
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería

División de Ciencias Básicas

**Cuaderno de Ejercicios para los
Cursos Propedéuticos**



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Dr. Juan Ramón de la Fuente
Rector

Lic. Enrique Del Val Blanco
Secretario General de la UNAM

Dr. Daniel L. Barrera P.
Secretario Administrativo de la UNAM

M. en C. Gerardo Ferrando Bravo
Director de la Facultad de Ingeniería

M. en I. Bernardo Frontana de la Cruz
*Jefe de la División de Ciencias Básicas
de la Facultad de Ingeniería*



Ing. Francisco Barrera García
Jefe del Depto. de Matemáticas Básicas

Ing. Marco Antonio Gómez Ramírez
Jefe del Depto. de Matemáticas Aplicadas

Ing. Lanzier Efraín Torres Ortiz
Jefe del Depto. de Física General y Química

Ing. Jorge Solar González
Jefe del Depto. de Mecánica y Análisis

P R E S E N T A C I Ó N

La Facultad de Ingeniería ha decidido realizar una serie de ediciones provisionales de obras recientemente elaboradas por académicos de la institución, como material de apoyo para sus clases, de manera que puedan ser aprovechadas de inmediato por alumnos y profesores. Tal es el caso del *Cuaderno de ejercicios para los cursos propedéuticos*, elaborado en la División de Ciencias Básicas.

Se invita a los estudiantes y profesores a que comuniquen a los autores las observaciones y sugerencias que mejoren el contenido de la obra, con el fin de que se incorporen en una futura edición definitiva.

ÍNDICE

G-612431

INTRODUCCIÓN	4
ÁLGEBRA	5
I EXONENTES Y RADICALES.....	5
II PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN	14
III FRACCIONES ALGEBRAICAS.....	19
IV ECUACIONES	25
V RAZONES Y PROPORCIONES.....	30
VI LOGARITMOS.....	34
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA	37
I LÍNEAS RECTAS, ÁNGULOS Y POLÍGONOS EN LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA	37
II CIRCUNFERENCIA Y MEDIDAS ANGULARES EN LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA	47
III ÁREAS Y VOLÚMENES DE FIGURAS Y DE CUERPOS REGULARES	54
IV FUNCIONES, IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMETRICAS	55
GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA	56
I LA RECTA	56
II LA CIRCUNFERENCIA.....	58
III LA PARÁBOLA.....	60
IV LA ELIPSE	62
V LA HIPÉRBOLA	65
VI ROTACIÓN Y TRASLACIÓN DE EJES	68
CÁLCULO	70
I CONJUNTOS	70
II FUNCIONES	74
III LÍMITES.....	76
IV LA DERIVADA.....	78
V LA INTEGRAL INDEFINIDA Y DEFINIDA	80
LOS AUTORES	82



APUNTE
195-A

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



2001
G.- 612431

612431

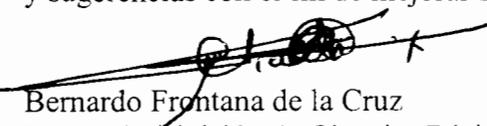
INTRODUCCIÓN

La mayoría de los estudiantes que ingresan a nuestra Facultad tiene grandes expectativas sobre la carrera que cursarán, sin embargo se ha encontrado que adolecen de conocimientos de las ciencias básicas indispensables para su sólida formación en ingeniería y no pocos presentan deficiencias en sus hábitos de estudio; lo que eventualmente propicia el fracaso escolar; motivo por el cual el H. Consejo Técnico de la Facultad de Ingeniería acordó que al ingresar, los alumnos deben presentar el Examen Diagnóstico; y dependiendo de las calificaciones que obtengan, cursar ya sea las asignaturas Propedéuticas (**Cursos Propedéuticos**) durante un semestre denominado semestre cero, ya que no cuenta para su tiempo de permanencia en la UNAM; o bien las asignaturas curriculares del primer semestre.

Estas y algunas otras situaciones personales y/o sociales, propician en nuestros alumnos el sentimiento de que las carreras de ingeniería son difíciles; por lo que los cursos propedéuticos persiguen mejorar los conocimientos antecedentes, principalmente de Matemáticas, y mejorar los hábitos de estudio. Las investigaciones recientes sobre los cursos propedéuticos muestran efectos realmente favorables y alentadores en los alumnos que los cursan y los aprueban; más no así en los que los cursan y no los aprueban; por lo cual y particularmente para estos últimos es deseable poner a su alcance apoyos adicionales para su aprendizaje y conseguir aumentar sus probabilidades de concluir exitosamente su carrera.

la Facultad de Ingeniería por conducto de su División de Ciencias Básicas, en el marco del Programa 2: *la Formación de los Alumnos del Plan de Desarrollo 1999-2003*, pone a su disposición este primer **Cuaderno de Ejercicios para los Cursos Propedéuticos** de la Facultad de Ingeniería.

El objetivo del Cuaderno es contribuir a que los alumnos de los cursos propedéuticos mejoren sustantivamente los aprendizajes significativos en Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica Plana y Cálculo; a través del uso de este apoyo didáctico complementario a sus actividades escolares obligatorias; y exhorta a la comunidad a hacernos llegar sus críticas y sugerencias con el fin de mejorar futuras ediciones.



Bernardo Frontana de la Cruz
Jefe de la División de Ciencias Básicas
Facultad de Ingeniería UNAM
Octubre de 2001

ÁLGEBRA

TEMA I. EXPONENTES Y RADICALES

Elevar la expresión al exponente indicado.

1. $(6a^2b^3)^4$

2. $(3w^4b)^3$

3. $(5r^3s^2)^2$

4. $\left(2s^{\frac{2}{3}}t^{\frac{1}{4}}\right)^2$

5. $\left(7n^{\frac{1}{4}}t^{\frac{3}{4}}\right)^2$

6. $(8t^3r^6)^{\frac{1}{3}}$

7. $\left(4a^{\frac{2}{3}}v^{\frac{1}{5}}\right)^3$

8. $(6a^{-2}b^3)^3$

9. $\left(\frac{5w^{-3}}{r^{-2}}\right)^4$

10. $\left(\frac{3s^{-2}}{t^{-3}}\right)$

11. $\left(\frac{3r^{-4}}{7w^{-3}}\right)^3$

12. $(64r^9 t^3)^{\frac{1}{3}}$

13. $\left(\frac{81m^4}{n^8}\right)^{\frac{1}{4}}$

14. $\left(\frac{16u^4}{t^2}\right)^{\frac{1}{4}}$

15. $\left(\frac{125m^{-6}}{n^3}\right)^{\frac{1}{3}}$

16. $\left(\frac{32t^5 w^{10}}{n^{15}}\right)^{\frac{1}{5}}$

17. $\frac{7^{13}}{7^8}$

18. $\left(\frac{6^3}{3^2}\right)$

19. $(5x^2 y^3)(2x^4 y^2)$

20. $\frac{12x^7 y^{12} z^3}{16x^4 y^6 z^6}$

21. $\frac{(3m^3 n^0)}{(6m^2 n^2)^3}$

22. $x^{12+n} x^{1-n}$

23. $\frac{x^{5+n}}{x^{5+2n}}$

24. $(y^{1-2n})^2$

25. $\frac{a^{5+n}}{a^{1+n}}$

26. $\left(\frac{a^{2-n}}{a^{2-2n}} \right)$

Escribir los siguientes números con exponentes positivo.

27. 8^{-3}

28. $\left(\frac{2}{3} \right)^{-2}$

29. $5^5 \cdot 5^{-2}$

30. $4^3 \cdot 4^{-5}$

31. $\frac{7^{-3}}{7^{-5}}$

Utilizar exponentes negativos, escribir sin denominadores las siguientes expresiones.

32. $\frac{9x^2}{a^3}$

33. $\frac{a^2 bc^2}{5^0 x^{-2} y}$

34. $\frac{2y^3 z^2}{3^{-2} y^4}$

35. $\frac{4a^3 b^{-1}}{2^{-1} a^4 b^{-3}}$

36. $\frac{8x^3 y^{-3}}{4^{-1} x^4 y^{-2}}$

37. $\frac{4a^{-5} b^0 c^{-1}}{a^{-2} b^3 c^2}$

38. $\frac{5a^{-1} b^{-2} t}{2^0 a^{-4} b^2 t^{-2}}$

$$39. \left(\frac{x^{-2} y^3}{x^3 y^{-2}} \right)^{-2}$$

$$40. \left(\frac{5^{-3} x^{-4} y^{-2}}{25^{-2} x^3 y^{-5}} \right)^{-4}$$

Expresar el valor de cada una de las operaciones indicadas sin necesidad de usar exponentes o radicales.

$$41. \left(\frac{1}{32} \right)^{\frac{1}{5}}$$

$$42. (-27)^{\frac{1}{3}}$$

$$43. 8^{\frac{2}{3}}$$

$$44. 9^{-\frac{3}{2}}$$

$$45. 0.36^{\frac{1}{2}}$$

Expresar los resultados de las siguientes operaciones sin utilizar exponentes negativos o cero.

$$46. 2a^{\frac{3}{2}} \left(3a^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$47. 5a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}} \left(2a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} \right)$$

$$48. \frac{32 x^{\frac{3}{5}} y^{-\frac{1}{3}}}{4 x^{\frac{2}{5}} y^{-\frac{2}{3}} z}$$

$$49. \left(\frac{9x^2}{16y^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$50. \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} \right)^2$$

Simplificar cada uno de los siguientes radicales.

$$51. \sqrt{128}$$

$$52. \sqrt[3]{320}$$

$$53. \sqrt[4]{1250}$$

$$54. \sqrt{32a^7b^{10}}$$

$$55. \sqrt[5]{64x^{10}y^6z^8}$$

Introducir el factor dentro del radicando.

$$56. 2xy\sqrt{3}$$

$$57. 5xy^2\sqrt{3xy}$$

$$58. 4xy\sqrt[3]{x}$$

$$59. 3ab^2\sqrt[3]{2ab}$$

$$60. 7x^2y\sqrt{3y}$$

Efectuar el producto y simplificar.

$$61. \sqrt{12} \sqrt{48}$$

$$62. \sqrt{125} \sqrt{5}$$

$$63. \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{72}$$

64. $\sqrt{3x^5 b^7} \sqrt{12x b^2}$

65. $\frac{\sqrt{72x^3 y^6}}{\sqrt{2xy^3}}$

Efectuar los siguientes productos.

66. $(a^m)(5^{4m})$

67. $(4x^y)(-5x^{y+2})$

68. $(-4m^{6n})(-12m^{6n-1})$

69. $(2x^{7+y})(-3x^{5+9y})$

70. $(3a^{m+2n+4})(-5a^{6m+2n+11})$

71. $\left(\frac{2}{5}y^{2a+6}\right)\left(-\frac{10}{7}\right)(y^{8a+2})$

72. $(-8m^{-2}n^{-5})(13m^6n^{-1})$

73. $(12x^{b+1}y^{-2})(-5x^{-34p-8}y^{-10})$

74. $(6x^{-6}y^{-1}z^2)\left(-\frac{3}{5}x^{11}y^4z^{-5}\right)$

75. $\left(\frac{1}{7}p^{-6+x}q^{-4}t^{-2}\right)(5p^{-1-2x}q^{-7}t^4)$

76. $\left(4m^{-\frac{1}{4}}n^{-\frac{2}{3}}\right)\left(-6m^{-\frac{4}{3}}n^{-\frac{1}{3}}\right)$

77. $\left(-\frac{1}{2}x^{p+3}y^{\frac{5}{3}}\right)\left(-\frac{1}{5}x^{-2p-7}y^{\frac{5}{4}}\right)$

$$78. \left(8a^{\frac{m}{2}} b^{\frac{3}{7}} \right) \left(-\frac{1}{3} a^{-\frac{4m}{5}} b^{-\frac{1}{6}} \right)$$

$$79. \left(2p^2 q^{\frac{2}{3}} \right) \left(-\frac{1}{2} p^{-\frac{5}{7}} q^{\frac{a}{2}} \right)$$

$$80. \left(\frac{1}{8} x^{\frac{1}{4}} y^{b+1} z^a \right) \left(-\frac{1}{5} x^{-2} y^{1-b} z^{\frac{a}{3}} \right)$$

$$81. 3x^5 \left(-2x^{\frac{1}{2}} \right) \left(-3x^{\frac{1}{4}} \right)$$

$$82. m^{\frac{1}{4}} \left(6m^{\frac{1}{3}} \right) \left(m^{\frac{6}{4}} \right)$$

$$83. \left(\frac{3}{5} b^{-2} c^{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{2}{3} b^4 c^{-2} \right) \left(-2b^{-3} c^{-1} \right)$$

$$84. \left(\frac{1}{2} m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{2}{3}} \right) \left(\frac{1}{2} m^{-\frac{2}{5}} n^{-\frac{1}{4}} \right) \left(\frac{1}{3} m^{-1} n^{-2} \right)$$

$$85. \left(-\frac{3}{4} x^{-\frac{3}{4}} y^b \right) \left(\frac{9}{4} x^{\frac{1}{3}} y^{b+1} \right) \left(x^{-\frac{2}{5}} y^{\frac{3}{5}} \right)$$

Efectuar los siguientes cocientes

$$86. \frac{-3a^3bc^2}{2a^2bc}$$

$$87. \frac{-\frac{6}{5}x^2y^{-1}z^2}{\frac{1}{5}x^{-1}y^{-4}z^3}$$

$$88. \frac{\frac{1}{2}x^{-2}y^{\frac{10}{3}}}{2x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{10}{3}}}$$

$$89. \frac{\frac{9}{4}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{\frac{18}{25}x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$$

$$90. \frac{\frac{3}{4}a^{b+2}c^{-d+1}}{2a^{b+2}c^{-d-1}}$$

$$91. \frac{-\frac{5}{6}a^{-2x-1}b^{-3y+1}}{\frac{10}{3}a^{-2x}b^{-2y}}$$

$$92. \frac{\frac{2}{7}x^{2b+3}y^{-a+1}z^{-1}}{\frac{4}{7}x^{-b}y^a z^{-1+a}}$$

$$93. \frac{\frac{3}{4}x^{a+b}y^{-b+a}z^{-2}}{\frac{5}{4}x^{-a+b}y^{1-a}z^{-3}}$$

$$94. \frac{-\frac{1}{3}x^{-1}y^{-2-a}z^{-3}}{-\frac{1}{2}x^{-3}y^{-2+a}z^{-1}}$$

$$95. \frac{\frac{11}{10}a^{x+\frac{1}{2}}b^{y-\frac{3}{4}}}{\frac{22}{10}a^{2x-1}b^{y+\frac{1}{4}}}$$

Simplificar las siguientes expresiones

$$96. \left(\frac{x^0 y^{-\frac{3}{5}}}{x^2 y^{-\frac{4}{5}}} \right)^{-10}$$

$$97. \left(\frac{2^{-\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{1}{3}} x^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}}} \right)^6$$

$$98. \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{3}{5}}}{x^0 y^{-\frac{2}{5}}} \right)^{-5}$$

$$99. \left(\frac{9^{\frac{3}{2}} a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{5}{4}}}{4^{\frac{1}{2}} a^{-\frac{1}{4}} b^{-\frac{1}{2}}} \right)^{-1}$$

$$100. \left(\frac{4^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{1}{3}} x^{-\frac{1}{3}} y^{\frac{5}{3}}} \right)^{-6}$$

$$101. \sqrt[6]{\frac{x^{12} y^{13}}{4z^2}}$$

$$102. \sqrt{25^5 \sqrt{x^{10} y^{10}}}$$

$$103. \sqrt[5]{-32 \sqrt[3]{x^5}}$$

$$104. \sqrt[3]{27^4 \sqrt{64x^6 y^3}}$$

$$105. \sqrt[3]{8x^6 y^{12} \sqrt[4]{81x^{12} y^{16} \sqrt[2]{9x^6 y^8}}}$$

TEMA II. PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

Resolver los siguientes binomios al cuadrado.

1. $(x - 2y^2)^2$

2. $(u - 3v^2)^2$

3. $(2r - 4w^2)^2$

4. $(4x^2 - 5y)^2$

5. $(2s^3 - 6t^2)^2$

6. $(2u^2t - 7vs^2)^2$

7. $(5r^2m^5 - 8nt^2)^2$

8. $(6m^3t - 8nt^2)^2$

9. $\left(2t^{\frac{1}{3}} - 5s^{\frac{2}{3}}\right)^2$

10. $\left(7w^{\frac{1}{4}} - 3r^{\frac{3}{2}}\right)^2$

11. $(2x - y)^2$

12. $(3u + v)^2$

13. $(2x + 3y)^2$

14. $(3u^2 + 5w)^2$

15. $(4u^3 + 6w)^2$

16. $(5u^2t + 3wr^3)^2$

17. $(6xr^2 + 7ry^2)^2$

18. $(8x^2t^3 + 5y^3s^2)^2$

19. $(9rs^2 + 7tw^3)^2$

20. $(5m^3t^2 + 6n^2s^3)^2$

21. $\left(3x^{\frac{1}{3}} + 7y^{\frac{1}{5}}\right)^2$

Resolver las siguientes diferencias de cuadrados.

22. $(x + y)(x - y)$

23. $(u + v)(u - v)$

24. $(2u + v)(2u - v)$

25. $(4x + 3y)(4x - 3y)$

26. $(5u^2 + 2v)(5u^2 - 2v)$

27. $(6r^3 + 7w^2)(6r^3 - 7w^2)$

28. $(5m^2t + 8s^4)(5m^2t - 8s^4)$

29. $(4p^2s + 7n^3)(4p^2s - 7n^3)$

30. $\left(4\sqrt{w} + 5t^{\frac{2}{3}}\right)\left(3\sqrt{w} - 5t^{\frac{2}{3}}\right)$

31. $\left(4m^{\frac{3}{5}}x^2 + 3n^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right)\left(4m^{\frac{3}{5}}x^2 - 3n^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}\right)$

Resolver los siguientes binomios al cubo.

32. $(x + y)^3$

33. $(u + 2v)^3$

34. $(3x + y)^3$

35. $(4w + v)^3$

36. $(2x + 3y)^3$

37. $(4u + 5v)^3$

38. $(2m^2 + 3n^3)^3$

39. $(5w^3 + 4t^4)^3$

40. $(m - n)^3$

41. $(x - y)^3$

42. $(a - 2b)^3$

43. $(3w - v)^3$

44. $(4x - 3y)^3$

45. $(5m^2 - 2n^3)^3$

46. $(7r^4 - 4v^2)^3$

47. $(3w^4 - 4v^2)^3$

Factorizar las siguientes expresiones.

48. $9x^2 + 6xy + y^2$

-
49. $4w^2 + 16wy + 16y^2$
50. $25m^2 + 80mn + 64n^2$
51. $16x^4s^2 + 24x^2y^3sz + 9z^2y^6$
52. $49m^6p^4 + 84m^3p^2nw^4 + 36nw^4$
53. $16x^8w^4 + 72x^2w^2y^2 + 81y^4x^4$
54. $25r^6t^4 + 70r^3t^2u^5w^3 + 49u^{10}w^6$
55. $u^2 - v^2$
56. $25x^4 - 16y^6$
57. $9a^2 - 25c^2$
58. $16w^2 - 36t^4$
59. $25u^6 - 49m^2w^4$
60. $49u^2s^4 - 64r^6t^4$
61. $121x^8w^6 - 81y^{10}u^4$
62. $9a^2b^4 - 36c^8d^6$
63. $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 36w^4t^2$
64. $a^3 + 8b^3$
65. $27x^3 + 64y^3$
66. $125w^6t^3 + 216u^9$
67. $343x^3u^6 + 729y^{12}$
68. $512w^9r^3 + 343u^{12}t^6$
-

69. $w^3 - t^3$

70. $8x^3 - y^6$

71. $64r^3 - 27w^6t^3$

72. $216p^3s^9 - 343t^6m^3$

73. $512w^6m^9 - 729u^3t^6$

TEMA III. FRACCIONES ALGEBRAICAS

Simplificar las siguientes expresiones

1.
$$\frac{6x^2 y^3}{3x}$$

2.
$$\frac{8m^4 n^3 x^2}{24m n^2 x^2}$$

3.
$$\frac{120a^2 b^3}{60a^3 b^5 x}$$

4.
$$\frac{30x^6 y^2}{45ax^4}$$

5.
$$\frac{15a^{12} b^{15} c^{20}}{750a^{11} b^{16} c^{22}}$$

6.
$$\frac{3ax}{2a^2x+2a}$$

7.
$$\frac{2ax + 4bx}{3ay + 6by}$$

8.
$$\frac{10a^2 b^3 c}{80(a^3 - a^2 b)}$$

9.
$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$$

10.
$$\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^3 - 8b^3}$$

11.
$$\frac{2ax + ay - 4bx - 2by}{ax - 4a - 2bx + 8b}$$

12.
$$\frac{6x^2 + 5x - 6}{15x^2 - 7x - 2}$$

$$13. \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$$

$$14. \frac{a^4b^2-a^2b^4}{a^4-b^4}$$

$$15. \frac{24a^3b+8a^2b^2}{36a^4+24a^3b+4a^2b^2}$$

$$16. \frac{8x^3+1}{8x^3-4x^2+2x}$$

$$17. \frac{(a+b)^2-(c-d)^2}{(a+c)^2-(b-d)^2}$$

$$18. \frac{x^3-6x^2}{x^2-12x+36}$$

$$19. \frac{125a+a^4}{2a^3+20a^2+50a}$$

$$20. \frac{9x^2-24x+16}{9x^4-16x^2}$$

$$21. \frac{4-4x}{6x-6} = -\frac{2}{3}$$

$$22. \frac{a^2-b^2}{b^2-a^2}$$

$$23. \frac{x^2-x-12}{16-x^2}$$

$$24. \frac{3y-6x}{2mx-my-2nx+ny}$$

$$25. \frac{a^2+a-2}{n-an-m+am}$$

II. Obtener el mínimo común múltiplo (m c m)

26. ab^2c, a^2bc, abc^2

27. $9ax^3y^2, 15x^2y^5$

28. $2a^2b^2, 4ab, 8a^3$

29. $3x^2, 4y^2, 8a^2$

30. $4ab, 6a^2, 3b^2$

31. $2a, 4x - 8,$

32. $x^2y, x^2y + xy^2$

33. $10b, 5 - 15b^2$

34. $3x + 3, 6x - 6$

35. $x^3 + 2x^2y, x^2 - 4y^2$

36. $3ax + 12a, 2bx^2 + 6bx - 8b$

37. $5x^2 - 30x, ax^2 - 3ax - 18a$

Adicionar las siguientes fracciones

38. $\frac{x-2}{4} + \frac{3x+2}{6}$

39. $\frac{a-2b}{15a} - \frac{b-a}{20b}$

40. $\frac{a-1}{3} + \frac{2a}{6} - \frac{3a+4}{12}$

41. $\frac{3}{5} + \frac{x+2}{2x} - \frac{x^2+2}{6x^2}$

$$42. \quad \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}$$

$$43. \quad \frac{3}{1-x} + \frac{6}{2x+5}$$

$$44. \quad \frac{m+3}{m-3} + \frac{m+2}{m-2}$$

$$45. \quad \frac{3}{2x+4} + \frac{x-1}{2x-4} + \frac{x^2+8}{x^2-4}$$

$$46. \quad \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} + \frac{4xy}{x^2-y^2}$$

$$47. \quad \frac{1}{a-b} + \frac{a}{b^2-a^2}$$

$$48. \quad \frac{1}{2x-x^2} + \frac{x}{x^2-4}$$

$$49. \quad \frac{x+3y}{y+x} + \frac{3y^2}{x^2-y^2} + \frac{x}{y-x}$$

$$50. \quad \frac{x-4}{x^2-2x-3} + \frac{x}{6-2x}$$

Multiplicar las siguientes fracciones algebraicas

$$51. \quad \frac{2x^3}{15a^3} \cdot \frac{3a^2}{y} \cdot \frac{5x^2}{7xy}$$

$$52. \quad \frac{x+y}{xy-y^2} \cdot \frac{y^2}{x^2-y^2}$$

$$53. \quad \frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2-2xy} \cdot \frac{x^2}{4x^2-4y^2}$$

$$54. \quad \frac{a^2-ab+a}{a^2+2a+1} \cdot \frac{30}{6a^2-60b+6a}$$

$$55. \quad \frac{2a-2}{2a^2-50} \cdot \frac{a^2-4a-5}{3a+3}$$

$$56. \quad \frac{y^2+9y+18}{3(y-5)} \cdot \frac{5y-25}{5y+15}$$

$$57. \quad \frac{x^3-27}{a^3-1} \cdot \frac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}$$

$$58. \quad \frac{1-x}{a+1} \cdot \frac{a^2+a}{x-x^2}$$

$$59. \quad \frac{\left((m+n)^2 - x^2 \right)}{(m+x)^2 - n^2} \cdot \frac{(m-n)^2 - x^2}{5(m^2 + mn - mx)}$$

$$60. \quad \frac{a^2-5a+6}{3a-15} \cdot \frac{6a}{a^2-a-30} \cdot \frac{a^2-25}{2a-4}$$

Multiplicar las siguientes fracciones mixtas

$$61. \quad \left(a + \frac{a}{b} \right) \left(a - \frac{a}{b+1} \right)$$

$$62. \quad \left(1 + \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{x}{a+x} \right)$$

$$63. \quad \left(x+2 - \frac{12}{x+1} \right) \left(1 + \frac{y^3}{x^3} \right)$$

$$64. \quad \left(x - \frac{xy}{x+y} \right) \left(1 + \frac{b^2}{a^2-b^2} \right) = \frac{a}{b}$$

$$65. \quad \left(1 + \frac{a}{b} \right) \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(1 + \frac{b^2}{a^2-b^2} \right)$$

Dividir las siguientes fracciones

66.
$$\frac{7x^2}{3y^2} \div \frac{2x}{y^3}$$

67.
$$\frac{5x^2}{7y^3} \div \frac{10x^4}{14ay^4}$$

68.
$$\frac{x-1}{3} \div \frac{2x-2}{6}$$

69.
$$\frac{8x^2 + 26x + 15}{16x^2 - 9} \div \frac{6x^2 + 13x - 5}{9x^2 - 1}$$

70.
$$\frac{x^3 + 125}{x^2 - 64} \div \frac{x^3 - 5x^2 + 25x}{x^2 + x - 56}$$

71.
$$\left(1 + \frac{a}{a+b}\right) \div \left(1 + \frac{2a}{b}\right)$$

72.
$$\left(1 + \frac{2a}{b}\right) \div \left(1 + \frac{a}{a+b}\right)$$

73.
$$\left(1 - a + \frac{a^2}{1+a}\right) \div \left(1 + \frac{2}{a^2 - 1}\right)$$

74.
$$\left(a + b \frac{b^2}{a-b}\right) \div \left(1 - \frac{b}{a+b}\right)$$

75.
$$\left(x + \frac{1}{x+2}\right) \div \left(1 + \frac{3}{x^2 - 4}\right)$$

TEMA IV. ECUACIONES

Resolver las siguientes ecuaciones.

1. $2x + 3 = 7$

2. $3x - 5 = 10$

3. $4x + 4 = 20$

4. $5x - 2 = 13$

5. $7x - 4 = 17$

6. $3x + 6 = -12$

7. $4x + 7 = 27$

8. $5x + 4 = 3x + 6$

9. $5x + 3 = 2x + 12$

10. $7x - 2 = 3x + 10$

11. $5x + 4 = 6x - 3$

12. $9x + 6 = 4x - 7$

13. $3x + 5 = 4 - 2x$

14. $\frac{2x+4}{2x-3} = 2$

15. $\frac{5x-2}{3x+5} = 3$

16. $\frac{x+7}{x-7} = 5$

17. $\frac{6x+5}{4x-2} = \frac{3}{5}$

18.
$$\frac{2x}{6x+5} = \frac{3}{2}$$

19.
$$\frac{2}{4x+5} = \frac{8}{5}$$

20.
$$\frac{2x+6}{3x+5} = \frac{4}{3}$$

21.
$$\frac{3x+1}{x+2} = \frac{3x+5}{x+3}$$

22.
$$\frac{2x+4}{x+5} = \frac{2x+7}{x+2}$$

23.
$$\frac{4x+2}{x-3} = \frac{4x+3}{x-1}$$

24.
$$\frac{4x+3}{2x-1} = \frac{2x+6}{x-3}$$

25.
$$\frac{6x+3}{2x+5} = \frac{3x+7}{x-2}$$

26.
$$\frac{x+7}{3x+2} = \frac{x+5}{3x-8}$$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones.

27.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

28.
$$\begin{cases} 7x - 3y = 2 \\ 5x + 6y = 34 \end{cases}$$

29.
$$\begin{cases} 5x + 9y = \frac{46}{3} \\ 3x + 4y = \frac{22}{3} \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 6x - 5y = -\frac{23}{5} \\ 3x + y = \frac{13}{5} \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 2 \\ \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} \frac{3}{7}x + \frac{1}{5}y = \frac{7}{2} \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = \frac{22}{6} \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} \frac{2x + 3y}{4} - \frac{5x - y}{3} = 1 \\ \frac{x + y}{2} + \frac{x + 2y}{5} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} \frac{3u + 2v}{5} + \frac{4u - 3v}{3} = \frac{17}{4} \\ \frac{2u + v}{5} + \frac{6u + 4v}{9} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} \frac{2r + 4s}{11} + \frac{r - 2s}{5} = 1 \\ \frac{3r + s}{13} - \frac{2r - 4s}{10} = 2 \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y = \frac{7}{4} \\ 3x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} 3x + y = \frac{1}{6} \\ x + 2y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$38. \quad \begin{cases} .25x + .32y = .65 \\ .12x + 1.43y = 2.36 \end{cases}$$

$$39. \quad \begin{cases} .34x + .72y = 1.56 \\ .3x - .42y = 2.73 \end{cases}$$

$$40. \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4}x + \frac{1}{7}y = \frac{6}{14} \end{cases}$$

$$41. \quad \begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{1}{6}y = \frac{4}{15} \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = \frac{7}{15} \end{cases}$$

Determinar la solución de las siguientes ecuaciones de segundo grado.

$$42. \quad 4x^2 - 100 = 0$$

$$43. \quad 9y^2 - 441 = 0$$

$$44. \quad 16u^2 - 256 = 0$$

$$45. \quad 4p^2 - 36 = 0$$

$$46. \quad \frac{x^2}{4} - 9 = 0$$

$$47. \quad 9w^2 - 276 = 0$$

$$48. \quad 25w^2 - 3600 = 0$$

$$49. \quad 7t^2 - 343 = 0$$

$$50. \quad 3x^2 + 21x = 0$$

$$51. \quad 7x^2 - 63x = 0$$

$$52. \quad 4x^2 + 12x = 0$$

-
53. $16x^2 - 80x = 0$
54. $8x^2 - 32x = 0$
55. $2x^2 + x - 10 = 0$
56. $3x^2 + 16x + 21 = 0$
57. $4x^2 - 7x + 3 = 0$
58. $12x^2 + 28x + 15 = 0$
59. $10x^2 + 19x + 6 = 0$
60. $4x^2 - 13x - 35 = 0$
61. $18x^2 - 27x + 7 = 0$
62. $10x^2 - 9x - 9 = 0$
63. $8x^2 + 2x - 15 = 0$
64. $28x^2 + 5x - 12 = 0$
65. $lx^2 + m(l+1)x + m^2 = 0$
66. $mnx^2 + (3n + m^2)x + 3m = 0$
67. $6x^2 + (3m + 2n)x + mn = 0$
68. $x^2 + 3k + 2k^2 = 0$
-

TEMA V. RAZONES Y PROPORCIONES

1. En física, la ley de Wien afirma que la longitud de onda L (en metros) de la más intensa radiación proveniente de un cuerpo es inversamente proporcional a su temperatura T (en kelvin). La constante de proporcionalidad es 0.00290 . Determinar la longitud de onda de la luz amarilla visible del Sol si su temperatura superficial es de $5700 K$.
2. En el estudio de los cuerpos elásticos, la tensión es directamente proporcional a la distensión. Para un alambre de longitud L y área transversal A que se estira en una cantidad e por medio de una fuerza aplicada F , la tensión se define como F/A y la distensión está dada por e/L . Determinar una fórmula que exprese e en términos de las otras variables.
3. Miguel puede pintar una habitación en 8 horas, mientras que Felipe puede pintar la misma habitación en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en pintar juntos 4 habitaciones del mismo tamaño?
4. El número (N) de pizzas de un pizzería varía directamente con el tiempo (t) que el negocio permanece abierto. Si la pizzería produce 350 pizzas en 15 horas, ¿Cuántas pizzas puede producir en 50 horas?
5. El tren A se desplaza 10 m/s más lento que el tren B . El tren A recorre 400 m en el mismo tiempo en el que el tren B recorre 500 m . Calcula la velocidad de cada tren.
6. Si el impuesto sobre la propiedad varía directamente con la valuación, determinar el impuesto de una casa de $\$ 140,000.00$ en una ciudad donde una casa de $\$ 90,000.00$ paga $\$ 382.50$ de impuesto.
7. Si c es directamente proporcional al valor absoluto de n , y c es igual a 25 cuando $n = 10$, obtener c cuando $n = -4$.
8. Si y es directamente proporcional a $(3x + 5)$ y $y = 14$ cuando $x = 3$, calcular x cuando $y = -7$.
9. Un cohete usa alcohol como combustible y oxígeno como oxidante. El consumo de alcohol varía directamente con el consumo de oxígeno líquido. Si el cohete consume 1.8 kg de alcohol por segundo y 6.3 kg de oxígeno líquido por segundo, ¿cuál sería el consumo de alcohol cuando el oxígeno líquido se consume a razón de 7 kg por segundo?

10. La velocidad de un cuerpo que parte del reposo en caída libre, es directamente proporcional al tiempo de caída. Si el cuerpo tiene una velocidad de 44 m/s a los 4.5 segundos después de empezar su caída, ¿cuál es su velocidad?
11. Horacio estuvo entre Tomás y el punto de la superficie de la Tierra donde cayó un rayó. Si Tomás oyó el sonido 5.5 segundos después de que cayó, a que distancia estaba Tomás de Horacio si éste estaba a 1365 metros del punto donde cayó el rayo y escuchó el estruendo 1.5 segundos antes que Tomás.
12. Observando la siguiente tabla:

x	y
1	30
2	15
3	10
4	
5	

- a) ¿qué tipo de relación existe entre y y x ?
- b) completar la tabla
- c) trazar la gráfica de y vs x
13. Si y es inversamente proporcional a x , cuando el valor de x se multiplica por un número N , ¿qué sucede con el valor de y ?
14. Usted sabe que la longitud, c , de una circunferencia de radio R está dada por $c = 2\pi R$.
- a) ¿Qué tipo de relación existe entre c y R ?
- b) ¿Cómo es la gráfica de c vs R
- c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?
15. Un medicamento debe administrarse a su enfermo en dosis de 8 gotas, empleando un cuentagotas. Como no se dispone de él, se usa otro que deja salir gotas con un diámetro dos veces mayor. En este caso ¿cuántas gotas deberían administrarse al paciente?.
16. Se sabe que el volumen de un gas, al cual se le mantiene a una temperatura constante, es inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él. Considere 100 cm^3 de un gas sometido a una presión determinada, al mantener su temperatura constante y hacer que la presión sobre el gas sea cuatro veces mayor, ¿qué volumen ocupará?.

17. Suponga que la cisterna del abasto de agua de una casa es cúbica y su volumen de 2700 litros. Si el depósito fuese sustituido por v , también cúbico, con una arista tres veces más chica, entonces:
- ¿Cuántas veces menor será el volumen de la nueva cisterna?
 - ¿Cuántos litros de agua se podrían almacenar?
18. Se sabe que 2 hombres pueden transportar 6 m^3 de tierra en 4 horas, obtener el número de hombres que se necesitan para transportar 18 m^3 en 8 horas.
19. Un segmento de 120 cm. se divide en tres partes cuyas longitudes son directamente proporcionales a los números 3, 4, 5. Obtener las longitudes de cada una de ellas.
20. Si 8 hombres tardan 12 días en construir 16 máquinas, obtener el número de días que utilizarán 15 hombres en construir 50 máquinas.

Tanto por ciento

21. Calcular:
- El 25% de 17 850
 - El 33% de 48 605
 - El 2.4% de 25 500
22. En una escuela de 1050 alumnos el 72% aprobó todas sus materias ¿Cuántos alumnos aprobaron?
23. En la compra de 25 balones de fútbol de \$ 95.00 cada uno, hacen un descuento del 18%. ¿Cuánto se deberá pagar en la compra de 150 balones?
24. Distribuir el sueldo de una persona que gana \$ 4500.00 mensuales si dedica el 20% a la renta, el 30% a la alimentación, el 15% al vestido, el 15% a diversiones y el resto lo ahorra. ¿Qué cantidad utiliza para cubrir cada uno de sus gastos y cuánto ahorra?
25. El precio de un automóvil es de \$ 50 608.70, pero fue vendido en \$ 36 865.00 ¿Qué tanto por ciento de descuento fue concedido?
26. En una cuenta de ahorros se tenían depositados \$ 8 612.30. Después de un periodo el sueldo era de \$ 13 858.56. ¿Qué tanto por ciento tuvo de incremento?
27. ¿Cuántos partidos jugó un equipo que ganó 22 encuentros, que equivalen al 85% del total.
28. En la compra de un automóvil se da un enganche de \$ 16 000.00 correspondiente al 32% del precio. ¿Cuál es el valor del automóvil?

29. Un comerciante retiró de su cuenta de ahorros \$ 65 860.70, equivalentes al 22% de la cuenta. ¿Cuánto le quedará como saldo?
30. En la compra de una casa se pide un enganche de \$ 98 500.00, que corresponde al 35% del precio total. ¿Cuál será el precio de la casa? .

TEMA VI. LOGARITMOS

Determinar x , y o z en cada una de las siguientes ecuaciones.

1. $\log_{10} x = 2$

2. $\log_y 16 = 2$

3. $\log_3 27 = y$

4. $\log_4 16 = y$

5. $\log_9 z = -1$

6. $\log_{16} z = \frac{3}{4}$

7. $\log_x 8 = 3$

8. $\log_z \left(\frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{2}$

9. $y = \log_3 \left(\frac{1}{81} \right)$

10. $\log_x 2 = -\frac{1}{8}$

Si $\log_{10} 2 = 0.3010$ y $\log_{10} 3 = 0.4771$, calcular.

11. $\log_{10} 54 =$

12. $\log_{10} \frac{16}{3} =$

13. $\log_{10} \sqrt[3]{16} =$

14. $\log_{10} \sqrt[4]{48} =$

15. $\log_{10} 32 =$

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales sin el uso de tablas.

16. $5^x = 625$

17. $3^{x-1} = 27$

18. $e^{4x} = e^{10}$

19. $7^{2x+3} = 7$

20. $8^{x+2} = 64^x$

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales.

21. $8^x = 7$

22. $11^{3x-1} = 6^x$

23. $20^x = 4^x$

24. $6^{2x-3} = 2^2$

25. $(10^2)^x = 3^x$

Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas.

26. $\log(x+2) + \log(x-2) = \log 12$

27. $\log(x+5) + \log(x+2) = \log 14x$

28. $\log(x-7) + \log 4 = \log 12$

29. $2 \log(x-3) + \log(x+5) + \log 4$

30. $\log(x+2) + \log(x-2) = \log 12$

Calcular los siguientes logaritmos.

31. $\log_3 (27)$

32. $\log_2 (16)$

33. $\log_5 (125)$

34. $\log_3 (81)$

35. $\log_4 (64)$

36. $\log_6 (36)$

37. $\log_5 (625)$

38. $\log_7 (2401)$

39. $\log (2) = 0.3010$

40. $\log (3) = 0.4771$

41. $\log (36)$

42. $\log \left(\frac{1}{6} \right)$

43. $\log \left(\frac{8}{27} \right)$

44. $\log \left(\frac{72}{16} \right)$

45. $\log (36) (18)$

46. $\log (18)^2$

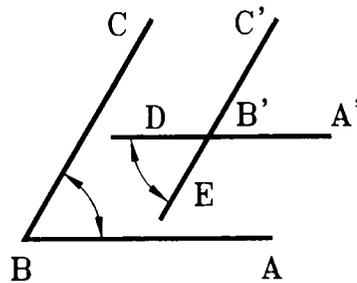
47. $\log (72)^3$

48. $\log (144)$

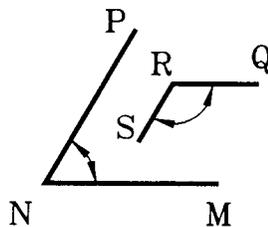
GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

TEMA I. LÍNEAS RECTAS, ÁNGULOS Y POLÍGONOS EN LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

1. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$; $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$; $\angle DB'E = 60^\circ$. Hallar el $\angle ABC$. La respuesta es la que indica la opción _____

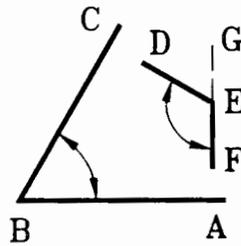


- a) $\angle ABC = 45^\circ$ b) $\angle ABC = 130^\circ$ c) $\angle ABC = 60^\circ$
 b) $\angle ABC = 50^\circ$ e) $\angle ABC = 15^\circ$
2. $\overline{PN} \parallel \overline{RS}$; $\overline{MN} \parallel \overline{RQ}$; $\angle MNP = 60^\circ$. Hallar el $\angle SRQ$. La respuesta es la que indica la opción _____



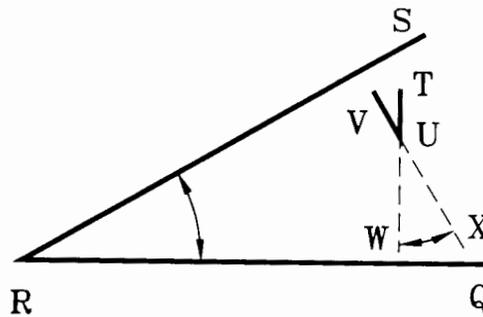
- a) $\angle SRQ = 400^\circ$ b) $\angle SRQ = 110^\circ$ c) $\angle SRQ = 140^\circ$
 d) $\angle SRQ = 140^\circ$ e) $\angle SRQ = 120^\circ$

3. $\overline{EF} \perp \overline{AB}$; $\overline{DE} \perp \overline{BC}$; $\angle DEF = 120^\circ$. Hallar el $\angle ABC$. La respuesta es la que indica la opción _____



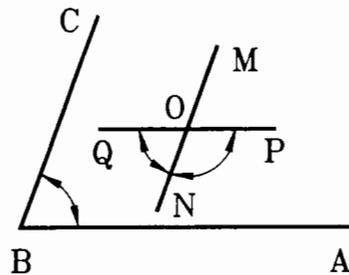
- a) $\angle ABC = 40^\circ$ b) $\angle ABC = 60^\circ$ c) $\angle ABC = 100^\circ$
 d) $\angle ABC = 100^\circ$ e) $\angle ABC = 90^\circ$

4. $\overline{TU} \perp \overline{RQ}$; $\overline{UV} \perp \overline{RS}$; $\angle WUX = 30^\circ$. Hallar el $\angle QRS$. La respuesta es la que indica la opción _____



- a) $\angle QRS = 45^\circ$ b) $\angle QRS = 30^\circ$ c) $\angle QRS = 20^\circ$
 d) $\angle QRS = 35^\circ$ e) $\angle QRS = 15^\circ$

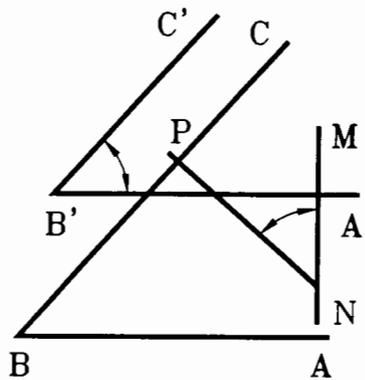
5. $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$; $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$; $\angle ABC = 70^\circ$. Hallar los ángulos, $\angle NOP$ y $\angle NOQ$. La respuesta es la que indica la opción _____



- $\angle NOQ = 65^\circ$ $\angle NOQ = 80^\circ$ $\angle NOQ = 72^\circ$
 a) $\angle NOP = 115^\circ$ b) $\angle NOP = 100^\circ$ c) $\angle NOP = 108^\circ$

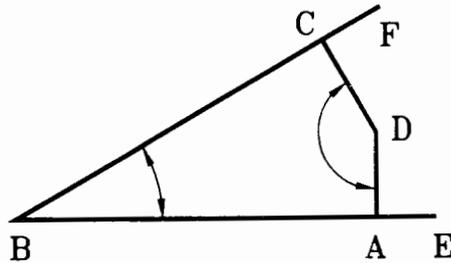
 $\angle NOQ = 20^\circ$ $\angle NOQ = 70^\circ$
 d) $\angle NOP = 160^\circ$ e) $\angle NOP = 110^\circ$

6. $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$; $\overline{B'C'} \parallel \overline{BC}$; $\overline{MN} \perp \overline{AB}$; $\overline{NP} \perp \overline{BC'}$; $\angle MNP = 48^\circ$. Hallar el $\angle A'B'C'$. La respuesta es la que indica la opción _____

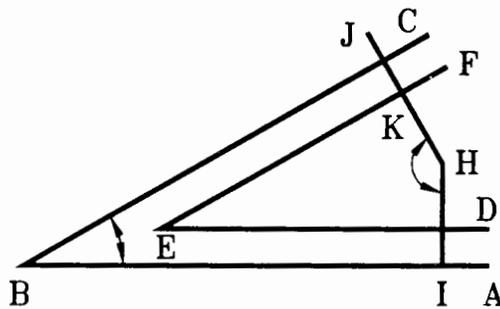


- a) $\angle A'B'C' = 48^\circ$ b) $\angle A'B'C' = 27^\circ$ c) $\angle A'B'C' = 49^\circ$
 d) $\angle A'B'C' = 32^\circ$ e) $\angle A'B'C' = 53^\circ$

7. $\overline{AB} \perp \overline{DA}$; $\overline{BF} \perp \overline{CD}$; $\angle CDA = 150^\circ$. Hallar el $\angle ABC$. La respuesta es la que indica la opción _____

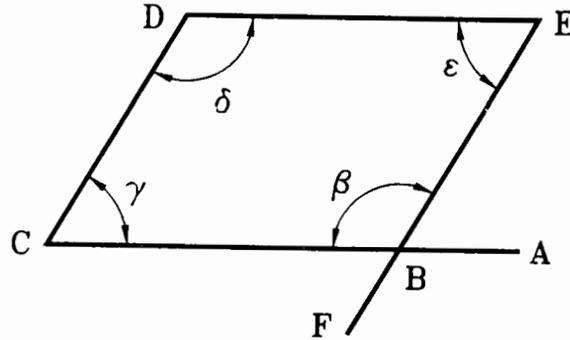


- a) $\angle ABC = 45^\circ$ b) $\angle ABC = 62^\circ$ c) $\angle ABC = 30^\circ$
 d) $\angle ABC = 15^\circ$ e) $\angle ABC = 38^\circ$
8. $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$; $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$; $\overline{HI} \perp \overline{ED}$; $\overline{HK} \perp \overline{EF}$; $\angle JHI = 150^\circ$. Hallar el $\angle ABC$. La respuesta es la que indica la opción _____



- a) $\angle ABC = 45^\circ$ b) $\angle ABC = 60^\circ$ c) $\angle ABC = 30^\circ$
 d) $\angle ABC = 20^\circ$ e) $\angle ABC = 72^\circ$

9. $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$; $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$; $\angle \beta = 2\angle \epsilon$. Hallar el $\angle \beta$, $\angle \gamma$, $\angle \delta$ y $\angle \epsilon$. La respuesta es la que indica la opción _____

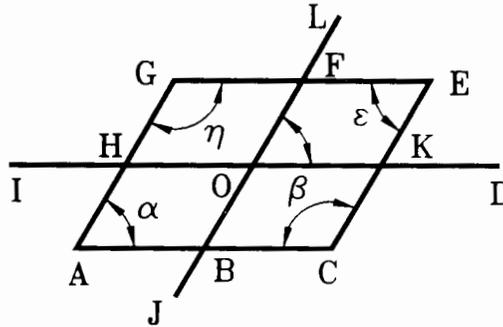


- $\angle \gamma = \angle \epsilon = 30^\circ$ $\angle \gamma = \angle \epsilon = 60^\circ$ $\angle \gamma = \angle \epsilon = 25^\circ$
 a) $\angle \beta = \angle \delta = 30^\circ$ b) $\angle \beta = \angle \delta = 120^\circ$ c) $\angle \beta = \angle \delta = 155^\circ$
- $\angle \gamma = \angle \epsilon = 40^\circ$ $\angle \gamma = \angle \epsilon = 70^\circ$
 d) $\angle \beta = \angle \delta = 140^\circ$ e) $\angle \beta = \angle \delta = 110^\circ$
10. Dos ángulos son adyacentes, la suma de sus medidas es 88° . La medida de uno es 36° mayor que la medida del otro. La respuesta es la que indica la opción _____

- $\angle a = 58^\circ$ $\angle a = 42^\circ$ $\angle a = 61^\circ$
 a) $\angle b = 30^\circ$ b) $\angle b = 46^\circ$ c) $\angle b = 37^\circ$
- $\angle a = 59^\circ$ $\angle a = 62^\circ$
 d) $\angle b = 29^\circ$ e) $\angle b = 26^\circ$

11. $\overline{GE} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{IK}$; $\overline{AG} \parallel \overline{CE} \parallel \overline{JL}$; $\angle DOF = 60^\circ$. Hallar el $\angle \alpha$, $\angle \beta$, $\angle \varepsilon$ y $\angle \eta$.

La respuesta es la que indica la opción _____



- $\angle \alpha = 60^\circ = \angle \eta = 120^\circ$ $\angle \alpha = 35^\circ = \angle \eta = 115^\circ$ $\angle \alpha = 15^\circ = \angle \eta = 165^\circ$
 a) $\angle \varepsilon = 60^\circ = \angle \beta = 120^\circ$ b) $\angle \varepsilon = 30^\circ = \angle \beta = 150^\circ$ c) $\angle \varepsilon = 20^\circ = \angle \beta = 160^\circ$

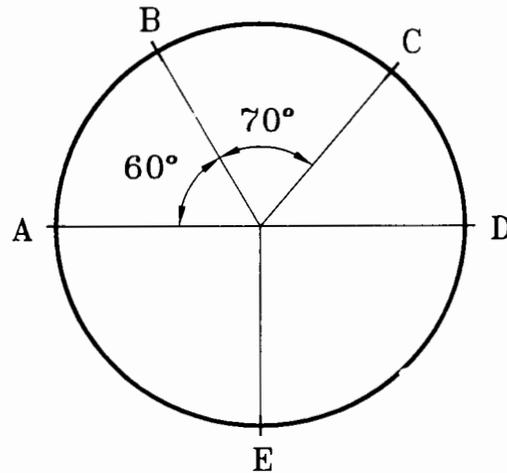
- $\angle \alpha = 135^\circ = \angle \eta = 45^\circ$ $\angle \alpha = 80^\circ = \angle \eta = 120^\circ$
 d) $\angle \varepsilon = 20^\circ = \angle \beta = 160^\circ$ e) $\angle \varepsilon = 29^\circ = \angle \beta = 151^\circ$

12. Dos ángulos son suplementarios y el ángulo mayor tiene dos veces la medida del ángulo menor.

El ángulo mayor es el que se indica en la opción _____

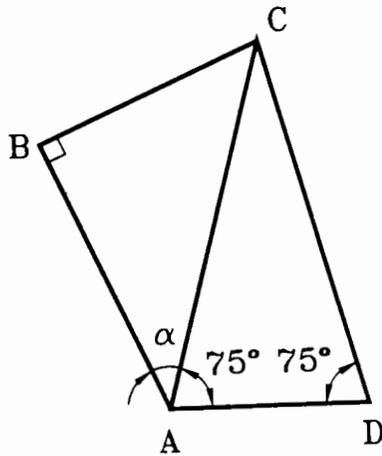
- a) $\angle \alpha = 115^\circ$ b) $\angle \alpha = 90^\circ$ c) $\angle \alpha = 70^\circ$
 d) $\angle \alpha = 120^\circ$ e) $\angle \alpha = 160^\circ$

13. E es el punto medio de la semicircunferencia AED. Calcular la medida de los ángulos $\angle DOC$, AOC y COA. La respuesta es la que se indica en la opción _____



- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $\angle COD = 30^\circ$ | $\angle COD = 50^\circ$ | $\angle COD = 15^\circ$ |
| a) $\angle AOC = 110^\circ$ | b) $\angle AOC = 130^\circ$ | c) $\angle AOC = 145^\circ$ |
| $\angle ABC = 270^\circ$ | $\angle ABC = 230^\circ$ | $\angle ABC = 230^\circ$ |
| $\angle COD = 50^\circ$ | $\angle COD = 80^\circ$ | |
| d) $\angle AOC = 110^\circ$ | e) $\angle AOC = 130^\circ$ | |
| $\angle ABC = 260^\circ$ | $\angle ABC = 200^\circ$ | |

14. De la figura mostrada, encuentre el valor de $\angle BCD$, si $\angle \alpha = 39^\circ$. La respuesta es la que indica la opción _____



- a) $\angle BCD = 81^\circ$ b) $\angle BCD = 125^\circ$ c) $\angle BCD = 118^\circ$
- d) $\angle BCD = 163^\circ$ e) $\angle BCD = 170^\circ$

15. Encuéntrese el suplemento $145^{\circ}5'$. La respuesta es la que indica la opción _____

a) $\angle \beta = 37^{\circ}45'$

b) $\angle \beta = 40^{\circ}45'$

c) $\angle \beta = 85^{\circ}43'$

d) $\angle \beta = 95^{\circ}45'$

e) $\angle \beta = 34^{\circ}55'$

16. ¿Cuál es el ángulo cuyo complemento es cuatro veces mayor que él?. La respuesta es la que indica la opción _____

a) $\angle \alpha = 18^{\circ}$
 $\angle \beta = 72^{\circ}$

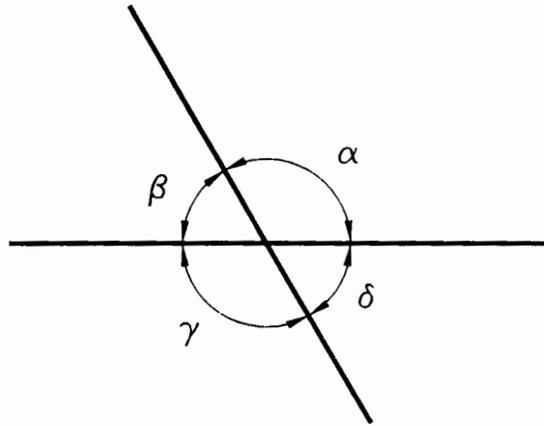
b) $\angle \alpha = 45^{\circ}$
 $\angle \beta = 15^{\circ}$

c) $\angle \alpha = 20^{\circ}$
 $\angle \beta = 60^{\circ}$

d) $\angle \alpha = 37^{\circ}$
 $\angle \beta = 53^{\circ}$

e) $\angle \alpha = 29^{\circ}$
 $\angle \beta = 61^{\circ}$

17.- En la figura, $\alpha = 2\beta$, ¿cuántos grados tiene cada uno de los ángulos?. La respuesta es la que indica la opción _____



a) $\angle \beta = 45^\circ$
 $\angle \delta = 90^\circ$

b) $\angle \beta = 18^\circ$
 $\angle \delta = 21^\circ$

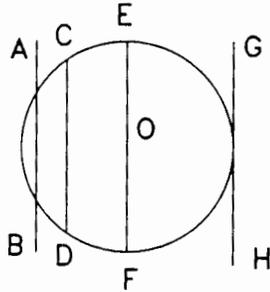
c) $\angle \beta = 31^\circ$
 $\angle \delta = 43^\circ$

d) $\angle \beta = 60^\circ$
 $\angle \delta = 60^\circ$

e) $\angle \beta = 22^\circ$
 $\angle \delta = 19^\circ$

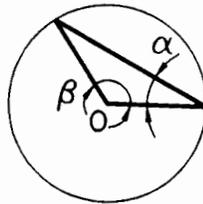
TEMA II. CIRCUNFERENCIA Y MEDIDAS ANGULARES EN LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

1. Con los datos que muestra la figura, la opción que contiene las cuatro afirmaciones verdaderas es _____



- A) \overline{EF} es un diámetro
 \overline{CD} es una cuerda
 \overline{AB} es una tangente
 \widehat{CE} es un arco
- B) \overline{OF} es un diámetro
 \overline{AB} es una secante
 \overline{CD} es una cuerda
 \widehat{ED} es un arco
- C) \overline{OF} es un radio
 \overline{CD} es una secante
 \overline{GH} es una tangente
 \widehat{CD} es un arco
- D) \overline{EF} es un cuerda
 \overline{AB} es una secante
 \overline{GH} es una tangente
 \widehat{EF} es un arco

2. Si en la figura mostrada la medida del ángulo α es de 34° , y el vértice O del ángulo β es el centro de la circunferencia, entonces el valor de β está dado en la opción _____



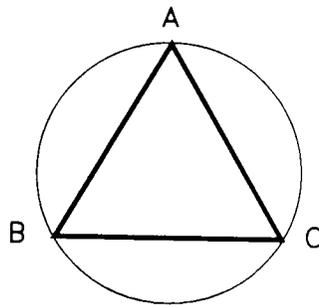
- A) 124° B) 102° C) 121° D) 112° E) 142°
3. En una circunferencia de 10 cm de diámetro, uno de sus arcos tiene una medida de 30° . Entonces la longitud de dicho arco vale _____

- A) $\frac{5}{6}\pi$ cm B) $\frac{4}{3}\pi$ cm C) $\frac{\pi}{6}$ cm D) $\frac{\pi}{3}$ cm E) $\frac{6}{5}\pi$ cm

4. La longitud de una circunferencia es de $\frac{17}{2}$ cm. Entonces, el ángulo central de dicha circunferencia que subtiende un arco de $\frac{17}{24}$ cm, es igual a _____

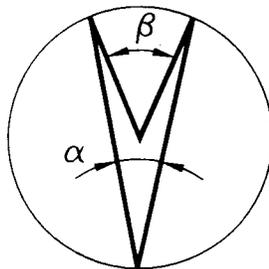
A) $\frac{180^\circ}{17}$ B) 60° C) 24° D) $\frac{1}{6} 17^\circ$ E) 30°

5. El triángulo ABC que muestra la figura es equilátero. Si el radio de la circunferencia es de 4 cm, entonces la longitud del arco \widehat{AB} vale _____



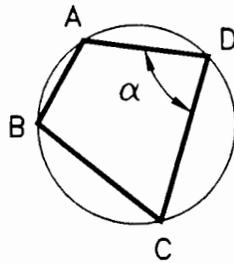
A) $\frac{4}{3} \pi$ cm B) $\frac{8}{3} \pi$ cm C) $\frac{3}{4} \pi$ cm D) 3π cm E) $\frac{1}{3} \pi$ cm

6. El ángulo β que indica la figura mide 46° . Entonces, la medida del ángulo α está en la opción _____



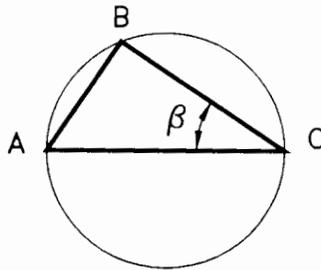
A) 92° B) 46° C) 23° D) 34° E) 44°

7. El ángulo α que muestra la figura vale 75° , y el arco \widehat{AB} está subtendido en un \angle de $\frac{\pi}{3}$ rad. Entonces, el ángulo central que subtiende al arco \widehat{BC} mide _____



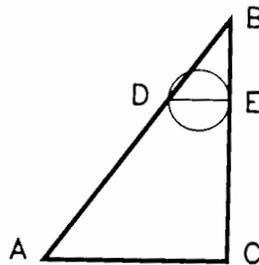
- A) 90° B) 135° C) 75° D) 120° E) 150°

8. En la figura que se muestra, el arco \widehat{BC} tiene una longitud de 6π cm y la cuerda \overline{AC} que pasa por el centro de la circunferencia mide 18 cm. Entonces, la medida del ángulo β y longitud del arco \widehat{AC} están en la opción _____



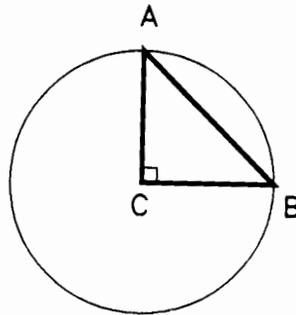
- A) $\beta = 45^\circ$
 $\widehat{AC} = 18$ cm B) $\beta = 60^\circ$
 $\widehat{AC} = 9$ cm C) $\beta = 30^\circ$
 $\widehat{AC} = 9$ cm D) $\beta = 30^\circ$
 $\widehat{AC} = 18$ cm E) $\beta = 60^\circ$
 $\widehat{AC} = 9$ cm

9. El lado \overline{AC} del triángulo ABC mide 6 cm, y el lado \overline{BC} mide 8 cm. Si el lado \overline{BC} es tres veces mayor que el lado \overline{BE} y el diámetro de la circunferencia es uno de los lados del triángulo DBE , entonces el radio de la circunferencia mide _____



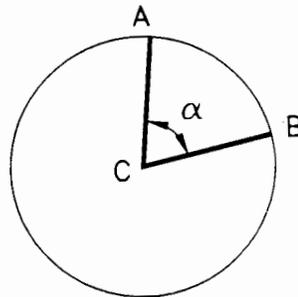
- A) $\frac{2}{3}$ cm B) 1 cm C) 3 cm D) $\frac{8}{3}$ cm E) 2 cm

10. La cuerda AB que muestra la figura mide 2 cm. Si el vértice C es el centro de la circunferencia, entonces las longitudes de la circunferencia y del arco \widehat{AB} miden, respectivamente _____



- A) $4\sqrt{2}\pi$ cm, y $2\sqrt{2}\pi$ cm B) $4\sqrt{2}\pi$ cm, y $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ cm C) 4π cm, y $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ cm D) $2\sqrt{2}\pi$ cm, y $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ cm E) $\sqrt{2}\pi$ cm, y 4π cm

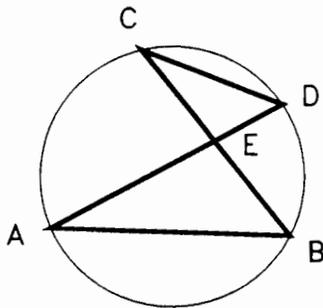
11. En la circunferencia con centro en C , de la figura, la medida del ángulo α es 0.628 radianes y la longitud del arco \widehat{AB} es de 12.56 cm. Entonces, el perímetro de dicha circunferencia es _____ cm.



- A) 12.56π B) $12.56(2\pi)$ C) 0.628π D) 40π E) 20π

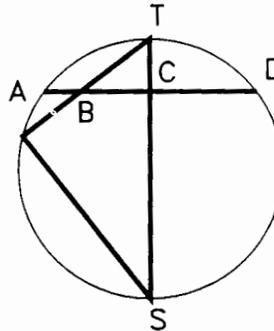
12. Obtener los valores de los elementos que se piden

a)



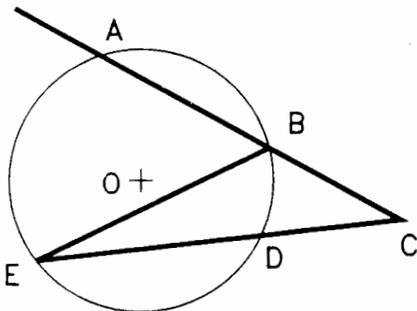
$\angle AEC = 80^\circ$
 $\widehat{AC} = 100^\circ$
 Hallar \widehat{BD}

b)



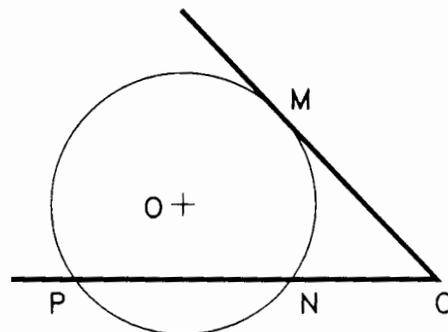
Cuerda $AD \perp$ diámetro TS
 $\widehat{RS} = 50^\circ$
 Hallar $\angle RST$ y $\angle ABR$

c)



$\widehat{DB} = 15^\circ$
 $\angle ABE = 55^\circ$
 Determinar $\angle BCD$

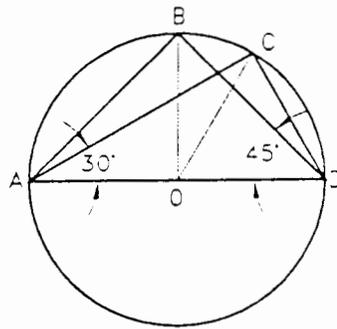
d)



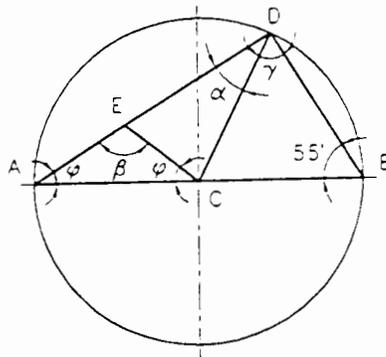
$\widehat{MP} = 200^\circ$
 $\widehat{PN} = 110^\circ$
 Determinar $\angle O$

13. Con base en la siguiente figura, determinar si las siguientes proposiciones son falsas o verdaderas:

- a) Los triángulos ABD y ACD tienen el mismo perímetro.
- b) Los triángulos OBD y OAC son congruentes.
- c) Los triángulos OBD , ODC y ACD siempre son isósceles



14. Calcular el valor de α y β de la siguiente figura.



POLÍGONOS

1. ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de un pentágono regular?
2. ¿Cuánto vale cada ángulo exterior de un hexágono regular?
3. ¿Cuánto suman los ángulos externos de un pentedecágono regular?
4. ¿Cuánto vale cada ángulo exterior de un decágono regular?
5. ¿Cuál es el polígono regular cuyos ángulos interiores suman 1260° ?
6. ¿Qué polígono regular tiene como suma de sus ángulos interiores 1080° ?
7. Uno de los ángulos interiores de un polígono regular vale 135° , ¿cuál es ese polígono?
8. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un octágono regular?
9. Determinar el número total de diagonales que puede trazarse en un icoságono regular.
10. ¿En qué polígono se pueden trazar 8 diagonales desde uno de sus vértices?
11. ¿En qué polígono se pueden trazar 20 diagonales en total?
12. ¿Existe un polígono que tenga 10 diagonales más que lados?
13. ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 17 lados?
14. ¿Existe un polígono ^{que} tenga el triple número de diagonales que de lados?

TEMA III. ÁREAS Y VOLÚMENES DE FIGURAS Y DE CUERPOS REGULARES

1. Si la diagonal de una de las caras de un cubo mide 2 cm, ¿cuánto mide la diagonal del cubo.
2. Al cortar un cubo por un plano que pase por tres de sus vértices, ¿qué figura geométrica se forma dentro del cubo y sobre el plano?
3. Demostrar que la suma de los cuadrados de las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectangular es igual a la suma de los cuadrados de las doce aristas.
4. ¿Cuánto mide la altura de una pirámide regular de base cuadrada, si su área total es de 2 dm^2 , y el lado de la base mide 8 cm.
5. En una pirámide regular de base hexagonal la altura tiene 10 cm y el lado de la base 4 cm. Calcular la longitud de las aristas laterales.
6. Calcular la arista de un cubo cuyo volumen es de 216 m^3 .
7. Un cuerpo sumergido en el agua pierde de su peso un tanto igual al peso del agua que desaloja. ¿Cuánto pesa en el agua un cuerpo de 200 N de forma cúbica cuya arista mide 20 cm?
8. Calcular el volumen de una pirámide hexagonal regular cuya base tiene 4 cm de lado y la arista lateral es el doble del lado de la base.
9. Calcular el área total de un cilindro inscrito en un cubo cuya arista mide 4 dm.
10. Calcular la arista del cubo inscrito en una esfera de 9 cm de radio.
11. ¿Cuánto vale el volumen de una esfera circunscrita a un cubo de 3 cm de arista?
12. Calcular el radio de una esfera tal que el número que exprese su área en centímetros cuadrados sea igual al que exprese su volumen en centímetros cúbicos.
13. Calcular el radio de la esfera que se forma al fundir tres esferas de metal de radios r , $2r$ y $3r$ respectivamente.
14. Calcular el área lateral de un cono sabiendo que el radio de la base mide 3π cm y la altura 6π cm.
15. Se funde un cilindro de metal de radio r y altura $4r$, y con el metal se hacen dos esferas del mismo radio. ¿Cuánto vale el radio de las esferas en función del radio del cilindro?

TEMA IV. FUNCIONES, IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMETRICAS

Calcular los valores de las expresiones siguientes.

1. $5 \operatorname{sen}(45^\circ) + 6 \cos^2(30^\circ)$

2. $3 \tan^2(45^\circ) + 3 \sec^2(45^\circ)$

3. $\operatorname{sen}^2(60^\circ) + \sec^2(30^\circ)$

4. $\operatorname{csc}^2(45^\circ) - \tan^2(30^\circ)$

5. $\frac{\operatorname{sen}(60^\circ) + \operatorname{csc}(30^\circ)}{\operatorname{sen}^2(30^\circ) + \cos^2(30^\circ)}$

6. $\frac{\tan^2(60^\circ) + \operatorname{sen}^2(60^\circ)}{\operatorname{csc}^2(45^\circ) + \operatorname{csc}^2(60^\circ)}$

7. $\frac{\cos(30^\circ) + \operatorname{sen}(30^\circ)}{\operatorname{csc}^2(45^\circ) + \operatorname{sen}^2(45^\circ)}$

Verificar que las siguientes identidades son ciertas.

1. $\frac{\operatorname{sen}(x) + \cos(x)}{\operatorname{csc}(x) \sec(x)} = 1$

2. $\tan(y) \cdot \cot(y) = \cos^2(y) + \operatorname{sen}^2(y)$

3. $\frac{\operatorname{csc}(\theta)}{\cot(\theta)} = \frac{1}{[1 - \operatorname{sen}^2(\theta)]^{1/2}}$

4. $\cos^2(\theta) + 8 = 9 - \operatorname{sen}^2(\theta)$

5. $[\sec(\alpha) - \tan(\alpha)][\sec(\alpha) + \tan(\alpha)] = 1$

GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA

TEMA I. LA RECTA

- Un punto de abscisa 3 que dista 10 unidades del punto $(-3, 6)$, es _____.
a) $(3, -14)$ b) $(3, -2)$ c) $(3, 2)$ d) $(3, 7)$ e) $(3, 6)$
- Las coordenadas (x, y) del punto que equidista de los puntos $A(3, 3)$, $B(8, -2)$ y $C(6, 2)$, son _____.
a) $(3, -2)$ b) $(6, 1)$ c) $(5, 4)$ d) $(3, 2)$ e) $(4, -1)$
- Para que los puntos $A(1, -7)$, $B(-1, 5)$ y $C(x, 8)$ sean colineales, x debe valer _____.
a) $-\frac{7}{2}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 2 e) 216
- El ángulo agudo que forma, con una recta vertical, una recta con pendiente $-\frac{3}{2}$, es _____.
a) 23.76° b) 33.69° c) 45° d) 63.5° e) 90°
- La expresión $35x + 20y + 4 = 0$ es la ecuación de una recta. entonces su ordenada al origen es igual a _____.
a) -4 b) $-\frac{7}{4}$ c) $-\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{4}$ e) 5
- La recta que es perpendicular a la recta de ecuación $2x - y - 6 = 0$, es _____.
a) $x - 2y + 10 = 0$ b) $x + 2y - 6 = 0$ c) $2x - y + 3 = 0$
d) $2x + y + 3 = 0$ e) $30x + 2y - 6 = 0$

7. La ecuación de la recta que pasa por el punto $\left(\frac{9}{2}, 5\right)$ y cuya ordenada al origen es tres veces el valor de su pendiente, es _____ .
- a) $30x - 29y + 10 = 0$ b) $300x - 29y + 10 = 0$ c) $2x - 3y + 6 = 0$
e) $2x - 2y + 1 = 0$ f) $x + 29y - 10 = 0$
8. El ángulo entre dos rectas ℓ_1 y ℓ_2 es de 45° . Si la pendiente de la recta ℓ_1 es $\frac{2}{3}$, entonces la pendiente de la recta ℓ_2 vale _____ .
- a) $-\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{5}$ d) 1 e) 5
9. El ángulo entre la recta ℓ_1 de ecuación $y = 4$ y la recta ℓ_2 de ecuación $x - y = 3$ es de _____ .
- a) 30° b) 40° c) 45° d) 60° e) 90°
10. Sea la resistencia eléctrica medida en ohms, de una pieza de alambre de cobre de diámetro y longitud fijos, a una temperatura de $T^\circ\text{C}$. Si $R = 0.0170$ ohms cuando $T = 0^\circ$ y $R = 0.0245$ ohms cuando $T = 100^\circ$ y si la relación entre R y T es lineal, la ecuación que expresa esta relación entre R y T es _____ .
- a) $0.000075x - y + 0.017 = 0$ b) $0.000075x - y - 0.017 = 0$
c) $0.000075x - y + 0.0017 = 0$ d) $0.000075x + y + 0.0017 = 0$
e) $0.00075x - y + 0.017 = 0$

TEMA II. LA CIRCUNFERENCIA

1. La ecuación de la circunferencia con centro en el punto $(-2, 3)$ y radio igual a 4, es _____ .

- a) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$
 c) $x^2 + y^2 = 16$ d) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ e) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$

2. El radio y las coordenadas del centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 14 = 3x - 5y$, son _____ .

- a) $(3, -5)$, $\frac{45}{2}$ b) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$, $\frac{3}{2}$ c) $(-3, -5)$, $\frac{45}{2}$
 d) $(9, -25)$, $4 \cdot 3$ e) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$, $\frac{45}{2}$

3. La ecuación de la circunferencia con centro en el punto $(5, -2)$ y que pasa por el punto $(-1, 5)$, es _____ .

- a) $x^2 + y^2 + 10x - 4y = 56$ b) $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$
 c) $x^2 + y^2 + 2x - 10y = 59$ d) $x^2 + y^2 - 10x + 4y - 56 = 0$
 e) $x^2 + y^2 - 2x + 10y = 59$

4. La ecuación de la circunferencia de centro en el punto $(3, -4)$ y que pasa por el origen, es _____ .

- a) $x^2 + y^2 = 25$ b) $x^2 + y^2 = 7$ c) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$
 d) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ e) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 25$

5. La ecuación de la circunferencia de radio 10 que pasa por el origen y cuyo centro tiene abscisa -6 , es _____ .

- a) $x^2 + y^2 + 12x - 16y = 0$ b) $x^2 + y^2 - 12x - 16y = 0$
 c) $x^2 + y^2 + 12x = 64$ d) $x^2 + y^2 + 12x + 16y = 100$
 e) $x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0$

6. Los lados de un triángulo son segmentos de las rectas $3x + 2y = 13$, $x + 2y = 3$ y $x + y = 5$. La ecuación de la circunferencia que pasa por los vértices del triángulo, es _____.
- a) $x^2 + y^2 - 17x + 7y + 66 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 17x - 7y - 50 = 0$
 c) $x^2 + y^2 + 17x + 7y + 52 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 52y + 51 = 0$
 e) $x^2 + y^2 - 17x - 7y + 52 = 0$
7. La ecuación de la circunferencia que pasa por el origen y que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas cuyas ecuaciones son $4x = 3y$ y $2x + 3y + 18 = 0$, es _____.
- a) $x^2 + y^2 + 8x + 6y = 0$ b) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$
 c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ d) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 25$
 e) $x^2 + y^2 = 25$
8. La ecuación de la circunferencia de radio 10 que es tangente a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(3, 4)$, es _____.
- a) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 75$ b) $x^2 + y^2 - 18x - 24y = 75$
 c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 125 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 18x - 24y = 100$
 e) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 25$
9. La ecuación de la recta tangente a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 10x$, en uno de los puntos de intersección de ésta con la recta de ecuación $4x + 3y = 20$, es _____.
- a) $3x - 4y = 40$ b) $3x + 4y + 10 = 0$ c) $4x - 3y + 10 = 0$
 d) $4x - 3y = 0$ e) $3x - 4y = 20$
10. La ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta de ecuación $x + 3 = 3y$, y que es tangente a los ejes coordenados, es _____.
- a) $x^2 + y^2 + 6x + 6y = 9$ b) $4x^2 + 4y^2 + 12x + 12y + 9 = 0$
 c) $16x^2 + 16y^2 + 24x + 24y = 0$ d) $x^2 + y^2 - 12x - 12y - 9 = 0$
 e) $16x^2 + 16y^2 + 24x - 24y + 9 = 0$

TEMA III LA PARÁBOLA

1. La ecuación de la parábola con foco en el punto $(3,0)$ y cuya directriz tiene por ecuación a $x + 3 = 0$, es _____ .
- a) $x^2 = 12y$ b) $y^2 - 12x = 0$ c) $y^2 - 12x + 18 = 0$
d) $y^2 + 12x = 0$ e) $x^2 + 12y = 0$
2. La ecuación de la parábola que tiene foco en el punto $(0, 6)$ y cuya directriz es el eje X, es _____ .
- a) $x^2 + 12y = 0$ b) $x^2 - 12y + 36 = 0$ c) $y^2 + 12x - 36 = 0$
d) $y^2 - 6x + 36 = 0$ e) $x^2 + 12y - 36 = 0$
3. La ecuación de la parábola que tiene su vértice en el punto $(-2,3)$ y su foco en el punto $(1,3)$, es _____ .
- a) $y^2 - 6y + 12x + 33 = 0$ b) $x^2 + 6y = 15$ c) $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$
d) $x^2 - 3x - 15 = 0$ e) $y^2 + 6y + 12x + 33 = 0$
4. Las coordenadas del vértice V y del foco F de la parábola de ecuación $y^2 + 6x = 4y + 8$, son _____ .
- a) $V(-2, -2), F(-2, -\frac{1}{2})$ b) $V(2, 2), F(\frac{1}{2}, 2)$
c) $V(2, 12), F(\frac{1}{2}, 12)$ d) $V(\frac{1}{2}, 2), F(2, 2)$
e) $V(\frac{1}{2}, 12), F(2, 12)$
5. La ecuación de la parábola cuyo eje de simetría es paralelo al eje X y que pasa por los puntos $(3, 3)$, $(6, 5)$ y $(6, -3)$, es _____ .
- a) $y^2 + 4x + 2y + 9 = 0$ b) $3y^2 - 20x + 6y - 27 = 0$
c) $y^2 - 16x - 8y + 45 = 0$ d) $y^2 - 4x - 2y - 9 = 0$
e) $y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$

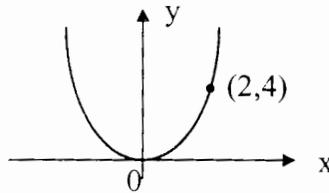
6. La ecuación de la parábola cuyo vértice está en el origen, su eje de simetría es el eje X y su foco está contenido en la recta de ecuación $3x + 2y = 8$, es _____ .

- a) $3y^2 = 8x$ b) $y^2 - 32x = 0$ c) $3y^2 = 32x$
 d) $3x^2 + 32y = 0$ e) $y^2 - 8x + 8 = 0$.

7. Se tiene un puente con forma de parábola. Los pilares que lo soportan tienen una altura de 60m y están separados a una distancia de 500m, quedando el punto más bajo a 10m de altura del eje X (calle). La altura de un punto situado a 80m del centro del puente es _____ .

- a) 12.15 m b) 14.9 m c) 15.12 m d) 16.2 m e) 20.3 m

8. La ecuación de la parábola que corresponde a la gráfica está dada por _____ .



- a) $y^2 = x$ b) $y^2 = 2x$ c) $y = x^2$ d) $y^2 - 4x = 0$ e) $2y = 4x^2$

9. La ecuación que representa la sección transversal parabólica de una antena de T. V. por satélite que tiene su receptor a 7 cm de su vértice colocado en el origen, está dada por _____ .

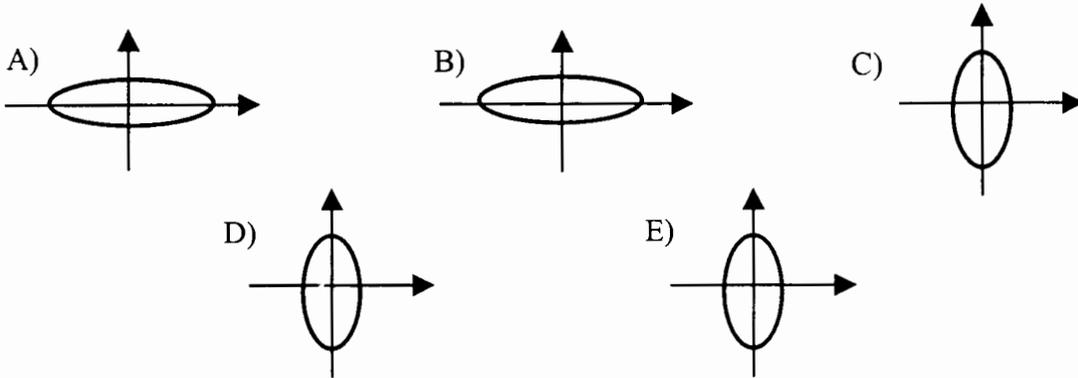
- a) $y^2 = 28x$ b) $y^2 = 43x$ c) $x^2 = 43y$ d) $x^2 = 28y$ e) $x^2 = 26y$

10. La ecuación de la parábola cuya distancia al punto fijo $(-2, 3)$ es igual a su distancia a la recta $x + 6 = 0$, es _____ .

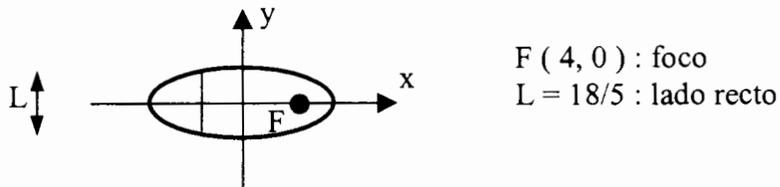
- a) $y^2 - 8x - 6y - 23 = 0$ b) $y^2 + 8x - 6y - 23 = 0$
 c) $y^2 - 8x + 6y - 23 = 0$ d) $y^2 - 8x - 6y + 23 = 0$
 e) $y^2 - 8x + 6y - 23 = 0$

TEMA IV. LA ELIPSE

1. La elipse de ecuación $9x^2 + 4y^2 = 36$ tiene como gráfica a _____ .



2. La gráfica corresponde a una elipse cuyo eje menor tiene una longitud de _____ .



- a) 3 unidades b) 4 unidades c) 6 unidades
 d) 7 unidades e) 8 unidades

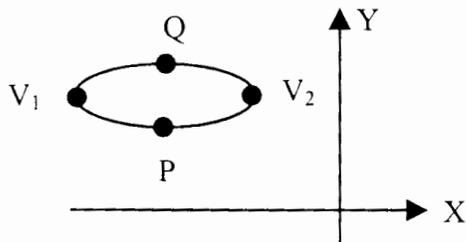
3. El centro de una elipse está localizado en $(3, -3)$ y sus semiejes son $a = 2$ y $b = 1$
 La ecuación de la elipse es _____ .

- a) $4x^2 + y^2 - 24x + 6y + 41 = 0$ b) $4x^2 + y^2 + 24x - 6y + 41 = 0$ c) $4x^2 + y^2 = 4$
 d) $2x^2 + y^2 - 12x + 6y + 25 = 0$ e) $2x^2 + y^2 + 12x - 6y + 25 = 0$

4. El semieje mayor de la elipse de ecuación $49x^2 + 16y^2 = 784$ tiene una longitud de _____ .

- a) 4 unidades b) 7 unidades c) 8 unidades
 d) 14 unidades e) 32 unidades

5. La siguiente gráfica corresponde a la elipse de ecuación _____ .



$$\begin{array}{ll} P(-6, 2) & V_1(-10, 4) \\ Q(-6, 6) & V_2(-2, 4) \end{array}$$

- a) $\frac{(x+6)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$ b) $\frac{(x-6)^2}{16} + \frac{(y+4)^2}{4} = 1$ c) $\frac{(x+6)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$
- d) $\frac{(x-6)^2}{4} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1$ e) $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 1$
6. La elipse de ecuación $4x^2 + 16y^2 + 32y = 0$ tiene como semiejes a _____ .
- a) $a=2$ b) $a=4$ c) $a=8$ d) $a=16$ e) $a=32$
 $b=1$ $b=1$ $b=4$ $b=1$ $b=16$
7. Sea una elipse inscrita en la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 16$; los vértices de dicha elipse están en los puntos $(-a, 0)$ y $(a, 0)$, y se tiene $a = 2b$. La ecuación de la elipse es _____ .
- a) $x^2 + 2y^2 = 4$ b) $2x^2 + y^2 = 32$ c) $x^2 + 2y^2 = 16$ d) $2x^2 + y^2 = 4$ e) $x^2 + 4y^2 = 16$
8. Un vestíbulo de 10 pies de ancho tiene el techo semielíptico. Las paredes tienen 10 pies de altura y la bóveda se eleva a 12 pies en su centro. La ecuación de la bóveda, con el eje X horizontal y el origen en el centro de la elipse, es _____ .

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1, y \geq 0 & \text{b) } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1, y \geq 0 & \text{c) } \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1, y \geq 0 \\ \text{d) } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1, y \geq 0 & \text{e) } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{144} = 1, y \geq 0 \end{array}$$

9. La órbita del cometa Halley tiene una excentricidad de 0.97 y su semieje mayor mide 2886 millones de kilómetros. La ecuación que describe su órbita, con centro en el origen y eje mayor en el eje X, es _____ .

a) $\frac{x^2}{(701.6)^2} + \frac{y^2}{(2886)^2} = 1$ b) $\frac{x^2}{(2799.42)^2} + \frac{y^2}{(2886)^2} = 1$ c) $\frac{x^2}{(2799.42)^2} + \frac{y^2}{(701.6)^2} = 1$

d) $\frac{x^2}{(2886)^2} + \frac{y^2}{(701.6)^2} = 1$ e) $\frac{x^2}{(2886)^2} + \frac{y^2}{(2799.42)^2} = 1$

10. La elipse que se forma al sur de la Casa Blanca, en Washington D.C., mide 3526 pies de longitud y 1266 pies de ancho. Si el centro de la elipse coincide con el origen del sistema coordenado y el eje mayor de la elipse está contenido en el eje X, las coordenadas de los focos de la elipse son _____ .

a) $(0, \pm 1645.4)$ b) $(\pm 1645.4, 0)$ c) $(\pm 1763, 0)$

d) $(0, \pm 1763)$ e) $(\pm 1266, 0)$

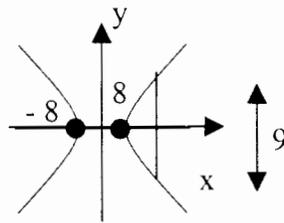
TEMA V. LA HIPÉRBOLA

1. La hipérbola de ecuación $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ tiene sus focos en _____ .
- a) $(\pm 13, 0)$ b) $(0, \pm 13)$ c) $(0, \pm 13)$
d) $(\pm 13, 0)$ e) $(0, 0)$
2. La hipérbola de ecuación $25x^2 - 16y^2 + 250x + 32y + 209 = 0$ tiene su centro en _____ .
- a) C $(5, 1)$ b) C $(1, 5)$ c) C $(-1, 5)$
d) C $(-5, 1)$ e) C $(-5, -1)$
3. La ecuación de la hipérbola con centro en el origen, focos en $(0, \pm 5)$ y eje conjugado igual a 4, corresponde a _____ .
- a) $4y^2 - 21x^2 - 84 = 0$ b) $21x^2 - 4y^2 - 84 = 0$
c) $4y^2 - 21x^2 + 84 = 0$ d) $21x^2 - 4y^2 + 84 = 0$
e) $4y^2 + 21x^2 - 84 = 0$
4. Si una hipérbola con centro en el origen tiene sus vértices en $(\pm 3, 0)$ y sus asíntotas son $y = \pm 2x$, su ecuación es _____ .
- a) $9x^2 - 36y^2 + 324 = 0$ b) $9x^2 - 36y^2 - 324 = 0$
c) $36x^2 - 9y^2 - 324 = 0$ d) $36x^2 + 9y^2 - 324 = 0$
e) $36x^2 - 9y^2 + 324 = 0$
5. La ecuación de la hipérbola con centro en el origen, lado recto igual a 18 y distancia entre focos igual a 12, es _____ .
- a) $9x^2 - 27y^2 - 243 = 0$ b) $9y^2 - 27x^2 - 243 = 0$
c) $27y^2 - 9x^2 - 243 = 0$ d) $27x^2 - 9y^2 + 243 = 0$
e) $27x^2 + 9y^2 + 243 = 0$

6. La ecuación de la hipérbola con centro en el origen, focos en $(0, \pm 5)$ y eje transversal igual a 6, es _____.

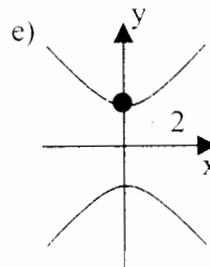
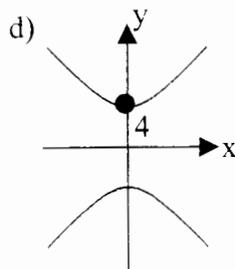
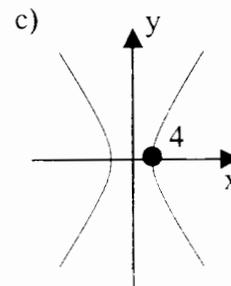
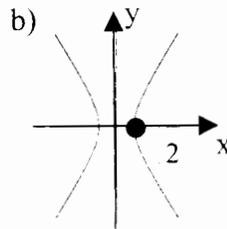
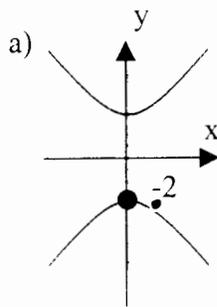
- a) $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$ b) $16x^2 - 9y^2 + 144 = 0$
 c) $16y^2 - 9x^2 + 144 = 0$ d) $16y^2 - 9x^2 - 144 = 0$
 e) $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$

7. La hipérbola cuya gráfica se muestra tiene como ecuación a _____.



- a) $64x^2 - 36y^2 - 2304 = 0$ b) $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$
 c) $36x^2 - 64y^2 - 2304 = 0$ d) $36y^2 - 64x^2 - 2304 = 0$
 e) $16y^2 - 9x^2 - 144 = 0$

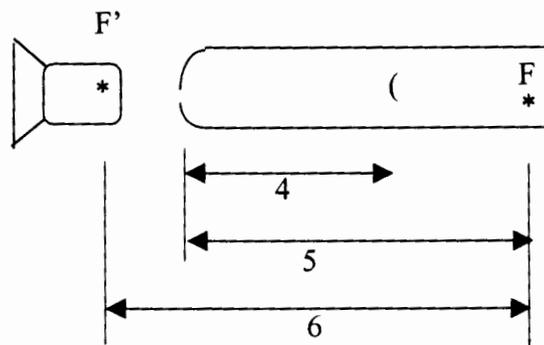
8. La hipérbola de ecuación $y^2 - x^2 = 2$ tiene como gráfica a _____.



9. La ecuación de la hipérbola con centro en $(-4, 1)$, un vértice en $(2, 1)$ y semieje conjugado igual a 4 , es _____.

- a) $16x^2 - 36y^2 + 128x + 72y - 356 = 0$
- b) $36y^2 - 16x^2 + 128x + 72y - 356 = 0$
- c) $36y^2 - 16x^2 + 128x + 72y + 356 = 0$
- d) $16x^2 + 36y^2 + 128x + 72y - 356 = 0$
- e) $16x^2 - 36y^2 + 128x - 72y + 356 = 0$

10. Un telescopio Cassegrain tiene las dimensiones que se ven en la figura. Si se considera que el eje X está en el eje transversal y el origen en el centro, la ecuación del espejo hiperbólico es _____.



- a) $4x^2 - 5y^2 - 20 = 0$
- b) $4x^2 + 5y^2 + 20 = 0$
- c) $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$
- d) $5x^2 - 4y^2 + 20 = 0$
- e) $5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$

TEMA VI. ROTACIÓN Y TRASLACIÓN DE EJES

1. El resultado de trasladar el origen al punto $(1, 2)$ en la ecuación $5x + 4y + 3 = 6$, es _____ .

a) $5x' + 4y' + 10 = 0$

b) $4x' + 5y' + 10 = 0$

c) $5x' + 4y' - 10 = 0$

d) $4x' + 5y' - 10 = 0$

e) $5x' - 4y' - 10 = 0$

2. La nueva ecuación que resulta de trasladar el origen, en la ecuación $9x^2 + y^2 + 36x + 8y + 43 = 0$, al punto $(-2, 4)$, es _____ .

a) $9x'^2 + y'^2 - 16y' + 55 = 0$

b) $x'^2 + 9y'^2 + 16y' + 55 = 0$

c) $9x'^2 + y'^2 + 16y' + 55 = 0$

d) $x'^2 + 9y'^2 + 16y' + 55 = 0$

e) $9x'^2 + y'^2 + 16y' - 55 = 0$

3. Si el origen de la ecuación $16x^2 - 4y^2 - 160x + 24y + 300 = 0$ se traslada al punto $(5, -3)$, la nueva ecuación es _____ .

a) $4x'^2 - y'^2 + 12y' - 52 = 0$

b) $x'^2 - 4y'^2 + 12y' - 52 = 0$

c) $4x'^2 - y'^2 - 12y' - 52 = 0$

d) $x'^2 - 4y'^2 - 12y' - 52 = 0$

e) $4x'^2 - y'^2 + 12y' + 52 = 0$

4. El punto al cual debe trasladarse el origen para que la ecuación $xy + 3x + 3y - 3 = 0$ transformada no tenga términos de primer grado, es _____ .

a) $(-6, -6)$

b) $(-3, -3)$

c) $(-2, -2)$

d) $(-1, -1)$

e) $(-4, -4)$

5. La ecuación $3x^2 + 6xy + y^2 + x + 1 = 0$ representa a una _____ .

a) elipse

b) hipérbola

c) parábola

d) circunferencia

e) recta

6. Para que la ecuación $x^2 + 2y^2 + 6x - 4y + 2 = 0$ no tenga términos en primer grado, el punto y la ecuación correspondiente serán _____ .
- a) $(-3, 1)$, $x'^2 + 2y'^2 = 9$ b) $(3, 1)$, $x'^2 - 2y'^2 = 9$
 c) $(-3, 1)$, $x'^2 + 2y'^2 = 0$ d) $(3, 1)$, $2x'^2 + y'^2 = 9$
 e) $(-3, -1)$, $x'^2 - 2y'^2 = 0$
7. La nueva ecuación que resulta de rotar los ejes un ángulo $\theta = 60^\circ$ en la ecuación $\sqrt{3}x - y - 2 = 4$, es _____ .
- a) $u + 3 = 0$ b) $v - 3 = 0$ c) $v + 3 = 0$
 d) $u - 3 = 0$ e) $u + v = 0$
8. Si la ecuación $x^2 + xy + y^2 = 1$ se rota $\theta = 45^\circ$, la ecuación resultante es _____ .
- a) $3u^2 - v^2 = 2$ b) $3u^2 + v^2 = 2$ c) $3u^2 + 3v^2 = 2$
 d) $3u^2 + v^2 = 0$ e) $u + v = 0$
9. Para que la ecuación $x^2 - 3xy + 4y^2 + 7 = 0$ no tenga término mixto, el ángulo de rotación debe ser _____ .
- a) $\theta = 22.5^\circ$ b) $\theta = 25.5^\circ$ c) $\theta = 157.5^\circ$
 d) $\theta = 225^\circ$ e) 315
10. El discriminante de la ecuación $9x^2 - 12xy + 7y^2 + 4 = 0$ es _____ .
- a) -118 b) -108 c) -75
 d) 108 e) 118

TEMA I. CONJUNTOS

1. Indique, para cada inciso, cuáles de los conjuntos presentados son iguales:

- a) $A = \{7,5,2\}$, $B = \{2,5,7,2\}$, $C = \{5,7,5,2\}$, $D = \{2,2,2,7,7,7,5,5,5\}$.
 b) $E = \phi$, $F = \{O\}$, $G = \{\phi\}$, $H = \{\}$.

2. Indique cuáles de los siguientes conjuntos son finitos:

- a) Los meses del año.
 b) $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 15\}$.
 c) $B = \{x \mid x \text{ es un número par}\}$.
 d) $C = \{x \mid x^2 = 4\}$.
 e) $D = \{x \mid x \text{ es un número primo}\}$.

3. Determinar si es vacío alguno de los conjuntos siguientes:

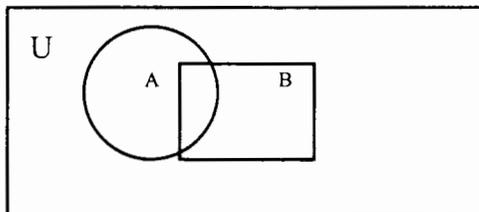
- a) $D = \{x \mid x^2 = 25, 2x = 3\}$.
 b) $E = \{x \mid x \neq x\}$.
 c) $F = \{x \mid x + 13 = 13\}$.
 d) $G = \{x \mid 2x - 12 = 3, x \text{ es entero}\}$.

Sea el conjunto universal $U = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ y los conjuntos $A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{0,2,4,6\}$ y $C = \{1,4,5,6\}$, determinar:

- | | | | |
|----|------------------------------|-------|--------------------|
| a) | $A \cup C$ | 4.2) | $B \cap A$ |
| b) | $C - B$ | 4.4) | B' |
| c) | $A' - B$ | 4.6) | $B' \cup C$ |
| d) | $(A - C)'$ | 4.8) | $C' \cap A$ |
| e) | $(A - B)'$ | 4.10) | $(A \cap A)'$ |
| f) | $(A \cup C) \cup (B \cap A)$ | 4.12) | $B' - (C' \cap A)$ |

En el diagrama de Venn-Euler que se muestra sombreadar el resultado de las operaciones:

- | | | | |
|----|------------|----|---------------|
| a) | A' | b) | $(A \cup B)'$ |
| c) | $(A - B)'$ | d) | $A' \cap B'$ |

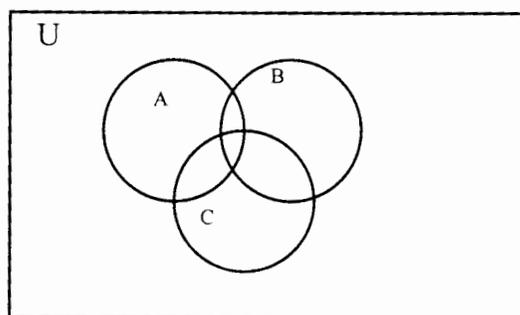


6. Dados los conjuntos $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$,
 $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$, $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$ y $C = \{ 2, 3, 4 \}$ compruebe las leyes siguientes:

- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

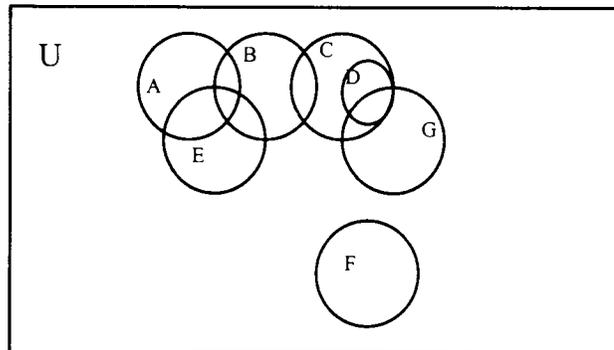
7. En el diagrama de Venn-Euler siguiente, sombreamos el resultado de las operaciones:

- $A \cap (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cup (A \cap C)$



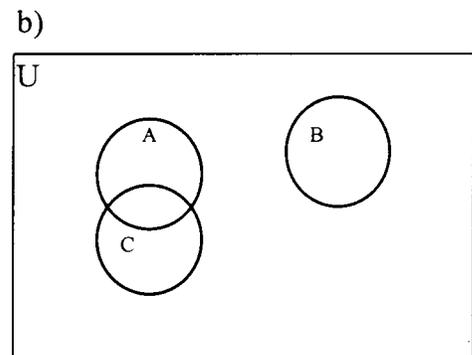
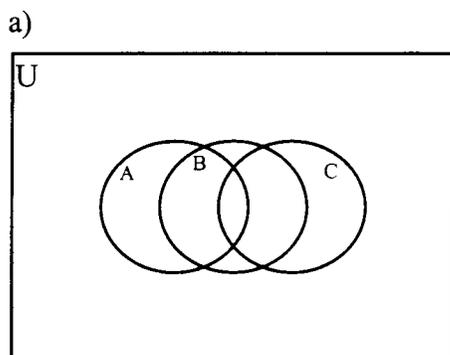
8. Demostrar que $B - A = B \cap A'$
9. Indique la cardinalidad de los conjuntos:
- $A = \{ 0 \}$
 - $B = \{ \}$
 - $C = \{ 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 \}$
 - $F = \{ 0, \phi \}$
10. Calcule el producto cartesiano $A \times B$ para los conjuntos ordenados:
 $A = \{ 0, 1, 2 \}$, $B = \{ 3, 4 \}$

11. En un diagrama de Venn-Euler como el mostrado en la figura, sombreadar la región que resulta de realizar las operaciones indicadas en cada uno de los siguientes incisos:



- a) A'
- b) $A \cup (C \cap D')$
- c) $((A \cap B) \cap E) \cup (B \cap C) \cup D$
- d) $(G' - F) \cup (B' - C)$
- e) $((A \cup B) \cup C) - (G - D)'$

12. En los diagramas de Venn-Euler siguientes sombreadar $((A \cup B) \cap C)$ en caso de existir:



13. Si los pares ordenados $(5, x + 2y)$ y $(x - y, 11)$ son iguales, determinar los valores de x e y .

14. Representar gráficamente, en un sistema coordenado, los puntos siguientes:

- a) $P_1(1, 8)$ b) $P_2(5, -6)$
c) $P_3(6, 5)$ d) $P_4(-8, -3)$

15. Sean los conjuntos $A = \{ a, b, c \}$, $B = \{ a, b \}$, $C = \{ d, e, f \}$, obtener:

- a) $A \times (B \cup C)$
b) $(A \times B) \cup (A \times C)$
c) $C \times (B \cup A)$

16. Dados los conjuntos:

$$A = \{ x \mid 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{N} \}$$
$$B = \{ y \mid 2 < y < 4, y \in \mathbb{N} \}$$
$$C = \{ x \mid 3 < x < 6, x \in \mathbb{N} \}$$
$$D = \{ z \mid 3 < z < 4, z \in \mathbb{R} \}.$$

Representar por comprensión:

- a) $A \times B$ b) $C \times D$

TEMA II. FUNCIONES

1. Determinar si las expresiones siguientes son o no funciones de x y justifique su respuesta:

a) $y = -\sqrt{2-x}$	b) $2y-4x=6$
c) $y^2=2x$	d) $x^2=36-y^2$
e) $y=2x^2+3$	f) $y=2x^3-4x^2-6x+5$

2. Dada la función $f(x) = -2x^2 + 4$ obtener:

a) $f(-2)$	b) $f(3)$	c) $f(t-2)$
d) $f(b-a)-f(-a)$	e) $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	

3. Para las funciones reales de variable real siguientes, determinar su dominio:

a) $g(x) = 3x^2 - 2x + 4$	b) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 49}$
c) $h(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$	d) $f(x) = -\sqrt{x-5}$

4. Para cada una de las funciones reales de variable real siguientes, determinar su dominio, codominio y recorrido:

a) $f(x) = 2x^2 + 3$	b) $f(x) = x^3 + 4$
c) $f(x) = +\sqrt{x+2}$	

5. De los conjuntos de pares ordenados siguientes, indicar cuál es función, en caso de serlo, dar dominio y recorrido:

a) $\{(-4, 2), (-5, 3), (-5, 2), (-6, 4), (-7, 5), (-8, 6)\}$
b) $\{(2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36), (7, 49)\}$
c) $\{(3, 5), (5, 5), (7, 9), (9, 11), (11, 13), (13, 17)\}$
d) $\{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0)\}$
e) $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

6. Obtener el conjunto de pares ordenados que constituyen la función f , si f está definida por $f(x) = -2x^6 + 5x^3 - 2$ y tiene como dominio el conjunto $\{-\sqrt[3]{2}, -1, 0, 1, \sqrt[3]{2}\}$
7. Determinar cuál(es) de los conjuntos de pares ordenados siguientes representan una función:
- a) $\{(2x - 3, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$
b) $\{(x^3 + 4, x - 3) \mid x \in \mathbb{R}\}$
8. Obtener la gráfica de las funciones siguientes, tabulando al menos 10 puntos:
- a) $f(x) = +\sqrt{x^2 + 25}$
b) $f(x) = 25 - x^2$
c) $f(x) = x - 3$
d) $f(x) = x + 3$
e) $f(x) = x^3$
f) $f(x) = x^3 - 4$
g) $f(x) = (x - 1)^3$
9. El perímetro de un rectángulo es de 20 cm, su base es b y su altura h , obtenga una expresión que permita determinar el área del rectángulo en función exclusivamente de su altura.

TEMA III. LÍMITES

1. Calcular:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} (-2)$

b) $\lim_{z \rightarrow -2} 10z$

c) $\lim_{w \rightarrow 1} 2w^2 - \frac{3}{2}w$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} x^2(1-x)^3$

e) $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{3t^2 - t}{4t}$

f) $\lim_{y \rightarrow 1} \sqrt{5y^2 - 4}$

g) $\lim_{x \rightarrow 2} 4x^2 - 6x + 2$

2. Obtener el resultado de los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} [(1-x)(x-4) - 6]$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{x^2} - x^2$

c) $\lim_{m \rightarrow 1} \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m^2+1}$

d) $\lim_{z \rightarrow 4} \frac{z^2 - 3z - 4}{z^2 - 16}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2} - x^2$

f) $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{2u^2 + 3}{3 + u}$

g) $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{3 + 4^w}{2^w - 4}$

3. La expresión $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - a^2}{x^4 - a^4} \right) = \frac{1}{25}$ se cumple cuando "a" es:

a) $1/12$

b) 0

c) $1/32$

d) 3

e) 2

4. El resultado de calcular $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a^2}{\sqrt{x} - a}$ es:

a) $\sqrt{a} - a$

b) $2\sqrt{a}$

c) 2^a

d) $\sqrt{a} + a$

5. La opción que indica la respuesta correcta al calcular $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 - 36}{2x + 6}$ está en el inciso:

- a) 0 b) No existe
c) -12 d) -1/12

6. Si $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$ y $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 2$, entonces el valor de k para que el $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{kf(x) - g(x)}{x - 1}$ sea igual a uno es:

- a) -5/2 b) -2
c) -2/5 d) 0

TEMA IV. LA DERIVADA

1. Determinar la derivada de $f(x)$ con respecto a "x" de cada una de las funciones siguientes:

a) $f(x)=6$

b) $f(x)=-7x$

c) $f(x)=5x^2-3x+9$

d) $f(x)=(1-2x)(4x^2+2)$

e) $f(x)=\frac{x}{1-x^2}$

f) $f(x)=\sqrt{x+1}$

2. Verificar en cada caso que la derivada de y con respecto a x es la indicada:

a) $y=(x^2-1)^2;$ $\frac{dy}{dx}=4x(x^2-1)$

b) $y=(x^2-3)^{2/3};$ $\frac{dy}{dx}=\frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2-3}}$

c) $y=\sqrt{2-3x^2};$ $\frac{dy}{dx}=-\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$

d) $y=\frac{7}{3x^3};$ $\frac{dy}{dx}=-\frac{7}{x^4}$

e) $y=\frac{x^2+2x}{x};$ $\frac{dy}{dx}=1$

f) $y=\frac{2}{\sqrt{x}};$ $\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{x\sqrt{2x}}$

3. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $y=x^2-3x+2$ en los puntos donde:

a) $x=-2$

b) $x=1.5$

c) $x=2$

d) $x=5$

4. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\frac{2}{x-2}$, en el punto de abscisa $x=0$.

5. Un objeto viaja siguiendo una trayectoria rectilínea de modo que la componente de su posición x está dada por $x=2t^2+2$, donde x está dada en metros para t en segundos. Determine:

a) la componente de su velocidad instantánea cuando $t=2$ sb) la componente de la aceleración instantánea en $t=2$ s

6. Cierta cultivo de bacterias crece de modo que tiene una masa $m = \frac{1}{2}t^2 + 1$, donde la masa m está dada en gramos para t en horas. ¿Cuál fue su razón de crecimiento instantáneo cuando $t=1$ hora?

7. La componente de la velocidad de un bloque está dada por:
 $v = 2t^3 - 5t^2 + 3t - 2$, donde v en m/s para t en s; obtenga la componente de la aceleración cuando $t=3$ s

8. Determinar en cada caso $f'(2)$:

a) $f(x)=x^2+1$

b) $f(x)=2x^3-7$

c) $f(z)=3z^4-2z^3+6z$

d) $f(w)=w(w^2+1)^3$

e) $f(z) = \frac{1}{z}, z \neq 0$

f) $f(t) = \frac{t-2}{t}, t \neq 0$

g) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}, x \neq 1$

9. Determinar en cada caso $\frac{d^3y}{dx^3}$:

a) $y=x^3+3x^2-2x+8$

b) $y=2x^5-x^4$

c) $y= x(x-1)(x+2)$

d) $y=(2x+5)^4$

10. Verifique para cada una de las siguientes expresiones el valor de y'' :

a) $x+xy+y=0;$ $y'' = \frac{2(1+y)}{(1+x)^2}$

b) $2x^3-3y^2=7;$ $y'' = \frac{2x}{y} - \frac{x^4}{y^3}$

G-612431

TEMA V. LA INTEGRAL INDEFINIDA Y DEFINIDA

1. Obtenga una antiderivada (función primitiva) de las funciones siguientes:

a) $f(x)=2x$

b) $f(x)=3x^2+2x-5$

c) $f(x)=-\frac{2}{x^3}$

d) $f(x)=\frac{7}{x^4}$

e) $f(x)=(3x+2)(5x-3)$

2. Calcule las integrales siguientes:

a) $\int(x^3-4)dx$

b) $\int(\frac{1}{x^5}+2x-6)dx$

c) $\int(-\frac{9}{4x^3}+\frac{2x^7}{x^2}-1)dx$

d) $\int(\frac{1}{x}+\frac{1}{x})dx$

e) $\int(\frac{x^2+2x+1}{x+1})dx$

f) $\int\frac{dx}{(x-8)^3}$

3. Determine el resultado de:

a) $\int x(4x^2-5)^3 dx$

b) $\int 2x^2(8-5x^3)^3 dx$

c) $\int \frac{(\sqrt{x}+2x)^2}{2} (\frac{2}{\sqrt{x}}+8) dx$

d) $\int \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-5}} dx$

e) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+2x}}$

4. Al calcular $\int \sqrt{x^4-x^2} dx$ se obtiene:

a) $\frac{1}{3}(x^2-1)^{3/2}+c$

b) $\frac{3}{2}(x^4-x^2)^{3/2}+c$

c) $\frac{x^3}{3}-\frac{x^3}{2}+c$

d) $\frac{x^5}{5}-\frac{x^3}{3}+c$

e) $\frac{2x^3-x}{\sqrt{x^4-x^2}}+c$

5. El resultado de la integral $\int \frac{dx}{x(1+x)^2}$ se encuentra en el inciso:

a) $-\frac{2}{1+x} + c$

b) $\frac{2}{1+x} + c$

c) $\frac{-4}{1+x} + c$

d) $\frac{4}{1+x} + c$

6. Calcular las integrales definidas siguientes:

a) $\int_0^2 (x^4 + 5x^2 - 2x + 4) dx$

b) $\int_0^1 2x(6x^2 - 4)^4 dx$

c) $\int_0^3 x^3(1-x^4)^2 dx$

7. Al calcular $\int_0^4 x(x+1)(8x+4) dx$ el resultado es:

a) $212 u^2$

b) $\frac{2}{9} (20)^{2/3} u^2$

c) $\frac{8}{3} 20^3 u^2$

d) $-2(20)^{3/2} u^2$

8. Calcular el área bajo la curva $y=x^2$ limitada por las ordenadas de los puntos de abscisas $x=2$ y $x=5$.

9. Obtener el área limitada por la curva $y=x^3$, la recta $y=4x$ y el primer cuadrante.

LOS AUTORES

Esta obra: *Cuaderno de Ejercicios para los Cursos Propedéuticos*, fue elaborada con la entusiasta participación de los siguientes académicos División de Ciencias Básicas; a quienes les agradecemos y reconocemos su dedicado trabajo. Así mismo, agradecemos la colaboración de todas las otras personas que de alguna manera participaron y no es posible mencionar aquí.

- Álgebra:*** Gustavo Balmori Negrete
Ricardo Martínez Gómez
Juan Velázquez Torres
- Geometría y Trigonometría:*** Alfredo Arenas González
Edgar Raymundo López Téllez
Alfonso Sánchez Guzmán
- Geometría Analítica Plana:*** Luis Hernández Moreno
Alejandra Vargas Espinoza de los Monteros
- Cálculo:*** Jesús Javier Cortés Rosas
Marco Antonio Gómez Ramírez
Miguel Eduardo González Cárdenas
- Edición general de la obra:*** Irene Patricia Valdez y Alfaro

La impresión estuvo a cargo del Sr. Luis Solís García.

Esta obra se terminó de imprimir
en octubre de 2001
en el taller de imprenta del
Departamento de Publicaciones
de la Facultad de Ingeniería,
Ciudad Universitaria, México, D.F.
C.P. 04510

Secretaría de Servicios Académicos

El tiraje consta de 1400 ejemplares
más sobrantes de reposición.

APUNTE
195-A

2001
G.- 612431

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



612431