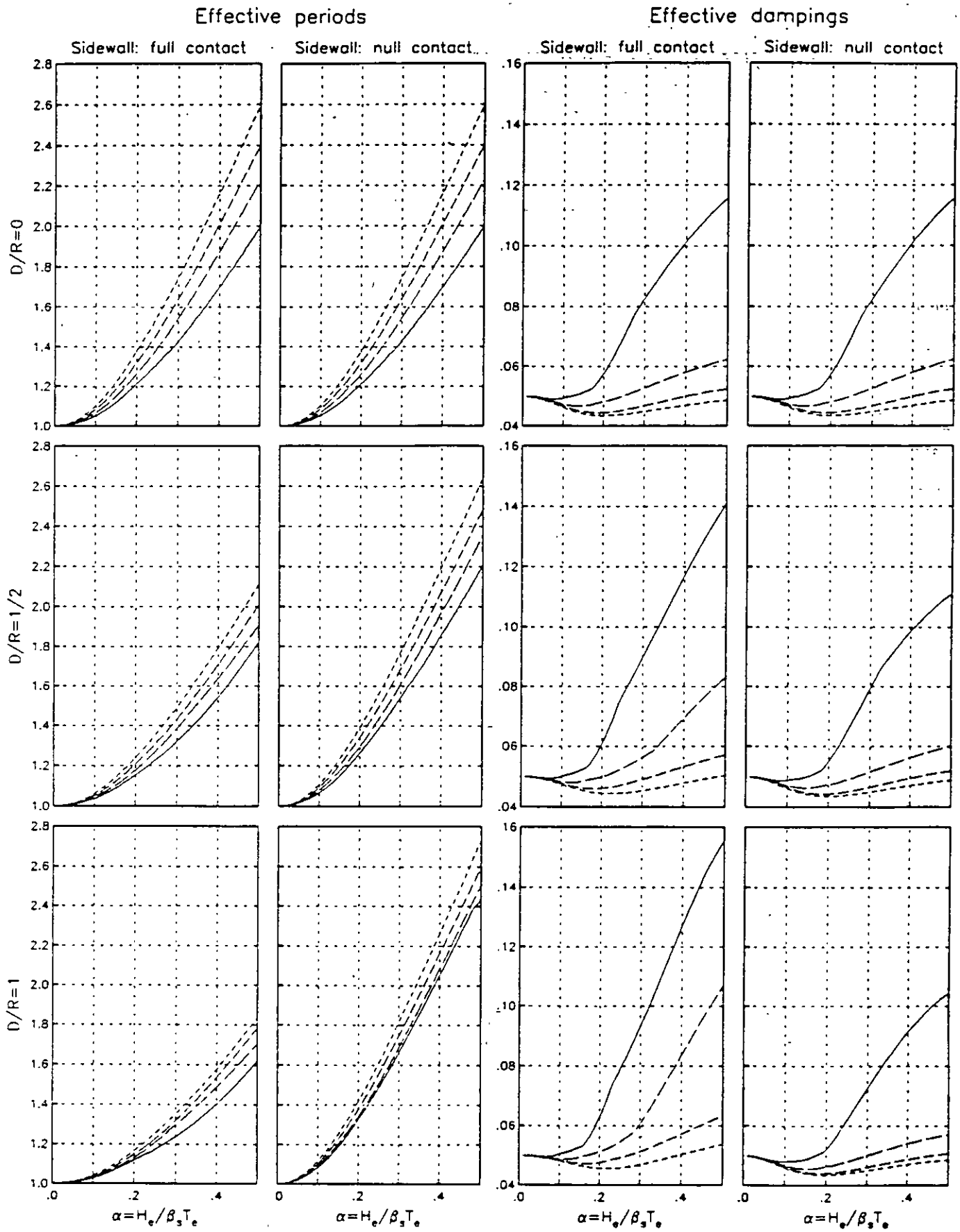


Fig. 2c Effective periods $\bar{T}_e/T_e$ and dampings $\bar{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 1/3$ and $H_s/R = 6$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

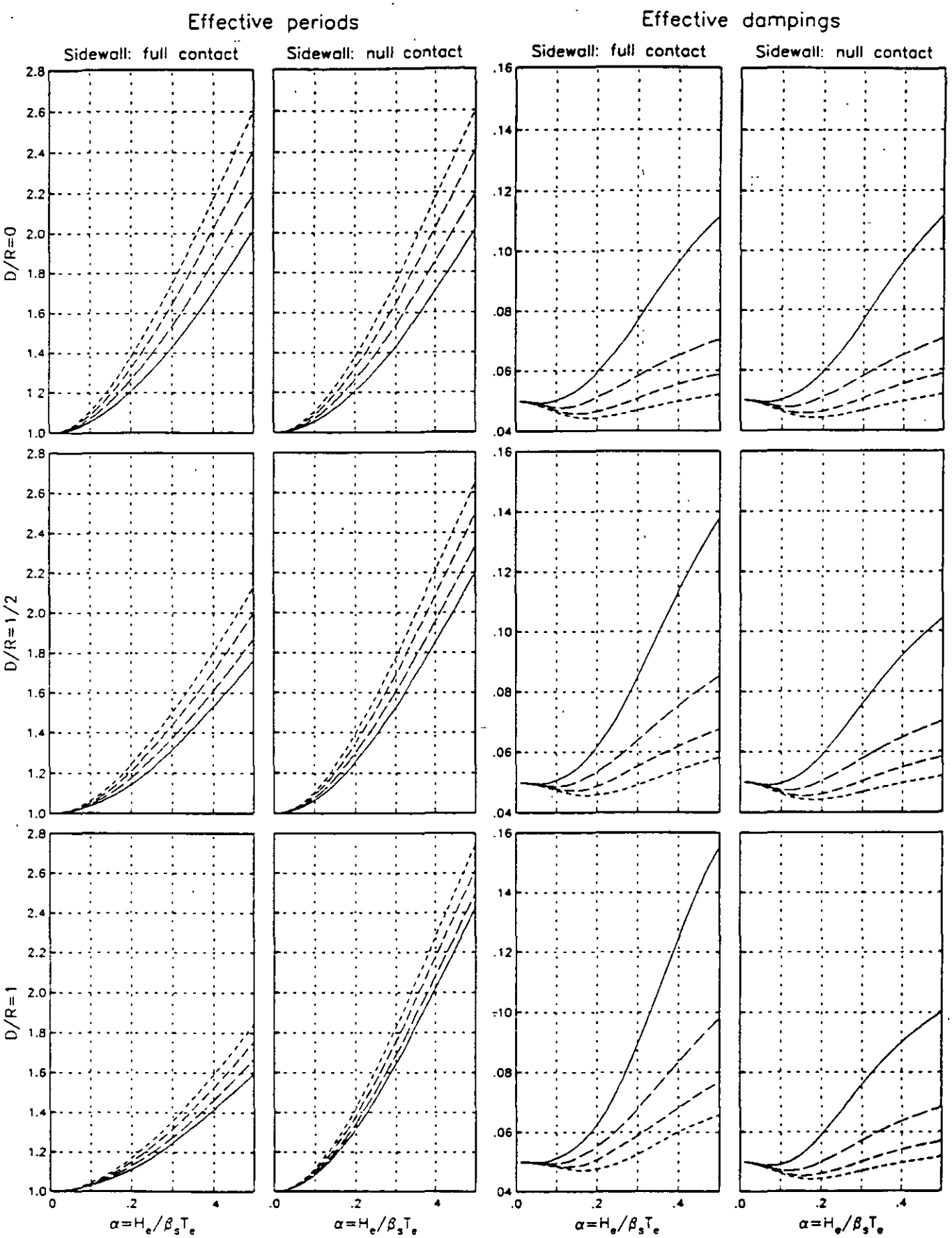


Fig. 2d Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 1/3$ and $H_s/R = 10$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

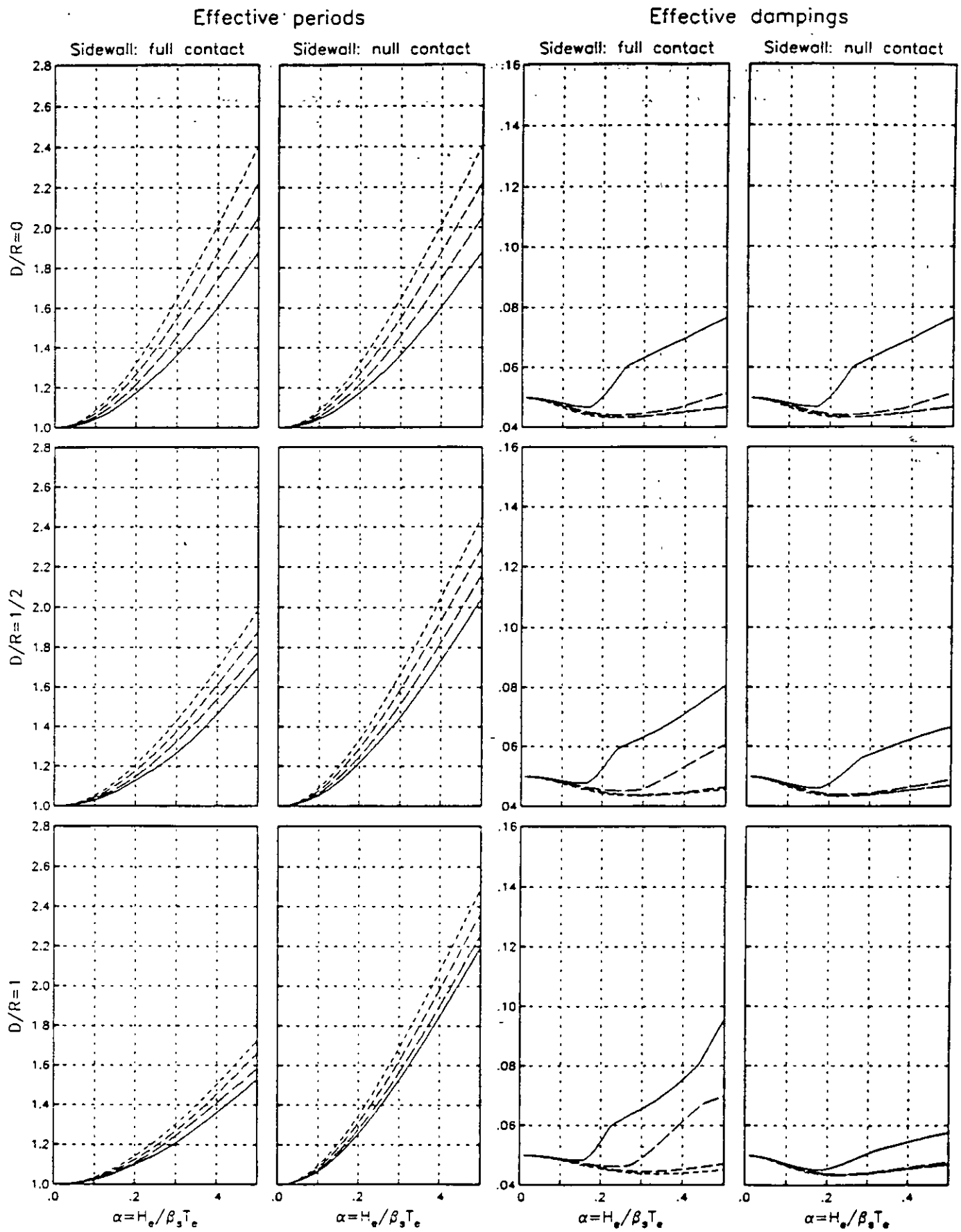


Fig. 3a Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 0.45$ and $H_s/R = 3$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

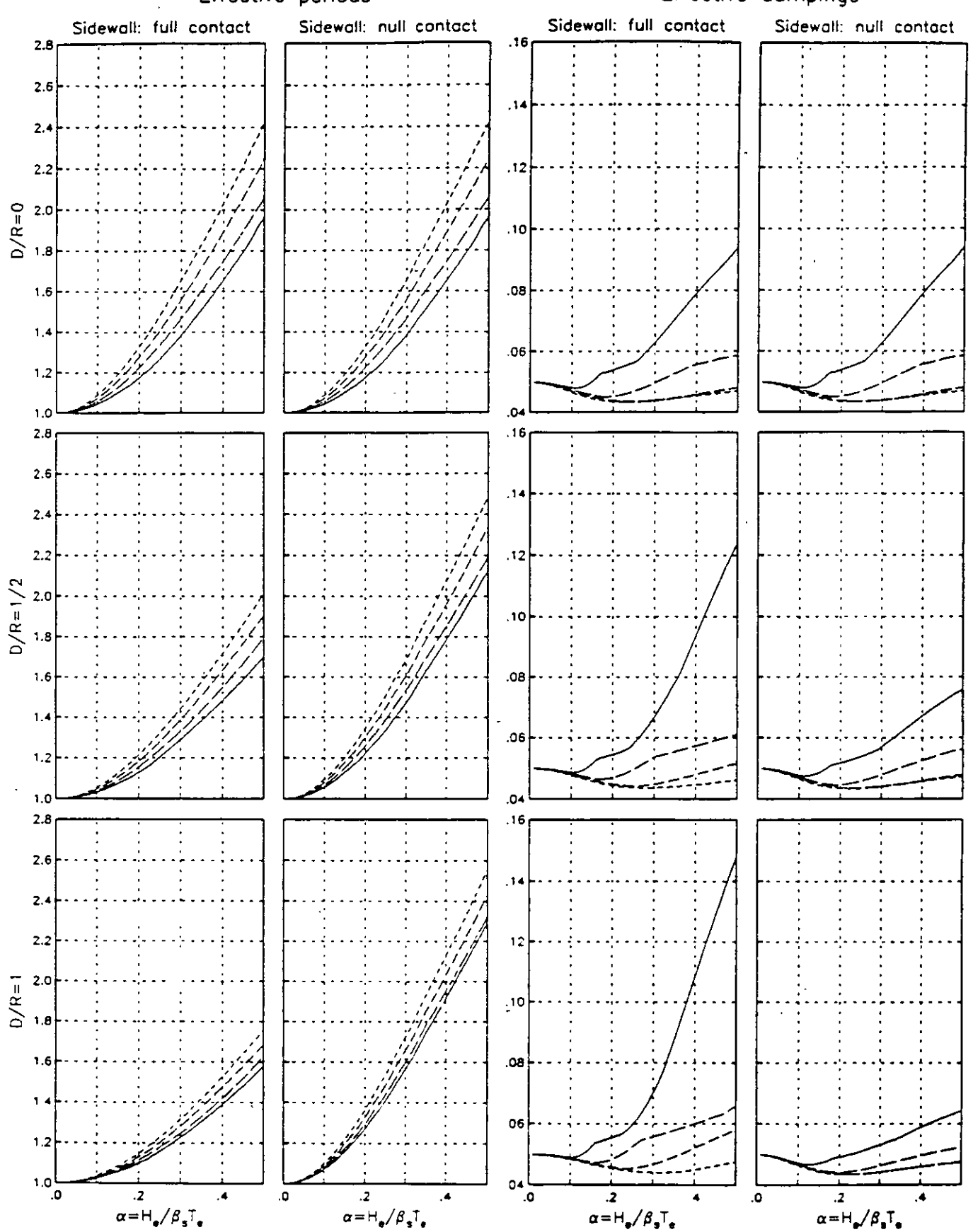


Fig. 3b Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 0.45$ and $H_s/R = 4$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

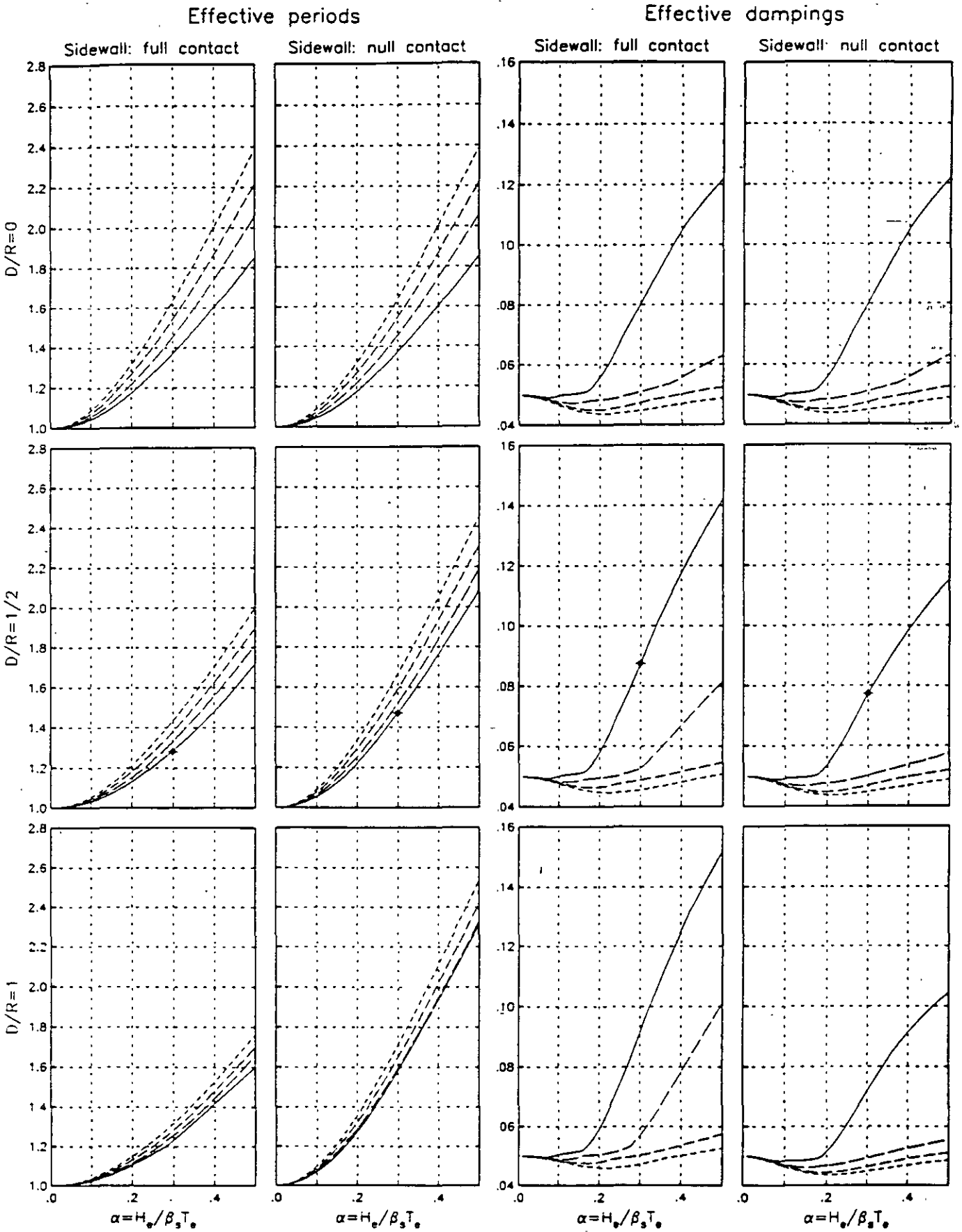


Fig. 3c Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 0.45$ and $H_s/R = 6$; curves correspond to $H_s/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

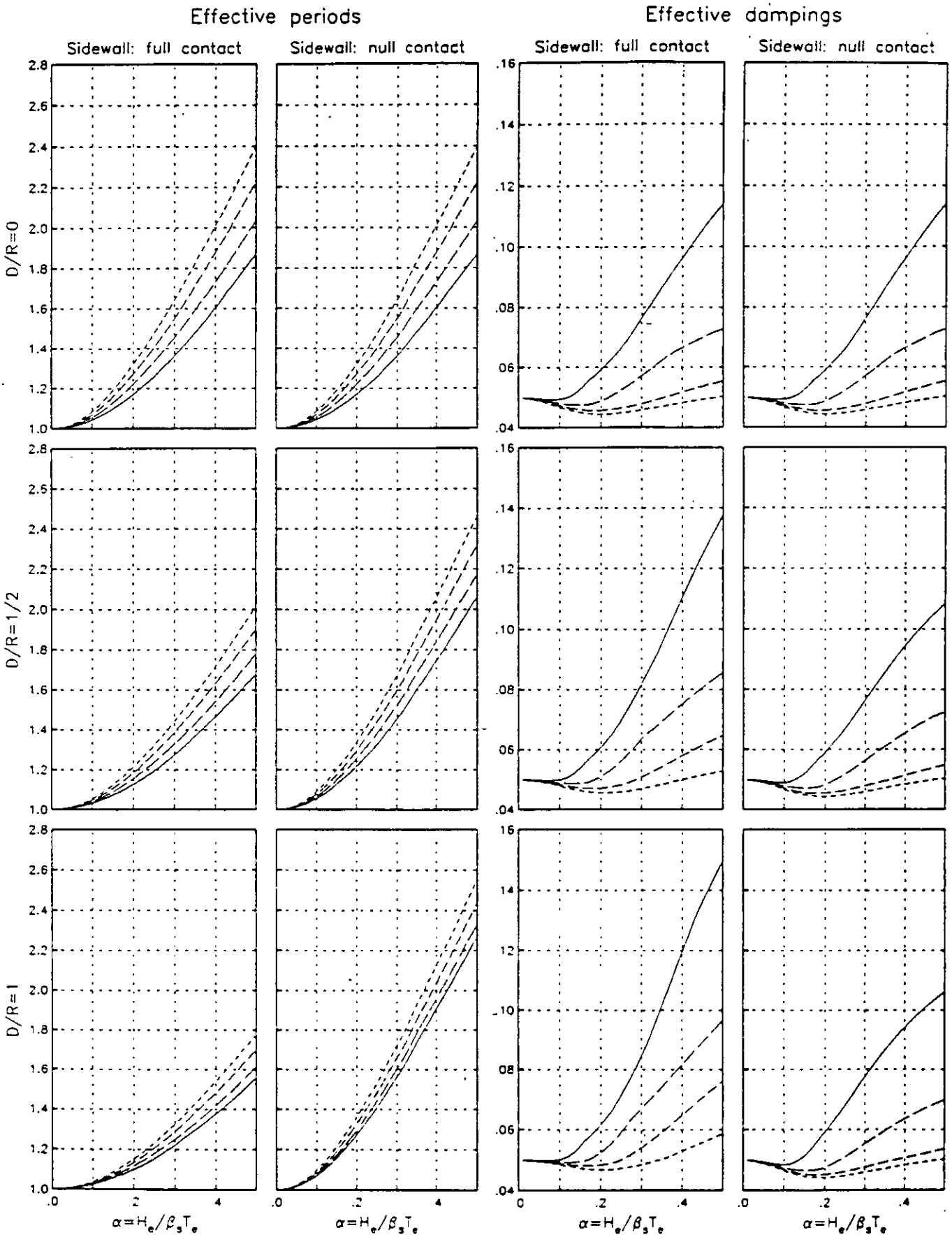


Fig. 3d Effective periods $\tilde{T}_e/T_e$ and dampings $\tilde{\zeta}_e$ of soil-structure systems for $\nu_s = 0.45$ and $H_s/R = 10$; curves correspond to $H_e/R = 2$ (solid line), 3, 4 and 5 (smallest dashed line)

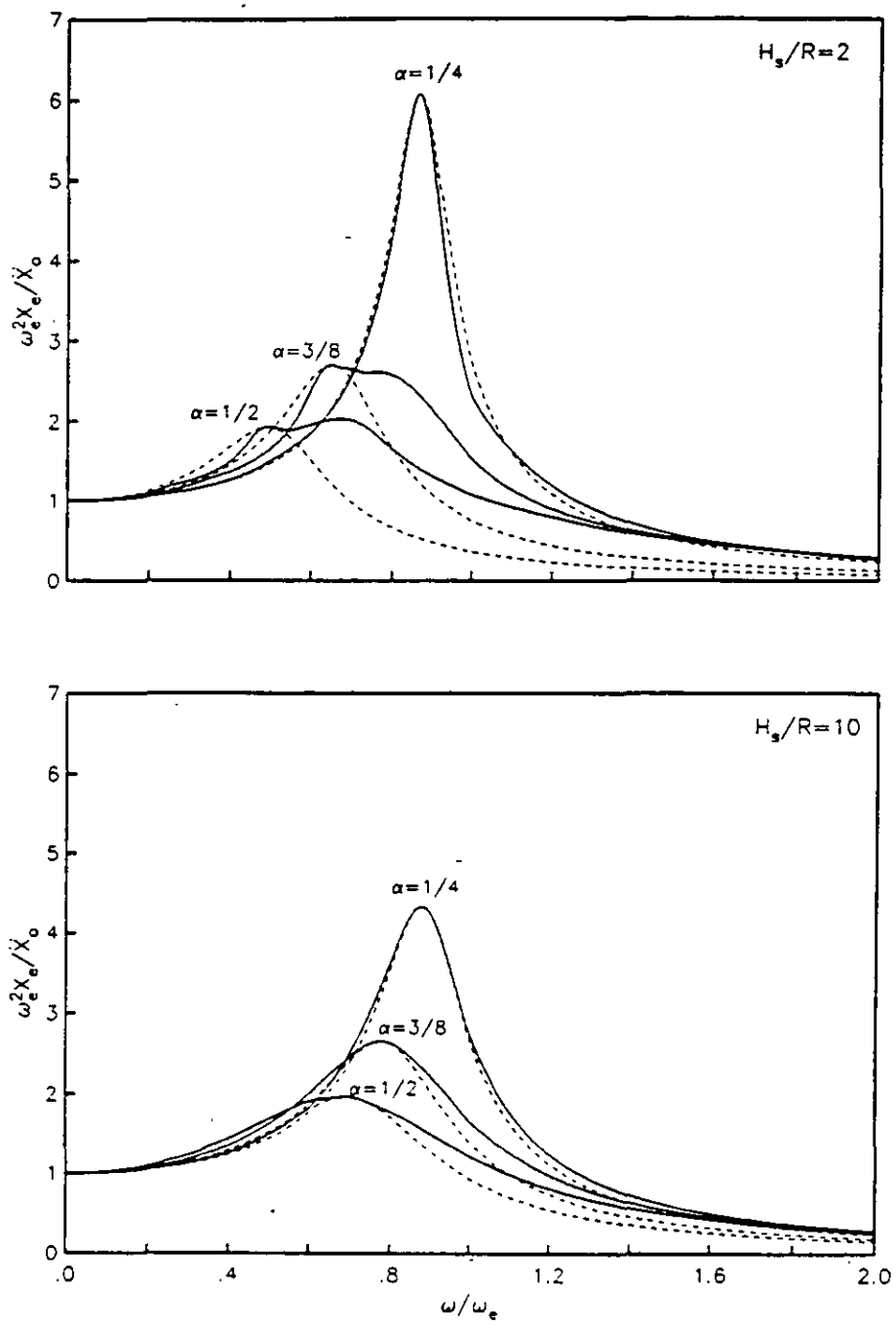


Fig. 4 Transfer functions for the pseudo-acceleration of soil-structure systems (solid line) with $\nu_s = 1/3$, $D/R = 1$, $E/D = 1$ and $H_e/R = 1$, compared with those corresponding to the replacement oscillator (dashed line)

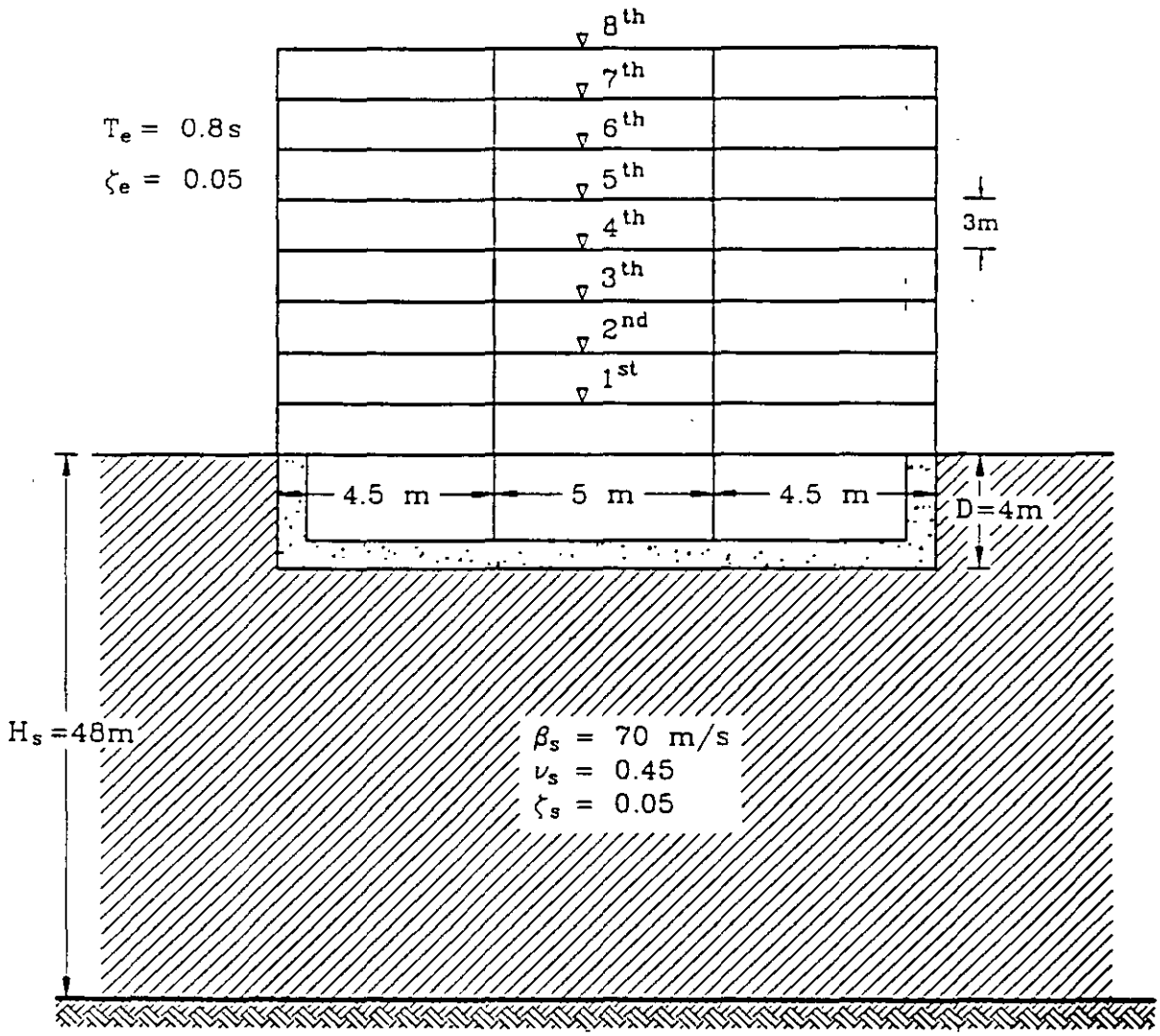
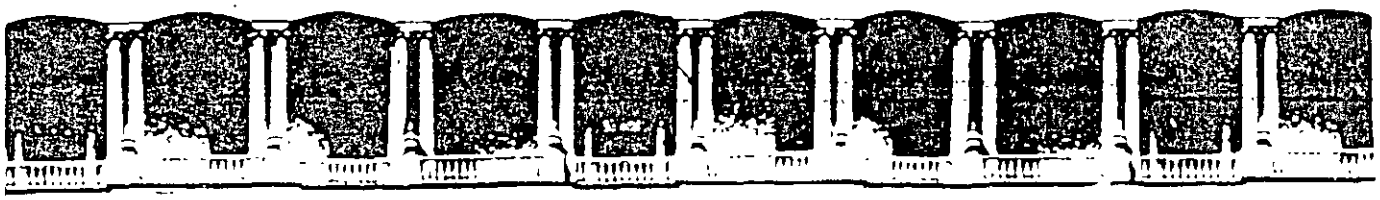


Fig. 5 Elevation view of the building-foundation system for the example of application



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

SEISMIC SOIL – STRUCTURE INTERACTION: A FULL CIRCLE

EXPOSITOR: M. EN I. NEFTALI RODRÍGUEZ CUEVAS
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

SEISMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION: A FULL CIRCLE

A. H. Hadjian
Defense Nuclear Facilities Safety Board
Washington, D.C., U.S.A.

ABSTRACT

The developments in soil-structure interaction analysis methodologies are reviewed pre- and post- the start of the construction of commercial nuclear power facilities. Whereas the pre-nuclear developments for machine foundations were orderly, the accelerated developments for advanced methods for seismic soil-structure interaction of the relatively rigid nuclear structures were more hectic. Over a period of 25 years acceptable methods, such as the CLASSI and SASSI methodologies were developed. These methods were validated by extensive experimental and analyses programs. Based on the learning from these more sophisticated methods, an improved soil-spring method (the closing of the circle) has been developed that competes with the more sophisticated methods in producing overall better results. This success is partly due to the ease by which adjustments based on realistic evaluations of site conditions can be incorporated into the analysis

1. INTRODUCTION

We are roughly at the 25th Anniversary of the start of seismic Soil-Structure Interaction (SSI) as an important and distinct specialty in earthquake engineering. Not that SSI was not recognized as a problem for machine foundations long ago. Lamb (1904), Reissner (1936), Tschebotarioff and Ward (1948), Quinlan (1953), Sung (1953), Arnold, Bycroft and Warburton (1955), Bycroft (1956), Hsieh (1962), Barkan (1962), Thomson and Kobori (1963), Awojobi and Grootenhuis (1965), Lysmer (1965), Hall (1967), Elorduy, Nieto and Szekely (1967), Richart and Whitman (1967) long ago realized the significance of the deformability of soils under machine foundations and attempted to solve the dynamic problem empirically and with rules of thumb early on, and analytically later on. These developments were very capably collected and made user friendly by Whitman and Richart (1967) and McNeil (1969), and finally in a text book by Richart, Woods and Hall (1970).

With the advent of the commercial nuclear power plant construction the seismic aspects of the problem became the subject of accelerated research. The applicability of the machine foundation methodologies were challenged by regulatory agencies. How could the machine foundation methodologies be applicable to seismic SSI analysis when the machine foundation is excited harmonically from the exterior and the seismic excitation for the power plant structures comes from below the foundation? Innumerable meetings were devoted to argue this difference in loading.

Thus, the study of SSI can be divided into two distinct periods, pre- and post- the commercial nuclear power plant construction, henceforth referred to as pre-nuclear and post-nuclear. Prior to the construction of commercial nuclear power facilities the emphasis of SSI was on machine foundations with **external harmonic** forcing functions. Post-nuclear the emphasis shifted to issues related to seismic excitation and a host of other issues that were not of major concern for machine foundations. In fact, in the pre-nuclear period seismic SSI had not become a concern primarily because commercial and residential structures are relatively flexible and SSI effects are usually small. In Japan, Sezawa and Kanai investigated the decay in the seismic vibration of a simple or tall structure by dissipation of their energy into the ground as early as 1935. Tanabashi and Ishizaki (1953) investigated earthquake damages and the elastic properties of the ground. In 1957 Housner concluded that the interaction of buildings and ground during earthquakes was negligible. During the 2nd World Conference on Earthquake Engineering held in Japan in 1960 several papers were presented on the general topic of ground-building interaction. However, major concerns were not raised until the advent of the start of commercial power plants. The relatively more rigid structures of nuclear power facilities finally established seismic SSI as an important phenomenon. Costantino; Scavuzzo and Little; Lee and Wesley; Whitman, Christian and Biggs presented papers on SSI at the First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology held in Berlin in 1971.

In addition to the concern with the input motion mentioned earlier, three additional differences should be noted between the pre- and post-nuclear SSI solutions. The pre-nuclear machine foundation solutions invariably assumed the contact stress distribution under the foundation to solve the dynamic response problem. Since machine foundations are relatively massive and constitute the only mass of the system (there is no superstructure), it de facto became a part of the model. And to account for frequency dependency of both the damping and stiffness parameters of the supporting me-

dium, the so-called lumped parameter mass-spring-dashpot systems required the addition of a fictitious mass. Table 1 is a summary of this model for circular foundations on an elastic half-space developed by Whitman and Richart (1967) and formalized by Richart, Woods and Hall (1970). The fictitious mass for seismic analysis was another issue that disturbed the regulatory agencies.

Mode	Vertical	Horizontal	Rocking	Torsion
Stiffness:	$\frac{4GR}{1-\nu}$	$\frac{8GR}{2-\nu}$	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16GR^3}{3}$
Mass ratio $\bar{m}$:	$\frac{m(1-\nu)}{4\rho R^3}$	$\frac{m(2-\nu)}{8\rho R^3}$	$\frac{3I_x(1-\nu)}{8\rho R^5}$	$\frac{I_z}{\rho R^5}$
Damping ratio:	$\frac{0.425}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.29}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.15}{(1+\bar{m})\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.50}{1+2\bar{m}}$
Fictitious added mass:	$\frac{0.27m}{\bar{m}}$	$\frac{0.095m}{\bar{m}}$	$\frac{0.24I_x}{\bar{m}}$	$\frac{0.24I_z}{\bar{m}}$

I_x, I_z = mass moments of inertia around a horizontal, vertical axis, respectively; damping ratio $= C/C_{cr}$ where $C_{cr} = 2(Km)^{1/2}$ or $C_{cr} = 2(KI)^{1/2}$ for translational or rotational modes of vibration, with $I = I_x$ or I_z for rocking or torsion, respectively.

Table 1. Equivalent lumped parameters for the analysis of circular foundations on the elastic halfspace (from Gazetas, 1983)

The third difference between the pre- and post-nuclear periods is the process by which the SSI problem was tackled. Since pre-nuclear there was no urgency in developing advanced methods of analysis for machine foundations (after all no major problems or failures have given headaches to foundation engineers), a steady and deliberate research produced usable results that the profession adopted without too many arguments. The post-nuclear situation was decidedly different. Besides concerns about the direct applicability of the soil-spring-dashpot model to the seismic environment, the structures being analyzed were critical to public health and safety. Time definitely was not on the side of the profession. Quick answers were needed to solve the many problems that were definitely different from those of the massive rigid machine foundations.

Two different groups emerged in both the research community and the user community. Some in the research community went about their work as deliberately as possible. An offer by the author to research seismic SSI with unlimited funding was refused because a deadline would have been part of the agreement. Others attempted to respond to the user community's needs as quickly as possible.

The user community had its own two distinct groups One group used what was offered with little or no questions asked. The other group wanted to assure that the correct and not any problem was being solved.

Polarization of these divergent positions was the expected outcome (Hadjian *et al*, 1974). This polarization was institutionalized by the regulatory authorities by insisting that both groups had something to offer and that an envelop solution is therefore the best solution irrespective of the physics of the problem. After about 25 years of sometimes intense disagreements and confrontations, there is now both an understanding of what constitutes seismic SSI and a general agreement that the profession can produce realistically acceptable results

Obviously the research that was performed for seismic SSI had to impact and improve the SSI for machine foundations. Gazetas (1983 and 1991) has summarized those elements of seismic SSI that are applicable also to machine foundations. The reversed transfer of technology from one to the other has become possible because of the better understanding of SSI and the more elegant solutions now available for seismic SSI. To quote Gasetas from his 1983 summary "The state-of-the art of analyzing the forced oscillations of shallow and deep foundations has advanced remarkably in the last 15 years [15 + (1991 - 1983) = 25 years] and has reached a mature stage of development." Moreover, his concern for

calibration of the analytical procedures by means of actual case histories has now been achieved. These calibrations will be presented below.

2. POST-NUCLEAR SSI CONTRIBUTIONS

2.1 Impedances

The turning point in the evolution of SSI in the nuclear period could be identified as the publication, at about the same time, of two papers that dealt with the solution of the dynamic response of circular footings on the elastic half-space, subjected to an externally applied harmonic forces (Luco and Westman, 1971, and Veletsos and Wei, 1971). These papers opened up the floodgates of research to more complex situations; and it would be a formidable task now to prepare a bibliography on SSI since 1971.

The basic outcome of the above solutions is the force-displacement relationships (impedances) of a rigid massless circular footing on the elastic half-space for vertical, horizontal, rocking and torsional harmonic forces. As shown in Figure 1 the impedances are frequency dependent. To generalize the solution a dimensionless frequency, a_o, is introduced:

$a_o = wR/V_s$, where w = forcing frequency in rad/sec; R = radius of the footing; and V_s = the shear wave velocity of the half-space. ..... (1)

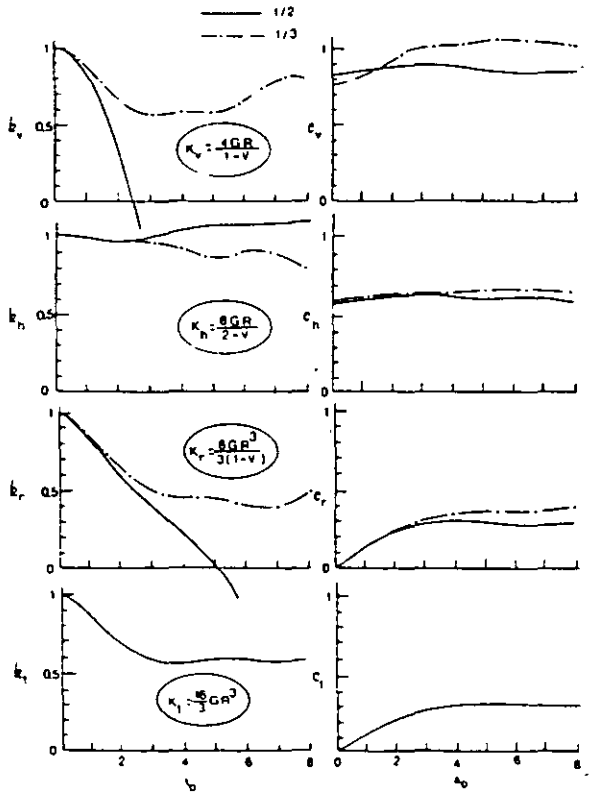


Figure 1. Impedance functions of rigid circular footings on homogeneous halfspace

The coupling terms for horizontal and rocking response (a horizontal force will both translate and rotate the footing, as a rocking force will both rotate and translate the footing) are not shown because they are negligibly small for surface footings. For embedded footings the coupling terms become significant and cannot be neglected. The impedances in Figure 1 are normalized to the static stiffnesses given in Table 1.

An important observation in this development is that the footing is massless, and hence the impedances can be used in deriving the equations of motion for any footing. The intrinsic mass of the footing comes into the solution when the equation of motions are derived. Also, since the impedances are frequency-dependent, response solutions are best solved in the frequency domain. It is clear from Figure 1 that the impedances, particularly for vertical and rocking, are dependent on the Poisson's ratio. Thus, site characterizations should estimate this parameter rigorously, particularly for saturated media.

Energy dissipation, as characterized by the imaginary part of the impedances, comes about in the elastic half-space by the radiation of energy away from the footing as it responds to the forcing functions. The uniform half-space model acts like an infinite sink and energy is simply radiated; i.e., energy is dissipated by geometrical spreading of waves. This type of energy dissipation is usually termed radiation damping. Obviously a more adequate model would have to consider the soil hysteretic damping effects. Moreover, real sites are not homogeneous and uniform and, therefore, layering effects also must be considered. It is to be expected that the radiation damping effects would be reduced in a layered site as energy would reflect back from the layer interfaces to the footing. It is clear from the above that if the impedance (substructuring) approach was to be a viable technique for SSI it had to address the following additional complexities:

- Soil layering with severe contrasts
- Soil hysteretic damping
- Embedment in uniform and layered viscoelastic half-space
- Rectangular (and strip) foundations
- Arbitrary shape foundations
- Basemat flexibility
- Base input motion for embedded structures
- Inclined wave incidence
- Through soil structure-structure interaction for surface and embedded structures
- Input motions to long structures
- Non-linear effects such as foundation uplift and lateral structure-soil separation

The above list may be divided into two groups: impedances and base input motions. Development of impedances were essentially completed in the early 80's. Impedance functions for rigid circular foundations supported on an elastic layer resting on an elastic half-space was the first order of business (Kashio, 1970; Wei, 1971; and Luco, 1974). The significance of the layering on the impedance functions for the elastic half-space (Hadjian and Luco, 1977), led to the incorporation of soil hysteretic damping in the solution of layered media (Luco, 1976).

Except for the containment building, structures in nuclear power facilities have arbitrary or sometimes rectangular shape foundations. Wong (1975) and Wong and Luco (1976 and 1978) obtained, by the use of the method of subdivision of the contract area, the impedance functions for arbitrary and rectangular shape flat foundations resting on a multi-layered viscoelastic half-space

Natural progression led to the consideration of flexible foundations with or without rigid perimeters or rigid inserts (e.g. Whittaker and Christiano, 1978; Iguchi and Luco, 1982).

Simultaneously with the progress made for the impedance functions of flat surface foundations, research was ongoing considering the same problems of layering, soil damping and foundation shape for embedded foundations. The problem of determining the impedance functions for rigid embedded foundations is considerably more complex. Simple analytical solutions can be obtained only for simple geometries and certain types of forcing functions. Thus, approximate analytical solutions have been used such as the Baranov-Novak approach which separates the base and lateral soil reactions and treats them independently. This method has been used by Novak and Beredugo (1972), Beredugo and Novak (1972), and Novak and Sachs (1973) for rigid cylindrical embedded foundations in the elastic half-space.

Considering the complexity of the solutions for embedded foundations, the finite-element method has been used for embedded structures These solutions are performed in the frequency domain and special non-reflecting boundaries are used along the sides of the finite element model. However, the base model boundary still is a source of reflected waves (Luco *et al*, 1974). To avoid the wave reflection problems a different type of finite-element analysis was proposed (Day, 1977) Using impulsive forcing functions on the rigid foundation, the response calculations could be terminated before the return of the reflected waves from the model boundaries. This eliminates the need for any non-reflecting boundaries for the finite element model and thus avoids the "box" effects (Luco *et al*, 1974).

Hybrid models have also been used to calculate impedance functions (Desgupta, 1980). In this method the continuum and finite element approaches are combined. The region of the soil around the foundation is discretisized by finite-elements and the remaining soil is treated as the half-space.

To obtain analytical solutions for rigid foundations of arbitrary shape embedded in a layered medium, it becomes necessary to use boundary-integral methods. Several possibilities exist in the derivation of appropriate integral equations (Luco, 1982). With the development of an efficient method to calculate Green's functions for viscoelastic media (Aspel, 1979) it is now possible to use any of the integral equation methods for the solution of embedded foundations

2.2 Base Input Motion

In the substructure method for SSI, the input motion to the soil-structure system must be explicitly defined. Assuming a vertically propagating wave and a surface structure, the base input motion is simply the free-field ground surface motion. For rigid foundations, the base input motion corresponds to the response of the rigid massless foundation to the free-field motion. The inertia effects of the foundation are incorporated into the solution at a later step. In general, the

base input motion depends on the properties of the soil deposit, the geometry of the foundation (shape and embedment, if any) and the type and incidence angle of the wave exciting the foundation.

Although non-vertically incident waves have been studied in great detail, practical applications of SSI have invariably assumed vertical incidence. This is justified on two accounts: experimental evidence and ease of accounting for soil non-linear effects. Strain-dependent non-linear response of soils during earthquakes has been long recognized. Experimental evidence exists which indicates that a one-dimensional (i.e., vertical incidence) linear soil response analysis using equivalent degraded soil properties gives ground motion results with acceptable accuracy (Hadjian *et al*, 1991). Suffice it to say that non-vertically incident waves give rise to a rocking component of the base input motion even for surface foundations with an attendant reduction in horizontal base input motion. The increased response due to rocking is more or less compensated for the decrease in ground motion for non-vertical incidence, particularly when the angle of incidence is small as expected. Similar comments can be made for torsional response.

For embedded foundations even vertical incidence gives rise to a rocking input motion with an associated decrease in the horizontal component of ground motion. Results obtained by Day (1977) and Mita and Luco (1989) could be used to define the components of the base input motion. Figure 2 shows the normalized modulus of horizontal and rocking components of the base input motion for square foundations as a function of a modified dimensionless frequency $a_1 = wH/V_s$, where H is the depth of embedment. It should be noted that as the embedment increases the horizontal component reduces and the rocking component increases. Results for three embedment ratios, H/a, are given where a is the half side dimension of the square foundation.

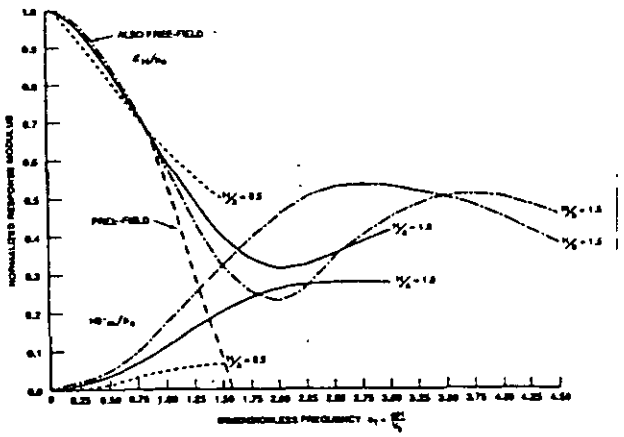


Figure 2. Normalized modulus of horizontal and rocking input motions for square foundations (adapted from Mita and Luco, 1989)

2.3 Response Calculations

Having determined the impedance functions and the base input motions, the equations of motion for the system can be derived using the dynamic properties of the superstructures versus the frequencies, mode shapes and modal damping values (e.g., Bielak 1971; Kausel *et al*, 1977, Wong and Luco, 1977; Gutierrez and Chopra, 1978). A critical review of these formulations is given by Luco (1980). And computer programs are now available to solve SSI problems by the substructure method (e.g., CLASSI) Another substructuring method using a rather unique "flexible-volume" technique is incorporated in another popular computer program, SASSI (Lysmer *et al*, 1981). SASSI and CLASSI are now recognized as state-of-the-art programs for performing seismic SSI An EPRI report (Tseng and Hadjian, 1991) provides guidelines for the use of these and other SSI techniques

3. EXPERIMENTAL VERIFICATION

In order to validate the several SSI analysis methodologies commonly used in the U.S. nuclear industry, the Electric Power Research Institute (EPRI) in cooperation with the Taiwan Power Company (TPC) conducted two scaled (1/4- and 1/12-scale) reinforced concrete containment model tests at Lotung, Taiwan (Tang, H.T. *et al*, 1987; Tang, Y.K. *et al*, 1987, EPRI, 1987) Since the completion of the facility in October 1985, forced vibration tests (FVT) were conducted and a number of earthquakes, ranging from Richter magnitude 4.5 to 7.0, has been recorded at the site both on the surface and in down-hole arrays

The validation program utilized a round-robin approach. A total of 13 participants, including industry and university groups from the United States, the Republic of China (Taiwan), Japan, and Switzerland, performed independent calculations using SSI methods ranging from simple soil-spring representations to more complex finite-element methods and

substructuring techniques. The unique aspect of the program was that recorded responses were made available to the participants only after their predictions had been documented. In December 1987, the results of these investigations were presented during a two-and-a-half-day international workshop cosponsored by EPRI, NRC, and TPC. The workshop provided a forum for discussion of the blind prediction analyses and results comparisons. More than one hundred engineers and researchers from universities, utilities, engineering firms, and governmental agencies attended the workshop.

For program description, experimental details, analyses methods and results, and finally the learning from these extensive series of experimental and analytical studies the reader is referred to the EPRI report (Hadjian *et al*, 1991a) and an invited paper summarizing the EPRI report (Hadjian *et al* 1991b).

The blind prediction analyses and subsequent correlation studies of the 1/4-scale reinforced concrete containment model constructed at Lotung, Taiwan subject to forced vibration tests and actual earthquakes were evaluated with the objective of validating SSI analysis methodologies commonly used in U.S. practice (see Table 2). The SSI methods used range from simple soil-spring representation to more complex finite-element methods and substructuring techniques. Both forced vibration test (FVT) data and actual earthquake induced response data have been obtained for use in validating selected SSI analysis methodologies. Considering that for forced vibration tests only the stiffness and damping characteristics of the foundation are required (complexities of site response, wave scattering and stiffness degradation of soils are absent), the FVT evaluation shows that acceptable frequency predictions can be obtained by most of the methods; however, soil damping as obtained from geophysical methods does not seem to account for the total energy dissipation during SSI.

A number of insights have been obtained with respect to the validity of SSI analysis methodologies for earthquake response. Among these are the following: vertical wave propagation assumption in performing SSI is adequate to describe the wave field; equivalent linear analysis of soil response for SSI analysis, such as performed by the SHAKE code, provides acceptable results; a significant but non-permanent degradation of soil modulus occurs during earthquakes; the development of soil stiffness degradation and damping curves as a function of strain, based on geophysical and laboratory tests, requires improvement to reduce variability and uncertainty; backfill stiffness plays an important role in determining impedance functions and possibly input motions, scattering of ground motion due to embedment is an important element in performing SSI analysis; more than the calculational techniques, the differences in response predictions are due to the modeling of the soil-structure system.

4. CLOSING THE CIRCLE

The author distinctly remembers how, during a session on SSI at the First International Conference on Structural Mechanics in Berlin in 1971 where the deficiencies of the soil-spring-dashpot model using the expressions of Table 3 were being hotly debated, in a moment of naivete and on gut feeling, he launched a defense of the soil-spring-dashpot model. So it was only natural twenty years later, at the conclusion of the evaluation of the Lotung experiments and studies, that a vindication of that debate would be attempted. A recently completed EPRI study (Hadjian, 1993) unequivocally concludes that the soil-spring method can produce, relative to the other four methods of Table 2, more successful overall predictions.

The soil-spring method belongs to the substructuring methods of analyses for seismic soil-structure interaction. As originally developed, the method had certain significant limitations. The proposed method is essentially iterative where, successively, layering, embedment, soil damping and frequency-dependent effects are introduced and adjusted until acceptable convergence is achieved. Additionally, translational and rocking components of the input motion for embedded structures is specified using a simple procedure. The methodology is applied to the Lotung 1/4-scale containment model for three recorded earthquakes. The comparisons of the response results with the recorded data and with results obtained using state-of-the-art methods definitely establishes the improved soil-spring method for seismic soil-structure interaction as an analysis tool at least comparable to the more sophisticated methods.

Obviously the success of the improved soil-spring method stems from the learning that came from the more sophisticated methods, in particular the CLASSI method. It can be concluded that our understanding of SSI would have been severely limited if the substructuring method was abandoned and the one-step finite-element approach was adopted universally. For the details of this method the reader should refer to the EPRI report and a summary of the horizontal excitation case (Hadjian and Tang, 1992). The EPRI report includes the vertical response results also.

Figures 3 through 10 show two sets of comparisons: the results of the soil-spring method are compared with the recorded response and also with the results obtained using more sophisticated procedures.

INVESTIGATOR	Soil-Spring[1]	FLUSH[2]	SUPER-ALUSH/[3] CLASSI	CLASSI[4]	SASSI[5]
Bechtel	X[(a)]	X	--	X	X
M/C/Z *	X[(b)]	--	--	--	--
S&L **	--	DYNAX for FVT[6] X	--	--	--
EQE/EET	--	--	X	--	--
Luco/Wong	--	--	--	X	--
Impell	--	--	--	--	X

* Miller, Costantino and Zerva ** Sargent & Lundy

1a. F. E. Richart, Jr., J. R. Hall, Jr. and R. D. Woods, "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall, N.J., 1970.

R. J. Aspel, "Dynamic Green's Functions for Layered Media and Applications to Boundary Value Problems", Ph.D. Thesis, University of California, San Diego, 1979.

J. A. Barneich, D. H. Johns, and R. L. McNeill, "Soil-Structure Interaction Parameters for a Seismic Design of Nuclear Power Motions", Preprint 2182, ASCE National Meeting on Water Resources Engineering, January 1974.

1b. R. V. Whitman, "Soil-Structure Interaction, Seismic Design for Nuclear Power Plants", MIT Press, 1970.

C. J. Costantino and E. Vey, "Response of Buried Cylinders Encased in Foam", Journal of Soil Mechanics, ASCE, Sept. 1969.

C. A. Miller and C. J. Costantino, "Soil-Structure Interaction Methods: SLAVE Code", NUREG/CR-1717 Vols. II and III, Brookhaven National Lab, September 1979.

2. J. Lysmer, T. Udaka, C. F. Tsai, and H. B. Seed. "FLUSH, A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems." EERC Report No. 75-30, University of California, Berkeley, 1975.

3. Axisymmetric variation of FLUSH

4. J. E. Luco, "Linear Soil-Structure Interaction", Report UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California, 1980.

H. L. Wong and J. E. Luco, "The Application of Standard Finite Element Programs in the Analysis of Soil-Structure Interaction", Proc. 2nd SAP User's Conf., Univ. of Southern Calif., Los Angeles, June 1977, 11.1-11.11.

5. J. Lysmer, M. Tabatabaie, F. Tajirian, S. Vahdani and F. Ostadan, "SASSI - A System for Analysis of Soil-Structure Interaction", Report No. UCB/ GT/81-02, Geotechnical Engineering, Univ. of California, Berkeley, April 1981.

6. "DYNAX - Static and Dynamic Analysis of Axisymmetric Shells and Solids", originally written by S. Ghosh et al., modified and maintained by Sargent & Lundy as Program No. 09.7.083-7.4.

Table 2. Matrix of U.S. investigators and analysis methods used

(a) Circular Base

Motion	Equivalent Spring Constant	Equivalent Damping Coefficient
Horizontal	$k_x = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$	$c_x = 0.576 k_x R \sqrt{\rho/G}$
Rocking	$k_\phi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$c_\phi = \frac{0.30}{1+\beta_\phi} k_\phi R \sqrt{\rho/G}$
Vertical	$k_z = \frac{4GR}{1-\nu}$	$c_z = 0.85 k_z R \sqrt{\rho/G}$
Torsion	$k_t = 16\ GR^3/3$	$C_t = \frac{\sqrt{k_t I_t}}{1+2I_t/\rho R^5}$

in which

ν = Poisson's ratio of foundation medium

G = shear modulus of foundation medium

R = radius of the circular basemat

ρ = mass density of foundation medium

$$\beta_\phi = \frac{3(1-\nu)I_o}{8\rho R^5} = \frac{I_o}{k_\phi} \cdot \frac{V_s^2}{R^2} = \frac{1}{a_{o\phi}^2}$$

I_o = total mass moment of inertia of structure and basemat about the rocking axis at the base

I_t = polar mass moment of inertia of structure and basemat

V_s = shear wave velocity of foundation $\left(V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\right)$

$a_{o\phi}$ = dimensionless frequency $\left(a_o = \frac{\omega R}{V_s}\right)$ for decoupled rocking

Note: The use of β_ϕ in the rocking damping expression should be based on the system frequency rather than the decoupled rocking frequency. β_ϕ can be obtained from the estimate of the system dimensionless frequency.

Table 3. Lumped representation of structure-foundation interaction impedances

The comparisons are made with the best of both the prediction and post-prediction studies (Hadjian *et al*, 1991a). Since ratios of predicted to recorded response spectra are not available for the earlier solutions, and in order to achieve a fair comparison, the relevant response spectra from the earlier solutions are enlarged and the present soil-spring method results are re-drawn to approximately match the same scales of the enlarged figures. To help facilitate the comparisons, the soil-spring spectra in each figure are rearranged to match the layout of the corresponding other figures. And finally, in order to better recognize overpredictions and underpredictions, the space between the predicted and recorded response spectra is shaded black when *underprediction* occurs.

1. Modeling of the fixed base structure
2. Site characterization
   - 2.1. Low-strain characterization
   - 2.2. Strain-degraded soil properties
3. Equivalent half-space
   - 3.1. Structure weight effect on V_S
   - 3.2. Equivalent half-space for impedances
   - 3.3. Equivalent soil material damping
4. Impedances
   - 4.1. Surface foundations
   - 4.2. Embedded foundation
   - 4.3. System dimensionless frequency
5. System frequencies and damping values
   - 5.1. First model
   - 5.2. Second model
   - 5.3. Third model
6. Input motions
   - 6.1. Transitional component
   - 6.2. Rocking component
7. System response

Table 4. Steps required to perform a good SSI analysis by the improved soil-spring model

Figures 3 through 10 clearly show that the soil-spring method has produced, relative to the other four methods, more successful overall predictions.

The main attractions of the soil-spring method, besides its relative simplicity and being highly noncomputer-intensive, are the freedom it provides to make decisions at each step of the solution path to reflect experience and real world physical realities that would be very difficult to model otherwise, and the opportunity it provides to investigate frequencies, mode shapes and modal damping values before a final response calculation is performed. These investigations of the eigenparameters provide insight into the nature of the response.

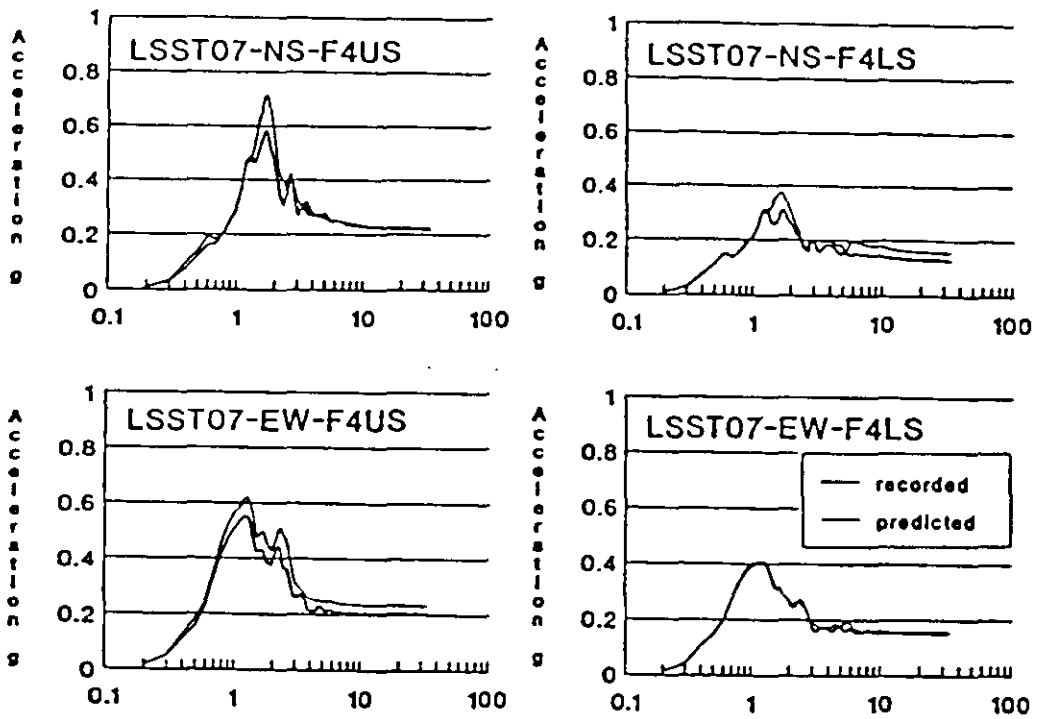


Figure 3. Predicted and recorded 5% damped response spectra, event LSST07- Soil-Spring method

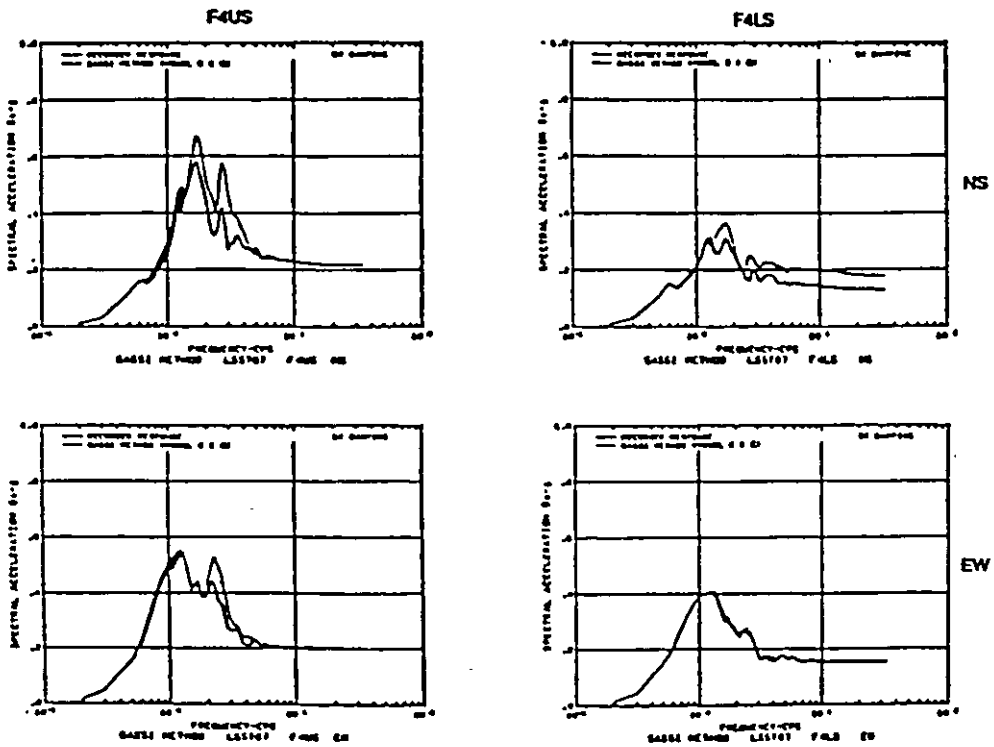


Figure 4. Predicted and recorded 5% damped response spectra for Models B and C, event LSST07-SASSI method, Bechtel

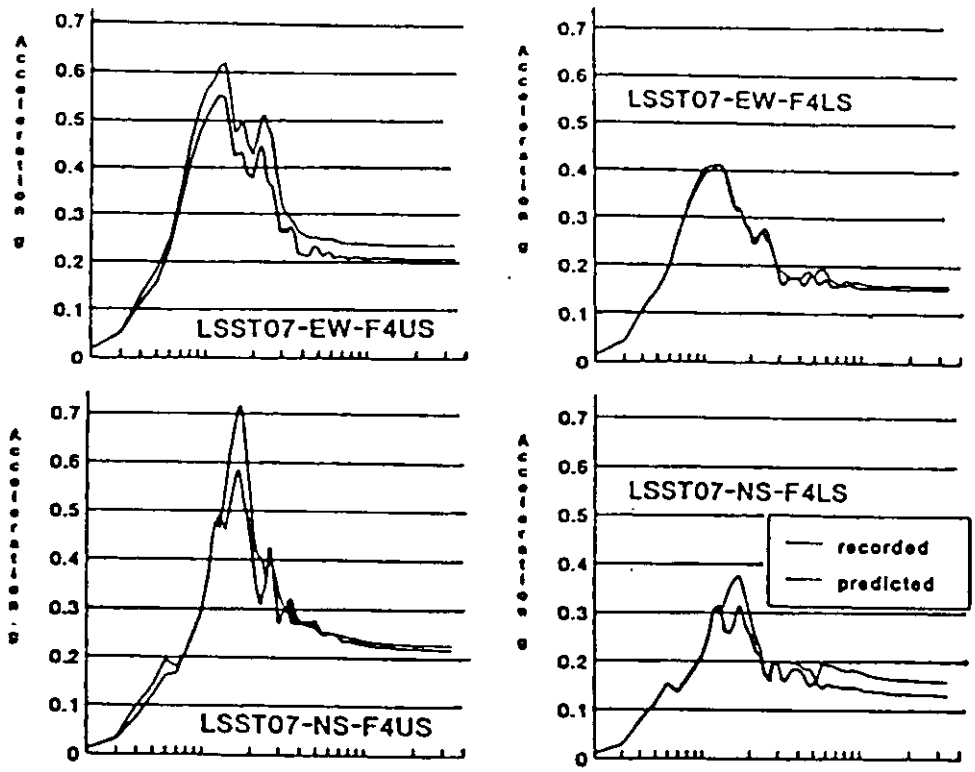


Figure 5. Predicted and recorded 5% damped response spectra, event LSST07-Soil-Spring method

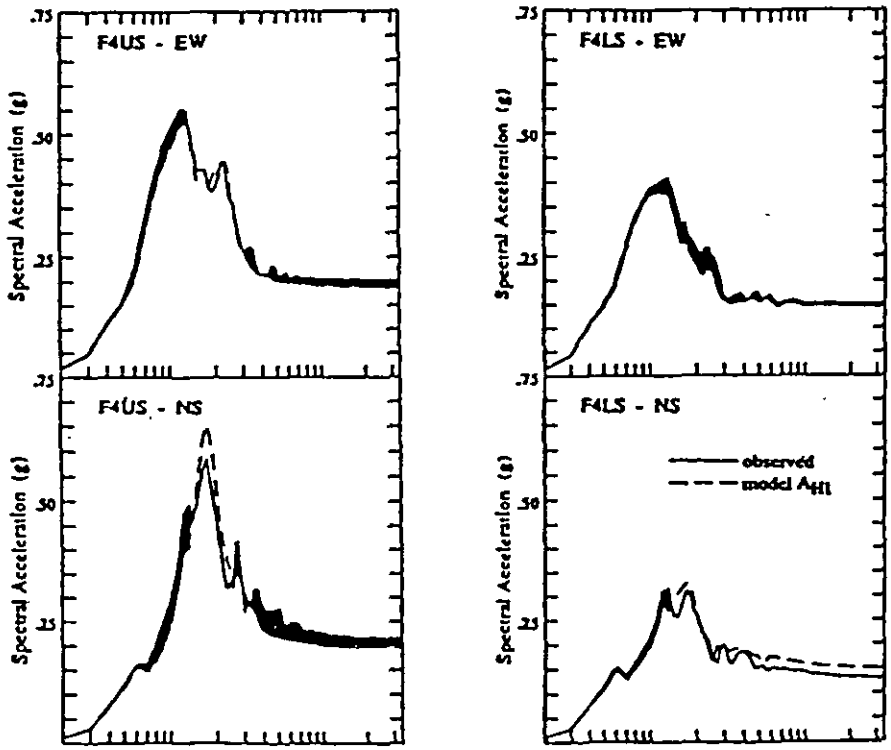


Figure 6. Predicted and recorded 5% damped response spectra for Model A_{HI}, event LSST07-CLASSI method, Luco/Wong

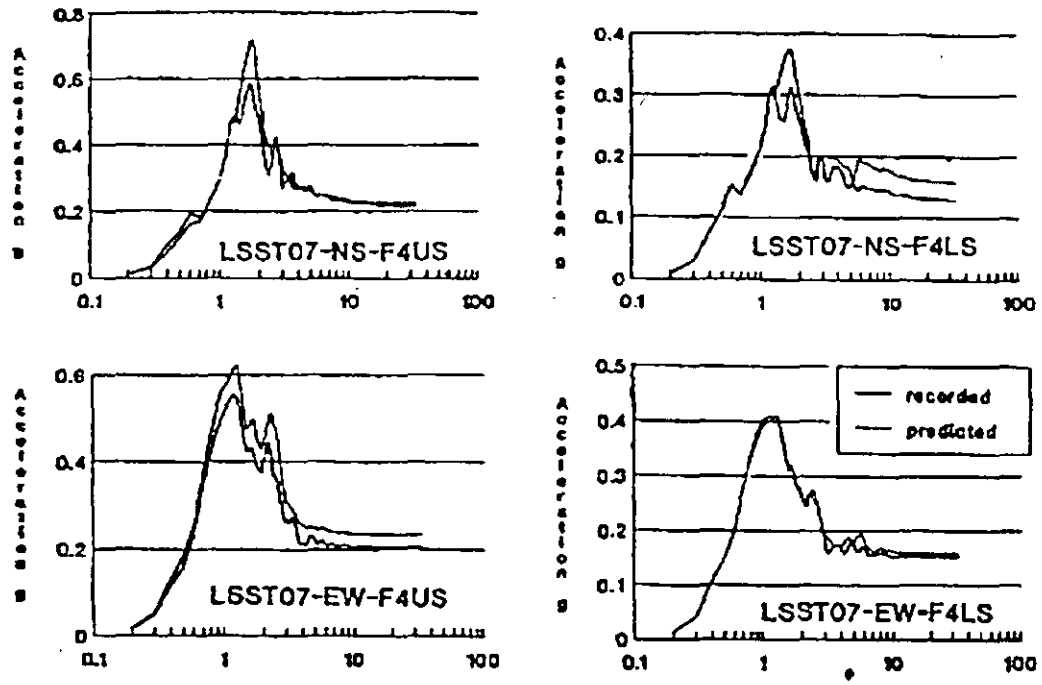


Figure 7. Predicted and recorded 5% damped response spectra, event LSST07-Soil-Spring method

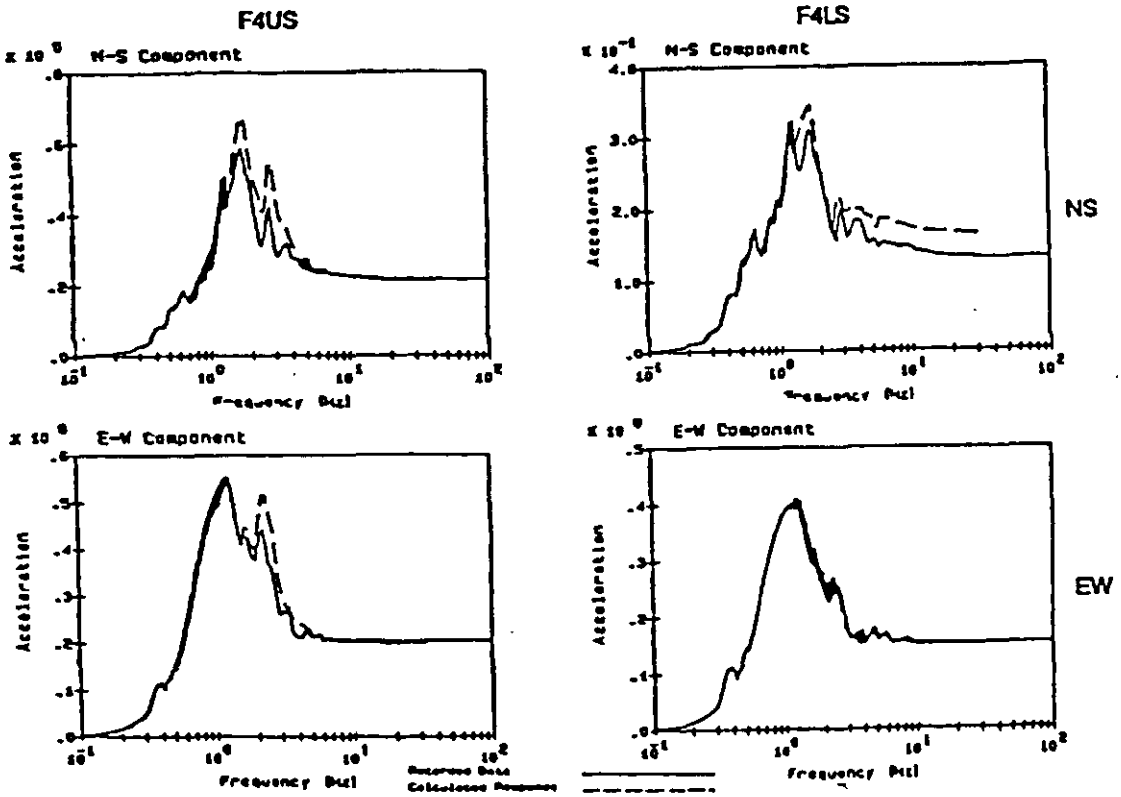


Figure 8. Predicted and recorded 5% damped response spectra for Model D, event LSST07- SUPERLUSH/CLASSI method, EQE/EET

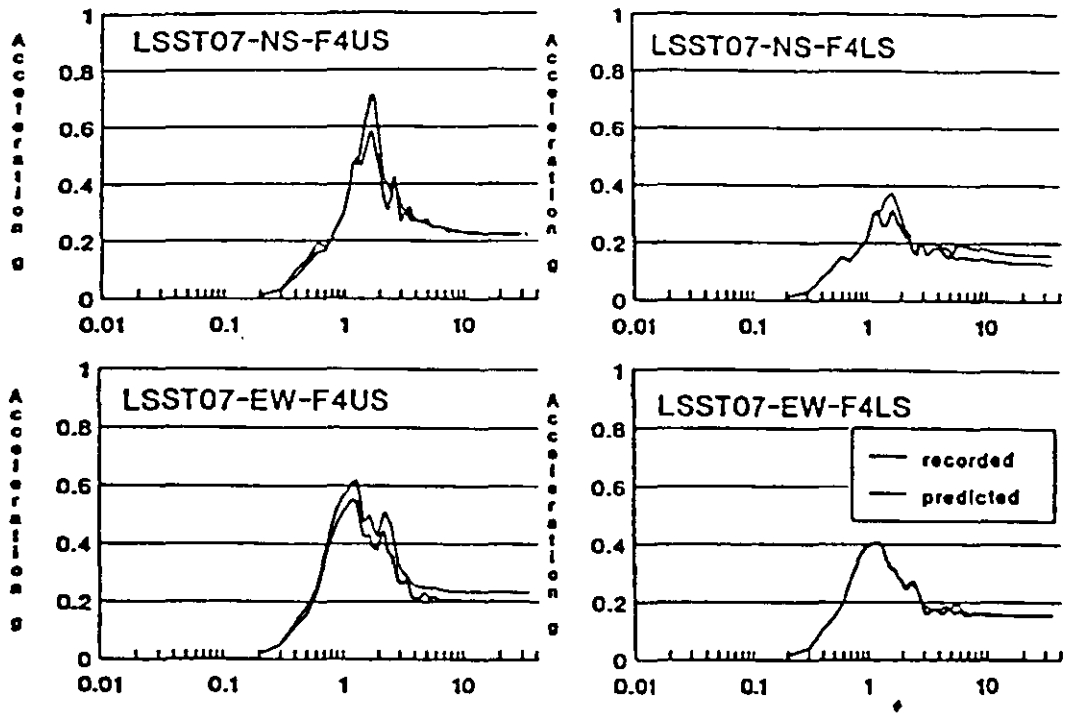


Figure 9. Predicted and recorded 5% damped response spectra, event LSST07-Soil-Spring method

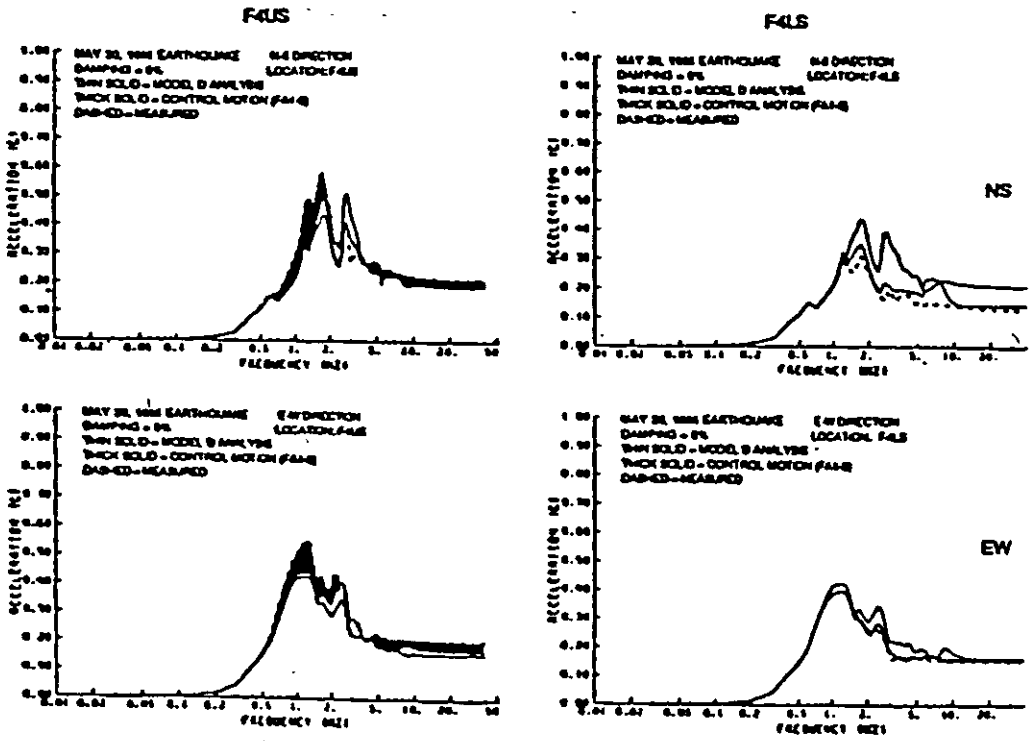


Figure 10. Predicted and recorded 5% damped response spectra for Model D, event LSST07-SASSI method, Impell

5. CONCLUSIONS

The comparisons of the soil-spring method results, with results obtained using the state-of-the-art methods of SASSI and CLASSI, on the basis of similarly scaled figures, establishes the improved soil-spring method for seismic SSI, as used herein, at least as a comparable analysis tool.

The soil-spring method, if used with meticulous care and with the appropriate modifications, gives excellent results. Since the Soil-spring method could be selectively modified along its solution path, better results than those presented herein could be obtained with further research.

Thus, after a quarter century of research and development, the circle has been closed.

REFERENCES

Apsel, R. J., (1979) Dynamic Green's Functions for Layered Media and Applications to Boundary-Value Problems. *Ph.D. dissertation*, Univ. of California, San Diego, La Jolla, California, 1979.

Arnold, R. N. Bycroft, G. N. and Warburton, G B. (1955) Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid, *J. Appl. Mech. ASME*, 22, 391

Awojobi, A. D. and Grootenhuis, P. (1965) Vibration of Rigid Bodies on Elastic Media, *Proc. Royal Soc. Lond.*, A287, 27

Barkan, D.D. (1962) *Dynamics of Bases and Foundations*, McGraw-Hill (translated)

Bielak, J. (1971) Earthquake Response of Building Foundation System, *Earthquake Engineering Research Lab. Report EERL 71-04*, California Institute of Technology

Beredugo, Y.O. and Novak, M. (1972) Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings, *Canadian Geotechnical J.*, 9,4

Bycroft, G. N. (1956) Forced Vibration of a Rigid Circular Plate on a Semi-Infinite Elastic Space and an Elastic Stratum, *Phil. Trans. Royal Soc. Lond.*, A248, 327

Constantino, C.J. (1971), Analysis of Soil-Structure Interaction Effects Under Seismic Excitation, *First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, yB.A.M., Berlin, Germany, and Commission of the European Communities, Brussels, Belgium, Vol. 4

Day, S. M., Finite Element Analysis of Seismic Scattering Problems, *Ph.D. dissertation*, Univ. of California, San Diego, La Jolla, California

Dominguez, J. and Roesset, J. M. Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations, *Research Report R78-20*, MIT, 1978

Elorduy, J., Nieto, J. A. and Szekely, E. M. (1967) Dynamic Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodical Vertical Loading, *Proc. Int. Symp. Wave Prop. Dyn, Rop. Earth Mat.*, University of New Mexico, Albuquerque, 105-21

Gazetas, G. (1983) Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 2, No. 1, pp. 2-42

Gazetas, G. (1991) *Foundation Engineering Handbook* 2nd Edition, Chapter 15, H. V. Fang, rd., Van Nostrand Reinhold

Gutierrez, J.A. and Chopra, A.K. (1978) A Substructure Method for Earthquake Analysis of Structures Including Structure-Soil Interaction, *Earthq. Engrg. and Struct. Dyn., 6, 51-69*

Hadjian, A. H. *et al* (1991a) A Synthesis of Prediction Results and Correlation Studies of the Lotung Soil-Structure Interaction Experiment, Electric Power Research Institute, EPRI Np-7307, Palo Alto, California, October

Hadjian, A. H. and Luco J E (1977) On the Importance of Layering on Impedance Functions, *Proc. 6th WCEE*, New Delhi

Hadjian, A. H., Luco, J E. and Tsai, N. C (1974) Soil-Structure Interaction Continuum or Finite-Element, *Nuclear Engrg. Des.* 31, 151

Hadjian, A.H , and Tang, H.T. (1992) Soil-Structure SSI Improvements Based on Test Correlation of the Lotung SSI Experiment - Horizontal Excitation, *Proc. 4th Symposium on Current Issues Related to Nuclear Power Plant Structures, Equipment and Piping*, Orlando, Florida, December

Hadjian, A.H. (1993) The Soil-Spring Method for Seismic Soil-Structure Interaction Analysis, *EPRI Report* (in print)

Hadjian, A.H. *et al* (1991b) The Learning from the Large Scale Lotung Soil-Structure Interaction Experiments, *Proc. 2nd International Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, March 11-15, St. Louis, Missouri, Vol. III, pp. 2047-2070.

Hall, J. R. Jr. (1967) Coupled Rocking and Sliding Oscillations of Rigid Circular Footings, *Proc. Int. Symp. Wave Prop. and Dyn. Proc. Earth Mat.*, Albuquerque, NM August

Housner, G. W. (1957) Interaction of Buildings and Ground During an Earthquake, *Bull. Seismic Soc. Amer.* Vol, 47 No, 3 pp. 179-186

Hsieh, T. K. (1962) Foundation Vibrations, *Proc. Inst. Civil Engrs.*, 22, 211

Iguchi, M. and Luco, J.E. (1981) Dynamic Response of Flexible Rectangular Foundations on an Elastic Halfspace, *Earthq. Engrg. Struct. Dyn.*, 9, 239

Iguchi, M. and Luco, J. E., (1982) Vibration of a Flexible Plate on a Viscoelastic Medium. *J. Engrg. Mech. Div.* ASCE

Kashio, J., (1970) Steady State Response of a Circular Disk Resting on a Layered Medium. *Ph.D. dissertation*, Rice University

Kausel, E. and Roesset, J M. (1975) Dynamic Stiffness of Circular Foundations, *J. Engrg. Mech. Div.*, ASCE, 101 EM12, 771

Kausel, E. (1974) Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media, *Research Rep.* R74-11, MIT

Kausel, E., Whitman, R.V., Morray, J.P., and Elsabee, F. (1977) The Spring Method for Embedded Foundations, *Transactions 4th International Conference on Struct. Mech. in Reactor Technology*, San Francisco, California, Paper K2/6

Lamb, H. (1904) On the Propagation of Tremors Over the Surface of an Elastic Solid, Philosophical Transactions of the Royal Society, London, *Ser. A, Vol. 203*, pp. 1-42

Lee, T.H. and Wesley, D.A. (1971) Soil-Foundation Interaction of Reactor Structures Subjected to Seismic Excitation, *First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, B.A.M., Berlin, Germany and Commission of the European Communities, Brussels, Belgium, Vol. 4

Luco, J. E. and Westmann, R. A. (1971) Dynamic Response of Circular Footings, *J. Engrg. Mech. Div.*, ASCE, 97, EM5, 1381

Luco, J.E., Hadjian, A.H. and Bos, H.D. (1974) The Dynamic Modeling of the Half Plane by Finite Elements, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 184-194

Luco, J. E., (1974) Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium. *Nuclear Engrg. and Design.*, 31, pp. 204-217

Luco, J. E., (1976) Vibrations of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium. *Nuclear Engineering and Design.* 36, pp. 325-340.

Luco, J.E. (1982) Linear Soil-Structure Interaction: A Review: Earthquake Ground Motion and its Effects on Structures - AMD - *Vol. 53 Book No. H00241*, ASME

Lysmer, J. (1965) Vertical Motions of Rigid Footings, *Ph.D. thesis*, University of Michigan, Ann Arbor

Lysmer, J., Tabatabaie-Raissi, M., Tajirian, F., Vahdani, S., and Ostandan, F., (1981), SASSI - A System for Analysis of Soil-Structures Interaction, *Report No. UCB/CB/GT/81-02*, University of California, Berkeley, April

Luco, J.E. (1980) Linear Soil-Structure Interaction, UCRL-15272 Lawrence Livermore Lab. July

McNeil, R. L. (1969) Machine Foundations: The State-of-the-Art. *Proc. Soil Dyn. Specs. Sess. 7th ICSMFE*, pp. 67-100

Mita, A. and Luco, J. E. (1989) Impedance Functions and Input Motions for Embedded Square Foundations. ASCE, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 115 No. 4, April, pp. 491-503

Novak, M. and Beredugo, Y.O. (1972) Vertical Vibration of Embedded Footings, *Soil Mech. Found. Div.*, ASCE, 98, pp. 1291-1310

Novak, M. and Sachs, K. (1973) Torsional and Coupled Vibrations of Embedded Footings, *Int. Jour. Earthq. Engrg. Struct. Dyn.*, pp. 11-33

Quinlan, P. M. (1953) The Elastic Theory of Soil Dynamics, *Symp. on Dyn. Test of Soils*, 1953, ASTM STP No. 156, 3-34

Reissner, E. (1936) Stationare, Axialsymmetrische, Durch Eine Schut-Telnde Masse Erregte Schwingungen Eines Homogenen Elastischen Halbraumesn, *Ing. Arch.*, 7, 381

Richart, F. E., Woods, R. D. and Hall, J. R. (1970) *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall

Richart, F E. and Whitman, R.V. (1967) Comparison of Footing Vibrations Tests with Theory, *J. Soil Mech.*, Fdn. Engrg Div (1967)

Scavuzzo, R.J. and Little, R.R. (1971), The Influence of Seismic Pulse Time on Structure-Foundation Interactions, *First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, B A.M., Berlin, Germany and Commission of the European Communities, Belgium, Vol. 4

Sezawa, K. and K. Kanai, (1935) Decay in the Seismic Vibration of a Simple or Tall Structure by Dissipation of Their Energy into the Ground, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, XIII, Part 3, pp. 681-697

Sezawa, K and Kanai, K., (1935) Decay in the Seismic Vibration of a Simple or Tall Structure by Dissipation of Their Energy into the Ground, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, XIII, Part 3, pp. 681-697

Sung, T Y. (1953) Vibration in Semi-infinite Solids Due to Periodic Surface Loading, *Sc.D. thesis*, Harvard University

Tang, H.T., Tang, Y K., Wall, I.B , Lin, E., (1987) A Large-Scale Soil-Structure Interaction Experiment: Part I - Design and Construction, Transactions SMiRT 9, vol K1, pp 177-182

Tang, Y.K., Kassawara, R.P., Tang, H.T. Srinivasan, M.G., Kot, C.A., (1987), A Large-Scale Soil-Structure Interaction Experiment: Part II - EPRI/NRC Research Program on Method Validation, Transactions SMiRT 9, Vol. K1, pp. 183-188

Tanabashi, R. and Ishizaki, H. (1953), Earthquake Damages and Elastic Properties of the Ground, *Bull. No. 4, Disaster Prevention Research Institute,* Kyoto Univ., Japan

Tseng, W.S. and Hadjian, A.H. (1991) Guidelines for Soil-Structure Interaction Analysis, *EPRI NP-7395 Final Report,* Palo Alto, California, October

Thomson, W. T. and T. Kobori., Dynamical Compliance of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space, *J. Applied Mechanics,* ASME, 30. 1963, pp. 579-584

Thomson, W.T. and Korbori, T. (1963), Dynamical Compliance of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space, *J. Applied Mechanics,* ASME, 30, pp. 579-584

Tschebotarioff, G. P. and Ward, E. R. (1948) The Response of Machine Foundations and the Soil Coefficients Which Affect It, *Proc. 2nd ICSMFE,* 1, 309

Veletsos, A.S. and Wei, Y. T., (1971) Lateral and Rocking Vibrations of Footings, *J. Soil Mechanics and Foundations Division,* ASCE, 97, pp. 1227-1248

Wei, Y., (1971) Steady State Response of Certain Foundation Systems, Ph.D. Dissertation, Rice University, Houston, Texas, 1971.

Whitman, R. V. and Richart, F. E. (1967) Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations, *J. Soil Mech, Fdn, Engrg., ASCE,* 93, SM6, 169

Whitman, R.V., J.T. Christian and Biggs, J.M. (1971) Parametric Analysis of Soil-Structure Interaction for a Reactor Building, *First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology,* B A.M, Berlin, Germany and the Commission of the European Communities, Brussels, Belgium, Vol. 4

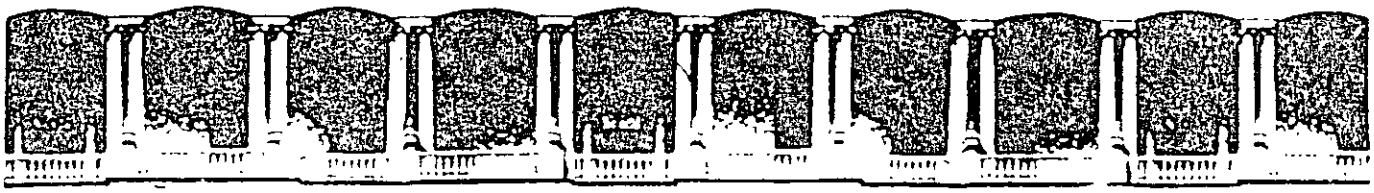
Whittaker, W. L. and Christiano, P. (1978), Dynamic Response of Flexible Plates Bearing on an Elastic Half-Space, R-125-9-79, Dept. of Civil Engineering, Carnegie-Mellon University

Wong, H. L. (1975), Dynamic Soil-Structure Interaction, Report EERL-75-01, Earthquake Engineering Research Lab., California Institute of Technology, Pasadena, California, 1975

Wong, H. L. and J. E. Luco, (1976) Dynamic Response of Rigid Foundations of Arbitrary Shape, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* 4, pp. 579-587

Wong, H. L. and J. E. Luco, (1978) Tables of Impedance Functions and Input Motions for Rectangular Foundations. Report CE 78-15, Dept. of Civil Engrg., Univ. of Southern California, Los Angeles, California

Wong, H.L. and Luco, J.E. (1978) The Application of Standard Finite Element Programs in the Analysis of Soil-Structure Interaction. *Proc. 2nd SAP Users' Conf.*, Univ. of Southern California, Los Angeles, California



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

MODELLING THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF MEXICAN CLAYS

EXPOSITOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

Proc 11 WCEE
Acapulco, Mexico
junio,

MODELLING THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF MEXICAN CLAYS

M. P. ROMO and E. OVANDO-SHELLEY

Instituto de Ingeniería, UNAM
A. P. 70-472, Coyoacán 04510, Mexico City

ABSTRACT

This paper presents a cursory look into some of the results of recent research carried out in the Instituto de Ingenieria, UNAM, into the dynamic behaviour of clayey soils. It shows the development of hyperbolic stress-strain relationships with which the most relevant features of the behaviour of two very different soils can be modelled, clays from the Campeche Sound in the Gulf of Mexico and Mexico City clays The model depends on parameters that can be expressed in terms of experimental functions of plasticity index and relative consistency. Even though the models are formally the same, the functions that define them are different for the two soils studied This reflects the influence of soil origin and type, mineralogy and geological formation processes on these functions

KEYWORDS

Laboratory tests, dynamic properties, marine clays, lacustrine clays, behavior model[illegible]

INTRODUCTION

Among other factors, the dynamic behaviour of clays depends on the magnitude of the strains induced by the application of stresses For shear strains of the order of 10^{-4} %, they behave like viscous elastic solids; for strains of up to about 10^{-1} %, stiffness and strength depend on stress history and state, and are influenced strongly by soil plasticity Experimental results accumulated over the last few years at the Instituto de Ingenieria, UNAM, indicate that relative consistency (or liquidity index) also bears an important influence on the shape of stiffness-strain and damping ratio-strain curves, together with soil plasticity, it is one of the key parameters for studying the behaviour of clayey soils subjected to cyclic dynamic loads This paper describes the way in which these two index properties can be incorporated into hyperbolic stress-strain relationships to model the dynamic behaviour of two types of clays with highly contrasting plasticity index values

MATERIALS USED

The first material is a marine clay from the Campeche Sound, in the Gulf of Mexico, off the coasts of the state of Campeche. Samples were retreived from the sea bottom at depths ranging from 16 to more than 120 m. A detailed description of index properties as well as of its static and dynamic characteristics can be found elsewhere (Romo and Ovando, 1993). The clays referred to in this paper had natural water contents that varied between 25 and 72 % (average: 45 %); their plasticity indeces ranged from 31 to 59 % (average: 39 %)

Mexico City clay is notorious for its high plasticity, low strength and it is also very compressible. The test results presented here were taken from studies performed using materials sampled from three different sites within the old lake zone, the behaviour observed in these results is a representative example of the one described more thoroughly in other papers (Romo, 1995; Romo and Ovando, 1995) Natural water contents of the samples tested vary between 155 and 366 % (average 242 %) and their plasticity indeces between 149 and 190 % (average. 189 %).

Each of the specimens was consolidated isotropically and subjected to undrained cyclic two-way loading in triaxial cells, the samples underwent 30 cycles of increasing amplitude until failure was attained Some of the samples were also tested in a resonant column in order to look at their small strain behaviour.

SHEAR MODULUS AT SMALL STRAINS

Values of the shear modulus at small strains provide estimates of its initial or maximum value, G_{max}, which can be obtained from geophysical tests in the field or, typically but not exclusively, from the resonant column test in the laboratory Field tests measure shear wave velocity propagation, V_s, and shear modulus is obtained indirectly with an elastic relationship ($G = \rho V_s^2$; ρ = mass density). G_{max} values esimated from a field test are usually higher than those obtained from resonant column tests as the strain levels induced in the former type of test can be at least an order of magnitude smaller than the strains experienced by a soil sample tested in a resonant column Disturbances due to sampling or handling of soil specimens also affect the results of laboratory tests, so do ageing effects which can not be reproduced in the laboratory. These problems have received the attention of numerous workers in the past, like Anderson and Richart (1976), Anderson and Stokoe (1978), Hight *et al* (1985), *inter alia*.

Recent comparative studies have shown that in the highly plastic Mexico city clays with low relative consistencies, differences in field and laboratory estimates of G_{max} are less important than in less plastic materials having higher relative consistencies (Ovando *et al, 1995)*. Calling G'_{max} the field value of the initial shear modulus and G^l_{max} its value obtained from a laboratory test, the quotient between both of these was found to be (pending further verification)

$$G'_{max}/G^l_{max} \approx 1.4 e^{C_r} \qquad (1)$$

where C_r is the relative consistency Brittle soils having large relative consistencies are more prone to be affected by sampling or handling disturbances, hence the quotient tends to a value of about 4 whilst it tends to 1.4 for soils with water contents equal to their liquid limit.

Initial shear moduli obtained in the laboratory also depend strongly on relative consistency. In order to view this, values of G_{max} obtained from cyclic triaxial cells were plotted against the consolidation stress.. The graph presented in fig 1 shows data obtained from tests on soils from the Campeche Sound and the one in fig 2, from the Mexico City clays A cursory look at the data would indicate that G_{max} is not related to

consolidation pressure. However, when data are organized according to the values of relative consistency, definite trends can be established, as suggested by fig 1 for the case of the soils from the Campeche Sound The data there were fitted to the following equation:

$$G_{max} = G_0 + \frac{95(C_r - 0.023)}{1-(C_r - 0{,}023)}\sigma_c' \qquad (2)$$

where G_0 is the shear modulus obtained when the confining pressure, σ_c', is nil

The data from the Mexico City clays is better organized when plasticity index, PI, is introduced as an additional parameter and can be fitted to

$$G_{max} = 122 P_a \left(\frac{1}{PI - C_r}\right)^{(PI-C_r)} \left(\frac{\sigma_c'}{P_a}\right)^{0.82} \qquad (3)$$

where P_a is an arbitrary reference pressure to obtain dimensional homogeneity. The curves of G_{max} against σ_c' of figs 1 and 2 can not be fitted in one graph leading, consequently, to a single analytical expression to relate them This is not surprising as it reflects that soil origin and type, geological formation processes and mineralogy, amongst other factors, affect initial stiffness. Further research is required to clarify the influence and importance of each of them.

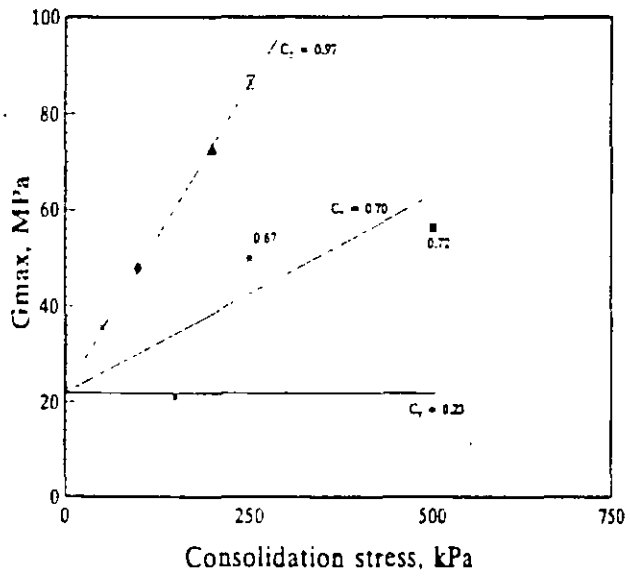


Fig 1 Initial shear modulus of the Campeche Sound clay as a function of consolidation stress and relative consistency

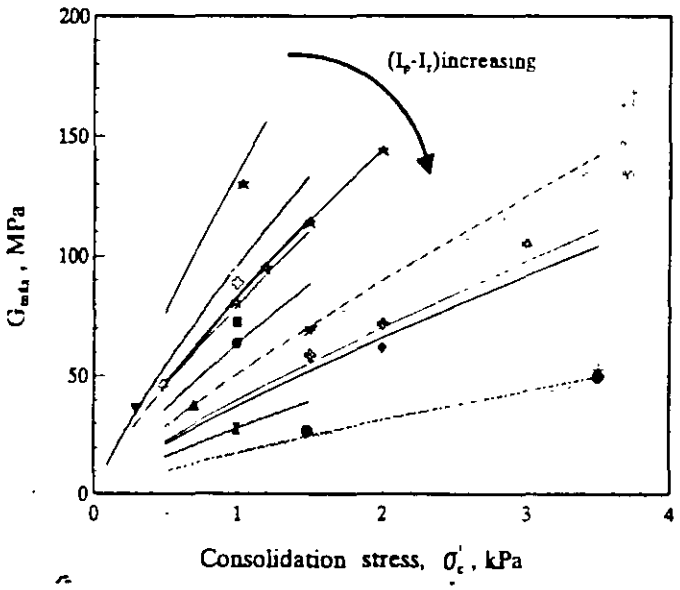


Fig 2 Initial shear of clays from Mexico City as a function of consolidation stress and the difference (PI-Cr)

SHEAR MODULI AT LARGER STRAINS

Cyclic triaxial test results were used to obtain values of shear moduli as a funtion of shear strain to produce the graphs in figs 3 and 4, for the clays from the Campeche Sound and Mexico City, respectively. All the samples were isotropically consolidated under different effective confining stresses Note the rather small values of G_{max} exhibitted by the Mexico City clay, which span from about 5 to 20 MPa whereas in the Campeche Sound materials these were mostly around 50 MPa Referring to fig 3, the flat initial portion of the curves obtained for the stiffer, more brittle materials from the Campeche Sound, covers strain levels of

about 0.01 % whilst the more plastic materials retreived from shallow depths near the sea bed show little degradation of stiffness for strains well above 0.1 %. In fact, the stiffness-strain behaviour of the softer Campeche Sound clays closely resembles the one shown in fig 4 for the Mexico City clays. At least in this respect, it can be argued that the latter are not unique. The curves in both fig 3 and 4 can be modelled with

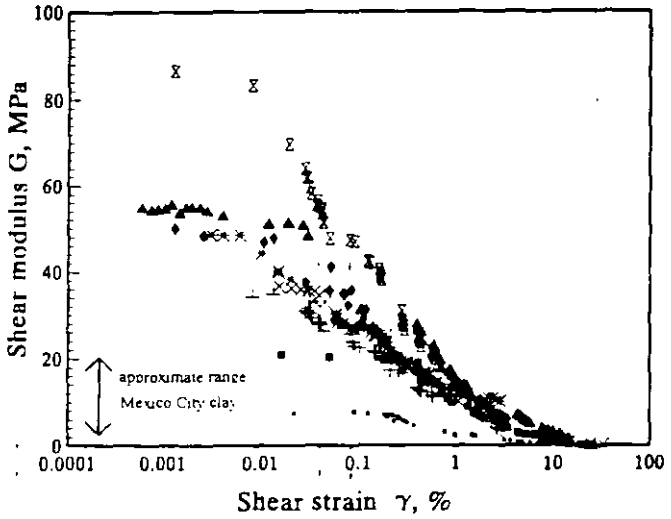


Fig 3 Shear moduli against strain for the Campeche Sound clays

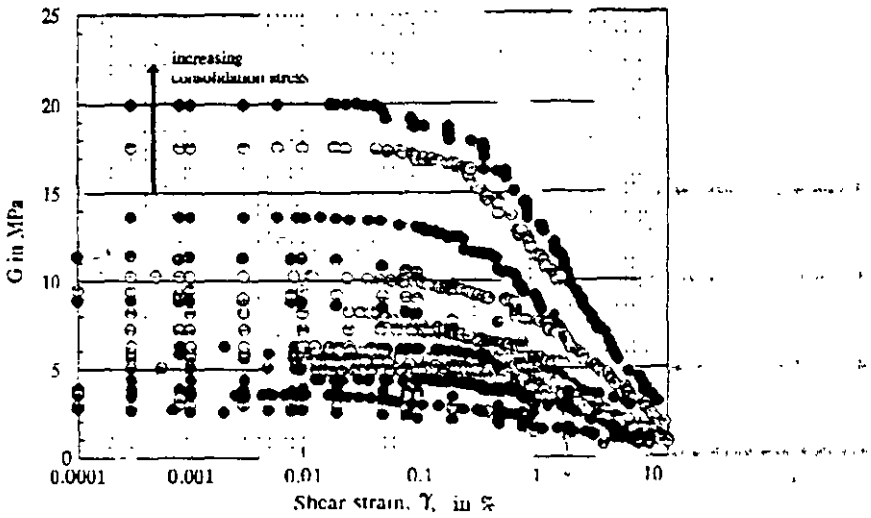


Fig 4 Stiffness-strain curves, Mexico City clay

$$G = G_{max}\left(1 - H(\gamma)\right) \qquad (4)$$

where

$$H(\gamma) = \left[\frac{(\gamma/\gamma_r)^{2B}}{1+(\gamma/\gamma_r)^{2B}}\right]^{A} \qquad (5)$$

G is the shear modulus for any shear strain, γ and γ_r is a reference strain. The stiffness-strain curves for the marine clays from the Campeche Sound are adequately modelled adopting constant values of $A(=1.0)$ and $B(=0.5)$ In the case of the Mexico City clays, A depends on an experimentally determined function of plasticity index, I_p, and on relative consistency, i.e. $A = A + I_p$. B is another experimental function that only depends on the former Plots of A and B against plasticity index are given in figs 5 and 6. As it might have been expected, γ_r also depends on plasticity index or relative consistency (figs 7 and 8 for the Campeche Sound and the Mexico City clays, respectively) The influence of plasticity index on the dynamic stiffness-strain behaviour of clays was noted previously by other researchers (e.g., Dobry and Vucetic, 1987)

DAMPING RATIO

Hardin and Drnevich (1972) showed that the damping ratio, λ, of viscoelastic materials that obey Masing's rules during cyclic loading is related to shear modulus

$$\lambda = \lambda_{max}\left(1 - G/G_{max}\right) \qquad (6)$$

where λ_{max} is the maximum value of the damping ratio before soil failure. From equations (4) and (5) and making the necessary substitutions, (6) becomes

$$\lambda = (\lambda_{max} - \lambda_{min})(H(\gamma)) + \lambda_{min} \qquad (7)$$

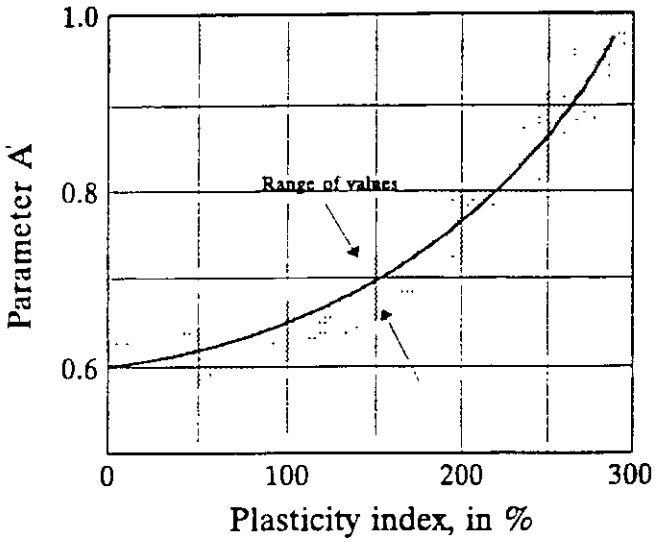


Fig 5 Effect of plasticity index on the parameter A'

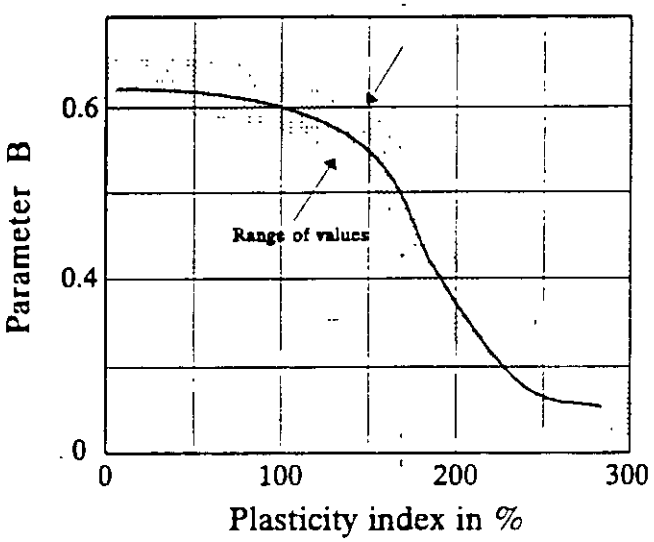


Fig 6 Effect of plasticity index on the parameter B

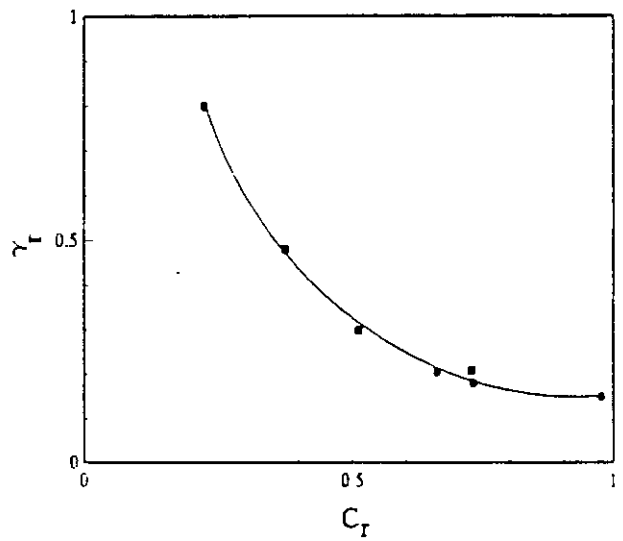


Fig 7 Reference strain, γ_r, as a function of relative consistency, C_r

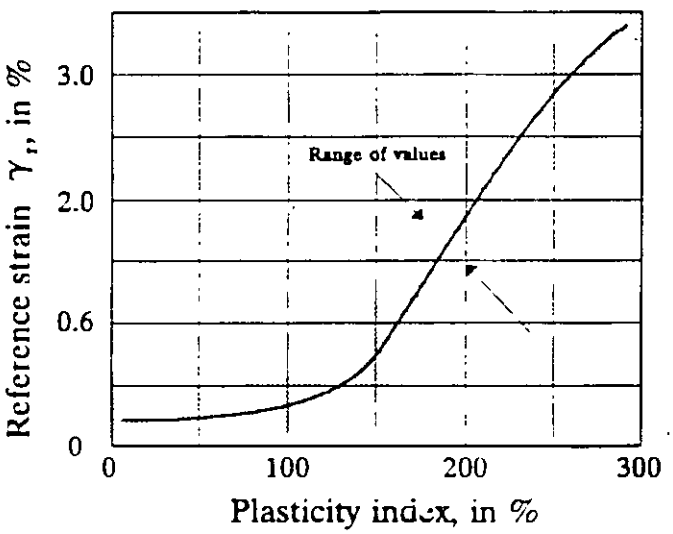


Fig 8 Effect of plasticity index on γ_r

λ_{min} is the initial or small strain value of the damping ratio. This expression shows that λ also depends on plasticity index and relative consistency by virtue of equation (5) The extreme values of λ, λ_{min} and λ_{max}, can be assigned from the results of experiments like those conducted here. Referring to fig 9, λ_{min} and λ_{max} were found to equal 3 and 28 % for the marine clays In contrast, the extreme values of the damping coefficient of the young lacustrine clays from Mexico City are only 0.5 and 13 % While the former values fall within the range of those found for many other plastic clays, the latter ones are much smaller than most of the values reported previously in the literature

Initial stiffness, G_{max}, the relationships between stiffness and strain, damping and strain, as well as the extreme values of λ, can be used to describe many of the aspects of the undrained behaviour of plastic clays during earthquakes but there are other factors that can modify them. Two of them are briefly discussed in what follows.

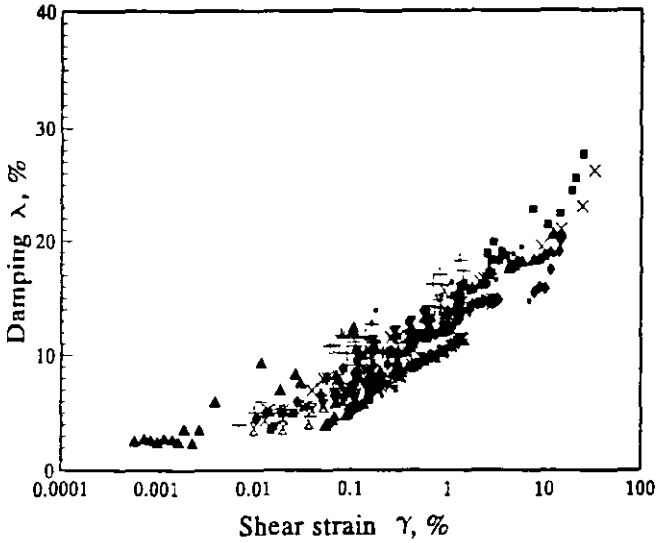


Fig 9 Damping-strain curves, Campeche Sound clays

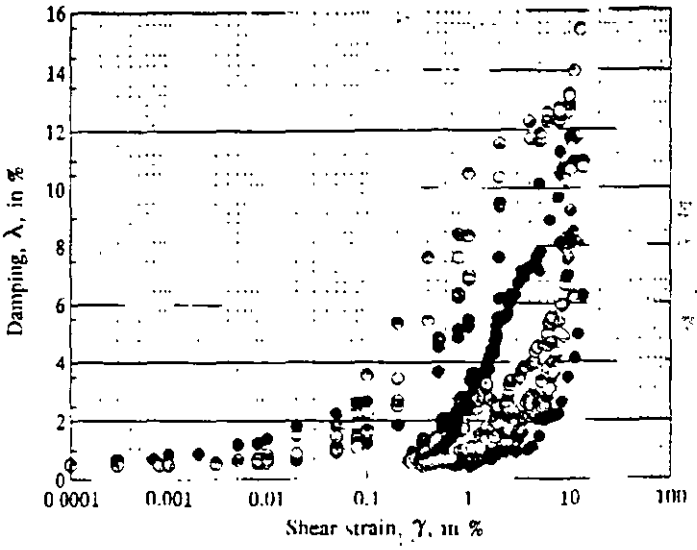


Fig 10 Damping-strain curves, Mexico City clay

Fatigue effects

Repetitive loads degrade stiffness due to fatigue. The amount and rate of degradation depend on soil type and state, stress level, cyclic stress amplitude and number of applied cycles of stress Cyclic angular distortions at the microstructural level bring about fatigue Normally consolidated or lightly overconsolidated saturated clays generally accumulate positive pore pressures during cyclic loading which accelerates stiffness degradation but are less affected by this effect than loose non plastic (granular) materials in which it can be catastrophic and may even lead to liquefaction. Fatigue is more important in brittle than in plastic soils For both the Campeche Sound and the Mexico City clays, the authors have found that the relation put forth by Idriss *et al* (1978) to evaluat fa' gue effects, works well:

$$G_N = G_0 N^{-t} \qquad (8)$$

Fatigue and the accumulation of positive pore pressures seem to be closely related and in the Campeche Sound clays it only became important when the cyclic stress amplitude exceeded 80 % of its undrained strength which roughly coincided with the cyclic stress level at which stiffness degradation also became significative (Romo and Ovando, 1993) The results of the tests described here and of many others performed in Mexico City clay indicate that pore pressure build up due to the application of repetitive loads only becomes apparent when the cyclic strain amplitude reaches 2 to 3 %. Even then, the magnitude of the excess pore pressure seldom exceeds $0.3\sigma'_c$ (Romo, 1995).

Permanent displacements

When a soil is subjected to cyclic loading, it undergoes transient cyclic deformations, after a number of load applications permanent, non reversible deformations appear. Both cyclic transient and permanent deform- depend on cyclic stress amplitude but the latter also depend on the duration of loading

Experiments in a large variety of soils have shown that these deformations are correlated and that there xists a distinctive strain value beyond which permanent deformations accumulate faster. In the case of the Mexico City clay, the threshold shear strain is about 2.2 % (Romo, 1995), i. e. one order of magnitude larger than the strain obtained from the *G versus* γ curves of fig 4 to fix the boundary between linear and non linear clay behaviour. The difference between both thresholds suggests that even if the material behaves nonlinearly, it will not necessarily yield plastically. The much higher thershold for the appearance of plastic strains also indicates that irreversible deformations will develop significantly when the material is close to reaching its dynamic failure stress. According to the results of many tests, dynamic failure stresses exceed those found under static conditions by about 30 to 40 % (e. g. Romo and Ovando, 1995), a phenomenom that is most probably due to a loading rate or strain rate effect. Other less rate dependent clayey materials also exhibit different threshold strains to mark the limits of linearity and the appearance of plastic straining. In the case of the Campeche Sound clays the information gathered during the research does not allow for setting the threshold values with certainty but they are definitely smaller that in the Mexico City clays. The same can be expected to be true for other less plastic materials.

CONCLUSIONS

Plasticity index and relative consistency have been shown to be key parameters in defining some of the most relevant features of the dynamic behviour of two clays having different origins and characteristics: the highly plastic Mexico City clays and the medium plasticity clays from the Campeche Sound. These features can be expressed with a hyperbolic model which depends on properties such as the initial shear nodulus, the extreme values of damping and a reference strain. All of these depend on the two key parameters. The model also requires that two experimental parameters be defined, A and B.

Even though the dynamic behaviour of the Campeche Sound and the Mexico City clays can be modelled with expressions that are formally equal, the experimental functions that define the dependency of the properties and experimental parameters of the model on plasticity index and relative consistency are different for these two materials This reflects that soil origin and type, geological formation processes, microstructure, mineralogy and, indirectly, stress state and history, influence the form of these experimental functions It also suggests that it may not be possible to obtain general soil models of the type expressed by equations (4) and (7) but it does point out that the approach shown here can be followed to obtain site, or even possibly, region-specific models

Plasticity index and relative consistency can be obtained from simple tests. Hence, the appeal of the model described here to make preliminary esti iations of dynamic properties and dynamic soil response, prior to the actual dynamic testing of soils

REFERENCES

Anderson D G y Richart F E Jr, (1976), Effects of straining modulus of clays, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 102, GT9, pp 975-987

Anderson D G y Stokoe K H II, (1978), Shear modulus: A time-dependent soil property, *Dynamic Geotechnical Testing*, ASTM STP 654, pp 66-90

Dobry R and Vucetic M, (1987), Dynamic properties and seismic response of soft clay deposits, *Proceedings International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils*, 2, 49-85

Harding B O and Drnevich V P, (1972), Shear modulus and damping in soils: design equations and curves, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 98, GT7, pp 667-692

Hight D W, Gens A and Jardine R J, (1985), Evaluation of geotechnical parameters from triaxial tests on offshore clay, Ch. 16 in : *Advanced in Underwater Technology. In Situ Testing and Sampling Effects*, London: Graham & Trollman

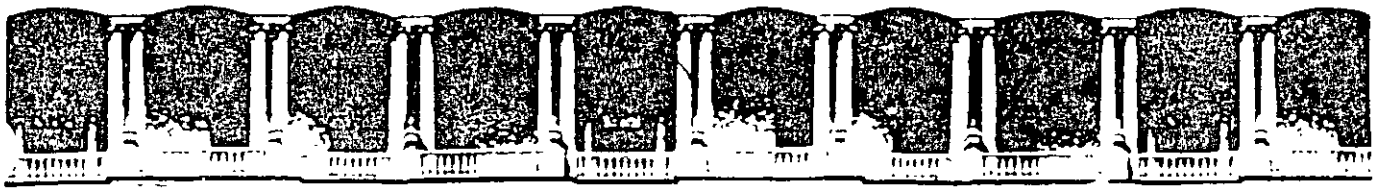
Idriss I M, Dobry R y Singh R D, (1978), Nonlinear behavior of soft soil clays during cyclic loading, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol GT12, pp 1427-1447

Ovando-Shelley E, Contreras R and Sámano A, (1995), Seismic cone test in Mexico City, Proc. X *Panamerican Conf. on Soil Mech. and Found. Engng.*, v 1, 340-352, Guadalajara, Mexico

Romo M P and Ovando E, (1993), *Propiedades y curvas p-y dinámicas de los suelos típicos de la Sonda de Campeche*, Informe del Instituto de Ingeniería elaborado para PEMEX, noviembre

Romo M P, (1995). Clay behavior, ground response and soil-structure interaction studies in Mexico City, State of the Art Paper, *Proc. Third Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earth. Engng. and Soil Dynamics*, Univ of Missouri, Rolla, St. Louis, Mo.

Romo M P and Ovando E (1995), Geoseismic zonation in Mexico and its application for design spectra computations, State of the Art Paper, *Proc. Xth Panamerican Conf. on Soil Mech. and Found. Engng.*, vol. 4, Guadalajara, México (in press)



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO - ESTRUCTURA

EXPOSITOR: M. EN I. LUIS EDUARDO PEREZ ROCHA
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA

Javier Avilés[1,2], Eduardo Pérez-Rocha[2,3] y Raúl Aguilar[2]

RESUMEN

Usualmente, los efectos de la interacción suelo-estructura considerados en el diseño son los debidos únicamente a la interacción inercial, esto es, el alargamiento del periodo y la modificación del amortiguamiento correspondientes al modo fundamental de vibración de la estructura supuesta con base rígida; el efecto de interacción en la ductilidad suele despreciarse puesto que no se conocen con certidumbre sus implicaciones en la respuesta estructural. Entonces, para fines de aplicación práctica es necesario conocer sólo el periodo y amortiguamiento efectivos de la estructura con base flexible, teniendo en cuenta los parámetros característicos que controlan el fenómeno de interacción.

La mayoría de las soluciones disponibles para determinar el periodo y amortiguamiento efectivos de sistemas suelo-estructura no toman en cuenta el efecto de las formaciones locales y la influencia del enterramiento del cimiento, de modo que ellas son aplicables sólo para suelos homogéneos y cimentaciones superficiales. En adición a estas limitaciones, generalmente se utilizan funciones de impedancia aproximadas en sustitución del suelo, lo cual trae consigo que en estructuras esbeltas se reduzca el amortiguamiento de la estructura supuesta con base rígida; esta situación no llega a ser evidente cuando las rigideces dinámicas se evalúan rigurosamente.

En este trabajo se presentan una solución aproximada así como una rigurosa para obtener el periodo y amortiguamiento efectivos de estructuras desplantadas en depósitos de suelo estratificados, considerando la profundidad de desplante de la cimentación y el grado de

[1] Instituto de Investigaciones Eléctricas

[2] Centro de Investigación Sísmica AC, FJBS

[3] Facultad de Ingeniería, UNAM

contacto entre el terreno y el cimiento. El suelo se reemplaza por funciones de impedancia exactas, de manera que se utilizan resortes y amortiguadores equivalentes dependientes de la frecuencia de excitación. Aplicando la solución rigurosa se elaboró un compendio de periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura, el cual cubre la mayor parte de situaciones que se encuentran en las aplicaciones prácticas. Estos parámetros efectivos son de gran utilidad cuando se recurre a los métodos estático y dinámico de análisis sísmico para evaluar los efectos de la interacción inercial en el modo fundamental de vibración.

ABSTRACT

Usually, the effects of the soil-structure interaction considered in design are those due to the inertial interaction solely, that is, the period lengthening and the damping modification corresponding to the fundamental mode of vibration of the structure assumed with rigid base; the interaction effect on the ductility is often neglected since its implications on the structural response are not known with certainty. Thus, for purposes of practical application it is necessary to know only the effective period and damping of the structure with flexible base, taking into account the characteristic parameters that control the interaction phenomenon.

Most of the available solutions to determine the effective period and damping of soil-structure systems do not take into account the effect of the local formations and the influence of the foundation embedment, so that they are only applicable to homogeneous soils and surface foundations. In addition to these limitations, approximate impedance functions in replacement of the soil are generally used, which gives as a result that in slender structures the damping of the structure assumed with rigid base is reduced; this situation does not become evident when the dynamic stiffnesses are evaluated rigorously.

In this work an approximated solution as well as a rigorous one are presented for obtaining the effective period and damping of structures rested on layered soil deposits; in both solutions the foundation depth and the degree of contact between the ground and the foundation are considered. The soil is replaced with exact impedance functions, so that equivalent springs and dashpots are used dependent on the excitation frequency. A compendium of effective periods and dampings of soil-structure systems was computed by applying the rigorous solution, which covers most of the situations that are encountered in practical applications. These effective parameters are very useful when used with the static and dynamic methods of seismic analysis to evaluate the effects of the inertial interaction on the fundamental mode of vibration.

1. INTRODUCCION

La interacción dinámica suelo-estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante solicitaciones dinámicas. La interacción modifica esencialmente los parámetros dinámicos de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación.

El fenómeno de interacción suelo-estructura se puede descomponer en una parte inercial y otra cinemática. El alargamiento del periodo fundamental de vibración, el aumento en amortiguamiento y la reducción en ductilidad de la estructura supuesta con apoyo indeformable son producto de la interacción inercial, debido fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema suelo-estructura. Por su parte, la interacción cinemática reduce el movimiento de la cimentación e induce torsión y cabeceo en ella por su efecto promediador, a la vez que filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación, debido esencialmente a la rigidez y geometría de la cimentación.

Para la mayoría de las estructuras resulta conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial, siempre y cuando los efectos de amplificación de sitio sean considerados al determinar el movimiento sísmico en la superficie del terreno el cual se asigna como la excitación de diseño en la vecindad de la cimentación. En general, esta excitación resulta ser más desfavorable que el movimiento efectivo que se obtiene de un análisis de interacción cinemática.

El periodo fundamental de un sistema suelo-estructura siempre se incrementa porque el conjunto tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura desplantada sobre suelo indeformable. El amortiguamiento del sistema generalmente se incrementa porque existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material (comportamiento histerético) y geométrico (radiación de ondas) del suelo. Sin embargo, como la interacción causa aparentemente una pérdida

del amortiguamiento estructural, es posible que se presente una reducción del amortiguamiento del sistema cuando la disipación adicional de energía por el suelo no compense tal pérdida. Por último, se estima que la ductilidad del sistema se reduce, según se infiere del comportamiento de una estructura de un grado de libertad con comportamiento elastoplástico (Rosenblueth y Reséndiz, 1988) cuya ductilidad es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción.

Estas modificaciones por interacción del periodo fundamental, el amortiguamiento y la ductilidad pueden dar lugar a respuestas estructurales mayores o menores, dependiendo de la posición de los periodos resonantes del espectro de respuesta y los niveles de amortiguamiento y ductilidad. Usualmente, los criterios de interacción suelo-estructura para fines de diseño consideran los efectos de interacción sólo en el periodo fundamental y el amortiguamiento. A pesar de que se introducen errores del lado de la inseguridad, los efectos de interacción en la ductilidad suelen despreciarse puesto que no se conocen con certidumbre las implicaciones que tienen en la respuesta estructural.

En este trabajo se presentan dos soluciones, una aproximada y otra rigurosa, para calcular el periodo y amortiguamiento efectivos de un sistema suelo-estructura formado por un oscilador equivalente a la estructura con base rígida vibrando en su modo fundamental y por un estrato equivalente al depósito de suelo estratificado. Estas soluciones son de gran utilidad para evaluar los efectos de la interacción inercial en el modo fundamental de la estructura, considerando explícitamente aspectos importantes tales como el enterramiento de la cimentación, la profundidad del depósito de suelo y la variación con la frecuencia de la rigidez dinámica de la cimentación, entre otros. Asimismo, aplicando la solución rigurosa se elaboró un compendio de periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura, el cual cubre la mayor parte de situaciones que se presentan en la práctica.

2. SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA

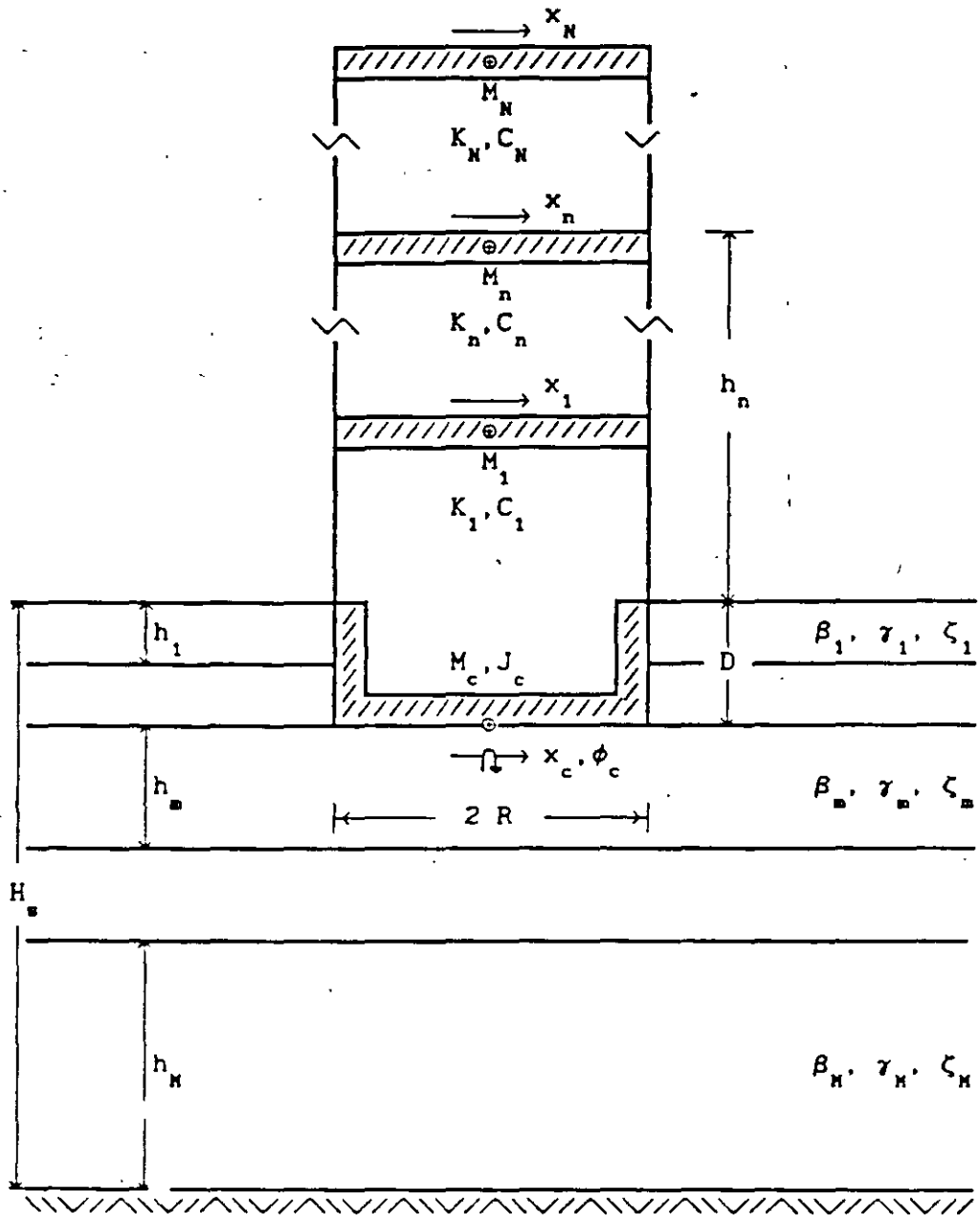


Fig.1 Sistema suelo-estructura

Para estructuras con varios grados de libertad y depósitos de suelo estratificados, el sistema suelo-estructura se puede idealizar adecuadamente como se muestra en la fig.1. Se trata de una estructura

con N grados de libertad en traslación horizontal, apoyada sobre una cimentación superficial infinitamente rígida con dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y otro de rotación o cabeceo. La cimentación se desplanta en un depósito de suelo estratificado horizontalmente con M estratos.

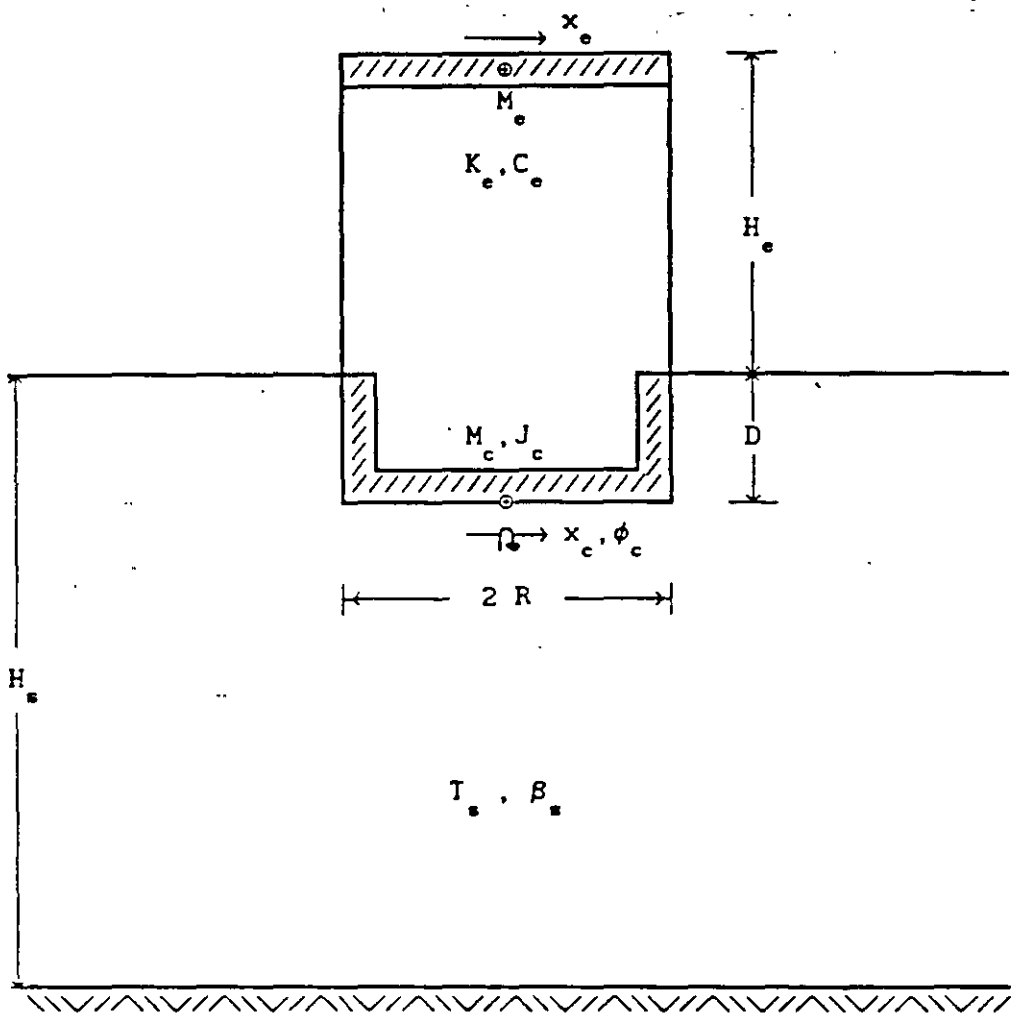


Fig.2 Sistema suelo-estructura equivalente

Si la estructura con varios grados de libertad responde esencialmente como un oscilador elemental en su condición de base rígida y el depósito de suelo estratificado se comporta fundamentalmente como un manto simple, el sistema suelo-estructura se puede reemplazar por el sistema

equivalente que se muestra en la fig.2.

En el sistema equivalente, la estructura y el estrato se deben interpretar como elementos equivalentes a la estructura con varios grados de libertad y el depósito de suelo estratificado, respectivamente, con los que se obtiene igual respuesta ante una perturbación dada. Para ello, la estructura real se caracterizará mediante el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de vibración, así como la masa y altura efectivas; en tanto que el depósito original se caracterizará a través del periodo dominante de vibración y la velocidad media de propagación del sitio (Avilés y Pérez-Rocha, 1992).

Los parámetros modales del oscilador elemental se obtienen a partir del periodo y amortiguamiento del modo fundamental de la estructura con base rígida, e igualando el cortante basal y momento de volteo en dicho modo con el cortante basal y momento de volteo del oscilador, lo que conduce a los siguientes parámetros efectivos:

$$M_e = \frac{\left(Z_1^T M_e J\right)^2}{Z_1^T M_e Z_1} \qquad (1)$$

$$v = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2} \qquad (2)$$

$$C_e = 4\pi\zeta_e \frac{M_e}{T_e} \qquad (3)$$

$$H_e = \frac{Z_1^T M_e H}{Z_1^T M_e J} \qquad (4)$$

donde T_e y ζ_e son el periodo y amortiguamiento, respectivamente, del modo fundamental Z_1 de la estructura supuesta con base indeformable, cuya matriz de masa es M_e; J es un vector formado por unos y H un vector que tiene como componentes las alturas de desplante de cada nivel, es

decir, $H = \{h_1, h_2, \ldots, h_N\}^T$. En estas condiciones, M_e se debe interpretar como la masa efectiva de la estructura con base rígida vibrando en su modo fundamental y H_e como la altura del centroide de las fuerzas de inercia correspondientes.

El periodo y amortiguamiento del modo fundamental del sistema equivalente con tres grados de libertad representarán el periodo y amortiguamiento efectivos, $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$, del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo. Estos parámetros efectivos se pueden determinar resolviendo aproximada o rigurosamente la ecuación matricial de equilibrio dinámico del sistema equivalente, la cual resulta ser

$$M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s = - \ddot{x}_0(t)\, M_0 \qquad (5)$$

donde $x_s = \{x_e, x_c, \phi_c\}^T$ es el vector de coordenadas generalizadas del sistema equivalente, siendo x_e la deformación de la estructura, x_c el desplazamiento de la base de la cimentación relativo al movimiento de campo libre x_0 y ϕ_c la rotación de la cimentación; t significa tiempo. Además,

$$M_0 = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e (H_e + D) + M_c D/2 \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

es un vector de carga, mientras que

$$M_s = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e (H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e (H_e + D) + M_c D/2 \\ M_e (H_e + D) & M_e (H_e + D) + M_c D/2 & M_e (H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \qquad (7)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \qquad (8)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} \qquad (9)$$

son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, del sistema equivalente; M_c es la masa de la cimentación, J_c el momento de inercia de dicha masa con respecto al eje de rotación de la base del cimiento y D la profundidad de desplante de la cimentación, K_h y C_h son la rigidez y el amortiguamiento del suelo en el modo de traslación de la cimentación, K_r y C_r la rigidez y el amortiguamiento del suelo en el modo de rotación de la cimentación y $K_{hr} = K_{rh}$ y $C_{hr} = C_{rh}$ la rigidez y el amortiguamiento del suelo acoplados. Estos amortiguamientos y rigideces definen las funciones de impedancia de la cimentación, las cuales dependen de la frecuencia de excitación y representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo (Avilés y Pérez-Rocha, 1992).

Por las características de su amortiguamiento, el sistema equivalente no posee modos naturales clásicos de vibración sino modos no clásicos, es decir, sus modos naturales de vibración no necesariamente existen en el dominio real sino en el complejo. Por ello y en vista de que las rigideces dinámicas de la cimentación dependen de la frecuencia de excitación, los modos y frecuencias naturales del sistema equivalente no se pueden tratar como un problema estándar de valores característicos lineal.

2.1 Periodos y amortiguamientos efectivos aproximados

Una solución suficientemente aproximada del sistema equivalente se puede obtener al despreciar la masa de la cimentación y el momento de inercia de dicha masa, así como el acoplamiento en la rigidez dinámica de la cimentación. Si se considera que el movimiento de campo libre es armónico, $\ddot{x}_0(t) = \ddot{X}_0 e^{i\omega t}$, en el estado estacionario la respuesta del sistema equivalente se expresa como $x_e(t) = X_e e^{i\omega t}$, $x_c(t) = X_c e^{i\omega t}$ y $\phi_c(t) = \Phi_c e^{i\omega t}$. En estas condiciones, la ec.5 se reduce a

$$\left[\begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_r \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e+D) \\ M_e & M_e & M_e(H_e+D) \\ M_e(H_e+D) & M_e(H_e+D) & M_e(H_e+D)^2 \end{bmatrix}\right] \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{Bmatrix} = - \ddot{X}_0 \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e \\ M_e(H_e+D) \end{Bmatrix} \tag{10}$$

donde ω es la frecuencia de excitación. Dividiendo el primero y segundo renglones de esta ecuación entre $\omega^2 M_e$ y el tercero entre $\omega^2 M_e(H_e+D)$, se llega a

$$\begin{bmatrix} \omega_e^2/\omega^2(1+i2\zeta_e') - 1 & -1 & -1 \\ -1 & \omega_h^2/\omega^2(1+i2\zeta_h) - 1 & -1 \\ -1 & -1 & \omega_r^2/\omega^2(1+i2\zeta_r) - 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ (H_e+D)\Phi_c \end{Bmatrix} = - \frac{\ddot{X}_0}{\omega^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

en donde $\zeta_e' = (\omega/\omega_e)\zeta_e$. Además, ω_e es la frecuencia natural de vibración de la estructura supuesta con base indeformable y ω_h y ω_r son las frecuencias naturales de vibración que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o girar, respectivamente; dichas frecuencias están dadas por las siguientes expresiones:

$$\omega_e^2 = \frac{K_e}{M_e} \tag{12}$$

$$\omega_h^2 = \frac{K_h}{M_e} \tag{13}$$

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_e(H_e+D)^2} \tag{14}$$

Asimismo, ζ_e es el amortiguamiento viscoso de la estructura con base rígida y ζ_h y ζ_r son los amortiguamientos viscosos del suelo en el modo de traslación y rotación de la cimentación, respectivamente; dichos amortiguamientos están dados por las siguientes expresiones:

$$\zeta_e = \frac{\omega_e C_e}{2 K_e} \tag{15}$$

$$\zeta_h = \frac{\omega C_h}{2 K_h} \tag{16}$$

$$\zeta_r = \frac{\omega C_r}{2 K_r} \tag{17}$$

Ahora bien, resolviendo el sistema de ecuaciones algebraicas dado por la ec.11 se encuentra que la deformación de la estructura puede expresarse de la siguiente forma:

$$\left[1 + i2\zeta'_e - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1 + i2\zeta'_e}{1 + i2\zeta_h} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{1 + i2\zeta'_e}{1 + i2\zeta_r} \right] \omega_e^2 X_e = - \ddot{X}_0 \tag{18}$$

La frecuencia y el amortiguamiento efectivos de la estructura con base flexible se pueden obtener igualando las partes real e imaginaria de la seudoaceleración en resonancia del sistema equivalente con las correspondientes de un oscilador de reemplazo cuya frecuencia natural y amortiguamiento son iguales a la frecuencia y el amortiguamiento efectivos (Wolf, 1985).

La seudoaceleración del oscilador de reemplazo, sujeto al mismo movimiento del terreno $\ddot{X}_0$ del sistema equivalente, está dada por la expresión (Clough y Penzien, 1975)

$$\bar{\omega}_e^2 \bar{X}_e = - \ddot{X}_0 \left[1 - \frac{\omega^2}{\bar{\omega}_e^2} + i\, 2\, \bar{\zeta}_e \frac{\omega}{\bar{\omega}_e} \right]^{-1} \tag{19}$$

De acuerdo con la ec. 18, si se desprecian los términos de amortiguamiento de segundo orden, la seudoaceleración del sistema equivalente se reduce a

$$\omega_e^2 X_e = -\ddot{X}_0 \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + i2\left(\zeta_e' + (\zeta_h - \zeta_e')\frac{\omega^2}{\omega_h^2} + (\zeta_r - \zeta_e')\frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right) \right]^{-1} \quad (20)$$

Para la condición de resonancia, $\omega = \tilde{\omega}_e$, la igualación de las partes reales de las ecs. 19 y 20 conduce a que la frecuencia efectiva de la estructura con base flexible sea

$$\frac{1}{\tilde{\omega}_e^2} = \frac{1}{\omega_e^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \quad (21)$$

De la misma forma, la igualación de las partes imaginarias conduce a que el amortiguamiento efectivo de la estructura con base flexible sea

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left(\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_e} \right)^3 + \zeta_h \left(\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_h} \right)^2 + \zeta_r \left(\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_r} \right)^2 \quad (22)$$

Los amortiguamientos del suelo para los distintos modos de vibración de la cimentación son más elevados que el amortiguamiento de la estructura, en especial el amortiguamiento en traslación. En consecuencia, el despreciar los términos de amortiguamiento de segundo orden introduce errores significativos en el amortiguamiento, mas no en el periodo del sistema que resulta ser adecuado. Estos errores se traducen en una sobrestimación del amortiguamiento efectivo, la cual crece conforme la rigidez relativa de la estructura respecto al suelo aumenta.

Considerando los términos de amortiguamiento de segundo orden, excepto los correspondientes al amortiguamiento estructural, la seudoaceleración

del sistema equivalente es entonces igual a

$$\omega_e^2 X_e = -\ddot{X}_0 \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1}{1 + 4\zeta_h^2} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{1}{1 + 4\zeta_r^2} + 12 \left[\zeta_e' + \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{\zeta_h - \zeta_e'}{1 + 4\zeta_h^2} + \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{\zeta_r - \zeta_e'}{1 + 4\zeta_r^2} \right] \right]^{-1} \quad (23)$$

Procediendo de manera similar a cuando se desprecian los términos de amortiguamiento de segundo orden, se tiene que la frecuencia efectiva de la estructura con base flexible es

$$\frac{1}{\tilde{\omega}_e^2} = \frac{1}{\omega_e^2} + \frac{1}{\omega_h^2} \frac{1}{1 + 4\zeta_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \frac{1}{1 + 4\zeta_r^2} \quad (24)$$

mientras que el amortiguamiento efectivo de la estructura con base flexible es

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 4\zeta_h^2} \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_h} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 4\zeta_r^2} \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_r} \right]^2 \quad (25)$$

Al considerar los términos de amortiguamiento de segundo orden, el periodo del sistema ya no resulta ser adecuado y el amortiguamiento efectivo se subestima drásticamente; el error que se comete tanto en el periodo como en el amortiguamiento crece con la rigidez relativa de la estructura respecto al suelo.

En vista de lo anterior, a partir de la forma del amortiguamiento efectivo se sugirieron expresiones alternativas a fin de encontrar una aproximación satisfactoria, las cuales fueron calibradas con la solución rigurosa que se presenta en el siguiente inciso. De esta manera, la expresión seleccionada fue

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_h} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left[\frac{\tilde{\omega}_e}{\omega_r} \right]^2 \quad (26)$$

la cual es suficientemente aproximada para el rango de rigideces relativas de la estructura respecto al suelo que cubre la mayor parte de situaciones de interés práctico.

Cabe destacar que el periodo efectivo del sistema suelo-estructura definido mediante

$$\tilde{T}_e = \left[T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right]^{1/2} \qquad (27)$$

donde $T_h = 2\pi/\omega_h$ y $T_r = 2\pi/\omega_r$, se debe determinar vía aproximaciones sucesivas. Como primera aproximación, el periodo efectivo se puede estimar usando las rigideces estáticas. Si en lugar de éstas se emplean las rigideces dinámicas evaluadas para la frecuencia fundamental ω_e se mejora la aproximación. Es posible obtener una aproximación aún mejor si el periodo efectivo se calcula mediante iteraciones, empezando con ω_e y terminando con la frecuencia efectiva $\tilde{\omega}_e$.

En cambio, el amortiguamiento efectivo del sistema suelo-estructura definido como

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left[\frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left[\frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left[\frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right]^2 \qquad (28)$$

se determina directamente considerando que $\omega = \tilde{\omega}_e$ al calcular los amortiguamientos del suelo ζ_h y ζ_r.

2.2 Periodos y amortiguamientos efectivos rigurosos

Si se considera que el movimiento de campo libre es armónico, $\ddot{x}_0(t) = \ddot{X}_0 e^{i\omega t}$, en el estado estacionario la respuesta del sistema equivalente se expresa como $x_s(t) = X_s e^{i\omega t}$. En consecuencia, la ec.5 se reduce a

$$\left[K_s + i\,\omega\, C_s - \omega^2 M_s \right] X_s = - \ddot{X}_0\, M_0 \qquad (29)$$

En vista de que el sistema equivalente carece de modos naturales clásicos de vibración y las matrices de rigidez y amortiguamiento dependen de la frecuencia de excitación, el periodo y amortiguamiento efectivos del sistema suelo-estructura pueden obtenerse resolviendo directamente la ec.29 a fin de calcular espectros de respuesta en frecuencia como el que se muestra en la fig.3, los cuales tienen como abscisas el periodo de excitación normalizado con respecto al periodo de la estructura con base rigida, T/T_e, y como ordenadas la seudoaceleración de la estructura con base flexible normalizada con respecto a la aceleración del terreno, $\omega_e^2 X_e / \ddot{X}_0$. Los espectros de respuesta así obtenidos son realmente las funciones de trasferencia del sistema equivalente, definidas por la aceleración total de la estructura con base flexible entre la aceleración del terreno. Las frecuencias y amplificaciones resonantes de estas funciones de trasferencia están asociadas con el periodo y amortiguamiento efectivos, respectivamente, de la estructura interactuando con el suelo.

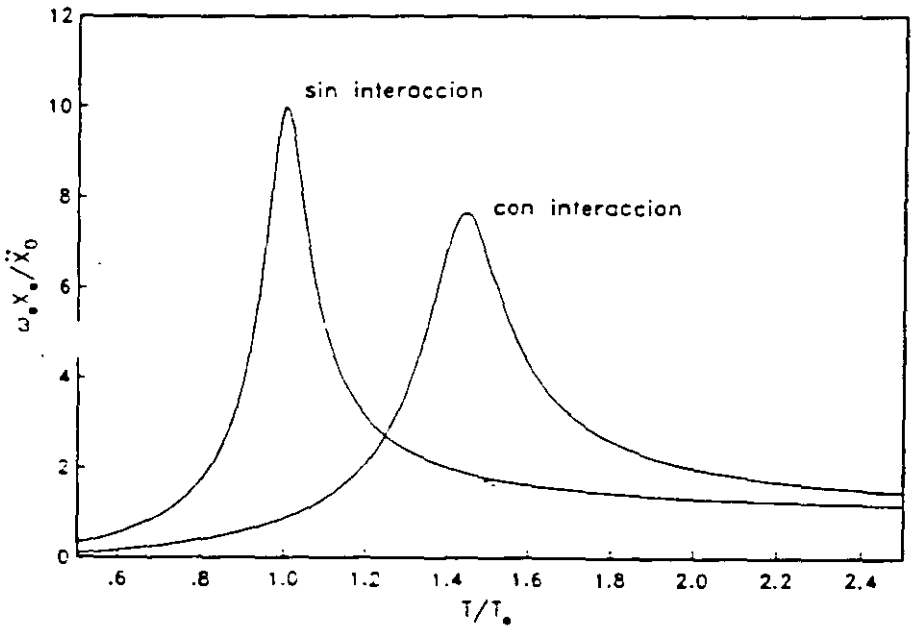


Fig.3 Espectros de respuesta del sistema equivalente con y sin interacción

El periodo y amortiguamiento efectivos pueden interpretarse como los parámetros dinámicos de un oscilador de reemplazo cuyo cortante basal resonante es igual al que se desarrolla en la estructura del sistema equivalente, para la misma excitación armónica estacionaria de la base. Este razonamiento conduce a igualar las seudoaceleraciones máximas y las frecuencias naturales asociadas del sistema y el oscilador.

Según la ec.19, la magnitud del valor resonante de la seudoaceleración del oscilador de reemplazo normalizada con respecto a la aceleración del terreno es igual a

$$\frac{\tilde{\omega}_e^2 \tilde{X}_e^{max}}{\ddot{X}_0} = \frac{1}{2\tilde{\zeta}_e} \qquad (30)$$

Igualando esta magnitud con la de la seudoaceleración correspondiente al pico resonante del espectro de respuesta del sistema equivalente, el amortiguamiento efectivo se determina como

$$\tilde{\zeta}_e = \frac{1}{2} \frac{\ddot{X}_0}{\omega_e^2 X_e^{max}} \qquad (31)$$

Mientras que el periodo efectivo simplemente es igual al periodo de excitación correspondiente a la posición del pico resonante del espectro de respuesta.

Con este enfoque (Veletsos, 1977), los espectros de respuesta en frecuencia para el sistema equivalente y el oscilador de reemplazo concuerdan en un amplio rango de frecuencias de excitación en ambos lados del periodo de resonancia. Esto sugiere que para movimiento sísmico las respuestas máximas del sistema y del oscilador serán parecidas, ya que la excitación transitoria se puede tratar como una combinación lineal de movimientos estacionarios con diferentes periodos y amplitudes, y porque los componentes de excitación con periodo

semejante al resonante son los que producen la mayor respuesta.

2.3 Calibración de la solución aproximada con respecto a la rigurosa

Con objeto de calibrar la solución aproximada con respecto a la rigurosa, en las figs.4 y 5 se muestran variaciones del periodo y amortiguamiento efectivos, respectivamente, calculados con las técnicas rigurosa (línea continua) y aproximada (línea discontinua) para sistemas suelo-estructura cuyos parámetros característicos son: $\bar{m} = 0.2$, $\bar{J} = 0.05$, $\bar{\rho} = 0.15$, $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $\bar{h}_s = 5$, $\bar{d} = 0.25$ y $\bar{h}_e = 1$ y 5; el significado de cada una de estas cantidades se presenta en el siguiente inciso. Estos resultados se calcularon empleando funciones de impedancia aproximadas (Avilés y Pérez-Rocha, 1992), sin que por ello se pierda generalidad en las conclusiones.

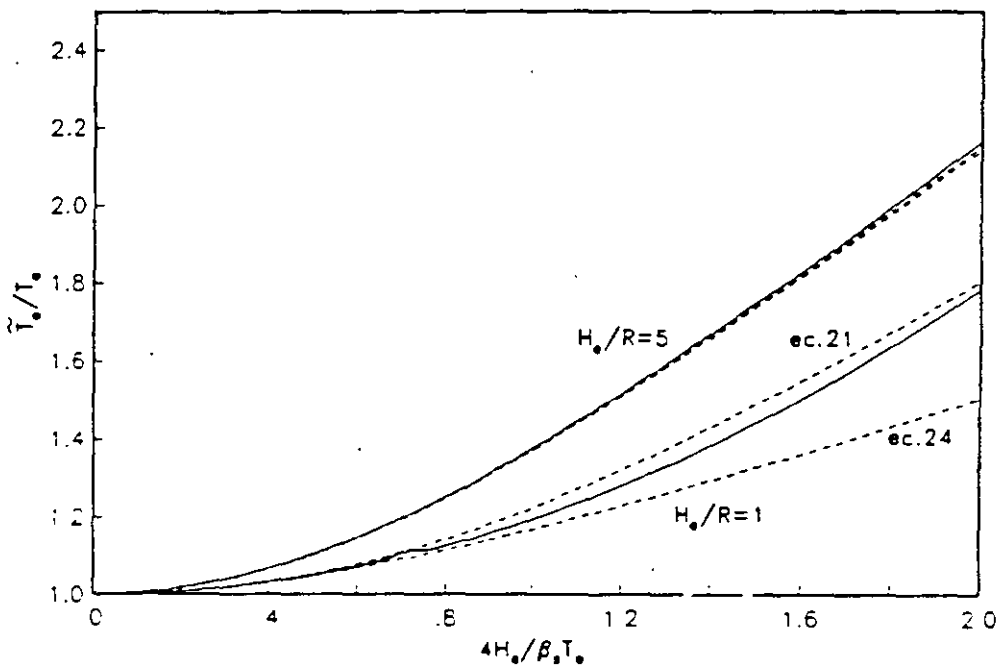


Fig.4 Periodos efectivos aproximados (– – –) y rigurosos (———) para un sistema suelo-estructura típico

Con base en resultados similares se llegó a la conclusión de que las aproximaciones para el periodo y amortiguamiento efectivos resultan ser

adecuadas para aquellos sistemas suelo-estructura cuya rigidez relativa de la estructura respecto al suelo es $4H_e/\beta_s T_e < 2$. Asimismo, se encontró que los efectos de la interacción inercial en el periodo y amortiguamiento son despreciables cuando el contraste de rigidez entre la estructura y el suelo es $4H_e/\beta_s T_e < 0.2$.

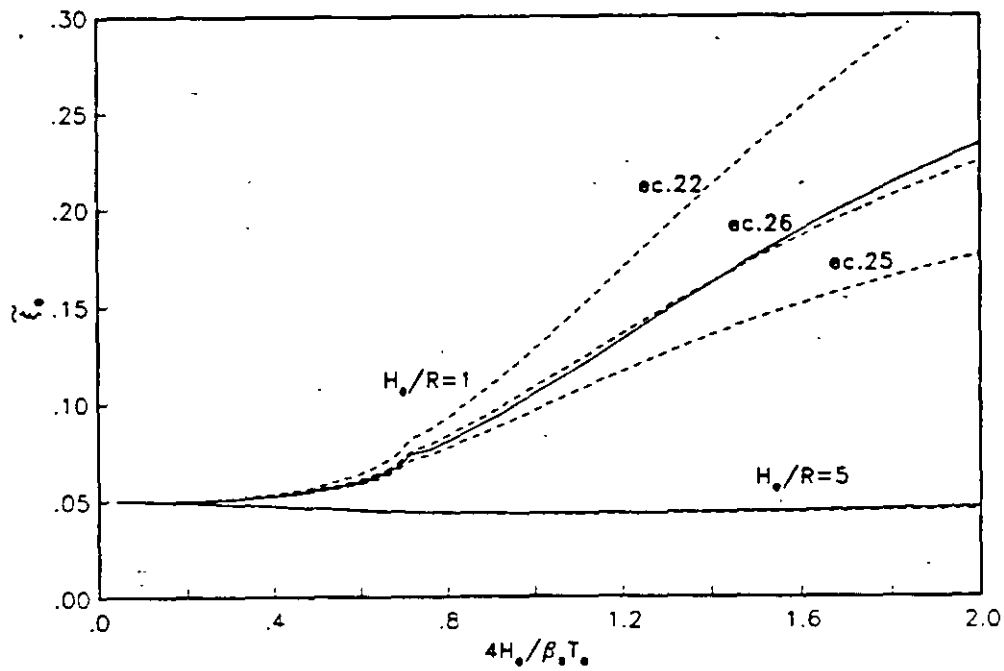


Fig.5 Amortiguamientos efectivos aproximados (– – –) y rigurosos (———) para un sistema suelo-estructura típico

3. PARAMETROS CARACTERISTICOS DE LA INTERACCION

La interacción inercial depende de numerosos parámetros tanto del suelo como de la estructura. Para fines de aplicación práctica es conveniente identificar los parámetros adimensionales que son característicos de los sistemas suelo-estructura, así como conocer la importancia y los rangos de variación de cada uno de ellos. En lo que sigue se especifican tales parámetros y se fijan los valores adecuados a fin de determinar periodos y amortiguamientos efectivos de utilidad en el diseño.

Los efectos de la interacción inercial en el periodo y amortiguamiento

se encuentran controlados por los parámetros característicos que se indican a continuación:

1. Relación de masas entre la cimentación y la estructura, definida como

$$\tilde{m} = \frac{M_c}{M_e} \qquad (32)$$

la cual generalmente varía entre 0.1 y 0.3. Este parámetro prácticamente no influye en la respuesta de sistemas suelo-estructura, como se observa en la fig.6, de suerte que al despreciarlo se introducen errores insignificantes; sin embargo, se considerará el valor intermedio $\tilde{m} = 0.2$.

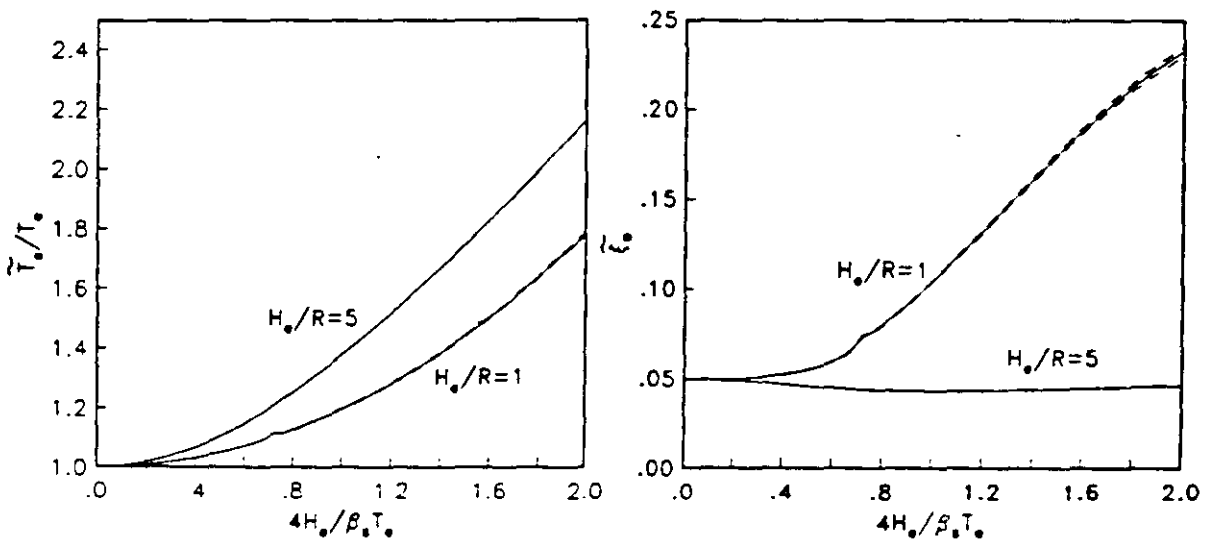


Fig.6 Influencia de la relación de masas en el periodo y amortiguamiento efectivos; $\tilde{m}$ = 0 (– – –), 0.2 (———) y 0.4 (– – –)

2. Relación de momentos de inercia de masa entre la cimentación y la estructura, definida por

$$\tilde{j} = \frac{J_c}{M_e (H_e + D)^2} \qquad (33)$$

cuyos valores son en general menores que 0.1. Ya que este parámetro tampoco influye significativamente en la respuesta de sistemas suelo-estructura, como se observa en la fig.7, se considerará el valor $\tilde{j} = 0.05$.

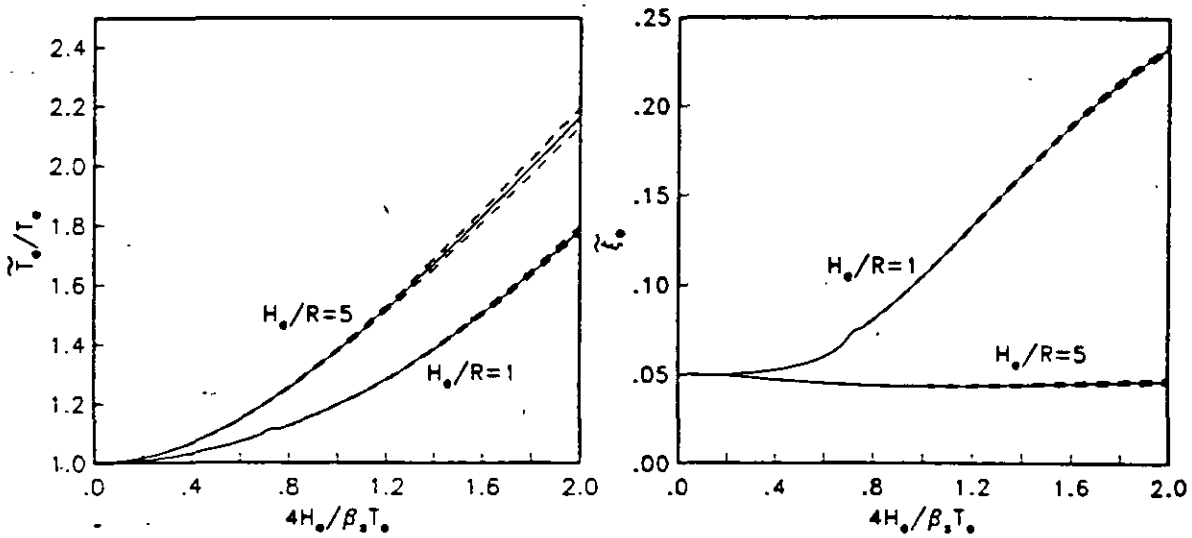


Fig.7 Influencia de la relación de momentos de inercia en el periodo y amortiguamiento efectivos; $\tilde{j} = 0$ (– – –), 0.05 (———) y 0.1 (– – –)

3. Densidad relativa de la estructura respecto al suelo, definida como

$$\tilde{\rho} = \frac{M_e}{\rho_s \pi R^2 H_e} \qquad (34)$$

la cual generalmente varia entre 0.1 y 0.2. La variación de este parámetro tiene poca influencia en la respuesta de sistemas suelo-estructura, como se observa en la fig.8, por lo que se considerará el valor intermedio $\tilde{\rho} = 0.15$.

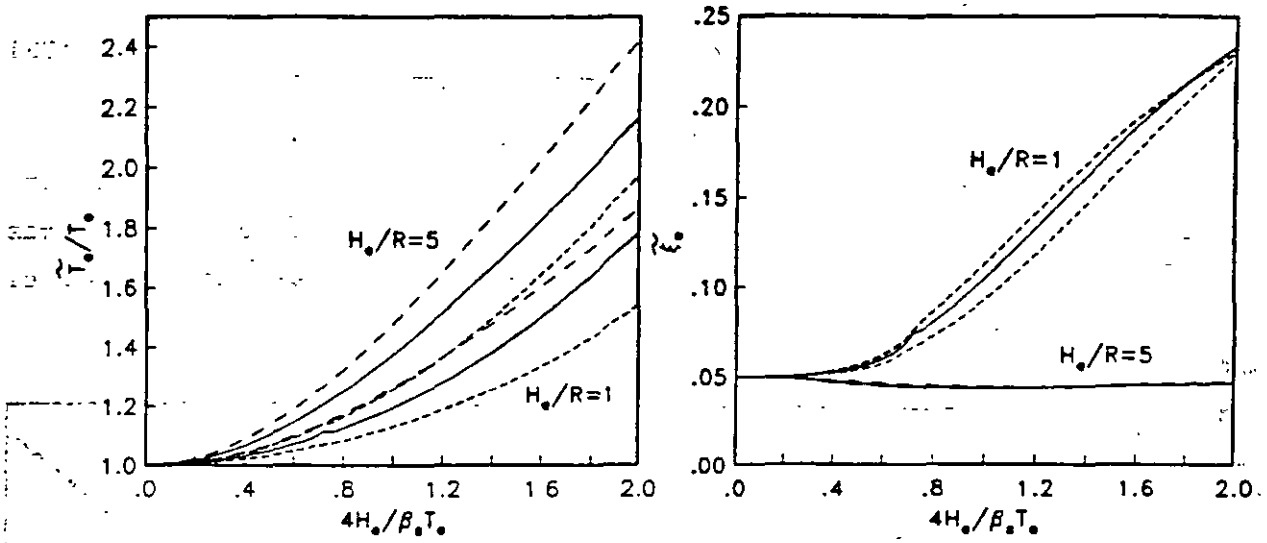


Fig.8 Influencia de la densidad relativa en el periodo y amortiguamiento efectivos; $\tilde{\rho}$ = 0.1 (– – –), 0.15 (———) y 0.2 (– – –)

4. Coeficientes de amortiguamiento del suelo y la estructura, ζ_s y ζ_e. La influencia del amortiguamiento en la respuesta de sistemas suelo-estructura es determinante. Aunque su rango de variación está comprendido normalmente entre el 2 y 10 por ciento, tanto para el suelo como para la estructura usualmente se utiliza en la práctica un valor típico de 5 por ciento.

5. Relación de Poisson del suelo, ν_s. La respuesta de sistemas suelo-estructura depende significativamente de este parámetro. Los valores típicos que comúnmente se emplean en la práctica son 1/3 para suelos granulares, 0.45 para suelos plásticos y 1/2 para arcillas saturadas.

6. Profundidad relativa del depósito de suelo, dada por

$$\tilde{h}_s = \frac{H_s}{R} \qquad (35)$$

Los efectos de sitio en la interacción inercial son parcialmente

función de este parámetro. Por su importancia, se considerarán los valores $\tilde{h}_s$ = 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 10.

7. Profundidad de desplante relativa de la cimentación, dada por

$$\tilde{d} = \frac{D}{R} \tag{36}$$

El alargamiento del periodo y el aumento del amortiguamiento de estructuras con base flexible son función decreciente de este parámetro. Por su importancia, se considerarán los valores $\tilde{d}$ = 0, 1/4, 1/2, 3/4 y 1.

8. Relación de esbeltez de la estructura, definida como

$$\tilde{h}_e = \frac{H_e}{R} \tag{37}$$

cuya influencia en la respuesta de sistemas suelo-estructura es fundamental. El periodo efectivo es función creciente de este parámetro, mientras que el amortiguamiento efectivo es función decreciente. En virtud de su importancia, se considerarán los valores $\tilde{h}_e$ = 1, 2, 3, 4 y 5.

9. Rigidez relativa de la estructura respecto al suelo, definida como

$$\tilde{r} = \frac{4\ H_e}{\beta_s T_e} \tag{38}$$

Con este parámetro se mide la importancia de la interacción inercial. Por ello, se presentarán resultados que cubren el intervalo $0 \leq \tilde{r} \leq 2$ en el que caen la mayor parte de los sistemas suelo-estructura reales.

4. COMPENDIO DE PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS

Aplicando la solución rigurosa para la determinación del periodo y amortiguamiento efectivos de estructuras con base flexible y utilizando las tablas de rigideces dinámicas de cimentaciones que se reportan en el trabajo de Avilés y Pérez-Rocha (1992), se elaboró un compendio de periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura que son de gran utilidad cuando se recurre a los métodos estático y dinámico de análisis sísmico para evaluar los efectos de la interacción inercial en el modo fundamental.

Los resultados que se presentan están en función de los parametros adimensionales que se identificaron como los característicos de los sistemas suelo-estructura. Los valores considerados pretenden cubrir el intervalo de interés en las aplicaciones prácticas. Para valores intermedios vale interpolar linealmente.

Considerando que $\tilde{m} = 0.2$, $\tilde{j} = 0.05$, $\tilde{\rho} = 0.15$ y $\zeta_s = \zeta_e = 0.05$, en las figs.i.j (i = 1-3; j = 1-7) se presentan periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura para los siguientes valores: ν_s = 1/3(i=1), 0.45(i=2) y 1/2(i=3) y $\tilde{h}_s$ = 2(j=1), 3(j=2), 4(j=3), 5(j=4), 6(j=5), 8(j=6) y 10(j=7). En cada figura se muestran resultados para $\tilde{d}$ = 0, 1/4, 1/2, 3/4 y 1 y $\tilde{h}_e$ = 1, 2, 3, 4 y 5, así como para las dos condiciones de frontera extremas que se pueden presentar en la interfaz suelo-cimentación: contacto de la pared lateral del cimiento con el suelo total y nulo. Los periodos efectivos de la estructura con base flexible están normalizados con el periodo fundamental de la estructura con base rígida en cuestión. En los amortiguamientos efectivos, la curva inferior corresponde a $\tilde{h}_e = 5$ mientras que la superior a $\tilde{h}_e = 1$; lo contrario sucede con los periodos efectivos.

5. RECONOCIMIENTOS

Se agradece a E Rosenblueth la revisión crítica del manuscrito y sus valiosas sugerencias. Este trabajo fue patrocinado parcialmente por el

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal.

6. REFERENCIAS

Avilés J y Pérez-Rocha E (1992), "Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, Vol. 2, No. 1.

Clough R W y Penzien J (1975), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Inc., Nueva York.

Rosenblueth E y Reséndiz D (1988), "Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura", *Series del Instituto de Ingeniería*, No. 509.

Veletsos A S (1977), "Dynamics of structure-foundation systems", *Structural and Geotechnical Mechanics*, Ed. W J Hall, Prentice-Hall, Inc., Englewood Ciffs, Nueva Jersey.

Wolf J P (1985), *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey.

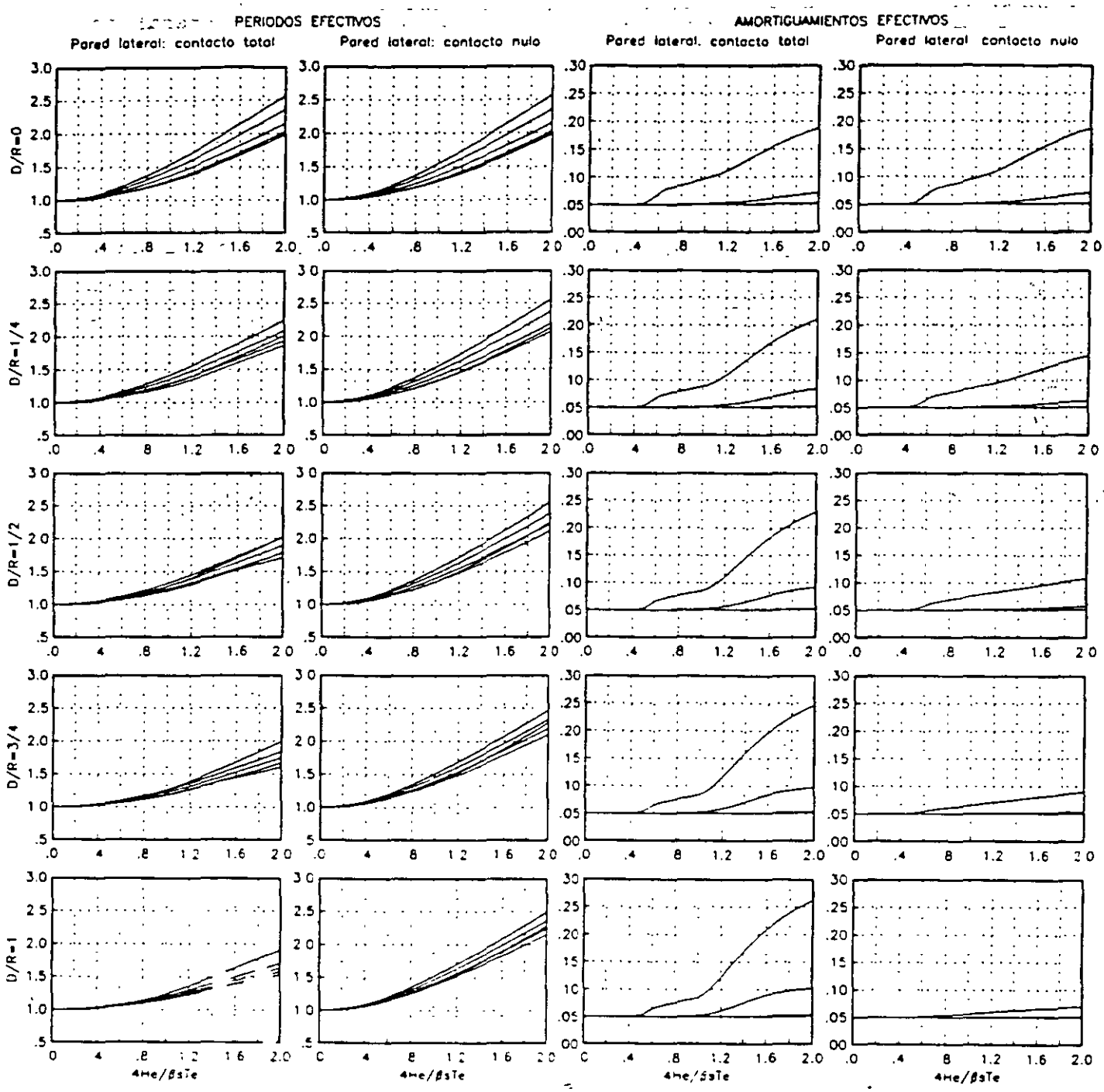


FIG. 1.1 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA.

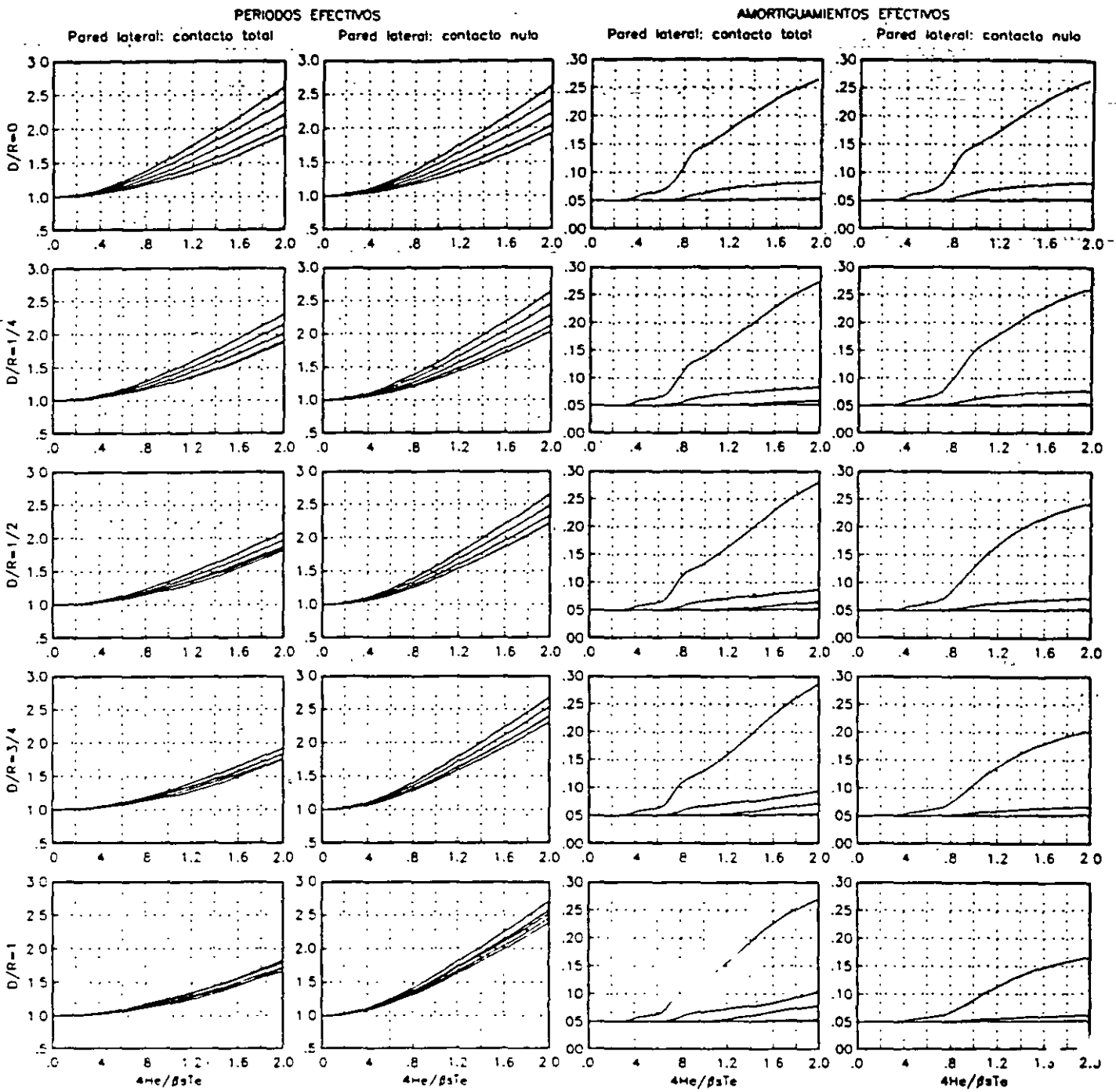


FIG.1.2 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

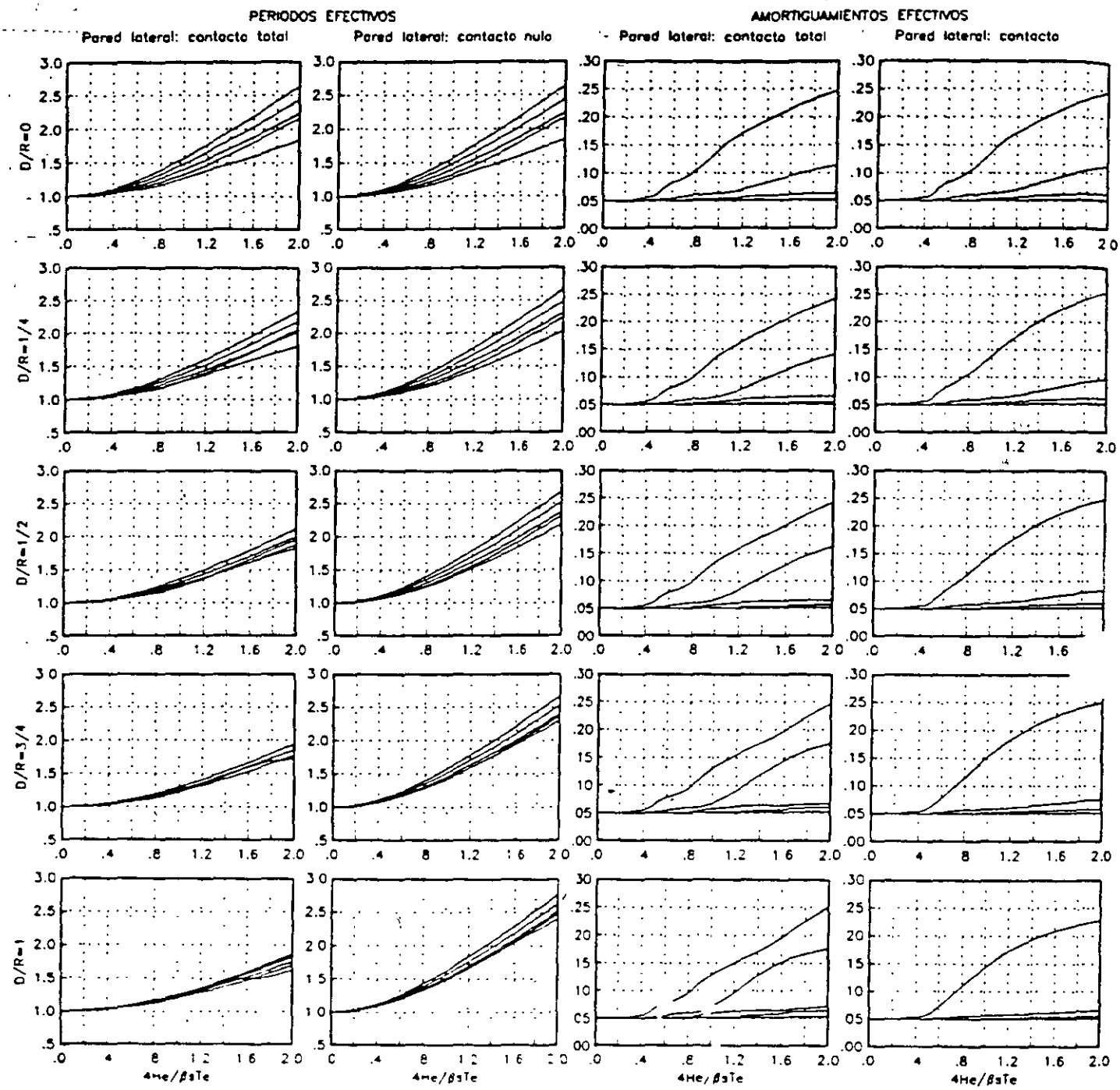


FIG. 1.3 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

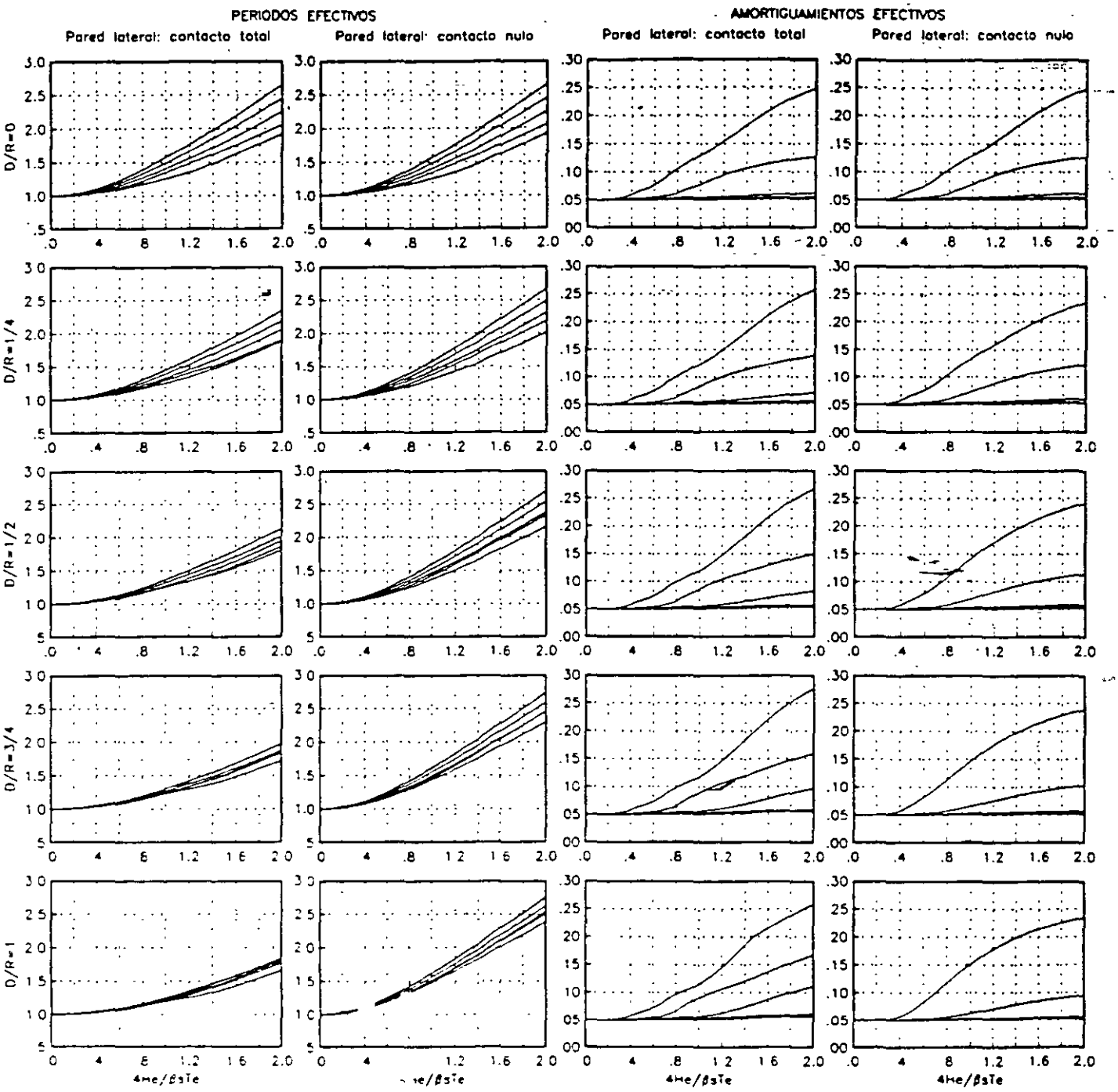


FIG.1.4 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

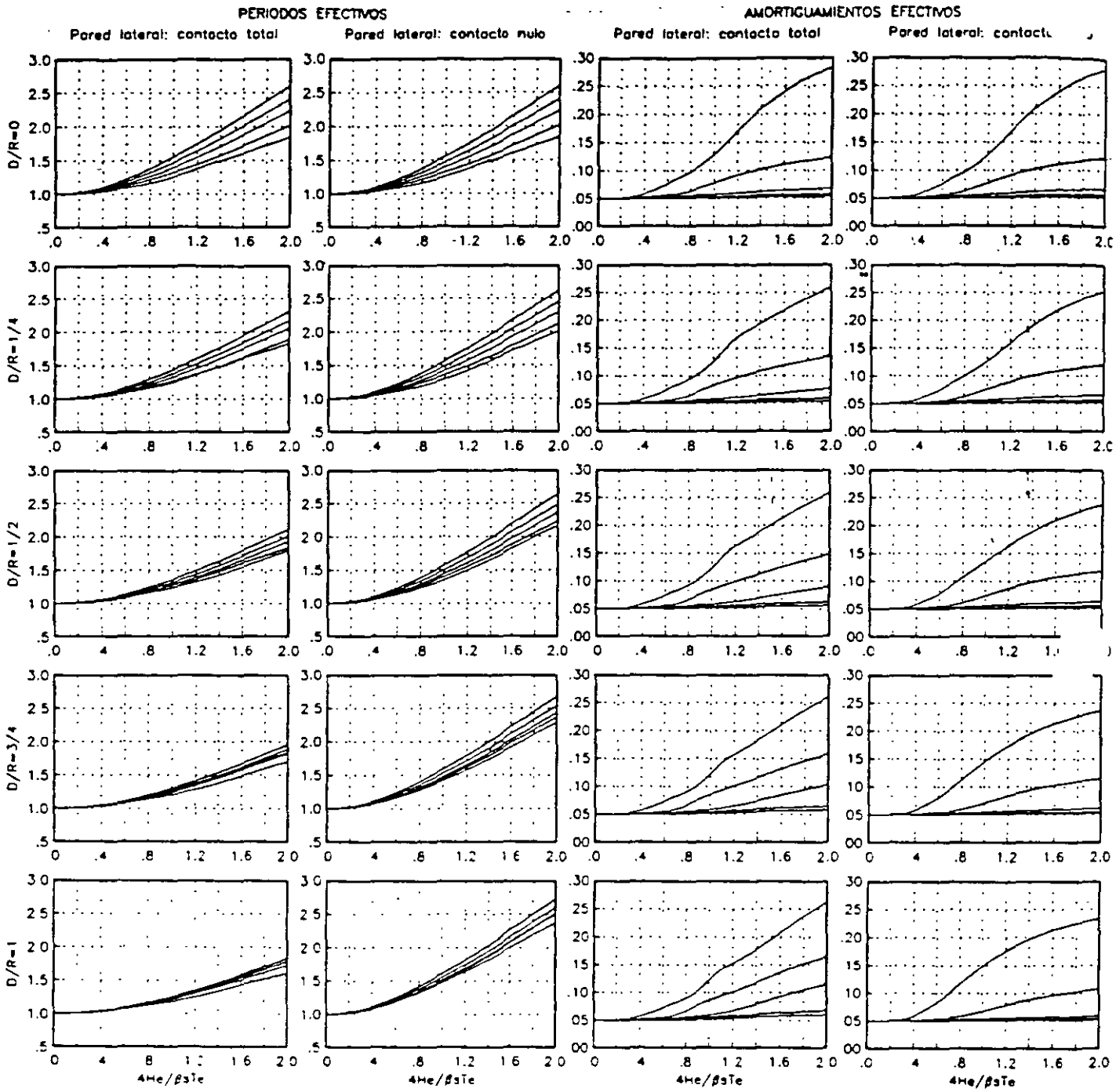


FIG.1.5 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

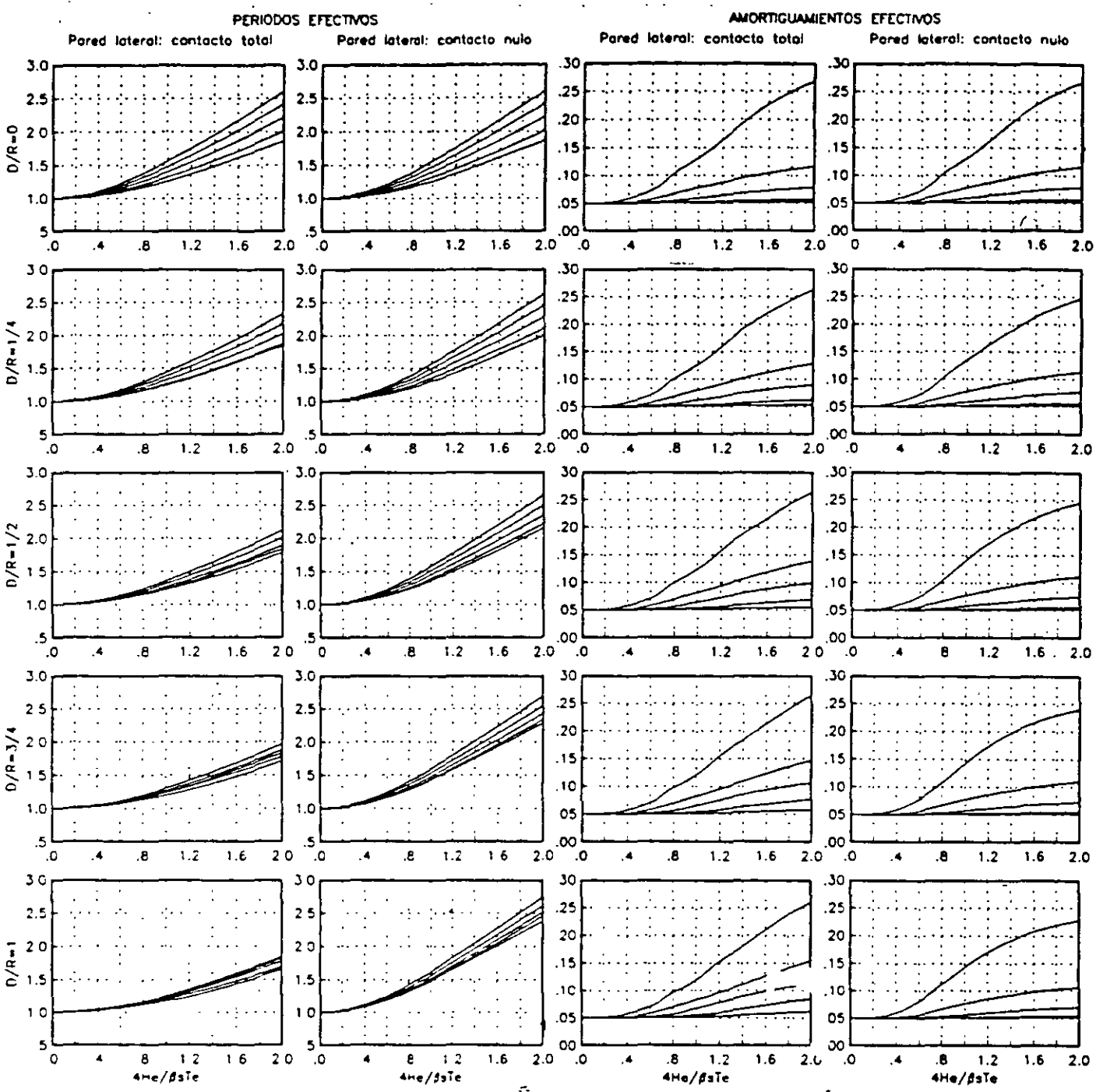


FIG.1.6 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

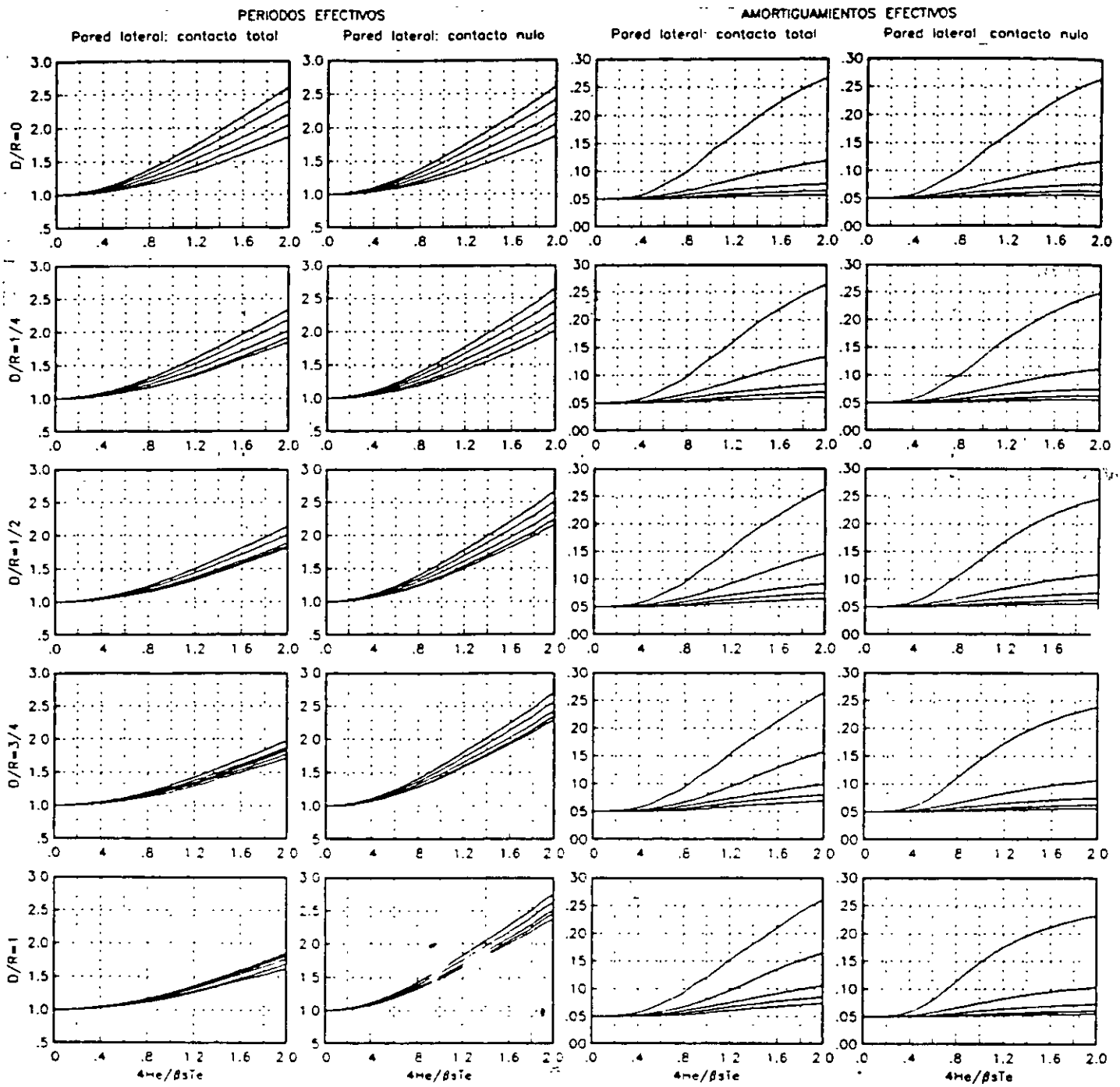


FIG.1.7 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

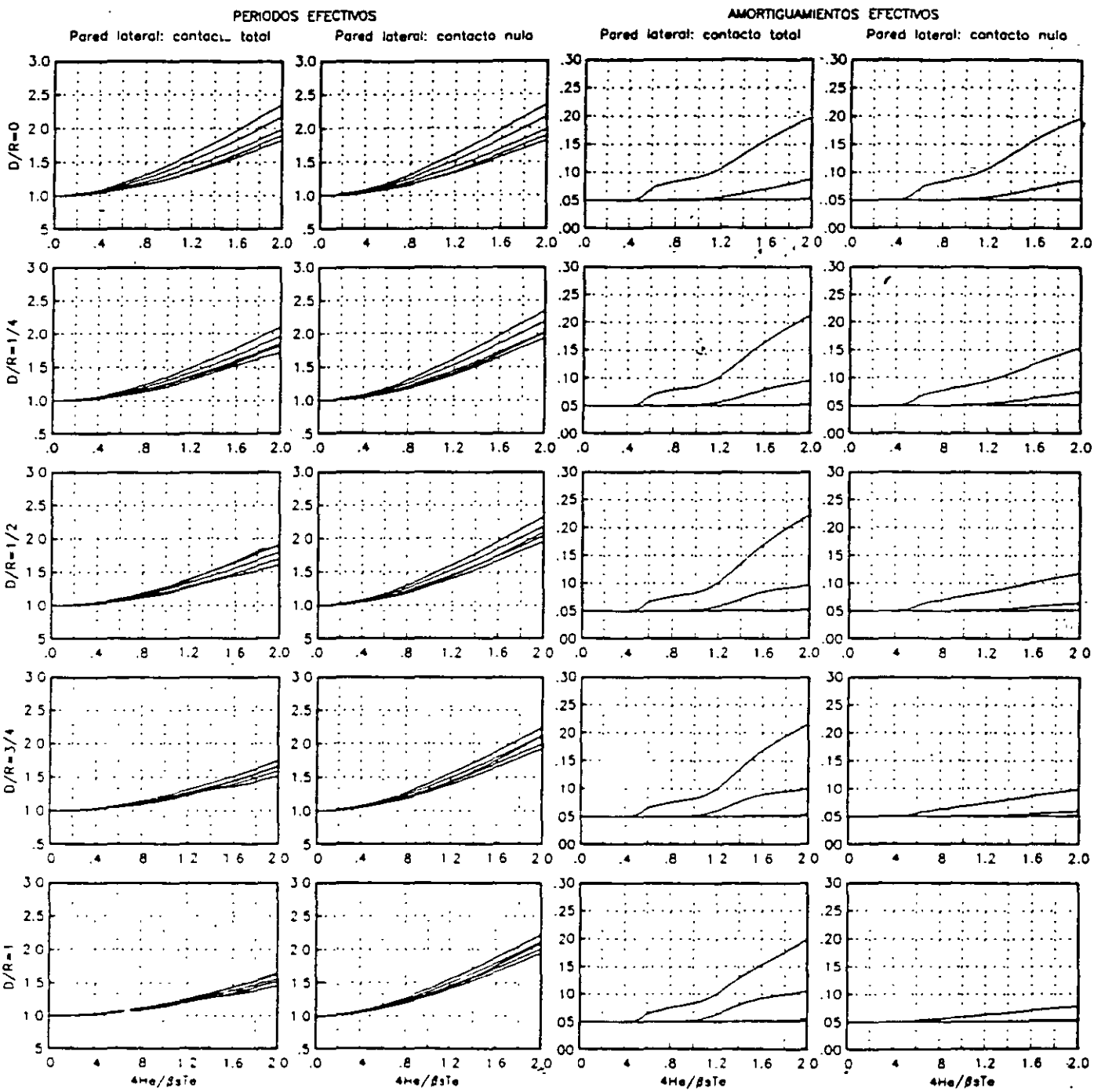


FIG. 2.1 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

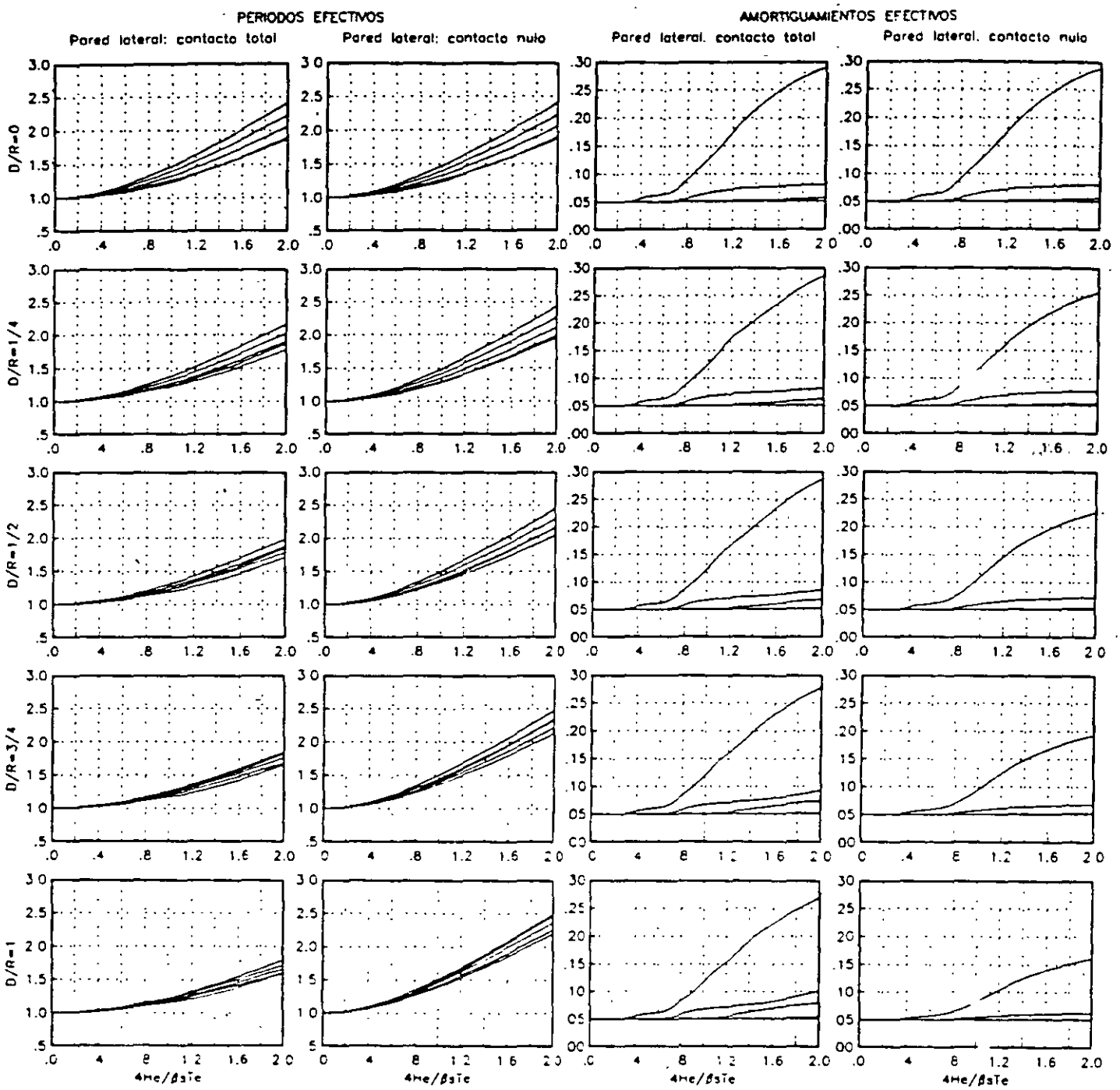


FIG.2.2 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

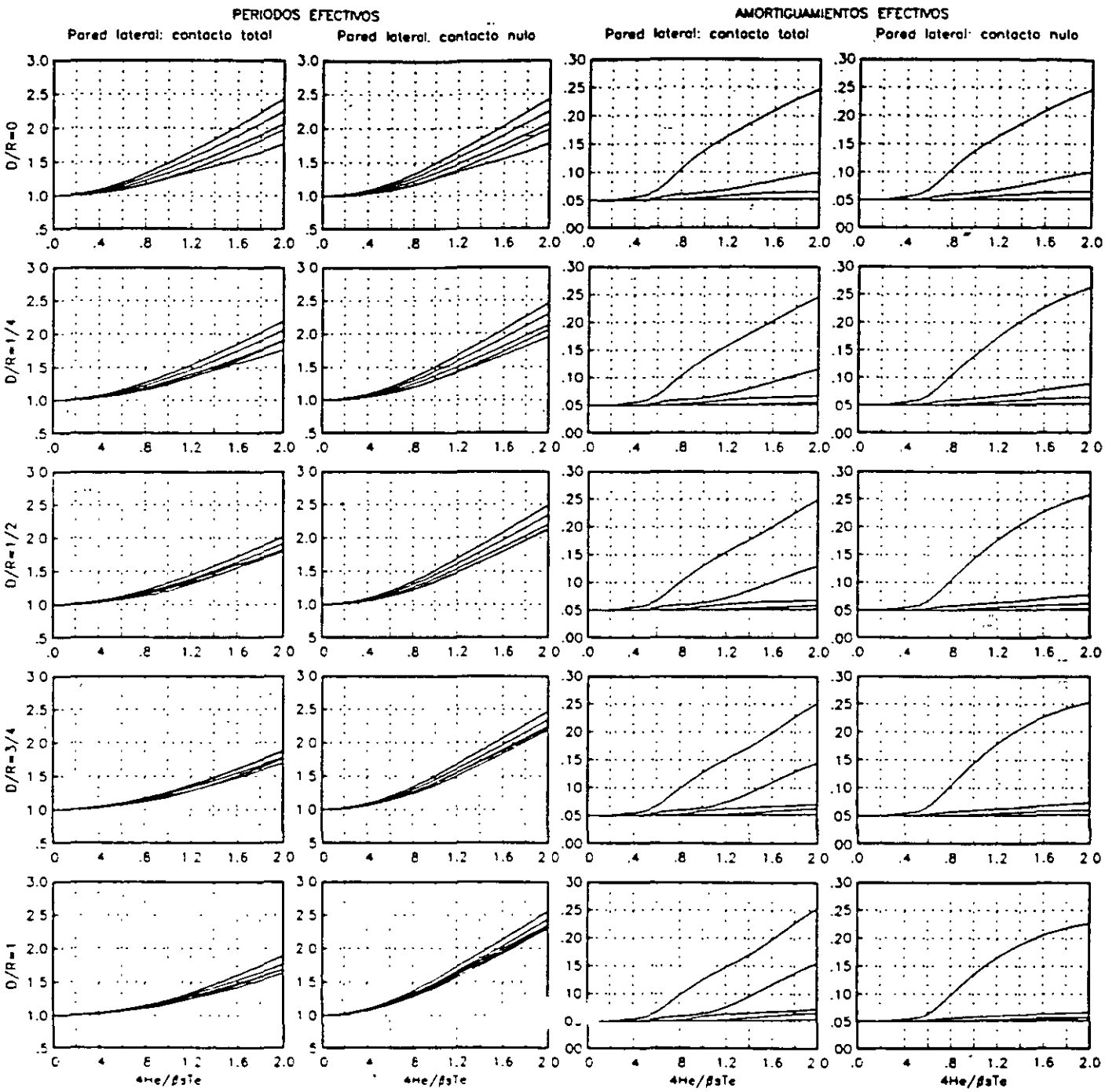


FIG. 2.3 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

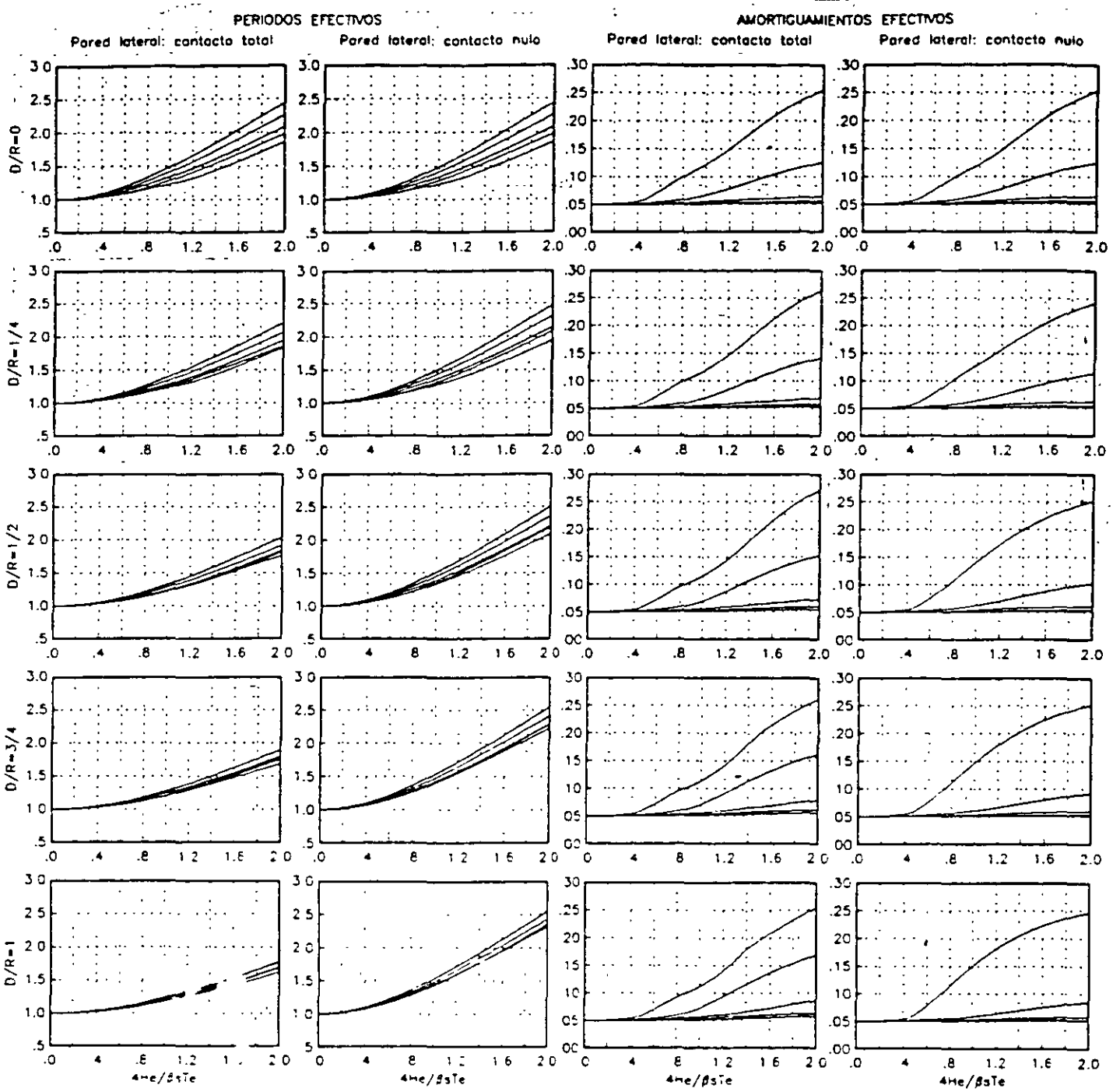


FIG.2.4 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

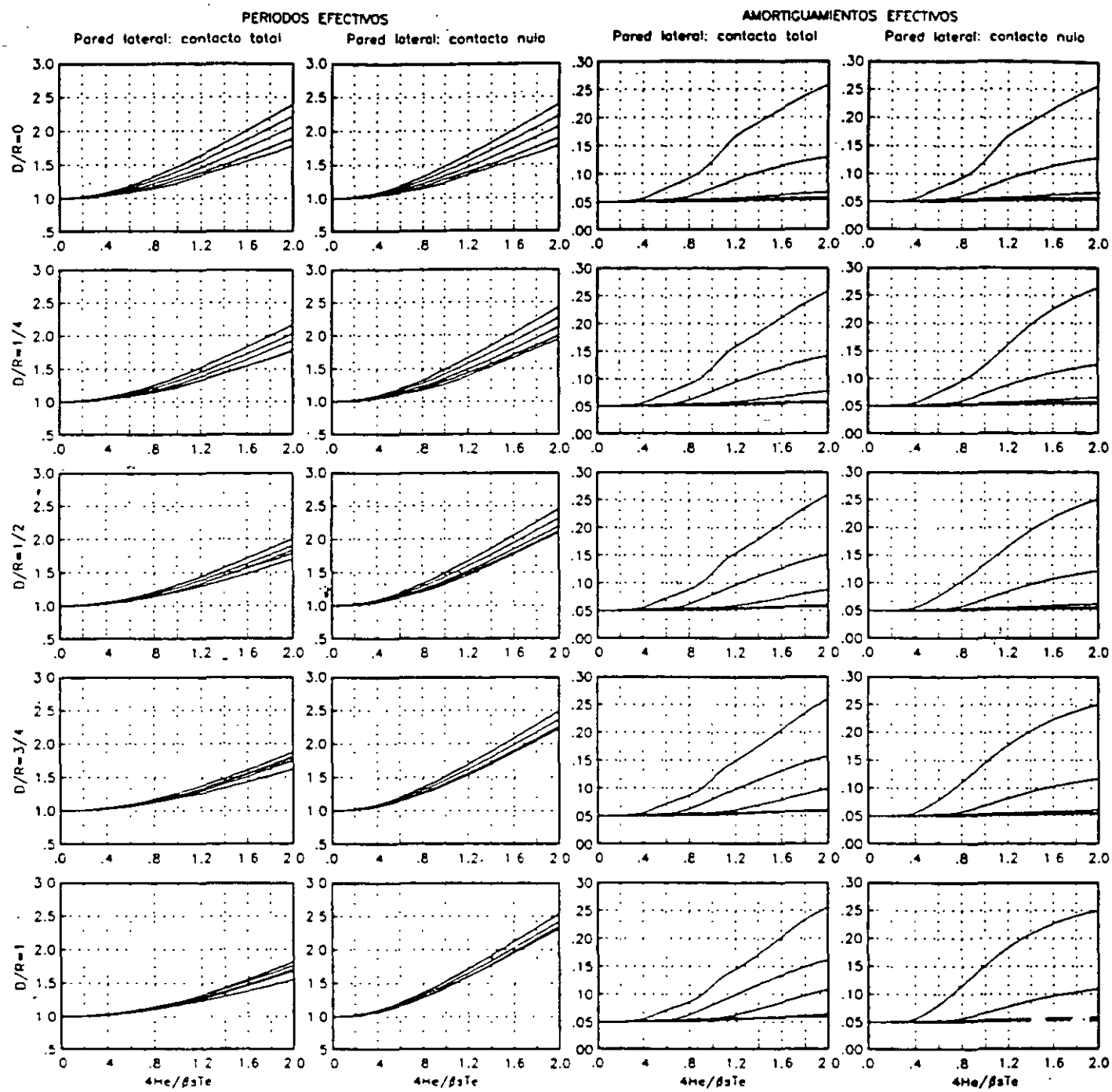


FIG.2.5 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

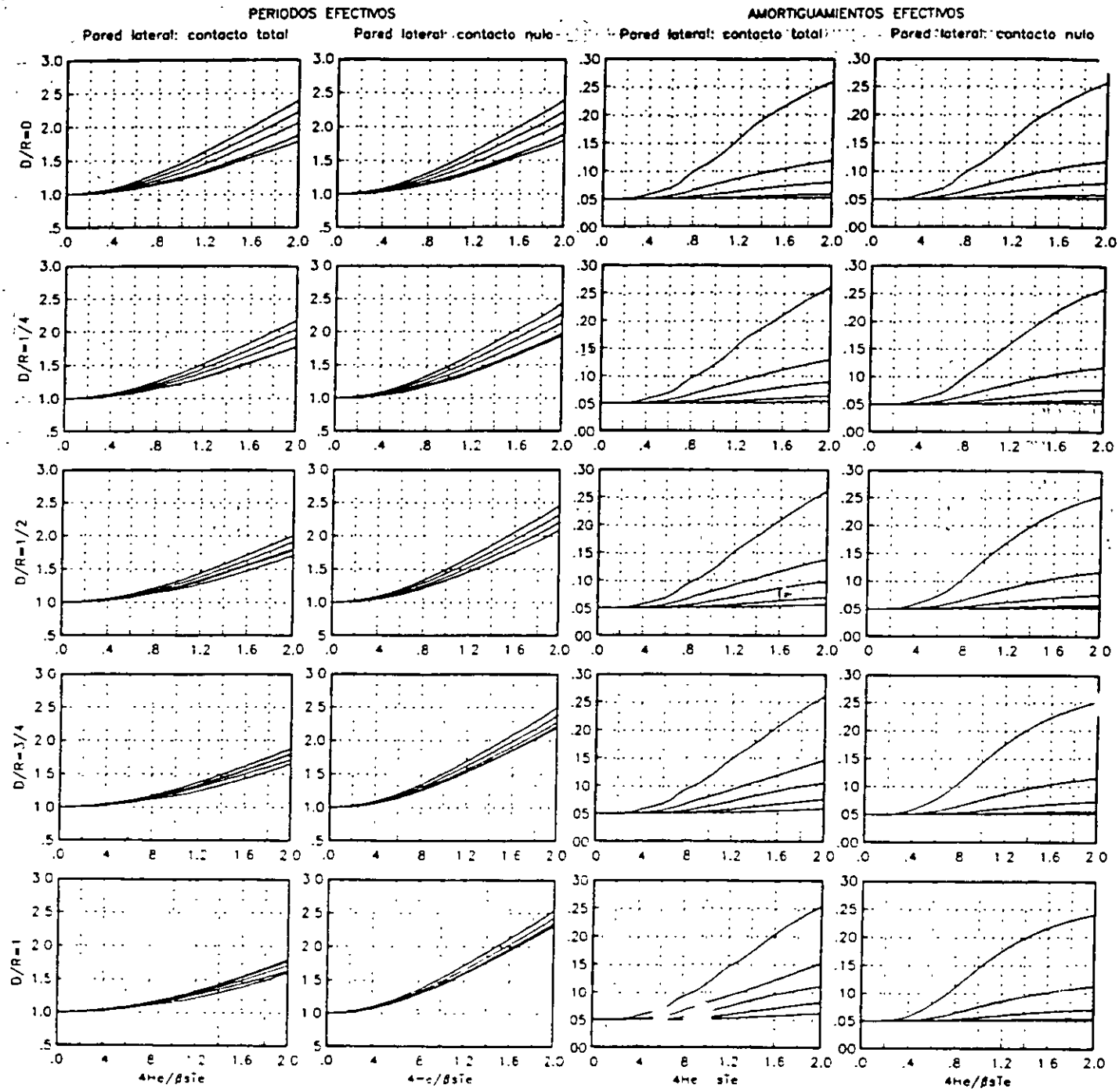


FIG.2.6 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

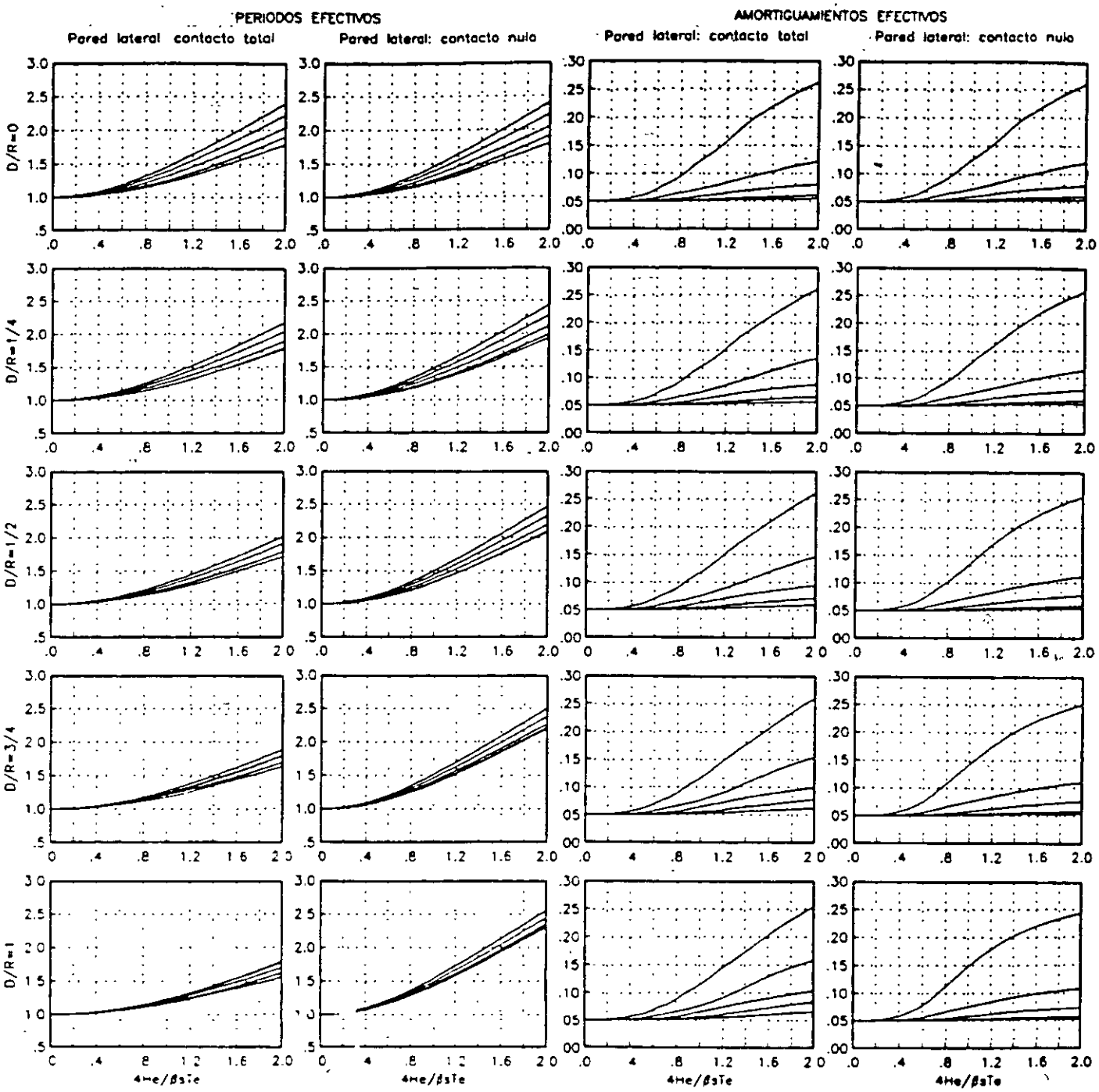


FIG.2.7 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

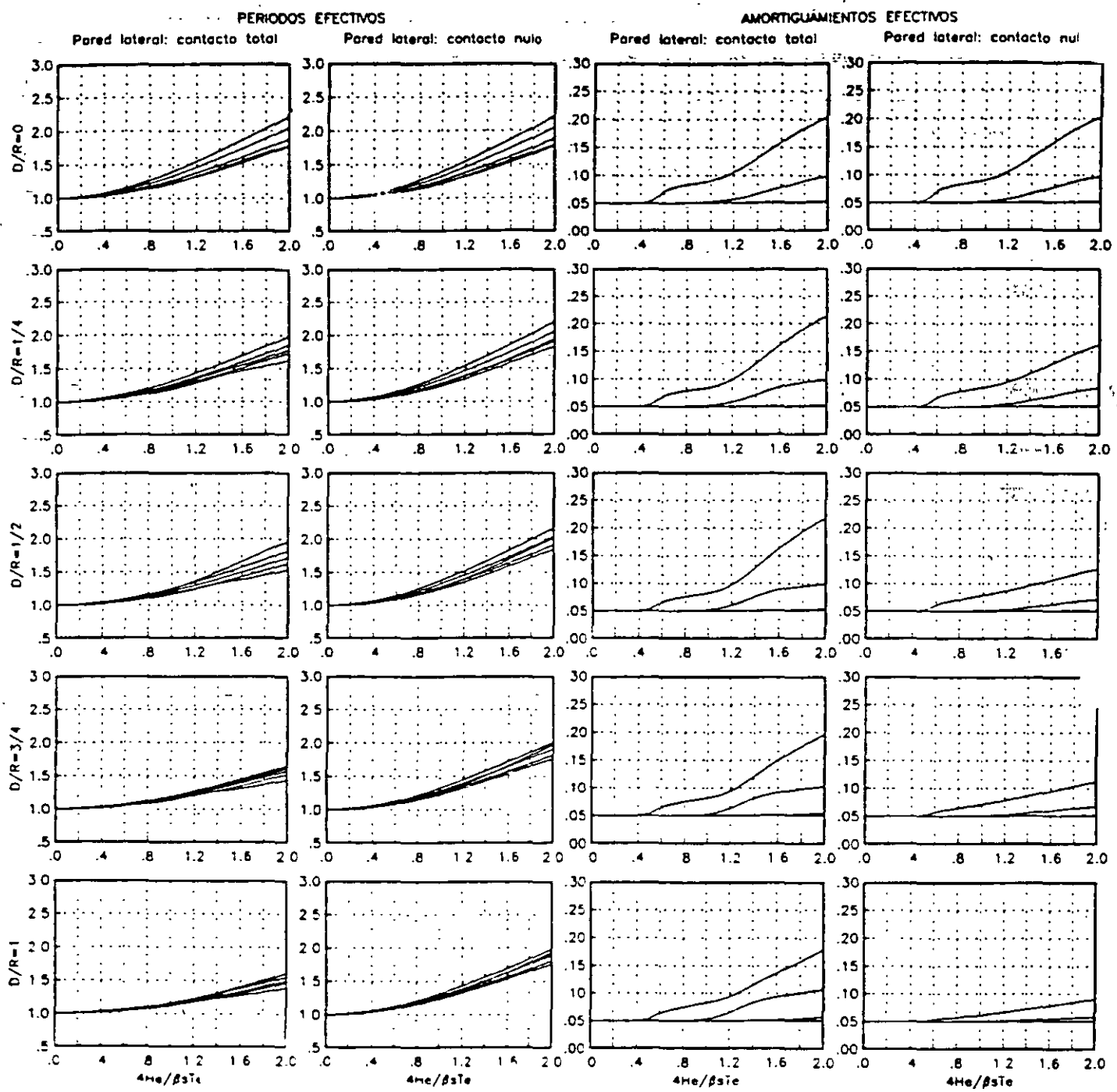


FIG.3.1 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

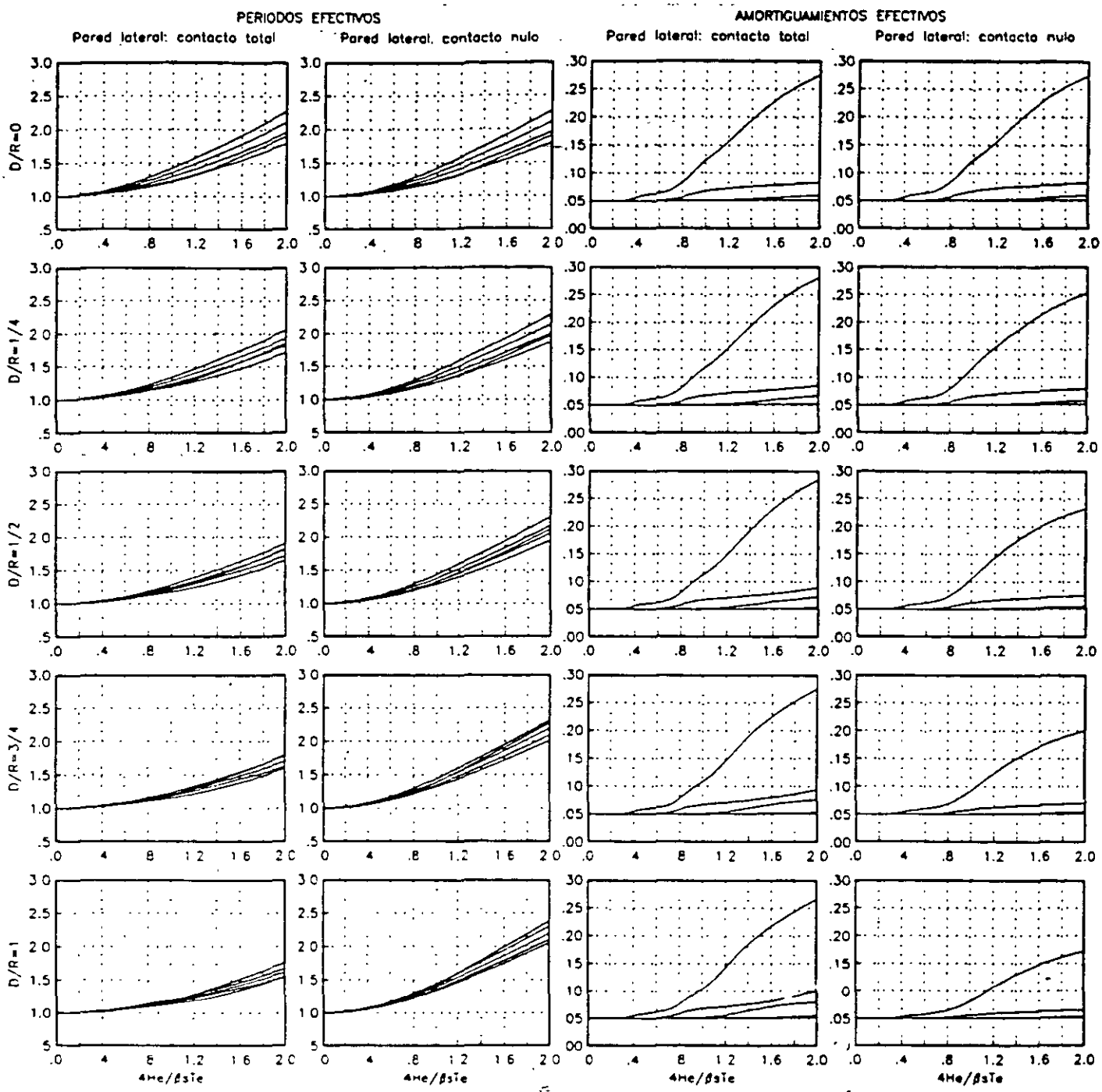


FIG.3.2 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

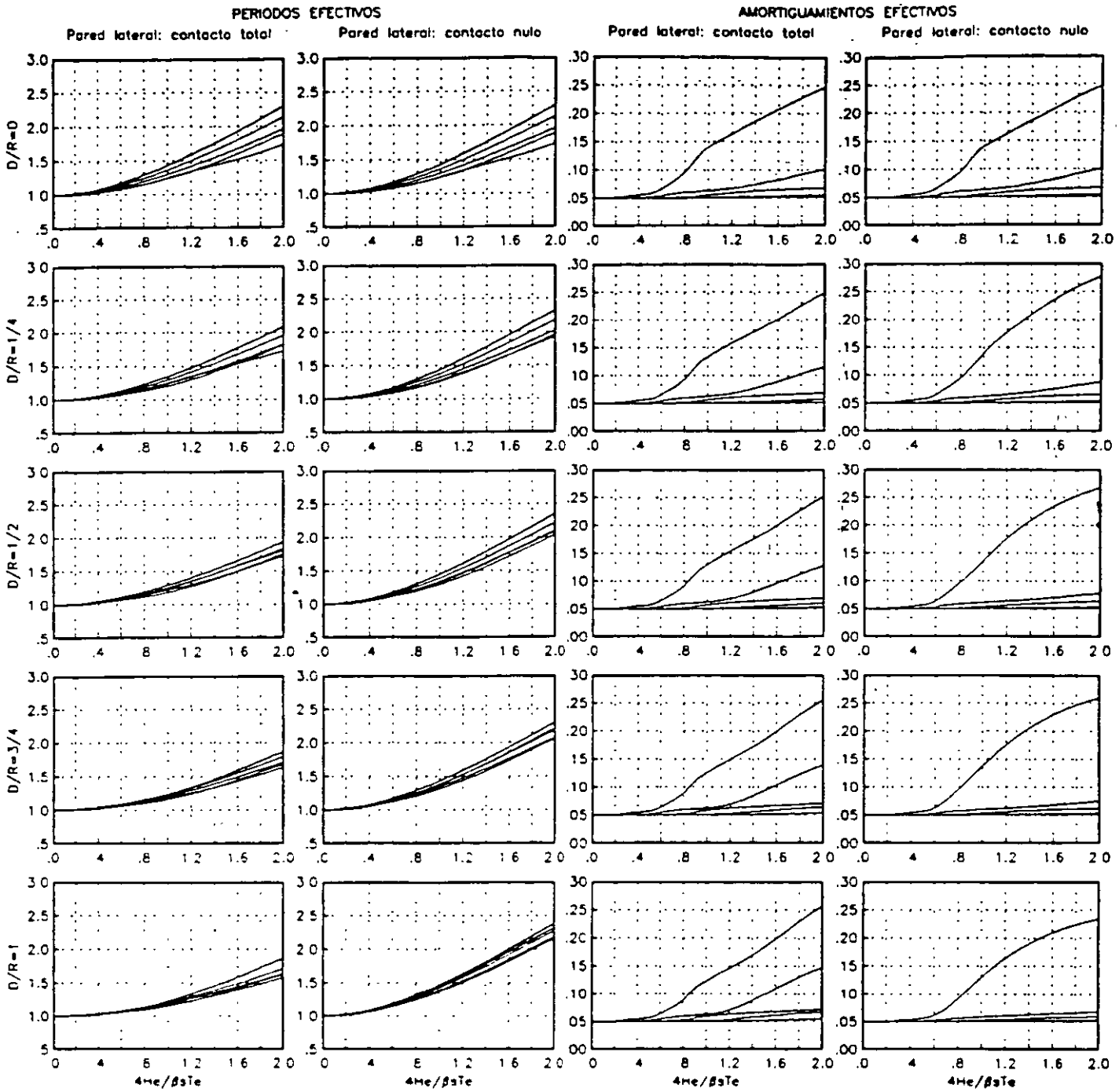


FIG.3.3 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

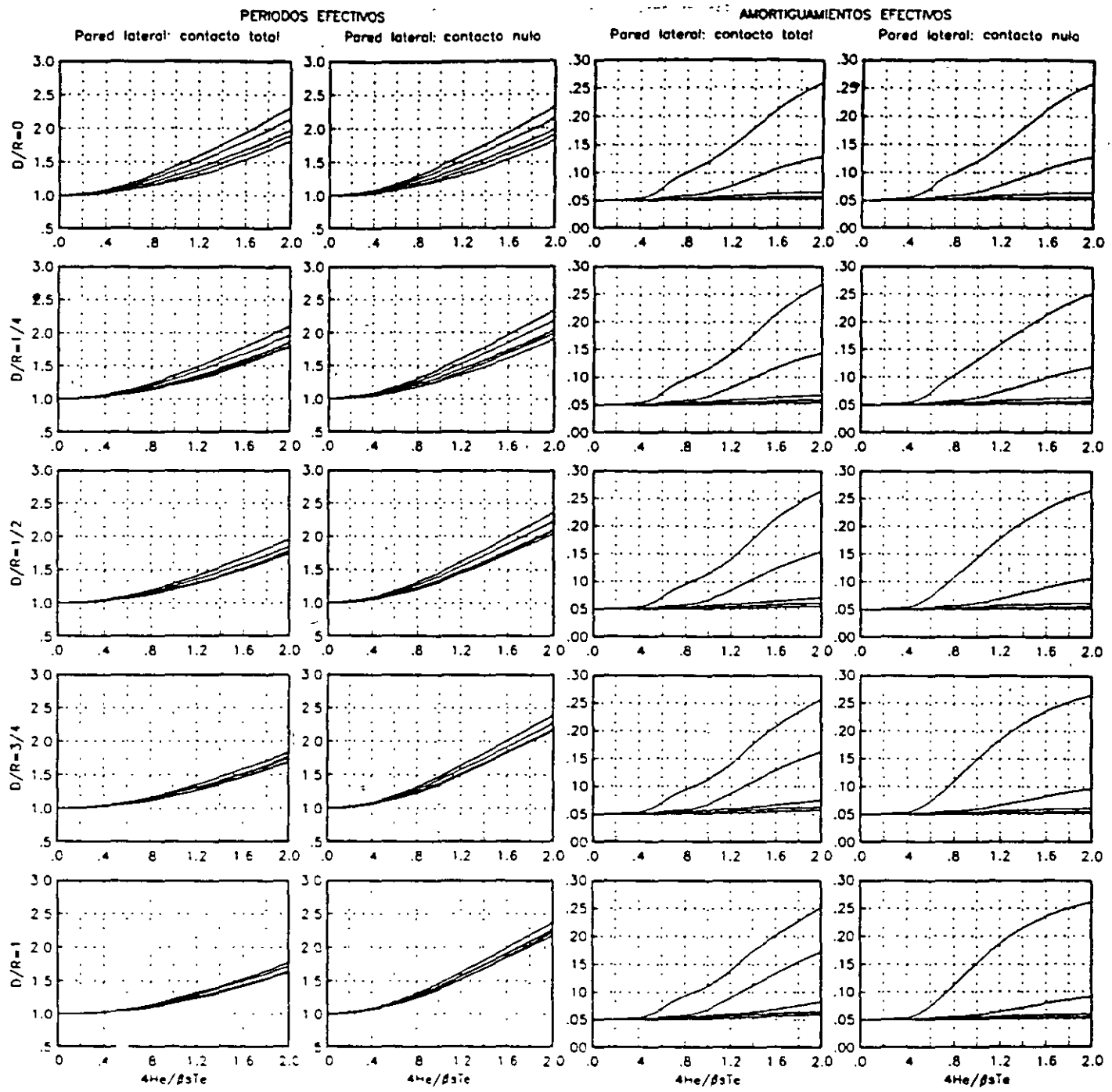


FIG. 3.4 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

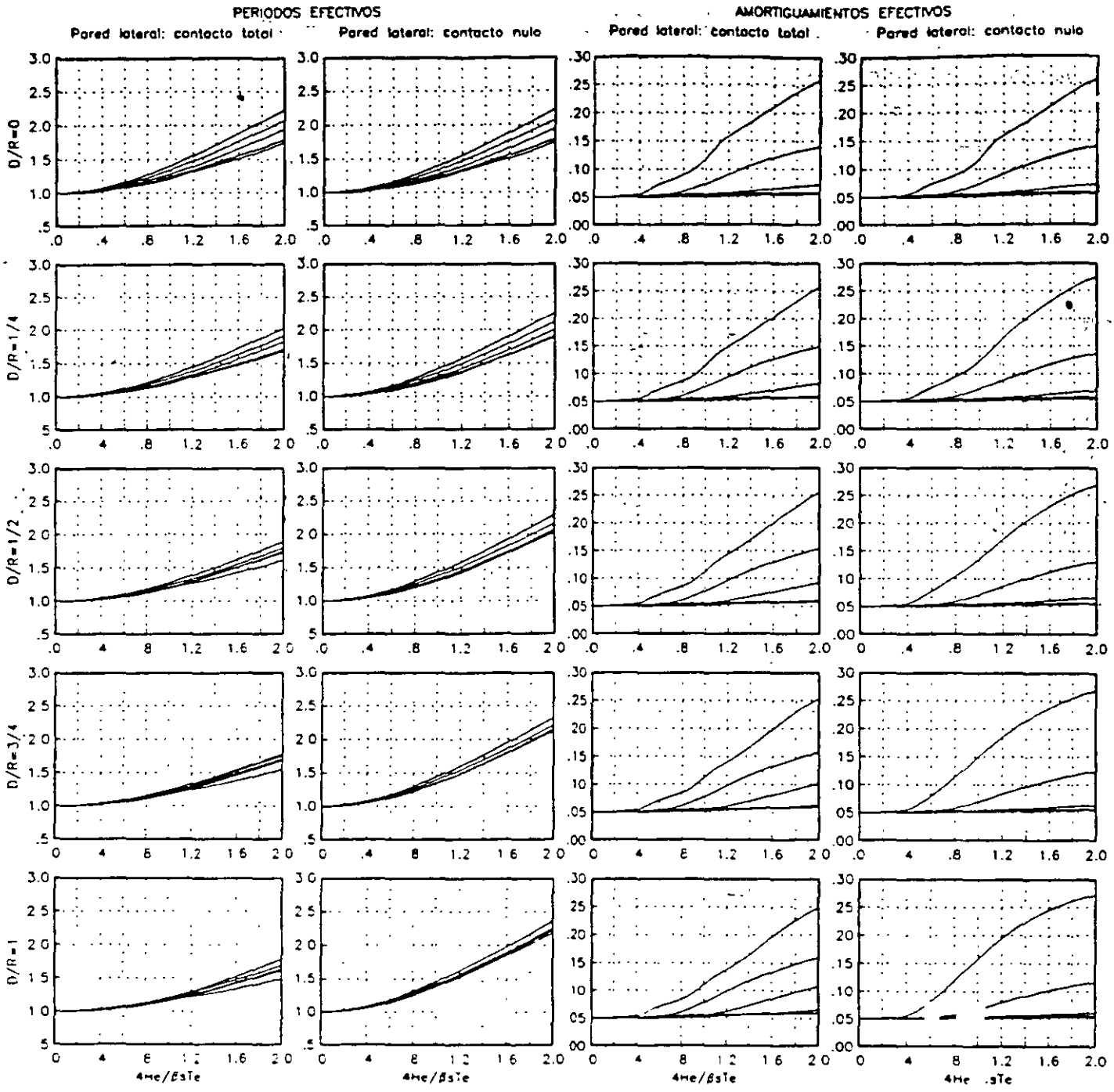


FIG.3.5 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

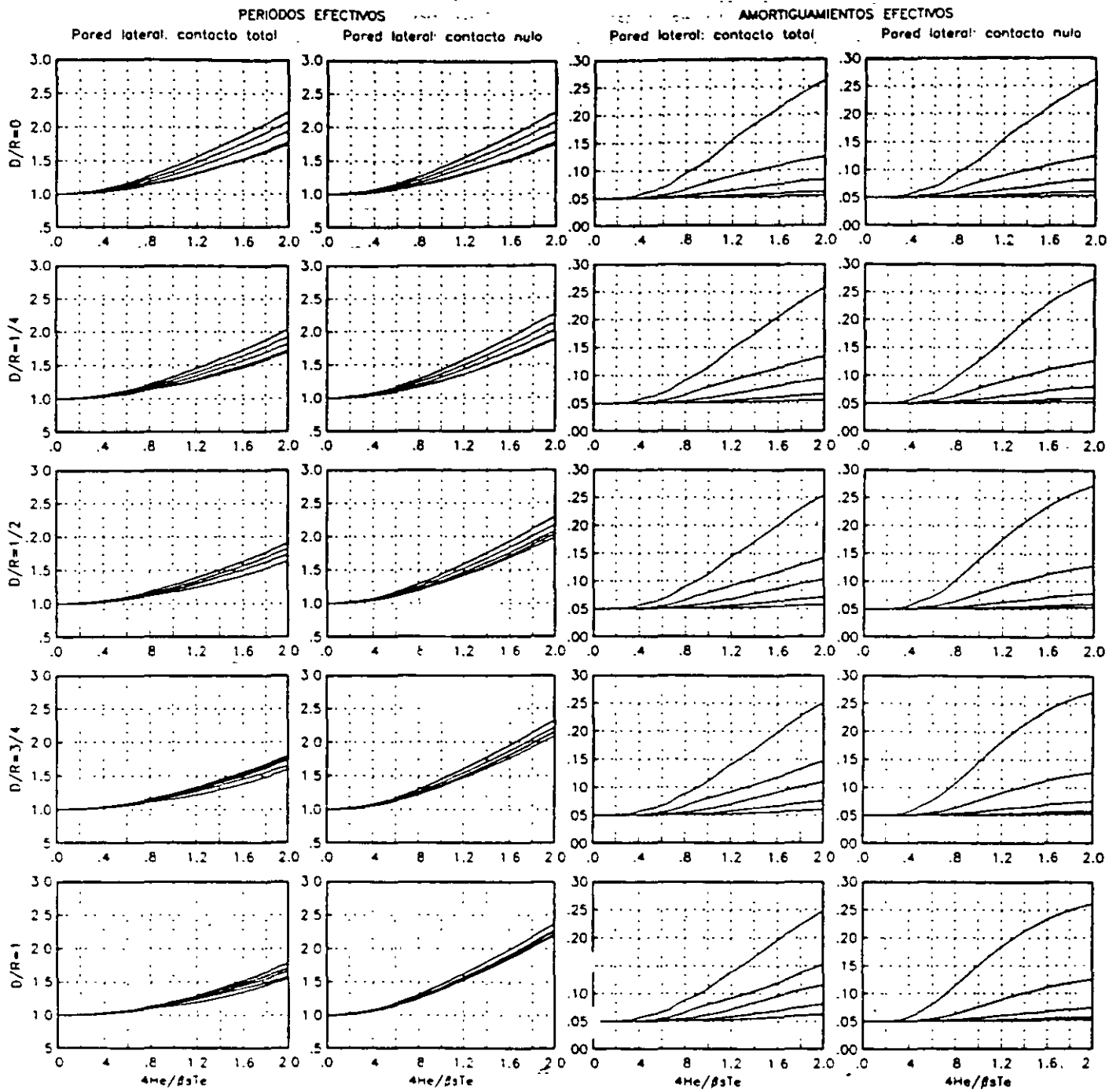


FIG.3.6 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA

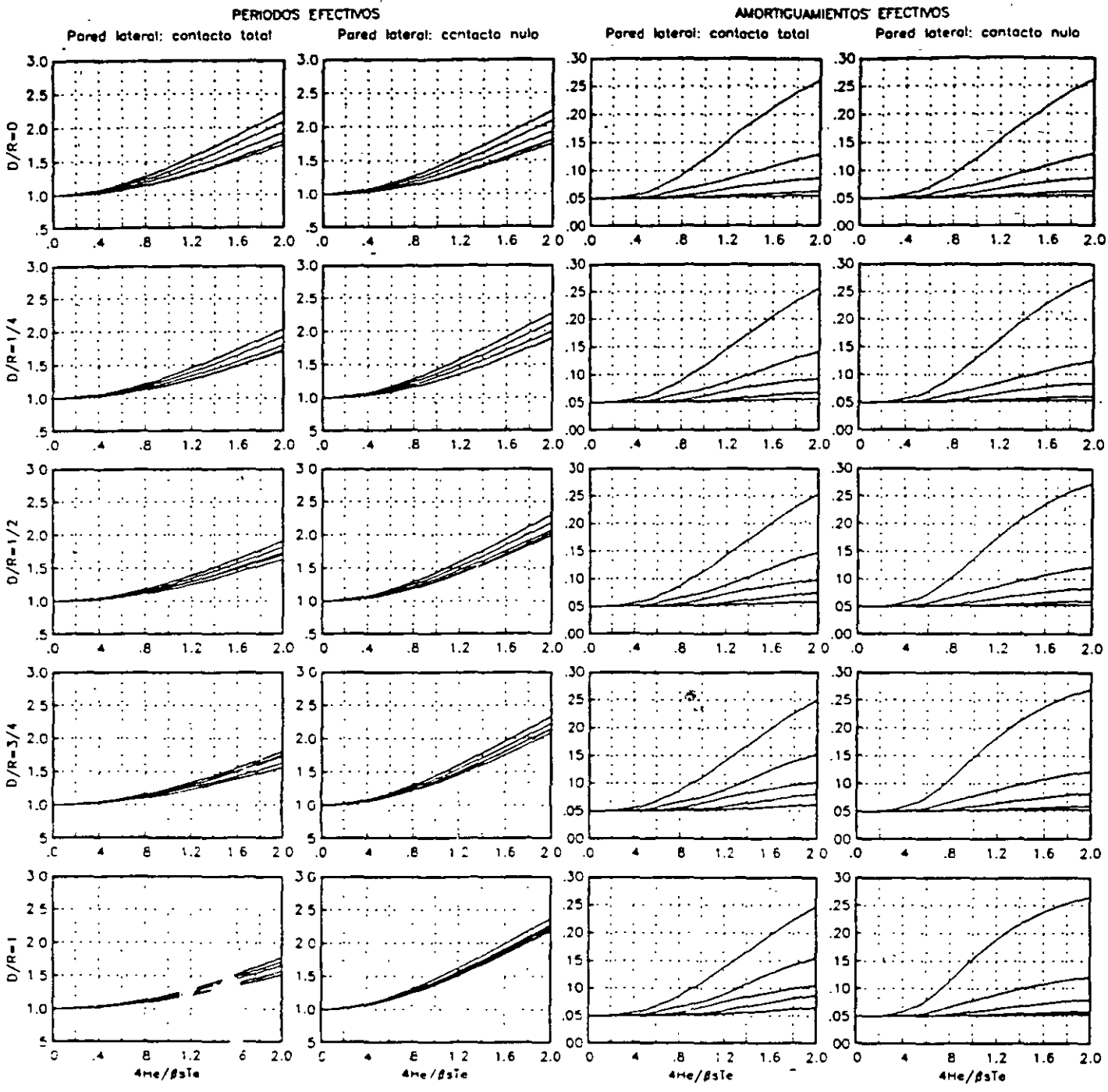
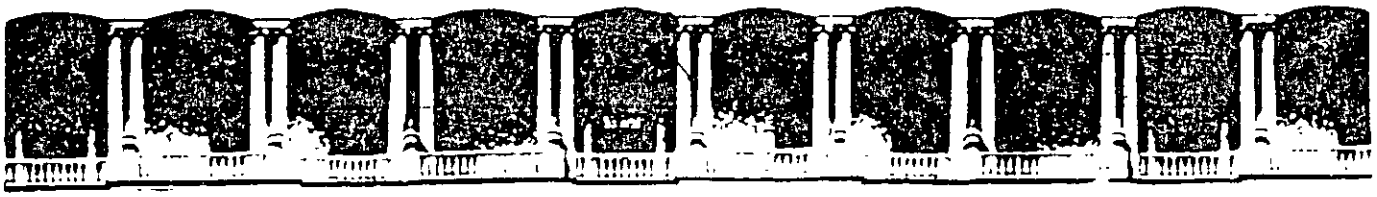


FIG.3.7 PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS EFECTIVOS DE SISTEMAS SUELO ESTRUCTURA



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

TABLAS DE FUNCION DE IMPEDANCIA PARA CIMENTACIONES SUPERFICIALES ENTERRADAS EN UN ESTRATO SIMPLE

EXPOSITOR: DR. JAVIER AVILES LOPEZ
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

3.4 TABLAS DE FUNCIONES DE IMPEDANCIA PARA CIMENTACIONES SUPERFICIALES ENTERRADAS EN UN ESTRATO SIMPLE

Para el problema de interacción dinámica suelo-estructura se requiere conocer la magnitud y variación de la rigidez de la cimentación con la frecuencia de excitación. Para ello, las funciones de impedancia rigurosas se pueden determinar mediante un eficiente método de elemento finito desarrollado para tal fin (Tassoulas J y Kausel E, "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, 1983). Con base en ese método se elaboraron un conjunto de tablas de rigideces estáticas y coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal, rotación y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato viscoelástico con base rígida.

Las rigideces dinámicas que se presentan a continuación están normalizadas de suerte que se pueden emplear para situaciones generales. Los parámetros que se consideran como variables son el coeficiente de Poisson efectivo del sitio, ν, la profundidad de desplante de la cimentación, D, la profundidad del depósito de suelo, H, el radio equivalente de la cimentación, R, y la velocidad efectiva de propagación del sitio, β. El rango de variación establecido para estos parámetros pretende cubrir una gama amplia de casos que se presentan en la práctica. Para valores intermedios vale interpolar linealmente.

En las tablas i.j.k (i = 1,...,3; j = 1,...,5; k = 1,...,3) se presentan funciones de impedancia para cimentaciones con paredes laterales en contacto total o nulo con el suelo y los siguientes valores: ν = 1/3(i=1), 0.45(i=2) y 1/2(i=3), H/R = 2(j=1), 4(j=2), 6(j=3), 8(j=4) y 10(j=5) y D/R = 0(k=1), 1/4(k=2) y 1/2(k=3). En todos los casos se consideró un amortiguamiento efectivo del sitio ζ = 0.05. Para valores de amortiguamiento alrededor del 5 por ciento, digamos $0.03 \leq \zeta \leq 0.07$, se pueden utilizar estas mismas tablas pero reemplazando el amortiguamiento considerado por el amortiguamiento de interés al construir las funciones de impedancia.

Tabla 1.1.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.289$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.563$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.275$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9898	.0066	.9968	.0020	.9951	.0033
.050	.9575	.0143	.9871	.0042	.9779	.0081
.075	.8967	.0254	.9703	.0065	.9393	.0179
.100	.7881	.0482	.9457	.0093	.8518	.0440
.125	.5630	.1997	.9113	.0132	.6181	.2283
.150	.5770	.4662	.8656	.0196	.6237	.6389
.175	.6367	.5476	.8041	.0297	.7506	.9675
.200	.7169	.5793	.7190	.0505	1.1485	1.4077
.225	.8263	.5391	.6134	.1085	2.6632	1.8280
.250	.7077	.4953	.5947	.1823	4.5365	.6371
.275	.7481	.5604	.5950	.2132	4.5523	-.2828
.300	.8515	.5648	.5877	.2341	4.3234	-.8698
.325	.8629	.5234	.5796	.2523	3.7178	-1.3097
.350	.9950	.4334	.5771	.2689	2.6501	-1.4828
.375	.7777	.3576	.5850	.2808	1.7658	-1.2321
.400	.5124	.4102	.5906	.2866	1.8968	-1.0711
.425	.3964	.4904	.5921	.2915	1.9700	-1.1787
.450	.3729	.5754	.5947	.2959	1.6643	-1.3819
.475	.4775	.6642	.6010	.2988	-.7582	-1.5906
.500	.7937	.7316	.6100	.2984	-.9577	-1.6375
.525	1.3138	.7109	.6113	.2935	-3.0424	-1.2724
.550	1.7065	.5668	.5889	.2875	-3.9856	-.5468
.575	1.6495	.3967	.5472	.2868	-3.2347	.0522
.600	1.2552	.2977	.5047	.2917	-1.7952	.3222
.625	.7651	.2869	.4672	.2994	-.3346	.3394
.650	.3833	.3341	.4351	.3100	.6680	.2030
.675	.1205	.3986	.4199	.3226	1.2710	.0573
.700	-.0607	.4759	.4238	.3343	1.7307	-.0988
.725	-.1278	.5705	.4456	.3438	2.0130	-.2961
.750	.0288	.6789	.4814	.3491	1.8617	-.5447
.775	.5648	.7669	.5203	.3495	.8132	-.7769
.800	1.4321	.7576	.5488	.3457	-1.0797	-.7936
.825	2.0794	.6203	.5558	.3399	-2.4709	-.5316
.850	2.0746	.4560	.5403	.3354	-2.5370	-.2414
.875	1.6212	.3539	.5126	.3339	-1.9411	-.0892
.900	1.0447	.3233	.4825	.3351	-1.3542	-.0472
.925	.5330	.3419	.4557	.3383	-.9633	-.0533
.950	.1336	.3872	.4349	.3427	-.7448	-.0777
.975	-.1546	.4515	.4209	.3474	-.6963	-.1088
1.000	-.2875	.5345	.4118	.3522	-.8388	-.1326

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.289$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.563$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.275$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9898	.0066	.9968	.0020	.9951	.0033
.050	.9575	.0143	.9871	.0042	.9779	.0081
.075	.8967	.0254	.9703	.0065	.9393	.0179
.100	.7881	.0482	.9457	.0093	.8518	.0440
.125	.5630	.1997	.9113	.0132	.6181	.2283
.150	.5770	.4662	.8656	.0196	.6237	.6389
.175	.6367	.5476	.8041	.0297	.7506	.9675
.200	.7169	.5793	.7190	.0505	1.1485	1.4077
.225	.8263	.5391	.6134	.1085	2.6632	1.8280
.250	.7077	.4953	.5947	.1823	4.5365	.6371
.275	.7481	.5604	.5950	.2132	4.5523	-.2828
.300	.8515	.5648	.5877	.2341	4.3234	-.8698
.325	.8629	.5234	.5796	.2523	3.7178	-1.3097
.350	.9950	.4334	.5771	.2689	2.6501	-1.4828
.375	.7777	.3576	.5850	.2808	1.7658	-1.2321
.400	.5124	.4102	.5906	.2866	1.8968	-1.0711
.425	.3964	.4904	.5921	.2915	1.9700	-1.1787
.450	.3729	.5754	.5947	.2959	1.6643	-1.3819
.475	.4775	.6642	.6010	.2988	-.7582	-1.5906
.500	.7937	.7316	.6100	.2984	-.9577	-1.6375
.525	1.3138	.7109	.6113	.2935	-3.0424	-1.2724
.550	1.7065	.5668	.5889	.2875	-3.9856	-.5468
.575	1.6495	.3967	.5472	.2868	-3.2347	.0522
.600	1.2552	.2977	.5047	.2917	-1.7952	.3222
.625	.7651	.2869	.4672	.2994	-.3346	.3394
.650	.3833	.3341	.4351	.3100	.6680	.2030
.675	.1205	.3986	.4199	.3226	1.2710	.0573
.700	-.0607	.4759	.4238	.3343	1.7307	-.0988
.725	-.1278	.5705	.4456	.3438	2.0130	-.2961
.750	.0288	.6789	.4814	.3491	1.8617	-.5447
.775	.5648	.7669	.5203	.3495	.8132	-.7769
.800	1.4321	.7576	.5488	.3457	-1.0797	-.7936
.825	2.0794	.6203	.5558	.3399	-2.4709	-.5316
.850	2.0746	.4560	.5403	.3354	-2.5370	-.2414
.875	1.6212	.3539	.5126	.3339	-1.9411	-.0892
.900	1.0447	.3233	.4825	.3351	-1.3542	-.0472
.925	.5330	.3419	.4557	.3383	-.9633	-.0533
.950	.1336	.3872	.4349	.3427	-.7448	-.0777
.975	-.1546	.4515	.4209	.3474	-.6963	-.1088
1.000	-.2875	.5345	.4118	.3522	-.8388	-.1326

Tabla 1.1.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.139$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.701$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .479$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9888	.0074	.9966	.0022	.9891	.0070
.050	.9525	.0159	.9861	.0045	.9552	.0149
.075	.8852	.0280	.9683	.0070	.8932	.0254
.100	.7668	.0519	.9420	.0099	.7869	.0463
.125	.5279	.1994	.9057	.0139	.5744	.1959
.150	.5062	.4757	.8583	.0196	.6533	.4354
.175	.5317	.5805	.7941	.0272	.8106	.3983
.200	.5745	.6495	.7026	.0423	.9755	.1639
.225	.6912	.6853	.5703	.0924	.7238	-.1784
.250	.6797	.6089	.5179	.1926	-1.1882	-.2256
.275	.6818	.6719	.5271	.2386	-1.4215	-.5363
.300	.7900	.7040	.5283	.2654	-1.3270	-.9539
.325	.9766	.6933	.5273	.2858	-.9754	1.2507
.350	1.1801	.5959	.5293	.3023	-.2831	1.3383
.375	1.0696	.4383	.5336	.3133	.1053	1.0800
.400	.7815	.4211	.5302	.3224	.3795	.9868
.425	.6097	.4542	.5263	.3324	.7875	1.1022
.450	.4723	.4946	.5261	.3432	-1.0592	1.2958
.475	.3548	.5450	.5334	.3547	-1.1631	1.5632
.500	.2660	.6126	.5543	.3662	-.9257	1.9203
.525	.2614	.7066	.5983	.3755	.0949	2.3562
.550	.4957	.8201	.6732	.3761	2.7118	2.6919
.575	1.1744	.8662	.7502	.3570	6.9663	2.3280
.600	1.8502	.7129	.7387	.3264	8.4921	1.0048
.625	1.7887	.5172	.6515	.3147	6.6802	.0803
.650	1.4286	.4375	.5776	.3194	4.2299	-.0321
.675	1.1181	.4149	.5291	.3289	2.8765	.0415
.700	.8492	.4141	.4997	.3400	1.9921	.1203
.725	.6021	.4270	.4882	.3516	1.2733	.1945
.750	.3714	.4516	.4967	.3622	.5734	.2783
.775	.1587	.4977	.5223	.3700	-.1357	.4024
.800	-.0296	.5579	.5551	.3742	-.7001	.5877
.825	-.1591	.6081	.5890	.3759	-.8949	.8287
.850	-.1180	.7030	.6236	.3756	-.4025	1.0984
.875	.3239	.8001	.6587	.3731	1.1652	1.2940
.900	1.1952	.8111	.6857	.3673	3.3273	1.2147
.925	1.8259	.7067	.6899	.3603	4.3639	.9164
.950	1.9104	.5896	.6741	.3550	4.1192	.6741
.975	1.6932	.5100	.6484	.3519	3.4363	.5574
1.000	1.3690	.4665	.6189	.3509	2.7796	.5269

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.065$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.058$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.469$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9897	.0066	.9964	.0023	.9878	.0079
.050	.9573	.0144	.9855	.0047	.9491	.0173
.075	.8963	.0255	.9667	.0073	.8748	.0313
.100	.7875	.0481	.9392	.0103	.7398	.0602
.125	.5634	.1942	.9010	.0149	.4577	.2354
.150	.5629	.4587	.8519	.0218	.4046	.5745
.175	.6044	.5483	.7866	.0305	.3801	.7568
.200	.6562	.6020	.6959	.0467	.3483	.9837
.225	.7617	.6307	.5700	.0951	.5767	1.4425
.250	.7841	.5736	.5184	.1816	1.7765	1.3071
.275	.8198	.6081	.5052	.2225	2.0773	.8708
.300	.9185	.6155	.4858	.2501	2.3637	.7553
.325	1.0554	.5946	.4621	.2726	2.6152	.5028
.350	1.1967	.5226	.4337	.2940	2.5862	.1923
.375	1.1485	.4066	.4077	.3192	1.9553	.0523
.400	.9354	.3905	.4010	.3430	1.7263	.2136
.425	.8142	.4128	.4017	.3622	1.9456	.2637
.450	.7251	.4384	.4089	.3794	2.2396	.2093
.475	.6440	.4704	.4259	.3949	2.4858	.0670
.500	.5738	.5160	.4570	.4081	2.5261	-.1610
.525	.5520	.5838	.5068	.4169	2.0616	-.4575
.550	.6912	.6737	.5759	.4170	.6038	-.7125
.575	1.1680	.7339	.6410	.4018	-1.9911	-.5925
.600	1.7916	.6499	.6393	.3763	-3.7735	.1538
.625	1.9044	.4889	.5575	.3627	-2.8762	.8420
.650	1.6961	.4074	.4618	.3690	-1.4038	1.0676
.675	1.5024	.3736	.4005	.3859	-.3105	1.1427
.700	1.3275	.3563	.3750	.4050	.6517	1.1742
.725	1.1505	.3490	.3791	.4235	1.6035	1.1745
.750	.9626	.3512	.4110	.4395	2.6070	1.1389
.775	.7607	.3639	.4638	.4509	3.6624	1.0537
.800	.5434	.3904	.5236	.4577	4.6686	.9043
.825	.3238	.4384	.5825	.4615	5.5068	.6881
.850	.1742	.5208	.6405	.4640	5.9478	.3928
.875	.3435	.6416	.7063	.4658	5.3440	.0399
.900	1.1689	.7205	.7856	.4636	3.0979	-.1169
.925	2.0796	.6523	.8454	.4561	1.2860	.1326
.950	2.4378	.5289	.8745	.4495	1.3129	.4309
.975	2.4012	.4260	.8937	.4458	2.2239	.5905
1.000	2.1698	.3545	.9133	.4440	3.3058	.6307

Tabla 1.1.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 11.573$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 9.545$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.729$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9880	.0077	.9983	.0023	.9884	.0075
.050	.9503	.0166	.9851	.0048	.9519	.0161
.075	.8803	.0289	.9658	.0076	.8837	.0284
.100	.7589	.0526	.9388	.0111	.7630	.0533
.125	.5193	.1936	.8944	.0197	.5146	.2160
.150	.4814	.4608	.8489	.0338	.5290	.5184
.175	.4852	.5633	.7894	.0433	.6183	.6045
.200	.4914	.6330	.7054	.0570	.7501	.6097
.225	.5404	.6998	.5801	.0951	.8283	.4558
.250	.5927	.6593	.4942	.1968	.8289	.2864
.275	.5818	.6974	.5130	.2549	.7798	.2140
.300	.5987	.7386	.5261	.2822	.7198	.2246
.325	.7003	.7739	.5348	.2994	.6403	.6842
.350	.9121	.7767	.5413	.3098	.6524	.6728
.375	1.1348	.6667	.5370	.3147	.7325	.5284
.400	1.0278	.5607	.5197	.3234	.8897	.4685
.425	.8842	.5291	.5075	.3341	.1088	.5112
.450	.7525	.5198	.4978	.3445	-.1041	.5757
.475	.6197	.5224	.4896	.3550	-.2803	.6512
.500	.4793	.5352	.4831	.3664	-.4316	.7393
.525	.3283	.5599	.4812	.3794	-.5532	.8479
.550	.1709	.6016	.4911	.3952	-.6033	.9917
.575	.0360	.6695	.5300	.4135	-.4344	1.1870
.600	.0325	.7701	.6292	.4274	.2382	1.4047
.625	.3444	.8591	.7717	.4150	1.9502	1.4242
.650	.7937	.8695	.8198	.3842	3.1455	1.1596
.675	1.2003	.8306	.7948	.3634	3.5752	.8571
.700	1.4956	.7516	.7450	.3533	3.4430	.5959
.725	1.5769	.6588	.6943	.3521	2.8935	.4213
.750	1.4848	.5847	.6589	.3560	2.2056	.3428
.775	1.2595	.5395	.6428	.3614	1.5639	.3315
.800	1.0289	.5163	.6419	.3659	1.0361	.3608
.825	.7922	.5078	.6486	.3687	.6451	.4108
.850	.5535	.5108	.6567	.3700	.3840	.4678
.875	.3160	.5241	.6615	.3704	.2335	.5238
.900	.0866	.5476	.6614	.3711	.1730	.5741
.925	-.1230	.5812	.6620	.3729	.1751	.6162
.950	-.3030	.6253	.6702	.3752	.2167	.6519
.975	-.4297	.6830	.6864	.3768	.2957	.6839
1.000	-.4340	.7572	.7080	.3773	.4344	.7134

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 2 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.839$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.638$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.614$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9909	.0058	.9965	.0023	.9867	.0086
.050	.9623	.0127	.9857	.0046	.9441	.0190
.075	.9082	.0226	.9672	.0072	.8626	.0344
.100	.8114	.0431	.9399	.0104	.7140	.0665
.125	.6099	.1797	.9012	.0160	.4019	.2711
.150	.6259	.4159	.8539	.0245	.3886	.6332
.175	.6717	.4801	.7909	.0325	.3905	.7591
.200	.7080	.5104	.7022	.0459	.3066	.8707
.225	.7508	.5434	.5704	.0848	.0886	1.1877
.250	.8411	.5282	.4807	.1806	.7601	1.6289
.275	.8706	.5161	.4603	.2437	1.4412	1.5893
.300	.9026	.5090	.4482	.2893	2.1090	1.5086
.325	.9328	.5065	.4421	.3270	2.8584	1.3510
.350	.9773	.5151	.4396	.3628	3.6309	1.0451
.375	1.1209	.5200	.4637	.4079	3.7819	.5438
.400	1.2406	.4532	.5596	.4311	3.3181	.4994
.425	1.2421	.3979	.6364	.4345	3.5638	.5262
.450	1.2036	.3576	.7037	.4344	3.9987	.4617
.475	1.1319	.3276	.7693	.4318	4.4665	.3352
.500	1.0269	.3081	.8348	.4268	4.9183	.1609
.525	.8887	.3008	.8997	.4191	5.3260	-.0613
.550	.7189	.3090	.9607	.4086	5.6426	-.3485
.575	.5237	.3380	1.0090	.3964	5.6896	-.7403
.600	.3261	.3990	1.0388	.3880	4.8231	-1.2470
.625	.2514	.5092	1.0985	.3901	2.1489	-1.5493
.650	.5592	.6204	1.2220	.3746	-.7503	-1.2727
.675	1.1331	.6513	1.2936	.3479	-2.3538	-.7437
.700	1.6916	.5952	1.3219	.3207	-2.6031	-.2136
.725	2.0213	.4867	1.3187	.2961	-1.8236	.1471
.750	2.0548	.3746	1.2877	.2741	-.7827	.2915
.775	1.8747	.2918	1.2260	.2562	.0267	.3069
.800	1.8000	.2420	1.1391	.2446	.4799	.2853
.825	1.2908	.2171	1.0403	.2404	.7094	.2676
.850	.9660	.2110	.9430	.2425	.8248	.2666
.875	.6318	.2216	.8547	.2498	.9077	.2864
.900	.3057	.2499	.7823	.2618	1.0731	.3295
.925	.0218	.2941	.7434	.2776	1.4765	.3742
.950	-.2068	.3510	.7497	.2928	2.0829	.3849
.975	-.3644	.4230	.7917	.3040	2.7608	.3511
1.000	-.3782	.5147	.8534	.3098	3.4036	.2687

Tabla 1.2.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 4 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.597$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.376$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.366$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9754	.0167	.9951	.0031	.9903	.0073
.050	.8737	.0604	.9796	.0070	.9294	.0458
.075	.7952	.1128	.9509	.0171	.9202	.7240
.100	.8979	.5972	.9019	.0361	1.3275	.9293
.125	.8408	.5853	.8582	.1135	2.0665	-.1234
.150	.9281	.5702	.8435	.1424	1.7281	-.5835
.175	.9234	.4804	.8235	.1621	1.3911	-.6848
.200	.7693	.5341	.8043	.1774	1.1896	-.4681
.225	.8228	.6258	.7818	.1885	1.2039	-.4193
.250	.9542	.6391	.7556	.1994	1.1719	-.3927
.275	1.0880	.5582	.7272	.2118	1.1618	-.3569
.300	.9831	.4230	.7017	.2259	1.1686	-.3118
.325	.6730	.4787	.6816	.2386	1.4057	-.2933
.350	.8473	.5898	.6642	.2490	1.5564	-.4100
.375	.7714	.6594	.6468	.2575	1.5065	-.5474
.400	1.0120	.6830	.6280	.2653	1.2014	-.6449
.425	1.1903	.5649	.6090	.2730	.7469	-.6181
.450	.9737	.4653	.5902	.2804	.5585	-.4770
.475	.6889	.5116	.5712	.2879	.7411	-.4287
.500	.6492	.5924	.5539	.2957	.8012	-.4794
.525	.8191	.6469	.5394	.3034	.6115	-.5377
.550	1.1008	.6249	.5275	.3106	.2372	-.5337
.575	1.1331	.5325	.5174	.3173	-.0074	-.4539
.600	.8424	.5079	.5105	.3239	-.0298	-.4082
.625	.6734	.5579	.5096	.3297	-.0398	-.4281
.650	.7338	.6146	.5109	.3329	-.3754	-.4282
.675	.9848	.6298	.5047	.3346	-.7360	-.3474
.700	1.1746	.5758	.4890	.3370	-.7175	-.2318
.725	1.0127	.5167	.4704	.3416	-.3925	-.1902
.750	.7239	.5275	.4560	.3479	-.1643	-.2252
.775	.6088	.5806	.4507	.3552	-.2143	-.2927
.800	.7583	.6328	.4578	.3622	-.6630	-.3436
.825	1.1180	.6323	.4767	.3675	-1.3964	-.2955
.850	1.2918	.5620	.4994	.3701	-1.7289	-.1349
.875	1.0312	.5077	.5183	.3708	-1.3410	-.0073
.900	.6812	.5206	.5314	.3707	-.7853	.0204
.925	.5158	.5727	.5388	.3705	-.3627	.0174
.950	.6382	.6309	.5415	.3705	-.2940	-.0780
.975	1.0507	.6508	.5421	.3710	-.5568	-.1095
1.000	1.4243	.5984	.5412	.3719	-.8371	-.0810

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 4 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.597$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.376$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.366$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9754	.0167	.9951	.0031	.9903	.0073
.050	.8737	.0604	.9796	.0070	.9294	.0458
.075	.7952	.1128	.9509	.0171	.9202	.7240
.100	.8979	.5972	.9019	.0361	1.3275	.9293
.125	.8408	.5853	.8582	.1135	2.0665	-.1234
.150	.9281	.5702	.8435	.1424	1.7281	-.5835
.175	.9234	.4804	.8235	.1621	1.3911	-.6848
.200	.7693	.5341	.8043	.1774	1.1896	-.4681
.225	.8228	.6258	.7818	.1885	1.2039	-.4193
.250	.9542	.6391	.7556	.1994	1.1719	-.3927
.275	1.0880	.5582	.7272	.2118	1.1618	-.3569
.300	.9831	.4230	.7017	.2259	1.1686	-.3118
.325	.6730	.4787	.6816	.2386	1.4057	-.2933
.350	.8473	.5896	.6642	.2490	1.5564	-.4100
.375	.7714	.6594	.6468	.2575	1.5065	-.5474
.400	1.0120	.6630	.6280	.2653	1.2014	-.6449
.425	1.1903	.5649	.6090	.2730	.7469	-.6181
.450	.9737	.4653	.5902	.2804	.5585	-.4770
.475	.6889	.5116	.5712	.2879	.7411	-.4287
.500	.6492	.5924	.5539	.2957	.8012	-.4794
.525	.8191	.6469	.5394	.3034	.6115	-.5377
.550	1.1008	.6249	.5275	.3106	.2372	-.5337
.575	1.1331	.5325	.5174	.3173	-.0074	-.4539
.600	.8424	.5079	.5105	.3239	-.0298	-.4082
.625	.6734	.5579	.5096	.3297	-.0398	-.4281
.650	.7338	.6146	.5109	.3329	-.3754	-.4282
.675	.9848	.6298	.5047	.3346	-.7360	-.3474
.700	1.1746	.5758	.4890	.3370	-.7175	-.2318
.725	1.0127	.5167	.4704	.3416	-.3925	-.1902
.750	.7239	.5275	.4560	.3479	-.1643	-.2252
.775	.6088	.5806	.4507	.3552	-.2143	-.2927
.800	.7583	.6328	.4578	.3622	-.6630	-.3436
.825	1.1180	.6323	.4767	.3675	-1.3964	-.2955
.850	1.2918	.5620	.4994	.3701	-1.7289	-.1349
.875	1.0312	.5077	.5183	.3708	-1.3410	-.0073
.900	.6812	.5206	.5314	.3707	-.7653	.0204
.925	.5158	.5727	.5388	.3705	-.3627	.0174
.950	.6382	.6309	.5415	.3705	-.2940	-.0780
.975	1.0507	.6508	.5421	.3710	-.5568	-.1095
1.000	1.4243	.5984	.5412	.3719	-.8371	-.0810

Tabla 1.2.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ $H/R = 4$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.816$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.248$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .227$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.0250	.9700	.0203	.9942	.0038	.9485	.0336
.0500	.8469	.0722	.9757	.0082	.7722	.0878
.0750	.7308	.1306	.9408	.0151	.6002	.1595
.1000	.8563	.7806	.8753	.0343	.2311	-.2524
.1250	.8271	.7023	.8084	.1555	-2.0040	1.7360
.1500	.9315	.7268	.8062	.2018	-.8432	3.1785
.1750	.9684	.6027	.7978	.2261	.1686	3.1570
.2000	.7845	.6076	.7866	.2393	.2098	2.7193
.2250	.7573	.7265	.7716	.2507	.4190	2.9710
.2500	.8674	.7971	.7557	.2599	1.2218	3.0629
.2750	1.1075	.7749	.7369	.2673	2.4098	2.6469
.3000	1.1966	.5763	.7123	.2748	2.4816	1.6012
.3250	.8316	.5349	.6840	.2876	.5920	1.5015
.3500	.6818	.6239	.6682	.3013	-.0670	2.0023
.3750	.8617	.7105	.6582	.3122	-.0267	2.4812
.4000	.7913	.7884	.6519	.3207	.8806	2.8956
.4250	1.1362	.7909	.6483	.3261	2.8341	2.8678
.4500	1.2792	.6373	.6365	.3283	3.6515	2.1194
.4750	.9808	.5817	.6157	.3335	2.5267	1.8638
.5000	.7702	.6152	.5993	.3410	1.8059	2.0074
.5250	.6838	.6763	.5887	.3487	1.9842	2.2369
.5500	.7904	.7423	.5835	.3555	2.9044	2.3924
.5750	1.1186	.7380	.5803	.3609	4.2302	2.1949
.6000	1.1765	.6495	.5745	.3665	4.0638	1.8417
.6250	.9732	.6169	.5767	.3729	3.3437	1.8192
.6500	.7832	.6333	.5893	.3772	3.2077	1.9604
.6750	.6966	.6785	.6015	.3783	3.8777	2.0852
.7000	.8214	.7268	.6049	.3775	5.1393	2.0217
.7250	1.1121	.7153	.5949	.3770	5.8213	1.6964
.7500	1.1608	.6560	.5773	.3790	5.0355	1.4380
.7750	.9888	.6248	.5620	.3836	3.8868	1.4289
.8000	.7740	.6306	.5549	.3897	3.1405	1.5947
.8250	.6305	.6679	.5613	.3966	3.3062	1.8546
.8500	.7066	.7192	.5858	.4023	4.9143	2.0378
.8750	1.0287	.7297	.6206	.4042	7.1546	1.8515
.9000	1.2172	.6833	.6477	.4031	7.6324	1.4270
.9250	1.1314	.6380	.6650	.4014	6.4516	1.1591
.9500	.9029	.6198	.6754	.3997	4.9254	1.1237
.9750	.6478	.6321	.6810	.3983	3.8552	1.2483
1.000	.4829	.6728	.6838	.3974	3.6647	1.4414

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ $H/R = 4$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.012$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.736$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.544$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.0250	.9728	.0184	.9941	.0038	.9776	.0155
.0500	.8600	.0669	.9751	.0086	.8751	.0650
.0750	.7618	.1881	.9404	.0223	.7908	.7835
.1000	.8857	.7202	.8824	.0434	1.0483	1.0057
.1250	.8774	.6476	.8259	.1337	1.6273	.3692
.1500	.9742	.6434	.8048	.1729	1.4202	.0011
.1750	.9951	.5933	.7791	.2001	1.1715	-.1369
.2000	.9308	.5537	.7557	.2231	.9000	.0300
.2250	.8507	.6481	.7330	.2394	.8821	.1169
.2500	.9536	.6930	.7077	.2525	.8277	.1543
.2750	1.1376	.6684	.6780	.2646	.7493	.2121
.3000	1.2005	.5202	.6447	.2784	.7157	.2932
.3250	.8523	.4917	.6128	.2948	.8088	.3770
.3500	.8360	.5594	.5893	.3114	.9915	.3906
.3750	.8642	.6175	.5713	.3252	1.1625	.3473
.4000	.9654	.6672	.5548	.3365	1.2317	.2588
.4250	1.2072	.6729	.5370	.3465	1.0685	.1642
.4500	1.3575	.5701	.5184	.3564	.6244	-.1880
.4750	1.1800	.5196	.4999	.3661	.5333	.3398
.5000	1.0469	.5344	.4815	.3765	.7433	.4130
.5250	.9870	.5697	.4670	.3872	.9771	.4164
.5500	1.0409	.6149	.4560	.3976	1.1215	.3723
.5750	1.2745	.6227	.4472	.4082	.9999	.3155
.6000	1.4085	.5689	.4449	.4191	.7154	.3660
.6250	1.3262	.5308	.4508	.4296	.8110	.4532
.6500	1.2069	.5257	.4681	.4384	1.0851	.4784
.6750	1.1156	.5462	.4895	.4438	1.2833	.4553
.7000	1.1474	.5845	.5045	.4468	1.2899	.4213
.7250	1.3823	.5972	.5092	.4498	1.0741	.4313
.7500	1.5457	.5549	.5064	.4543	1.0382	.5268
.7750	1.5049	.5130	.5021	.4617	1.4735	.6083
.8000	1.3556	.4939	.5072	.4719	2.1513	.6129
.8250	1.1734	.5046	.5321	.4840	2.7718	.5264
.8500	1.0999	.5486	.5878	.4955	2.8748	.3721
.8750	1.3403	.5880	.6732	.5015	2.1284	.3027
.9000	1.6646	.5633	.7500	.5008	1.6211	.4291
.9250	1.7522	.5097	.8072	.4992	2.0685	.5667
.9500	1.6186	.4662	.8599	.4988	3.0071	.6051
.9750	1.3419	.4498	.9167	.4988	3.9552	.5401
1.000	1.0328	.4725	.9819	.4986	4.5378	.3980

Tabla 1.2.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 4 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.540$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.640$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.198$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9864	.0227	.9930	.0045	.8627	.0250
.050	.8299	.0792	.9702	.0104	.8172	.0821
.075	.6862	.7874	.9294	.0290	.8762	.7554
.100	.8093	.8933	.8566	.0467	.7428	.6426
.125	.8139	.7974	.7674	.2013	.1638	.9081
.150	.9116	.8346	.7839	.2618	.5059	1.3214
.175	.9830	.7064	.7888	.2835	.7880	1.2214
.200	.7745	.6573	.7794	.2933	.6125	1.1065
.225	.7111	.7649	.7717	.3070	.6270	1.2705
.250	.7413	.8528	.7684	.3182	.8637	1.3786
.275	.9176	.9120	.7677	.3188	1.3668	1.3452
.300	1.2094	.7905	.7513	.3120	1.7558	.9237
.325	.9808	.6417	.7037	.3222	.9940	.7247
.350	.7810	.6712	.6868	.3396	.6413	.8741
.375	.6659	.7213	.6814	.3523	.5350	1.0127
.400	.8116	.7869	.6823	.3616	.8112	1.1456
.425	.8802	.8648	.6887	.3669	.9712	1.2364
.450	1.0032	.8738	.6896	.3681	1.5013	1.1361
.475	1.1084	.7763	.6707	.3679	1.4028	.9703
.500	.9830	.7235	.6555	.3739	1.1269	.9488
.525	.8118	.7171	.6473	.3805	.9689	.9922
.550	.6624	.7465	.6447	.3864	.9855	1.0538
.575	.8274	.8027	.6453	.3910	1.2174	1.0898
.600	.7953	.8382	.6432	.3948	1.4807	1.0425
.625	.9776	.8162	.6431	.4001	1.4585	.9733
.650	1.0075	.7711	.6535	.4048	1.2694	.9553
.675	.8857	.7416	.6683	.4070	1.1487	.9863
.700	.7036	.7456	.6804	.4073	1.2103	1.0284
.725	.5861	.7817	.6871	.4067	1.4462	1.0453
.750	.6421	.8238	.6869	.4061	1.7130	1.0119
.775	.8396	.8379	.6812	.4065	1.7988	.9429
.800	1.0183	.8108	.6744	.4084	1.5961	.8842
.825	1.0059	.7662	.6716	.4114	1.2354	.8813
.850	.8090	.7432	.6743	.4146	.9947	.9325
.875	.5792	.7573	.6830	.4179	1.0366	.9977
.900	.4651	.7972	.6995	.4207	1.3280	1.0374
.925	.5406	.8415	.7226	.4221	1.7351	1.0311
.950	.8139	.8635	.7456	.4219	2.0508	.9744
.975	1.1266	.8384	.7648	.4209	2.0358	.8967
1.000	1.2040	.7821	.7820	.4193	1.7145	.8530

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 4 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.534$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.115$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.689$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9732	.0182	.9934	.0043	.9732	.0184
.050	.8613	.0666	.9721	.0097	.8559	.0721
.075	.7628	.6916	.9335	.0271	.7479	.8025
.100	.8887	.7416	.8689	.0493	.9253	.9965
.125	.9271	.6561	.8002	.1540	1.3826	.6891
.150	1.0106	.6366	.7769	.2059	1.3286	.4113
.175	1.0496	.5427	.7495	.2425	1.2264	.2522
.200	.9417	.5282	.7270	.2786	1.0034	.3839
.225	.9457	.5803	.7148	.3041	1.1025	.4735
.250	.9856	.6120	.7031	.3232	1.1809	.4722
.275	1.0839	.6363	.6884	.3390	1.1800	.4699
.300	1.2663	.5921	.6674	.3575	1.1225	.5328
.325	1.2477	.4942	.6563	.3833	1.2959	.7114
.350	1.1808	.4722	.6671	.4068	1.7884	.7414
.375	1.1187	.4665	.6916	.4250	2.2666	.6656
.400	1.0488	.4783	.7243	.4394	2.6844	.5287
.425	.9962	.5189	.7671	.4528	2.9912	.3285
.450	1.1217	.5877	.8425	.4638	2.7536	.0897
.475	1.4194	.5490	.9239	.4574	2.3722	.1810
.500	1.4758	.4636	.9868	.4505	2.7423	.2346
.525	1.3600	.4028	1.0558	.4430	3.1984	.1424
.550	1.1279	.3822	1.1321	.4314	3.4358	-.0471
.575	.8645	.4311	1.2069	.4125	3.0876	-.2643
.600	.9363	.5293	1.2461	.3885	2.2618	-.2679
.625	1.2850	.5391	1.2592	.3707	2.1099	-.1578
.650	1.4785	.4731	1.2714	.3557	2.2966	-.1583
.675	1.3820	.4024	1.2762	.3403	2.2605	-.2403
.700	1.0731	.3794	1.2623	.3255	1.8077	-.3103
.725	.7811	.4277	1.2288	.3149	1.1237	-.2786
.750	.8014	.5062	1.1943	.3095	.7570	-.1808
.775	1.1089	.5431	1.1707	.3061	.7901	-.0639
.800	1.4389	.5104	1.1521	.3018	.9622	-.0207
.825	1.4913	.4397	1.1258	.2960	1.0713	-.0162
.850	1.2292	.3952	1.0778	.2907	1.0390	-.0185
.875	.8874	.4088	1.0078	.2901	.9627	-.0017
.900	.7156	.4622	.9433	.2965	.9863	.0152
.925	.8044	.5212	.9099	.3064	.9862	.0091
.950	1.1534	.5528	.9112	.3154	.8042	.0020
.975	1.5744	.5241	.9343	.3202	.5016	.0297
1.000	1.7062	.4520	.9589	.3204	.3283	.0948

Tabla 1.3.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 6 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.530$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.543$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.368$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9564	.0330	.9942	.0038	.9806	.0178
.050	.8648	.0837	.9752	.0137	.9654	.0586
.075	.9302	.5365	.9360	.0446	1.5167	.6028
.100	.8552	.5918	.9144	.0886	1.4007	-.4394
.125	.8785	.5139	.8870	.1122	1.1476	-.4226
.150	.9173	.6447	.8582	.1323	1.2034	-.2617
.175	1.0081	.5894	.8264	.1527	1.2854	-.2684
.200	.9216	.4655	.7973	.1748	1.3051	-.3297
.225	.7924	.6015	.7743	.1930	1.4034	-.3544
.250	.9021	.6534	.7513	.2070	1.4094	-.4658
.275	1.0153	.5997	.7272	.2201	1.2678	-.5374
.300	.8769	.5274	.7055	.2328	1.1025	-.4709
.325	.7959	.6114	.6851	.2435	1.2174	-.4667
.350	.9162	.6467	.6648	.2535	1.1769	-.5427
.375	1.0103	.5871	.6457	.2630	.9553	-.5678
.400	.8370	.5657	.6285	.2714	.8660	-.5179
.425	.8149	.6248	.6113	.2787	.8166	-.5403
.450	.9591	.6362	.5926	.2855	.6275	-.5455
.475	.9972	.5781	.5730	.2928	.4805	-.5066
.500	.8231	.5769	.5551	.3006	.4801	-.5001
.525	.8244	.6240	.5412	.3085	.3029	-.5465
.550	.9888	.6231	.5326	.3153	-.1438	-.5255
.575	.9630	.5685	.5239	.3200	-.3238	-.3889
.600	.7824	.5824	.5114	.3252	-.1523	-.3651
.625	.8087	.6259	.5002	.3308	-.2239	-.4002
.650	1.0011	.6250	.4921	.3363	-.5663	-.3935
.675	1.0160	.5719	.4857	.3413	-.7932	-.3175
.700	.8145	.5675	.4803	.3463	-.7910	-.2671
.725	.7706	.6051	.4786	.3514	-.8537	-.2471
.750	.9410	.6201	.4819	.3558	-1.0111	-.2113
.775	1.0581	.5792	.4883	.3590	-1.0543	-.1487
.800	.8815	.5481	.4922	.3610	-.9215	-.1122
.825	.7081	.5689	.4923	.3632	-.8464	-.1064
.850	.7403	.5999	.4920	.3659	-.8699	-.1004
.875	.8813	.5982	.4948	.3691	-.9068	-.0836
.900	.8697	.5784	.5038	.3724	-.9113	-.0687
.925	.7981	.5836	.5207	.3750	-.9892	-.0561
.950	.8626	.5941	.5430	.3758	-1.0496	-.0238
.975	.9606	.5794	.5612	.3747	-.9498	.0216
1.000	.8914	.5583	.5679	.3732	-.6882	.0369

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 6 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.530$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.543$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.368$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9564	.0330	.9942	.0038	.9806	.0178
.050	.8648	.6837	.9752	.0137	.9654	.7586
.075	.9302	.5365	.9360	.0446	1.5167	.6028
.100	.9552	.5918	.9144	.0886	1.4007	-.4394
.125	.8785	.5139	.8870	.1122	1.1476	-.4226
.150	.9173	.6447	.8582	.1323	1.2034	-.2617
.175	1.0081	.5894	.8264	.1527	1.2854	-.2684
.200	.9216	.4655	.7973	.1748	1.3051	-.3297
.225	.7924	.6015	.7743	.1930	1.4034	-.3544
.250	.9021	.6534	.7513	.2070	1.4094	-.4658
.275	1.0153	.5997	.7272	.2201	1.2678	-.5374
.300	.8769	.5274	.7055	.2328	1.1025	-.4709
.325	.7959	.6114	.6851	.2435	1.2174	-.4667
.350	.9162	.6467	.6648	.2535	1.1769	-.5427
.375	1.0103	.5871	.6457	.2630	.9553	-.5678
.400	.8370	.5657	.6285	.2714	.8660	-.5179
.425	.8149	.6248	.6113	.2787	.8166	-.5403
.450	.9591	.6362	.5926	.2855	.6275	-.5455
.475	.9972	.5781	.5730	.2928	.4805	-.5066
.500	.8231	.5769	.5551	.3006	.4801	-.5001
.525	.8244	.6240	.5412	.3085	.3029	-.5465
.550	.9888	.6231	.5326	.3153	-.1438	-.5255
.575	.9630	.5685	.5239	.3200	-.3238	-.3889
.600	.7824	.5824	.5114	.3252	-.1523	-.3651
.625	.8087	.6259	.5002	.3308	-.2239	-.4002
.650	1.0011	.6250	.4921	.3363	-.5663	-.3935
.675	1.0160	.5719	.4857	.3413	-.7932	-.3175
.700	.8145	.5675	.4803	.3463	-.7910	-.2671
.725	.7706	.6051	.4786	.3514	-.8537	-.2471
.750	.9410	.6201	.4819	.3558	-1.0111	-.2113
.775	1.0581	.5792	.4883	.3590	-1.0543	-.1487
.800	.8815	.5481	.4922	.3610	-.9215	-.1122
.825	.7081	.5689	.4923	.3632	-.8464	-.1064
.850	.7403	.5999	.4920	.3659	-.8699	-.1004
.875	.8813	.5982	.4948	.3691	-.9068	-.0836
.900	.8697	.5784	.5038	.3724	-.9113	-.0687
.925	.7981	.5836	.5207	.3750	-.9892	-.0561
.950	.8826	.5941	.5430	.3758	-1.0496	-.0238
.975	.9606	.5794	.5612	.3747	-.9498	.0216
1.000	.8914	.5593	.5679	.3732	-.6882	.0369

Tabla 1.3.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ $H/R = 6$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.490$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.387$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .147$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9461	.0407	.9929	.0046	.8787	.0818
.050	.8221	.0826	.9691	.0114	.5636	.4978
.075	.8278	.7051	.9110	.0537	-1.1030	-.1371
.100	.8578	.7487	.8912	.1333	-.5362	4.5765
.125	.8786	.6162	.8684	.1617	.3403	3.9965
.150	.8862	.7935	.8412	.1836	.5271	4.0212
.175	1.0241	.7719	.8117	.2047	1.1467	3.6243
.200	1.0069	.5844	.7834	.2272	.8899	2.7605
.225	.7903	.6913	.7611	.2491	-.2562	3.3889
.250	.8634	.7860	.7450	.2657	.2530	4.0720
.275	1.0445	.7734	.7303	.2785	1.6250	4.1247
.300	.9893	.6421	.7144	.2881	1.9832	3.3220
.325	.8247	.6957	.6966	.2989	1.1751	3.4724
.350	.8732	.7655	.6835	.3092	1.6573	3.8369
.375	1.0840	.7483	.6733	.3173	2.9769	3.7095
.400	.9765	.6698	.6608	.3242	2.7782	3.2713
.425	.8428	.7033	.6505	.3313	2.5337	3.4619
.450	.8912	.7527	.6414	.3368	3.1556	3.5971
.475	1.0853	.7337	.6289	.3415	4.4676	3.2738
.500	.9868	.6797	.6134	.3477	3.8346	3.0212
.525	.8565	.6982	.6038	.3555	3.5522	3.2499
.550	.8946	.7375	.6037	.3623	4.8243	3.4660
.575	1.0532	.7172	.6063	.3657	6.4863	3.0673
.600	.9622	.6772	.6000	.3686	5.7297	2.6789
.625	.8203	.6902	.5943	.3730	4.9529	2.7702
.650	.8176	.7284	.5930	.3773	5.4375	2.9785
.675	.9965	.7324	.5946	.3808	6.8487	2.8965
.700	1.0164	.6899	.5944	.3839	7.0968	2.6190
.725	.8665	.6766	.5957	.3876	6.7581	2.5466
.750	.7651	.7034	.6028	.3912	6.9640	2.5946
.775	.8576	.7325	.6164	.3936	7.9436	2.5403
.800	1.0278	.7150	.6284	.3941	8.3926	2.2766
.825	.9832	.6814	.6343	.3942	7.7756	2.1095
.850	.8566	.6747	.6364	.3947	7.2268	2.1057
.875	.7907	.6898	.6376	.3959	7.2499	2.1352
.900	.8437	.6957	.6399	.3977	7.4446	2.0852
.925	.8454	.6838	.6475	.4002	7.2248	2.0385
.950	.7619	.6811	.6657	.4023	7.1424	2.0699
.975	.7226	.6934	.6909	.4024	7.6519	2.0740
1.000	.7924	.6989	.7102	.4005	8.0781	1.9524

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ $H/R = 6$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.956$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.885$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.517$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9497	.0381	.9929	.0047	.9616	.0308
.050	.8371	.8018	.9696	.0184	.8844	.8782
.075	.9428	.6670	.9226	.0539	1.3336	.8347
.100	.9764	.6870	.8938	.1078	1.2447	-.0724
.125	.8998	.5719	.8598	.1389	.9542	-.0912
.150	.9229	.7303	.8259	.1652	.9257	.1224
.175	1.0473	.7010	.7888	.1891	.9358	.1762
.200	1.0267	.6413	.7521	.2142	.9281	.1676
.225	.8593	.6431	.7217	.2378	.9306	.2108
.250	.9419	.7144	.6943	.2561	.9567	.1811
.275	1.0936	.6951	.6657	.2718	.8865	.1329
.300	1.0558	.6911	.6366	.2872	.6659	.1655
.325	.9326	.6371	.6102	.3016	.6856	.2627
.350	.9877	.6887	.5849	.3147	.7595	.2655
.375	1.1431	.6735	.5597	.3269	.7120	.2266
.400	1.0913	.6103	.5379	.3392	.5268	.2660
.425	1.0053	.6368	.5156	.3505	.5427	.3210
.450	1.0528	.6724	.4962	.3603	.5700	.3304
.475	1.1990	.6605	.4747	.3695	.5034	.3284
.500	1.1718	.6180	.4521	.3793	.4060	.3762
.525	1.0947	.6262	.4316	.3901	.4836	.4125
.550	1.1262	.6522	.4170	.4014	.5128	.3942
.575	1.2607	.6424	.4124	.4116	.2616	.4026
.600	1.2410	.6105	.4090	.4187	.1835	.5063
.625	1.1644	.6120	.3993	.4253	.4174	.5687
.650	1.1626	.6345	.3882	.4330	.6647	.5599
.675	1.3014	.6426	.3818	.4418	.6099	.5223
.700	1.3772	.6119	.3829	.4499	.3945	.5725
.725	1.3128	.5939	.3844	.4573	.5077	.6565
.750	1.2422	.6023	.3880	.4655	.8398	.6953
.775	1.2907	.6247	.4010	.4735	1.0846	.6785
.800	1.4642	.6200	.4240	.4799	1.0352	.6841
.825	1.5263	.5898	.4444	.4842	1.1384	.7501
.850	1.4696	.5712	.4581	.4888	1.5528	.7994
.875	1.4134	.5730	.4722	.4948	2.0385	.7982
.900	1.4588	.5778	.4960	.5019	2.3991	.7786
.925	1.5159	.5658	.5322	.5090	2.6311	.7858
.950	1.4881	.5534	.5826	.5154	3.0965	.7816
.975	1.4462	.5556	.6485	.5196	3.5030	.7437
1.000	1.5096	.5617	.7172	.5205	3.6913	.7177

Tabla 1.3.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ $H/R = 6$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.027$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.729$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.024$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9388	.0460	.9910	.0058	.9282	.0524
.050	.7890	.9417	.9618	.0240	.7539	.8862
.075	.9220	.8386	.8883	.0707	.5894	.5831
.100	.9524	.8615	.8748	.1890	.6872	1.5620
.125	.8788	.8892	.8590	.2148	.8047	1.2984
.150	.8455	.8816	.8367	.2392	.8422	1.4781
.175	.9834	.9066	.8184	.2568	1.1396	1.3966
.200	1.0531	.7087	.7891	.2705	1.1454	.9769
.225	.7956	.7535	.7626	.2974	.9649	1.1560
.250	.7986	.8554	.7552	.3164	.7737	1.3640
.275	.9404	.8973	.7523	.3270	1.1439	1.3879
.300	1.0326	.7809	.7395	.3306	1.2604	1.1417
.325	.8470	.7727	.7214	.3418	.9513	1.1702
.350	.7890	.8308	.7148	.3522	.9899	1.2746
.375	.8980	.8730	.7126	.3581	1.2887	1.2797
.400	.9812	.8137	.7010	.3624	1.2853	1.1467
.425	.8637	.7940	.6937	.3696	1.0931	1.1717
.450	.7813	.8238	.6915	.3745	1.1575	1.2360
.475	.8406	.8607	.6860	.3771	1.4171	1.2249
.500	.9429	.8372	.6721	.3812	1.4159	1.1359
.525	.8846	.8102	.6637	.3881	1.2152	1.1388
.550	.7844	.8203	.6661	.3943	1.2098	1.2037
.575	.8032	.8517	.6734	.3972	1.5179	1.2211
.600	.9095	.8435	.6714	.3986	1.6557	1.1405
.625	.8946	.8154	.6683	.4022	1.4878	1.0999
.650	.7770	.8082	.6704	.4057	1.3485	1.1247
.675	.8927	.8338	.6751	.4081	1.4412	1.1601
.700	.7694	.8573	.6772	.4100	1.6190	1.1445
.725	.8755	.8446	.6788	.4125	1.6268	1.1099
.750	.8467	.8174	.6851	.4155	1.5300	1.1044
.775	.7012	.8126	.6978	.4177	1.5321	1.1256
.800	.8088	.8379	.7123	.4184	1.6931	1.1301
.825	.8734	.8624	.7230	.4182	1.8173	1.1008
.850	.7974	.8592	.7308	.4180	1.7777	1.0684
.875	.8089	.8393	.7377	.4178	1.6752	1.0620
.900	.7250	.8359	.7422	.4175	1.6727	1.0660
.925	.7108	.8470	.7442	.4177	1.6972	1.0545
.950	.7764	.8474	.7483	.4187	1.6189	1.0416
.975	.7856	.8333	.7595	.4197	1.5213	1.0499
1.000	.6953	.8280	.7744	.4198	1.5628	1.0643

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ $H/R = 6$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.537$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.315$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.680$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9484	.0391	.9917	.0055	.9526	.0370
.050	.8207	.8360	.8647	.0238	.8458	.9161
.075	.9598	.7255	.9106	.0640	1.1942	.8356
.100	.9991	.7017	.8766	.1305	1.1525	.2244
.125	.9374	.5802	.8381	.1704	.8804	.1838
.150	.9534	.7215	.8029	.2052	.8597	.4286
.175	1.0673	.7159	.7653	.2341	.8763	.5008
.200	1.1184	.5849	.7253	.2642	.8717	.5311
.225	.9955	.6183	.6934	.2975	.9160	.6612
.250	1.0345	.6614	.6704	.3242	1.0920	.6735
.275	1.1271	.6733	.6478	.3472	1.2019	.8213
.300	1.2172	.6160	.6261	.3728	1.0787	.8135
.325	1.1706	.5899	.6194	.3961	1.2274	.7589
.350	1.1529	.5987	.6159	.4167	1.5734	.7752
.375	1.1956	.6193	.6168	.4381	1.8826	.6990
.400	1.3143	.6003	.6400	.4606	1.8738	.6692
.425	1.3276	.5584	.6763	.4755	2.1894	.7166
.450	1.2740	.5416	.7188	.4881	2.6570	.6596
.475	1.2423	.5605	.7760	.4997	2.9647	.5177
.500	1.3702	.5671	.8530	.5042	2.9527	.4602
.525	1.4363	.5206	.9291	.5048	3.3545	.4477
.550	1.3321	.4854	1.0216	.5030	3.8519	.2867
.575	1.2091	.5123	1.1285	.4915	3.7002	.0613
.600	1.3525	.5338	1.2075	.4722	3.2934	.0499
.625	1.4533	.4890	1.2704	.4553	3.4659	.0454
.650	1.3116	.4445	1.3314	.4369	3.5940	-.0759
.675	1.0699	.4654	1.3749	.4154	3.1672	-.1937
.700	1.1183	.5204	1.3895	.3958	2.6709	-.1686
.725	1.3437	.5126	1.3932	.3802	2.6298	-.1395
.750	1.3623	.4595	1.3908	.3663	2.5610	-.1629
.775	1.1115	.4370	1.3771	.3540	2.1384	-.2179
.800	.9102	.4770	1.3541	.3446	1.6562	-.1684
.825	1.0056	.5221	1.3316	.3379	1.5488	-.0919
.850	1.2248	.5184	1.3114	.3322	1.6248	-.0681
.875	1.2524	.4839	1.2894	.3270	1.5128	-.0725
.900	1.1140	.4780	1.2635	.3225	1.2852	-.0424
.925	1.1001	.4965	1.2337	.3190	1.2564	.0078
.950	1.2165	.4959	1.1989	.3166	1.3795	.0277
.975	1.2330	.4722	1.1617	.3164	1.3721	.0208
1.000	1.0948	.4641	1.1323	.3181	1.2157	.0328

Tabla 1.4.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ $H/R = 8$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.419$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.537$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.372$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9285	.0704	.9937	.0043	.9590	.0523
.050	.9546	.0955	.9728	.0187	1.1598	.7336
.075	.9690	.5956	.9474	.0580	1.2590	-.2605
.100	.9043	.6135	.9189	.0825	1.1307	-.1581
.125	.9941	.6090	.8870	.1063	1.2524	-.1472
.150	.9295	.4835	.8549	.1328	1.2918	-.2738
.175	.8925	.6385	.8276	.1556	1.3535	-.3005
.200	.9895	.6161	.8000	.1745	1.3503	-.4034
.225	.9143	.5384	.7741	.1928	1.2293	-.4097
.250	.8800	.6253	.7514	.2079	1.3245	-.4044
.275	.9697	.6143	.7288	.2212	1.2869	-.4877
.300	.8848	.5833	.7079	.2332	1.1758	-.4721
.325	.8966	.6322	.6871	.2434	1.1858	-.4956
.350	.9676	.6081	.6658	.2532	1.0790	-.5259
.375	.8676	.6008	.6459	.2627	1.0210	-.5141
.400	.9049	.6397	.6271	.2716	.9360	-.5595
.425	.9907	.6090	.6107	.2797	.6739	-.5492
.450	.8660	.5979	.5934	.2866	.6513	-.4952
.475	.8845	.6385	.5751	.2938	.5931	-.5329
.500	1.0163	.6227	.5590	.3011	.3023	-.5365
.525	.9216	.5798	.5444	.3078	.1433	-.4705
.550	.8116	.6132	.5309	.3146	.1142	-.4616
.575	.9152	.6411	.5207	.3210	-.1036	-.4669
.600	1.0137	.6068	.5118	.3263	-.3569	-.4126
.625	.8751	.5901	.5012	.3314	-.3829	-.3641
.650	.8380	.6216	.4918	.3369	-.4886	-.3554
.675	.9752	.6274	.4861	.3424	-.7096	-.3268
.700	.9927	.5898	.4842	.3474	-.8292	-.2676
.725	.8421	.5890	.4851	.3515	-.8427	-.2327
.750	.8433	.6172	.4854	.3547	-.9343	-.2066
.775	.9986	.6150	.4834	.3578	-1.0174	-.1599
.800	1.0042	.5743	.4819	.3615	-.9431	-.1160
.825	.7991	.5656	.4852	.3655	-.8446	-.1066
.850	.6990	.5958	.4956	.3689	-.8799	-.1059
.875	.8049	.6191	.5099	.3708	-.9878	-.0834
.900	.9305	.6056	.5199	.3714	-.9659	-.0458
.925	.8859	.5900	.5251	.3723	-.8538	-.0304
.950	.8574	.5963	.5303	.3737	-.8249	-.0279
.975	.9298	.5943	.5398	.3754	-.8590	-.0152
1.000	.9233	.5771	.5551	.3766	-.8365	.0087

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ $H/R = 8$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.419$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.537$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.372$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9285	.0704	.9937	.0043	.9590	.0523
.050	.9546	.6205	.9728	.0187	1.1598	.7336
.075	.9690	.5956	.9474	.0580	1.2590	-.2605
.100	.9043	.6135	.9189	.0825	1.1307	-.1581
.125	.9941	.6090	.8870	.1063	1.2524	-.1472
.150	.9295	.4835	.8549	.1328	1.2918	-.2738
.175	.8925	.6385	.8276	.1556	1.3535	.3005
.200	.9895	.6161	.8000	.1745	1.3503	.4034
.225	.9143	.5384	.7741	.1928	1.2293	-.4097
.250	.8800	.6253	.7514	.2079	1.3245	-.4044
.275	.9697	.6143	.7288	.2212	1.2869	-.4877
.300	.8848	.5833	.7079	.2332	1.1758	-.4721
.325	.8966	.6322	.6871	.2434	1.1858	.4956
.350	.9676	.6081	.6658	.2532	1.0790	-.5259
.375	.8676	.6008	.6459	.2627	1.0210	-.5141
.400	.9049	.6397	.6271	.2716	.9360	-.5595
.425	.9907	.6090	.6107	.2797	.6739	-.5492
.450	.8660	.5979	.5934	.2866	.6513	-.4952
.475	.8845	.6385	.5751	.2938	.5931	-.5329
.500	1.0163	.6227	.5590	.3011	.3023	-.5365
.525	.9216	.5798	.5444	.3078	.1433	-.4705
.550	.8116	.6132	.5309	.3146	.1142	-.4616
.575	.9152	.6411	.5207	.3210	-.1036	-.4669
.600	1.0137	.6068	.5118	.3263	-.3569	-.4126
.625	.8751	.5901	.5012	.3314	-.3829	-.3641
.650	.8380	.6216	.4918	.3369	-.4886	-.3554
.675	.9752	.6274	.4861	.3424	-.7096	-.3268
.700	.9927	.5898	.4842	.3474	-.8292	-.2676
.725	.8421	.5890	.4851	.3515	-.8427	-.2327
.750	.8433	.6172	.4854	.3547	-.9343	-.2066
.775	.9986	.6150	.4834	.3578	-1.0174	-.1599
.800	1.0042	.5743	.4819	.3615	-.9431	-.1160
.825	.7991	.5656	.4852	.3655	-.8446	-.1066
.850	.6990	.5958	.4956	.3689	-.8799	-.1059
.875	.8049	.6191	.5099	.3708	-.9878	-.0834
.900	.9305	.6056	.5199	.3714	-.9659	-.0458
.925	.8859	.5900	.5251	.3723	-.8538	-.0304
.950	.8574	.5963	.5303	.3737	-.8249	-.0279
.975	.9298	.5943	.5398	.3754	-.8590	-.0152
1.000	.9233	.5771	.5551	.3766	-.8365	.0087

Tabla 1.4.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 8 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR}$ = 7.294		$\frac{K_r^0}{GR^3}$ = 6.372		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2}$ = .123	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9104	.0876	.9922	.0052	.7880	.1512
.050	.9433	.8150	.9629	.0177	.1118	.0078
.075	.9701	.7590	.9315	.0905	-.2214	4.8377
.100	.8837	.7505	.9027	.1208	.2721	4.2835
.125	.9996	.7801	.8688	.1494	.6071	4.0884
.150	.9719	.6036	.8353	.1811	.3113	3.4653
.175	.8734	.7733	.8092	.2097	-.1846	4.4422
.200	1.0044	.7880	.7868	.2314	.7249	4.7688
.225	.9837	.8638	.7663	.2492	1.2157	4.0825
.250	.8840	.7472	.7465	.2653	.6578	4.3611
.275	.9981	.7694	.7309	.2783	1.4777	4.6034
.300	.9590	.7024	.7161	.2899	1.7553	4.1945
.325	.9099	.7519	.7012	.2999	1.7755	4.4186
.350	1.0181	.7547	.6874	.3085	2.7330	4.3638
.375	.8548	.7115	.6720	.3167	2.5867	4.0843
.400	.9109	.7507	.6597	.3255	2.7763	4.3644
.425	1.0348	.7553	.6524	.3324	4.2988	4.2907
.450	.9822	.7083	.6407	.3374	4.1699	3.8166
.475	.8936	.7356	.6285	.3439	3.8680	3.9954
.500	.9912	.7645	.6206	.3501	5.1024	4.1240
.525	1.0778	.7174	.6124	.3550	5.9750	3.7041
.550	.9329	.7005	.6034	.3607	5.4041	3.5808
.575	.8658	.7328	.6000	.3665	5.8593	3.7361
.600	.9844	.7501	.6005	.3707	6.9710	3.6712
.625	1.0192	.7139	.5972	.3740	7.2070	3.3528
.650	.8955	.7082	.5933	.3780	6.8615	3.3250
.675	.8585	.7351	.5933	.3823	7.4119	3.4060
.700	.9821	.7413	.5973	.3860	8.5323	3.2559
.725	.9928	.7116	.6039	.3891	8.5284	3.0121
.750	.8714	.7068	.6120	.3911	8.2633	2.9853
.775	.8211	.7310	.6182	.3924	8.8115	3.0159
.800	.9542	.7452	.6212	.3935	9.8362	2.8543
.825	1.0546	.7168	.6227	.3954	9.7460	2.5711
.850	.9621	.6914	.6291	.3980	8.9011	2.4748
.875	.8253	.6937	.6437	.3999	8.5496	2.5232
.900	.7919	.7105	.6591	.4000	8.9082	2.5255
.925	.8433	.7122	.6678	.3995	9.0204	2.4199
.950	.8228	.7041	.6722	.3996	8.5826	2.3743
.975	.7693	.7075	.6778	.4004	8.4761	2.4195
1.000	.7955	.7141	.6881	.4014	8.9863	2.4127

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 8 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR}$ = 6.789		$\frac{K_r^0}{GR^3}$ = 4.877		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2}$ = -.519	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9162	.0826	.9921	.0054	.9335	.0730
.050	.9519	.7673	.9671	.0244	1.0859	.8987
.075	.9815	.6984	.9352	.0703	1.1642	.0146
.100	.9045	.6984	.8998	.1023	.9715	.1159
.125	1.0167	.7234	.8615	.1320	1.0304	.1914
.150	.9882	.5591	.8221	.1637	1.0227	.1164
.175	.9211	.7134	.7883	.1926	1.0056	.1629
.200	1.0422	.714	.7556	.2156	.9904	.1206
.225	1.0199	.6102	.7230	.2372	.8406	.1180
.250	.9548	.6834	.6943	.2566	.8537	.2048
.275	1.0587	.6949	.6663	.2730	.8693	.1790
.300	1.0311	.6422	.6387	.2883	.7307	.1913
.325	1.0087	.6810	.6130	.3020	.7336	.2395
.350	1.1030	.6804	.5867	.3145	.7222	.2324
.375	1.0668	.6474	.5606	.3270	.6219	.2604
.400	1.0497	.6752	.5362	.3391	.6432	.2860
.425	1.1521	.6777	.5139	.3508	.5771	.2710
.450	1.1336	.6430	.4949	.3615	.4412	.3266
.475	1.0878	.6601	.4749	.3710	.5154	.3698
.500	1.1700	.6798	.4544	.3809	.5496	.3534
.525	1.2595	.6470	.4369	.3912	.3548	.3616
.550	1.1831	.6301	.4229	.4009	.3081	.4376
.575	1.1482	.6486	.4108	.4102	.4388	.4730
.600	1.2423	.6622	.4026	.4192	.4675	.4613
.625	1.2094	.6368	.3971	.4272	.3243	.4905
.650	1.2549	.6257	.3904	.4345	.3784	.5580
.675	1.2355	.6393	.3830	.4425	.5607	.5839
.700	1.3366	.6466	.3810	.4514	.6001	.5805
.725	1.4006	.6243	.3894	.4596	.5549	.6251
.750	1.3522	.6115	.4002	.4658	.7397	.6811
.775	1.3139	.6215	.4076	.4715	1.0306	.6978
.800	1.4099	.6361	.4148	.4781	1.1611	.6873
.825	1.5570	.6188	.4278	.4851	1.1607	.7238
.850	1.5670	.5900	.4471	.4923	1.4496	.7869
.875	1.4901	.5775	.4769	.4992	1.9623	.8084
.900	1.4485	.5834	.5154	.5046	2.3934	.7955
.925	1.5066	.5857	.5553	.5085	2.6419	.7719
.950	1.5440	.5744	.5927	.5121	3.0037	.7792
.975	1.5217	.5679	.6342	.5166	3.4939	.7597
1.000	1.5446	.5703	.6902	.5212	3.8198	.7182

Tabla 1.4.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.751$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.693$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .963$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8977	.0995	.9896	.0073	.8808	.1090
.050	.9316	.9607	.9536	.0291	.8046	.7899
.075	.9676	.8759	.9191	.1378	.7775	1.5862
.100	.8851	.8383	.8925	.1696	.7970	1.4441
.125	.9818	.9213	.8632	.1999	1.0030	1.4600
.150	.9983	.7082	.8303	.2273	.9685	1.0907
.175	.8470	.8588	.8051	.2631	.7461	1.4081
.200	.8626	.9095	.7929	.2849	1.0285	1.4913
.225	1.0088	.7824	.7772	.2968	1.1346	1.2049
.250	.8647	.8307	.7588	.3143	.9231	1.3290
.275	.9347	.8818	.7516	.3272	1.1239	1.3905
.300	.9638	.8189	.7400	.3346	1.1517	1.2608
.325	.8728	.8413	.7296	.3446	1.0715	1.3218
.350	.9273	.8731	.7228	.3512	1.2678	1.3313
.375	.8479	.8331	.7090	.3572	1.2270	1.2440
.400	.8621	.8421	.7008	.3659	1.1428	1.2963
.425	.8909	.8747	.7003	.3714	1.3617	1.3262
.450	.9531	.8489	.6913	.3745	1.4154	1.2332
.475	.8708	.8369	.6824	.3804	1.2589	1.2424
.500	.8178	.8643	.6803	.3856	1.3360	1.2952
.525	.9146	.8809	.6766	.3887	1.5688	1.2639
.550	.8528	.8507	.6691	.3931	1.5087	1.2091
.575	.8635	.8369	.6681	.3983	1.4031	1.2231
.600	.7908	.8575	.6726	.4017	1.5000	1.2533
.625	.8573	.8736	.6731	.4038	1.6579	1.2243
.650	.9023	.8561	.6715	.4068	1.6051	1.1912
.675	.8273	.8423	.6738	.4102	1.5292	1.2023
.700	.7438	.8575	.6796	.4129	1.6286	1.2209
.725	.7909	.8754	.6862	.4151	1.7647	1.1970
.750	.8627	.8651	.6948	.4170	1.7222	1.1670
.775	.8139	.8455	.7049	.4182	1.6258	1.1718
.800	.6810	.8495	.7139	.4186	1.6802	1.1931
.825	.6384	.8764	.7194	.4189	1.8550	1.1864
.850	.7411	.8933	.7239	.4198	1.9324	1.1517
.875	.8534	.8816	.7332	.4211	1.8446	1.1263
.900	.8299	.8622	.7472	.4214	1.7648	1.1285
.925	.7511	.8621	.7588	.4207	1.8033	1.1282
.950	.7520	.8692	.7655	.4198	1.8073	1.1098
.975	.7796	.8644	.7698	.4194	1.6892	1.0987
1.000	.7287	.8579	.7735	.4192	1.5948	1.1100

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.347$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.303$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.679$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9129	.0861	.9907	.0065	.9212	.0825
.050	.9550	.8265	.9620	.0308	1.0368	.9554
.075	.8966	.7188	.9247	.0853	1.1029	.2251
.100	.9230	.7077	.8842	.1260	.8994	.3293
.125	1.0355	.7450	.8427	.1627	.9432	.4447
.150	1.0470	.5889	.7989	.2004	.9292	.4164
.175	.9851	.7000	.7624	.2380	.9244	.5353
.200	1.0863	.7108	.7294	.2678	.9812	.5290
.225	1.1269	.6304	.6955	.2966	.8865	.5267
.250	1.0819	.6518	.6706	.3248	.9670	.6720
.275	1.1429	.6674	.6482	.3489	1.1440	.6705
.300	1.1952	.6328	.6295	.3744	1.1429	.6721
.325	1.1861	.6260	.6222	.3967	1.3295	.7415
.350	1.2231	.6330	.6167	.4175	1.5726	.7184
.375	1.2884	.6120	.6233	.4395	1.6697	.7169
.400	1.2866	.5908	.6397	.4580	1.9971	.7442
.425	1.2830	.5943	.6682	.4775	2.3761	.6595
.450	1.3693	.5892	.7243	.4914	2.4423	.6041
.475	1.3942	.5529	.7790	.4991	2.8223	.6133
.500	1.3208	.5371	.8474	.5073	3.3499	.4896
.525	1.3224	.5649	.9435	.5083	3.3634	.3071
.550	1.4657	.5465	1.0309	.5002	3.3651	.2934
.575	1.4452	.4961	1.1170	.4911	3.7489	.2118
.600	1.2674	.4889	1.2098	.4764	3.7992	.0227
.625	1.2897	.5285	1.2811	.4555	3.3597	-.0514
.650	1.4106	.5227	1.3305	.4363	3.3109	-.0523
.675	1.3454	.4703	1.3720	.4172	3.3054	-.1386
.700	1.1402	.4793	1.3948	.3976	2.8514	-.2125
.725	1.1678	.5198	1.3969	.3811	2.4313	-.1720
.750	1.3313	.5098	1.3939	.3677	2.4018	-.1454
.775	1.2927	.4682	1.3847	.3554	2.2774	-.1799
.800	1.0493	.4651	1.3639	.3448	1.8428	-.1865
.825	.9460	.5106	1.3364	.3371	1.8027	-.1218
.850	1.1142	.5417	1.3093	.3316	1.5038	-.0618
.875	1.3109	.5229	1.2826	.3273	1.5622	-.0529
.900	1.2762	.4901	1.2559	.3242	1.4050	-.0537
.925	1.1512	.4905	1.2314	.3220	1.2102	-.0175
.950	1.1649	.5019	1.2090	.3200	1.2107	.0263
.975	1.2193	.4933	1.1845	.3180	1.2869	.0458
1.000	1.1493	.4825	1.1549	.3168	1.2930	.0569

Tabla 1.5.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.353$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.535$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.373$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8726	.4066	.9931	.0067	.9073	.4013
.050	.9401	.6508	.9734	.0315	1.2351	.0459
.075	.9280	.5485	.9488	.0549	1.0995	-.1422
.100	.9882	.6053	.9185	.0799	1.2261	-.0637
.125	.8959	.5225	.8864	.1082	1.2480	-.2082
.150	.9650	.6392	.8568	.1326	1.3260	-.2721
.175	.9744	.5523	.8269	.1551	1.2816	-.3633
.200	.9171	.6192	.8007	.1754	1.3271	-.3378
.225	.9701	.5947	.7754	.1925	1.3090	-.4278
.250	.8966	.6107	.7522	.2075	1.2808	-.4119
.275	.9595	.6236	.7290	.2206	1.2779	-.4681
.300	.9054	.5920	.7071	.2330	1.1877	-.4715
.325	.9047	.6389	.6865	.2438	1.1923	-.5025
.350	.9807	.6158	.6668	.2537	1.0395	-.5282
.375	.8733	.6085	.6470	.2624	1.0140	-.4974
.400	.9112	.6515	.6269	.2711	.9621	-.5491
.425	1.0210	.6237	.6091	.2796	.7038	-.5584
.450	.9006	.5968	.5921	.2870	.6189	-.4978
.475	.8866	.6370	.5749	.2943	.5890	-.5227
.500	.9993	.6275	.5594	.3015	.3275	-.5307
.525	.9143	.5959	.5449	.3082	.1713	-.4750
.550	.8517	.6272	.5313	.3146	.1071	-.4675
.575	.9614	.6365	.5208	.3212	-.1140	-.4608
.600	.9546	.6010	.5121	.3267	-.2935	-.4101
.625	.8241	.6139	.5027	.3319	-.3617	-.3864
.650	.8767	.6476	.4946	.3372	-.5572	-.3746
.675	1.0437	.6367	.4890	.3422	-.8062	-.3243
.700	1.0185	.5983	.4858	.3469	-.8825	-.2578
.725	.9216	.6006	.4849	.3509	-.8959	-.2174
.750	.9456	.6046	.4828	.3542	-.9133	-.1794
.775	.9208	.5909	.4796	.3578	-.8691	-.1517
.800	.8503	.5973	.4792	.3620	-.8762	-.1426
.825	.8973	.6037	.4845	.3661	-.9774	-.1216
.850	.9066	.5823	.4955	.3693	-1.0002	-.0780
.875	.7261	.5752	.5090	.3713	-.8614	-.0493
.900	.5921	.6080	.5199	.3722	-.7413	-.0515
.925	.6934	.6499	.5274	.3731	-.7654	-.0617
.950	1.0034	.6566	.5347	.3742	-.8966	-.0528
.975	1.2025	.6121	.5451	.3755	-.9657	-.0210
1.000	1.0861	.5731	.5601	.3764	-.9064	.0095

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.353$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.535$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.373$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8726	.4066	.9931	.0067	.9073	.4013
.050	.9401	.6508	.9734	.0315	1.2351	.0459
.075	.9280	.5485	.9488	.0549	1.0995	-.1422
.100	.9882	.6053	.9185	.0799	1.2261	-.0637
.125	.8959	.5225	.8864	.1082	1.2480	-.2082
.150	.9650	.6392	.8568	.1326	1.3260	-.2721
.175	.9744	.5523	.8269	.1551	1.2816	-.3633
.200	.9171	.6192	.8007	.1754	1.3271	-.3378
.225	.9701	.5947	.7754	.1925	1.3090	-.4278
.250	.8966	.6107	.7522	.2075	1.2808	-.4119
.275	.9595	.6236	.7290	.2206	1.2779	-.4681
.300	.9054	.5920	.7071	.2330	1.1877	-.4715
.325	.9047	.6389	.6865	.2438	1.1923	-.5025
.350	.9807	.6158	.6668	.2537	1.0395	-.5282
.375	.8733	.6085	.6470	.2624	1.0140	-.4974
.400	.9112	.6515	.6269	.2711	.9621	-.5491
.425	1.0210	.6237	.6091	.2796	.7038	-.5584
.450	.9006	.5968	.5921	.2870	.6189	-.4978
.475	.8866	.6370	.5749	.2943	.5890	-.5227
.500	.9993	.6275	.5594	.3015	.3275	-.5307
.525	.9143	.5959	.5449	.3082	.1713	-.4750
.550	.8517	.6272	.5313	.3146	.1071	-.4675
.575	.9614	.6565	.5208	.3212	-.1140	-.4608
.600	.9546	.6010	.5121	.3267	-.2935	-.4101
.625	.8241	.6139	.5027	.3319	-.3617	-.3864
.650	.8767	.6476	.4946	.3372	-.5572	-.3746
.675	1.0437	.6367	.4890	.3422	-.8062	-.3243
.700	1.0185	.5983	.4858	.3469	-.8825	-.2578
.725	.9216	.6006	.4849	.3509	-.8959	-.2174
.750	.9456	.6046	.4828	.3542	-.9133	-.1794
.775	.9208	.5909	.4796	.3578	-.8691	-.1517
.800	.8503	.5973	.4792	.3620	-.8762	-.1426
.825	.8973	.6037	.4845	.3661	-.9774	-.1216
.850	.9066	.5823	.4955	.3693	-1.0002	-.0780
.875	.7261	.5752	.5090	.3713	-.8614	-.0493
.900	.5921	.6080	.5199	.3722	-.7413	-.0515
.925	.6934	.6499	.5274	.3731	-.7654	-.0617
.950	1.0034	.6566	.5347	.3742	-.8966	-.0528
.975	1.2025	.6121	.5451	.3755	-.9657	-.0210
1.000	1.0861	.5731	.5601	.3764	-.9064	.0095

Tabla 1.5.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.180$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.367$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .112$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8381	.4994	.9917	.0057	.6936	.4945
.050	.9289	.8233	.9620	.0482	-.6194	3.9727
.075	.9185	.6793	.9363	.0838	.3277	4.3304
.100	1.0058	.7876	.9017	.1150	.4348	4.1366
.125	.9055	.6367	.8663	.1516	-.1402	3.9139
.150	.9612	.8075	.8374	.1833	.1064	5.0239
.175	1.0205	.7025	.8109	.2090	.8244	4.7094
.200	.9235	.7587	.7869	.2313	.3864	4.7662
.225	1.0131	.7506	.7672	.2550	1.0820	4.9468
.250	.9261	.7375	.7487	.2650	.9832	4.7553
.275	.9880	.7745	.7316	.2784	1.5591	4.9997
.300	.9823	.7191	.7156	.2896	1.9379	4.6425
.325	.8246	.7620	.7003	.3005	1.8816	4.8960
.350	1.0342	.7664	.6892	.3094	3.1707	4.8715
.375	.9634	.7217	.6741	.3164	2.9207	4.4453
.400	.8129	.7645	.6802	.3249	2.9564	4.7759
.425	1.0465	.7790	.6512	.3322	4.8017	4.8073
.450	1.0346	.7217	.6398	.3377	4.8878	4.2377
.475	.8282	.7401	.6279	.3442	4.4236	4.3290
.500	1.0038	.7666	.6202	.3504	5.5175	4.4605
.525	1.0588	.7271	.6120	.3554	6.2837	4.0864
.550	.9367	.7219	.6033	.3611	5.9216	4.0135
.575	.9284	.7513	.5995	.3668	6.5167	4.1112
.600	1.0410	.7418	.5986	.3712	7.5147	3.8960
.625	.9689	.7121	.5959	.3751	7.1983	3.7129
.650	.8451	.7252	.5947	.3793	7.1782	3.8175
.675	.8579	.7576	.5970	.3832	8.3089	3.8977
.700	.9860	.7597	.6016	.3865	9.5864	3.6685
.725	.9760	.7362	.6085	.3891	9.7680	3.4379
.750	.9408	.7398	.6156	.3906	10.0450	3.3241
.775	.9883	.7388	.6181	.3917	10.3553	3.1380
.800	.9717	.7251	.6184	.3925	10.0234	3.0079
.825	.9164	.7287	.6220	.3960	10.0556	3.0205
.850	.9753	.7374	.6315	.3982	10.9731	2.9369
.875	1.0661	.7165	.6439	.3994	11.2259	2.6279
.900	.9879	.6868	.6550	.3999	9.9884	2.4192
.925	.7989	.6782	.6631	.4000	8.5602	2.4526
.950	.6238	.6952	.6695	.4005	7.9366	2.6301
.975	.8887	.7266	.6773	.4013	8.4919	2.7865
1.000	.7155	.7413	.6890	.4023	9.5231	2.7632

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.691$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 4.875$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.518$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8489	.4756	.9912	.0092	.8696	.4785
.050	.9408	.7684	.9678	.0360	1.1700	.2947
.075	.9300	.6314	.9367	.0674	1.0008	.0749
.100	1.0171	.7237	.8999	.0990	1.0697	.2238
.125	.9258	.5939	.8602	.1335	1.0302	.1189
.150	.9924	.7397	.8243	.1644	1.0512	.1397
.175	1.0420	.6423	.7882	.1915	.9770	.0834
.200	.9713	.6956	.7556	.2166	.9388	.1710
.225	1.0535	.6821	.7248	.2374	.9288	.1342
.250	.9893	.6745	.6954	.2563	.8330	.1809
.275	1.0530	.7002	.6670	.2725	.8463	.1895
.300	1.0529	.6555	.6387	.2879	.7454	.1932
.325	1.0239	.6893	.6123	.3021	.7405	.2559
.350	1.1180	.6897	.5868	.3151	.7043	.2252
.375	1.0766	.6565	.5622	.3272	.6046	.2691
.400	1.0561	.6870	.5375	.3386	.6464	.2964
.425	1.1664	.6962	.5136	.3501	.6113	.2749
.450	1.1777	.6541	.4927	.3612	.4361	.3154
.475	1.1197	.6648	.4730	.3715	.4890	.3228
.500	1.1870	.6822	.4531	.3813	.5399	.3630
.525	1.2517	.6542	.4361	.3917	.3781	.3738
.550	1.1894	.6463	.4222	.4013	.3562	.4385
.575	1.1965	.6642	.4097	.4106	.4618	.4626
.600	1.2991	.6591	.4012	.4199	.4248	.4601
.625	1.2887	.6342	.3965	.4282	.3525	.5089
.650	1.2224	.6361	.3913	.4357	.4642	.5560
.675	1.2314	.6559	.3865	.4435	.6064	.5638
.700	1.3441	.6586	.3870	.4519	.5655	.5662
.725	1.3878	.6423	.3949	.4592	.5432	.6175
.750	1.3912	.6389	.4029	.4650	.7033	.6634
.775	1.4520	.6367	.4079	.4708	.8612	.6898
.800	1.4881	.6222	.4132	.4773	1.0499	.7281
.825	1.4716	.6168	.4222	.4848	1.3742	.7485
.850	1.5202	.6223	.4431	.4932	1.5957	.7774
.875	1.6511	.6095	.4798	.5000	1.6368	.7635
.900	1.6861	.5779	.5179	.5042	1.9617	.8303
.925	1.5925	.5533	.5509	.5079	2.6282	.8637
.950	1.4362	.5490	.5848	.5126	3.3906	.8343
.975	1.3355	.5684	.6299	.5181	3.9240	.7509
1.000	1.4199	.5892	.6916	.5226	4.0254	.6828

Tabla 1.5.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.590$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.680$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .931$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8155	.5598	.9880	.0129	.7943	.5593
.050	.8214	.9443	.9497	.0832	.8620	1.4630
.075	.9107	.7684	.8270	.1248	.8407	1.3701
.100	.9986	.9224	.8937	.1608	.8725	1.4495
.125	.9134	.7222	.8561	.1980	.7993	1.1803
.150	.9360	.9210	.8323	.2376	.8852	1.5433
.175	1.0298	.8278	.8131	.2603	1.1007	1.3710
.200	.9072	.8552	.7905	.2831	.9241	1.4009
.225	.9933	.8738	.7787	.3008	1.1175	1.4175
.250	.8207	.8361	.7627	.3138	1.0181	1.3528
.275	.8387	.8847	.7526	.3265	1.1346	1.4205
.300	.9820	.8406	.7403	.3345	1.2006	1.3122
.325	.8921	.8558	.7289	.3455	1.1003	1.3654
.350	.9450	.8884	.7255	.3528	1.3218	1.3860
.375	.9622	.8462	.7121	.3573	1.2796	1.2802
.400	.8682	.8558	.7023	.3656	1.1676	1.3350
.425	.8845	.8945	.7004	.3716	1.3735	1.3824
.450	.8778	.8754	.6924	.3748	1.5097	1.2911
.475	.9088	.8561	.6832	.3807	1.3561	1.2793
.500	.8569	.8783	.6808	.3858	1.4082	1.3237
.525	.9368	.8885	.6765	.3890	1.5907	1.2923
.550	.9421	.8636	.6696	.3936	1.5224	1.2555
.575	.8579	.8619	.6686	.3984	1.4838	1.2756
.600	.8499	.8850	.6708	.4017	1.6317	1.2795
.625	.9331	.8813	.6696	.4046	1.6701	1.2350
.650	.8213	.8575	.6697	.4081	1.5447	1.2237
.675	.8131	.8514	.6738	.4115	1.5012	1.2521
.700	.7493	.8708	.6798	.4141	1.6349	1.2677
.725	.7833	.8811	.6874	.4166	1.7312	1.2490
.750	.7823	.8764	.6983	.4182	1.7392	1.2399
.775	.7406	.8816	.7082	.4188	1.8116	1.2375
.800	.7626	.8998	.7142	.4192	1.8886	1.2150
.825	.7806	.8831	.7199	.4202	1.7977	1.2017
.850	.7040	.8798	.7288	.4212	1.7772	1.2190
.875	.6390	.8999	.7401	.4217	1.8615	1.2287
.900	.7261	.9248	.7511	.4215	2.1791	1.1961
.925	.9298	.9245	.7599	.4210	2.1859	1.1394
.950	1.0610	.8921	.7673	.4205	1.9501	1.1049
.975	.9825	.8575	.7736	.4199	1.7082	1.1125
1.000	.8024	.8505	.7771	.4193	1.6437	1.1331

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/3$ H/R = 10 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.235$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.300$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.676$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8415	.4990	.9894	.0122	.8521	.5083
.050	.9510	.7997	.9627	.0459	1.1197	.4373
.075	.9416	.6479	.9265	.0823	.9487	.2387
.100	1.0330	.7527	.8852	.1218	.9925	.4329
.125	.9703	.6112	.8405	.1635	.8341	.3754
.150	1.0289	.7430	.8015	.2026	.8645	.4682
.175	1.0997	.6650	.7627	.2360	.9251	.4356
.200	1.0529	.6856	.7289	.2692	.9028	.5741
.225	1.1286	.6827	.6984	.2969	.9866	.5719
.250	1.1189	.6576	.6716	.3248	.9607	.6401
.275	1.1570	.6706	.6498	.3488	1.1161	.6771
.300	1.2115	.6446	.6300	.3735	1.1581	.6760
.325	1.2059	.6355	.6211	.3965	1.3311	.7442
.350	1.2418	.6418	.6160	.4186	1.5789	.7175
.375	1.3069	.6202	.6265	.4401	1.6600	.7200
.400	1.3035	.5985	.6424	.4573	1.9902	.7530
.425	1.2914	.6017	.6674	.4761	2.4024	.6756
.450	1.3776	.6044	.7212	.4918	2.4796	.5924
.475	1.4223	.5678	.7791	.4997	2.8025	.6080
.500	1.3607	.5489	.8487	.5075	3.3207	.4944
.525	1.3711	.5681	.9432	.5079	3.3626	.5304
.550	1.4726	.5442	1.0296	.5006	3.4560	.5005
.575	1.4102	.5060	1.1185	.4915	3.7906	.1863
.600	1.2857	.5219	1.2103	.4755	3.6490	.0173
.625	1.3982	.5408	1.2762	.4556	3.3588	-.0023
.650	1.4842	.5008	1.3286	.4372	3.4706	-.0361
.675	1.3378	.4636	1.3719	.4177	3.4029	-.1513
.700	1.1549	.4845	1.3928	.3980	2.9037	-.2125
.725	1.1938	.5092	1.3960	.3820	2.5779	-.1870
.750	1.2159	.4979	1.3935	.3663	2.4042	-.1933
.775	1.1256	.5014	1.3817	.3564	2.0478	-.1893
.800	1.1523	.5180	1.3647	.3469	1.8209	-.1414
.825	1.2030	.5059	1.3453	.3385	1.7634	-.1199
.850	1.0781	.4952	1.3179	.3315	1.5695	-.1158
.875	.9529	.5260	1.2852	.3270	1.3190	-.0784
.900	1.0799	.5668	1.2573	.3246	1.2475	-.0270
.925	1.3856	.5680	1.2367	.3227	1.3036	.0024
.950	1.5997	.5192	1.2178	.3202	1.3050	.0091
.975	1.4839	.4686	1.1944	.3175	1.1830	.0221
1.000	1.2311	.4604	1.1633	.3155	1.0884	.0584

Tabla 2.1.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 2 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.771$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.506$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .081$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8898	.0066	.9968	.0021	.9908	.0058
.050	.9576	.0143	.9870	.0042	.9644	.0109
.075	.8967	.0255	.9703	.0065	.9240	.0146
.100	.7874	.0487	.9460	.0091	.8725	.0196
.125	.5589	.0225	.9129	.0122	.7974	.1511
.150	.5695	.4783	.8689	.0169	1.2712	.1226
.175	.6286	.5728	.8113	.0247	1.7817	-.5822
.200	.7119	.6266	.7357	.0389	1.9351	-1.8872
.225	.8522	.6482	.6382	.0691	.4552	-3.9040
.250	1.0544	.5856	.5481	.1327	-5.9387	-4.7779
.275	1.1328	.4458	.5291	.1905	-11.3441	-.9682
.300	1.0493	.3267	.5248	.2208	-10.2668	1.9608
.325	.7713	.2804	.5221	.2397	-8.6611	2.3155
.350	.6201	.3768	.5096	.2519	-9.9634	3.3758
.375	.5874	.3768	.5019	.2652	-7.5687	4.1225
.400	.4001	.4184	.4968	.2721	-7.6297	3.9762
.425	.2971	.4958	.4860	.2772	-8.3428	4.5705
.450	.2704	.5843	.4733	.2818	-8.1905	5.5594
.475	.3666	.6841	.4613	.2856	-6.2650	6.7490
.500	.6950	.7726	.4513	.2877	-1.2996	7.7022
.525	1.2982	.7731	.4394	.2863	6.5257	7.4431
.550	1.8245	.6242	.4128	.2823	12.3718	5.5614
.575	1.8502	.4309	.3664	.2802	12.5266	3.5863
.600	1.4992	.3109	.3110	.2825	9.8720	2.5427
.625	1.0252	.2747	.2559	.2880	6.8485	2.1664
.650	.5997	.3054	.2047	.2955	3.9871	2.2625
.675	.3071	.3657	.1592	.3040	1.9726	2.6958
.700	.1181	.4388	.1201	.3129	1.1042	3.3424
.725	.0478	.5255	.0891	.3217	1.9631	4.1345
.750	.1823	.6207	.0677	.3293	5.5815	4.8717
.775	.6333	.6939	.0532	.3341	12.4000	5.0437
.800	1.3273	.6861	.0336	.3354	19.5134	4.0875
.825	1.8458	.5816	-.0047	.3351	21.3787	2.4262
.850	1.8861	.4521	-.0609	.3362	17.4134	1.2481
.875	1.5508	.3628	-.1278	.3397	11.7652	.9566
.900	1.0622	.3311	-.2012	.3455	7.1485	1.2290
.925	.6042	.3467	-.2771	.3542	3.8217	1.7659
.950	.2506	.3901	-.3494	.3657	1.5288	2.5220
.975	.0168	.4527	-.4105	.3802	.8158	3.5624
1.000	-.0391	.5321	-.4490	.3972	3.4530	4.8976

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 2 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.771$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.506$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .081$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9898	.0066	.9968	.0021	.9908	.0058
.050	.9576	.0143	.9870	.0042	.9644	.0109
.075	.8967	.0255	.9703	.0065	.9240	.0146
.100	.7874	.0487	.9460	.0091	.8725	.0196
.125	.5589	.0225	.9129	.0122	.7974	.1511
.150	.5695	.4783	.8689	.0169	1.2712	.1226
.175	.6286	.5728	.8113	.0247	1.7817	-.5822
.200	.7119	.6266	.7357	.0389	1.9351	-1.8872
.225	.8522	.6482	.6382	.0691	.4552	-3.9040
.250	1.0544	.5856	.5481	.1327	-5.9387	-4.7779
.275	1.1328	.4458	.5291	.1905	-11.3441	-.9682
.300	1.0493	.3267	.5248	.2208	-10.2668	1.9608
.325	.7713	.2804	.5221	.2397	-8.6611	2.3155
.350	.6201	.3768	.5096	.2519	-9.9634	3.3758
.375	.5874	.3768	.5019	.2652	-7.5687	4.1225
.400	.4001	.4184	.4968	.2721	-7.6297	3.9762
.425	.2971	.4958	.4860	.2772	-8.3428	4.5705
.450	.2704	.5843	.4733	.2818	-8.1905	5.5594
.475	.3666	.6841	.4613	.2856	-6.2650	6.7490
.500	.6950	.7726	.4513	.2877	-1.2996	7.7022
.525	1.2982	.7731	.4394	.2863	6.5257	7.4431
.550	1.8245	.6242	.4128	.2823	12.3718	5.5614
.575	1.8502	.4309	.3664	.2802	12.5266	3.5863
.600	1.4992	.3109	.3110	.2825	9.8720	2.5427
.625	1.0252	.2747	.2559	.2880	6.8485	2.1664
.650	.5997	.3054	.2047	.2955	3.9871	2.2625
.675	.3071	.3657	.1592	.3040	1.9726	2.6958
.700	.1181	.4388	.1201	.3129	1.1042	3.3424
.725	.0478	.5255	.0891	.3217	1.9631	4.1345
.750	.1823	.6207	.0677	.3293	5.5815	4.8717
.775	.6333	.6939	.0532	.3341	12.4000	5.0437
.800	1.3273	.6861	.0336	.3354	19.5134	4.0875
.825	1.8458	.5816	-.0047	.3351	21.3787	2.4262
.850	1.8861	.4521	-.0609	.3362	17.4134	1.2481
.875	1.5508	.3628	-.1278	.3397	11.7652	.9566
.900	1.0622	.3311	-.2012	.3455	7.1485	1.2290
.925	.6042	.3467	-.2771	.3542	3.8217	1.7659
.950	.2506	.3901	-.3494	.3657	1.5288	2.5220
.975	.0168	.4527	-.4105	.3802	.8158	3.5624
1.000	-.0391	.5321	-.4490	.3972	3.4530	4.8976

Tabla 2.1.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 2$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.769$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.916$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .971$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9884	.0075	.9967	.0021	.9905	.0062
.050	.9519	.0161	.9865	.0044	.9602	.0134
.075	.8836	.0284	.9691	.0068	.9028	.0242
.100	.7633	.0527	.9436	.0096	.7977	.0475
.125	.5205	.2013	.9076	.0151	.5697	.2131
.150	.4823	.4821	.8653	.0237	.6269	.5155
.175	.5085	.5944	.8111	.0315	.7710	.5879
.200	.5336	.6776	.7401	.0428	.9649	.5706
.225	.5974	.7639	.6451	.0648	1.2069	.4360
.250	.8088	.8432	.5360	.1183	1.2412	.1133
.275	1.1785	.7597	.4927	.1980	.7278	.0072
.300	1.3334	.5323	.4900	.2272	.4752	.0998
.325	1.0677	.3659	.4854	.2481	.1838	.0898
.350	.8345	.4283	.4698	.2653	-.2253	.2861
.375	.8350	.4125	.4613	.2805	-.1196	.4076
.400	.6438	.4042	.4507	.2909	-.2432	.4229
.425	.4875	.4365	.4369	.3005	-.4386	.4891
.450	.3557	.4764	.4226	.3098	-.6273	.5801
.475	.2316	.5256	.4093	.3190	-.7996	.6980
.500	.1203	.5913	.3994	.3285	-.9163	.8551
.525	.0608	.6845	.3968	.3380	-.8577	1.0679
.550	.1836	.8124	.4090	.3465	-.3110	1.3285
.575	.7662	.9243	.4422	.3489	1.2139	1.4837
.600	1.7062	.8438	.4670	.3385	3.0927	1.1912
.625	1.9936	.6050	.4364	.3263	3.2827	.6838
.650	1.6498	.4632	.3824	.3233	2.4241	.4590
.675	1.2741	.4191	.3317	.3252	1.7128	.4214
.700	.9661	.4108	.2841	.3293	1.2216	.4424
.725	.6985	.4195	.2396	.3347	.8767	.4875
.750	.4557	.4404	.1987	.3413	.6464	.5469
.775	.2348	.4732	.1629	.3487	.5314	.6173
.800	.0464	.5198	.1341	.3565	.5624	.6958
.825	-.0739	.5830	.1145	.3639	.8046	.7751
.850	-.0390	.6630	.1040	.3699	1.3466	.8333
.875	.3050	.7407	.0968	.3732	2.1967	.8207
.900	.9720	.7545	.0795	.3739	2.9536	.6849
.925	1.4952	.6788	.0438	.3745	2.9716	.4955
.950	1.6023	.5845	-.0045	.3767	2.3717	.3706
.975	1.4396	.5154	-.0605	.3806	1.5751	.3283
1.000	1.1612	.4759	-.1231	.3864	.8004	.3468

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 2$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.636$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.131$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.109$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9896	.0067	.9966	.0022	.9674	.0210
.050	.9565	.0148	.9861	.0045	.8656	.0445
.075	.8843	.0260	.9684	.0069	.6812	.0747
.100	.7834	.0491	.9428	.0095	.3814	.1218
.125	.5550	.1963	.9081	.0127	-.1233	.2815
.150	.5483	.4655	.8628	.0169	-.6382	.6124
.175	.5822	.5623	.8043	.0223	-1.3372	.9486
.200	.6211	.6274	.7285	.0303	-2.3366	1.5137
.225	.6874	.6922	.6284	.0454	-3.6218	2.7055
.250	.8696	.7541	.5126	.1049	-3.4047	5.1917
.275	1.1858	.6836	.4537	.1712	-1.1150	6.1025
.300	1.3275	.4950	.4282	.2118	4.7481	4.6574
.325	1.1208	.3519	.4022	.2396	8.5416	3.5796
.350	.9419	.4030	.3735	.2613	7.0281	2.8873
.375	.9478	.3868	.3396	.2824	6.7314	1.7816
.400	.8066	.3814	.3150	.3041	6.0338	1.8582
.425	.7015	.4053	.2972	.3223	7.0689	1.8961
.450	.6128	.4323	.2833	.3383	8.6846	1.6238
.475	.5229	.4656	.2741	.3525	10.4724	1.0420
.500	.4321	.5125	.2710	.3651	12.0280	.1015
.525	.3672	.5836	.2760	.3756	12.5504	-1.2641
.550	.4253	.6888	.2915	.3830	10.2658	-3.0077
.575	.8407	.8007	.3181	.3844	2.2072	-4.4082
.600	1.6744	.7785	.3357	.3756	-10.1767	-3.4897
.625	2.1084	.5836	.3035	.3632	-15.3803	-.5756
.650	1.9206	.4428	.2327	.3591	-13.0593	1.4973
.675	1.6560	.3885	.1568	.3640	-8.9168	2.5129
.700	1.4330	.3660	.0924	.3739	-4.7398	2.8988
.725	1.2274	.3583	.0421	.3856	-.9938	2.9049
.750	1.0240	.3618	.0040	.3977	2.1493	2.6582
.775	.8191	.3773	-.0235	.4094	4.5102	2.2294
.800	.6198	.4070	-.0416	.4203	5.8186	1.6738
.825	.4504	.4547	-.0517	.4298	5.6974	1.0601
.850	.3740	.5250	-.0566	.4375	3.6790	.4943
.875	.5430	.6139	-.0614	.4433	-.8158	.1708
.900	1.1435	.6721	-.0726	.4472	-7.5802	-.5728
.925	1.8470	.6303	-.0999	.4508	-11.5307	2.0023
.950	2.1856	.5383	-.1409	.4568	-8.7399	3.5155
.975	2.2039	.4541	-.1809	.4659	-1.5679	4.4231
1.000	2.0393	.3926	-.2112	.4769	7.2758	4.6596

Tabla 2.1.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 2 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 12.366$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 11.152$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 2.433$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9877	.0079	.9985	.0022	.9887	.0073
.050	.9489	.0171	.9958	.0046	.9529	.0159
.075	.8771	.0297	.9671	.0073	.8853	.0283
.100	.7529	.0537	.9389	.0110	.7640	.0540
.125	.5090	.1949	.8958	.0224	.5099	.2206
.150	.4633	.4633	.8567	.0430	.5137	.5390
.175	.4554	.5695	.8099	.0552	.5896	.6530
.200	.4404	.6422	.7498	.0687	.6969	.7134
.225	.4225	.7198	.6724	.0896	.8840	.7373
.250	.4518	.8372	.5854	.1317	1.1136	.6860
.275	.7194	.9415	.5430	.1862	1.3169	.5378
.300	1.1644	.8494	.5334	.2164	1.4074	.3239
.325	1.2223	.5825	.5062	.2333	1.0232	.1004
.350	.9450	.5609	.4825	.2590	.5406	.2178
.375	.9944	.5555	.4780	.2743	.5083	.2807
.400	.9090	.4962	.4636	.2853	.3287	.2929
.425	.7723	.4793	.4492	.2957	.1549	.3391
.450	.6396	.4778	.4348	.3048	.0151	.3875
.475	.5038	.4946	.4195	.3130	-.1101	.4345
.500	.3603	.4985	.4029	.3208	-.2311	.4813
.525	.2052	.5202	.3851	.3286	-.3561	.5309
.550	.0366	.5528	.3663	.3370	-.4893	.5893
.575	-.1411	.6019	.3481	.3467	-.6202	.6864
.600	-.2979	.6774	.3357	.3587	-.6908	.7759
.625	-.3323	.7865	.3433	.3728	-.5244	.9194
.650	-.0600	.9029	.3894	.3834	.1043	1.0318
.675	.5507	.9545	.4503	.3818	1.0202	1.0090
.700	1.2130	.8961	.4611	.3715	1.6637	.8510
.725	1.5579	.7689	.4731	.3618	1.7111	.6735
.750	1.5333	.6520	.4457	.3561	1.3782	.5680
.775	1.3148	.5770	.4124	.3536	.9851	.5339
.800	1.0394	.5378	.3757	.3529	.6705	.5393
.825	.7633	.5220	.3362	.3540	.4535	.5613
.850	.5006	.5210	.2958	.3567	.3173	.5883
.875	.2505	.5306	.2571	.3609	.2437	.6156
.900	.0133	.5496	.2228	.3662	.2210	.6410
.925	-.2025	.5778	.1943	.3721	.2422	.6636
.950	-.3871	.6149	.1725	.3783	.3070	.6829
.975	-.5212	.6622	.1578	.3841	.4256	.6969
1.000	-.5569	.7204	.1491	.3891	.6065	.7004

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 2 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.492$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.901$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.255$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9906	.0061	.9967	.0021	.9735	.0170
.050	.9607	.0132	.9869	.0042	.8906	.0384
.075	.9046	.0235	.9701	.0065	.7383	.0624
.100	.8042	.0445	.9457	.0091	.4814	.1085
.125	.5966	.1824	.9126	.0123	.0076	.3481
.150	.6047	.4233	.8702	.0167	-.1779	.7574
.175	.6415	.4927	.8156	.0220	-.4220	.8964
.200	.6647	.5284	.7445	.0299	-.8822	1.0126
.225	.6717	.5649	.6495	.0449	-1.7638	1.2671
.250	.6995	.6410	.5267	.0821	-3.0816	2.2103
.275	.9058	.7064	.4270	.1490	-2.6983	3.8578
.300	1.1985	.6477	.3751	.2099	-.3603	4.6548
.325	1.3115	.4905	.3438	.2581	2.1117	4.5403
.350	1.1960	.4438	.3258	.2987	4.3820	4.2238
.375	1.2260	.4361	.3143	.3381	6.1207	3.3630
.400	1.2570	.3915	.3479	.3723	6.4076	2.9422
.425	1.2271	.3529	.3894	.3902	7.3998	2.7511
.450	1.1682	.3234	.4283	.4020	8.6413	2.4744
.475	1.0812	.3016	.4675	.4102	8.9201	2.1326
.500	.9644	.2885	.5083	.4160	11.1894	1.7418
.525	.8162	.2857	.5523	.4200	12.4503	1.3019
.550	.6347	.2961	.6017	.4221	13.7220	.7904
.575	.4193	.3248	.6592	.4217	14.9764	.1429
.600	.1766	.3823	.7234	.4166	15.8368	-.7719
.625	-.0362	.4918	.7729	.4059	14.6498	-1.9879
.650	-.0859	.6609	.8021	.4005	9.8861	-2.8261
.675	.7873	.7736	.8672	.3969	3.5341	-2.7077
.700	1.6807	.7410	.9463	.3842	-.9872	-1.6533
.725	2.2768	.6042	1.0106	.3652	-1.1563	-.4258
.750	2.4367	.4523	1.0573	.3418	1.7911	.2388
.775	2.2838	.3346	1.0737	.3135	5.1333	.2288
.800	1.9990	.2583	1.0327	.2828	7.0466	-.1751
.825	1.6383	.2163	.9202	.2575	7.0088	-.6298
.850	1.2531	.2016	.7585	.2449	5.5118	-.8257
.875	.8682	.2104	.5867	.2465	3.5728	-.8528
.900	.5157	.2405	.4492	.2580	2.1632	-.7936
.925	.2349	.2860	.3562	.2731	1.6330	-.6075
.950	.0301	.3406	.3023	.2879	1.5648	-.4954
.975	-.0960	.4047	.2800	.3003	1.4540	-.4518
1.000	-.0961	.4803	.2832	.3080	1.0164	-.4262

Tabla 2.2.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 4$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.028$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.194$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.087$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9755	.0166	.9950	.0032	1.0108	-.0050
.050	.9735	.0610	.9795	.0068	.9917	-.0387
.075	.7952	.6330	.9507	.0126	.9690	1.0916
.100	.9170	.6398	.9020	.0271	1.7404	2.2675
.125	.8899	.4958	.8326	.0914	5.2468	1.9207
.150	.9123	.3900	.8202	.1476	5.4184	-2.8389
.175	.7859	.4985	.8025	.1683	4.2486	-3.6867
.200	.7362	.5562	.7818	.1826	3.3441	-3.3270
.225	.8018	.6420	.7560	.1933	3.1286	-3.4237
.250	.9450	.6601	.7260	.2037	2.6458	-3.4324
.275	1.1055	.5859	.6928	.2153	2.2498	-3.2914
.300	1.0879	.4456	.6612	.2287	1.9056	-3.0948
.325	.7577	.4436	.6349	.2407	2.4830	-2.7153
.350	.6713	.5563	.6090	.2504	3.3948	-3.1154
.375	.7722	.6348	.5829	.2586	3.1781	-3.6941
.400	1.0023	.6466	.5563	.2662	1.8854	-4.0231
.425	1.1746	.5601	.5284	.2728	.3378	-3.8126
.450	.9962	.4713	.4981	.2790	.2842	-3.3194
.475	.7471	.5110	.4657	.2857	1.3857	-3.4258
.500	.7214	.5853	.4346	.2931	1.3338	-3.9842
.525	.9061	.6340	.4077	.3003	-.7118	-4.4838
.550	1.1911	.5995	.3847	.3056	-4.2609	-4.2608
.575	1.1671	.5021	.3585	.3085	-5.4513	-3.2716
.600	.8612	.4909	.3185	.3120	-3.5278	-2.8893
.625	.7167	.5444	.2787	.3172	-2.3550	-3.1609
.650	.7879	.6004	.2406	.3231	-2.8275	-3.5995
.675	1.0495	.6175	.2053	.3290	-5.1257	-3.8493
.700	1.2689	.5623	.1714	.3341	-7.7822	-3.5524
.725	1.1208	.4983	.1338	.3388	-8.1087	-3.0732
.750	.8460	.5049	.0939	.3440	-7.4652	-3.0181
.775	.7376	.5495	.0547	.3495	-7.8994	-3.1839
.800	.8467	.5918	.0159	.3549	-9.6622	-3.2884
.825	1.1186	.5951	-.0237	.3600	-12.0996	-3.1029
.850	1.2806	.5444	-.0671	.3650	-13.2491	-2.6314
.875	1.1040	.4977	-.1139	.3709	-12.2729	-2.3310
.900	.8244	.5045	-.1595	.3776	-11.3138	-2.4141
.925	.6965	.5448	-.2017	.3849	-11.8170	-2.6555
.950	.8012	.5876	-.2397	.3923	-14.0231	-2.8280
.975	1.1115	.5992	-.2741	.3993	-17.3663	-2.7045
1.000	1.3827	.5579	-.3076	.4060	-19.7538	-2.2083

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 4$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.028$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.194$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.087$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9755	.0166	.9950	.0032	1.0108	-.0050
.050	.8735	.0610	.9795	.0068	.9917	-.0387
.075	.7952	.6330	.9507	.0126	.9690	1.0916
.100	.9170	.6398	.9020	.0271	1.7404	2.2675
.125	.8899	.4958	.8326	.0914	5.2468	1.9207
.150	.9123	.3900	.8202	.1476	5.4184	-2.8389
.175	.7859	.4985	.8025	.1683	4.2486	-3.6867
.200	.7362	.5562	.7818	.1826	3.3441	-3.3270
.225	.8019	.6420	.7560	.1933	3.1286	-3.4237
.250	.9450	.6601	.7260	.2037	2.6458	-3.4324
.275	1.1055	.5859	.6928	.2153	2.2498	-3.2914
.300	1.0679	.4456	.6612	.2287	1.9056	-3.0948
.325	.7577	.4436	.6349	.2407	2.4830	-2.7153
.350	.6713	.5563	.6090	.2504	3.3948	-3.1154
.375	.7722	.6348	.5829	.2586	3.1781	-3.6941
.400	1.0023	.6466	.5563	.2662	1.8854	-4.0231
.425	1.1746	.5601	.5284	.2728	.3378	-3.8126
.450	.9962	.4713	.4981	.2790	.2842	-3.3194
.475	.7471	.5110	.4657	.2857	1.3857	-3.4258
.500	.7214	.5853	.4346	.2931	1.3338	-3.9842
.525	.9061	.6340	.4077	.3003	-.7118	-4.4838
.550	1.1911	.5995	.3847	.3056	-4.2609	-4.2608
.575	1.1671	.5021	.3585	.3085	-5.4513	-3.2716
.600	.8612	.4909	.3185	.3120	-3.5278	-2.8893
.625	.7167	.5444	.2787	.3172	-2.3550	-3.1609
.650	.7879	.6004	.2406	.3231	-2.8275	-3.5995
.675	1.0495	.6175	.2053	.3290	-5.1257	-3.8493
.700	1.2689	.5623	.1714	.3341	-7.7822	-3.5524
.725	1.1208	.4983	.1338	.3388	-8.1087	-3.0732
.750	.8460	.5049	.0939	.3440	-7.4652	-3.0181
.775	.7376	.5495	.0547	.3495	-7.8994	-3.1839
.800	.8467	.5918	.0159	.3549	-9.6622	-3.2884
.825	1.1186	.5951	-.0237	.3600	-12.0996	-3.1029
.850	1.2806	.5444	-.0671	.3650	-13.2491	-2.6314
.875	1.1040	.4977	-.1139	.3709	-12.2729	-2.3310
.900	.8244	.5045	-.1595	.3776	-11.3138	-2.4141
.925	.6965	.5448	-.2017	.3849	-11.8170	-2.6555
.950	.8012	.5876	-.2397	.3923	-14.0231	-2.8280
.975	1.1115	.5992	-.2741	.3993	-17.3663	-2.7045
1.000	1.3827	.5579	-.3076	.4060	-19.7538	-2.2083

Tabla 2.2.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 4 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.369$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.202$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .600$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9899	.0204	.9942	.0038	.9679	.0214
.050	.8458	.0731	.9757	.0082	.8425	.0715
.075	.7269	.1495	.9424	.0176	.7521	.1686
.100	.8623	.3332	.8858	.0306	.8642	.4710
.125	1.0110	.7090	.7932	.1061	.3716	.0707
.150	.9729	.4999	.7817	.1931	.0855	.8812
.175	.7868	.5778	.7714	.2231	.0977	1.2429
.200	.7043	.6210	.7599	.2393	.2470	1.2601
.225	.7064	.7340	.7426	.2519	.3483	1.4264
.250	.8130	.8125	.7240	.2620	.6750	1.5295
.275	1.0621	.8122	.7029	.2701	1.2107	1.4478
.300	1.2418	.6310	.6775	.2775	1.5086	1.0814
.325	.9256	.5182	.6473	.2868	.9420	.8647
.350	.7124	.5949	.6215	.2985	.5413	1.0153
.375	.6601	.6814	.6014	.3089	.5080	1.1962
.400	.7609	.7608	.5852	.3172	.8267	1.3380
.425	1.0820	.7705	.5702	.3223	1.4702	1.3027
.450	1.2046	.6431	.5458	.3250	1.6195	1.0375
.475	.8545	.5883	.5138	.3309	1.0931	.8790
.500	.7621	.6180	.4856	.3387	.7918	1.0801
.525	.6856	.6756	.4631	.3470	.8261	1.2307
.550	.8095	.7365	.4498	.3542	1.3992	1.3498
.575	1.1281	.7169	.4391	.3569	2.2762	1.2240
.600	1.1223	.6308	.4118	.3586	2.1565	.9990
.625	.9136	.6072	.3808	.3629	1.7040	.9571
.650	.7336	.6259	.3516	.3681	1.4091	1.0017
.675	.6461	.6701	.3247	.3736	1.3648	1.0847
.700	.7634	.7184	.3007	.3789	1.6978	1.1499
.725	1.0471	.7096	.2764	.3833	2.1544	1.1039
.750	1.1028	.6536	.2487	.3879	2.1483	1.0269
.775	.9527	.6233	.2220	.3930	1.9768	1.0138
.800	.7633	.6254	.1969	.3981	1.8980	1.0413
.825	.6296	.6539	.1729	.4030	2.0133	1.0839
.850	.6633	.6952	.1488	.4074	2.3891	1.1040
.875	.8998	.7084	.1214	.4115	2.8084	1.0517
.900	1.0631	.6751	.0891	.4162	2.8285	.9691
.925	1.0066	.6381	.0563	.4219	2.5637	.9319
.950	.8234	.6220	.0259	.4285	2.2866	.9454
.975	.6139	.6311	.0004	.4359	2.1585	.9955
1.000	.4782	.6633	-.0172	.4436	2.3241	1.0622

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 4 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.517$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.583$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.274$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9726	.0186	.9942	.0038	.9715	.0196
.050	.8585	.0679	.9758	.0081	.8454	.0773
.075	.7574	.1057	.9422	.0157	.6872	.8531
.100	.8903	.7648	.8862	.0309	.8327	1.3137
.125	1.0277	.6471	.8021	.0992	1.8100	1.6720
.150	.9933	.4544	.7791	.1704	2.2078	.0626
.175	.8397	.5514	.7554	.2012	1.7598	-.3293
.200	.7783	.5732	.7310	.2239	1.3051	-.2238
.225	.8048	.6633	.7054	.2401	1.2176	-.1912
.250	.9074	.7156	.6768	.2528	1.0222	-.2101
.275	1.1043	.7065	.6436	.2639	.7115	.1625
.300	1.2471	.5678	.6056	.2760	.4181	-.0177
.325	1.0090	.4797	.5676	.2902	.3362	.2256
.350	.8614	.5416	.5332	.3045	.6812	.3280
.375	.8403	.6046	.5024	.3176	.9734	.2648
.400	.9234	.6606	.4742	.3291	1.0317	.1240
.425	1.1476	.6726	.4465	.3385	.6900	.0053
.450	1.2958	.5847	.4156	.3465	.0773	-.0782
.475	1.1480	.5371	.3797	.3545	.0054	.2911
.500	1.0276	.5500	.3408	.3639	.3892	.3749
.525	.9756	.5840	.3035	.3749	.8051	.3034
.550	1.0425	.6272	.2730	.3870	.7938	.0987
.575	1.2780	.6598	.2551	.3978	-.2495	-.0239
.600	1.3603	.5710	.2387	.4038	-1.1891	.2265
.625	1.2680	.5435	.2120	.4085	-1.1221	.4904
.650	1.1672	.5439	.1759	.4142	-.5747	.6361
.675	1.0974	.5642	.1361	.4217	.1528	.6500
.700	1.1349	.5991	.0978	.4311	.6359	.5174
.725	1.3517	.6105	.0693	.4417	.1543	.3691
.750	1.4984	.5740	.0503	.4507	-.0352	.4487
.775	1.4734	.5400	.0294	.4581	-.7403	.6105
.800	1.3713	.5248	.0048	.4655	-.3287	.7228
.825	1.2506	.5309	-.0212	.4736	.3060	.7427
.850	1.2012	.5597	-.0440	.4827	.7045	.6586
.875	1.3594	.5878	-.0584	.4918	.2651	.5809
.900	1.5996	.5739	-.0699	.4997	-.3580	.6882
.925	1.6893	.5369	-.0856	.5075	-.1008	.8685
.950	1.6220	.5051	-.1014	.5166	.2210	.9750
.975	1.4525	.4906	-.1102	.5271	.2622	.9504
1.000	1.2483	.5026	-.1032	.5385	.3220	.7780

Tabla 2.2.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 4$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 10.208$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 9.779$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.715$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9860	.0230	.9931	.0045	.9884	.0227
.050	.9278	.0804	.9704	.0106	.8302	.0793
.075	.8786	.8040	.9323	.0386	.7045	.8042
.100	.8018	.9451	.8766	.0521	.8676	.8136
.125	.9853	.8890	.7734	.1251	.8479	.4851
.150	1.0164	.6103	.7804	.2312	.6359	.6100
.175	.7845	.6370	.7534	.2897	.4598	.8312
.200	.8986	.6582	.7487	.2887	.4520	.8777
.225	.8432	.7599	.7391	.3023	.4750	1.0194
.250	.8583	.8511	.7321	.3136	.6173	1.1269
.275	.8052	.9300	.7279	.3199	.9456	1.1616
.300	1.1383	.8668	.7185	.3177	1.3595	.9581
.325	1.0547	.6639	.6798	.3194	1.0406	.6959
.350	.8040	.6603	.6514	.3228	.6874	.7561
.375	.6545	.7030	.6352	.3441	.5836	.8484
.400	.5720	.7853	.6248	.3528	.5872	.8347
.425	.6161	.8391	.6179	.3581	.7896	.8659
.450	.8628	.8567	.6042	.3591	1.0612	.9192
.475	.9671	.7816	.5764	.3630	.9409	.8226
.500	.8882	.7330	.5530	.3700	.7066	.8183
.525	.7065	.7242	.5357	.3773	.5411	.8632
.550	.5548	.7521	.5244	.3838	.5152	.9313
.575	.5245	.8073	.5179	.3881	.7110	.9817
.600	.6876	.8359	.5048	.3900	.9824	.9538
.625	.8389	.8118	.4849	.3931	1.0068	.8986
.650	.8520	.7693	.4654	.3973	.8995	.8639
.675	.7249	.7395	.4483	.4017	.7406	.8611
.700	.5281	.7404	.4338	.4059	.6293	.8839
.725	.3785	.7759	.4195	.4095	.6271	.9109
.750	.3875	.8169	.4031	.4129	.8831	.9218
.775	.5382	.8395	.3862	.4165	.9230	.9208
.800	.7173	.8252	.3696	.4203	.7204	.9151
.825	.7560	.7856	.3539	.4242	.6706	.9146
.850	.6035	.7558	.3393	.4281	.6153	.9255
.875	.3738	.7582	.3256	.4318	.6124	.9435
.900	.2139	.7878	.3118	.4353	.6741	.9578
.925	.2039	.8271	.2971	.4388	.7738	.9622
.950	.3717	.8548	.2809	.4424	.8687	.9530
.975	.6300	.8466	.2632	.4465	.8791	.9337
1.000	.7474	.8037	.2467	.4515	.7627	.9221

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 4$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.090$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.994$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.447$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9726	.0186	.9935	.0042	.9650	.0238
.050	.8584	.0680	.9732	.0090	.8187	.0853
.075	.7545	.7085	.9362	.0190	.6456	.8412
.100	.8818	.7823	.8753	.0346	.8933	1.1267
.125	1.0354	.7162	.7781	.1048	1.0645	1.6206
.150	1.0609	.4937	.7456	.1941	1.6207	.8436
.175	.9249	.5271	.7186	.2369	1.4305	.5454
.200	.8863	.5413	.6933	.2720	1.1972	.6063
.225	.8926	.5955	.6739	.2975	1.3226	.6607
.250	.9250	.6340	.6550	.3167	1.4124	.5877
.275	1.0142	.6727	.6331	.3316	1.3398	.5203
.300	1.2178	.6572	.6032	.3467	1.0505	.5383
.325	1.2837	.5399	.5742	.3681	.7860	.8560
.350	1.1997	.5007	.5572	.3886	1.4172	1.1141
.375	1.1274	.4929	.5503	.4099	2.1848	1.0999
.400	1.0546	.5065	.5532	.4278	2.8315	.9519
.425	1.0142	.5476	.5633	.4440	3.2516	.7261
.450	1.1296	.6052	.5894	.4598	3.0649	.4841
.475	1.3881	.5815	.6289	.4671	2.6623	.6345
.500	1.4802	.5095	.6614	.4733	3.3932	.7983
.525	1.4078	.4491	.7068	.4802	4.5454	.7102
.550	1.2093	.4256	.7733	.4842	5.4820	.3849
.575	.9864	.4698	.8621	.4795	5.3591	-.0788
.600	1.0833	.5540	.9328	.4625	4.0052	-.1887
.625	1.4156	.5576	.9681	.4470	3.7200	-.0061
.650	1.6226	.4910	1.0001	.4344	4.3872	.0418
.675	1.5453	.4114	1.0138	.4207	4.9425	-.1370
.700	1.2176	.3782	1.0600	.4039	4.6881	-.3869
.725	.8847	.4233	1.0629	.3851	3.8035	-.4901
.750	.8669	.5047	1.0379	.3684	2.8255	-.3604
.775	1.1502	.5506	.9987	.3551	2.0554	-.2378
.800	1.5138	.5291	.9475	.3439	2.1155	-.2939
.825	1.6408	.4585	.8812	.3355	2.4959	-.4663
.850	1.4067	.4002	.8063	.3308	2.5564	-.5608
.875	1.0470	.4052	.7322	.3293	1.5381	-.5026
.900	.8470	.4541	.6616	.3293	1.0536	-.3892
.925	.8983	.5105	.5915	.3300	1.1328	-.2621
.950	1.1889	.5446	.5175	.3314	1.4898	-.2369
.975	1.5820	.5264	.4373	.3341	1.5672	-.2908
1.000	1.7458	.4625	.3531	.3387	1.1239	-.3409

Tabla 2.3.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 6 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.007$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.427$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.105$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9563	.0332	.9941	.0038	1.0098	.0013
.050	.8654	.7110	.9746	.0096	1.0432	1.0133
.075	.9805	.5865	.9331	.0315	2.1618	1.7809
.100	.9176	.4299	.9035	.0955	3.0467	-2.3482
.125	.8502	.5610	.8773	.1188	2.0759	-2.6130
.150	.9103	.6641	.8459	.1379	1.9771	-2.3386
.175	1.0147	.6087	.9106	.1580	1.9845	-2.2338
.200	.9703	.4763	.7774	.1803	1.9776	-2.3250
.225	.7949	.5703	.7500	.1986	2.3082	-2.2959
.250	.8885	.6429	.7226	.2129	2.2798	-2.6885
.275	1.0054	.6001	.6944	.2255	1.7926	-2.8433
.300	.8922	.5346	.6666	.2369	1.5509	-2.6643
.325	.8230	.6093	.6384	.2473	1.7915	-2.8742
.350	.9485	.6404	.6109	.2568	1.0974	-3.1593
.375	1.0327	.5716	.5840	.2648	.0352	-2.9274
.400	.8433	.5610	.5538	.2718	.5612	-2.7035
.425	.8383	.6230	.5222	.2795	.6244	-3.0487
.450	1.0008	.6352	.4924	.2871	-.5798	-3.2909
.475	1.0588	.5690	.4631	.2935	-1.8912	-3.0198
.500	.8725	.5631	.4305	.2994	-1.7303	-2.8410
.525	.8621	.6085	.3973	.3058	-2.0931	-2.9986
.550	1.0080	.6134	.3649	.3120	-3.3791	-3.0138
.575	1.0195	.5672	.3312	.3176	-4.1605	-2.7509
.600	.8735	.5722	.2958	.3236	-4.1713	-2.7271
.625	.8980	.6059	.2618	.3297	-5.1421	-2.8377
.650	1.0530	.6016	.2288	.3353	-6.8566	-2.7004
.675	1.0519	.5566	.1933	.3402	-7.5266	-2.3234
.700	.8815	.5555	.1552	.3456	-7.2206	-2.2146
.725	.8604	.5872	.1176	.3513	-7.7578	-2.2766
.750	1.0115	.5961	.0800	.3568	-9.0848	-2.2051
.775	1.1024	.5590	.0406	.3622	-9.9101	-1.9395
.800	.9449	.5323	-.0005	.3680	-9.7349	-1.7909
.825	.7989	.5502	-.0406	.3742	-10.0163	-1.8163
.850	.8290	.5746	-.0797	.3805	-11.0738	-1.7906
.875	.9381	.5715	-.1191	.3868	-12.0568	-1.6277
.900	.9182	.5553	-.1580	.3934	-12.3800	-1.4882
.925	.8588	.5607	-.1943	.4003	-12.9911	-1.4441
.950	.9186	.5688	-.2278	.4070	-14.1529	-1.3261
.975	.9994	.5546	-.2600	.4134	-14.8844	-1.0907
1.000	.9313	.5365	-.2910	.4197	-14.8034	-.9147

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 6 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.007$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.427$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.105$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9563	.0332	.9941	.0038	1.0098	.0013
.050	.8654	.7110	.9746	.0096	1.0432	1.0133
.075	.9805	.5865	.9331	.0315	2.1618	1.7809
.100	.9176	.4299	.9035	.0955	3.0467	-2.3482
.125	.8502	.5610	.8773	.1188	2.0759	-2.6130
.150	.9103	.6641	.8459	.1379	1.9771	-2.3386
.175	1.0147	.6087	.9106	.1580	1.9845	-2.2338
.200	.9703	.4763	.7774	.1803	1.9776	-2.3250
.225	.7949	.5703	.7500	.1986	2.3082	-2.2959
.250	.8885	.6429	.7226	.2129	2.2798	-2.6885
.275	1.0054	.6001	.6944	.2255	1.7926	-2.8433
.300	.8922	.5346	.6666	.2369	1.5509	-2.6643
.325	.8230	.6093	.6384	.2473	1.7915	-2.8742
.350	.9485	.6404	.6109	.2568	1.0974	-3.1593
.375	1.0327	.5716	.5840	.2648	.0352	-2.9274
.400	.8433	.5610	.5538	.2718	.5612	-2.7035
.425	.8383	.6230	.5222	.2795	.6244	-3.0487
.450	1.0008	.6352	.4924	.2871	-.5798	-3.2909
.475	1.0568	.5690	.4631	.2935	-1.8912	-3.0198
.500	.8725	.5631	.4305	.2994	-1.7303	-2.8410
.525	.8621	.6085	.3973	.3058	-2.0931	-2.9986
.550	1.0080	.6134	.3649	.3120	-3.3791	-3.0138
.575	1.0195	.5672	.3312	.3176	-4.1605	-2.7509
.600	.8735	.5722	.2958	.3236	-4.1713	-2.7271
.625	.8980	.6059	.2618	.3297	-5.1421	-2.8377
.650	1.0530	.6016	.2288	.3353	-6.8566	-2.7004
.675	1.0519	.5566	.1933	.3402	-7.5266	-2.3234
.700	.8815	.5555	.1552	.3456	-7.2206	-2.2146
.725	.8604	.5872	.1176	.3513	-7.7578	-2.2766
.750	1.0115	.5961	.0800	.3568	-9.0848	-2.2051
.775	1.1024	.5590	.0406	.3622	-9.9101	-1.9395
.800	.9449	.5323	-.0005	.3680	-9.7349	-1.7909
.825	.7989	.5502	-.0406	.3742	-10.0163	-1.8163
.850	.8290	.5746	-.0797	.3805	-11.0738	-1.7906
.875	.9381	.5715	-.1191	.3868	-12.0568	-1.6277
.900	.9182	.5553	-.1580	.3934	-12.3800	-1.4882
.925	.8588	.5607	-.1943	.4003	-12.9911	-1.4441
.950	.9186	.5688	-.2278	.4070	-14.1529	-1.3261
.975	.9994	.5546	-.2600	.4134	-14.8844	-1.0907
1.000	.9313	.5365	-.2910	.4197	-14.8034	-.9147

Tabla 2.3.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 6 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.054$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.518$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .475$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9459	.0409	.9929	.0047	.9363	.0462
.050	.8212	.0869	.9693	.0134	.8032	.0713
.075	.9763	.7876	.8168	.0369	.7082	.2512
.100	.9344	.5312	.8806	.1345	.2762	1.2736
.125	.8301	.6618	.8597	.1664	.5161	1.6030
.150	.8635	.8103	.8326	.1882	.6814	1.6962
.175	1.0105	.7953	.8024	.2085	.9888	1.5699
.200	1.0461	.6112	.7725	.2301	1.0388	1.2483
.225	.7970	.6547	.7471	.2502	.6112	1.2983
.250	.8352	.7639	.7273	.2668	.7176	1.5323
.275	1.0011	.7652	.7091	.2788	1.1120	1.5321
.300	.9740	.6518	.6878	.2879	1.1109	1.3047
.325	.8185	.6966	.6654	.2986	.8601	1.4087
.350	.8689	.7616	.6482	.3082	1.1192	1.5512
.375	1.0555	.7336	.6329	.3140	1.6720	1.4286
.400	.9314	.6620	.6076	.3190	1.3452	1.2409
.425	.8054	.7013	.5836	.3266	1.1065	1.3504
.450	.8578	.7527	.5641	.3337	1.3562	1.4694
.475	1.0467	.7326	.5458	.3386	1.8686	1.3970
.500	.9651	.6737	.5212	.3433	1.7209	1.2744
.525	.8277	.6891	.4970	.3491	1.5787	1.3180
.550	.8396	.7256	.4752	.3545	1.7989	1.3694
.575	.9750	.7165	.4520	.3591	2.1045	1.3023
.600	.9176	.6804	.4257	.3644	1.9380	1.2478
.625	.7937	.6887	.4023	.3703	1.8607	1.2867
.650	.7873	.7192	.3826	.3758	2.1631	1.3510
.675	.9258	.7204	.3630	.3801	2.3932	1.2910
.700	.9256	.6855	.3395	.3843	2.5754	1.1966
.725	.7926	.6782	.3165	.3890	2.3954	1.1939
.750	.7085	.6999	.2951	.3936	2.4608	1.2291
.775	.7868	.7235	.2736	.3977	2.7894	1.2260
.800	.9227	.7074	.2493	.4017	2.9543	1.1580
.825	.8837	.6788	.2240	.4062	2.8223	1.1215
.850	.7810	.6732	.1999	.4110	2.7556	1.1294
.875	.6997	.6854	.1761	.4157	2.8710	1.1362
.900	.7339	.6893	.1516	.4207	2.9861	1.1125
.925	.7199	.6791	.1282	.4262	2.9325	1.0962
.950	.6364	.6777	.1089	.4321	2.9260	1.1102
.975	.5958	.6889	.0946	.4377	3.1226	1.1218
1.000	.6504	.6936	.0835	.4429	3.3619	1.0967

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 6 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.529$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.794$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.256$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9491	.0386	.9929	.0046	.9570	.0348
.050	.8346	.8299	.9697	.0124	.8418	.9776
.075	.9840	.7438	.9211	.0366	1.2851	1.4554
.100	.9472	.4977	.8825	.1116	1.7584	-.4162
.125	.8548	.6230	.8502	.1438	1.1641	-.5793
.150	.8982	.7548	.8144	.1688	.9936	-.3493
.175	1.0320	.7313	.7745	.1920	.8476	-.2[illegible]
.200	1.0577	.5693	.7339	.2168	.7500	-.15[illegible]
.225	.8479	.6169	.6987	.2400	.7456	-.0149
.250	.8980	.7075	.6663	.2588	.7798	-.0754
.275	1.0424	.7034	.6337	.2745	.6128	-.135[illegible]
.300	1.0218	.6105	.5999	.2886	.3221	-.071[illegible]
.325	.9059	.6491	.5658	.3019	.3321	.01[illegible]
.350	.9582	.6999	.5323	.3146	.2876	-.0382
.375	1.1226	.6789	.5003	.3263	-.1158	-.0592
.400	1.0283	.6224	.4676	.3363	-.3491	.1177
.425	.9440	.6530	.4323	.3460	-.1968	.1799
.450	.9962	.6918	.3963	.3561	-.1530	.1153
.475	1.1548	.6785	.3618	.3663	-.5747	.0417
.500	1.1156	.6322	.3291	.3756	-1.0562	.1610
.525	1.0264	.6418	.2948	.3842	-1.0974	.2684
.550	1.0457	.6658	.2591	.3929	-1.0984	.2832
.575	1.1660	.6649	.2239	.4019	-1.4097	.2762
.600	1.1553	.6365	.1899	.4108	-1.7492	.3668
.625	1.0838	.6392	.1559	.4195	-1.8030	.4436
.650	1.0877	.6803	.1226	.4285	-1.8865	.4520
.675	1.2083	.6652	.0926	.4374	-2.3806	.4635
.700	1.2553	.6398	.0652	.4454	-2.8836	.6080
.725	1.1937	.6294	.0353	.4527	-2.8684	.7840
.750	1.1460	.6407	.0028	.4603	-2.6204	.8428
.775	1.2071	.6595	-.0298	.4686	-2.5704	.8470
.800	1.3513	.6531	-.0590	.4771	-2.9762	.8943
.825	1.3899	.6295	-.0867	.4853	-3.1769	1.0383
.850	1.3440	.6182	-.1154	.4936	-2.9282	1.1683
.875	1.3155	.6222	-.1433	.5025	-2.5515	1.2379
.900	1.3685	.6259	-.1672	.5120	-2.3867	1.2875
.925	1.4140	.6170	-.1867	.5216	-2.1747	1.3788
.950	1.3896	.6099	-.2017	.5315	-1.6584	1.4498
.975	1.3885	.6138	-.2080	.5417	-1.1616	1.4669
1.000	1.4631	.6190	-.2036	.5511	-1.0251	1.4907

Tabla 2.3.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total — $\nu = 0.45$ — H/R = 6 — D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.691$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 10.041$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.476$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9383	.0465	.9910	.0080	.9362	.0475
.050	.7858	.9680	.9627	.0325	.7883	.9420
.075	.9606	.9488	.9058	.0529	.8989	.6815
.100	.9493	.6158	.8636	.1757	.6751	.8443
.125	.8146	.7295	.8488	.2158	.6864	1.0871
.150	.8083	.8954	.8288	.2405	.7649	1.2438
.175	.9465	.9318	.8095	.2580	1.0190	1.2089
.200	1.0694	.7551	.7852	.2708	1.1318	.9092
.225	.8029	.7237	.7553	.2818	.7464	.8114
.250	.7623	.8312	.7427	.3104	.7642	1.0723
.275	.8754	.8831	.7350	.3208	.9894	1.0980
.300	.9621	.7804	.7170	.3251	1.0229	.9358
.325	.7988	.7792	.6965	.3364	.7932	.9720
.350	.7382	.8331	.6871	.3459	.8247	1.0598
.375	.8473	.8705	.6810	.3494	1.0826	1.0525
.400	.8971	.8078	.6573	.3518	1.0043	.9317
.425	.7694	.7942	.6369	.3584	.7862	.9552
.450	.6785	.8252	.6240	.3660	.7693	1.0168
.475	.7278	.8655	.6126	.3698	.8306	1.0365
.500	.8307	.8438	.5930	.3731	.9547	.9837
.525	.7736	.8153	.5740	.3782	.8288	.9802
.550	.6868	.8200	.5585	.3830	.7882	1.0097
.575	.6456	.8476	.5422	.3866	.8741	1.0200
.600	.7188	.8478	.5215	.3907	.8769	.9937
.625	.7072	.8266	.5025	.3958	.7601	.9917
.650	.6030	.8196	.4876	.4009	.6889	1.0205
.675	.5190	.8402	.4750	.4052	.7619	1.0483
.700	.5666	.8592	.4608	.4089	.8733	1.0403
.725	.6341	.8489	.4459	.4128	.8644	1.0204
.750	.5938	.8272	.4322	.4167	.7788	1.0182
.775	.4534	.8229	.4200	.4203	.7321	1.0348
.800	.3510	.8449	.4073	.4236	.7765	1.0484
.825	.3839	.8673	.3934	.4269	.8307	1.0466
.850	.4719	.8666	.3794	.4302	.8300	1.0403
.875	.4713	.8508	.3659	.4337	.7974	1.0421
.900	.3856	.8477	.3527	.4371	.8018	1.0491
.925	.3566	.8572	.3394	.4407	.8303	1.0494
.950	.3949	.8570	.3270	.4446	.8170	1.0459
.975	.3792	.8440	.3180	.4487	.7701	1.0507
1.000	.2698	.8393	.3133	.4525	.7734	1.0639

Pared lateral: contacto nulo — $\nu = 0.45$ — H/R = 6 — D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.154$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.246$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.455$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9474	.0399	.9919	.0053	.9425	.0440
.050	.8257	.8634	.9652	.0164	.7902	.9712
.075	.9862	.8114	.9104	.0429	1.0179	1.2838
.100	.9816	.5238	.8638	.1307	1.3439	.2868
.125	.8876	.6293	.8269	.1729	.9379	.1838
.150	.8195	.7502	.7895	.2058	.8293	.4114
.175	1.0370	.7542	.7488	.2333	.7446	.4973
.200	1.1259	.6294	.7046	.2613	.6359	.5713
.225	.9765	.6157	.6650	.2919	.5763	.8167
.250	.9863	.6741	.6330	.3182	.8001	.8767
.275	1.0707	.6984	.6031	.3401	.9070	.8235
.300	1.1591	.6518	.5720	.3613	.7062	.8248
.325	1.1204	.6310	.5460	.3817	.7864	1.0283
.350	1.1085	.6435	.5217	.4014	1.1730	1.0722
.375	1.1639	.6659	.5026	.4219	1.3741	.9759
.400	1.2733	.6436	.4873	.4404	1.1548	1.0457
.425	1.2860	.6120	.4700	.4549	1.5356	1.2265
.450	1.2554	.5999	.4837	.4716	2.2848	1.2496
.475	1.2423	.6180	.4928	.4910	2.8871	1.0747
.500	1.3748	.6260	.5282	.5048	2.7575	.9993
.525	1.4686	.5870	.5595	.5135	3.1772	1.1040
.550	1.4298	.5493	.5979	.5233	4.1406	1.0528
.575	1.3311	.5545	.6603	.5303	4.7126	.8000
.600	1.4181	.5750	.7277	.5292	4.5798	.7040
.625	1.5406	.5445	.7876	.5266	5.1306	.7082
.650	1.4850	.4990	.8585	.5223	6.0140	.5205
.675	1.2930	.4999	.9345	.5114	6.0210	.2020
.700	1.3090	.5394	.9858	.4960	5.3141	.1090
.725	1.4958	.5321	1.0200	.4823	5.3612	.1312
.750	1.5309	.4819	1.0511	.4684	5.7722	.0126
.775	1.3049	.4523	1.0699	.4527	5.5085	-.1960
.800	1.0881	.4840	1.0645	.4373	4.5869	-.2673
.825	1.1515	.5261	1.0436	.4249	4.1091	-.2055
.850	1.3466	.5243	1.0162	.4142	4.1742	-.1980
.875	1.3777	.4916	.9780	.4045	4.0035	-.2748
.900	1.2429	.4838	.9265	.3969	3.3855	-.3026
.925	1.2213	.4999	.8688	.3919	2.8639	-.2588
.950	1.3209	.4978	.8079	.3886	2.8573	-.2398
.975	1.3206	.4745	.7422	.3870	2.6048	-.2621
1.000	1.1722	.4673	.6741	.3875	2.0984	-.2549

Tabla 2.4.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 8 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.886$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.417$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.117$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9281	.0715	.9936	.0042	.9913	.0378
.050	.8703	.6564	.9713	.0139	1.3694	1.2382
.075	.9313	.4449	.9410	.0631	2.1757	-1.7091
.100	.8874	.6425	.9126	.0871	1.6728	-1.6992
.125	.9866	.6242	.8779	.1109	1.7706	-1.6143
.150	.9634	.4873	.8425	.1361	1.8763	-1.8202
.175	.8797	.6175	.8118	.1615	2.0728	-1.9013
.200	.9793	.6144	.7813	.1808	2.0102	-2.1802
.225	.8221	.5437	.7517	.1982	1.8057	-2.1920
.250	.8909	.6197	.7236	.2132	1.9418	-2.3443
.275	.9796	.6071	.6961	.2261	1.5345	-2.4896
.300	.8882	.5809	.6683	.2370	1.5200	-2.3357
.325	.9094	.6303	.6394	.2473	1.5555	-2.5870
.350	.9914	.6069	.6115	.2569	.8905	-2.6978
.375	.8992	.5944	.5831	.2651	.7123	-2.5820
.400	.9291	.6295	.5536	.2731	.4630	-2.7312
.425	1.0086	.6059	.5243	.2805	-.3059	-2.7264
.450	.9141	.5940	.4937	.2873	-.4711	-2.6334
.475	.9352	.6264	.4625	.2942	-.9188	-2.7688
.500	1.0473	.6101	.4321	.3006	-2.0059	-2.7251
.525	.9624	.5738	.3998	.3063	-2.3291	-2.4998
.550	.8758	.6036	.3658	.3124	-2.4292	-2.5688
.575	.9742	.6256	.3326	.3185	-3.4237	-2.6394
.600	1.0604	.5943	.2990	.3240	-4.4855	-2.4565
.625	.9446	.5793	.2630	.3295	-4.6685	-2.3239
.650	.9218	.6045	.2273	.3353	-5.2790	-2.3511
.675	1.0379	.6059	.1917	.3409	-6.4303	-2.2508
.700	1.0442	.5732	.1542	.3463	-6.9632	-2.0207
.725	.9173	.5734	.1159	.3521	-7.0490	-1.9597
.750	.9289	.5962	.0787	.3579	-7.8278	-1.9556
.775	1.0613	.5910	.0411	.3633	-8.8907	-1.8003
.800	1.0549	.5547	.0008	.3689	-9.1062	-1.5744
.825	.8724	.5478	-.0400	.3750	-8.9025	-1.5322
.850	.7901	.5740	-.0793	.3814	-9.4452	-1.5764
.875	.8826	.5923	-.1176	.3877	-10.5868	-1.5228
.900	.9842	.5795	-.1558	.3941	-11.4224	-1.3523
.925	.9401	.5658	-.1927	.4008	-11.7668	-1.2262
.950	.9120	.5707	-.2270	.4074	-12.3745	-1.1347
.975	.9670	.5686	-.2598	.4137	-12.9871	-.9799
1.000	.9571	.5544	-.2924	.4200	-13.0884	-.8338

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 8 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.886$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.417$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.117$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9281	.0715	.9936	.0042	.9913	.0378
.050	.8703	.6564	.9713	.0139	1.3694	1.2392
.075	.9313	.4449	.9410	.0631	2.1757	-1.7091
.100	.8874	.6425	.9126	.0871	1.6728	-1.6992
.125	.9866	.6242	.8779	.1109	1.7706	-1.6143
.150	.9634	.4873	.8425	.1361	1.8763	-1.8202
.175	.8797	.6175	.8118	.1615	2.0728	-1.9013
.200	.9793	.6144	.7813	.1808	2.0102	-2.1802
.225	.8221	.5437	.7517	.1982	1.8057	-2.1920
.250	.8909	.6197	.7236	.2132	1.9418	-2.3443
.275	.9796	.6071	.6961	.2261	1.5345	-2.4896
.300	.8882	.5809	.6683	.2370	1.5200	-2.3357
.325	.9094	.6303	.6394	.2473	1.5555	-2.5870
.350	.9914	.6069	.6115	.2569	.8905	-2.6978
.375	.8992	.5944	.5831	.2651	.7123	-2.5820
.400	.9291	.6295	.5536	.2731	.4630	-2.7312
.425	1.0086	.6059	.5243	.2805	-.3059	-2.7264
.450	.9141	.5940	.4937	.2873	-.4711	-2.6334
.475	.9352	.6264	.4625	.2942	-.9188	-2.7688
.500	1.0473	.6101	.4321	.3006	-2.0059	-2.7251
.525	.9624	.5738	.3998	.3063	-2.3291	-2.4998
.550	.8758	.6036	.3658	.3124	-2.4292	-2.5688
.575	.9742	.6256	.3326	.3185	-3.4237	-2.6394
.600	1.0604	.5943	.2990	.3240	-4.4855	-2.4565
.625	.9446	.5793	.2630	.3295	-4.6685	-2.3239
.650	.9218	.6045	.2273	.3353	-5.2790	-2.3511
.675	1.0379	.6059	.1917	.3409	-6.4303	-2.2508
.700	1.0442	.5732	.1542	.3463	-6.9632	-2.0207
.725	.9173	.5734	.1159	.3521	-7.0490	-1.9597
.750	.9289	.5962	.0787	.3579	-7.8278	-1.9556
.775	1.0613	.5910	.0411	.3633	-8.8907	-1.8003
.800	1.0549	.5547	.0008	.3689	-9.1062	-1.5744
.825	.8724	.5478	-.0400	.3750	-8.9025	-1.5322
.850	.7901	.5740	-.0793	.3814	-9.4452	-1.5764
.875	.8826	.5923	-.1176	.3877	-10.5868	-1.5228
.900	.9842	.5795	-.1558	.3941	-11.4224	-1.3523
.925	.9401	.5658	-.1927	.4008	-11.7668	-1.2262
.950	.9120	.5707	-.2270	.4074	-12.3745	-1.1347
.975	.9670	.5686	-.2598	.4137	-12.9871	-.9799
1.000	.9571	.5544	-.2924	.4200	-13.0884	-.8338

Tabla 2.4.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 8 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.846$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.493$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .438$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9102	.0886	.9920	.0053	.8936	.0963
.050	.9586	.0616	.9642	.0170	.8486	.5648
.075	.9351	.5518	.9254	.0928	.4588	1.3429
.100	.8677	.7806	.8980	.1258	.6473	1.6849
.125	.8922	.8069	.8641	.1537	.8743	1.6257
.150	1.0035	.6181	.8294	.1841	.8812	1.3455
.175	.8569	.7405	.8005	.2120	.6407	1.5335
.200	.9760	.7784	.7763	.2337	.8902	1.6417
.225	.9695	.6706	.7526	.2507	.9625	1.4530
.250	.8788	.7402	.7298	.2668	.8323	1.5843
.275	.9855	.7589	.7116	.2796	1.1627	1.6219
.300	.9299	.6970	.6901	.2887	1.0964	1.4480
.325	.8879	.7484	.6685	.2992	1.0358	1.5889
.350	.9959	.7530	.6504	.3078	1.3731	1.5847
.375	.9400	.7081	.6294	.3146	1.3436	1.4756
.400	.8924	.7417	.6084	.3220	1.3517	1.5411
.425	.9901	.7485	.5890	.3282	1.6666	1.5267
.450	.9540	.7091	.5661	.3338	1.6112	1.4361
.475	.8778	.7307	.5439	.3402	1.5787	1.4958
.500	.9578	.7529	.5243	.3457	1.8350	1.5163
.525	1.0203	.7124	.5015	.3501	2.0813	1.3817
.550	.8909	.6993	.4763	.3554	1.8495	1.3841
.575	.8325	.7272	.4536	.3610	1.9226	1.4487
.600	.9286	.7412	.4318	.3658	2.2863	1.4399
.625	.9518	.7109	.4069	.3705	2.3262	1.3660
.650	.8444	.7067	.3828	.3758	2.2505	1.3790
.675	.8132	.7286	.3609	.3809	2.4658	1.4099
.700	.9098	.7322	.3387	.3855	2.7979	1.3641
.725	.8070	.7072	.3147	.3902	2.7671	1.3029
.750	.7974	.7043	.2928	.3953	2.7028	1.3107
.775	.7541	.7250	.2729	.3998	2.9070	1.3304
.800	.8636	.7358	.2513	.4037	3.2442	1.2876
.825	.9387	.7107	.2263	.4079	3.2318	1.2125
.850	.8488	.6891	.2013	.4125	3.0278	1.1953
.875	.7236	.6913	.1777	.4175	2.9796	1.2168
.900	.6884	.7055	.1549	.4224	3.1395	1.2270
.925	.7231	.7064	.1327	.4276	3.2730	1.2069
.950	.6940	.6993	.1133	.4332	3.2959	1.1955
.975	.6371	.7022	.0980	.4386	3.3971	1.1960
1.000	.6471	.7080	.0850	.4435	3.5670	1.1788

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 8 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.349$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.780$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.268$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9153	.0840	.9923	.0051	.9300	.0782
.050	.9646	.8135	.9660	.0175	1.0782	1.1600
.075	.9448	.5168	.9289	.0733	1.4695	-.3782
.100	.8882	.7336	.8940	.1052	1.0727	-.3027
.125	1.0076	.7467	.8534	.1345	1.0252	-.1777
.150	1.0137	.5758	.8109	.1663	.9686	-.1971
.175	.8945	.6931	.7735	.1955	.9373	-.0979
.200	1.0076	.7179	.7377	.2192	.8822	-.1576
.225	.9998	.6262	.7020	.2400	.6811	-.1462
.250	.8952	.6870	.6679	.2587	.6547	-.0758
.275	1.0308	.6985	.6347	.2751	.5313	-.1099
.300	.9887	.6502	.6019	.2894	.3339	-.0210
.325	.9692	.6923	.5681	.3024	.3636	-.0087
.350	1.0640	.6938	.5338	.3147	.2336	-.0411
.375	1.0281	.6592	.5003	.3264	-.0410	.0168
.400	1.0040	.6858	.4665	.3371	-.0919	.0660
.425	1.0916	.6910	.4320	.3474	-.2353	.0529
.450	1.0781	.6607	.3977	.3574	-.5011	.1083
.475	1.0355	.6786	.3632	.3670	-.5705	.1550
.500	1.1092	.6937	.3285	.3765	-.7243	.1436
.525	1.1789	.6641	.2950	.3858	-1.1229	.1877
.550	1.1029	.6520	.2614	.3944	-1.2657	.2920
.575	1.0732	.6711	.2266	.4030	-1.2573	.3295
.600	1.1583	.6830	.1919	.4118	-1.4531	.3166
.625	1.2079	.6613	.1591	.4205	-1.8709	.3743
.650	1.1560	.6551	.1264	.4287	-2.0430	.4703
.675	1.1474	.6692	.0930	.4370	-2.1093	.5212
.700	1.2388	.6743	.0604	.4455	-2.3936	.5542
.725	1.2812	.6557	.0297	.4539	-2.7286	.6613
.750	1.2354	.8489	-.0006	.4621	-2.7281	.7793
.775	1.2162	.6607	-.0307	.4704	-2.5948	.8404
.800	1.3122	.6721	-.0595	.4788	-2.7181	.8681
.825	1.4286	.6565	-.0862	.4871	-3.0239	.9693
.850	1.4279	.6353	-.1136	.4952	-2.9301	1.1140
.875	1.3718	.6290	-.1415	.5038	-2.4910	1.2114
.900	1.3576	.6359	-.1662	.5134	-2.0966	1.2448
.925	1.4177	.6377	-.1841	.5232	-1.9729	1.2842
.950	1.4547	.6300	-.1963	.5328	-1.7373	1.3620
.975	1.4538	.6270	-.2030	.5422	-1.2850	1.4197
1.000	1.4950	.6297	-.2027	.5512	-.8301	1.4544

Tabla 2.4.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.399$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 9.987$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.397$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8970	.1007	.9893	.0077	.8823	.1028
.050	.9444	1.0173	.9585	.0339	.9155	.8808
.075	.8398	.6341	.9123	.1298	.7444	.9222
.100	.8403	.8696	.8884	.1732	.7669	1.2347
.125	.8631	.9416	.8614	.2024	.9691	1.2534
.150	1.0217	.7373	.8304	.2271	1.0240	.9546
.175	.8285	.8219	.8011	.2589	.7852	1.0892
.200	.9200	.8964	.7863	.2810	.8587	1.1720
.225	.9703	.7919	.7675	.2930	1.0085	1.0059
.250	.8394	.8279	.7477	.3102	.8602	1.0836
.275	.8981	.8744	.7386	.3215	1.0215	1.1222
.300	.9046	.8138	.7195	.3273	.9836	1.0076
.325	.8140	.8403	.7027	.3381	.8837	1.0689
.350	.8588	.8730	.6954	.3452	1.0079	1.0908
.375	.8775	.8358	.6747	.3501	.9810	1.0279
.400	.7911	.8421	.6589	.3571	.8984	1.0577
.425	.7984	.8705	.6484	.3621	.9861	1.0758
.450	.8433	.8527	.6275	.3682	.9760	1.0316
.475	.7672	.8427	.6102	.3722	.8646	1.0472
.500	.7136	.8656	.5973	.3770	.9001	1.0824
.525	.7818	.8792	.5813	.3802	1.0088	1.0618
.550	.7898	.8547	.5612	.3846	.8207	1.0344
.575	.7128	.8434	.5442	.3894	.8197	1.0518
.600	.6360	.8606	.5287	.3835	.8420	1.0772
.625	.6728	.8751	.5103	.3872	.8947	1.0693
.650	.6947	.8624	.4915	.4017	.8340	1.0617
.675	.6211	.8519	.4753	.4064	.7724	1.0780
.700	.5369	.8648	.4603	.4106	.8108	1.0973
.725	.5601	.8801	.4448	.4147	.8741	1.0933
.750	.6036	.8719	.4306	.4191	.8493	1.0841
.775	.5463	.8556	.4189	.4231	.7881	1.0910
.800	.4122	.8567	.4083	.4267	.7945	1.1086
.825	.3519	.8828	.3964	.4298	.8730	1.1145
.850	.4198	.8988	.3830	.4330	.8227	1.1053
.875	.5007	.8902	.3693	.4363	.8939	1.0962
.900	.4658	.8736	.3564	.4398	.8393	1.0998
.925	.3767	.8737	.3443	.4434	.8372	1.1090
.950	.3589	.8806	.3334	.4470	.8614	1.1123
.975	.3685	.8764	.3250	.4507	.8631	1.1133
1.000	.3041	.8692	.3191	.4541	.8646	1.1186

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.949$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.226$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.464$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9114	.0879	.9910	.0061	.9103	.0914
.050	.9637	.8760	.9612	.0224	.9833	1.1075
.075	.9645	.5391	.9179	.0860	1.2155	.1549
.100	.8018	.7466	.8779	.1272	.8001	.2759
.125	1.0188	.7757	.8338	.1629	.8628	.4089
.150	1.0611	.6179	.7868	.1987	.7860	.4286
.175	.9529	.6930	.7453	.2364	.7251	.6316
.200	1.0433	.7270	.7079	.2[illegible]	.7836	.6452
.225	1.0900	.8582	.6700	.2[illegible]	.8520	.6461
.250	1.0459	.6761	.6356	.3180	.6780	.8209
.275	1.1008	.6940	.6036	.3410	.8131	.8278
.300	1.1399	.6633	.5751	.3632	.7022	.8752
.325	1.1369	.6659	.5497	.3824	.8784	1.0004
.350	1.1757	.6758	.5231	.4011	1.1349	.8951
.375	1.2378	.6582	.5056	.4226	1.1242	1.0139
.400	1.2449	.6447	.4942	.4399	1.3860	1.1151
.425	1.2624	.6482	.4841	.4578	1.8140	1.1069
.450	1.3410	.6428	.4895	.4760	1.9645	1.0867
.475	1.3775	.6171	.5008	.4904	2.3842	1.1574
.500	1.3547	.6044	.5192	.5056	3.1119	1.1052
.525	1.3818	.6186	.5624	.5187	3.4004	.8403
.550	1.5055	.6022	.6102	.5245	3.5782	.9630
.575	1.5255	.5604	.6590	.5299	4.3954	.9416
.600	1.4162	.5436	.7267	.5330	5.1306	.7181
.625	1.4101	.5672	.8012	.5284	5.0322	.5365
.650	1.5349	.5547	.8631	.5211	5.2703	.5096
.675	1.5202	.5139	.9277	.5124	5.8898	.3559
.700	1.3823	.5085	.9890	.4988	5.8130	.1051
.725	1.3554	.5380	1.0264	.4832	5.2629	.0303
.750	1.4971	.5278	1.0509	.4691	5.3179	.0123
.775	1.4735	.4856	1.0689	.4546	5.4455	-.1265
.800	1.2366	.4753	1.0885	.4392	4.8407	-.2773
.825	1.1112	.5153	1.0469	.4260	3.9953	-.2703
.850	1.2505	.5450	1.0163	.4157	3.7522	-.2033
.875	1.4302	.5281	.9798	.4066	3.8255	-.2171
.900	1.3856	.4958	.9321	.3988	3.5329	-.2794
.925	1.2670	.4953	.8741	.3932	2.9889	-.2805
.950	1.2738	.5059	.8118	.3900	2.6879	-.2493
.975	1.3206	.4966	.7471	.3885	2.4647	-.2470
1.000	1.2419	.4847	.6808	.3887	2.0507	-.2398

Tabla 2.5.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.815$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.414$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.123$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8710	.4186	.9933	.0047	.9380	.4239
.050	.8846	.4925	.9689	.0274	1.8268	.4487
.075	.9173	.6004	.9448	.0589	1.4942	-1.4339
.100	1.0009	.6184	.9121	.0836	1.6389	-1.2715
.125	.9278	.4956	.8772	.1129	1.7431	-1.5350
.150	.9512	.6314	.8447	.1384	1.9263	-1.7441
.175	.9738	.5573	.8124	.1609	1.8279	-1.9314
.200	.9226	.6105	.7820	.1809	1.9318	-2.0109
.225	.9700	.5892	.7530	.1980	1.7191	-2.1690
.250	.9022	.6083	.7244	.2124	1.8069	-2.1501
.275	.9650	.6213	.6958	.2255	1.6462	-2.3694
.300	.9220	.5903	.6681	.2370	1.3602	-2.3189
.325	.9220	.6321	.6397	.2472	1.3520	-2.4451
.350	.9828	.6137	.6114	.2567	.8544	-2.5211
.375	.9062	.6048	.5827	.2650	.7504	-2.4481
.400	.9431	.6415	.5529	.2731	.4923	-2.6185
.425	1.0407	.6167	.5238	.2806	-.3253	-2.6189
.450	.9436	.5924	.4931	.2873	-.5018	-2.4795
.475	.9332	.6250	.4613	.2943	-.7680	-2.6005
.500	1.0289	.6166	.4304	.3010	-1.6829	-2.6082
.525	.9615	.5902	.3984	.3071	-2.0990	-2.4637
.550	.9177	.6159	.3656	.3133	-2.4778	-2.5167
.575	1.0150	.6208	.3337	.3183	-3.4987	-2.4942
.600	1.0045	.5896	.3005	.3246	-4.1072	-2.2985
.625	.8975	.6021	.2654	.3301	-4.3005	-2.2788
.650	.9569	.6294	.2306	.3356	-5.2126	-2.3042
.675	1.1029	.6163	.1949	.3407	-6.3779	-2.1430
.700	1.0772	.5820	.1565	.3459	-6.7374	-1.9250
.725	.8977	.5832	.1173	.3515	-7.0045	-1.8592
.750	1.0202	.5838	.0781	.3572	-7.8415	-1.7668
.775	.9890	.5701	.0380	.3630	-7.9600	-1.6385
.800	.8214	.5757	-.0019	.3690	-8.2640	-1.5963
.825	.9586	.5812	-.0417	.3751	-8.9355	-1.5261
.850	.9646	.5631	-.0821	.3814	-9.2931	-1.3954
.875	.8127	.5571	-.1217	.3881	-9.3124	-1.3667
.900	.7057	.5845	-.1584	.3950	-9.9651	-1.4198
.925	.7970	.6171	-.1924	.4017	-11.4019	-1.3915
.950	1.0430	.6197	-.2250	.4081	-12.8833	-1.1840
.975	1.1909	.5830	-.2576	.4143	-13.3257	-.8897
1.000	1.0889	.5516	-.2889	.4205	-12.9806	-.7220

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 5.815$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.414$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.123$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8710	.4186	.9933	.0047	.9380	.4239
.050	.9846	.4925	.9689	.0274	1.8268	.4487
.075	.9173	.6004	.9448	.0589	1.4942	-1.4339
.100	1.0009	.6184	.9121	.0836	1.6389	-1.2715
.125	.9278	.4956	.8772	.1129	1.7431	-1.5350
.150	.9512	.6314	.8447	.1384	1.9263	-1.7441
.175	.9738	.5573	.8124	.1609	1.8279	-1.9314
.200	.9226	.6105	.7820	.1809	1.9318	-2.0109
.225	.9700	.5892	.7530	.1980	1.7191	-2.1690
.250	.9022	.6083	.7244	.2124	1.8069	-2.1501
.275	.9650	.6213	.6958	.2255	1.6462	-2.3694
.300	.9220	.5903	.6681	.2370	1.3602	-2.3189
.325	.9220	.6321	.6397	.2472	1.3520	-2.4451
.350	.9828	.6137	.6114	.2567	.8544	-2.5211
.375	.9062	.6048	.5827	.2650	.7504	-2.4481
.400	.9431	.6415	.5529	.2731	.4923	-2.6185
.425	1.0407	.6167	.5238	.2806	-.3253	-2.6189
.450	.9436	.5924	.4931	.2873	-.5018	-2.4795
.475	.9332	.6250	.4613	.2943	-.7680	-2.6005
.500	1.0289	.6166	.4304	.3010	-1.6829	-2.6082
.525	.9615	.5902	.3984	.3071	-2.0990	-2.4637
.550	.9177	.6159	.3656	.3133	-2.4778	-2.5167
.575	1.0150	.6208	.3337	.3193	-3.4987	-2.4942
.600	1.0045	.5896	.3005	.3246	-4.1072	-2.2985
.625	.8975	.6021	.2654	.3301	-4.3005	-2.2788
.650	.9569	.6294	.2306	.3356	-5.2126	-2.3042
.675	1.1029	.6163	.1949	.3407	-6.3779	-2.1430
.700	1.0772	.5820	.1565	.3459	-6.7374	-1.9250
.725	.8977	.5832	.1173	.3515	-7.0045	-1.8592
.750	1.0202	.5838	.0781	.3572	-7.8415	-1.7668
.775	.9880	.5701	.0380	.3630	-7.9600	-1.6385
.800	.8214	.5757	-.0019	.3690	-8.2640	-1.5963
.825	.9586	.5812	-.0417	.3751	-8.9355	-1.5261
.850	.9646	.5631	-.0821	.3814	-9.2931	-1.3954
.875	.8127	.5571	-.1217	.3881	-9.3124	-1.3667
.900	.7057	.5845	-.1584	.3950	-9.9651	-1.4198
.925	.7970	.6171	-.1924	.4017	-11.4019	-1.3915
.950	1.0430	.6197	-.2250	.4081	-12.8833	-1.1840
.975	1.1909	.5830	-.2576	.4143	-13.3257	-.8897
1.000	1.0889	.5516	-.2889	.4205	-12.9806	-.7220

Tabla 2.5.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 10$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.725$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.486$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .420$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8337	.5104	.9913	.0089	.8176	.5028
.050	.9911	.6504	.9589	.0369	.6368	.5521
.075	.8990	.7378	.9333	.0886	.7007	1.6372
.100	1.0024	.8019	.8989	.1191	.8828	1.5891
.125	.9438	.6130	.8623	.1544	.7702	1.3577
.150	.8375	.7889	.8313	.1864	.7426	1.6668
.175	1.0040	.7069	.8054	.2114	.8252	1.5711
.200	.9202	.7472	.7767	.2334	.8086	1.8284
.225	.9952	.7398	.7548	.2519	1.0395	1.6372
.250	.9099	.7331	.7318	.2657	.8175	1.5898
.275	.9872	.7681	.7111	.2780	1.0875	1.6810
.300	.9653	.7174	.6910	.2892	1.1945	1.5661
.325	.9107	.7549	.6700	.2991	1.1549	1.6339
.350	1.0018	.7606	.6512	.3075	1.4491	1.6304
.375	.9452	.7208	.6296	.3145	1.3825	1.5311
.400	.8990	.7576	.6086	.3221	1.3916	1.6146
.425	1.0100	.7695	.5897	.3283	1.7729	1.6108
.450	1.0023	.7210	.5667	.3334	1.7695	1.4829
.475	.9098	.7342	.5431	.3397	1.6622	1.5241
.500	.9648	.7552	.5217	.3455	1.8300	1.5512
.525	1.0037	.7232	.4982	.3505	2.0374	1.4641
.550	.8993	.7194	.4740	.3563	1.9166	1.4770
.575	.8910	.7401	.4524	.3620	2.1169	1.5185
.600	.9763	.7337	.4304	.3667	2.3940	1.4589
.625	.9033	.7098	.4063	.3718	2.2521	1.4215
.650	.7939	.7226	.3842	.3771	2.2493	1.4681
.675	.8054	.7504	.3637	.3819	2.5804	1.4978
.700	.9101	.7482	.3416	.3862	2.9031	1.4410
.725	.8968	.7319	.3184	.3909	2.9318	1.3992
.750	.8667	.7349	.2967	.3955	3.0677	1.3902
.775	.9051	.7324	.2749	.3997	3.2548	1.3456
.800	.8808	.7192	.2552	.4040	3.2337	1.3052
.825	.8219	.7218	.2395	.4082	3.2693	1.2987
.850	.8596	.7292	.2054	.4124	3.4313	1.2718
.875	.9271	.7119	.1789	.4168	3.3999	1.2146
.900	.8517	.6866	.1527	.4219	3.1408	1.1981
.925	.6817	.6796	.1291	.4275	2.8685	1.2292
.950	.5268	.6942	.1092	.4333	3.0430	1.2760
.975	.4906	.7202	.0932	.4390	3.3730	1.2991
1.000	.5850	.7319	.0801	.4443	3.7043	1.2737

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 10$ $D/R = 1/4$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.244$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.777$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.273$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8466	.4883	.9918	.0062	.8642	.5022
.050	.9956	.6133	.9635	.0320	1.3658	.7384
.075	.9116	.6931	.9332	.0699	1.0899	-.2960
.100	1.0124	.7440	.8943	.1008	1.0862	-.1076
.125	.9562	.5744	.8520	.1359	1.0156	-.1878
.150	.8637	.7332	.8132	.1676	1.0234	-.1455
.175	1.0223	.6554	.7749	.1948	.8971	-.2026
.200	.9580	.6942	.7383	.2191	.8213	-.1194
.225	1.0265	.6833	.7034	.2402	.7146	-.1494
.250	.9611	.6815	.6697	.2584	.6038	-.0683
.275	1.0196	.7075	.6357	.2743	.5614	-.0832
.300	1.0209	.6662	.6020	.2890	.3455	-.0644
.325	.9889	.6977	.5686	.3022	.2878	-.0077
.350	1.0710	.7009	.5346	.3144	.1708	-.0212
.375	1.0353	.6703	.5007	.3259	-.0430	.0353
.400	1.0130	.6994	.4664	.3366	-.0814	.0717
.425	1.1111	.7085	.4317	.3470	-.2380	.0530
.450	1.1217	.6712	.3971	.3569	-.5339	.1110
.475	1.0665	.6803	.3617	.3664	-.5888	.1788
.500	1.1215	.6960	.3256	.3760	-.6662	.1753
.525	1.1711	.6724	.2904	.3857	-.8736	.1987
.550	1.1120	.6677	.2563	.3951	-1.1256	.2693
.575	1.1196	.6847	.2226	.4043	-1.2133	.2898
.600	1.2043	.6795	.1904	.4135	-1.5321	.3042
.625	1.1813	.6602	.1598	.4220	-1.8227	.3921
.650	1.1213	.6666	.1286	.4300	-1.8903	.4646
.675	1.1405	.6865	.0966	.4381	-1.9871	.4889
.700	1.2431	.6882	.0655	.4462	-2.3444	.5233
.725	1.2757	.6754	.0345	.4541	-2.6494	.6239
.750	1.2836	.6750	.0029	.4620	-2.7536	.7173
.775	1.3430	.6731	-.0276	.4702	-2.9052	.8002
.800	1.3706	.6613	-.0566	.4783	-2.9690	.9164
.825	1.3589	.6589	-.0861	.4865	-2.7801	1.0131
.850	1.4079	.6642	-.1148	.4951	-2.6427	1.0648
.875	1.5143	.6553	-.1403	.5040	-2.7083	1.1485
.900	1.5368	.6305	-.1640	.5129	-2.4957	1.2758
.925	1.4665	.6150	-.1860	.5222	-1.8767	1.3752
.950	1.3663	.6156	-.2033	.5322	-1.1026	1.4038
.975	1.3234	.6318	-.2111	.5426	-.5745	1.3674
1.000	1.4140	.6463	-.2081	.5521	-.5593	1.3514

Tabla 2.5.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 0.45$ $H/R = 10$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.229$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 9.969$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.355$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8136	.5712	.9871	.0174	.8074	.5685
.050	.9856	.7797	.9501	.0553	.8562	.8917
.075	.8830	.8320	.9243	.1297	.8133	1.2018
.100	.9883	.9410	.8937	.1641	.8728	1.2469
.125	.9531	.7092	.8575	.1965	.9186	.9539
.150	.9052	.8979	.8299	.2352	.8801	1.2067
.175	.9873	.8336	.8094	.2574	1.0250	1.1026
.200	.8927	.8476	.7852	.2798	.9021	1.1290
.225	.9597	.8629	.7715	.2960	1.0384	1.1294
.250	.8812	.8335	.7506	.3086	.8240	1.0859
.275	.8827	.8793	.7374	.3215	.9911	1.1431
.300	.9283	.8410	.7221	.3287	1.0310	1.0676
.325	.8401	.8542	.7057	.3385	.8413	1.1020
.350	.8739	.8838	.6944	.3452	1.0510	1.1171
.375	.8851	.8492	.6760	.3503	1.0069	1.0557
.400	.7841	.8578	.6604	.3577	.9186	1.0920
.425	.7870	.8915	.6491	.3627	1.0152	1.1201
.450	.8672	.8782	.6319	.3661	1.0523	1.0990
.475	.8055	.8615	.6122	.3716	.9333	1.0707
.500	.7507	.8784	.5973	.3764	.9423	1.0994
.525	.7998	.8871	.5794	.3801	1.0036	1.0822
.550	.7908	.8679	.5596	.3850	.9125	1.0705
.575	.7096	.8669	.5431	.3899	.8589	1.0935
.600	.8888	.8860	.5269	.3939	.9214	1.1035
.625	.7414	.8831	.5077	.3981	.8116	1.0847
.650	.7140	.8638	.4899	.4028	.8086	1.0865
.675	.6055	.8592	.4742	.4074	.7545	1.1108
.700	.5312	.8763	.4586	.4115	.7975	1.1282
.725	.5402	.8864	.4426	.4159	.8213	1.1286
.750	.5208	.8839	.4287	.4205	.8058	1.1355
.775	.4682	.8902	.4174	.4247	.8402	1.1471
.800	.4754	.8987	.4072	.4285	.8947	1.1461
.825	.4818	.8927	.3976	.4320	.8948	1.1426
.850	.3877	.8861	.3882	.4352	.8914	1.1491
.875	.3091	.9048	.3779	.4380	.8925	1.1550
.900	.3508	.9283	.3659	.4406	1.0290	1.1472
.925	.5043	.9318	.3527	.4438	1.0382	1.1304
.950	.6133	.9065	.3402	.4471	.9549	1.1198
.975	.5454	.8757	.3299	.4506	.8539	1.1262
1.000	.3713	.8671	.3219	.4539	.8278	1.1410

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 0.45$ $H/R = 10$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.830$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.223$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.466$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8384	.5121	.9902	.0085	.8386	.5303
.050	1.0067	.6688	.9585	.0383	1.1855	.8334
.075	.9197	.7137	.9227	.0837	.9565	.1878
.100	1.0232	.7800	.8792	.1218	.9356	.3868
.125	.9943	.6040	.8316	.1631	.8292	.3632
.150	.9943	.7460	.7890	.2025	.8280	.5286
.175	1.0697	.6882	.7476	.2353	.7654	.5046
.200	1.0281	.7001	.7083	.2660	.8134	.6621
.225	1.0909	.6995	.6717	.2931	.7981	.6803
.250	1.0733	.6828	.6381	.3183	.6927	.7842
.275	1.1106	.6999	.6063	.3401	.7801	.8428
.300	1.1596	.6778	.5750	.3622	.7470	.8539
.325	1.1534	.6754	.5501	.3825	.8491	.9701
.350	1.1939	.6842	.5252	.4016	1.0678	.9861
.375	1.2529	.6670	.5073	.4219	1.0843	1.0213
.400	1.2580	.6543	.4949	.4392	1.3685	1.1200
.425	1.2718	.6593	.4846	.4573	1.8090	1.1090
.450	1.3567	.6591	.4898	.4756	1.9473	1.0716
.475	1.4115	.6318	.5014	.4896	2.3080	1.1539
.500	1.3979	.6147	.5186	.5046	3.0362	1.1226
.525	1.4250	.6215	.5587	.5178	3.4036	.9803
.550	1.5148	.6018	.6053	.5248	3.7283	.9746
.575	1.5011	.5694	.6579	.5309	4.5073	.8941
.600	1.4272	.5721	.7295	.5327	4.9020	.6873
.625	1.5204	.5825	.7973	.5276	4.8443	.5934
.650	1.6167	.5475	.8583	.5214	5.4031	.5533
.675	1.5278	.5063	.9250	.5128	6.0230	.3451
.700	1.3632	.5121	.9841	.4990	5.8237	.1087
.725	1.3786	.5296	1.0215	.4842	5.4803	.0303
.750	1.3861	.5166	1.0487	.4699	5.4598	-.0883
.775	1.3064	.5156	1.0620	.4550	5.0434	-.1856
.800	1.3234	.5291	1.0589	.4418	4.5800	-.2083
.825	1.3720	.5149	1.0477	.4296	4.3835	-.2454
.850	1.2432	.4997	1.0247	.4181	3.8863	-.3100
.875	1.0944	.5264	.9875	.4084	3.1590	-.2852
.900	1.1879	.5663	.9429	.4009	2.8778	-.1969
.925	1.4749	.5705	.8931	.3947	3.0616	-.1607
.950	1.6769	.5263	.8346	.3898	3.1445	-.2127
.975	1.5751	.4763	.7657	.3865	2.7077	-.2706
1.000	1.3251	.4666	.6922	.3860	2.0738	-.2546

Tabla 3.1.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 2$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.144$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.385$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .257$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9896	.0067	.9967	.0021	.9930	.0045
.050	.9566	.0146	.9866	.0043	.9710	.0097
.075	.8943	.0261	.9694	.0067	.9301	.0170
.100	.7825	.0497	.9445	.0093	.8558	.0344
.125	.5499	.2041	.9108	.0126	.6872	.1969
.150	.5539	.4839	.8672	.0175	.8953	.4157
.175	.6060	.5841	.8111	.0246	1.1799	.2817
.200	.6804	.6463	.7397	.0366	1.4185	-.0641
.225	.8076	.6835	.6498	.0591	1.3397	-.6504
.250	1.0145	.6624	.5524	.1036	.1504	-1.2362
.275	1.1948	.5439	.4958	.1607	-1.9763	-.7517
.300	1.2239	.4045	.4737	.1990	-2.5859	.3205
.325	1.1055	.2885	.4566	.2242	-1.9607	.9054
.350	.8178	.2308	.4431	.2423	-1.2675	.9114
.375	.5037	.2922	.4282	.2539	-1.5434	.8269
.400	.3388	.3761	.4090	.2631	-1.9279	.9663
.425	.2353	.4586	.3876	.2711	-2.2688	1.2015
.450	.1824	.5469	.3655	.2784	-2.4452	1.5281
.475	.2168	.6476	.3448	.2854	-2.2395	1.9465
.500	.4033	.7540	.3287	.2916	-1.2092	2.4077
.525	.8555	.8163	.3201	.2953	1.1729	2.6773
.550	1.6565	.7351	.3134	.2938	4.2724	2.3265
.575	1.9645	.5244	.2913	.2881	5.6236	1.4643
.600	1.6923	.3515	.2493	.2832	4.6955	.8190
.625	1.1732	.2890	.1964	.2808	3.1101	.6176
.650	.7129	.3135	.1378	.2803	1.9193	.6771
.675	.4130	.3694	.0746	.2814	1.1863	.8098
.700	.2190	.4357	.0082	.2842	.6939	.9834
.725	.1269	.5135	-.0593	.2885	.4814	1.2167
.750	.2007	.6021	-.1246	.2942	.8323	1.5127
.775	.5579	.6824	-.1838	.3008	2.2536	1.8043
.800	1.2340	.6994	-.2337	.3069	4.9823	1.8767
.825	1.8664	.6038	-.2802	.3110	7.6955	1.5157
.850	1.9547	.4586	-.3338	.3140	8.3662	.9440
.875	1.5729	.3633	-.3930	.3176	7.1842	.5640
.900	1.0705	.3364	-.4497	.3221	5.6431	.4651
.825	.6345	.3536	-.5012	.3261	4.6240	.5145
.950	.3083	.3941	-.5509	.3290	4.1112	.5950
.975	.0948	.4489	-.6027	.3309	3.8816	.6744
1.000	.0204	.5144	-.6596	.3320	3.8331	.7543

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 2$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.144$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.385$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .257$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9896	.0067	.9967	.0021	.9930	.0045
.050	.9566	.0146	.9866	.0043	.9710	.0097
.075	.8943	.0261	.9694	.0067	.9301	.0170
.100	.7825	.0497	.9445	.0093	.8558	.0344
.125	.5499	.2041	.9108	.0126	.6872	.1969
.150	.5539	.4839	.8672	.0175	.8953	.4157
.175	.6060	.5841	.8111	.0246	1.1799	.2817
.200	.6804	.6463	.7397	.0366	1.4185	-.0641
.225	.8076	.6835	.6498	.0591	1.3397	-.6504
.250	1.0145	.6624	.5524	.1036	.1504	-1.2362
.275	1.1948	.5439	.4958	.1607	-1.9763	-.7517
.300	1.2239	.4045	.4737	.1990	-2.5859	.3205
.325	1.1055	.2885	.4566	.2242	-1.9607	.9054
.350	.8178	.2308	.4431	.2423	-1.2675	.9114
.375	.5037	.2922	.4282	.2539	-1.5434	.8269
.400	.3388	.3761	.4090	.2631	-1.9279	.9663
.425	.2353	.4586	.3876	.2711	-2.2688	1.2015
.450	.1824	.5469	.3655	.2784	-2.4452	1.5281
.475	.2168	.6476	.3448	.2854	-2.2395	1.9465
.500	.4033	.7540	.3287	.2916	-1.2092	2.4077
.525	.8555	.8163	.3201	.2953	1.1729	2.6773
.550	1.6565	.7351	.3134	.2938	4.2724	2.3265
.575	1.9645	.5244	.2913	.2881	5.6236	1.4643
.600	1.6923	.3515	.2493	.2832	4.6955	.8190
.625	1.1732	.2890	.1964	.2808	3.1101	.6176
.650	.7129	.3135	.1378	.2803	1.9193	.6771
.675	.4130	.3694	.0746	.2814	1.1863	.8098
.700	.2190	.4357	.0082	.2842	.6939	.9834
.725	.1269	.5135	-.0593	.2885	.4814	1.2167
.750	.2007	.6021	-.1246	.2942	.8323	1.5127
.775	.5579	.6824	-.1838	.3008	2.2536	1.8043
.800	1.2340	.6994	-.2337	.3069	4.9823	1.8767
.825	1.8664	.6038	-.2802	.3110	7.6955	1.5157
.850	1.9547	.4586	-.3338	.3140	8.3662	.9440
.875	1.5729	.3633	-.3930	.3176	7.1842	.5640
.900	1.0705	.3364	-.4497	.3221	5.6431	.4651
.825	.6345	.3536	-.5012	.3261	4.6240	.5145
.950	.3083	.3941	-.5509	.3290	4.1112	.5950
.975	.0948	.4489	-.6027	.3309	3.8816	.6744
1.000	.0204	.5144	-.6596	.3320	3.8331	.7543

Tabla 3.1.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 2 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 10.141$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 9.219$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.164$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9882	.0076	.9967	.0021	.9904	.0062
.050	.9509	.0165	.9866	.0043	.9599	.0136
.075	.8812	.0289	.9694	.0067	.9016	.0246
.100	.7588	.0534	.9441	.0095	.7943	.0487
.125	.5135	.2017	.9084	.0134	.5599	.2178
.150	.4801	.4824	.8678	.0249	.6089	.5312
.175	.4894	.5953	.8171	.0329	.7431	.6201
.200	.5037	.6787	.7529	.0435	.9239	.6324
.225	.5443	.7638	.6711	.0608	1.1628	.5635
.250	.6808	.8591	.5731	.0954	1.3766	.3579
.275	1.0249	.8831	.4985	.1518	1.2204	.1114
.300	1.3895	.7288	.4725	.1978	.8845	.0828
.325	1.4956	.4829	.4811	.2258	.7048	.1082
.350	1.2139	.3080	.4490	.2433	.4922	.0935
.375	.8353	.3130	.4311	.2584	.1463	.1543
.400	.6300	.3589	.4122	.2677	-.0384	.2482
.425	.4795	.4018	.3916	.2773	-.1824	.3254
.450	.3468	.4438	.3697	.2859	-.3159	.3997
.475	.2195	.4904	.3468	.2942	-.4426	.4794
.500	.0882	.5477	.3238	.3025	-.5525	.5734
.525	-.0020	.6244	.3027	.3111	-.6081	.6926
.550	-.0023	.7309	.2870	.3201	-.4991	.8476
.575	.2783	.8621	.2833	.3285	.0482	1.0158
.600	1.1038	.9104	.2948	.3324	1.2747	1.0284
.625	1.8075	.7190	.2964	.3296	2.0555	.7329
.650	1.8425	.5355	.2811	.3275	1.7215	.5210
.675	1.2990	.4661	.2646	.3257	1.3226	.4548
.700	.9961	.4433	.2422	.3229	1.0052	.4341
.725	.7256	.4424	.2111	.3201	.7287	.4369
.750	.4785	.4562	.1719	.3180	.4859	.4576
.775	.2459	.4830	.1259	.3170	.2847	.4946
.800	.0416	.5242	.0750	.3172	.1507	.5479
.825	-.1029	.5833	.0229	.3187	.1436	.6169
.850	-.0958	.6611	-.0280	.3211	.3775	.6900
.875	.2180	.7356	-.0766	.3236	.9275	.7229
.900	.8059	.7494	-.1284	.3259	1.4868	.6716
.925	1.2783	.6890	-.1835	.3292	1.6900	.5876
.950	1.4202	.6078	-.2359	.3334	1.6492	.5249
.975	1.3187	.5429	-.2832	.3378	1.5360	.4858
1.000	1.0951	.5017	-.3253	.3422	1.4135	.4607

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 2 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.153$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.197$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .120$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9891	.0070	.9965	.0022	1.0148	-.0094
.050	.9547	.0152	.9861	.0045	1.0588	-.0185
.075	.8901	.0269	.9683	.0069	1.1296	-.0259
.100	.7755	.0504	.9427	.0099	1.2123	-.0219
.125	.5420	.1977	.9084	.0135	1.2310	.1603
.150	.5266	.4691	.8642	.0167	1.7676	.4807
.175	.5509	.5691	.8082	.0225	2.5930	.4267
.200	.5774	.6375	.7377	.0314	3.7320	.1206
.225	.6226	.7046	.6486	.0469	5.2498	-.8428
.250	.7417	.7813	.5409	.0787	6.5070	-2.3696
.275	1.0324	.8036	.4498	.1318	6.6474	-4.3964
.300	1.3605	.6815	.3997	.1781	.7500	-4.4063
.325	1.4786	.4742	.3618	.2098	-1.5301	-3.2527
.350	1.2596	.3099	.3236	.2341	-1.7272	-2.3174
.375	.9253	.3121	.2840	.2552	-1.5972	-2.0301
.400	.7620	.3548	.2463	.2749	-1.7059	-1.9823
.425	.6541	.3909	.2119	.2925	-2.4970	-1.9729
.450	.5612	.4232	.1791	.3082	-3.7154	-1.8349
.475	.4684	.4573	.1481	.3228	-5.2176	-1.5349
.500	.3726	.4992	.1194	.3365	-6.8891	-1.0251
.525	.2832	.5570	.0942	.3496	-8.5057	-.2238
.550	.2432	.6420	.0748	.3624	-9.4501	.9963
.575	.3956	.7605	.0663	.3747	-7.9002	2.7181
.600	1.0381	.8490	.0787	.3842	-.0012	4.2344
.625	1.8405	.7231	.1043	.3843	11.6198	3.2773
.650	1.8512	.5477	.1056	.3789	15.6793	1.1246
.675	1.8337	.4731	.0778	.3688	15.7575	-.4054
.700	1.4370	.4384	.0263	.3631	14.2078	-1.5205
.725	1.2482	.4212	-.0399	.3611	11.4871	-2.2762
.750	1.0546	.4167	-.1118	.3627	8.0472	-2.6870
.775	.8524	.4244	-.1840	.3669	4.2869	-2.7758
.800	.6439	.4462	-.2537	.3732	.4698	-2.5479
.825	.4457	.4873	-.3185	.3810	-2.8626	-1.9699
.850	.3225	.5552	-.3743	.3902	-4.5290	-.9933
.875	.4560	.6458	-.4136	.3993	-1.8842	.1794
.900	.9962	.7026	-.4399	.4054	5.9418	.6514
.925	1.6056	.6756	-.4742	.4085	13.3333	-.0114
.950	1.9532	.6080	-.5224	.4114	16.6834	-1.0861
.975	2.0708	.5397	-.5780	.4154	16.9586	-2.0784
1.000	2.0354	.4817	-.6351	.4208	15.3572	-2.8859

Tabla 3.1.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total — $\nu = 1/2$ — $H/R = 2$ — $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 12.820$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 12.827$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 2.712$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9873	.0081	.9968	.0022	.9883	.0075
.050	.9476	.0175	.9861	.0045	.9515	.0183
.075	.8742	.0303	.9680	.0071	.8819	.0291
.100	.7478	.0545	.9405	.0107	.7573	.0553
.125	.5015	.1949	.8983	.0225	.4980	.2229
.150	.4510	.4618	.8614	.0439	.4948	.5444
.175	.4370	.5858	.8185	.0584	.5810	.6619
.200	.4138	.6388	.7653	.0694	.8527	.7275
.225	.3828	.7065	.6998	.0870	.7880	.7635
.250	.3619	.8019	.6250	.1161	.9942	.7579
.275	.4550	.9352	.5673	.1585	1.2345	.6810
.300	.8031	1.0204	.5445	.1927	1.4534	.5488
.325	1.3359	.9201	.5288	.2106	1.5791	.3280
.350	1.5350	.6215	.4979	.2229	1.2625	.0927
.375	1.2029	.4807	.4657	.2410	.6839	.1072
.400	.8940	.4605	.4485	.2560	.4049	.1981
.425	.8323	.4549	.4331	.2668	.2363	.2705
.450	.6850	.4570	.4164	.2746	.1155	.3290
.475	.5405	.4650	.3975	.2811	.0210	.3776
.500	.3937	.4785	.3763	.2867	-.0581	.4190
.525	.2416	.4976	.3523	.2918	-.1293	.4553
.550	.0819	.5237	.3254	.2968	-.1977	.4890
.575	-.0850	.5596	.2955	.3020	-.2646	.5227
.600	-.2495	.6108	.2627	.3078	-.3247	.5592
.625	-.3718	.6829	.2276	.3150	-.3671	.5996
.650	-.3684	.7733	.1952	.3244	-.3815	.6475
.675	-.1501	.8644	.1753	.3351	-.2920	.7059
.700	.3558	.9158	.1715	.3449	-.0105	.7465
.725	.9787	.8715	.1805	.3519	.3674	.7289
.750	1.3105	.7524	.1943	.3555	.5833	.6618
.775	1.2543	.6411	.2085	.3566	.5592	.5955
.800	.8996	.5725	.2212	.3551	.4000	.5540
.825	.6816	.5399	.2279	.3512	.1967	.5362
.850	.3858	.5310	.2218	.3455	-.0025	.5360
.875	.1002	.5381	.1983	.3393	-.1674	.5465
.900	-.1586	.5561	.1568	.3342	-.2985	.5598
.925	-.3945	.5826	.1032	.3314	-.4250	.5748
.950	-.6045	.6188	.0450	.3309	-.5476	.5955
.975	-.7679	.6665	-.0135	.3322	-.6433	.6241
1.000	-.8336	.7272	-.0694	.3349	-.6746	.6603

Pared lateral: contacto nulo — $\nu = 1/2$ — $H/R = 2$ — $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 10.157$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.263$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.054$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9900	.0065	.9968	.0021	.8911	.0698
.050	.9584	.0140	.9870	.0042	.5551	.1459
.075	.8990	.0247	.9705	.0064	-.0411	.2381
.100	.7938	.0464	.9467	.0088	-.9787	.3741
.125	.5790	.1851	.9149	.0116	-2.4909	.5895
.150	.5773	.4307	.8740	.0151	-3.6276	1.6882
.175	.6052	.5050	.8222	.0198	-5.2178	1.9193	
.200	.6198	.5444	.7570	.0265	-7.7733	2. 330
.225	.6179	.5800	.6740	.0377	-12.0468	2. 207
.250	.6093	.6402	.5691	.0602	-18.8560	5. 0577
.275	.6870	.7356	.4592	.1035	-24.4354	11. 0392
.300	.9325	.7923	.3765	.1552	-22.0662	17. 5 38
.325	1.2896	.7517	.3168	.2010	-12.8376	21. 4 44
.350	1.5535	.5812	.2670	.2407	-1.4660	21. 450
.375	1.4439	.4529	.2263	.2818	4.9999	20. 0995
.400	1.3778	.4135	.2199	.3186	10.6255	19. 6372
.425	1.3313	.3803	.2267	.3437	17.8914	19. 1274
.450	1.2752	.3511	.2362	.3625	25.7028	18. 1287
.475	1.1987	.3264	.2477	.3772	33.5431	16. 7739
.500	1.0963	.3075	.2613	.3893	41.2930	15. 1516
.525	.9637	.2957	.2773	.3993	48.9864	13. 2846
.550	.7953	.2927	.2974	.4080	56.8189	11. 1135
.575	.5805	.3018	.3245	.4155	64.1412	8. 4389
.600	.3010	.3324	.3638	.4209	70.2523	4. 8355
.625	-.0296	.4120	.4163	.4200	69.0673	.2116
.650	-.1727	.5615	.4463	.4111	56.1980	-2. 4587
.675	.1040	.7204	.4405	.4064	46.0087	-2. 4858
.700	.8518	.8251	.4350	.4089	39.3446	-2. 2955
.725	1.9922	.7875	.4517	.4154	32.4586	-1. 5750
.750	2.3718	.6089	.5007	.4221	29.4349	.0392
.775	2.5965	.4226	.5867	.4253	33.5158	1. 3764
.800	2.2540	.3034	.7091	.4206	41.3312	1. 4799
.825	1.8073	.2441	.8497	.4028	47.9026	.3296
.850	1.3532	.2248	.9623	.3695	48.9051	-1. 5271
.875	.9237	.2344	.9849	.3264	42.1891	-3. 0224
.900	.5507	.2664	.8914	.2875	31.5821	-3. 0675
.925	.2577	.3130	.7285	.2632	25.1104	-1. 8237
.950	.0438	.3684	.5538	.2520	25.9474	-.4263
.975	-.0901	.4334	.3909	.2491	32.2920	.3841
1.000	-.0980	.5104	.2435	.2508	41.7012	.2895

Tabla 3.2.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 4$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.352$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.926$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .040$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9750	.0170	.9948	.0033	.8295	.0439
.050	.8705	.0624	.9788	.0070	.7415	.0704
.075	.7877	.0994	.9494	.0123	.7735	-.2981
.100	.9117	.0690	.9010	.0246	.0804	-2.9322
.125	1.0067	.5507	.8273	.0701	-5.3952	-5.0147
.150	.9770	.4109	.7920	.1447	-10.3621	4.5355
.175	.8033	.3469	.7748	.1763	-6.6981	7.7863
.200	.6742	.5420	.7543	.1938	-6.4345	7.8297
.225	.7457	.6438	.7289	.2084	-5.7383	8.9333
.250	.8815	.6796	.7025	.2166	-3.9129	9.6090
.275	1.0605	.6340	.6719	.2254	-1.3293	9.4046
.300	1.1037	.4939	.6383	.2340	.5716	8.1172
.325	.8144	.4563	.6028	.2427	-1.1680	6.8646
.350	.7066	.5517	.5668	.2519	-3.4464	7.5967
.375	.7683	.6247	.5321	.2610	-3.4506	8.9070
.400	.9593	.6488	.4995	.2692	-.5111	9.9464
.425	1.1472	.5782	.4688	.2758	4.3324	9.4636
.450	.9933	.4916	.4350	.2803	4.6466	7.8860
.475	.7718	.5245	.3970	.2849	2.1371	7.9214
.500	.7395	.5864	.3579	.2898	1.8466	8.7611
.525	.8679	.6306	.3187	.2946	4.2867	9.5963
.550	1.0997	.6193	.2797	.2988	9.2462	9.6982
.575	1.1624	.5446	.2387	.3021	12.7037	8.6138
.600	.9378	.5191	.1932	.3055	11.4980	7.9896
.625	.8122	.5571	.1468	.3093	11.3827	8.3411
.650	.8680	.5976	.1011	.3130	14.0900	8.7129
.675	1.0588	.6072	.0552	.3161	18.6496	8.5342
.700	1.2148	.5653	.0067	.3185	22.0262	7.5732
.725	1.0937	.5151	-.0468	.3208	20.8764	6.6585
.750	.8620	.5229	-.1030	.3236	18.6140	6.6974
.775	.7830	.5631	-.1601	.3264	18.9516	7.1504
.800	.8944	.5979	-.2188	.3291	21.9336	7.4513
.825	1.1298	.5978	-.2802	.3315	26.1635	7.2344
.850	1.2660	.5535	-.3460	.3340	28.4024	6.5085
.875	1.1108	.5121	-.4162	.3370	26.8793	6.0304
.900	.8621	.5188	-.4876	.3407	25.3278	6.2862
.925	.7590	.5550	-.5581	.3447	26.8074	6.7709
.950	.8621	.5904	-.6275	.3487	31.3871	7.0463
.975	1.1218	.5978	-.6974	.3524	37.2609	6.7402
1.000	1.3410	.5634	-.7699	.3558	40.7727	5.8743

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 4$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.352$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 5.926$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .040$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9750	.0170	.9948	.0033	.8295	.0439
.050	.8705	.0624	.9788	.0070	.7415	.0704
.075	.7877	.0994	.9494	.0123	.7735	-.2981
.100	.9117	.0690	.9010	.0246	.0804	-2.9322
.125	1.0067	.5507	.8273	.0701	-5.3952	-5.0147
.150	.9770	.4109	.7920	.1447	-10.3621	4.5355
.175	.8033	.3469	.7748	.1763	-6.6981	7.7863
.200	.6742	.5420	.7543	.1938	-6.4345	7.8297
.225	.7457	.6438	.7289	.2084	-5.7383	8.9333
.250	.8815	.6796	.7025	.2166	-3.9129	8.6090
.275	1.0605	.6340	.6719	.2254	-1.3293	9.4046
.300	1.1037	.4939	.6383	.2340	.5716	8.1172
.325	.8144	.4563	.6028	.2427	-1.1680	6.8646
.350	.7066	.5517	.5668	.2519	-3.4464	7.5967
.375	.7683	.6247	.5321	.2610	-3.4506	8.9070
.400	.9593	.6488	.4995	.2692	-.5111	9.9464
.425	1.1472	.5782	.4688	.2758	4.3324	9.4636
.450	.9933	.4916	.4350	.2803	4.6466	7.8860
.475	.7718	.5245	.3970	.2849	2.1371	7.9214
.500	.7395	.5864	.3579	.2898	1.8466	8.7611
.525	.8679	.6306	.3187	.2946	4.2867	9.5963
.550	1.0997	.6193	.2797	.2988	9.2462	9.6982
.575	1.1624	.5446	.2387	.3021	12.7037	8.6138
.600	.9378	.5191	.1932	.3055	11.4980	7.9896
.625	.8122	.5571	.1468	.3093	11.3827	8.3411
.650	.8680	.5976	.1011	.3130	14.0900	8.7129
.675	1.0588	.6072	.0552	.3161	18.6496	8.5342
.700	1.2148	.5653	.0067	.3185	22.0262	7.5732
.725	1.0937	.5151	-.0468	.3208	20.8764	6.6585
.750	.8620	.5229	-.1030	.3236	18.6140	6.6974
.775	.7830	.5631	-.1601	.3264	18.9516	7.1504
.800	.8944	.5979	-.2188	.3291	21.9336	7.4513
.825	1.1298	.5978	-.2802	.3315	26.1635	7.2344
.850	1.2660	.5535	-.3460	.3340	28.4024	6.5085
.875	1.1108	.5121	-.4162	.3370	26.8793	6.0304
.900	.8621	.5188	-.4876	.3407	25.3278	6.2862
.925	.7590	.5550	-.5581	.3447	26.8074	6.7709
.950	.8621	.5904	-.6275	.3487	31.3871	7.0463
.975	1.1218	.5978	-.6974	.3524	37.2609	6.7402
1.000	1.3410	.5634	-.7699	.3558	40.7727	5.8743

Tabla 3.2.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 4 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.687$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.199$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .724$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9694	.0207	.9941	.0038	.8701	.0201
.050	.8434	.0742	.9756	.0082	.8498	.0703
.075	.7199	.7584	.9428	.0186	.7666	.7146
.100	.8516	.8535	.8899	.0299	.9274	.5764
.125	1.0034	.7760	.8011	.0779	.7716	.1282
.150	1.0498	.5569	.7571	.1791	.2516	.5460
.175	.8634	.4035	.7484	.2211	.3023	.7440
.200	.6501	.5846	.7343	.2436	.1519	.9534
.225	.6555	.7111	.7181	.2595	.2218	1.1568
.250	.7375	.7968	.7036	.2711	.4499	1.2981
.275	.9450	.8288	.6878	.2789	.8984	1.3144
.300	1.1952	.8982	.6679	.2825	1.3434	1.0572
.325	.9586	.5499	.6360	.2871	.9691	.8024
.350	.7453	.6039	.6049	.2957	.6439	.8808
.375	.6784	.6746	.5777	.3044	.5709	.9943
.400	.7368	.7442	.5543	.3122	.7421	1.0992
.425	.9869	.7618	.5341	.3175	1.2106	1.0889
.450	1.1145	.6542	.5072	.3201	1.3194	.8845
.475	.9055	.6077	.4751	.3248	.9393	.8411
.500	.7406	.6291	.4457	.3300	.7411	.8970
.525	.6636	.6728	.4177	.3346	.7288	.9688
.550	.7226	.7218	.3906	.3385	.9344	1.0230
.575	.8464	.7245	.3621	.3410	1.2782	.9843
.600	1.0008	.6612	.3272	.3436	1.2180	.8929
.625	.8466	.6367	.2915	.3471	.9979	.8938
.650	.7030	.6493	.2575	.3508	.8300	.9355
.675	.6363	.6821	.2246	.3541	1.0486	.9788
.700	.7198	.7170	.1919	.3567	1.3570	.9855
.725	.9286	.7092	.1559	.3587	1.6067	.9170
.750	.9603	.6643	.1167	.3612	1.4802	.8508
.775	.8230	.6408	.0787	.3639	1.2736	.8417
.800	.6584	.6447	.0415	.3662	1.1695	.8603
.825	.5460	.6698	.0037	.3679	1.2054	.8833
.850	.5728	.7044	-.0366	.3690	1.3821	.8867
.875	.7663	.7155	-.0820	.3697	1.5309	.8465
.900	.8981	.6873	-.1326	.3708	1.4044	.7997
.925	.8412	.6564	-.1859	.3724	1.1482	.7908
.950	.6797	.6438	-.2410	.3742	.9543	.8114
.975	.5019	.6521	-.2977	.3763	.8919	.8442
1.000	.3874	.6789	-.3558	.3785	.9872	.8742

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 4 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.945$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.374$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.112$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9716	.0192	.9940	.0038	.9567	.0298
.050	.8539	.0698	.9754	.0081	.7739	.1066
.075	.7455	.7219	.9417	.0142	.4407	1.0252
.100	.8753	.7947	.8868	.0268	.3848	2.0643
.125	1.0150	.7174	.8010	.0723	1.6169	3.6690
.150	1.0594	.5153	.7496	.1589	4.1539	1.0157
.175	.8869	.3815	.7225	.2020	3.0400	-.7072
.200	.7127	.5553	.6958	.2300	2.4959	-.5948
.225	.7398	.6611	.6685	.2499	2.3965	-.7935
.250	.8234	.7240	.6402	.2652	2.0412	-1.1075
.275	.9935	.7424	.6101	.2771	1.1596	-1.3540
.300	1.1938	.6419	.5767	.2865	-.3097	-1.1854
.325	1.0178	.5223	.5384	.2950	-1.0932	-.4303
.350	.8594	.5671	.4957	.3044	-.6570	.0084
.375	.8222	.6213	.4516	.3148	-.0262	.0757
.400	.8759	.6722	.4080	.3259	.4077	-.1438
.425	1.0627	.6897	.3676	.3371	-.0838	-.5279
.450	1.1922	.6144	.3309	.3471	-1.6904	-.4836
.475	1.0596	.5751	.2949	.3552	-2.2974	-.0934
.500	.9538	.5885	.2568	.3620	-2.2055	.1409
.525	.9103	.6181	.2157	.3682	-1.8882	.2186
.550	.9562	.6531	.1712	.3743	-1.6372	.1115
.575	1.1311	.6619	.1249	.3811	-2.2971	-.1226
.600	1.2176	.6182	.0802	.3881	-3.8198	-.0387
.625	1.1402	.5955	.0357	.3946	-4.4973	.2172
.650	1.0562	.5999	-.0093	.4008	-4.6850	.3843
.675	1.0152	.6207	-.0550	.4068	-4.8143	.4446
.700	1.0739	.6487	-.1010	.4127	-5.3509	.4055
.725	1.2596	.6524	-.1461	.4185	-6.9503	.4434
.750	1.3610	.8202	-.1913	.4235	-8.4976	.8090
.775	1.3217	.5950	-.2397	.4280	-8.8081	1.2512
.800	1.2327	.5878	-.2916	.4326	-8.2500	1.5934
.825	1.1482	.5981	-.3462	.4375	-7.2409	1.7813
.850	1.1393	.6238	-.4019	.4430	-6.4513	1.7823
.875	1.2928	.6440	-.4551	.4489	-6.9859	1.7502
.900	1.4861	.6302	-.5064	.4543	-7.8982	2.0101
.925	1.5487	.6015	-.5605	.4593	-7.6041	2.4139
.950	1.4981	.5798	-.6175	.4646	-5.8817	2.7141
.975	1.3868	.5725	-.6754	.4704	-3.5015	2.8176
1.000	1.2688	.5835	-.7313	.4769	-1.2735	2.6910

Tabla 3.2.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 4$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 10.574$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 10.927$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.890$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9654	.0234	.9932	.0044	.9868	.0224
.050	.8250	.0815	.9709	.0104	.8310	.0796
.075	.6707	.8102	.9341	.0401	.7047	.8226
.100	.7868	.9596	.8843	.0526	.8791	.8644
.125	.9494	.9518	.7936	.0947	.9882	.5918
.150	1.0856	.7142	.7421	.2064	.7703	.5147
.175	.9257	.4731	.7364	.2513	.6185	.4915
.200	.6581	.6138	.7232	.2805	.3838	.7147
.225	.6089	.7298	.7154	.2998	.3909	.8799
.250	.6052	.8190	.7091	.3129	.4814	.9826
.275	.6926	.9005	.7054	.3206	.7036	1.0573
.300	.9661	.9020	.7006	.3201	1.0791	.9637
.325	1.0087	.7217	.6696	.3185	.9494	.7236
.350	.8006	.6945	.6416	.3274	.8698	.7423
.375	.6625	.7191	.6218	.3353	.5556	.7992
.400	.5737	.7650	.6060	.3414	.5520	.8577
.425	.5870	.8253	.5921	.3446	.6826	.8898
.450	.7653	.8395	.5691	.3448	.8506	.8248
.475	.8305	.7868	.5373	.3486	.7048	.7617
.500	.7600	.7522	.5111	.3541	.5262	.7655
.525	.6421	.7416	.4888	.3588	.4135	.7933
.550	.5150	.7552	.4683	.3625	.3818	.8262
.575	.4513	.7916	.4472	.3648	.4462	.8435
.600	.5271	.8169	.4208	.3666	.4987	.8212
.625	.6096	.8061	.3921	.3691	.4132	.7974
.650	.6094	.7823	.3639	.3717	.2770	.7963
.675	.5223	.7636	.3352	.3740	.1630	.8127
.700	.3752	.7630	.3050	.3762	.1104	.8358
.725	.2497	.7880	.2724	.3783	.1272	.8516
.750	.2535	.8215	.2381	.3808	.1558	.8517
.775	.3672	.8356	.2036	.3838	.1465	.8442
.800	.4837	.8213	.1701	.3866	.0984	.8371
.825	.4920	.7898	.1377	.3894	.0267	.8346
.850	.3544	.7645	.1064	.3920	-.0414	.8373
.875	-.1399	.7643	.0755	.3942	-.0840	.8406
.900	-.0248	.7886	.0438	.3959	-.1159	.8388
.925	-.0620	.8220	.0104	.3973	-.1681	.8328
.950	.0454	.8463	-.0255	.3983	-.2542	.8264
.975	.2335	.8437	-.0647	.3991	-.3709	.8231
1.000	.3396	.8121	-.1078	.3998	-.4997	.8249

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 4$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.618$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.862$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.327$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9713	.0194	.9935	.0042	.9548	.0304
.050	.8523	.0705	.9730	.0090	.7760	.1006
.075	.7390	.7274	.9362	.0167	.5315	.8826
.100	.8612	.8151	.8771	.0296	.4653	1.2337
.125	.9996	.7856	.7821	.0738	.5371	1.9357
.150	1.1130	.5919	.7149	.1720	1.5611	1.6597
.175	.9923	.4170	.6796	.2278	1.4364	.9001
.200	.8342	.5395	.6478	.2691	1.1461	1.0831
.225	.8449	.6078	.6215	.2997	1.3677	1.1443
.250	.8708	.6485	.5974	.3233	1.6099	1.0402
.275	.9273	.6880	.5739	.3416	1.7109	.8265
.300	1.0798	.7078	.5481	.3566	1.3500	.5618
.325	1.2069	.6232	.5222	.3712	.1961	.7755
.350	1.1703	.5820	.4920	.3829	.2196	1.3637
.375	1.1396	.5660	.4564	.3976	.9622	1.8838
.400	1.0956	.5628	.4244	.4154	2.0101	1.7553
.425	1.0479	.5832	.4008	.4354	3.0617	1.5549
.450	1.1065	.6282	.3990	.4563	3.1465	1.5531
.475	1.2860	.6236	.4142	.4681	2.4012	1.2279
.500	1.3958	.5841	.4190	.4765	2.7048	1.5291
.525	1.4223	.5373	.4237	.4868	3.9219	1.7027
.550	1.3401	.4976	.4413	.4989	5.6835	1.8000
.575	1.1565	.4989	.4863	.5094	6.9246	1.1283
.600	1.1177	.5546	.5506	.5104	6.2283	.7348
.625	1.3024	.5741	.5991	.5058	5.6630	.8435
.650	1.4677	.5458	.6446	.5016	6.5080	.9904
.675	1.4990	.4949	.7013	.4956	8.1612	.8779
.700	1.3290	.4543	.7651	.4836	9.3124	.4385
.725	1.0515	.4718	.8077	.4645	8.5625	-.0254
.750	1.0052	.5343	.8099	.4456	7.0838	-.0782
.775	1.2290	.5893	.7938	.4314	6.7800	.0555
.800	1.5113	.5495	.7760	.4199	7.4557	.0660
.825	1.6138	.4893	.7579	.4088	8.0115	-.1312
.850	1.4163	.4368	.7333	.3974	7.4536	-.3936
.875	1.0676	.4368	.6981	.3866	5.9035	-.4822
.900	.8522	.4825	.6570	.3768	4.6090	-.3352
.925	.8793	.5365	.6135	.3673	4.4118	-.1046
.950	1.1288	.5700	.5636	.3589	5.3272	.0388
.975	1.4774	.5585	.4973	.3455	6.6067	-.0305
1.000	1.6536	.5031	.4042	.3348	6.9059	-.2611

Tabla 3.3.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 6$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.435$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.451$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .025$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9546	.0345	.9936	.0041	.8033	.1198
.050	.8582	.0742	.9728	.0097	.4945	-.6126
.075	.9837	.6354	.9291	.0292	-2.6651	-5.4925
.100	.9579	.4425	.8889	.1033	-9.2585	10.0383
.125	.7775	.5491	.8640	.1329	-5.0961	13.0161
.150	.8785	.6905	.8333	.1531	-3.2574	13.6274
.175	.9853	.6502	.7885	.1713	-1.1413	12.8526
.200	.9921	.5126	.7619	.1801	-.2875	11.3922
.225	.8061	.5744	.7275	.2083	-2.2945	11.2005
.250	.8691	.6497	.6957	.2241	-1.7262	13.0339
.275	.9812	.6232	.6655	.2368	1.7560	13.4492
.300	.8854	.5621	.6342	.2466	2.7759	11.9885
.325	.8242	.6263	.6003	.2555	2.3063	12.6618
.350	.9230	.6560	.5654	.2637	4.9931	13.4005
.375	1.0135	.6068	.5294	.2711	8.9071	12.6913
.400	.8678	.5837	.4910	.2779	8.4015	11.7941
.425	.8437	.6340	.4514	.2850	9.1003	12.5430
.450	.9682	.6479	.4119	.2917	13.1880	12.8531
.475	1.0232	.5966	.3716	.2977	16.6501	11.7931
.500	.8705	.5900	.3290	.3035	15.9615	11.4702
.525	.8615	.6293	.2862	.3093	18.2292	12.0854
.550	.9904	.6338	.2430	.3145	23.4521	11.9277
.575	1.0040	.5920	.1976	.3192	26.1086	10.8203
.600	.8669	.5960	.1501	.3242	26.1321	10.7255
.625	.8839	.6280	.1024	.3291	29.7411	11.0259
.650	1.0288	.6266	.0538	.3336	35.3214	10.4753
.675	1.0439	.5859	.0030	.3380	37.2830	9.3372
.700	.8917	.5823	-.0486	.3427	37.0932	8.1909
.725	.8716	.6106	-.0995	.3472	40.7256	8.3816
.750	1.0113	.6180	-.1508	.3512	46.5413	8.8097
.775	1.0944	.5830	-.2045	.3548	49.0183	7.5570
.800	.9435	.5577	-.2602	.3584	47.4612	6.9985
.825	.8046	.5753	-.3166	.3619	48.3301	7.1424
.850	.8384	.5985	-.3749	.3650	52.1830	7.0006
.875	.9435	.5943	-.4366	.3680	55.1157	6.3372
.900	.9173	.5784	-.5014	.3711	55.2618	5.8806
.925	.8547	.5847	-.5680	.3743	56.7081	5.8531
.950	.9165	.5939	-.6367	.3776	60.2530	5.5831
.975	1.0035	.5802	-.7081	.3810	62.2943	4.9612
1.000	.9402	.5618	-.7811	.3846	61.9800	4.6325

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 6$ $D/R = 0$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.435$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.451$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .025$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9546	.0345	.9936	.0041	.8033	.1198
.050	.8582	.0742	.9728	.0097	.4945	-.6126
.075	.9837	.6354	.9291	.0292	-2.6651	-5.4925
.100	.9579	.4425	.8889	.1033	-9.2585	10.0383
.125	.7775	.5491	.8640	.1329	-5.0961	13.0161
.150	.8785	.6905	.8333	.1531	-3.2574	13.6274
.175	.9853	.6502	.7885	.1713	-1.1413	12.8526
.200	.9921	.5126	.7619	.1801	-.2875	11.3922
.225	.8061	.5744	.7275	.2083	-2.2945	11.2005
.250	.8691	.6497	.6957	.2241	-1.7262	13.0339
.275	.9812	.6232	.6655	.2368	1.7560	13.4492
.300	.8854	.5621	.6342	.2466	2.7759	11.9885
.325	.8242	.6263	.6003	.2555	2.3063	12.6618
.350	.9230	.6560	.5654	.2637	4.9931	13.4005
.375	1.0135	.6068	.5294	.2711	8.9071	12.6913
.400	.8678	.5837	.4910	.2779	8.4015	11.7941
.425	.8437	.6340	.4514	.2850	9.1003	12.5430
.450	.9682	.6479	.4119	.2917	13.1880	12.8531
.475	1.0232	.5966	.3716	.2977	16.6501	11.7931
.500	.8705	.5900	.3290	.3035	15.9615	11.4702
.525	.8615	.6293	.2862	.3093	18.2292	12.0854
.550	.9904	.6338	.2430	.3145	23.4521	11.9277
.575	1.0040	.5920	.1976	.3192	26.1086	10.8203
.600	.8669	.5960	.1501	.3242	26.1321	10.7255
.625	.8839	.6280	.1024	.3291	29.7411	11.0259
.650	1.0288	.6266	.0538	.3336	35.3214	10.4753
.675	1.0439	.5859	.0030	.3380	37.2830	9.3372
.700	.8917	.5823	-.0486	.3427	37.0932	8.1909
.725	.8716	.6106	-.0995	.3472	40.7256	8.3816
.750	1.0113	.6180	-.1508	.3512	46.5413	8.8097
.775	1.0944	.5830	-.2045	.3548	49.0183	7.5570
.800	.9435	.5577	-.2602	.3584	47.4612	6.9985
.825	.8046	.5753	-.3166	.3619	48.3301	7.1424
.850	.8384	.5985	-.3749	.3650	52.1830	7.0006
.875	.9435	.5943	-.4366	.3680	55.1157	6.3372
.900	.9173	.5784	-.5014	.3711	55.2618	5.8806
.925	.8547	.5847	-.5680	.3743	56.7081	5.8531
.950	.9165	.5939	-.6367	.3776	60.2530	5.5831
.975	1.0035	.5802	-.7081	.3810	62.2943	4.9612
1.000	.9402	.5619	-.7811	.3846	61.9800	4.6325

Tabla 3.3.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 6 D/R = 1/4

$\frac{K_h^0}{GR} = 8.448$ $\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.986$ $\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .575$

$\frac{\eta}{2\pi}$	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9446	.0419	.9927	.0048	.9411	.0434
.050	.8146	.8903	.9888	.0143	.8239	.8136
.075	.9738	.8343	.9177	.0345	.8496	.3364
.100	.9847	.5574	.8703	.1374	.3600	.9557
.125	.7520	.6174	.8525	.1758	.4082	1.2748
.150	.8214	.8168	.8300	.1991	.6326	1.5151
.175	.9645	.8235	.8049	.2165	.9720	1.4478
.200	1.0461	.6582	.7765	.2322	1.1267	1.1149
.225	.8069	.6607	.7477	.2498	.7520	1.0898
.250	.8134	.7589	.7255	.2657	.7887	1.2618
.275	.9466	.7723	.7071	.2770	1.0932	1.2728
.300	.9246	.6766	.6856	.2844	1.0768	1.0858
.325	.7904	.7150	.6624	.2923	.9118	1.1580
.350	.8210	.7694	.6404	.2989	1.0683	1.2309
.375	.9683	.7584	.6177	.3037	1.3715	1.1630
.400	.8977	.6922	.5897	.3081	1.2118	1.0458
.425	.7760	.7181	.5619	.3134	1.0872	1.0987
.450	.8001	.7595	.5348	.3182	1.2398	1.1406
.475	.9392	.7479	.5061	.3219	1.4514	1.0702
.500	.9728	.7005	.4737	.3261	1.2447	1.0105
.525	.7504	.7135	.4427	.3306	1.1376	1.0578
.550	.7536	.7451	.4123	.3345	1.2893	1.0906
.575	.8641	.7376	.3797	.3377	1.4486	1.0371
.600	.9049	.7053	.3443	.3413	1.2775	1.0038
.625	.8817	.7129	.3096	.3449	1.1987	1.0378
.650	.8610	.7412	.2743	.3482	1.3391	1.0816
.675	.7727	.7457	.2365	.3512	1.4978	1.0222
.700	.7741	.7161	.1964	.3546	1.3555	.9862
.725	.8492	.7095	.1572	.3583	1.2329	1.0103
.750	.8668	.7296	.1188	.3618	1.2269	1.0422
.775	.8313	.7510	.0797	.3649	1.3637	1.0911
.800	.7471	.7364	.0387	.3680	1.6065	.9787
.825	.7004	.7104	-.0021	.3712	1.4536	.9607
.850	.5771	.7063	-.0423	.3741	1.3969	.9719
.875	.5157	.7186	-.0838	.3766	1.4732	.9727
.900	.5441	.7220	-.1277	.3789	1.5025	.9486
.925	.5211	.7118	-.1735	.3812	1.3942	.9348
.950	.4284	.7105	-.2208	.3834	1.3279	.9413
.975	.3779	.7220	-.2703	.3856	1.3708	.9427
1.000	.4213	.7271	-.3224	.3879	1.3870	.9248

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 6 D/R = 1/4

$\frac{K_h^0}{GR} = 8.015$ $\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.885$ $\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.077$

$\frac{\eta}{2\pi}$	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9471	.0401	.9925	.0049	.9508	.0423
.050	.8252	.8591	.9680	.0115	.7241	1.3580
.075	.9791	.7969	.9169	.0326	1.5081	3.5018
.100	.9914	.5302	.8654	.1179	4.2007	-1.3727
.125	.7727	.5955	.8334	.1588	2.4037	-2.7934
.150	.8496	.7760	.7978	.1865	1.8519	-2.8515
.175	.9823	.7737	.7589	.2093	.6030	-2.6855
.200	1.0527	.6246	.7168	.2308	-.2744	-1.9836
.225	.8522	.6332	.6750	.2525	-.0434	-1.3442
.250	.8262	.7191	.6360	.2728	-.2032	-1.6046
.275	.9741	.7284	.5999	.2904	-.4826	-1.9661
.300	.8566	.6480	.5665	.3049	-1.5987	-1.7105
.325	.8485	.6833	.5302	.3158	-1.8200	-1.5515
.350	.8828	.7298	.4933	.3272	-2.3285	-1.6479
.375	1.0132	.7215	.4545	.3368	-3.5492	-1.6941
.400	.9630	.6664	.4143	.3457	-4.6565	-1.3116
.425	.8691	.6888	.3723	.3544	-4.9326	-1.1059
.450	.8972	.7242	.3294	.3630	-5.4316	-1.1296
.475	1.0235	.7168	.2865	.3714	-6.7012	-1.1349
.500	.9846	.6776	.2436	.3793	-7.8433	-.8460
.525	.8951	.6880	.1998	.3867	-8.3561	-.6715
.550	.9066	.7143	.1551	.3937	-9.1096	-.6630
.575	1.0103	.7106	.1098	.4005	-10.6765	-.6110
.600	.9829	.6845	.0636	.4069	-12.0732	-.3054
.625	.8978	.6898	.0156	.4131	-13.7894	-.0644
.650	.8890	.7129	-.0340	.4193	-15.5918	.0238
.675	.9918	.7201	-.0843	.4255	-15.2164	.0994
.700	1.0229	.6982	-.1350	.4316	-16.9848	.4114
.725	.9487	.6918	-.1868	.4375	-17.9391	.7411
.750	.8968	.7068	-.2395	.4436	-18.7041	.8306
.775	.9557	.7266	-.2923	.4496	-20.1939	1.0256
.800	1.0793	.7203	-.3444	.4556	-22.6617	1.3111
.825	1.0907	.7006	-.3973	.4611	-24.4057	1.8384
.850	1.0311	.6952	-.4522	.4665	-25.0771	2.3279
.875	1.0029	.7038	-.5085	.4720	-25.5345	2.6854
.900	1.0506	.7094	-.5652	.4775	-26.5360	3.0408
.925	1.0820	.7033	-.6229	.4829	-27.2625	3.5363
.950	1.0568	.7009	-.6825	.4884	-26.9844	4.0099
.975	1.0457	.7092	-.7429	.4943	-26.4866	4.3412
1.000	1.1154	.7171	-.8021	.5003	-26.7843	4.6672

Tabla 3.3.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 6 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 10.109$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 11.778$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.580$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9369	.0475	.9912	.0059	.9370	.0472
.050	.7787	.9855	.9635	.0318	.7932	.9688
.075	.9522	.9926	.9107	.0493	.9449	.7346
.100	1.0049	.6642	.8570	.1705	.7233	.7337
.125	.7392	.6646	.8429	.2158	.5630	.9160
.150	.7640	.8897	.8291	.2430	.6881	1.1773
.175	.8855	.9448	.8149	.2591	.9338	1.1807
.200	1.0377	.8116	.7945	.2659	1.1126	.9148
.225	.8072	.7412	.7639	.2821	.7648	.8593
.250	.7455	.8295	.7484	.2983	.7424	.9838
.275	.8188	.8796	.7379	.3072	.9006	1.0085
.300	.8798	.8079	.7181	.3112	.8847	.8746
.325	.7389	.8024	.6981	.3199	.6932	.9140
.350	.6783	.8468	.6839	.3263	.7033	.9754
.375	.7437	.8826	.6690	.3291	.8438	.9710
.400	.8010	.8397	.6446	.3318	.7784	.8934
.425	.6960	.8229	.6224	.3367	.6183	.9117
.450	.6086	.8449	.6025	.3403	.5986	.9491
.475	.6288	.8771	.5787	.3424	.6785	.9486
.500	.6952	.8625	.5510	.3454	.6045	.9055
.525	.6389	.8405	.5249	.3495	.4531	.9154
.550	.5393	.8447	.5006	.3528	.4017	.9450
.575	.5089	.8687	.4741	.3552	.4445	.9505
.600	.5640	.8691	.4446	.3581	.3953	.9289
.625	.5439	.8494	.4164	.3611	.2669	.9305
.650	.4378	.8415	.3881	.3636	.1893	.9483
.675	.3391	.8583	.3570	.3656	.1898	.8590
.700	.3546	.8768	.3228	.3679	.1551	.9478
.725	.3988	.8704	.2881	.3706	.0295	.9440
.750	.3542	.8523	.2530	.3733	-.0934	.9587
.775	.2183	.8481	.2169	.3760	-.1432	.9785
.800	.1110	.8676	.1794	.3788	-.1434	.9861
.825	.1275	.8877	.1417	.3819	-.1784	.9836
.850	.1926	.8863	.1047	.3849	-.2550	.9844
.875	.1732	.8713	.0680	.3878	-.3217	.9912
.900	.0745	.8685	.0308	.3906	-.3560	.9955
.925	.0322	.8779	-.0071	.3932	-.4023	.9934
.950	.0591	.8775	-.0458	.3956	-.4847	.9919
.975	.0333	.8635	-.0859	.3979	-.5720	.9953
1.000	-.0904	.8570	-.1278	.4002	-.6366	.9993

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 6 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.792$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.369$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.320$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9445	.0421	.9919	.0055	.9296	.0530
.050	.8121	.9001	.9637	.0145	.7224	1.0488
.075	.9741	.8762	.9067	.0375	.8744	1.5963
.100	1.0253	.5831	.8457	.1333	1.5777	.6507
.125	.8059	.6082	.8078	.1858	.9833	.2288
.150	.8643	.7828	.7701	.2221	.8399	.4048
.175	.9746	.8062	.7306	.2500	.6469	.4215
.200	1.0892	.7074	.6871	.2744	.3014	.4880
.225	.9497	.6648	.6418	.2999	.0081	.8974
.250	.9398	.7199	.5996	.3250	.2455	1.0820
.275	1.0027	.7472	.5613	.3482	.4103	1.0224
.300	1.0678	.7115	.5269	.3698	.0487	.9640
.325	1.0279	.7055	.4978	.3874	-.1434	1.1936
.350	1.0277	.7251	.4662	.4021	-.0398	1.3772
.375	1.0860	.7460	.4311	.4169	.0545	1.3579
.400	1.1840	.7308	.4007	.4332	-.3253	1.4582
.425	1.2050	.7089	.3735	.4471	-.2455	1.7554
.450	1.2033	.7028	.3442	.4612	.3384	1.9449
.475	1.2216	.7146	.3192	.4774	.9881	1.9391
.500	1.3350	.7175	.3097	.4926	1.0121	1.8731
.525	1.4255	.6896	.3013	.5047	1.5343	2.1983
.550	1.4328	.6598	.2957	.5180	2.8150	2.2840
.575	1.3903	.6572	.3078	.5315	3.9910	2.1132
.600	1.4783	.6677	.3341	.5397	4.2204	2.0263
.625	1.6035	.6390	.3574	.5456	5.1499	2.1232
.650	1.5921	.5935	.3906	.5515	6.9100	2.0251
.675	1.4382	.6810	.4416	.5533	8.0627	1.6422
.700	1.4239	.6105	.4890	.5488	7.9158	1.4222
.725	1.5917	.6070	.5238	.5434	8.5249	1.4266
.750	1.6632	.5601	.5600	.5372	10.0554	1.2479
.775	1.4826	.5214	.5953	.5277	10.8329	.8064
.800	1.2556	.5414	.6114	.5158	9.9638	.4733
.825	1.2910	.5794	.6086	.5051	9.1596	.4401
.850	1.4723	.5768	.6023	.4956	9.4089	.4252
.875	1.5006	.5420	.5952	.4875	9.7105	.2478
.900	1.3508	.5313	.5786	.4780	9.0898	.0779
.925	1.3136	.5474	.5527	.4693	8.4443	.0618
.950	1.4151	.5451	.5228	.4610	8.4669	.0471
.975	1.4133	.5181	.4853	.4525	8.3907	-.0897
1.000	1.2384	.5077	.4343	.4444	7.5827	-.1576

Tabla 3.4.1 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 8 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.302$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.435$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .006$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9253	.0743	.9931	.0045	.0454	.4913
.050	.9703	.6980	.9693	.0133	-4.6112	-12.5064
.075	.9607	.4453	.9315	.0676	-27.6208	32.4443
.100	.8621	.6674	.9030	.0992	-16.6590	47.4389
.125	.9805	.6630	.8686	.1238	-11.3188	47.9266
.150	.8805	.5237	.8313	.1487	-8.9564	44.4849
.175	.8801	.6181	.7958	.1730	-14.0537	45.8898
.200	.9607	.6306	.7633	.1936	-9.3398	51.7043
.225	.9153	.5681	.7319	.2101	-3.5596	48.9676
.250	.8830	.6343	.6997	.2240	-4.3938	51.7347
.275	.9571	.6326	.6674	.2363	4.9255	53.8683
.300	.8971	.6049	.6346	.2467	9.6886	50.8126
.325	.9052	.6453	.6007	.2562	13.3685	52.9333
.350	.8724	.6280	.5663	.2647	24.9102	52.3425
.375	.8945	.6180	.5302	.2721	26.8911	50.3544
.400	.9227	.6491	.4928	.2793	34.2230	52.3339
.425	.9953	.6279	.4544	.2858	47.8815	50.7631
.450	.9081	.6159	.4138	.2920	49.7886	48.9212
.475	.9229	.6459	.3722	.2982	58.6219	50.7046
.500	1.0238	.6333	.3303	.3041	75.7401	49.2518
.525	.9534	.6001	.2864	.3096	79.8854	45.9426
.550	.8721	.6267	.2416	.3152	84.1864	47.3892
.575	.9605	.6473	.1970	.3206	103.0830	47.8881
.600	1.0409	.6195	.1511	.3253	119.7188	44.2288
.625	.9350	.6058	.1030	.3301	121.9551	42.3221
.650	.9164	.6300	.0546	.3348	134.2026	42.8984
.675	1.0289	.6313	.0053	.3391	154.6829	40.7767
.700	1.0396	.5998	-.0463	.3433	162.4965	36.7803
.725	.9191	.5996	-.0990	.3476	164.6445	36.1138
.750	.9320	.6213	-.1515	.3517	180.5455	35.9244
.775	1.0608	.6158	-.2055	.3554	199.3128	32.6995
.800	1.0559	.5804	-.2618	.3590	201.0635	28.5893
.825	.8781	.5734	-.3193	.3627	196.6908	28.0512
.850	.7992	.5988	-.3774	.3661	206.5987	28.7161
.875	.8898	.6160	-.4378	.3692	224.5231	27.3500
.900	.9841	.6032	-.5017	.3721	233.5192	24.3748
.925	.9366	.5907	-.5685	.3753	234.1885	22.9368
.950	.9114	.5967	-.6372	.3785	242.1506	22.4221
.975	.9737	.5949	-.7087	.3817	252.4806	20.7779
1.000	.8672	.5801	-.7827	.3852	255.0803	18.1831

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 8 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.302$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.435$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .006$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9253	.0743	.9931	.0045	.0454	.4913
.050	.9703	.6980	.9693	.0133	-4.6112	-12.5064
.075	.9607	.4453	.9315	.0676	-27.6208	32.4443
.100	.8621	.6674	.9030	.0992	-16.6590	47.4389
.125	.9805	.6630	.8686	.1238	-11.3188	47.9266
.150	.8805	.5237	.8313	.1487	-8.9564	44.4849
.175	.8801	.6181	.7958	.1730	-14.0537	45.8898
.200	.9607	.6306	.7633	.1936	-9.3398	51.7043
.225	.9153	.5681	.7319	.2101	-3.5596	48.9676
.250	.8830	.6343	.6997	.2240	-4.3938	51.7347
.275	.9571	.6326	.6674	.2363	4.9255	53.8683
.300	.8971	.6049	.6346	.2467	9.6886	50.8126
.325	.9052	.6453	.6007	.2562	13.3685	52.9333
.350	.8724	.6280	.5663	.2647	24.9102	52.3425
.375	.8945	.6180	.5302	.2721	26.8911	50.3544
.400	.9227	.6491	.4928	.2793	34.2230	52.3339
.425	.9953	.6279	.4544	.2858	47.8815	50.7631
.450	.9081	.6159	.4138	.2920	49.7886	48.9212
.475	.9229	.6459	.3722	.2982	58.6219	50.7046
.500	1.0238	.6333	.3303	.3041	75.7401	49.2518
.525	.9534	.6001	.2864	.3096	79.8854	45.9426
.550	.8721	.6267	.2416	.3152	84.1864	47.3892
.575	.9605	.6473	.1970	.3206	103.0830	47.8881
.600	1.0409	.6195	.1511	.3253	119.7188	44.2288
.625	.9350	.6058	.1030	.3301	121.9551	42.3221
.650	.9164	.6300	.0546	.3348	134.2026	42.8984
.675	1.0289	.6313	.0053	.3391	154.6829	40.7767
.700	1.0396	.5998	-.0463	.3433	162.4965	36.7803
.725	.9181	.5996	-.0990	.3476	164.6445	36.1138
.750	.9320	.6213	-.1515	.3517	180.5455	35.9244
.775	1.0608	.6158	-.2055	.3554	199.3128	32.6995
.800	1.0559	.5804	-.2618	.3590	201.0635	28.5893
.825	.8781	.5734	-.3193	.3627	196.6908	28.0512
.850	.7992	.5988	-.3774	.3661	206.5987	28.7161
.875	.8898	.6160	-.4378	.3692	224.5231	27.3500
.900	.9841	.6032	-.5017	.3721	233.5192	24.3748
.925	.9366	.5907	-.5685	.3753	234.1885	22.9368
.950	.9114	.5967	-.6372	.3785	242.1506	22.4221
.975	.9737	.5949	-.7087	.3817	252.4806	20.7779
1.000	.8672	.5801	-.7827	.3852	255.0803	18.1831

Tabla 3.4.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 8$ $D/R = 1/4$

$\frac{K_h^0}{GR} = 8.230$ $\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.949$ $\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .531$

$\frac{\eta}{2\pi}$	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9081	.0907	.9918	.0055	.9002	.0932
.050	.9570	.8975	.9641	.0171	.9055	.6268
.075	.9738	.5587	.9178	.0931	.5035	.9789
.100	.8257	.7853	.8923	.1384	.5759	1.5091
.125	.9826	.8330	.8628	.1650	.8840	1.5419
.150	1.0096	.6619	.8307	.1902	.9901	1.2310
.175	.8596	.7349	.8000	.2164	.7589	1.2966
.200	.9448	.7794	.7763	.2381	.8304	1.3978
.225	.9403	.6907	.7542	.2530	.8872	1.2353
.250	.8573	.7489	.7313	.2684	.9028	1.3240
.275	.9328	.7722	.7104	.2771	1.1105	1.3520
.300	.9054	.7216	.6879	.2853	1.1201	1.2396
.325	.8582	.7600	.6650	.2933	1.1122	1.2917
.350	.9366	.7659	.6428	.2997	1.3134	1.2656
.375	.8863	.7303	.6174	.3051	1.2294	1.1929
.400	.8421	.7601	.5922	.3106	1.2413	1.2384
.425	.9228	.7663	.5665	.3150	1.4388	1.2091
.450	.8867	.7308	.5372	.3191	1.3396	1.1428
.475	.8097	.7495	.5078	.3236	1.2949	1.1808
.500	.8680	.7701	.4783	.3275	1.4797	1.1803
.525	.9190	.7365	.4455	.3311	1.4741	1.1017
.550	.7977	.7244	.4119	.3353	1.2793	1.1136
.575	.7383	.7495	.3794	.3394	1.3286	1.1581
.600	.8111	.7626	.3460	.3428	1.5244	1.1409
.625	.8223	.7363	.3099	.3463	1.4531	1.0943
.650	.7145	.7336	.2741	.3501	1.3508	1.1142
.675	.6773	.7550	.2384	.3534	1.4639	1.1362
.700	.7587	.7596	.2005	.3564	1.6050	1.1032
.725	.7494	.7372	.1606	.3597	1.4884	1.0747
.750	.6399	.7354	.1212	.3630	1.4137	1.0957
.775	.5930	.7554	.0816	.3662	1.5495	1.1137
.800	.6885	.7660	.0404	.3690	1.7351	1.0821
.825	.7517	.7428	-.0023	.3721	1.6530	1.0371
.850	.6582	.7230	-.0444	.3752	1.4915	1.0369
.875	.5336	.7259	-.0863	.3780	1.4804	1.0526
.900	.4959	.7394	-.1297	.3804	1.5823	1.0485
.925	.5211	.7397	-.1755	.3828	1.5881	1.0238
.950	.4801	.7328	-.2228	.3851	1.4970	1.0143
.975	.4126	.7363	-.2718	.3873	1.4741	1.0150
1.000	.4132	.7426	-.3233	.3895	1.4836	1.0029

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 8$ $D/R = 1/4$

$\frac{K_h^0}{GR} = 7.820$ $\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.863$ $\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.097$

$\frac{\eta}{2\pi}$	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9121	.0871	.9919	.0053	.9314	.0858
.050	.9615	.8578	.9639	.0157	1.1269	1.9356
.075	.9792	.5316	.9180	.0768	2.7589	-1.0164
.100	.8434	.7520	.8824	.1180	1.7065	-2.0330
.125	.9758	.7858	.8418	.1496	1.1822	-2.0068
.150	1.0150	.6269	.7979	.1794	.6844	-1.6380
.175	.8845	.6996	.7551	.2087	.7758	-1.2962
.200	.9666	.7[illegible]	.7155	.2347	.6068	-1.5474
.225	.9605	.65[illegible]	.6784	.2564	.0079	-1.4487
.250	.8950[illegible]	.7109	.6415	.2744	-.0928	-1.3603
.275	.9653	.7295	.6044	.2902	-.5043	-1.4774
.300	.8435	.6875	.5673	.3044	-1.1751	-1.3419
.325	.8104	.721[illegible]	.5300	.3170	-1.4667	-1.2823
.350	.9829	.727[illegible]	.4925	.3284	-2.1008	-1.3060
.375	.9476	.6987	.4546	.3385	-2.7792	-1.1348
.400	.9191	.7247	.4153	.3477	-3.1893	-1.0890
.425	.9953	.7310	.3747	.3563	-3.9453	-1.0514
.450	.9768	.7022	.3328	.3644	-4.7390	-.8650
.475	.9231	.7180	.2893	.3722	-5.1606	-.7523
.500	.9809	.7362	.2449	.3800	-5.8421	-.7411
.525	1.0388	.7099	.2001	.3875	-6.9117	-.6146
.550	.9543	.6995	.1546	.3947	-7.5221	-.4198
.575	.9148	.7199	.1084	.4017	-8.0313	-.3526
.600	.9861	.7324	.0617	.4085	-9.0373	-.3353
.625	1.0166	.7127	.0148	.4150	-10.3184	-.1564
.650	.9486	.7100	-.0334	.4212	-11.0934	.0538
.675	.8299	.7273	-.0830	.4272	-11.8227	.1643
.700	1.0097	.7339	-.1334	.4333	-13.0920	.2652
.725	1.0324	.7179	-.1845	.4391	-14.4217	.5207
.750	.8714	.7155	-.2371	.4448	-15.1785	.7804
.775	.8477	.7312	-.2909	.4506	-15.8738	.9367
.800	1.0380	.7436	-.3449	.4564	-17.2452	1.0652
.825	1.1312	.7295	-.3987	.4621	-18.9786	1.3830
.850	1.1078	.7133	-.4540	.4676	-19.8850	1.8043
.875	1.0447	.7129	-.5111	.4731	-20.1416	2.1508
.900	1.0340	.7233	-.5690	.4787	-20.4931	2.4040
.925	1.0870	.7268	-.6268	.4844	-21.2575	2.7052
.950	1.1079	.7225	-.6858	.4900	-21.5604	3.0964
.975	1.0989	.7243	-.7461	.4958	-21.2524	3.4365
1.000	1.1363	.7310	-.8060	.5018	-21.1155	3.7204

Tabla 3.4.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.804$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 11.706$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.492$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8950	.1027	.9895	.0075	.8933	.1029
.050	.9409	1.0523	.9601	.0329	.9354	.9195
.075	.9849	.6560	.9067	.1223	.7736	.7820
.100	.7953	.8617	.8838	.1779	.6877	1.1712
.125	.9249	.9580	.8628	.2082	.9153	1.2477
.150	1.0131	.7907	.8370	.2272	1.0410	.8689
.175	.8328	.8215	.8070	.2542	.8112	1.0134
.200	.8878	.8907	.7915	.2753	.9215	1.0874
.225	.9236	.8090	.7739	.2858	.8463	.9490
.250	.8075	.8392	.7549	.2996	.8158	1.0128
.275	.8365	.8810	.7419	.3087	.9095	1.0431
.300	.8487	.8389	.7230	.3141	.8829	.9650
.325	.7628	.8565	.7052	.3217	.8002	1.0024
.350	.7831	.8849	.6893	.3264	.8690	1.0081
.375	.7893	.8576	.6673	.3305	.7951	.8615
.400	.7078	.8646	.6478	.3357	.7108	.9918
.425	.7048	.8904	.6290	.3388	.7608	1.0022
.450	.7386	.8761	.6045	.3418	.7092	.8657
.475	.6841	.8663	.5814	.3457	.5934	.9807
.500	.6029	.8854	.5587	.3485	.5944	1.0028
.525	.6461	.8990	.5315	.3507	.6133	.9812
.550	.6539	.8788	.5027	.3542	.4779	.8678
.575	.5681	.8685	.4760	.3575	.3699	.9891
.600	.4869	.8831	.4483	.3601	.3663	1.0067
.625	.5058	.8960	.4177	.3628	.3494	.9953
.650	.5113	.8842	.3874	.3658	.2352	.9921
.675	.4285	.8742	.3575	.3686	.1450	1.0075
.700	.3325	.8858	.3258	.3709	.1280	1.0177
.725	.3349	.9009	.2918	.3733	.0836	1.0106
.750	.3604	.8944	.2571	.3759	-.0356	1.0103
.775	.2956	.8796	.2217	.3784	-.1414	1.0250
.800	.1568	.8820	.1846	.3809	-.1789	1.0403
.825	.0831	.9044	.1460	.3836	-.1919	1.0425
.850	.1309	.9195	.1072	.3865	-.2553	1.0397
.875	.1916	.9114	.0686	.3894	-.3479	1.0430
.900	.1446	.8956	.0299	.3922	-.4152	1.0513
.925	.0456	.8953	-.0095	.3949	-.4543	1.0561
.950	.0149	.9012	-.0495	.3976	-.5125	1.0539
.975	.0095	.8959	-.0902	.4001	-.5942	1.0545
1.000	-.0722	.8875	-.1320	.4026	-.6685	1.0571

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ $H/R = 8$ $D/R = 1/2$

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.563$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.339$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.337$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.9068	.0922	.9906	.0062	.8966	.1027
.050	.9571	.9328	.9591	.0197	.9283	1.2812
.075	1.0003	.5762	.9065	.0872	1.4015	.4059
.100	.8526	.7730	.8651	.1389	.9418	.2211
.125	.9792	.8259	.8209	.1776	.8206	.2951
.150	1.0472	.6887	.7735	.2121	.5923	.3493
.175	.9330	.7250	.7264	.2466	.4359	.6813
.200	.8968	.7649	.6831	.2779	.5127	.7259
.225	1.0328	.7099	.6429	.3054	.2985	.6965
.250	.9864	.7316	.6060	.3290	.1914	.8953
.275	1.0295	.7539	.5686	.3493	.2321	.9423
.300	1.0654	.7313	.5315	.3692	-.0119	.8810
.325	1.0517	.7387	.4978	.3871	-.0519	1.1516
.350	1.0920	.7541	.4637	.4036	.0003	1.2081
.375	1.1480	.7423	.4324	.4201	-.2246	1.3073
.400	1.1590	.7377	.4028	.4346	-.1509	1.5060
.425	1.1931	.7458	.3717	.4494	.1163	1.6044
.450	1.2786	.7411	.3475	.4650	.1246	1.7046
.475	1.3242	.7208	.3264	.4787	.4835	1.9179
.500	1.3304	.7112	.3069	.4934	1.2975	2.0130
.525	1.3775	.7198	.3015	.5088	1.8277	1.8553
.550	1.4987	.7052	.3048	.5202	2.1850	2.0713
.575	1.5484	.6693	.3091	.5312	3.3458	2.1762
.600	1.4949	.6485	.3284	.5425	4.7435	2.0308
.625	1.5050	.6601	.3635	.5490	5.2105	1.8358
.650	1.6261	.6452	.3956	.5521	5.9082	1.8456
.675	1.6383	.6038	.4348	.5547	7.3802	1.7250
.700	1.4998	.5894	.4865	.5531	8.2693	1.3791
.725	1.4894	.6116	.5300	.5466	8.1733	1.1930
.750	1.6289	.6018	.5832	.5394	8.8213	1.1450
.775	1.6341	.5568	.5968	.5309	9.9596	.8044
.800	1.4090	.5365	.6216	.5191	9.9979	.5194
.825	1.2562	.5700	.6234	.5068	8.9752	.3449
.850	1.3740	.5991	.6116	.4967	8.5893	.3652
.875	1.5516	.5820	.5978	.4878	9.0145	.3080
.900	1.5172	.5465	.5792	.4786	9.0502	.1208
.925	1.3711	.5431	.5500	.4698	8.3310	.0048
.950	1.3652	.5533	.5149	.4621	7.8621	-.0052
.975	1.4073	.5423	.4763	.4547	7.7399	-.0519
1.000	1.3104	.5278	.4295	.4473	7.2414	-.1280

Tabla 3.5.1: Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ - H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.225$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.435$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.002$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8659	.4346	.9928	.0048	3.8209	1.3987
.050	.9980	.5391	.9663	.0222	41.4410	34.1090
.075	.8626	.6011	.9379	.0675	47.0600	-124.3415
.100	.9886	.6586	.9049	.0947	37.0854	-131.4552
.125	.9479	.6200	.8678	.1227	35.2717	-125.2351
.150	.9405	.6359	.8321	.1503	45.7007	-141.9379
.175	.9645	.6812	.7989	.1735	28.8012	-149.7502
.200	.8178	.6246	.7662	.1925	28.9395	-152.6779
.225	.9551	.6133	.7338	.2089	9.7526	-158.5612
.250	.9000	.6275	.7015	.2228	3.6115	-156.4686
.275	.9523	.6407	.6692	.2349	-18.0026	-161.9918
.300	.9161	.6149	.6362	.2452	-34.8275	-154.1814
.325	.8180	.6528	.6017	.2544	-45.3117	-159.1494
.350	.8841	.6362	.5662	.2627	-78.1011	-156.7671
.375	.9065	.6263	.5288	.2704	-81.9816	-150.7589
.400	.9367	.6591	.4902	.2779	-101.8994	-157.3591
.425	1.0232	.6382	.4512	.2849	-143.7793	-153.7515
.450	.9374	.6153	.4105	.2914	-150.4579	-146.5271
.475	.9246	.6446	.3689	.2978	-170.3690	-152.0045
.500	1.0080	.6378	.3268	.3038	-217.5600	-149.4732
.525	.9446	.6143	.2828	.3094	-232.0857	-142.1529
.550	.9019	.6396	.2377	.3152	-253.6215	-146.3623
.575	.9946	.6458	.1923	.3206	-309.5361	-145.0740
.600	.9901	.6169	.1452	.3257	-339.7547	-135.6559
.625	.8900	.6288	.0973	.3311	-355.5334	-136.9379
.650	.9497	.6553	.0501	.3362	-417.4927	-138.7844
.675	1.0935	.6430	.0024	.3408	-490.0462	-128.5655
.700	1.0725	.6097	-.0472	.3452	-512.7758	-115.7730
.725	.9997	.6109	-.0970	.3494	-535.0247	-111.7151
.750	1.0287	.6107	-.1477	.3532	-576.6465	-104.5387
.775	.9993	.5956	-.2004	.3568	-592.4467	-95.7250
.800	.9299	.6006	-.2544	.3602	-609.5923	-92.4806
.825	.9666	.6058	-.3103	.3633	-645.6102	-86.5954
.850	.9723	.5873	-.3692	.3662	-653.8902	-77.6584
.875	.8174	.5809	-.4301	.3692	-640.9244	-76.1820
.900	.7075	.6085	-.4925	.3721	-665.9518	-79.5760
.925	.7965	.6412	-.5576	.3747	-729.6975	-78.3959
.950	1.0375	.6442	-.6268	.3772	-788.5165	-68.8453
.975	1.1832	.6087	-.7006	.3799	-793.2178	-57.0047
1.000	1.0825	.5785	-.7776	.3831	-766.7809	-53.3548

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 10 D/R = 0

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 6.225$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.435$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.002$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8659	.4346	.9928	.0048	3.8209	1.3987
.050	.9980	.5391	.9663	.0222	41.4410	34.1090
.075	.8626	.6011	.9379	.0675	47.0600	-124.3415
.100	.9886	.6586	.9049	.0947	37.0854	-131.4552
.125	.9479	.6200	.8678	.1227	35.2717	-125.2351
.150	.9405	.6359	.8321	.1503	45.7007	-141.9379
.175	.9645	.5812	.7989	.1735	28.8012	-149.7502
.200	.9178	.6246	.7662	.1925	28.9395	-152.6779
.225	.9551	.6133	.7338	.2089	9.7526	-158.5612
.250	.9000	.6275	.7015	.2228	3.6115	-156.4686
.275	.9523	.6407	.6692	.2349	-18.0026	-161.9918
.300	.9161	.6149	.6362	.2452	-34.8275	-154.1814
.325	.8180	.6528	.6017	.2544	-45.3117	-159.1494
.350	.8841	.6362	.5662	.2627	-78.1011	-156.7671
.375	.9065	.6263	.5288	.2704	-81.9816	-150.7589
.400	.9367	.6591	.4902	.2779	-101.8994	-157.3591
.425	1.0232	.6382	.4512	.2849	-143.7793	-153.7515
.450	.9374	.6153	.4105	.2914	-150.4579	-146.5271
.475	.9246	.6446	.3689	.2978	-170.3690	-152.0045
.500	1.0080	.6378	.3268	.3038	-217.5600	-149.4732
.525	.9446	.6143	.2828	.3094	-232.0857	-142.1529
.550	.9019	.6396	.2377	.3152	-253.6215	-146.3623
.575	.9946	.6458	.1923	.3206	-309.5361	-145.0740
.600	.9901	.6169	.1452	.3257	-339.7547	-135.6559
.625	.8900	.6288	.0973	.3311	-355.5334	-136.9379
.650	.9497	.6553	.0501	.3362	-417.4927	-138.7844
.675	1.0935	.6430	.0024	.3408	-490.0462	-128.5655
.700	1.0725	.6097	-.0472	.3452	-512.7758	-115.7730
.725	.9997	.6109	-.0970	.3494	-535.0247	-111.7151
.750	1.0287	.6107	-.1477	.3532	-576.6465	-104.5387
.775	.9993	.5956	-.2004	.3568	-592.4467	-95.7250
.800	.9299	.6006	-.2544	.3602	-609.5923	-92.4806
.825	.9666	.6058	-.3103	.3633	-645.6102	-86.5954
.850	.9723	.5873	-.3692	.3662	-653.8902	-77.6584
.875	.8174	.5809	-.4301	.3692	-640.9244	-76.1820
.900	.7075	.6085	-.4925	.3721	-865.9518	-79.5760
.925	.7965	.6412	-.5576	.3747	-729.6975	-78.3959
.950	1.0375	.6442	-.6268	.3772	-788.5165	-68.8453
.975	1.1832	.6087	-.7006	.3799	-793.2178	-57.0047
1.000	1.0825	.5785	-.7776	.3831	-766.7809	-53.3548

Tabla 3.5.2 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 10 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.103$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 8.945$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = .509$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8340	.5211	.9911	.0073	.8244	.5129
.050	1.0041	.7069	.9590	.0284	.7869	.4021
.075	.8358	.7075	.9276	.0960	.6955	1.3961
.100	.9805	.8316	.8968	.1302	.8581	1.5421
.125	.9621	.8425	.8620	.1612	.8866	1.2333
.150	.9252	.7794	.8303	.1933	.8082	1.4302
.175	.9794	.7225	.8048	.2178	.9682	1.3749
.200	.9065	.7540	.7798	.2371	.8989	1.4011
.225	.9588	.7539	.7573	.2527	1.0564	1.4011
.250	.8891	.7471	.7345	.2653	1.0091	1.3660
.275	.9288	.7782	.7133	.2761	1.1574	1.4004
.300	.9230	.7383	.6911	.2842	1.2054	1.3008
.325	.8727	.7724	.6680	.2919	1.1962	1.3458
.350	.9498	.7786	.6452	.2980	1.4068	1.3143
.375	.8993	.7430	.6188	.3033	1.3177	1.2341
.400	.8528	.7746	.5926	.3089	1.3212	1.2804
.425	.9115	.7854	.5662	.3135	1.5339	1.2544
.450	.8319	.7432	.5363	.3177	1.4513	1.1689
.475	.8430	.7542	.5062	.3224	1.3588	1.2007
.500	.8819	.7724	.4765	.3265	1.5054	1.2038
.525	.9066	.7444	.4437	.3302	1.4754	1.1402
.550	.8012	.7414	.4102	.3343	1.3281	1.1584
.575	.7818	.7641	.3767	.3381	1.4120	1.1851
.600	.8499	.7572	.3408	.3416	1.4860	1.1447
.625	.7744	.7360	.3031	.3455	1.3002	1.1369
.650	.8634	.7493	.2661	.3496	1.2570	1.1839
.675	.8652	.7763	.2292	.3534	1.4437	1.2090
.700	.7537	.7754	.1906	.3570	1.5820	1.1760
.725	.7315	.7615	.1516	.3609	1.5357	1.1642
.750	.6961	.7663	.1139	.3646	1.6088	1.1712
.775	.7308	.7652	.0747	.3680	1.7095	1.1482
.800	.7042	.7528	.0353	.3713	1.6752	1.1319
.825	.6411	.7555	-.0037	.3745	1.7226	1.1343
.850	.6722	.7631	-.0439	.3773	1.8611	1.1105
.875	.7327	.7464	-.0857	.3800	1.8098	1.0647
.900	.6518	.7218	-.1275	.3828	1.6073	1.0526
.925	.4785	.7153	-.1692	.3852	1.5014	1.0688
.950	.3223	.7297	-.2119	.3873	1.5587	1.0838
.975	.2809	.7543	-.2572	.3889	1.7088	1.0731
1.000	.3609	.7648	-.3060	.3904	1.7341	1.0349

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 10 D/R = 1/4

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 7.707$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 6.866$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.106$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8410	.5036	.9914	.0058	.8631	.5489
.050	1.0061	.6755	.9605	.0255	1.6801	1.7586
.075	.8479	.6792	.9251	.0788	1.6155	-1.6838
.100	.9893	.7856	.8855	.1133	1.2912	-1.6862
.125	.9692	.6108	.8413	.1473	.9461	-1.4241
.150	.9432	.7383	.7981	.1810	1.0441	-1.3745
.175	.9921	.6835	.7580	.2102	.6490	-1.5156
.200	.9316	.7147	.71[illegible]	.2344	.4434	-1.3738
.225	.9808	.7124	.6[illegible]	.2552	.1007	-1.4307
.250	.8228	.7088	.6444	.2734	-.2326	-1.3068
.275	.9627	.7354	.6077	.2893	-.5766	-1.3551
.300	.9602	.7024	.571[illegible]	.3032	-1.1760	-1.2821
.325	.9244	.7331	.534[illegible]	.3151	-1.5134	-1.1966
.350	.9960	.7390	.49[illegible]	.3258	-2.1419	-1.1821
.375	.9608	.7102	.4569	.3355	-2.7524	-.9924
.400	.9307	.7377	.4157	.3447	-3.0867	-.9090
.425	1.0137	.7480	.3733	.3536	-3.7094	-.8900
.450	1.0182	.7137	.3304	.3622	-4.4514	-.7257
.475	.9554	.7229	.2867	.3704	-4.8187	-.6001
.500	.9977	.7387	.2421	.3782	-5.3680	-.5727
.525	1.0331	.7168	.1968	.3858	-6.2104	-.4564
.550	.9606	.7139	.1504	.3929	-6.6845	-.3057
.575	.9549	.7327	.1027	.4000	-7.1542	-.2635
.600	1.0245	.7292	.0542	.4071	-8.0809	-.2160
.625	.9837	.7123	.0053	.4139	-8.8923	-.0495
.650	.9084	.7223	-.0445	.4207	-9.3850	.0557
.675	.9178	.7452	-.0947	.4275	-10.1283	.0673
.700	1.0063	.7483	-.1444	.4342	-11.5002	.1298
.725	1.0178	.7388	-.1941	.4405	-12.7765	.3254
.750	1.0124	.7431	-.2447	.4468	-13.8292	.5024
.775	1.0645	.7445	-.2957	.4526	-15.1670	.6907
.800	1.0795	.7358	-.3474	.4583	-16.3955	.9776
.825	1.0593	.7374	-.4007	.4639	-17.2227	1.2482
.850	1.1055	.7452	-.4547	.4696	-18.2666	1.4703
.875	1.1968	.7361	-.5087	.4752	-19.6915	1.8033
.900	1.1965	.7168	-.5637	.4806	-20.4423	2.2815
.925	1.1144	.7075	-.6205	.4860	-20.2661	2.6895
.950	1.0194	.7138	-.6784	.4916	-19.6084	3.0003
.975	.9904	.7326	-.7357	.4974	-18.1771	3.1966
1.000	1.0771	.7472	-.7913	.5032	-19.4981	3.4283

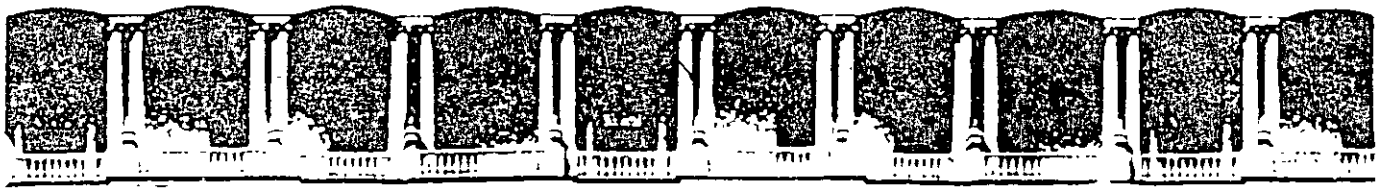
Tabla 3.5.3 Rigideces estáticas y coeficientes de impedancia

Pared lateral: contacto total $\nu = 1/2$ H/R = 10 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 9.629$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 11.694$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = 1.446$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8100	.5804	.9874	.0168	.8076	.5790
.050	1.0065	.8489	.9532	.0418	.9253	.8165
.075	.8158	.7801	.9184	.1311	.7093	1.0789
.100	.9594	.9640	.8938	.1713	.9332	1.2633
.125	.8667	.7492	.8622	.1978	.9599	.9536
.150	.8950	.8857	.8336	.2336	.8783	1.1211
.175	.8629	.8445	.8151	.2556	.9875	1.0508
.200	.8726	.8555	.7938	.2743	.8857	1.0680
.225	.9131	.8716	.7787	.2879	.9707	1.0668
.250	.8462	.8475	.7595	.2988	.8817	1.0347
.275	.8412	.8867	.7451	.3083	.9263	1.0699
.300	.8596	.8581	.7272	.3140	.9227	1.0064
.325	.7753	.8731	.7094	.3214	.8378	1.0396
.350	.7947	.9017	.6938	.3260	.9125	1.0451
.375	.8011	.8742	.6718	.3268	.8421	.9946
.400	.7152	.8814	.6521	.3348	.7534	1.0242
.425	.7062	.9109	.6330	.3378	.8063	1.0377
.450	.7591	.9014	.6080	.3405	.7783	.9950
.475	.6989	.8867	.5837	.3445	.8480	1.0027
.500	.6410	.9011	.5607	.3475	.6350	1.0235
.525	.6745	.9089	.5338	.3500	.6343	1.0037
.550	.6575	.8907	.5063	.3533	.5067	.9968
.575	.5706	.8884	.4798	.3560	.4307	1.0152
.600	.5334	.9053	.4506	.3582	.4291	1.0156
.625	.5656	.9031	.4185	.3608	.3312	.9990
.650	.5256	.8856	.3867	.3637	.1749	1.0073
.675	.4099	.8812	.3540	.3662	.0835	1.0304
.700	.3237	.8972	.3187	.3688	.0544	1.0415
.725	.3157	.9067	.2821	.3717	-.0213	1.0432
.750	.2791	.9043	.2456	.3748	-.1145	1.0551
.775	.2079	.9106	.2083	.3778	-.1617	1.0675
.800	.1967	.9203	.1704	.3810	-.2169	1.0721
.825	.1912	.9155	.1324	.3842	-.2963	1.0810
.850	.0985	.9108	.0940	.3874	-.3399	1.0942
.875	-.0038	.9266	.0549	.3906	-.3463	1.1001
.900	.0202	.9498	.0156	.3939	-.3729	1.0979
.925	.1559	.9533	-.0232	.3972	-.4366	1.0956
.950	.2500	.9286	-.0614	.4004	-.5131	1.0975
.975	.1738	.8978	-.0992	.4035	-.5682	1.1018
1.000	-.0094	.8878	-.1368	.4063	-.5993	1.1021

Pared lateral: contacto nulo $\nu = 1/2$ H/R = 10 D/R = 1/2

$\frac{\eta}{2\pi}$	$\frac{K_h^0}{GR} = 8.432$		$\frac{K_r^0}{GR^3} = 7.345$		$\frac{K_{hr}^0}{GR^2} = -.343$	
	k_h	c_h	k_r	c_r	k_{hr}	c_{hr}
.000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000
.025	.8305	.5321	.9900	.0075	.8210	.5604
.050	1.0130	.7506	.9555	.0303	1.1444	1.2008
.075	.8530	.7040	.9140	.0916	.9916	.1108
.100	.9944	.8332	.8697	.1341	.9126	.2472
.125	.9986	.6596	.8207	.1739	.8893	.2915
.150	.9688	.7711	.7730	.2138	.6563	.5537
.175	1.0294	.7322	.7288	.2488	.5687	.5130
.200	.9879	.7452	.6879	.2790	.4000	.8747
.225	1.0355	.7507	.6480	.3045	.3623	.7183
.250	1.0144	.7372	.6092	.3282	.1795	.8286
.275	1.0377	.7595	.5726	.3492	.1903	.9043
.300	1.0766	.7455	.5373	.3687	-.0091	.9308
.325	1.0649	.7516	.5049	.3858	-.1063	1.0868
.350	1.1068	.7674	.4710	.4013	-.1145	1.1568
.375	1.1646	.7564	.4384	.4170	-.3603	1.2795
.400	1.1752	.7502	.4068	.4312	-.2799	1.4972
.425	1.2054	.7591	.3740	.4461	.0272	1.6086
.450	1.2957	.7590	.3481	.4623	.0726	1.6870
.475	1.3569	.7384	.3272	.4764	.3698	1.8963
.500	1.3758	.7259	.3078	.4913	1.1453	2.0089
.525	1.4326	.7278	.3023	.5065	1.6925	1.9881
.550	1.5326	.7068	.3042	.5183	2.2420	2.1022
.575	1.5482	.6745	.3104	.5300	3.4637	2.1422
.600	1.5048	.6692	.3344	.5405	4.4978	1.9610
.625	1.5912	.6737	.3659	.5456	4.8802	1.9015
.650	1.6945	.6413	.3957	.5492	6.0338	1.9283
.675	1.6463	.5991	.4369	.5515	7.6637	1.7305
.700	1.5085	.5951	.4863	.5488	8.3851	1.3747
.725	1.5227	.6062	.5244	.5423	8.5981	1.1945
.750	1.5474	.5887	.5564	.5350	9.2921	1.0042
.775	1.4546	.5814	.5822	.5254	9.4568	.7262
.800	1.4597	.5928	.5926	.5152	9.2567	.5811
.825	1.5179	.5767	.5954	.5057	9.5207	.4354
.850	1.3901	.5547	.5902	.4955	9.3254	.1887
.875	1.2110	.5773	.5693	.4858	8.2581	.0624
.900	1.2817	.6187	.5388	.4782	7.5569	.1197
.925	1.5707	.6245	.5085	.4722	7.8107	.1709
.950	1.7869	.5784	.4796	.4663	8.3487	.0699
.975	1.6819	.5230	.4467	.4601	8.0767	-.1184
1.000	1.4002	.5099	.4072	.4542	7.0020	-.2046



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO IV: DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

TEMA

INTERACCION SUELO – ESTRUCTURA

EXPOSITOR: M. EN I. RAUL AGUILAR BECERRIL
PALACIO DE MINERIA
SEPTIEMBRE DEL 2001

cimentación pertenece al tipo III.

El espectro de diseño para un terreno de cimentación del tipo III en la zona sísmica B se caracteriza por los siguientes valores:

$$a_0 = 0.1 \qquad c = 0.36 \qquad T_a = 0.6 \text{ s} \qquad T_b = 2.9 \text{ s} \qquad r = 1$$

Las características de la estructura son tales que puede tomarse un factor de comportamiento sísmico Q = 4, para propósitos de reducción de las ordenadas espectrales por ductilidad.

Ahora bien, el cortante basal reducido por interacción correspondiente al modo fundamental de la estructura con base flexible se determina con la ec. 6.15, esto es:

$$\tilde{V}_1 = \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'} \xi W_1$$

$$T_a < \tilde{T}_e < T_b \quad \Rightarrow \quad \tilde{a} = a(\tilde{T}_e) = c = 0.36$$

$$\tilde{T}_e > T_a \quad \Rightarrow \quad \tilde{Q}' = Q'(\tilde{T}_e) = Q = 4$$

$$\tilde{T}_e > T_a \quad \Rightarrow \quad \xi = \left[\frac{0.05}{\tilde{\xi}_e} \right]^k = \left[\frac{0.05}{0.06} \right]^{0.6} = 0.9$$

$$\tilde{V}_1 = \frac{0.36}{4} \times 0.9 \times \underbrace{265.11 \times 9.81}_{W_1} = 210.66 \text{ t}$$

En forma similar, el cortante basal sin reducir por interacción correspondiente al modo fundamental de la estructura con base rígida se obtiene como:

$$V_1 = \frac{a}{Q'} W_1$$

$$T_a < T_e < T_b \quad \Rightarrow \quad a(T_e) = c = 0.36$$

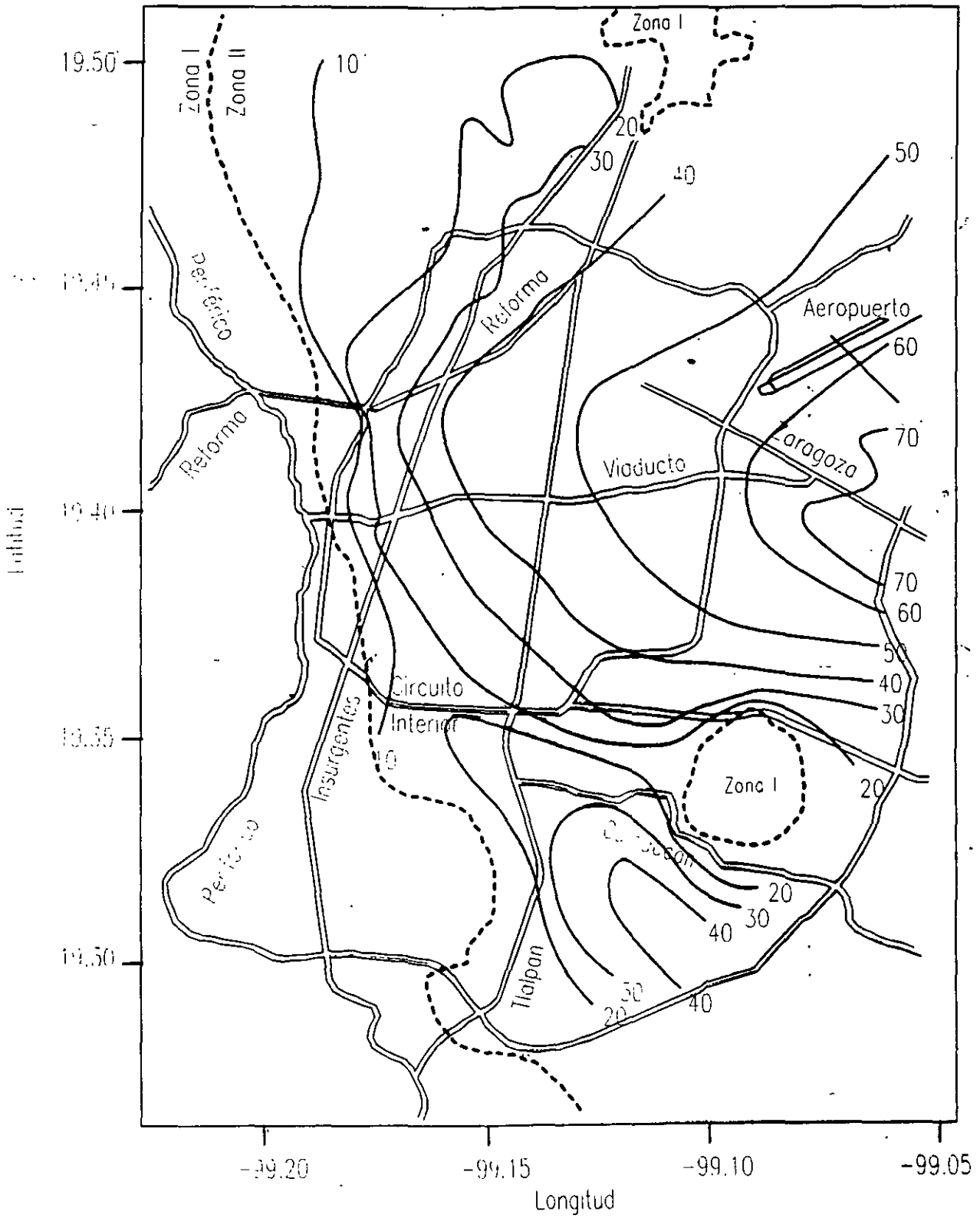
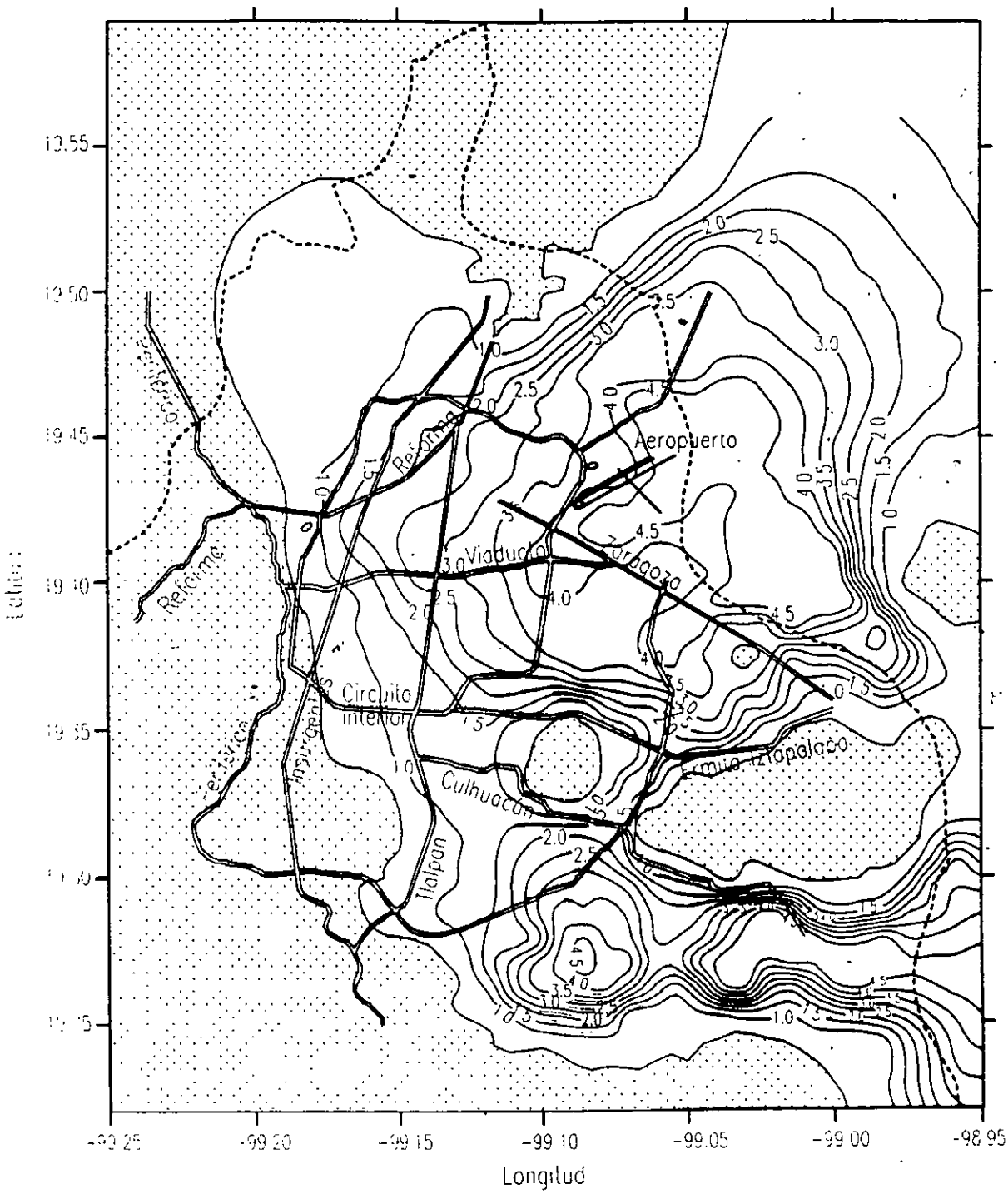


Figura A.2 Valores de H_s en metros


Reforma
Viaducto
Zaragoza
Aeropuerto
Circuito Interior
Calzada de Tlalpan
Culhuacán
Tlalpan
Eje 3 Oriente
Eje 1 Oriente
Eje 1 Poniente
Eje 3 Poniente
Eje 5 Poniente
Eje 6 Sur
Eje 8 Sur
Eje 10 Sur
Eje 2 Sur
Eje 4 Sur
Eje 5 Sur
Eje 7 Sur
Eje 9 Sur
Eje 11 Sur
Eje 12 Sur
Eje 13 Sur
Eje 14 Sur
Eje 15 Sur
Eje 16 Sur
Eje 17 Sur
Eje 18 Sur
Eje 19 Sur
Eje 20 Sur
Eje 21 Sur
Eje 22 Sur
Eje 23 Sur
Eje

V.2.3 Cajón de cimentación y pilotes flotantes

Los parámetros empleados en la determinación de las rigideces dinámicas se muestran en la tabla V.5.

Las rigideces dinámicas para el sistema suelo-cajón de cimentación y pilotes, a partir de las propiedades inferidas del suelo y los parámetros de la estructura y cimentación se muestran en la tabla V.6.

Tabla V.5 Parámetros del cajón de cimentación y pilotes	
Dimensiones en planta	20 x 20 m
Radio equivalente por superficie	11.28 m
Radio equivalente por momento de inercia	11.41 m
Profundidad de desplante	5 m
Arreglo de pilotes	8 x 8
Diámetro de cada pilote	40 cm
Profundidad de desplante de los pilotes	45 m
Separación entre pilotes en la dirección X	2.8 m
Separación entre pilotes en la dirección Y	2.8 m
Módulo elástico del concreto	2 424 871 t/m^2

Tabla V.6 Rigideces dinámicas para el sistema suelo-cajón de cimentación y pilotes		
Modo	K_m	ωC_m
Traslación vertical	327 043.5 t/m	212 697.9 t/m
Traslación horizontal	83 136.1 t/m	52 967.9 t/m
Cabeceo	37 054 170. t-m	8 008 813.0 t-m

Con base en los resultados presentados en las tablas V.2, V.4 y V.6, se tienen las siguientes observaciones:

- De los sistemas estudiados, el que ofrece mayor rigidez dinámica, es el constituido por cajón de cimentación y pilotes.

- En términos generales, se establece que para el caso estudiado, la contribución de los pilotes en la rigidez total es del 72, 26 y 77% para los modos vertical, horizontal y cabeceo, respectivamente. Lo que refleja un importante incremento de rigidez.

- Es claro que, por su geometría, los pilotes contribuyen mayormente a la rigidez dinámica en los modos vertical y cabeceo.

- De los modos estudiados, se tiene que los sistemas de cimentación son más susceptibles a los desplazamientos horizontales, menor a los verticales y menor aún ante giros por cabeceo.

V.3 PERIODO Y AMORTIGUAMIENTO EFECTIVOS

V.2.1 Cajón de cimentación

Para evaluar las rigideces dinámicas de este tipo de cimentación se emplearon los parámetros geométricos que se indican en la tabla V.1.

Tabla V.1 Parámetros del cajón de cimentación	
Dimensiones en planta	20 x 20 m
Radio equivalente por superficie	11.28 m
Radio equivalente por momento de inercia	11.41 m
Profundidad de desplante	5 m

Las rigideces dinámicas para este caso, definidas con las propiedades inferidas del suelo y los parámetros de la estructura y cimentación, son las que se indican en la tabla V.2.

Tabla V.2 Rigideces dinámicas para el sistema suelo-cajón de cimentación		
Modo	K_m	ωC_m
Traslación vertical	94 689.8 t/m	9 469 t/m
Traslación horizontal	62 148.0 t/m	32 115.0 t/m
Cabeceo	8 956 536.0 t-m	1 091 415.4 t-m

V.2.2 Pilotes flotantes

Para evaluar las rigideces dinámicas de este tipo de cimentación se emplearon los parámetros de la tablas V.3.

Tabla V.3 Parámetros de cimentación con pilotes flotantes	
Arreglo de pilotes	8 x 8
Diámetro de cada pilote	40 cm
Profundidad de desplante de pilotes	45 m
Separación entre pilotes en dirección X	2.8 m
Separación entre pilotes en dirección Y	2.8 m
Módulo elástico del concreto	2 424 871 t/m²

Las rigideces dinámicas para las cimentaciones con pilotes son las que se indican en la tablas V.4

Tabla V.4 Rigideces dinámicas para el sistema suelo-pilotes de cimentación		
Modo	K_m	ωC_m
Traslación vertical	235 356.3 t/m	182 940.5 t/m
Traslación horizontal	21 712.7 t/m	14 981.1 t/m
Cabeceo	28 354 930. t-m	6 101 759.0 t-m

Con base en las características y propiedades del edificio propuesto se determinaron los principales efectos inerciales producidos por la interacción dinámica.

Los efectos inerciales evaluados fueron la modificación del periodo y amortiguamientos estructurales, a los que se les conocen como periodo ($\tilde{T}_e$) y amortiguamiento ($\tilde{\xi}_e$) efectivos. Para ello, se aplicaron las rigideces dinámicas evaluadas para cada sistema suelo-cimentación.

A partir de las consideraciones definidas en el capítulo II, se definieron los parámetros que caracterizan al edificio de diez niveles en su condición de base rígida, es decir, sin interacción. Estos valores se indican en la tabla V.7.

Tabla V.7 Parámetros de la estructura	
Masa efectiva	265.11 t-s²/m
Altura efectiva	21.23 m
Periodo fundamental con base rígida	1.16 s
Amortiguamiento estructural	5%

Bajo este escenario, los cambios en el periodo y amortiguamiento por la interacción dinámica suelo-cimentación-estructura se presentan en la tabla V.8.

Con objeto de comparar las variaciones producidas entre el periodo y amortiguamiento efectivos con respecto al periodo y amortiguamiento originales, se ha calculado el porcentaje de variación entre ellos. Estos resultados se muestran en la tabla V.9.

Tabla V.8 Periodos y amortiguamientos efectivos		
Sistema de cimentación	$\tilde{T}_e$ (s)	$\tilde{\xi}_e$ (%)
Cajón de cimentación	1.52	6.0
Pilotes de cimentación	1.41	10.4
Cajón de cimentación y pilotes	1.29	6.9

Tabla V.9 Porcentaje de variación entre periodos y amortiguamientos efectivos y originales		
Sistema de cimentación	Periodo	Amort.
Cajón de cimentación	31 %	20 %
Pilotes de cimentación	22 %	108 %
Cajón de cimentación y pilotes	11 %	38 %

De acuerdo con los resultados asentados en las tablas V.8 y V.9 se observan cambios importantes en el periodo y amortiguamiento estructurales originales. Este hecho manifiesta la importancia que tiene la interacción dinámica bajo el escenario suelo-cimentación-estructura estudiado.

Con base en lo anterior, se observa que el despreciar el efecto que tienen los pilotes en la respuesta dinámica de la estructura puede producir diferencias considerables.

establecidas en la sección 2.2, junto con las siguientes consideraciones:

a) Si T es menor o igual a T_b, cada una de las fuerzas laterales se tomará como

$$F_i = W_i\, h_i \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i\, h_i}\, a \qquad \text{(A.9)}$$

donde W_i y h_i son el peso y la altura del i-ésimo nivel sobre el terreno, respectivamente.

b) Si T es mayor que T_b, cada una de las fuerzas laterales se tomará igual a

$$F_i = W_i\left(k_1\, h_i + k_2\, h_i^{\,2}\right) a \qquad \text{(A.10)}$$

siendo k_1 y k_2 los coeficientes especificados en la sección 8.2.

Cuando se aplique el análisis dinámico modal, para calcular la participación de cada modo natural en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura, se supondrán las aceleraciones espectrales reducidas con fines de diseño especificadas en la sección A.3.

A.6 Interacción suelo–estructura

Los efectos de interacción suelo-estructura se tomarán en cuenta aplicando las modificaciones que contiene la presente sección. Estos efectos pueden despreciarse cuando se cumpla la condición

$$\frac{T_e}{T_s}\frac{H_s}{H_e} > 2.5 \qquad \text{(A.11)}$$

donde

H_s profundidad de los depósitos firmes profundos en el sitio de interés, que se tomará de la figura A.2;

H_e altura efectiva de la estructura; y

T_e periodo fundamental de la estructura supuesta con base indeformable.

Cuando se utilice el método estático, H_e se tomará como 0.7 de la altura total, excepto para estructuras de un solo nivel, en que se tomará igual a la altura total; cuando se emplee el análisis dinámico modal, será igual a

$$H_e = \frac{\Sigma W_i\, \phi_i\, h_i}{\Sigma W_i\, \phi_i} \qquad \text{(A.12)}$$

donde ϕ_i es la amplitud del desplazamiento modal del i-ésimo nivel sobre el desplante.

A.6.1 Análisis estático

La fuerza cortante basal de la estructura en la dirección de análisis, corregida por interacción con el suelo, se calculará con la expresión

$$\tilde{V}_o = a\, W_o - (a - \tilde{a})\, W_e \qquad \text{(A.13)}$$

donde

W_o peso total de la estructura, incluyendo cargas muertas y vivas;

W_e peso efectivo de la estructura que se tomará como $0.7\, W_o$, excepto para estructuras de un solo nivel, en que se tomará igual a W_o;

a ordenada espectral para el periodo fundamental de la estructura con base rígida, usando $\beta = 1$; y

$\tilde{a}$ ordenada espectral para el periodo efectivo del sistema suelo–estructura, $\tilde{T}_e$, usando

$$\beta = \left(\frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e}\right)^{\lambda}; \quad \text{para } \tilde{T}_e \le T_b$$

$$\beta = 1 + \left[\left(\frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e}\right)^{\lambda} - 1\right]\frac{T_b}{\tilde{T}_e}; \quad \text{para } \tilde{T}_e > T_b \qquad \text{(A.14)}$$

donde $\lambda = 0.5$ y 0.6 para las zonas II y III, respectivamente. Además, $\tilde{\zeta}_e$ es el amortiguamiento efectivo del sistema suelo-estructura, el cual no se tomará menor que 0.05 ni mayor que 0.08; en tanto que ζ_e es la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura supuesta con base indeformable, la cual se tomará igual a 0.05. Los valores de $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$ se calculan como se indica en la sección A.6.3.

Cualquier respuesta estructural (fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, u otras) calculada para la condición de base rígida se multiplicará por el factor $\tilde{V}_o / V_o$ para obtener la respuesta modificada por interacción, siendo $V_o = a\, W_o$ la fuerza cortante basal de la estructura con base indeformable. El valor de este factor en ninguna situación se tomará menor que 0.75.

Los desplazamientos laterales de la estructura en la dirección de análisis, corregidos por interacción con el suelo, se determinarán con la expresión

$$\tilde{X}_i = \frac{\tilde{V}_o}{V_o}\left[X_i + (h_i + D)\frac{M_o}{K_r}\right] \qquad \text{(A.15)}$$

donde

M_o, momento de volteo en la base de la cimentación;

X_i, desplazamiento lateral del i-ésimo nivel de la estructura con base rígida, calculados usando las fuerzas sísmicas sin modificar por interacción;

D profundidad de desplante; y

K_r rigidez de rotación de la cimentación, que se calcula como se indica en la sección A.6.4.

Estos desplazamientos deberán tenerse en cuenta en el cálculo de los efectos de segundo orden y la revisión del estado límite por choques con estructuras adyacentes.

A.6.2 Análisis dinámico modal

La fuerza cortante basal correspondiente al modo fundamental de la estructura en la dirección de análisis, corregida por efectos de interacción con el suelo, se calculará con la expresión

$$\tilde{V}_1 = \tilde{a}\, W_c \qquad \text{(A.16)}$$

donde $\tilde{a}$ se obtiene como se indica en relación con el análisis estático y W_c como

$$W_c = \frac{(\Sigma W_i\, \phi_i)^2}{\Sigma W_i\, \phi_i^{\,2}} \qquad \text{(A.17)}$$

Los efectos de interacción se tendrán en cuenta sólo en el modo fundamental de vibración; la contribución de los modos superiores se determinará como se establece para estructuras sin interacción. Cualquier respuesta estructural (fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, u otras) calculada para la condición de base rígida se multiplicará por el factor $\tilde{V}_1 / V_1$ para obtener la respuesta modificada por interacción, siendo $V_1 = a\, W_c$ la fuerza cortante basal correspondiente al modo fundamental de la estructura con base indeformable. El valor de este factor en ningún caso se tomará menor que 0.75. Los desplazamientos laterales modificados por efectos de interacción se calcularán como se especifica en relación con el análisis estático. Las respuestas modales se combinarán con criterios similares a los establecidos para estructuras sin interacción, a fin de obtener la respuesta total.

A.6.3 Periodo y amortiguamiento efectivos

El periodo efectivo del sistema acoplado suelo–estructura se determinará de acuerdo con la expresión

$$\tilde{T}_e = \sqrt{T_e^{\,2} + T_x^{\,2} + T_r^{\,2}} \qquad \text{(A.18)}$$

donde

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{W_e}{K_x}} \qquad \text{(A.19)}$$

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{W_e\,(H_e + D)^2}{K_r}} \qquad \text{(A.20)}$$

son los periodos naturales que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o girar, respectivamente. Los parámetros K_x y K_r representan las rigideces de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura: K_x es la rigidez de traslación, definida como la fuerza horizontal necesaria para producir un desplazamiento unitario del cimiento, y K_r es la rigidez de rotación, definida como el momento necesario para producir una rotación unitaria del cimiento. Los valores de estos resortes elásticos se obtendrán de la tabla A.2, aplicando los criterios especificados en la sección A.6.4.

El amortiguamiento efectivo del sistema acoplado suelo–estructura se determinará según la expresión

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right)^3 + \frac{\zeta_x}{1 + 2\,\zeta_x^{\,2}}\left(\frac{T_x}{\tilde{T}_e}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\,\zeta_r^{\,2}}\left(\frac{T_r}{\tilde{T}_e}\right)^2 \qquad \text{(A.21)}$$

donde

$$\zeta_x = \frac{\pi\, C_x}{\tilde{T}_e\, K_x} \qquad \text{(A.22)}$$

$$\zeta_r = \frac{\pi\, C_r}{\tilde{T}_e\, K_r} \qquad \text{(A.23)}$$

son los coeficientes de amortiguamiento del suelo en los modos de traslación y rotación, respectivamente. Los parámetros C_x y C_r representan los amortiguamientos de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura; se definen como la fuerza y el momento requeridos para producir una velocidad unitaria del cimiento en traslación horizontal y rotación, respectivamente. Los valores de estos amortiguadores viscosos se obtendrán de la tabla A.2, aplicando los criterios especificados en la sección A.6.4.

A.6.4 Rigideces y amortiguamientos de la cimentación

Los resortes y amortiguadores que se usan en sustitución del suelo dependen de las propiedades del subsuelo, pero también de las características de la cimentación y de la frecuencia de excitación. Como una aproximación será válido calcular estos parámetros para la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida, $\omega = 2\pi / T_e$, siguiendo los criterios que aquí se detallan. Pueden emplearse métodos alternos basados en principios

establecidos y resultados conocidos de la dinámica de cimentaciones.

Para estructuras que se apoyan sobre zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza o sobre losa o cajón que abarque toda el área de cimentación, y que posean suficiente rigidez y resistencia para suponer que su base se desplaza como cuerpo rígido, las rigideces y amortiguamientos de la cimentación se obtendrán considerando círculos equivalentes a la superficie de desplante, cuyos radios para los modos de traslación y rotación están dados respectivamente por las siguientes expresiones:

$$R_r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \qquad \text{(A.24)}$$

$$R_r = \sqrt{\frac{4I}{\pi}} \qquad \text{(A.25)}$$

donde

A área de la superficie neta de cimentación; e

I momento de inercia de dicha superficie con respecto a su eje centroidal de rotación, perpendicular a la dirección en que se analiza la estructura.

Tratándose de estructuras suficientemente rígidas y resistentes, cimentadas sobre zapatas corridas con dimensión corta en la dirección que se analiza, o sobre zapatas aisladas, las rigideces y amortiguamientos de la cimentación se determinarán sumando las contribuciones de las zapatas individuales, mediante las siguientes fórmulas:

$$K_x = \Sigma K_{xi} \qquad \text{(A.26)}$$

$$K_r = \Sigma x_i^2 K_{xi} \qquad \text{(A.27)}$$

$$C_x = \Sigma C_{xi} \qquad \text{(A.28)}$$

$$C_r = \Sigma x_i^2 C_{xi} \qquad \text{(A.29)}$$

en las que el índice i denota valores correspondientes a la i-ésima zapata; los parámetros K_{vi} y C_{vi} representan la rigidez y el amortiguamiento de la zapata en traslación vertical, respectivamente, y x_i es la distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de la planta de cimentación. Las rigideces y amortiguamientos de las zapatas individuales se obtendrán usando el valor de R_x que corresponda a la zapata en cuestión.

En el caso de cimentaciones sobre pilotes de fricción, su influencia en las rigideces y amortiguamientos de la cimentación se considerará evaluando las rigideces K_{xi} y K_{vi} y los amortiguamientos C_{xi} y C_{vi} de los pilotes individuales, y combinando estos parámetros con criterios similares a los especificados para el caso de zapatas. En cimentaciones mixtas se sumará la contribución de la losa de cimentación. Será permisible tener en cuenta el efecto de grupos de pilotes usando factores de interacción estática.

Para estructuras cimentadas sobre pilotes de punta o pilas en la zona II se supondrá K_r infinita. Cuando se empleen pilotes de punta en estructuras ubicadas en la zona III, su influencia en el valor de K_r se considerará usando la siguiente expresión, en la que K_{vi} es la rigidez axial del i-ésimo pilote calculada como si su punta no se desplazara verticalmente:

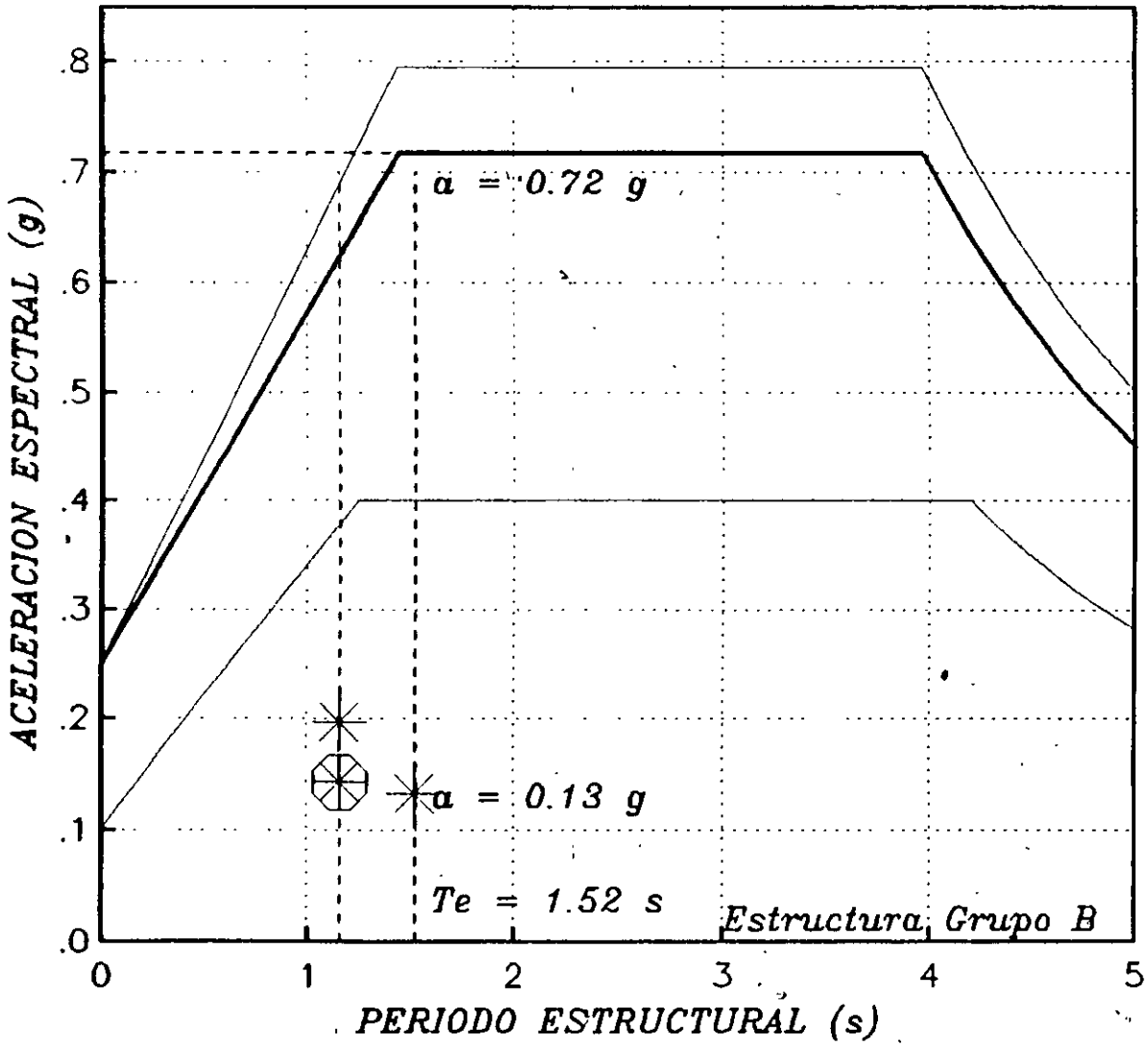
$$K_r = \frac{1}{\dfrac{1}{43\,G\,R_r^3} + \dfrac{1}{\Sigma x_i^2\,K_{vi}}} \qquad \text{(A.30)}$$

siendo G el módulo de rigidez medio del suelo de soporte, que se determinará mediante pruebas dinámicas de campo o laboratorio. A falta de tales determinaciones se tomará igual a

$$G = \frac{16\,\gamma}{g}\left(\frac{H_s}{T_s}\right)^2 \qquad \text{(A.31)}$$

donde γ es el peso volumétrico medio del suelo. Los valores de γ y H_s se obtendrán a partir de estudios locales de mecánica de suelos o, si éstos son insuficientes para obtenerlos, se adoptará $\gamma = 1.25$ t/m³ y H_s se tomará de la figura A.2.

ESPECTRO DE DISENO CON EFECTOS DE SITIO E ISE



Sustituyendo valores se tiene:

$$\tilde{\omega}_e C_h = K_h^0\left(\eta_h c_h + 2\zeta_s k_h\right) = 64733.67(0.689x0.576+2x0.05x1) = 32163.83 \text{ t/m}$$

$$\tilde{\omega}_e C_r = K_r^0\left(\eta_r c_r + 2\zeta_s k_r\right) = 10422874(0.697x0.027+2x0.05x0.861) = 1093558 \text{ t-m}$$

$$\zeta_h = \frac{\tilde{\omega}_e C_h}{2\ K_h} = \frac{32163.83}{2 \times 62164.62} = 0.259$$

$$\zeta_r = \frac{\tilde{\omega}_e C_r}{2\ K_r} = \frac{1093558}{2 \times 8954480} = 0.061$$

$$\tilde{\zeta}_e = 0.05\left[\frac{1.16}{1.52}\right]^3 + \frac{0.259}{1+2(0.259)^2}\left[\frac{0.41}{1.52}\right]^2 + \frac{0.061}{1+2(0.061)^2}\left[\frac{0.897}{1.52}\right]^2 = 0.06$$

3.3.5 Factor Reductivo por Interacción

Según la tabla 1.1 de recomendaciones, la velocidad y el periodo característicos para la zona sísmica B son iguales a

$$\beta_c = 400 \text{ m/s}$$

$$T_c = 5.3 \text{ s}$$

Los valores de los parámetros dinámicos del sitio y los parámetros característicos de la zona sísmica satisfacen la desigualdad

$$\beta_c T_s + \beta_s T_c < \beta_c T_c$$

$$400 \times 3.31 + 67.71 \times 5.3 = 1682.9 < 400 \times 5.3 = 2120$$

Entonces, según la carta de microzonificación sísmica, el terreno de

$$\eta_r = 0.697 < 2.5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2\,\eta_r = 1 - 0.2 \times 0.697 = 0.861$$

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0.689}{0.316} = 2.18 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0.576$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.697}{1.061} = 0.657 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5 \times 0.05 \times 0.657}{1-(1-2\times0.05)(0.657)^2} = 0.027$$

$$K_h = K_h^0\left(k_h - 2\zeta_s \eta_h c_h\right) = 64733.67(1-2\times0.05\times0.689\times0.576) = 62164.62 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0\left(k_r - 2\zeta_s \eta_r c_r\right) = 10422874(0.861-2\times0.05\times0.697\times0.027) = 8954480 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi\left(\frac{M_e}{K_h}\right)^{1/2} = 2\times\pi\left(\frac{265.11}{62164.62}\right)^{1/2} = 0.41 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi\left(\frac{M_e\left[H_e+D\right]^2}{K_r}\right)^{1/2} = 2\times\pi\left(\frac{265.11 \times (21.23+5)^2}{8954480}\right)^{1/2} = 0.897 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left((1.16)^2 + (0.41)^2 + (0.897)^2\right)^{1/2} = 1.52 \text{ s}$$

El proceso iterativo se puede detener, ya que la diferencia que se tiene en dos cifras significativas entre los periodos efectivos calculados en la segunda y tercera iteraciones es nula.

Una vez conocido el periodo fundamental de la estructura con base flexible, el amortiguamiento efectivo definido por la ec. 6.21 se puede obtener al resolver directamente la ecuación

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e\left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e}\right)^3 + \frac{\zeta_h}{1+2\zeta_h^2}\left(\frac{T_h}{\tilde{T}_e}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2}\left(\frac{T_r}{\tilde{T}_e}\right)^2$$

Tabla A.2 Rigideces y amortiguamientos de cimentaciones someras o con pilotes

CIMENTACIONES SOMERAS	$K_m = K_m^o\,(k_m - 2\zeta\eta_m c_m)$ y $C_m = K_m^o\,(\eta_m c_m + 2\zeta k_m)/\omega$; $m = x, v, r$ ω = frecuencia de interés	Parámetros de frecuencia:	$\eta_m = \omega R_m / V_s$; donde $V_s = 4H_s/T_s$ y $R_x = R_x$ $\eta_s = \pi R_x / 2H_s$ $\eta_p = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)}\;\pi R_r / 2H_s$
Modo de Vibración	**Rigidez Estática**	**Coeficiente de Rigidez**	**Coeficiente de Amortiguamiento**
Horizontal	$K_x^o = \dfrac{8\,G\,R_x}{2-\nu}\left(1+\dfrac{R_x}{2\,H_s}\right)\left(1+\dfrac{2\,D}{3\,R_x}\right)\left(1+\dfrac{5\,D}{4\,H_s}\right)$	$k_x = 1$	$c_x = \dfrac{0.65\,\zeta\,\eta_{xs}}{1-(1-2\,\zeta)\,\eta_{xs}^{\,2}}$; si $\eta_{xs} = \eta_x/\eta_s \le 1$ $c_x = 0.576$; si $\eta_{xs} = \eta_x/\eta_s > 1$
Vertical	$K_v^o = \dfrac{4\,G\,R_v}{1-\nu}\left(1+1.28\dfrac{R_v}{H}\right)\left(1+0.5\dfrac{D}{R_v}\right)\left[1+\left(0.85-0.28\dfrac{D}{R_v}\right)\dfrac{D/H}{1-D/H}\right]$	$k_v = 1$	$c_v = 0$; si $\eta_v < \eta_p$ $c_v = 0.85\dfrac{1+1.85\,(1-\nu)\,D/R_v}{1+0.5\,D/R_v}$; si $\eta_v \ge \eta_p$
Cabeceo	$K_r^o = \dfrac{8\,G\,R_r^{\,3}}{3(1-\nu)}\left(1+\dfrac{R_r}{6\,H_s}\right)\left(1+\dfrac{2\,D}{R_r}\right)\left(1+0.71\dfrac{D}{H_s}\right)$	$k_r = 1-0.2\,\eta_r$	$c_r = \dfrac{0.5\,\zeta\,\eta_{rp}}{1-(1-2\,\zeta)\,\eta_{rp}^{\,2}}$; si $\eta_{rp} = \eta_r/\eta_p \le 1$ $c_r = 0.3\,\eta_r^{\,2}/(1+\eta_r^{\,2})$; si $\eta_{rp} = \eta_r/\eta_p > 1$
CIMENTACIONES CON PILOTES	$K_m = K_m^o\,k_m$ y $C_m = 2K_m^o\,c_m/\omega$; $m = x, v$ ω = frecuencia de interés	Parámetros de frecuencia:	$\eta = \omega d / V_s$; donde $V_s = 4\,H_s / T_s$ $\eta_s = \pi\,d / 2\,H_s$ $\eta_p = 3.4\,\eta_s / \pi\,(1-\nu)$
Modo de Vibración	**Rigidez Estática**	**Coeficiente de Rigidez**	**Coeficiente de Amortiguamiento**
Horizontal	$K_x^o = d\,E_s\left(\dfrac{E_p}{E_s}\right)^{0.21}$	$k_x = 1$	$c_x = 0.8\,\zeta$; si $\eta \le \eta_s$ $c_x = 0.8\,\zeta + 0.175\,(E_p/E_s)^{0.17}$; si $\eta > \eta_s$
Vertical	$K_v^o = 1.9\,d\,E_s\left(\dfrac{L}{d}\right)^{0.67}$	$k_v = 1$; si $L/d < 15$ $k_v = 1+\sqrt{\eta}$; si $L/d \ge 50$ Interpolar linealmente para $15 \le L/d < 50$	$c_v = 0$; si $\eta \le \eta_p$ $c_v = \dfrac{0.413}{1+\nu}\left(\dfrac{L}{d}\right)^{0.33}\left(1-e^{-(E_p/E_s)(L/d)^{-2}}\right)\eta^{0.8}$ si $\eta > 1.5\eta_p$ Interpolar linealmente para $\eta_p < \eta \le 1.5\eta_p$

Parámetros del suelo: ζ = amortiguamiento histerético, ν = relación de Poisson y $E_s = 2\,G\,(1+\nu)$ = módulo de elasticidad
Parámetros del pilote: L = longitud, d = diámetro y E_p = módulo de elasticidad

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0.68}{0.316} = 2.152 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0.576$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.688}{1.061} = 0.648 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5x0.05x0.648}{1-(1-2x0.05)(0.648)^2} = 0.026$$

$$K_h = K_h^0(k_h - 2\zeta_s \eta_h c_h) = 64733.67(1-2x0.05x0.68x0.576) = 62198.18 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0(k_r - 2\zeta_s \eta_r c_r) = 10422874(0.862-2x0.05x0.688x0.026) = 8965873 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi \left(\frac{M_e}{K_h} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11}{62198.18} \right)^{1/2} = 0.41 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi \left(\frac{M_e (H_e+D)^2}{K_r} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11 \text{ x } (21.23+5)^2}{8965873} \right)^{1/2} = 0.896 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left((1.15)^2 + (0.41)^2 + (0.896)^2 \right)^{1/2} = 1.52 \text{ s}$$

En la tercera iteración se toma como frecuencia efectiva la correspondiente al periodo efectivo que se obtuvo en la segunda iteración. De esta forma se puede llevar a cabo el proceso de cálculo siguiente:

$$\omega = \frac{2 \text{ x } \pi}{1.52} = 4.134 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_s} = \frac{4.134 \text{ x } 11.28}{67.71} = 0.689$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_s} = \frac{4.134 \text{ x } 11.41}{67.71} = 0.697$$

$$k_h = 1 :$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.913}{1.061} = 0.861 < 1 \quad \Rightarrow \quad c_r = \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}$$

$$c_r = \frac{0.5x0.05x0.861}{1-(1-2x0.05)(0.861)^2} = 0.065$$

$$K_h = K_h^0(k_h - 2\zeta_s \eta_h c_h) = 64733.67(1-2x0.05x0.902x0.576) = 61370.42 \text{ t/m}$$

$$K_r = K_r^0(k_r - 2\zeta_s \eta_r c_r) = 10422874(0.817-2x0.05x0.913x0.065) = 8453633 \text{ t-m}$$

$$T_h = 2\pi \left(\frac{M_e}{K_h} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11}{61370.42} \right)^{1/2} = 0.413 \text{ s}$$

$$T_r = 2\pi \left(\frac{M_e (H_e+D)^2}{K_r} \right)^{1/2} = 2x\pi \left(\frac{265.11 \text{ x } (21.23+5)^2}{8453633} \right)^{1/2} = 0.923 \text{ s}$$

$$\tilde{T}_e = \left((1.16)^2 + (0.413)^2 + (0.923)^2 \right)^{1/2} = 1.54 \text{ s}$$

En la segunda iteración se toma como frecuencia efectiva la correspondiente al periodo efectivo que se obtuvo en la primera iteración. De esta forma se puede llevar a cabo el proceso de cálculo siguiente:

$$\omega = \frac{2 \text{ x } \pi}{1.54} = 4.08 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_s} = \frac{4.08 \text{ x } 11.28}{67.71} = 0.68$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_s} = \frac{4.08 \text{ x } 11.41}{67.71} = 0.688$$

$$k_h = 1$$

$$\eta_r = 0.688 < 2.5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2 \, \eta_r = 1 - 0.2 \text{ x } 0.688 = 0.862$$

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2 H_s} = \frac{\pi \times 11.28}{2 \times 56} = 0.316$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r}{2 H_s} \left[\frac{2(1-\nu_s)}{1 - 2\nu_s} \right]^{1/2} = \frac{\pi \times 11.41}{2 \times 56} \left[\frac{2 \times (1-0.45)}{1 - 2 \times 0.45} \right]^{1/2} = 1.061$$

El periodo efectivo definido por la ec. 6.18 se puede obtener al resolver la ecuación

$$\tilde{T}_e = \left[T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right]^{1/2}$$

mediante aproximaciones sucesivas en la frecuencia.

En la primera iteración se supone que la frecuencia efectiva es igual a la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida. De esta manera se puede llevar a cabo el proceso de cálculo que se detalla a continuación:

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{1.16} = 5.417 \text{ rad/s}$$

$$\eta_h = \frac{\omega R_h}{\beta_s} = \frac{5.417 \times 11.28}{67.71} = 0.902$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{\beta_s} = \frac{5.417 \times 11.41}{67.71} = 0.913$$

$$k_h = 1$$

$$\eta_r = 0.913 < 2.5 \quad \Rightarrow \quad k_r = 1 - 0.2\, \eta_r = 1 - 0.2 \times 0.913 = 0.817$$

$$\eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} = \frac{0.902}{0.316} = 2.854 > 1 \quad \Rightarrow \quad c_h = 0.576$$

En orden de aparición, las cantidades invariantes con la frecuencia de excitación que intervienen en el proceso del cálculo de $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$ son las siguientes:

$$T_e = 1.16 \text{ s}$$

$$M_e = 265.11 \text{ t-s}^2/\text{m} \qquad \frac{M_e}{M_s} = 0.8$$

$$H_e = 21.23 \text{ m} \qquad \frac{H_e}{H_s} = 0.7$$

$$G_s = \beta_s^2 \rho_s = (67.71)^2 \times 0.153 = 701.45 \text{ t/m}^2$$

$$\nu_s = 0.45$$

$$R_h = \left(\frac{A}{\pi} \right)^{1/2} = \left(\frac{400}{\pi} \right)^{1/2} = 11.28 \text{ m}$$

$$R_r = \left(\frac{4\ I}{\pi} \right)^{1/4} = \left(\frac{4 \times 20^4/12}{\pi} \right) = 11.41 \text{ m}$$

$$H_s = 56 \text{ m}$$

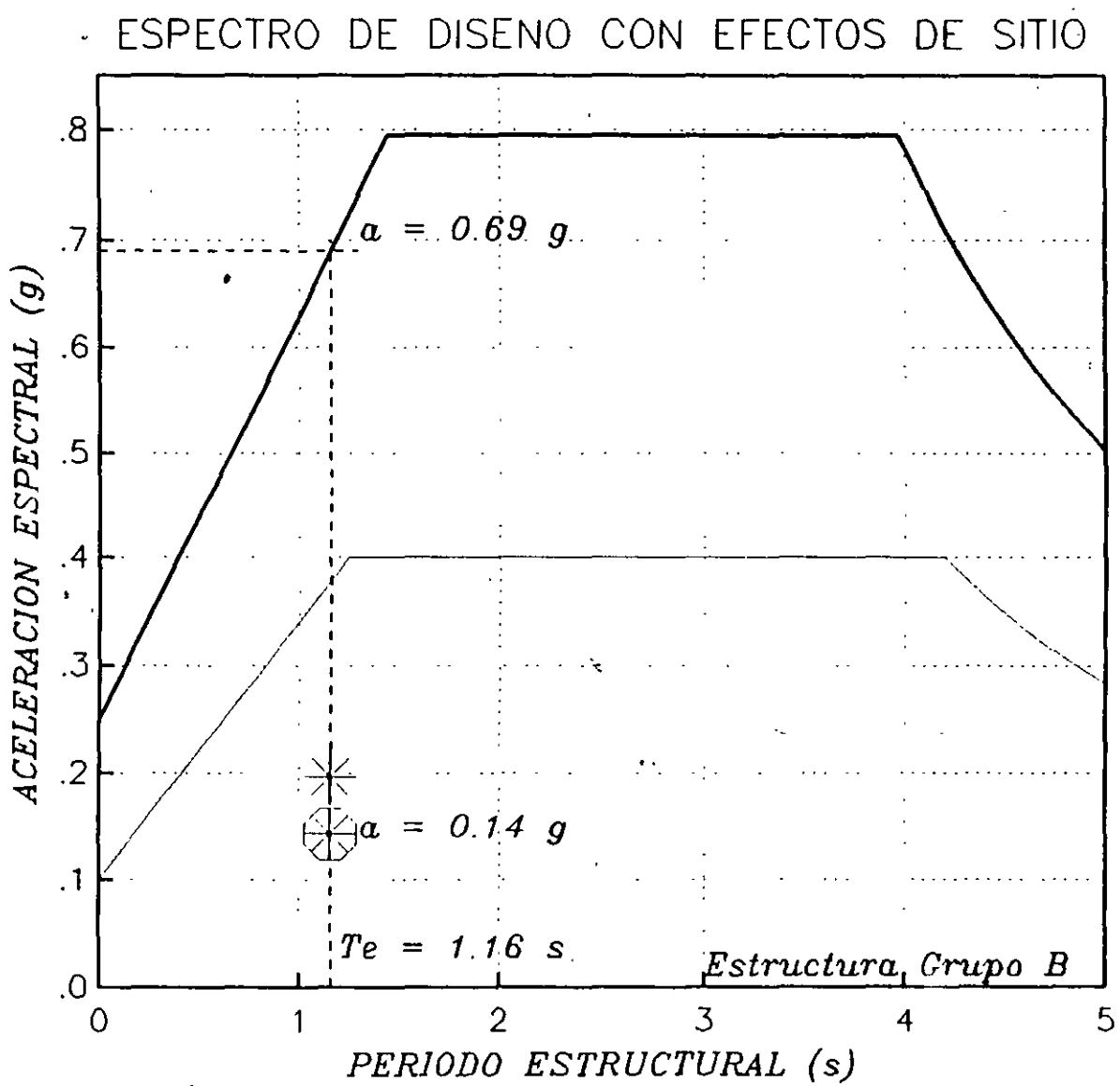
$$D = 5 \text{ m}$$

$$K_h^0 = \frac{8 G_s R_h}{2 - \nu_s} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R_h}{H_s} \right] \left[1 + \frac{2}{3} \frac{D}{R_h} \right] \left[1 + \frac{5}{4} \frac{D}{H_s} \right] = 64733.67 \text{ t/m}$$

$$K_r^0 = \frac{8 G_s R_r^3}{3(1-\nu_s)} \left[1 + \frac{1}{6} \frac{R_r}{H_s} \right] \left[1 + 2 \frac{D}{R_r} \right] \left[1 + 0.71 \frac{D}{H_s} \right] = 10422874 \text{ t-m}$$

$$\zeta_e = 0.05$$

$$\zeta_s = 0.05$$


ESPECTRO DE DISENO CON EFECTOS DE SITIO
ACELERACION ESPECTRAL (g)
.8
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
.0
a = 0.69 g
a = 0.14 g
Te = 1.16 s
Estructura, Grupo B
0
1
2
3
4
5
PERIODO ESTRUCTURAL (s)

donde

Q es el factor de comportamiento sísmico que se fija en el Capítulo 5.

La reducción por sobrerresistencia está dada por el factor

$$R = \begin{cases} \dfrac{10}{4+\sqrt{T/T_a}}; & \text{si } T \le T_a \\ 2; & \text{si } T > T_a \end{cases} \qquad \text{(A.8)}$$

Si del análisis se encuentra que en la dirección que se considera, la fuerza cortante V_o es menor que $a_{min} W_o$, se incrementarán todas las fuerzas de diseño en una proporción tal que V_o iguale a ese valor; los desplazamientos no se afectarán por esta corrección. a_{min} se tomará igual a 0.03 cuando $T_s < 1$ s o 0.05 cuando $T_s \ge 1$ s.

Las ordenadas espectrales que resultan de la aplicación de las expresiones anteriores son para las estructuras del grupo B, y habrán de multiplicarse por 1.5 para las estructuras del grupo A.

A.4 Revisión de desplazamientos laterales

Se revisará que la rigidez lateral de la estructura sea suficiente para cumplir con las dos condiciones siguientes:

a) Para limitación de daños a elementos no estructurales, las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos producidos por las acciones sísmicas, calculadas para las ordenadas espectrales reducidas según la sección anterior y multiplicadas por el factor $Q'R/7$, no excederán 0.002 veces las diferencias de elevaciones correspondientes, salvo que no haya elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, como muros de mampostería, o éstos estén separados de la estructura principal de manera que no sufran daños por sus deformaciones; en tal caso, el límite en cuestión será de 0.004. Los valores de Q' y R se calcularán para el periodo fundamental de la estructura.

b) Para seguridad contra colapso, las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos producidos por las acciones sísmicas, calculadas para las ordenadas espectrales reducidas según la sección anterior, multiplicadas por el factor QR y divididas por las diferencias de elevaciones correspondiente, no excederán las distorsiones de entrepiso establecidas en la tabla A.1 para los distintos sistemas estructurales. El valor de R se calculará para el periodo fundamental de la estructura. Estos desplazamientos se emplearán también para revisar los requisitos de separación de edificios colindantes de la sección 1.10, así como para el cálculo de los efectos de segundo orden según la sección 8.6.

Tabla A.1 Distorsiones permisibles de entrepiso

Sistema estructural	Distorsión
Marcos dúctiles de concreto reforzado (Q = 3 ó 4)	0.030
Marcos dúctiles de acero (Q = 3 ó 4)	0.030
Marcos de acero o concreto con ductilidad limitada (Q = 1 ó 2)	0.015
Losas planas sin muros o contravientos	0.015
Marcos de acero con contravientos excéntricos	0.020
Marcos de acero o concreto con contravientos concéntricos	0.015
Muros combinados con marcos dúctiles de concreto (Q = 3)	0.015
Muros combinados con marcos de concreto con ductilidad limitada (Q = 1 ó 2)	0.010
Muros diafragma	0.006
Muros de carga de mampostería confinada de piezas macizas con refuerzo horizontal o malla	0.005
Muros de carga de mampostería confinada de piezas macizas; mampostería de piezas huecas confinada y reforzada horizontalmente; o mampostería de piezas huecas confinada y reforzada con malla	0.004
Muros de carga de mampostería de piezas huecas con refuerzo interior	0.002
Muros de carga de mampostería que no cumplan las especificaciones para mampostería confinada ni para mampostería reforzada interiormente	0.0015

A.5 Tipo de análisis

Se aceptarán como métodos de análisis el estático y el dinámico modal que se describen en los Capítulos 8 y 9, respectivamente. El análisis estático será aplicable siempre que se tenga en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de la estructura y con las limitaciones

X_i desplazamiento lateral del i-ésimo nivel de la estructura supuesta con base rígida

$\tilde{X}_i$ desplazamiento lateral del i-ésimo nivel de la estructura corregido por interacción con el suelo

x_i distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la zapata o pilote i y el eje centroidal de la planta de cimentación

W_e peso efectivo de la estructura vibrando en su modo fundamental

β factor reductivo por amortiguamiento suplementario, debido a la interacción suelo-estructura

γ peso volumétrico medio del suelo

ζ amortiguamiento histerético del suelo

ζ_e fracción de amortiguamiento crítico de la estructura supuesta con base rígida, en la dirección que se analiza

$\tilde{\zeta}_e$ amortiguamiento efectivo del sistema suelo-estructura en la dirección de análisis

ζ_r coeficiente de amortiguamiento del suelo en el modo de rotación

ζ_s coeficiente de amortiguamiento del suelo en el modo de translación

λ variable para el cálculo de β

ν relación de Poisson del suelo

ω frecuencia

A.3 Espectros para diseño sísmico

Cuando se apliquen los métodos estático o dinámico modal estipulados en los Capítulos 8 y 9, respectivamente, será admisible considerar explícitamente los efectos del periodo dominante más largo del terreno, T_s. Para ello, se adoptará como ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a, expresada como fracción de la gravedad, la que se estipula a continuación.

$$a=\begin{cases} a_o+(\beta c-a_o)\dfrac{T}{T_a}; & \text{si } T<T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a\le T<T_b \\ \beta c\,p\left(\dfrac{T_b}{T}\right)^2; & \text{si } T\ge T_b \end{cases} \qquad \text{(A.1)}$$

donde

$p=k+(1-k)(T_b/T)^2$; y

β es un factor de reducción por amortiguamiento suplementario, que es igual a uno cuando se ignora la interacción suelo-estructura.

El coeficiente de aceleración del terreno, a_o, el coeficiente sísmico c, el coeficiente k y los periodos característicos T_a y T_b del espectro de aceleraciones se obtendrán en función del periodo dominante del sitio, usando las siguientes expresiones:

$$a_o=\begin{cases} 0.1+0.15\,(T_s-0.5); & \text{si } 0.5\le T_s\le 1.5 \text{ s} \\ 0.25; & \text{si } T_s>1.5 \text{ s} \end{cases} \qquad \text{(A.2)}$$

$$c=\begin{cases} 0.28+0.92\,(T_s-0.5); & \text{si } 0.5<T_s\le 1.5 \text{ s} \\ 1.2; & \text{si } 1.5<T_s\le 2.5 \text{ s} \\ 1.2-0.5\,(T_s-2.5); & \text{si } 2.5<T_s\le 3.5 \text{ s} \\ 0.7; & \text{si } T_s>3.5 \text{ s} \end{cases} \qquad \text{(A.3)}$$

$$T_a=\begin{cases} 0.2+0.65\,(T_s-0.5); & \text{si } 0.5<T_s\le 2.5 \text{ s} \\ 1.5; & \text{si } 2.5<T_s\le 3.25 \text{ s} \\ 4.75-T_s; & \text{si } 3.25<T_s\le 3.9 \text{ s} \\ 0.85; & \text{si } T_s>3.9 \text{ s} \end{cases} \qquad \text{(A.4)}$$

$$T_b=\begin{cases} 1.35; & \text{si } T_s\le 1.125 \text{ s} \\ 1.2\,T_s; & \text{si } 1.125<T_s\le 3.5 \text{ s} \\ 4.2; & \text{si } T_s>3.5 \text{ s} \end{cases} \qquad \text{(A.5)}$$

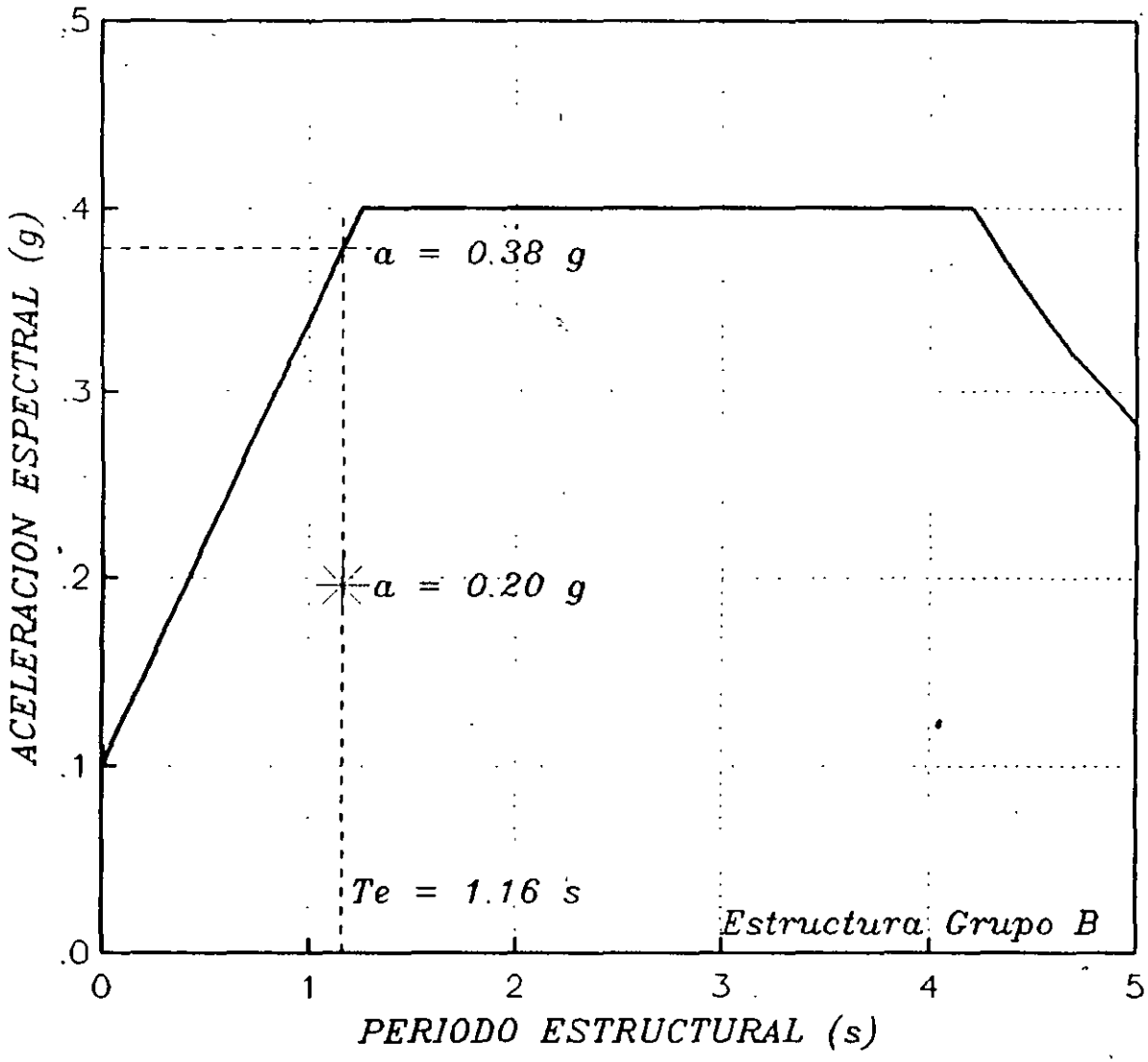
$$k=\begin{cases} 2-T_s; & \text{si } 0.5<T_s\le 1.65 \text{ s} \\ 0.35 & \text{si } T_s>1.65 \text{ s} \end{cases} \qquad \text{(A.6)}$$

El valor de T_s se tomará de la figura A.1 o, cuando la importancia de la estructura lo justifique, se determinará a partir de ensayes y análisis de dinámica de suelos que tengan en cuenta la estratigrafía y las propiedades del subsuelo en el sitio de interés

Para realizar los análisis sísmicos, las ordenadas espectrales de aceleración obtenidas con la ec. A.1 podrán ser reducidas por los factores de ductilidad, Q', y de sobrerresistencia, R, de acuerdo con las siguientes expresiones

$$Q'=\begin{cases} 1+\dfrac{Q-1}{\sqrt{k}}\dfrac{T}{T_a}; & \text{si } T\le T_a \\ 1+\dfrac{Q-1}{\sqrt{k}}; & \text{si } T_a<T\le T_b \\ 1+(Q-1)\sqrt{\dfrac{p}{k}}; & \text{si } T>T_b \end{cases} \qquad \text{(A.7)}$$

ESPECTRO DE DISENO REGLAMENTARIO EN ZONA III–C



$$a = a_0 + (c - a_0)\frac{T}{T_a}; \quad \text{si } T < T_a$$

$$a = c; \quad \text{si } T_a \le T \le T_b$$

$$a = qc; \quad \text{si } T > T_b \qquad (3.1)$$

donde

$$q = (T_b/T)^r \qquad (3.2)$$

Los parámetros que intervienen en estas expresiones se obtienen de la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Valores de los parámetros para calcular los espectros de aceleraciones

Zona	c	a_0	T_a [1]	T_b [1]	r
I	0.16	0.04	0.2	1.35	1.0
II	0.32	0.08	0.2	1.35	1.33
III_a	0.40	0.10	0.53	1.8	2
III_b	0.45	0.11	0.85	3.0	2
III_c	0.40	0.10	1.25	4.2	2
III_d	0.30	0.10	0.85	4.2	2

[1] Periodos en segundos

4. REDUCCIÓN DE FUERZAS SÍSMICAS Y DESPLAZAMIENTOS

4.1 Factor de reducción

Para el cálculo de las fuerzas sísmicas para análisis estático y de las obtenidas del análisis dinámico modal con los métodos que se fijan en el Capítulo 9, se empleará un factor de reducción Q' que se calculará como sigue:

$$Q' = Q \qquad \text{si se desconoce } T, \text{ o si } T \ge T_a$$

$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a}(Q - 1), \qquad \text{si } T < T_a \qquad (4.1)$$

T se tomará igual al periodo fundamental de vibración de la estructura cuando se utilice el método estático, e igual al periodo natural de vibración del modo que se considere cuando se utilice el análisis dinámico modal; T_a es un periodo característico del espectro de diseño que se define en el Capítulo 3. Q es el factor de comportamiento sísmico que se define en el Capítulo 5.

Para el diseño de estructuras que sean irregulares, de acuerdo con el Capítulo 6, el valor de Q' se corregirá como se indica en dicho Capítulo.

5. FACTOR DE COMPORTAMIENTO SÍSMICO

Para el factor de comportamiento sísmico, Q, a que se refiere el Capítulo 4, se adoptarán los valores especificados en alguna de las secciones siguientes, según se cumplan los requisitos en ellas indicados.

5.1 Requisitos para $Q = 4$

Se usará $Q = 4$ cuando se cumplan los requisitos siguientes:

a) La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero, concreto reforzado o compuestos de los dos materiales, o bien por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado o de placa de acero o compuestos de los dos materiales, en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.

b) Si hay muros de mampostería ligados a la estructura en la forma especificada en la sección 1.3.1, éstos se deben considerar en el análisis, pero su contribución a la resistencia ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado, de placa de acero o compuestos de los dos materiales, son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.

c) El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso de la sección 1.3.1. El último entrepiso queda excluido de este requisito.

d) Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las Normas correspondientes para marcos y muros dúctiles.

e) Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos con ductilidad alta que fijan las Normas correspondientes, o están provistos de contraventeo excéntrico de acuerdo con las mismas Normas.

estructura en su condición de base rígida son:

$$T_e = 1.16 \text{ s}$$

$$Z_1 = \left\{1 \;\; 2.413 \;\; 3.893 \;\; 5.353 \;\; 6.769 \;\; 8.04 \;\; 9.127 \;\; 10.065 \;\; 10.741 \;\; 11.168\right\}^T$$

Según las ecs. 6.2 y 6.5, la masa y altura efectivas de la estructura con base indeformable vibrando en su modo fundamental se determinan como sigue:

$$M_e = \frac{\left(Z_1^T \, M_e \, J\right)^2}{Z_1^T \, M_e \, Z_1} = \frac{(2264.834)^2}{19348.751} = 265.11 \text{ t-s}^2/\text{m}$$

$$H_e = \frac{Z_1^T \, M_e \, H}{Z_1^T \, M_e \, J} = \frac{48077.295}{2264.834} = 21.23 \text{ m}$$

De acuerdo con los valores de los parámetros β_s, T_e y H_e del sistema suelo-estructura, se tiene que

$$\frac{\beta_s T_e}{H_e} = \frac{67.71 \times 1.16}{21.23} = 3.7 < 20$$

razón por la cual se justifica realizar el análisis de interacción suelo-estructura.

3.3.4 Periodo y Amortiguamiento Efectivos del Sistema Suelo-Estructura

Para determinar el periodo y amortiguamiento efectivos, $\tilde{T}_e$ y $\tilde{\zeta}_e$, del modo fundamental de la estructura con base flexible se aplicará la técnica aproximada que se describe en la sección 3.6.5 de recomendaciones. Se optará por la alternativa que consiste en obtener el periodo efectivo mediante iteraciones en la frecuencia usando para ello rigideces dinámicas aproximadas.

$$T_s = \frac{4\,H_s}{\beta_s} = \frac{4 \times 56}{67.71} = 3.31 \text{ s}$$

3.3.3 Parámetros Modales Equivalentes de la Estructura con Base Rígida

El periodo fundamental de vibración, T_e, de la estructura supuesta con base rígida se puede encontrar al resolver el problema de valores característicos definido por la ec. 4.19. Para ello, la matriz de masa de la estructura se construye con las masas de los pesos por nivel y está dada por la matriz diagonal

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} 33.03 & & & & & & & & \\ & 33.03 & & & & & & & \\ & & 33.03 & & & & & & \\ & & & 33.03 & & & & & \\ & & & & 33.03 & & & & \\ & & & & & 33.03 & & & \\ & & & & & & 33.03 & & \\ & & & & & & & 33.03 & \\ & & & & & & & & 33.03 \end{bmatrix} \text{ (ceros)} \quad t\text{-}s^2/m$$

En vista de que el edificio se modela como una viga de cortante, la matriz de rigidez de la estructura se ensambla con las rigideces de entrepiso y está dada por la matriz tridiagonal

$$\mathbf{K}_e = 10^2 \begin{bmatrix} 1120 & -460 & & & & & & & \\ -460 & 884 & -424 & & & & & & \\ & -424 & 828 & -404 & & & & & \\ & & -404 & 784 & -380 & & & & \\ & & & -380 & 752 & -372 & & & \\ & & & & -372 & 736 & -364 & & \\ & & & & & -364 & 692 & -328 & \\ & & & & & & -328 & 640 & -312 \\ & & & & & & & -312 & 564 & -252 \\ & & & & & & & & -252 & 252 \end{bmatrix} \text{ (ceros)} \quad t/m$$

Resolviendo el problema de valores característicos resultante se encuentra que el periodo y modo fundamentales de vibración de la

El suelo se modela como un depósito estratificado horizontalmente, con estratos de velocidad y espesor variables que se indican en el esquema del depósito de suelo. El peso volumétrico de los estratos se considera constante e igual a 1.5 t/m^3. Se suponen un coeficiente de Poisson de 0.45 y un amortiguamiento de 5 por ciento como parámetros efectivos del sitio. Las propiedades mecánicas del subsuelo se consideran compatibles con los niveles de deformación esperados durante temblores intensos, por lo que se despreciarán los efectos no lineales del suelo.

3.3.2 Periodo Dominante y Velocidad Efectiva del Suelo.

Para determinar el periodo dominante de vibración, T_s, y la velocidad efectiva de propagación, β_s, del depósito de suelo se aplicará la técnica aproximada basada en el concepto de lentitudes. En la tabla 3.1 se muestran los cálculos necesarios para obtener, según la ec. 1.4, la velocidad efectiva en términos del promedio de las lentitudes de la formación estratificada del sitio.

Tabla 3.1 Determinación de la velocidad efectiva de propagación del sitio

Estrato	h_m (m)	β_m (m/s)	h_m/β_m
1	5	60	0.083
2	37	60	0.617
3	10	110	0.091
4	4	110	0.036
$\sum_m h_m = H_s$	= 56	$\sum_m h_m/\beta_m$ =	0.827

$$\beta_s = \frac{H_s}{\sum_{m=1}^{M} \frac{h_m}{\beta_m}} = 67.71 \text{ m/s}$$

De acuerdo con la ec. 1.6, el periodo dominante de vibración del sitio resulta ser igual a

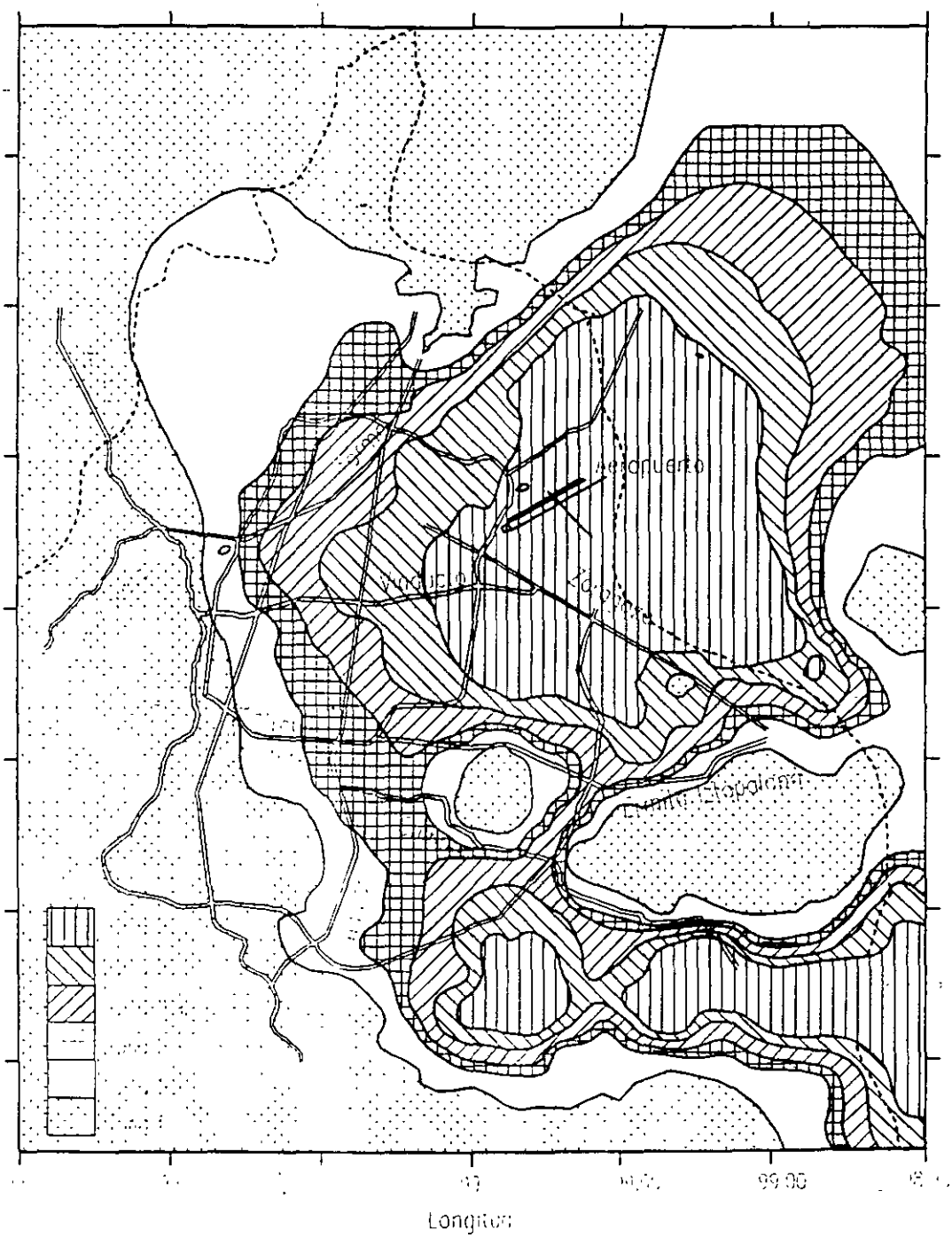


Figura 1.1 Zonificación del DF para fines de diseño por sismo

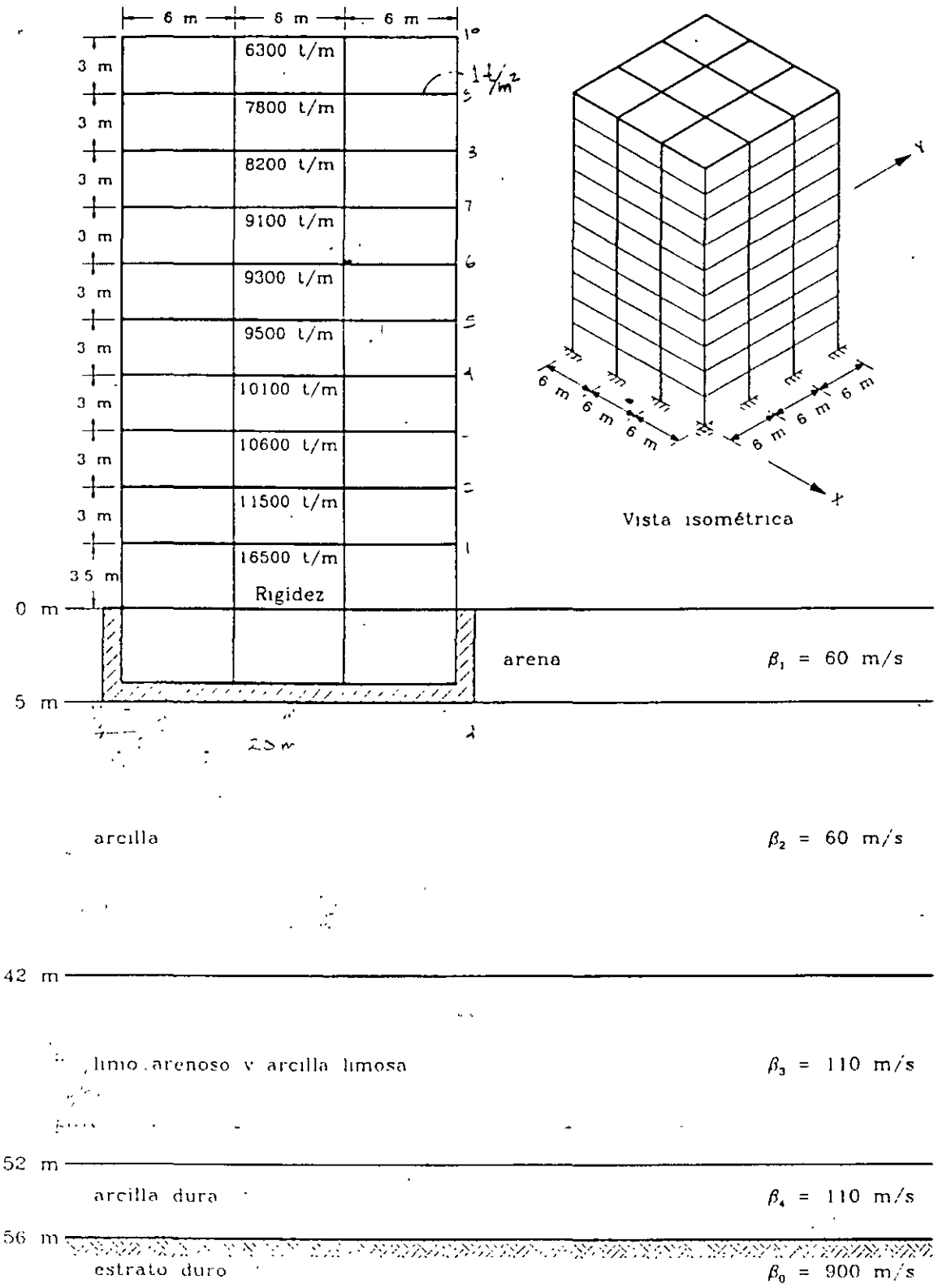


Fig 3.1 Sistema suelo–estructura

$$T_e > T_a \Rightarrow Q'(T_e) = Q = 4$$

$$V_1 = \frac{0.36}{4} \times 265.11 \times 9.81 = 234.07 \text{ t}$$

Finalmente, el factor reductivo por interacción

$$\frac{\tilde{V}_1}{V_1} = \frac{210.66}{234.07} = 0.9$$

es el valor por el que se debe multiplicar cualquier respuesta calculada sin interacción para obtener la respuesta con interacción, siendo aplicable exclusivamente en el modo fundamental.