



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Cálculo de elipses de  
incertidumbre en pozos  
horizontales de la Cuenca de  
Burgos**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A N**

Susana García Campos

German Soto Benito

Uziel Jose Espinosa

**DIRECTORA DE TESIS**

Ing. María Guadalupe Manzo Martínez



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017**



## Índice

	Pag.
<b>Lista de tablas y figuras .....</b>	<b>7</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>11</b>
<b>Capítulo 1 Perspectiva mundial y nacional de recursos de shale gas y shale oil .....</b>	<b>13</b>
1.1 Shale gas y shale oil en el mundo.....	13
1.2 Cuencas de shale gas y shale oil de México.....	14
<b>Capítulo 2 Cuenca de Burgos.....</b>	<b>19</b>
2.1 Ubicación .....	19
2.2 Geología Estructural.....	20
2.3 Marco Estructural y Ambientes de Deposito.....	21
2.4 Sistema Petrolero y Plays en la cuenca de Burgos.....	21
2.5 Formación Pimienta (Play Jurásico-Superior).....	22
<b>Capítulo 3 Perforación Direccional .....</b>	<b>25</b>
3.1 Perforación direccional.....	25
3.1.1 Esquivar obstáculos .....	26
3.1.2 Perforación por obstrucción en agujero original .....	27
3.1.3 Controlar la verticalidad de un pozo.....	28
3.1.4 Desarrollo de campos marinos.....	29
3.1.5 Perforar por debajo de locaciones inaccesibles.....	29
3.2 Conceptos básicos.....	30
3.2.1 Profundidad Desarrollada.....	30
3.2.2 Profundidad vertical o verdadera.....	31
3.2.3 Inclinación.....	31
3.2.4 Azimuth .....	31
3.2.5 Desplazamiento horizontal.....	32
3.2.6 Kickoff point .....	32
3.2.7 Profundidad de inicio de desviación.....	32

	<b>Pag.</b>
3.2.8 Velocidad de incremento de ángulo.....	33
3.2.9 Pata de perro.....	33
3.2.10 Severidad de la pata de perro.....	33
3.2.11 Norte Magnético.....	33
3.2.12 Lado alto del pozo.....	34
3.2.13 Herramienta de fondo.....	34
3.2.14 Cara de la herramienta.....	34
3.2.15 Interferencia magnética.....	35
3.2.16 Corrección por declinación magnética.....	35
<b>3.3 Tipos de trayectorias de pozos direccionales.....</b>	<b>35</b>
3.3.1 Trayectoria Tipo "J".....	36
3.3.2 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "Slant" (incrementar y mantener).....	37
3.3.3 Trayectoria Incrementar-Mantener- Disminuir (Tipo S).....	40
3.3.4 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "S" (incrementar - mantener – disminuir).....	41
3.3.5 Trayectoria Incrementar-Mantener- Disminuir y/o Mantener (Tipo "S" modificada).....	43
3.3.6 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "S" modificado (incrementar - mantener – disminuir y/o Mantener.....	44
<b>Capítulo 4 Métodos de cálculo de trayectoria de pozos direccionales.....</b>	<b>47</b>
4.1 Método Tangencial.....	48
4.2 Método tangencial balanceado.....	49
4.3 Método del ángulo promedio.....	50
4.4 Método de radio de curvatura.....	52
4.5 Método de curvatura mínima.....	55
<b>Capítulo 5 Elipses de incertidumbre.....</b>	<b>59</b>
5.1 Conceptos fundamentales de estadística y probabilidad.....	59
5.2 Error e Incertidumbre en mediciones.....	60

	<b>Pag.</b>
5.2.1 Error en Survey .....	61
5.2.2 Errores aleatorios.....	62
5.2.3 Errores sistemáticos .....	63
5.2.4 Errores gruesos.....	64
5.3 Principales Fuentes de errores en los surveys.....	64
5.3.1 Errores relacionados al método para el cálculo de la trayectoria de surveys.....	64
5.3.2 Errores relacionados a las herramientas utilizadas en la perforación direccional.....	65
5.3.3 Errores relacionados al entorno del pozo.....	65
5.3.4 Errores relacionados a la lectura e interpretación de surveys.....	66
5.3.5 Errores relacionados con la profundidad de la perforación.....	66
5.4 Modelos de incertidumbre.....	66
5.4.1 Análisis de incertidumbre en un registro direccional por el método Walstrom.....	66
<b>Capítulo 6 Estudio de casos de aplicación.....</b>	<b>77</b>
6.1 Casos de estudio: Pozos “Payo1” y “Payo 101”.....	77
6.1.1 Pozo “Payo1”.....	78
6.1.2 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1”.....	80
6.1.3 Pozo “Payo 101” .....	82
6.1.4 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 101” .....	82
6.2 Programación de los diferentes métodos de cálculo de trayectoria en lenguaje Matlab.....	85
6.3 Comparativa entre los pozos “Payo 1” y “Payo 101”.....	87
<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>91</b>
<b>Apéndice .....</b>	<b>93</b>
<b>Referencias y bibliografía .....</b>	<b>103</b>



## Lista de tablas y figuras

### Tablas

**Tabla 1.1** Propiedades y Recursos de Cuencas Shale Gas en México (Burgos y Sabinas)

**Tabla 1.2** Propiedades y Recursos de Cuencas Shale Gas en México (Burgos y Sabinas)

**Tabla 1.3** Propiedades y recursos de cuencas Shale Oil en México (Burgos, Tampico, Tuxpan y Veracruz)

**Tabla 3.1** Tipo y características de trayectorias. PEMEX Guía Práctica para el Diseño de la Perforación Direccional y Control de la Desviación. 2000

**Tabla 6.1** Columna estratigráfica de los pozos "Payo1" y "Payo 101"

**Tabla 6.2** Principales incidencias del pozo "Payo 1"

**Tabla 6.3** Principales incidencias del pozo "Payo 101"

### Figuras

**Fig. 1. 1** Mapa de las cuencas evaluadas de formaciones Shale Gas/Oil (Modificada de U.S. Energy Information Administration – Technically Recoverable Shale Oil and Shale Gas Resources, mayo 2013)

**Fig. 1.2** Cuencas de Shale Gas/Oil del Golfo de México (Modificada de EIA, 2013)

**Fig. 2.1** Ubicación geográfica de la Cuenca de Burgos (PEMEX, 2010).

**Fig. 2.2** Sección Estratigráfica-Estructural regional y Franjas depositacionales de la cuenca de Burgos (PEMEX, 2010).

**Fig. 2.3** Esquema Geológico Estructural de la Cuenca de Burgos para los plays Eagle Ford y Pimienta (Modificada de Escalera, 2012).

**Fig. 2.4** Columna estratigráfica asociada a los plays de la Cuenca de Burgos (Modificada de PEMEX, 2004).

**Fig. 2.5** Registro geofísico de un pozo donde se diferencian las 3 unidades litológicas de la Formación Pimienta (PEMEX, 2012).

**Fig. 2.6** Ubicación Estratigráfica de la Formación Pimienta (PEMEX, 2012).

**Fig. 3.1** Perforación direccional. (figura retocada de [www.hpcaribe.com](http://www.hpcaribe.com))

**Fig. 3.2** Perforación Direccional por debajo de un domo de sal. (Figura retocada de <https://www.slb.com>)

**Fig. 3.3** Desvío de trayectoria original por obstrucción (Sidetracking). (Inglis,1987).

**Fig. 3.4** Ejemplos de Pozos direccionales perforados debajo de locaciones inaccesibles (Inglis,1987)

**Fig. 3.5** Profundidad desarrollada y profundidad vertical verdadera en un pozo direccional (Tomado de Un siglo de la perforación en México, 2000)

**Fig. 3.6** Inclinación y azimuth en un pozo direccional (Tomado de Un siglo de la perforación en México, 2000)

**Fig. 3.7** Trayectoria Incrementar-Mantener (tipo Slant)]

**Fig. 3.8** Trayectoria Incrementar-Mantener modificada (tipo Slant)

**Fig. 3.9** Trayectoria Incrementar-Mantener-Disminuir y/o (tipo “S”)

**Fig. 3.10** Trayectoria Incrementar-Mantener-Disminuir y/o Mantener (tipo “S” modificada)

**Fig. 4.1** Método Tangencial

**Fig. 4.2** Método Tangencial Balanceado

**Fig. 4.3** Método Ángulo Promedio

**Fig. 4.4** Método Radio de Curvatura

**Fig. 4.5** Método Curvatura Mínima

**Fig. 5.1** Gráfica de error aleatorio



**Fig. 5.2** Gráfica de error sistemático

**Fig. 6.1** Figura 6.1. Ubicación geográfica de pozo “Payo 1”. Imagen obtenida con Google Maps.

**Fig. 6.2** Líneas sísmicas de la de la cima de la Formación Jurásico Pimienta

**Fig. 6.3** Líneas sísmicas en profundidad rotadas que muestran la cima de la formación Pimienta (línea azul) y la cima de la formación Olvido (línea verde).

**Fig. 6.4** Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1” Vista de planta

**Fig. 6.5** Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1” Vista lateral método Walstrom

**Fig. 6.6** Elipses de incertidumbre con sísmico pozo “Payo 1” en formación Pimienta

**Fig. 6.7** Acercamiento de elipses de incertidumbre con sísmica de formación pimienta

**Fig. 6.8** Ubicación geográfica de pozo “Payo 101”. Imagen obtenida con Google Maps.

**Fig. 6.9** Elipses de incertidumbre pozo “Payo 101”

**Fig. 6.10** Elipses de Incertidumbre pozo “Payo 101” rotadas.

**Fig. 6.11** Elipses de incertidumbre con sísmica del pozo “Payo 101” en formación Pimienta, rotadas.

**Fig. 6.12** Elipses de Incertidumbre pozo “Payo 101” rotadas

**Fig. 6.13** Vista de planta de la trayectoria calculada con los Métodos: Tangencial, Angulo Promedio, Tangencial Balanceado y Curvatura Mínima.

**Fig. 6.14** Vista lateral de la trayectoria calculada con los Métodos: Tangencial, Angulo Promedio, Tangencial Balanceado y Curvatura Mínima.

**Fig. 6.15** Sección horizontal de la trayectoria de la perforación calculada con los diferentes métodos.

**Fig. 6.16** KOP de las trayectorias calculadas con el método tangencial (línea roja) y curvatura mínima (línea rosa)

**Fig. 6.17** Fondo de pozo calculado con los diferentes métodos.

**Fig. 6.18** Elipses de incertidumbre con sísmica de la formación Pimienta de los pozos “Payo 1” (rojo) y “Payo 101” (morado).

**Fig. 6.19** Elipses de incertidumbre con sísmica pozos “Payo 1” (rojo) y “Payo 101” (morado) en formación Pimienta rotadas.

**Fig. 6.20** Acercamiento de elipses de incertidumbre de pozos “Payo1” y “Payo 101” con sísmica de formación pimienta

## **Introducción**

El presente trabajo tiene como objetivo aplicar el cálculo de elipses de incertidumbre en la trayectoria de pozos petroleros. Los datos en los que está basada fueron tomando de los casos específicos de dos pozos ubicados en la Cuenca de Burgos.

La mencionada cuenca, es una región geológica situada en la Planicie Costera del Golfo de México, en la cual se han descubierto más de 220 campos petroleros en rocas del Cenozoico y del Cretácico.

Dichos casos de estudio tienen como característica principal que solo uno de ellos resultara productor, despertando por ello el interés en determinar las posibles causas por las cuales el otro pozo no dio el mismo resultado.

Esta investigación se desarrolla de la siguiente manera:

En el primer capítulo, se presenta una perspectiva que va desde lo internacional a lo local acerca de los recursos shale gas y shale oil, que se encuentran en este caso de estudio.

En el segundo capítulo, se describe particularmente la Cuenca de Burgos, con la finalidad de proporcionar un panorama más claro de los casos particulares de estudio.

En el tercer capítulo, se aborda de manera teórica la perforación direccional, esto ayudará a comprender mejor la importancia de la aplicación de un método que reduzca en mayor porcentaje los posibles errores que se presentan con el survey.

En el cuarto capítulo, se ofrece una breve explicación de los métodos tangencial, tangencial balanceado, ángulo promedio, radio de curvatura mínima y curvatura mínima para el cálculo de la trayectoria de pozos direccionales más usuales en nuestra industria.

En el quinto capítulo se da una breve explicación de conceptos probabilísticos y la definición de error aplicados en el desarrollo de las ecuaciones necesarias para la programación del método de elipses de incertidumbre en el lenguaje de programación de Matlab.

En capítulo seis, se muestran los resultados de la aplicación del método de elipses de incertidumbre previamente desarrollado en el programa Matlab en los casos particulares de estudio antes mencionados.

Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones de esta tesis y se anexa un apéndice con las ecuaciones del método Walstrom, el cual es utilizado para el desarrollo de las elipses de incertidumbre.

# Capítulo 1 Perspectiva mundial y nacional de recursos de shale gas y shale oil

## 1.1 Shale gas y shale oil en el mundo

Debido a la disminución de reservas de los llamados recursos convencionales, en los últimos años ha aumentado el interés de la industria petrolera en la extracción y el descubrimiento de gas y aceite en formaciones de lutitas.

La (Figura 1.1) ilustra la ubicación de las principales cuencas, las zonas en color rojo indican cuencas de lutitas con recursos considerados técnicamente recuperables; en color amarillo a diferencia de las anteriores, presentan mayor incertidumbre sobre sus posibilidades de extracción, debido a la falta de estudios y pruebas en estas zonas.

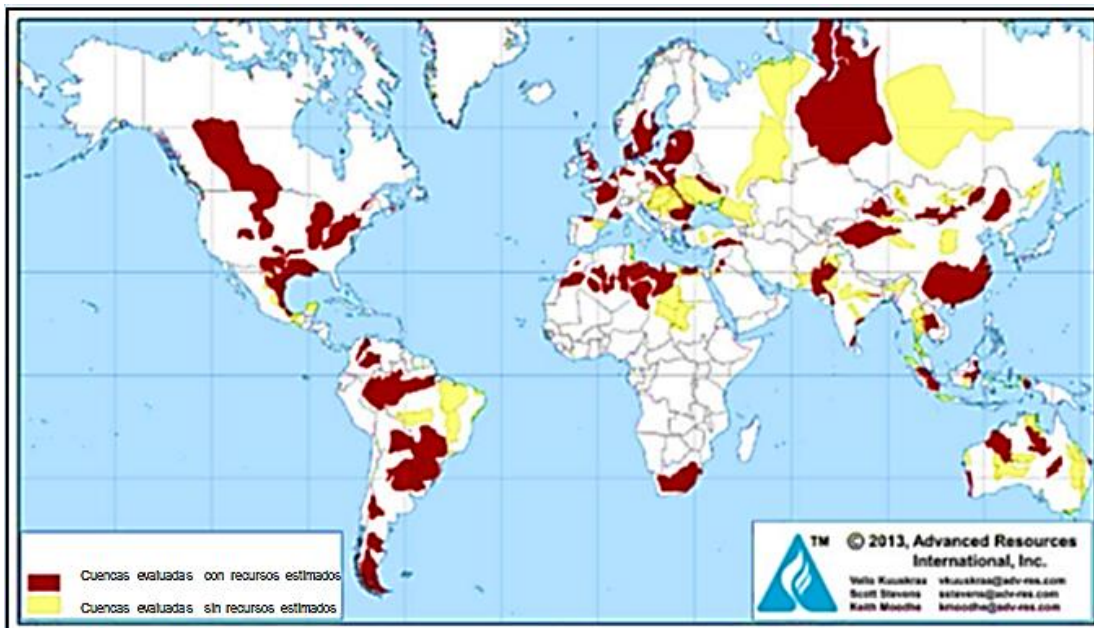


Figura 1.1 Mapa de las cuencas evaluadas de formaciones Shale Gas/Oil (Modificada de U.S. Energy Information Administration – Technically Recoverable Shale Oil and Shale Gas Resources, mayo 2013)

## 1.2 Cuencas de shale gas y shale oil de México.

México cuenta con un gran potencial para el desarrollo de estos recursos, la Figura 1.2 muestra la distribución de las cuencas de shale tanto terrestres como costa afuera en el Golfo de México.

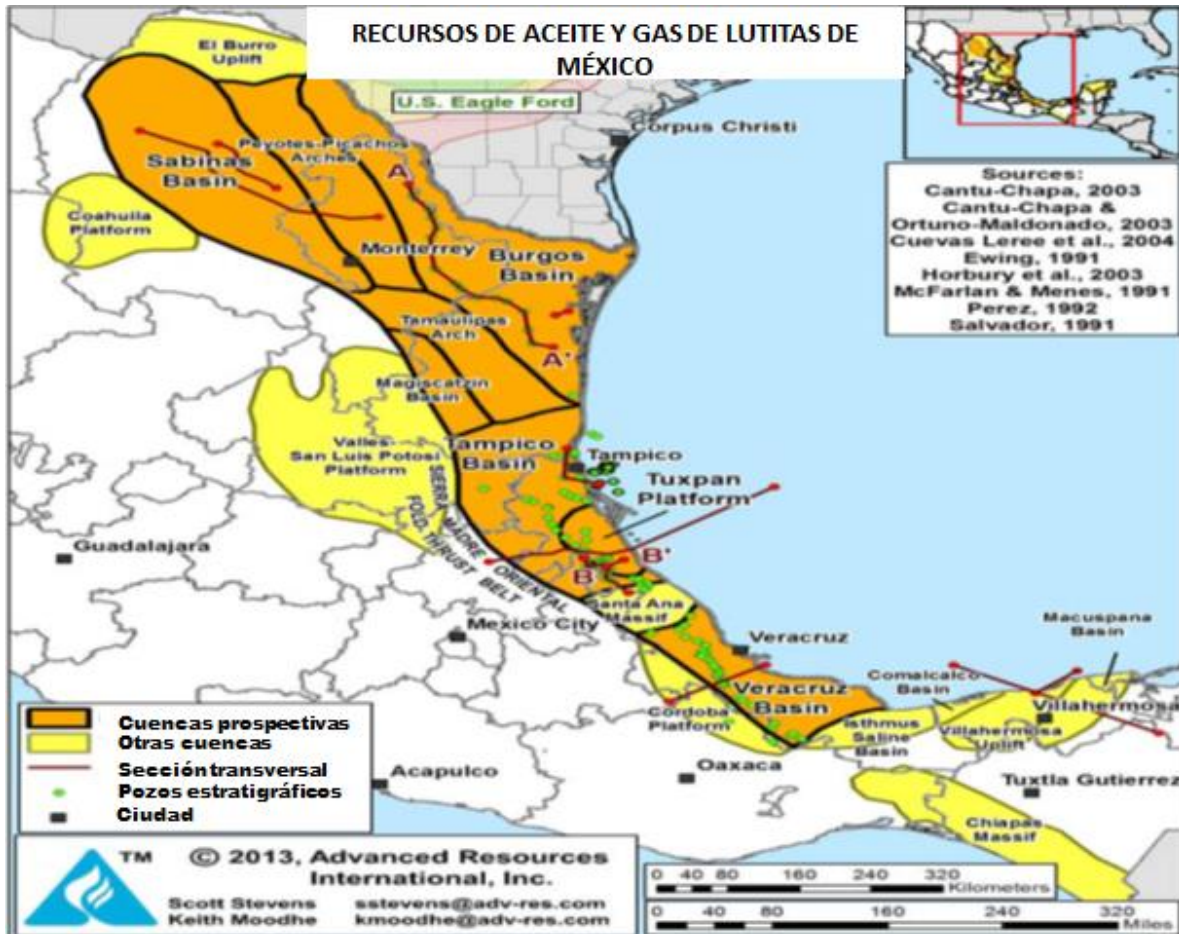


Figura 1.2 Cuencas de Shale Gas/Oil del Golfo de México (Modificada de EIA, 2013)

De este recurso, se estiman 545 TPC de gas natural y 13.1 MMb de aceite y condensado. En la cuenca llamada “Eagle Ford Shale”, ubicada en la cuenca de Burgos, se cuenta con buena cantidad de información, en ella se estima un potencial de 342 TPC de shale gas y 6.3 MMb shale oil respectivamente.

La complejidad estructural y geológica de las cuencas al sur y este de México, no permite que la información recabada sea amplia, y esto se traduce en una baja certeza sobre el potencial de estas formaciones sin embargo se puede estimar un

volumen de 124 TPC técnicamente recuperable dentro de las formaciones “Eagle Ford” y La Casita, los pliegues y fallamientos que se presentan complican el desarrollo en esta cuenca. <sup>1</sup>

Las cuencas de Tampico, Tuxpan y Veracruz tienen menor complejidad estructural, por lo tanto, es más fácil su desarrollo, están ubicadas respectivamente, en las eras del Cretáceo y Jurásico.

La geología de la lutita de la zona terrestre de la cuenca del Golfo de México se vuelve estructuralmente más compleja y el potencial de desarrollo de lutitas es más incierto aún. Las cuencas estructuralmente más favorables, como Tampico-Misantla, Tuxpan y Veracruz son lutitas marinas del Cretácico y Jurásico las cuales son rocas generadoras de yacimientos convencionales terrestres y marinos en México.<sup>2</sup>

La compresión regional y las cabalgaduras relacionadas con la formación de la Sierra Madre han hecho más estrecha la llanura costera de México, creando una serie de sub-cuencas discontinuas.

Algunas de las cuencas de lutitas de México son demasiado profundas para su desarrollo (>5 km). Sin embargo, las porciones menos deformadas del este de estas cuencas y plataformas superficiales adyacentes son estructuralmente más simples y pueden ser áreas prospectivas para recursos en lutitas. En este caso, las áreas más prospectivas para el desarrollo de lutitas son enterradas a profundidades desde 1 hasta 5 km en grandes áreas, esto lo observamos en las (tablas 1.1 y 1.2).<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup> Escalera Alcocer, J.A. Potencial de Recursos no Convencionales Asociado a Plays de Aceite y Gas de Lutitas en México. ExpoForum PEMEX.

<sup>2</sup> Perez Cruz, G.A. Geologic Evolution of the Burgos Basin, Northeastern Mexico. Ph. D. thesis, Rice University

<sup>3</sup> Estrada, J. Gas de Lutita en México: Planes, Potencial y Regulaciones. Analítica Energética, S.P.

Datos Básicos	Cuenca/Área		Burgos (24,200 mi <sup>2</sup> )			Sabinas (35,700 mi <sup>2</sup> )		
	Formación de Lutitas		Eagle Ford Shale		Tithonian Shales	Eagle Ford Shale		Tithonian La Casita
	Era Geológica		Cretácico Medio		Jurásico	Cretácico Medio		Jurásico
	Ambiente de deposición		Marino		Marino	Marino		Marino
Extensión	Área prospectiva (mi <sup>2</sup> )		600	10,000	6,700	6,700	9,500	9,500
	Espesor (ft)	Orgánico	200	200	300	500	500	800
		Total	160	160	210	200	400	240
	Profundidad (ft)	Intervalo	3,300-4,000	4,000-16,400	6,500-16,400	7,500-16,400	5,000-12,500	9,800-13,100
		Promedio	3,500	7,500	10,500	11,500	9,000	11,500
Propiedades	Presión		Anormal	Anormal	Anormal	Subnormal	Subnormal	Subnormal
	Promedio COT*		5%	5%	5%	3%	4%	2%
	Contenido de arcillas		Baja	Baja	Baja	Baja	Baja	Baja
Recurso	Fase Gas		Gas Asociado	Gas Húmedo	Gas Seco	Gas Seco	Gas Seco	Gas Seco
	Concentración Shale Gas (BPC/mi <sup>2</sup> )		21.7	74.4	190.9	100.3	131.9	69.1
	Vol. Original		7.8	446.4	767.5	201.6	501	118.1
	Vol. Técnicamente Recuperable		0.9	111.6	230.2	50.4	100.2	23.6

**Tabla 1.1 Propiedades y Recursos de Cuenas Shale Gas en México (Burgos y Sabinas)  
(\*COT=Carbono Orgánico Total)**



Datos Básicos	Cuenca/Área		Tampico (26,900 mi <sup>2</sup> )			Tuxpan (2,810 mi <sup>2</sup> )		Veracruz (9,030mi <sup>2</sup> )	
	Formación de Lutitas		Pimienta			Tamaulipas	Pimienta	Maltrata	
	Era Geológica		Jurásico			Cretácico Medio	Jurásico	Cretácico bajo	
	Ambiente de deposición		Marino			Marino	Marino	Marino	
Extensión	Área prospectiva (mi <sup>2</sup> )		9,000	3,050	1,550	1,000	1,000	560	400
	Espesor (ft)	Orgánico	500	500	500	300	500	300	300
		Total	200	200	200	210	200	150	150
	Profundidad (ft)	Intervalo	3,300-8,500	4,000-8,500	7,000-9,000	6,000-9,500	6,600-10,000	9,800-12,000	10,000-12,500
Promedio		5,500	6,200	8,000	7,900	8,500	11,000	11,500	
Propiedades	Presión		Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
	Promedio COT		3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%
	Contenido de Arcillas		Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo/medio	Bajo/medio
Recursos	Fase Gas		Gas Asociado	Gas Húmedo	Gas Seco	Gas Asociado	Gas Asociado	Gas Asociado	Gas Seco
	Concentración Shale Gas (BPC/mi <sup>2</sup> )		18.6	44.7	83	25.5	27.2	22.4	70
	Vol. Original (TPC)		58.5	47.7	45	8.9	9.5	6.6	14.7
	Vol. Técnicamente recuperable (TPC)		4.7	9.5	9	0.7	0.8	0.5	2.9

Tabla 1.2 Propiedades y Recursos de Cuencas Shale Gas en México (Tampico, Tuxpan y Veracruz)

Con base en lo anterior, intentar un desarrollo en México basados en correlaciones con las formaciones productoras de shale gas/oil de Estados Unidos (aun estando a unos cuantos kilómetros de distancia), sería una tarea muy difícil y probablemente se estaría realizando un diseño poco confiable (Tabla 1.3).<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Arcos, Luis., Jiménez, Alejandro., 2015, "Aspectos técnicos a considerar para una regulación de shale gas/oil en México". Tesis licenciatura. UNAM. Facultad de ingeniería.

Datos Básicos	Cuenca/Área		Burgos (24,200 mi <sup>2</sup> )		Tuxpan (2,810 mi <sup>2</sup> )		Tampico (26,900 mi <sup>2</sup> )		Veracruz (9,030 mi <sup>2</sup> )
	Formación de Lutitas		Eagle Ford Shale		Tamaulipas	Pimienta	Pimienta		Maltrata
	Era Geológica		Cretácico Medio		Cretácico medio	Jurásico	Jurásico		Cretácico
	Ambiente de deposición		Marino		Marino	Marino	Marino		Marino
Extensión	Área prospectiva (mi <sup>2</sup> )		600	10,000	1,000	1,000	9,000	3,050	560
	Espesor (ft)	Orgánico	200	200	300	500	500	500	300
		Total	160	160	210	200	200	200	150
	Profundidad (ft)	Intervalo	3,300-4,000	4,000-16,400	6,000-9,500	6,600-10,000	3,300-8,500	4,000-8,500	9,800-12,000
		Promedio	3,500	7,500	7,900	8,500	5,500	6,200	11,000
Propiedades	Presión		Sobre presión	Sobre presión	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
	Promedio COT		5%	5%	3%	3%	3%	3%	3%
	Contenido de Arcillas		Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo/medio
Recursos	Fase Líquida		Aceite	Condensado	Aceite	Aceite	Aceite	Condensado	Aceite
	Concentración Shale Oil (MMb/mi <sup>2</sup> )		43.9	15	36.4	33	37.9	17.3	23.5
	Vol. Original (MMb)		15.8	89.8	12.7	11.5	119.4	18.5	6.9
	Vol. Técnicamente recuperable (MMb)		0.95	5.39	0.51	0.46	4.78	0.74	0.28

**Tabla 1.3 Propiedades y recursos de cuencas Shale Oil en México (Burgos, Tampico, Tuxpan y Veracruz)**

## Capítulo 2 Cuenca de Burgos

La Cuenca de Burgos representa la mayor parte de los recursos de Shale gas recuperable de México, gracias a que funciona de manera eficiente al existir rocas con contenido orgánico, madurez, espesor y tipo adecuado para generar hidrocarburos, así como abundantes rocas almacén y sellos para recibirlos y preservarlos en trampas estratigráficas y estructurales apropiadas<sup>[1]</sup>.

### 2.1 Ubicación

La Cuenca de Burgos corresponde con una provincia Geológica Cenozoica que se localiza en la margen Noreste de la República Mexicana ; cubre principalmente los estados de Tamaulipas y Nuevo León, que es en donde se encuentran los pozos que se estudian en el presente trabajo, así como la margen Noreste de Coahuila y parte del Golfo de México<sup>[2]</sup>.

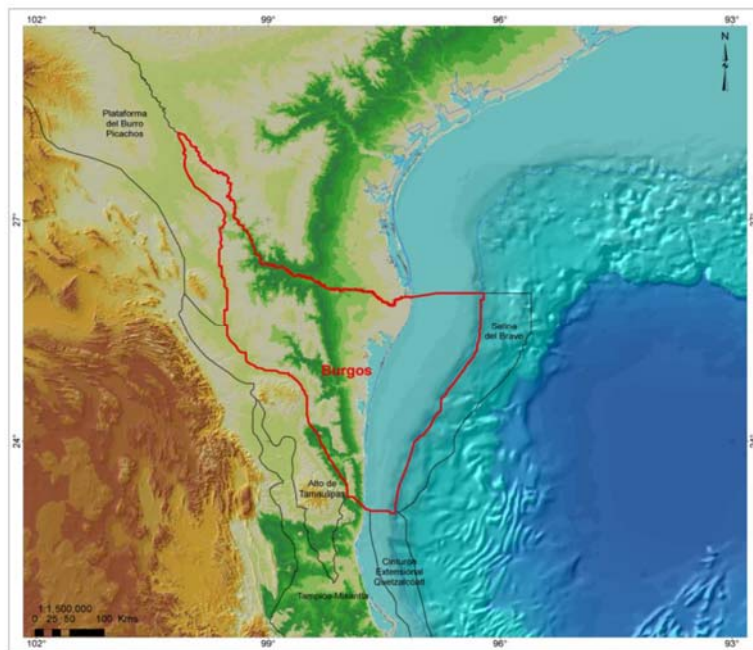


Figura 2. 1- Ubicación geográfica de la Cuenca de Burgos (PEMEX, 2010).

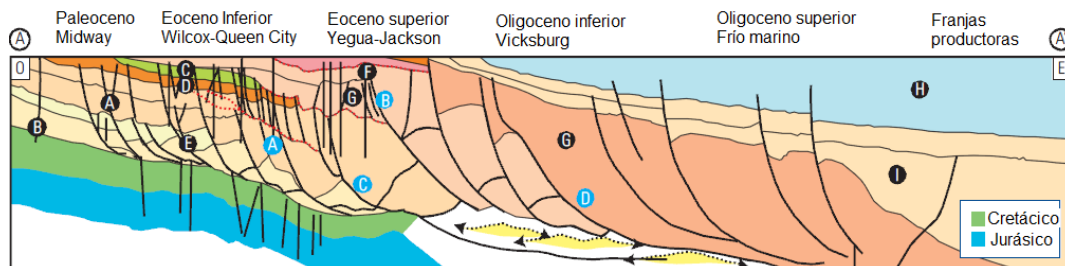
<sup>1</sup> González García, R., Holguín Quiñones, N., 1992, Las rocas generadoras de México: Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros, 42, 9-23.

<sup>2</sup> Pérez Aquiahuatl, Hatziry, 2014. Evaluación del potencial del pozo A-1 del play no convencional Jurásico Superior (Formación Pimienta) en la Cuenca de Burgos. Tesis licenciatura. UNAM. Facultad de Ingeniería.

Está limitada geográficamente al norte por el Río Bravo, al oriente por el Golfo de México, al sur por la Provincia de Tampico- Misantla, y al poniente por el contacto geológico superficial Cretácico/Cenozoico representado por una línea imaginaria que parte al oriente de Piedras Negras, Coahuila y se extiende hacia el sureste, hasta el litoral del Golfo de México en la plataforma continental. Geográficamente, cubre una superficie aproximada de 110,000 km<sup>2</sup> y la actividad se centra en un área de 30,000 km<sup>2</sup> (Figura 2.1).

## 2.2 Geología Estructural

La Cuenca de burgos se originó a principios del Terciario, en ella se depositó una columna sedimentaria cenozoica. Su geometría estratigráfica y estructural corresponde a progradaciones que dieron lugar a un arreglo en forma de franjas, que varían cronológicamente de occidente a oriente desde el Paleoceno hasta el Mioceno, y obedecen primordialmente a regresiones marinas y a la actividad de fallas extensionales que desarrollan estructuras “roll-over” [3] (Figura 2.2).



**Figura 2. 2 Sección Estratigráfica-Estructural regional y Franjas depositacionales de la cuenca de Burgos (Modificada de PEMEX, 2010).**

En la Cuenca de Burgos, los plays que están presentes son los del Cretácico Superior (Formación Eagle Ford) y Jurásico Superior (Formación Pimienta) (Figura 2.3)

<sup>3</sup> Eguiluz de Antuñamo, Samuel, *Sinopsis geológica de la cuenca de Burgos, noreste de México: producción y recursos petroleros*. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Vol. 63, Núm. 2, 2011, pp. 323-332.

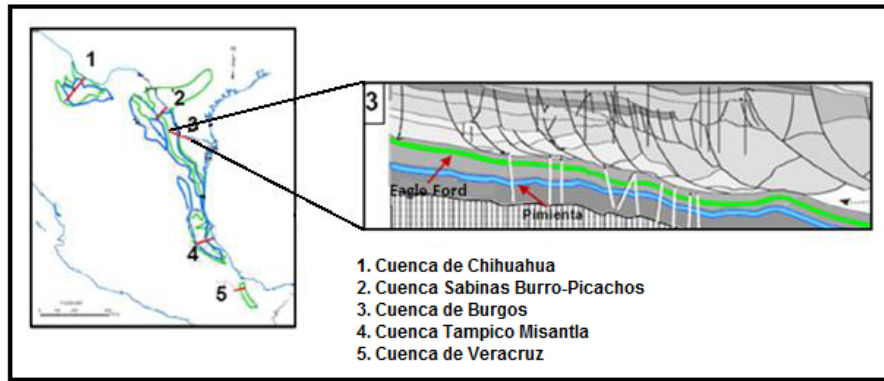


Figura 2. 3 Esquema Geológico Estructural de la Cuenca de Burgos para los plays Eagle Ford y Pimienta (Modificada de Escalera, 2012).

### 2.3 Marco Estructural y Ambientes de Deposito

En el área de la Cuenca de Burgos, se cuenta con una potente cubierta sedimentaria mesozoica - cenozoica, que en algunos lugares excede los 10,000 m de espesor, desarrollada sobre un basamento de tipo continental de carácter heterogéneo y de compleja estructuración.

La columna sedimentaria de la provincia petrolera de Burgos, que incluye los principales plays productores, abarca todo el Paleógeno-Neógeno y yace sobre rocas del Mesozoico. Principalmente está compuesta por una alternancia de lutitas y areniscas, depositadas en un patrón general progradante hacia el oriente <sup>[4]</sup>

El basamento de esta provincia está formado por esquistos y rocas plutónicas, deformado durante el Paleozoico y combinado con magmatismo posterior. El origen de esta provincia se encuentra relacionado con la apertura del Golfo de México durante el Jurásico Medio.

### 2.4 Sistema Petrolero y Plays en la cuenca de Burgos

Un sistema petrolero son los procesos y elementos geológicos necesarios para generar, almacenar y preservar hidrocarburos en el subsuelo<sup>[5]</sup>. En la Cuenca de Burgos se han identificado tres plays: Pimienta–Midway, Wilcox y Vicksburg–Frio (Figura 2.4).

<sup>4</sup> Echánove-Echánove, O., 1986, Geología petrolera de la Cuenca de Burgos: Boletín AMGP, v. 38, no. 1, p. 3-74.

<sup>5</sup> Oviedo Lerma, R. E., y Aguayo Camargo, J. E., 2007. Estratigrafía y sedimentología del play Oligoceno Vicksburg Inferior, Cubo Pípila 3D en la Cuenca de Burgos, Reynosa, Tamaulipas. Tesis Maestría. UNAM. Facultad de Ingeniería.

PERIODO	ÉPOCA		PLAYS
TERCIARIO	CUATERNARIO	PLEISTOCENO	
		PLIOCENO	
	MIOCENO	U	VICKSBURG FRIO (!)
		M	
	OLIGOCENO	L	
		U	
	EOCENO	L	
		U	
		M	
	L		
	PALEOCENO	U	
L			
CRETÁCICO	SUPERIOR		PIMIENTA MIDWAY (!)
	INFERIOR		
JURÁSICO	SUPERIOR		

Figura 2. 4 Columna estratigráfica asociada a los plays de la Cuenca de Burgos (Modificada de PEMEX, 2004).

Esto se conoce por la existencia común de rocas generadoras que presentan buenas condiciones de cantidad, calidad y madurez de la materia orgánica para la generación de hidrocarburos, condición que está relacionada con rocas almacenadoras y sello, así como los procesos que incluyen la formación de la trampa, generación, migración, acumulación y preservación de los hidrocarburos, por lo que existe sincronía.

## 2.5 Formación Pimienta (Play Jurásico-Superior)

Para México el primer play estudiado y propuesto como no convencional de Lutitas Gasíferas fue la Formación Pimienta de edad Jurásico Superior, desarrollada a partir de 2011 en la Cuenca de Burgos.

El nombre de Pimienta fue propuesto informalmente por Heim en 1926, denominándola “Capas Pimienta”, cuya localidad tipo se ubica 1 km al norte del poblado La Pimienta, SLP<sup>[6]</sup>.

Tiene un área prospectiva de 42,300 Km<sup>2</sup> el tipo de hidrocarburo esperado es gas seco, húmedo y aceite ligero.

La Formación Pimienta es considerada como un play no convencional de lutitas negras carbonosas, que no solo funge como roca generadora, sino también como roca almacén y sello, en la cual se pudieron interpretar por medio de núcleos y registros 3 unidades litológicas: Unidad Inferior, Unidad Media y Unidad Superior<sup>[2]</sup> (Figura 2.5).

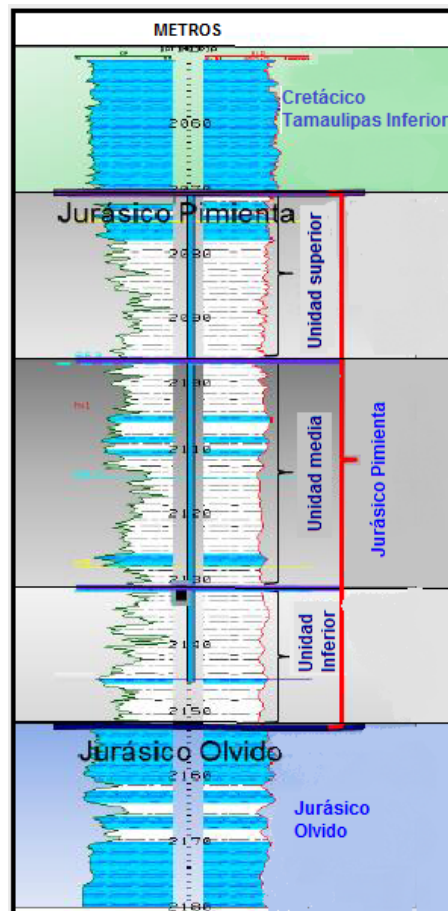


Figura 2. 5 Registro geofísico de un pozo donde se diferencian las 3 unidades litológicas de la Formación Pimienta (Modificada de PEMEX, 2012).

<sup>6</sup> Escalera Alcocer, J. Antonio, *Potencial de recursos no convencionales, asociado a plays de aceite y gas de lutitas en México*. PEMEX, Expo Foro, 2012.

La Formación Pimienta comprende la totalidad del Tithoniano, en el Jurásico Superior y se caracteriza por ser una unidad arcillosa que sobreyace a la Formación Olvido y subyace a la Formación Taraises en la porción norte, y a la Formación Tamaulipas Inferior en la porción sur y central [2]. En la figura 2.6 se observa lo anterior, además de que se enmarca el objetivo de los pozos de estudio.

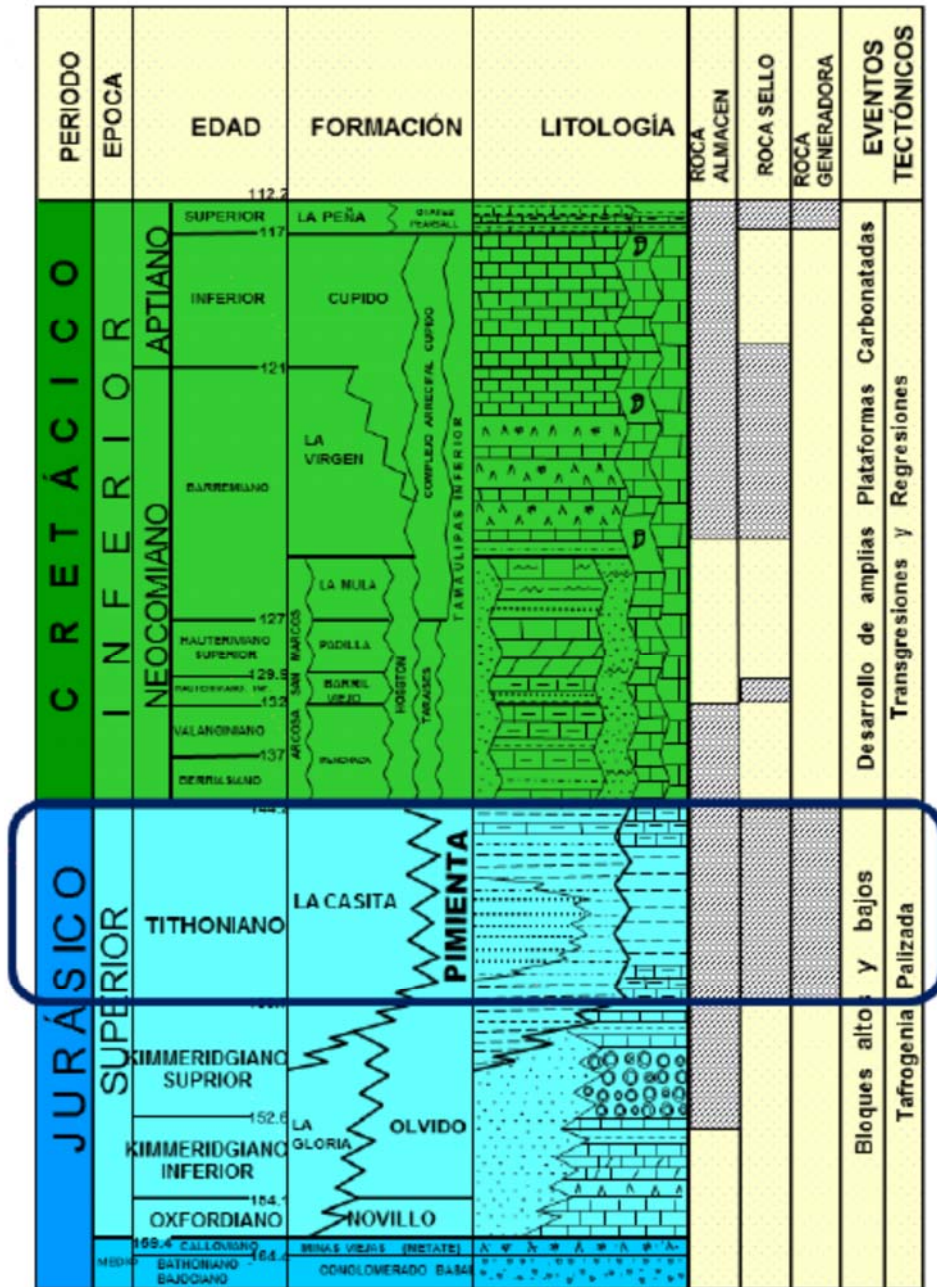


Figura 2.6 Ubicación Estratigráfica de la Formación Pimienta (PEMEX, 2012).



## Capítulo 3 Perforación Direccional

### 3.1 Perforación Direccional

La perforación se define como la acción de atravesar las diferentes capas de corteza terrestre mediante la rotación de equipo y tuberías (sarta de perforación), aplicando fuerza de empuje. Al final de la sarta se encuentra una barrena de corte que al rotar rompe y penetra las formaciones del subsuelo.

El objetivo de la perforación es lograr un pozo útil: un conducto que nos da acceso desde el yacimiento hasta la superficie y permita su explotación racional en forma segura al menor costo posible <sup>[1]</sup>.

La perforación direccional ha sido descrita como el proceso de perforar a lo largo de una trayectoria planeada para atravesar un yacimiento en una posición predeterminada (objetivo), localizada a una distancia lateral de la localización superficial del equipo de perforación.

Ya sea debido a problemas de perforación o cuestiones económicas, la perforación direccional surgió como operación de alivio, con el paso del tiempo se han desarrollado muchas aplicaciones para la misma <sup>[2]</sup>.



Figura 3. 1.- Perforación Direccional (<http://www.hpcaribe.com/servicios.html>).

<sup>1</sup> Pemex Perforación y Mantenimiento de Pozos. 2000. *Un Siglo de Perforación en México*. México: Pemex.

<sup>2</sup> Inglis, T.A. 1987. *Directional Drilling*. London: Graham & Trotman.

Estas aplicaciones se pueden agrupar en las categorías siguientes:

1. Esquivar obstáculos (dificultades) geológicos
2. Perforación por obstrucción en agujero original (Sidetracking).
3. Controlar la verticalidad de un pozo
4. Desarrollo de campos marinos
5. Perforar por debajo de locaciones inaccesibles

### 3.1.1 Esquivar obstáculos

En algunos casos los yacimientos petroleros se encuentran asociados a estructuras de domos de sal, existen ocasiones en las que parte de dicha estructura está directamente encima del yacimiento petrolero de interés, una perforación vertical tradicional atravesaría dicha formación y esto podría resultar en problemas tales como deslaves, perdidas de circulación y corrosión. En esta lo más prudente sería evitar la formación salina mediante una perforación direccional. (figura 3.2)

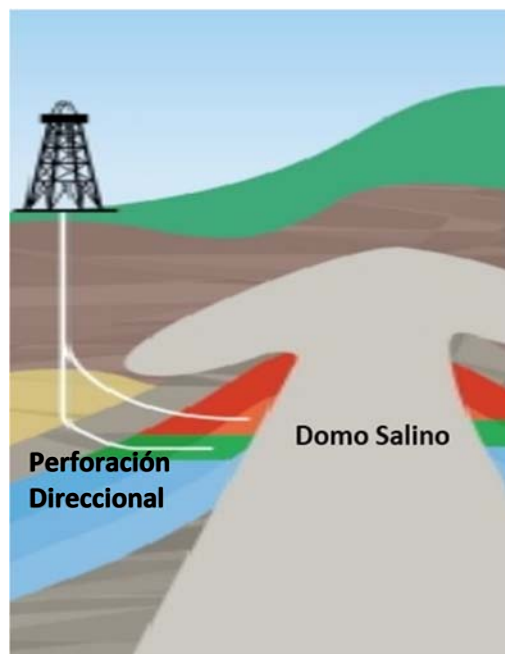


Figura 3. 2.- Perforación Direccional por debajo de un domo de sal

### **3.1.2 Perforación por obstrucción en agujero original**

Durante la perforación de un pozo, debido a una falla en la sarta de perforación o una mala operación, puede provocarse una obstrucción (o pescado) Debido a esto, si el pescado no es extraído del agujero no se puede continuar con la perforación (Fig. 3.3).

Con el paso del tiempo, se entendió que en algunas ocasiones era mucho más económico perforar alrededor de la obstrucción (Sidetrack) en lugar de abandonar el agujero y volver a comenzar. Algunas herramientas utilizadas para efectuar un (Sidetrack) son motor de fondo, motores hidráulicos tipo turbina y motores de desplazamiento positivo.

Una vez esquivado el obstáculo, se coloca un tapón de cemento en la parte superior del pescado y se deja fraguar.

El desviador de pared fue la primera herramienta diseñada para desviar el pozo alrededor del pescado, hoy en día lo más usado son motores de fondo y codos desviadores. Este último se puede orientar en la dirección requerida mediante el uso de otra herramienta llamada MWD (Measurements While Drilling) o bien, instrumentos que miden dirección, los cuales proporcionan monitoreo continuo de la trayectoria del pozo.

Una vez que el desvío ha sido efectuado alrededor de la obstrucción, se continúa la perforación hacia el objetivo inicial.

El desvío en la perforación también es aplicado cuando las terminaciones de pozos son mal realizadas, y se requiere de una reentrada. Si el pozo original no pudo atravesar la formación prevista o está produciendo en una zona donde se ha agotado el hidrocarburo, el agujero puede ser perforado de nuevo desde un desvío hasta un nuevo objetivo.

Si el inicio de la desviación es en una sección con revestimiento, se perfora una ventana en la tubería para permitir que la desviación pueda ser perforada [2, 3].

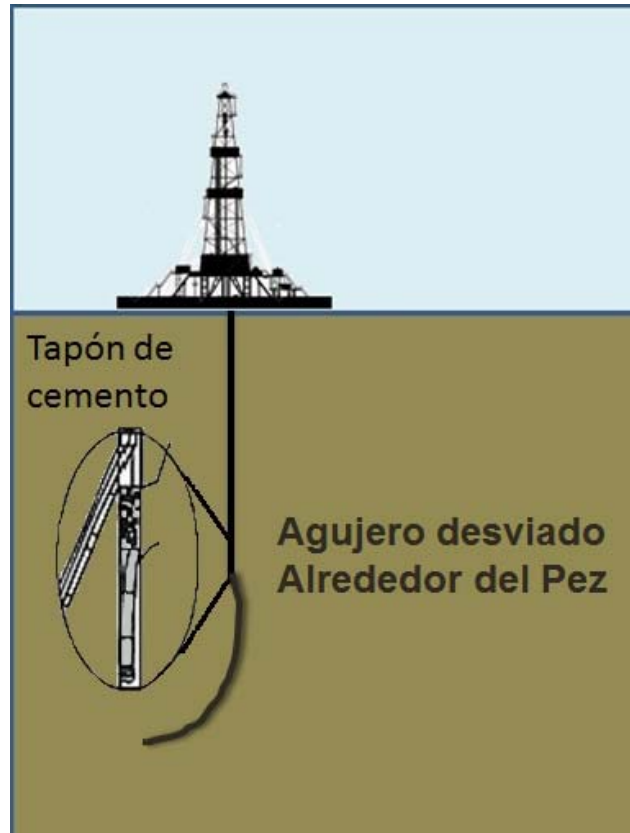


Figura 3. 3.- Desvío de trayectoria original por obstrucción (Sidetrack)<sup>[1]</sup>.

### 3.1.3 Controlar la verticalidad de un pozo

Para mantener los pozos verticales con respecto al objetivo y evitar que se desvíen, se necesitan utilizar técnicas direccionales. Pequeñas desviaciones del curso planificado se pueden corregir mediante la alteración de ciertos parámetros de perforación o cambiando el ensamble de fondo. De ser necesario una desviación más severa se puede requerir el uso de un motor de fondo y un codo desviador

<sup>3</sup> Orta Pérez, Edder, 2015. *Incertidumbre en trayectorias y predicción del torque y arrastre en pozos direccionales*. Tesis de Maestría, UNAM, Facultad de Ingeniería, México, D.F

corregir la trayectoria, o bien, perforar un desvío de pozo. Puede ocurrir también en la sección tangencial de un pozo direccional [2, 3].

### **3.1.4 Desarrollo de campos marinos**

Una de las mayores aplicaciones de la perforación direccional en los últimos 20 años ha sido en el desarrollo de campos marinos. Algunos de los yacimientos de petróleo y gas en el Golfo de México, mar del norte y otras áreas alejadas de los equipos de perforación terrestres.

Perforar un gran número de pozos verticales desde una plataforma marina individual es un recurso muy costoso y poco práctico. El enfoque convencional para grandes yacimientos petroleros ha sido la instalación de una plataforma fija en el lecho marino, de la cual se pueden perforar varios pozos direccionales. Más de 50 pozos pueden realizarse direccionalmente desde este tipo de plataformas.

En un desarrollo convencional, los pozos no pueden ser perforados hasta que las plataformas estén debidamente armadas y situadas, esto puede significar un retraso de 2 a 3 años antes de que se pueda comenzar la producción. Para reducir este tiempo, algunos de los pozos de desarrollo pueden ser pre-perforados con una plataforma flotante, simultáneamente que la plataforma es construida. Estos pozos se perforan direccionalmente a partir de una plataforma semi-sumergible y son conectados a la plataforma una vez que se ha instalado.

### **3.1.5 Perforar por debajo de locaciones inaccesibles**

Los campos petroleros a menudo se encuentran directamente por debajo de obstrucciones naturales o de origen humano. Los permisos para perforar podrían no ser negados en algunas áreas sensibles o donde exista riesgo ambiental, en estos casos, podría ser posible explotar las reservas con la perforación de pozos direccionales desde una locación en superficie que se encuentre fuera de la sección de superficie como se muestra en la figura 3.4.

Cuando se presenta un descontrol de pozo o se tiene un reventón, se causan daños al equipo de perforación, provocando que las operaciones para controlar el pozo

sean imposibles, pozos de alivio pueden ser perforados para controlar el reventón de una forma segura. Mejoras en las técnicas de perforación direccional han permitido a los pozos de alivio, alcanzar objetivos pequeños de menos de 10 pies de diámetro del reventón [2, 3].

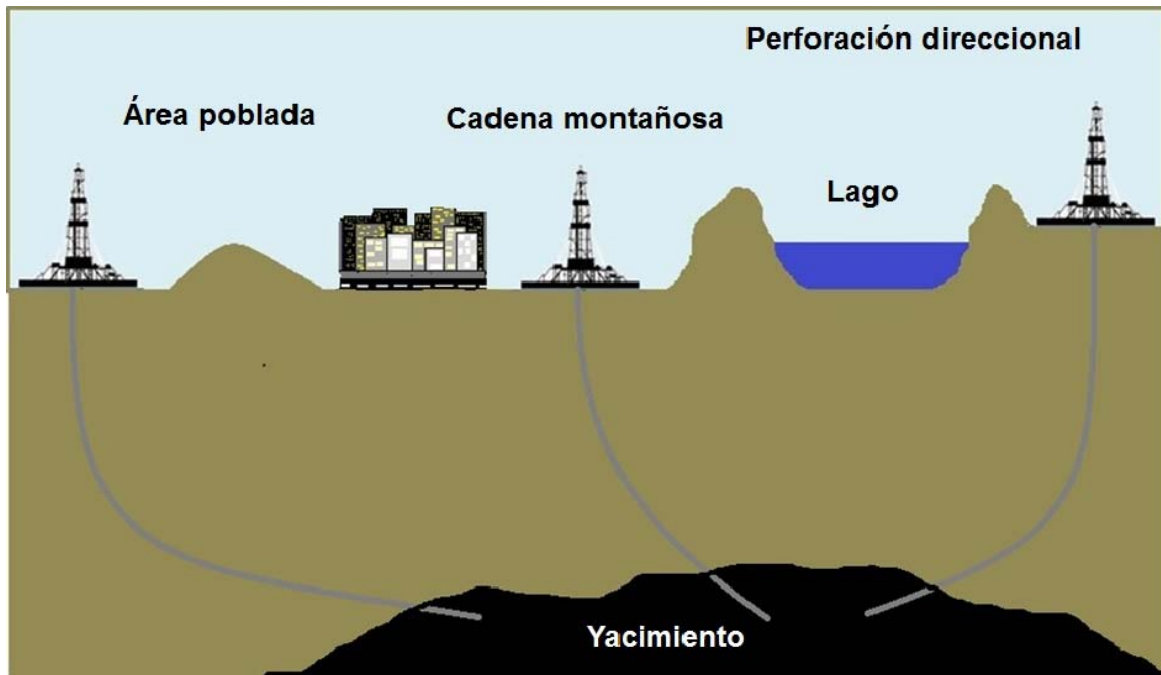


Figura 3. 4.- Ejemplos de Pozos direccionales perforados debajo de locaciones inaccesibles.

### 3.2 Conceptos Básicos

Los siguientes conceptos son elementales para la perforación direccional.

Profundidad Desarrollada

Distancia Medida (MD) o metros desarrollados, se refiere a lo largo de la trayectoria real del pozo, desde el punto de referencia en la superficie hasta el punto de registros direccionales [4].

Esta profundidad siempre se conoce, ya sea contando la tubería o por el contador de profundidad de la línea de acero (Figura. 3.5 A).

<sup>4</sup> Vázquez, A., Arellano, J. 2008. Evaluación petrolera y métodos de explotación en la Cuenca de Chicontepec. Tesis Licenciatura. UNAM. Facultad de Ingeniería.

### 3.2.1 Profundidad vertical o verdadera

Distancia vertical o True Vertical Depth (TVD) desde el nivel de referencia de profundidad, hasta un punto en la trayectoria del pozo [5], se refiere a la profundidad vertical de dicho punto. Este es normalmente un valor calculado (Figura. 3.5 B).

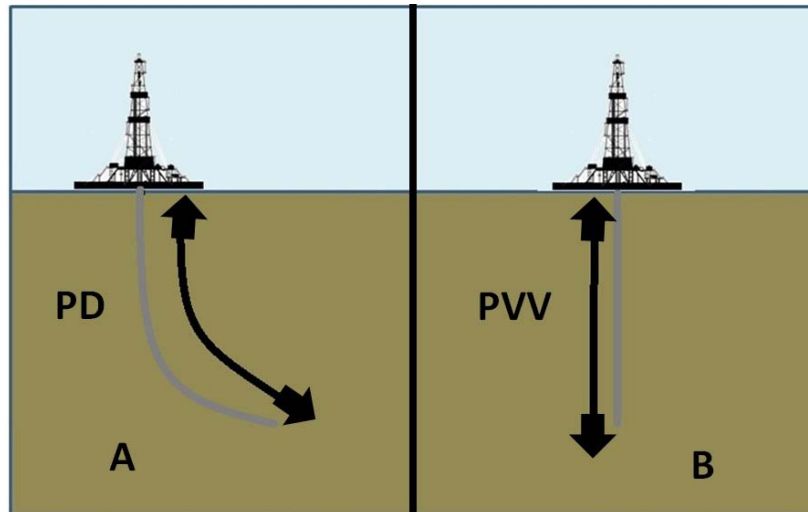


Figura 3. 5 Profundidad desarrollada y profundidad vertical verdadera en un pozo

### 3.2.2 Inclinación

Es el ángulo en grados entre la vertical local, dada por el vector local de gravedad como lo indica una plomada, y la tangente al eje del pozo en un punto determinado en un registro de trayectoria (survey). (Figura. 3.6 A).

### 3.2.3 Azimuth

El azimuth (dirección del pozo) en un punto determinado, es la dirección del pozo sobre el plano horizontal, medido como un ángulo en sentido de las manecillas del reloj, a partir del norte de referencia. Esta referencia puede ser el norte verdadero, el magnético o el de mapa, por convención se mide en sentido de las manecillas del reloj [6]. Todas las herramientas magnéticas proporcionan la lectura del azimuth con respecto al norte magnético. Sin embargo, las coordenadas calculadas posteriormente, están referidas al norte verdadero o norte geográfico (Figura. 3.6.B).

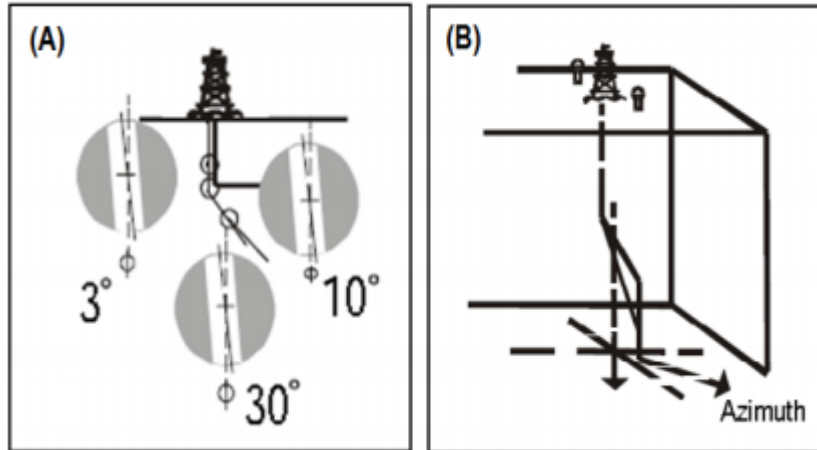


Figura 3. 6. Inclínación y azimuth en un pozo direccional.

### 3.2.4 Desplazamiento horizontal (HD)

Es la distancia total y lineal, en el plano horizontal, del conductor del pozo al objetivo del mismo. Este valor es funci3n de la localizaci3n superficial que tenga el equipo de perforaci3n. Se supone que dicha localizaci3n fue determinada considerando la distribuci3n estructural de las formaciones a perforar, por lo tanto, puede considerarse como un dato fijo en un registro, se le conoce como HD.

### 3.2.5 Kickoff point

Se define como la profundidad del pozo en la cual se coloca la herramienta de deflexi3n inicial y se comienza el desvío del pozo.

### 3.2.6 Profundidad de inicio de desviaci3n

Este dato debe obtenerse considerando las característicás de las formaciones a perforar. Se recomienda que la etapa de incremento de ángulo se lleve a cabo en formaciones suaves a medias suaves, además es conveniente que las zonas geopresionadas se atraviesen con un ángulo constante. Puede considerarse que la profundidad del KOP y la velocidad de incremento de ángulo darán la pauta para elegir el patr3n de desviaci3n.



### **3.2.7 Velocidad de incremento de ángulo**

Si el espesor y la tendencia de presurización de las formaciones que se espera encontrar lo permiten, se pueden utilizar diferentes velocidades de incremento para calcular un juego de trayectorias. El contar con un conjunto de trayectorias para un mismo objetivo, le permitirá al personal encargado de las operaciones direccionales seleccionar la más conveniente de acuerdo a los ángulos máximos observados y a la experiencia acumulada en otros pozos. Si de antemano se conoce la velocidad de incremento de ángulo con la cual se obtiene un buen desarrollo de la perforación, no será necesario diseñar trayectorias alternas.

### **3.2.8 Pata de perro**

Es la curvatura total del pozo (la combinación de cambios en inclinación y dirección) entre dos estaciones de registro direccional, se mide en grados, se le conoce como (Dog Leg) <sup>[6]</sup>.

### **3.2.9 Severidad de la pata de perro**

Es la magnitud de la pata de perro, referida a un intervalo estándar (por convención se ha establecido de 100 pies o 30 metros). La severidad se reporta en grados por cada 100 pies o grados por cada 30 metros. Es conveniente mantener las severidades tan bajas como sea posible en la perforación convencional (menos de 3 o 4°/100 pies). Las severidades altas pueden provocar problemas en el pozo tales como ojos de llave, atrapamientos de tubería o desgaste de la misma o de la tubería de revestimiento <sup>[6]</sup>.

### **3.2.10 Norte Magnético**

Es la dirección de la componente horizontal del campo magnético terrestre en un punto seleccionado sobre la superficie de la Tierra.

### 3.2.11 Lado alto del pozo

Es el lado directamente opuesto a la fuerza de gravedad. El punto que representa el lado alto es importante para orientar la cara de la herramienta; es conveniente señalar que a una inclinación de  $0^\circ$  no existe lado alto, en este caso, los lados del pozo o de la herramienta de registros direccionales son paralelos al vector de gravedad, y no existe un punto de intersección desde el cual se pueda definir un lado alto <sup>[6]</sup>. Otro concepto importante es que sin inclinación ( $0^\circ$ ), el pozo no tiene dirección horizontal, es decir, el eje del pozo se representaría como un punto y no como una línea sobre el plano horizontal.

### 3.2.12 Herramienta de fondo

Es cualquier elemento o dispositivo que se incluya en el aparejo de perforación y se corra dentro del pozo. Los motores de fondo, las camisas MWD, las herramientas de registros direccionales, etc., son ejemplos de herramientas de fondo.

### 3.2.13 Cara de la herramienta

Cara de la herramienta (Tool face) El término se usa en relación a las herramientas desviadoras o a los motores dirigibles y se puede expresar en dos formas:

1.- **Física.** El lugar sobre una herramienta desviadora, señalado comúnmente con una línea de marca, que se posiciona hacia una orientación determinada mientras se perfora, para determinar el curso futuro del pozo.

2.-**Conceptual.** En el pozo, el término “(cara de la herramienta tool face)” es a menudo utilizado como frase corta para referirse a la orientación de la misma (orientation toolface). Por ejemplo, puede ser la orientación del sustituto de navegación de un motor dirigible, expresada como una dirección desde el Norte o desde la boca del pozo. La orientación de la cara de la herramienta, como ya se mencionó, es la medida angular de la cara de una herramienta flexionada con respecto al lado alto del pozo o al Norte <sup>[6]</sup>.

### 3.2.14 Interferencia magnética

Son los cambios en el campo magnético de la Tierra en las cercanías de la herramienta de registro, causados por la presencia de la tubería de revestimiento u otras tuberías en el pozo, en pozos cercanos o por las propiedades magnéticas de la misma formación.

### 3.2.15 Corrección por declinación magnética

Es la corrección angular en grados, para convertir una lectura magnética a una lectura de norte verdadero

## 3.3 Tipos de trayectorias de pozos direccionales

Las trayectorias de los pozos direccionales se clasifican de acuerdo a la forma que toma el ángulo de inclinación durante el proceso de perforación.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de cada trayectoria.

	<b>Tipo de trayectoria</b>	<b>Características principales</b>	<b>Observaciones</b>
A	Incrementar y mantener (Slant)	Atraviesa el objetivo a un ángulo igual al máximo desarrollado	Requiere el menor ángulo de inclinación para alcanzar el objetivo
B	Incrementar, mantener y disminuir (tipo S)	Atraviesa el objetivo en forma vertical	Requiere más ángulo que A y C
C	Incrementar mantener, disminuir y/o mantener (Tipo S modificada)	Atraviesa el objetivo a un ángulo menor al máximo desarrollado	Requiere más ángulo que A
D	Incremento continuo	El ángulo continua incrementando al atravesar el objetivo	Requiere más ángulo que A, B y C para alcanzar el objetivo

Tabla 3. 1 Tipo y características de trayectorias.

### 3.3.1 Trayectoria Tipo "J"

La trayectoria tipo J o "slant" (incrementar y mantener) consta de una sección vertical, seguida de una sección curva donde el ángulo de inclinación se incrementa hasta alcanzar el valor deseado, el cual es mantenido (sección tangente o sección de mantener) hasta alcanzar el objetivo.<sup>[5]</sup> La trayectoria tipo "Slant" se ilustra en la (Figura. 3.7).

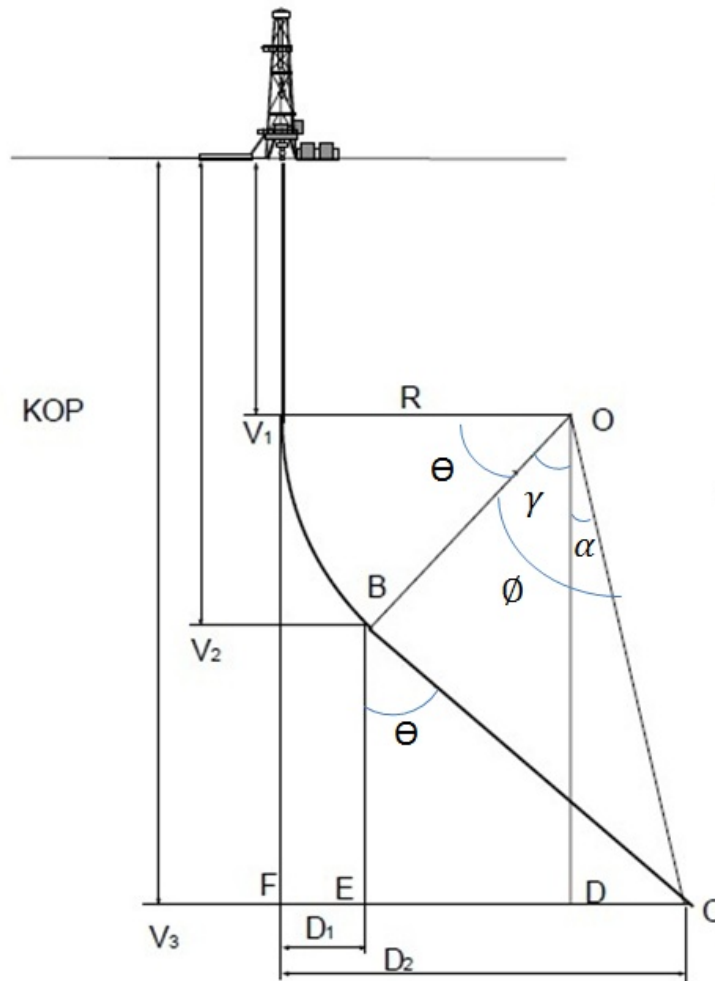


Figura 3. 7 Trayectoria Incrementar-Mantener (tipo Slant) <sup>[8]</sup>

<sup>5</sup> PEMEX Guía Práctica para el Diseño de la Perforación Direccional y Control de la Desviación. 2000

### 3.3.2 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "Slant" (incrementar y mantener)

Donde

C= objetivo

KOP= Kickoff point

V1= Kickoff point

V2= Fin de construcción de ángulo

D1= fin de construcción de ángulo desplazamiento horizontal

V3= Objetivo en profundidad vertical

D2= Objetivo en desplazamiento horizontal

$\Theta$  = Inclinación máxima

Tasa de construcción de ángulo.

$$BUR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.1)$$

Radio de curvatura

$$R = \frac{180}{BUR * \pi} \quad (3.2)$$

$$\overline{DC} = D_2 - R \quad (3.3)$$

$$\overline{DO} = V_3 - V_1 \quad (3.4)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{\overline{DC}}{\overline{DO}} \right) \quad (3.5)$$

$$\overline{OC} = \frac{\overline{DO}}{\cos(\alpha)} \quad (3.6)$$

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{R}{\overline{OC}} \right) \quad (3.7)$$

$$\gamma = \phi - \alpha \quad (3.8)$$

$$\theta = 90 - \gamma \quad (3.9)$$

$$\overline{BC} = \sqrt{OC^2 - R^2} \quad (3.10)$$

$$\overline{EC} = \overline{BC}(\sin \theta) \quad (3.11)$$

$$MD = V_1 + \frac{\theta}{BUR} \quad (3.12)$$

$$TVD_{EOB} = V_1 + R \sin(\theta) \quad (3.13)$$

$$DH_{EOB} = R(1 - \cos(\theta)) \quad (3.14)$$

$$MD_{obj} = V_1 + \frac{\theta}{BUR} + \overline{BC} \quad (3.15)$$

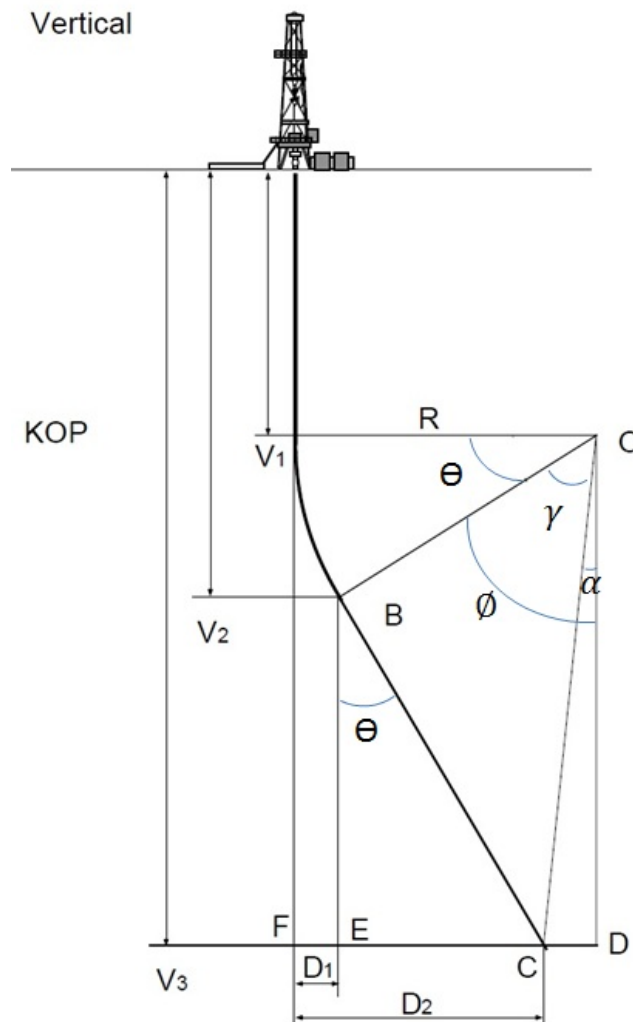


Figura 3. 8 Trayectoria Incrementar-Mantener modificada (tipo Slannt) [8]

Donde

V1= Kop

V2= Fin de construcción de ángulo

D1= Fin de construcción de ángulo desplazamiento horizontal

V3= Objetivo en profundidad vertical

D2 = Objetivo en desplazamiento horizontal

$\Theta$  = Inclinación máxima

Tasa de construcción de ángulo.

$$BUR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.16)$$

Radio de curvatura

$$R = \frac{180}{BUR * \pi} \quad (3.17)$$

$$\overline{DC} = D_2 - R \quad (3.18)$$

$$\overline{DO} = V_3 - V_1 \quad (3.19)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{\overline{DC}}{\overline{DO}} \right) \quad (3.20)$$

$$\overline{OC} = \frac{\overline{DO}}{\cos(\alpha)} \quad (3.21)$$

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{R}{\overline{OC}} \right) \quad (3.22)$$

$$\gamma = \phi + \alpha \quad (3.23)$$

$$\theta = 90 - \gamma \quad (3.24)$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{OC}^2 - R^2} \quad (3.25)$$

$$\overline{EC} = \overline{BC}(\sin \theta) \quad (3.26)$$

$$MD = V_1 + \frac{\theta}{BUR} \quad (3.27)$$

$$TVD_{EOB} = V_1 + R \sin(\theta) \quad (3.28)$$

$$DH_{EOB} = R(1 - \cos(\theta)) \quad (3.29)$$

$$MD_{obj} = V_1 + \frac{\theta}{BUR} + \overline{BC} \quad (3.30)$$

### 3.3.3.- Trayectoria Incrementar-Mantener- Disminuir (Tipo S)

La trayectoria tipo “S” está formada por una sección vertical, seguida por un ángulo de inclinación que se incrementa hasta alcanzar el valor deseado, luego se tiene una sección recta (sección tangente o sección de mantener), y por último se tiene una sección en la que se disminuye el ángulo para entrar verticalmente al objetivo. (Figura. 3.9)

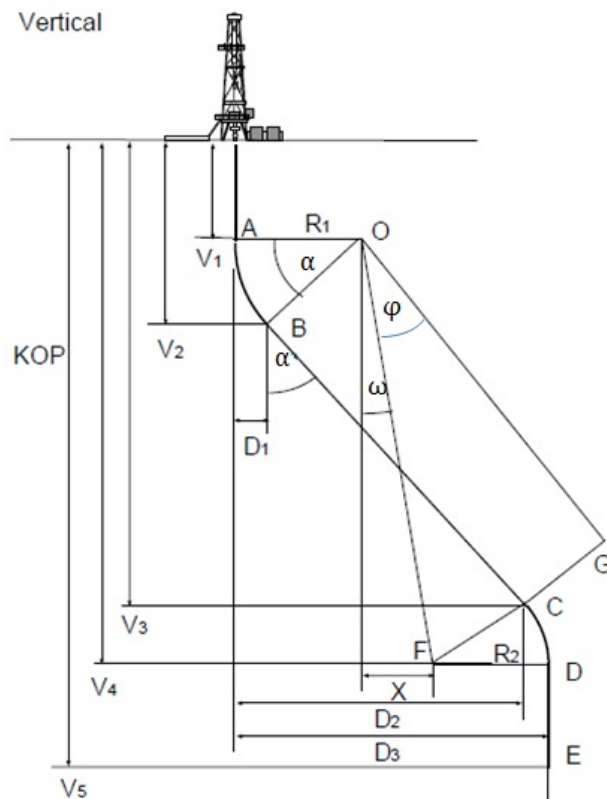


Figura 3. 9 Trayectoria incremental-mantener-disminuir tipo S [8]



### 3.3.4 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "S" (incrementar - mantener – disminuir)

Donde

V1= Kop

V2= Fin de construcción de ángulo

D1= Fin de construcción de ángulo desplazamiento horizontal

V3= inicio de construcción para reducir ángulo de construcción

D2= inicio de construcción para reducir ángulo en desplazamiento vertical

V4= Fin de construcción para reducir ángulo de construcción en desplazamiento vertical

D4= Fin de construcción para reducir ángulo de construcción en desplazamiento horizontal

V5 = Objetivo en profundidad vertical

D5 = Objetivo en desplazamiento horizontal

$\Theta$  = Inclinación máxima

Tasa de construcción de ángulo.

$$BUR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.31)$$

drop off rate DOR

$$DOR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.32)$$

Radio de curvatura

$$R_1 = \frac{180}{BUR * \pi} \quad (3.33)$$

Radio de curvatura

$$R_1 = \frac{180}{DOR * \pi} \quad (3.34)$$

$$\bar{X} = D_3 - (R_1 + R_2) \quad (3.35)$$

$$\omega = \tan\left(\frac{X}{V_4 - V_1}\right) \quad (3.36)$$

$$\overline{OF} = \frac{V_4 - V_1}{\cos(\omega)} \quad (3.37)$$

$$\overline{OG} = \sqrt{OF^2 - (R_1 + R_2)^2} \quad (3.38)$$

$$\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{R_1 + R_2}{\overline{OF}}\right) \quad (3.39)$$

$$\alpha = \varphi + \omega \quad R_1 + R_2 < D_3 \quad (3.40)$$

Fin de contruccion

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} \quad (3.41)$$

$$TVD_2 = V_1 + R_1 \sin \alpha \quad (3.42)$$

$$DH_1 = R_1(1 - \cos \alpha) \quad (3.43)$$

Inicio de contruccion (start of drop)

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} + \overline{OG} \quad (3.44)$$

$$TVD_3 = V_2 + \overline{OG} \cos \alpha \quad (3.45)$$

$$MH_2 = D_1 + \overline{OG} \sin \alpha \quad (3.46)$$

Fin de contruccio end of drop

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} + \overline{OG} + \frac{\alpha}{DOR} \quad (3.47)$$

$$TVD = V_4 \quad (3.48)$$

$$MH = D_3 \quad (3.49)$$

### 3.3.5 Trayectoria Incrementar-Mantener- Disminuir y/o Mantener (Tipo “S” modificada)

La trayectoria tipo “S” modificada está conformada por una sección vertical, un ángulo de inclinación que se incrementa hasta alcanzar el valor deseado, a continuación, se tiene una sección recta (sección tangente o sección de mantener), seguida de una sección en la que se disminuye el ángulo parcialmente (menor al ángulo a incrementar) y por último se tiene una sección tangente o sección de mantener con cual se logra entrar de forma inclinada al objetivo. (Figura. 3.10).

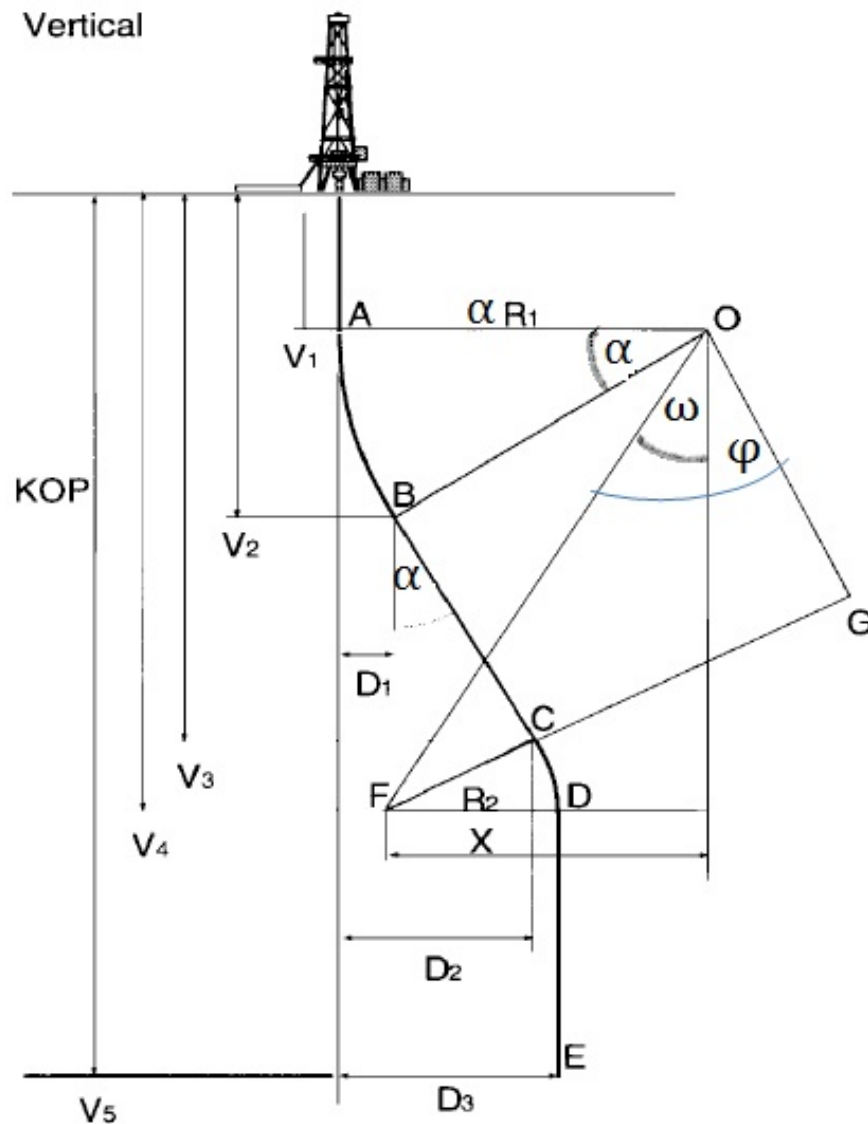


Figura 3. 10 Trayectoria Incrementar-Mantener-Disminuir y/o Mantener (tipo “S” modificada)

### 3.3.6 Cálculos para el Diseño de Trayectorias de Pozos Direccionales Tipo "S" modificado (incrementar - mantener – disminuir y/o Mantener)

Tasa de construcción de ángulo con el método de radio de curvatura.

$$BUR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.50)$$

drop off rate DOR

$$DOR = \frac{^{\circ}/100}{100} [ft] \quad (3.51)$$

Radio de curvatura

$$R_1 = \frac{180}{BUR * \pi} \quad (3.52)$$

Radio de curvatura

$$R_1 = \frac{180}{DOR * \pi} \quad (3.53)$$

$$\bar{X} = R_1 - (D_3 - R_2) \quad (3.54)$$

$$\omega = \tan\left(\frac{X}{V_4 - V_1}\right) \quad (3.55)$$

$$\overline{OF} = \frac{V_4 - V_1}{\cos(\omega)} \quad (3.56)$$

$$\overline{OG} = \sqrt{OF^2 - (R_1 + R_2)^2} \quad (3.57)$$

$$\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{R_1 + R_2}{\overline{OF}}\right) \quad (3.58)$$

$$\alpha = \varphi + \omega \quad R_1 + R_2 > D_3 \quad (3.59)$$

Fin de construcción

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} \quad (3.60)$$

$$TVD_2 = V_1 + R_1 \sin \alpha \quad (3.61)$$

$$DH_1 = R_1(1 - \cos \alpha) \quad (3.62)$$

Inicio de contruccion (start of drop)

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} + \overline{OG} \quad (3.63)$$

$$TVD_3 = V_2 + \overline{OG} \cos \alpha \quad (3.64)$$

$$MH_2 = D_1 + \overline{OG} \sin \alpha \quad (3.65)$$

Fin de contruccion (end of drop)

$$MD = V_1 + \frac{\alpha}{BUR} + \overline{OG} + \frac{\alpha}{DOR} \quad (3.66)$$

$$TVD = V_4 \quad (3.67)$$

$$MH = D_3 \quad (3.68)$$



## Capítulo 4 Métodos de cálculo de trayectoria de pozos direccionales

El método normal para determinar la trayectoria de un pozo es establecer las coordenadas con algún tipo de instrumento de medición para determinar la inclinación y la dirección a diferentes profundidades (estaciones) y, con esto, calcular la trayectoria. Es muy importante saber que los valores de inclinación y dirección pueden obtenerse a profundidades preseleccionadas.

Hay una gran cantidad de instrumentos para medir la inclinación y la dirección de un pozo, como los dispositivos fotomecánicos, instrumentos direccionales y los MWD (Measurement While Drilling por sus siglas en inglés).

Desde hace algunas décadas, las compañías buscaron la manera de registrar las formaciones durante la perforación, aunque tecnológicamente era muy difícil fabricar herramientas que pudieran contrarrestar las difíciles condiciones de fondo y transmitir información confiable. Diferentes métodos de transmisión fueron utilizados: electromagnéticos, acústicos, de pulsos, de modulación de pulsos, o cable y tubería. De todos los métodos de transmisión, los de pulsos de presión y los de modulación de pulsos han evolucionado a sistemas comerciales actualmente utilizados por la comunidad de perforación direccional. Los dos sistemas MWD más comunes son el sistema de pulsos de presión y el de transmisión de pulsos modulados de presión.

El sistema MWD utiliza pulsos para transmitir la información de la herramienta a la superficie en forma digital (binaria). Estos pulsos son convertidos en energía eléctrica por medio de un transductor en superficie, los cuales son decodificados por una computadora. Existen diversas compañías que proporcionan este servicio a la industria petrolera en todo el mundo, siendo los sistemas más utilizados en la actualidad para el control direccional de los pozos<sup>[1]</sup>. Así como también existen 18 o más métodos de cálculo para determinar la trayectoria de un pozo.

La diferencia principal en todos estos métodos es que un grupo de estos utiliza aproximaciones de líneas rectas y en el otro se, asume que el pozo es una

---

<sup>1</sup> PEMEX Guía Práctica para el Diseño de la Perforación Direccional y Control de la Desviación. 2000

línea curva entre segmentos de medición. Hacer una comparación de todos los métodos de cálculo está más allá de los alcances de este trabajo, sin embargo se utilizaron los más representativos y los que se consideraron más exactos [2].

En la descripción de los métodos utilizados para el cálculo de trayectorias es importante referenciar los símbolos utilizados. El ángulo de inclinación será presentando por la letra griega  $\theta$  y el ángulo de dirección o azimut por la letra griega  $\beta$ , el subíndice 1 denotará el ángulo medido en la estación superior o de menos profundidad y el subíndice 2 denota la estación inferior o de mayor profundidad. La longitud de trayectoria entre dos estaciones de medición definida por la letra  $L$  la cual es igual a la diferencia en las profundidades de las estaciones de medición de registro direccional. Los símbolos  $N$ ,  $E$  y  $Z$  son los incrementos en distancia entre estaciones a lo largo de los tres ejes (Norte, Este y Vertical). La longitud de la trayectoria  $L$  se usara para calcular los incrementos tanto en los planos verticales como horizontal.

A continuación, se describen los principales métodos, siendo el de curvatura mínima el más preciso y el utilizado oficialmente por PEMEX, aunque el utilizado para este trabajo fue el método tangencial debido a que es en el que está basada la metodología que hemos tomado como referencia para dibujar las elipses de incertidumbre.

#### **4.1 Método Tangencial**

En este método la trayectoria del pozo se considera una línea recta definida por los ángulos de inclinación y azimut en la estación de medición que se encuentre a mayor profundidad en la figura 4.1 se puede apreciar que los ángulos medidos en la estación menos profunda (sección de la trayectoria media) no son usados en el análisis. En la siguiente figura se puede deducir las siguientes expresiones.

---

<sup>2</sup> Bourgoyne, A.T. Jr., Millheim, K.K., Chenevert, M.E. et al. 1986. *Applied Drilling Engineering*. Richardson, Texas: SPE.



$$\Delta N = L \sin \theta_2 \cos \beta_2 \quad (4.1)$$

$$\Delta E = L \sin \theta_2 \sin \beta_2 \quad (4.2)$$

$$\Delta Z = L \cos \theta_2 \quad (4.3)$$

Este método genera claramente grandes errores en la posición cuando la trayectoria tiene cambios significativos entre estaciones. En un pozo direccional, en intervalos relativamente cortos puede haber cambios significativos en la inclinación y en el azimut este método de cálculo no se recomienda debido a su gran porcentaje de error el cual incrementa por cada estación de medición.

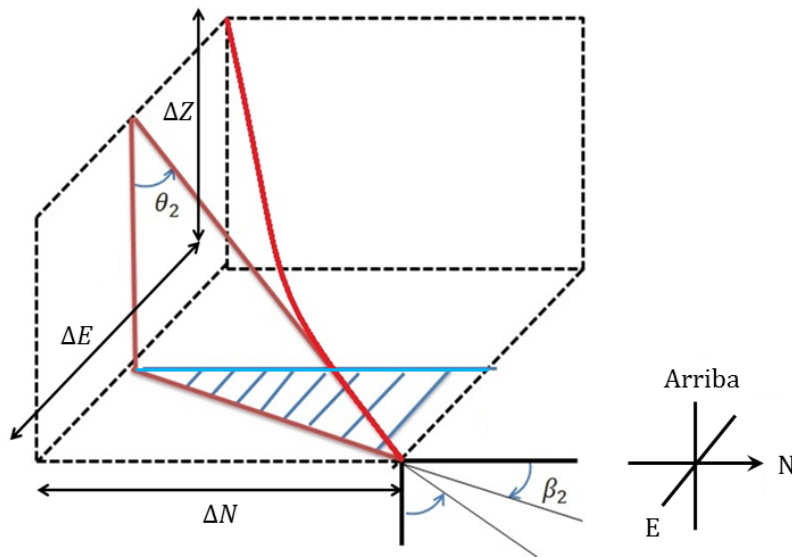


Figura 4. 1 Método Tangencial

#### 4.2 Método tangencial balanceado

Este método funciona igual que el método tangencial, solo que en lugar de tomar la sección perforada entre dos estaciones como una sola línea recta, divide la longitud de la sección en dos, haciendo que la trayectoria del pozo se asemeje a dos líneas rectas en vez de una, La línea recta superior o de menor profundidad está definida por los ángulos de inclinación y dirección,  $\theta_1$  y  $\beta_1$  respectivamente mientras que la sección inferior o de mayor profundidad por los ángulos  $\theta_2$  y  $\beta_2$  la longitud de cada segmento es igual a la longitud total

entre las dos estaciones divide entre 2. La figura 4.2 muestra un ejemplo de cómo se representa el método en una sección perforada del pozo.

$$\Delta N = \frac{1}{2}L \sin \theta_1 \cos \beta_1 + \frac{1}{2}L \sin \theta_2 \cos \beta_2 \quad (4.4)$$

$$\Delta N = \frac{1}{2}L[\sin \theta_1 \cos \beta_1 + \sin \theta_2 \cos \beta_2] \quad (4.5)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}L \sin \theta_1 \sin \beta_1 + \frac{1}{2}L \sin \theta_2 \sin \beta_2 \quad (4.6)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}L[\sin \theta_1 \sin \beta_1 + \sin \theta_2 \sin \beta_2] \quad (4.7)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2}L \cos \theta_1 + \frac{1}{2}L \cos \theta_2 \quad (4.8)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2}L[\cos \theta_1 + \cos \theta_2] \quad (4.9)$$

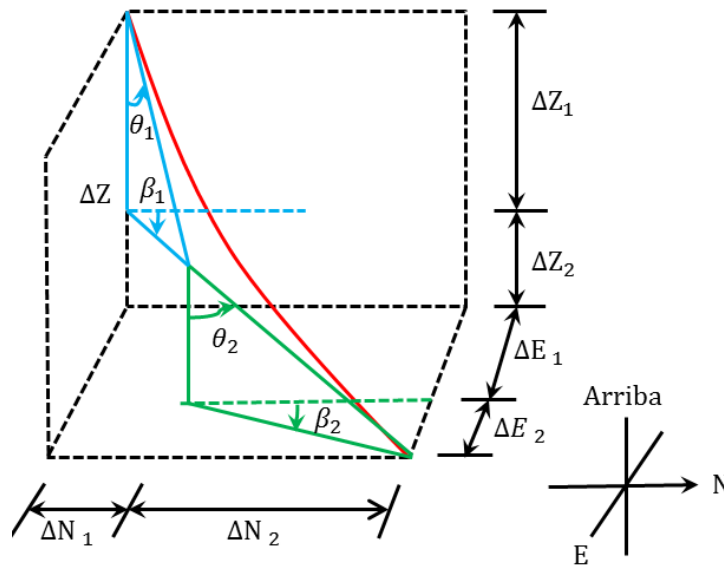


Figura 4. 2 Método tangencial balanceado

### 4.3 Método del ángulo promedio

Del mismo modo que en el método tangencial, se establece la longitud de la sección perforada, a modo de una línea recta, que intercepta dos estaciones, una superior y una inferior. Esta línea recta es definida, obteniendo el promedio

de los ángulos de inclinación y dirección de las estaciones interceptadas, la figura 4.3 es una representación del método.

$$\Delta N = L \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right) \quad (4.10)$$

$$\Delta E = L \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right) \quad (4.11)$$

$$\Delta Z = L \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \quad (4.12)$$

La popularidad de este método se debe a la exactitud y facilidad de aplicación que proporciona. Puede ser utilizado mientras se realizan las actividades de perforación, ya que puede ser empleado con tan solo una calculadora como herramienta, esto con la única limitación de que la distancia entre las estaciones inferior y superior, no sea muy grande. El método no es confiable en pozos verticales debido a la carencia de ángulos construidos, solicitados para su aplicación [3].

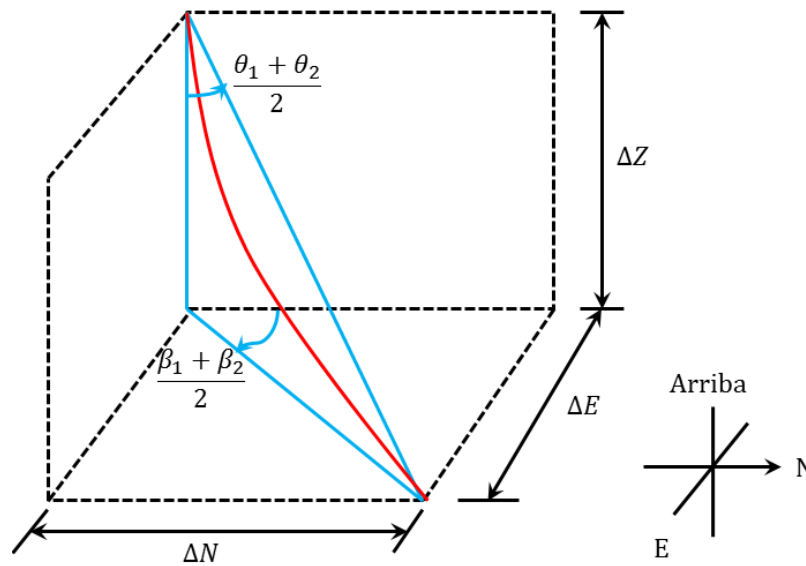


Figura 4. 3 Método ángulo promedio

<sup>3</sup> Orta Pérez, Edder, 2015. *Incertidumbre en trayectorias y predicción del torque y arrastre en pozos direccionales*. Tesis de Maestría, UNAM, Facultad de Ingeniería, México, D.F

#### 4.4 Método de radio de curvatura

Este método considera la sección perforada del pozo como una línea circular tanto en el plano vertical como en el horizontal. El arco formado por la línea circular es tangencial tanto a la inclinación como a la dirección en cada estación de medición de registro direccional <sup>[3]</sup> (Figura 4.4). Es por eso que la trayectoria del pozo puede ser descrita como un arco en el plano vertical, lo que hace que se asemeje a la cara de un cilindro vertical.

El cálculo está basado en esta curva, la cual es una en el espacio tridimensional e irregular.

El número  $\pi$ . Es el valor constante de la razón de la longitud de una circunferencia a su diámetro, se representa por la letra griega  $\pi$  (pi). Es decir:

$$\frac{C}{d} = \pi \quad (4.13)$$

despejando

$$C = \pi * d \quad (4.14)$$

Y como

$$d = 2 * R \quad (4.15)$$

$R$  es el radio de una circunferencia

Entonces:

$$C = 2 * \pi * R \quad (4.16)$$

Longitud de un arco de circunferencia de  $\theta^\circ$

Si  $C = 2\pi R$  es la longitud de la circunferencia ( $360^\circ$ ) la longitud de un arco de  $1^\circ$ .

$$\frac{2\pi R}{360^\circ} \quad (4.17)$$

Porque  $1^\circ$  es  $\frac{1}{360}$  de una circunferencia. La longitud  $L$ , de un arco de  $\theta^\circ$  será:

$$L = R * \theta^\circ * \frac{2\pi}{360^\circ} \quad (4.18)$$

Por lo tanto:

$$L = \frac{\pi R \theta^\circ}{180^\circ} \quad (4.19)$$

Despejando el radio de un arco es,

$$R = \frac{L}{\theta^\circ} \left( \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.20)$$

En el plano vertical del pozo

$$\widehat{AOB} = \theta^\circ = \theta_2 - \theta_1 \quad (4.21)$$

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{360^\circ} = \frac{L}{2\pi R_v} \quad (4.22)$$

El radio en el plano vertical puede ser encontrado al despejarlo de la igualdad

$$R_v = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.23)$$

$$\Delta Z = R_v \sin \theta_2 - R_v \sin \theta_1 = R_v (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (4.24)$$

Sustituyendo  $R_v$ , el incremento vertical ( $\Delta z$ ) es,

$$\Delta Z = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (4.25)$$

El desplazamiento horizontal ( $\Delta H$ ) puede ser encontrado por;

$$\Delta H = R_v (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (4.26)$$

En el plano horizontal,

$$\widehat{EOB} = \beta^\circ = \beta_2 - \beta_1 \quad (4.27)$$

Es por esto

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{360} = \frac{\Delta H}{2\pi R_h} \quad (4.28)$$

El radio en el plano horizontal,  $R_h$ , se encuentra al despejar

$$R_h = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.29)$$

$$\Delta N = R_h \sin \beta_2 - R_h \sin \beta_1 = R_h (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (4.30)$$

Sustituyendo  $R_h$

$$\Delta N = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (4.31)$$

Sustituyendo  $\Delta H$

$$\Delta N = \frac{R_v (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (4.32)$$

Sustituyendo  $R_v$

$$\Delta N = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(\sin \beta_2 - \sin \beta_1)}{\beta_2 - \beta_1} \quad (4.33)$$

Se hace lo mismo para  $\Delta y$

$$\Delta E = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(\cos \beta_2 - \cos \beta_1)}{\beta_2 - \beta_1} \quad (4.34)$$

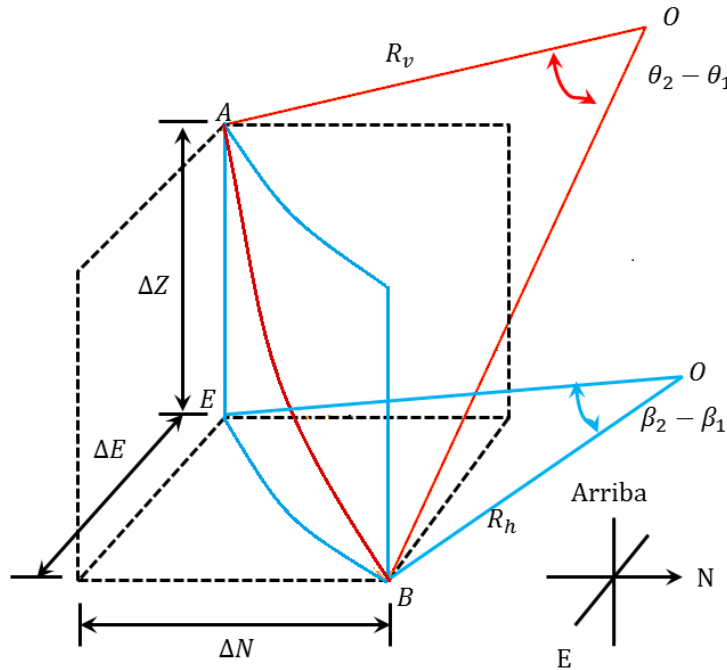


Figura 4. 4 Método radio de curvatura

$$\Delta N = \Delta H \cos \beta_2 \quad \text{Cuando } \Delta\theta = 0 \quad (4.35)$$

$$R_h(\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad \text{Cuando } \Delta\theta \neq 0 \quad (4.36)$$

$$\Delta E = \Delta H \sin \beta_2 \quad \text{Cuando } \Delta\theta = 0 \quad (4.37)$$

$$R_h(\sin \beta_1 - \sin \beta_2) \quad \text{Cuando } \Delta\theta \neq 0 \quad (4.38)$$

$$\Delta Z = \Delta L \cos \theta_2 \quad \text{Cuando } \Delta\theta = 0 \quad (4.39)$$

$$R_v(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad \text{Cuando } \Delta\theta \neq 0 \quad (4.40)$$

$$\Delta H = \Delta L \sin \theta_2 \quad \text{Cuando } \Delta\theta = 0 \quad (4.41)$$

$$R_v(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad \text{Cuando } \Delta\theta \neq 0 \quad (4.42)$$

Donde

$$R_v = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.43)$$

$$R_h = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.44)$$

Este método de cálculo es el más complicado de todos, aunque también uno de los más precisos. Sin embargo, como establece un radio constante, tiende a tener un error en secciones de trayectoria largas, debido a que la construcción del ángulo no es constante durante toda la sección [4].

#### 4.5 Método de curvatura mínima

Este método es realmente uno de los más precisos en el cálculo de trayectorias para construcción de pozos. Así como el de radio de curvatura, es un poco complejo, por esto no se usan procedimientos normales ni cálculos comunes. Es una extensión del método de balance tangencial en donde se reemplazan los segmentos rectos por un arco circular. Esto se logra aplicando un factor de radio basado en la intensidad de la curva de la trayectoria entre las dos

---

<sup>4</sup> Fernández, Marcos y Romero, Jorge, 2003. *Curso básico de perforación direccional*. Asesoría y Adiestramiento.

estaciones de medición “Pata de Perro”. Por esto, este método produce un arco circular para las secciones del camino como el método de radio de curvatura, con la diferencia que en vez presentar una curva constante, el factor de radio tiende a minimizar la curva de la trayectoria <sup>[2]</sup> (Figura 4.5).

El ángulo de la pata perro puede ser calculado con:

$$\phi = \cos^{-1}[\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\beta_2 - \beta_1)] \quad (4.45)$$

De la figura 4.5 se puede observar que el factor de relación  $F$  puede ser calculado desde:

$$F = \frac{AB+BC}{arcAC} \quad (4.46)$$

$$AB = BC = R \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (4.47)$$

y

$$\frac{AC}{2\pi R} = \frac{\phi}{360} \Leftrightarrow AC = \frac{\pi R \phi}{180} \quad (4.48)$$

es por esto que

$$F = \frac{2}{\phi} \left(\frac{180}{\pi}\right) \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (4.49)$$

El factor de radio es entonces aplicado para el resultado de  $\Delta Z$ ,  $\Delta N$  y  $\Delta E$  como el método del balance tangencial. Las ecuaciones para el método de mínima curvatura pueden ser resumidas como:

$$\Delta N = F \frac{L}{2} (\sin \theta_1 \cos \beta_1 + \sin \theta_2 \cos \beta_2) \quad (4.50)$$

$$\Delta E = F \frac{L}{2} (\sin \theta_1 \sin \beta_1 + \sin \theta_2 \sin \beta_2) \quad (4.51)$$

$$\Delta Z = F \frac{L}{2} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad (4.52)$$



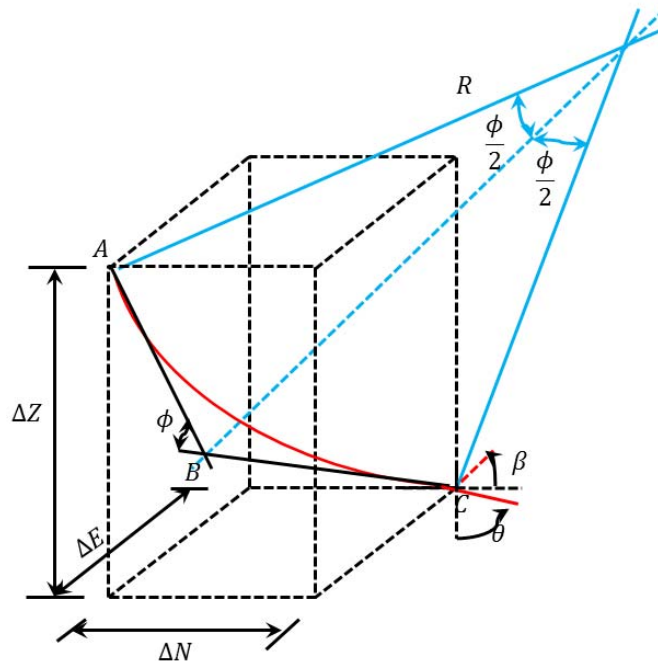


Figura 4. 5 Método de curvatura mínima



## 5. Elipses de incertidumbre

### 5.1 Conceptos fundamentales de estadística y probabilidad

**Variable aleatoria** (v.a.): es un número real asociado al resultado de un experimento aleatorio, es decir, una función real en el espacio muestral, estas se dividen en dos tipos:

- Discreta: se dice que una variable aleatoria es discreta si el conjunto de todos los valores que puede tomar es un conjunto numerable.
- Continua: una variable es continua si el conjunto de todos los valores que puede tomar no es numerable.

**Función de densidad de probabilidad:** describe la probabilidad de cada valor específico que puede tener una variable.

**Media:** es el número que expresa el valor medio de un fenómeno aleatorio. La media o valor medio de una distribución de probabilidad se representa por  $\mu$ , y se define por:

$$\mu = \begin{cases} \sum x_i f(x_i) & , \text{ si } X \text{ es discreta} \\ \int x f(x) & , \text{ si } X \text{ es continua} \end{cases} \quad (5.1)$$

En estas dos fórmulas  $f(x)$  es la función de probabilidad y la función densidad de probabilidad respectivamente de la variable aleatoria  $X$  en consideración. Conviene mencionar que la media  $\mu$  se conoce como esperanza matemática de  $X$  o, brevemente, esperanza de  $X$ , y se representa por  $E(X)$ .

**Varianza:** nos permite identificar la diferencia promedio que hay entre cada uno de los valores respecto a su punto central (Media). Este promedio es calculado, elevando cada una de las diferencias al cuadrado (Con el fin de eliminar los signos negativos), y calculando su promedio o media; es decir, sumado todos los cuadrados de las diferencias de cada valor respecto a la media y dividiendo este resultado por el número de observaciones que se tengan.

La varianza de una distribución se representa mediante  $\sigma^2$  y se define por:

$$\sigma^2 = \begin{cases} \sum (x_i - \mu)^2 f(x_i) & , \text{ si } x \text{ es discreta} \\ \int (x - \mu)^2 f(x) dx & , \text{ si } x \text{ es continua} \end{cases} \quad (5.2)$$

Donde  $f(X)$  representa a la función de probabilidad y a la función densidad de probabilidad, respectivamente, de la variable aleatoria.

**Desviación estándar:** esta es el promedio aritmético de fluctuación de los datos respecto a su punto central o media. La desviación estándar nos da como resultado un valor numérico que representa el promedio de diferencia que hay entre los datos y la media. Para calcular la desviación estándar basta con hallar la raíz cuadrada de la varianza.

**Covarianza:** es una medida de la forma en que varían conjuntamente dos variables<sup>1</sup>

## 5.2 Error e Incertidumbre en mediciones

El error es definido como la diferencia entre un resultado individual y el valor verdadero. De esta forma, el error es un valor único. En principio, la parte sistemática de un error puede corregirse si todas las fuentes de error son conocidas, aunque la parte aleatoria de un error es (por definición) variable de una determinación a otra.

Se considera que un error tiene dos componentes, denominados como, componente aleatorio y componente sistemático.

La palabra incertidumbre significa duda, y en su sentido más amplio, incertidumbre de medición significa duda acerca de la validez del resultado de una medición, así como de la exactitud del resultado.

---

<sup>1</sup> Francisco Javier Martín Pliego y Luis Ruiz Maya, "Fundamentos de probabilidad y estadística" España 2da edición, 2010

La incertidumbre del resultado puede provenir de diferentes fuentes, incluyendo algunos de los siguientes ejemplos:

- La naturaleza de la magnitud que se mide
- El instrumento de medición
- El observador
- Las condiciones externas

Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida.

### **5.2.1 Error en Survey**

Los modelos de error utilizados en la industria han tenido una gran mejora en la estimación del posicionamiento del pozo. Sin embargo, todos los modelos están basados en ciertas hipótesis que deben ser tenidas en cuenta en el momento de la interpretación de los resultados.

Al tratar con los datos de medición, es crucial entender que todas las mediciones de las magnitudes físicas están sujetas a incertidumbres. Medir cualquier cosa exactamente es casi imposible. El objetivo en cualquier medida es hacer que el error sea lo más pequeño posible, pero siempre está ahí. A fin de extraer conclusiones razonables y válidas, el error debe indicarse y manejarse adecuadamente. La inspección en el survey de la perforación direccional es como cualquier medición en la que existen errores o incertidumbres en los datos recabados, lo que resulta en una inexactitud en la determinación de la posición del pozo. A pesar de que existen posibilidades de usar herramientas para recabar survey sofisticados hoy en día, las coordenadas del pozo no pueden determinarse exactamente. Para manejar correctamente los surveys recabados en la perforación direccional y sacar una conclusión válida, el error asociado a los datos se cuantifica de manera que se especifique la posición del pozo dentro de los límites de tolerancia. El conocimiento de la exactitud con que se puede medir la profundidad, inclinación y azimut en la estación de levantamiento, nos permite definir un área de incertidumbre alrededor de la estación de levantamiento. La forma de esta área en tres dimensiones es un elipsoide. El nivel de incertidumbre

tolerada depende del propósito del pozo. En un pozo direccional convencional, puede ser permitido un error lateral de 10 pies por 1000 pies perforados, mientras que para evitar la colisión de pozos adyacentes solo se tolera un error máximo de 2 pies por 1000 pies perforados. Las elipses de incertidumbre dan un gran aporte a este aspecto debido a que nos proporcionan una posible ubicación de la trayectoria de la perforación y con el podríamos saber si nuestros límites podrían cumplirse, evitando así la colisión de los pozos.

No hay survey direccional que esté libre de error. Los errores encontrados en los surveys direccionales generalmente se pueden clasificar en tres: errores aleatorios, errores sistemáticos y errores gruesos o brutos. Para que uno entienda tanto los efectos individuales como los combinados de los errores antes mencionados, es de gran importancia tener un buen conocimiento de la naturaleza y el comportamiento de cada uno de ellos.

### 5.2.2 Errores aleatorios

Los errores aleatorios se definen como errores que pueden ser promediados a través de un gran número de mediciones repetidas. Son errores que siempre están presentes en cualquier medición.

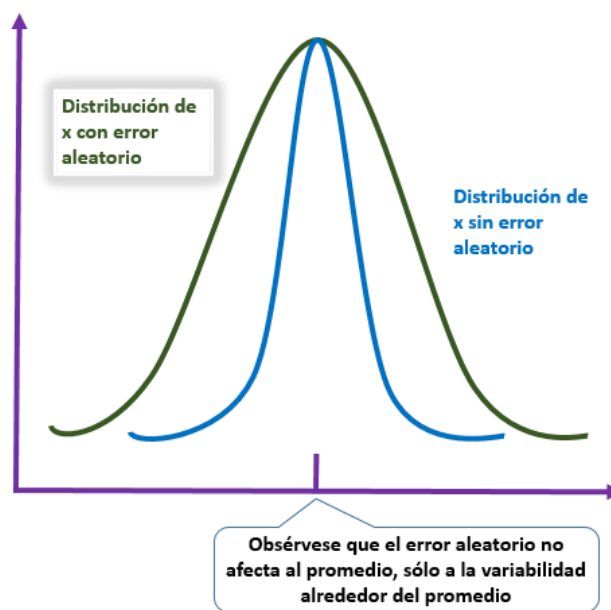


Fig. 5.1 Gráfica de error aleatorio

Los siguientes son ejemplos de errores aleatorios en surveys direccionales:

- Variaciones ambientales impredecibles
- Errores de redondeo
- Errores de ortogonalidad cuando los sensores están girando
- Fluctuación inducida por la bomba de lodo en la presión del lodo

### 5.2.3 Errores sistemáticos

Los errores sistemáticos son errores típicos. Tienen sus fuentes de instrumentos, limitaciones físicas y humanas. Los errores sistemáticos también se pueden definir como todos los errores restantes cuando se eliminan errores aleatorios y gruesos. Para un número dado de mediciones, un error sistemático tiene el mismo tamaño, signo o naturaleza dependiente geométrica.

Es importante saber que en la perforación direccional algunos errores son sistemáticos en un nivel y aleatorios en otro. Un ejemplo típico son los errores que son sistemáticos en un survey y aleatorios entre dos surveys. Debido a que al ser comparados e interpretos los datos se cambian de errores sistematicos a aleatorios.

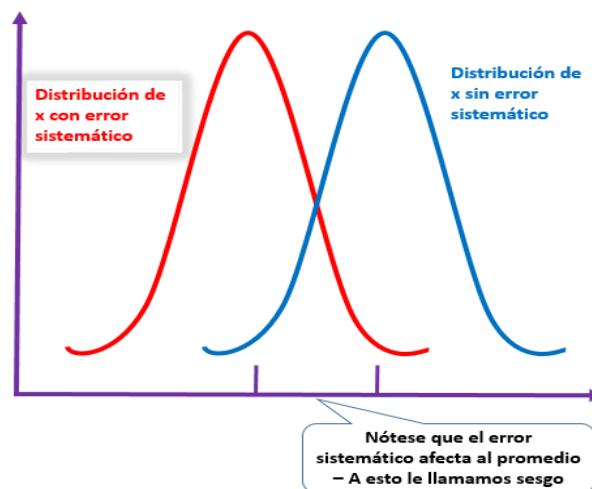


Fig. 5.2 Gráfica de error sistemático.

Estos son algunos ejemplos de errores que son sistemáticos en un survey y al azar entre diferentes surveys:

- Errores de referencia en relación con las encuestas de giro libre
- Errores residuales en las correcciones de la declinación magnética
- Sangrado del collar de taladrado para instrumentos MWD

A continuación, se presentan dos ejemplos de errores que son sistemáticos para todo survey en una región dada:

- Mediciones magnéticas sin correcciones de la declinación magnética
- Errores en la red de referencia geodésica

#### **5.2.4 Errores gruesos**

Los errores gruesos también se conocen como “blunders”. Estos errores suelen ser causados por fallas humanas o fallas de los instrumentos en uso. Estos tipos de errores son importantes para el abandono en la industria petrolera. En los surveys direccionales se pueden encontrar los siguientes ejemplos de errores gruesos:

- Uso de parámetros de inicialización incorrectos
- Uso de constantes de calibración incorrectas
- Instrumento utilizado más allá de las especificaciones operacionales
- Fallo de canal único en equipos multicanal
- Memoria del error del procesador en el ordenador

### **5.3 Principales Fuentes de errores en los surveys.**

#### **5.3.1 Errores relacionados al método para el cálculo de la trayectoria de surveys.**

Los diferentes métodos para calcular la trayectoria de una perforación direccional son los mostrados en el capítulo 4, los resultados en varias etapas del pozo direccional, dadas la inclinación y el azimut, serán diferentes. Cabe Mencionar que



el método más preciso y usado en la industria petrolera actualmente es el de curvatura mínima.

### **5.3.2 Errores relacionados a las herramientas utilizadas en la perforación direccional.**

En los surveys de perforación direccional, el acimut y la inclinación de un pozo se determinan utilizando algunas herramientas las cuales pueden ser divididas en dos tipos: magnético y giroscópico. Los magnéticos utilizan el campo magnético de la Tierra para encontrar la dirección del pozo, es decir, el azimut, mientras que un giroscopio se emplea para determinar el azimut con herramientas giroscópicas.

El rasgo común para la herramienta magnética y giroscópica es que el mecanismo de operación que mide los ángulos requeridos tiene imprecisiones inherentes. Para la brújula magnética, cualquier campo magnético presente influirá en ella. Debido a la cadena de taladro de acero un error de 10 grados en la lectura de brújula puede ser causado por el campo magnético en algunos casos. La exactitud del giroscopio convencional depende de la alineación precisa en superficie con la dirección del punto de referencia. La falla en la alineación correcta del eje de rotación tendrá un impacto en los datos del survey generados por el instrumento.

### **5.3.3 Errores relacionados al entorno del pozo.**

Las herramientas que nos proporcionan los surveys, pueden ser afectadas por factores de presión y temperatura y no proporcionarnos datos confiables. Los límites de inclinación también pueden ser afectados por especificaciones del yacimiento, por ejemplo, riesgos de colapso, etc.

Otra causa de error relacionada con el entorno del pozo es el desalineamiento de la herramienta de inspección con el eje del pozo. La causa de esto podría ser el doblado de los collarines de perforación dentro del pozo o la centralización deficiente de la herramienta dentro del collar de taladro.

### **5.3.4 Errores relacionados a la lectura e interpretación de surveys.**

Estos errores podrían ser como considerados como errores humanos debido a que son causados por la mala interpretación de las lecturas del survey, ya que es bastante difícil leer las imágenes de single-shot y multi-shot.

### **5.3.5 Errores relacionados con la profundidad de la perforación.**

Las medidas de la profundidad están severamente influenciadas por las fuentes de error, las medidas correctas de la profundidad están importante como los son la inclinación y el azimut. Errores relacionados a la profundidad pueden ser: la incorrecta medida de la longitud de la sarta de perforación, efectos telescópicos y de suspensión, estiramiento de la sección de la barrena, efectos de presión en el lodo, etc.

## **5.4 Modelos de incertidumbre**

### **5.4.1 Análisis de incertidumbre en un registro direccional por el método Walstrom.**

Los modelos de incertidumbre nos proveen de un método para determinar cuán lejos podemos estar de un objetivo cuando hacemos una estimación. El modelo de error, actualmente usado en la industria, es el asociado a producir una estimación consistente y confiable basándose en el comportamiento de las herramientas de registros direccionales.

Para asegurarnos que los datos están libres de errores gruesos debemos contar con Controles de Calidad adecuados a los procedimientos documentados, verificando todas las fuentes de errores relevantes. Estos controles de calidad son basados básicamente en:

- Test de verificaciones internas: estas están basados en datos provenientes de una estación o de un registro efectuado con una misma herramienta, ejemplos de estos son test de desalinealidad, test de verificación de profundidad, etc.
- Test de verificaciones externas: están basados en datos externos o en la superposición de dos registros distintos, por ejemplo, utilizando MWD y luego un giroscópico con cable para así tener medidas independientes y poder encontrar errores gruesos.

En la actualidad las incertidumbres existentes en el cálculo de la trayectoria de los pozos causan preocupación. En pozos desviados y profundos se encontraron diferencias inexplicables entre los surveys tomados en el mismo pozo. En 1969 Walstrom presentó el concepto de Elipse de incertidumbre para describir la incertidumbre de la posición, usada en varios métodos de survey.

El método que se presenta a continuación para evaluar esta incertidumbre, es analítico y utiliza principios de probabilidad y estadística, en este se asume en general que el eje curvilíneo del pozo está representado por un gran número de segmentos lineales,  $M$ , unidos de extremo a extremo de la parte superior hasta el fondo del pozo. Una forma del modelo es considerar que para un pozo dado existe un conjunto perfecto de datos que lo describe. Cada segmento lineal tiene un ángulo de inclinación con la vertical  $\bar{\theta}_i$  en radianes, un ángulo azimutal desde el norte verdadero  $\bar{\beta}_i$  en radianes, y una longitud  $L_i$ , en pies. La variable de subíndice  $i$ , se extiende de 1 a  $M$ , donde  $M$  es el fondo del pozo.

Estos segmentos "M" de la trayectoria del pozo, posee tres incrementos en las direcciones Norte (N), Este (E) y Vertical(V). Estos componentes se calculan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\overline{\Delta X} = L_i \sin \bar{\theta}_i \sin \bar{\beta}_i \quad (5.3)$$

$$\overline{\Delta Y} = L_i \sin \bar{\theta}_i \cos \bar{\beta}_i \quad (5.4)$$

$$\overline{\Delta Z} = L_i \cos \bar{\theta}_i \quad (5.5)$$

Las coordenadas del fondo del pozo según lo determinado del conjunto de datos de referencia para el pozo están dadas por la siguiente relación para  $i = 1$  a  $M$ :

$$\bar{X} = \sum \bar{x}_i \quad \bar{Y} = \sum \bar{y}_i \quad \bar{Z} = \sum \bar{z}_i \quad (5.6)$$

El survey tomado divide al pozo en segmentos  $M$ , mide los valores del  $\theta_i$  (inclinación) y del  $\beta_i$ . (Azimut). En general, debido a errores de varias fuentes, las medidas angulares resultantes no serán iguales a  $\theta_i$  y  $\beta_i$ . Las variables aleatorias  $\theta_i$  y  $\beta_i$  se asocian con diversas funciones de probabilidad como la de densidad  $f_i(\theta_i)$  y  $g_i(\beta_i)$ , respectivamente, que representan las distribuciones de potencial medido para este pozo. Dado que los valores son medidos con precisión se les toma de forma determinista.

Las variables aleatorias correspondientes al survey dan las coordenadas de fondo de pozo para  $i = 1$  a  $M$ , por:

$$\begin{aligned} X &= \sum L_i \sin \theta_i \sin \beta_i \\ Y &= \sum L_i \sin \theta_i \cos \beta_i \\ Z &= \sum L_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (5.7)$$

En este trabajo la distribución de probabilidad de  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ . Se asumirá que los errores introducidos en las mediciones  $\theta_i$  y  $\beta_i$  son independientes.

Desde otro punto de vista, los valores  $\bar{\theta}_i$  y  $\bar{\beta}_i$  puede considerarse un conjunto de datos de un survey en particular, de modo que las variables aleatorias  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$  representan las coordenadas del fondo del pozo. Este es el punto de vista más útil en la práctica y es utilizada para las aplicaciones descritas más adelante. El caso poco probable de que más de un survey esté disponible para un pozo, siendo los surveys independientes y con características de error similares, entonces los

valores de  $\bar{\theta}_i$  y  $\bar{\beta}_i$  usados podrían ser las medias de los valores individuales para cada estación, las funciones de densidad  $f_i(\theta_i)$  y  $g_i(\beta_i)$ , deben ser apropiadamente ajustadas ya que las distribuciones para  $\theta_i$  y  $\beta_i$  son ahora las distribuciones de las medias y deben reflejar incertidumbre más baja en las variables.

Para nuestros propósitos, las variables aleatorias  $\theta_i$  se consideran distribuidas uniformemente entre los límites superiores de  $a_i$  y  $b_i$ . Del mismo modo, los  $\beta_i$  se consideran distribuidos uniformemente entre los límites inferiores y superiores de  $c_i$  y  $d_i$ . De este modo tenemos:

$$\begin{cases} a_i \leq \theta_i \leq b_i \\ c_i \leq \beta_i \leq d_i \end{cases} \quad (5.8)$$

Más específicamente, los límites superior e inferior fueron definidos por Walstrom (1969) como sigue, donde  $\alpha$  es igual a 0,01745, el factor para la conversión de grados angulares a radianes es:

$$\begin{aligned} a_i &= \max[(\bar{\theta}_i - 0.25^\circ\alpha), 0] \\ b_i &= \bar{\theta}_i + 0.25^\circ\alpha \\ \left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 180^\circ\alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 180^\circ\alpha \end{aligned} \right\} \text{para } \bar{\theta}_i \leq 0.25^\circ\alpha \\ \left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 20^\circ\alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 20^\circ\alpha \end{aligned} \right\} \text{para } 0.25^\circ\alpha < \bar{\theta}_i \leq 1^\circ\alpha \\ \left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 2^\circ\alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 2^\circ\alpha \end{aligned} \right\} \text{para } \bar{\theta}_i > 1^\circ\alpha \end{aligned} \quad (5.9)$$

Aunque para valores muy pequeños de  $\theta_i$  (cuando  $\theta_i$  es mayor que cero, pero menor que  $0,25^\circ$ ), esta especificación puede tomarse como despreciable, dado que es lo suficientemente preciso para nuestros propósitos.

Los errores que pueden interferir incluyen los causados por la limitación de precisión del instrumento, errores de lectura, errores resultantes desde que la herramienta no esté colocada concéntricamente con el agujero, y otros errores aleatorios. Uno de los objetivos es desarrollar métodos para determinar el efecto total de estos errores.

Para poder calcular la incertidumbre y a su vez las elipses del fondo del pozo, será necesario realizar el cálculo de:

- 1.- Valor medio o esperanza de X, Y, Z denotado como  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $E(Z)$
- 2.- Varianza de X, Y, Z denotado como  $var(X)$ ,  $var(Y)$ ,  $var(Z)$
- 3.- Covarianza de XY, XZ, YZ, denotado como  $covar(X, Y)$ ,  $covar(X, Z)$ ,  $covar(Y, Z)$

Para poder conocer el valor medio, varianza y covarianza del fondo del pozo será necesario calcular cada uno de los segmentos denotados de 1 a M y posteriormente sumarlos, esto puede representarse de la siguiente manera

$$1.- E(X) = \sum_1^M E(X) \quad ; \quad E(Y) = \sum_1^M E(Y) \quad ; \quad E(Z) = \sum_1^M E(Z)$$

$$2.- var(X) = \sum_1^M var(X) \quad ; \quad var(Y) = \sum_1^M var(Y) \quad ; \quad var(Z) = \sum_1^M var(Z)$$

(Siempre y cuando  $X_1^m, Y_1^m, Z_1^m$  sean independientes)

$$3.- covar(X, Y) = \sum_1^M covar(X, Y) \quad \text{Siempre y cuando } X_1^m \text{ sea independiente de, } Y_1^m,$$

$$covar(X, Z) = \sum_1^M covar(X, Z) \quad \text{Siempre y cuando } X_1^m \text{ sea independiente de, } Z_1^m,$$

$$covar(Y, Z) = \sum_1^M covar(Y, Z) \quad \text{Siempre y cuando } Y_1^m \text{ sea independiente de, } Z_1^m,$$

Calculo de las esperanzas  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $E(Z)$ .

Aplicando el concepto de esperanza a nuestras ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3

$$E(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \sin(v) f_i(u) g_i(v) dudv \quad (5.10)$$

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) dudv \quad (5.11)$$

$$E(Z_i) = \int_a^b L_i \cos(u) f_i(u) du \quad (5.12)$$

El desarrollo de las integrales se encuentra en el apéndice A; donde nos dan como resultado:

$$E(X_i) = L_i \left[ \frac{\cos(a_i) - \cos(b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\cos(c_i) - \cos(d_i)}{d_i - c_i} \right] \quad (5.13)$$

$$E(Y_i) = L_i \left[ \frac{\cos(a_i) - \cos(b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i) - \sin(c_i)}{d_i - c_i} \right] \quad (5.14)$$

$$E(Z_i) = L_i \left[ \frac{\sin(b_i) - \sin(a_i)}{b_i - a_i} \right] \quad (5.15)$$

Calculo de las varianzas  $\text{var}(X)$ ,  $\text{var}(Y)$ ,  $\text{var}(Z)$ .

Para obtener la varianza aplicamos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{var}(x_n) &= E[x_n - E(x_n)]^2 = E(x_n^2) - [E(x_n)]^2 \\ \text{var}(y_n) &= E[y_n - E(y_n)]^2 = E(y_n^2) - [E(y_n)]^2 \\ \text{var}(z_n) &= E[z_n - E(z_n)]^2 = E(z_n^2) - [E(z_n)]^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Aplicando la relación anterior y el concepto de varianza a cada una de muestras ecuaciones iniciales quedan como:

$$\text{var}(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \sin(u)^2 \sin(v)^2 f_i(u) g_i(v) dudv - E(X_i)^2 \quad (5.17)$$

$$\text{var}(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \sin(u)^2 \cos(v)^2 f_i(u) g_i(v) dudv - E(Y_i)^2 \quad (5.18)$$

$$\text{var}(Z_i) = \int_a^b L_i^2 \cos(u)^2 f_i(u) du - E(Z_i)^2 \quad (5.19)$$

Al resolver las integrales nos queda como sigue:

$$\text{var}(X_i) = \frac{1}{16} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{2(d_i - c_i) + \sin(2c_i) - \sin(2d_i)}{d_i - c_i} \right] - E(X_i)^2 \quad (5.20)$$

$$\text{var}(Y_i) = \frac{1}{16} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{2(d_i - c_i) + \sin(2d_i) - \sin(2c_i)}{d_i - c_i} \right] - E(Y_i)^2 \quad (5.21)$$

$$\text{var}(Z_i) = \frac{1}{4} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2b_i) - \sin(2a_i)}{b_i - a_i} \right] - E(Z_i)^2 \quad (5.22)$$

El resultado de las integrales será demostrado y comprobado en el apéndice A.

Calculo de las covarianzas  $\text{covar}(X, Y)$ ,  $\text{covar}(X, Z)$ ,  $\text{covar}(Y, Z)$ .

Para determinar la covarianza es necesario conocer las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{covar}(x_n) &= E[x_n - E(x_n)][y_n - E(y_n)] = E(x_n y_n) - [E(x_n)E(y_n)]^2 \\ \text{covar}(x_n) &= E[x_n - E(x_n)][z_n - E(z_n)] = E(x_n z_n) - [E(x_n)E(z_n)]^2 \\ \text{covar}(x_n) &= E[y_n - E(y_n)][z_n - E(z_n)] = E(y_n z_n) - [E(y_n)E(z_n)]^2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

Para conocer la varianza aplicamos la relación y el concepto de varianza a cada una de muestras ecuaciones iniciales quedando:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \sin(v)] [\sin(u) \cos(v)] f_i(u) g_i(v) dudv - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24)$$

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \sin(v)] [\cos(u)] f_i(u) g_i(v) dudv - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25)$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \cos(v)] [\cos(u)] f_i(u) g_i(v) dudv - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26)$$

Al resolver las integrales el resultado será:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{8} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i)^2 - \sin(2c_i)^2}{d_i - c_i} \right] - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.27)$$



$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \frac{1}{2} L_i^2 \left[ \frac{\sin(b_i)^2 - \sin(a_i)^2}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\cos(c_i) - \cos(d_i)}{d_i - c_i} \right] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.28)$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \frac{1}{2} L_i^2 \left[ \frac{\sin(b_i)^2 - \sin(a_i)^2}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i) - \sin(c_i)}{d_i - c_i} \right] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.29)$$

El procedimiento y comprobación de. este resultado será visto en el apéndice A.

Algunas relaciones propuestas que serán de utilidad para encontrar nuestras elipses de incertidumbre son:

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= \sigma_x^2 & \text{var}(Y) &= \sigma_y^2 & \text{var}(Z) &= \sigma_z^2 \\ E(X) &= \mu_x & E(Y) &= \mu_y & E(Z) &= \mu_z \\ \rho(X, Z) &= \frac{\text{cov}(X, Z)}{\sigma_x \sigma_z} & \rho(X, Y) &= \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} & \rho(Y, Z) &= \frac{\text{cov}(Y, Z)}{\sigma_y \sigma_z} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Dónde:

$\sigma_x$  = desviación estándar de X.

$\sigma_y$  = desviación estándar de Y.

$\sigma_z$  = desviación estándar de Z.

$E(X) = \mu_x$  = valor medio o esperado de X.

$E(Y) = \mu_y$  = valor medio o esperado de Y.

$E(Z) = \mu_z$  = valor medio o esperado de Z.

$\rho(x, y)$  = coeficiente de correlación (para X y Y)

$\rho(x, z)$  = coeficiente de correlación (para X y Z)

$\rho(y, z)$  = coeficiente de correlación (para Y y Z)

Además, sabiendo que las mediciones tomadas en los surveys, para el posicionamiento del fondo del pozo siguen una distribución normal bivariada, tenemos que:

$$\kappa(X, Y) = \left( \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right) \left( \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \right) + \left( \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \quad (5.31)$$

$$\kappa(X, Z) = \left( \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right) \left( \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \right) + \left( \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \right)^2 \quad (5.32)$$

$$\kappa(Y, Z) = \left( \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \right) \left( \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \right) + \left( \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \right)^2 \quad (5.33)$$

La función de densidad normal bivariada ( $\lambda$ ) para cada uno de los planos está definida por:

$$\lambda_{(x,y)} = \sqrt{\kappa(X, Y)} \quad (5.34)$$

$$\lambda_{(x,z)} = \sqrt{\kappa(X, Z)} \quad (5.35)$$

$$\lambda_{(y,z)} = \sqrt{\kappa(Y, Z)} \quad (5.36)$$

Teniendo un valor constante para cada valor de las elipses en los diferentes planos.

El centro de las elipses está dado por  $X - \mu_x$ ,  $Y - \mu_y$ ,  $Z - \mu_z$ . Este punto no es necesariamente la posición dada en las ecuaciones 5.4. Al utilizar diferentes ejes dados por:

$$X' = X - \mu_x \quad Y' = Y - \mu_y \quad Z' = Z - \mu_z \quad (5.37)$$

Las ecuaciones de las elipses pueden ser escritas como:

$$\frac{X'}{A^2} - BX'Y' + \frac{Y'}{C^2} = 1 \quad (5.38)$$

$$\frac{X'}{A^2} - BX'Z' + \frac{Z'}{C^2} = 1 \quad (5.39)$$

$$\frac{Y'}{A^2} - BY'Z' + \frac{Z'}{C^2} = 1 \quad (5.40)$$

Dónde:

$$\text{para el plano (X,Y)} \left\{ \begin{array}{l} A = \lambda_{(x,y)} \sigma_x \\ C = \lambda_{(x,y)} \sigma_y \\ B = \frac{2\text{covar}(X,Y)}{\text{var}(X)\text{var}(Y)} \end{array} \right. \quad (5.41)$$

$$\text{para el plano (X,Z)} \left\{ \begin{array}{l} A = \lambda_{(x,z)} \sigma_x \\ C = \lambda_{(x,z)} \sigma_z \\ B = \frac{2\text{covar}(X,Z)}{\text{var}(X)\text{var}(Z)} \end{array} \right. \quad (5.42)$$

$$\text{para el plano (Y,Z)} \left\{ \begin{array}{l} A = \lambda_{(y,z)} \sigma_y \\ C = \lambda_{(y,z)} \sigma_z \\ B = \frac{2\text{covar}(Y,Z)}{\text{var}(Y)\text{var}(Z)} \end{array} \right. \quad (5.43)$$

Si la covarianza es igual a 0 la ecuación de la elipse se reduce a:

$$\frac{X'}{A^2} + \frac{Y'}{C^2} = 1 \quad \text{para el plano (X,Y)} \quad (5.44)$$

$$\frac{X'}{A^2} + \frac{Z'}{C^2} = 1 \quad \text{para el plano (X,Z)} \quad (5.45)$$

$$\frac{Y'}{A^2} + \frac{Z'}{C^2} = 1 \quad \text{para el plano (Y,Z)} \quad (5.46)$$

Si la covarianza no es igual a cero, es posible calcular el ángulo a través del cual la elipse debe ser girada de modo que sus ejes sean paralelos a los ejes coordenados; El ángulo ( $\gamma$ ) viene dado por:

$$\tan(\gamma) = \frac{BA^2C}{A^2-C^2} \quad (5.47)$$

Donde los valores de A, B, C, serán tomados de las ecuaciones anteriormente mostrados. Este caso los valores A y C no representan los semiejes de la elipse, estos representan el punto donde se interceptan lo ejes coordenados X=0 y Y=0. Para determinar la longitud de los semiejes A' y B', se podrán utilizar las siguientes ecuaciones:<sup>2</sup>

$$\frac{1}{A'} = \frac{(\cos \gamma)^2}{A^2} - B \sin \gamma \cos \gamma + \frac{(\sin \gamma)^2}{C^2} \quad (5.48)$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{(\sin \gamma)^2}{A^2} - B \sin \gamma \cos \gamma + \frac{(\cos \gamma)^2}{C^2} \quad (5.49)$$

---

<sup>2</sup> J.E. Walstrom, A.A. Brown. "An analysis of uncertainty in directional survey"; SPE-2181-pa. 1969.

## Capítulo 6 Estudio de casos de aplicación

En este capítulo se expondrán los casos de estudio, que consisten en dos pozos que se encuentran en la cuenca de burgos, de los cuales, a pesar de las similitudes entre ellos, solo uno resultó productor, se realizaron las elipses de incertidumbre por el método de Walstrom, que se basa en el método de cálculo de trayectoria tangencial. Para posteriormente ser programadas en lenguaje Matlab y con base en los resultados se realiza una comparación y un análisis para determinar las razones por las que uno de ellos no produjera hidrocarburos.

### 6.1 Casos de estudio: Pozos “Payo 1” y “Payo 101”

El objetivo de ambos pozos es probar el potencial de la Formación Pimienta como play no convencional y comprobar la presencia de hidrocarburos líquidos en la ella. Debido a las similitudes existentes entre los pozos “Payo 1” y “Payo 101” se esperaba un comportamiento muy similar, aunque, como en este caso, no siempre se cumple esta premisa.

A continuación, se puede observar en la tabla la descripción de la columna estratigráfica que comparten los pozos:

Edad / Formación	Programada
	mdbmr
P. INDIFERENCIADO	AFLORA
K. Sup. MÉNDEZ	709
K. Sup. SAN FELIPE	1334
K. Sup. AGUA NUEVA	1579
K. Inf. TAMAULIPAS SUPERIOR	1759
K. Inf. OTATES.	1968
K. Inf. TAMAULIPAS INF.	2024
J. Sup. PIMIENTA	2589
J. Sup. OLVIDO	2689

Tabla 6.1 Columna Estratigráfica de los pozos “Payo 1” y “Payo 101”

### 6.1.1 Pozo “Payo 1”

El pozo “Payo 1” se ubica en el municipio Melchor Ocampo a 90 kilómetros de la ciudad de Monterrey, capital del estado de Nuevo León, en el área correspondiente a la cuenca de Burgos (figura 6.1).



Figura 6.1. Ubicación geográfica de pozo “Payo 1”. Imagen obtenida con Google Maps.

La perforación alcanzó una profundidad de 2830 TVD como pozo piloto. La perforación de la sección horizontal inició a la profundidad de 2386 MD y terminó a la profundidad de 4404 MD.

	MD	TVD	Ángulo de inclinación	Azimut	DLS
KOP	2409	2408.74	4.92	309.75	2.09
Severidad Máxima	3356	2724.63	94.21	331.82	0.88
Fondo de Pozo	4383	2708.95	89.69	328.8	1.49

Tabla 6.2 Principales incidencias del pozo “Payo 1”

Se contó con información sísmica, la cual nos muestra la cima de las formaciones Pimienta y Olvido, siendo así la cima de Olvido la base de Pimienta como se muestra en la siguiente imagen. (Figura 6.2)

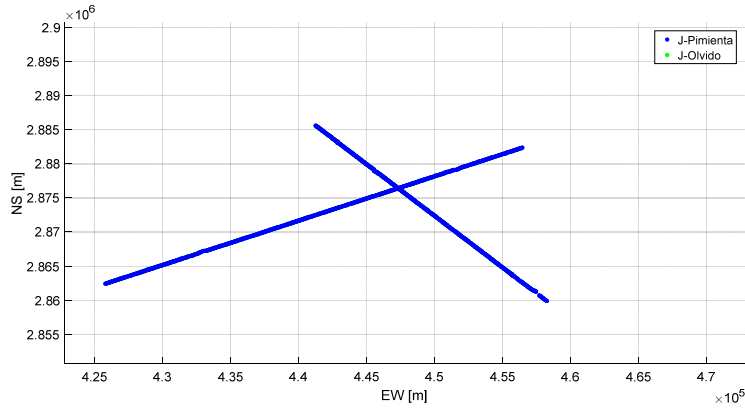


Figura 6.2 Líneas sísmicas de la de la cima de la Formación Jurásico Pimienta.

A continuación, se muestran en dos perspectivas (figura 6.3) las líneas sísmicas en profundidad que acotan a la formación Pimienta y que ayudaran en el análisis de la trayectoria de los pozos, se asume que la trayectoria programada guarda similitud con la desarrollada.

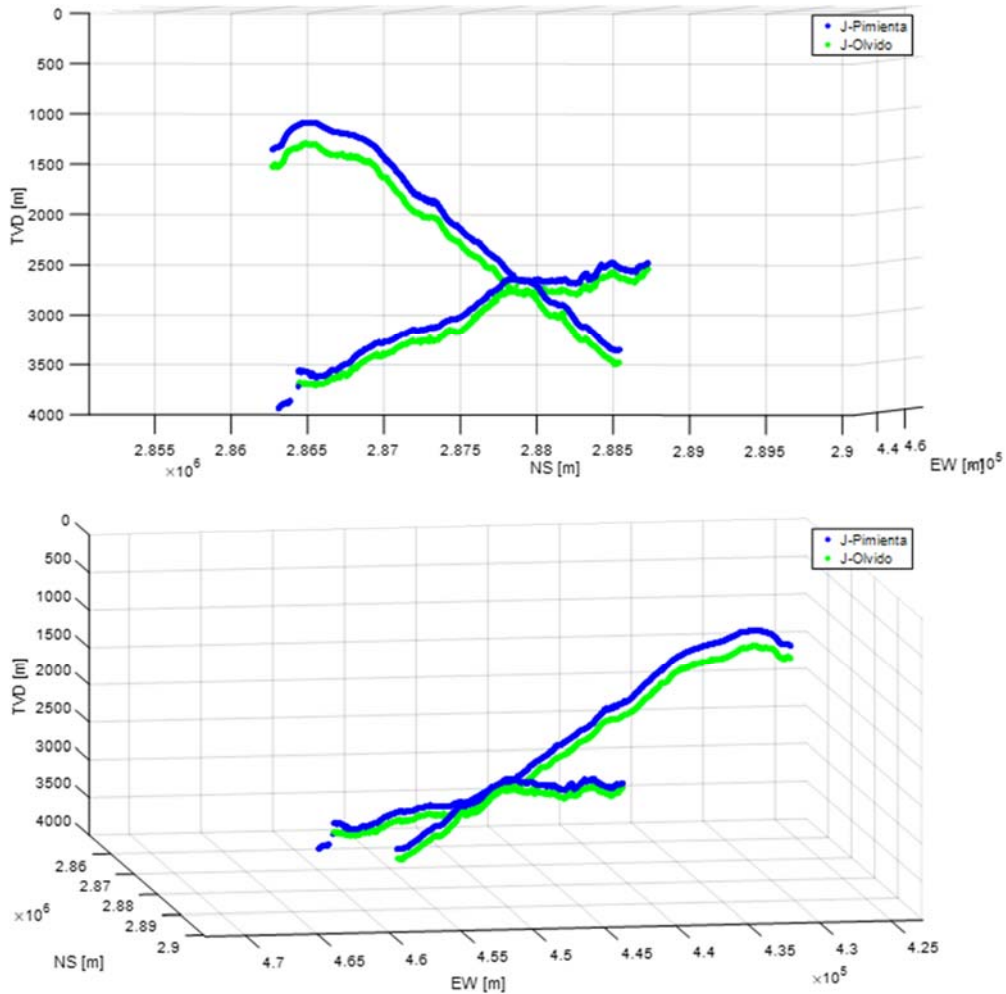
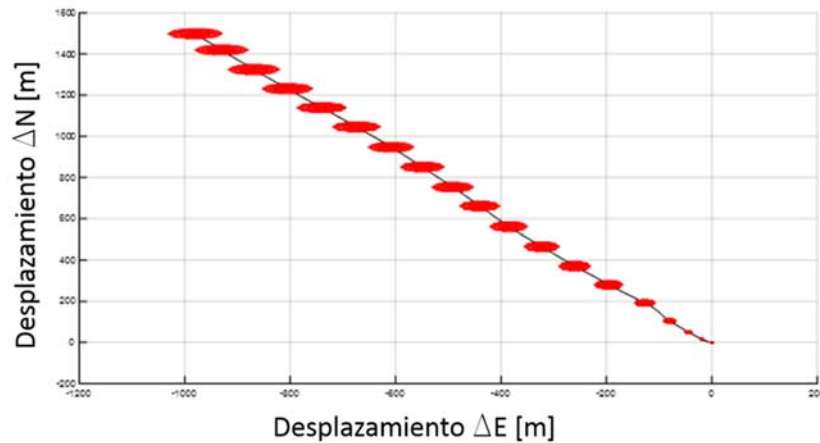


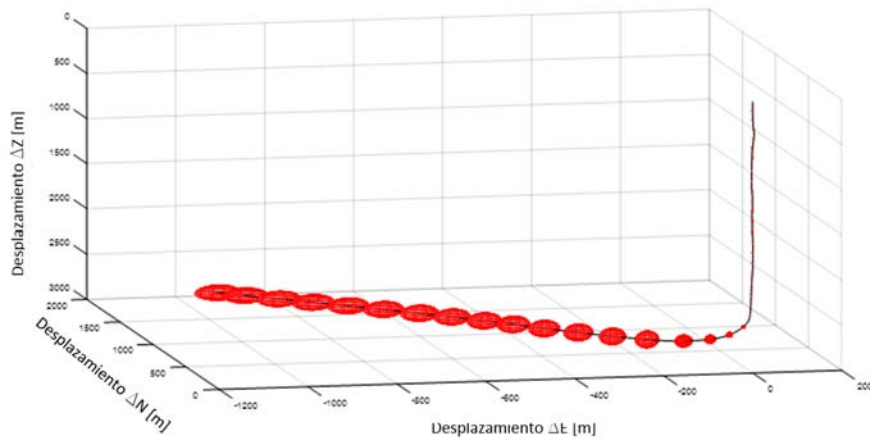
Figura 6.3. Líneas sísmicas en profundidad rotadas que muestran la cima de la formación Pimienta (línea azul) y la cima de la formación Olvido (línea verde).

### 6.1.2 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1”

Como ya se mencionó, se utilizó el programa Matlab para dibujar las elipses de incertidumbre, en las siguientes imágenes se pueden observar desde diferentes perspectivas los resultados. En las Figuras, se muestran únicamente las elipses en la trayectoria del pozo (figura 6.4) y puede observarse en la vista lateral (figuras 6.5) como se eleva la trayectoria ligeramente en la parte horizontal del pozo. Cabe señalar que el pozo “Payo 1” resulto no productivo.



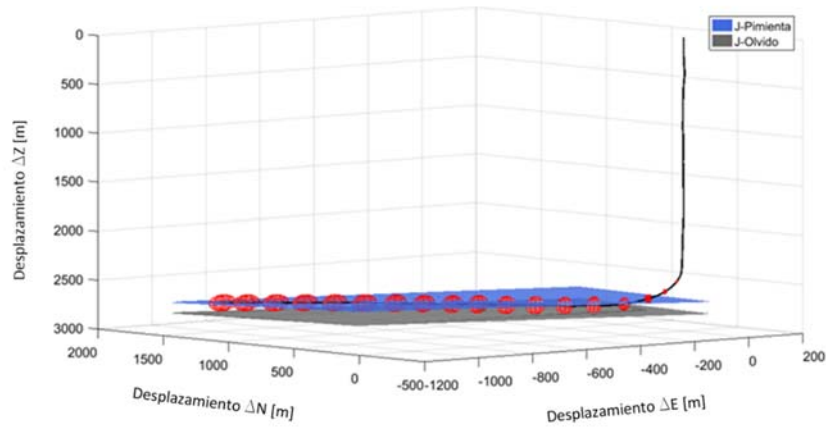
6.4 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1” Vista de planta



6.5 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 1” Vista lateral método Walstrom

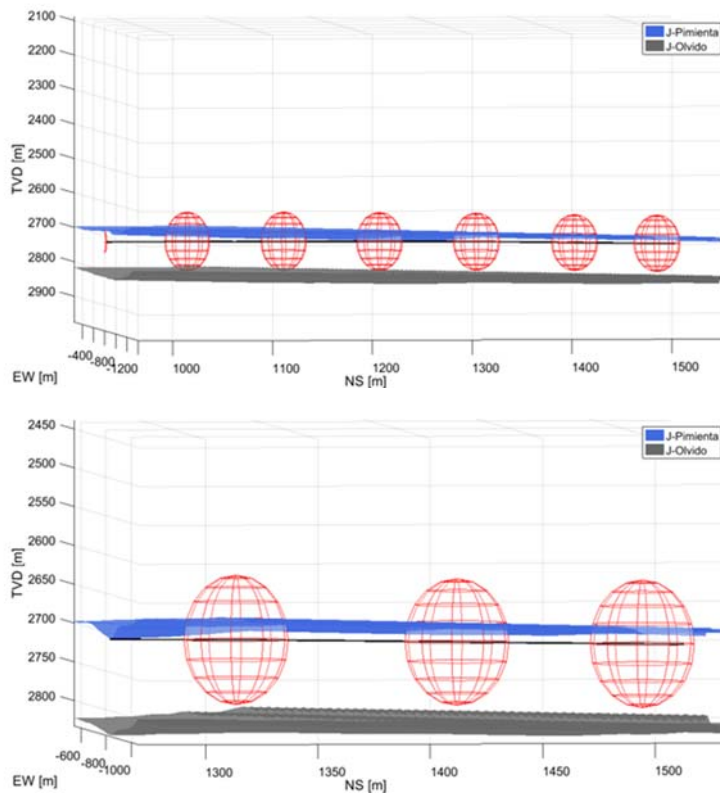
Hasta el momento pueden hacerse solo algunas observaciones sobre dicha trayectoria, sin embargo, esto aún no es suficiente para poder determinar el comportamiento del pozo, es por ello que se integra la sísmica con la cual podemos delimitar la formación Pimienta, ya que este era el objetivo del pozo, y conocer ahora la trayectoria respecto a ella. En la siguiente imagen (figura 6.6) se muestra con un plano azul la cima de la formación Pimienta, y con un plano gris la cima de la formación Olvido.





### 6.6 Elipses de incertidumbre con sísmica pozo "Payo 1" en formación Pimenta.

En la figura 6.7 puede verse mejor la trayectoria del pozo y como va elevándose conforme avanza, sin embargo, son los acercamientos los que muestran que debido a esta elevación comienza a presentar menos certidumbre de encontrarse en la formación de interés, lo cual tendrá un significado más claro al ser comparado con los resultados del pozo "Payo 101", que será analizado posteriormente en este capítulo.



### 6.7 Acercamiento de elipses de incertidumbre con sísmica de formación pimienta.

### 6.1.3 Pozo “Payo 101”

El pozo “Payo 1” se encuentra a 85 kilómetros de la ciudad de Monterrey, capital del estado de Nuevo León, en el área correspondiente a la cuenca de Burgos (figura 6.8).



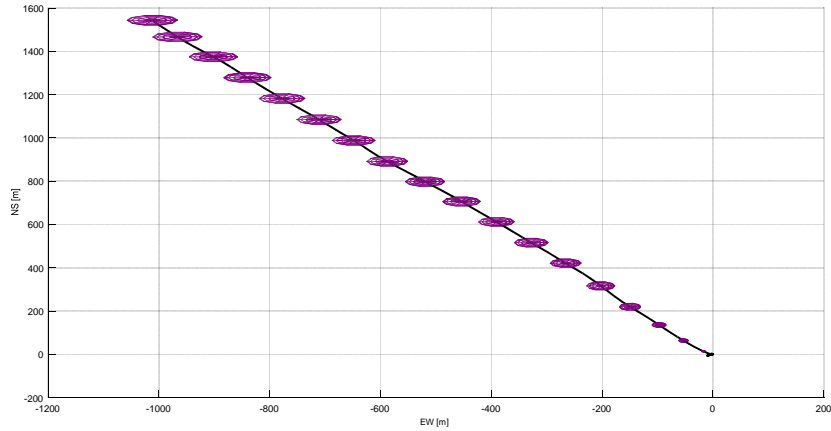
Figura 6.8 Ubicación geográfica de pozo “Payo 101”. Imagen obtenida con Google Maps.

	MD	TVD	Ángulo de inclinación	Azimut	DLS
KOP	2409	2408.59	5.41	315.96	6.03
Severidad Máxima	2993	2738.53	94.08	330.67	1.62
Fondo de Pozo	4419	2746.66	89.12	331.37	2.8

Tabla 6.3 Principales incidencias del pozo “Payo 101”

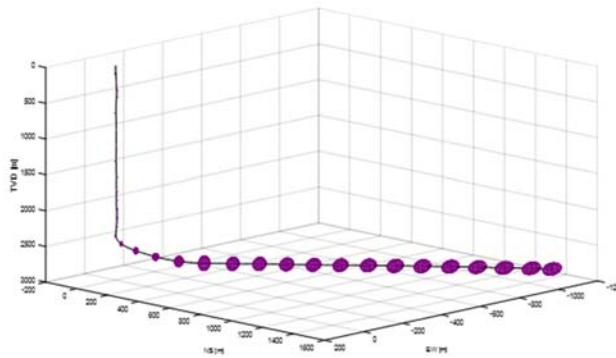
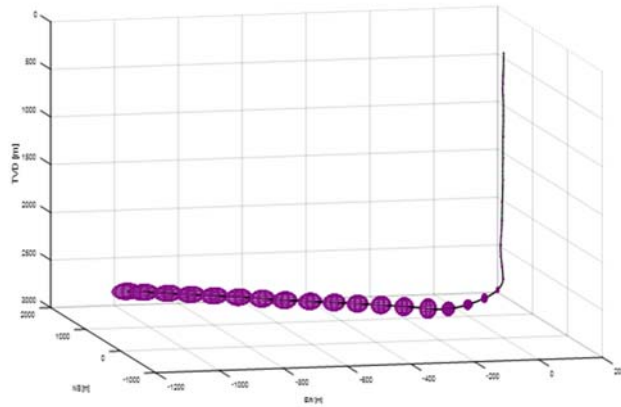
### 6.1.4 Elipses de incertidumbre del pozo “Payo 101”

En esta sección corresponde mostrar las imágenes generadas para el pozo “Payo 101”, de igual forma que se realizó en el pozo anterior, se tiene la trayectoria del pozo que a diferencia del “Payo 1” este si produjo hidrocarburos.

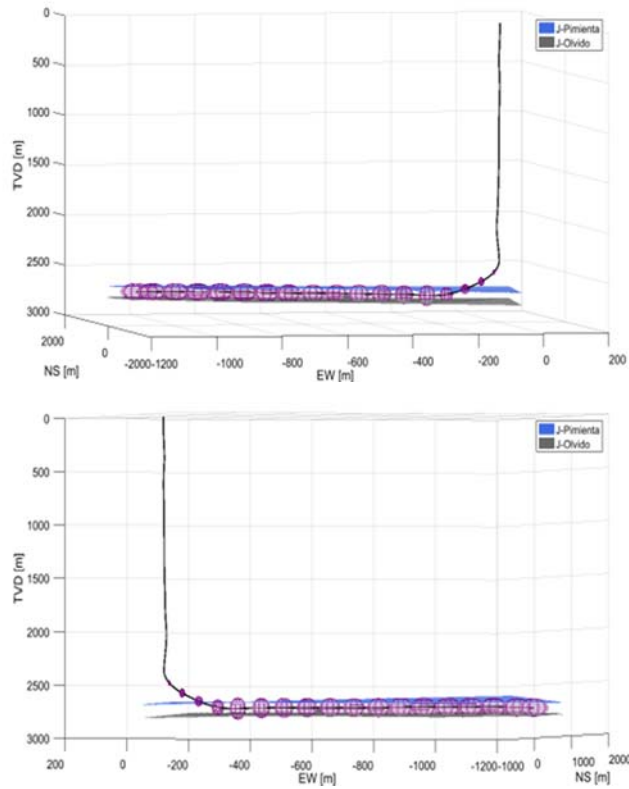


### 6.9 Elipses de incertidumbre pozo "Payo 101"

A simple vista no parece haber elevación o declinación en la trayectoria horizontal, pero es hasta que se incluye la sísmica, que se observa que las elipses se encuentran muy definidas dentro de las líneas sísmicas superiores e inferiores, es decir se tiene una gran certidumbre de que la trayectoria se encuentre dentro de la formación.

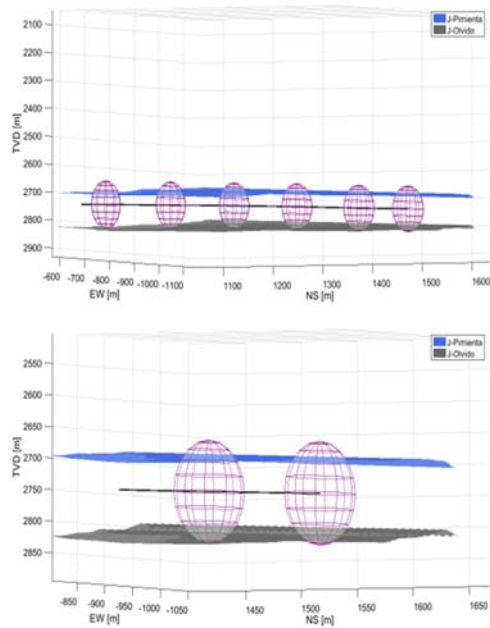


### 6.10 Elipses de Incertidumbre pozo "Payo 101" rotadas.



**6.11 Elipses de incertidumbre con sísmica pozo “Payo 101” en formación Pimienta rotadas.**

Sin embargo, será hasta hacer una comparación de ambos pozos que se pueda tener una idea más clara de lo que pueda haber ocurrido y de lo útil que puede ser hacer este tipo de pruebas.

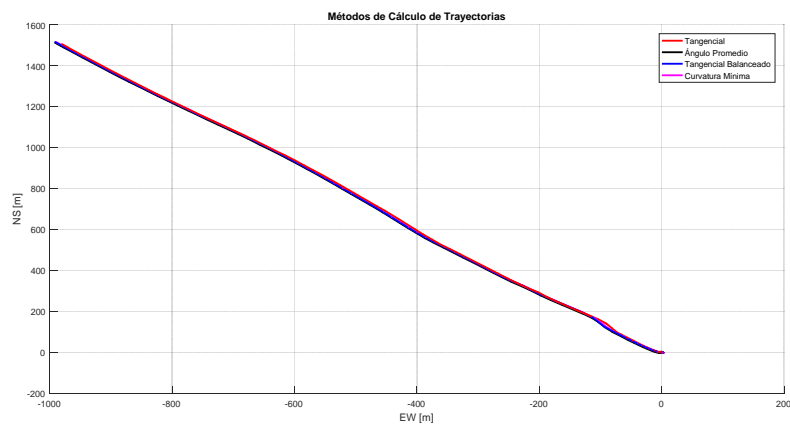


**6.12 Elipses de Incertidumbre pozo “Payo 101” rotadas.**

## 6.2 Programación de los diferentes métodos de cálculo de trayectoria en lenguaje Matlab.

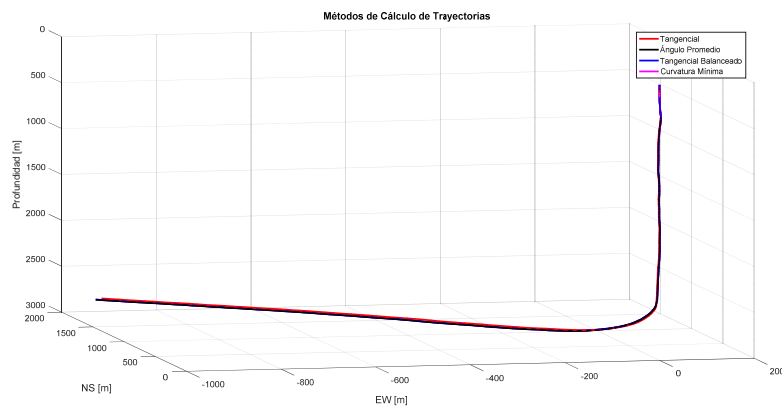
A continuación, se presentan diferentes figuras, donde se hace una comparación de los resultados obtenidos, a través de los métodos de cálculo de trayectoria presentados anteriormente.

La siguiente imagen (figura 6.13) muestra la trayectoria de la perforación, en vista de planta de los cuatro métodos



**Figura 6.13 Vista de planta de la trayectoria calculada con los Métodos: Tangencial, Ángulo Promedio, Tangencial Balanceado y Curvatura Mínima.**

La imagen de abajo (figura 6.14) muestra una vista lateral, en estas imágenes parecen ser muy similares las trayectorias con todos los métodos.



**Figura 6.14 Vista lateral de la trayectoria calculada con los Métodos: Tangencial, Ángulo Promedio, Tangencial Balanceado y Curvatura Mínima.**

En la figura 6.15 se muestra una parte de sección horizontal de la trayectoria de la perforación, aquí si es posible apreciar las diferencias entre los distintos métodos.

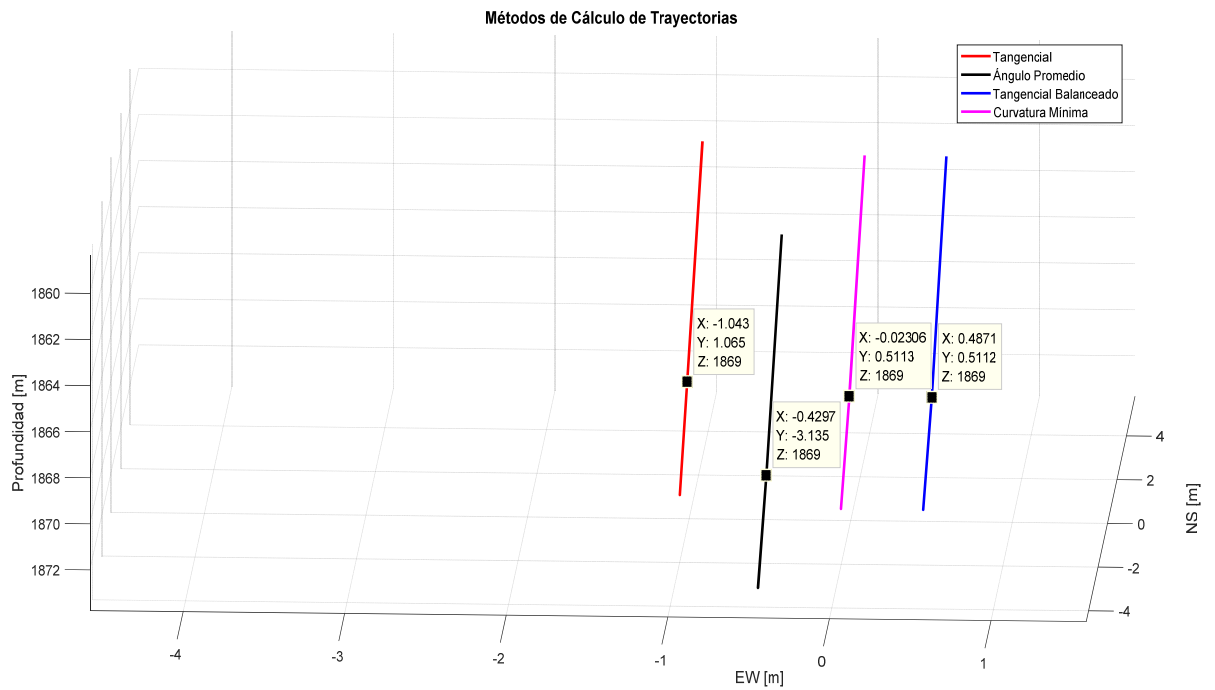


Figura 6.15 Sección horizontal de la trayectoria de la perforación calculada con los diferentes métodos.

La imagen (figura 6.16) nos muestra los KOP de las trayectorias calculadas con los métodos de curvatura mínima y tangencial.

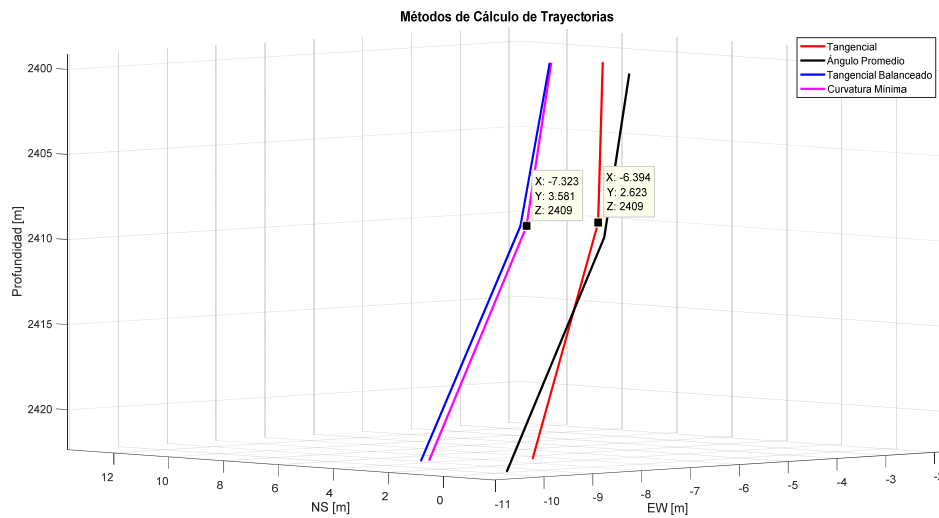


Figura 6.16 KOP de las trayectorias calculadas con el método tangencial (línea roja) y curvatura mínima (línea rosa).

La figura 6.17 muestra la vista de planta de la sección vertical del fondo de pozo donde se aprecian las diferencias entre los distintos métodos, cabe mencionar que el método más acertado es el de curvatura mínima y que este fue con el que se dibujaron las trayectorias para este trabajo, aunque, como ya se explicó, para las elipses se utilizó el método tangencial.

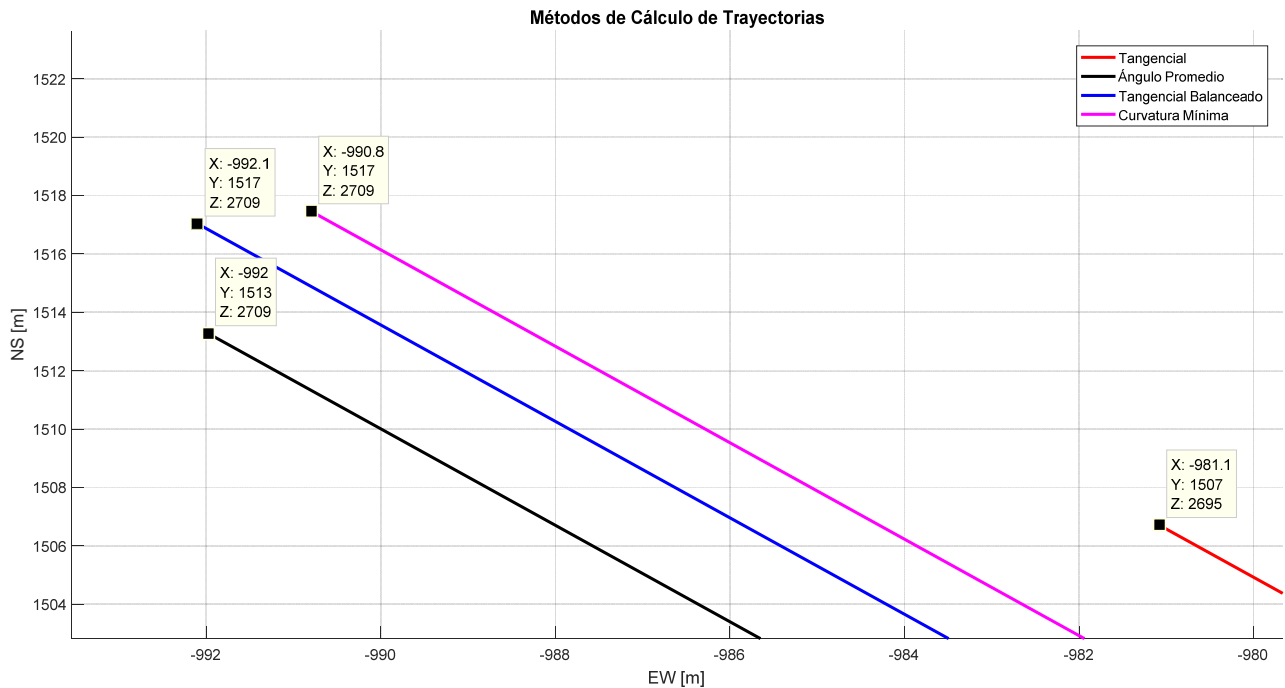
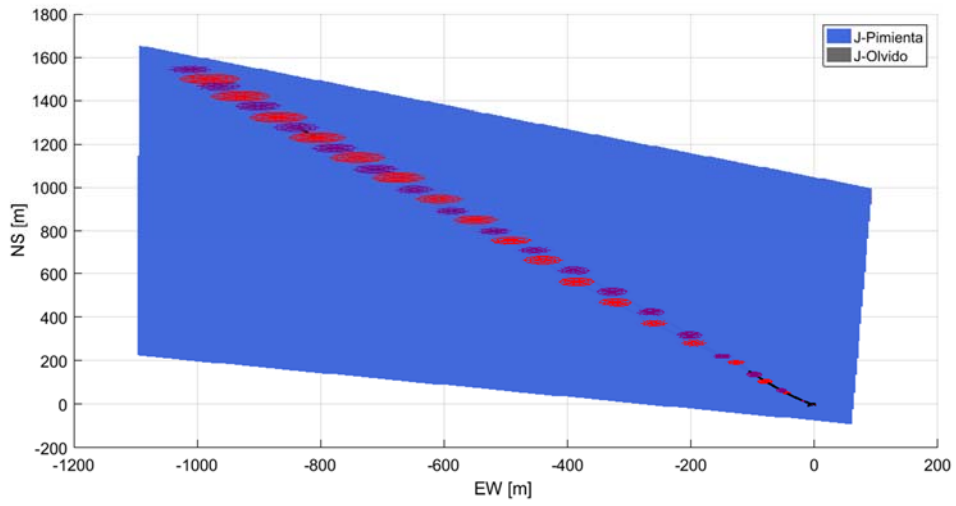


Figura 6.17 Fondo de pozo calculado con los diferentes métodos.

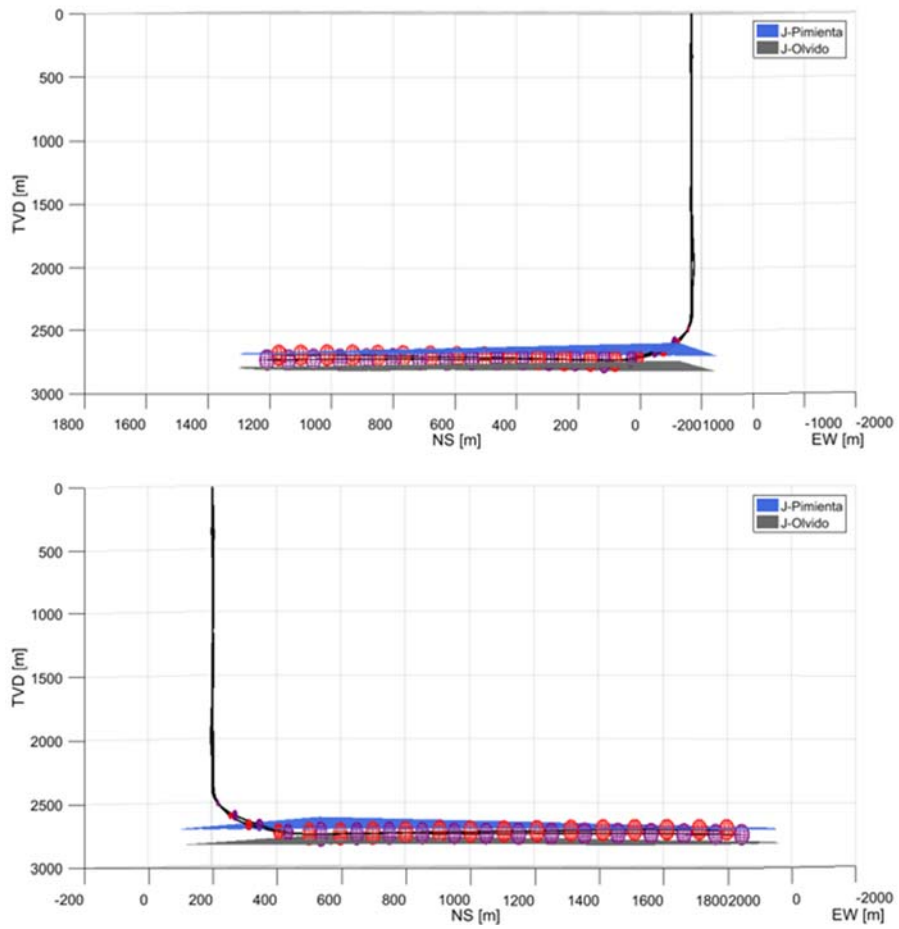
### 6.3 Comparativa entre los pozos “Payo 1” y “Payo 101”

En esta sección se analizarán los resultados del trabajo realizado, comparando lo obtenido en ambos pozos, se pueden ver en una misma imagen ambas trayectorias. Es importante recalcar, que es posible realizar esta comparativa debido a las importantes similitudes existentes entre ambos pozos.

En la figura 6.18 se muestran las elipses de incertidumbre y es posible notar que, desde ese punto, la trayectoria parece ser muy similar. Sin embargo, es en la vista lateral (figura 6.19), donde pueden empezar a notarse las discrepancias, ya que, a pesar de llevar la misma dirección, se advierte que el pozo “Payo 1” tiende a elevarse más que el pozo “Payo 101”



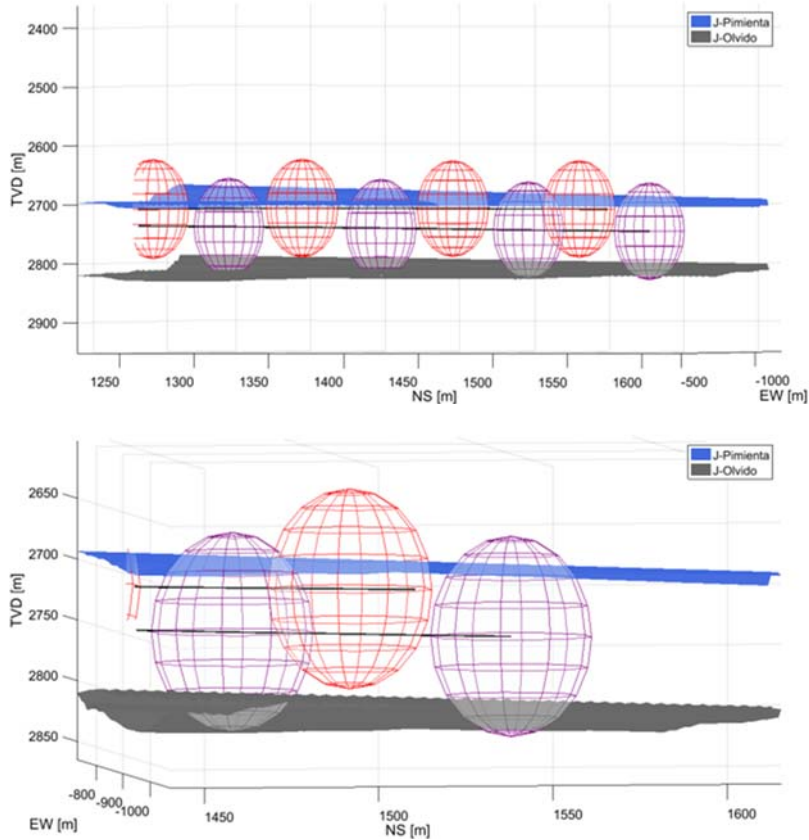
6.18 Elipses de incertidumbre con sísmica de la formación Pimienta de los pozos “Payo 1” (rojo) y “Payo 101”(morado).



6.19 Elipses de incertidumbre con sísmica pozos “Payo 1” (rojo) y “Payo 101” (morado) en formación Pimienta rotadas.



Es con estas observaciones que se puede deducir que el pozo “Payo 1” tiene una incertidumbre elevada de no encontrarse dentro de la formación a diferencia del pozo “Payo 101”, y dado que esta es una de las pocas diferencias que existen entre ambos pozos, se puede determinarse como la causa de que no resultara productor de hidrocarburos.



**6.20 Acercamiento de elipses de incertidumbre de pozos “Payo1” y “Payo 101” con sísmica de formación pimienta**



## Conclusiones y recomendaciones.

### Conclusiones

- ☞ No se debe perder de vista que el que un pozo no sea productor, no siempre es un error de perforación, también puede ocurrir que el objetivo solicitado sea erróneo, lo cual puede suceder cuando no se tiene una caracterización rigurosa del yacimiento.
- ☞ Debido al espesor de la formación Pimienta, se debe tener un buen control direccional para no navegar fuera de la formación.
- ☞ El comportamiento entre pozos puede variar, aunque se ubiquen en la misma formación, debido a que la lateralidad de la misma puede no ser continua, lo cual puede ocasionar que los resultados difieran de lo esperado.
- ☞ Es importante considerar los errores que se pueden acarrear cuando se tiene magnetita en la formación ya que esta interfiere en la obtención de datos que proporciona algunas herramientas, es necesario saber interpretar correctamente los resultados.
- ☞ La trayectoria puede verse afectada debido a las características de la formación, la herramienta se va a una dirección preferencial conocida en campo como tendencia de la formación.
- ☞ Se observó en estos casos de estudio, que las elipses de incertidumbre del pozo Payo 1 salen casi un 50% de la Formación Pimienta, lo cual puede ser la causa de que no haya sido productor. En cambio, el pozo Payo 101 muestra que las elipses de incertidumbre se encuentran en un 80% dentro de la Formación Pimienta, lo cual puede explicar que este pozo si fuera productor. El pozo Payo 101 tuvo una mejor posición final que el pozo Payo 1.
- ☞ En caso de que el pozo Payo 1 quedara dentro de la formación pimienta, podría considerarse que las características petrofísicas de la formación son de menor calidad, siendo esta la causa de que no produjera hidrocarburos.

- ☞ Una aportación que deja este trabajo, es la implementación de tres dimensiones en el modelo de elipses de incertidumbre.
- ☞ Otra posible aplicación de este trabajo puede ser el análisis de herramientas para comparar su eficiencia.

### **Recomendaciones**

- ☞ Se recomienda trabajar con nomenclaturas unificadas para facilitar y agilizar cálculos.
- ☞ Se recomienda realizar el análisis de las elipses de incertidumbre en tiempo real, esto con la finalidad de verificar la efectividad de las herramientas de medición y de las herramientas de perforación direccional.

## APENDICE

### Ecuaciones para cálculo de la Esperanza, Varianza y Covarianza.

A partir de las ecuaciones:

$$\overline{\Delta X} = L_i \sin \bar{\theta}_i \sin \bar{\beta}_i \quad (5.3)$$

$$\overline{\Delta Y} = L_i \sin \bar{\theta}_i \cos \bar{\beta}_i \quad (5.4)$$

$$\overline{\Delta Z} = L_i \cos \bar{\theta}_i \quad (5.5)$$

### Ecuaciones para cálculo de la Esperanza de $X_i, Y_i, Z_i$ .

Además, al aplicar una función densidad de probabilidad, se obtienen las siguientes expresiones para el cálculo de la media o tendencia central de cada una de las posiciones del pozo.

#### A1. Para la media en $X_i$

Al integrar y evaluar la fórmula (5.10) del capítulo 5, se obtiene la media aritmética de  $X_i$ ,

$$E(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \sin(v) f_i(u) g_i(v) dudv \quad (5.10)$$

Siendo:

$$\text{funciones de distribución Normal: } \begin{cases} f_i(u) = \frac{1}{b-a} \\ g_i(v) = \frac{1}{d-c} \end{cases} \quad (A)$$

Sustituyendo las funciones de distribución normal en la ecuación (5.10)

$$E(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \sin(v) \left( \frac{1}{b-a_i} \right) \left( \frac{1}{d_i-c_i} \right) dudv \quad (5.10A)$$

Resolviendo la integral nos queda:

$$E(X_i) = L_i \left[ \frac{-\cos(u)}{b_i-a_i} \right]_a^b \left[ \frac{-\cos(v)}{d_i-c_i} \right]_c^d \quad (5.10B)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación (5.13), con la que se calcula la media de  $X_i$ , la cual fue mencionada en el capítulo 5.

$$E(X_i) = L_i \left[ \frac{\cos(a_i) - \cos(b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\cos(c_i) - \cos(d_i)}{d_i - c_i} \right] \quad (5.13)$$

### A2. Para la media en $Y_i$

Para obtener la esperanza o media aritmética en el  $Y_i$  se integra y se evalúa la ecuación (5.11) del capítulo (5).

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) dudv \quad (5.11)$$

Sustituyendo las funciones de distribución normal (A) en la ecuación (5.11)

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i \sin(u) \cos(v) \left( \frac{1}{b_i - a_i} \right) \left( \frac{1}{d_i - c_i} \right) dudv \quad (5.11A)$$

Resolviendo la integral:

$$E(Y_i) = L_i \left[ \frac{-\cos(u)}{b_i - a_i} \right]_a^b \left[ \frac{\sin(v)}{d_i - c_i} \right]_c^d \quad (5.11B)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación (5.14), con la que se calcula la media de  $Y_i$  la cual es la fórmula que se mencionó en el capítulo 5:

$$E(Y_i) = L_i \left[ \frac{\cos(a_i) - \cos(b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i) - \sin(c_i)}{d_i - c_i} \right] \quad (5.14)$$

### A3. Para la media en $Z_i$

Para obtener la esperanza o media aritmética en  $Z_i$  se integra y se evalúa la ecuación (5.12).

$$E(Z_i) = \int_a^b L_i \cos(u) f_i(u) du \quad (5.12)$$

Sustituyendo las funciones de distribución normal (A) en la ecuación, nos queda:

$$E(Z_i) = \int_a^b L_i \cos(u) f_i(u) \left( \frac{1}{b_i - a_i} \right) du \quad (5.12A)$$

Resolviendo la integral:

$$E(Z_i) = L_i \left[ \frac{\sin(u)}{b_i - a_i} \right]_a^b \quad (5.12B)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación (5.15) con la se calcula la media de  $Z_i$ :

$$E(Z_i) = L_i \left[ \frac{\sin(b_i) - \sin(a_i)}{b_i - a_i} \right] \quad (5.15)$$

**Ecuaciones para cálculo de la varianza de  $X_i, Y_i, Z_i$ .**

Elevando al cuadrado las ecuaciones (5.3), (5.4) y (5.5); y restándoles la media o esperanza elevada al cuadrado se obtiene la varianza para cada diferencial de la posición.

#### **A4. Para la varianza en $X_i$**

Para obtener la varianza de  $X_i$  se integra y se evalúa la ecuación (5.3), del capítulo 5:

$$\text{var}(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \sin(u)^2 \sin(v)^2 f_i(u) g_i(v) dudv - E(X_i)^2 \quad (5.17)$$

Aplicando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\sin(u)^2 = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2} \quad \text{y} \quad \sin(v)^2 = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2v)}{2}$$

Quedando:

$$\text{var}(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2v)}{2} \right) f_i(u) g_i(v) dudv - E(X_i)^2 \quad (5.17A)$$

Agrupando y aplicando términos:

$$\text{var}(X_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{du}{2} - \frac{\cos(2u)du}{2} \right) \left( \frac{dv}{2} - \frac{\cos(2v)dv}{2} \right) f_i(u) g_i(v) - E(X_i)^2 \quad (5.17B)$$

Simplificando:

$$\text{var}(X_i) = \frac{1}{4} \int_c^d \int_a^b L_i^2 (du - \cos(2u)du)(dv - \cos(2v)dv) f_i(u) g_i(v) - E(X_i)^2 \quad (5.17C)$$

Realizando cambio de variable:

$$\begin{aligned} \text{para } u: \quad m &= 2u \quad ; \quad dm = 2du \quad \text{y} \quad \frac{dm}{2} = du \\ \text{para } v: \quad n &= 2v \quad ; \quad dn = 2dv \quad \text{y} \quad \frac{dn}{2} = dv \end{aligned} \quad (5.17D)$$

Sustituyendo:

$$\text{var}(X_i) = \frac{1}{4} \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{dm}{2} - \cos(m) \frac{dm}{2} \right) \left( \frac{dn}{2} - \cos(n) \frac{dn}{2} \right) f_i(u) g_i(v) - E(X_i)^2 \quad (5.17E)$$

Simplificando:

$$\text{var}(X_i) = \frac{1}{16} \int_c^d \int_a^b L_i^2 (dm - \cos(m)dm)(dn - \cos(n)dn) f_i(u) g_i(v) - E(X_i)^2 \quad (5.17F)$$

Integrando:

$$\text{var}(X_i) = \left[ \frac{1}{16} L_i^2 ([m - \sin m]_a^b [n - \sin n]_c^d) f_i(u) g_i(v) \right] - E(X_i)^2 \quad (5.17G)$$

Evaluando para:  $m=2u$  y  $n=2v$

$$\text{var}(X_i) = \left[ \frac{1}{16} L_i^2 ([2u - \sin 2u]_a^b [2v - \sin 2v]_c^d) f_i(u) g_i(v) \right] - E(X_i)^2 \quad (5.17H)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para la obtención de la varianza de  $X_i$  (capítulo 5)

$$\text{var}(X_i) = \frac{1}{16} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{2(d_i - c_i) + \sin(2c_i) - \sin(2d_i)}{d_i - c_i} \right] - E(X_i)^2 \quad (5.20)$$

### A5. Para la varianza en $Y_i$

Para obtener la varianza de  $Y_i$ , se integra y se evalúa la ecuación (5.18):

$$\text{var}(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \sin(u)^2 \cos(v)^2 f_i(u) g_i(v) dudv - E(Y_i)^2 \quad (5.18)$$

Aplicando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\sin(u)^2 = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2} \quad \text{y} \quad \cos(v)^2 = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2v)}{2}$$



Quedando:

$$\text{var}(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos(2v)}{2} \right) f_i(u) g_i(v) du dv - E(Y_i)^2 \quad (5.18A)$$

Agrupando y aplicando términos:

$$\text{var}(Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{du}{2} - \frac{\cos(2u)du}{2} \right) \left( \frac{dv}{2} + \frac{\cos(2v)dv}{2} \right) f_i(u) g_i(v) - E(Y_i)^2 \quad (5.18B)$$

Simplificando:

$$\text{var}(Y_i) = \frac{1}{4} \int_c^d \int_a^b L_i^2 (du - \cos(2u)du)(dv + \cos(2v)dv) f_i(u) g_i(v) - E(Y_i)^2 \quad (5.18C)$$

Realizando cambio de variable:

$$\begin{aligned} \text{para } u: \quad m = 2u & \quad ; \quad dm = 2du \quad \text{y} \quad \frac{dm}{2} = du \\ \text{para } v: \quad n = 2v & \quad ; \quad dn = 2dv \quad \text{y} \quad \frac{dn}{2} = dv \end{aligned} \quad (5.18D)$$

Sustituyendo:

$$\text{var}(Y_i) = \frac{1}{4} \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left( \frac{dm}{2} - \cos(m) \frac{dm}{2} \right) \left( \frac{dn}{2} + \cos(n) \frac{dn}{2} \right) f_i(u) g_i(v) - E(Y_i)^2 \quad (5.18E)$$

Simplificando:

$$\text{var}(Y_i) = \frac{1}{16} \int_c^d \int_a^b L_i^2 (dm - \cos(m)dm)(dn + \cos(n)dn) f_i(u) g_i(v) - E(Y_i)^2 \quad (5.18F)$$

Integrando:

$$\text{var}(Y_i) = \left[ \frac{1}{16} L_i^2 ([m - \sin m]_a^b [n + \sin n]_c^d) f_i(u) g_i(v) \right] - E(Y_i)^2 \quad (5.18G)$$

Evaluando para:  $m=2u$  y  $n=2v$

$$\text{var}(Y_i) = \left[ \frac{1}{16} L_i^2 ([2u - \sin 2u]_a^b [2v + \sin 2v]_c^d) f_i(u) g_i(v) \right] - E(Y_i)^2 \quad (5.18H)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para la obtención de la varianza de  $Y_i$ , vista en el capítulo 5.

$$\text{var}(Y_i) = \frac{1}{16} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{2(d_i - c_i) + \sin(2d_i) - \sin(2c_i)}{d_i - c_i} \right] - E(Y_i)^2 \quad (5.21)$$

#### A6. Para la varianza en $Z_i$

Para obtener la varianza de  $Z_i$  se integra y se evalúa la ecuación (5.19), vista anteriormente en el capítulo 5.

$$\text{var}(Z_i) = \int_a^b L_i^2 \cos(u)^2 f_i(u) du - E(Z_i)^2 \quad (5.19)$$

Aplicando la siguiente identidad trigonométrica:

$$\cos(u)^2 = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2u)}{2}$$

Quedando:

$$\text{var}(Z_i) = \int_a^b L_i^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos(2u)}{2} \right) f_i(u) du - E(Z_i)^2 \quad (5.19A)$$

Simplificando:

$$\text{var}(Z_i) = \frac{1}{2} \int_a^b L_i^2 [du + \cos(2u) du] f_i(u) - E(Z_i)^2 \quad (5.19B)$$

Realizando cambio de variable

$$\text{para } u: \quad m = 2u \quad ; \quad dm = 2du \quad \text{y} \quad \frac{dm}{2} = du \quad (5.19C)$$

Sustituyendo:

$$\text{var}(Z_i) = \frac{1}{2} \int_a^b L_i^2 \left[ \frac{dm}{2} + \cos(m) \frac{dm}{2} \right] f_i(u) - E(Z_i)^2 \quad (5.19D)$$

Integrando:

$$\text{var}(Z_i) = \left[ \frac{1}{4} L_i^2 [m + \sin(m)]_a^b f_i(u) \right] - E(Z_i)^2 \quad (5.19E)$$

Evaluando para:  $m=2u$

$$\text{var}(Z_i) = \left[ \frac{1}{4} L_i^2 [2u + \sin(2u)]_a^b f_i(u) \right] - E(Z_i)^2 \quad (5.19F)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para la obtención de la varianza de  $Z_i$ , misma que fue mencionada antes en el capítulo 5.

$$\text{var}(Z_i) = \frac{1}{4}L_i^2 \left[ \frac{2(b_i-a_i)+\sin(2b_i)-\sin(2a_i)}{b_i-a_i} \right] - E(Z_i)^2 \quad (5.22)$$

**Ecuaciones para cálculo de la covarianza de  $(X_i, Y_i)$ ,  $(X_i, Z_i)$ ,  $(Y_i, Z_i)$ .**

Las covarianzas  $(X_i, Y_i)$ ,  $(X_i, Z_i)$ ,  $(Y_i, Z_i)$  mostradas en el capítulo 5, se obtienen, al hacer una combinación de varianzas y medias de dos de las ecuaciones fundamentales (5.3), (5.4) y (5.5).

**A7. Para la covarianza de  $(X_i, Y_i)$**

Para obtener la covarianza de  $(X_i, Y_i)$  se integra y se evalúa la ecuación (5.24), vista anteriormente en el capítulo 5.

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \sin(v)] [\sin(u) \cos(v)] f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24)$$

Agrupando términos:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u)^2 [\sin(v) \cos(v)] f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24A)$$

Aplicando la siguiente identidad trigonométrica:

$$\sin(u)^2 = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2}$$

Quedando:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2u)}{2} \right) [\sin(v) \cos(v)] f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24B)$$

Agrupando y aplicando términos

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left[ \left( \frac{du}{2} - \frac{\cos(2u)du}{2} f_i(u) \right) (\sin(v) \cos(v) g_i(v) dv) \right] - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24C)$$

Simplificando

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{2} \int_c^d \int_a^b L_i^2 [(du - \cos(2u)du) f_i(u)] (\sin(v) \cos(v) g_i(v) dv) - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24D)$$

Realizando cambio de variable

$$\begin{aligned} \text{para } u: \quad m &= 2u \quad ; \quad dm = 2du \quad \text{y} \quad \frac{dm}{2} = du \\ \text{para } v: \quad n &= \sin(v) \quad ; \quad dn = \cos(v)dv \quad \text{y} \quad \frac{dn}{\cos(v)} = dv \end{aligned} \quad (5.24E)$$

Sustituyendo:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{2} \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left[ \left( \frac{dm}{2} - \cos(m) \frac{dm}{2} \right) f_i(u) \right] (n \cos(v) \frac{dn}{\cos(v)} g_i(v)) - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24F)$$

Simplificando:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{4} \int_c^d \int_a^b L_i^2 [(dm - \cos(m)dm) f_i(u)] (n(dn)g_i(v)) - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24G)$$

Integrando:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{4} L_i^2 ([m - \sin(m)]_a^b f_i(u)) \left( \left[ \frac{n^2}{2} \right]_c^d g_i(v) \right) - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24H)$$

Evaluando para:  $m=2u$  y  $n=\sin(v)$

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{4} L_i^2 ([2u - \sin(2u)]_a^b f_i(u)) \left( \left[ \frac{(\sin(v))^2}{2} \right]_c^d g_i(v) \right) - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.24I)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para la obtención de la covarianza de  $(X_i, Y_i)$ , como se vio en el capítulo 5.

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = \frac{1}{4} L_i^2 \left[ \frac{2(b_i - a_i) + \sin(2a_i) - \sin(2b_i)}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i)^2 - \sin(c_i)^2}{2(d_i - c_i)} \right] - E(X_i)E(Y_i) \quad (5.27)$$

**A8. Para la covarianza de  $(X_i, Z_i)$ .**

Para obtener la covarianza de  $(X_i, Z_i)$ ; se integra y se evalúa la ecuación (5.25):

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \sin(v)] [\cos(u)] f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25)$$

Agrupando términos:

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \cos(u) f_i(u) du] [\sin(v) g_i(v) dv] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25A)$$

Realizando cambio de variable

$$\text{para } u: \quad n = \sin(u) \quad ; \quad dn = \cos(u)du \quad \text{y} \quad \frac{dn}{\cos(u)} = du$$

Sustituyendo:

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [n \cos(u) \frac{dn}{\cos(u)} f_i(u)] [\sin(v) g_i(v) dv] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25B)$$

Simplificando:

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [n dn f_i(u)] [\sin(v) g_i(v) dv] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25C)$$

Integrando:

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 \left[ \frac{n^2}{2} f_i(u) \right] [-\cos(v) g_i(v)] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25D)$$

Evaluando para:  $n = \sin(u)$

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 \left[ \frac{\sin^2}{2} f_i(u) \right] [-\cos(v) g_i(v)] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.25E)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para obtener la covarianza de  $(X_i, Z_i)$ , del capítulo 5:

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 \left[ \frac{\sin(b_i)^2 - \sin(a_i)^2}{2(b_i - a_i)} \right] \left[ \frac{\cos(c_i) - \cos(d_i)}{d_i - c_i} \right] - E(X_i)E(Z_i) \quad (5.28)$$

### A9. Para la covarianza de $(Y_i, Z_i)$

Para obtener la covarianza de  $(Y_i, Z_i)$ ; se integra y se evalúa la ecuación (5.26):

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \cos(v)] [\cos(u) f_i(u) g_i(v) du dv] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26)$$

Agrupando términos:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [\sin(u) \cos(u) f_i(u) du] [\cos(v) g_i(v) dv] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26A)$$

Realizando cambio de variable

$$\text{para } u: \quad n = \sin(u) \quad ; \quad dn = \cos(u)du \quad \text{y} \quad \frac{dn}{\cos(u)} = du$$

Sustituyendo:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 \left[ n \cos(u) \frac{dn}{\cos(u)} f_i(u) \right] [\cos(v) g_i(v) dv] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26B)$$

Simplificando:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \int_c^d \int_a^b L_i^2 [n dn f_i(u)] [\cos(v) g_i(v) dv] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26C)$$

Integrando:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \left[ \frac{n^2}{2} f_i(u) \right] [\sin(v) g_i(v)] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26D)$$

Evaluando para:  $n = \sin(u)$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \left[ \frac{\sin(u)^2}{2} f_i(u) \right] [\sin(v) g_i(v)] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.26E)$$

Evaluando para los límites superiores e inferiores así como sustituyendo las funciones de distribución normal; nos queda la ecuación para obtener la covarianza de  $(Y_i, Z_i)$ , como se vio en el capítulo 5:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = \frac{1}{2} L_i^2 \left[ \frac{\sin(b_i)^2 - \sin(a_i)^2}{b_i - a_i} \right] \left[ \frac{\sin(d_i) - \sin(c_i)}{d_i - c_i} \right] - E(Y_i)E(Z_i) \quad (5.29)$$

## Referencias y bibliografía

Escalera Alcocer, J.A. Potencial de Recursos no Convencionales Asociado a Plays de Aceite y Gas de Lutitas en México. Expo Forum PEMEX.

Perez Cruz, G.A. Geologic Evolution of the Burgos Basin, Northeastern Mexico. Ph. D. thesis, Rice University.

Estrada, J. Gas de Lutita en México: Planes, Potencial y Regulaciones. Analítica Energética, S.P.

Arcos, Luis., Jiménez, Alejandro., 2015, "Aspectos técnicos a considerar para una regulación de shale gas/oil en México". Tesis licenciatura. UNAM. Facultad de ingeniería.

González García, R., Holguín Quiñones, N., 1992, Las rocas generadoras de México: Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros, 42, 9-23.

Pérez Aquiahuatl, Hatziry, 2014. Evaluación del potencial del pozo A-1 del play no convencional Jurásico Superior (Formación Pimienta) en la Cuenca de Burgos. Tesis licenciatura. UNAM.Facultad de Ingeniería.

Eguiluz de Antuñano, Samuel, *Sinopsis geológica de la cuenca de Burgos, noreste de México: producción y recursos petroleros*. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Vol. 63, Núm. 2, 2011, pp. 323-332.

Echánove-Echánove, O., 1986, Geología petrolera de la Cuenca de Burgos: Boletín AMGP, v. 38, no. 1, p. 3-74.

Bruno Salvador, Ulises, *Evaluación petrolera y métodos de explotación en la cuenca de Burgos*. Tesis Licenciatura, UNAM, Facultad de Ingeniería, 2010.

Pemex Exploración Y Producción, *Provincia Petrolera Burgos*, 2010.

Oviedo Lerma, R. E., y Aguayo Camargo, J. E., 2007. Estratigrafía y sedimentología del play Oligoceno Vicksburg Inferior, Cubo Pípila 3D en la Cuenca de Burgos, Reynosa, Tamaulipas. Tesis Maestría. UNAM. Facultad de Ingeniería.

Pemex Perforación y Mantenimiento de Pozos. 2000. *Un Siglo de Perforación en México*. México: Pemex.

Inglis, T.A. 1987. *Directional Drilling*. London: Graham & Trotman.

Vázquez, A., Arellano, J. 2008. Evaluación petrolera y métodos de explotación en la Cuenca de Chicontepec. Tesis Licenciatura. UNAM. Facultad de Ingeniería.

PEMEX Guía Práctica para el Diseño de la Perforación Direccional y Control de la Desviación. 2000

PEMEX Guía Práctica para el Diseño de la Perforación Direccional y Control de la Desviación. 2000

Bourgoyne, A.T. Jr., Millheim, K.K., Chenevert, M.E. et al. 1986. *Applied Drilling Engineering*. Richardson, Texas: SPE.

Orta Pérez, Edder, 2015. *Incertidumbre en trayectorias y predicción del torque y arrastre en pozos direccionales*. Tesis de Maestría, UNAM, Facultad de Ingeniería, México, D.F

Fernández, Marcos y Romero, Jorge, 2003. *Curso básico de perforación direccional*. Asesoría y Adiestramiento.

Francisco Javier Martin Pliego y Luis Ruiz maya, "Fundamentos de probabilidad y estadística" España 2da edición, 2010

J.E. Walstrom, A.A. Brown. "An analysis of uncertainty in directional survey"; SPE-2181-pa. 1969.



J.E. Walstrom, E. Muller, Macfandler; "Evaluating uncertainty in engineering calculations" J. per. tech. 1967

Tukey. J.W. "A survey of sampling from contaminated distributions. Contributions to probability and statistics" Stanford University Press 1968

Moses Olajuwon, Ajetunmobi. "Depth Issues in the oil patch (a study of wellbore position uncertainty in the ekofisk field)" Faculty of science and technology master's thesis 2012