

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

**FUNDAMENTOS DE OPERACIÓN DE LOS SENSORES  
DE FIBRA ÓPTICA**

SERGUEI KHOTIAINTSEV D.

DIVISIÓN DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES



FACULTAD DE INGENIERIA

**G.1**

FUND.OPER  
SEN.FIB.OP  
105

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



G1.908086

## PRESENTACIÓN

Los *Fundamentos de operación de los sensores de fibra óptica*, elaborados por Serguei Khotiaintsev, es una obra de la serie de ediciones provisionales de obras recientemente elaboradas por académicos de la institución, como material de apoyo para sus clases, de tal manera que puedan ser aprovechadas de inmediato por alumnos y profesores.

Se invita a los estudiantes y profesores a que le comuniquen al autor las observaciones y sugerencias que puedan contribuir al mejoramiento de la obra, con el fin de que se incorporen en una edición posterior.



# Prólogo

Las fibras ópticas tienen dos campos importantes de aplicación: 1) comunicaciones ópticas, 2) sensores (transductores) de diferentes cantidades físicas.

En los sensores de fibra óptica utilizan la sensibilidad de las características de la radiación óptica la cual propaga por una fibra óptica (la intensidad, fase, polarización etc.) a diferentes factores físicos del medio ambiente, tales como la presión, temperatura, campo magnético, campo eléctrico etc., para la medición de estos factores.

Se puede decir, que se trata de la modulación de la luz en una fibra óptica por una cantidad física del medio ambiente, mediante un efecto (o unos efectos) físico particular.

Las ventajas de los sensores de fibra óptica están relacionadas con lo siguiente. Por un lado, las fibras ópticas pueden operar exitosamente en condiciones ambientales extremas (interferencias electromagnéticas intensas, temperaturas muy bajas o muy altas etc.) en donde los sensores tradicionales simplemente no pueden funcionar. Por otro lado, se puede registrar algunos efectos físicos muy débiles en las fibras ópticas de gran longitud y de esta manera obtener una sensibilidad a algunos factores físicos ambientales muy superior a la de los sensores tradicionales. Además, los sensores de fibras ópticas son compatibles con las líneas de comunicaciones de fibra óptica, lo que permite el desarrollo de sistemas de medición capaces de operar bajo condiciones adversas.

Al mismo tiempo, el desarrollo de la ciencia y la tecnología exige el perfeccionamiento de las mediciones, aumento de su exactitud, la confiabilidad, y el aumento de la cantidad de información obtenida. Los sensores de fibra óptica pueden satisfacer estas exigencias por sus propiedades únicas.

En este libro, se trata los fundamentos físicos del funcionamiento de los sensores de fibra óptica, es decir, los efectos físicos que producen la modulación de la luz que tiene su propagación por una fibra óptica. Específicamente, se tratan la modulación microflectural de la intensidad de la luz en fibras ópticas, la fotoelasticidad, la magneto- y la electrostricción, los efectos de Pockels, Kerr, Faraday y otros (Procedimientos concretos para la realización de varios transductores y sensores de fibra óptica se tratarán en una obra siguiente).

Aprovechamos los efectos mencionados antes para la medición de algunas cantidades físicas en los sensores de fibra óptica. Por otro lado, la sensibilidad de las fibras ópticas a los factores físicos ambientales tiene un efecto negativo sobre líneas de comunicaciones de fibra óptica, debido a que producen ruido que distorsiona las señales útiles.

En virtud de que la sensibilidad de las fibras ópticas tiene importancia tanto para Instrumentación como para las Telecomunicaciones, el material de este libro sirve para apoyar a un conjunto de materias del plan de estudios de la carrera de Ingeniero en Telecomunicaciones: los "Temas especiales en telecomunicaciones", "Líneas de transmisión", "Comunicaciones ópticas", "Optoelectrónica", "Sistemas de comunicación óptica" (Posgrado), "Comunicaciones ópticas avanzadas" (Posgrado) y Seminarios y trabajos de Tesis de Licenciatura, Maestría y Doctorado.

Es deseo del autor que los alumnos encuentren en este material una motivación para el estudio profundo de diferentes temas afines a la ingeniería en telecomunicaciones y a la instrumentación.

Se agradece a los estudiantes de Licenciatura, Maestría y Doctorado, a los colegas del Departamento de Ingeniería en Telecomunicaciones y de la División de Ingeniería Eléctrica de la UNAM por colaborar con el autor en el desarrollo de varios proyectos académicos y científicos relacionados con el presente tema.

Se agradece el apoyo de la DGAPA/PAPIIT de la UNAM mediante el Proyecto de investigación científica IN113799 y el apoyo del CONACYT mediante el Proyecto de investigación científica 3727-A y 35001-A; este apoyo facilitó el trabajo científico del autor sobre el presente tema.

Se agradece el apoyo a la Facultad de Ingeniería de la UNAM y a las personas que estimularon y apoyaron al autor en el desarrollo de su trabajo docente y científico; esto fue un factor decisivo en el planeamiento y desarrollo exitoso de esta obra.

Dr. Serguei Khotiaintsev

Profesor de la Facultad de Ingeniería de la UNAM



El manuscrito traducido del idioma Ruso a Español por V. Pérez y F. Pérez Rodríguez.



A mi padre Nikolai Khotiaintsev



# Contenido

Presentación	3
Prólogo	5
1. Radiación óptica como una herramienta de medición	15
2. Efectos mecánicos sobre características de propagación de la luz en una fibra óptica	22
2.1. Pérdidas microflexurales en guías de ondas	23
2.2. Fotoelasticidad	29
2.3. Efecto piezo-fásico	35
3. Efectos magneto-ópticos	54
3.1. Efecto de Faraday	55
3.2. Los efectos de Voigt y Cotton-Mouton	61
4. La magnetostricción en los sensores de fibra óptica	63
5. Efectos electro-ópticos	68
5.1. El efecto de Kerr	68
5.2. El efecto de Pockels	70
6. Sensibilidad fásica de temperatura de las fibras ópticas	74
Bibliografía	79

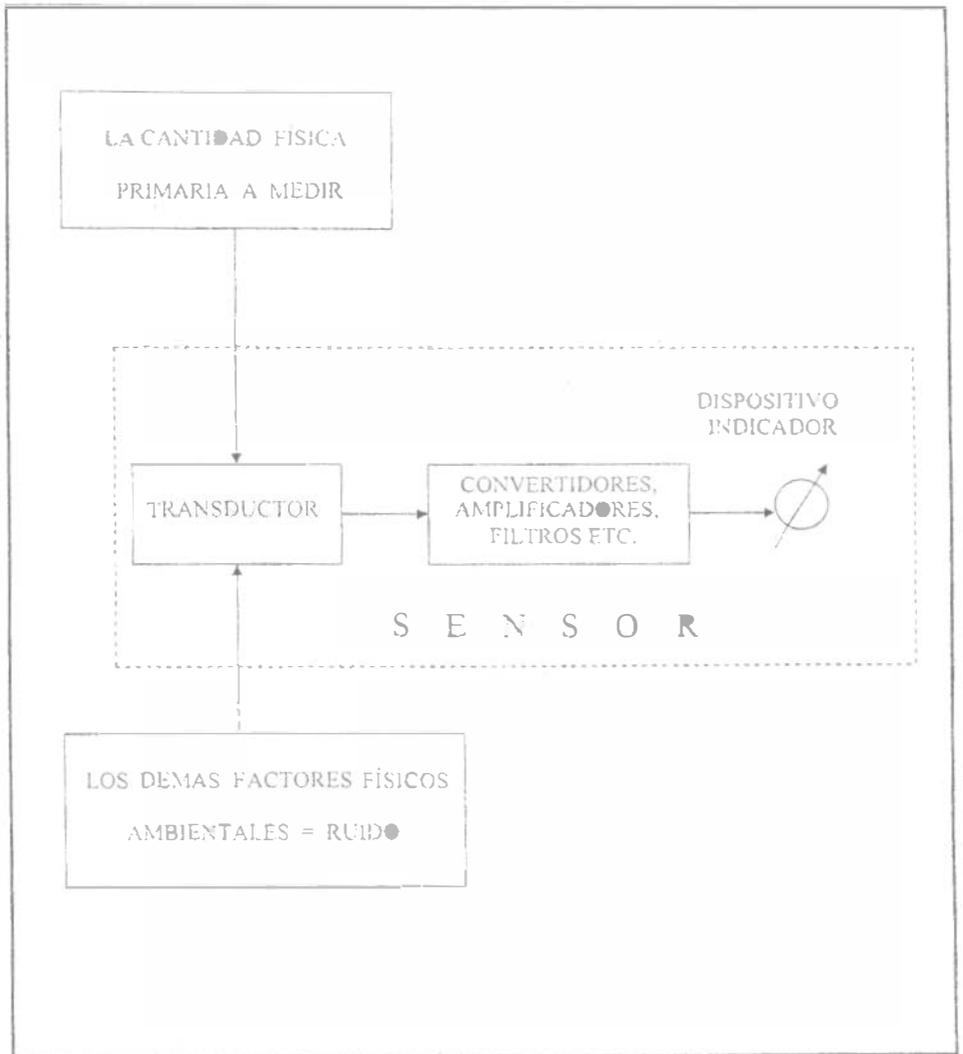


## 1. Radiación óptica como una herramienta de medición

El sensor tiene la función de transformar los datos que caracterizan el mundo real físico (las cantidades físicas primarias) en una forma conveniente para ser utilizados, procesados y registrados por los sistemas de medición. Los sistemas de medición, a su vez, puedan integrados en sistemas informativos, ó de información.

Generalmente, los sensores convierten cantidades primarias de diferente naturaleza física en una señal eléctrica. En su forma genérica, un sensor cuenta con un transductor (sinónimos: convertidor primario, sensor primario, ó simplemente "sensor") y una serie de convertidores, los cuales convierten la cantidad física primaria (sinónimos: cantidad medible, cantidad física de interés) en una señal eléctrica de salida, esto frecuentemente requiere una cadena de transformaciones (Fig. 1).

Los transductores de fibra óptica utilizan algunos parámetros de la radiación óptica para detectar y medir las cantidades primarias físicas. En las etapas posteriores del sensor, la señal óptica se transforma en eléctrica para su posterior procesamiento, almacenamiento ó presentación visual o gráfica en el sistema de medición. Por eso podemos considerar que en todos los sensores la transformación de una cantidad física medible da como resultado una señal eléctrica de salida.



**Figura 1.** Sensor óptico genérico.

En algunos casos la interfaz óptico-eléctrica puede encontrarse incluso fuera del propio sistema de medición, no obstante, la transformación arriba mencionada finalmente se lleva a cabo.

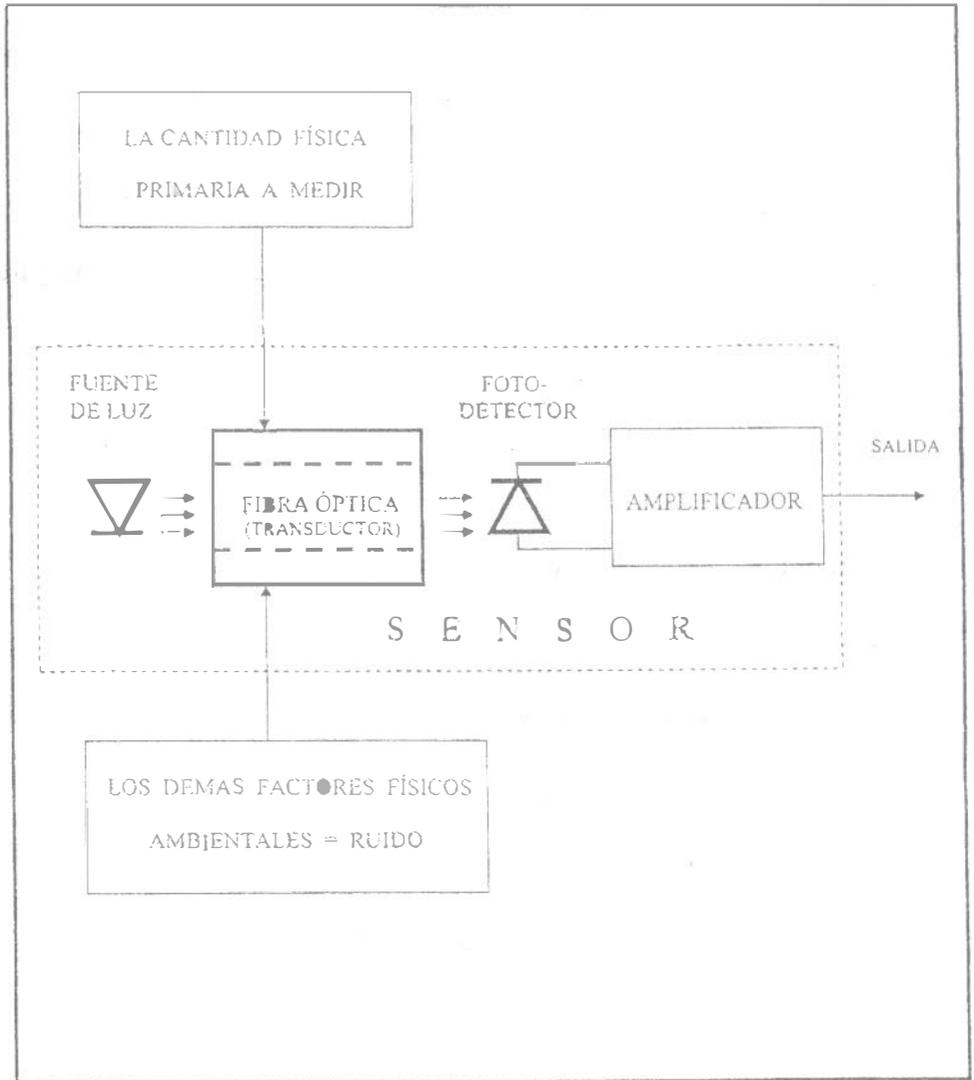
El funcionamiento de los transductores de fibra óptica se basa en la capacidad de los medios ópticos, inclusive de las fibras ópticas, para cambiar las características de la radiación que se propaga en ellos. Este cambio de las características se detecta después como una señal óptica informativa la cual es transformada en eléctrica por el fotoreceptor y el subsiguiente sistema de procesamiento (Fig. 2). Es conveniente que la señal sea una función unívoca de la acción medida. Desafortunadamente, esta unicidad no siempre se logra.

La onda armónica expresada de manera general como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) e^{j[\omega t - g(\mathbf{r}) + \phi_0]} \quad (1)$$

describe la componente eléctrica de un campo electromagnético arbitrario en el punto de observación  $\mathbf{r}$  del espacio en el momento de tiempo  $t$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular temporal de la onda electromagnética,  $g(\mathbf{r})$  es el retardo espacial de la fase, y  $\phi_0$  es la fase inicial. El argumento completo del exponente  $[\omega t - g(\mathbf{r}) + \phi_0]$  se llama la fase instantánea de la onda.

En el sistema de coordenadas cartesianas la relación entre las proyecciones  $E_{0x}(\mathbf{r},t)$  y  $E_{0y}(\mathbf{r},t)$  del vector  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  determina la polarización de la onda en el punto de observación  $\mathbf{r}$ .



**Figura 2.** Esquema de un transductor de fibra óptica.

En el caso particular de una onda plana en el sistema de coordenadas cartesianas en donde la onda tiene su propagación sobre el eje  $z$  la variación de la intensidad del campo eléctrico en el tiempo y en el espacio está dada por la ecuación

$$E(x, y, z, t) = E_0 e^{j[\omega t - 2\pi z/\lambda + \phi_0]} \quad (2)$$

$2\pi/\lambda = \beta$  es la constante de propagación,  $\lambda$  es la longitud de onda en el medio de propagación. La constante de propagación  $\beta$  tiene el sentido de la frecuencia angular espacial y se mide en radianes sobre distancia unitaria. La dispersión cromática del medio a través del cual se propaga la onda provoca que la constante de propagación sea una función de la frecuencia y que en un medio anisotrópico sea además función de las coordenadas espaciales.

De (1) y (2) se puede ver que el vector de intensidad del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  depende de la amplitud  $E_0$ , la fase instantánea y la polarización de la onda, así como de la dirección de propagación y la dispersión cromática del medio. Varias acciones físicas efectúan algunos de los parámetros de la onda y se utiliza en los sensores de fibra óptica para medir las cantidades físicas primarias correspondientes. Dependiendo de sobre cual de los parámetros de la onda de luz se actúa la cantidad física primaria, los sensores de fibra óptica se dividen en sensores de amplitud, fase, frecuencia, y polarización (Fig. 3).

Específicamente, si la amplitud del campo eléctrico es una función de tipo  $E_0 = f_1(\chi)$  donde  $\chi$  es un factor físico de interés, se trata de un sensor de amplitud. Si la fase de la onda varía en función del factor  $\chi$  (por ejemplo, cuando la constante de propagación  $\beta$  es una función de tipo  $\beta =$



**Figura 3.** Categorías de los sensores de fibra óptica.

$f_2(x)$ , se trata de un sensor de fase. Si la frecuencia instantánea  $\omega$  es una función  $\omega = f_3(x)$  se trata de un sensor de tipo de frecuencia etc.

En virtud de que todos los fotodetectores responden solamente a la intensidad (cuadrado de amplitud, o potencia) de la onda electromagnética, en un sensor óptico los cambios de fase, frecuencia ó polarización que ocurren en el transductor hay que convertir en una etapa posterior del sensor en un cambio de amplitud para poder detectarles (Las técnicas concretas para la realización de estas conversiones se tratarán en una obra siguiente).

En los sensores de fibra óptica primeramente encontraron aplicación los fenómenos físicos ya conocidos antes que acompañan a la propagación de la radiación óptica en un medio sujeto a acciones externas físicas. Con estos fenómenos ya se habían creado los métodos de control de intensidad, fase y polarización de la radiación óptica, los cuales son ampliamente utilizados. Estos métodos se emplean para fines prácticos como lo es la modulación de un rayo de luz, la desviación del rayo de luz, la modulación del factor de calidad de un láser etc. Los métodos de modulación de la luz utilizados en los dispositivos tradicionales se aplican también en los sensores de fibra óptica. Además, con base en fibras ópticas se desarrollan nuevos métodos que utilizan las singularidades de las fibras ópticas para la conversión de acciones externas en un cambio de un parámetro de la radiación que tiene su propagación en la fibra óptica. Como base de algunos de estos nuevos métodos se han aplicado bien conocidos fenómenos físicos tales como la fotoelasticidad, la magneto- y la electrostricción, los efectos de Pockels, Kerr, Faraday y otros. Entre los fenómenos específicos encontrados solamente en las fibras ópticas cabe mencionar la modulación microflexural de la intensidad de la luz.

Abajo se describen brevemente los fenómenos físicos sobre los cuales se basa el funcionamiento de los sensores de fibra óptica. Dedicaremos mayor atención a las particularidades de que son característicos los dispositivos diseñados con fibras ópticas ya que en este campo se ha obtenido una serie de resultados reportados sólo en la literatura científica.

## 2. Efectos mecánicos sobre características de propagación de la luz en una fibra óptica

El doblado de una fibra óptica, el cambio de la forma geométrica de un elemento de fibra óptica (por ejemplo, el desplazamiento relativo de varias partes de un elemento de la misma) son acciones mecánicas que afectan los parámetros de guíaonda y producen un cambio de las características de la radiación óptica que tiene su propagación por medio de esta guíaonda (Fig. 4). La transformación de acciones mecánicas en una señal óptica es uno de los problemas más frecuentes en la ingeniería de sensores de fibra óptica. Este problema surge no sólo durante la medición de cantidades estrictamente mecánicas, sino también en los casos cuando con el fin de medir una cantidad física en los sensores de fibra óptica se utiliza el efecto físico primario que resulte en una acción mecánica sobre el medio óptico. Como ejemplo mencionaremos la magnetostricción presente durante la medición del campo magnético.

Aquí pondremos atención a tres efectos de transformación mecánico-óptica que son los más típicos para los sensores de fibra óptica de las tres variedades principales: el efecto de

microflexión para los sensores de tipo de amplitud, el efecto fotoelástico para los sensores de polarización, y el piezo-óptico para los de fase.

## 2.1. Pérdidas microflexurales en guías de ondas

En una fibra óptica monomodo idealmente simétrica, homogénea y sin pérdidas, los modos transmitidos representan ondas que no se someten a perturbaciones y se propagan a lo largo de la fibra óptica sin interactuar entre ellas. Las deformaciones o inhomogeneidades geométricas de la fibra óptica pueden conducir al acoplamiento entre modos y consecuentemente al intercambio de energía entre ellos. En particular, pueden acoplarse los modos transmitidos y los expulsados por no ser retenidos en el núcleo de la fibra óptica. Esto da lugar a la aparición de la pérdida adicional de la energía de los modos transmitidos. Las deformaciones de la fibra óptica que causan una interacción efectiva entre modos deben tener un período espacial suficientemente pequeño como se demostrará más adelante. Esas deformaciones se conocen como microflexiones ó microcurvaturas (Vea Fig. 4).

En el caso de propagación de la radiación en una fibra óptica con microcurvaturas y con un número grande de modos transmitidos el acoplamiento entre modos inducido por la microcurvaturas se describe bien en una aproximación de difusión. Los coeficientes de acoplamiento son los coeficientes de difusión de potencia desde los modos fundamentales (con números pequeños) hasta modos altos (con números grandes).

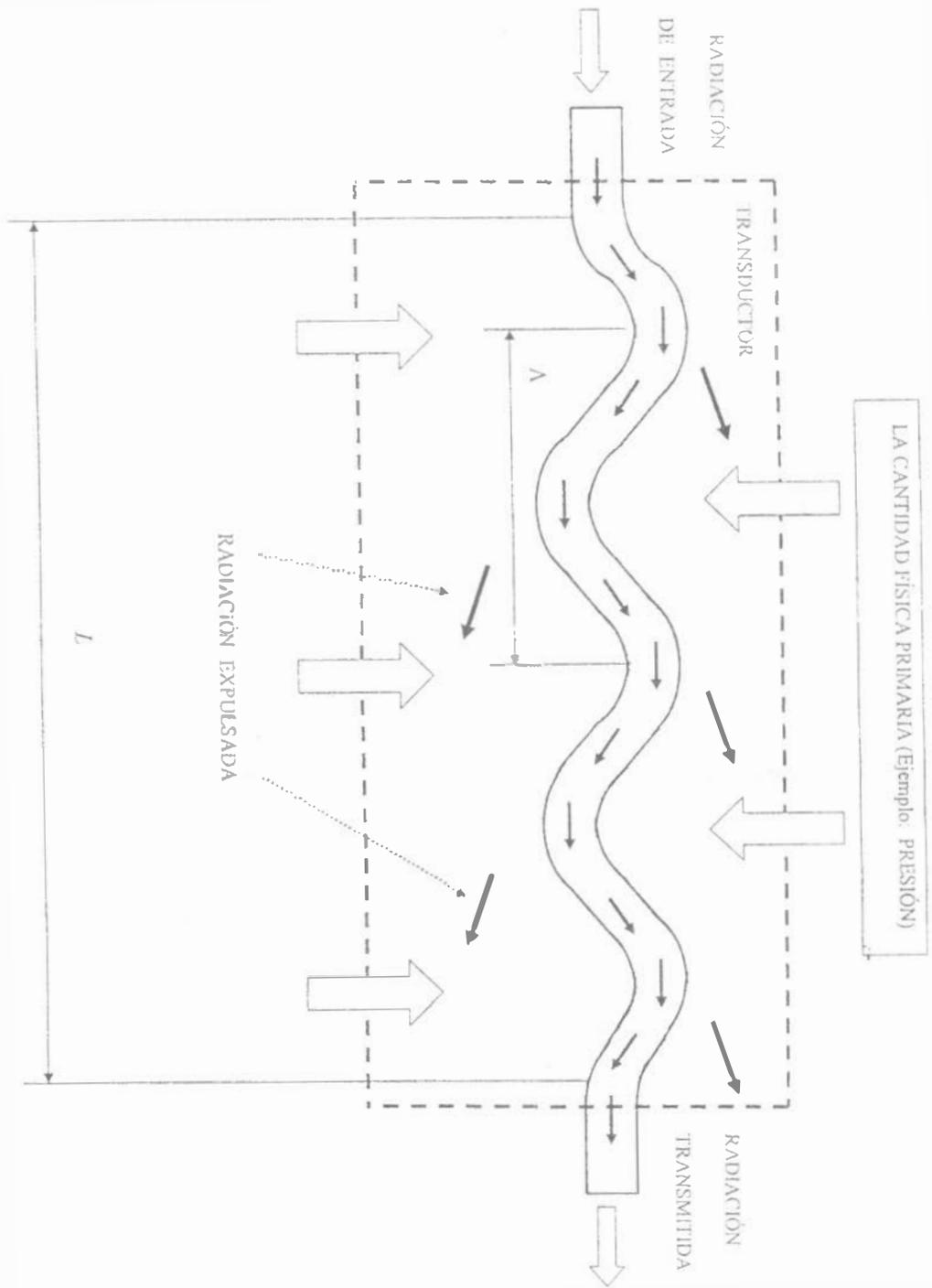


Figura 4. Elemento de fibra óptica con microcurvaturas.

El coeficiente de acoplamiento entre dos modos con números  $m$  y  $n$  puede ser escrito en la forma:

$$c_{mn} = c_{nm} = |C_{mn}|^2 F(\Delta\beta_{mn}), \quad (3)$$

donde  $\Delta\beta_{mn} = \beta_m - \beta_n$  es la diferencia entre constantes de propagación de dos modos, el campo eléctrico de los cuales tiene la forma  $E_{mn} \sim \exp(-iz\beta_{m,n})$ .

En (3) el coeficiente  $C_{mn}$  no depende de la forma concreta de la función de perturbación  $f(z)$  y tampoco de la coordenada a lo largo del eje de la fibra óptica,  $z$ , pero sí depende de las componentes transversales del campo de este par de modos. Este coeficiente será diferente de cero sólo para aquellas parejas que por orden azimutal se diferencian por un número determinado. El factor  $F(\Delta\beta_{mn})$  es la transformada de Fourier de  $f(z)$ . Si  $C_{mn} \neq 0$ , entonces entre los modos habrá acoplamiento.

El proceso de difusión de la potencia en la fibra óptica consta de un conjunto de actos elementales de interacción entre parejas de modos cercanos o entre grupos de modos. El análisis teórico muestra que la perturbación periódica de microcurvaturas sobre la fibra óptica con período de longitud  $\Lambda$  lleva al acoplamiento entre modos  $m$  y  $n$  si su constante de propagación satisface la relación:

$$\Delta\beta_{mn} = \pm \frac{2\pi}{\Lambda}. \quad (4)$$

Consideremos ahora la fibra óptica con un índice de refracción con perfil potencial:

$$n^2(r) = n^2(0) [1 - 2\Delta(r/a)^\alpha], \quad (5)$$

donde  $\Delta(r/a) = [n^2(0) - n^2(a)]/2n^2(0)$ . Aquí  $n^2(0)$ ,  $n^2(r)$  y  $n^2(a)$  son los valores de los índices de refracción del núcleo de la fibra óptica a las distancias  $0$ ,  $r$  y  $a$  de su eje,  $a$  es el radio del núcleo,  $\alpha$  es la constante que responde a la forma del perfil. Con perfil escalonado  $\alpha = \infty$ . El ulterior análisis dentro de la aproximación WKB demuestra que en la fibra óptica con perfil (5) la diferencia de las constantes de propagación de dos modos vecinos es:

$$\beta_{m+1} - \beta_m = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \frac{2\Delta^{1/2}}{a} \left[ \frac{m}{M} \right]^{[(\alpha-2)/(\alpha+2)]}, \quad (6)$$

donde ahora  $m$  indica el número del grupo de modos y  $M$  la cantidad de grupos de modos.

En la fibra óptica con perfil escalonado el índice de refracción es:

$$\Delta\beta_m = \frac{2\Delta^{1/2}}{a} \frac{m}{M}. \quad (7)$$

Esto significa que la distancia entre modos en el espacio de números de onda depende del número del grupo de modos,  $m$ . De (4) y (7) se ve que para el acoplamiento de modos de órdenes altos (grandes  $m$ ) se requieren pequeños periodos  $\Lambda$  y para los modos bajos (pequeños  $m$ ) se necesitan grandes. En la fibra óptica con índice de refracción del núcleo  $n_0$  y apertura numérica NA los modos de los más altos órdenes interactúan con los modos expulsados en  $m = M$  y

$$\Lambda = \frac{\pi a}{\Delta^{1/2}} = \frac{\pi^{1/2} a n_0}{NA} \quad (8)$$

Con un perfil parabólico del índice de refracción ( $\alpha=2$ ) de (6):

$$\Delta\beta_m = \frac{(2\Delta)^{1/2}}{a} \quad (9)$$

Esto indica que todos los grupos de modos en el espacio de números de onda son equidistantes (en la aproximación WKB) y la microcurvaturas de un período  $\Lambda_c$  permite el acoplamiento entre todos los grupos de modos vecinos:

$$\Lambda_c = \pi a \left[ \frac{2}{\Delta} \right]^{1/2} = \frac{2\pi a n_0}{NA} \quad (10)$$

Se puede ver que las fibras ópticas con perfil parabólico del índice de refracción son las más aptas para la transformación opto-mecánica microflexural.

Según algunas estimaciones, para que el período de microcurvaturas sea lo suficientemente grande  $\Lambda \geq 5$  mm se requiere una fibra óptica con  $(n_1 - n_2) \leq 0.0004$ , lo que casi no se logra en la práctica. Por eso la fibra óptica con perfil escalonado también se utiliza en los transductores microflexurales. De (7) vemos que conforme se propaga la radiación a lo largo de la fibra óptica deformada o al aumentar la deformación la energía se difunde hacia los modos con números grandes, violándose así la condición de resonancia (8). Esto exige el aumento de la frecuencia

espacial de la microcurvaturas. Para el acoplamiento más uniforme entre modos se usan microcurvaturas con un espectro espacial amplio o fibra óptica de pocos modos.

El acoplamiento entre modos es bidireccional ( $c_{mn} = c_{nm}$ ) y a medida que se flexiona la fibra óptica la potencia que pasa por el núcleo oscila como una función de la magnitud de la deformación debido al regreso de radiación desde el revestimiento al núcleo. Esta dependencia se manifiesta especialmente fuerte en las fibras ópticas de pocos modos. Las oscilaciones pueden ser eliminadas eligiendo al índice de refracción del revestimiento. Si el número de modos es grande las oscilaciones casi no se observan. El fenómeno de retorno de la radiación se manifiesta también en la dependencia del cociente entre la magnitud de pérdidas causadas y la dimensión del tramo flexionado de la fibra óptica,  $\Delta T / \Delta X$  en función de su longitud  $L$ :

$$\Delta T / \Delta X \propto L^q; \quad 0 \leq q \leq 1. \quad (11)$$

Para fibra óptica con revestimientos de silicón, de polímero endurecido por la luz ultravioleta, de aluminio, y polímero negro absorbente el parámetro  $q = 0.2, 0.6, 0.7$  y  $1.0$ , respectivamente.

Consideremos, finalmente, las deformaciones elásticas de la fibra óptica bajo la acción de una fuerza transversal. La fuerza  $\Delta F$  que actúa sobre la fibra óptica causa su flexión  $\Delta X$  que está dada por la relación  $k_f \Delta X = \Delta F$ . Tratando a la fibra óptica como una barra de longitud  $L$  cargada por el centro y fijada en sus extremos, podemos obtener la relación para  $k_f$ :

$$k_f^{-1} = \frac{\Lambda^3}{3\pi E d^4 \eta}, \quad (12)$$

donde  $d$  es el diámetro de la fibra óptica,  $E$  es el módulo de Young efectivo de la fibra óptica,  $\eta$  el número de microcurvaturas.

En la Tabla 1 se presentan los datos de cálculo y experimentales para fibras ópticas escalonadas y graduales. Se ve una buena concordancia de la aproximación WKB con el experimento. Los datos presentados en la Tabla 1 pueden servir como una base inicial durante el cálculo para los transductores microflexurales de fibra óptica.

## 2.2. Fotoelasticidad

En muchos sensores de fibra óptica la transformación de acciones mecánicas en una señal óptica se realiza gracias al efecto fotoelástico (sinónimos: fotoelasticidad, efecto piezo-óptico). Este efecto consiste en la aparición de anisotropía óptica en sólidos, inicialmente isotrópicos, debido a la acción de tensiones mecánicas. La fotoelasticidad es consecuencia de la dependencia del índice de refracción del material  $n$  en función de la deformación y se manifiesta en forma de birrefringencia que surge bajo la acción de cargas mecánicas.

La relación entre las variaciones de la indicatriz del índice de refracción  $\Delta(1/n^2)_{ij}$  y el tensor de tensiones mecánicas  $S_{kl}$  se determina por el tensor elástico-óptico  $p_{ijkl}$  de cuarto rango. En virtud de que  $\Delta(1/n^2)_{ij}$  y  $S_{kl}$  son simétricos y adimensionales, los elementos del tensor  $p_{ijkl}$

**Tabla 1**  
Sensibilidad microflexural de guíasondas  
de fibra óptica

No. p/o	NA	Núcleo $a, \mu\text{m}$	Radio Revestimiento $d, \mu\text{m}$	Período crítico		$\Delta T/\Delta F$ Para $\Lambda_c$ % $\Delta T/N$	$\Delta T/\Delta F$ para $\Lambda_c$ % $\Delta T/\text{mm}$
				Teoría $\Lambda_c, \mu\text{m}$	Experimento $\Lambda_c, \mu\text{m}$		
Perfil escalonado del índice de refracción							
1	0.133	30	62.5	1.46	1.5±0.1	22	3.2
2	0.133	47.5	62.5	2.31	2.75±0.3	180	1.5
3	0.14	31	90.0	2.31	1.7±0.1	227	3.4
4	0.14	52.5	70.0	2.43	2.5±0.2	240	2.0
5	0.05	44	62.5	5.70	6.0±0.5	480	0.4
6	0.125	42.5	85.0	2.20	2.5±0.2	70	1.7
7	0.11	50	67.5	2.95	3.1±0.2	95	2.0
8	0.1	76	104	4.92	5.0±0.5	100	0.7
Perfil gradual del índice de refracción							
9	0.132	26	66	1.80	1.8±0.05	170	3.8
10	0.168	50	62.0	2.73	2.7±0.1	210	2.0
11	0.143	100	125	6.41	6.0±0.2	50	0.7
12	0.2	26	62.5	1.15	1.14±0.1	13	2.0
13	0.13	47.5	62.5	3.35	3.2±0.3	620	3.2
14	0.166	47.5	62.0	2.62	2.8±0.2	280	2.0
15	0.144	48.2	61.5	3.17	2.9±0.2	120	0.7

también son adimensionales y debido a su simetría por pares de índices,  $(ij)$  y  $(kl)$ , generalmente se usa la expresión corta:

$$\Delta \left\{ \frac{1}{n^2} \right\}_i = \sum_{j=1}^6 p_{ij} S_j; \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (13)$$

donde se ha utilizado la notación estándar para las parejas de índices  $(ij)$  y  $(kl)$ : 1 en lugar de (11), 2 en lugar de (22), 3 en lugar de (33), 4, 5, y 6 en lugar de (23) y (32), (13) y (31), (12) y (21), respectivamente. Los elementos del tensor  $p_{ij}$  comúnmente se conocen como coeficientes fotoelásticos o coeficientes de Pockels cuyos valores para algunas sustancias utilizadas en los sensores de fibra óptica se presentan en la Tabla 2. El agua se incluye en la tabla como medio que con mucha frecuencia se emplea para la calibración absoluta de los sensores de fibra óptica.

Para pequeños alargamientos y compresiones uniaxiales se puede utilizar un enfoque simple basado en la relación de Brewster

$$\Delta n = C S, \quad (14)$$

donde  $\Delta n$  es la magnitud de la birrefringencia (diferencia de los índices de refracción para la onda ordinaria y extraordinaria),  $S$  es la tensión,  $C$  es la constante elástico-óptica (constante de Brewster).

La constante de Brewster  $C$  de fibra óptica no depende de la diferencia relativa  $\Delta$  de los índices de refracción del núcleo y su envolvente y tampoco de la frecuencia normalizada  $V$  en los

limites  $\Delta \approx (0.16-0.36) \%$  y  $V = 1.6-2.4$ . Sin embargo, existe una fuerte dependencia de  $\lambda$ . Además cuando  $\lambda \geq 1.5 \mu\text{m}$  la constante  $C$  rápidamente decrece. El comportamiento del efecto fotoelástico en fibra óptica y en muestras masivas de cuarzo fundido es notoriamente diferente (vea Tabla 3).

El coeficiente relativo de temperatura para la constante de Brewster  $(dC/dT)C^{-1} = 0.0134 \%$ /K.

Si se utiliza el efecto fotoelástico, por ejemplo, para la detección de ultrasonido con longitud de onda comparable con el diámetro de la fibra óptica entonces los cálculos de birrefringencia se complican considerablemente aún para el caso de incidencia normal de la onda sobre la fibra óptica. Bajo grandes cargas axiales sobre la fibra óptica (por ejemplo, en extensómetros) comienza a manifestarse la no linealidad de las deformaciones elásticas conduciendo a la disminución del efecto fotoelástico a medida que se aumenta la carga.

Vamos ahora el efecto fotoelástico en fibra óptica en algunos casos prácticos importantes. Consideremos una fibra óptica de cuarzo con longitud  $L$  sujeta a una tensión axial ( $Lu_i \ll L$ ). En el cuarzo fundido la fotoelasticidad es pequeña por lo que (13) puede escribirse en la forma

$$\Delta(1/n^2)_i = -2\Delta n_i/n^3. \quad (15)$$

Si la luz en la guía de fibra óptica está polarizada en las direcciones perpendiculares ( $i = 1, 2$ ), entonces para estas polarizaciones ortogonales aparece una diferencia en los índices de refracción:

Tabla 2

Propiedades fotoelásticas de las sustancias

Substancia	$P_{11}$	$P_{12}$
$\lambda = 0.63\mu\text{m}$		
Cuarzo fundido	+0.121	0.270
Agua	0.31	0.31
Edernal	0.27	0.24
Poliemetilmetacrilato	0.30	0.28
Poliestireol	0.30	0.31
$\lambda = 0.59\mu\text{m}$		
Diferentes vidrios	0.09-0.24	0.18-0.28
$\lambda = 1.15\mu\text{m}$		
Vidrio- $\text{As}_2\text{S}_3$	+0.308	0.299

Tabla 3

Dependencia de la constante de Brewster en función de la longitud de onda

Longitud de onda $\lambda, \mu\text{m}$	Constante de Brewster $C, 10^{-5} \text{ mm}^2/\text{Kgr}$
0.63	$3.34 \pm 0.02$
0.85	$3.27 \pm 0.02$
1.15	$3.21 \pm 0.02$
1.19	$3.20 \pm 0.01$
1.30	$3.17 \pm 0.03$
1.50	$3.08 \pm 0.02$
1.58	$3.03 \pm 0.01$

$$\begin{aligned}\Delta n &= -\left[\frac{n^3}{2}\right] \Delta\left[\frac{1}{n^2}\right]_{1,2} = \\ &= -\left[\frac{n^3}{2}\right] [S_1(p_{11} + p_{12}) + S_3 p_{12}],\end{aligned}\tag{16}$$

donde  $S_1$  y  $S_3$  son elementos del tensor de tensiones mecánicas.

De (16) se ve que la variación de la diferencia de los índices de refracción  $\Delta n$  ocurre debido a las deformaciones longitudinal  $u_l$  y transversal  $u_t$  de la fibra óptica que son consecuencia de las tensiones mecánicas  $S_1$  y  $S_3$ , respectivamente.

La diferencia total de fase  $\Delta\phi$  de la onda de luz que tiene un cambio de fase  $\phi = nkL$  sobre el tramo de fibra óptica deformado se obtiene con la relación

$$\Delta\phi = kL [nu_1 + \Delta n],\tag{17}$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda en el vacío,  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz en el vacío. Consecuentemente, la variación de fase bajo una deformación longitudinal de la fibra óptica está determinada tanto por el incremento de la longitud física de la fibra óptica (primer término en (17)) como por la variación del índice de refracción (segundo término). Para el cuarzo fundido el segundo término tiene signo negativo y es cinco veces menor que el primero. En la relación presentada no se toma en cuenta la variación del diámetro de la fibra óptica bajo deformaciones longitudinales ya que es despreciablemente pequeña su contribución a la variación de fase.

De esta manera, podemos ver que la contribución del efecto fotoelástico es aproximadamente cinco veces menor que la contribución debida a la deformación directa de la fibra óptica. Consecuentemente, con exactitud comparable en las mediciones, los métodos de registro físicos tendrán ventaja por su sensibilidad. Pero si la sensible fibra óptica se somete a grandes deformaciones parásitas longitudinales, entonces la preferencia debe darse a los métodos de registro polarimétricos.

### 2.3. Efecto piezo-fásico

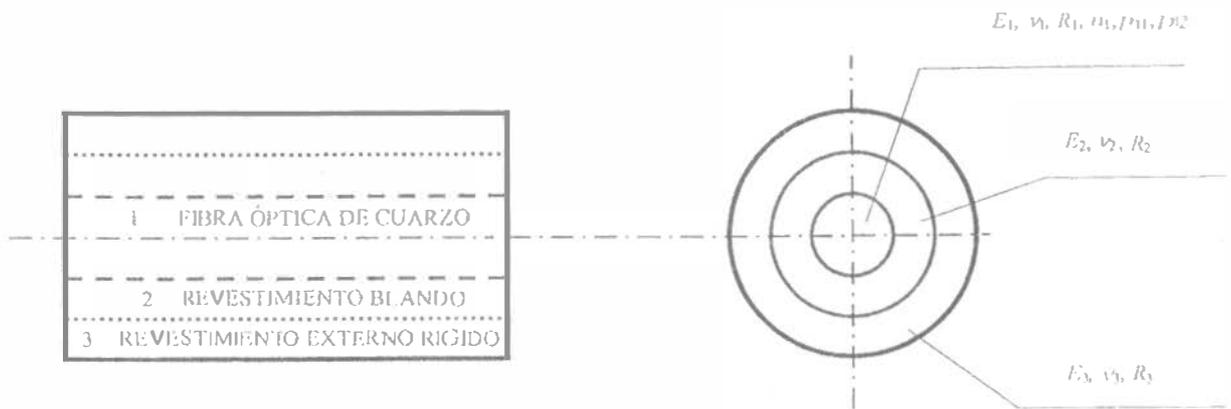
El efecto piezo-fásico consiste en un cambio de fase de la onda de luz que resulta de la acción mecánica sobre el medio y representa un caso particular de la manifestación del efecto fotoelástico. Al considerar la propagación de una onda plana polarizada, se habla del efecto piezo-fásico cuando la anisotropía del medio, originada por el efecto fotoelástico, puede despreciarse tomando en cuenta sólo el cambio de la longitud de recorrido óptico, o lo que es lo mismo, el cambio de fase. Es apropiado tratar este efecto particular en detalle porque tiene una amplia aplicación en sensores de fibra óptica y porque permite realizar directamente la transformación mecano-óptica en fibra óptica.

Es conveniente caracterizar el efecto piezo-fásico en fibra óptica con el cambio relativo  $\Delta\phi/\phi$  de la fase de la onda de luz  $\phi$  bajo la influencia de la presión  $P$ . La cantidad  $\mu = \Delta\phi/(\phi P)$ , o en forma diferencial  $\mu = \phi^{-1} \cdot d\phi/dP$  se llama *sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica*. El significado físico de esta definición consiste en que  $\mu$  expresa la magnitud del cambio de fase en

el tramo de fibra óptica igual a la longitud de onda de luz al aplicar la unidad de presión sobre el mismo. Esta definición de  $\mu$  ha sido extensamente utilizada. A veces  $\mu$  se expresa en unidades de cambio de fase en la longitud de 1m. En este caso el valor numérico de  $\mu$  es  $k = 2\pi/\lambda$  veces mayor que el mostrado arriba. Sin embargo, dar  $\mu$  en unidades de variación de fase por 1m de longitud es correcto sólo si se indica la longitud de onda de la luz a la cual se refiere, de otro modo se crea ambigüedad que desafortunadamente es muy común en la literatura científica.

El cambio de fase de la luz en fibra óptica bajo presión se determina, por un lado, por la deformación directa (cambio de longitud y radio), y por el otro, por las tensiones internas que se manifiestan gracias al efecto fotoelástico. Una fibra óptica con cubierta polimérica puede representarse en la forma de un cilindro de capas concéntricas con núcleo rígido de cuarzo y capas externas blandas (cubiertas secundarias poliméricas, Fig. 5). La búsqueda de deformaciones y tensiones en el cilindro de capas bajo una presión externa es un problema común de la teoría de elasticidad (problema de Lamé) la solución del cual es bien conocida. Para una fibra óptica concreta la búsqueda de deformaciones y tensiones consiste en encontrar a partir de las condiciones de frontera las constantes de integración en el problema de Lamé (hasta tres para cada capa). Después, tomando en cuenta las componentes del tensor fotoelástico se determina la variación del índice de refracción del núcleo que guía la onda.

De acuerdo con el esquema descrito se hicieron cálculos para fibras ópticas con recubrimiento polimérico usando diferentes modelos para la acción sobre la fibra óptica (hidrostático, "con extremos libres", tensión axial, compresión uniaxial etc.), métodos de cálculo (con deformación o tensión) y formas de presentación de resultados. Como regla, se consideraban



**Figura 5.** Fibra óptica con revestimiento de dos capas:

- 1) fibra óptica de cuarzo;
- 2) revestimiento amortiguador de un polímero blando;
- 3) revestimiento eterno de un polímero rígido.

la fibra óptica con capa única polimérica mientras que las fibras ópticas reales tienen capas múltiples poliméricas y recubrimientos metálicos de diferentes materiales. En virtud de la importancia de la aplicación de los cálculos para las estructuras de capas múltiples es oportuno detenerse aquí con más detalle. Las características elásticas de los materiales empleados para recubrimientos se conocen aproximadamente (fundamentalmente para muestras masivas). Pero en las fibras ópticas se utilizan capas muy delgadas. Por eso los resultados presentados a continuación en una forma gráfica (Fig. 6-10) permiten definir los dominios de los valores posibles de sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica (en el caso general esos dominios resultan ser multidimensionales).

Abajo se muestra el esquema de cálculo con el ejemplo de una fibra óptica con recubrimiento de dos capas cuya sección transversal se muestra en la Fig. 5. Ahí se indica la notación adoptada para las características elásticas de los materiales y las medidas geométricas de los componentes de la fibra óptica. Utilizando la dependencia de la fase en función de la deformación y basándose en la definición de  $\mu$ , se puede escribir:

$$\mu = P^{-1} \left\{ u_z - \frac{n^2}{2} [(p_{11} + p_{12})u_r + p_{12}u_z] \right\}, \quad (18)$$

donde  $u_z$  y  $u_r$  son las deformaciones axial y radial de la fibra óptica,  $n$  es el índice de refracción efectivo del núcleo guíaonda,  $p_{11}$  y  $p_{12}$  son los coeficientes de Pockels.

Así, el problema relativo a la sensibilidad piezo-fásica de la fibra óptica se convierte en la búsqueda de las deformaciones que surgen en ella bajo acciones mecánicas.

Consideremos la acción hidrostática de la presión  $P$  sobre la fibra óptica. Esto significa que la fibra óptica está sujeta a una compresión isotrópica externa. Consideremos una simetría axial y la ausencia de fuerzas de volumen. La solución de la ecuación de equilibrio para la distribución de las tensiones de volumen se puede escribir en la forma:

$$\sigma_{r_i} = \frac{A_i}{r^2} + B_i(1 + \ln r) + 2C_i, \quad (19)$$

$$\sigma_{\theta_i} = -\frac{A_i}{r^2} + B_i(1 + 2\ln r) + 2C_i, \quad (20)$$

donde  $\sigma_{r_i}$  y  $\sigma_{\theta_i}$  son las tensiones radiales y tangenciales en la  $i$ -ésima capa de la fibra óptica,  $r$  es la distancia al eje de la fibra óptica,  $A_i$ ,  $B_i$ , y  $C_i$  son las constantes de integración.

La ausencia de desplazamientos exige que  $B_i = 0$ . En  $r = 0$  las tensiones deben ser finitas por lo que es necesario que se cumpla la igualdad  $A_i = 0$ . La fibra óptica representa un cilindro delgado y largo con una longitud mucho mayor que el radio de cualquiera de sus capas anulares y por eso el efecto de los extremos sobre el diagrama de tensiones en él deberá ser insignificante. De acuerdo con el principio de Saint-Venant no deberá haber dependencia axial de las tensiones a lo largo de toda la fibra óptica. Las deformaciones axiales deberán ser iguales tanto para la fibra óptica como para su revestimiento y, además, independientes de las coordenadas angular  $\theta$  y radial  $r$ . Físicamente esto significa la ausencia del deslizamiento mutuo de los recubrimientos y la fibra óptica, así como la formación de protuberancias en cualquiera de las secciones transversales de la

estructura. Las tensiones axiales tienen que ser constantes en los límites de una región ( sin embargo, no necesariamente iguales en regiones distintas):

$$\sigma_{zi} = F_i, \quad (21)$$

donde  $\sigma_{zi}$  son las tensiones axiales,  $F_i$  es una constante de integración.

De esta manera, para una fibra óptica con revestimiento de  $m$  capas existen  $(3m+2)$  constantes de integración a ser determinadas. Ellas se encuentran a partir de las condiciones de frontera formuladas como sigue:

- 1) la tensión radial en la frontera externa de la capa exterior se iguala con la presión externa  $\sigma_{rm} = -P$ ;
  - 2) la tensión radial es continua en las fronteras entre las capas  $\sigma_{r,i}(R_i) = \sigma_{r(i+1)}$ ;
  - 3) en las fronteras el desplazamiento radial de cualquier capa coincide con el desplazamiento radial de su capa vecina  $u_{ri} = u_{r(i+1)}$ ;
  - 4) el esfuerzo axial total que aparece como resultado de la acción de la presión en los extremos de la fibra óptica se iguala a la integral de la tensión  $\sigma_z$  sobre la superficie de la sección transversal de todas las capas (el esfuerzo axial es igual al producto de la presión por las superficie de la sección transversal de la fibra óptica junto con su revestimiento en el marco del modelo de compresión hidrostática y es nulo en el modelo de extremos libres);
  - 5) lejos de los extremos de la fibra óptica las deformaciones axiales de todas las capas coinciden.
- Abajo se expresan las ocho condiciones de frontera para la fibra óptica con un revestimiento de dos capas (Fig. 5) bajo el campo de presión hidrostática:

$$\frac{A_3}{R_3^2} + 2C_3 = -P, \quad 2C_1 + \frac{A_2}{R_2^2} - 2C_2 = 0, \quad \frac{A_2}{R_2^2} + 2C_2 - \frac{A_3}{R_2^2} - 2C_3 = 0, \quad (22)$$

$$E_1^{-1} [2C_1(1 - \nu_1) - \nu_1 F_1] R_1 - E_2^{-1} \left[ -(1 + \nu_2) \frac{A_2}{R_1} + 2C_2(1 - \nu_2) R_1 - \nu_2 F_2 R_2 \right] = 0, \quad (23)$$

$$E_2^{-1} \left[ -(1 + \nu_2) \frac{A_2}{R_2} + 2C_2(1 - \nu_2) R_2 - \nu_2 F_2 R_2 \right] - E_3^{-1} \left[ -(1 + \nu_3) \frac{A_3}{R_2} + 2C_3(1 - \nu_3) R_2 - \nu_3 F_3 R_2 \right] = 0, \quad (24)$$

$$F_1 R_1^2 + (R_2^2 - R_1^2) F_2 + (R_3^2 - R_2^2) F_3 = -R_3 P, \quad (25)$$

$$E_1^{-1} (F_1 - 4\nu_1 C_1) - E_2^{-1} (F_2 - 4\nu_2 C_2) = 0, \quad (26)$$

$$E_2^{-1} (F_2 - 4\nu_2 C_2) - E_3^{-1} (F_3 - 4\nu_3 C_3) = 0. \quad (27)$$

La dependencia de las tensiones en función de la presión se escribe en términos de las características elásticas de los materiales de la fibra óptica (módulos de Young  $E_{1, 2, 3}$  y coeficientes de Poisson  $\nu_{1, 2, 3}$  y de las dimensiones geométricas (radios de las capas  $R_{1, 2, 3}$ ) (22)-(27). La parte derecha de (25) no es cero ya que describe la acción de una presión hidrostática (compresiva) sobre la fibra óptica.

De la relación general entre las tensiones y deformaciones

$$u_i = E_i[\sigma_i - \nu_j(\sigma_j + \sigma_k)], \quad (28)$$

se pueden obtener las fórmulas para las deformaciones del núcleo de la fibra óptica (región 1),

$$u_{ri} = E_1^{-1} [C_1(1 - \nu_1) - \nu_1 F_1], \quad (29)$$

$$u_{zi} = E_1^{-1} [F_1 - 2\nu_1 C_1]. \quad (30)$$

La substitución de las deformaciones (29) y (30) en (18) da:

$$\begin{aligned} \mu = & \frac{F_1}{PE_1} \left\{ 1 + \frac{n^2}{2} [(p_{11} + p_{12})\nu_1 - p_{12}] \right\} + \\ & + \frac{C_1}{PE_1} \left\{ -2\nu_1 - \frac{n^2}{2} [(p_{11} + p_{12})(1 - \nu_1) - 2\nu_1 p_{12}] \right\}. \end{aligned} \quad (31)$$

La ecuación (31) relaciona explícitamente los parámetros de la fibra óptica y su sensibilidad piezo-fásica. Las sumas entre llaves dependen sólo de las propiedades de los materiales del núcleo guíaonda. La influencia de los recubrimientos poliméricos, así como, de las dimensiones geométricas se manifiesta a través de los coeficientes  $C_i$  y  $F_i$  que se obtienen de la solución del sistema de condiciones de frontera (22)-(27). Este sistema de ecuaciones lineales se resuelve con métodos estándar.

El primer miembro en (31) describe el efecto de las deformaciones longitudinales de la fibra óptica sobre la fase, y el segundo el efecto de las radiales, mientras que en la fórmula original (18) las variaciones de la fase se agrupan en otra forma: el primer miembro describe

únicamente la contribución del cambio de longitud y el segundo la contribución del efecto fotoelástico. De esta manera, en (18) se distinguen las contribuciones de los diferentes efectos y en (31) se separan las contribuciones de diferentes deformaciones.

Bajo una presión hidrostática sobre la fibra óptica sin revestimiento las tensiones y deformaciones son homogéneas e isotrópicas. Como consecuencia los factores geométrico y fotoelástico son aproximadamente iguales en valor absoluto, pero son opuestos en signo. El efecto final de cambio de la longitud óptica de la fibra óptica resulta ser muy pequeño. El cálculo para una fibra óptica sin revestimiento con los parámetros indicados en la Tabla 4 da el valor  $\mu = 2.7 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ .

Si la fibra óptica está cubierta de un material con módulo de elasticidad pequeño, entonces la distribución de las tensiones y deformaciones cambia. Un revestimiento blando casi no se opone a la acción de presión radial compresiva sobre el núcleo de la fibra óptica. En cualquier caso, como muestran los cálculos la tensión radial cambia en no más de dos veces su valor con respecto al de la fibra óptica sin revestimiento.

La situación es diferente para las deformaciones longitudinales. La tensión axial en una fibra óptica con revestimiento puede incrementarse muchas veces bajo la misma presión a comparación de la fibra óptica sin recubrimiento. Esto se atribuye al hecho que en la fibra óptica con revestimiento el elemento más rígido soporta la carga principal como sucede en cualquier estructura compuesta. En la fibra óptica con recubrimiento polimérico el módulo de Young del núcleo de cuarzo es de 20 a 30 veces mayor que el del revestimiento. La carga axial total sobre el núcleo crece tanto como aumente la sección transversal de la fibra óptica al agregar el

Tabla 4

Parámetros de fibras ópticas

Parámetro	Bicapa		Tricapa tipo-w		
	Núcleo	Revestimiento	Núcleo	Revestimiento	Revestimiento externo
Contenido, %					
SiO <sub>2</sub>	97.3-98.6	100	97.0	85.0	100.0
GeO <sub>2</sub>	1.4-2.7	-	3.0	15.0	-
Diámetro, µm	5-6	100-140	10-14	20-50	100-140
Densidad, g/cm <sup>3</sup>	2.202	2.187	2.244	2.169	2.202
Índice de refracción	1.460-1.462	1.458	1.4624	1.4547	1.458
Módulo de Young, 10 <sup>9</sup> Pa	72.45	65.14	70.70	50.76	72.45
Coefficiente de Poisson	0.15	0.170	0.145	0.219	0.170
Coefficientes de Pockels					
p <sub>11</sub>	0.123	-	0.236	-	-
p <sub>12</sub>	0.27	-	0.12	-	-
Coefficiente de dilatación térmica, 10 <sup>-7</sup> /grad	12-13.5	5.0	20.0	20.6	5.0

Tabla 5

Parámetros de revestimientos de polímeros de las fibras ópticas

Tipo y material de revestimiento	Módulo de Young, 10 <sup>9</sup> Pa	Coefficiente de Poisson	Coefficiente de dilatación térmica, 10 <sup>-7</sup> grad	Espesor de revestimiento, µm
Primario, laca de poliamido	2.15...2.45	0.35...0.4	200	5...10
Primario, elastómero de silicón	0.0017...0.0059	0.4991...0.4995	150	50...100
Secundario, poliamido	0.98...1.96	0.4...0.42	210	150...200
Secundario, teflón enzima el elastómero de silicón	7.8	0.31...0.32	160-220	150...200
Secundario, laca de poliácrlato enzima de elastómero de silicón	3.9	0.3...0.4	210	50...200

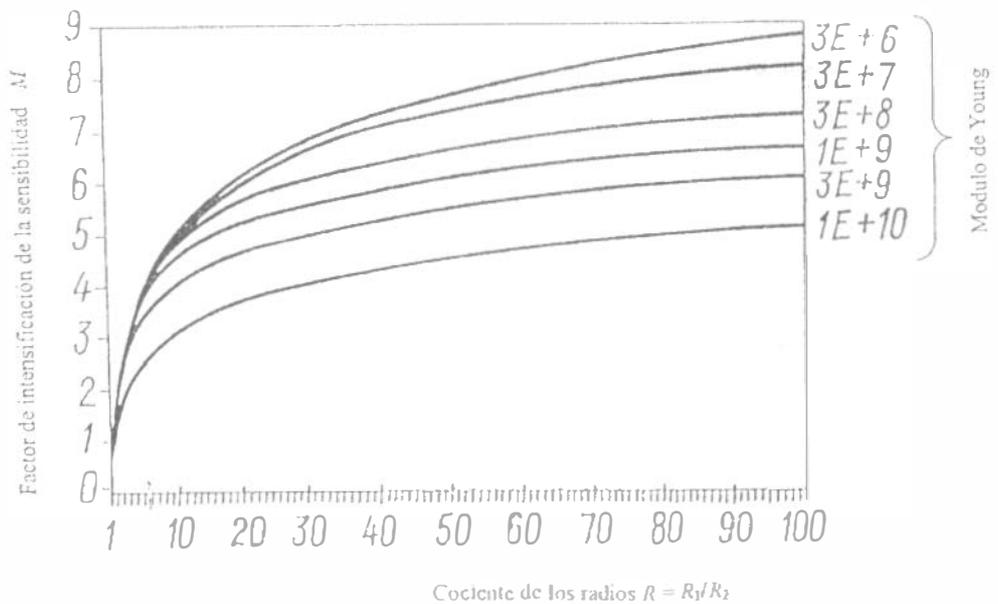
revestimiento. Aunque los factores geométrico y foto-elástico siguen teniendo signo opuesto pero, ahora, sus módulos se diferencian uno del otro considerablemente. El cambio de fase resultante representa un efecto diferencial y aumenta mucho más rápido que cada uno de los factores por separado.

Los parámetros para las fibras ópticas típicas se muestran en la Tabla 4 y los parámetros de los polímeros utilizados en el recubrimiento se dan en la Tabla 5. De estas tablas se ve que los parámetros usados en los cálculos, en particular, los coeficientes de Poisson para los materiales poliméricos, varían en un amplio intervalo de valores o se conocen con una gran incertidumbre. El radio del revestimiento puede variar un poco por errores tecnológicos. Los cálculos efectuados con los valores que toman los parámetros determinan el dominio multidimensional de posibles valores para la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica. De las gráficas presentadas abajo se ve que la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica puede variarse en 1.5-2 veces dentro de los límites de error de los parámetros.

Los valores absolutos obtenidos para la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica se presentan en la Tabla 6. La Fig. 6 muestra la intensificación de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica,  $M = \mu/\mu_0$ , en función del cociente de los radios del recubrimiento y la fibra óptica,  $R=R_2/R_1$ , el módulo de Young del revestimiento es el parámetro. Se observa que entre menos se usa un recubrimiento rígido, más rápido crece la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica. Sin embargo, tal influencia del módulo de Young comienza a ser notoria cuando  $R > 10$ , mientras que para las estructuras típicas  $R < 10$ . Por esta razón es de gran interés el comportamiento de modelos más realistas. En la Fig. 7 se exhiben las gráficas de la intensificación

**Tabla 6**  
Sensibilidad piezo-física de las guíasondas de fibra óptica

No. p/o	Revestimiento		Sensibilidad piezo-física, Pa <sup>-1</sup>	
	Primario	Secundario	Cálculo	Experimento
	Guía de onda bicapa			
1	-	-	$2.7 \times 10^{-12}$	-
2	Laca de poliamido	-	$1.9 \times 10^{-11}$	$(1 - 2) \times 10^{-11}$
3	Laca de poliamido	Poliamido	$2.9 \times 10^{-10}$	$(3 - 4) \times 10^{-10}$
4	Elastómero de silicón	Teflón	$4.0 \times 10^{-10}$	$2 \times 10^{-10}$
5	Elastómero de silicón	Laca de poliácrlato	$4.1 \times 10^{-10}$	$2 \times 10^{-10}$
	Guía de onda tricapa			
6	Laca de poliamido	-	$1.8 \times 10^{-11}$	$(1 - 2) \times 10^{-11}$
7	Laca de poliamido	Poliamido	$2.0 \times 10^{-10}$	$(3 - 4) \times 10^{-10}$

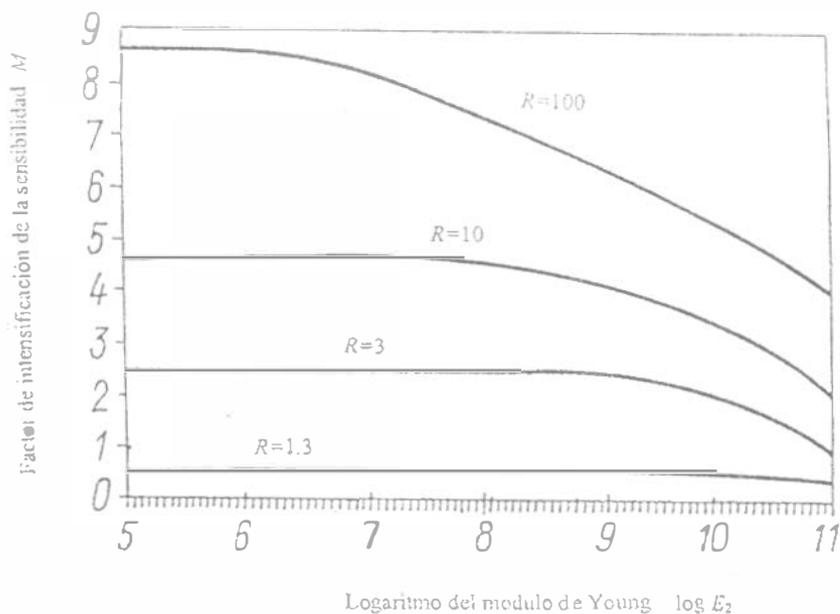


**Figura 6.** Dependencia de la intensificación de la sensibilidad piezo-física de fibra óptica  $M$  en función del cociente de los radios  $R = (R_2/R_1)$  para una constante de compresión del revestimiento  $K_2 = 2.86 \cdot 10^9$  Pa y diferentes valores del módulo de Young  $E_2$ .

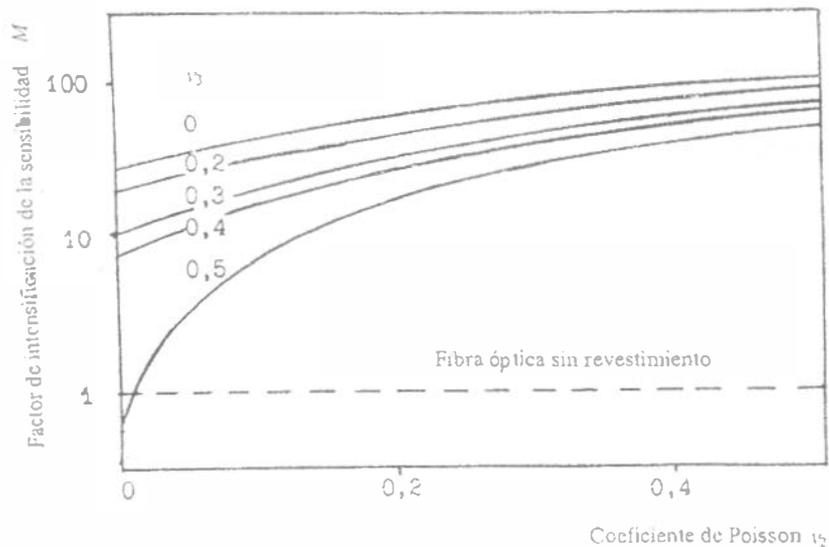
de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica,  $M = \mu/\mu_0$ , en función del módulo de Young para  $R = 1.3, 3, 10, \text{ y } 100$ . Las gráficas en esta figura se obtuvieron con el valor  $\nu_2 = 0.3$  característico para los polímeros del tipo poliamida (caprón), polietileno y semejantes a ellos. Vemos que para recubrimientos blandos ( $E$  es pequeño)  $M$  depende del espesor más fuertemente que con los rígidos ( $E$  es grande). Los recubrimientos de caucho ( $\nu_2 \approx 0.5$ ) influyen sobre la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica un poco más fuerte.

El efecto del recubrimiento rígido (su módulo de Young y compresión) sobre la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica puede predecirse a grandes rasgos. El revestimiento rígido externo soporta parte de la carga y protege de deformaciones al recubrimiento más blando que está debajo de él ( $E_3 > E_2$ ) y, consecuentemente, sufre menos deformación de Poisson. Si el recubrimiento interno es preparado con un material de buena compresión (por ejemplo de plástico poroso), entonces esta estructura compuesta casi no transmite deformaciones radiales de la fibra óptica. Finalmente la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica será baja. Esto puede ser atractivo en el caso de aplicaciones de fibras ópticas a líneas de comunicaciones ópticas.

Las gráficas de la Fig. 8 ayudan a entender el papel de las deformaciones de Poisson. Bajo deformaciones axiales bastante fuertes del revestimiento exterior ( $\nu_3 \rightarrow 0.5$ ) las mismas se transforman en tensiones de cizallamiento del recubrimiento interior y poco influyen en la fibra óptica. Al contrario, si el revestimiento externo no soporta deformaciones axiales considerables ( $\nu_3$  es pequeño), entonces las tensiones radiales transmitidas a través de él se convierten en tensiones axiales de la fibra óptica debido a las deformaciones de Poisson de la capa interna. A



**Figura 7.** Influencia del módulo de Young de revestimiento  $E_2$  sobre la intensificación de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica  $M$  para un coeficiente de Poisson del material de revestimiento  $\nu_2 = 0.3$  y diferentes cocientes de radios  $R = (R_2/R_1)$ .



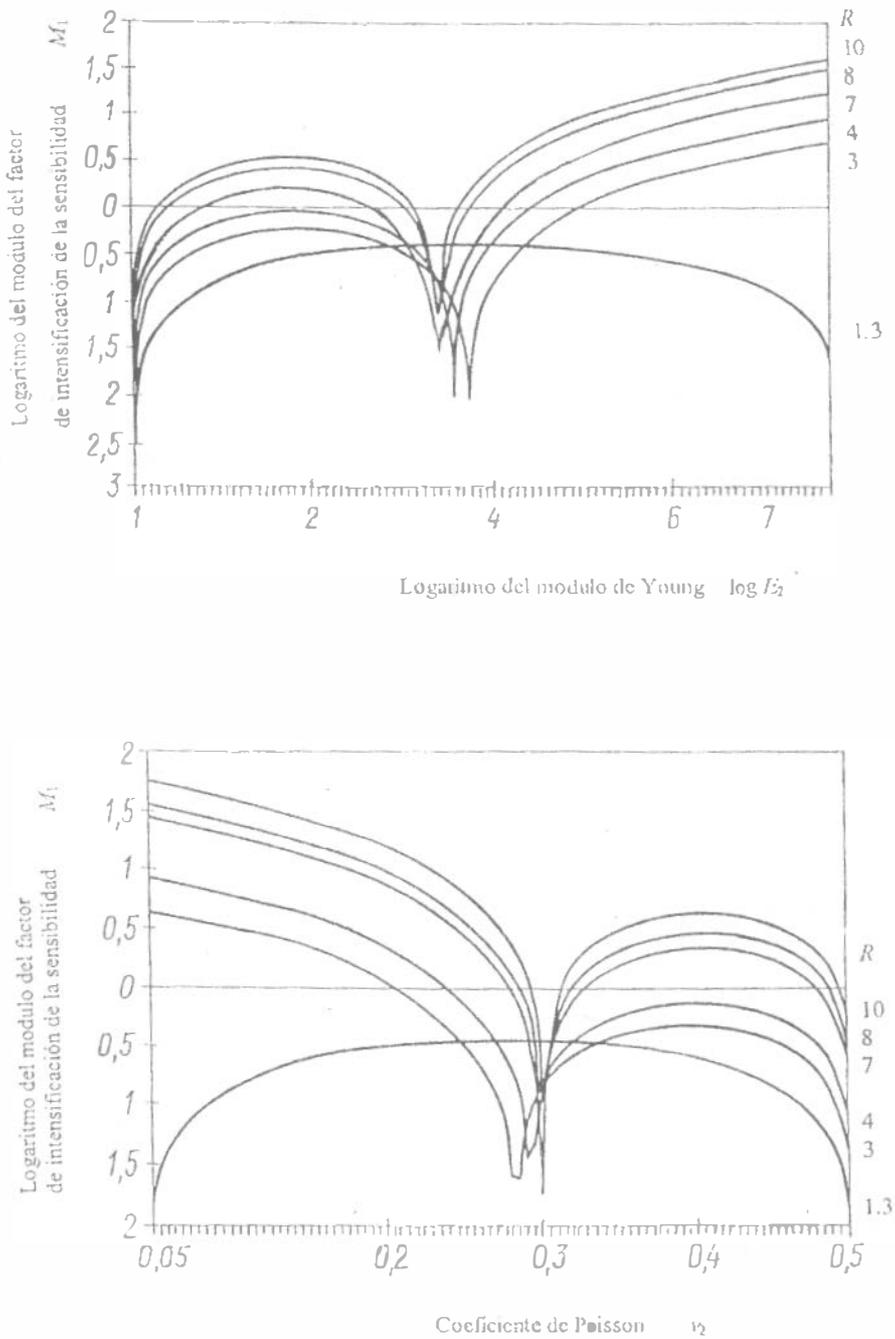
**Figura 8.** Influencia sobre la intensificación de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica  $M$  del coeficiente de Poisson  $\nu_2$  del material de la capa interna del revestimiento para diferentes valores de  $\nu_3$ .

esto se atribuye la diferencia en los cambios de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica como función de los coeficientes de Poisson de los recubrimientos interno y externo.

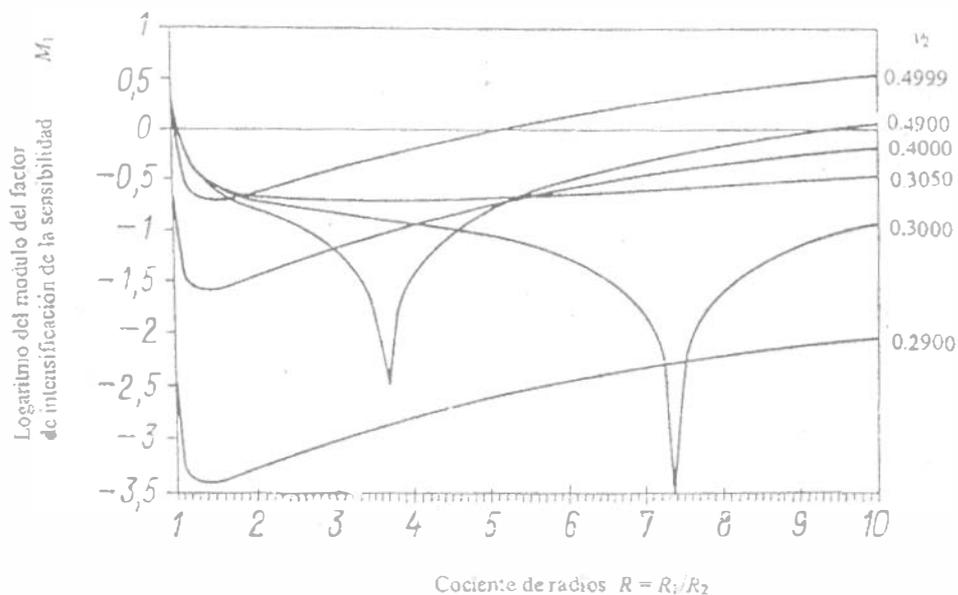
Se ha descubierto que los recubrimientos rígidos (pero no demasiado duros) proporcionan a la fibra óptica "insensibilidad" a la presión. De los cálculos para recubrimientos de aluminio y níquel se estableció que  $\mu = 0$  para espesores de  $80 \mu\text{m}$  de aluminio y  $13 \mu\text{m}$  de níquel. Al mismo tiempo, entre más rígido era el material de recubrimiento la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica dependía más críticamente de su espesor. En el experimento se observó una disminución de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica de aproximadamente dos veces su valor inicial. La desaparición incompleta de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica es causa del espesor inadecuado del recubrimiento.

Durante la fabricación de la fibra óptica pueden aparecer algunas variaciones de los parámetros de los revestimientos (con mayor probabilidad en su espesor). Posteriormente, durante la utilización de la fibra óptica en un sensor de fibra óptica pueden tener lugar cambios tanto reversibles (por ejemplo, variando la temperatura) como irreversibles (verbigracia, por el deterioro de los polímeros) de las propiedades elásticas de los recubrimientos. Por esto es necesario investigar los límites de aplicación del método de inhibición de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica y su estabilidad a la modificación de los parámetros.

Los resultados de los cálculos de la variación de sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica al utilizar recubrimientos rígidos se muestran en las Figs. 9 y 10. Para distinguir claramente en la gráfica el punto de cero sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica y al mismo tiempo mostrar los cambios de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica en un intervalo amplio de los parámetros,



**Figura 9.** Dependencia de la intensificación de la sensibilidad de fibra óptica de un revestimiento rígido  $M_1$  en función del módulo de Young  $E_2$  (a) y de los coeficientes de Poisson  $\nu_2$  (b) para diferentes cocientes de radios  $R = (R_2/R_1)$ : 1.3, 3.0, 4.0, 7.0, 8.0, 10.



**Figura 10.** Dependencia de la intensificación de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica de un revestimiento rígido  $M_1$  en función de la relación  $R = (R_2/R_1)$  para subsecuentes valores del coeficiente de Poisson  $\nu_2$  del revestimiento: 0.4999, 0.4900, 0.4000, 0.3050, 0.3000, 0.2900.

conviene presentar con gráficas el comportamiento de la función  $M_1 = \log|\mu/\mu_0|$ . El valor absoluto  $|\mu/\mu_0|$  en el argumento del logaritmo se usa debido al cambio de signo de  $\mu$  al pasar por el cero. Si  $\mu \rightarrow 0$ , la función  $M_1 \rightarrow -\infty$ . Puesto que el cálculo computacional se hace con pasos discretos, entonces siempre  $|M_1| < \infty$ , no obstante, el "pico" hacia abajo es evidente en la gráfica.

Las gráficas en las Figs. 9 y 10 ilustran el comportamiento de  $M_1$  para un recubrimiento bastante rígido. De ellas se ve que el punto de inhibición de  $\mu$  débilmente depende de las propiedades elásticas del material: en la Fig. 9a el "pico" tiene lugar en un pequeño intervalo de valores del módulo de Young y en la Fig. 9b está en un intervalo corto de valores del coeficiente de Poisson. Además, la dependencia del radio es muy notable, es decir, el cambio de  $R$  en varios puntos porcentuales puede destruir totalmente el efecto de pérdida de sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica. Llama la atención la existencia de umbrales para los parámetros. Sin su alcance no se puede obtener el efecto de inhibición de la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica. En las Figs. 9a y 9b el "pico" no aparece hasta  $R \leq 1.8$  y en la Fig. 10 hasta  $\nu_2 \geq 0.302$ . Consecuentemente, con estos parámetros del recubrimiento no es posible alcanzar la supresión total de la dependencia de la fase de la luz en función de la presión externa sobre la fibra óptica.

Como se ve de las gráficas, la sensibilidad piezo-fásica de la fibra óptica depende notablemente de los parámetros del revestimiento, pero más aún de su espesor. Los cálculos muestran que para aumentar la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica las capas externas de sus recubrimientos deberán tener una rigidez moderada y el mínimo de deformaciones de Poisson, mientras que las capas interiores deben ser poco rígidas y tener el coeficiente de Poisson máximo posible. Para disminuir la sensibilidad piezo-fásica de fibra óptica es necesario igualar las

deformaciones de Poisson de la fibra óptica y del revestimiento. El significado físico de este fenómeno consiste en que durante la inhibición (o, más exacto, disminución) de la sensibilidad piezo-fásica se requiere que el revestimiento no distorsione las deformaciones de Poisson de la fibra óptica compensadas por la fotoelasticidad. Algunas clases de vidrio tienen las características adecuadas para compensar la sensibilidad piezo-fásica con cubiertas delgadas, permitiendo la creación de fibras ópticas piezo-insensibles sin revestimiento metálico. Estos resultados teóricos concuerdan cualitativamente bien con los resultados experimentales obtenidos en la práctica (vea Tablas 4, 5, y 6).

Los revestimientos también aumentan la inercia de temperatura de la fibra óptica y conducen a una disminución substancial del ruido de fase causado por las fluctuaciones de temperatura (en especial, a frecuencias altas) lo que hace la aplicación de revestimientos de la fibra óptica en sensores de fibra óptica recomendable.

Sin embargo, en el caso particular de empleo en los sensores acústicos de los transformadores mecánicos de tensiones: construcciones elásticas especiales para enrollar sobre ellas la fibra óptica (tipo armazón elástico), el cambio de fase con respecto al de una fibra óptica libre puede ser incrementado en varios ordenes de magnitud. En este caso el papel de los revestimientos poliméricos no debe considerarse como dominante en la determinación final de la sensibilidad de presión de los sensores de fibra óptica y además el valor de la sensibilidad piezo-fásica de la propia fibra óptica no va a jugar un papel importante.

### 3. Efectos magneto-ópticos

Los medios ópticos colocados bajo un campo magnético externo exhiben sus propiedades de birrefringencia lineal y circular, así como el dicroísmo. Esto conduce a la aparición de diferentes efectos magneto-ópticos que para su clasificación se pueden dividir en observables en la luz que pasa a través del medio y en perturbadores de la luz reflejada por el medio. Los efectos magneto-ópticos se pueden también dividir en longitudinales y transversales según el carácter de la propagación de la luz con respecto al vector de intensidad del campo magnético  $\mathbf{H}$ . Entre los longitudinales se encuentran el efecto de Faraday y los efectos de Kerr con magnetización meridional y polar. Entre los transversales mencionemos el efecto de Voigt y el efecto de Kerr con magnetización ecuatorial.

El efecto de Faraday consiste en birrefringencia, es decir, en la diferencia de los índices de refracción para luz con polarización circular izquierda y derecha lo que provoca un giro del plano de polarización y el surgimiento de elipticidad en la luz linealmente polarizada.

La birrefringencia lineal de la luz (Efectos de Voigt en sólidos y de Cotton-Mouton en líquidos) se atribuye a la diferencia en los índices de refracción complejos para luz linealmente polarizada con su componente del vector eléctrico paralela o perpendicular al campo  $\mathbf{H}$ .

Los efectos de Kerr polar y meridional se manifiestan en el giro del plano de polarización y en la aparición de elipticidad en la luz linealmente polarizada que se refleja del cristal magnético.

El efecto de Kerr ecuatorial consiste en un cambio en la intensidad y la fase de luz linealmente polarizada que se refleja del cristal magnético.

Al modificar la orientación del vector  $\mathbf{H}$ , de transversal a longitudinal, se observa además un efecto, cuadrático en el campo, de variación de la intensidad de la luz reflejada llamado efecto magneto-óptico de orientación.

En los materiales utilizados para las fibras ópticas, los arriba enlistados efectos, inclusive el más fuerte el efecto de Faraday, es muy débil. Por esto en las fibras ópticas se usan frecuentemente materiales magnéticos especiales que se introducen rompiendo el conducto óptico, es decir, las mediciones se realizan con la luz que se transmite. Además, se emplean por lo general el efecto lineal de Faraday y el cuadrático de Voigt.

### 3.1. Efecto de Faraday

El efecto de Faraday provoca el giro del plano de polarización de la luz en sustancias ópticamente no activas bajo la acción del campo magnético. En los dia- y paramagnéticos el ángulo  $\theta$  de giro del plano de polarización depende de la intensidad del campo magnético  $\mathbf{H}$ , la frecuencia de la luz, las características del medio y la temperatura. De manera general:

$$\theta = V l(e\mathbf{H}), \quad (32)$$

donde  $l$  es la longitud del camino óptico,  $\mathbf{e} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$  es el vector unitario en la dirección de propagación,  $\mathbf{k}$  es el vector de onda de la luz,  $V$  es la constante de Verdet o giro magnético específico (Fig. 11). La constante  $V$  describe las propiedades del medio y depende de su temperatura y frecuencia de la luz.

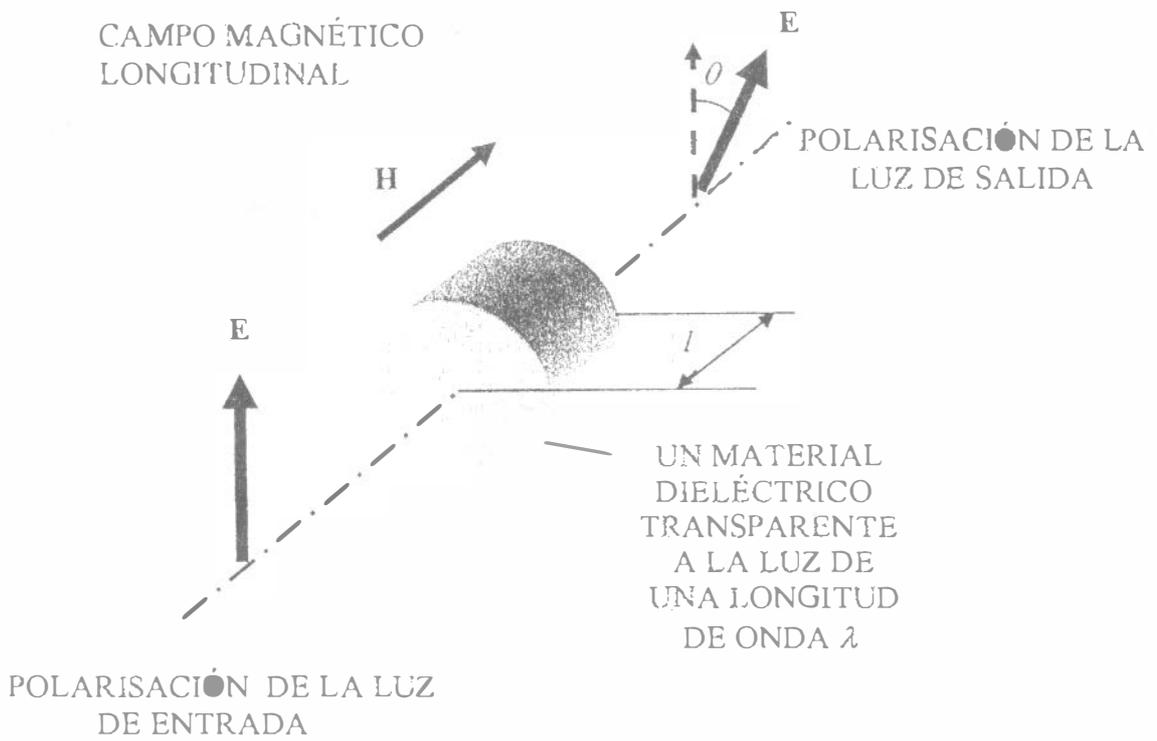
Las fibras ópticas en donde se induce el giro de Faraday pueden ser suficientemente largas y el campo magnético sobre esta distancia es inhomogéneo. En esa situación es útil la expresión integral:

$$\theta = V \int_0^l \mathbf{H} dl, \quad (33)$$

donde  $dl$  es el elemento de longitud en la dirección de propagación de la luz.

El signo del ángulo  $\theta$  depende de  $V$  y de la orientación mutua del campo y la dirección de propagación de la luz (del signo del producto escalar  $\mathbf{kH}$ ). Por eso si la luz pasa a través del campo  $\mathbf{H}$  dos veces (una vez en el sentido de las líneas de fuerza y después a su encuentro) entonces la cantidad  $\theta$  se duplica. Los valores  $V > 0$  observados en la mayoría de las sustancias corresponden al giro del plano de polarización (a lo largo del rayo) si la luz se propaga en la dirección positiva de las líneas de fuerza  $\mathbf{H}$ . En el campo inducido por la corriente con  $V > 0$  el plano de polarización de la luz que viaja a lo largo del solenoide gira en la misma dirección en la cual la corriente positiva rodea las espiras del solenoide que genera el campo longitudinal  $\mathbf{H}$ .

En la región de dispersión normal para los diamagnéticos  $V > 0$ , y prácticamente no se encuentra alguna dependencia de la temperatura (así para el agua:  $V = 4.792 (1 - 3.05 \cdot 10^{-5} T - 3.05$



**Figura 11.** Ilustración del efecto de Faraday.

$\cdot 10^{-5} T^2) 10^{-6}$  rad/A, donde  $T$  es la temperatura en  $^{\circ}\text{C}$ ). Para muchos (pero no todos) paramagnéticos  $V < 0$ . En este caso la dependencia de temperatura es más fuerte y para temperaturas no muy bajas  $V \sim T^1$ . Debido a la dispersión de rotación,  $V$  depende de la frecuencia  $\nu$  (o la longitud de onda  $\lambda$ ) de la luz. Esta dependencia se describe en primera aproximación por la fórmula semi-empírica de Becquerel:

$$V = \frac{e\nu}{2mc^2} \frac{dn}{d\nu} = -\frac{e\lambda}{2mc^2} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (34)$$

donde  $e$  y  $m$  son la carga y la masa del electrón,  $n$  es el índice de refracción,  $c$  es la velocidad de la luz. Lejos de la banda de absorción, donde la dispersión  $n$  puede ser despreciada y las características del medio se describen con la constante  $C$ , se cumple:

$$V(\nu) = C \frac{(n^2 - 1)}{n} \nu^2. \quad (35)$$

La ley de Verdet (32) expresa la dependencia más simple (lineal) de la rotación de Faraday como función del campo magnético y es válida para medios isotrópicos en la región de campos magnéticos no muy fuertes  $H \ll H_c$ , donde la intensidad crítica del campo es

$$H_c = \frac{2\pi |\nu_0^2 - \nu^2| m}{e\nu}, \quad (36)$$

y  $\nu_0$  es la frecuencia de absorción electrónica del medio. En los dieléctricos  $\nu_0$  está en la región del ultravioleta y para valores de  $\nu$  típicos de los sensores de fibra óptica la cantidad  $H_c$  alcanza intensidades de campo del orden de decenas de kiloteslas (kT).

Para los materiales ferromagnéticos la dependencia del efecto de Faraday en función del campo magnético se complica debido a la presencia de su magnetización espontánea inicial relacionada con una determinada dirección cristalográfica, no obstante, para ellos es válida la relación lineal entre  $\theta$  y la magnetización  $\mathbf{M}$ :

$$\theta = Kl(\mathbf{eM}), \quad (37)$$

donde  $K$  es la constante de Kundt. En las tablas por lo regular se presentan los valores del giro específico  $F$  para la magnetización de saturación  $M_s$  de la luz que se propaga en la dirección de  $\mathbf{M}_s$ :

$$F = K | M_s | = K M_s. \quad (38)$$

De (37) y (38) se deduce que

$$\theta = \frac{Fl}{M_s}(\mathbf{eM}). \quad (39)$$

El giro específico de Faraday se caracteriza por la presencia de dispersión y depende considerablemente de la temperatura.

En los medios anisotrópicos, por ejemplo, en los cristales cuando la luz se propaga en direcciones que no coinciden con el eje óptico del medio, la birrefringencia lineal se agrega a la

anisotropía inducida por el campo magnético lo que fuertemente modifica y suprime el efecto de Faraday como típicamente sucede con la rotación de Faraday en una fibra óptica.

El efecto de Faraday en la fibra óptica se aplica para medir campos magnéticos y corrientes. Sin embargo la constante de Verdet de la mayoría de las fibra óptica de cuarzo fundido es muy pequeña ( $V \approx 4.4 \cdot 10^{-6}$  rad/A) por lo que se pueden registrar sólo grandes corrientes y campos magnéticos. Al mismo tiempo se orienta de manera especial la birrefringencia causada en la fibra óptica o se utiliza un sistema de control automático de la dirección de polarización de la luz a la entrada del tramo sensor de la fibra óptica.

El dopamiento del material de la fibra óptica con iones paramagnéticos notablemente incrementa la constante de Verdet en ellas. Los iones de elementos de tierras raras pueden aumentar fuertemente el efecto de Faraday en  $SiO_2$  pero la solubilidad limitada de los iones en el vidrio, así como la absorción causada por ellos limitan la intensificación del efecto de Faraday. Por eso, con el fin de utilizar materiales especiales con una rotación grande de Faraday se colocan éstos en la discontinuidad del conducto guíaonda.

El efecto de Faraday en un giroscopio óptico con base en fibras ópticas conduce a la no reciprocidad de las ondas que viajan al encuentro (vea (32)). Esto es un efecto negativo durante la utilización del giroscopio de acuerdo a su función primordial. Pero, el mismo arreglo (un dispositivo de tipo giroscopio óptico) puede servir en la medición de campos magnéticos y corrientes. Al medir la dispersión inversa en una fibra óptica el giro del plano de polarización de la luz dispersada se duplica, formándose de giros en la propagación directa y en el esparcimiento inverso. Esto se utiliza también en las mediciones magnéticas.

La comparación de los valores de la constante de Verdet para  $\lambda = 633 \text{ nm}$  en muestras masivas de  $\text{SiO}_2$  ( $V = 4.68 \cdot 10^{-6} \text{ rad/A}$ ) y en la fibra óptica del mismo material ( $V = [4.50-4.53] \cdot 10^{-6} \text{ rad/A}$ ) demuestra que el efecto de Faraday en la fibra óptica es más débil. Esto se explica por la presencia de birrefringencia no controlable en la fibra óptica.

### 3.2. Los efectos de Voigt y Cotton-Mouton

Los efectos de Voigt y Cotton-Mouton son consecuencia de la diferencia entre los índices de refracción  $n_s$  y  $n_p$  para luz polarizada, respectivamente, perpendicular y paralelamente a las líneas de fuerza del campo magnético de las sustancias cuyas líneas espectrales de absorción sufren desdoblamiento Zeeman. El efecto de Voigt se observa en los sólidos y el efecto de Cotton-Mouton en los líquidos. La cantidad  $n_p$  no depende del campo magnético, mientras que  $n_s = 0.5 (n_+ + n_-)$ , donde  $n_+$  y  $n_-$  son las componentes de refracción para las componentes de Zeeman de la línea espectral. La magnitud del efecto, es decir de la birrefringencia, se determina por la diferencia  $n_s - n_p$ . Cuando la frecuencia de la luz  $\nu$  está lejos del triplete de Zeeman, la diferencia de fase de las dos polarizaciones se expresa:

$$\sigma = \frac{2\pi l}{C} (n_s - n_p) = 2\pi C l H^2, \quad (40)$$

donde  $C$  es la constante de Voigt, y en el caso de líquidos es la constante de Cotton-Mouton.

Al contrario de lo sucedido con el efecto de Faraday, aquí los efectos de primer orden en la birrefringencia magnética se destruyen mutuamente debido a la presencia de dos componentes de Zeeman perpendiculares, simétricamente desplazadas cuya influencia total es igual al efecto de la componente paralela. Por esto el efecto de Voigt se observa sólo cerca de las líneas de absorción claramente manifiestas, lo que es característico, por ejemplo, para las sales de elementos de tierras raras. La constante  $C$  es inversamente proporcional a la temperatura y depende de la naturaleza de la sustancia y de la frecuencia de la luz:

$$C = \frac{R}{n(\nu - \nu')^3}, \quad (41)$$

donde  $R$  es la constante que describe a la sustancia. Para los vidrios y los líquidos  $C \approx 10^{-14} \dots 10^{-15} \text{ m/A}^2$  en el rango de  $\lambda = 500 \dots 600 \text{ nm}$ . Se puede ver que los efectos cuadráticos son pequeños y su aplicación se dificulta para la transformación magneto-óptica directa en la fibra óptica.

El intervalo de frecuencias de la transformación magneto-óptica está limitado por la inercia de la magnetización de la sustancia a lo largo del rayo luminoso. En el caso general esto se determina no sólo por las propiedades de la sustancia y la forma del volumen magnetizado, sino también por las características de frecuencia del sistema de magnetización. En el caso del efecto de Faraday en los dia- y paramagnéticos el rango de frecuencia, de medición, puede alargarse hasta cientos de MHz. En los ferromagnéticas el rango de frecuencia es más pequeño.

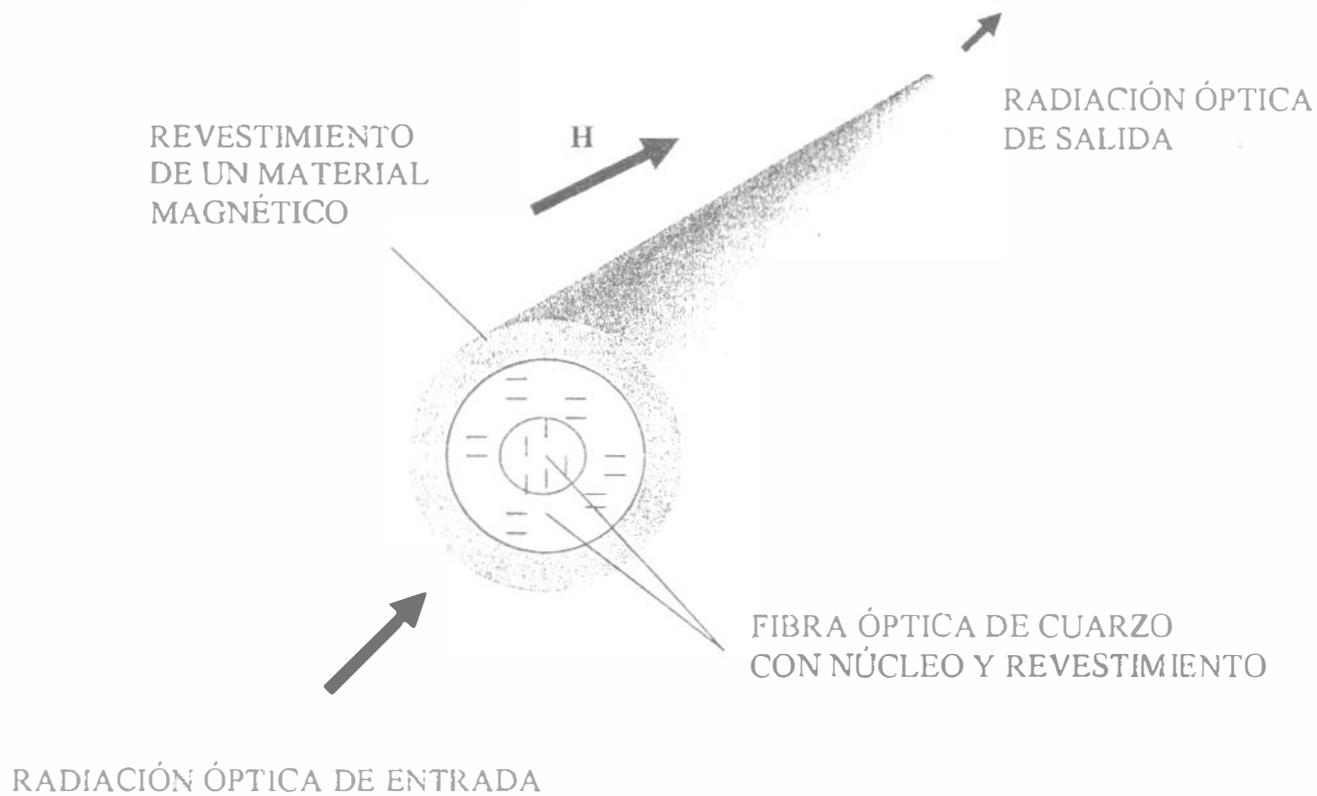
## 4. La magnetostricción en los sensores de fibra óptica

Como base para la aplicación de la magnetostricción en la transformación magneto-óptica sirve el principio de variación de las características del conducto óptico debido a la acción mecánica sobre él causada por una deformación por magnetostricción del material. La magnetostricción no pertenece directamente a los fenómenos magneto-ópticos pero su amplia utilización en la fibra óptica puede servir como justificación para su análisis en la misma sección de los efectos magneto-ópticos.

El revestimiento de la fibra óptica con materiales que muestran la magnetostricción se propuso para el registro de los campos magnéticos. Las causas de la modificación de la longitud óptica de la fibra óptica son las mismas que cuando se ejerce presión sobre ella. La diferencia consiste en que para el alargamiento y la compresión de la fibra óptica se utiliza un revestimiento metálico más no polimérico (Fig. 12). Supongamos que la fibra óptica está cubierta de un revestimiento con la propiedad de magnetostricción, entonces su alargamiento en un campo relativamente intenso:

$$u_3 = \frac{\Delta L}{L_0} = \lambda_m H^{1/2}, \quad (42)$$

donde  $\lambda_m \approx 10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ (m/A)}^{1/2}$  es el coeficiente de magnetostricción. El alargamiento (42) depende del campo no linealmente. Para linealizar la respuesta se emplea el desplazamiento (pedestal) magnético  $\mathbf{H}_0$  que se escoge de acuerdo a la mayor sensibilidad. Sea  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$  donde



**Figura 12.** Uso de magnetostricción en un sensor de fibra óptica.

$\mathbf{H}_1$  es el campo medido correspondiente a la pequeña contribución  $u_3'$ . Considerando que en un material isotrópico  $u_3$  es función de  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}$ ,  $u_3'$  se puede escribir como:

$$u_3' = \frac{\lambda_m \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{H}_1}{|\mathbf{H}_0|^{3/2}}. \quad (43)$$

Así, en la cercanía del punto  $\mathbf{H}_0$ , de (43) se deduce que

$$u_3 = u_3^0 + u_3' = \lambda_m H_0^{1/2} + \frac{\lambda_m H_1}{2H_0^{1/2}}. \quad (44)$$

En la fibra óptica con revestimiento de níquel con  $\mathbf{H}_0 = 250 \text{ A/m}$ ,  $\lambda_m \approx -10^{-4} (\text{m/A})^{1/2}$  y si  $\mathbf{H}_1$  se expresa en A/m, entonces de (44) se obtiene

$$u_3' \approx -3.24 \times 10^{-7} H_1. \quad (45)$$

Se considera que en una fibra óptica revestida del tipo como se ilustra en la Fig. 5 el área de la sección transversal del recubrimiento que tiene la propiedad de magnetostricción es mucho mayor que el área de la sección de una fibra óptica de cuarzo. Además, las deformaciones de la fibra óptica coinciden con las deformaciones del revestimiento,  $u_3$ . Bajo la magnetostricción el cambio de volumen casi no ocurre, por lo que

$$2u_1 + u_3 = 0, \quad (46)$$

donde  $u_1 = u_2$  son las componentes de la deformación transversal. De (46) se deduce que en las direcciones radiales la fibra óptica se deforma según la cantidad  $u_1 = -u_3/2$ . El retraso total de fase provocado por el campo  $\mathbf{H}_1$  está determinado por la variación:

$$\Delta \left[ \frac{1}{n^2} \right]_i = p_{ikl} u_{kib} \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (47)$$

Asumiendo  $u_1 = u_2$ ,  $u_4 = u_6 = 0$ , y también reemplazando  $kl$  como en (13), podemos escribir:

$$\Delta \left[ \frac{1}{n^2} \right]_{1,2} = (p_{11} + p_{12})u_1 + p_{12}u_3, \quad (48^a)$$

$$\Delta \left[ \frac{1}{n^2} \right]_3 = 2p_{12}u_1 + p_{11}u_3. \quad (48^b)$$

De (48a, b) se deduce que los índices de refracción para las direcciones de los ejes 1, 2, 3 son

$$n_1 = n_2 = n_0 - \frac{n^3}{2} [(p_{11} + p_{12})u_1 + p_{12}u_3], \quad (49^a)$$

$$n_3 = n_0 - \frac{n^3}{2} [2p_{12}u_1 + p_{11}u_3]. \quad (49^b)$$

La luz que se propaga por la fibra óptica está polarizada transversalmente, por eso experimentará un retraso de fase debido sólo al cambio del índice de refracción en las direcciones transversales:

$$\Delta n_1 = \Delta n_2 = -\frac{n^3}{2} [(p_{11} + p_{12})u_1 + p_{12}u_3], \quad (50)$$

y un alargamiento geométrico  $u_3$  de la fibra óptica. Despreciando la dispersión de modos y tomando en cuenta (42) se puede escribir, semejantemente a (17),

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi L}{\lambda} \left[ \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n}{n} \right] = \\ &= \frac{2\pi n L}{\lambda} \left\{ u_3 - \frac{n^2}{2} [(p_{11} + p_{12})u_1 + p_{12}u_3] \right\}. \end{aligned} \quad (51)$$

Tomando el valor de los coeficientes de Pockels, para un revestimiento de níquel y considerando (45) podemos escribir que  $\Delta\phi = -2.74 \cdot 10^{-6} (L/\lambda)H_1$  y para  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ,  $\Delta\phi = -2.74 LH_1$ . Aquí la fase está dada en radianes, el campo en A/m y la longitud de la fibra óptica en metros.

Arriba se asumía que el revestimiento de un material que muestra la magnetostricción es suficientemente grueso. La respuesta magnética se reduce al usar revestimientos metálicos delgados de la fibra óptica. Esto exige, por ejemplo, que los recubrimientos de níquel y sus aleaciones deban tener un grosor no menor que  $10 \mu\text{m}$  para la fibra óptica de cuarzo de un diámetro de  $100 \mu\text{m}$  a fin de lograr el mismo alargamiento por magnetostricción como en una muestra masiva sin cargas. Frecuentemente, las fibras ópticas se pegan con tiras o tubos de materiales con magnetostricción que se alargan en el campo magnético.

Otro enfoque en la utilización de la magnetostricción durante una transformación magneto-óptica consiste en que la fibra óptica se enrolla densamente sobre un núcleo masivo con

magnetostricción cuya deformación cambia la fase o la polarización de la luz en la salida del tramo sensor de la fibra óptica.

El rango de frecuencias de la transformación magneto-óptica tiene un límite de varias decenas de kHz cuando se utilizan los métodos de magnetostricción.

## 5. Efectos electro-ópticos

Bajo la acción de un campo eléctrico los efectos electro-ópticos causan cambios en las propiedades ópticas del medio. La birrefringencia es provocada por los efectos de Kerr y Pockels, y en los cristales líquidos (donde es especialmente manifiesta) es inducida por efectos de orientación.

### 5.1. El efecto de Kerr

El efecto de Kerr (efecto electro-óptico cuadrático) consiste en el surgimiento de birrefringencia en sustancias ópticamente isotrópicas (líquidos, vidrios, cristales con centro de simetría) por la acción de un campo eléctrico homogéneo. La anisotropía del medio inducida por el campo eléctrico origina una diferencia en los índices de refracción  $n_e$  y  $n_o$  de las componentes extraordinaria y ordinaria del haz luminoso, polarizadas respectivamente a lo largo y

perpendicularmente al campo. Durante la observación del efecto de Kerr el campo eléctrico se aplica en dirección perpendicular a la de propagación de la luz. Por eso en la fibra óptica el campo es orientado perpendicularmente a su eje. La magnitud del cambio de fase inducido por el campo eléctrico  $E$  bajo el efecto de Kerr es

$$\delta = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_e - n_o) = 2\pi B l E^2, \quad (52)$$

donde  $l$  es la longitud del camino recorrido por el rayo en el medio sometido a un campo eléctrico  $E$ ,  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz en el vacío,  $B$  es la constante de Kerr. A veces la cantidad  $K = B\lambda/n$ , donde  $n$  es el índice de refracción del medio en ausencia del campo, se llama constante de Kerr. El significado físico de esta notación consiste en que para un campo de intensidad unitaria  $K = (n_e - n_o)/n$ . En presencia de dispersión que a menudo crece al disminuir  $\lambda$ ,  $B$  puede ser positivo y negativo dependiendo de la temperatura. Su valor está en el intervalo de  $1.41 \cdot 10^{-9} \text{ m/V}^2$  para nitrobenzono y hasta  $-0.4 \cdot 10^{-14} \text{ m/V}^2$  para éter etílico. Para la fibra óptica  $B = 5.3 \cdot 10^{-10} \text{ m/V}^2$  a una temperatura de  $23 \text{ }^\circ\text{C}$  y con un coeficiente de temperatura  $+0.56 \text{ } \%/^\circ\text{C}$  en el intervalo de  $23$  a  $88 \text{ }^\circ\text{C}$ .

El efecto de Kerr tiene poca inercia (tiempo de relajación  $\sim 10^{-11} \dots 10^{-12}$  seg.). En los sólidos el verdadero efecto de Kerr es apantallado por la electrostricción la cual es también cuadrática en el campo. Sin embargo el tiempo de relajación en este caso resulta ser considerablemente grande. El rango de frecuencias de los sensores de fibra óptica basados en el efecto de Kerr, como regla, está limitado por la inercia (parámetros eléctricos reactivos parásitos) del sistema electromagnético de aplicación del campo. Por la pequeñez del efecto de

Kerr, éste es utilizado en la medición de intensidades grandes de campo eléctrico y altas tensiones eléctricas.

## 5.2. El efecto de Pockels

El efecto de Pockels (efecto electro-óptico lineal) consiste en un cambio en el índice de refracción de la luz proporcional al campo eléctrico a que se someten los cristales. Como consecuencia, en los cristales surge la birrefringencia o cambia su magnitud (Fig. 13). El efecto de Pockels se observa sólo en los materiales piezo-eléctricos. Esto significa, en particular, que la transformación electro-óptica con el efecto de Pockels no es realizable directamente en una fibra óptica de vidrio (la transformación es posible con el efecto de Kerr).

Los cambios del medio bajo el efecto de Pockels se pueden describir a través de la variación lineal de las componentes de la indicatriz del índice de refracción  $(1/n^2)_i$  la cual es debida a la acción de un campo eléctrico arbitrario  $\mathbf{E}(E_j)$

$$\Delta n \left[ \frac{1}{n^2} \right]_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j, \quad i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, 3, \quad (53)$$

donde  $r_{ij}$  son los elementos de la matriz de los coeficientes electro-ópticos. Su dimensión es  $6 \times 3$  y su tipo está determinado por el grupo de simetría del cristal. El grupo determina cuales de los 18 coeficientes  $r_{ij}$  son iguales a cero y que relación hay entre los restantes.

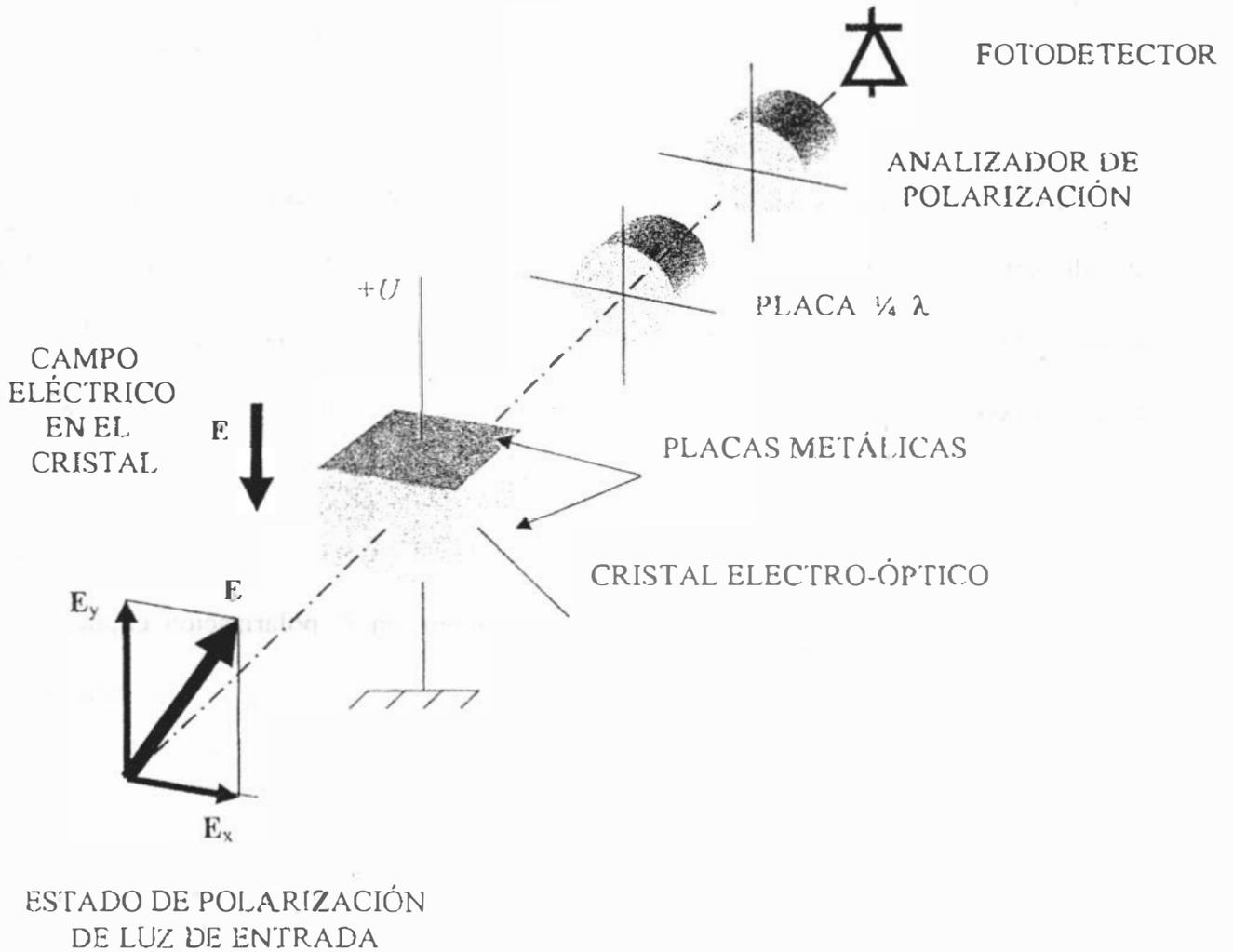


Figura 13. Ilustración del efecto de Pockels.

Los materiales con mayor perspectiva para su utilización en los sensores de fibra óptica son los materiales cúbicos con estructura de silenita:  $Bi_{12}SiO_{20}$  y  $Bi_{12}GeO_{20}$ . En ellos se manifiesta el efecto electro-óptico longitudinal y tienen una resistencia específica relativamente grande, y una dependencia débil de la temperatura en los coeficientes electro-ópticos. En esos materiales no existe la birrefringencia lineal natural lo que facilita la elección del elemento sensor para la fibra óptica.

Sin embargo, el efecto de Pockels en los materiales cúbicos con estructura de silenita tiene una serie de particularidades. En primera, él se realiza bajo las condiciones de una actividad óptica considerable. En segunda, para determinadas orientaciones es acompañado por el efecto de electro-giro. El coeficiente electro-óptico  $r_{41} = 4.35 \cdot 10^{-12}$  m/V en la longitud de onda  $\lambda = 870$  nm y la actividad óptica  $\alpha = 10.5$  grad/mm. Por eso, incluso para una longitud del cristal en la dirección del rayo cercana a 1 mm, la actividad óptica no debe ser despreciada: la luz polarizada linealmente a la entrada del cristal inevitablemente adquiere en él polarización elíptica. Esta situación causa una dependencia funcional no lineal de la modulación de la polarización aún en campos eléctricos relativamente débiles.

El electro-giro consiste en un cambio de la actividad óptica en el cristal bajo la acción del campo eléctrico. La medida del efecto es la variación de la rotación específica del plano de polarización de la luz. En el caso general:

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda n_0} g_{ij} l_i l_j, \quad (54)$$

donde  $g_{ij}$  es un elemento del tensor de giro,  $l_{ij}$  son los cosenos direccionales de la normal de la onda.

Debido a la isotropía de los materiales cúbicos con estructura de silenita en ausencia del campo  $g_{ij} = g_0$ . El tensor de giro puede ser escrito como un desarrollo de potencias del campo de la parte imaginaria del tensor de la función dieléctrica:

$$g_{ij} = g_{ij}^0 + \gamma_{ijk} E_k + \dots, \quad (55)$$

donde  $\gamma_{ijk}$  es el tensor de electrogiro. En los materiales cúbicos con estructura de silenita  $\gamma_{ijk}$  se determina por una sola constante  $\gamma = \gamma_{41} = \gamma_{52} = \gamma_{63}$ . Orientando el campo externo a lo largo del eje cristalográfico [001] se puede lograr que los cosenos direccionales sean iguales a cero en  $\gamma_{ijk}$  sin que el electrogiro aparezca.

Al orientar el campo a lo largo del eje [001] y el rayo luminoso en la dirección [110], el efecto de Pockels electro-óptico es acompañado por el efecto de electrogiro y además:

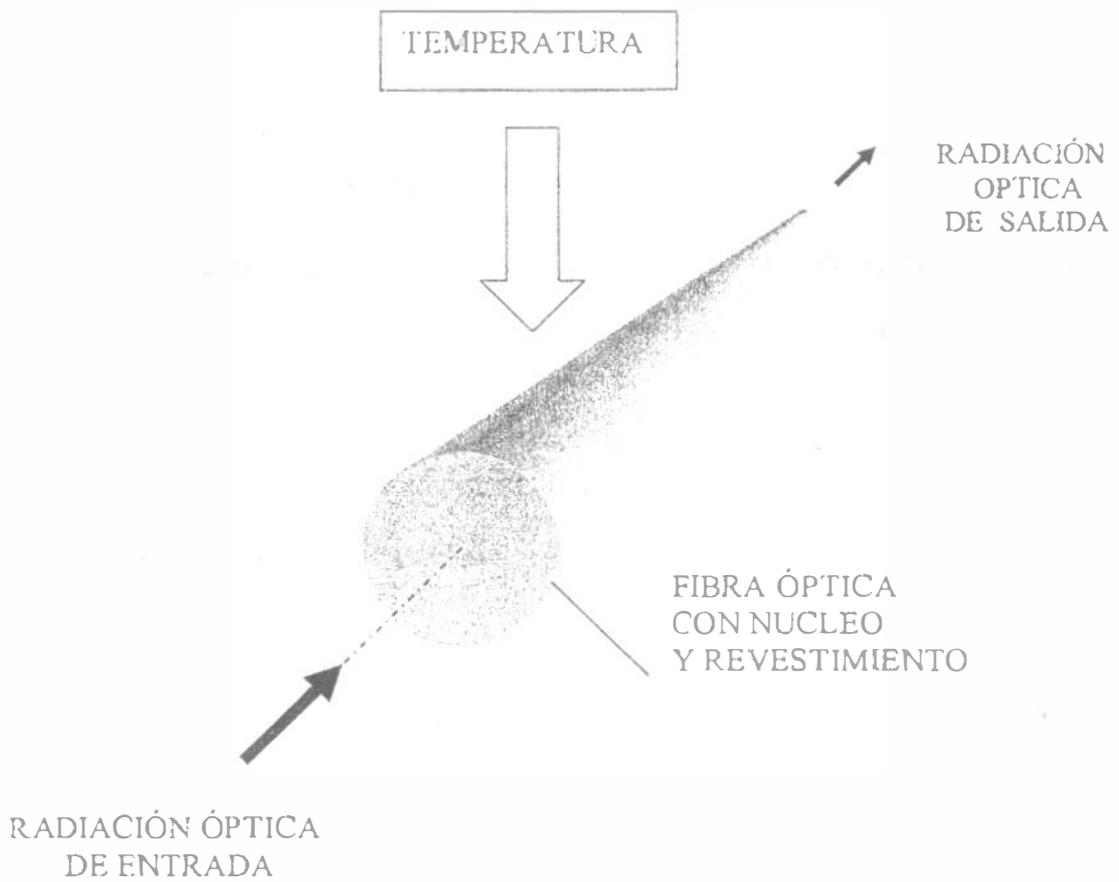
$$O(E) = O^0 + \frac{\pi}{\lambda n_0} \gamma \cdot E. \quad (56)$$

En esta configuración se realizaron mediciones de la magnitud del electrogiro. El valor experimentalmente encontrado del coeficiente lineal del efecto electro-óptico en  $Bi_{12}SiO_{20}$  para  $\lambda = 757$  nm es  $r_{41} = (4.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-12}$  m/V. Mientras tanto, el valor promedio del coeficiente de electrogiro es  $\gamma_{41} = (2.0 \pm 0.1) \cdot 10^{-12}$  m/V.

Los valores de la constante del efecto de Pockels  $r_{41}$  y de la constante del efecto de giro  $\gamma_4$  coinciden en orden de magnitud, pero la contribución del electrogiro en el cambio de polarización de la luz es dos órdenes de magnitud menor que la del efecto de Pockels. En consecuencia,  $Bi_{12}SiO_{20}$  puede servir en las mediciones de campos eléctricos. Las distorsiones, introducidas por efectos indeseables, pueden disminuirse hasta ser despreciables. Gracias al efecto de Pockels la respuesta de los sensores de fibra óptica será lineal con respecto al campo eléctrico.

## 6. Sensibilidad física de temperatura de las fibras ópticas

La longitud óptica de la fibra óptica depende de la temperatura. Esta dependencia juega un papel positivo en los sensores de fibra óptica físicos de temperatura (Fig. 14), sin embargo, en los sensores de fibra óptica basados en otras cantidades físicas ella causa considerables fluctuaciones parásitas de la fase. Se sabe que la sensibilidad física de temperatura de las fibras ópticas depende fuertemente de su diseño. Los métodos exactos propuestos para el cálculo de la dependencia de la longitud óptica de la fibra óptica en función de la temperatura pueden aplicarse en las fibras ópticas concretas con consideraciones esenciales debido a las notables desviaciones del diseño ideal cuyos parámetros se usan en el cálculo. Por eso, sólo las mediciones experimentales ofrecen datos confiables para la sensibilidad física de temperatura de la fibra óptica con un diseño específico.



**Figura 14.** Efecto de la temperatura sobre la fase de la radiación que tiene su propagación en una fibra óptica monomodo.

Es natural expresar la sensibilidad física de temperatura de las fibras ópticas,  $\theta$ , por medio de la variación relativa de la fase de la luz  $\Delta\phi/\phi$  entre la variación de la temperatura  $\Delta T$  o en su forma diferencial a través de la derivada  $d\phi/dT$ :

$$\theta = \frac{\Delta\phi}{\phi\Delta T} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial T} \quad (57)$$

Aquí  $\phi = \beta l = k_0 n l$  es el cambio de fase de la onda de luz en la fibra óptica,  $\beta$  es la constante de propagación,  $k_0$  es el número de onda de la luz en el vacío,  $n$  es el índice de refracción del núcleo guíaonda,  $l$  es la longitud de la fibra óptica.

La dependencia de la fase como función de la temperatura se debe al cambio notorio de las dimensiones geométricas de la fibra óptica (de longitud  $dl/dT$  y de radio  $da/dT$ ) junto con la variación de la constante de propagación  $d\beta/dT$ . Esta última cambia no sólo gracias a la dependencia del índice de refracción de la temperatura, sino también por las tensiones térmicas. Para una comparación burda de las contribuciones de diferentes mecanismos de la sensibilidad física de temperatura se pueden emplear los datos de las tablas para el cuarzo fundido. En la longitud de onda  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $n = 1.46$ ,  $(dl/dT)/l = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , mientras que  $(dn/dT)_\rho = 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ ,  $\rho$  es la densidad específica del material, y la variación del diámetro de la fibra óptica afecta poco a la fase de la luz.

La sensibilidad física de temperatura de la fibra óptica puede ser expresada a través de sus parámetros: las constantes fotoelásticas de Pockels  $p_{11}$  y  $p_{12}$ , la densidad  $\rho$  y las deformaciones radial  $u_r$  y longitudinal  $u_z$ :

$$\theta = \frac{1}{n} \left[ \frac{\partial n}{\partial T} \right]_{\rho} + \frac{1}{\Delta T} \left\{ u_z - \frac{\pi^2}{2} [(p_{11} + p_{12})u_r + p_{12}u_z] \right\}, \quad (58)$$

El término  $u_z/\Delta T$  en (58) es la contribución de la variación de la longitud en la sensibilidad física de temperatura, mientras que los otros términos describen la influencia de la temperatura sobre el índice de refracción  $n$ , la cual se manifiesta por medio del mero cambio de éste debido a la temperatura y del efecto fotoelástico.

Las fórmulas (58) y (18) son muy parecidas a excepción del término de temperatura  $(dn/dT)_{\rho}/n$  y de que la causa primaria del cambio en la longitud óptica de la fibra óptica es el cambio de temperatura mas no la presión externa.

La sensibilidad física de temperatura de la fibra óptica se calcula según la fórmula (58) con la utilización de un esquema análogo al del cálculo de la sensibilidad piezo-física de fibra óptica. Las tensiones se buscan en forma de soluciones de Lamé (19-21) complementadas con las correspondientes condiciones de frontera. La distribución de la temperatura en todo el volumen de la fibra óptica se considera uniforme. Esto significa que el cálculo se efectúa para un cambio de temperatura estacionario o muy lento y las deformaciones locales causadas por el cambio de temperatura  $\Delta T$  se consideran iguales al producto  $\alpha_i \Delta T$ , donde  $\alpha_i$  es el coeficiente de expansión lineal de la  $i$ -ésima capa concéntrica de la fibra óptica.

Los resultados de la sensibilidad física de temperatura de la fibra óptica en comparación con los datos medidos se muestran en la Tabla 7. De éstos se ve que los recubrimientos poliméricos secundarios incrementan notablemente la dependencia de la fase de la fibra óptica

como función de la temperatura. Un aumento más débil de la sensibilidad física de temperatura en comparación con el calculado para un revestimiento plástico fluorado está relacionado con el "resbalamiento" entre el recubrimiento fuertemente alargado y el núcleo de cuarzo que débilmente se alarga. De esta relación entre el cálculo y el experimento, observada también para revestimientos poliacrílicos, se deduce que el resbalamiento es causado por la capa amortiguadora de plástico empleado (elastómero de silicón).

El cálculo de la respuesta dinámica de la fase en fibra óptica a las variaciones rápidas de temperatura se comprobó experimentalmente: en fibra óptica sin revestimiento los cambios de fase siguen a las variaciones de temperatura con tiempos característicos menores que 1 mseg. El revestimiento incrementa la termoinercia de la fibra óptica: con revestimiento polimérico de diámetro externo 5-7 veces mayor que el del núcleo de cuarzo los cambios de fase medibles dejan de seguir a las variaciones de temperatura que ocurren con tiempos característicos de centenas de mseg. El rango de frecuencias de las fluctuaciones de la fase alcanzó algunos kHz al utilizar fibra óptica sin revestimiento.

**Tabla 7**  
Sensibilidad física de temperatura de guíasondas de fibra óptica

No. p/o	Revestimiento		Sensibilidad física de temperatura, $10^{-5}K^{-1}$	
	Primario	Secundario	Cálculo	Experimento
Guía de onda bicapa				
1	-	-	0.70	0.56
2	Laca de poliamido	-	1.5	1.3
3	Laca de poliamido	Poliamido	80	60-90
4	Elastómero de silicón	Teflón	40-80	50
5	Elastómero de silicón	Laca de poliacrilato	80	55
Guía de onda tricapa				
6	Laca de poliamido	-	1.5	1.7
7	Laca de poliamido	Poliamido	80	50-80

# Bibliografía



## Textos avanzados:

- M. Born, E. Wolf, *Principles of optics*, Pergamon Press, 1965, 1980, 1989. El tratamiento teórico sistemático y profundo de la teoría electromagnética de propagación, interferencia y difracción de la luz.
- A. Nussbaum, R. Phillips, *Optics for scientists and engineers*, Prentice Hall Inc., 1976. El texto profundo que cubre diferentes temas de óptica.
- F. G. Smith, J. H. Thomson, *Optics*, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons Ltd., 1980. El tratamiento de óptica y la interacción de la luz con la materia.
- S. G. Lipson, H. Lipson, *Optical Physics*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, 1981. El tratamiento clásico de la interacción de la luz con la materia.
- M. Garbuny, *Optical Physics*, Academic Press, 1965. El texto sobre interacción de las ondas electromagnéticas con la materia, de punto de vista de la física atómica.
- A. Yariv, *Optical electronics*. Sanders College Pub., 1991. Uno de los textos más profundos sobre opto electrónica.

G.1 908086

## Textos generales:

- *Optics – an introduction for students of engineering*, J. W. Blaket, W. H. Rosenblum, Macmillan Pub. Co., 1993. Texto introductorio adecuado para estudiantes de diferentes carreras en ingeniería.
- *Óptica*, E. Hecht, A. Zajac. Versión en Español de D. Malacara, Addison-Wesley Iberoamericana, 1986. Texto general sobre la óptica geométrica, guías de onda óptica etc.
- *Handbook of optics* / W. G. Driscoll, W. Vaughan, Eds., McGraw-Hill, 1978. Manual de óptica.

## Temas particulares:

- Y. Namihira, "Optoelastic constant in single mode optical fibers," *J. Lightwave Technol.*, vol. 3, no. 5, pp. 1078-1083 (1985).
- L. Flax, J. H. Cole, P. P. DePaula, J. A. Bucaro, "Acoustically induced birefringence in optical fibers," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72, no. 9, pp. 1159-1162 (1982).
- A. Minchenko, Yu. Kravtsov, "Fiber-optic sensors," *Proceedings SPIE*, vol. 473, pp. 164-168 (1984).
- T. G. Giallorenzi, J. A. Bucaro, A. Dandridge et al., "Optical fibre sensor technology," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 23, no. 23, pp. 4212-4217 (1982).
- D. C. Marvin, N. A. Ives, "Wide range fiber-optic strain sensor," *Appl. Opt.*, vol. 26, no. 23, pp. 4212-4217 (1984).
- N. Lagakos, J. A. Bucaro, "Minimizing temperature sensitivity of optical fibers," *Appl. Opt.*, vol. 20, no. 19, pp. 3276-3278 (1981).
- P. R. Forman, F. C. Jahoda, "Linear birefringence effects in fiber current sensors," *Appl. Opt.*, vol. 27, no. 15, pp. 3088-3096 (1988).
- L. Li, J. R. Qian, D. N. Payne, "Current sensors using highly birefringent bow-tie fibers," *Electron. Lett.*, vol. 22, no. 21, pp. 1142-1144.
- R. P. Tatam, D. C. Hill, J. D. C. Jones, D. A. Jackson, "All fiber-optic polarization state azimuth control: application to Faraday rotation," *J. Lightwave Technol.*, vol. 6, no. 7, pp. 1171-1176 (1988).
- A. Yariv, H. V. Winsor, "Proposal for detection of magnetic fields through magnetostrictive perturbation of optical fibers," *Opt. Lett.*, vol. 5, no. 3, pp. 87-89 (1980).

- F. Bucholtz, K. P. Koo, G. H. Siegel, A. Dandridge, " *J. Lightwave Technol.*, vol.3, no. 4, pp. 814-817 (1985).
- B. J. White, J. P. D. Lloyd, G. Bobb *et al.*, "Optical-fiber thermal modulator," *J. Lightwave Technol.*, vol. 5, no. 9, pp.1169-1175 (1987).
- G. F. McDearmon, "Theoretical analysis of the minimization of the temperature sensitivity of a coated optical fiber in a fiber-optic polarimeter," *J. Lightwave Technol.*, vol. 8, no. 1, pp. 51-55 (1990).
- R. H. Stolen, A. Ashkin, "Optical Kerr effect in glass waveguide," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 22, no. 3, pp. 294-296 (1973).
- M. C. Farries, A. J. Rogers, "Temperature dependence of the Kerr effect in a silica optical fibre," *Electron. Lett.*, vol. 19, no. 21, pp. 890-891 (1983).

Esta obra se terminó de imprimir  
en noviembre de 2002  
en el taller de imprenta del  
Departamento de Publicaciones  
de la Facultad de Ingeniería,  
Ciudad Universitaria, México, D.F.  
C.P. 04510

**Secretaría de Servicios Académicos**

El tiraje consta de 100 ejemplares  
más sobrantes de reposición.

APUNTE  
105

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



\*908086\*

G1.- 908086

## FACULTAD DE INGENIERIA

Coordinación de Bibliotecas

FECHA DE DEVOLUCION

EL LECTOR SE OBLIGA A DEVOLVER  
ESTE LIBRO ANTES DEL VENCIMIENTO  
DE PRESTAMO INDICADO POR EL SELLO

COLOCACION:

105

NUMERO DE ADQUISICION:

G1.-908086

FACULTAD DE INGENIERIA  
ESTE LIBRO NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA  
ENRIQUE RIVERO BORRELL