



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA

NADO EN FLUIDOS NO NEWTONIANOS: EFECTOS GEOMÉTRICOS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOHNNY AMADEUS PUENTE VELÁZQUEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. JOSÉ ROBERTO ZENIT CAMACHO

MÉXICO, D.F., NOVIEMBRE 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Solorio Ordaz Francisco Javier

Secretario: Dr. Méndez Lavielle Federico

Vocal: Dr. Zenit Camacho José Roberto

1er. Suplente: Dr. Vicente y Rodríguez William

2o. Suplente: Dr. Guzmán Vázquez José Enrique

La tesis se realizó en el Instituto de Investigaciones en Materiales y la Facultad de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. José Roberto Zenit Camacho

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'JRC', is written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad, por la formación que me han dado.
Es gracias a ustedes que es posible el presente trabajo.
En verdad, gracias.
Yo.*

Reconocimientos

Agradezco a Dios ser maravilloso que me dió fuerza y fe para creer en lo que me parecía lejano terminar. A mi mamá y a Jose Luis por alentarme e impulsarme toda mi vida. A mi hermano Randy y a mis hermanos de otra madre Aaron, Ariel y Rafael que nunca dejaron de creer en mi. A toda mi familia, la que conozco y la que aún no. A Job y a Gris por ser mi otra familia. A Omar, Tucuch, Arzápalo, Victor (Jaramillo), Rodrigo (cilantro), Blanca (la cochi), Itzel (la chuy), Areli (la china), Melisa (mi estimada lupe) y Magnolia (Manola) por ser los mejores amigos que he podido tener. Al Dr. Francisco Godínez por su apoyo total y amistad. Al Dr. Roberto Zenit por su confianza y la oportunidad.

Finalmente quiero agradecer al CONACYT por el apoyo económico durante los años de mi maestría y al IIM por el equipo e instalaciones, a la Facultad y a la Universidad por todo lo que aún me da.

Declaración de autenticidad

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Johnny Amadeus Puente Velázquez. MÉXICO, D.F., Noviembre 2017

Resumen

Se estudió experimentalmente el desempeño de nado, a bajo numero de Reynolds, de robots magnéticos en fluidos viscoelásticos. Se fabricaron dos configuraciones distintas de robots, cada una con diferentes características geométricas y estructurales: un robot de cola helicoidal rígida y otro de tipo asimétrico.

Los robots helicoidales constan de una cabeza cilíndrica unida a una cola helicoidal rígida. Por otro lado los robots de tipo asimétrico constan de dos esferas de distinto diámetro unidas entre sí. Con un arreglo electromecánico se genera un campo magnético rotatorio uniforme que permite activar a los robots a través del fluido controlando inalámbricamente su velocidad de giro. Las pruebas se realizaron en dos fluidos diferentes. Un fluido newtoniano de referencia y uno viscoelástico.

En particular, el objetivo de este trabajo fue estudiar el efecto que tienen la elasticidad del fluido y los factores geométricos sobre el desempeño de nado. Para el caso del robot asimétrico, se encontró una relación de radios óptima entre las esferas del robot en torno a 0.6. Para el robot de cola helicoidal, se encontró que los parámetros geométricos de la cola afectan el desempeño de nado. Entre los más importantes están el ángulo de paso y el paso, así como la longitud total de la cola. El efecto particular de cada parámetro se discute en este trabajo.

Índice general

Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XV
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	7
2. Marco teórico	9
2.1. Modelos reológicos	15
2.1.1. Modelo de Kelvin	16
2.1.2. Modelo de Maxwell	18
2.1.3. Modelo del sólido lineal estandar	18
2.1.4. Modelo de Maxwell generalizado	20
3. Diseño del experimento	23
3.1. Preparación de los fluidos	23
3.1.1. Boger	23
3.1.2. Fluido newtoniano	27
3.2. Diseño de bobina rotatoria	29
3.3. Contenedor de fluido	31
3.4. Cámara de vídeo	32
3.5. Diseño de los nadadores	33

ÍNDICE GENERAL

3.5.1. Nadador de cola helicoidal	33
3.5.2. Nadador asimétrico	36
3.6. Análisis de vídeos	38
4. Análisis de Resultados	41
4.1. Nadador de cola helicoidal rígida	41
4.1.1. Variación del ángulo de paso θ	41
4.1.2. Variaciones en el radio para un ángulo de paso θ fijo	45
4.1.3. Comparación	48
4.2. Nadador tipo asimétrico	51
5. Conclusiones	55
Bibliografía	57

Índice de figuras

1.1. Variación numérica de Reynolds para sistemas biológicos con respecto a la velocidad. (1).	2
1.2. a)Nado asimétrico. b)Nado simétrico. (2)	3
1.3. Mecanismos de nado de microorganismos. a) Flagelo flexible, b) Flagelo helicoidal rígido. Tomado de (3).	4
1.4. Efecto Weissenberg. Tomado de (4).	7
2.1. Representaciones de las leyes de a)Newton y b)Hooke.	12
2.2. Comportamiento reológico de distintos tipos de fluidos (5).	13
2.3. Comportamiento a)elástico b)viscoso y c)viscoelástico.	14
2.4. Modelos simplificados de resorte y amortiguador.	16
2.5. Modelos simplificados de resorte y amortiguador.	17
2.6. Modelos simplificados de resorte y amortiguador.	18
2.7. Modelo de sólido lineal estandar.	19
2.8. Modelo de Maxwell generalizado con 5 elementos de Maxwell en paralelo.	20
3.1. Representación del módulo complejo como combinación de dos vectores, que son los módulos elástico y viscoso.	24
3.2. Viscosidad de los fluidos de Boger 1 y Boger 2 (B1 y B2 respectivamente) como función de la rapidez de deformación.	25

ÍNDICE DE FIGURAS

3.3. Prueba oscilatoria del fluido de Boger 1. La prueba oscilatoria consiste en hacer oscilar una geometría definida a distintas frecuencias para medir las funciones viscoelásticas lineales atribuidas a las propiedades elásticas (conservativas y disipativas).	26
3.4. Prueba oscilatoria del fluido de Boger 2. La prueba consiste en hacer oscilar una geometría definida a distintas frecuencias para medir las funciones viscoelásticas lineales atribuidas a las propiedades elásticas (conservativas y disipativas).	27
3.5. Viscosidad como función de la rapidez de deformación para los fluidos Newtonianos (N1 y N2).	28
3.6. Husillo del número 2 para las pruebas.	29
3.7. (A) y (B) rodamientos de bola, (C) motor de corriente directa, (D) par de bobinas de Helmholtz, (E) arreglo de banda y polea, (F) escobillas de carbón, (G) eje hueco (6).	30
3.8. Campo magnético a lo largo del eje de rotación de las bobinas (6).	31
3.9. Vista frontal de la pecera llena de fluido y con un nadador en su interior.	32
3.10. Posición de la cámara de vídeo durante el experimento.	33
3.11. Nadador de cola helicoidal rígida y sus parámetros geométricos.	34
3.12. Helicoides utilizados. De arriba hacia abajo D_1 , D_2 , D_3 , D_2 R_1 y D_2 R_3	35
3.13. Nadador de cola helicoidal bajo el efecto del campo magnético. Las líneas de campo de la bobina se denotan con B_{HC} , y las correspondientes a las líneas del imán con B_m . ω representa la velocidad de giro del robot que resulta estar en sincronía con la velocidad de giro de la bobina.	36
3.14. Robot de tipo asimétrico bajo la acción del campo magnético externo.	38
3.15. Pasos para el análisis de vídeo.	40
4.1. Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina. Los símbolos sólidos son para el nado en el fluido de Boger y los huecos para el fluido Newtoniano.	43

4.2. Velocidades de nado en el fluido de Boger adimensionalizadas con respecto a las velocidades en el fluido Newtoniano para los nadadores D_1 , D_2 y D_3 manteniendo un ángulo de paso θ constante.	44
4.3. Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina. Los símbolos sólidos son para el nado en el fluido de Boger y los huecos para el fluido Newtoniano.	46
4.4. Velocidades de nado en el fluido de Boger adimensionalizadas con respecto a las velocidades en el fluido Newtoniano para los nadadores D_2 , $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$	47
4.5. Velocidad de nado adimensionalizada contra número de Déborah para todos los nadadores de tipo helicoidal manteniendo un ángulo de paso θ constante.	49
4.6. Velocidad de nado adimensionalizada contra $De(R/\lambda)^2$ para todos los nadadores de tipo helicoidal.	50
4.7. Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina, para todos los nadadores de tipo asimétrico con $r^* = 0$ (\bullet), $r^* = 1$ (\blacklozenge), $r^* = 0.27$ (\blackstar), $r^* = 0.64$ (\blacksquare), $r^* = 0.82$ (\blacktriangledown). Por visibilidad, se incluyen únicamente los valores para el fluido de Boger, los valores de velocidad en el fluido Newtoniano se encuentran todos cercanos a cero.	52
4.8. Velocidad promedio adimensionalizada como función para las relaciones de radio r^* . Los símbolos representan el valor promedio de tres series experimentales y los límites de las barras de error el valor de la desviación estandar (cuanto se alejan los datos del promedio).	53
4.9. Velocidad promedio adimensionalizada como función para las relaciones de radio r^*	54

Índice de tablas

1.1. Resultados obtenidos en distintas investigaciones sobre el efecto de la elasticidad del fluido sobre la propulsión.	5
3.1. Propiedades de los fluidos considerados en este estudio: Newtoniano 1 (N1), Newtoniano 2 (N2), Boger 1 (B1) y Boger 2 (B2)	24
3.2. Parámetros de diseño del sistema electro-mecánico	29
3.3. Valores de los parámetros geométricos del nadador de cola helicoidal rígida.	36
3.4. Parámetros geométricos, nadadores tipo asimétrico.	37

Introducción

La propulsión se define como el movimiento generado a partir de una fuerza que empuja ó da impulso. Cuando este movimiento se produce ya sea a muy bajas velocidades o en un medio altamente viscoso, nos encontramos en un régimen de movimiento caracterizado por un bajo número de Reynolds, Re . El número de Reynolds (Re) es un número adimensional que compara la magnitud de las fuerzas inerciales (fuerzas requeridas para acelerar masas) con las fuerzas viscosas (fuerzas debidas al esfuerzo de corte viscoso). Se define como:

$$Re = \frac{\rho V L}{\eta}$$

donde V es una velocidad característica, L una longitud característica; ρ la densidad y η la viscosidad dinámica del fluido, respectivamente. Existen varias opciones para calcular el número de Reynolds; se puede por ejemplo considerar como longitud característica el tamaño del nadador y como velocidad característica el promedio de su velocidad de nado. El estudio de la vida a bajo número de Re ha atraído atención considerable desde hace algunas décadas (3, 7, 8, 9), centrandose principalmente en tratar de entender cómo este movimiento afecta procesos biológicos tales como la reproducción humana o la infección bacteriana (10). Debido a las características del movimiento, los organismos que se propulsan en el rango considerado bajo número de Re (menores a 10^{-2} para este trabajo), son en su mayoría microorganismos. Para tener una idea de la implicación de los valores del número de Reynolds, se puede observar que la diferencia que existe entre el nado de microorganismos y el de los animales marinos más grandes,

1. INTRODUCCIÓN

como las ballenas, es de unos 12 órdenes de magnitud (ver figura 1.1).

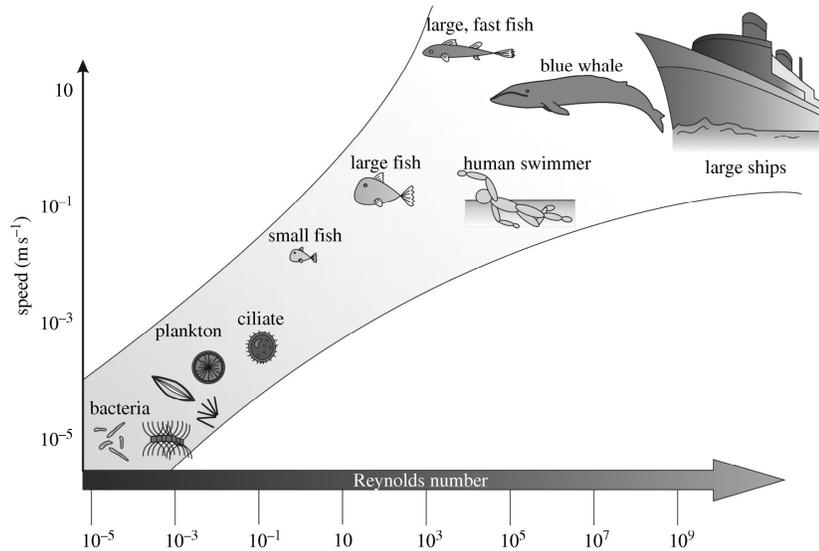


Figura 1.1: Variación numérica de Reynolds para sistemas biológicos con respecto a la velocidad. (1).

A bajo número de Reynolds, la ausencia de inercia juega un papel importante en el movimiento de los microorganismos. En un flujo de un fluido newtoniano, el teorema de la almeja (3) restringe los tipos de estrategia útiles para la propulsión a escala microscópica. Este teorema establece que los movimientos simétricos (reversibles temporalmente) son incapaces de lograr una propulsión neta (ver figura 1.2). Es entonces necesario que estos movimientos sean asimétricos, es decir, que luego de alcanzar una cierta configuración, el camino hacia el estado inicial no sea descrito por la misma secuencia de configuraciones. Para conseguir esto, los microorganismos han evolucionado y desarrollado diferentes estrategias. Estas estrategias incluyen por ejemplo la rotación de flagelos helicoidales rígidos (bacteria E.Coli), flagelos flexibles (espermatozoides) y cilios (figura 1.3).

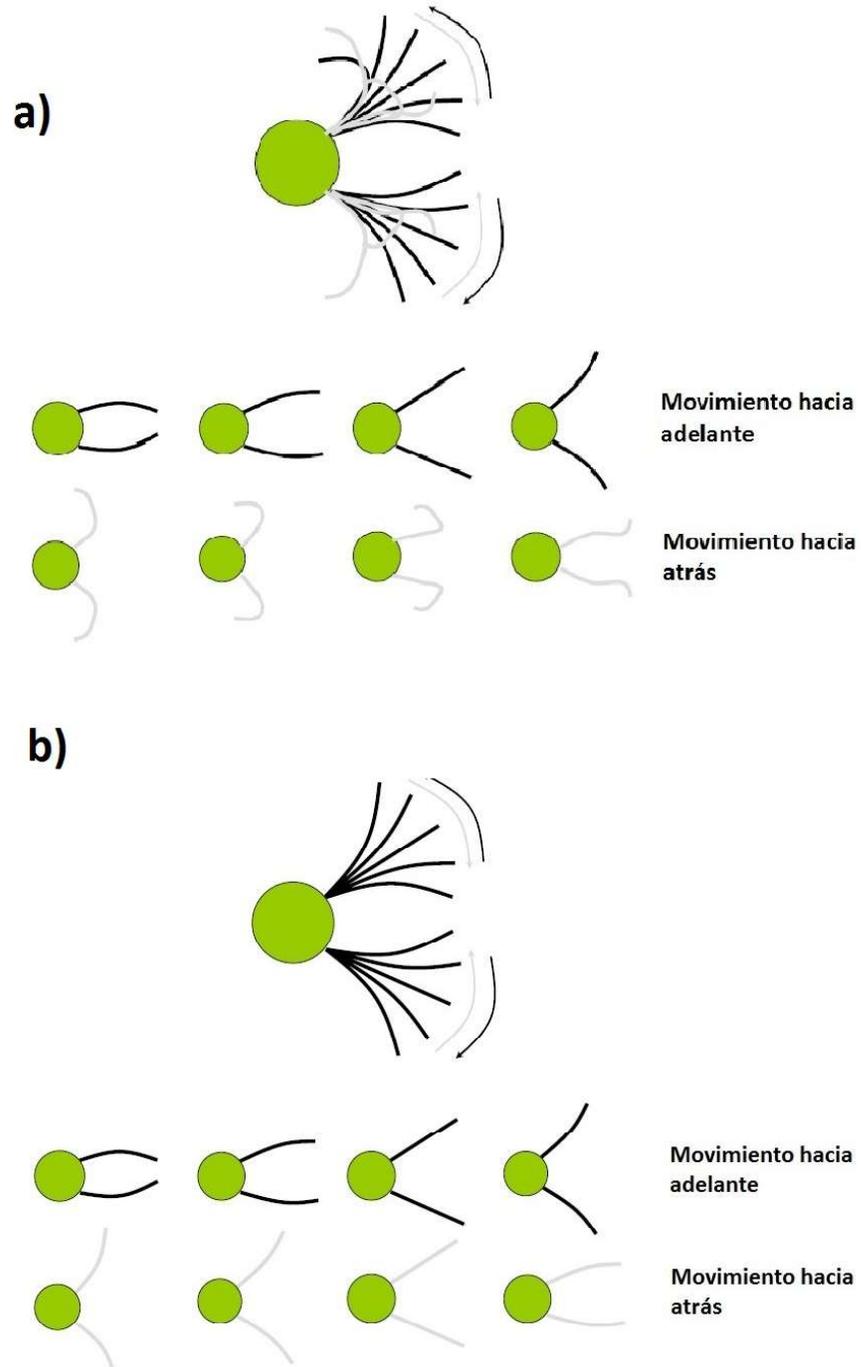


Figura 1.2: a)Nado asimétrico. b)Nado simétrico. (2)

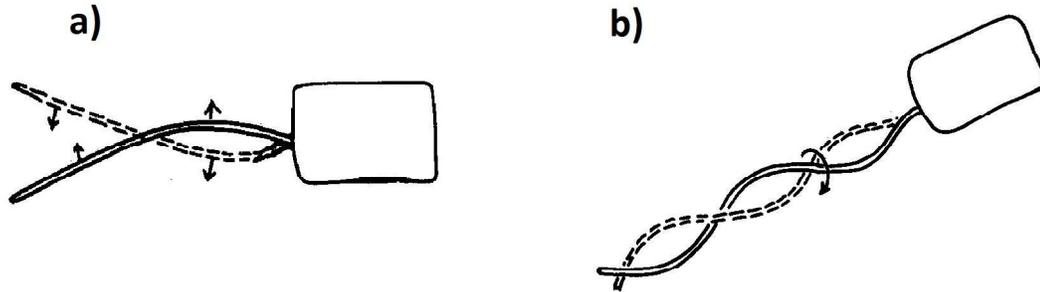


Figura 1.3: Mecanismos de nado de microorganismos. a) Flagelo flexible, b) Flagelo helicoidal rígido. Tomado de (3).

La física de la locomoción a esta escala, está relativamente bien entendida en fluidos newtonianos (3, 7, 8, 9), lo cual ha permitido, además de mejorar la comprensión que se tiene de los procesos biológicos, el progreso en el diseño de microrobots para futuras posibles aplicaciones biomédicas (9). Estos microrobots podrían permitir un acceso mínimamente invasivo al cuerpo humano en regiones difíciles de alcanzar (11). Tienen, el potencial para ser usados en un amplio rango de aplicaciones incluyendo:

- Terapia localizada: se pueden utilizar para la distribución localizada de productos químicos y sustancias biológicas.
- Remoción de material: se pueden utilizar para eliminar material por medios mecánicos. Si el robot es relativamente grande, puede ser posible diseñar herramientas especializadas para llevar a cabo la tarea. Para robots más pequeños, el robot por sí mismo será la herramienta.
- Estructuras controlables: Los robots pueden actuar como estructuras estáticas simples cuyas posiciones son controlables. Ejemplos de estas estructuras son los andamios, endoprótesis y oclusiones.
- Telemetría: Los robots se pueden utilizar para transmitir desde una ubicación específica, la información que de otro modo sería difícil o imposible de obtener.

Sin embargo, la mayoría de los microorganismos y microrobots, se desenvuelven

Viscoelasticidad en el medio	
Incrementa la velocidad	Disminuye la velocidad
Teran, et al. (2010)	Lauga, E. (2007)
Espinosa-García, et al. (2013)	Fu, et al. (2007)
	Fu, et al. (2009)
Shen, et al (2011)	
Liu, et al. (2011)	
Godinez, et al. (2015)	

Tabla 1.1: Resultados obtenidos en distintas investigaciones sobre el efecto de la elasticidad del fluido sobre la propulsión.

en ambientes fluidos sumamente complejos (e.g. espermatozoides en el moco cervical viscoelástico (8), cilios en la capa de moco a lo largo del tracto respiratorio humano (12, 13, 14, 15, 16), entre otros). Sorprendentemente, el entendimiento de la física en esta clase de flujos no newtonianos es pobre. Para el caso de fluidos viscoelásticos, física y matemáticamente, la presencia de esfuerzos poliméricos implica que las propiedades asociadas a la ausencia de inercia que se presentan en un fluido newtoniano dejan de ser válidas. En particular, la reversibilidad cinemática y la linealidad de las ecuaciones de flujo. Como resultado se manifiestan efectos no newtonianos como relajación de esfuerzos (17), diferencia de esfuerzos normales (18) y viscosidad dependiente de la velocidad de corte (19). Estudios del tema se han realizado con diferentes geometrías y fluidos. Están documentados por ejemplo, un nadador hecho de tres esferas (20), un nadador con una cola híbrida (una parte de filamento flexible y una parte helicoidal rígida)(21), un nadador de cola flexible (22), por citar algunos. Algunos trabajos se han dedicado a investigar la forma de la cola y las trayectorias del movimiento de microorganismos en fluidos complejos (23, 24). Los resultados de estas investigaciones han desatado una discusión que se resume bien en la siguiente pregunta, para la cual no hay aún una respuesta contundente (ver tabla 1.1).

¿La elasticidad del fluido ayuda o entorpece la propulsión a escala microscópica?

Además de los resultados de la tabla 1.1, otros experimentos demostraron que el

1. INTRODUCCIÓN

movimiento simétrico, incapaz de producir movimiento en un fluido newtoniano, puede producir locomoción en un fluido con propiedades elásticas (25, 26). En fluidos complejos, como aquellos con propiedades elásticas, las diferencias de esfuerzo normales son las responsables de la presencia de varios de los efectos no newtonianos (12, 17, 18). Uno importante es el efecto Weissenberg que afecta aplicaciones como el mezclado o la extrusión de polímeros (ver figura 1.4). Pack et. al (27) explica que en un flujo cortante puro con un número de Reynolds (Re) y una velocidad de corte $\dot{\gamma}$ arbitrarios, suponiendo que el flujo es en la dirección x , que la velocidad varía en la dirección y y que la dirección z es la dirección neutral, el primer y segundo coeficientes de esfuerzo normal se definen como $\Psi_1 = \frac{\tau_{xx} - \tau_{yy}}{\dot{\gamma}^2}$ y $\Psi_2 = \frac{\tau_{yy} - \tau_{zz}}{\dot{\gamma}^2}$ respectivamente, donde τ_{ij} son los componentes del tensor de esfuerzos desviatorio. En un flujo newtoniano, no hay diferencia de esfuerzos normales ($\Psi_1 = \Psi_2 = 0$) mientras que para un fluido viscoelástico, típicamente resulta que $\Psi_1 > 0$ y $\Psi_2 < 0$. Usualmente, la magnitud del segundo esfuerzo normal es despreciable comparada con la del primero. La existencia del primer esfuerzo normal puede apreciarse en un flujo de superficie libre impulsado por gravedad, en un fluido no newtoniano aparece un menisco convexo debido a la presencia del segundo esfuerzo normal, mientras que en el newtoniano la superficie se mantiene plana (28).

Para la presente tesis se construyeron diferentes tipos de robots magnéticos y se realizaron pruebas para investigar la influencia que tienen los parámetros geométricos en el caso de los nadadores de cola helicoidal rígida así como la elasticidad del fluido en la propulsión. Además se experimenta con un diseño tipo asimétrico, capaz de aprovechar la presencia de la diferencia de esfuerzos normales para propulsarse en un fluido con propiedades elásticas. El hecho de que el movimiento del nadador asimétrico sea nulo en un ambiente newtoniano puede ser usado para inferir las diferencias de esfuerzos normales en fluidos no newtonianos y con ello las propiedades reológicas de un fluido (microreología (27)).



Figura 1.4: Efecto Weissenberg. Tomado de (4).

1.1. Objetivos

Los objetivos de este trabajo se dividen en un objetivo general y tres objetivos particulares.

Como objetivo general se tiene:

- Estudiar el efecto de la elasticidad del fluido en el desempeño de nado de los robots magnéticos de cola helicoidal rígida y tipo asimétrico.

Como objetivos particulares se tienen:

- Estudiar el efecto de variaciones en los parámetros geométricos de la cola, sobre el desempeño de nado del nadador de cola helicoidal rígida.

1. INTRODUCCIÓN

- Estudiar el efecto de la relación de los radios de las esferas en la propulsión de un robot asimétrico.
- Establecer una configuración de nado óptima para ambos tipos de nadadores.

Este trabajo está estructurado de la siguiente forma:

Los conceptos y definiciones utilizados son introducidos en el capítulo 2. En el capítulo 3 se describe el arreglo experimental con el que se llevan a cabo los experimentos. Se incluyen, la manufactura de los nadadores, la elaboración de los fluidos, el contenedor donde nadan, el sistema electromecánico que produce la propulsión de los robots y la cámara de vídeo (además de la descripción del análisis de los vídeos con el software Tracker). Posteriormente en el capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos y la interpretación de los mismos. Se describe de forma detallada lo observado con apoyo de imágenes y gráficas de los experimentos realizados. Finalmente, las conclusiones del trabajo y algunas recomendaciones para realizar experimentos en condiciones similares se exponen en el capítulo 5.

Marco teórico

Todos los seres vivos son capaces de moverse, sin embargo no todos se desplazan. El desplazamiento involucra un cambio de posición dentro un marco de referencia, mientras que el movimiento puede darse en el mismo lugar, como en el caso de las plantas. Estas últimas por ejemplo, tienen movimientos como los tropismos, las nastias, y los seguimientos solares. En los organismos que se desplazan, podemos distinguir tres mecanismos generales mediante los cuales logran el desplazamiento: nado, vuelo y carrera. El caso de interés para el presente trabajo es el nado. Para que exista el nado, el organismo en cuestión debe moverse a través de su entorno desplazando el fluido circundante. En el movimiento de un cuerpo dentro de un fluido, intervienen distintos factores, tales como la inercia del cuerpo que se mueve y la viscosidad del fluido. La definición de estos dos factores es como sigue:

a) Inercia

La primera ley de Newton, expone que todo cuerpo mantiene su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos de que una fuerza externa actúe sobre él (29). A un cuerpo con gran inercia, le resulta difícil iniciar o detener su movimiento. Un cuerpo con poca inercia, por otro lado, puede iniciar y detener su movimiento fácilmente cuando se encuentra sometido a la acción de una fuerza (3).

b) Viscosidad

2. MARCO TEÓRICO

Es la capacidad que tienen los fluidos para ofrecer resistencia a fluir bajo la acción de una fuerza externa (30). Para un cuerpo nadando en un medio fluido se puede decir que la inercia trata de mantener al objeto en movimiento, mientras que la viscosidad intenta detenerlo.

El número de Reynolds es grande si las fuerzas inerciales (numerador) son más grandes que las fuerzas viscosas (denominador); en caso contrario será pequeño. Por otro lado, el movimiento de los fluidos es descrito por un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales, no lineales llamadas ecuaciones de Navier-Stokes, que para el caso newtoniano son:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.1)$$

donde:

- ρ : densidad del fluido.
- \mathbf{u} : velocidad del objeto moviéndose a través del fluido.
- μ : viscosidad dinámica del fluido.
- P : presión.

A bajo número de Reynolds, el flujo es reversible y por lo tanto independiente del tiempo. El patrón de movimiento es el mismo independientemente de si los movimientos se realizan rápido o lento de modo que los términos inerciales pueden ser despreciados (3). Con estas consideraciones la ecuación 2.1 se reduce a:

$$-\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} = 0 \quad (2.2)$$

La ecuación 2.2, conocida como ecuación de Stokes, gobierna el movimiento de los fluidos a bajo número de Reynolds. Es una ecuación instantánea, lineal y reversible en el tiempo.

El estudio de la deformación y el flujo de materiales sometidos a fuerzas externas, se conoce como Reología. La reología, en concreto, analiza la relación existente entre

las variables de esfuerzo (τ), deformación (γ), tasa de deformación ($\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$) y tiempo (t). La tasa de deformación es una magnitud que mide el cambio de deformación con respecto al tiempo. Dependiendo de la relación entre estas variables, los materiales presentarán un comportamiento reológico determinado. La caracterización reológica de un material, permite determinar como fluye en distintas condiciones.

La deformación de un fluido en un tiempo dado puede describirse mediante un tensor de deformación (ver 2.3). Este tensor representa los cambios relativos de un elemento cúbico infinitesimal al ser deformado respecto de su posición original(31).

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

De la misma forma que la deformación, el esfuerzo al que se encuentra sometido un cuerpo se puede especificar mediante un tensor de esfuerzo (2.4).

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

La teoría clásica de la elasticidad describe las propiedades mecánicas de los sólidos elásticos de acuerdo con la ley de Hooke, es decir, *"...la deformación conseguida es directamente proporcional al esfuerzo aplicado"* (ver figura 2.1.a).

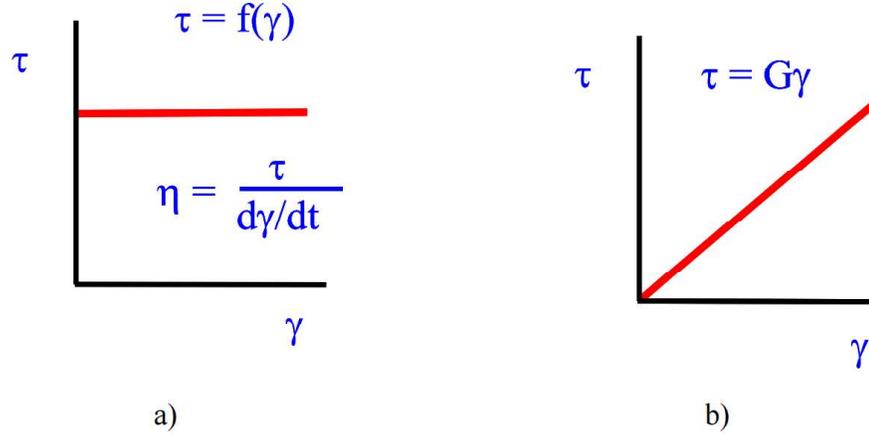


Figura 2.1: Representaciones de las leyes de a)Newton y b)Hooke.

En la naturaleza, existen muy variados tipos de fluidos. Desde el punto de vista de la reología, los fluidos más sencillos son los newtonianos. Un fluido newtoniano es aquél cuya viscosidad es constante en el tiempo y cuyo comportamiento sigue la ley de Newton. Ésta establece que: “*El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad o velocidad de corte*”(32). Es decir:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{dv_x}{dy} \quad (2.5)$$

donde:

- τ_{xy} es el esfuerzo tangencial ejercido en un punto del fluido, se mide en $[Pa]$.
- μ es la viscosidad dinámica del fluido, se mide en $[Pa \cdot s]$.
- $\frac{dv_x}{dy}$ es el gradiente de velocidad perpendicular a la dirección del plano en el que estamos calculando el esfuerzo tangencial, se mide en $[s^{-1}]$.

Por definición, cualquier fluido que no sigue la ec. 2.5 es un fluido no Newtoniano. Como ejemplo, el aire, el agua, el vapor de agua, los gases y la mayoría de fluidos constituidos por moléculas sencillas son newtonianos. Las suspensiones densas, lodos, emulsiones, soluciones de polímeros de cadena larga, fluidos biológicos, alimentos líquidos,

pinturas, suspensiones de arcillas y mezclas de hormigón son, en general, no newtonianos (33). Lo anterior se ejemplifica en la figura 2.2 en donde podemos apreciar como un fluido Newtoniano mantiene una viscosidad constante al variar la velocidad de corte, a diferencia de los fluidos dilatantes, pseudoplásticos y plásticos (no newtonianos).

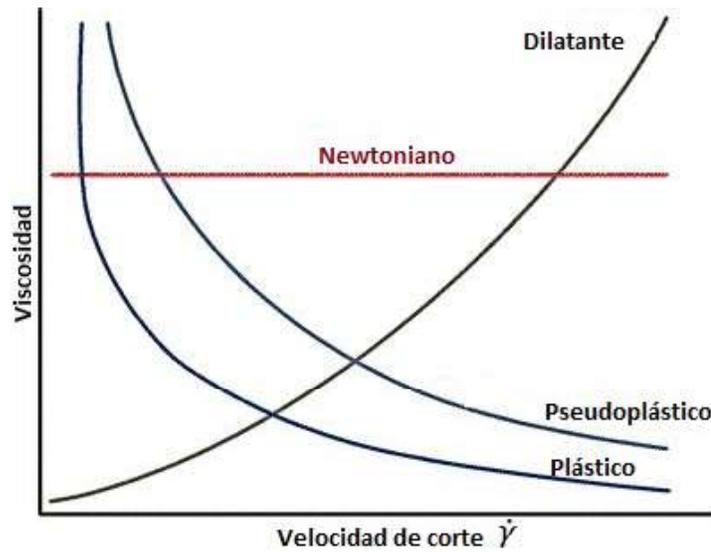


Figura 2.2: Comportamiento reológico de distintos tipos de fluidos (5).

A pesar de ser aproximaciones idealizadas, el comportamiento de muchos sólidos y líquidos se aproxima a la ley de Hooke (comportamiento elástico) y a la ley de viscosidad de Newton (comportamiento viscoso) para el caso de deformaciones y velocidades de deformación infinitesimales. De esta forma si se aplica un esfuerzo sobre un sólido elástico éste se deforma (figura 2.3.a) hasta que la fuerza cesa y la deformación vuelve a su valor inicial. Por otra parte, si un esfuerzo es aplicado sobre un fluido viscoso (figura 2.3.b) éste se deforma, pero no recupera su estado original cuando se elimina el esfuerzo. Un comportamiento intermedio es el comportamiento viscoelástico (figura 2.3.c), en el que el cuerpo sobre el que se aplica el esfuerzo recupera parte de la deformación aplicada.

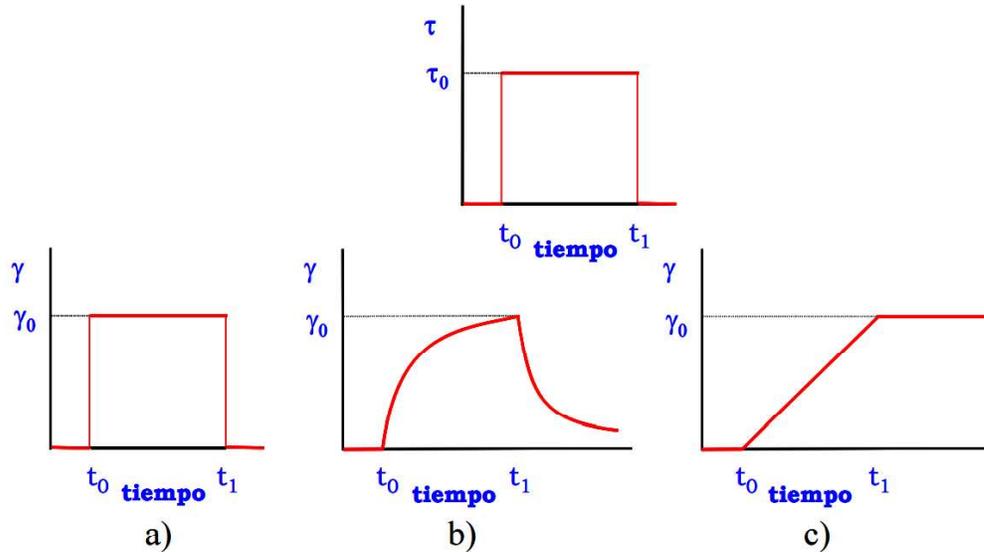


Figura 2.3: Comportamiento a)elástico b)viscoso y c)viscoelástico.

Para comprender el comportamiento reológico de un material es necesario definir unos tiempos característicos del material o del experimento realizado. De la relación existente entre esos tiempos se derivará el comportamiento. Estos tiempos son el tiempo de relajación (λ) y el tiempo experimental (t_E):

- a) Tiempo de relajación (λ): Cuando el material se somete a deformaciones pueden aparecer tensiones internas debido a un cambio de posición u orientación de las moléculas en el seno del fluido, aun cuando no se produzca un cambio de estructura; dichas tensiones necesitan un cierto tiempo para desaparecer. Este tiempo, llamado tiempo de relajación, es también característico del material y mide el tiempo que requiere un material para adaptarse a la deformación.
- b) Tiempo experimental (t_E): Es el tiempo de observación del ensayo.

El comportamiento de un material depende del tiempo experimental o de observación y de su relación con los tiempos característicos del material. Un parámetro utilizado para caracterizar los materiales de acuerdo a su comportamiento elástico/viscoso/viscoelástico es el número de Deborah (nombre que procede del antiguo testamento de la

Biblia, según la cual “las montañas fluirían delante del Señor”). El número se define como:

$$De = \frac{\lambda}{t_E} \quad (2.6)$$

Podemos distinguir tres casos:

1. $De \ll 1$. El tiempo de relajación es muy pequeño comparado con el tiempo experimental. El material no presenta elasticidad, y tiene únicamente comportamiento viscoso. La reología del sistema para esfuerzos pequeños queda totalmente caracterizada por la ley de viscosidad de Newton.
2. $De \gg 1$. El tiempo de relajación es mucho mayor que el tiempo de observación y por lo tanto, el material no tiene tiempo de relajarse, de modo que no fluirá. El material presenta únicamente comportamiento elástico.
3. $De \approx 1$. El tiempo de relajación y el tiempo de observación son muy similares. El material presentará un comportamiento intermedio, denominado viscoelástico. Al no haber cambio de las propiedades, la respuesta del material es independiente del esfuerzo al que se le somete y, por tanto, presenta viscoelasticidad lineal. Para describir la reología del sistema se introducen ecuaciones que tienen en cuenta simultáneamente la viscosidad y la elasticidad.

2.1. Modelos reológicos

Los fenómenos de fluencia y relajación, los cuales son fundamentales no pueden modelarse con leyes constitutivas elásticas. Una de las motivaciones para el desarrollo de la viscoelasticidad es la formulación de modelos que puedan reproducir estos dos fenómenos. Para acercarse a estos modelos se emplean los llamados modelos reológicos, que son sistemas mecánicos elementales que capturan los distintos tipos de comportamientos, a partir de una combinación de resortes y amortiguadores. Como se menciona

2. MARCO TEÓRICO

anteriormente, si la deformación y la velocidad de deformación son infinitesimales y la relación esfuerzo-deformación, puede ser descrita por ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes, se tiene un comportamiento viscoelástico lineal.

En la Figura 2.4 se muestran los dos elementos básicos que se emplean para describir la viscoelasticidad. El resorte es el elemento elástico básico. Cuando se somete a tensión sufre una deformación cuyo valor es $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, siendo E la constante de rigidez del resorte. Por otro lado, el amortiguador es un elemento cuya tensión ($\sigma = \eta \dot{\varepsilon}$) es proporcional a la tasa de deformación ($\dot{\varepsilon}$). La relación es $\sigma = \eta \dot{\varepsilon}$.

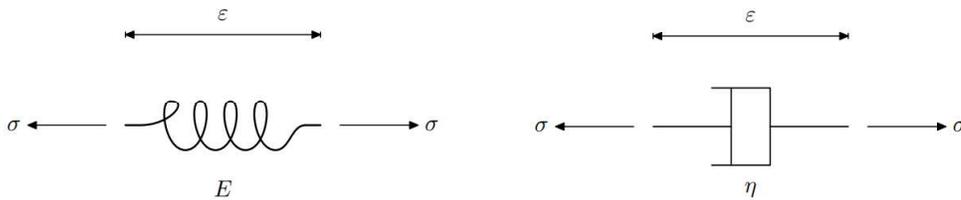


Figura 2.4: Modelos simplificados de resorte y amortiguador.

2.1.1. Modelo de Kelvin

Para el fenómeno de fluencia, se emplea un modelo reológico compuesto por un resorte y un amortiguador colocados en paralelo, conocido con el nombre de modelo de Kelvin o Kelvin-Voigt (ver figura 2.5).

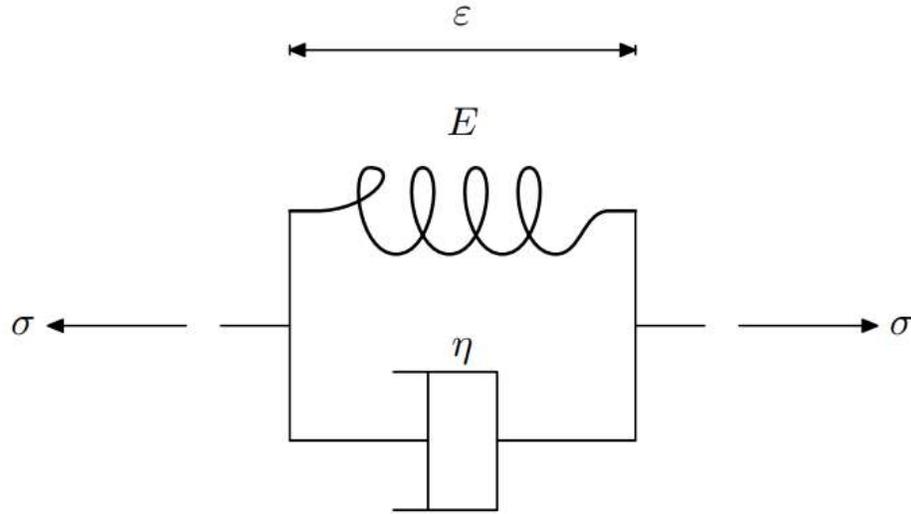


Figura 2.5: Modelos simplificados de resorte y amortiguador.

Cuando un elemento de Kelvin se somete a tensión $\sigma(t) = \bar{\sigma}$, ésta se reparte entre el resorte y el amortiguador de forma que se verifica en todo instante que

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t)$$

Si además se sabe que la deformación del elemento en el instante $t = 0$ es nula, se puede integrar la ecuación diferencial anterior y obtener la deformación en todo instante:

$$E\varepsilon(t) = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t} \right)$$

Definiendo el tiempo de relajación del elemento como $\tau = \frac{\eta}{E}$, entonces se puede escribir de forma alternativa

$$E\varepsilon(t) = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Esta ecuación expresa que en el tiempo inicial la deformación es nula y que la misma aumenta hasta alcanzar un valor asintótico $\varepsilon_{\infty} = \frac{\bar{\sigma}}{E}$. En ese momento toda la tensión la soporta el resorte y el amortiguador permanece descargado pues la velocidad de deformación tiende a cero.

2.1.2. Modelo de Maxwell

Otro fenómeno propio de los materiales viscoelásticos es la relajación, que consiste en la “reducción” del estado tensional cuando se somete a una deformación constante. Este comportamiento es representado por un elemento de Maxwell, que combina un resorte y un amortiguador en serie (ver figura 2.6).

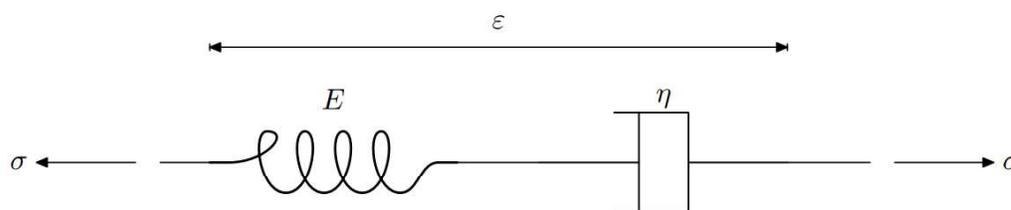


Figura 2.6: Modelos simplificados de resorte y amortiguador.

Cuando se somete a tensión a un elemento de Maxwell, la tensión la reciben tanto el resorte como el amortiguador. La deformación del elemento resulta de las contribuciones de ambos modelos elementales pudiéndose escribir: Para calcular la relajación del elemento de Maxwell se somete al elemento a una deformación $\epsilon(t) = \bar{\epsilon}$ constante y se calcula el valor de la tensión en el tiempo resolviendo la siguiente ecuación diferencial lineal.

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E}(t) + \frac{\sigma(t)}{\eta}$$

con la condición inicial $\sigma(0) = E\bar{\epsilon}$, la solución es:

$$\sigma(t) = E\bar{\epsilon}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2.1.3. Modelo del sólido lineal estandar

Los modelos simples, tanto de Kelvin como de Maxwell, no son suficientes en la mayoría de los casos prácticos para representar con precisión el comportamiento real de sólidos o fluidos, razón por la que se han propuesto modelos un poco más complejos,

tal es el caso del sólido lineal estándar. El modelo del sólido lineal estándar combina un elemento de Maxwell en paralelo con un resorte, como se indica en la figura 2.7 (también se puede definir un sólido lineal distinto con un elemento de Kelvin en serie con un resorte).

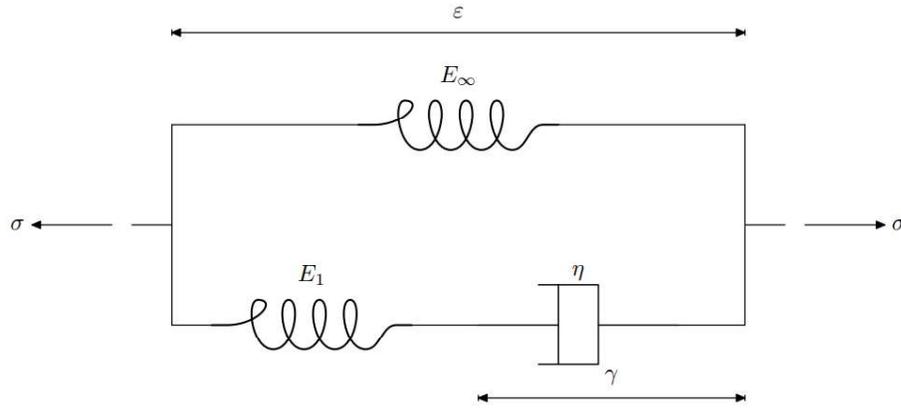


Figura 2.7: Modelo de sólido lineal estándar.

En este caso la tensión se reparte entre las dos ramas del elemento y la deformación entre los dos componentes del elemento de Maxwell. Se obtiene la ecuación diferencial que describe el comportamiento del sólido estándar:

$$\dot{\sigma}(t) \frac{E_1}{\eta} \sigma(t) = (E_1 + E_\infty) \dot{\epsilon} + \frac{E_1 E_\infty}{\eta} \epsilon(t)$$

Definiendo el tiempo de relajación $\tau = \frac{\eta}{E_1}$ la relación anterior se puede expresar como:

$$\dot{\sigma}(t) \frac{\sigma(t)}{\tau} = (E_1 + E_\infty) \dot{\epsilon} + \frac{E_1 E_\infty}{\tau} \epsilon(t)$$

A partir de la ecuación diferencial anterior se calculan los módulos de fluencia y relajación. Si la tensión aplicada sobre es $\sigma(t) = \bar{\sigma}$ y la deformación inicial $\epsilon(0) = \frac{\bar{\sigma}}{E_1 + E_\infty}$ se encuentra que

$$\epsilon(t) = \frac{1}{E_\infty} \left(1 - \frac{E_1}{E_1 + E_\infty} e^{-\frac{E_\infty}{E_1 + E_\infty} \frac{t}{\tau}} \right)$$

2. MARCO TEÓRICO

y el módulo de fluencia $F(t) = \varepsilon(t)/\bar{\sigma}$ es

$$F(t) = \frac{\bar{\sigma}}{E_{\infty}} \left(1 - \frac{E_1}{E_1 + E_{\infty}} e^{-\frac{E_{\infty}}{E_1 + E_{\infty}} \frac{t}{\tau}} \right)$$

El módulo relajación se obtiene sometiendo el elemento a una deformación constante $\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}$ y con un valor de $\sigma(0) = (E_1 + E_{\infty})\bar{\varepsilon}$ que permite obtener

$$R(t) = E_{\infty} + E_1 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2.1.4. Modelo de Maxwell generalizado

Al generalizar el modelo del sólido estándar, aumenta la cantidad de elementos de Maxwell, como en la figura 2.8.

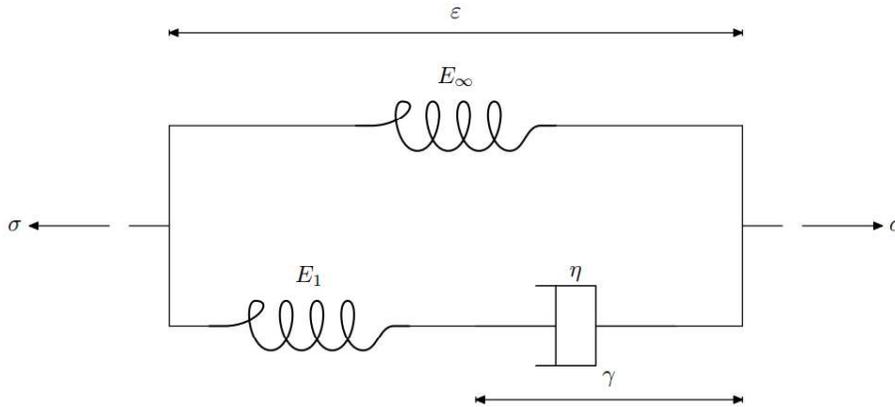


Figura 2.8: Modelo de Maxwell generalizado con 5 elementos de Maxwell en paralelo.

Al aumentar el número de elementos de Maxwell, se tiene un mayor número de tiempos de relajación característicos

$$\tau_k = \frac{\eta_k}{E_k}$$

y el módulo de relajación queda

$$R(t) = E_{\infty} + \sum_{k=1}^K E_k e^{-\frac{t}{\tau_k}}$$

donde K es el número de elementos de Maxwell en paralelo. El nombre de este modelo es modelo de Maxwell generalizado.

En general, el valor de las rigideces E_1, E_k y de los tiempos de relajación τ_k de cada elemento se escogen de forma que la función de relajación $R(t)$ se ajuste a los valores experimentales.

Diseño del experimento

En esta sección se detalla todo lo relativo a los experimentos realizados, tal como los tipos de fluidos, los robots con los que se llevaron a cabo los experimentos, el espacio en el que nadan, y el arreglo mecánico-eléctrico que genera el movimiento.

3.1. Preparación de los fluidos

Se realizaron dos campañas experimentales. Una para los robots de cola helicoidal y otra para los robots de tipo asimétrico. Para cada campaña se prepararon dos tipos de fluidos: un fluido newtoniano y un fluido de Boger. Ambos fluidos son mezclas a base de agua y miel. A continuación, se describe la elaboración de cada uno.

3.1.1. Boger

Este fluido es una mezcla a base de miel comercial (marca Karo) y agua. Para conferirle la elasticidad al fluido, se agrega una pequeña cantidad de poliacrilamida (Separan AP30). Esto da como resultado un fluido de viscosidad prácticamente constante y tiempo de relajación finito (34). En la tabla 3.1 se muestran las propiedades de los fluidos de Boger (B1 y B2) (composición, densidad, viscosidad y tiempo de relación). La densidad, ρ , se mide con un picnómetro (Simax, 10 ml). Las propiedades reológicas se obtienen usando un reómetro en configuración como plato. Pruebas estacionarios y oscilatorios se hicieron para lograr medir la viscosidad, μ , y los módulos de almacenamiento $G'(\omega)$ y de pérdida $G''(\omega)$. El módulo almacenamiento está asociado con la

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

energía almacenada en el material mientras que el módulo de pérdida, éste es asociado con la energía disipada por el material. El módulo de almacenamiento es el cociente entre el esfuerzo que está en fase con la deformación y la deformación. El módulo de pérdidas es el cociente entre el esfuerzo que está desfasado $\pi/2$ con la deformación y la deformación. El módulo complejo G^* es el módulo del vector resultante de la suma de los módulos de almacenamiento y pérdida (ver figura 3.1).

Fluido	Composición(G/A/PaaM, %)	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pas)$	$\lambda(s)$
N1	89/11/0	1368	1.01	-
B1	84.96/15/0.04	1340	1.01	2.8
N2	89/11/0	1385	1.64	-
B2	84.96/15/0.04	1366	1.64	1.63

Composición: Glucosa (G), agua (A), poliacrilamida (PaaM)

Tabla 3.1: Propiedades de los fluidos considerados en este estudio: Newtoniano 1 (N1), Newtoniano 2 (N2), Boger 1 (B1) y Boger 2 (B2)

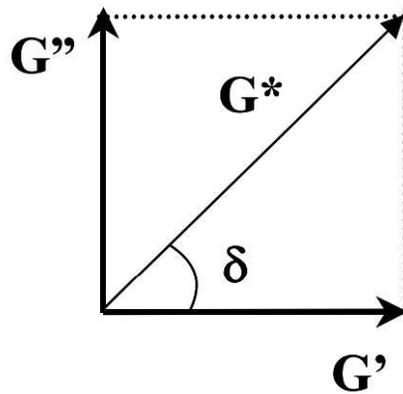


Figura 3.1: Representación del módulo complejo como combinación de dos vectores, que son los módulos elástico y viscoso. .

En las figura 3.2, se muestran los valores de viscosidad medidos para los fluidos de Boger, en donde se puede apreciar que la viscosidad es prácticamente independiente de la velocidad de deformación.

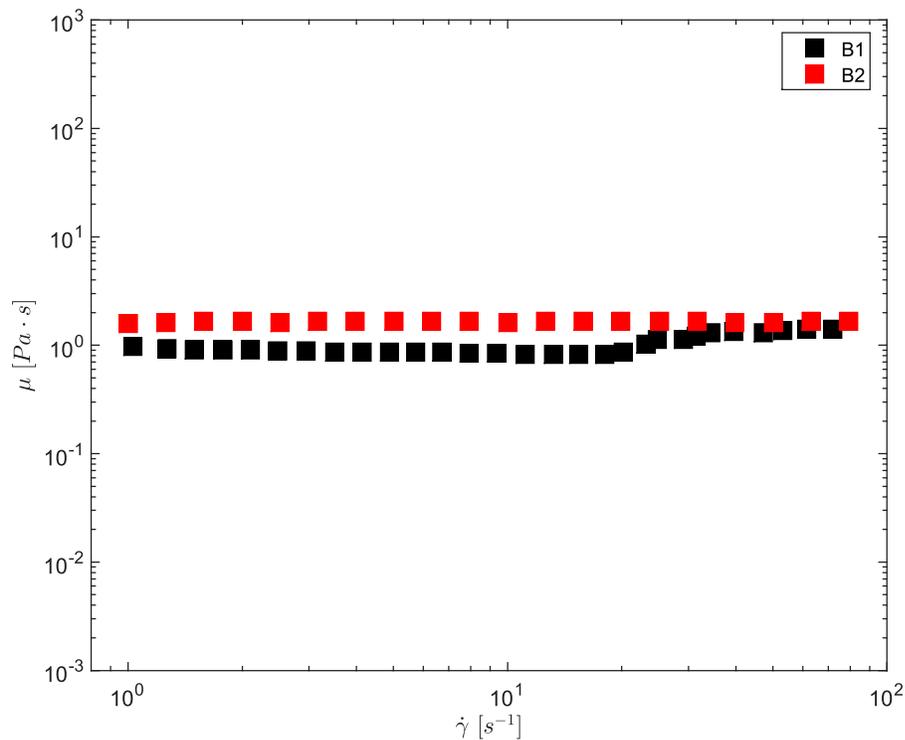


Figura 3.2: Viscosidad de los fluidos de Boger 1 y Boger 2 (B1 y B2 respectivamente) como función de la rapidez de deformación.

El tiempo de relajamiento se calcula de forma diferente para cada fluido:

- Fluido B1: En la gráfica 3.3, se observa que las curvas de los módulos de almacenamiento (G') y de pérdida (G'') se cruzan, siendo posible obtener el valor de la frecuencia (ω) a la cual esto sucede. El valor del tiempo de relajamiento se calcula como el recíproco del valor de esta frecuencia (en este caso $\omega \approx 0.35 \text{ s}^{-1}$).
- Fluido B2: Como los módulos de pérdida y de almacenamiento no se cruzan (ver figura 3.4, el valor del tiempo de relajamiento se calcula mediante un modelo generalizado de Maxwell como el Oldroyd-B para obtener un tiempo dominante promedio por medio de un ajuste de datos. Este se obtiene a partir de los parámetros de ajuste g_i . El modelo propuesto por Liu et. al (35) es:

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

$$G'(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{g_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{g_i \tau_i \omega}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^n g_i \tau_i^2}{\sum_{i=1}^n g_i \tau_i}$$

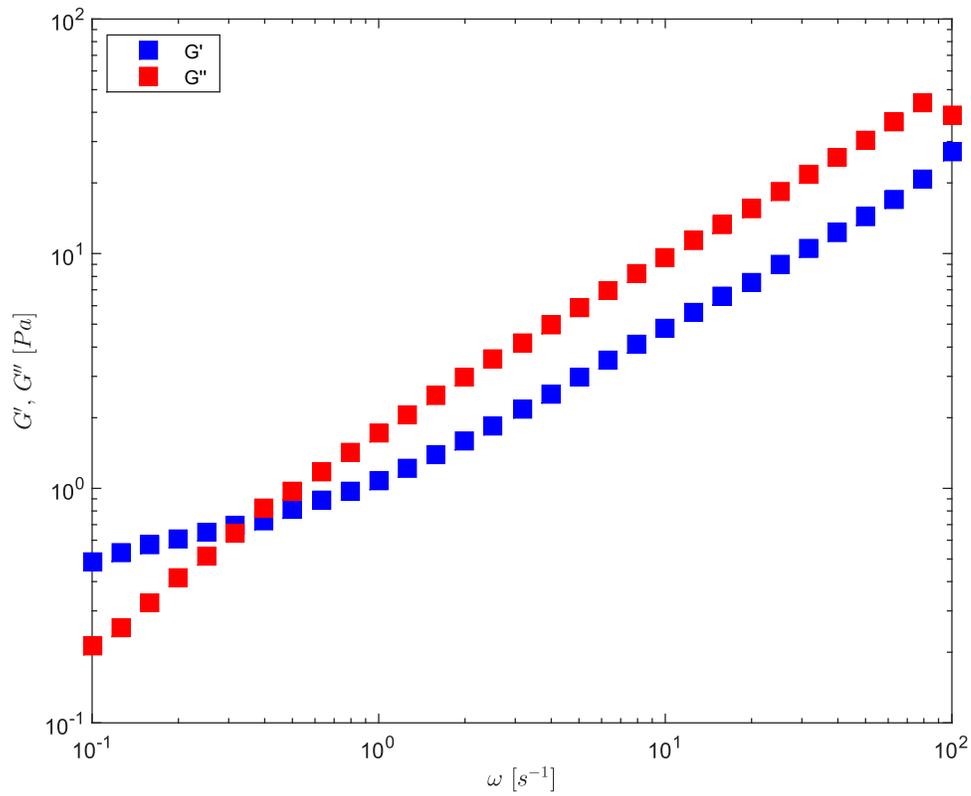


Figura 3.3: Prueba oscilatoria del fluido de Boger 1. La prueba oscilatoria consiste en hacer oscilar una geometría definida a distintas frecuencias para medir las funciones viscoelásticas lineales atribuidas a las propiedades elásticas (conservativas y disipativas).

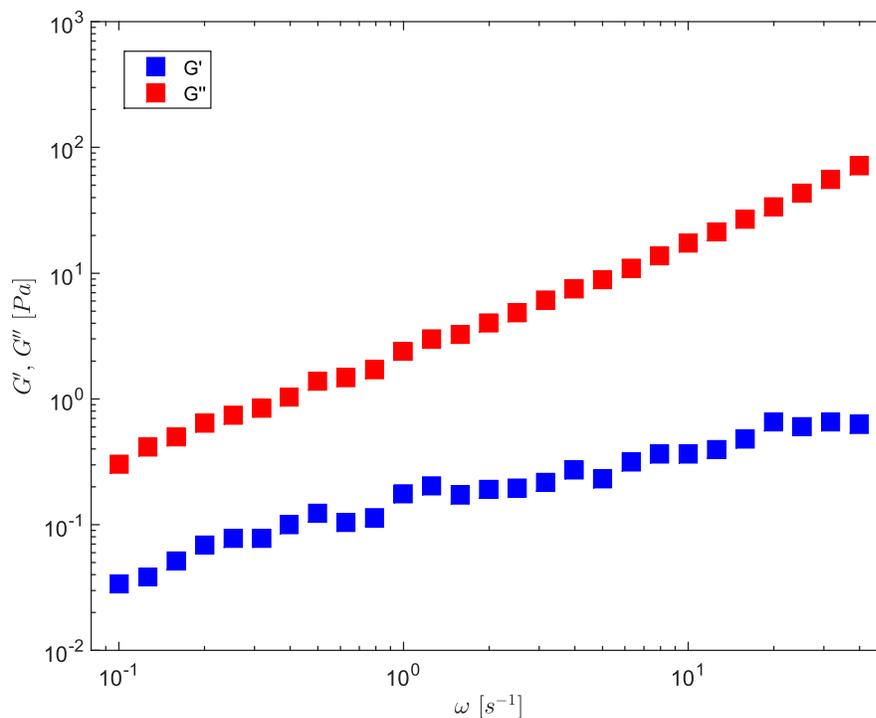


Figura 3.4: Prueba oscilatoria del fluido de Boger 2. La prueba consiste en hacer oscilar una geometría definida a distintas frecuencias para medir las funciones viscoelásticas lineales atribuidas a las propiedades elásticas (conservativas y disipativas).

3.1.2. Fluido newtoniano

Los fluidos newtonianos se preparan variando la cantidad de agua en la mezcla agua-miel para alcanzar el valor de viscosidad de los fluidos viscoelásticos que se prepararon anteriormente. La preparación de los fluidos newtonianos sigue la siguiente serie de pasos:

- 1.- Se toman 800ml de miel.
- 2.- Se añade agua para disminuir la viscosidad de la miel.
- 3.- Se revuelve la mezcla hasta que sea homogénea.
- 4.- Se deja reposar la mezcla hasta que el fluido ya no contenga burbujas.

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

5.- Se procede a realizar la medición de la viscosidad con el reómetro. Si la viscosidad aún no es la deseada, se añade agua y se repiten los pasos 2 - 4 hasta que la viscosidad sea la misma que el fluido de Boger correspondiente.

Esta receta da como resultado dos fluidos con una viscosidad dinámica aproximadamente constante. Las viscosidades son $\mu \simeq 1000 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ y $\mu \simeq 1640 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ (para N1 y N2 respectivamente). Las densidades, medidas con un picnómetro (Simax, 10 ml), son de $\rho \simeq 1368 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ y de $\rho \simeq 1385 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ para N1 y N2 respectivamente. Para la construcción de la curva de viscosidad de la figura 3.5, se usa un reómetro marca Brookfield modelo DV-III, equipado con un husillo del tipo L2 (ver figura 3.6).

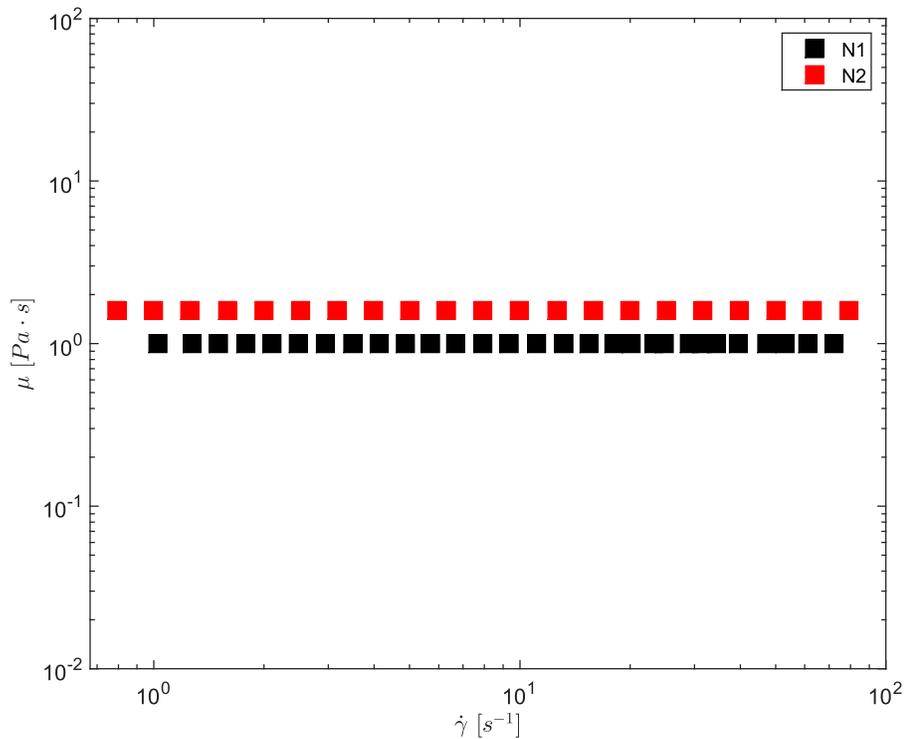


Figura 3.5: Viscosidad como función de la rapidez de deformación para los fluidos Newtonianos (N1 y N2).



Figura 3.6: Husillo del número 2 para las pruebas.

3.2. Diseño de bobina rotatoria

Se hace uso del diseño presentado en (6); éste consiste en un aparato electro-mecánico compuesto de un par de bobinas de Helmholtz, las cuales se hacen girar por medio de un motor eléctrico de corriente directa. El sistema genera un campo magnético rotatorio cuya frecuencia angular, e intensidad, son controladas variando la velocidad angular del motor de corriente continua y la densidad de corriente en las bobinas.

Parámetro	Valor
Radio, R	140 mm
Número de vueltas por bobina	230
Diámetro del cable, d	0.91 mm
Resistencia de cada bobina, R_c	5.34 ohms
Rango de operación de temperatura	0-80 C
Inductancia del par de bobinas	73 mH

Tabla 3.2: Parámetros de diseño del sistema electro-mecánico .

Todo el sistema se energiza mediante una fuente de alimentación (Agilent E3632A)

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

con una corriente continua y un voltaje máximos de 3 A y 103 V, respectivamente. Para la medición del campo magnético generado por este dispositivo se utilizó un teslámetro (FW Bell, 5100 system). Este dispositivo puede medir la intensidad del campo magnético en el rango de ± 30 mT con exactitud de 0.01 mT. La sonda se utilizó para medir la magnitud del campo magnético a lo largo del eje de giro "z" de la bobina (ver fig. 3.7).

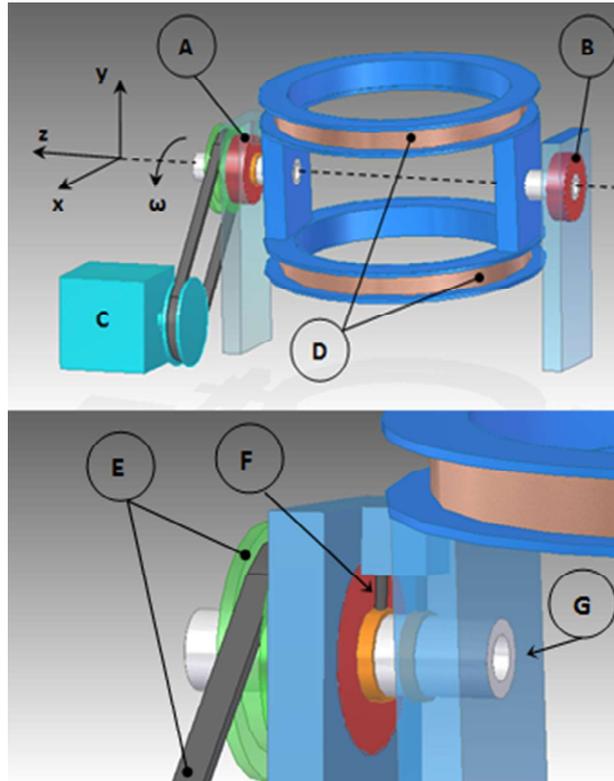


Figura 3.7: (A) y (B) rodamientos de bola, (C) motor de corriente directa, (D) par de bobinas de Helmholtz, (E) arreglo de banda y polea, (F) escobillas de carbón, (G) eje hueco (6).

Como se observa en la figura 3.8, los valores del campo magnético son prácticamente constantes en una región de ± 50 mm, a lo largo del eje "z" de rotación del par de bobinas; la intensidad del campo cambia sólo en 1.7%. Esta región de campo magnético uniforme, de unos 400 cm³, se encuentra ubicada en el centro de las bobinas de Helmholtz, justamente en el lugar donde se llevan a cabo los experimentos con los nadadores.

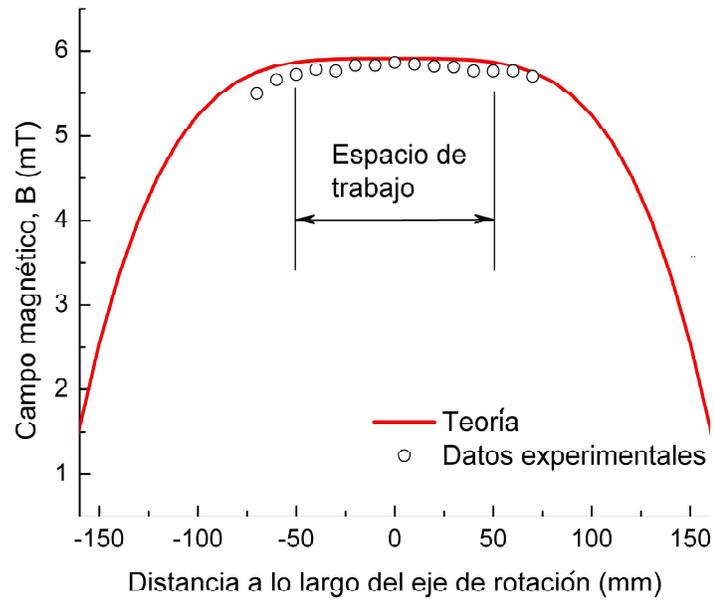


Figura 3.8: Campo magnético a lo largo del eje de rotación de las bobinas (6).

3.3. Contenedor de fluido

El contenedor del fluido es el lugar en dónde se lleva a cabo el nado de los robots. Está hecho con acrílico transparente de dimensiones $167.4 \times 91.44 \times 86.36 \text{ mm}^3$, y se encuentra fijo en el centro del par de bobinas de Helmholtz.

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

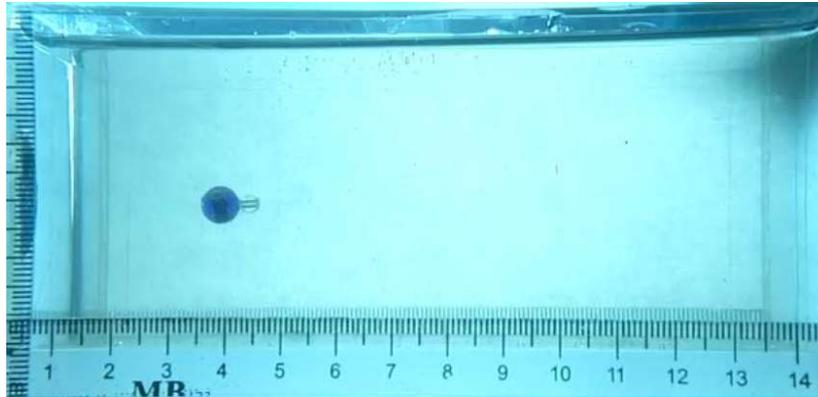


Figura 3.9: Vista frontal de la pecera llena de fluido y con un nadador en su interior.

En la figura 3.9, se aprecia que el contenedor cuenta con una escala centimétrica en su parte inferior frontal, que sirve para hacer un análisis posterior del nado a través de videograbaciones.

3.4. Cámara de vídeo

Se usó una cámara digital de vídeo (Casio exilim EX-F1), configurada para grabar a 30 cuadros por segundo. La cámara se coloca de forma frontal al recipiente, y una vez que se hace funcionar el arreglo electromecánico se procede a la grabación. Hay que resaltar que para obtener vídeos que permitan realizar un buen análisis, la cara del recipiente y la lente de la cámara deben estar puestos de forma paralela (figura 3.10).

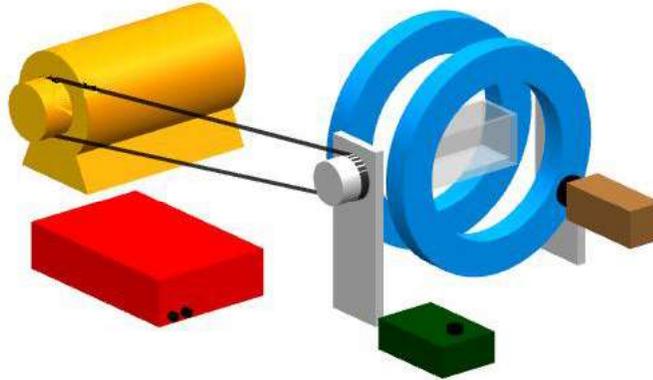


Figura 3.10: Posición de la cámara de vídeo durante el experimento.

3.5. Diseño de los nadadores

Se construyeron dos tipos de nadadores: unos con una cola helicoidal rígida, y otros más con una configuración de tipo asimétrico.

3.5.1. Nadador de cola helicoidal

El cuerpo de estos robots consiste en una cabeza hecha de tubo de polietileno. En la cabeza se encapsula un imán; en el otro extremo se pega una cola en la periferia del tubo y finalmente se sella por ambos extremos con silicón. Este tipo de nadador tiene una cola rígida de tipo helicoidal, diseñada en computadora (software CAD) y construida con una máquina de manufactura aditiva (ver figura 3.12).

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

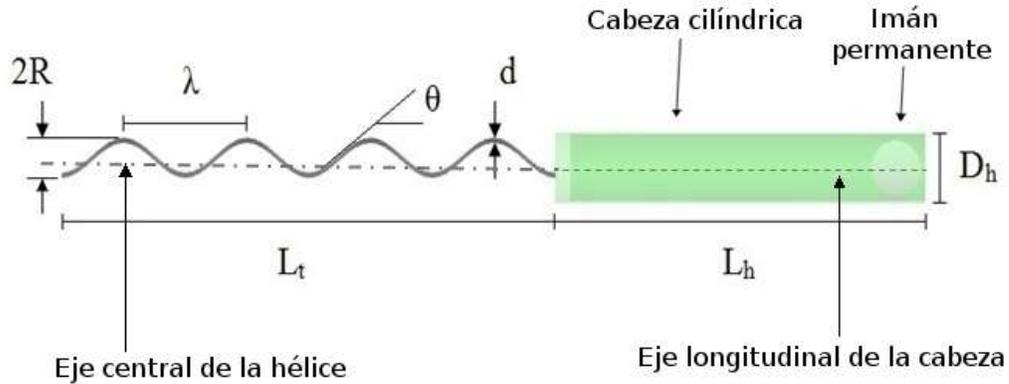


Figura 3.11: Nadador de cola helicoidal rígida y sus parámetros geométricos.

Una representación esquemática de este nadador se muestra en la figura 3.11. Es importante notar que en este caso, el eje longitudinal de la cabeza (el cilindro) coincide con el eje central de la hélice. Además, para lograr la flotación neutra, dentro de la cabeza se atrapan una o varias burbujas de aire. Los robots construidos son de escala milimétrica. Los valores de los parámetros mostrados en la figura 3.11 se fijaron como indica la tabla 3.3. Durante el experimento, el campo magnético que producen las bobinas de Helmholtz está girando alrededor del contenedor y por lo tanto, el imán del nadador trata continuamente de orientarse con él. La orientación continua del imán con el campo magnético giratorio produce que el nadador gire y se obtiene un efecto neto de propulsión.

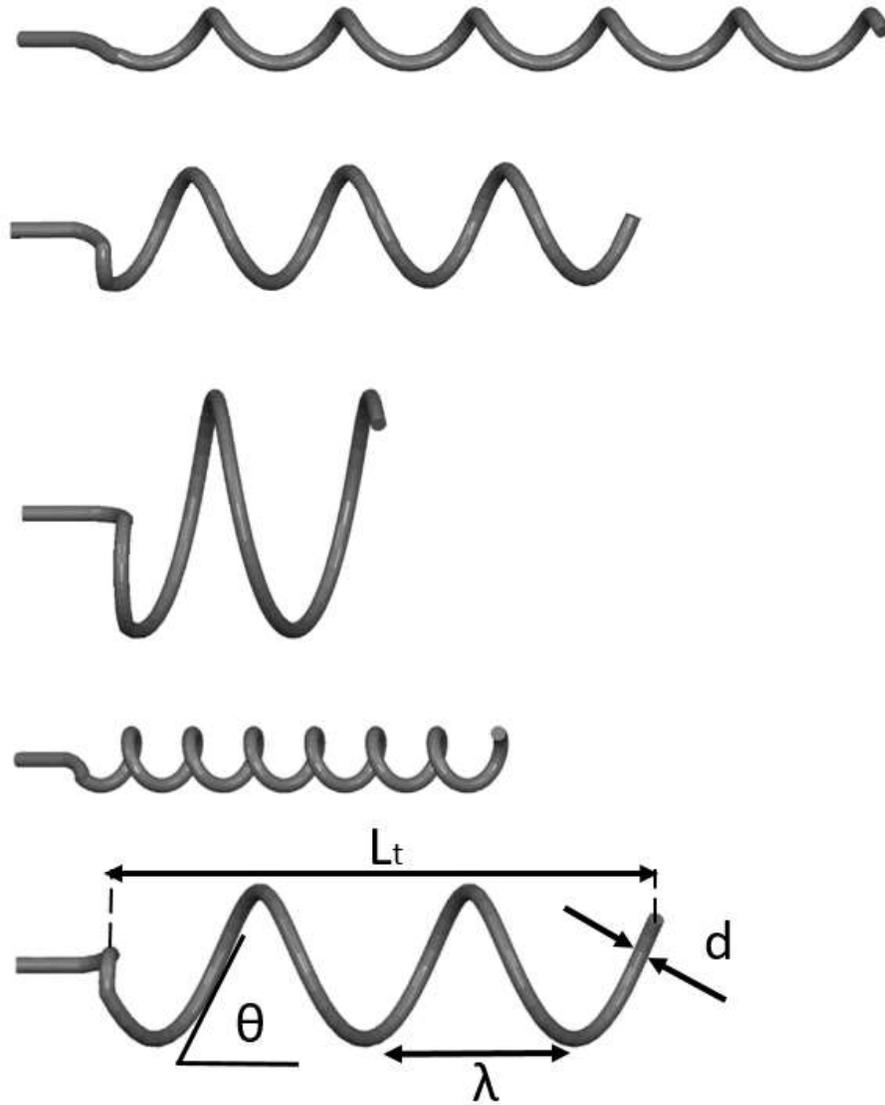


Figura 3.12: Helicoides utilizados. De arriba hacia abajo D_1 , D_2 , D_3 , $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$.

La figura 3.13 esquematiza la interacción entre las líneas de campo de las bobinas y del imán en la cabeza del nadador.

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Parámetro	D_1 ▲	D_2 ▼	D_3 ■	$D_2 R_1$ ◆	$D_2 R_3$ ★
L_t [mm]	54.27	39.36	23.19	37.61	37.22
L_{tc} [mm]	76	80	83	80	80
$\frac{R}{\lambda}$ [1]	0.1578	0.3684	0.7894	0.3500	0.3461
d [mm]	1	1	1	1	1
θ [°]	42.9	64.547	77.2	64.547	64.547
L_h [mm]	17.3	17.3	17.3	17.3	17.3
D_h [mm]	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12

Tabla 3.3: Valores de los parámetros geométricos del nadador de cola helicoidal rígida.

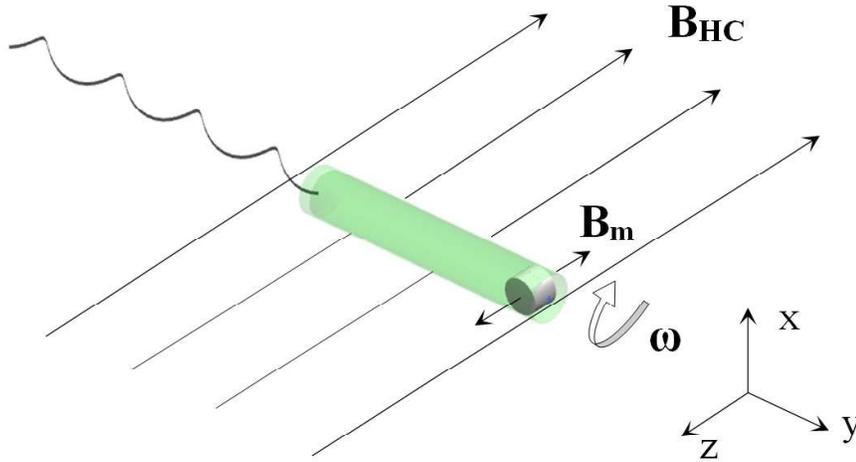


Figura 3.13: Nadador de cola helicoidal bajo el efecto del campo magnético. Las líneas de campo de la bobina se denotan con B_{HC} , y las correspondientes a las líneas del imán con B_m . ω representa la velocidad de giro del robot que resulta estar en sincronía con la velocidad de giro de la bobina.

3.5.2. Nadador asimétrico

Para esta parte de los experimentos se construyeron cinco nadadores. Estos robots consisten en dos esferas de polietileno unidas entre sí. El parámetro que se varía para su construcción, es la relación de radios entre las dos esferas que los conforman (ver

Snowman	R_L [mm]	R_S [mm]	$r^* = R_S/R_L$
1	4.5	0	0
2	3.85	1.05	0.27
3	2.95	1.9	0.64
4	4.75	3.9	0.82
5	4.49	4.49	1

Tabla 3.4: Parámetros geométricos, nadadores tipo asimétrico.

tabla 3.4. Se comienza con dos esferas de mismo radio. Posteriormente, se disminuye el radio de una de las esferas hasta llegar al caso límite de un robot con una sola esfera. Dentro de la esfera de radio mayor, se realiza una perforación y se introduce un imán en la posición mostrada en la figura 3.14. Finalmente se sella el agujero del imán con silicón. Es importante notar que, al igual que en los nadadores de cola helicoidal, se aprovecha el espacio hueco en las esferas para lograr la flotación neutra del robot. Justo como en el caso de los nadadores helicoidales, la orientación continua del imán con el campo magnético de las bobinas de Helmholtz produce que los robots giren sobre su propio eje. La figura 3.14 esquematiza la interacción entre las líneas de campo de las bobinas y del imán en la esfera del robot.

Los robots de este tipo se valen de las características del fluido en el que se encuentran inmersos para avanzar. Al estar girando sobre su propio eje, en un fluido no newtoniano (viscoelástico en este trabajo), se presenta sobre la superficie del robot una distribución de esfuerzos. De la definición de esfuerzo $\tau = \frac{Fuerza}{Area}$, esta presencia de esfuerzos normales sobre la superficie de las esferas del robot, produce una fuerza en dirección perpendicular al giro en los extremos de cada una de las esferas (siendo estas de sentido contrario entre sí). Cuando el área de las dos esferas es igual o cuando hay solo una esfera, estas dos fuerzas en los extremos tienen la misma magnitud y se compensan. Cuando las esferas son de distinto diámetro, la fuerza resultante es distinta de cero y el robot avanza (27).

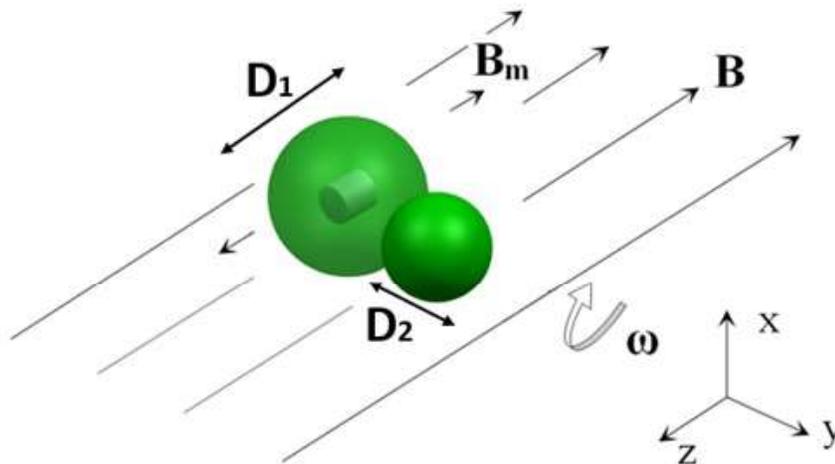


Figura 3.14: Robot de tipo asimétrico bajo la acción del campo magnético externo.

3.6. Análisis de vídeos

Una vez videograbados los experimentos, se realiza un análisis de los mismos en la computadora con ayuda de Tracker. Tracker es una herramienta de software libre para modelado y análisis de vídeos ¹. En Tracker se determina la velocidad de nado de los robots en cada evento. Con esto se construyen las gráficas de velocidad contra frecuencia de giro de la bobina las cuales se muestran en el capítulo 4. El proceso de análisis de vídeo, ilustrado en la figura 3.15, es el siguiente:

- 1) Se carga el vídeo.
- 2) Se establece un sistema de referencia.
- 3) Se crea una vara de calibración (escala de referencia).
- 4) Se delimita la parte del vídeo que se analizará.
- 5) Se crea una partícula cuya trayectoria se seguirá.

¹Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education <https://physlets.org/tracker/>

- 6) Se define el avance del vídeo.
- 7) Se crea la trayectoria de la partícula.
- 8) Se obtiene una gráfica de posición contra tiempo.
- 9) Se realiza un ajuste lineal a los datos.
- 10) La pendiente de la recta es la velocidad promedio para ese evento.
- 11) Se registran los datos.

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

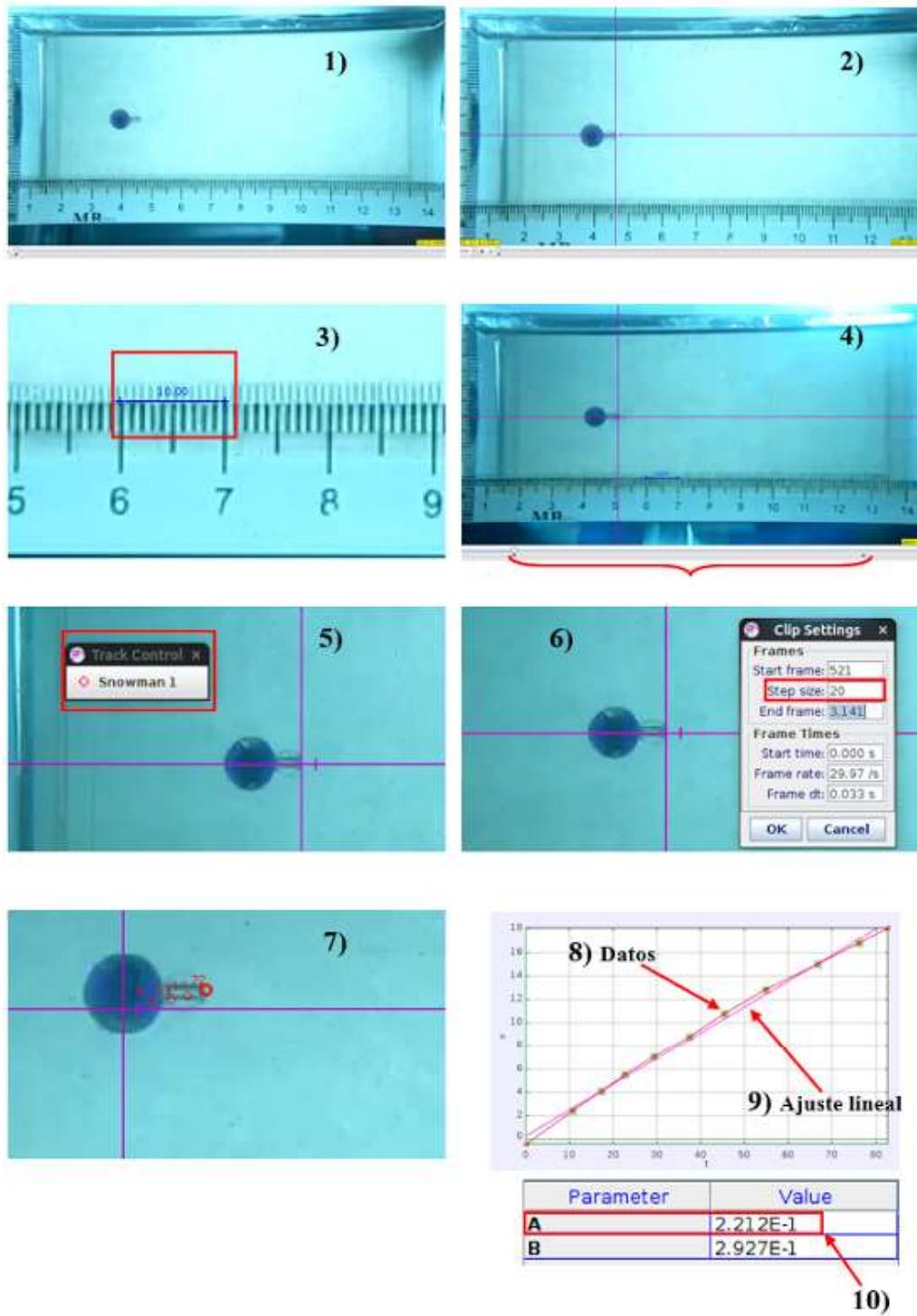


Figura 3.15: Pasos para el análisis de vídeo.

Análisis de Resultados

Para los experimentos se hace nadar cada uno de los robots variando la frecuencia de giro de la bobina de Helmholtz. Para cada evento se construye una lista de valores de velocidades de nado asociadas a cada una de las frecuencias de giro de la bobina. Con estos valores se elaboran gráficas de velocidad de nado contra frecuencia y se observa el comportamiento de cada robot.

4.1. Nadador de cola helicoidal rígida

Para este tipo de nadador, se realizaron dos rondas de experimentos (tres nadadores para cada ronda) con el fin de determinar el efecto de los parámetros geométricos en el desempeño de nado. Los robots nadaron a números de Reynolds entre 0.0008 y 0.01, y desarrollaron una velocidad de corte entre 0.03 y 0.87 [s^{-1}]. Así pues, podemos considerar que el nado se desarrolla a bajo número de Reynolds y que durante el mismo la viscosidad del fluido es constante. Esto debido a que a estas velocidades de deformación los valores de viscosidad en la gráfica 3.2 son constantes.

4.1.1. Variación del ángulo de paso θ

En estos experimentos se desea observar el efecto que tiene la variación del ángulo de paso θ , manteniendo el resto de parámetros constantes (longitud total del alambre y longitud de paso λ)

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se ocupan en esta sección los nadadores señalados como D_1 , D_2 y D_3 (ver figura 3.12). Para los tres nadadores mencionados, el nado en ambos fluidos (Newtoniano y Boger) presenta una tendencia lineal con una pendiente positiva. Es decir, se presenta un incremento de la velocidad que es proporcional a la frecuencia de giro de la bobina.

Para el nadador D_1 la velocidad de nado es mayor en el fluido Newtoniano que para el fluido de Boger. A bajas frecuencias las velocidades de nado son muy parecidas pero, conforme aumenta la frecuencia de giro de la bobina, la diferencia en las velocidades de nado se hacen ligeramente más grandes (ver figura 4.1 a).

Con el nadador D_2 , por otro lado, la velocidad de nado es mas grande en el fluido de Boger que en el fluido Newtoniano. Las velocidades de nado son muy similares al principio, pero en los experimentos se observa que a frecuencias mayores a 0.4 Hz la velocidad en el fluido de Boger es mayor. (ver figura 4.1 b).

Los resultados del nadador D_3 siguen la tendencia del nadador D_2 . La velocidad de nado en el fluido de Boger es mayor que la velocidad en el fluido Newtoniano, para todas las frecuencias de giro de la bobina. La diferencia de velocidades entre ambos fluidos es más significativa que en el caso anterior, tal como se aprecia en la figura 4.1 c.

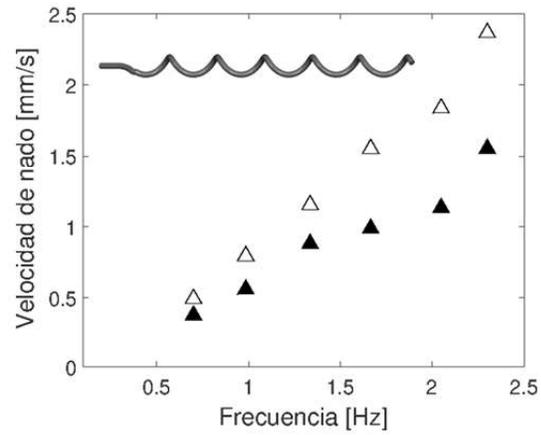
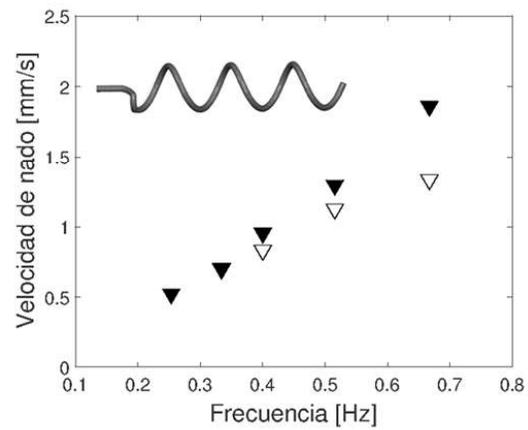
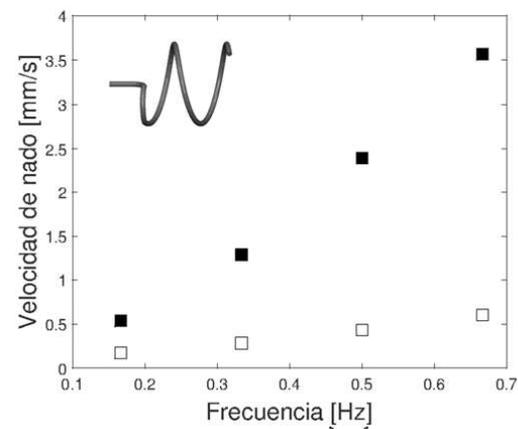
(a) *Nadador* D_1 (b) *Nadador* D_2 (c) *Nadador* D_3

Figura 4.1: Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina. Los símbolos sólidos son para el nado en el fluido de Boger y los huecos para el fluido Newtoniano.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se adimensionalizan las velocidades de nado en el fluido de Boger de los tres nadadores (D_1 , D_2 y D_3) con respecto a las velocidades en el fluido Newtoniano. Los nadadores D_2 y D_3 tienen valores por arriba de la unidad, lo cual significa que hay un incremento de velocidad en el fluido de Boger con respecto al fluido Newtoniano. Estos incrementos son de 14% para el nadador D_2 y de 470% para el nadador D_3 . Por otra parte, el nadador D_1 presenta valores ligeramente por debajo de la unidad, lo que implica que la diferencia entre las velocidades de nado en los fluidos es muy baja. Estos comportamientos se observan en la figura 4.2.

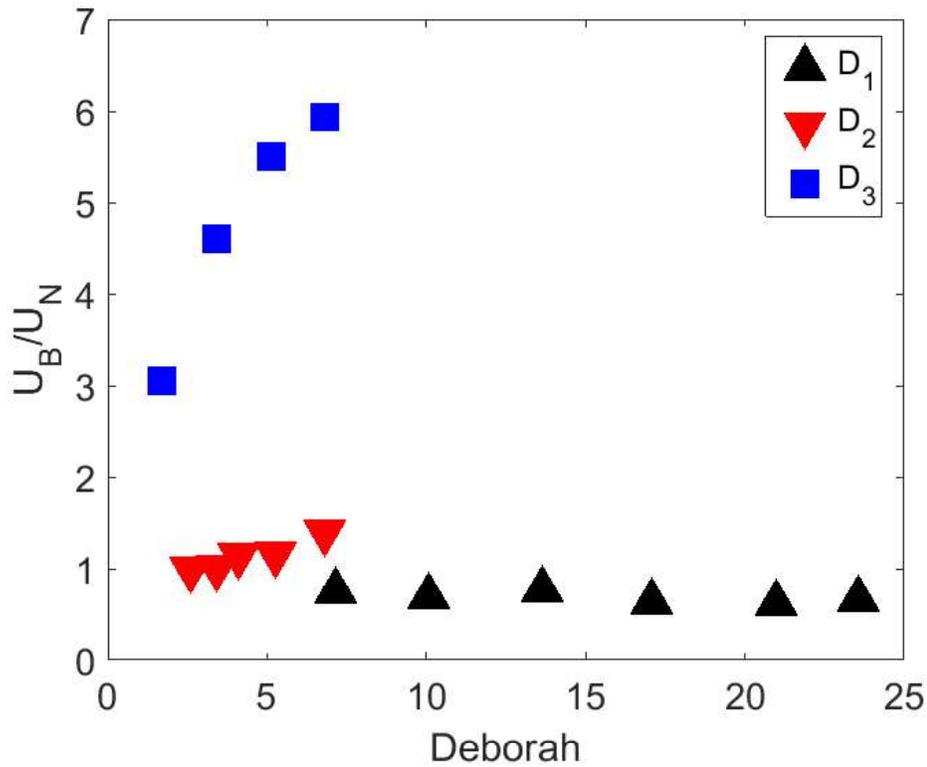


Figura 4.2: Velocidades de nado en el fluido de Boger adimensionalizadas con respecto a las velocidades en el fluido Newtoniano para los nadadores D_1 , D_2 y D_3 manteniendo un ángulo de paso θ constante.

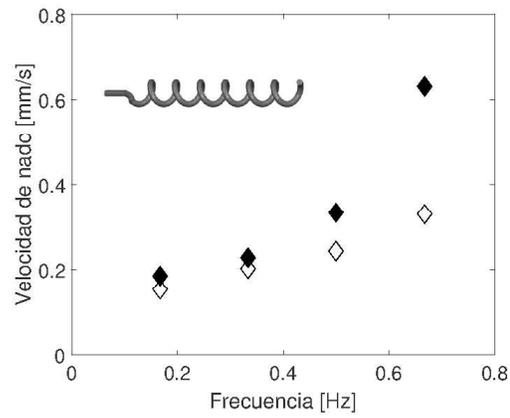
4.1.2. Variaciones en el radio para un ángulo de paso θ fijo

Para los experimentos de esta sección, se tomó como base el nadador D_2 para construir otros dos nadadores. En estos dos nadadores se mantiene fijo θ , con un valor de 64.5° , y se varía el radio del helicoide (lo cual a su vez modifica la longitud de paso λ). Se tiene entonces, un nadador con un radio de helicoide más grande $D_2 R_3$, y uno con un radio más chico $D_2 R_1$ (ver figura 3.12). Al igual que en el caso anterior, para los tres nadadores mencionados (D_2 , $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$), el nado en ambos fluidos (Newtoniano y Boger) presenta una tendencia lineal con una pendiente positiva (ver figura 4.3). Se observa un incremento de la velocidad que es proporcional a la frecuencia de giro de la bobina.

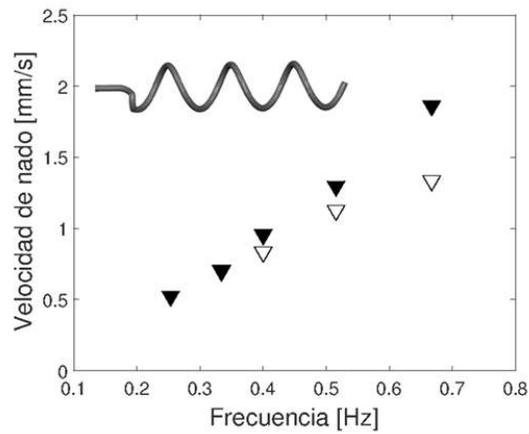
En el nadador $D_2 R_1$, la velocidad en el fluido Boger es mayor que la del fluido Newtoniano para todas las frecuencias de giro de la bobina (ver figura 4.3).

De manera similar, el nadador $D_2 R_3$ presenta una mayor velocidad de nado en el fluido de Boger que en el fluido Newtoniano para prácticamente todas las frecuencias de giro de la bobina.

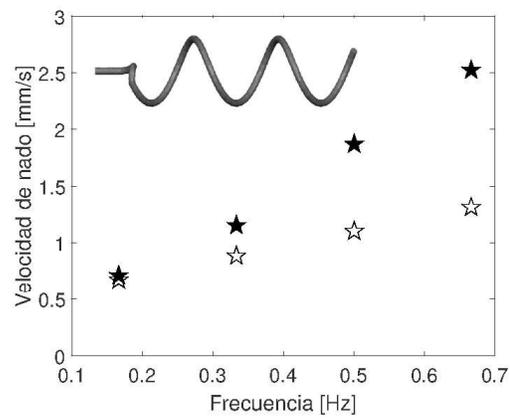
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS



(a) *Nadador* $D_2 R_1$



(b) *Nadador* $D_2 R_2$



(c) *Nadador* $D_2 R_1$

Figura 4.3: Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina. Los símbolos sólidos son para el nado en el fluido de Boger y los huecos para el fluido Newtoniano.

Al adimensionalizar la velocidad de nado del fluido viscoelástico con respecto a la del fluido newtoniano, como se muestra en la figura 4.4, se puede notar que los tres nadadores presentan valores por encima de la unidad. Como en la sección anterior, esto implica que hay un incremento de la velocidad de nado en el fluido de Boger con respecto al fluido Newtoniano. Los incrementos en las velocidades son de 14 %, 40 % y 50 % para los nadadores D_2 , $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$, respectivamente.

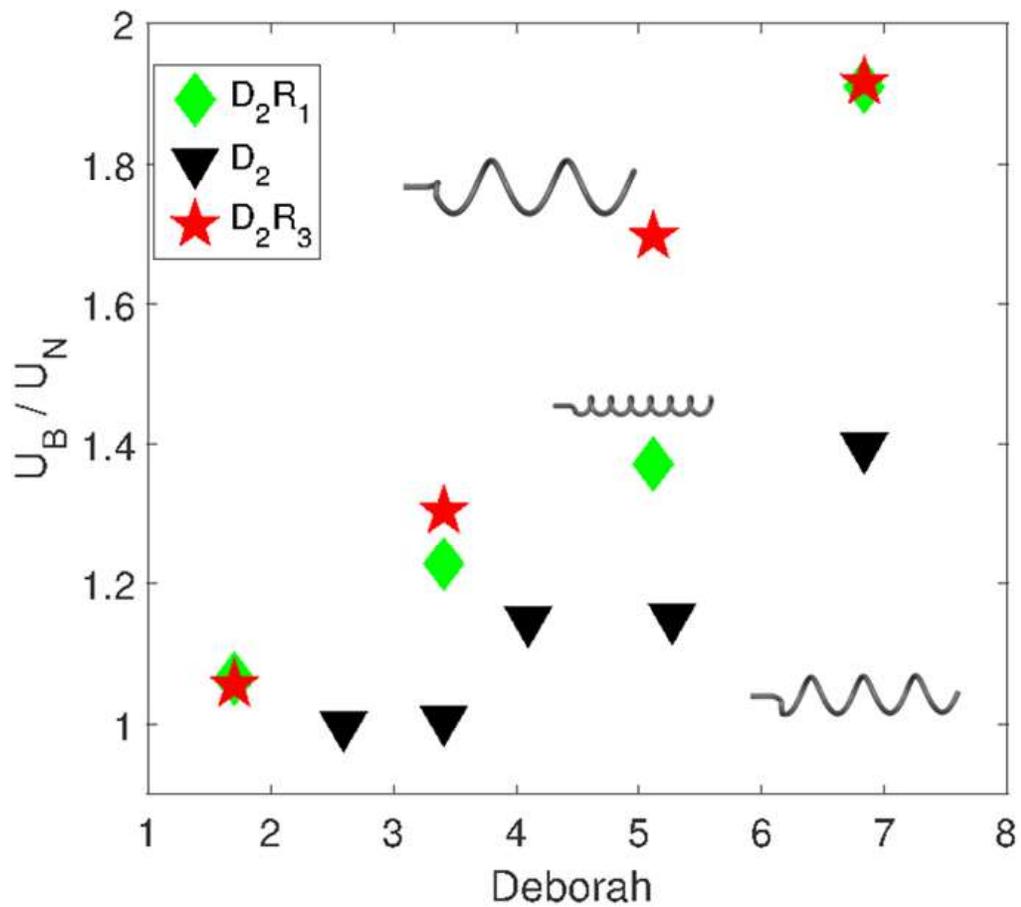


Figura 4.4: Velocidades de nado en el fluido de Boger adimensionalizadas con respecto a las velocidades en el fluido Newtoniano para los nadadores D_2 , $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$.

4.1.3. Comparación

En esta sección se discuten los resultados de los nadadores usados en los experimentos anteriores (D_1 , D_2 , $D_2 R_1$, $D_2 R_3$ y D_3). Podemos observar, como se mencionó anteriormente, que el nadador D_3 es aquel que presenta el mayor incremento en la velocidad de nado, seguido por el nadador D_2 (con sus dos variaciones de radio $D_2 R_1$ y $D_2 R_3$) y por último el nadador D_1 , el cual sufre un ligero decremento en su velocidad (ver figura 4.5).

Con los experimentos realizados se comprueba la importancia de los parámetros geométricos. En particular, es importante identificar al ángulo de paso θ como un factor que modifica de manera importante la velocidad del nado. En los experimentos de variación del ángulo de paso, al aumentar θ (con la longitud total de la cola L_{tc} y λ constantes), el radio de los helicoides se hace más grande. Esto permite a los nadadores desplazar mayor cantidad de fluido y, en teoría, generar mayor impulso (esto se traduce en una velocidad de nado más grande). Estos resultados concuerdan con los resultados numéricos reportados por Spagnolie (37), en donde se demuestra que para la hélice de ángulo de paso más pequeño (D_1 en este trabajo), la velocidad de nado del helicoides disminuye. Esto es así porque "las regiones primarias de tensión extra giran en el sentido de las agujas del reloj, al desplazarse, afectan el campo de flujo subyacente.

Con el fin de determinar si el ángulo de paso es el factor geométrico dominante, se construyeron otros dos nadadores ($D_2 R_1$, $D_2 R_3$). Para estos dos nadadores se mantuvo el mismo valor de θ usado en D_2 , y se varió el radio de los helicoides (el radio de $D_2 R_1$ es menor al de D_2 y el de $D_2 R_3$ es mayor), con la consecuente variación del paso λ .

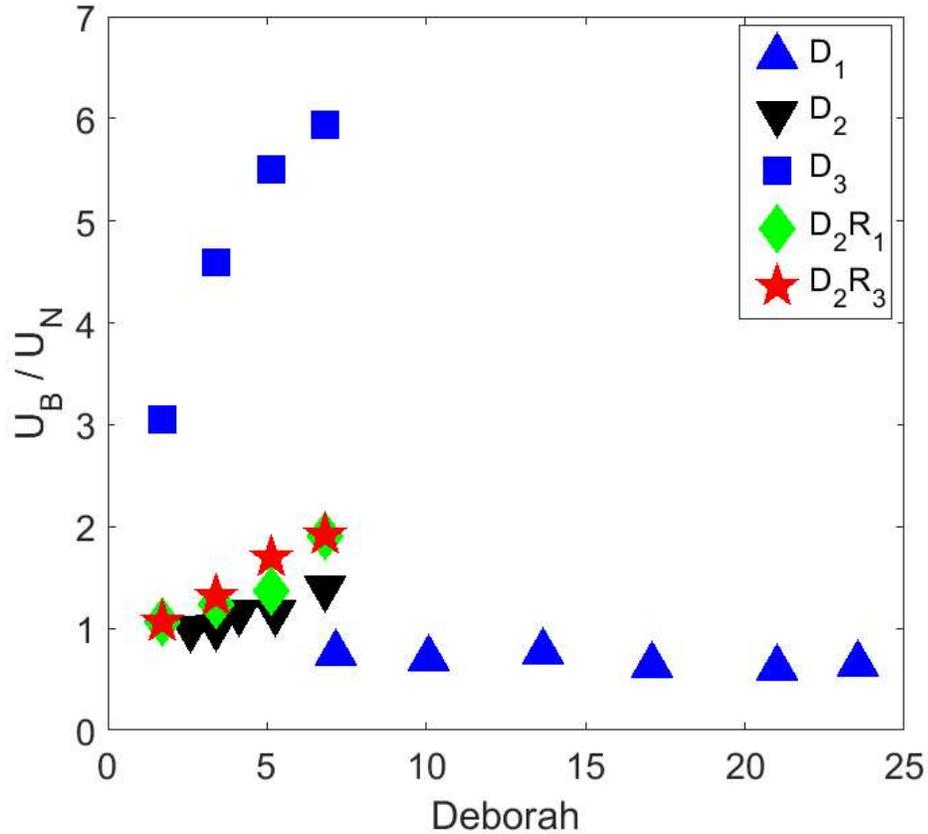


Figura 4.5: Velocidad de nado adimensionalizada contra número de Déborah para todos los nadadores de tipo helicoidal manteniendo un ángulo de paso θ constante.

En este segundo grupo de experimentos con un θ constante, como se observa en la figura 4.5, las variaciones en los radios no produjeron una variación significativa en la velocidad de nado ($D_2 R_1$ y $D_2 R_3$ presentan un ligero incremento de velocidad sin despegarse mucho de los valores de D_2). Esto lleva a suponer que el fenómeno no está bien representado por el número de Déborah (De). Se observa lo mismo cuando se adimensionaliza contra $De(R/\lambda)^2$ (ver figura 4.6). Al poner atención en el resto de parámetros geométricos (ver tabla 3.3), en particular L_t (ver figura 3.11), se puede observar que existe una relación clara entre L_t y la velocidad de nado. Si L_t aumenta, la velocidad de nado disminuye, y si L_t disminuye la velocidad de nado aumenta. Un

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

L_t más grande, produce una fuerza de arrastre mayor en la dirección del movimiento. Esto último puede explicar la disminución de la velocidad con el aumento de L_t .

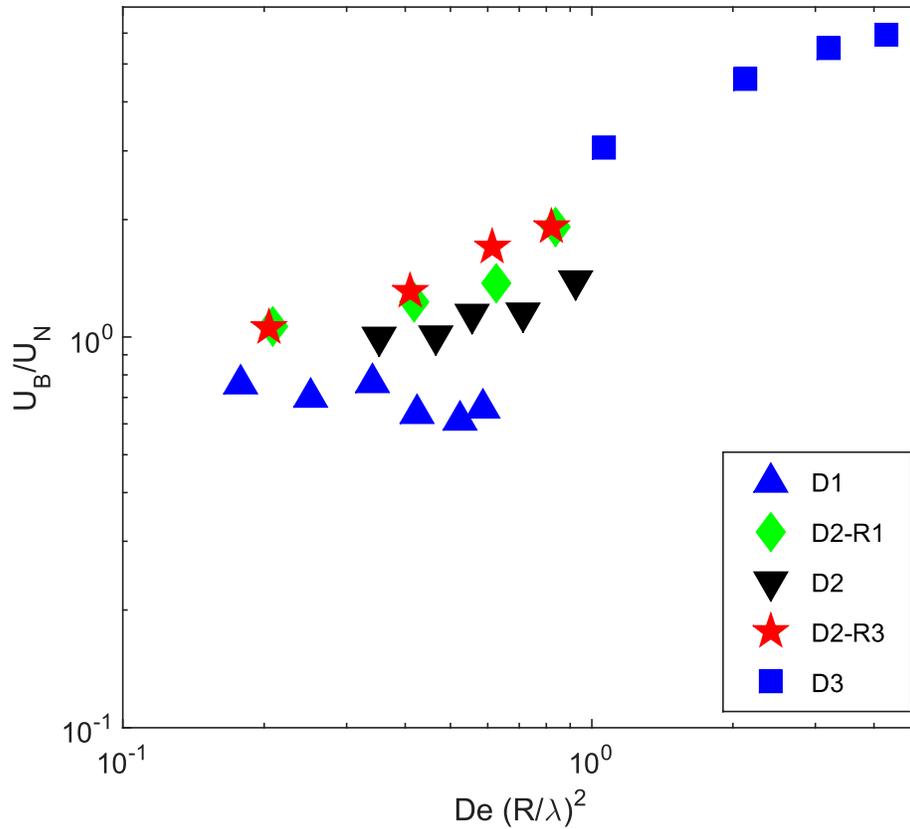


Figura 4.6: Velocidad de nado adimensionalizada contra $De(R/\lambda)^2$ para todos los nadadores de tipo helicoidal.

Resumiendo, en el caso del movimiento de los nadadores de cola helicoidal, la introducción de la viscoelasticidad puede incrementar o reducir la velocidad de nado, dependiendo de la geometría del cuerpo y de las propiedades del fluido.

4.2. Nadador tipo asimétrico

Recordando el argumento para la locomoción del nadador asimétrico, se sabe que cuando dos esferas se encuentran alineadas verticalmente y sujetas a rotación, generan un flujo secundario y se empujan entre ellas. La fuerza de este flujo se incrementa con el tamaño de la esfera, lo cual trae como consecuencia que la esfera pequeña sea empujada más fuertemente por la esfera grande. Esto genera un desbalance de fuerzas que ocasiona la propulsión. Dicho esto, es fácil entender que el nado ocurre siempre en la dirección de la esfera más pequeña, con independencia de la dirección de rotación, tal como sucedió en los experimentos de este trabajo.

En la presente tesis se realizan experimentos con cinco nadadores, para determinar el efecto de la variación de la relación de radios en el desempeño de nado. Los robots nadaron a números de Reynolds entre 0.005 y < 0.055 , y desarrollaron una velocidad de corte entre 0.031 y 2.02 [s^{-1}]. Así pues, se puede considerar que el nado se desarrolla a bajo número de Reynolds y que durante el mismo la viscosidad del fluido es la que se determinó. Se construyeron nadadores con 5 relaciones de radio r^* distintas (tabla 3.4) y se les hizo nadar en un fluido de Boger y en un fluido Newtoniano.

Para todas las relaciones de radio (r^* de 0, 0.27, 0.64, 0.82 y 1), se observa que la velocidad de nado en el fluido Newtoniano es prácticamente nula. Por otro lado, en el fluido de Boger para r^* 0.27, 0.64 y 0.82, la velocidad de nado presenta una tendencia aproximadamente lineal con una pendiente positiva (figura 4.7). Es decir, la velocidad de nado es proporcional a la frecuencia de giro de la bobina. Si se recuerda el mecanismo por el cual nada el robot asimétrico (diferencia de esfuerzos normales que generan fuerzas a través de una diferencia en el área de las esferas) podemos entender por qué no hubo un nado apreciable para r^* 0 y 1 (ver figura 4.7).

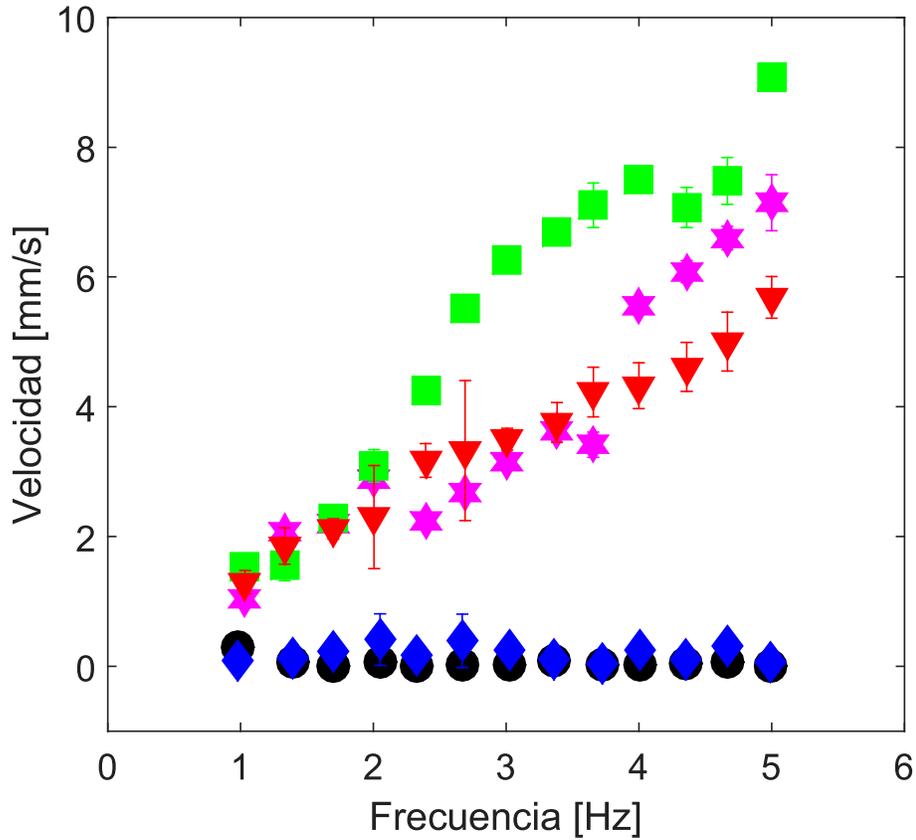


Figura 4.7: Velocidad de nado como función de la frecuencia de giro de la bobina, para todos los nadadores de tipo asimétrico con $r^* = 0$ (●), $r^* = 1$ (◆), $r^* = 0.27$ (★), $r^* = 0.64$ (■), $r^* = 0.82$ (▼). Por visibilidad, se incluyen únicamente los valores para el fluido de Boger, los valores de velocidad en el fluido Newtoniano se encuentran todos cercanos a cero.

Para apreciar de mejor forma las velocidades de nado se escoge un número de Débora (De) y se compara el desempeño para cada caso. Con un De fijo, se adimensionaliza la velocidad promedio de cada nadador y se grafica contra la relación de radios r^* . De esta forma se observa que la relación de radios óptima es la cercana a $r^* = 0.6$ (ver figura 4.8). Para los experimentos de este trabajo, le siguen en mejor desempeño r^* de 0.27 y 0.82 respectivamente. Estos resultados concuerdan con lo propuesto teóricamente por Pack et al. (27) (Ver figura 4.9), en donde se reporta una r^* óptima de 0.57 y un

comportamiento similar al reportado por nuestros experimentos.

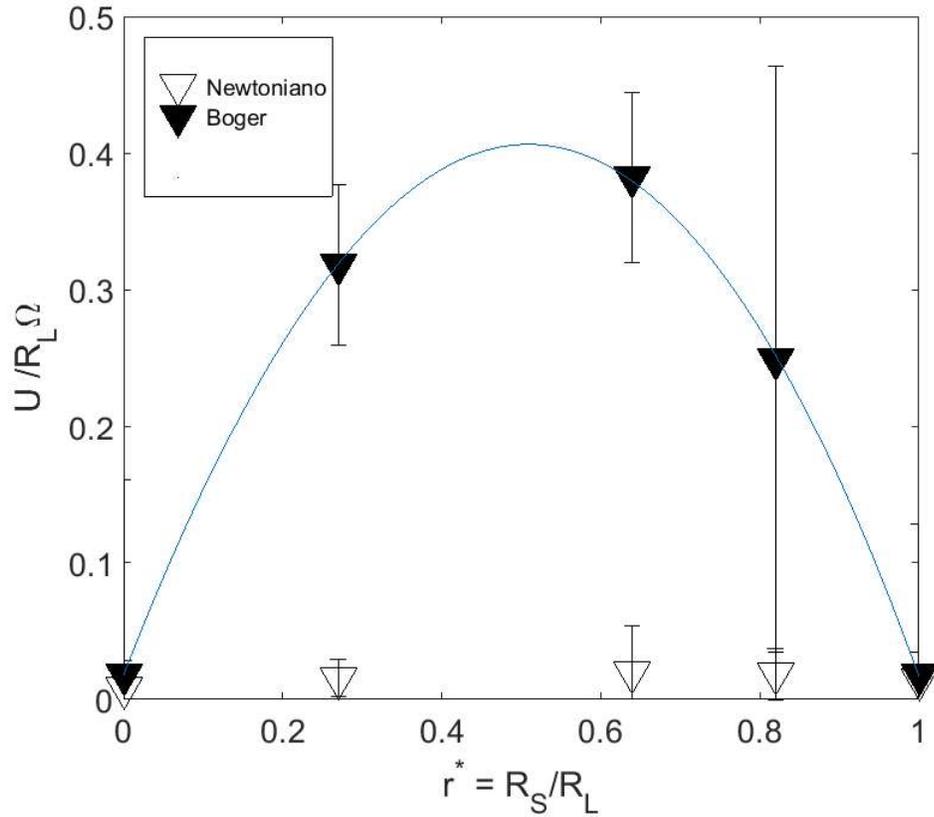


Figura 4.8: Velocidad promedio adimensionalizada como función para las relaciones de radio r^* . Los símbolos representan el valor promedio de tres series experimentales y los límites de las barras de error el valor de la desviación estándar (cuanto se alejan los datos del promedio).

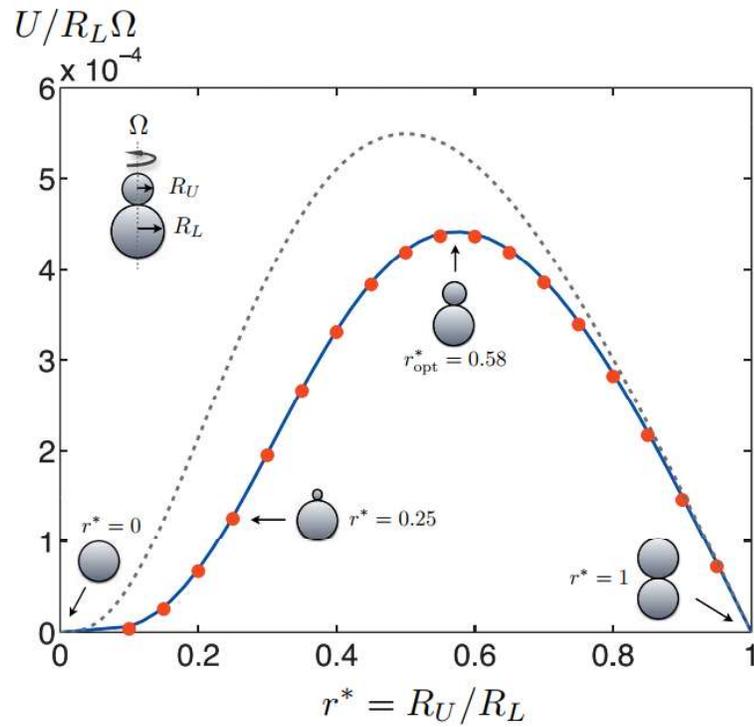


Figura 4.9: Velocidad promedio adimensionalizada como función para las relaciones de radio r^* .

Conclusiones

En este trabajo estudiamos el efecto que tiene viscoelasticidad del fluido en la velocidad de nado de robots impulsados magnéticamente a bajo número de Reynolds. Presentamos el diseño y la experimentación de dos modelos de nadadores.

El primer modelo es el de los robots de cola helicoidal rígida. Para este tipo de nadador se han realizado gran cantidad de trabajos teóricos, así como pocos experimentos mayormente en fluidos newtonianos. La cantidad de trabajos experimentales en fluidos no newtonianos muy pequeña. En los experimentos para estos robots, la velocidad de nado es mayor en el fluido de Boger que en el fluido newtoniano. Se encuentra que, mientras más grande es el ángulo de paso, mayor es la diferencia que hay entre las velocidades de nado en ambos fluidos, lo que concuerda con lo reportado por Spagniole (37). Dicho efecto se hace cada vez más apreciable conforme se aumenta la frecuencia de giro de las bobinas. Sin embargo, debido a las condiciones de los experimentos, establecer con certeza el efecto de la elasticidad en la velocidad de nado, y el efecto de cada uno de los parámetros geométricos es complicado. Los resultados encontrados pueden contribuir a entender mejor la dinámica de nado de algunos microorganismos, la reproducción, y el efecto del medio y la geometría. Además puede servir para proponer mejores diseños de nadadores con aplicaciones biomédicas.

El segundo modelo de nadador consiste en un diseño de tipo asimétrico (dos esferas unidas entre sí) para el cual se han realizado algunos trabajos teóricos sobre el tema (27). No obstante, la existencia de trabajos experimentales es nulo. Para los experimentos del

5. CONCLUSIONES

robot asimétrico, al igual que con el nadador de cola helicoidal, la velocidad es mayor en el fluido de Boger que en el Newtoniano. El efecto se hace más notorio a mayores frecuencia de giro. Al variar el tamaño de las esferas del nadador se concluye que la relación de radios óptima para lograr el mejor desempeño, se encuentra alrededor de 0.6, tal como reporta Pack et al. (27). Es importante resaltar que el nado en el caso del fluido newtoniano fue nulo para todas las relaciones de radio de las esferas. De lo anterior se puede comprobar que la geometría del robot asimétrico es en efecto, una configuración que solo se impulsa en fluidos complejos, sacando provecho de la asimetría y la presencia de esfuerzos normales. La forma simple de este nadador, lo hace ideal para mediciones experimentales, como las mencionadas en el capítulo 1. La configuración de dos esferas es quizá la geometría más simple que es capaz de nadar en un fluido complejo. Una de las ideas planteadas en (27) es el uso del nadador asimétrico para investigar las propiedades locales de los fluidos no newtonianos. Este nadador asimétrico puede usarse como un micro reómetro para estimar el primer coeficiente de esfuerzo normal, o medir los coeficientes del primer y segundo esfuerzos normales (38).

Futuros experimentos podrían considerar realizar variaciones en el grosor de la helice para el caso del nadador helicoidal, para tratar de acotar los efectos de los parámetros geométricos. Para el nadador asimétrico, podría evaluarse la posibilidad de construir nadadores con más de dos esferas unidas entre sí, además de establecer un método práctico para la caracterización de los fluidos no newtonianos.

Bibliografía

- [1] Pat Willmer, Graham Stone, and Ian Johnston. *Environmental Physiology of Animals*. Wiley, 2009. xi, 2
- [2] Hitech-Project. Low reynolds number flows. <http://bit.ly/1zgn3zg>, October 2014. xi, 3
- [3] Edward M Purcell. Life at low reynolds number. *Am. J. Phys*, 45(1):3–11, 1977. xi, 1, 2, 4, 9, 10
- [4] Julian Mak. Hydrodynamic stability of newtonian and non-newtonian fluids. 2009. xi, 7
- [5] Hitech-Project. Rheology, October 2014. xi, 13
- [6] Francisco A Godínez, Oscar Chávez, and Roberto Zenit. Note: Design of a novel rotating magnetic field device. *Review of Scientific Instruments*, 83(6):066109, 2012. xii, xii, 29, 30, 31
- [7] Christopher Brennen and Howard Winet. Fluid mechanics of propulsion by cilia and flagella. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9(1):339–398, 1977. 1, 4
- [8] Lisa J Fauci and Robert Dillon. Biofluidmechanics of reproduction. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38:371–394, 2006. 1, 4, 5
- [9] Eric Lauga and Thomas R Powers. The hydrodynamics of swimming microorganisms. *Reports on Progress in Physics*, 72(9):096601, 2009. 1, 4

BIBLIOGRAFÍA

- [10] Eric Lauga. Life around the scallop theorem. *Soft Matter*, 7(7):3060–3065, 2011. 1
- [11] Bradley J Nelson, Ioannis K Kaliakatsos, and Jake J Abbott. Microrobots for minimally invasive medicine. *Annual review of biomedical engineering*, 12:55–85, 2010. 4
- [12] DF Katz, RN Mills, and TR Pritchett. The movement of human spermatozoa in cervical mucus. *Journal of reproduction and fertility*, 53(2):259–265, 1978. 5, 6
- [13] DF Katz and SA Berger. Flagellar propulsion of human sperm in cervical mucus. *Biorheology*, 17(1-2):169–175, 1979. 5
- [14] DF Katz, TD Bloom, and RH Bondurant. Movement of bull spermatozoa in cervical mucus. *Biology of reproduction*, 25(5):931–937, 1981. 5
- [15] SS Suarez and XIAOBING Dai. Hyperactivation enhances mouse sperm capacity for penetrating viscoelastic media. *Biology of reproduction*, 46(4):686–691, 1992. 5
- [16] SS Suarez and AA Pacey. Sperm transport in the female reproductive tract. *Human reproduction update*, 12(1):23–37, 2006. 5
- [17] R Byron Bird, Robert C Armstrong, and Ole Hassager. Dynamics of polymeric liquids. vol. 1: Fluid mechanics. 1987. 5, 6
- [18] R.G. Larson. *The Structure and Rheology of Complex Fluids*. Topics in Chemical Engineering. OUP USA, 1999. 5, 6
- [19] Faith A Morrison. *Understanding rheology*. Oxford University Press, USA, 2001. 5
- [20] Mark P Curtis and Eamonn A Gaffney. Three-sphere swimmer in a nonlinear viscoelastic medium. *Physical Review E*, 87(4):043006, 2013. 5
- [21] Rodrigo M Rojano. *Estudio del efecto de la geometría en la eficiencia de nado de un microrobot en flujo Stokes*. Tesis, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2014. 5

- [22] Julian E Garcia, Eric Lauga, and Roberto Zenit. Fluid elasticity increases the locomotion of flexible swimmers. *Physics of Fluids (1994-present)*, 25(3):031701, 2013. 5
- [23] Michael W Harman, Star M Dunham-Ems, Melissa J Caimano, Alexia A Belperron, Linda K Bockenstedt, Henry C Fu, Justin D Radolf, and Charles W Wolgemuth. The heterogeneous motility of the lyme disease spirochete in gelatin mimics dissemination through tissue. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(8):3059–3064, 2012. 5
- [24] Sumio Ishijima, Shigeru Oshio, and Hideo Mohri. Flagellar movement of human spermatozoa. *Gamete research*, 13(3):185–197, 1986. 5
- [25] Thibaud Normand and Eric Lauga. Flapping motion and force generation in a viscoelastic fluid. *Physical Review E*, 78(6):061907, 2008. 6
- [26] Eric Lauga. Life at high Deborah number. *EPL (Europhysics Letters)*, 86(6):64001, 2009. 6
- [27] On Shun Pak, LaiLai Zhu, Luca Brandt, and Eric Lauga. Micropropulsion and microrheology in complex fluids via symmetry breaking. *Physics of fluids*, 24(10):103102, 2012. 6, 37, 52, 55, 56
- [28] Étienne Couturier, François Boyer, Olivier Pouliquen, and Élisabeth Guazzelli. Suspensions in a tilted trough: second normal stress difference. *Journal of Fluid Mechanics*, 686:26–39, 2011. 6
- [29] Isaac Newton. Principia mathematica. *Newton's principia (ed. F. Cajori)*, page 634, 1964. 9
- [30] Robert L. Mott and Javier E. Brito. *Mecánica de fluidos*. Pearson Educación, 2006. 10
- [31] J.D. Ferry. *Viscoelastic Properties of Polymers*. Wiley, 1980. 11

BIBLIOGRAFÍA

- [32] Eduardo R Sandoval, Alejandro F Quintero, Lisímaco A Alcalá, and Bernardo O Patiño. Reología de suspensiones preparadas con harina precocida de yuca. *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo*, 19(19):17–30, 2011. 12
- [33] Octave Levenspiel. *Flujo de fluidos e intercambio de calor*. Reverté, 1993. 13
- [34] DV Boger. A highly elastic constant-viscosity fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 3(1):87–91, 1977. 23
- [35] Bin Liu, Thomas R Powers, and Kenneth S Breuer. Force-free swimming of a model helical flagellum in viscoelastic fluids. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(49):19516–19520, 2011. 25
- [36]
- [37] Saverio E Spagnolie, Bin Liu, and Thomas R Powers. Locomotion of helical bodies in viscoelastic fluids: enhanced swimming at large helical amplitudes. *Physical review letters*, 111(6):068101, 2013. 48, 55
- [38] Aditya S Khair and Todd M Squires. Active microrheology: A proposed technique to measure normal stress coefficients of complex fluids. *Physical review letters*, 105(15):156001, 2010. 56