UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – TELECOMUNICACIONES

ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LAS NO-LINEALIDADES EN ESQUEMAS DE MULTIPLEXADO ESPACIAL DE INFORMACIÓN EN FIBRAS ÓPTICAS MULTIMODO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ING. ARIADNA ROSAS GONZÁLEZ

TUTOR
DR. DANIEL ENRIQUE CEBALLOS HERRERA
INSTITUTO DE INGENIERIA
UNAM

Ciudad Universitaria, México. Noviembre 2017.

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dra. Sánchez Pérez Celia Angelina
Secretario:	Dr. Gutiérrez Castrejón Ramón
Vocal:	Dr. Ceballos Herrera Daniel Enrique
1 er. Suplente:	Dr. Martynyuk Oleksandr
2 d o. Suplente:	Dr. Matías Maruri José María

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO

TUTOR DE TESIS:

DR. DANIEL ENRIQUE CEBALLOS HERRERA

_____

FIRMA

Le succès n'est pas la clé du bonheur. Le bonheur est la clé du succès. Si vous aimez ce que vous faites, vous réussirez.
Albert Schweitzer

A mi familia y seres amados.

Prólogo

El presente documento corresponde al trabajo de investigación realizado como proyecto de maestría el cual consistió en el análisis de los efectos no lineales en la propagación de señales en fibras ópticas multimodo, mediante un esquema de multiplexado espacial de información (*Spatial Division Multiplexing, SDM*).

El fin concreto de este trabajo reside en aportar una nueva perspectiva en relación a la manipulación de los mecanismos de propagación en fibra óptica multimodal para evitar que las señales multilongitud de onda como lo son los canales WDM (*Wavelength division multiplexing*) se degraden al ser propagados. A partir de ello se busca alcanzar una mayor capacidad de transmisión haciendo uso de los diferentes modos de propagación dentro de una fibra óptica multimodo.

Hipótesis

Es posible conocer el efecto de las no linealidades en fibras ópticas que presentan múltiples modos de propagación por medio del análisis numérico de la transmisión de pulsos en una fibra multimodal. En este caso se plantea una fibra óptica que soporta seis modos de propagación. Dicho análisis puede mostrar el impacto del acoplamiento entre los modos de propagación que coexisten en la fibra óptica, y en base a ello proponer alternativas que mejoren las señales cuya calidad se ve disminuida por efectos del acoplamiento y no linealidades.

Objetivos

El objetivo principal de este proyecto consiste en establecer los parámetros bajo los cuales se puede lograr una reducción de los efectos no lineales durante la transmisión de pulsos en fibras multimodales que soporten al menos 6 modos de propagación empleando multiplexado por división espacial de información.

Para lograr dicho objetivo ha sido necesario cumplir con los siguientes objetivos particulares:

1. Simular numéricamente la propagación de pulsos en fibras ópticas multimodales que soporten al menos 6 modos de propagación.

2. Analizar el impacto de las no linealidades Kerr, mezcla de cuatro ondas en la propagación y acoplamiento de los pulsos en la fibra óptica multimodal.

3. Proponer estructuras de fibras multimodales que permitan la transmisión masiva de datos por medio de los diferentes modos espaciales.

Este documento consta de cinco capítulos. El capítulo inicial presenta los conceptos básicos necesarios a tomar en cuenta para el correcto análisis de los efectos de propagación presentes en fibras multimodales. Igualmente se muestra el estado del arte correspondiente a la técnica de multiplexado espacial de información basado en fibras multimodo, dado que este representa el eje principal del presente proyecto.

El segundo capítulo comprende el desarrollo matemático que describe la propagación de pulsos ópticos en fibras monomodo y multimodo ejemplificando los efectos implícitos en la propagación conforme a la distancia, esto es con el objetivo de mostrar de manera más clara al lector los efectos de las no-linealidades en la propagación de pulsos en distintos tipos de fibras.

En el tercer capítulo se muestra el modelado de un sistema de comunicaciones, empleando fibra óptica multimodal para la transmisión de 10 canales WDM a través de cada modo de propagación en la fibra. El desarrollo mostrado se basa en los programas *VPI Photonics*® y *Matlab*®, tomados como herramienta para el desarrollo del proyecto; así como para la estructuración de los resultados obtenidos. Igualmente se presentan de manera sistemática los diferentes causales de degradación en las señales transmitidas (*dispersión, retraso y penalización en potencia*) en fibras multimodales con diferentes perfiles de índice de refracción.

Posteriormente en el cuarto capítulo se lleva a cabo el análisis de los resultados obtenidos mediante una comparativa entre fibras multimodales con diferente perfil de índice de refracción en el núcleo. Dicho análisis se presenta considerando la dispersión, retraso y penalización en potencia por separado.

Finalmente el quinto capítulo aborda las conclusiones. Estas comprenden el impacto de las no linealidades durante la propagación, así como algunas propuestas para disminuir el impacto negativo del acoplamiento modal y diversos factores que degradan la calidad de los canales transmitidos.

Agradecimientos

Agradezco a mi familia el apoyo constante y el creer en mi capacidad para continuar con mi preparación profesional. Agradezco profundamente cada una de las palabras de apoyo que me impidieron caer cuando la autoconfianza se veía mermada. Mi cariño y gratitud eterna a mis padres y hermanas por las lecciones enseñadas que me han hecho crecer mas allá de lo académico, y me han formado como persona. Atesoro cada enseñanza brindada de manera directa o indirecta, donde la fortaleza de cada uno de ustedes reluce al final.

Le doy las gracias a mis amigos por acompañarme durante la realización de este proyecto con su apoyo, muy especialmente a Diana Varela, Julio Augusto e Israel, no obstante, no me olvido del resto de personas que considero amigos y llevo en mi mente y corazón. Igualmente agradezco el apoyo de Julio César Cortés y sus palabras de aliento en la etapa final de esta tesis.

Le agradezco a mi tutor, Dr. Daniel Enrique Ceballos Herrera, por el tiempo, apoyo, y sobre todo por la paciencia y confianza puestas en mi persona para el desarrollo de este proyecto. Su gusto por el conocimiento y el saber me resulta alentador y objeto de admiración.

A los miembros del jurado por las observaciones realizadas y el tiempo dedicado a las mismas.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, así como a la Facultad e Instituto de Ingeniería, por darme la oportunidad de formar parte de ellos, lo cual me llena de orgullo y satisfacción.

Gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por la beca otorgada y al proyecto PAPIIT IA100616.

Índice general

1. Introducción **14**
1.1. Sistemas de comunicación vía fibra óptica 14
1.1.1. Descripción general 14
1.1.2. Conceptos básicos de fibras ópticas 14
1.2. Fibras ópticas multimodo (MMF) 18
1.2.1. Ecuación de onda general 18
1.2.2. Modos de propagación 19
1.2.3. Atenuación 25
1.2.4. Dispersión 28
1.2.5. Nolinealidades 30
1.3. Tendencias actuales para incrementar la capacidad de transmisión 34
1.3.1. Multiplexado por división de longitud de onda (WDM) 35
1.3.2. Multiplexado por división espacial (SDM) 36

2. Ecuación de propagación de pulsos **39**
2.1. Ecuación de onda temporal 39
2.1.1. Fibras Monomodo 40
2.1.2. Fibras Multimodo 43

3. Modelado de propagación de pulsos en MMF **48**
3.1. Estructura a modelar 48
3.2. Simulación de pulsos en MMF 51
3.2.1. Índice escalonado 51
3.2.2. Índice gradual 56

4. Análisis de resultados **61**
4.1. Constante de propagación normalizada 61
4.2. Retraso 62
4.3. Dispersión 62
4.4. Penalización en potencia por no linealidades 63

5. Conclusiones **65**
5.1. Influencia de las nolinealidades en la propagación de pulsos ópticos 65
5.2. Trabajo futuro 66

A. Ecuación de onda espacial y temporal **67**

B. VPI Photonics **71**

Índice de figuras

1.1. Sección transversal en fibras step-index y graded-index 15
1.2. Reflexión total interna 16
1.3. Apertura numérica y ángulo de aceptación (θ_a). 17
1.4. Modos transversales en fibras graded-index 17
1.5. Ejemplo 1, Modos de propagación LP01. 22
1.6. Ejemplo 2, Modos de propagación LP01, LP11. 23
1.7. Constante de propagación normalizada (b) respecto a la frecuencia normalizada (V) 24
1.8. Coeficientes de atenuación en FO monomodo y multimodo. 26
1.9. Efecto *Rayleigh scattering* 27
1.10. Pérdidas por curvatura en fibras ópticas 27
1.11. Ensanchamiento de pulsos ópticos 28
1.12. Dispersión modal. 29
1.13. Dispersión por modo de polarización (PMD). 30
1.14. Mezclado de cuatro ondas (FWM). 33
1.15. Sección transversal de diferentes tipos de Fibras Ópticas 34
1.16. Esquema básico de un sistema WDM 36
1.17. Esquema de un sistema de transmisión SDM basado en MIMO DSP [1]. . . 37

2.1. Ejemplo, Propagación en FO monomodo 42
2.2. Ejemplo, Propagación en FO multimodo 46
2.3. Esquema modo LP_{11} 47

3.1. Sistema de transmisión SDM con canales WDM. 49
3.2. Sistema de transmisión en *VPI Photonics*® 50
3.3. Perfil de índice de refracción Step-Index 51
3.4. Potencia normalizada de los modos LP en fibra Step-Index 52
3.5. Espectro optico de una señal WDM en FO Step-Index 52
3.6. Constante de propagación normalizada en FO Step-Index. 53
3.7. Sistema de transmision de pulsos a $\lambda = 1550nm$. 54
3.8. Retardo de grupo en una fibra optica Step-Index 54
3.9. Dispersión en una fibra optica Step-Index 55
3.10. Esquema de diferencia de potencia (ΔP) en el modo fundamental en FO Step-Index 56
3.11. Diferencia de potencia en FO Step-Index 56
3.12. Perfil de índice de refracción Graded-Index 57
3.13. Potencia normalizada de los modos LP en fibra Graded-Index. 57
3.14. Espectro óptico de una señal WDM en FO Graded-Index. 57
3.15. Constante de propagación normalizada en FO Graded-Index. 58
3.16. Retardo de grupo en una fibra óptica Graded-Index 58

3.17. Dispersion en fibra óptica Graded-Index. 59
3.18. Diferencia de potencia en FO Graded-Index 59

B.1. Transmisor de pulsos. 71
B.2. Multiplexor. 72
B.3. Combiner-Splitter. 72
B.4. Fibra óptica multimodo. 73
B.5. SolverFiberMM 73
B.6. Analizador de señales. 74

Índice de cuadros

1.1. Ejemplo 1. Cálculo de modos mediante las funciones de Bessel 22
1.2. Ejemplo 2. Cálculo de modos mediante las funciones de Bessel 23

2.1. Ejemplo. Modo LP_{01}, propagación en una SMF 43
2.2. Ejemplo. Modo LP_{01}, propagación en una MMF 46
2.3. Ejemplo. Modo LP_{11a}, propagación en una MMF 46
2.4. Ejemplo. Modo LP_{11b}, propagación en una MMF 47

3.1. Parámetros de simulación de sistema SDM. 50
3.2. Frecuencias de canales WDM en simulación. 51

4.1. Penalización en potencia máxima. 63
4.2. Penalización en potencia mínima. 64

B.1. Tx de pulsos. 71
B.2. Fibra óptica multimodo. 73
B.3. SolverFiberMM. 74

Acrónimos

BER	Bit Error Rate
CMF	Coupled Mode Fiber
DEMUX	Demultiplexer
DGD	Differential Group Delay
DSP	Digital Signal Processing
EDFA	Er-doped Fiber Amplifiers
FMF	Few Mode Fiber
FO	Fiber Optic
FWHM	Full Width at Half Maximum
FWM	Four Wave Mixing
HCF	Hollow Core Fiber
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ITU	International Telecommunication Union
LED	Light Emitting Diode
LP	Linearly Polarized
MCF	Multicore Fiber
ME	Manakov Equations
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MMF	Multimode Fiber
MUX	Multiplexer
MSF	Micro-structured Fibers
NA	Numerical Aperture
NLSE	Coupled nonlinear Schrodinger Equations
OADM	Optical Add-Drop Multiplexer
OSA	Optical Signal Analyzer
OXC	Optical cross-connect
PMD	Polarization Mode Dispersion
PRBS	Pseudorandom Binary Sequence
WDM	Wavelength Division Multiplexing
SBS	Stimulated Brillouin Scattering
SDEMUX	Spatial Demultiplexer
SDM	Spatial Division Multiplexing

SMF	Single-Mode Fiber
SMUX	Spatial Mode Multiplexer
SPM	Selph Phase Modulation
SRS	Stimulated Raman Scattering
UMF	Uncoupled Mode Fiber
XPM	Cross Phase Modulation

Análisis del impacto de las no-linealidades en esquemas de multiplexado espacial de información en fibras ópticas multimodo

Resumen

El interés en esquemas de multiplexado espacial de información (SDM) empleando fibras multimodo radica en la posibilidad de profundizar en un área de conocimiento que se posiciona como una opción latente para incrementar la capacidad de transmisión en los actuales sistemas de comunicación ópticos.

El presente proyecto se basa en el estudio de la propagación de canales WDM a través de cada modo en una fibra óptica multimodal que soporta 6 modos LP. El propósito es conocer el impacto causado por no linealidades durante la transmisión, y a partir de los datos obtenidos poder proponer un mapa de diseño en fibras ópticas donde las afectaciones por no linealidades y diversos factores que repercuten en la calidad de las señales sean menores.

Analysis of the impact of nonlinear effects in spatial division multiplexing into multimode fibers

Abstract

The interest in Spatial Division Multiplexing (SDM) schemes using multimode fibers lies in the possibility of deepening in an area of knowledge that is positioned as a latent option to increase the transmission capacity in the current optical communication systems.

The present project is based on the study of the propagation of WDM channels through each mode in a multimode optical fiber that supports 6 LP modes. The purpose is to know the impact caused by nonlinearities during transmission, and from the data obtained can propose a design map in optical fibers where the effects by nonlinearities and various factors that affect the quality of the signals are smaller.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Sistemas de comunicación vía fibra óptica

Una de las aplicaciones más importantes y extensamente estudiadas de la fibra óptica es su uso en enlaces de comunicación. Un sistema de comunicación óptico consiste básicamente en un equipo transmisor, un receptor y un canal de transmisión. El transmisor emplea una fuente de luz, como un diodo láser, que es modulado por un circuito en base a la señal que se desea transmitir. De manera similar, el receptor consiste en un fotodetector que genera señales eléctricas de acuerdo con la energía óptica incidente, seguido por un amplificador óptico y una unidad de recuperación de señal.

En cuanto al canal de comunicación, es común el uso de fibras ópticas. A partir de ellas se transmite la luz modulada emitida por el láser que contienen la información codificada.

Entre la variedad de fuentes ópticas, los sistemas de comunicación basados en fibra óptica casi siempre usan fuentes de luz basadas en semiconductores, como diodos emisores de luz (LEDs) y diodos láser debido a las ventajas que proporcionan por sobre las otras. Dichas ventajas incluyen un tamaño compacto, alta eficiencia, y sobre todo la posibilidad de modulación directa a altas velocidades [2].

1.1.1. Descripción general

Los sistemas de comunicación óptica pueden ser clasificados de manera general en dos categorías dependiendo del tipo de canal o medio por el que está siendo transmitida la información, estas son: *guiado* y *no guiado*. En el caso de sistemas de comunicación óptica en un medio no guiado, el haz de luz emitido por el transmisor se propaga en el espacio. Dentro de la propagación terrestre, una señal óptica puede deteriorarse considerablemente por esparcimiento en la atmósfera. Sin embargo, este problema desaparece en comunicaciones en espacio libre mas allá de la atmósfera terrestre (ej. comunicaciones inter-satelitales) [3].

En el caso de un sistema de luz guiada, como el nombre lo indica, el haz de luz emitido por el transmisor viaja en un medio confinado como lo es la fibra óptica. Para que esto sea posible diversas cualidades en ellas son consideradas, como se describe a continuación.

1.1.2. Conceptos básicos de fibras ópticas

De manera simple podemos describir una fibra óptica como un hilo transparente y delgado, que consiste en un núcleo cilíndrico de vidrio amorfo formado por dióxido de silicio (SiO_2) dopado ligeramente con otro material como dióxido de germanio (GeO_2), el

núcleo está cubierto con un revestimiento igualmente compuesto de SiO_2 cuyo índice de refracción es menor que en el núcleo.

El indice de refracción, n, es un numero que nos indica que tan fuertemente un material se opone al paso de luz, y se puede obtener mediante la formula:

$$n = \frac{c}{\nu}, \tag{1.1}$$

donde n es el índice de refracción, ν es la velocidad de la luz dentro del material y c es la velocidad de la luz en el vacío ($c = 299.792.458\ m/s$). De acuerdo a la expresión (1.1), al incrementar el valor de n la velocidad a la cual se propaga la luz en determinado material se reduce, por el contrario, cuando la velocidad a la que se propaga la luz en el material es grande, el valor de n es bajo. Generalmente el índice de refracción en fibras ópticas comerciales tiene valores alrededor de 1.45 en el núcleo y ligeramente menores en el revestimiento.

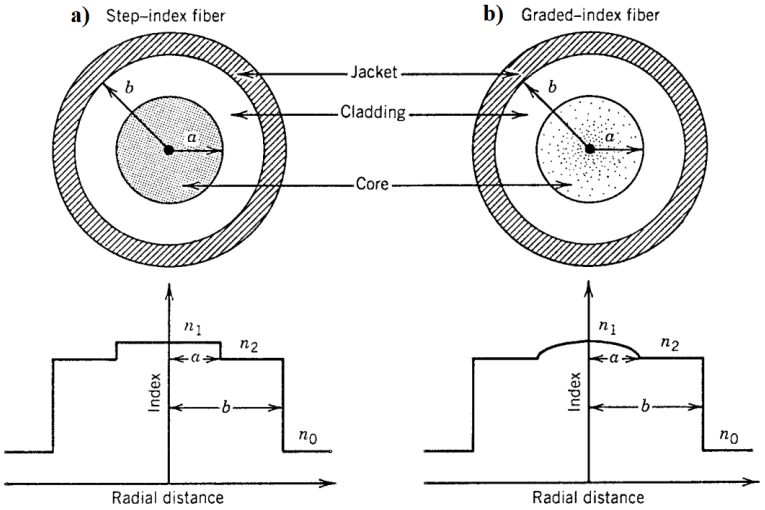

Figura 1.1: Sección transversal e índice de refracción en fibras ópticas: a) índice escalonado y b) índice gradual [3].

Cuando el cambio de índice de refracción es abrupto en la interfaz núcleo-revestimiento se les llama *fibras de índice escalonado* (step-index), mientras que las *fibras de índice gradual* (graded-index) son aquellas donde el índice de refracción decrece gradualmente del centro del núcleo hacia el revestimiento.

En la Fig. 1.1 se puede observar la variación en el índice de refracción dentro del núcleo en la fibra óptica. El radio del núcleo y revestimiento se definen mediante a y b respectivamente. Posterior al revestimiento se distingue una capa de protección plástica llamada *jacket*.

La diferencia en los índices de refracción entre el núcleo y revestimiento se logra mediante el dopado del silicio con diferentes materiales. La cuestión ahora es conocer la influencia del cambio de índices de refracción en el confinamiento de la luz. Para ello, podemos hacer uso del concepto de reflexión total interna.

Para entender el concepto de reflexión total interna, es necesario definir antes el ángulo de propagación o ángulo critico (ϕ_c). Dicho ángulo representa la condición para confinar la luz dentro de la fibra óptica, y se determina a partir de los índices de refracción de núcleo (n_1) y revestimiento (n_2) mediante la siguiente expresión [4].

$$\phi_c = sin^{-1}\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \tag{1.2}$$

Por lo cual, para conseguir reflexión total interna en el límite entre núcleo y revestimiento se debe cumplir que: $n_1 > n_2$.

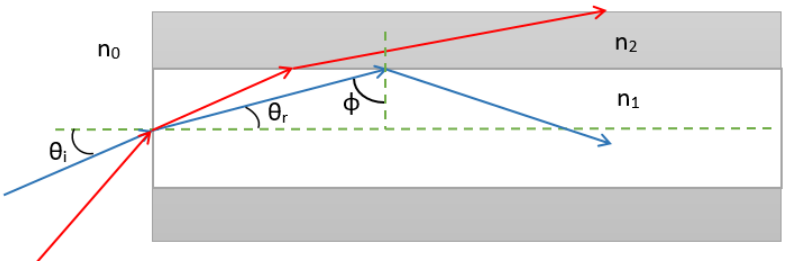

Figura 1.2: Confinamiento de luz en fibras ópticas debido al efecto de reflexión total interna.

Como se observa en la Fig. 1.2, al incidir un rayo en la fibra óptica se forma un ángulo (θ_i) respecto al eje de la fibra. El rayo cambia de dirección al entrar en la fibra óptica a causa de la diferencia de indices en la interfaz aire-fibra, formando de esta manera un ángulo de refracción, θ_r.

Una vez que dicho rayo incide en la frontera núcleo-revestimiento se espera que sea refractado nuevamente, esto es posible solo si el ángulo de incidencia, ϕ, es tal que [3]:

$$\phi < \frac{n_2}{n_1} \tag{1.3}$$

Es decir, todos los rayos con $\phi \geq \phi_c$ permanecerán confinados en la fibra óptica experimentando *reflexión total interna*. Por el lado contrario, si $\phi < \phi_c$ el rayo sera refractado al revestimiento y por ende no será guiado a través de la fibra óptica.

Físicamente, tenemos dos componentes del sistema conectados: una fibra óptica y una fuente de luz. Usualmente las fuentes de luz tienen una fibra acoplada a la salida, por ende no se puede percibir la forma en que la luz es introducida en la fibra óptica, dicho acoplamiento es tal que se cumple con las condiciones de reflexión total interna. En comunicaciones ópticas todos estos conceptos se integran en otra característica llamada apertura numérica (NA).

Apertura Numérica

Matemáticamente, podemos definir la NA como:

$$NA = sin\theta_a, \tag{1.4}$$

donde θ_a indica el semiángulo que forma un cono de aceptación a partir del cual los rayos de luz serán confinados dentro de la fibra óptica, Fig. 1.3. Es decir, los rayos de luz que incidan en la fibra con un ángulo dentro del cono de aceptación, cumplirán la condición de reflexión total interna y como consecuente, el ángulo de incidencia en la interfaz núcleo-revestimiento será mayor o igual al ángulo critico.

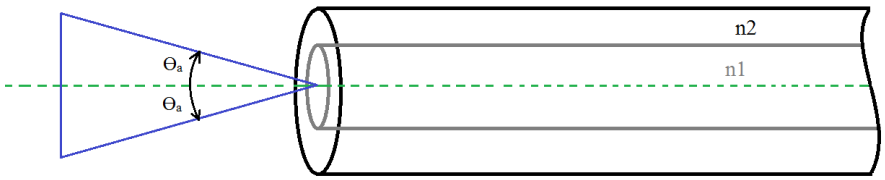

Figura 1.3: Apertura numérica y ángulo de aceptación (θ_a).

Aunque haciendo uso de la ley de Snell podemos expresar la apertura numérica de una manera mas simple, que es empleada con mayor frecuencia:

$$NA = \sqrt{(n_1)^2 - (n_2)^2}. \tag{1.5}$$

De manera más simple podemos decir que la NA describe la *apertura angular* de una fibra óptica dentro de la cual se puede confinar y preservar la luz dentro de la fibra por efectos de reflexión total interna. Podríamos decir entonces que entre mas grande sea el valor de NA, será mas fácil introducir la luz en una fibra óptica y que tener un valor tan grande como sea posible es la mejor opción, no obstante, una mayor apertura numérica tiene otras implicaciones, ya que el incrementar su valor conlleva la generación de nuevos modos de propagación, propiciando la degradación de la señal transmitida a causa de acoplamientos entre modos. Para una mejor comprensión de este suceso es necesario introducir en el concepto de *modos de propagación*. [4].

La luz puede propagarse dentro de una fibra óptica como un conjunto de rayos separados, estos diferentes haces son llamados *modos de propagación*. Cuando el diámetro del núcleo es pequeño, solo un modo puede ser transmitido, entonces se dice que es una fibra monomodo. Fibras cuyo diámetro del núcleo es grande, tal que permite la propagación de mas de un modo, se llama fibra multimodo.

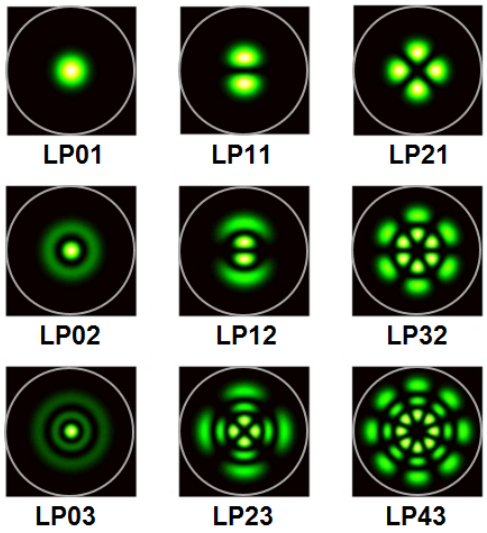

Figura 1.4: Ejemplos de modos transversales para una fibra de índice gradual. En la esquina superior izquierda se muestra el modo fundamental [5].

En el capítulo 1.2.2 se explicarán a mayor detalle los modos de propagación.

1.2. Fibras ópticas multimodo (MMF)

Como se mencionó anteriormente muchos modos pueden existir en una fibra óptica, por lo cual, una fibra que soporta varios modos es lógicamente llamada fibra multimodo (MMF). La cantidad de modos que puede soportar una fibra óptica dependerá de las características ópticas y geométricas de la fibra.

El número de modos dentro de una fibra específica, será proporcional al diámetro de la fibra, d, y la apertura numérica, NA, e inversamente proporcional a la longitud de onda usada, λ [4].

Las fibras multimodo convencionales con un diámetro núcleo/recubrimiento de 50/125 μm y 62.5/125 μm pueden soportar mas de 100 modos y acumular grandes retardos entre modos [6].

La propagación en fibras ópticas puede describirse a partir de diferentes perspectivas. Hasta ahora, se ha visto a la luz como un rayo que depende de las características físicas y geométricas de la fibra, así como del ángulo con que incide en ella para lograr su propagación. Sin embargo, dadas las cualidades de la luz, es posible describir su propagación a partir de ecuaciones obtenidas desde una perspectiva de electromagnetismo.

1.2.1. Ecuación de onda general

Como todos los fenómenos electromagnéticos, la propagación en fibras ópticas se rige por las ecuaciones de Maxwell.

Considerando que las fibras ópticas son un medio sin cargas libres, estas ecuaciones se describen en el sistema internacional de unidades mediante las expresiones siguientes:

$$\nabla \times \bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t}, \tag{1.6}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \tag{1.7}$$

$$\nabla \bar{D} = 0, \tag{1.8}$$

$$\nabla \bar{B} = 0, \tag{1.9}$$

donde $\bar{E}$ y $\bar{H}$ son los vectores de campo eléctrico y magnético respectivamente, mientras que $\bar{D}$ y $\bar{B}$ son las correspondientes densidades de flujo.

A partir de estas expresiones, se puede obtener la ecuación de onda general que describe la propagación en fibras ópticas. En forma escalar dicha ecuación se representa como:

$$\nabla^2 E = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \tag{1.10}$$

La ec. (1.10) descrita en el espacio de Fourier se expresa de la manera siguiente:

$$\nabla^2 \tilde{E} + n^2 k_0^2 \tilde{E} = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}_{NL} \tag{1.11}$$

donde: n es el índice de refracción, $k_0 = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ es el *modulo del vector de onda en el vacío* (también conocida como *constante de propagación, constante de fase o número de onda*), μ_0 es la permeabilidad del vacío y $\tilde{P}_{NL}$ es la polarización no lineal que se obtiene como respuesta de un material no lineal a un campo eléctrico incidente.

El desarrollo para obtener la expresión (1.10) se muestra, en el apéndice A.

Recordando la expresión matemática de un pulso de luz:

$$E = F(x, y)A(z, t)e^{i\beta_0 z}e^{-i\omega_0 t} \tag{1.12}$$

Partiendo de la ecuación de onda general podemos obtener las ecuaciones de onda espacial y temporal. De forma tal, que a partir de la ecuación de onda espacial sea posible describir los diferentes modos de propagación en fibras ópticas, como se verá en el siguiente apartado.

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left(n^2 k_0^2 - \beta^2\right) F = 0 \tag{1.13}$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i\left(\beta - \beta_0\right) \tilde{A} \tag{1.14}$$

Las ec. (1.13) y (1.14) representan las ecuaciones de onda *espacial* y *temporal* respectivamente. Donde $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_{eff}$ y $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$.

La variable β, es la constante de propagación que determina a cada modo en la fibra óptica. El valor del índice efectivo (n_{eff}), dependerá de las dimensiones de la fibra así como del material que la constituye, y la longitud de onda, λ. Cada modo dentro de la fibra tendrá un valor de n_{eff} distinto cuyo valor se encuentra en un rango $n_1 > n_{eff} > n_2$.

k_0 es la constante de propagación en el espacio libre, y λ es la longitud de onda del campo óptico oscilando a la frecuencia ω [3].

Al igual que en el caso de la ecuación de onda general, el desarrollo para llegar a las expresiones mostradas en las ecs. (1.13) y (1.14) se encuentra en el apéndice A.

1.2.2. Modos de propagación

Para entender mejor la forma en que la luz viaja dentro de una fibra óptica es necesario ahondar un poco más en los modos de propagación, debido a que aunque se ha mencionado que la cantidad de modos propagados en una fibra dependerá en gran medida de sus características y propiedades físicas, esta idea puede resultar insuficiente para comprender la generación de dichos modos. Si lo vemos desde una perspectiva de teoría de rayos, podríamos decir que al mirar dentro de una fibra óptica se observaría un grupo de rayos viajando con ángulos de propagación diferentes. Dichos rayos corresponderían a los modos.

A continuación se plantea la obtención de los modos de propagación como soluciones de la ecuación espacial mencionada en el apartado anterior. Estas soluciones son los campos $F(x, y)$ que representan los modos de propagación en fibras ópticas que buscamos conocer.

La ec. (1.13) es una ecuación de eigenvalores, donde las soluciones $F(x, y)$ son los *eigenvectores*, y los valores de β para cada función $F(x, y)$ representan los *eigenvalores*. Estos eigenvalores proporcionan los indices efectivos (n_{eff}) correspondientes a los modos de propagación presentes dentro de una fibra óptica.

En el caso de las fibras ópticas a consideración de su forma, es mas practico emplear un sistema en coordenadas cilíndricas, por lo que la expresión anterior resulta de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2} + \left[n^2(x,y)k^2 - \beta^2\right] F(x,y) = 0 \tag{1.15}$$

Cambiando a coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(r,\phi)}{\partial r^2} \quad &+ \quad \frac{1}{r}\frac{\partial^2 F(r,\phi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 F(r,\phi)}{\partial \phi^2} + \\ &+ \quad \left[n^2(r,\phi)k^2 - \beta^2\right] F(r,\phi) = 0 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Podemos hallar la solución a la ecuación (1.16) por el método de separación de variables:

$$F(r,\phi) = R(r)\Phi(\phi) \tag{1.17}$$

sustituyendo obtenemos [2],

$$\frac{r^2}{R(r)}\left(\frac{d^2R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right) + r^2\left[n^2(r)k^2 - \beta^2\right] = -\frac{1}{\Phi(\phi)}\frac{d^2\Phi(\phi)}{d\phi^2} = l^2 \tag{1.18}$$

donde l es una constante.

$$\frac{d^2\Phi(\phi)}{d\phi^2} + l^2\Phi(\phi) = 0 \tag{1.19}$$

De la expresión anterior tenemos que la dependencia de ϕ será de la forma:

$$\begin{aligned} \Phi(\phi) &= \cos(l\phi) \\ &= \sin(l\phi) \qquad l = 0, 1, 2, 3\cdots \end{aligned} \tag{1.20}$$

mientras que la parte radial de la ecuación es:

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2} + r\frac{dR}{dr} + \left[\left(n^2(r)k^2 - \beta^2\right)r^2 - l^2\right]R = 0 \tag{1.21}$$

La solución de la ec. (1.21) puede dividirse en dos partes considerando:

$$n(r) = \begin{cases} n_1 & 0 < r < a \\ n_2 & r > a \end{cases} \tag{1.22}$$

1. $\underline{0 < r < a}$;

$$n(r) = n_1; \qquad U = a\sqrt{n_1^2k^2 - \beta^2}$$

$$r^2\frac{d^2R(r)}{dr^2} + r\frac{dR(r)}{dr} + \left(U^2\frac{r^2}{a^2} - l^2\right)R(r) = 0; \qquad l = 0, 1, 2, 3, \cdots \tag{1.23}$$

$$R(r) = \frac{A}{J_l(U)}J_l\left(\frac{Ur}{a}\right); \qquad J_l\left(\frac{Ur}{a}\right) \tag{1.24}$$

2. $\underline{r > a}$;

$$n(r) = n_2; \qquad W = a\sqrt{\beta^2 - n_2^2k^2}$$

$$r^2\frac{d^2R(r)}{dr^2} + r\frac{dR(r)}{dr} - \left(W^2\frac{r^2}{a^2} + l^2\right)R(r) = 0; \qquad l = 0, 1, 2, 3, \cdots \tag{1.25}$$

$$R(r) = \frac{A}{K_l(W)}K_l\left(\frac{Wr}{a}\right); \qquad K_l\left(\frac{Wr}{a}\right) \tag{1.26}$$

Las expresiones (1.24) y (1.26) representan las funciones de Bessel de primer y segundo orden, respectivamente.

Así, la dependencia transversal de los campos modales está dada por:

$$F(r,\phi) = R(r)\Phi(\phi) = \begin{cases} \frac{A}{J_l(U)} J_l\left(\frac{Ur}{a}\right) \begin{pmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{pmatrix} & 0 < r < a \\ \\ \frac{A}{K_l(W)} K_l\left(\frac{Wr}{a}\right) \begin{pmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{pmatrix} & r > a \end{cases} \tag{1.27}$$

donde A es una constante y $l = 0, 1, 2, 3, \cdots, etc.$

Asumiendo continuidad en la interface núcleo-revestimiento ($r = a$) de la fibra óptica,

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{A}{J_l(U)} J_l\left(\frac{Ur}{a}\right)\right]_{r=a} = \frac{d}{dr}\left[\frac{A}{K_l(W)} K_l\left(\frac{Wr}{a}\right)\right]_{r=a} \tag{1.28}$$

$$U\frac{J_{l+1}(U)}{J_l(U)} = W\frac{K_{l+1}(W)}{K_l(W)} \tag{1.29}$$

reescribiendo,

$$\begin{aligned} & a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}} \frac{J_{l+1}\left[a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{J_l\left[a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]} = \\ & a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}} \frac{K_{l+1}\left[a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{K_l\left[a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \end{aligned} \tag{1.30}$$

La ec. (1.29) es la ecuación de eigenvalores y en (1.30) se muestra dicha expresión en un modo mas explicito.

A partir de la ec. (1.30) podemos encontrar el valor de β, ya que este representa la única incógnita en la expresión, sin embargo, resulta complicado de despejar, por lo cual es necesario recurrir a métodos indirectos.

En este caso se pueden obtener curvas que nos permitan conocer el valor de β, y por consiguiente la cantidad de modos posibles inmersos en la fibra.

Estas gráficas se obtienen de manera simple separando la ec. (1.30) donde cada lado de la igualdad representará el lado izquierdo o derecho de dicha expresión.

$$\begin{aligned} I(\beta) &= U\frac{J_{l+1}(U)}{J_l(U)} = a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}} \frac{J_{l+1}\left[a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{J_l\left[a\left(k^2 n_1^2 - \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \\ D(\beta) &= W\frac{K_{l+1}(W)}{K_l(W)} = a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}} \frac{K_{l+1}\left[a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{K_l\left[a\left(\beta^2 - k^2 n_2^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \end{aligned} \tag{1.31}$$

A continuación se presentan algunos ejemplos para aclarar la idea planteada.

Ejemplo 1 Consideramos una fibra con las siguientes características:

λ=1.55 μm, n_1=1.46, n_2=1.45, $a = 3\mu m$.

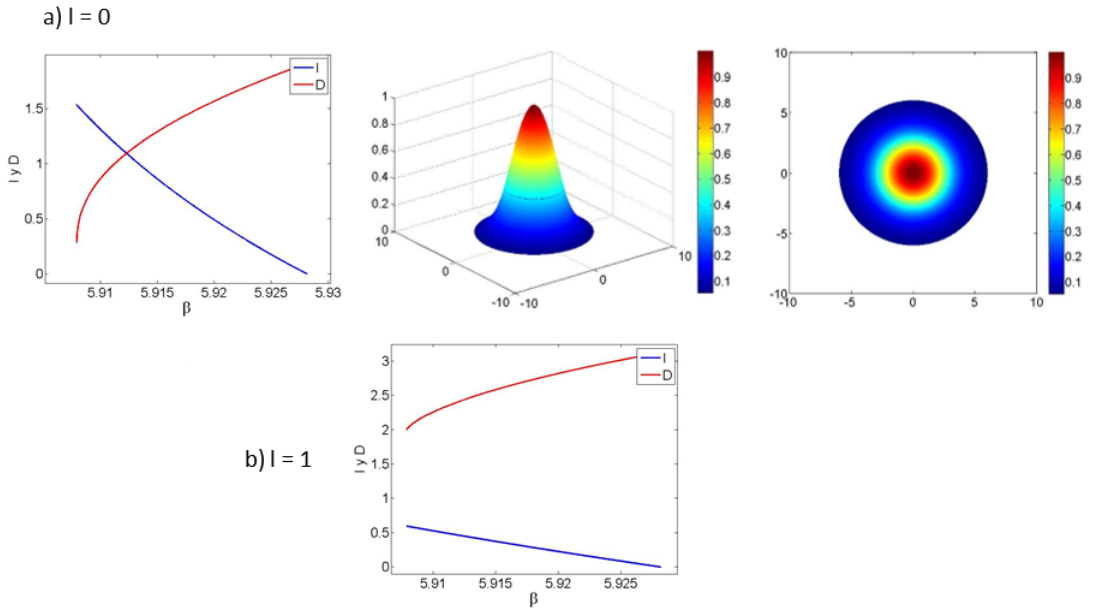

Figura 1.5: Simulación numérica de las ecs. (1.31) para a) l=0 y b) l=1.

En la Fig. 1.5 se puede apreciar que para un valor de $l = 0$ sólo se tiene un punto de intersección entre ambas partes de la igualdad en la ec. (1.30), por el contrario, cuando $l = 1$ no hay ningún punto de intersección, por ende podemos decir que para $l = 1$ no hay modos presentes en la fibra descrita. Igualmente, podemos decir que dado que únicamente está presente el modo fundamental, se trata de una fibra monomodo.

Los valores de β y n_{eff} obtenidos son los siguientes:

Cuadro 1.1: Eigenvector (β) e índice efectivo (n_{eff}) correspondiente al modo fundamental.

Modo	β $\left[\frac{1}{\mu m}\right]$	n_{eff}
LP_{01}	5.91229	1.4585
LP_{11}	no hay modos	

Ejemplo 2 Ahora consideraremos una fibra multimodo con los siguientes parámetros:

λ=1.55μm, n_1= 1.46, n_2= 1.45, $a = 6\mu m$.

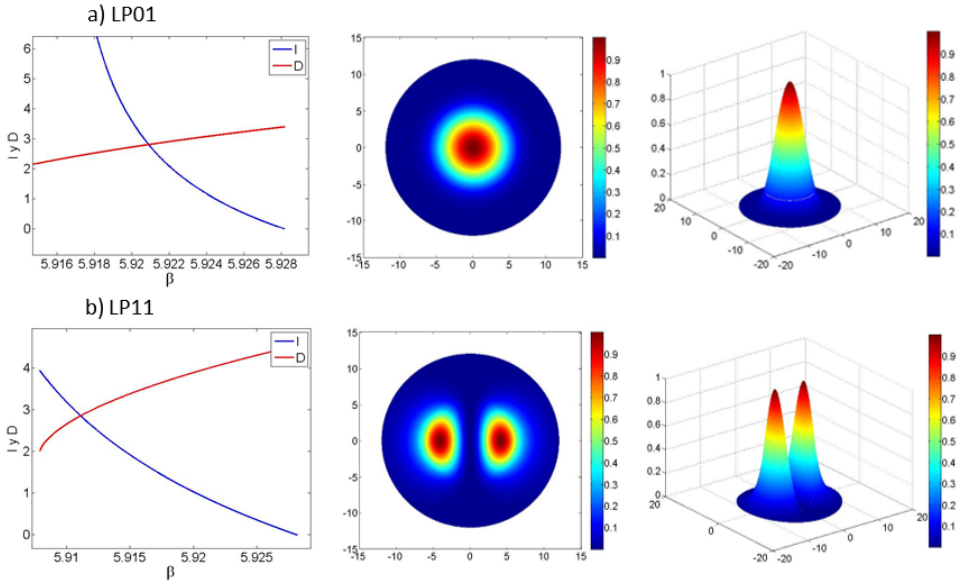

Figura 1.6: Ejemplo de modos en fibra óptica multimodal con $a = 6$.

A diferencia del primer ejemplo, para un valor de $a = 6\mu m$ con las características descritas anteriormente, se tienen dos modos presentes, LP_{01} y LP_{11} como se observa en la Fig. 1.6. Por consiguiente esta fibra sería multimodal o más propiamente dicho, una fibra de algunos modos (*Few Mode Fiber, FMF*).

Los valores obtenidos son los siguientes:

Cuadro 1.2: Eigenvectores (β) e índices efectivos (n_{eff}) para los modos LP_{01} y LP_{11}.

Modo	$\beta \left[\frac{1}{\mu m}\right]$	n_{eff}
LP_{01}	5.920901	1.460628
LP_{11}	5.911121	1.458215

Los modos guiados corresponden a:

$$\begin{aligned} k^2 n_2^2 < \quad \beta^2 \quad &< k^2 n_1^2 \\ n_2^2 < \quad n_{eff}^2 \quad &< n_1^2 \\ n_2 < \quad n_{eff} \quad &< n_1 \end{aligned} \tag{1.32}$$

donde,

$$n_{eff} = \frac{\beta}{k} = \frac{\beta\lambda}{2\pi}$$

Es importante mencionar que al modificar la longitud de onda, los coeficientes de refracción o el radio del núcleo, el valor de β cambiará.

Constante de propagación normalizada y frecuencia normalizada

A continuación definimos la constante de propagación normalizada (b) y la frecuencia normalizada (V), donde b contendrá la variable β y a su vez, V contendrá a todas las constantes de diseño de la fibra (n_1, n_2, a y λ).

La frecuencia normalizada es un parámetro que nos permite encontrar la cantidad de modos en una fibra óptica, y se puede expresar de la siguiente manera [2]:

$$V = \sqrt{U^2 + W^2} \tag{1.33}$$

Ahora, definimos la constante de propagación normalizada, b.

$$b = \frac{\frac{\beta^2}{k^2} - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{W^2}{V^2} \tag{1.34}$$

así

$$W = V\sqrt{b} \tag{1.35}$$

y

$$U = \sqrt{V^2 - W^2} = V\sqrt{1-b} \tag{1.36}$$

Una vez que hemos definido b y V podemos escribir nuevamente la ec. (1.29) en función de estos términos.

$$V\sqrt{1-b}\frac{J_{l+1}\left(V\sqrt{1-b}\right)}{J_l(\left(V\sqrt{1-b}\right))} = V\sqrt{b}\frac{K_{l+1}\left(V\sqrt{b}\right)}{K_l\left(V\sqrt{b}\right)} \tag{1.37}$$

donde

$$0 < b < 1 \tag{1.38}$$

Mediante la solución de la expresión (1.37) podemos obtener curvas que describen la dependencia de b en V de forma más clara. Para un valor dado de l, tendremos un numero finito de soluciones y la solución "m" ($m = 1, 2, 3, \cdots$) se refiere al modo LP_{lm}.

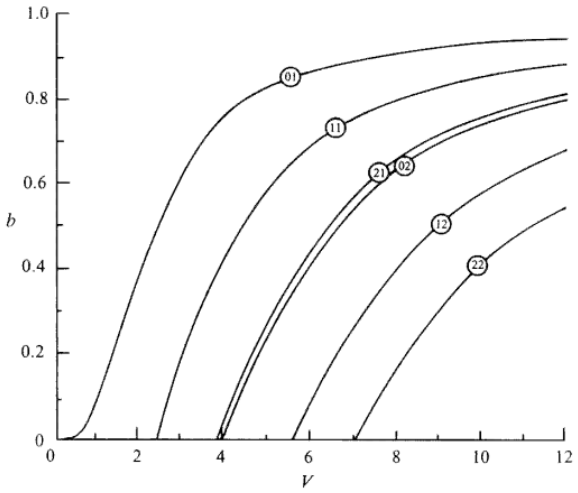

Figura 1.7: Variación de la constante de propagación normalizada b respecto a la frecuencia normalizada V, para una fibra step-index correspondiente a algunos modos de bajo orden [2]. Las curvas mostradas se obtienen a partir de la ec. (1.37) para diferentes valores.

Podemos observar a partir de la Fig. 1.7 que para una fibra step-index con: 0<V<2.4048 sólo habrá un modo guiado, llamado, modo LP_{01}. A la región que va de 0 a 2.4048 se le conoce como región monomodal. En particular, en el presente trabajo vamos a considerar

valores de $V = 5$ para obtener al menos cuatro modos en la fibra multimodal, sin considerar la polarización.

Como se ha mencionado con anterioridad, la cantidad de modos en una fibra óptica depende de sus características ópticas y geométricas.

El número de modos será proporcional al diámetro de la fibra, d, y al numero de apertura, NA, e inversamente proporcional a la longitud de onda empleada, λ.

En resumen, el número de modos en una fibra óptica está determinado por el parámetro de frecuencia normalizada, V. No obstante este parámetro también es conocido como *frecuencia de corte normalizada, parámetro característico de guía de onda*, entre otros. Este número es igual a:

$$V = \frac{\pi d}{\lambda}\sqrt{(n_1)^2 - (n_2)^2} = \frac{\pi d}{\lambda} NA = \frac{\pi dn}{\lambda}\sqrt{2\Delta} \tag{1.39}$$

donde d, es el diámetro del núcleo, λ es la longitud de onda de operación, y n_1 y n_2 son los índices de refracción del núcleo y revestimiento, respectivamente. NA es la apertura numérica, $n = (n_1 + n_2)/2$ y $\Delta = (n_1 + n_2)/n$ es el índice relativo de refracción. La forma en que podemos calcular la cantidad de modos para un número V grande (> 20), es aplicando la siguiente fórmula para una fibra de índice escalonado:

$$N = \frac{V^2}{2}. \tag{1.40}$$

Y para una fibra de índice gradual [4]:

$$N = \frac{V^2}{4}. \tag{1.41}$$

1.2.3. Atenuación

En comunicaciones ópticas existen diversos factores que degradan en cierta medida la calidad de las señales. Dos de ellos y quizá los mas importantes son la atenuación y dispersión. A continuación se describen brevemente las causas que nos llevan a ellos.

La luz que viaja a través de la fibra óptica posee ciertas características, entre ellas un nivel determinado de potencia que se ve mermado conforme la distancia de fibra aumenta, y a este efecto se le conoce como *Atenuación.*

Coeficiente de atenuación

El *coeficiente de atenuación* (α) indica las pérdidas de potencia conforme a la distancia de transmisión dentro de un enlace de comunicaciones, y se define de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{1}{L} 10 \log_{10} \frac{1}{F} \qquad \left[\frac{dB}{Km}\right], \tag{1.42}$$

donde $F = P(L)/P(0)$ es la relación entre la potencia recibida después de haber recorrido una longitud L en km, y la potencia transmitida [7].

El coeficiente de atenuación no sólo caracteriza las pérdidas de la fibra por si misma, también considera su longitud.

De manera general, los efectos que producen atenuación pueden ser divididos en función de su origen en dos grupos: factores *intrínsecos* y *extrínsecos.*

Factores intrínsecos

Los factores intrínsecos son aquellos que se presentan como consecuencia de las características físicas y geométricas de la fibra óptica, es decir, dependen de su composición. Los efectos con mayor impacto son la absorción y el esparcimiento de la luz, también conocido como efecto *Rayleigh scattering*.

1. **Absorción**

   En principio, debemos considerar que todos los materiales tienen la propiedad de absorber luz a determinadas longitudes de onda. En fibras ópticas la absorción puede deberse a dos causas, la primera de ellas corresponde al dióxido de silicio (SiO_2) con el cual son fabricadas, mientras que la segunda se debe a impurezas dentro de la fibra óptica.

   Las fibras ópticas están compuestas primordialmente de dióxido de silicio SiO_2 el cual absorbe de diferente manera a diferentes longitudes de onda.

   Este material presenta dos bandas de gran absorción, una de ellas en el infrarrojo y otra en la región ultravioleta, Fig. 1.8. La zona limitada por las colas de estas bandas, esencialmente no es absorción intrínseca.

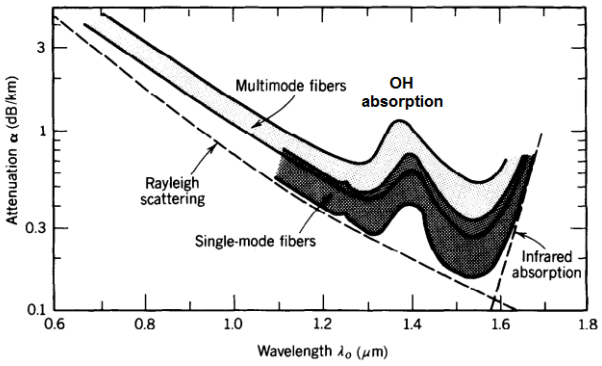

Figura 1.8: Coeficientes de atenuación en fibras monomodo y multimodo de dióxido de silicio [7].

   En la Fig. 1.8 se observa la relación entre el coeficiente de atenuación (α) y la longitud de onda (λ_0). Podemos ver que se tienen un valor mínimo en 1.3 μm ($\alpha \approx 0.3\ dB/km$) y otro de coeficiente de atenuación menor en 1.55 μm ($\alpha \approx 0.16\ dB/km$) [7].

   La segunda causa de absorción es debido a la presencia de otros elementos en la fibra óptica que igualmente absorben luz en cierta medida. Estos materiales pueden ser iones metálicos (Fe, Cu, Mn, Ni, Co, Cr, etc.) o iones OH, que se mezclan con el sílice que compone la fibra, durante la fabricación de esta ultima [2]. La presencia de iones OH resulta en picos de absorción como se observa en Fig. 1.8.

2. **Rayleigh scattering**

   Considerando que el proceso de fabricación de fibras ópticas no es del todo perfecto, y existe la posibilidad de presentarse fluctuaciones de densidad o inhomogeneidades durante su fabricación, tendríamos como consecuencia variaciones en el índice de refracción. Estos cambios harían que al viajar un haz de luz a través de la fibra óptica, una parte del haz sea desviado de su trayectoria y consecuentemente se pierda

parte de la energía del haz transmitido. A este efecto se le conoce como *Rayleigh scattering*.

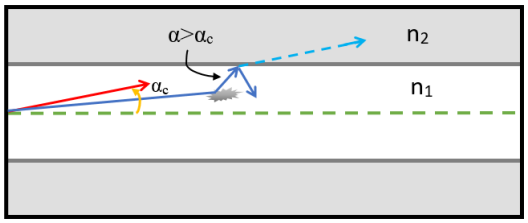

Figura 1.9: Pérdidas por Scattering. Cambios en el índice de refracción desvían la luz formando un ángulo mayor al ángulo crítico y por ende una pérdida de energía.

La cantidad de luz dispersada es proporcional a $1/\lambda^4$ por lo tanto, longitudes de onda pequeñas se ven mayormente afectadas que las longitudes de onda mayores. La forma en que se atenúa la señal es conocida como *ley de cuarta potencia inversa de Rayleigh* [7].

La combinación de todos los factores intrínsecos dan como resultado una atenuación aproximada de 0.2 dB/km.

Factores extrínsecos

La atenuación causada por factores extrínsecos es aquella que se presenta por motivos externos a la constitución de la fibra óptica, o bien, podemos decir que son aquellos factores relacionados con el manejo inadecuado de la fibra dentro de los sistemas de comunicación.

1. **Curvaturas**

   Al enviar un haz de luz en la fibra óptica, se forma un ángulo de propagación respecto al eje central de la fibra. Sin embargo, al flexionar la fibra este ángulo cambia, y lo hace a tal grado que de presentarse una curvatura muy grande, el ángulo que se forma en la zona flexionada se vuelve mayor al ángulo crítico necesario para que exista reflexión total interna, por lo que parte del haz de luz se desviará presentándose una pérdida de energía.

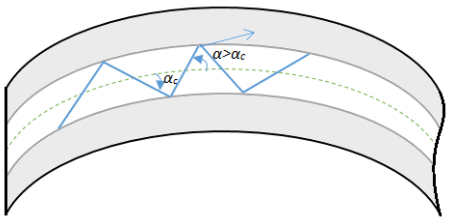

Figura 1.10: Perdidas por curvatura en fibra óptica.

De manera general, el radio de curvatura debe ser mayor a 150 veces el diámetro del revestimiento. Puesto que usualmente en fibras ópticas dicho diámetro es de $125\mu m$ el radio de curvatura no debe ser inferior a $19mm$.

2. **Conectores**

   En un sistema de comunicaciones se requiere el uso de conectores para unir temporalmente una fibra óptica a algún equipo terminal, o a otra fibra óptica. La pérdida

de energía a causa de los conectores se debe a que difícilmente habrá una alineación perfecta en las conexiones, y en algunos casos a la falta de limpieza en el conector.

La característica mas importante de un conector son las pérdidas de inserción, idealmente esta pérdida tiene un valor de 0.1 dB, sin embargo, en conectores regulares su valor es aproximadamente de 0.25 dB. El valor máximo que pueden presentar varía en un rango de 0.3 dB a 1.5 dB [4].

3. **Empalmes**

   Los empalmes son conexiones permanentes entre dos fibras ópticas, estos pueden ser mecánicos o por fusión. Los empalmes mecánicos comúnmente tienen pérdidas del orden de 0.2 dB y usualmente son empleados cuando se requiere una reparación rápida o el número de empalmes requerido es pequeño. Por otro lado, los empalmes por fusión se realizan derritiendo los extremos de la fibra mediante un arco eléctrico. Las pérdidas de inserción mínimas en este caso varían en un rango de 0.01 dB a 0.15 dB.

1.2.4. Dispersión

La dispersión describe la dependencia del índice de refracción del medio respecto a la longitud de onda. La dispersión se ve reflejada en el ensanchamiento de los pulsos de información transmitidos en la fibra óptica. Estos pulsos representan bits de información que al propagarse se ensancharán cada vez mas, conforme la longitud de la fibra aumenta.

La dispersión puede ser vista desde dos perspectivas, la primera de ellas es la manera en que el pulso se ensancha en función de la longitud de onda implícita en las componentes espectrales del pulso, y la segunda, es considerando las causas del ensanchamiento, que serán diferentes en fibras monomodales y multimodales.

Un pulso está formado por distintas componentes espectrales que viajan a diferente velocidad, la cual esta ligada a la longitud de onda, a esto se le llama velocidad de grupo. Dicho lo anterior, la pregunta que surge es: ¿Cuáles componentes viajan más rápido o más lento?. En este punto podemos distinguir dos tipos de dispersión: normal y anómala. La *dispersión normal* se presenta cuando las frecuencias altas del pulso viajan más lento que las frecuencias bajas, por el contrario, se tiene *dispersión anomala* cuando las frecuencias altas del pulso viajan más rápido respecto a las frecuencias bajas [8].

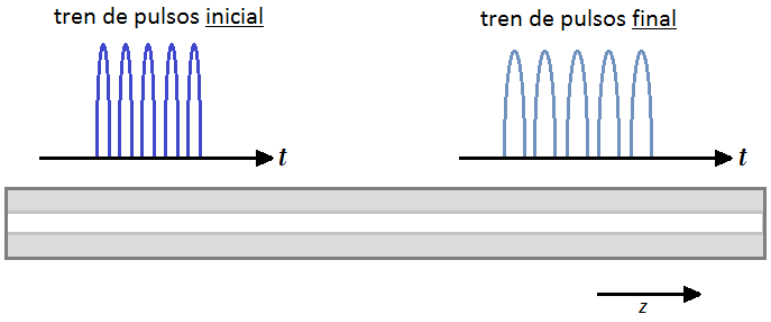

Figura 1.11: Ensanchamiento de pulsos conforme a la distancia.

Si ahora nos enfocamos en las causas de la dispersión, podemos distinguir dos tipos: *intramodal* e *intermodal*. La primera es propia de las fibras monomodo, mientras que la segunda, se presenta en fibras multimodales. Sin embargo, esto no significa que en fibras multimodales solo este presente la dispersión intermodal.

Dispersión Cromática

La dispersión cromática parte del hecho de que un haz de luz está compuesto por diferentes longitudes de onda, las cuales viajan a diferente velocidad a través de la fibra óptica. En fibras ópticas, este tipo de dispersión se compone de dos partes: dispersión del material y dispersión de guía de onda.

En principio, la luz puede viajar a través de diferentes materiales, cada uno de los medios por los que se hace pasar luz tienen una composición distinta. La *dispersión del material*, se debe a las propiedades del material que compone el medio por el que viaja la luz. Es decir, este tipo de dispersión debería depender del índice de refracción en función de la longitud de onda ($n(\lambda)$) y ser proporcional al ancho espectral de la fuente de luz.

La *dispersión de guiá de onda* se debe a que la luz esta viajando a través de una estructura, en este caso fibra óptica. Por lo tanto, este tipo de dispersión no se presenta en medios abiertos. Una vez que la luz entra en la fibra óptica, se distribuye en el núcleo y recubrimiento, viajando en mayor proporción dentro del núcleo. Sin embargo, al viajar ambas partes en medios con diferentes índices de refracción, se propagarán a velocidades distintas, propiciando un ensanchamiento del pulso a causa de la diferencia de índices de refracción entre el núcleo y el recubrimiento. La dispersión de guía de onda es relativamente mas pequeña respecto a la dispersión del material en fibras ópticas monomodo [4].

Dispersión Modal

La dispersión *intermodal o modal*, como su nombre lo indica, esta relacionada con la cantidad de modos presentes en una fibra óptica y las diferentes velocidades de grupo en cada uno de ellos. Al entrar un pulso de luz en una fibra multimodal, la luz se esparcirá en tantos modos como soporte la fibra, cada uno de estos modos propicia un retraso diferente, considerando que la trayectoria seguida para cada modo es distinta. Los modos de alto orden viajan una distancia mayor y por ende llegan al receptor después que los modos de bajo orden.

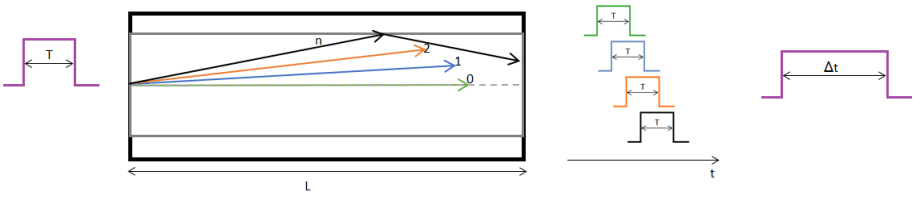

Figura 1.12: Dispersión Modal. El pulso inicial se divide en diferentes modos que viajan de manera distinta a lo largo de la fibra óptica.

La dispersión modal es mas pequeña en fibras de índice gradual que en fibras de índice escalonado, ya que la diferencia entre la velocidad de grupo que tiene cada modo se reduce y por ende se reduce el retraso en tiempo de los modos [4].

Dispersión por modos de polarización (PMD)

Consideremos un onda propagándose a través de una fibra óptica, en principio, dicha onda puede oscilar de arriba hacia abajo o de izquierda a derecha, esta manera de propagarse por medio de la fibra óptica corresponde a los estados de polarización vertical y horizontal respectivamente [9]. Cada uno de estos modos por si solo constituye un *modo linealmente polarizado (LP)*, que es el estado de polarización mas simple en ondas electromagnéticas [4].

Si la fibra fuera simétricamente perfecta y el índice de refracción del núcleo fuera uniforme a lo largo de la fibra óptica, ambos estados de polarización se propagarían a igual velocidad y por ende llegarían al mismo tiempo al receptor, de tal manera, que no seria notoria la presencia de estos modos polarizados. Sin embargo, el núcleo no es perfectamente circular, dando como resultado una forma elíptica con dos ejes ortogonales. y por ende los índices de refracción en un eje y otro son distintos. Estas diferencias son la causa de la dispersión por modo de polarización.

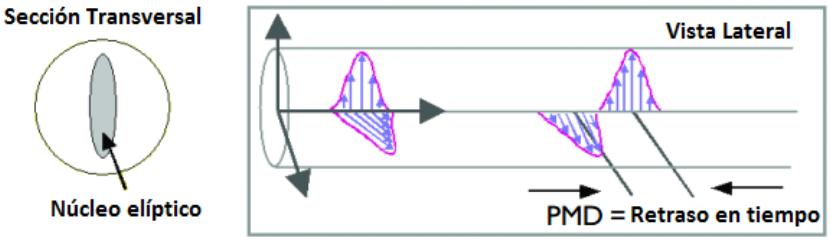

Figura 1.13: Dispersión por modo de polarización. La asimetría en el núcleo da lugar a velocidades distintas de propagación dependiendo del estado de polarización de la luz [9].

En el presente trabajo se considera una fibra perfectamente circular, de tal manera que la contribución de la dispersión por modos de polarización (PMD) es nula.

1.2.5. Nolinealidades

En óptica, los términos *lineal* y *no lineal* se relacionan con la independencia o dependencia de la potencia respectivamente, es decir, un efecto óptico cuyos parámetros dependan de la intensidad de la luz (potencia), será llamado *no lineal* [4].

En un material dieléctrico como la fibra óptica, el campo eléctrico aplicado $\bar{E}$ causa la polarización de los átomos o moléculas del material para crear momentos de dipolo eléctrico [10]. El efecto macroscópico de todos los momentos dipolares del medio dieléctrico forman el vector de *polarización eléctrica*, P, el cual puede ser expresada como una serie de potencias en forma escalar de la siguiente manera:

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \cdots \tag{1.43}$$

Donde $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ denotan órdenes de expansión de la susceptibilidad eléctrica. Los efectos no lineales suelen clasificarse de acuerdo al orden de expansión.

Los efectos de $\chi^{(2)}$ son resultado del cuadrado del campo eléctrico. La polarización de segundo orden resultante da lugar a la generación de segundos armónicos, de diferencia y suma de frecuencias. Por otra parte, los efectos de $\chi^{(3)}$ surgen del cubo del campo eléctrico incidente. El resultado obtenido es similar al caso anterior excepto que se tienen muchas más combinaciones de sumas y diferencias en frecuencia [11].

En el caso de fibras ópticas los efectos no lineales pueden ser expresados mediante la siguiente expresión aproximada.

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \cdots \tag{1.44}$$

En la expresión (1.44), se ha omitido al elemento $\chi^{(2)}$ ya que éste se presenta únicamente en medios cristalinos que poseen simetría en su ordenamiento molecular. No obstante, las fibras ópticas se constituyen por un material amorfo carente de simetría molecular y por ende normalmente no presentan nolinealidades de segundo orden. Sin embargo, defectos en el núcleo de la fibra podrían contribuir en la generación de armónicos de segundo

orden bajo ciertas condiciones [12].

Si ahora consideramos únicamente la polarizacion lineal obtenemos la siguiente expresión:

$$P = \epsilon_0 \chi_e E \tag{1.45}$$

donde χ_e es la *susceptibilidad eléctrica* del medio y ϵ_0 es la permitividad del vacío. No obstante, al tratarse de la parte lineal de la ec. (1.44) la susceptibilidad eléctrica puede representarse a traves de $\chi^{(1)}$.

En general, la susceptibilidad eléctrica es una cantidad compleja cuya parte real es el índice de refracción, ($n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\left(1 + \chi^{(1)}\right)}$), y cuya parte imaginaria es el coeficiente de absorción (α) [4].

Efectos refractivos no lineales son causados por la dependencia de la susceptibilidad eléctrica y el campo, E. De esta manera, el índice de refracción del medio se convierte en:

$$n = n_1(\omega) + n_2 E^2 \tag{1.46}$$

El primer término de la ec. (1.46) es el índice de refracción lineal, responsable de la dispersión del material, y el segundo término representa el efecto no lineal, ya que es proporcional a la intensidad de la luz, $I = \frac{1}{2}\epsilon_0 cnE^2$. El índice no lineal, n_2, es dado por la expresión [12, 4]:

$$n_2 = \frac{3}{8n}\chi^{(3)} \tag{1.47}$$

A la dependencia del índice de refracción respecto a la intensidad de la luz se le denomina *efecto Kerr* [11].

La expresión que define el índice de refracción mostrado en la ec. 1.46, usualmente se describe de la siguiente manera:

$$n = n_1(\omega) + n_2(P/A_{eff}) \tag{1.48}$$

donde ω es la frecuencia angular de la luz, P es la potencia de la luz y A_{eff} es el área efectiva de la fibra. Típicamente se considera un valor de $n_2 = 2.6 \times 10^{-20} [m^2/W]$ [12].

De manera general los efectos no lineales causados por $\chi^{(3)}$ se pueden dividir en: *Selph Phase Modulation (SPM), Cross Phase Modulation (XPM), Four Wave Mixing (FWM), Raman Scattering* y *Brillouin Scatering.*

Tomando en consideración que el presente trabajo gira en torno a la transmisión de canales WDM, se debe considerar que el esparcimiento Raman y FWM son las no linealidades que presentan un mayor impacto en las señales transmitidas. No obstante, a continuación se presenta una breve descripción de los efectos no lineales en general, haciendo énfasis en aquellos que afectan en mayor medida los canales WDM [4].

Self-Phase Modulation (SPM).

La modulación de auto-fase (SPM) se refiere al cambio de fase autoinducido experimentado por un campo óptico durante su propagación a través de la fibra óptica [12].

La constante de fase (β) también depende del campo eléctrico, E^2, esta dependencia se expresa como:

$$\beta = \omega n_1/c + (3\omega/8cn)\chi_e^{(3)}E^2 \quad (1.49)$$

$$\beta = \beta' + \gamma_n P \quad (1.50)$$

$$\beta = \beta' + (2\pi/\lambda)n_2(P/A_{eff}) \quad (1.51)$$

donde β' es la parte lineal de la constante de fase, γ_n es el coeficiente de propagación no lineal de la fase y A_{eff} es el área efectiva de la fibra [4].

La alteración en la fase, propicia un cambio en la frecuencia de manera desigual para cada frecuencia [7]. Recordando que un pulso óptico se compone de un cierto intervalo de frecuencias y que la dispersión cromática genera una diferencia de velocidad en cada componente del pulso, tenemos que la interacción entre la dispersión y SPM producen un ensanchamiento aun mayor del pulso o bien, una compresión, es decir, SPM causa un esparcimiento de las componentes del pulso a través de la dispersión cromática.

El cambio en la fase no lineal es proporcional a la potencia total de luz que la fibra transporta a lo largo de su trayectoria. y se expresa como [4]:

$$\Phi = (3w/8cn)\chi^{(3)}E^2L_{eff} \quad (1.52)$$

donde $L_{eff} = 1/\alpha\left[1 - e^{\alpha L}\right]$ es la longitud efectiva, L es la longitud de transmisión y α es la atenuacion, típicamente $\alpha = 0.2\ dB/km$, para $\lambda = 1550nm$.

Dicho de otra manera, SPM es causado porque los cambios en la fase no lineal, Φ, de la señal óptica cambian respecto al tiempo, debido a que la intensidad del pulso cambia en el tiempo y distancia.

El nombre de este fenómeno deriva del concepto de modulación: *Modulación* es el cambio en la frecuencia causado por el cambio de fase inducido por el pulso mismo[4].

Cross Phase Modulation (XPM).

SPM representa una limitante en los sistemas de un solo canal. Por otro lado, en los sistemas multicanal como WDM, ocurren otros efectos, entre ellos XPM.

Cuando muchos pulsos ópticos se propagan dentro de una fibra óptica al mismo tiempo, los cambios de fase no lineal (Φ) en cada pulso no solo dependen de su nivel de potencia, también dependen de la intensidad de los demás canales [4]. XPM afecta los sistemas de comunicación de la misma manera que lo hace SPM, con la diferencia de producir un daño mayor.

El impacto de XPM depende esencialmente de la tecnología de transmisión, es decir, de las técnicas de modulación y detección empleadas. XPM tiene un impacto distinto en relación a la cantidad de canales que puede contener un sistema. Teóricamente, para sistemas de 100 canales, XPM impone una limitación en potencia de 0.1 mW por canal [4]. Los efectos causados por SPM y XPM representan una limitante a altas tasas de transmisión ($>10Gbit/s$).

Four Wave Mixing (FWM).

FWM es un efecto no lineal de tercer orden que mediante la mezcla de tres frecuencias produce una cuarta como resultado de la suma o diferencia de las primeras tres. Aunque en principio, la combinación de tres frecuencias puede generar mas de una componente nueva.

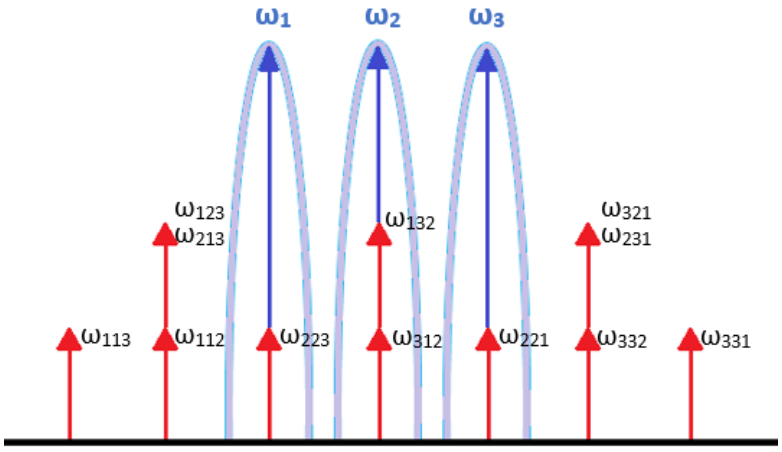

Figura 1.14: Four Wave Mixing. Componentes obtenidas como resultado de la mezcla de los canales ω_1, ω_2 y ω_3 [4].

Cuando tres ondas electromagnéticas se propagan en una fibra óptica generan nuevas ondas con frecuencias $(\omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k)$, esto se debe a la parte no lineal de la susceptibilidad eléctrica de la fibra óptica, χ_e [4].

Como se puede observar en la Fig. **??**, la combinación de canales $(\omega_i + \omega_j - \omega_k)$ puede dar lugar a que algunos de ellos coincidan con los canales que se tenían inicialmente, generando *cross talk*, lo cual implica que la información de un canal interfiera con la de otro.

El impacto de FWM en un sistema depende de los parámetros de la fibra, la potencia de transmisión, el número de canales y el espaciamiento entre ellos.

Esparcimiento Raman y Brillouin.

El esparcimiento estimulado (*Stimulated Scattering*) es otro efecto no lineal que incrementa la atenuación en fibras ópticas. Este efecto consiste en la transferencia de energía de una onda incidente a otra onda, resultando en la atenuación de la onda incidente. El esparcimiento estimulado se caracteriza principalmente por tres parámetros: potencia limite (P_{th}), ganancia (g) y un rango de frecuencias (Δf) en el cual tiene lugar el esparcimiento [4].

Hay dos tipos de esparcimiento:

Stimulated Raman scattering (SRS) En sistemas WDM, SRS causa una transferencia de potencia de los canales de baja longitud de onda hacia los canales de longitud de onda mayor, consecuentemente los canales donde se redujo el nivel de potencia tendrán un mayor BER y se degradará su calidad. El ancho de banda sobre el cual se tiene SRS es $\Delta f \sim 10THz$.

Stimulated Brillouin scattering (SBS) A diferencia de SRS, SBS ocurre en una banda de frecuencias menor $(\Delta f \sim 20MHz)$, ademas de no tener un gran efecto en sistemas WDM.

Stimulated Scattering provoca una disminución en frecuencia de la señal dispersada, a diferencia del esparcimiento Rayleigh.

1.3. Tendencias actuales para incrementar la capacidad de transmisión

Las comunicaciones por medio de fibra óptica han cambiado sobre manera desde su aparición en los 70s, cuando a finales de esta época se realizaban los primeros enlaces punto-punto comerciales conformados por un láser, una fibra óptica y un fotodetector. A partir ellos se transmitía a una longitud de onda alrededor de 850 nm y la capacidad del sistema resultaba inferior a 1Gb/s-km. A estos enlaces se les conoce como primera generación de sistemas basados en fibra óptica. La segunda generación fue desarrollada entre 1977 y 1983, en este caso las fibras utilizadas presentaban una dispersión cercana a cero alrededor de los 1300 nm y permitían la propagación de un solo modo, es decir, un solo haz de luz. Ademas de ofrecer una capacidad cercana a los 100 Gb/s-km.

Finalmente, en 1989 aparecieron en el mercado los amplificadores ópticos dopados de erbio (Er), mejor conocidos como EDFA(*Er-doped fiber amplifiers*) los cuales hicieron posible la construcción de enlaces punto-punto basados en WDM (*wavelength division multiplexing*). Los EDFA tienen la capacidad de amplificar de manera simultanea múltiples señales ópticas transmitidas a través de una sola fibra, compensando hasta cierto punto la atenuación sufrida a causa de la fibra [8].

En la última parte de los 90s, el aumento en la capacidad de los sistemas a partir de la incursión de WDM fue del orden de 1000 veces en tan solo 10 años, siendo posible a partir de la adición de mas longitudes de onda a los sistemas. El rápido crecimiento en la capacidad de los sistemas dio lugar a que hubiera un excedente en los requisitos de tráfico de red por la mayor parte de la década pasada. Sin embargo, el rápido y continuo crecimiento de tráfico ha revertido esta situación y ahora la necesidad de aumentar la capacidad del sistema ha aumentado [13].

Futuras mejoras en fibras SMF(*Single-Mode Fiber*), como una dramática reducción en pérdidas o coeficientes no lineales, son esperadas para incrementar la capacidad en las fibras, pero por no mas de un factor de dos [13], lo cual resulta insuficiente dada la demanda de intercambio de información que se percibe en un futuro. Como resultado, la utilización de fibras que soportan múltiples modos espaciales se vislumbra como la forma mas eficiente de incrementar la capacidad de los sistemas ópticos, dada su cualidad escalable en consideración al numero de modos que pueden ser empleados, en ausencia de ganancia o pérdidas por dependencia modal, o efectos no lineales entre modos [1].

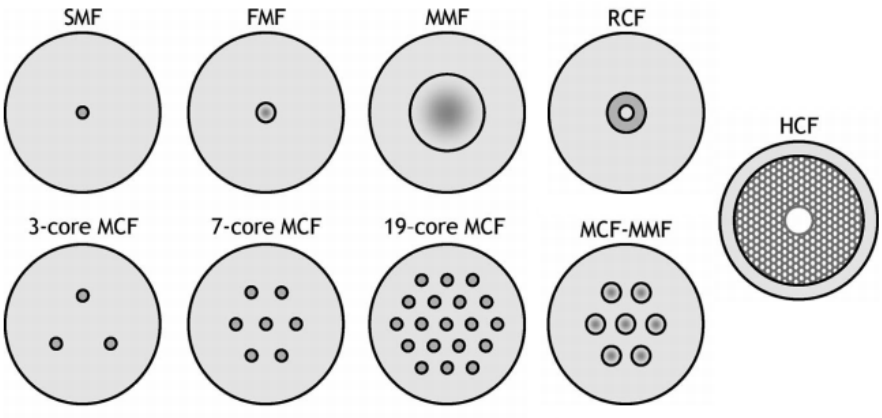

Figura 1.15: Sección trasversal de varias fibras ópticas. Las áreas mas oscuras representan regiones con un mayor índice de refracción. [1]

En la actualidad se han desarrollado diversos estudios empleando transmisión SDM (*Spatial Division Multiplexing*), para encontrar un sistema capaz de alcanzar mayores distancias de transmisión con cantidades mayores de información, en los cuales se plantea el uso de diferentes tipos de fibras ópticas para mejorar dichos sistemas, Fig. 1.15.

Dos aproximaciones son de mayor interés actualmente. La primera aproximación trata de minimizar la diafonia (*crosstalk*) entre núcleos independientes dentro de una fibra o entre modos a lo largo del enlace. La segunda aproximación permite una considerable mezcla entre modos y emplea MIMO DSP para recuperar las señales transmitidas, en este caso el reto consiste en controlar la variación de la velocidad de grupo (*differential group delay, DGD*)[14].

Recientemente con el diseño de fibras micro estructuradas de tres núcleos (3C-MSF) en combinación con MIMO DSP(Multiple-Input Multiple-Output, Digital Signal Processing), se demostró una distancia de transmisión de 4200 Km con una capacidad total de 1.2 Tbit/s en 250 GHz de ancho de banda [15]. Igualmente, se ha demostrado la factibilidad de transmitir por medio de FMF (*Few-Mode Fiber*) empleando sistemas MIMO a través de 1200 Km con fibras de seis modos espaciales polarizados [14]. Así como a través de 12 modos(6 modos espaciales y 2 polarizaciones), resultando en un total de 3.8 Tbit/s en un ancho de banda de 400 GHz [16].

Como puede observarse, es posible la mejora de los sistemas de comunicación a partir del procesamiento digital de las señales transmitidas, no obstante, un conocimiento más amplio de los fenómenos presentes en las señales al viajar a través de la fibra óptica podría contribuir a la obtención de sistemas de procesamiento digital de información menos robustos o más veloces y menos sofisticados que respondan de manera óptima a los requerimientos del sistema de comunicación. En este punto, ahondar en las particularidades de sistemas que proponen maximizar las capacidades de transmisión de información, como SDM en conjunto con WDM cobran gran relevancia. A continuación se presenta una descripción de las multiplexaciones mencionadas.

1.3.1. Multiplexado por división de longitud de onda (WDM)

WDM es un sistema de multiplexación de señales que divide el ancho de banda disponible de tal manera que cada segmento pueda ser empleado para la transmisión de una señal distinta. Esta multiplexacion se basa en el hecho de que muchos haces de luz a diferente longitud de onda pueden propagarse simultáneamente a través de la misma fibra óptica sin causar interferencia entre ellos [4].

Cada uno de los canales en las diferentes longitudes de onda, puede ser modulado independientemente de tal forma que cada uno tenga formatos de información distintos [17].

Un sistema WDM básico se muestra en la Fig. 1.16, donde cada uno de los canales es multiplexado, es decir, las diferentes longitudes de onda se combinan de manera tal que son enviadas al mismo tiempo por la fibra óptica para ser separadas posteriormente mediante un dispositivo demultiplexor (DEMUX).

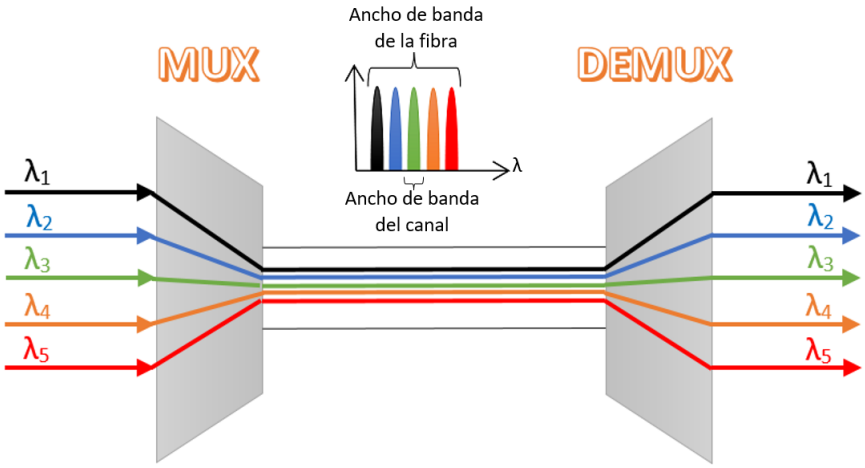

Figura 1.16: Esquema básico de un sistema WDM.

Actualmente diversas compañías han desarrollado componentes ópticos para sustituir los elementos electrónicos de la red y transformarla en un sistema óptico. Algunos ejemplos son multiplexores ópticos para extraer o agregar señales en los canales WDM (*Optical add/drop multiplexers, OADM*) e interconectores ópticos (*optical croos-connects, OXC*) [8].

Al considerar que las señales transmitidas se verán afectadas por efectos dispersivos, de atenuacion, así como por no linealidades, es claro que el numero de canales disponibles es finito. La ITU (*International Telecommunication Union*) recomienda en la norma ITU-T G.692 que la separación entre canales sea múltiplo de 25 GHz, determinando que una separación mínima de 100 GHz y 50 GHz proporcionan la flexibilidad necesaria para satisfacer diferentes requisitos de aplicación. Igualmente establece como frecuencia de referencia para la separación de canales el valor de: 193.1 THz.

1.3.2. Multiplexado por división espacial (SDM)

La tecnología en comunicaciones ópticas ha avanzado rápidamente en busca de alcanzar formas de incrementar la capacidad de datos que pueden ser transmitidos, esto es a su vez, una respuesta a la creciente demanda de intercambio de información. Para lograrlo, se han explorado formas para optimizar la multiplexacion en tiempo, longitud de onda, polarización y fase. Sin embargo, la dimensión espacial no ha sido explorada a profundidad, surgiendo ahora como un área crítica de desarrollo para solucionar las necesidades de comunicación.

El término *SDM* hace referencia a una técnica de multiplexación que establece múltiples caminos diferenciados de información, a través de una fibra. La primer aproximación a SDM surge a partir de la fabricación de fibras de múltiples núcleos reportada en 1979. No obstante, es ahora cuando esta retomando importancia dada su capacidad para incrementar la cantidad de información en los sistemas de comunicación. Fibras de algunos modos (FMF), fibras multimodo (MMF), fibras multinucleo (MCF), hibridos multinucleo-multimodo, fibras de núcleo hueco(HCF), así como algunas fibras especiales de cristal fotónico, permiten la multiplexación espacial de información, SDM [1].

La investigación en SDM ha avanzado en un momento en el que la detección coherente y compensación digital se han convertido en un estándar dentro de los sistemas para superar problemas complejos. Esto es muy importante para SDM ya que involucra canales que se encuentran muy cercanos dentro de la fibra y esto crea diafonía entre canales, lo cual

representa un problema potencial para lograr incrementar la capacidad de transmisión en sistemas ópticos [6].

Implementación en fibras ópticas multimodo

Durante la transmisión de diferentes señales en fibras ópticas multimodo (MMF) se tiene superposición espacial dado que todas las señalas viajan por un mismo núcleo, y consecuentemente las señales son susceptibles a un acoplamiento aleatorio entre modos durante la propagación. Los modos generalmente exhibirán un retraso diferente y una diferencia modal en ganancias o pérdidas. La *Diafonía* se presenta cuando la luz de un modo se acopla con otro y continua de esa forma en la detección. Para mitigar estos problemas, se requieren técnicas de ecualización usando MIMO (multiple-input multiple-output) en el receptor [6].

Desde el punto de vista de transmisión podemos distinguir entre dos categorías de fibras para sistemas SDM. El primer tipo de fibra busca suprimir el acoplamiento entre modos con la finalidad de minimizar la diafonia. Dichas fibras se conocen como fibras de modos no acoplados (*uncoupled-mode fibers, UMFs*). Para fibras multimodo de modos no acoplados (UMFs), se pueden diseñar fibras con constantes de propagación entre modos espaciales lo suficientemente distintas como para suprimir el acoplamiento lineal bajo condiciones ideales [18], o en el caso de fibras multinuclo, hacer que la separación entre núcleos sea lo suficientemente grande para evitar el acoplamiento lineal entre ellos. La segunda categoría de fibras ópticas en sistemas SDM permite el acoplamiento lineal entre modos y la acumulación de gran diafonia. Esta categoría requiere de usar sistemas MIMO con procesamiento digital de señales (DSP) a la salida de un conjunto de receptores coherentes (Coh-Rxs) [1, 20]. Nos podemos referir a esta segunda categoría de fibras SDM como fibras de modos acoplados (coupled-mode fibers, CMFs).

Experimentos basados en una fibra de indice gradual que soporta tres modos espaciales han reportado una transmisión máxima de 1200 km reduciendo el group delay entre modos. El principal desafío es fabricar fibras que tengan una gran cantidad de modos y a su vez prevenir acoplamientos no deseados, derivados de la fabricación o las condiciones del ambiente [1].

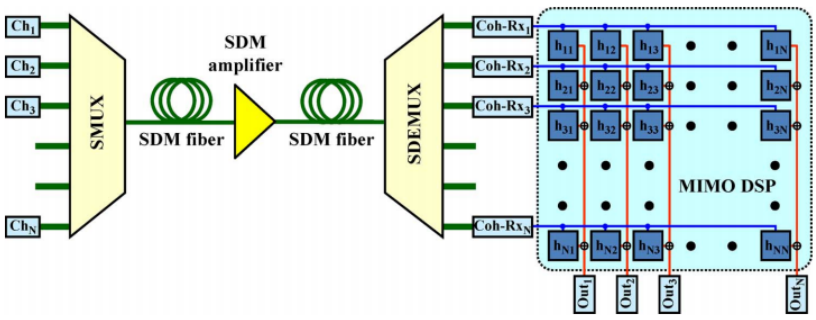

Figura 1.17: Esquema de un sistema de transmisión SDM basado en MIMO DSP [1].

Considerando la cantidad de modos que pueden viajar en fibras ópticas comerciales actuales, cuyo diámetro de núcleo se encuentra en el orden de 50 o 62 μm, resulta difícil pensar en el manejo de tantos modos de manera simultanea. Es por eso que de manera independiente se han realizado estudios que proponen el uso de solamente algunos modos de propagación [14, 16, 19, 20].

Ventajas y límites en capacidad de transmisión

El sistema SDM emerge como una posible solución que requiere de nuevas fibras ópticas capaces de soportar múltiples modos espaciales, así como de amplificadores ópticos que puedan operar con un gran número de modos y una cantidad reducida de componentes, de multiplexores espaciales, *(spatial mode multiplexers, SMUXs)*, demultiplexores *(SDEMUXs)* y OADMs compatibles con SDM. [1]

El interés en SDM se basa en la posibilidad de incrementar la eficiencia espectral en la transmisión por medio de fibras ópticas. Esto nos llevaría a un despliegue de cables de gran velocidad que cumplan las necesidades del mundo actual y no solo al uso de transmisores veloces que incrementen el costo de la red sin ofrecer solución al ya previsto *capacity crunch*, o saturación en los sistemas de comunicación.

Para el uso de sistemas SDM de gran capacidad se requiere de fibras ópticas multimodo que soporten al menos 2 modos de propagación y posiblemente hasta 10 ó 20 modos.

Algunas de las limitaciones en los esquemas SDM basados en fibras ópticas multimodo son los acoplamientos que resultan del estrecho espaciamiento de las contantes de propagación de los modos, las perdidas relativamente altas, así como una gran atenuación. Todo esto tiene como consecuencia una reducción en las distancias de transmisión [21].

Capítulo 2

Ecuación de propagación de pulsos

Como se ha visto brevemente en el capítulo anterior, mediante las ecuaciones de Maxwell podemos obtener expresiones que describen el comportamiento de la luz al viajar por medio de fibra óptica. Donde a partir de la ecuación de onda se obtuvieron expresiones que describen el comportamiento de los pulsos al ser transmitidos; sin embargo, para llegar a dichas expresiones se tomó en consideración $P_{NL} = 0$. Ahora es necesario realizar un procedimiento similar para encontrar las ecuaciones espacial y temporal tomando en cuenta $P_{NL} \neq 0$, de modo que podamos contar con una vista general de la propagación de trenes de pulsos por medio de fibra óptica, al incluir no linealidades.

2.1. Ecuación de onda temporal

Tomando $P_{NL} \neq 0$, y considerando no linealidades de tercer orden, dado que las fibras ópticas son un medio no conductor [4, 12]. Tenemos que:

$$P_{NL} \approx \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \tag{2.1}$$

Generalmente la polarización no lineal de tercer orden en forma escalar incluye un factor de corrección que proviene de pasar de una notación vectorial a una escalar. Por ende, puede ser expresada de la siguiente manera [12]:

$$P_{NL} = \frac{3}{4}\epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E \tag{2.2}$$

$$P_{NL} = \frac{3}{4}\epsilon_0 \chi^{(3)} (E \cdot E^*) E \tag{2.3}$$

Al reordenar los términos tenemos:

$$P_{NL} = \epsilon_0 \epsilon_{NL} E \tag{2.4}$$

donde,

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4}\chi^{(3)} |E|^2 \tag{2.5}$$

Retomando la ecuación de onda y sustituyendo P_{NL} obtenemos lo siguiente:

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2} = \mu_0 \frac{d^2 P_{NL}}{dt^2} \tag{2.6}$$

$$\tag{2.7}$$

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{NL} \frac{d^2E}{dt^2} \tag{2.8}$$

$$\tag{2.9}$$

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2} = \frac{\epsilon_{NL}}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2} \tag{2.10}$$

$$\tag{2.11}$$

$$\nabla^2 E - \frac{\left(n^2 + \epsilon_{NL}\right)}{c^2}\frac{d^2E}{dt^2} = 0 \tag{2.12}$$

$$n_{NL}^2 = n^2 + \epsilon_{NL} = n^2 + \frac{3}{4}\chi^{(3)}\left|E\right|^2 \tag{2.13}$$

La expresión (2.12) corresponde a la ecuación de onda espacio-temporal tomando en consideración las no linealidades.

El termino n_{NL}^2 se compone de una parte lineal dada por n^2 (índice de refracción lineal al cuadrado) y una no lineal dada por ϵ_{NL}. Generalmente el valor de n^2 es dos ordenes de magnitud mayor que ϵ_{NL} [12].

Si consideramos que la parte no lineal ϵ_{NL} es pequeña, es posible repetir el procedimiento mostrado en el apéndice A para obtener la ecuación espacial y temporal por separado, tomando en cuenta las nolinealidades. Estas ecuaciones se presentan a continuación.

$$\nabla^2 F(x,y) + \left(n_{NL}^2 k^2 - \beta^2\right) F(x,y) = 0 \tag{2.14}$$

$$\frac{d\tilde{A}}{dz} = i\left(\beta + \Delta\beta - \beta_0\right)\tilde{A} \tag{2.15}$$

Las expresiones (2.14) y (2.15) son la ecuación espacial y temporal respectivamente. Donde β_0 es la constante de propagación a la frecuencia central ω_0, mientras que β es la constante de propagación a cualquier frecuencia ω incluyendo ω_0.

Cabe mencionar que en la ecuación temporal son considerados los cambios de β debido a nolinealidades mediante el término $\Delta\beta$ [12].

2.1.1. Fibras Monomodo

Partiendo de la ecuación de onda en forma temporal (2.15) es posible encontrar una expresión cuyos elementos describan el ensanchamiento y retrasos experimentados por los pulsos durante una transmisión. Para ello, se realiza una expansión de Taylor del indice efectivo o constante de propagación, β, alrededor de ω_0.

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{(\omega-\omega_0)^2}{2!}\beta_2 + \frac{(\omega-\omega_0)^3}{3!}\beta_3 + \cdots \tag{2.16}$$

donde:

$$\beta_1 = \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \mid \omega = \omega_0, \qquad \beta_2 = \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2} \mid \omega = \omega_0, \qquad \beta_3 = \frac{d^3\beta(\omega)}{d\omega^3} \mid \omega = \omega_0$$

En las expresiones anteriores, β_1 representa el inverso de la velocidad de grupo, β_2 el parámetro de dispersión, y β_3 es un termino que hace referencia a la asimetría del

ensanchamiento del pulso. En fibras ópticas monomodo SMF28 a una longitud de onda central $\lambda_0 = 1550nm$ tenemos que:

$$\beta_1 = 4{,}89\frac{ps}{km} \quad \beta_2 = -21{,}37\frac{ps^2}{km} \quad \beta_3 = 0{,}13\frac{ps^3}{km}$$

A partir de las expresiones anteriores, podemos reescribir la ecuación de onda temporal como:

$$\frac{d\tilde{A}}{dz} = i\left[(\omega-\omega_0)\beta_1 + \frac{(\omega-\omega_0)^2}{2}\beta_2 + \frac{(\omega-\omega_0)^3}{6}\beta_3 + \cdots\right]\tilde{A} + i\Delta\beta\tilde{A} \tag{2.17}$$

considerando la siguiente propiedad de la transformada inversa de Fourier:

$$\frac{d}{dt} \longrightarrow -i(\omega-\omega_0) \qquad (\omega-\omega_0) \longrightarrow i\frac{d}{dt}$$

obtenemos la expresión:

$$\frac{dA}{dz} = \left[-\beta_1\frac{dA}{dt} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{d^2A}{dt^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{d^3A}{dt^3} + \cdots\right] + i\Delta\beta A \tag{2.18}$$

donde [12]:

$$\Delta\beta = \gamma \mid A \mid^2 = \gamma\left(A\cdot A^{(*)}\right), \qquad \gamma = \frac{n_2\omega_0}{cA_{eff}}$$

Cabe recordar que $\Delta\beta$ incluye nolinealidades, mismas que se ven reflejadas mediante el factor γ. La ec. (2.18) queda entonces como:

$$\frac{dA}{dz} = \left[-\beta_1\frac{d}{dt} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{d^2}{dt^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{d^3}{dt^3} + \cdots\right]A + \left[i\gamma \mid A \mid^2\right]A \tag{2.19}$$

El elemento γ representa el coeficiente de propagación no lineal, A_{eff} es el área efectiva de la fibra óptica, c la velocidad de la luz y n_2 el índice de refracción no lineal, el cual se define mediante la siguiente expresión donde n es el coeficiente de refracción lineal [12]:

$$n_2 = \frac{3}{8n}\chi^3 \tag{2.20}$$

La expresión (2.19) representa la ecuación de onda temporal con $P_{NL} \neq 0$. En esta expresión es posible distinguir que la ecuación de onda temporal se compone de dos partes representadas mediante los operadores lineal y no lineal, como se plantea en la ec. (2.21).

$$\frac{dA}{dz} = \hat{D}A + \hat{N}A \tag{2.21}$$

los operadores $\hat{D}$ y $\hat{N}$ se demarcan a continuación.

$$\hat{D} = -\beta_1\frac{d}{dt} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{d^2}{dt^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{d^3}{dt^3} \tag{2.22}$$

$$\hat{N} = i\gamma \mid A \mid^2 \tag{2.23}$$

Para ejemplificar lo mostrado en las expresiones anteriores se plantea la simulación de propagación de un tren de pulsos ópticos empleando la ec. (2.21). La simulación se realizó mediante el software *VPI photonics*®.

Ejemplo. Se considera una fibra óptica monomodal step-index con radio de núcleo $a = 4\mu m$. La frecuencia de transmisión empleada es $\nu_0 = 193.4\ THz$ ($\lambda_0 = 1550nm$) donde $\omega_0 = 2\pi\nu_0$. El tren de pulsos gaussianos se transmite a una tasa de 10 Gb/s, es decir, se tiene una periodicidad de 100 ps con un ancho de pulsos FWHM = 25 ps a la entrada de la fibra óptica. La potencia pico de los pulsos es de $20mW$.

Para hacer visible el efecto dispersivo en los pulsos transmitidos así como el retraso experimentado conforme a la distancia, se optó por tomar distancias de propagación de 5, 10 y 15 km, así como un factor de atenuación $\alpha = 0.2\ [dB/km]$.

Las gráficas obtenidas son las siguientes:

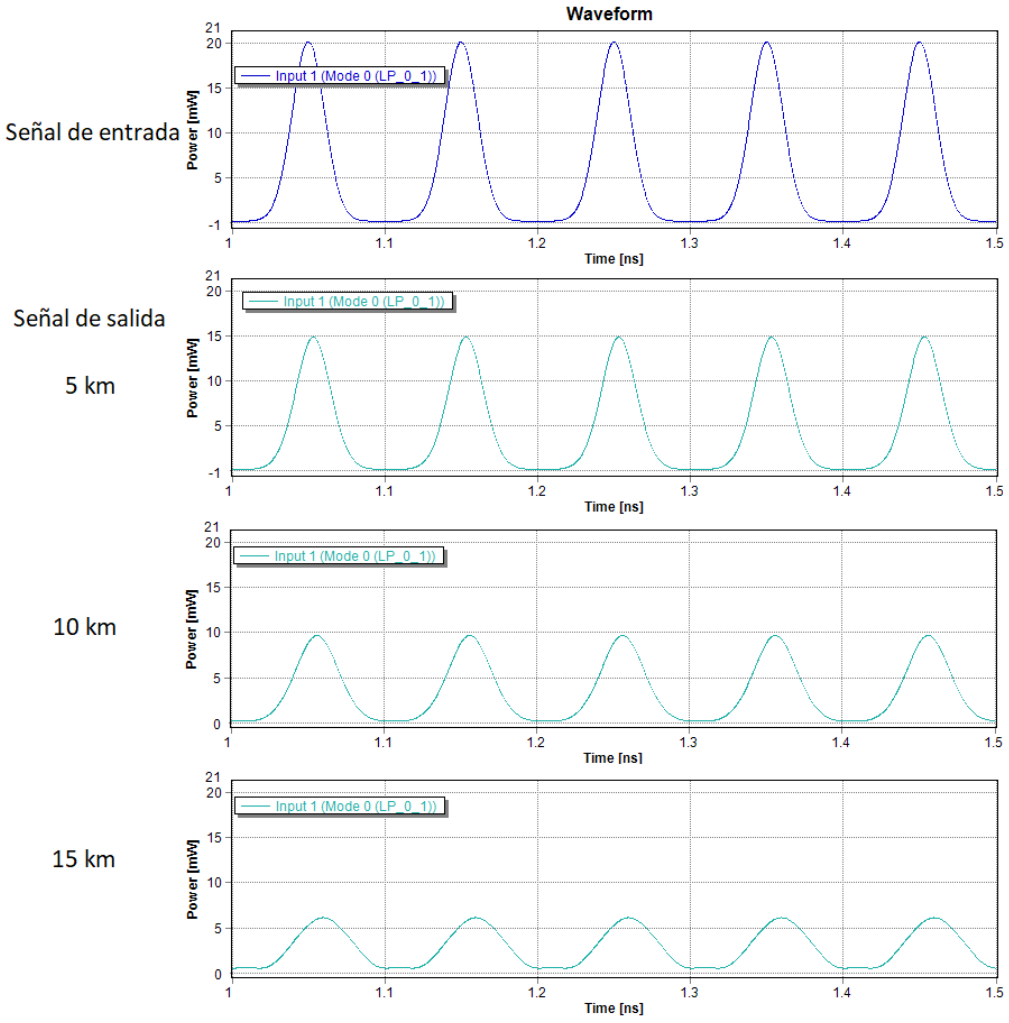

Figura 2.1: Propagación de un tren de pulsos gaussianos a diferentes distancias por medio de una FO monomodo. Dadas las características de dicha fibra, solo se transmite el modo fundamental LP_{01}.

En la Fig. 2.1 se observa que conforme la distancia que recorre la luz aumenta, el nivel de potencia de la señal decrece por efectos de atenuación ademas de experimentar un ensanchamiento de los pulsos cada vez mayor como se muestra en la tabla siguiente.

Cuadro 2.1: Ensanchamiento y atenuación de pulsos a diferentes distancias de propagación.

Distancia [Km]	FWHM [ns]	Potencia recibida [mW]
5	0.02668	14.7293
10	0.03269	9.54722
15	0.04206	6.01304

El desarrollo presentado en este apartado describe la propagación de pulsos considerando los efectos no lineales implícitos, no obstante, dichas expresiones solo describen lo que se suscita en fibras donde únicamente esta viajando un tren de pulsos a través de un solo modo de propagación. Ahora es necesario extender lo anterior al caso donde el tren de pulsos se propaga a través de diferentes modos en una fibra multimodal.

2.1.2. Fibras Multimodo

Al hablar de propagación en fibras ópticas multimodo, se debe considerar que todos los modos presentes se propagan por el mismo núcleo compartiendo el mismo espacio de propagación, y por ende, existirá un acoplamiento entre ellos.

Para describir la propagación a través de este tipo de fibra es necesario recurrir a las ecuaciones no lineales acopladas de Schrödinger (*coupled nonlinear Schrodinger equations, NLSE*) o bien, a las ecuaciones acopladas de Manakov (ME). Esta última opción propone una descripción donde el número de parámetros no lineales se reduce, simplificando la descripción de la propagación no lineal [22, 23].

Considerando una fibra con N modos de propagación, donde el total de modos escalares al considerar la polarizacion es $2N$, el vector de campo eléctrico $\overrightarrow{E}$ contiene los vectores de campo eléctrico que describen a cada modo de propagación permitido dentro de la fibra. La NLSE acoplada que describe la propagación del campo a través de fibras multimodo está dada por [24]:

$$\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial z} = iB^{(0)}\overrightarrow{E} - B^{(1)}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} - i\frac{B^{(2)}}{2}\frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} + i\gamma \sum_{jhkm} C_{jkhm} E_h^* E_k E_m \hat{e}_j \tag{2.24}$$

En la expresión anterior los términos $B^{(i)}(z)$ con $i = 1, \cdots, 2N$ son matrices cuadradas cuyos elementos son los valores de β_i que corresponden a cada modo de propagación. $\hat{e}_j$ con $j = 1, \cdots, 2N$ define a los vectores unitarios de cada modo de propagación usados para representar al campo eléctrico, $\overrightarrow{E} = \Sigma_j E_j \hat{e}_j$ [22].

Los primeros tres términos en la ec. (2.24) consideran la propagación y el acoplamiento lineales [25]. El cuarto término representa el acoplamiento inducido por las nolinealidades Kerr en la fibra. γ es el coeficiente no lineal usualmente empleado en la NLSE, de modo que $\gamma = \omega_0 n_2 / c A_{eff}$, donde n_2 es el coeficiente Kerr, c es la velocidad de la luz en el vacío y A_{eff} es el área efectiva del modo fundamental a la frecuencia central ω_0. Las constantes C_{jkhm} dependen del perfil del modo espacial y son adimensionales [12].

Los modos de propagación en una fibra multimodal pueden dividirse en grupos, donde cada grupo se caracteriza por tener diferente constante de propagación. Si nombramos a cada grupo de modos como $a, b, c, \cdots, w$ las ecuaciones acopladas de Manakov pueden representarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overrightarrow{E}_a}{\partial z} &= \hat{D}_a \overrightarrow{E} + \hat{N}_{aa} \overrightarrow{E} + \hat{N}_{ab} \overrightarrow{E} + \cdots + \hat{N}_{aw} \overrightarrow{E} \\
\frac{\partial \overrightarrow{E}_b}{\partial z} &= \hat{D}_b \overrightarrow{E} + \hat{N}_{ba} \overrightarrow{E} + \hat{N}_{bb} \overrightarrow{E} + \cdots + \hat{N}_{bw} \overrightarrow{E} \\
&\cdots \\
\frac{\partial \overrightarrow{E}_w}{\partial z} &= \hat{D}_w \overrightarrow{E} + \hat{N}_{wa} \overrightarrow{E} + \hat{N}_{wb} \overrightarrow{E} + \cdots + \hat{N}_{ww} \overrightarrow{E}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Como se ha dicho anteriormente, la ec. (2.24) esta formada por una parte lineal y otra nolineal, que al igual que en el caso de fibras monomodales puede ser representada mediante operadores lineales y no lineales. Las ecuaciones acopladas de Manakov en la ec. (2.25) se describen mediante los operadores $\hat{D}$ y $\hat{N}$ tal como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}
\hat{D}_a &= i\beta_a - \beta'_a \frac{\partial}{\partial t} - i\frac{\beta''_a}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \\
\hat{N}_{aa} &= i\gamma \left(\kappa_{aa} \mid \overrightarrow{E}_a \mid^2 \right) \\
\hat{N}_{ab} &= i\gamma \left(\kappa_{ab} \mid \overrightarrow{E}_b \mid^2 \right), \quad \cdots \quad , \hat{N}_{aw} = i\gamma \left(\kappa_{aw} \mid \overrightarrow{E}_w \mid^2 \right) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\hat{D}_w &= i\beta_w - \beta'_w \frac{\partial}{\partial t} - i\frac{\beta''_w}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \\
\hat{N}_{wa} &= i\gamma \left(\kappa_{wa} \mid \overrightarrow{E}_a \mid^2 \right), \quad \cdots \quad , \hat{N}_{wv} = i\gamma \left(\kappa_{wv} \mid \overrightarrow{E}_v \mid^2 \right) \\
\hat{N}_{ww} &= i\gamma \left(\kappa_{ww} \mid \overrightarrow{E}_w \mid^2 \right)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Cada letra $a, b, c \cdots, w$, representa a un grupo de modos. Los operadores no lineales cuyos subíndices contienen dos letras diferentes, corresponden a términos de acoplamiento entre un grupo modal y otro. Las cantidades β' y β'' son la velocidad de grupo y la dispersión de velocidad de grupo de los modos respectivamente. El coeficiente de acoplamiento nolineal κ_{uv} se define mediante la siguiente expresión [22]:

$$\kappa_{uv} = \sum_{k,m \in N_u \cup N_v} \sum_{j \in N_u} \sum_{h \in N_v} C_{jhkm} \frac{\delta_{hk}\delta_{jm} + \delta_{hm}\delta_{jk}}{|N_u|(|N_v| + \delta_{vu})} \tag{2.27}$$

Donde u y v pueden tomar diferentes letras que describan a cada grupo modal, N_u y N_v son el número de modos con que se componen los grupos modales u o v respectivamente [22].

En la expresión anterior el termino δ_{ij} conocido como la delta de Kronecker se define de la siguiente manera [26]:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & para \quad i = j \\ 0 & para \quad i \neq j \end{cases} \tag{2.28}$$

Los coeficientes C_{jhkm} se obtienen a partir de las expresiones siguientes [26]:

$$D^{(1)} = \frac{\int dxdy \left(\vec{F}_j^* \cdot \vec{F}_m\right)\left(\vec{F}_h^* \cdot \vec{F}_k\right)}{N_j N_h N_k N_m} \tag{2.29}$$

$$D^{(2)} = \frac{\int dxdy \left(\vec{F}_j^* \cdot \vec{F}_h^*\right)\left(\vec{F}_m \cdot \vec{F}_k\right)}{N_j N_h N_k N_m} \tag{2.30}$$

$$N_n^2 = \int dxdy \left|\vec{F}_n\right|^2 n_f \tag{2.31}$$

Donde $\vec{F}_n(x,y)$ describe los perfiles de modo transversal, y $n_f(x,y)$ es el indice de refracción del material en el núcleo de la fibra óptica. C_{jkhm} se obtiene de la expresión:

$$C_{jkhm} = \frac{A_0\left[2D_{jhkm}^{(1)} + D_{jhkm}^{(2)}\right]}{3} \tag{2.32}$$

Los índices 1 y 2 en la expresión anterior se usan para denotar las dos polarizaciones del modo fundamental. Donde $A_0 \simeq n_{eff}^2 A_{eff}$, y n_{eff} es el índice de refracción efectivo del modo fundamental a la frecuencia central ω_0 [26].

Como podemos observar en ec. (2.25), al considerar un caso general donde se cuenta con un número w de grupos modales, es lógico pensar que los operadores que los describen sea mayor que cuando únicamente se cuenta con un modo de propagación. A diferencia del caso monomodal donde la parte no lineal se representa mediante un único operador $\hat{N}$, en el caso de fibras multimodales, dicho operador se ha separado de forma tal que sea posible distinguir los elementos no lineales que implican acoplamiento intermodal nolineal. Dicha distinción se muestra en la ec. (2.26) mediante los operadores $\hat{N_{ab}}, \hat{N_{ac}}, \cdots, \hat{N_{aw}}$, etc.

A continuación se presenta un ejemplo de propagación por medio de una fibra óptica multimodo que soporta dos modos de propagación LP, con el objeto de visualizar mejor los eventos suscitados durante la transmisión empleando dicha fibra.

Las gráficas y resultados mostrados a continuación se obtuvieron a partir de las simulaciones realizadas en el software *VPI photonics* ®, el cual considera las ecs. mostradas en (2.25) durante el correspondiente proceso de simulación.

Ejemplo. Se plantea la propagación de un tren de pulsos gaussianos con frecuencia ν_0= 193.4 THz a través de una fibra óptica multimodal step-index con radio de núcleo $a = 7\mu m$. La potencia pico de los pulsos transmitidos es de $20mW$, con una tasa de transmisión de $10Gb/s$, una periodicidad de $100ps$ y un ancho $FWHM = 25ps$.

En el presente ejemplo las distancias de propagación planteadas son 2.5, 5 y 10 km con un factor de atenuacion $\alpha = 0.2$ $[dB/km]$. Por simplicidad, se ha considerado una fibra que soporta unicamente dos modos, LP_{01} y LP_{11}.

Las siguientes gráficas muestran los pulsos obtenidos después de haber recorrido diferentes distancias. La gráfica superior es la señal de entrada en la fibra óptica.

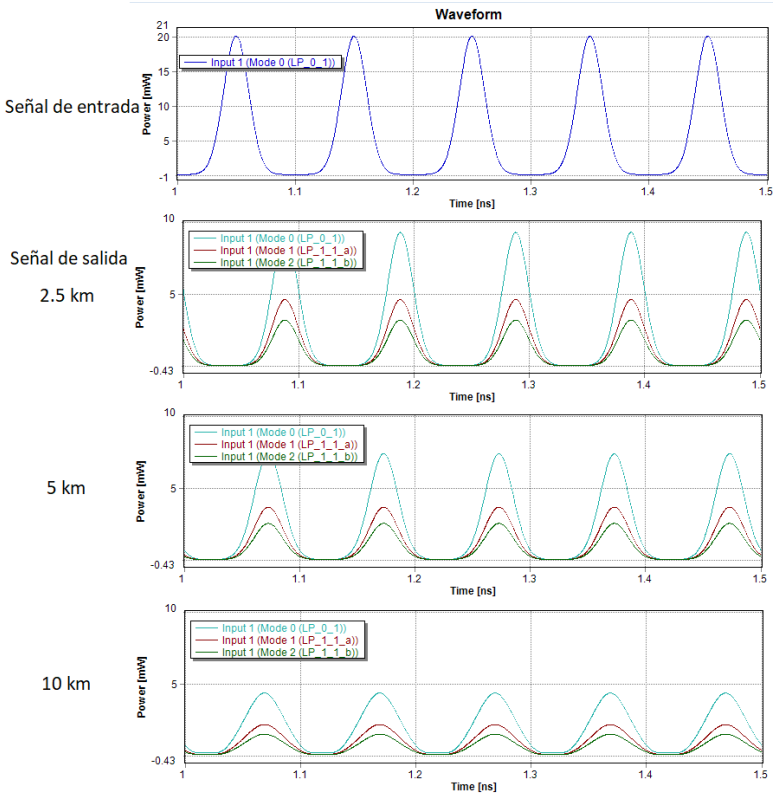

Figura 2.2: Propagación de tren de pulsos ópticos a diferentes distancias en una FO multimodal.

Cuadro 2.2: Modo LP_{01}, Dispersión = 23.024 $[ps/nm \cdot km]$.

Distancia [Km]	Retraso[ns]	Potencia recibida [mW]	FWHM [ns]
2.5	4.89882	9.28723	0.026079
5	4.89882	7.392056	0.02908
10	4.89882	4.35135	0.03966

Cuadro 2.3: Modo LP_{11a}, Dispersión = 21.566 $[ps/nm \cdot km]$.

Distancia [Km]	Retraso[ns]	Potencia recibida [mW]	FWHM [ns]
2.5	4.90111	4.60827	0.026079
5	4.90111	3.666803	0.02908
10	4.90111	2.15848	0.03966

Como se observa en la Fig. 2.2, los pulsos transmitidos presentan efectos dispersivos así como perdida de potencia al incrementar la longitud de la fibra óptica. A diferencia de la Fig. 2.1, en este caso la potencia inicial se divide entre los modos generados dentro de la fibra, por ende, una de las diferencias mas evidentes respecto a fibras con un único modo de propagación es que la disminución de potencia en el caso multimodal es mas rápida, ademas de ser diferente en cada uno de los modos dentro de la fibra.

Cuadro 2.4: Modo LP_{11b}, Dispersión = 21.566 $[ps/nm \cdot km]$.

Distancia [Km]	Retraso[ns]	Potencia recibida [mW]	FWHM [ns]
2.5	4.90111	3.18109	0.026079
5	4.90111	2.53168	0.02908
10	4.90111	1.49051	0.03966

En las gráficas mostradas en la Fig. 2.2 podemos notar que el modo LP_{11} se *"separa"* en dos modos definidos como LP_{11a} y LP_{11b}. En primera instancia, esto se debe a que al considerar la representación espacial del modo LP_{11} podemos notar que esta formado por dos lóbulos que pueden propagarse de manera horizontal o vertical como se muestra en la Fig. 2.3. A esto se le conoce como modos degenerados. Los modos LP_{lm} donde $l \geq 1$ presentarán dichos modos degenerados [2].

Si bien la luz puede transmitirse de manera horizontal o vertical para el modo LP_{11}, la forma en que se distribuirá la luz en los modos degenerados al ingresar en la fibra no es la misma. En las gráficas mostradas en la Fig. 2.2, podemos notar que el nivel de potencia pico en los modos LP_{11a} y LP_{11b} al final de la fibra es distinto. Esto se debe a que en la simulación realizada el tren de pulsos ópticos a la entrada de la fibra se envió polarizado horizontalmente, esto quiere decir que al inicio de la transmisión se favorece a uno de los modos degenerados. En la Fig. 2.3 se observa que sin importar la forma en que viaje el modo, ya sea horizontal o vertical, se tiene un vector de campo eléctrico de magnitud distinta en cada caso. Dicha magnitud esta relacionada con la polarización del haz de luz que viaja a través de la fibra. No obstante, el campo eléctrico cambia conforme se propaga en la fibra óptica [2].

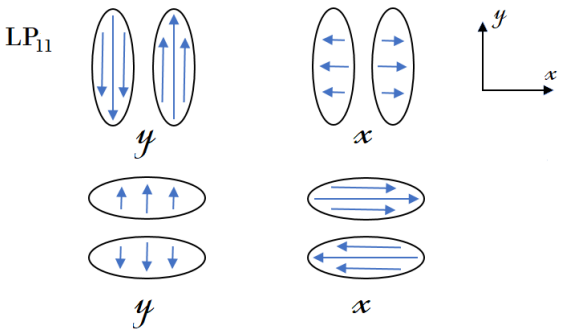

Figura 2.3: Modo LP_{11}. Las flechas representan el vector de campo eléctrico.

Igualmente podemos observar a partir de los resultados presentados en las tablas anteriores que los modos LP_{01} y LP_{11} viajan a diferentes velocidades. En el presente ejemplo ambos modos muestran una diferencia de 0.01 ns de retraso temporal aproximadamente, lo cual es difícilmente perceptible a partir de las gráficas, no obstante es claro que ambos modos viajan con diferente velocidad.

En este capítulo se ha tratado la propagación de señales por medio de fibras monomodales y multimodales enviando a través de ellas un tren de pulsos gausianos, para ilustrar oportunamente las diferencias existentes entre dichas fibras en la propagación de luz. Ahora, podemos ahondar en el estudio un sistema que incorpore señales WDM en fibras ópticas multimodo, en función de analizar el impacto de las nolinealidades en la propagación de señales ópticas mediante la inclusión de SDM.

Capítulo 3

Modelado de propagación de pulsos en MMF

A lo largo de este trabajo se han planteado las expresiones que describen la propagación de pulsos en fibras ópticas, así como algunos ejemplos de propagación por medio de diferentes tipos de fibras ópticas, esto ha sido con el fin de aclarar los fenómenos implícitos en la transmisión de pulsos ópticos, así como una introducción al presente capítulo en el cual se busca analizar un sistema de transmisión WDM haciendo uso de los diferentes modos de propagación disponibles en una fibra óptica multimodal de determinadas características.

Al tener una mejor noción del comportamiento de las señales transmitidas aprovechando los diferentes modos de propagación disponibles en una fibra óptica, se abre la posibilidad de proponer esquemas SDM empleando fibras ópticas multimodo donde el impacto de las nolinealidades sea menor, con ello, se abre el paso a mejoras en el diseño de fibras, así como en los diversos elementos que integran un sistema de comunicaciones óptico, todo esto en la búsqueda de incrementar las tasas de transmisión disponibles actualmente.

3.1. Estructura a modelar

El presente proyecto se basa en el estudio de fibras ópticas multimodales, las cuales presentan efectos de acoplamiento por la presencia de múltiples modos de propagación. Dichos efectos en conjunto con las nolinealidades tienen una repercusión distinta para cada modo de transmisión. El desarrollo de este trabajo se ha realizado en base a simulaciones, empleando *VPI Photonics*® y *Matlab*®.

En este proyecto se propone el análisis de dos tipos de fibra óptica, step-index y graded-index, donde cada una de ellas cuenta con un máximo de 6 modos LP. En cada modo se transmiten 10 canales WDM cuya longitud de onda se encuentra alrededor de 1550 nm, con una separación de 100 GHz, esto es con base en lo establecido por la ITU (*International Telecommunication Union*), en la recomendación: ITU-T G.694.1 [27].

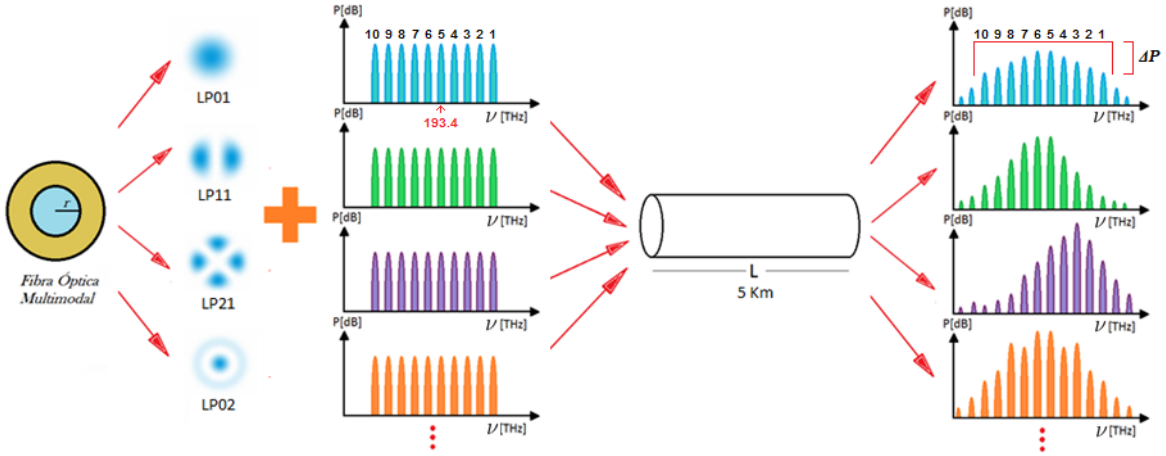

Figura 3.1: Sistema de transmisión.

En general, el sistema de transmisión empleado se ilustra en el esquema de la Fig. 3.1. En una fibra óptica multimodal, cada uno de los modos es empleado como un canal de comunicación para transmitir canales WDM independientes. Estos modos recorren una distancia de 5km hasta ser recibidos en un analizador de señales óptico (OSA), donde los canales WDM presentarán condiciones diferentes en cada modo de propagación. Estas diferencias se hacen visibles a partir del análisis de diferentes parámetros, como se mostrará mas adelante.

Para visualizar de mejor manera los fenómenos que tienen lugar durante la transmisión de señales, se realizaron mediciones de diferencia en potencia (ΔP) entre canales para cada modo LP, así como del parámetro de dispersión (D) y retraso ($\Delta\tau$). Estas mediciones se obtuvieron mediante variaciones en el diámetro de la fibra y la potencia inicial (P_0) para ambos tipos de fibra óptica, step-index y graded-index.

El diagrama de los elementos empleados en *VPI Photonics*® se muestra en la Fig. 3.2. Al inicio se tienen 10 generadores de trenes de pulsos, transmitiendo en diferentes frecuencias a una tasa de 10 Gbit/s, cada uno ellos con un mismo nivel de potencia. Los trenes de pulsos son multiplexados y posteriormente con ayuda del combinador modal (*Combiner-Splitter*), son introducidos en cada modo de la fibra óptica, de tal forma que cada modo contará con una señal WDM de características similares, las cuales viajarán por la fibra óptica una distancia de 5 km hasta los analizadores de señales.

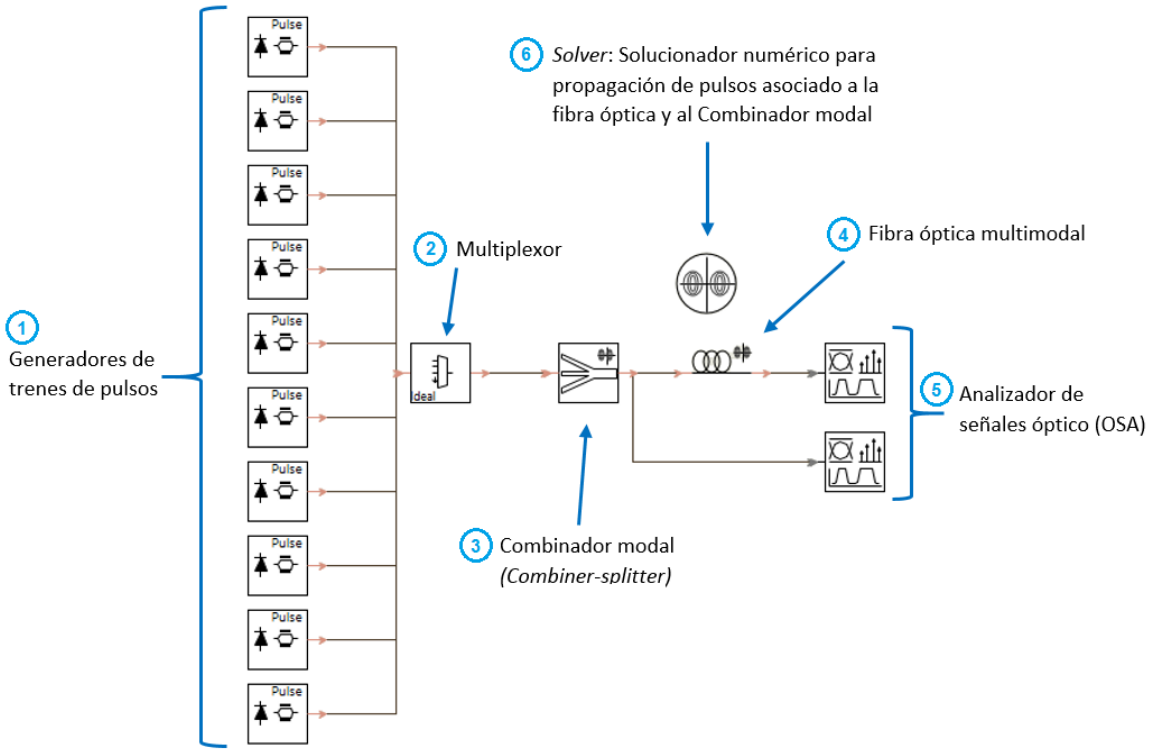

Figura 3.2: Sistema de transmisión con 10 canales WDM a una distancia de 5 Km.

Como se puede observar en la Fig. 3.2, se ha colocado un analizador de señales al inicio y final de la fibra óptica. Esto ha sido con la intención de contar con un punto de referencia para apreciar en mejor medida los cambios que se suscitan en las señales al viajar a través de una fibra multimodal, de la forma antes descrita.

Cuadro 3.1: Parámetros empleados para modelar el esquema de la Fig. 3.2

Transmisor:	**Fibra Óptica:**
Pulsos Gaussianos orden 1	Longitud = 5Km
Sample Rate = 4.16 THz	Indice no lineal = 26e-21 m^2/W
Bit Rate = 10 Gbit/s	Atenuacion: 0.2 dB/km
Potencia pico = 20, 50 y 100 mW	Indice: Escalonado / Transversal
FWHM = 25 ps	n_1 = 1.49928
Chirp = 0	Diferencia de indice = 0.0036
Multiplexor ideal:	Diámetro de núcleo variable
Perdidas de inserción = 0 dB	Orden del perfil (α) (*graded-index*)= 2
Combiner-Splitter: Ideal	Spectral index profile: Sellmeier

Cuadro 3.2: Frecuencias empleadas en canales WDM transmitidos.

Numero de canal	Frecuencia (ν) [THz]	Longitud de onda (λ) [nm]
1	193.8	1546.9167
2	193.7	1547.7153
3	193.6	1548.5148
4	193.5	1549.3150
5	193.4	1550.1161
6	193.3	1550.9180
7	193.2	1551.7208
8	193.1	1552.5244
9	193.0	1553.3288
10	192.9	1554.1340

Cabe aclarar que los valores mostrados en las tablas (**??**) y (3.2) no son los únicos parámetros que se han definido en el software para poder realizar las mediciones. Los detalles de las simulaciones realizadas pueden ser consultados en el apéndice B.

3.2. Simulación de pulsos en MMF

Por comodidad, la presente sección se divide en dos partes, ya que los modos LP generados en fibras de indice gradual y escalonado viajan de manera distinta en cada una de las dos fibras. Para cada una, se realizaron simulaciones variando las dimensiones del diámetro de la fibra hasta lograr tener presentes 6 modos LP. Este procedimiento se llevó a cabo para diferentes potencias de transmisión.

3.2.1. Índice escalonado

Como se ha dicho, nuestro interés es el estudio de canales WDM en fibras ópticas multimodo con seis modos LP. Por ello, se realizaron variaciones en el diámetro del núcleo de la fibra hasta llegar al límite antes de presentarse un séptimo modo. De esta manera obtenemos un rango de diámetros en los que se cuenta con los modos deseados y una gama de valores de dispersión (D), diferencia de potencia (ΔP) y retraso (Δt) para cada modo.

Las dimensiones del núcleo consideradas durante las simulaciones van de 8.2 μm a 20.6 μm de diámetro. En la Fig. 3.3 se observa el perfil de índice de refracción de la fibra óptica empleada. En el núcleo se tiene un índice: n_c = 1,44928 y el correspondiente al recubrimiento es: n_{cl} = 1,44402, para la frecuencia ν = 193.35 THz (λ = 1550.5 nm).

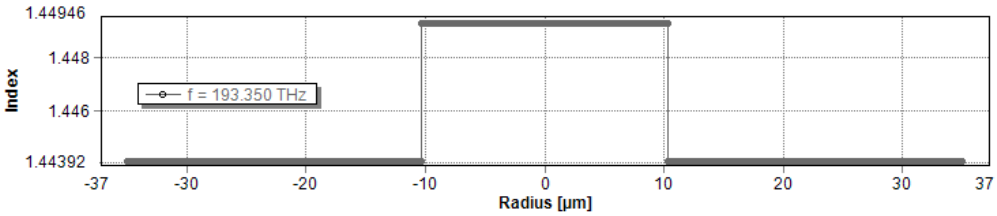

Figura 3.3: Perfil de índice de refracción.

En la Fig. 3.4 se puede observar el perfil radial de cada uno de los 6 modos propagados en una fibra con perfil step-index como la mostrada en la Fig. 3.3. La forma de estos modos cambiará si se emplea otro perfil de índice como se verá en la siguiente sección.

Cabe mencionar que en la Fig. 3.4 se emplea una potencia normalizada por unidad de área. Por otra parte, en esta misma figura se observan los 6 modos LP empleados (LP01, LP11a, LP11b, LP21a, LP21b, LP02), donde las letras a y b corresponden a dos modos LP degenerados.

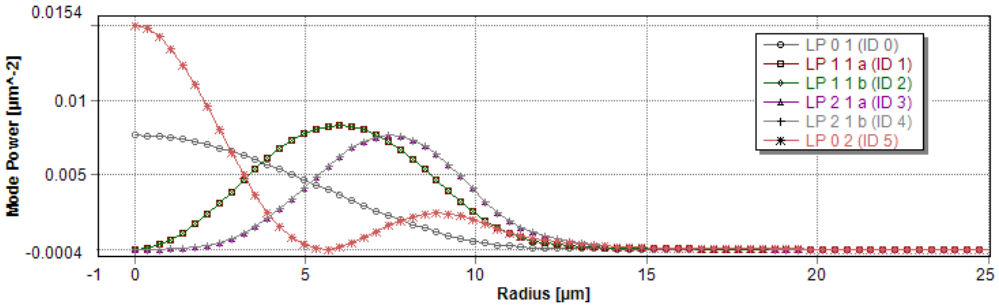

Figura 3.4: Potencia normalizada de los modos LP, en función del radio en una fibra óptica de indice escalonado.

Los 10 canales WDM considerados en cada modo de la fibra se observan en la Fig. 3.5. En 3.5a se muestra la señal a la entrada de la fibra óptica, mientras que en 3.5b se observan los canales WDM en diferentes modos de propagación a la salida de la fibra óptica, donde cada modo presenta un nivel de potencia distinto. Igualmente se puede apreciar la generación de nuevas frecuencias no deseadas causadas por nolinealidades.

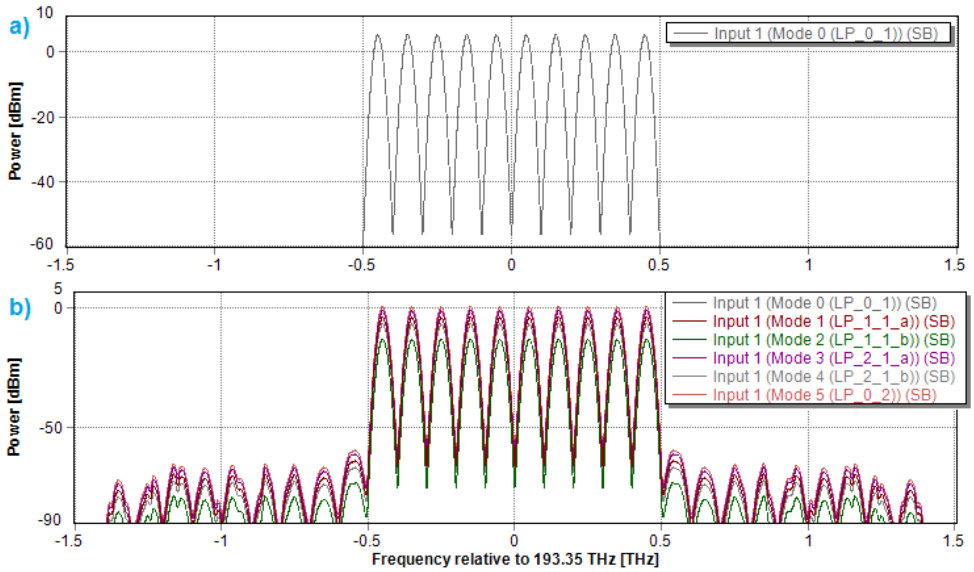

Figura 3.5: Espectro óptico de señal WDM. a) Señal a la entrada de la fibra óptica b) Señal después de 5 km.

Se debe tener en cuenta que la Fig. 3.5 se obtuvo considerando un diámetro de núcleo igual a 20.6 μm. Esto es relevante puesto que los niveles de potencia a la salida de la fibra óptica cambiarán si las dimensiones del núcleo son modificadas.

Un parámetro de gran importancia en el diseño de fibras ópticas es la frecuencia normalizada. Este parámetro conjunta la longitud de onda de operación, los índices de refracción de núcleo y revestimiento, así como el diámetro del núcleo de la fibra óptica. Por medio de la frecuencia normalizada es posible obtener un rango de valores en los cuales la fibra óptica presente un comportamiento monomodal o multimodal, según sea nuestro interés.

Como se muestra en la ec. (1.39) la frecuencia normalizada se expresa como:

$$V = \frac{\pi d}{\lambda}\sqrt{(n_1)^2 - (n_2)^2} \tag{3.1}$$

En esta expresión podemos notar que una vez definida la longitud de onda de operación (λ), se tienen dos posibilidades respecto a las variables restantes. La primera de ellas consiste en definir los índices de refracción (n_1) y (n_2), para posteriormente mediante variaciones en el diámetro (d) encontrar los valores de frecuencia normalizada (V), en los que la fibra óptica se comporta como multimodal. La segunda opción es establecer un valor de diámetro y modificar los índices de refracción.

En este caso se optó por la primera de las opciones planteadas, con el objetivo de encontrar la frecuencia normalizada (V) y la constante de propagación normalizada (b) con mayor facilidad. Obteniendo de esta manera la gráfica de la Fig. 3.6, que coincide con la que se encuentra en la literatura [2, 28, 21]. La constante de propagación normalizada (b) se define como [28]:

$$b \approx \frac{(\beta/k) - n_2}{n_1 - n_2} \tag{3.2}$$

donde $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, β es la constante de propagación, n_1 y n_2 son los índices de refracción de núcleo y revestimiento respectivamente.

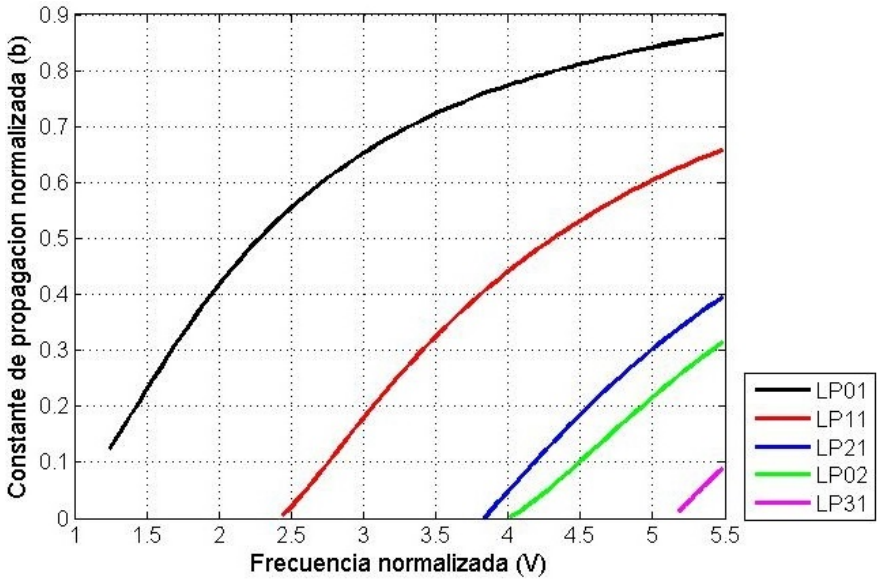

Figura 3.6: Constante de propagación normalizada (b) en función de la frecuencia normalizada (V) para cinco modos LP.

Podemos observar que en el rango de valores $4.013 \leq V \leq 5.134$ se presentan los modos LP_{01}, LP_{11}, LP_{21} y LP_{02}, en los cuales se enfoca el presente trabajo.

Una vez que conocemos el rango de frecuencia normalizada en el que la fibra óptica de indice escalonado tiene un comportamiento multimodal, podemos tomar como referencia esta información, y establecer el retraso y dispersión correspondientes a cada modo de transmisión dentro de la fibra. Por ello se plantea el sistema de la Fig. 3.7.

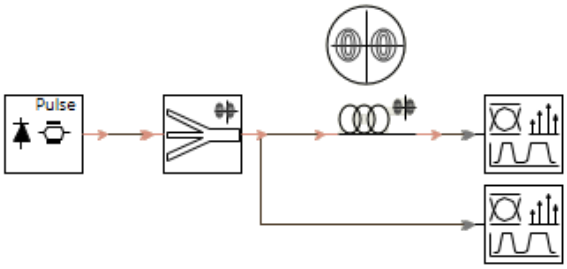

Figura 3.7: Sistema de transmisión con $\lambda = 1550nm$, en una fibra óptica step-index.

En la Fig. 3.8 se muestra el retraso (Δt) por unidad de longitud, también denominado (*Group delay*). Esta gráfica se obtuvo a partir de simulaciones en el sistema de la Fig. 3.7 para diferentes valores de frecuencia normalizada.

Se consideró una longitud de onda $\lambda = 1550nm$ así como los valores de índice de refracción planteados en la Fig. 3.3.

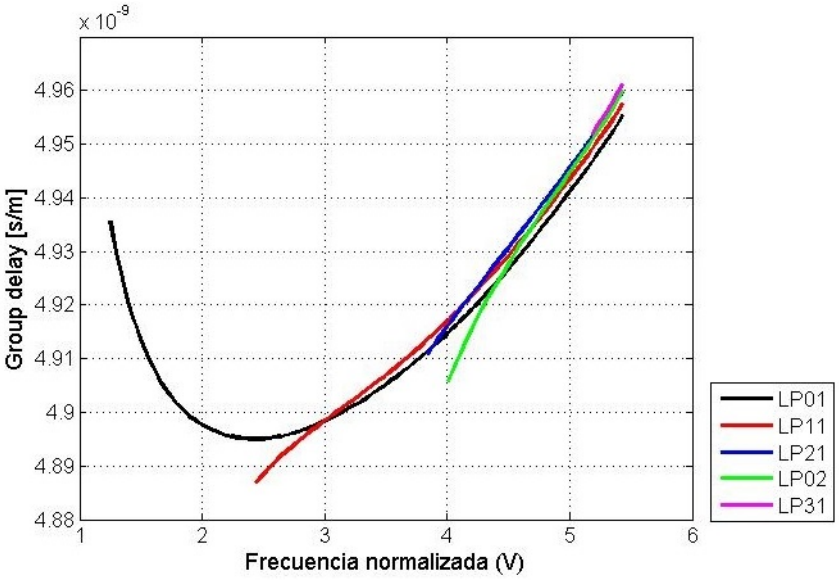

Figura 3.8: Retraso por unidad de longitud (*Group delay*).

El *group delay* es una medida del retraso en tiempo experimentado por pulsos de luz en un dispositivo óptico [29] en relación a la distancia, en este caso se trata de fibra óptica multimodal. Como se observa en la Fig. 3.8, en el segmento de frecuencia normalizada donde se presentan los modos LP_{01}, LP_{11}, LP_{21} y LP_{02}, el valor de group delay es menor para V = 4.013, sin embargo, la diferencia de retraso entre los modos es mayor; esta diferencia se reduce conforme el valor de la frecuencia normalizada aumenta.

Cuando las velocidades de grupo de los modos transmitidos en la fibra óptica son distintas, los pulsos de luz en cada modo llegaran al final de la fibra en tiempos diferentes. Lo que se busca es tener una diferencia de retraso entre modos lo menor posible.

Por otro lado, los valores de dispersión correspondiente a cada modo de propagación en función de la frecuencia normalizada se ilustran en la Fig. 3.9. Estos valores cambian en un rango que comprende de -49.19 $[ps/nm \cdot km]$ para el modo LP_{02}, hasta 24.48 $[ps/nm \cdot km]$ para el modo LP_{11}.

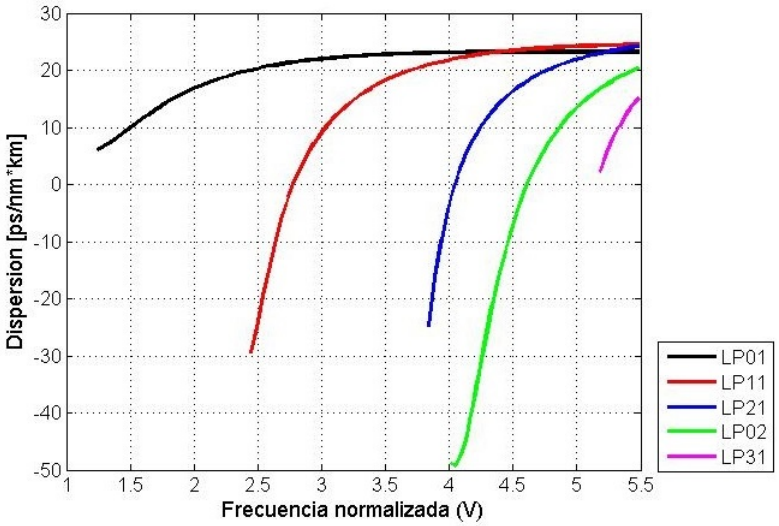

Figura 3.9: Dispersión.

El parámetro de dispersión D, que caracteriza el ensanchamiento de los pulsos, se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$D = \frac{-2\pi c}{\lambda_0^2}\beta_2 \quad \left[\frac{ps}{nm \cdot km}\right] \tag{3.3}$$

donde λ_0 es la longitud de onda, c la velocidad de la luz y β_2 es el parámetro de dispersión calculado a partir del índice efectivo de cada modo en la fibra óptica. Mientras mayor sea el valor absoluto de D, mayor será el ensanchamiento de los pulsos transmitidos.

Con el sistema planteado durante las simulaciones en *VPI photonics*® ha sido posible obtener el valor de índices efectivos, retraso y dispersión directamente del software. Sin embargo, es posible corroborar la validez de los valores presentados en las Fig. 3.8 y 3.9, ya que estos coinciden con los mostrados en literatura [21].

Se debe tener en cuenta que las Fig. 3.8 y 3.9 se obtuvieron a partir del sistema en la Fig. 3.7 estableciendo valores fijos de longitud de onda e índices de refracción. Sin embargo, esto no significa que solo sean útiles para los valores de λ, n_1 y n_2 empleados.

Empleando el esquema de la Fig. 3.2, se simuló la transmisión de 10 canales WDM para tres potencias diferentes, 20, 50 y 100 mW.

Esto ha sido con el objetivo de determinar la influencia que tiene la potencia de entrada en la diferencia de potencia entre los canales WDM que viajan en cada modo de la fibra óptica. Esta diferencia ΔP, se midió considerando los canales con mayor y menor potencia en cada modo de propagación. Por ejemplo, en la Fig. 3.10 se observa la diferencia de potencia entre los 10 canales WDM que viajan en el modo fundamental LP_{01} de una fibra de índice escalonado, podemos ver que los canales laterales presentan una potencia menor respecto a los centrales. Esta diferencia ΔP, fue medida para los 6 modos LP que viajan en la fibra óptica.

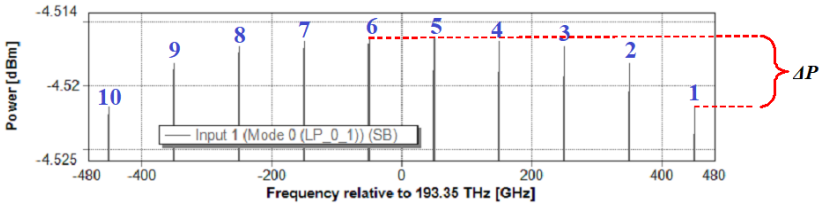

Figura 3.10: Diferencia de potencia (ΔP) de los canales WDM del modo fundamental LP_{01} para una FO step-index con diametro de núcleo d=20.6μm.

La gráfica en la Fig. 3.11 muestra la diferencia de potencia (ΔP) entre los canales WDM en cada modo de propagación, respecto a la frecuencia normalizada. Es decir, la diferencia entre el canal con mayor y menor nivel de potencia para cada modo de la fibra óptica.

En el rango de valores de V que va de 1.24 a 2.39 se observa en color negro al modo fundamental LP_{01}. En el rango de 2.44 a 3.78 se presentan los modos LP_{01}, LP_{11a} y LP_{11b}, sin embargo, ya que sus valores son muy similares, en la Fig. 3.11 las gráficas que corresponden a dichos modos aparecen prácticamente sobrepuestas. Este hecho se repite con la generación de nuevos modos de propagación. En el rango de frecuencia normalizada de 3.83 a 3.98 se encuentran los modos $LP_{01}, LP_{11a}, LP_{11b}, LP_{21a}$, y LP_{21b}, mientras que el rango de 4.03 a 5.13 comprende la totalidad de modos considerados.

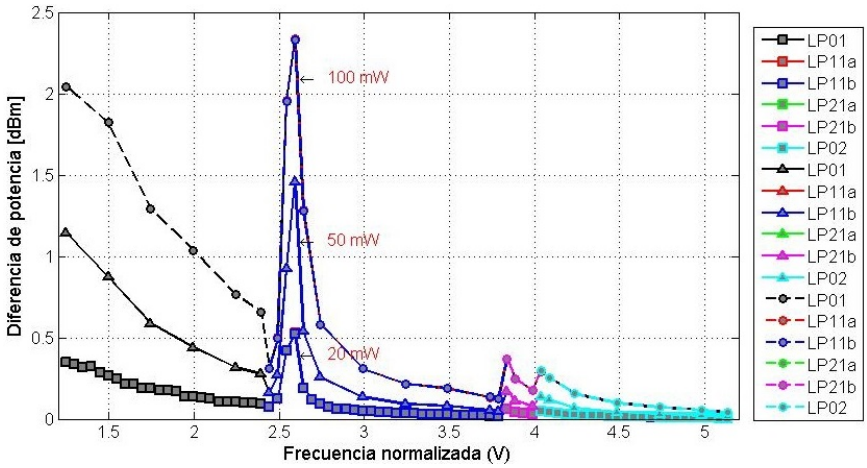

Figura 3.11: Diferencia de potencia.

Igualmente, se observa en la Fig. 3.11 que conforme incrementa el valor de la frecuencia normalizada (V), la diferencia de potencia (ΔP) entre canales se reduce. Este comportamiento causado por no linealidades debe ser considerado en esquemas de transmisión WDM en fibras ópticas multimodales, para el diseño adecuado de esquemas de comunicación basados en este tipo de fibras.

Esta información representa una de las contribuciones principales del presente trabajo, debido a que no se encuentra aún descrita en la literatura.

3.2.2. Índice gradual

Al igual que para la fibra de índice escalonado, se realizaron variaciones en el diámetro de la fibra óptica de índice gradual, hasta obtener seis modos LP. En la Fig. 3.12 se observa el perfil de índice de refracción parabólico. Las dimensiones del diámetro consideradas para este caso comprenden valores de 8.2 μm a 30.3 μm.

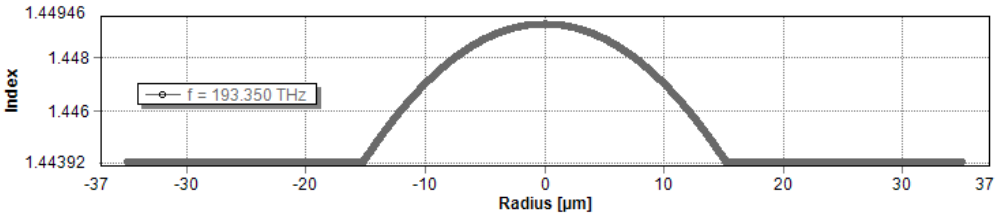

Figura 3.12: Perfil de Indice de refracción.

La Fig. 3.13 muestra la potencia normalizada de los modos LP para una fibra óptica de índice gradual. Los niveles alcanzados en este tipo de fibra cambian respecto a los presentados en una fibra de indice escalonado, Fig. 3.4.

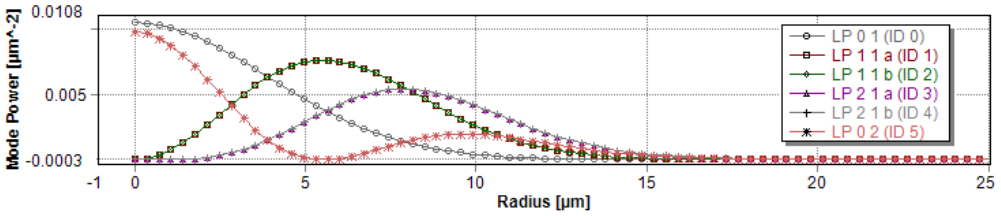

Figura 3.13: Potencia normalizada de los modos en función del radio de la fibra.

Nuevamente se transmitieron 10 canales WDM a través de la fibra de índice gradual. En la salida se puede observar la presencia de canales no deseados así como la diferencia de potencia entre modos. En la fig. 3.14b se observa el resultado obtenido con un diametro de 30.3μm. La Fig. 3.14 a muestra la señal al inicio de la fibra óptica.

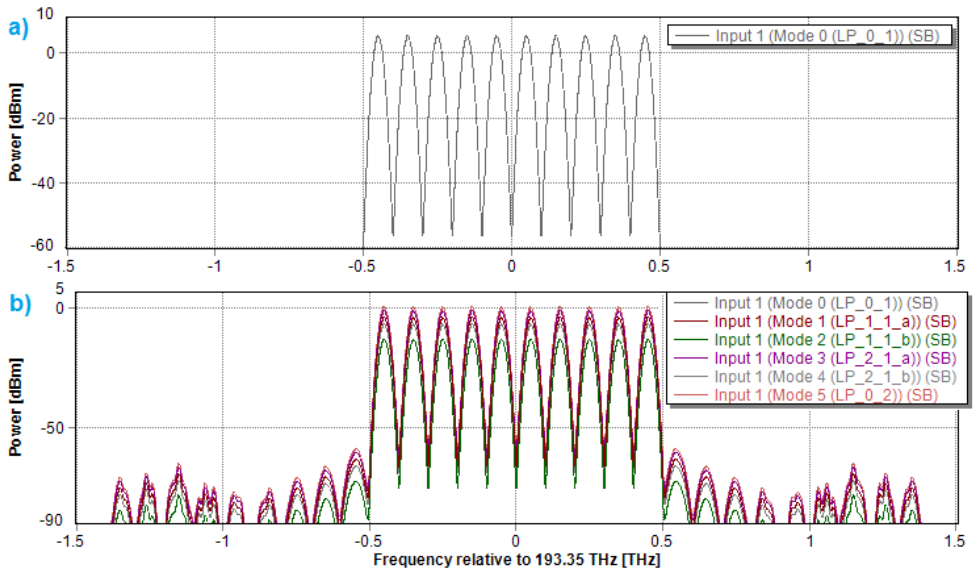

Figura 3.14: Espectro óptico de señal WDM. a) Señal a la entrada de la fibra óptica b) Señal después de 5 km.

Ya se ha hablado de la importancia de la frecuencia normalizada como un referente en el diseño de fibras ópticas, no obstante, debemos recordar que la constante de propagación normalizada surge de la expresión [28]:

$$b \approx \frac{(\beta/k) - n_2}{n_1 - n_2} \tag{3.4}$$

donde podemos ver presentes nuevamente a los índices de refracción y a λ, ($k = 2\pi/\lambda$), por lo que es de esperarse, que las figuras (3.15) y (3.6) tengan comportamientos similares, aunque con ligeras diferencias en los valores de frecuencia normalizada donde inician a presentarse cada uno de los modos.

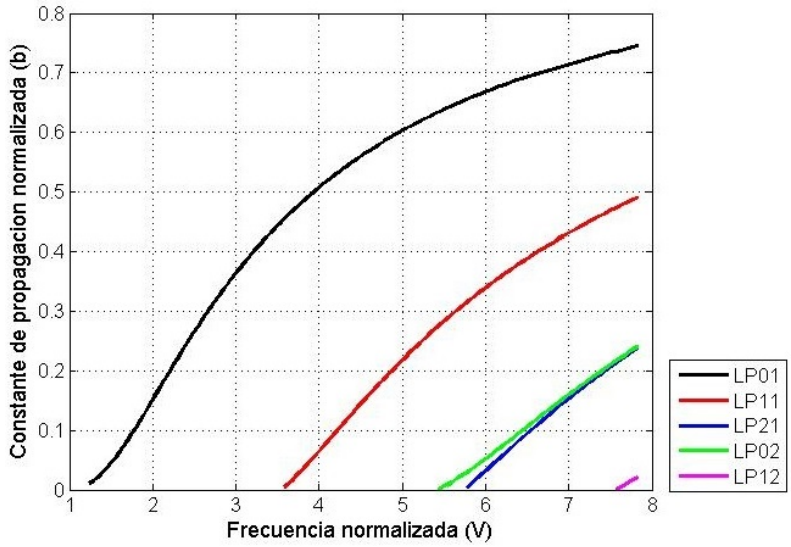

Figura 3.15: Constante de propagación normalizada.

Podemos observar que para este tipo de fibra se tiene un comportamiento monomodal para valores $V \leqslant 3.539$. Cabe señalar que a diferencia de la fibra de indice escalonado, en este caso el modo LP_{02} se presenta antes que el modo LP_{21} pese a ser este último un modo de menor orden.

Los cambios tangibles entre ambos tipos de fibras se hacen mayormente visibles en el retraso, dispersión y diferencia de potencia presentes en la señal al ser recibida, tal como se puede observar en las Fig. 3.16, 3.17 y 3.18 respectivamente.

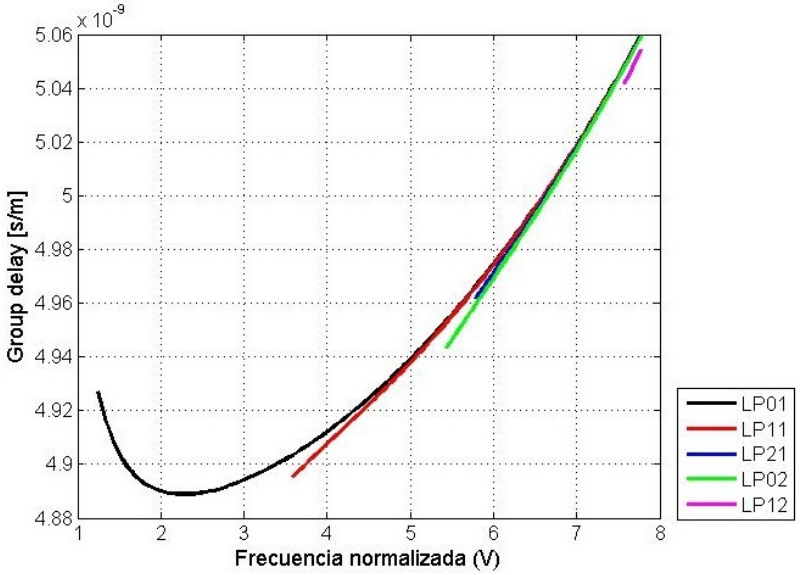

Figura 3.16: Retraso por unidad de longitud (*Group delay*).

En la Fig. 3.16 es claro que a diferencia de las fibras de indice escalonado, en este caso la diferencia de retraso existente entre los modos es menor, es decir, las curvas que representan el retraso de cada modo se encuentran mas cercanas la una de la otra.

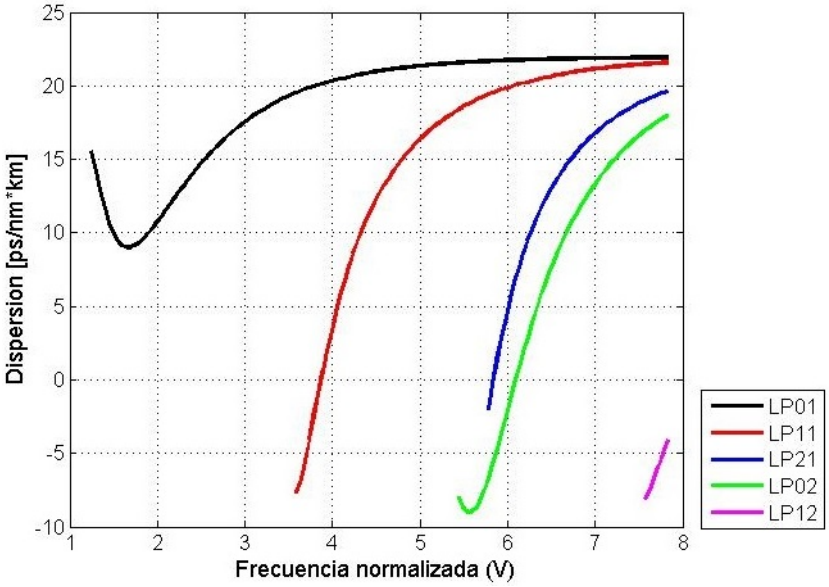

Figura 3.17: Dispersión.

Por el contrario, las curvas correspondientes a cada modo en la Fig. 3.17 muestran mayores diferencias de dispersión entre ellas, respecto a las mostradas en la Fig. 3.9. Cabe resaltar que el rango de valores de dispersión en el caso de fibras de índice gradual se reduce, puesto que sus valores son superiores a los -10 $[ps/nm \cdot km]$, mientras que en fibras de índice escalonado la dispersión comprende un rango de valores que va desde 24.48 a -49.19 $[ps/nm \cdot km]$.

A continuación se muestra la gráfica correspondiente a la diferencia de potencia entre canales WDM para una fibra de índice gradual, las potencias de transmisión empleadas son 20, 50 y 100 mW.

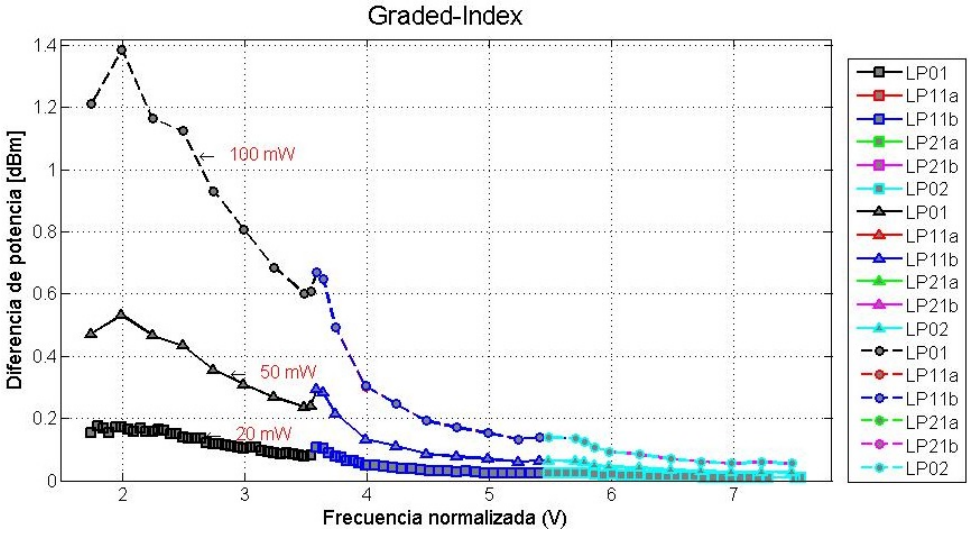

Figura 3.18: Diferencia de potencia.

En cuanto a la diferencia de potencia entre los canales WDM de cada modo, podemos ver en la Fig. 3.18, que las diferencias son menores en este caso, respecto a las presentadas en fibras de índice escalonado. Presentándose valores inferiores a 1.4 dB en fibras de índice gradual.

Es claro que hay diferencias entre los resultados obtenidos en fibras de índice escalonado e índice gradual, dadas las características físicas atribuidas a cada una de ellas. Estas diferencias serán analizadas con mayor precisión en el siguiente capítulo.

Capítulo 4

Análisis de resultados

En el presente capítulo se muestra el análisis de algunos parámetros fundamentales en la propagación mediante fibras ópticas multimodo. A partir de ellos se busca conocer el impacto generado por no linealidades y acoplamiento intermodal en las señales transmitidas. Dichos parámetros son: la constante de propagación normalizada, el retraso y la dispersión. Por medio de la *constante de propagación normalizada* es posible conocer la cantidad de modos que pueden ser guiados en una fibra óptica, el *group-delay* nos indica el retraso de los pulsos que viajan en cada modo de la fibra, mientras que la *dispersión* define el ensanchamiento de los mismos respecto a la distancia.

Adicionalmente se presenta un análisis basado en la penalización en potencia existente entre los canales WDM en cada modo de propagación.

El análisis presentado considera fibras multimodo con dos perfiles de índice de refracción: escalonado y gradual.

4.1. Constante de propagación normalizada

La constante de propagación normalizada representa un referente en el diseño de fibras ópticas, ya que a partir de ella es posible demarcar rangos en los cuales se presenta un número determinado de modos dentro de una fibra óptica.

En las Fig. 3.6 y 3.15 se observa la relación existente entre el perfil de índice de refracción y el valor de frecuencia normalizada obtenido, respecto a la constante de propagación normalizada. Las fibras de índice escalonado y gradual muestran un comportamiento monomodal en diferentes rangos de frecuencia normalizada, así como de diámetro en el núcleo. En fibras de índice escalonado esto se presenta para diámetros $d \leqslant 9.6$ nm y valores de frecuencia normalizada $V \leqslant 2.393$, por otra parte, en fibras de índice gradual el comportamiento monomodal corresponde a valores de diámetro $d \leqslant 14.2\ nm$ y $V \leqslant 3.539$.

Como podemos notar, en una fibra óptica de índice gradual, la generación de nuevos modos de propagación tiene lugar a valores mayores de frecuencia normalizada respecto a una fibra de índice escalonado. Además, la generación de nuevos modos de propagación no se da en el mismo orden en ambas fibras. En la fibra de índice gradual, el modo LP_{02} tiene presencia antes que el modo LP_{21} y en fibras de índice escalonado el orden de dichos modos se invierte.

Al considerar el intervalo de valores V donde la fibra óptica contiene los modos LP_{01}, LP_{11}, LP_{21} y LP_{02} podemos notar otras diferencias relevantes. A diferencia de la fibra de índice escalonado, donde los modos LP_{21} y LP_{02} presentan una ligera separación que incrementa conforme la frecuencia normalizada aumenta de valor, en la fibra de índice gradual dichos modos tienen valores cada vez más cercanos, lo cual nos sirve como referente

ya que estos modos presentarían una similitud de comportamiento que pudiese representar una ventaja en cuanto a los efectos implícitos en la propagación.

4.2. Retraso

El retraso por unidad de longitud en fibras ópticas multimodales con perfiles de índice de refracción distinto, se encuentra en el orden de nanosegundos. Tomando en cuenta nuevamente el rango de valores de frecuencia normalizada donde se cuenta con los modos LP_{01}, LP_{11}, LP_{21} y LP_{02} se observa que en fibras de índice escalonado, la diferencia de retraso entre los modos en un metro de fibra óptica se encuentra en un rango aproximado de $0.005 \leqslant \Delta t \leqslant 0.011\ ns$, mientras que en fibras de índice gradual se tienen valores de $0.001 \leqslant \Delta t \leqslant 0.007\ ns$.

Dichos valores cobran mayor relevancia al tomar en consideración la longitud total del enlace, así como el tiempo de respuesta en el equipo receptor. Idealmente se esperaría que no hubiera diferencia en los tiempos de recepción de las señales que viajan en cada modo de propagación, es decir, que los modos sean recibidos al mismo tiempo, de modo tal que no se requiera de un proceso de detección muy complejo.

Dicho lo anterior y considerando los valores de retraso máximo mencionados anteriormente para cada una de las fibras, se tiene que para una fibra óptica de longitud igual a 5 km el retraso máximo entre modos es de aproximadamente 55 ns para una fibra de índice escalonado a un valor de frecuencia normalizada V =4.013, y de 35 ns en una fibra de índice gradual a un valor de $V = 5.782$. La frecuencia normalizada donde se tiene un retraso máximo entre modos corresponde al momento en que el modo LP_{02} se presenta en la fibra de índice escalonado, y el modo LP_{21} en la fibra de índice gradual. Esto nos indica que en el momento de presentarse los 6 modos de propagación en la fibra óptica es donde el retraso será máximo, por el contrario, en el límite antes del séptimo modo es cuando el retraso será mínimo. Este corresponde a un valor de $V = 5.134$ con un retraso de 25 ns y $V = 7.527$ con 5 ns de retraso para las fibras de índice escalonado y gradual respectivamente.

4.3. Dispersión

En el caso de la dispersión, se tiene un rango amplio de valores entre modos. Considerando 6 modos de propagación LP, en fibras de índice escalonado se tiene un rango con diferencias entre modos de $8.29 \leqslant D \leqslant 72.31\ [ps/nm \cdot km]$ mientras que en fibras de índice gradual el rango de dispersión es de $5.17 \leqslant D \leqslant 28.38\ [ps/nm \cdot km]$.

En base a los valores anteriores, se observa que el efecto dispersivo es menor cuando se tiene un perfil de índice gradual, esto puede deberse a que las variaciones en el índice de refracción del núcleo producen una disminución en la velocidad de grupo de los trenes de pulsos que viajan en cada modo. No obstante, en ambas fibras la diferencia de dispersión entre modos se reduce cuando el valor de frecuencia normalizada aumenta y se aproxima a la generación de un séptimo modo.

Pese a que en ambos tipos de fibra óptica existen ciertos valores de V donde los modos presentan cero dispersión, dichos puntos no se toman como favorables ya que aunque un modo sea beneficiado, el resto de los modos generados sufrirán dispersión y habrá una gran diferencia de ensanchamiento entre los pulsos de un modo y otro. Es importante notar que se ha estado hablando de la diferencia de valores entre modos, esto se debe a que al procurar condiciones similares en los canales, el procesamiento digital de señales que se requiere posterior a su recepción, se verá simplificado.

4.4. Penalización en potencia por no linealidades

Al enviar canales WDM a través de cada modo en la fibra óptica, se presentan efectos no lineales que propician una transferencia de energía entre canales que repercute en la calidad de los pulsos transmitidos.

En las Fig. 3.11 y 3.18 se observa que al aumentar la frecuencia normalizada, la diferencia de potencia entre canales decrece independientemente de la potencia que se tenga a la entrada de la fibra. Este comportamiento unicamente se ve afectado con la presencia de un nuevo modo de propagación, lo cual se logró mediante el aumento en tamaño del núcleo de la fibra óptica.

Al comparar las figuras antes mencionadas, podemos notar que la fibra óptica de índice escalonado presenta una diferencia de potencia entre canales de casi el doble respecto a la fibra de índice gradual. Este hecho se mantiene para la mayoría de valores de frecuencia normalizada, salvo algunas excepciones como se verá a continuación.

Si nos enfocamos en la sección donde están presentes los modos LP_{01}, LP_{11}, LP_{21} y LP_{02}, obtenemos las mediciones mostradas en los cuadros 4.1 y 4.2, a partir de esta información podemos notar diferencias considerables entre las fibras de índice escalonado y gradual cuando se tiene una gran diferencia de potencia entre los canales WDM en cada modo o cuando dicha diferencia es mínima.

Los valores en la tabla 4.1 muestran que cuando la diferencia de potencia entre los canales WDM es mayor, el valor ΔP correspondiente a la fibra de índice escalonado representa prácticamente el doble del valor obtenido para la fibra de índice gradual. Los valores en dicha tabla se obtuvieron considerando una frecuencia normalizada $V = 4.038$ en fibras de índice escalonado, y $V = 5.483$ en el caso de índice gradual. Estos son los valores mínimos de frecuencia normalizada en que se cuenta con 6 modos LP en cada una de las fibras.

Cuadro 4.1: Penalización en potencia máxima.

FO de índice escalonado, $V = 4.038$.	
Potencia de entrada [mW]	ΔP [dB]
20	0.05099
50	0.1359
100	0.2955
FO de índice gradual, $V = 5.483$.	
Potencia de entrada [mW]	ΔP [dB]
20	0.02445
50	0.06463
100	0.1385

La situación anterior se invierte al considerar los valores ΔP mínimos mostrados en la tabla 4.2. En este caso los valores ΔP en la fibra de índice escalonado son menores en relación a los obtenidos para una fibra de índice gradual. Sin embargo, al aumentar la potencia de entrada la diferencia entre una fibra y otra se reduce.

Los valores ΔP en la tabla 4.2 corresponden a una frecuencia normalizada mayor que en la tabla 4.1., donde los valores de V se encuentran en el límite antes de la generación del séptimo modo de propagación, que en ambas fibras corresponde al modo LP_{12}. En este

caso la frecuencia normalizada es de $V = 5.134$ y $V = 7.5$ en las fibras de índice escalonado y gradual respectivamente.

Cuadro 4.2: Penalización en potencia mínima.

FO de índice escalonado, $V = 5.134$.	
Potencia de entrada [mW]	ΔP [dB]
20	0.003654
50	0.01485
100	0.04051
FO de índice gradual, $V = 7.5$.	
Potencia de entrada [mW]	ΔP [dB]
20	0.009266
50	0.02634
100	0.0549

Cuando se tiene a la entrada una potencia pico de 20 mW, el valor ΔP en la fibra de índice gradual es aproximadamente 0.005612 dB mayor respecto a la fibra de índice escalonado. Si la potencia inicial incrementa a 100 mW la relación cambia, siendo la fibra de índice gradual 0.01439 dB mayor que la otra.

Retomando las gráficas en las Fig. 3.11 y 3.18, es importante señalar que los valores ΔP de los canales WDM en cada modo de propagación presentan valores muy similares, es decir, la penalización en potencia es indistinta en los 6 modos LP transmitidos.

Por medio de este capítulo se ha buscado mostrar las diferencias entre fibras ópticas multimodo de índice gradual y escalonado con 6 modos de propagación. En cada uno de los aspectos tomados como puntos de análisis se exponen los casos extremos donde la fibra óptica presenta los valores mas favorables o desfavorecedores. Igualmente se hace hincapié en que el rango de valores de frecuencia normalizada donde se cuenta con los 6 modos LP es distinto en fibras de índice escalonado y gradual, ya que como se ha dicho con antelación, la frecuencia normalizada es un parámetro de diseño en fibras ópticas de gran importancia.

A partir de la informacion obtenida de retraso, dispersión, y penalización en potencia, se plantean los efectos producidos en la transmisión de señales WDM en fibras multimodo a causa de no linealidades.

Capítulo 5

Conclusiones

A partir de este trabajo se mostró la influencia de los efectos no lineales partiendo de una serie de simulaciones que proporcionan una visión general de la transmisión de canales WDM por medio de diferentes modos de propagación. Los datos obtenidos en este trabajo representan la antesala de una extensa área de investigación en fibras ópticas multimodales, como una opción latente en esquemas de multiplexado espacial de información (SDM).

En un principio se ha hecho mención de diferentes efectos no lineales tales como Selph Phase Modulation (SPM), Cross Phase Modulation (XPM), y Four Wave Mixing (FWM), así como diferentes tipos de esparcimiento. En este apartado se busca esclarecer la relación entre las no linealidades y las condiciones en que han sido recuperados los trenes de pulsos después de la propagación.

A continuación se plantea de manera concisa el resultado de la investigación realizada, no obstante, es preciso recordar que este trabajo representa un primer acercamiento a los sistemas SDM empleando WDM en fibras multimodales, donde las posibilidades para futuros desarrollos y mejoras quedan abiertas como un trabajo futuro en el camino para mejorar las comunicaciones ópticas.

5.1. Influencia de las nolinealidades en la propagación de pulsos ópticos

Con base en los resultados obtenidos, el primer punto a tratar es definir cuál de las dos fibras ópticas consideradas presenta los mejores resultados.

En relación a la *dispersión* y el *retraso por unidad de longitud*, la fibra óptica de índice gradual brinda mejores resultados. El retraso mínimo de los pulsos ópticos después de haber recorrido 5 Km de fibra óptica es de aproximadamente 5 ns en todos los modos de propagación. En cuanto a la dispersión, se tiene un valor máximo $D = 21.91$ $[ps/nm \cdot km]$ para el modo LP_{01} y mínimo de $D = 16.74$ $[ps/nm \cdot km]$ en el modo LP_{02}. De tal forma que la diferencia entre dichos valores de dispersión es mínima (5.17 $[ps/nm \cdot km]$). Cabe recordar que se busca que los pulsos transmitidos en los diferentes modos de propagación tengan ensanchamientos similares.

Estos valores representan un resultado 20 ns menor en retraso por unidad de longitud respecto a la fibra de índice escalonado, y una diferencia de dispersión entre modos 3.12 $[ps/nm \cdot km]$ menos. Todo esto con un valor de frecuencia normalizada $V = 7.527$ en la fibra de índice gradual.

En el caso de la *diferencia de potencia* entre los canales WDM, el panorama es distinto, ya que el uso de una fibra óptica de índice escalonado brinda resultados mejores. A una frecuencia normalizada $V = 5.134$ con potencia de entrada igual a 20 mW, se obtiene

una diferencia de potencia entre canales de 0.005612 dB menos respecto a la fibra de índice gradual, si la potencia de entrada es de 50 mW el resultado es 0.01149 dB mejor, y finalmente con una potencia de 100 mW se cuenta con una mejora de 0.01439 dB.

En cuanto a los efectos no lineales, el impacto mas evidente es a causa de FWM. Esto se refleja en la diferencia de potencia en los canales WDM transmitidos, ya que FWM genera una combinación de frecuencias que produce canales no deseados así como una transferencia de energía que puede traducirse en interferencia entre canales. Las diferencias de potencia obtenidas para los 10 canales WDM son muy similares para los 6 modos LP.

Hay que tomar en cuenta que se tiene todo un rango de valores de frecuencia normalizada donde se presenta una misma cantidad de modos. Si nos enfocamos en la sección donde solo se tienen 6 modos de propagación, se observa que conforme el valor de V aumenta, ΔP disminuye. Este comportamiento se repite al observar los diferentes rangos de frecuencia normalizada en que se cuenta con una misma cantidad de modos, tanto en fibras de índice escalonado como gradual.

5.2. Trabajo futuro

La investigación presentada en este trabajo, ha tenido como objetivo mostrar las consecuencias de la propagación y sus efectos en diferentes modos LP por medio de diversos parámetros de interés. No obstante, se realizaron ciertas consideraciones durante el proceso de simulación para lograr una mejor comprensión de los parámetros presentados y su efecto en la fibra óptica. Parte de ello fue el no considerar ninguna clase de perturbación externa en el sistema planteado.

A continuación se presentan algunos aspectos que pueden ser considerados como parte de la evolución que puede alcanzar la investigación planteada en orden de profundizar en los alcances que representa el uso de fibras ópticas multimodales en esquemas SDM.

- ⋆ Considerar las afectaciones producto de un tendido real de fibra óptica, tales como: curvaturas en la fibra, pérdidas causadas por empalmes o conectores, posibles variaciones en el índice de refracción a lo largo de la fibra producto de su fabricación, etc.
- ⋆ Aumentar la cantidad de modos de propagación en la fibra óptica.
- ⋆ Incrementar de la cantidad de canales WDM, así como reducir o aumentar el espacio entre canales.
- ⋆ Analizar el impacto que representa la mejora de las fibras ópticas multimodales en el procesamiento digital de información.
- ⋆ Contemplar la viabilidad de realizar pruebas de laboratorio a partir del esquema SDM propuesto.

Estas son tan solo algunas de las opciones para continuar el estudio de esquemas SDM mediante el uso de fibras ópticas multimodales, recordando que los esquemas de multiplexado espacial de información se vislumbran como una opción latente para solucionar la necesidad del envío de mayores cantidades de información a nivel mundial.

Con la finalización de este trabajo resulta evidente que el campo de estudio en esta área aun es muy amplio y las posibilidades para brindar mejoras en el campo de las comunicaciones ópticas se mantiene a la espera de mayores desarrollos, no sólo en cuanto al medio de transmisión, también en el resto de elementos que conforman el sistema de comunicación.

Apéndice A

Ecuación de onda espacial y temporal

A partir de las ecuaciones de Maxwell es posible obtener expresiones que describen la propagación de ondas electromagnéticas al viajar por diferentes medios, en este caso dichas ecuaciones son empleadas para describir la propagación de luz a través de fibras ópticas.

En el sistema internacional de unidades estas ecuaciones toman la forma:

$$\nabla \times \bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t}, \tag{A.1}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \tag{A.2}$$

$$\nabla \bar{D} = \rho_f, \tag{A.3}$$

$$\nabla \bar{B} = 0, \tag{A.4}$$

Donde $\bar{E}$ y $\bar{H}$ son los vectores de campo eléctrico y magnético respectivamente, y $\bar{D}$ y $\bar{B}$ son las correspondientes densidades de flujo. El vector de densidad de corriente $\bar{J}$ y la densidad de carga ρ_f representan las fuentes de campo electromagnético. En ausencia de cargas libres en un medio como las fibras ópticas, $\bar{J} = 0$ y $\rho_f = 0$.

Las densidades de flujo $\bar{D}$ y $\bar{B}$ surgen en respuesta a los campos eléctrico y magnético $\bar{E}$ y $\bar{H}$ propagándose dentro del medio y están relacionadas a través de las relaciones constitutivas siguientes:

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}, \tag{A.5}$$

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \bar{M}, \tag{A.6}$$

Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío, μ_0 es la permeabilidad del vacío, y $\bar{P}$ y $\bar{M}$ son la polarización eléctrica y magnética inducidas, respectivamente. Para un medio no magnético tal como las fibras ópticas $\bar{M} = 0$.

Tomando el rotacional de la Ec. (A.1) y usando las Ecs. (A.2), (A.5) y (A.6), se puede eliminar $\bar{B}$ y $\bar{D}$ en favor de $\bar{E}$ y $\bar{P}$,

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\mu_0 \frac{\partial \left(\nabla \times \bar{H} \right)}{\partial t} \tag{A.7}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial t^2} \tag{A.8}$$

y obtener:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial t^2}, \tag{A.9}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y se empleó la relación $\mu_0\epsilon_0 = 1/c^2$ [12].

El resultado obtenido en la ecuación (A.9) puede simplificarse usando la identidad vectorial: $\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla\left(\nabla \cdot \bar{A}\right) - \nabla^2\bar{A}$. Obteniendo así, [10]

$$\nabla^2\bar{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\bar{E}}{\partial t^2} + \mu_0\frac{\partial^2\bar{P}}{\partial t^2} \tag{A.10}$$

Dado que $\nabla \cdot \bar{E} = 0$ en el vacío.

Si ahora se considera solo la componente en $\hat{x}$ del campo $\tilde{E}$ tenemos lo siguiente:

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \tag{A.11}$$

Al tomar en cuenta solo la componente $\hat{x}$ se asume que el campo es invariante en las direcciones x y y.

Para un material dieléctrico, un campo eléctrico aplicado $\bar{E}$ causa la polarización de los átomos o moléculas del material para crear momentos de dipolo eléctrico que aumentan el desplazamiento total $\bar{D}$. Este vector adicional es llamado $\bar{P}$, vector de *polarización eléctrica*.

En un medio lineal la polarización eléctrica esta linealmente relacionada con el campo eléctrico aplicado de la siguiente forma [10]:

$$P = \epsilon_0\chi_e E \tag{A.12}$$

donde χ_e que puede ser complejo, es llamado *susceptibilidad eléctrica*.

Separándola en dos partes, lineal y no lineal, tenemos que:

$$P = P_L + P_{NL} \tag{A.13}$$

La *polarización no lineal* es resultado de la respuesta no lineal del material a un campo eléctrico incidente. La polarización escalar se puede extender en una serie de potencias en el campo eléctrico:

$$P = \epsilon_0\chi^{(1)}E + \epsilon_0\chi^{(2)}E^2 + \epsilon_0\chi^{(3)}E^3 + \cdots \tag{A.14}$$

Donde $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ denotan ordenes de expansión de la susceptibilidad. Típicamente, los efectos no lineales son clasificados de acuerdo a su orden de expansión como $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$, etc [11]. El primer termino de la ec. (A.14) es la polarización lineal y los demás términos corresponden a la polarización no lineal.

En el presente análisis solo se considera la polarizacion lineal. El caso no lineal se aborda como parte del capitulo 2.

Retomando la ec. (A.5) en forma escalar,

$$\begin{aligned} D &= \epsilon_0 E + P \\ D &= \epsilon_0 E + P_L + P_{NL} \\ D &= \epsilon_0\left(1 + \chi^{(1)}\right)E + P_{NL} \\ D &= \epsilon_0\chi^{(1)}E + P_{NL} \end{aligned} \tag{A.15}$$

y sustituyendo (A.15) en (A.11),

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\epsilon_0 \chi^{(1)} E + P_{NL}\right)$$

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \epsilon_0 \chi^{(1)} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 E = \frac{\left(1+\chi^{(1)}\right)}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \tag{A.16}$$

Considerando que $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ y $n = \sqrt{1+\chi^{(1)}}$ donde n es el índice de refracción, podemos llegar a la siguiente expresión que representa la ecuación de onda general.

$$\nabla^2 E = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \tag{A.17}$$

Aplicando transformada de Fourier $\tilde{E} = F\{E\}$:

$$\nabla^2 \tilde{E} - \frac{n^2}{c^2}(i\omega)^2 \tilde{E} = \mu_0 (i\omega)^2 \tilde{P}_{NL} \tag{A.18}$$

Podemos reescribir la expresión anterior, considerando: $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\nabla^2 \tilde{E} + n^2 k_0^2 \tilde{E} = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}_{NL} \tag{A.19}$$

La ec. (A.19) aunque no tenga derivadas en tiempo, sigue siendo espacio-temporal. Para llegar a las ecuaciones de onda espacial y temporal, a partir de la ecuación de onda general, se considerará $P_{NL} = 0$ momentáneamente.

$$\nabla^2 \tilde{E} + n^2 k_0^2 \tilde{E} = 0 \tag{A.20}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \tilde{E} = 0 \tag{A.21}$$

La transformada de Fourier del campo eléctrico E, correspondiente a un pulso gaussiano se describe de la manera siguiente.

$$\tilde{E} = F(x,y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z} \tag{A.22}$$

donde β_0 es la constante de propagación a la frecuencia central ω_0.

A continuación sustituimos la expresión (A.22) en (A.21) y se realiza el desarrollo correspondiente para llegar a una expresión que nos permita describir la transmisión de pulsos a partir de la ecuación de onda. Por lo tanto:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} + F \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z}\right) + \\ + n^2 k_0^2 \cdot F \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} = 0 \tag{A.23}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} + F \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \cdot e^{i\beta_0 z} + i\beta_0 \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z}\right) + \\ + n^2 k_0^2 \cdot F \cdot \tilde{A} \cdot e^{i\beta_0 z} = 0 \tag{A.24}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}+F\Bigg(\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial z^2}\cdot e^{i\beta_0 z}+i\beta_0\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}\cdot e^{i\beta_0 z}+$$

$$+\ i\beta_0\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}\cdot e^{i\beta_0 z}+(i\beta_0)^2\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}\Bigg)+n^2k_0^2\cdot F\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}=0 \tag{A.25}$$

Por aproximación de envolvente lenta $\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial z^2}\cdot e^{i\beta_0 z}=0$

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}\ +\ n^2k_0^2\cdot F\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}+2i\beta_0\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}e^{i\beta_0 z}\cdot F-$$
$$-\ \beta_0^2\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}\cdot F=0 \tag{A.26}$$

Se divide la expresión anterior entre $F\cdot\tilde{A}\cdot e^{i\beta_0 z}$ para obtener una simplificación mayor,

$$\frac{1}{F}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)+\left(n^2k_0^2-\beta_0^2\right)+2i\beta_0\frac{1}{\tilde{A}}\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}=0 \tag{A.27}$$

$$\frac{1}{F}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)+n^2k_0^2=-2i\beta_0\frac{1}{\tilde{A}}\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}+\beta_0^2 \tag{A.28}$$

La expresión (A.28) la podemos separar en dos ecuaciones para obtener las respectivas a la ecuación de onda espacial y temporal.

$$\frac{1}{F}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)+n^2k_0^2\ =\ \beta^2 \tag{A.29}$$

$$-2i\beta_0\frac{1}{\tilde{A}}\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}+\beta_0^2\ =\ \beta^2 \tag{A.30}$$

β corresponde a la constante de propagación de la luz a la frecuencia ω. Si esta frecuencia es igual a la frecuencia central ω_0, β será igual a β_0.

De la ecuación (A.29) se obtiene,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+\left(n^2k_0^2-\beta^2\right)F=0 \tag{A.31}$$

y de la ec. (A.30),

$$-2i\beta_0\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}+\left(\beta^2-\beta_0^2\right)\tilde{A}=0 \tag{A.32}$$

$$\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}\ =\ -\frac{\left(\beta^2-\beta_0\right)^2}{2i\beta_0}\tilde{A} \tag{A.33}$$

$$\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}\ =\ i\frac{\left(\beta^2-\beta_0^2\right)}{2\beta_0}\tilde{A} \tag{A.34}$$

$$\frac{\partial\tilde{A}}{\partial z}\ =\ i\left(\beta-\beta_0\right)\tilde{A} \tag{A.35}$$

Donde la ec. (A.31) y (A.35) son las ecuaciones de onda *espacial y temporal* respectivamente sin no-linealidades.

Apéndice B

VPI Photonics

VPI Photonics®es un software de simulación profesional para aplicaciones en sistemas de transmisión óptica y diseño fotónico, cuyas propiedades comprenden el diseño y análisis de diversos sistemas y redes ópticas.

Los elementos empleados para el desarrollo del presente proyecto se describen a continuación.

Transmisor de pulsos. El modulo internamente contiene un PRBS (*Pseudorandom binary sequence*) que genera un tren de pulsos Gaussianos como se observa en la Fig. B.1b. La señal generada corresponde a una secuencia de unos.

El conjunto de información lógica que está unida a la señal de salida contiene información sobre la secuencia de bits transmitida y la forma del impulso original.

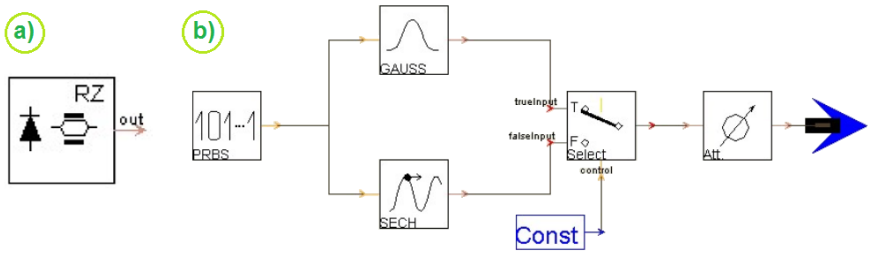

Figura B.1: a) Transmisor de pulsos óptico. b) Elementos internos del transmisor [30].

Cuadro B.1: Parámetros

Físicos	
Forma de pulsos	Gaussiana
Simple Rate	4.16 THz
Bit Rate	10 Gbit/s
Frecuencia de emisión	(*variable*) THz
Potencia pico	20 mW
Orden de la función de Gauss	1
FWHM	1/4/Bit Rate (*25 ps*)
Chirp	0
PRBS	unos

Multiplexor. El modulo multiplexa N canales ópticos WDM, con la posibilidad de definir un valor de perdidas de inserción. Las N entradas serán unidas en la señal de salida, este proceso incluye las bandas sobrepuestas.

Las pérdidas de inserción se definen mediante el parámetro **InsertionLoss**, lo cual significa una atenuacion adicional entre la entrada y la salida. En este proyecto se consideró un valor de $0dB$.

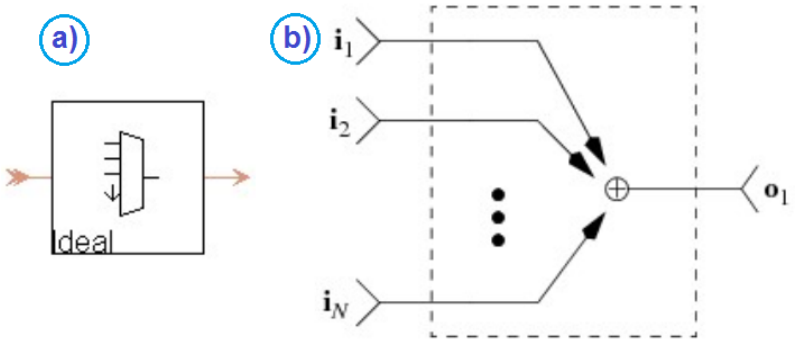

Figura B.2: a) Multiplexor óptico de N canales WDM. b) Los canales entrantes se combinan en un canal de salida [30].

Combinador Modal. Puede combinar varias señales monomodo en una señal de salida multimodal así como el proceso inverso, es un dispositivo bidireccional.

Al definir un acoplamiento *ideal*, cada señal monomodo a la entrada del bloque se acopla a un modo de la salida multimodal.

La numeración de los modos se define a partir de un elemento adicional llamado **SolverFiberMM**, por lo cual la numeración inicia con el elemento cero definido como modo fundamental.

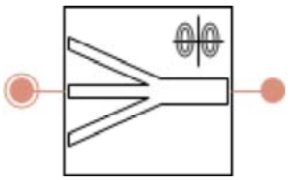

Figura B.3: Combinador Modal [30].

Fibra Óptica. El módulo empleado tiene la capacidad de simular propagación de señales en fibra óptica multimodo o multinucleo según sea el caso. Las simulaciones se realizan tomando en cuenta diferentes velocidades de grupo, efecto Kerr (SPM, XPM) y atenuacion de los modos en la fibra. También considera la dispersión cromática y PMD. Dentro del núcleo, el efecto de acoplamiento modal puede ser simulado para todos los modos.

El ajuste del perfil de indice de refracción, así como el calculo de constantes de propagación se realiza mediante un bloque adicional (**SolverFiberMM**).

Cuadro B.2: Parámetros

Físicos	
Longitud	5 km
Acoplamiento entre modos	si
Efectos no lineales	si
Agrupación de modos	Todos los modos
Indice no lineal	26 e^{-21} $\frac{m^2}{W}$

Este módulo puede usarse para estudiar el impacto de diferentes efectos de propagación en sistemas ópticos, en particular para el diseño de sistemas de comunicación empleando Space Division Multiplexing (SDM).

El número máximo de modos soportados por la fibra depende en gran medida de la geometría e indices de refracción.

Figura B.4: Fibra óptica multimodo [30].

SolverFiberMM. Este modulo provee *solución* a otros módulos, definiendo de manera complementaria algunas de sus características.

Brinda las características de los modos LP para fibras con algún diseño particular creadas a partir de algunos bloque específicos en el software. Igualmente se emplea en acopladores multimodo, realiza el calculo de los campos modales, constantes de propagación e integrales de superposición.

El presente elemento se ha empleado como un complemento tanto de la fibra óptica como del combinador modal.

Como se observa en Fig. B.5, a partir de este modulo es posible definir las características físicas y geométricas en la fibra.

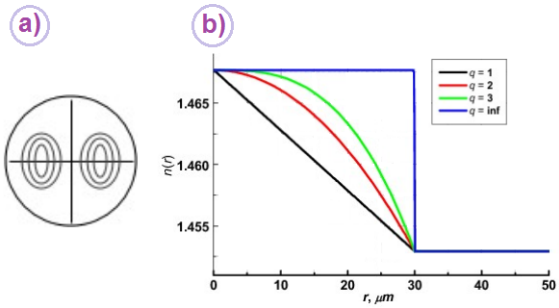

Figura B.5: a) SolverFiberMM b) Ejemplo de perfil de índice en una fibra óptica multimodo con $r = 30\mu m$ y una diferencia de indices $\Delta = 0{,}01$ [30].

Cuadro B.3: Parámetros

Físicos	
Atenuación	$2e^{-4}$ dB/m
Limitar rango de modos	no
Dispersión cromática	si
Perfil de índice transversal	
Perfil de índice transversal	StepIndex/GradedIndex
Índice de refracción de núcleo	1.44928
Contraste de índices	0.0036
Diametro de núcleo	(*variable*) m
Orden del perfil (*GradedIndex*)	2
Perfil de índice espectral	
Descripción de indice de refracción	Sellmeier
Coeficientes de Sellmeier	(0.0684043e-6, 0.6961663)
	(0.1162414e-6, 0.4079426)
	(9.896161e-6,0.8974794)
Visualización	
Puntos radiales	10000
Índice de refracción	on
Índice efectivo	on
Retraso	on
Dispersión	on

Analizador de señales Óptico (OSA). El analizador de señales empleado funciona como una interface para visualizar y analizar señales ópticas y eléctricas. En este caso se ha empleado en el ámbito óptico.

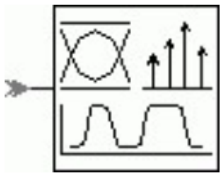

Figura B.6: Analizador de señales [30].

Posee la funcionalidad de diversas herramientas para visualización y análisis, tales como: analizador de espectro óptico, osciloscopio óptico y eléctrico, analizador de diagrama de ojo y estimador de BER.

Bibliografía

[1] R.-J. Essiambre, R. Ryf, N. Fontaine, and S. Randel, "Breakthroughs in photonics 2012: Space-division multiplexing in multimode and multicore fibers for high-capacity optical communication," *IEEE Photonics Journal*, vol. 2, no. 5, p. 0701307, 2013.

[2] A. Ghatak and K. Thyagarajan, *An introduction to fiber optics*. Cambridge university press, 1998.

[3] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communications Systems*. Wiley, 2002.

[4] D. K. Mynbaev and L. L. Scheiner, *Fiber-optic communications technology*. Prentice Hall, 2001.

[5] Karen Volke, *Fibra óptica: el nacimiento de la fotónica.* Instituto de Física, UNAM. vol. 11, Septiembre, 2010. http://w2.fisica.unam.mx/gluon/articles/11.

[6] D. Richardson, J. Fini, and L. Nelson, "Space-division multiplexing in optical fibres," *Nature Photonics*, vol. 7, no. 5, pp. 354–362, 2013.

[7] B. E. Saleh, M. C. Teich, and B. E. Saleh, *Fundamentals of photonics*, vol. 22. Wiley New York, 1991.

[8] R. Gutiérrez Castrejón, *Hacia un Sistema de Telecomunicaciones Completamente Óptico*. UNAM, 2005.

[9] A. Williner, "Chromatic dispersion and polarization-mode dispersion," *OSA Optics & Photonics News, pp. S-16-S-21*, 2002.

[10] D. M. Pozar, *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2009.

[11] P. E. Powers, "Field guide to nonlinear optics," SPIE, 2013.

[12] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*. Academic press, 2007.

[13] R.-J. Essiambre and R. W. Tkach, "Capacity trends and limits of optical communication networks," *Proceedings of the IEEE*, vol. 100, no. 5, pp. 1035–1055, 2012.

[14] S. Randel, R. Ryf, A. Gnauck, M. A. Mestre, C. Schmidt, R. Essiambre, P. Winzer, R. Delbue, P. Pupalaikis, A. Sureka, *et al.*, "Mode-multiplexed 6× 20-gbd qpsk transmission over 1200-km dgd-compensated few-mode fiber," in *Optical Fiber Communication Conference*, pp. PDP5C–5, Optical Society of America, 2012.

[15] R. Ryf, R. Essiambre, A. Gnauck, S. Randel, M. A. Mestre, C. Schmidt, P. Winzer, R. Delbue, P. Pupalaikis, A. Sureka, *et al.*, "Space-division multiplexed transmission over 4200 km 3-core microstructured fiber," in *National Fiber Optic Engineers Conference*, pp. PDP5C–2, Optical Society of America, 2012.

[16] R. Ryf, N. K. Fontaine, M. A. Mestre, S. Randel, X. Palou, C. Bolle, A. H. Gnauck, S. Chandrasekhar, X. Liu, B. Guan, *et al.*, "12 x 12 mimo transmission over 130-km few-mode fiber," in *Frontiers in Optics*, pp. FW6C–4, Optical Society of America, 2012.

[17] B. Ramamurthy, *Design of optical WDM networks: LAN, MAN and WAN architectures*, vol. 603. Springer Science & Business Media, 2012.

[18] C. Koebele, M. Salsi, L. Milord, R. Ryf, C. A. Bolle, P. Sillard, S. Bigo, and G. Charlet, "40km transmission of five mode division multiplexed data streams at 100gb/s with low mimo-dsp complexity," in *37th European Conference and Exposition on Optical Communications*, p. Th.13.C.3, Optical Society of America, 2011.

[19] L. Grüner-Nielsen, Y. Sun, J. W. Nicholson, D. Jakobsen, K. G. Jespersen, R. Lingle Jr, and B. Pálsdóttir, "Few mode transmission fiber with low dgd, low mode coupling, and low loss," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, no. 23, pp. 3693–3698, 2012.

[20] R. Ryf, S. Randel, A. H. Gnauck, C. Bolle, A. Sierra, S. Mumtaz, M. Esmaeelpour, E. C. Burrows, R.-J. Essiambre, P. J. Winzer, *et al.*, "Mode-division multiplexing over 96 km of few-mode fiber using coherent 6\,\ *times*\, 6 mimo processing," *Journal of Lightwave technology*, vol. 30, no. 4, pp. 521–531, 2012.

[21] D. W. Peckham, Y. Sun, A. McCurdy, and R. Lingle Jr, "Few-mode fiber technology for spatial multiplexing," *Optical Fiber Telecommunications VI A, Elsevier*, pp. 283–319, 2013.

[22] A. Mecozzi, C. Antonelli, and M. Shtaif, "Coupled manakov equations in multimode fibers with strongly coupled groups of modes," *Optics express*, vol. 20, no. 21, pp. 23436–23441, 2012.

[23] A. Mecozzi, C. Antonelli, and M. Shtaif, "Soliton trapping in multimode fibers with random mode coupling," *arXiv preprint arXiv:1207.6506*, 2012.

[24] F. Poletti and P. Horak, "Description of ultrashort pulse propagation in multimode optical fibers," *JOSA B*, vol. 25, no. 10, pp. 1645–1654, 2008.

[25] C. Antonelli, A. Mecozzi, M. Shtaif, and P. J. Winzer, "Stokes-space analysis of modal dispersion in fibers with multiple mode transmission," *Optics express*, vol. 20, no. 11, pp. 11718–11733, 2012.

[26] A. Mecozzi, C. Antonelli, and M. Shtaif, "Nonlinear propagation in multi-mode fibers in the strong coupling regime," *Optics Express*, vol. 20, no. 11, pp. 11673–11678, 2012.

[27] G. Recommendation, "694.1. spectral grids for wdm applications: Dwdm frequency grid," *International Telecommunications Union, Tech. Rep*, 2012.

[28] D. Gloge, "Weakly guiding fibers," *Applied Optics*, vol. 10, no. 10, pp. 2252–2258, 1971.

[29] RP Photonics Encyclopedia, "group delay," online version, https://www.rp-photonics.com/group–delay.html.

[30] V. Photonics, "Photonic modules," *VPI TransmissionMaker*.