



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**APUNTES DE PLANEACIÓN Y CONTROL DE LA
PRODUCCIÓN.**

ING. ROBERTO R. B. DE HOLANDA

1981

(7ª Edición)

INDICE

PRESENTACION	1	<i>Play</i>
I- INTRODUCCION A LA ADMINISTRACION DE LA PRODUCCION	2	
II- PRONOSTICOS DE DEMANDA	7	<i>7</i>
2.1. Introducción	9	
2.2. Métodos para la elaboración de pronósticos	11	
2.3. Evaluación de los métodos de pronósticos	33	
2.4. Ejemplo de simulación para la evaluación de diferentes métodos de pronósticos	35	
III- INVENTARIOS	59	<i>59</i>
3.1. Introducción	114	
3.2. Inventarios de materias primas	117	<i>61</i>
3.2.1. Introducción	117	
3.2.2. Modelo clásico	118	
3.2.3. Modelo con faltantes	122	
3.2.4. Modelo con descuentos por cantidad	124	
3.3. Inventarios de productos terminados	130	
3.3.1. Modelo clásico	130	
3.3.2. Determinación de lotes óptimos cuando se fabrican varios productos en un solo equipo	133	
IV- SISTEMAS DE ADMINISTRACION DE INVENTARIOS	139	
V- MODELOS ESPECIALES DE INVENTARIOS	148	<i>78</i>
5.1. Modelo para el caso de aumento de precio durante el periodo	152	
5.2. Modelo con demanda creciente conocida	155	
5.3. Modelo con varios productos y restricción de superficie o dinero	160	
5.4. Modelo para demanda variable conocida	164	
VI- PLANEACION AGREGADA	174	<i>87</i>
VII- BALANCEO DE LINEAS	179	<i>93</i>
VIII- PROGRAMACION DE SISTEMAS PRODUCTIVOS	184	<i>98</i>
8.1. Los problemas de secuenciación	192	
8.2. Programación de la fabricación de "n" productos en "una" máquina	202	
8.3. Programación de los sistemas productivos de secuencia fija	215	
8.4. Programación de los sistemas productivos de secuencia variable	225	
IX- BIBLIOGRAFIA SOBRE PROGRAMACION	230	
X- PROBLEMAS TIPO DE INGENIERIA DE PRODUCCION	242	<i>118</i>
ANEXO I: BIBLIOGRAFIA GENERAL	242	
ANEXO II: EJEMPLO DE CALCULO DEL C_p Y C_n	250	

Agradecemos la colaboración de Luis Guillermo Peón con la cual fue posible ampliar y corregir estos apuntes.

PRESENTACION

En reuniones realizadas entre los profesores de la materia de Ingeniería de Producción de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., se discutieron las ventajas de la publicación de apuntes que sirvieran como una guía para los alumnos que cursen la materia regularmente o se inscriban en la enseñanza abierta. Creemos que las 6 ediciones anteriores de estos apuntes cumplieron con este objetivo.

Como parte de los cambios que se realizaron en los planes de estudios de la carrera de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, se propuso que la materia Ingeniería de Producción cambiara de nombre y se llamara "Planeación y Control de la Producción," ya que este último expresaba de una forma mucho más precisa el contenido de la materia. Por este motivo, de la Sexta edición en adelante estos apuntes se publican con el nuevo nombre de la materia.

Estos apuntes no están todavía totalmente terminados y los temas que no están incluidos serán desarrollados y publicados en el transcurso de los próximos semestres.

Esperamos que esta publicación sea de utilidad para los profesores y alumnos de la materia "Planeación y Control de la Producción" y ayude a uniformizar la cátedra.

Mayo, 1981
R.R.B.HOLANDA

I - INTRODUCCION A LA ADMINISTRACION DE LA PRODUCCION

1. Definición de la Administración de la Producción (o Dirección de la Producción): ésta se refiere a la toma de decisiones relacionadas con los procesos de producción, de modo que los bienes o servicios resultantes se produzcan de acuerdo con las especificaciones, las cantidades y fechas de demanda requeridas y a un costo mínimo.
2. La Administración de la Producción nació con la Revolución Industrial (siglo XVIII) y se caracterizó, en aquella época, por el aumento y desarrollo de las actividades de planeación y control, concentrándose principalmente en la planeación y control de la ejecución de tareas u operaciones industriales. Esto representó la aplicación del método científico a la producción.
3. En 1776 Adam Smith propuso la división del trabajo y presentó las siguientes ventajas:
 - a) Desarrollo de una habilidad o pericia cuando el obrero se concentra en la ejecución de una sola tarea.
 - b) El ahorro de tiempo que se pierde al pasar de una actividad a otra.
 - c) La invención de máquinas herramientas cuya necesidad se hacía evidente debido a la especialización.

Babbage, otro científico de esta época, analizó las ideas de Smith y acentuó una ventaja:

 - d) La separación de operaciones que requirieran habilidades diferentes.
4. A partir de 1900, Taylor empezó el estudio sistemático de la producción y debido a él, la Administración de la Producción tuvo un avance extraordinario. La preocupación inicial de Taylor fue pasar parte del poder de decisión de los obreros para los "administradores de la producción". Anteriormente, los obreros determinaban cómo producir una determinada pieza o producto, con base únicamente en su experiencia anterior y en su habilidad. De ellos dependían el tiempo para la ejecución de la operación o actividad y los métodos de trabajo. Además, los obreros tenían la costumbre de guardar su habilidad y experiencia como secretos de su profesión. Taylor cambió completamente esta filosofía y empezó a medir el trabajo. Para él, una actividad cualquiera requiere un tiempo, métodos de trabajo y habilidades que pueden ser científicamente determinados y que no dependen del obrero que la está ejecutando. Y además, los obreros pueden y deben ser entrenados para realizar estos tiempos, métodos y habilidades.
5. Uno de los principales problemas surgidos con la aplicación de las ideas de Taylor fue la variación de las actividades. Los tiempos tomados para cualquier tipo de actividad presentaban una variación relativamente grande debido a los siguientes factores:
 - a) Variación de la velocidad de trabajo del operador. Cambios de métodos.
 - b) Variación del contenido de la operación.
 - c) Errores cometidos en la lectura de los cronómetros.
 - d) Otros factores no directamente relacionados con la actividad.

NOTA: La variación debido a la velocidad de trabajo del operador puede ser eliminada (por lo menos teóricamente) a través de la evaluación y corrección de dicha velocidad. Sin embargo, al hacerse esto, un nuevo elemento de variación será introducido, el cual es el siguiente:

 - e) Errores cometidos en la evaluación de la velocidad de trabajo del operador.

6. El concepto inicial de Taylor era muy rígido (se determinaba el tiempo de la operación) y sus seguidores tuvieron muchos problemas con las variaciones arriba mencionadas. Un tiempo estándar fijo, en muchos casos no resolvía el problema. El problema creado por dichas variaciones solamente fue resuelto cuando surgió la Teoría de las Probabilidades y la Estadística.
7. Otro problema existente en esta época era que un gran número de variables tenían que ser tomadas en consideración y no se disponía de los métodos adecuados para hacerlo. Se sabía de la necesidad de métodos matemáticos, pero éstos todavía no habían sido desarrollados. Finalmente, después de la segunda Guerra Mundial, aparecieron los métodos de la Investigación de Operaciones, los cuales permiten solucionar problemas con un gran número de variables.
8. La existencia de la Teoría de las Probabilidades, de la Estadística y de los métodos de la Investigación de Operaciones resolvieron solo en parte el problema del gran número de variables, puesto que algunos modelos matemáticos, si fueran resueltos manualmente, exigirían un tiempo extremadamente largo. Fue entonces que surgieron las computadoras digitales.
9. Con el surgimiento de las computadoras fue posible también desarrollar las técnicas de simulación, es decir: el gran número de variables del sistema productivo podían ser medidas en la computadora y ésta "simulaba" el funcionamiento del sistema. Los resultados de esta técnica son excepcionales: la evaluación de proyectos o decisiones puede ser realizada sin el altísimo costo correspondiente a la implantación de la decisión en la práctica.
10. En un futuro no muy lejano, las operaciones globales de las empresas podrán ser simuladas y esto obviamente causará un cambio radical en la Administración de la Producción.
11. La computadora también ha sido utilizada para controlar máquinas herramientas o procesos industriales (éstos principalmente en la industria química). Las máquinas controladas numéricamente pueden ser programadas y todo lo que se tiene que hacer para la ejecución de una determinada pieza u operación, es estar en la máquina la materia prima y las tarjetas del programa. El tiempo de preparación de las máquinas es, por lo tanto, radicalmente reducido. Sin embargo, estas máquinas son todavía muy caras, principalmente las que son capaces de ejecutar formas continuas según una ecuación matemática.
12. Uno de los últimos desarrollos de la Administración de la Producción fue en el campo de la Ingeniería Humana. Los siguientes aspectos son analizados: luz, temperatura, humedad, ruido, diseño de sillas de trabajo, esfuerzo físico, etc. También otros aspectos como enriquecimiento del trabajo y ampliación del trabajo están siendo analizados, principalmente en los países desarrollados, donde los obreros tienen un gran poder a través de sus sindicatos.

FASES DEL PROCESO PRODUCTIVO

13. Los sistemas productivos presentan 4 fases principales: diseño del sistema, planeación, ejecución y control. Veamos inicialmente los problemas que tienen que ser analizados para un efectivo diseño del sistema:

DISEÑO DEL SISTEMA

14. Inicialmente definamos eficiencia de un sistema productivo. En muchos casos el volumen de producción/hombre-hora es directamente relacionado con la eficiencia del sistema y por lo tanto una economía con elevado volumen de producción/hombre-hora es considerada como eficiente, mientras que una con

baja producción/h.h. es considerada como deficiente. Sin embargo, vale la pena resaltar que la baja producción/h.h. en las economías subdesarrolladas se debe al bajo nivel de automatización y esto es consecuencia principalmente del hecho de que la mano de obra es muy barata en dichas economías. Los sistemas con bajo volumen de producción/h.h. pueden ser igualmente eficientes si tomamos como medida de eficiencia los costos finales de los productos o servicios.

Por lo tanto, los sistemas automatizados solamente pueden ser considerados como más eficientes si la definición de eficiencia está directamente relacionada con el volumen de producción/h.h., puesto que aunque el nivel de automatización de dichos sistemas sea mayor, sus costos finales podrán ser mayores, iguales o menores que los costos correspondientes a los sistemas con un menor grado de automatización.

El diseño del sistema tiene que ser llevado a cabo tomándose en consideración todos estos factores, de modo a obtenerse un costo mínimo o una producción máxima/h.h. según las condiciones lo requieran. Como hemos dicho anteriormente, el costo mínimo será obtenido en las economías subdesarrolladas a través de mucha automatización y en las economías subdesarrolladas a través de poca automatización.

15. Otro aspecto que vale la pena resaltar es que en una economía subdesarrollada, la solución para aumentar el volumen de producción de una unidad industrial puede no ser la automatización y si un simple aumento de la capacidad productiva, manteniéndose las mismas características productivas del sistema (por ejemplo: la relación entre el costo de depreciación de la maquinaria y el costo de la mano de obra directa).
16. Un sistema que utiliza mucha mano de obra es generalmente más flexible, en cuanto al volumen de producción y a la diversificación, que los sistemas automatizados, cuyas máquinas son especializadas en unos pocos productos y además se requiere un volumen de producción fijo mínimo para permitir una depreciación adecuada.

PLANEACION, EJECUCION Y CONTROL

17. Después de diseñado el sistema, su eficiencia dependerá exclusivamente de las actividades de:

- a) Planeación
- b) Ejecución
- c) Control

Y para que todas estas actividades puedan ser llevadas a cabo eficientemente se necesitará:

- d) Un eficiente sistema de información.

18. Las decisiones óptimas tomadas en estas 4 áreas en cuanto a cambios de demanda, nivel de los inventarios, programas de producción, calidad, innovaciones de productos o maquinarias, etc. dependerá básicamente de los objetivos de la empresa. Ejemplos: (a) Cuando hay mucha competencia, el mejor sistema de planeación probablemente será aquél que permita una minimización de los costos. Sin embargo, si hay excedente, el mejor sistema será aquél que produzca el máximo volumen de producción, aunque esto implique una ligera elevación de los costos. (b) Si los objetivos son minimizar la rotación del personal y no perder ningún cliente, la solución podrá ser mantener un elevado nivel de inventarios o subcontratar cuando la demanda sea alta. Sin embargo, si el objetivo es alta rotación y un mínimo de inventarios, la solución sería la contratación/despidos de obreros y la subcontratación de otros fabricantes.

19. Veamos ahora algunas decisiones relacionadas con cada una de las fases de los sistemas productivos:

a) Decisiones a largo plazo relacionadas con el diseño del sistema:

- Selección de equipo y procesos
- Diseño de los productos
- Planeación de tareas
- Localización del sistema
- Localización de instalaciones

b) Decisiones relacionadas con la fase de planeación:

- Programación de la producción
- Determinación de los tamaños óptimos de los lotes de fabricación y de los inventarios
- Plan de mantenimiento preventivo.

c) Decisiones relacionadas con la fase de ejecución:

- Todos los detalles que no pueden ser tomados en consideración en la fase de planeación (ejemplo: distribución del trabajo entre ayudantes).
- Política a ser empleada en cuanto al control de los obreros
- Inicio propiamente dicho del proceso de fabricación.

d) Decisiones relacionadas con la fase de control:

- Control de producción
- Control de inventarios
- Control de calidad
- Control de la productividad del personal y de la maquinaria
- Control de costos
- Mantenimiento correctivo.

e) Decisiones relacionadas con el diseño del sistema de información:

- Que información será necesaria para planear, ejecutar y controlar.
- Que periodicidad y a quien debe de ser dirigida.
- Que precisión.

CARACTERISTICAS ACTUALES DE LA DIRECCION DE LA PRODUCCION

20. Antiguamente los conocimientos adquiridos en la práctica eran enseñados en las universidades. Ahora (y en el futuro), la teoría se ha desarrollado tanto que ésta es enseñada en las universidades y al mismo tiempo conduce a nuevas prácticas.

21. Otro aspecto importante es que, a pesar de la existencia de técnicas bastante diferentes y en algunos casos bastante sofisticadas, los principios y objetivos de la Administración de la Producción pueden ser igualmente aplicados a empresas grandes, pequeñas o medianas. Veamos un ejemplo del uso de técnicas diferentes: en una gran empresa una sofisticada computadora podrá ser utilizada para simular todo o una parte del proceso productivo y consecuentemente optimizar el nivel de los inventarios, secuencias de fabricación, mezcla de productos, etc. En una empresa pequeña, para lograr los mismos objetivos, probablemente sólo métodos manuales o gráficos serán empleados. Obviamente, una empresa pequeña no podrá rentar una computadora sofisticada para simular su proceso productivo, sin embargo esto no debe ser considerado como una desventaja para las empresas pequeñas puesto que, antes que nada, debido al bajo nivel de complejidad con que operan estas empresas, difícilmente se justificaría la utilización de una computadora.

CARACTERISTICAS ACTUALES DE LA SOCIEDAD INDUSTRIAL

22. Las características actuales de la sociedad industrial son las siguientes:

- a) Mayor automatización (menos mano de obra directa).
- b) Decisiones sustituidas por reglas automáticas.
- c) Sistemas o máquinas controladas numéricamente o por computadoras.
- d) Mayor diversificación de productos. Productos de vida más corta.
- e) Actividades de los sistemas productivos más enfocadas a satisfacer los gustos y necesidades de los clientes.
- f) Mayor aplicación de técnicas que permitan una mayor satisfacción por parte de los obreros y empleados (Ergonomía, enriquecimiento del trabajo, administración por objetivos, administración participativa, etc).
- g) Cambios de tecnología más frecuentes.

Aunque los sistemas actuales están cada día más automatizados, debe recordarse que todavía hay que diseñar el sistema, definir los equipos que serán controlados automáticamente y diseñar un eficiente sistema de información.

23. Vale la pena discutir un poco más el problema de la diversificación de productos. Esta diversificación generalmente requiere un mayor número de máquinas diferentes y por lo tanto, con el aumento del número de productos diferentes y también del número de máquinas, el número de soluciones alternativas para la fabricación de los productos aumenta de una forma increíble y consecuentemente las actividades de planeación y control de la producción resultan complicadísimas. Tomemos el ejemplo que se menciona en el capítulo final de estos apuntes: si tenemos 2 productos y 2 máquinas disponibles y si cada producto requiere de una operación en cada máquina, el número total de secuencias diferentes para la fabricación de dichos productos sería igual a 4. Si, por otro lado, tuviéramos 6 productos y 5 máquinas, el número de secuencias diferentes ya sería igual a 294,000,000,000,000.

TIPOS DE SISTEMAS PRODUCTIVOS

24. Hay básicamente 2 tipos de sistemas productivos:

- a) Sistemas de producción en masa (sistemas continuos).
- b) Sistemas intermitentes.

Los sistemas continuos son aquellos en los cuales las instalaciones, los productos y los flujos de los productos son estándares. Estos sistemas en la práctica están representados por las líneas de ensamble y de producción, operaciones químicas de flujo continuo, etc. Las principales características de estos sistemas son:

- a) Poca diversificación. Productos que son requeridos por la sociedad en grandes cantidades.
- b) Insumos estandarizados.
- c) Mucha automatización debido a la estandarización.
- d) Máquinas generalmente distribuidas en línea, Layout por producto.
- e) Instalaciones no flexibles.
- f) Debido a la automatización, la inversión en maquinaria y equipo es bastante elevada en relación a la inversión total, y por lo tanto este tipo de sistema solo es conveniente para productos de vida larga o que presentan cambios de diseño que puedan ser fácilmente introducidos en las líneas de producción o ensamble.

- g) Planeación y Control de la Producción sencilla debido al reducido número de variables; hay pocos productos y además las líneas de producción pueden ser consideradas como una sola máquina (una sola variable).
- h) Es de gran importancia la actividad "balances de líneas".
- i) Sistema de transporte automatizado y no flexible.
- j) Pocos inventarios entre una operación y otra.
- k) Hay inventarios de productos terminados debido a la vida de los productos y a la estandarización.
- l) Costos unitarios de producción más bajos.
- m) Sistema de distribución de etapas múltiples (mayoristas y minoristas).
- n) El mantenimiento preventivo es muy importante puesto que cuando se para una máquina, generalmente se para toda una línea.
- o) Tiempos de fabricación más cortos.

EJEMPLOS: Fábrica de coches, fábrica de refrescos y cervezas, oficinas con una gran cantidad de trabajos del mismo tipo, etc.

25. Los sistemas intermitentes son aquellos cuyas instalaciones deben ser suficientemente flexibles para manejar una amplia variedad de productos. Sus principales características son:
- Mucha diversificación. En general se fabrican productos no requeridos en grandes cantidades por la sociedad.
 - Una gran variedad de insumos.
 - Distribución de las máquinas bastante compleja, ya que cada producto requiere una secuencia diferente de operaciones. Layout por proceso.
 - Instalaciones flexibles.
 - Planeación y control de la producción bastante compleja debido al elevado número de variables.
 - Costo de la mano de obra directa más elevado que en el caso del sistema continuo.
 - Poca automatización.
 - Transporte bastante flexible para adaptarse a los diferentes tipos y tamaños de los productos.
 - Mayores inventarios entre una operación y otra.
 - Tiempos de fabricación mayores.
 - Mano de obra directa más calificada.
 - Podrá existir inventarios de productos terminados o no. Esto dependerá del tipo de sistema intermitente (véase el punto 27).
26. La parte del sistema de producción en masa que se encarga exclusivamente de la distribución de los productos, es decir, los mayoristas y minoristas, son considerados como sistemas "productivos" aparte y son llamados sistemas de inventario puro.
27. Los sistemas intermitentes cuyos productos tienen una vida relativamente larga, pueden fabricar éstos en corridas de producción que se repiten un determinado número de veces al año. Debido a estas características, este tipo de sistema puede mantener inventarios de productos terminados y son llamados sistemas intermitentes cerrados. Ejemplo: Empresas que fabrican piezas o refacciones para coches.

Aquellos sistemas intermitentes que reciben órdenes directamente de los clientes y son forzados a fabricar sus productos según las diversas especificaciones de éstos, no pueden mantener inventarios de productos terminados y son llamados sistemas intermitentes abiertos. Ejemplos: Fabricantes de acojinamientos, taller mecánico, hospitales, etc.

28. Hay un tipo especial de sistema intermitente abierto que merece ser analizado separadamente; son los grandes proyectos, como por ejemplo la construcción de edificios, la organización de olimpiadas, la fabricación de grandes calderas, la construcción de plantas industriales, etc. Este tipo de sistema requiere de técnicas especiales de planeación como son PERT, CPM y Ruta Crítica y su principal característica son los largos tiempos de fabricación o realización.
29. Para terminar esta introducción, vale la pena hacer un resumen de los varios tipos diferentes de sistemas productivos:

Sistemas de producción en masa:

- Fábricas de producción en masa.
- Sistemas de inventario puro (mayoristas, minoristas, etc).

Sistemas intermitentes:

- Sistemas intermitentes cerrados.
- Sistemas intermitentes abiertos.
- Grandes proyectos.

Sistemas que poseen inventarios de productos terminados:

- Fábricas de producción en masa.
- Sistemas de inventario puro.
- Sistemas intermitentes cerrados.

Sistemas que no poseen inventarios de productos terminados:

- Sistemas intermitentes abiertos.
- Grandes proyectos.

II - PRONOSTICOS DE DEMANDA

2.1 INTRODUCCION

Definición: Pronóstico es una previsión para cualquier actividad futura. Se pueden hacer pronósticos sobre la aceptación de un nuevo producto, sobre la demanda futura o sobre otras condiciones que pueden afectar la planeación de la producción. A continuación damos algunos ejemplos de áreas de actividad de la Empresa que dependen directamente de los pronósticos de ventas:

- Volumen de producción
- Nivel de los inventarios
- Presupuestos
- Política de Precios
- Desarrollo del producto
- Ampliación de la planta
- Etc.

Por lo tanto, para una planeación adecuada de las diversas áreas de actividad de cualquier Empresa, es indispensable la realización de pronósticos de ventas.

Hay algunas personas que dicen que "los pronósticos son como el clima de Inglaterra: solamente son verdaderos para las próximas 6 horas". Esta frase, aun siendo un poco exagerada, nos sugiere dos cosas realmente importantes:

- a) Los pronósticos serán más y más inciertos a la medida que nos propinemos a pronosticar las ventas de periodos cada vez más lejanos.
- b) Los pronósticos siempre presentarán un determinado grado de incertidumbre; nuestro objetivo no debe ser pronosticar exactamente el volumen de ventas, sino realizar un pronóstico con un error mínimo y evaluar dicho error.

Actualmente, los pronósticos de demanda son casi siempre hechos por personas que han recibido entrenamiento en la aplicación de técnicas especiales. La utilización de estas técnicas no elimina los errores, pero puede reducir su magnitud. Las técnicas son sólo herramientas y es por lo tanto indispensable que en la elaboración de los pronósticos se tomen en consideración las condiciones internas y externas a la Empresa.

Por ejemplo:

- a) Si las ventas de las calculadoras mecánicas en los últimos años -- han aumentado en un 10% anual y si en los próximos años seguramente serán introducidas en el mercado las calculadoras electrónicas, sería un error grave no considerar este hecho y pronosticar que esa tasa de crecimiento se mantendría en el futuro.
- b) Sería igualmente errado no considerar el cambio de presidente en México para pronosticar las ventas de maquinarias para la industria, puesto que durante el año anterior al cambio, las inversiones del sector industrial disminuyen mucho.
- c) Análogamente, las ventas de algodón a las fábricas de colchones --

fueron radicalmente afectadas por la introducción del hule espuma.

- d) Finalmente, sería también un error no considerar la introducción del Renault 5 para predecir las ventas de la VW en el año de 1976- en los siguientes años.

Otros tipos de información como tendencia de los gustos de los consumidores, desarrollo económico del país, nivel de los salarios, devaluación de la moneda, etc. también deben ser tomados en consideración. En algunos casos, información sobre otras industrias similares puede estar disponible. Obviamente, también se deberá tener en cuenta la introducción o la promoción de los productos de la propia Empresa.

En muchos casos, para reducir el grado de incertidumbre de los pronósticos, también pueden llevarse a cabo investigaciones de mercado, sin embargo aun así se debe tener en cuenta que:

- a) La opinión de los consumidores puede cambiar de un día al otro.
- b) Lo que el consumidor piensa puede ser diferente de lo que él realmente hace.
- c) La opinión de los consumidores puede ser cambiada a través de promociones, propaganda, etc.

Los minoristas o mayoristas también pueden ser entrevistados durante la elaboración del pronóstico y éstos son generalmente más objetivos que los vendedores de la propia Empresa. Sin embargo, ellos no disponen ni de motivación, ni de tiempo, ni de las técnicas para hacerlo y por lo tanto sus estimaciones deben ser utilizadas solamente para pronósticos a corto plazo. Por otro lado, también es importante señalar que en la elaboración del pronóstico se deberá tomar en consideración el mayor número posible de opiniones, para compensar el pesimismo y el optimismo individuales de las personas que participan en dicha elaboración.

La complejidad de los pronósticos para productos existentes, productos que reemplazan productos existentes y para productos nuevos, es bastante diferente. En el caso de productos existentes, la información de años o meses anteriores podrá ser usada para predecir la demanda futura. Aun en el caso de productos que reemplazan otros, la información correspondiente a los productos reemplazados podrá ser también utilizada, si éstos son similares a los nuevos productos introducidos en el mercado. Finalmente, en el caso de productos realmente nuevos y totalmente diferentes de los productos existentes, el volumen de información disponible es extremadamente limitado y consecuentemente es difícil la elaboración de un pronóstico realista. Por esto, muchas veces se lleva a cabo una introducción preliminar de los productos para evaluar su aceptación y esta introducción podrá confirmar o rechazar la introducción definitiva del producto. También es importante resaltar que para la introducción de productos nuevos y diferentes, las investigaciones de mercado son particularmente útiles. Estas pueden analizar entre otros factores:

- Localización del consumidor potencial.

- Profesión y salario del consumidor potencial.
- Precios aceptables
- Calidad requerida
- Condiciones generales del mercado.
- Etc.

2.2 METODOS PARA LA ELABORACION DE LOS PRONOSTICOS

Antes de describir los principales métodos para la elaboración de pronósticos, es indispensable analizar los diversos tipos de variación que presentan las ventas de las Empresas. Estas variaciones pueden ser:

- a) Variaciones debido a la tendencia. El simple hecho de que las ventas de una Empresa dada estén aumentando o disminuyendo consistentemente conduce a que cada semana, cada mes y cada año el volumen de ventas sea diferente. En estos casos las ventas varían porque hay una tendencia y esta podrá seguir una línea recta, una curva exponencial o cualquier otro tipo de curva. Este tipo de variación no es difícil de predecir.
- b) Variaciones cíclicas. Son aquellas que se repiten periódicamente -- cada determinado número de días, semanas, meses o años. Como ejemplo podemos citar las variaciones que se observan cada 6 años debido al cambio de presidente en México o el aumento de las ventas de las tiendas de autoservicio durante los fines de semana.
- c) Variaciones estacionales. Es un tipo especial de variación cíclica para la cual el ciclo es aproximadamente igual a un año. Por lo tanto las variaciones estacionales se observan siempre en los mismos meses o en las mismas estaciones del año. Es más fácil predecir las variaciones estacionales que las demás variaciones cíclicas.
- d) Variaciones aleatorias. Estas son todas las demás variaciones que pueden ser provocadas, por ejemplo, por decisiones de los competidores, condiciones generales de la economía, eventos importantes que puedan afectar las ventas de la Empresa (organización de olimpiadas, construcción de ejes viales, etc), descubrimiento de nuevos productos o tecnologías, devaluación de la moneda, políticas generales del gobierno (impuestos, incentivos, etc), nivel de salarios, tendencia de los gustos de los consumidores, moda, etc. /

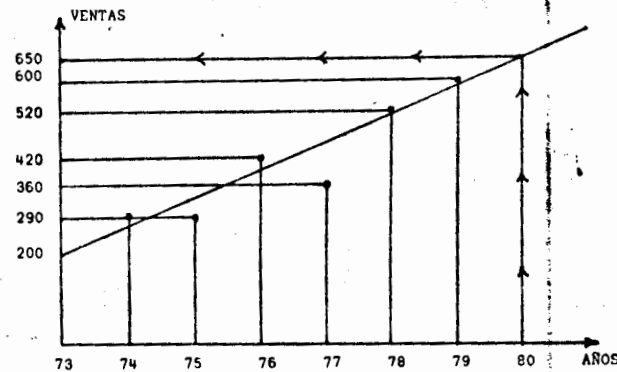
2.2.1 METODO GRAFICO

El método gráfico es el más sencillo y rápido y la dificultad de su realización dependerá del número de factores tomados en consideración. Por ejemplo, podemos tomar en cuenta todos los tipos de variación o solamente las variaciones estacionales. A continuación damos un ejemplo en el cual todos los tipos de variación son tomados en cuenta.

Supongamos que las ventas de una Empresa "X" fueron las que se muestran en la Figura 1. La primera etapa del método gráfico consta del ajuste de una línea (recta o no) a los puntos de la gráfica. Este ajuste será manual y su adecuación dependerá obviamente de la habilidad de la persona que lo ejecuta. Una vez que se tenga determinado esta lí-

nea, que representará la tendencia de las ventas anuales de la Empresa, el pronóstico de ventas para el año siguiente puede ser fácilmente calculado. En nuestro caso, la gráfica nos indica que las ventas del próximo año serán de aproximadamente \$ 650,000.00.

Si no hay ninguna razón especial para que el patrón de crecimiento anual de las ventas no sea constante, podemos suponer que las variaciones de las ventas se deben a las variaciones cíclicas y aleatorias. Por lo tanto, podemos estimar estas variaciones si determinamos la diferencia media entre las ventas reales de la Empresa y las ventas indicadas por la línea. Por ejemplo, para el año 1975 las ventas de la Empresa fueron de \$ 420,000 y las ventas indicadas por la línea recta son de \$ 380,000. Por lo tanto existe una diferencia de -- \$40,000 que corresponde al 10% de las ventas indicadas por la línea recta. Si calculamos todas estas diferencias, podremos observar que la diferencia media es de un 8.5% y que las diferencias pueden ser positivas o negativas. Si suponemos que



las condiciones generales del mercado y del país serán bastante favorables en el año de 1980, podemos entonces deducir que las ventas para este año serán de \$ 650,000 x 1.035 = \$ 711,750.

Finalmente, vamos a suponer también que necesitamos las ventas para el primer trimestre de 1980. En este caso, tendríamos que analizar el comportamiento de las ventas mensuales de los años anteriores y determinar el porcentaje medio que corresponda a los primeros trimestres de cada año. Vamos a suponer que las ventas del primer semestre son generalmente un 20% de las ventas anuales. Por lo tanto, las ventas para el primer trimestre de 1980 serán: \$ 711,750 x 0.20 = \$ 142,350.

Una importante etapa en la elaboración de un pronóstico es la elección del método a utilizar. Para ello, es importante determinar pre-

viamente la precisión, el costo y el tiempo requeridos para la elaboración del mismo. Por ejemplo, si no se requiere de una gran precisión, el método gráfico sería probablemente el más adecuado. La segunda etapa es la elección de la información en la cual se va a basar el pronóstico. Es importante, en esta etapa, checar si la información disponible no está distorsionada por eventos que no volverán a ocurrir. Por ejemplo, la Empresa podrá deducir que las ventas de algunos de los años anteriores fueron seriamente afectadas por un pésimo sistema de publicidad y que este error seguramente no volverá a ser cometido. Y por lo tanto, en la elaboración del pronóstico para los próximos años, la Empresa tendrá que tener en cuenta este hecho.

2.2.2 METODO DE MINIMOS CUADRADOS (RECTA)

Siempre que los datos sugieren una recta para su representación, el método de los mínimos cuadrados podrá ser utilizado para la elaboración de un pronóstico. Este método consta de la determinación de la línea recta que mejor se ajusta a los puntos, es decir, la línea para la cual la suma de los cuadrados de las distancias a los puntos de la gráfica, es mínima. Como sabemos, la ecuación de cualquier línea recta es como la que sigue:

$$Y = a + bX$$

Las ecuaciones que proporcionan los valores de "a" y "b" para la recta de mínimos cuadrados, son las siguientes:

$$a = \frac{\sum x^2 \cdot \sum y - \sum x \cdot \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

donde "X" y "Y" son las dos variables del problema, y "N" el nº de puntos.

A continuación damos un ejemplo de como utilizar el método de los mínimos cuadrados:

Supongamos que las ventas de una dada empresa fueron las que se muestran en el cuadro siguiente:

Año	1975	1976	1977	1978	1979
Ventas (\$)	\$108,000	119,000	110,000	122,000	130,000

En este caso la variable "X" será el año y la variable "Y" será el volumen de ventas de la empresa (en pesos). Inicialmente, tenemos que escoger un origen para la variable "X". Esta podrá ser el año cero o cualquier otro año. Si escogemos el origen 1975, la variable "X" tendrá entonces los siguientes valores: 0, 1, 2, 3 y 4, es decir, (1975-1975), (1976-1975), (1977-1975), (1978-1975), (1979-1975).

Si observamos las ecuaciones mencionadas anteriormente, deducimos que necesitamos calcular $\sum Y$, $\sum X$, $\sum XY$ y $\sum X^2$. Es conveniente realizar estos cálculos como se muestra en el cuadro a continuación:

AÑO	Y	X	X ²	XY
1975	108	0	0	0
1976	119	1	1	119
1977	110	2	4	220
1978	122	3	9	366
1979	130	4	16	520
TOTAL	589	10	30	1225

ORIGEN=1975

Sustituyendo los valores en las ecuaciones, tenemos:

$$a = \frac{30 \times 589 - 10 \times 1225}{5 \times 30 - (10)^2}$$

$$b = \frac{5 \times 1225 - 10 \times 589}{5 \times 30 - (10)^2}$$

Y "a" y "b" pueden entonces ser fácilmente calculados:

$$a = 108.4$$

$$b = 4.7$$

Por lo tanto, la línea recta de mínimos cuadrados es la siguiente:

$$Y = 108.4 + 4.7X$$

Utilizando esta ecuación podemos entonces determinar las ventas para cualquiera de los próximos años, es decir, 1975, 1976, etc. Para el año 1980, la variable "X" tendrá el valor (1980-1975), es decir, X=5. Por lo tanto, las ventas para este año serán:

$$Y = 108.4 + 4.7 \times 5 = 131.9$$

Es decir, las ventas en el año de 1980 serán de \$ 131,900.00

Los resultados serán exactamente los mismos si escogemos cualquier otro origen. Por ejemplo, escogamos el origen 1977:

AÑO	Y	X	X ²	XY
1975	108	-2	4	-216
1976	119	-1	1	-119
1977	110	0	0	0
1978	122	1	1	122
1979	130	2	4	260
TOTAL	589	0	10	47

944
215

Sustituyendo los valores en las ecuaciones, tenemos:

$$a = \frac{589}{5}$$

$$b = \frac{47}{10}$$

Los nuevos valores de "a" y "b" son:

$$a = 117.8$$

$$b = 4.7$$

Y por lo tanto, las ventas para el año de 1980 serán:

$$Y = 117.8 + 4.7 \times 3 = 131.9.$$

Como se puede observar, el resultado es idéntico.

El método de mínimos cuadrados sirve únicamente para determinar la ecuación de la línea recta. La Empresa tendrá que decidir, por lo tanto, si solamente utilizará dicha ecuación para pronosticar el futuro o si también valdrá la pena tomar en consideración las variaciones cíclicas y aleatorias.

2.2.3 COEFICIENTE DE CORRELACION

Si es posible representar la variación de una variable Y en función de una variable X a través de una línea recta, decimos que existe entre las dos variables una correlación lineal. Esta correlación puede ser más o menos precisa, dependiendo del error que se comete al representar dicha variación a través de la línea recta. La precisión de la correlación lineal puede ser evaluada determinándose el coeficiente de correlación:

$$C.C. = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

El coeficiente de correlación estará siempre entre -1 y 1. Si la representación de la variación a través de la línea recta es exacta (Figuras 2 y 3) el coeficiente será igual a -1 ó +1, dependiendo de la inclinación de la recta, es decir, si la función es creciente o decreciente. Si el coeficiente resulta muy bajo (0.2 ó 0.3, por ejemplo), esto quiere decir que la variación estudiada no deberá ser representada a través de una línea recta (Figura 4). Si el coeficiente resulta muy elevado (pero todavía menor que 1 en valor absoluto), esto significa que no existe una correlación lineal perfecta, sin embargo la variación puede ser precisamente representada a través de la línea recta. (Figura 5).

Supongamos que hemos deducido que existe una correlación lineal entre 2 variables (C.C. igual a 0.8, por ejemplo). ¿Como podemos estar seguros de que esta correlación no existe por pura casualidad? Para resolver este problema utilizamos tablas como la que se muestra a continuación:

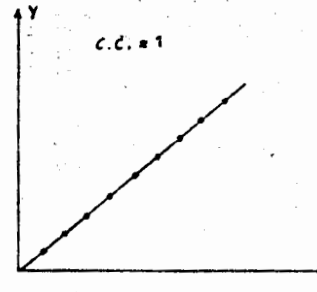


FIGURA 2

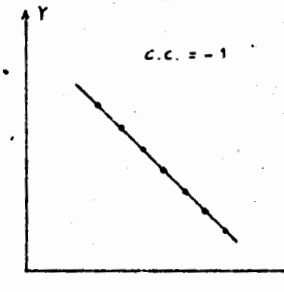


FIGURA 3

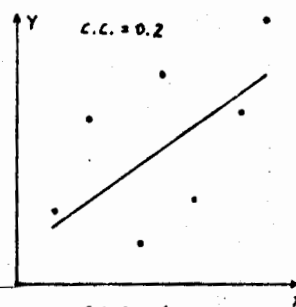


FIGURA 4

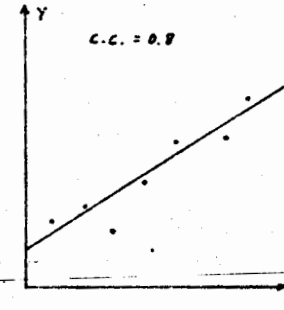


FIGURA 5

Nº de Puntos	Probabilidad 95%	Probabilidad 99%
10	0.632	0.765
12	0.576	0.708
14	0.532	0.661
...		
200	0.139	0.182
400	0.098	0.128
1000	0.062	0.081

Esta tabla nos proporciona la siguiente información: por ejemplo, si hay 200 puntos en la gráfica, el coeficiente de correlación tiene que ser mayor de 0.139 para que haya una probabilidad de 95% de que la correlación no existe por pura casualidad. Al mismo tiempo, si el C.C. es mayor de 0.182, hay una probabilidad de 99% de que la correlación no existe por casualidad.

2.2.4 METODO DE MINIMOS CUADRADOS (CURVA EXPONENCIAL)

Este método consta del ajuste de una curva exponencial a los puntos. La forma de la ecuación de la curva es como sigue:

$$Y = ab^X$$

Como se indica en las Figuras 6 y 7, el ajustar una curva exponencial a los puntos es equivalente al ajustar una línea recta a estos mismos datos, pero marcándose en el eje vertical el "log Y" en vez de "Y". Esto se debe a que si tomamos el logaritmo de "Y" en la ecuación de la curva exponencial, resulta lo siguiente:

$$\log Y = \log (ab^X) = \log a + \log b \cdot X$$

Si ponemos $\log a = A$ y $\log b = B$, tenemos:

$$\log Y = A + BX$$

que es obviamente la ecuación de una recta.

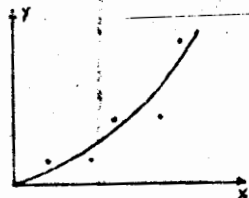


FIGURA 6

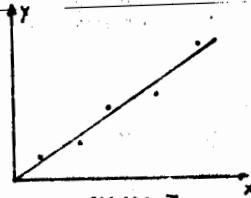


FIGURA 7

Y ahora, por lo tanto, podemos marcar "X" en el eje horizontal y "log Y" en el eje vertical, y ajustar una recta a los puntos utilizando el método de mínimos cuadrados. Si observamos la ecuación $\log Y = A + BX$, podemos deducir que las ecuaciones para calcular "A" y "B" son las siguientes:

$$A = \frac{\sum X^2 \sum \log Y - \sum X \sum X \log Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$B = \frac{N \sum X \log Y - \sum X \cdot \sum \log Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

Para calcular "A" y "B" necesitamos calcular $\sum \log Y$, $\sum X$, $\sum X \log Y$ y $\sum X^2$. Estos cálculos se presentan en el cuadro a continuación:

AÑO	Y	X	X ²	Log Y	X · log Y
1975	108	-2	4	2.0334	-4.0668
1976	119	-1	1	2.0755	-2.0755
1977	110	0	0	2.0414	0
1978	122	1	1	2.0864	2.0864
1979	130	2	4	2.1139	4.2278
TOTAL	-	0	10	10.3506	0.1719

ORIGEN= 1977

Sustituyendo los valores obtenidos en las ecuaciones, tenemos:

$$A = \frac{10.3506}{5}$$

$$B = \frac{0.1719}{10}$$

Y por lo tanto, los valores de "A" y "B" son:

$$A = 2.0701$$

$$B = 0.0172$$

Como sabemos que $A = \log a$ y $B = \log b$, entonces "a" y "b" ya pueden ser calculados:

$$\log a = 2.0701$$

$$a = 117.5$$

$$\log b = 0.0172$$

$$b = 1.0405$$

Y por lo tanto la ecuación final de la curva exponencial será la siguiente:

$$Y = 117.5 \times 1.0405^X$$

El valor $b = 1.0405$ significa que existe una tasa anual de crecimiento igual a 4.05%.

Finalmente, si queremos pronosticar las ventas para el año de 1980, - el valor de la variable "X" será 3 (=1980-1977) y el valor de las - - ventas será:

$$Y = 117.5 \times 1.0405^{(3)} = 132.3$$

Esto quiere decir que las ventas para el año de 1980 serán de \$ 132,300.00.

2.2.5. MÍNIMOS CUADRADOS: CURVA DE POTENCIA

La curva de potencia tiene la siguiente ecuación:

$$Y = a \cdot X^b$$

y tiene las formas que se presentan en las figuras 8 y 9 según el valor de la constante "b".

Si tomamos el logaritmo de "Y" en esta ecuación, tenemos:

$$\log Y = \log a + b \cdot \log X$$

que también es la ecuación de una línea recta. Por lo tanto podemos utilizar el método de mínimos cuadrados para ajustar una línea recta a las variables log Y y log X. Pongamos el origen en el año 1974:

AÑO	X	log X	(log X) ²	VENTAS	log Y	log X . log Y
1975	1	0	0	108	2.0334	0
1976	2	.3010	.0906	119	2.0755	.6247
1977	3	.4771	.2276	110	2.0414	.9739
1978	4	.6021	.3625	122	2.0864	1.2562
1979	5	.6990	.4886	130	2.1139	1.4776
TOTAL	-	2.0792	1.1693	-	10.3506	4.3324

$$a = \text{antilog} \left[\frac{\sum (\log X)^2 \sum \log Y - \sum \log X \cdot \sum (\log X \cdot \log Y)}{n \sum (\log X)^2 - (\sum \log X)^2} \right]$$

$$= \text{antilog} (2.0316) = 107.6$$

$$b = \frac{n \sum (\log X \cdot \log Y) - \sum \log X \cdot \sum \log Y}{n \sum (\log X)^2 - (\sum \log X)^2} = 0.0926$$

por lo tanto, el pronóstico para 1980 sería:

$$Y_6 = 107.6 \times 6^{0.0926} = 127.02$$

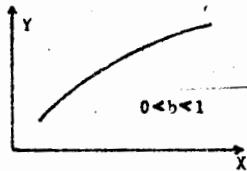


FIGURA 8

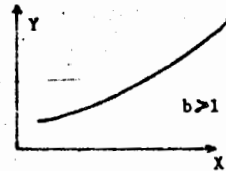


FIGURA 9

2.2.6. METODO DEL PROMEDIO MÓVIL SIMPLE

En varias ocasiones es lógico pensar que las ventas de un período dado pueda tomar un valor más parecido a los más recientes que a los que han tomado mucho tiempo atrás, aún cuando no existe una tendencia marcada en los datos. En estos casos es conveniente utilizar métodos de pronóstico que den una mayor importancia a los datos más recientes o que únicamente tomen en cuenta los "k" últimos datos, donde k = 1, 2, ... n. El más sencillo de estos métodos es el promedio móvil simple.

El promedio móvil simple para el período "n" es simplemente la media aritmética de los "k" últimos datos, es decir:

$$\bar{Y}_{n,k} = \frac{D_n + D_{n-1} + \dots + D_{n-(k-1)}}{k}$$

donde: k = número de datos o términos del promedio móvil

$\bar{Y}_{n,k}$ = promedio móvil de "k" términos para el período "n"

$D_n, \dots, D_{n-(k-1)}$ = demandas de los últimos "k" períodos

Si ahora queremos un pronóstico para el período (n + 1), éste será igual al promedio móvil del período anterior, es decir:

$$P_{(n+1), k} = \bar{Y}_{n,k}$$

o simplemente:

$$P_{n+1} = \bar{Y}_n$$

Aplicamos este método a los datos del ejemplo anterior. Tomemos que las ventas de los últimos cinco años son:

AÑO	1975	1976	1977	1978	1979
VENTAS	108	119	110	122	130

Utilizando un promedio móvil simple de 2 términos, los pronósticos para los años de 1977, 1978, 1979 y 1980 serán (obviamente no se debe calcular pronósticos para los años 1975 y 1976):

AÑO	VENTAS	\bar{Y}_n	P_{n+1}
1975	108	-	-
1976	118	113.5	-
1977	110	114.5	113.5
1978	122	116.0	114.5
1979	130	126.0	116.0
1980	-	-	126.0

Ejemplo de cálculo:
 $Y_{1977} = (118 + 110) / 2$
 $= 114.5$

Se puede observar claramente en el cuadro anterior que el método del promedio móvil simple generalmente conduce a pronósticos que van atrasados en relación a las ventas reales. Por ejemplo, para los años de 1978 y 1979 las ventas son 122 y 130, y los pronósticos son 114.5 y 116.0, respectivamente. Cuanto más pronunciada sea la tendencia de los datos y mayor sea el número de términos del promedio, más atrasados serán los pronósticos. Por lo tanto, el método del promedio móvil simple (principalmente cuando el número de términos es grande) es adecuado únicamente cuando la tendencia de los datos es horizontal y las ventas oscilan alrededor de un determinado valor de una manera totalmente aleatoria. Cuando la variación de las ventas no es aleatoria, sino que presenta cierta estacionalidad (variaciones estacionales), entonces es mejor determinar la tendencia de los datos y aplicar el método que se describe en el inciso 2.2.9..

2.2.7. MÉTODO DEL PROMEDIO MÓVIL CON AJUSTE DE TENDENCIA

Como se ha dicho en el inciso 2.2.5., el método del promedio móvil simple sólo es adecuado cuando la tendencia es horizontal, ya que de lo contrario los pronósticos generalmente estarían atrasados en relación a las ventas reales.

Existe una forma de "ajustar" el promedio de tal manera que éste siga más de cerca las ventas reales, y para esto sólo se ne-

cesita determinar los promedios móviles dobles. Para el cálculo de un promedio doble simplemente se aplica dos veces seguidas el método del promedio móvil simple, como se muestra en las 4 primeras columnas del cuadro que se muestra a continuación (considérense un promedio de 2 términos):

AÑO	VENTAS	PROMEDIO SIMPLE \bar{Y}_n	PROMEDIO DOBLE \bar{Y}_n	PROMEDIO CON AJUSTE	PRONOSTICO P_{n+1}
1975	108	-	-	-	-
1976	119	113.5	-	-	-
1977	110	114.5	114.0	116.0	-
1978	122	116.0	115.2	118.4	116.0
1979	130	126.0	121.0	141.0	115.4
1980	-	-	-	-	141.0

Obsérvese que el promedio móvil doble va más atrasado que el promedio móvil simple y por lo tanto nunca se utiliza dicho método para la elaboración de pronósticos. Sin embargo, se utiliza el promedio doble para corregir el retraso del promedio móvil simple. Esto se hace de la siguiente manera (véanse las dos últimas columnas del cuadro anterior):

- Se calcula la diferencia $\bar{Y}_n - \bar{Y}_n$
- Se calcula el promedio móvil ajustado utilizando la siguiente fórmula:

$$\bar{Y}_{a,n} = \bar{Y}_n + (\bar{Y}_n - \bar{Y}_n) + \frac{2}{k-1} (\bar{Y}_n - \bar{Y}_n)$$

donde: $\bar{Y}_{a,n}$ = promedio móvil ajustado del período "n"

k = número de términos considerado

Como ejemplo, veámos como se calcula el promedio móvil ajustado de 1979:

$$\bar{Y}_{a,1979} = 126 + (126 - 121) + \frac{2}{2-1} (126 - 121) = 141$$

Las dos primeras etapas que deben llevarse a cabo en la aplicación del método del promedio ponderado exponencialmente, son la elección de la constante de atenuación " α " y del número de períodos pasados a considerar. La constante " α " está generalmente entre 0.05 y 0.4. Como pedramos observar más adelante, si queremos dar una mayor importancia a las ventas de los últimos períodos, " α " deberá ser grande, y si queremos dar una importancia más uniforme a todos los datos de ventas, " α " deberá ser pequeña.

Para el cálculo del promedio \bar{Y}_n necesitamos el valor de \bar{Y}_{n-1} ; para el cálculo de \bar{Y}_{n-1} , necesitamos conocer \bar{Y}_{n-2} ; etc. Por lo tanto, no sería posible calcular \bar{Y}_0 puesto que no existe \bar{Y}_{-1} . Consecuentemente, la tercera etapa en la aplicación de este método es la elección de un promedio inicial \bar{Y}_0 , generalmente se considera éste igual a la demanda D_0 del primer período.

Veamos como podemos aplicar el método del promedio ponderado exponencialmente al ejemplo que hemos estado analizando en este capítulo:

AÑO	1975	1976	1977	1978	1979
VENTAS	108	119	110	122	130
	$D_0 = \bar{Y}_0$	D_1	D_2	D_3	D_4

Utilicemos un $\alpha = 0.2$ y tomemos como promedio inicial \bar{Y}_0 a la demanda $D_0 = 108$. De esta forma podemos calcular \bar{Y}_1 :

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_0 + \alpha(D_1 - \bar{Y}_0) = 108 + 0.2(119 - 108)$$

$$\bar{Y}_1 = 108 + 2.2 = 110.2$$

Los demás promedios \bar{Y}_2 , \bar{Y}_3 y \bar{Y}_4 son calculados de la misma manera y los resultados son los siguientes:

PERIODO	AÑO	VENTAS	PROMEDIO	PROMOSTICO
0	1975	108	108.00	-
1	1976	119	110.20	108.00
2	1977	110	110.16	110.20
3	1978	122	112.53	110.16
4	1979	130	116.02	112.53
5	1980	-	-	116.02

Si comparamos los pronósticos con las ventas reales nos damos cuenta de inmediato que aquellos también están atenuados. Lo que se dijo acerca del método de promedio móvil simple también es válido aquí; el promedio ponderado exponencialmente solamente es adecuado cuando la tendencia de las ventas es más o menos horizontal y las variaciones son aleatorias.

Debido a que para el cálculo de cualquier promedio \bar{Y}_n se necesita el promedio correspondiente al período anterior ($n-1$), es decir, \bar{Y}_{n-1} , no se puede aplicar directamente la fórmula

$$\bar{Y}_n = \bar{Y}_{n-1} + \alpha(D_n - \bar{Y}_{n-1})$$

para el cálculo de \bar{Y}_n . Deduzcamos por lo tanto otra fórmula que nos permita calcular directamente \bar{Y}_n a partir únicamente de las demandas reales D_i de los " n " períodos. Supondremos que $\bar{Y}_0 = D_0$ y escribiremos la fórmula del promedio ponderado exponencialmente de una forma más conveniente:

$$\bar{Y}_n = \alpha D_n + (1 - \alpha) \bar{Y}_{n-1}$$

Y tenemos entonces:

$$\bar{V}_0 = D_0$$

$$\bar{V}_1 = \alpha D_1 + \alpha(1-\alpha)\bar{V}_0$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \alpha D_2 + (1-\alpha)\bar{V}_1 = \alpha D_2 + (1-\alpha) [\alpha D_1 + (1-\alpha)\bar{V}_0] \\ &= \alpha D_2 + \alpha(1-\alpha)D_1 + (1-\alpha)^2 \bar{V}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_3 &= \alpha D_3 + (1-\alpha)\bar{V}_2 = \alpha D_3 + (1-\alpha) [\alpha D_2 + \alpha(1-\alpha)D_1 + \\ &\quad + (1-\alpha)^2 \bar{V}_0] \\ &= \alpha D_3 + \alpha(1-\alpha)D_2 + \alpha(1-\alpha)^2 D_1 + (1-\alpha)^3 \bar{V}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_n &= \alpha D_n + \alpha(1-\alpha)D_{n-1} + \alpha(1-\alpha)^2 D_{n-2} + \dots + \\ &\quad + \alpha(1-\alpha)^{n-1} D_1 + (1-\alpha)^n \bar{V}_0 \end{aligned}$$

Como $\bar{V}_0 = D_0$, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \bar{V}_n &= \alpha D_n + \alpha(1-\alpha)D_{n-1} + \alpha(1-\alpha)^2 D_{n-2} + \dots + \\ &\quad + \alpha(1-\alpha)^{n-1} D_1 + (1-\alpha)^n D_0 \end{aligned}$$

Esta fórmula incluye ahora solamente las demandas de los "n" períodos. Dado que el factor $(1-\alpha)^n$ se hace muy pequeño y se aproxima a cero cuando "n" crece, se puede ignorar el último término. Al mismo tiempo, la suma de los otros coeficientes, es decir $\sum_{i=0}^{n-1} \alpha(1-\alpha)^i$ se aproxima a 1, y así tenemos las condiciones de un auténtico promedio ponderado exponencialmente. Es precisamente por esta razón que este método tiene el nombre de promedio ponderado exponencialmente.

También es fácil observar que la ponderación conferida a cada una de las "D_i" depende del valor de "α" y que las demandas más recientes se les asigna una ponderación mayor. En el cuadro que se muestra a continuación proporcionamos algunos coeficien-

tes para los valores $\alpha = 0.1$ y $\alpha = 0.3$:

PERIODO	COEFICIENTE	VALOR DE α	
		0.1	0.3
n	α	0.10	0.30
n-1	α(1-α)	0.09	0.21
n-2	α(1-α) ²	0.081	0.15
n-3	α(1-α) ³	0.073	0.10
n-4	α(1-α) ⁴	0.066	0.07

Este cuadro muestra dos cosas importantes: primero, que los coeficientes de las demandas más recientes son mayores y por lo tanto se les da una mayor importancia; y segunda, a la medida que "α" aumenta, se les da a las demandas más recientes una importancia todavía mayor.

Veamos ahora la aplicación de la nueva fórmula a los mismos datos con los cuales hemos estado trabajando:

AÑOS	1975	1976	1977	1978	1979
VENTAS	108	119	110	122	130
	D ₀	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄

Aplicando la fórmula y adaptando un $\alpha = 0.2$, tenemos:

$$\begin{aligned} \bar{V}_4 &= 0.2 \times 130 + (0.2)(0.8) \times 122 + (0.2)(0.8)^2 \times 110 + (0.2)(0.8)^3 \times \\ &\quad \times 119 + (0.8)^4 \times 108 = \$ 116.02 \end{aligned}$$

Tomemos entonces este promedio como nuestro pronóstico para el período 5, es decir, para el año de 1980:

$$P_5 = P_{1980} = \$ 116.02$$

Debe observarse que este valor es exactamente igual al que fue obtenido anteriormente cuando aplicamos sucesivamente la fórmula

$$\bar{V}_n = \bar{V}_{n-1} + \alpha(D_n - \bar{V}_{n-1})$$

2.2.10. MÉTODO DEL PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE CON AJUSTE DE TENDENCIA

La aplicación del método del promedio ponderado exponencialmente con ajuste de tendencia es análoga a la del método del promedio móvil con ajuste de tendencia. Todo lo que tenemos que hacer es lo siguiente:

- Calcular el promedio ponderado exponencialmente simple (\bar{V}_n)
- Calcular el promedio ponderado exponencialmente doble ($\bar{\bar{V}}_n$)
- Calcular el promedio ponderado exponencialmente con ajuste de tendencia mediante la fórmula:

$$\bar{V}_n = \bar{V}_n + (\bar{V}_n - \bar{\bar{V}}_n) + \frac{\alpha}{1-\alpha} (\bar{V}_n - \bar{\bar{V}}_n)$$

Aplicando esta metodología a nuestro ejemplo tenemos:

PERIODO	AÑO	VENTAS	PROMEDIO SIMPLE	PROMEDIO DOBLE	PROMEDIO AJUSTADO	PROMOST.
0	1975	108	108.00	108.00	108.00	-
1	1976	119	110.20	108.44	112.40	108.00
2	1977	119	110.16	108.78	111.89	112.40
3	1978	122	112.53	109.53	116.28	111.89
4	1979	130	116.02	110.83	122.51	116.28
5	1980	-	-	-	-	122.51

Obsérvese que el pronóstico todavía va un poco atrasado, por lo que sería conveniente en este caso la utilización de un valor mayor para α .

2.2.11. PRONOSTICOS POR MES, TRIMESTRE O SEMESTRE

En el inciso 2.2.1. hemos visto un método muy sencillo para determinar las ventas del primer trimestre del año de 1980. Ahora volvamos a analizar este método con más detalle.

Utilizaremos los mismos datos de los ejemplos anteriores y supondremos que las ventas trimestrales de los años 1975, 1976, 1977, 1978 y 1979 fueran las que se muestran en el cuadro a continuación:

AÑO	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	ANUAL
1975	19	37	30	22	108
1976	28	42	31	18	119
1977	27	36	28	19	110
1978	30	43	29	20	122
1979	32	44	32	22	130
TOTAL	136	202	150	101	589
%	23.1	34.3	25.5	17.1	100

Podemos observar que el cuadro también proporciona el porcentaje correspondiente a cada trimestre, respecto al volumen de ventas total de los 5 años.

Determinemos ahora las ventas de cada trimestre de 1980 y para esto podemos utilizar cualquier pronóstico para dicho año, utilicemos por ejemplo el que fue determinado mediante el ajuste de la recta de mínimos cuadrados, es decir, 131.9:

P ₁	23.1% x 131.9	30.47
P ₂	34.3% x 131.9	45.24
P ₃	25.5% x 131.9	33.63
P ₄	17.1% x 131.9	22.55
TOTAL		131.90

Los porcentajes 23.1%, 34.3%, 25.5% y 17.1% son llamados índices estacionales y obviamente solamente tiene sentido calcularlos cuando existe alguna estacionalidad en los datos. Este método puede ser aplicado siempre que tengamos un pronóstico anual, no importando el método que fue utilizado para obtenerlo, y ob-

viamente puede utilizarse para la elaboración de pronósticos semanales, mensuales, trimestrales, semestrales, etc.

Siempre que en Diciembre de un determinado año elaboremos pronósticos para todos los meses, trimestres, etc del año siguiente, diremos que hemos elaborado pronósticos anuales. Obviamente, los pronósticos podrán ser con y sin estacionalidad. Por otro lado, cuando al final de cada mes, trimestre, etc, elaboramos pronósticos para el mes siguiente, el trimestre siguiente, etc, diremos que estamos elaborando pronósticos mensuales, trimestrales, etc, respectivamente. Estos pronósticos también pueden ser con o sin estacionalidad y como ejemplo, a continuación calcularemos pronósticos trimestrales con estacionalidad. Utilicemos los datos que hemos utilizado anteriormente y apliquemos el método del promedio móvil simple de 3 términos. Los pronósticos sin estacionalidad se muestran en la 4a. columna del cuadro a continuación:

AÑO	TRIM.	VENTAS	PROMED. MOVIL SIMPLE SIN EST	ERROR (#)	PROMED. MOVIL SIMPLE CON EST.	ERROR (#)	INDICE ESTACIONAL
1	T1	19	-	-	-	-	-
9	T2	37	-	-	-	-	-
7	T3	30	-	-	-	-	-
5	T4	22	28.7	+6.7	-	-	-
1	T1	28	29.7	+1.7	-	-	-
9	T2	42	26.7	-15.3	-	-	-
7	T3	31	30.7	-0.3	-	-	-
6	T4	18	33.7	+15.7	27.0	9.0	+6.7
1	T1	27	30.3	+3.3	28.6	1.6	+1.7
9	T2	36	25.3	-10.7	40.6	4.6	-15.3
7	T3	28	27.0	-1.0	27.3	0.7	-0.3
7	T4	19	30.3	+11.3	19.1	0.1	+11.2
1	T1	30	27.7	-2.3	25.2	4.8	+2.5
9	T2	43	25.7	-17.3	38.7	4.3	-13.0
7	T3	29	30.7	+1.7	31.3	2.3	-0.6
8	T4	20	34.0	+14.0	22.8	2.8	+11.2
1	T1	37	33.7	-1.3	29.8	2.2	+0.9
9	T2	44	27.0	-17.0	41.4	2.6	-14.4
7	T3	32	32.0	-	31.9	0.1	+0.1
9	T4	22	36.0	+14.0	24.1	2.1	11.9
ERROR MEDIO ABSOLUTO				7.8		2.9	

(#) Error = Pronóstico - ventas

Se puede observar, como ejemplo, que el pronóstico para el 4o. semestre siempre es mayor que las ventas reales, es decir, los errores siempre fueron positivos; +6.7, +15.7, +11.3, +14.0 y +14.0 en los años 75, 76, 77, 78 y 79, respectivamente. Esto se debe obviamente a la estacionalidad y para mejorar el pronóstico podríamos entonces en cada año restar el error cometido en los años anteriores. El pronóstico así obtenido sería un pronóstico trimestral con estacionalidad.

Veamos como ejemplo el pronóstico con estacionalidad para el 4o. semestre de 1976:

$$\begin{aligned} \text{Pron. con est. 76} &= \text{pron. sin est. 76} - \text{error 75} \\ &= 33.7 - (+6.7) = 33.7 - 6.7 = 27.0 \end{aligned}$$

Cuando hay más de un error a considerar de años anteriores, se resta la media de éstos. Por ejemplo, para el 4o. semestre de 1979, tenemos los errores +6.7, +15.7, +11.3 y +14.0, cuya media es de +11.9. El pronóstico con estacionalidad será entonces:

$$\text{Pron. con est.} = \text{pron. sin est.} - (+11.9) = 36.0 - 11.9 = 24.1$$

Utilizando este procedimiento se calcularon todos los pronósticos trimestrales con estacionalidad, los cuales se presentan en la 6a. columna del cuadro.

El promedio de los errores de los años anteriores (por ejemplo, +11.9 para el 4o. semestre de 1979), los podemos llamar también índices estacionales y éstos se presentan en la última columna del cuadro.

En este ejemplo es interesante observar que el error medio cometido cuando se tomó en cuenta la estacionalidad (2.9) es mucho menor que el error correspondiente a los pronósticos sin estacionalidad (7.8).

2.4. EJEMPLO DE SIMULACION PARA LA EVALUACION DE DIFERENTES METODOS DE PRONOSTICOS (*)

2.4.1. Estacionalidad

En la gráfica # 1 y en el cuadro # 1 presentamos las ventas mensuales de la Empresa en los años de 1976, 1977 y 1978 y puede observarse que éstas presentan cambios relativamente bruscos de un mes al siguiente.

En el cuadro # 2 se muestran los índices estacionales de los doce meses y puede observarse que en promedio se ha vendido un porcentaje mayor en determinados meses. Por ejemplo, durante los 3 años considerados se ha vendido más en Mayo y Octubre (10.15% y 10.51%, respectivamente) que en Febrero y Abril (6.11% y 7.13%, respectivamente)

Por otro lado, si calculamos los índices estacionales (porcentajes) para cada año, podemos observar que no existe una estacionalidad muy marcada, ya que dichos porcentajes presentan una gran variación. Por ejemplo, para el mes de Mayo obtenemos los siguientes porcentajes:

AÑO	TOTAL		%
	ANUAL	MAYO	
76	9,600	590	6
77	16,840	2,250	13
78	19,690	1,840	9

Debido a esta variación no es posible establecer en definitivo si existe estacionalidad o no y como consecuencia, como veremos más adelante, utilizaremos la técnica de simulación para analizar el comportamiento de los pronósticos con y sin estacionalidad para entonces poder llegar a una conclusión final (véase el inciso 2.4.3. y el cuadro # 15A).

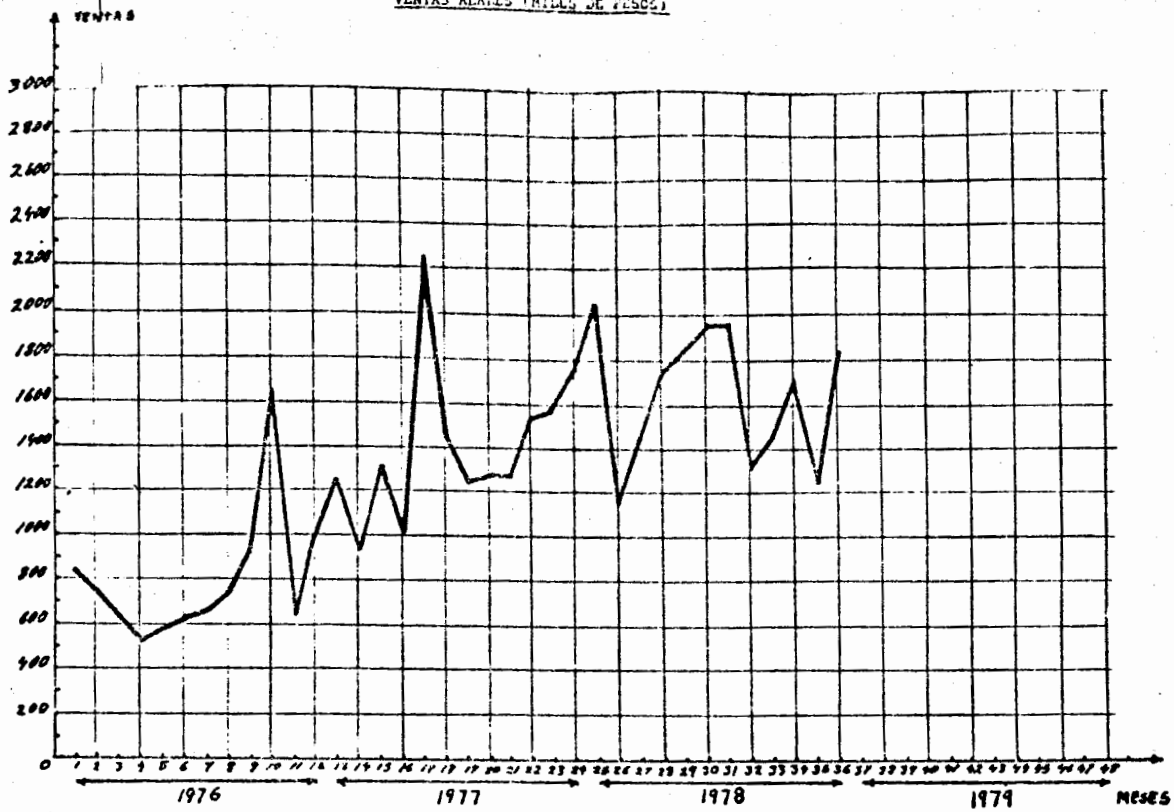
(*) Agradezco la colaboración de Hugo Borrás García en la elaboración de este ejemplo.

CUADRO #1

VENTAS REALES DE UNA EMPRESA DE LLANTAS (MILES DE PESOS)

MESES	AÑOS		
	1976	1977	1978
Enero	850	1250	2050
Febrero	750	920	1150
Marzo	650	1300	1450
Abril	520	1020	1750
Mayo	590	2250	1840
Junio	620	1450	1940
Julio	670	1250	1950
Agosto	760	1280	1310
Septiembre	930	1270	1470
Octubre	1630	1520	1700
Noviembre	630	1570	1250
Diciembre	1000	1760	1830
T O T A L	9600	16840	19690

VENTAS
VENTAS MILES (MILES DE PESOS)



CUADRO # 2
INDICES ESTACIONALES

MES AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE	TOTAL
1976	850	750	650	520	590	620	670	760	930	1630	630	1000	9600
1977	1250	920	1300	1020	2250	1450	1250	1280	1270	1520	1570	1760	16840
1978	1050	1150	1450	1750	1840	1940	1950	1310	1470	1700	1250	1830	19690
TOTAL	4150	3220	3400	3290	4680	4010	3870	3350	3670	4850	3450	4590	46130
INDICE	9.06%	6.11%	7.37%	7.13%	10.15%	8.69%	8.39%	7.26%	7.96%	10.51%	7.48%	9.95%	

2.4.2. Pronósticos mensuales (rastreo)

La primera simulación que se llevó a cabo fue para evaluar que método resultaría mejor para los pronósticos mensuales, es decir, tomando en cuenta los $(i-1)$ datos se pronosticaron las ventas del mes "i" utilizando distintos métodos de pronósticos y se compararon los resultados obtenidos con las ventas reales. Por ejemplo, utilizando los datos de Enero a Octubre de 1976 se pronosticaron las ventas de noviembre de 1976 (*); a partir de los datos de los 12 meses de 1976 y de los datos de Enero a Junio de 1977, se pronosticaron las ventas de Julio de 1977 y así sucesivamente. Si así lo hacemos, vamos rastreando la demanda a través de los años y por esto también llamaremos este método de rastreo.

En el cuadro # 3 presentamos inicialmente los resultados del ajuste de una línea recta. Vale la pena observar que para la elaboración de pronósticos mensuales es incorrecto ajustar una recta a todos los datos, en seguida pronosticar las ventas de meses cuyas ventas ya fueron utilizadas para el ajuste de dicha recta y finalmente calcular los errores cometidos y compararlos con los resultados de otros métodos que pronostican las ventas de cada uno de los meses sin tener en cuenta para nada las ventas de los mismos. Si queremos comparar el método de la recta con los demás métodos debemos pronosticar las ventas de cada mes siguiendo el procedimiento descrito en el párrafo anterior, es decir, utilizando únicamente los datos de meses anteriores (como hemos dicho, para el mes "i" hay $(i-1)$ meses anteriores). Este método lo hemos llamado recta progresiva y sus resultados también se presentan en el cuadro # 3.

(*) Algunos métodos sólo utilizan los "k" datos anteriores.

En la 5a. columna del cuadro # 3 se muestran los resultados del ajuste de una curva exponencial. También en este caso es más correcto utilizar el método de la curva exponencial progresiva, cuyos resultados se muestran en el cuadro # 8.

Hemos dejado los resultados de la recta y de la curva exponencial en el cuadro # 3 porque éstos nos dan una idea bastante precisa acerca del ajuste de estas líneas a los 36 datos de ventas.

En el cuadro # 4 se presentan los resultados de los siguientes métodos: promedio móvil simple de un término (P.M.S., 1T), promedio móvil simple de dos términos (P.M.S., 2T) y promedio móvil ajustado con 2 términos (P.M.A., 2T).

En el cuadro # 5 se presentan los métodos de promedio móvil simple de 3 términos (P.M.S., 3T), promedio móvil ajustado de 3 términos (P.M.A., 3T) y promedio móvil simple de 4 términos (P.M.S., 4T).

El cuadro # 6 muestra los resultados de los siguientes métodos: promedio móvil ajustado de 4 términos (P.M.A., 4T), promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.1$ (P.P.E., $\alpha = 0.1$) y promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.1$ (P.P.E.A., $\alpha = 0.1$).

En el cuadro # 7 se presentan los siguientes métodos: promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.2$ (P.P.E., $\alpha = 0.2$), promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.2$ (P.P.E.A., $\alpha = 0.2$) y promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.3$ (P.P.E., $\alpha = 0.3$).

En el cuadro # 8, además de la curva progresiva, se presenta el método del promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.3$ (P.P.E.A., $\alpha = 0.3$).

En el cuadro # 9 se presentan los siguientes métodos: promedio móvil simple de 5 términos (P.M.S., 5T), promedio móvil simple de 6 términos (P.M.S., 6T) y promedio móvil ajustado de 5 términos (P.M.A., 5T).

En el cuadro # 10 se presentan los siguientes métodos: promedio móvil ajustado de 6 términos (P.M.A., 6T), promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.4$ (P.P.E., $\alpha = 0.4$) y promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.4$ (P.P.E., $\alpha = 0.4$).

También decidimos ajustar a los 36 datos de ventas una curva que nos proporcionara incrementos decrecientes (lo contrario de la curva exponencial) y por esto en el cuadro # 11 se presentan los resultados del ajuste de una curva de potencia ($Y = a.X^b$) y de la curva de potencia progresiva.

Finalmente, en el cuadro # 12 se comparan los resultados de los 25 métodos mediante la utilización de dos criterios diferentes: el error medio (\bar{E}) y el error absoluto porcentual medio ($|\bar{E}\%|$).

Obsérvese que el error medio \bar{E} sirve únicamente para indicar si en promedio el método produjo pronósticos atrasados o adelantados, es decir, menores o mayores que las ventas reales, respectivamente. Si definimos (como lo estamos haciendo en este ejemplo) el error como:

$$\bar{E} = \text{pronóstico} - \text{ventas}$$

esto conduce a que si \bar{E} es negativo los pronósticos en promedio estuvieron atrasados y si \bar{E} es positivo, esto indica que los pronósticos en promedio estuvieron adelantados. Debe resaltarse también que el error medio \bar{E} de la recta será siempre cero y que en la mayoría absoluta de los casos los métodos de retraso producen errores medios negativos si la tendencia es ascendente y errores medios positivos si la demanda es descendente.

El cuadro # 12 muestra que para el criterio $|\bar{E}\%|$ el mejor método es el del promedio móvil simple de 6 términos, sin embargo muestra también que los siguientes métodos son bastante buenos:

- a) Curva de potencia progresiva
- b) Promedio móvil simple de 5 términos
- c) Promedio móvil ajustado de 6 términos
- d) Promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.2$
- e) Promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.3$
- f) Promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.1$

Los tres peores métodos fueron los siguientes:

- g) Promedio móvil ajustado de 2 términos
- h) Promedio móvil ajustado de 3 términos
- i) Promedio móvil ajustado de 4 términos

Por otro lado, la columna del error medio \bar{E} nos muestra que el P.M.S., 6T va bastante atrasado en relación a las ventas reales ($\bar{E} = -109$). Lo mismo ocurre con los demás métodos que producen buenos resultados (a, b, ..., f), a excepción del P.M.A., 6T que va adelantado ($\bar{E} = +45$), sin embargo el P.P.E.A., $\alpha = 0.1$ corresponde un retraso medio mucho menor ($\bar{E} = -51$). Como la diferencia entre los errores porcentuales de los métodos P.M.S., 6T (18.83%), P.P.E.A., $\alpha = 0.1$ (19.47%) y P.M.A., 6T (19.96%) no es muy grande, quizás sea más conveniente considerar estos dos últimos como los mejores métodos para la elaboración de los pronósticos mensuales, ya que cuanto más cerca de cero esté el error medio \bar{E} , mejor es el método de pronóstico.

A continuación presentamos las gráficas 2, 3, ..., 26 en las cuales se muestran las ventas reales, los pronósticos mensuales obtenidos para los 36 meses de 1976, 1977 y 1978 mediante la aplicación de los 25 métodos y los pronósticos para los 12 meses de 1979, con y sin estacionalidad. Obsérvese que los métodos del promedio móvil simple y del promedio ponderado exponencialmente sin ajuste de tendencia no permiten pronosticar más allá de Enero de 1979 y por lo tanto las gráficas correspondientes terminan en este mes.

Para todos los pronósticos con estacionalidad se utilizaron los in-

índices estacionales del cuadro # 2. En la gráfica # 2 se presentan dos métodos para la elaboración de los pronósticos con estacionalidad. En el primero se utilizaron los índices estacionales del cuadro # 2 y en el segundo el procedimiento fue el siguiente:

a) Para cada mes en cada uno de los años se dividió el valor real de las ventas entre el pronóstico (valor de la recta) y así se obtuvieron tres "índices" para cada mes.

b) Se sacaron 12 índices promedio, uno para cada mes.

c) Se multiplicaron los pronósticos de cada mes de 1979 (valor de la recta) por los índices correspondientes obtenidos en b).

Se puede observar en la gráfica # 2 que estos dos métodos conducen prácticamente a los mismos resultados y que por lo tanto es suficiente la utilización de sólo uno de ellos. Por esta razón, en estos apuntes sólo hemos utilizado el método de los porcentajes, los cuales, para este ejemplo específico, se muestran en el cuadro # 2.

Finalmente, también vale la pena observar que en la elaboración de los pronósticos mensuales no se tuvo en cuenta la estacionalidad. Obviamente, se podrá repetir toda la simulación teniendo en cuenta la estacionalidad, sin embargo esto sólo será publicado en las próximas ediciones de estos apuntes.

CUADRO # 3
MÉTODOS: RECTA, RECTA PROGRESIVA Y CURVA EXPONENCIAL

MES	VENTAS	RECTA	ERROR	RECTA P.	ERROR	CURVA	ERROR
ENERO	850	694.47	- 155.53	—	—	701.65	- 148.35
FEBRERO	750	728.01	- 21.99	850	100	723.12	- 26.88
MARZO	650	761.55	111.55	650	0	745.24	104.24
ABRIL	520	795.09	275.09	550	30	768.04	248.04
MAYO	590	828.63	238.63	420	- 170	791.53	201.53
JUNIO	620	862.16	242.16	447	- 173	815.75	195.75
JULIO	670	895.70	225.70	467.33	- 182.67	840.70	170.70
AGOSTO	760	929.24	169.24	541.42	- 218.58	866.42	106.42
SEPTIEMBRE	930	862.78	32.78	620.00	- 310	892.93	- 37.08
OCTUBRE	1630	996.32	- 633.68	745.27	- 884.73	920.24	- 709.76
NOVIEMBRE	630	1029.85	399.85	1107.33	477.33	948.39	318.39
DICIEMBRE	1000	1063.39	63.39	990.18	- 9.22	977.41	- 22.59
ENERO	1250	1096.93	- 153.07	1028.18	- 221.82	1007.31	- 242.69
FEBRERO	920	1130.47	210.47	1131.53	211.53	1038.12	118.12
MARZO	1300	1164.01	- 135.99	1113.51	- 185.49	1069.83	- 230.17
ABRIL	1020	1197.54	177.54	1199.61	179.61	1102.61	82.61
MAYO	2250	1231.08	-1018.92	1195.75	-1054.25	1136.34	-1113.66
JUNIO	1450	1264.62	- 185.38	1480.88	30.88	1171.10	- 278.90
JULIO	1250	1298.16	48.16	1531.76	281.76	1206.93	- 43.07
AGOSTO	1280	1331.70	51.70	1529.64	249.64	1243.85	- 36.15
SEPTIEMBRE	1270	1365.23	95.23	1532.47	262.47	1281.90	11.90
OCTUBRE	1520	1398.77	- 121.23	1531.66	11.66	1321.11	- 198.89
NOVIEMBRE	1570	1432.31	- 137.69	1575.32	5.32	1361.53	- 208.47
DICIEMBRE	1760	1465.85	- 294.15	1620.03	- 139.97	1403.18	- 356.82
ENERO	2050	1499.39	- 550.61	2688.94	- 361.05	1446.10	- 603.90
FEBRERO	1150	1532.92	392.92	1793.70	643.70	1490.34	340.34
MARZO	1450	1566.46	116.46	1744.99	294.98	1535.93	85.93
ABRIL	1750	1600.00	- 150.00	1746.09	- 3.91	1582.92	- 167.08
MAYO	1840	1633.54	- 206.46	1789.12	- 50.88	1631.34	- 208.66
JUNIO	1940	1667.08	- 272.92	1838.64	- 101.36	1621.25	- 258.75
JULIO	1950	1700.61	- 249.39	1895.01	- 54.99	1732.68	- 217.32
AGOSTO	1310	1734.15	424.15	1945.61	635.61	1785.69	475.69
SEPTIEMBRE	1470	1767.69	297.69	1910.00	440	1840.31	370.31
OCTUBRE	1700	1801.23	101.23	1896.89	196.89	1895.61	196.61
NOVIEMBRE	1250	1834.77	584.77	1911.60	661.60	1954.63	704.63
DICIEMBRE	1830	1868.30	38.30	1872.87	42.87	2014.43	194.43
ENERO	—	1901.84	—	1901.84	—	2076.06	—
FEBRERO	—	1935.38	—	1935.38	—	2139.56	—
MARZO	—	1968.92	—	1968.92	—	2205.02	—
ABRIL	—	2002.46	—	2002.46	—	2272.47	—
MAYO	—	2035.99	—	2035.99	—	2341.99	—
JUNIO	—	2069.53	—	2069.53	—	2413.63	—
JULIO	—	2103.07	—	2103.07	—	2487.47	—
AGOSTO	—	2136.61	—	2136.61	—	2563.57	—
SEPTIEMBRE	—	2170.15	—	2170.15	—	2641.99	—
OCTUBRE	—	2203.68	—	2203.68	—	2722.81	—
NOVIEMBRE	—	2237.22	—	2237.22	—	2805.10	—
DICIEMBRE	—	2270.76	—	2270.76	—	2891.95	—

CUADRO # 4

METODOS: Promedio móvil simple un término (PMS 1 T), promedio móvil simple dos - términos (PMS 2T) y promedio móvil ajustado de dos términos (PMA 2T).

MES	VENTAS	P.M.S.1 T	ERROR	P.M.S.2 T	ERROR	P.M.A.2 T	ERROR
ENERO	850	---	---	---	---	---	---
FEBRERO	750	850	100	---	---	---	---
MARZO	650	750	100	800	150	---	---
ABRIL	520	650	130	700	180	550.0	30.0
MAYO	590	520	- 70	585	- 5	412.5	- 177.5
JUNIO	620	590	- 30	550	- 70	510.0	- 110.0
JULIO	670	620	- 50	605	- 65	680.0	10.0
AGOSTO	790	670	- 90	645	- 115	705.0	- 55.0
SEPTIEMBRE	930	760	- 170	715	- 215	820.0	- 110.0
OCTUBRE	1630	930	- 700	845	- 785	1040.0	- 590.0
NOVIEMBRE	630	1630	1000	1280	650	1932.5	1302.5
DICIEMBRE	1000	630	- 370	1130	130	905.0	- 95.0
ENERO	1250	1000	- 250	815	- 435	342.5	- 907.5
FEBRERO	920	1250	330	1125	205	1590.0	670.0
MARZO	1300	920	- 380	1085	- 215	1025.0	- 275.0
ABRIL	1020	1300	280	1110	90	1147.5	127.5
MAYO	2250	1020	-1230	1160	-1090	1235.0	-1015.0
JUNIO	1450	2250	800	1635	185	2347.5	897.5
JULIO	1250	1450	200	1850	600	2172.5	922.5
AGOSTO	1210	1250	- 30	1350	70	600.0	- 680.0
SEPTIEMBRE	1270	1280	10	1265	- 5	1137.5	- 132.5
OCTUBRE	1520	1270	- 250	1276	- 244	1290.0	- 230.0
NOVIEMBRE	1570	1520	- 50	1399	- 175	1575.0	5.0
DICIEMBRE	1760	1570	- 190	1545	- 215	1770.0	10.0
ENERO	2050	1760	- 290	1665	385	1845.0	- 205.0
FEBRERO	1150	2050	900	1905	755	2265.0	1115.0
MARZO	1450	1150	- 300	1600	150	1142.5	- 307.5
ABRIL	1750	1450	- 300	1300	- 450	850.0	- 900.0
MAYO	1840	1750	- 90	1600	- 240	1150.0	- 695.0
JUNIO	1940	1840	- 100	1795	- 145	2087.5	147.5
JULIO	1950	1940	- 10	1890	- 60	2032.5	82.5
AGOSTO	1310	1950	640	1945	635	2027.5	717.5
SEPTIEMBRE	1470	1310	- 160	1630	160	1157.5	- 312.5
OCTUBRE	1700	1470	- 230	1390	- 310	1030.0	- 670.0
NOVIEMBRE	1250	1700	450	1585	335	1877.5	627.5
DICIEMBRE	1850	1250	- 580	1475	- 355	1310.0	- 520.0
ENERO	---	1830	---	1540	---	1637.5	---
FEBRERO	---	---	---	---	---	1702.5	---
MARZO	---	---	---	---	---	1767.5	---
ABRIL	---	---	---	---	---	1832.5	---
MAYO	---	---	---	---	---	1897.5	---
JUNIO	---	---	---	---	---	1962.5	---
JULIO	---	---	---	---	---	2027.5	---
AGOSTO	---	---	---	---	---	2092.5	---
SEPTIEMBRE	---	---	---	---	---	2157.5	---
OCTUBRE	---	---	---	---	---	2222.5	---
NOVIEMBRE	---	---	---	---	---	2287.5	---
DICIEMBRE	---	---	---	---	---	2352.5	---

CUADRO # 5

METODOS: Promedio móvil simple tres términos (PMS 3 T), promedio móvil ajustado - tres términos (PMA 3 T) y promedio móvil simple cuatro términos (PMS4 T)

MES	VENTAS	P.M.S.3 T	ERROR	P.M.A.3 T	ERROR	P.M.S.4 T	ERROR
ENERO	850	---	---	---	---	---	---
FEBRERO	750	---	---	---	---	---	---
MARZO	650	---	---	---	---	---	---
ABRIL	520	750.00	230.00	---	---	---	---
MAYO	590	640.00	50.00	---	---	692.5	102.5
JUNIO	620	586.67	- 33.33	442.23	- 177.77	627.5	7.5
JULIO	670	576.67	- 93.33	527.79	- 142.21	595.0	- 75.0
AGOSTO	760	626.67	- 133.33	686.67	- 73.33	600.0	- 160.0
SEPTIEMBRE	930	680.33	- 246.67	792.21	- 137.79	650.0	- 270.0
OCTUBRE	1630	786.67	- 843.33	962.23	- 667.77	745.0	- 885.0
NOVIEMBRE	630	1106.67	476.67	1502.23	972.23	997.5	367.5
DICIEMBRE	1000	1053.33	63.33	1218.87	218.87	987.5	- 12.3
ENERO	1250	1086.67	- 163.33	1088.89	- 161.11	1047.5	- 202.5
FEBRERO	920	960.00	40.00	806.66	- 113.34	1127.5	207.5
MARZO	1300	1056.67	- 243.33	1101.11	- 198.89	950.0	- 350.0
ABRIL	1020	1156.67	136.67	1354.45	334.45	1117.5	97.5
MAYO	2250	1080.00	-1170.00	1044.44	-1205.56	1122.5	-1127.5
JUNIO	1450	1523.33	73.33	2063.33	613.33	1372.5	- 77.5
JULIO	1250	1573.33	323.33	1935.55	685.55	1505.0	255.0
AGOSTO	1280	1650.00	370.00	1785.56	505.56	1492.5	212.5
SEPTIEMBRE	1270	1326.67	56.67	946.67	- 323.33	1557.5	287.5
OCTUBRE	1520	1266.67	- 253.33	971.11	- 548.89	1312.5	- 207.5
NOVIEMBRE	1570	1356.67	- 213.33	1436.67	- 133.33	1330.0	- 240.0
DICIEMBRE	1760	1453.33	- 306.67	1642.21	- 117.79	1410.0	- 350.0
ENERO	2050	1616.67	- 433.33	1898.89	- 151.11	1530.0	- 520.0
FEBRERO	1150	1793.33	643.33	2137.77	987.77	1725.0	575.0
MARZO	1450	1653.33	203.33	1584.43	134.43	1632.5	182.5
ABRIL	1750	2550.00	- 200.00	1318.90	- 431.10	1602.5	- 147.5
MAYO	1840	2450.00	- 390.00	1247.78	- 592.22	1600.0	- 240.0
JUNIO	1940	1680.00	- 260.00	1920.00	- 20.00	1547.5	- 392.5
JULIO	1950	1843.33	- 106.67	2214.43	264.43	174.0	- 205.0
AGOSTO	1310	1910.00	600.00	2107.78	797.78	1870.0	560.0
SEPTIEMBRE	1470	1733.33	263.33	1542.21	72.21	1760.0	290.0
OCTUBRE	1700	1576.67	- 123.33	1250.00	- 450.00	1667.5	- 32.5
NOVIEMBRE	1250	1493.33	243.33	1277.77	27.77	1607.5	357.5
DICIEMBRE	1830	1473.33	- 356.67	1391.11	- 438.89	1432.5	- 397.5
ENERO	---	1593.33	---	1739.99	---	1562.5	---
FEBRERO	---	---	---	1813.32	---	---	---
MARZO	---	---	---	1886.65	---	---	---
ABRIL	---	---	---	1959.98	---	---	---
MAYO	---	---	---	2033.31	---	---	---
JUNIO	---	---	---	2106.64	---	---	---
JULIO	---	---	---	2179.97	---	---	---
AGOSTO	---	---	---	2253.30	---	---	---
SEPTIEMBRE	---	---	---	2326.63	---	---	---
OCTUBRE	---	---	---	2399.96	---	---	---
NOVIEMBRE	---	---	---	2473.29	---	---	---
DICIEMBRE	---	---	---	2546.62	---	---	---

CUADRO #6

MÉTODOS: Promedio móvil ajustado cuatro términos (PMA 4 T), promedio ponderado exponencialmente $\alpha=0.1$ (PPE $\alpha=0.1$) y promedio ponderado exponencialmente ajustado $\alpha=0.1$ (PPEA $\alpha=0.1$).

MES	VENTAS	P.M.4 T	ERROR	P.P.E $\alpha=0.1$	ERROR	P.P.EA $\alpha=0.1$	ERROR
ENERO	850	---	---	---	---	---	---
FEBRERO	750	---	---	850.00	100	850.00	100
MARZO	650	---	---	840.00	190	830.00	180
ABRIL	520	---	---	821.00	301	793.00	273
MAYO	590	---	---	790.90	200.9	735.60	145.6
JUNIO	520	---	---	770.81	150.81	700.94	60.94
JULIO	670	---	---	755.73	85.73	677.77	7.77
AGOSTO	760	652.08	-207.92	747.16	-12.84	686.43	-71.57
SEPTIEMBRE	930	725.62	-204.38	748.44	-181.56	678.86	-251.14
OCTUBRE	1630	903.33	-726.67	766.60	-863.40	722.26	-907.74
NOVIEMBRE	630	1408.96	778.96	852.94	222.94	899.37	269.37
DICIEMBRE	1000	1220.83	220.83	830.64	-169.36	650.13	-149.87
ENERO	1250	1219.37	-36.63	847.58	-402.42	882.06	-367.94
FEBRERO	920	1273.33	353.33	887.82	-32.18	559.09	39.09
MARZO	1300	319.79	-480.21	891.04	-408.96	959.81	-341.19
ABRIL	1020	1212.29	192.29	931.93	-88.07	1033.51	13.81
MAYO	2250	1104.37	-1055.63	940.74	-1309.29	1041.24	-1208.76
JUNIO	1450	1758.96	308.96	1071.67	-378.33	1293.05	-156.95
JULIO	1250	1881.04	631.04	1109.50	-140.50	1346.57	96.57
AGOSTO	1260	1691.46	411.46	1123.55	-156.45	1350.96	70.96
SEPTIEMBRE	1270	1683.54	413.54	1139.20	-130.80	1359.52	89.52
OCTUBRE	1520	1055.21	-464.79	1152.28	-367.72	1363.65	-156.35
NOVIEMBRE	1570	1174.79	-395.21	1189.05	-380.95	1416.05	-153.35
DICIEMBRE	1760	1422.50	-337.5	1227.14	-532.85	1469.53	-290.47
ENERO	2050	1753.96	-296.04	1280.43	-769.57	1551.97	-498.13
FEBRERO	1150	2102.08	952.08	1357.39	207.39	1678.65	528.65
MARZO	1450	1729.37	-279.37	1326.65	-113.35	1605.04	155.04
ABRIL	1750	1569.17	-180.83	1347.98	-402.02	1600.86	-149.14
MAYO	1940	1523.33	-396.67	1388.18	-451.82	1655.97	-184.03
JUNIO	1940	1467.29	-472.71	1433.37	-506.63	1719.47	-220.53
JULIO	1950	1947.08	-2.92	1494.03	-465.97	1732.19	-157.81
AGOSTO	1310	2150.96	858.96	1530.63	220.63	1854.57	544.57
SEPTIEMBRE	1470	1800.96	338.96	1508.56	38.56	1778.05	308.05
OCTUBRE	1700	1512.29	-187.71	1504.71	-195.23	1743.39	47.39
NOVIEMBRE	1250	2409.58	159.58	1524.24	274.24	1758.58	508.58
DICIEMBRE	1830	1125.21	-704.79	1496.81	-333.40	1600.30	-149.70
ENERO	---	1594.17	---	1530.00	---	1726.58	---
FEBRERO	---	1550.83	---	---	---	1748.43	---
MARZO	---	1597.50	---	---	---	1768.28	---
ABRIL	---	1544.17	---	---	---	1788.12	---
MAYO	---	1540.83	---	---	---	1807.97	---
JUNIO	---	1537.50	---	---	---	1827.81	---
JULIO	---	1534.17	---	---	---	1847.66	---
AGOSTO	---	1533.83	---	---	---	1867.50	---
SEPTIEMBRE	---	1527.50	---	---	---	1887.35	---
OCTUBRE	---	1524.17	---	---	---	1907.19	---
NOVIEMBRE	---	1520.83	---	---	---	1927.04	---
DICIEMBRE	---	1517.5	---	---	---	1946.88	---

CUADRO # 7

MÉTODOS: Promedio ponderado exponencialmente con $\alpha=.2$ (PPE $\alpha=.2$), promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha=.2$ (PPEA $\alpha=.2$) y promedio ponderado exponencialmente $\alpha=.3$ (PPE $\alpha=.3$)

MES	VENTAS	P.P.E $\alpha=.2$	ERROR	P.P.EA $\alpha=.2$	ERROR	P.P.E $\alpha=.3$	ERROR
ENERO	850	---	---	---	---	---	---
FEBRERO	750	850	100	850	100	850	100
MARZO	650	830	180	810	160	820	170
ABRIL	520	794	274	742	222	760	240
MAYO	590	739.2	149.2	642.8	52.8	694.3	104.3
JUNIO	620	709.36	89.36	602.4	-17.6	663.01	43.01
JULIO	670	691.49	21.49	568.05	-81.95	650.11	-19.89
AGOSTO	760	687.19	-72.81	600.14	-159.86	656.07	-103.93
SEPTIEMBRE	930	701.75	-228.25	646.68	-283.32	687.25	-242.75
OCTUBRE	1630	747.40	-882.60	748.99	-881.01	760.68	-869.92
NOVIEMBRE	630	923.92	293.92	1101.71	471.71	1021.05	391.05
DICIEMBRE	1000	865.14	-134.86	948.59	51.41	903.74	-96.26
ENERO	1250	892.11	-357.89	985.54	-265.46	932.62	-317.38
FEBRERO	920	963.69	43.69	1110.25	190.25	1027.83	107.83
MARZO	1300	954.95	-345.05	1063.46	-236.54	995.48	-304.52
ABRIL	1020	1073.96	3.96	1179.79	159.79	1086.84	66.84
MAYO	2250	1023.17	-1226.83	1149.05	-1100.95	1066.73	-1183.21
JUNIO	1450	1268.53	-181.47	1612.98	162.98	1421.75	-28.25
JULIO	1250	1304.83	54.83	1610.69	366.69	1430.23	180.23
AGOSTO	1280	1293.86	13.86	1532.39	252.39	1376.16	96.16
SEPTIEMBRE	1270	1291.09	21.09	1479.14	209.14	1347.31	77.31
OCTUBRE	1520	1286.87	-233.13	1433.08	-86.92	1324.12	-195.88
NOVIEMBRE	1570	1333.50	-236.50	1497.10	-72.90	1382.98	-187.12
DICIEMBRE	1760	1380.80	-379.20	1558.99	-201.91	1439.02	-320.98
ENERO	2050	1456.64	-593.36	1657.03	-392.97	1535.31	-514.69
FEBRERO	1150	1575.31	425.31	1868.69	718.69	1689.72	539.72
MARZO	1450	1490.25	40.25	1639.89	189.89	1527.80	77.80
ABRIL	1750	1482.2	-267.8	1593.86	-156.14	1574.45	-245.54
MAYO	1840	1535.76	-304.24	1678.60	-161.35	1578.12	-261.88
JUNIO	1940	1596.61	-343.39	1771.77	-168.23	1656.69	-283.37
JULIO	1950	1665.29	-284.71	1874.10	-75.90	1741.68	-208.32
AGOSTO	1310	1722.23	412.23	1946.22	636.22	1804.18	494.18
SEPTIEMBRE	1470	1639.78	169.78	1736.52	266.52	1656.92	186.92
OCTUBRE	1700	1605.83	-94.17	1648.27	-50.73	1606.15	-99.85
NOVIEMBRE	1250	1624.66	374.66	1678.25	428.25	1630.10	380.10
DICIEMBRE	1830	1540.73	-289.27	1517.87	-312.33	1516.07	-313.93
ENERO	---	1605.78	---	1636.18	---	1610.25	---
FEBRERO	---	---	---	1642.25	---	---	---
MARZO	---	---	---	1648.34	---	---	---
ABRIL	---	---	---	1654.42	---	---	---
MAYO	---	---	---	1660.50	---	---	---
JUNIO	---	---	---	1666.58	---	---	---
JULIO	---	---	---	1672.66	---	---	---
AGOSTO	---	---	---	1678.74	---	---	---
SEPTIEMBRE	---	---	---	1684.82	---	---	---
OCTUBRE	---	---	---	1690.96	---	---	---
NOVIEMBRE	---	---	---	1696.98	---	---	---
DICIEMBRE	---	---	---	1703.06	---	---	---

CUADRO # 8

METODO: Promedio ponderado exponencialmente con Ajuste de Tendencia $\alpha = .3$ y curva Progresiva.

MES	VENTAS	PPEA $\alpha = .3$	ERROR	CURVA P.	ERROR
ENERO	850				
FEBRERO	750	850	100	850	100
MARZO	650	790	140	651.75	11.75
ABRIL	520	697	177	570.09	50.09
MAYO	590	569.2	- 20.8	454.68	- 135.32
JUNIO	620	544.15	- 75.85	476.42	- 143.58
JULIO	670	554.01	- 115.99	508.87	- 161.13
AGOSTO	760	594.76	- 165.24	554.07	- 105.93
SEPTIEMBRE	930	675.51	- 254.49	621.85	- 308.15
OCTUBRE	1630	824.69	- 805.31	731.64	- 898.36
NOVIEMBRE	630	1327.25	697.25	1018.71	388.71
DICIEMBRE	1300	1000.77	0.77	903.06	- 96.94
ENERO	1250	1027.42	- 222.58	965.06	- 284.94
FEBRERO	920	1190.80	270.80	1083.66	163.66
MARZO	1300	1077.21	- 222.79	1081.49	- 218.51
ABRIL	1020	1235.41	215.41	1182.39	162.39
MAYO	2250	1150.73	-1099.27	1191.77	-1058.23
JUNIO	1450	1835.48	385.48	1442.59	7.41
JULIO	1250	1728.32	478.32	1524.31	274.31
AGOSTO	1260	1530.75	250.75	153.17	263.17
SEPTIEMBRE	1270	1425.67	156.67	1564.15	294.15
OCTUBRE	1520	1356.49	- 163.51	1577.03	57.03
NOVIEMBRE	1570	1464.29	- 105.71	1639.42	69.42
DICIEMBRE	1760	1592.15	- 207.85	1702.23	- 57.77
ENERO	2050	1710.80	- 339.2	1789.69	- 260.31
FEBRERO	1150	1966.96	816.96	1912.94	762.94
MARZO	1450	1559.96	109.96	1872.51	402.51
ABRIL	1750	1503.63	- 246.37	1862.91	112.91
MAYO	1940	1651.19	- 198.61	1921.38	81.38
JUNIO	1940	1786.42	- 193.58	1986.83	46.83
JULIO	1950	1917.48	- 32.52	2059.46	209.46
AGOSTO	1310	1909.74	679.74	2126.43	816.43
SEPTIEMBRE	1470	1637.55	167.55	2090.36	610.36
OCTUBRE	1700	1531.52	- 168.48	1067.50	367.50
NOVIEMBRE	1250	1612.01	362.01	1090.37	840.37
DICIEMBRE	1830	1389.37	- 440.63	2037.33	207.33
ENERO		1615.75		2014.04	
FEBRERO		1517.40		2139.56	
MARZO		1619.05		2205.01	
ABRIL		1620.70		2272.47	
MAYO		1622.35		2341.98	
JUNIO		1624.00		2413.63	
JULIO		1625.65		2487.47	
AGOSTO		1627.30		2563.56	
SEPTIEMBRE		1628.95		2641.98	
OCTUBRE		1630.60		2722.81	
NOVIEMBRE		1632.25		1806.10	
DICIEMBRE		1633.90		2891.94	

CUADRO #9

METODOS: Promedio móvil simple de 5 términos (PMS, 5 T), promedio móvil simple de 6 términos (PMS, 6 T) promedio móvil ajustado de 5 términos (PMA, 5T).

MES	VENTAS	PMS, 5 T	ERROR	PMA, 5T	ERROR	PMS, 6T	ERROR
ENERO	850						
FEBRERO	750						
MARZO	650						
ABRIL	520						
MAYO	590						
JUNIO	620	672	52				
JULIO	670	626	- 44			663	- 7
AGOSTO	760	610	- 150			663	- 127
SEPTIEMBRE	930	632	- 290			635	- 295
OCTUBRE	1630	714	- 916	909	- 821	682	- 948
NOVIEMBRE	630	922	292	1254	624	867	237
DICIEMBRE	1000	924	- 76	1169	169	873	- 127
ENERO	1250	99C	- 260	1220	- 3C	937	- 313
FEBRERO	920	108E	168	1329	409	1033	113
MARZO	1300	1086	- 214	1212	- 88	1060	- 240
ABRIL	1020	1020	0	1018	- 2	1122	132
MAYO	2250	1098	-1152	1160	-1090	1020	-1230
JUNIO	1450	1348	- 102	1678	228	1290	- 160
JULIO	1250	1388	138	1688	938	1365	115
AGOSTO	1280	1454	174	1743	463	1365	85
SEPTIEMBRE	1270	1450	180	1604	334	1425	155
OCTUBRE	1520	1500	- 20	1608	88	1420	- 100
NOVIEMBRE	1570	1354	- 216	1241	- 329	1503	- 67
DICIEMBRE	1760	1378	- 382	1304	- 456	1390	- 370
ENERO	2050	1480	- 570	1551	- 499	1442	- 608
FEBRERO	1150	1634	484	1881	731	1575	425
MARZO	1450	1610	160	1788	338	1553	103
ABRIL	1750	1596	- 154	1650	- 70	1583	- 167
MAYO	1840	1632	- 208	1694	- 146	1672	- 168
JUNIO	1940	1648	- 292	1684	- 256	1667	- 273
JULIO	1950	1626	- 324	1631	- 319	1697	- 253
AGOSTO	1310	1786	476	1979	669	1630	370
SEPTIEMBRE	1470	1758	288	1860	390	1707	237
OCTUBRE	1700	1702	2	1699	- 1	1710	10
NOVIEMBRE	1250	1674	424	1621	371	1702	452
DICIEMBRE	1830	1536	- 294	1303	- 527	1603	- 227
ENERO		1512		1326		1585	
FEBRERO				1263			
MARZO				1201			
ABRIL				1139			
MAYO				1077			
JUNIO				1014			
JULIO				952			
AGOSTO				890			
SEPTIEMBRE				829			
OCTUBRE				766			
NOVIEMBRE				703			
DICIEMBRE				541			

CUADRO #10

METODOS: Promedio móvil ajustado de 6 términos (P.M.A., 6 T), promedio ponderado exponencialmente con $\alpha = 0.4$ (P.P.E., $\alpha = 0.4$) y promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.4$ (P.P.E.A., $\alpha = 0.4$)

MES	VENTAS	PMA, 6 T	ERROR	PPE, $\alpha=0.4$	ERROR	FPEA, $\alpha=0.4$	ERROR
ENERO	850	---	---	---	---	---	---
FEBRERO	750	---	---	850	100	850	100
MARZO	650	---	---	810	160	770	120
ABRIL	520	---	---	746	226	658	138
MAYO	590	---	---	656	66	512	- 78
JUNIO	620	---	---	629	9	517	- 103
JULIO	670	---	---	626	41	555	- 115
AGOSTO	760	---	---	643	117	619	- 141
SEPTIEMBRE	930	---	---	690	240	722	- 208
OCTUBRE	1630	---	---	786	844	901	- 729
NOVIEMBRE	630	---	---	1124	494	1530	900
DICIEMBRE	1000	1080	80	926	74	973	- 27
ENERO	1250	1168	- 82	956	294	1013	- 237
FEBRERO	920	1207	387	1073	153	1226	306
MARZO	1300	1272	- 28	1012	288	1042	- 258
ABRIL	1020	1317	297	1127	107	1260	240
MAYO	2250	1038	-1212	1084	-1166	1121	-1129
JUNIO	1450	1508	138	1551	101	2039	589
JULIO	1250	1668	418	1510	260	1763	513
AGOSTO	1280	1591	311	1496	126	1454	174
SEPTIEMBRE	1270	1650	380	1356	86	1334	64
OCTUBRE	1520	1568	48	1321	- 199	1274	- 246
NOVIEMBRE	1570	1655	85	1401	- 169	1452	- 118
DICIEMBRE	1760	1360	- 400	1469	-291	1567	- 193
ENERO	2050	1466	- 584	1585	- 465	1761	- 289
FEBRERO	1150	1737	587	1771	621	2062	912
MARZO	1450	1655	205	1522	72	1449	- 1
ABRIL	1750	1689	- 61	1493	- 257	1420	- 330
MAYO	1840	1754	- 86	1596	- 244	1655	- 185
JUNIO	1940	1797	- 143	1634	- 246	1826	- 114
JULIO	1950	1809	- 141	1792	- 158	1970	20
AGOSTO	1310	1745	435	1855	645	2025	715
SEPTIEMBRE	1470	1773	303	1637	167	1521	51
OCTUBRE	1700	1751	51	1570	130	1434	- 256
NOVIEMBRE	1250	1713	463	1622	372	1592	342
DICIEMBRE	1930	1492	- 338	1473	- 357	1306	- 524
ENERO	---	1473	---	1616	---	1655	---
FEBRERO	---	1442	---	---	---	1675	---
MARZO	---	1410	---	---	---	1692	---
ABRIL	---	1378	---	---	---	1709	---
MAYO	---	1346	---	---	---	1727	---
JUNIO	---	1315	---	---	---	1744	---
JULIO	---	1283	---	---	---	1761	---
AGOSTO	---	1251	---	---	---	1778	---
SEPTIEMBRE	---	1220	---	---	---	1795	---
OCTUBRE	---	1188	---	---	---	1812	---
NOVIEMBRE	---	1156	---	---	---	1829	---
DICIEMBRE	---	1124	---	---	---	1846	---

CUADRO #11

METODOS: Curva de potencia y Curva de potencia progresiva.

MES	VENTAS	CURVA POT.	ERROR	CURVA POT. P	ERROR
ENERO	850	461	- 389	---	---
FEBRERO	750	580	- 160	850	100
MARZO	650	682	32	697	47
ABRIL	520	755	235	618	98
MAYO	590	818	228	520	- 70
JUNIO	620	873	253	524	- 96
JULIO	670	922	252	540	- 130
AGOSTO	760	967	207	567	- 193
SEPTIEMBRE	930	1009	78	609	- 321
OCTUBRE	1630	1047	- 583	677	- 953
NOVIEMBRE	630	1083	453	837	207
DICIEMBRE	1000	1117	117	794	- 206
ENERO	1250	1150	- 100	837	- 413
FEBRERO	920	1181	261	908	- 12
MARZO	1300	1210	- 90	920	- 380
ABRIL	1020	1238	218	981	- 39
MAYO	2250	1265	- 985	997	-1253
JUNIO	1450	1291	- 159	1127	- 323
JULIO	1250	1316	66	1181	- 69
AGOSTO	1280	1341	61	1206	- 74
SEPTIEMBRE	1270	1364	94	1232	- 38
OCTUBRE	1520	1387	- 133	1252	- 269
NOVIEMBRE	1570	1409	- 161	1294	- 276
DICIEMBRE	1760	1431	- 325	1337	- 423
ENERO	2050	1452	- 598	1389	- 661
FEBRERO	1150	1472	322	1958	308
MARZO	1450	1492	42	1447	- 3
ABRIL	1750	1512	- 238	1465	- 285
MAYO	1840	1531	- 300	1504	- 336
JUNIO	1940	1549	- 391	1546	- 394
JULIO	1950	1567	- 383	1591	- 359
AGOSTO	1310	1585	275	1633	323
SEPTIEMBRE	1470	1603	133	1627	157
OCTUBRE	1700	1620	- 80	1633	- 67
NOVIEMBRE	1250	1637	387	1654	405
DICIEMBRE	1830	1653	- 177	1643	- 187
ENERO	---	---	---	1670	---
FEBRERO	---	---	---	1685	---
MARZO	---	---	---	1701	---
ABRIL	---	---	---	1717	---
MAYO	---	---	---	1732	---
JUNIO	---	---	---	1747	---
JULIO	---	---	---	1761	---
AGOSTO	---	---	---	1776	---
SEPTIEMBRE	---	---	---	1790	---
OCTUBRE	---	---	---	1804	---
NOVIEMBRE	---	---	---	1818	---
DICIEMBRE	---	---	---	1832	---

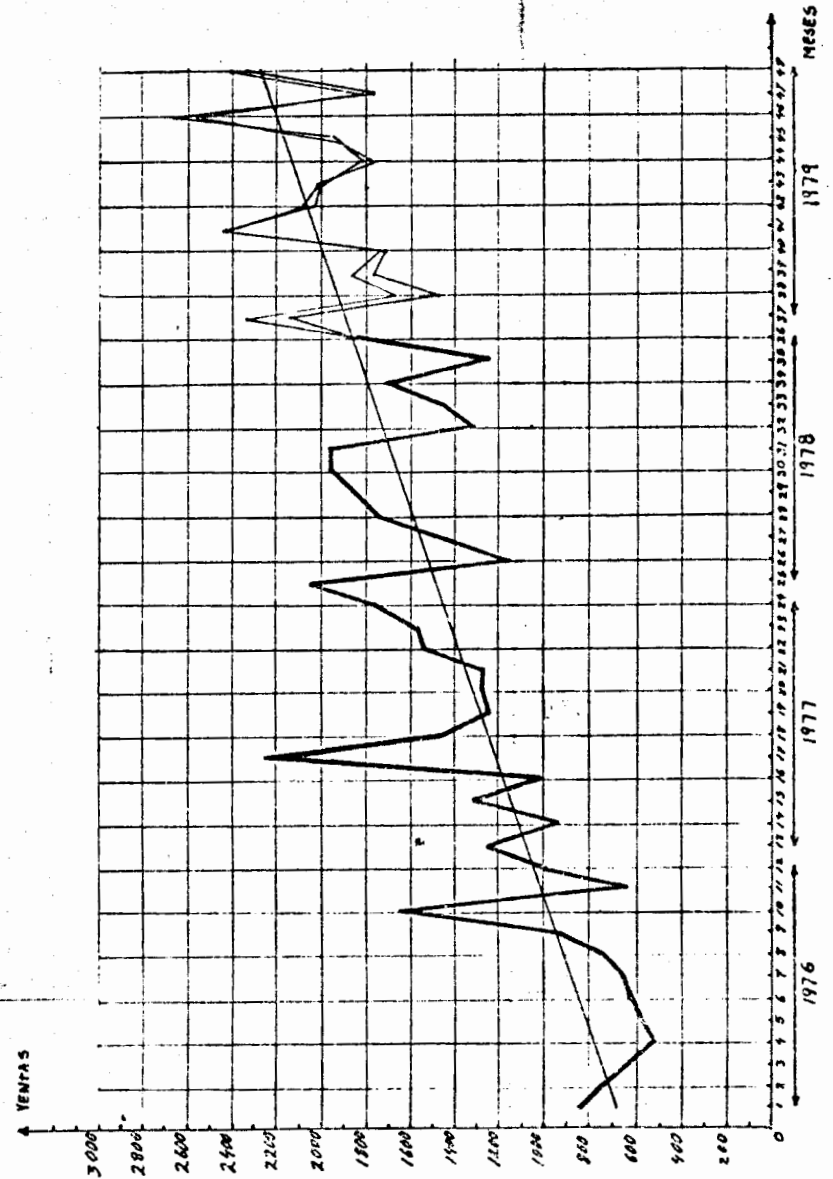
CUADRO # 12

EVALUACION DE LOS 25 METODOS DE PRONOSTICOS

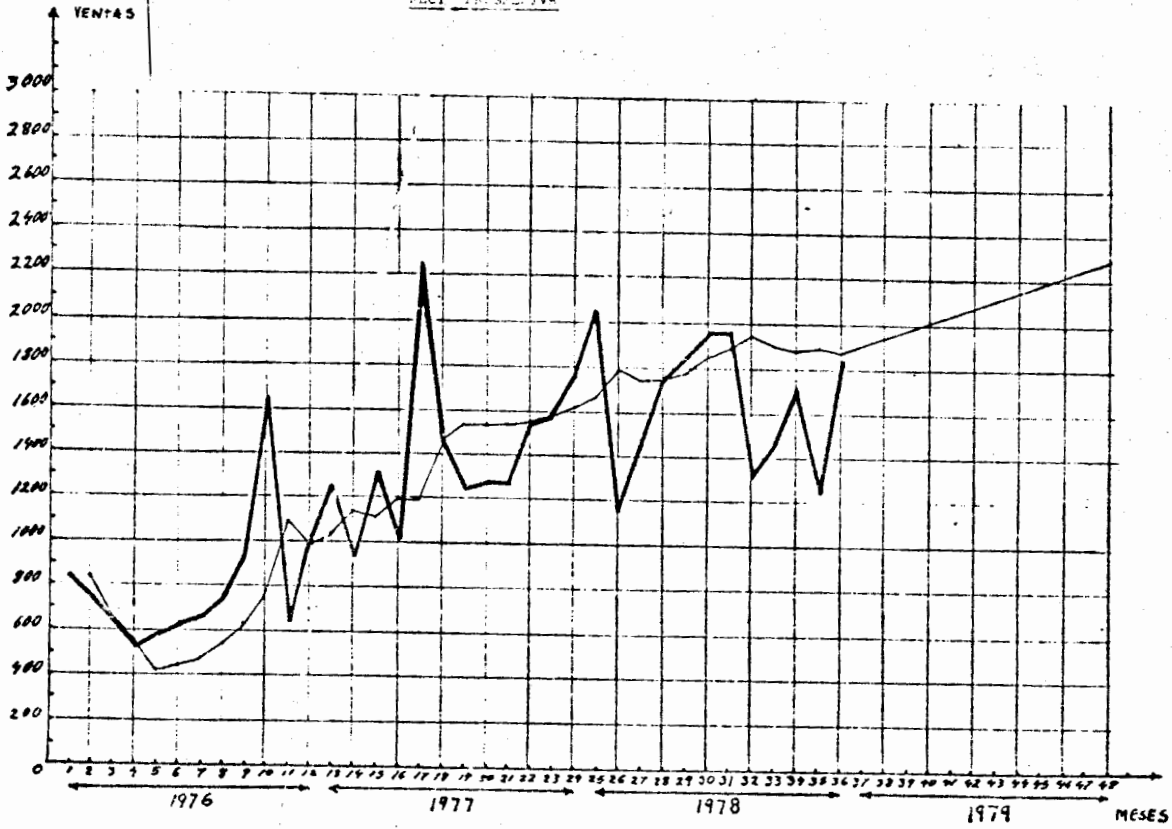
MÉTODOS	MAE	E
Ajuste de una línea recta (*)	20.31	0
Recta progresiva (*)	21.13	18
Ajuste de una curva exponencial (*)	19.98	-33
Curva exponencial progresiva (*)	23.08	67
Ajuste de una curva de potencia (*)	21.37	-43
Curva de potencia progresiva (*)	19.75 (6)	-174
Promedio móvil simple, 1 término	25.73	-28
Promedio móvil simple, 2 términos	23.12	-38
Promedio móvil simple, 3 términos	21.69	-54
Promedio móvil simple, 4 términos	21.49	-75
Promedio móvil simple, 5 términos	19.51 (4)	-91
Promedio móvil simple, 6 términos	18.83 (1)	-109
Promedio móvil ajustado, 2 términos (*)	35.24	-40
Promedio móvil ajustado, 3 términos (*)	29.81	-15
Promedio móvil ajustado, 4 términos (*)	31.50	-5
Promedio móvil ajustado, 5 términos (*)	26.78	23
Promedio móvil ajustado, 6 términos (*)	19.26 (7)	45
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.1$	22.30	-187
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.2$	19.39 (2)	-105
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.3$	19.65 (5)	-70
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.4$	25.04	-55
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.1$ (*)	19.47 (3)	-51
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.2$ (*)	21.10	-5
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.3$ (*)	23.04	-0.5
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.4$ (*)	25.04	-5

(*) Métodos que permiten pronosticar las ventas de los 12 meses de 1979.

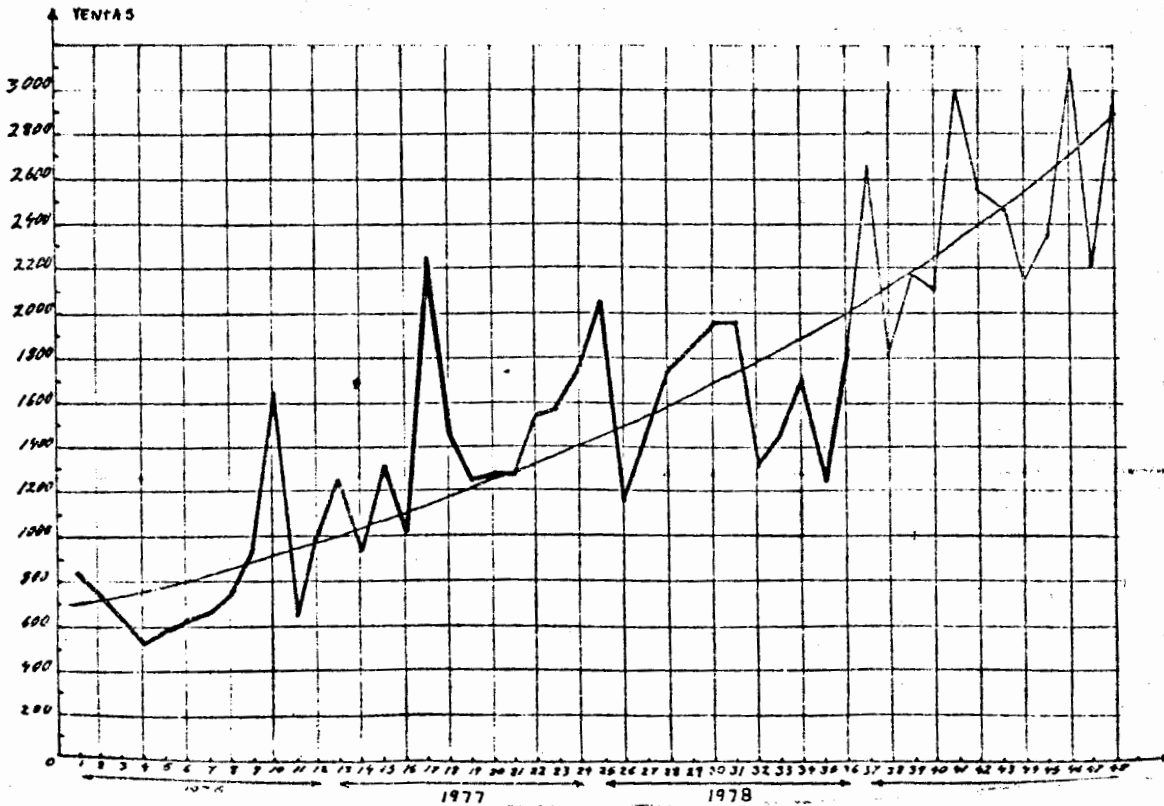
GRAFICA # 2
RECTA DE MINIMOS CUADRADOS.



GRAFICA # 3
RECT. PROGRESIVA



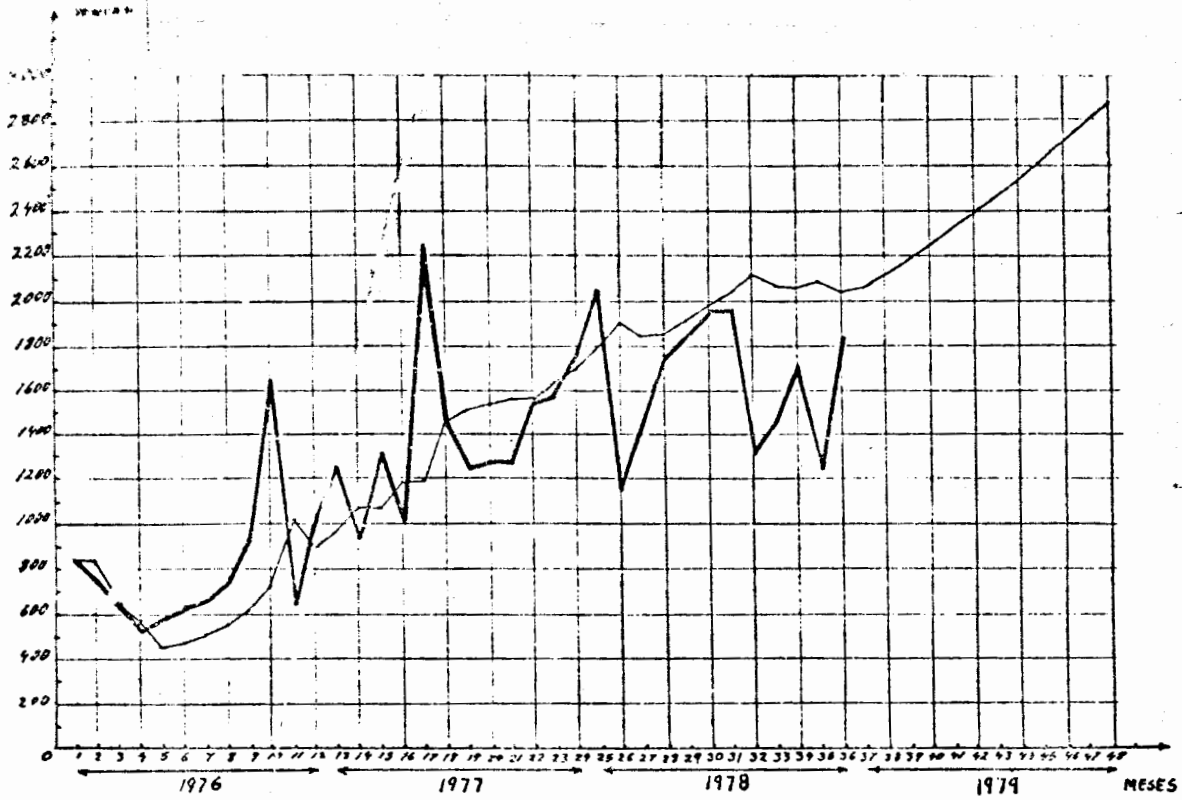
GRAFICA # 4
CURVA EXPONENCIAL



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48

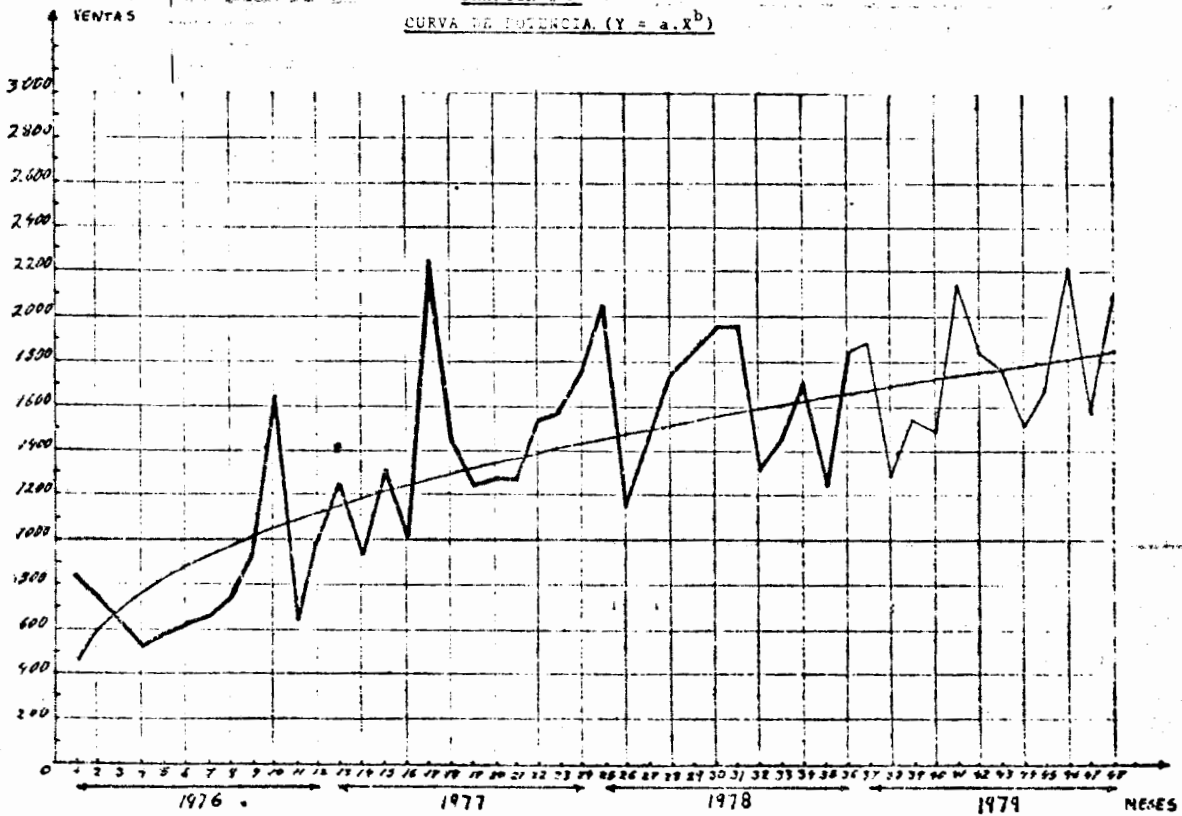
1976 1977 1978 1979

GRÁFICA # 5
CURVA DE TENDENCIA (Y = a + bx)

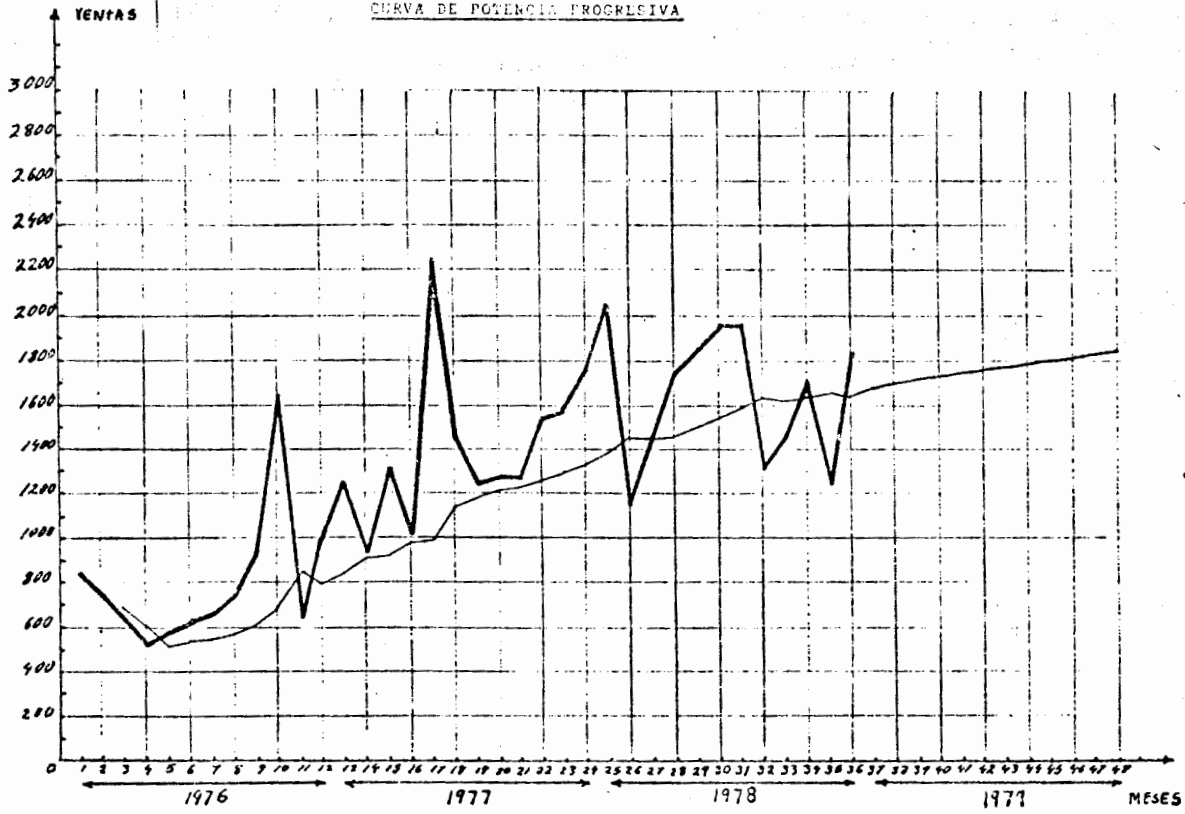


31

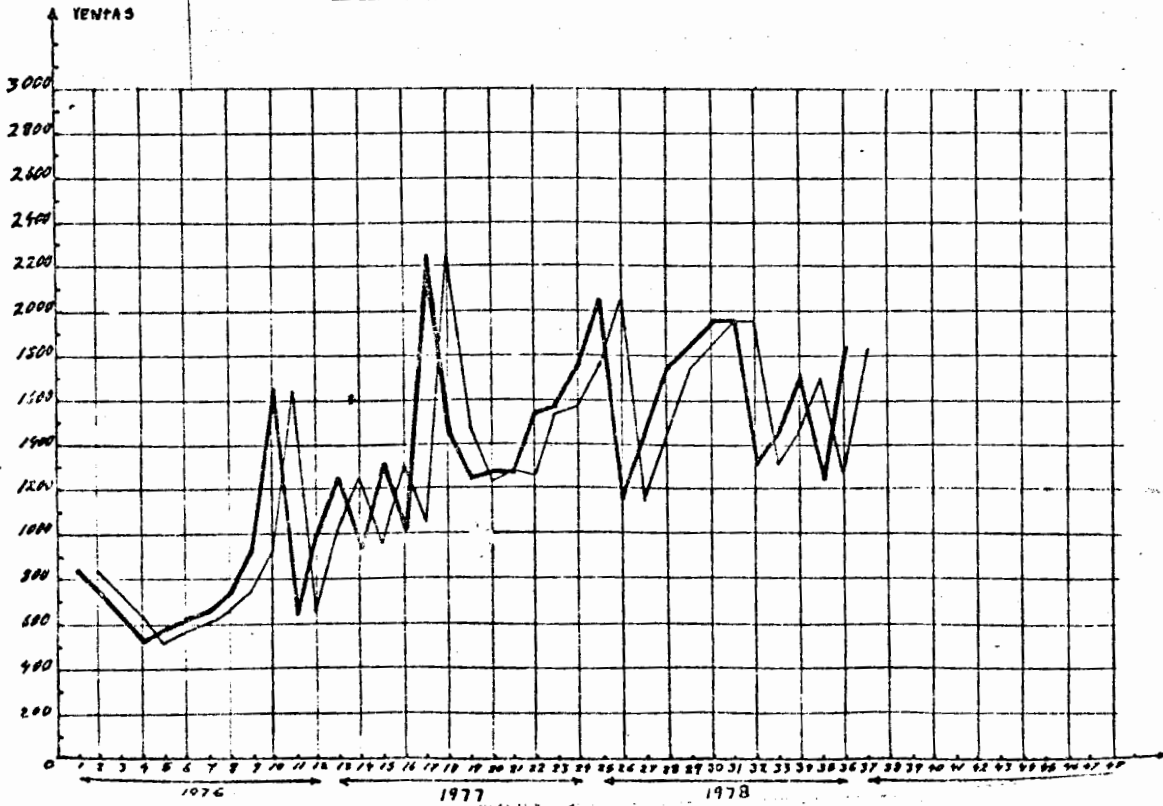
GRÁFICA # 6
CURVA DE TENDENCIA (Y = a · x^b)

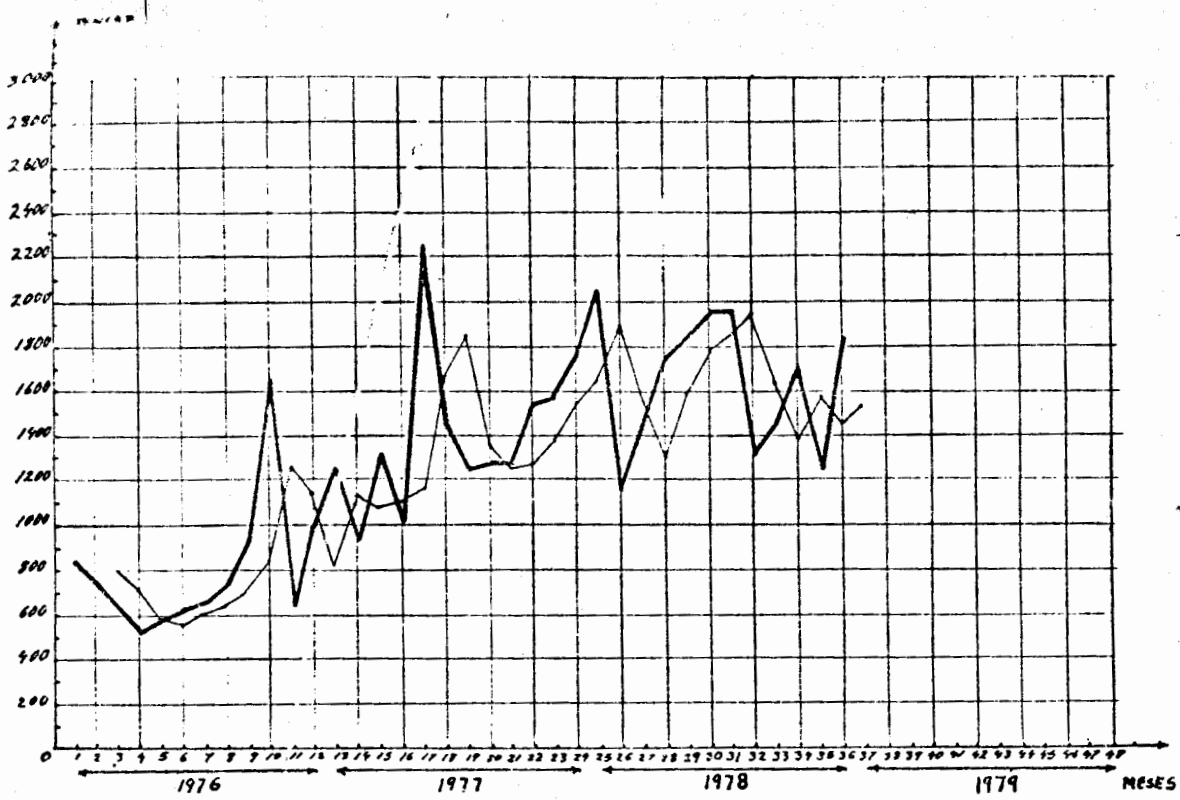


GRAFICA # 7
CURVA DE POTENCIA PROGRESIVA

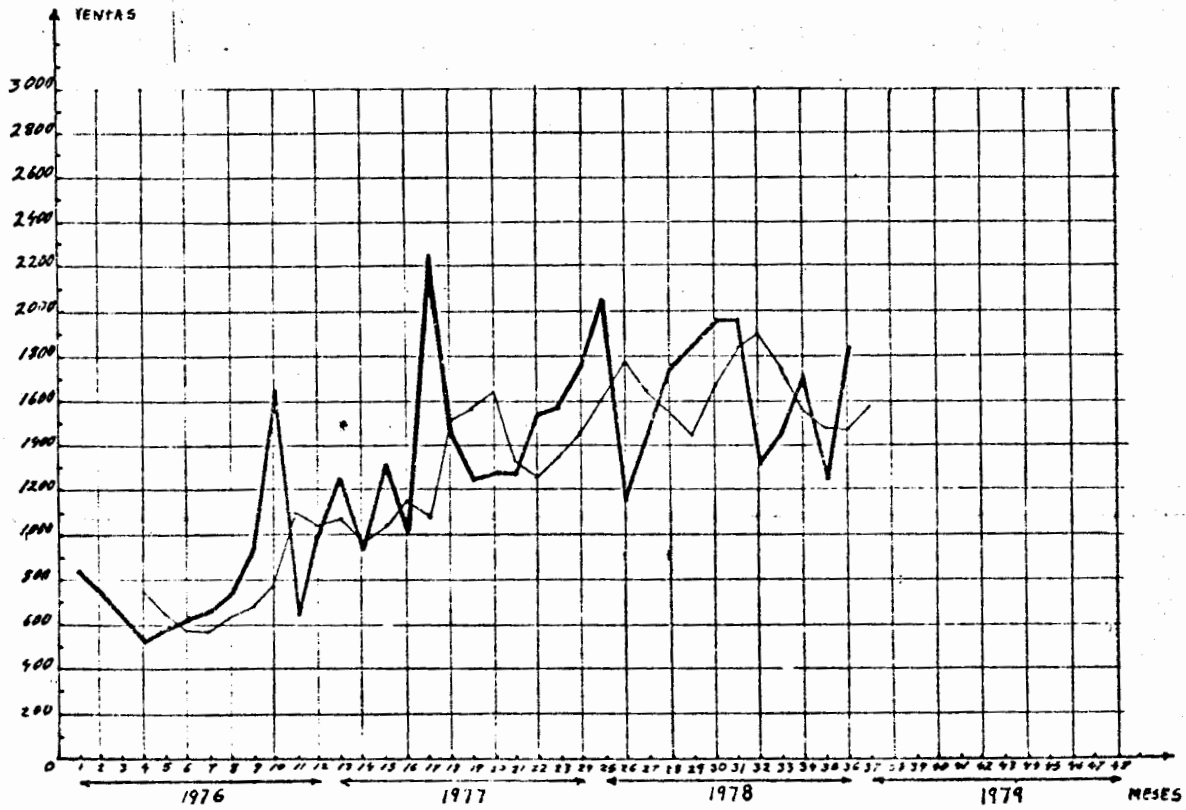


GRAFICA # 8
PROMEDIO MOVIL SIMPLE DE UN TERMINO



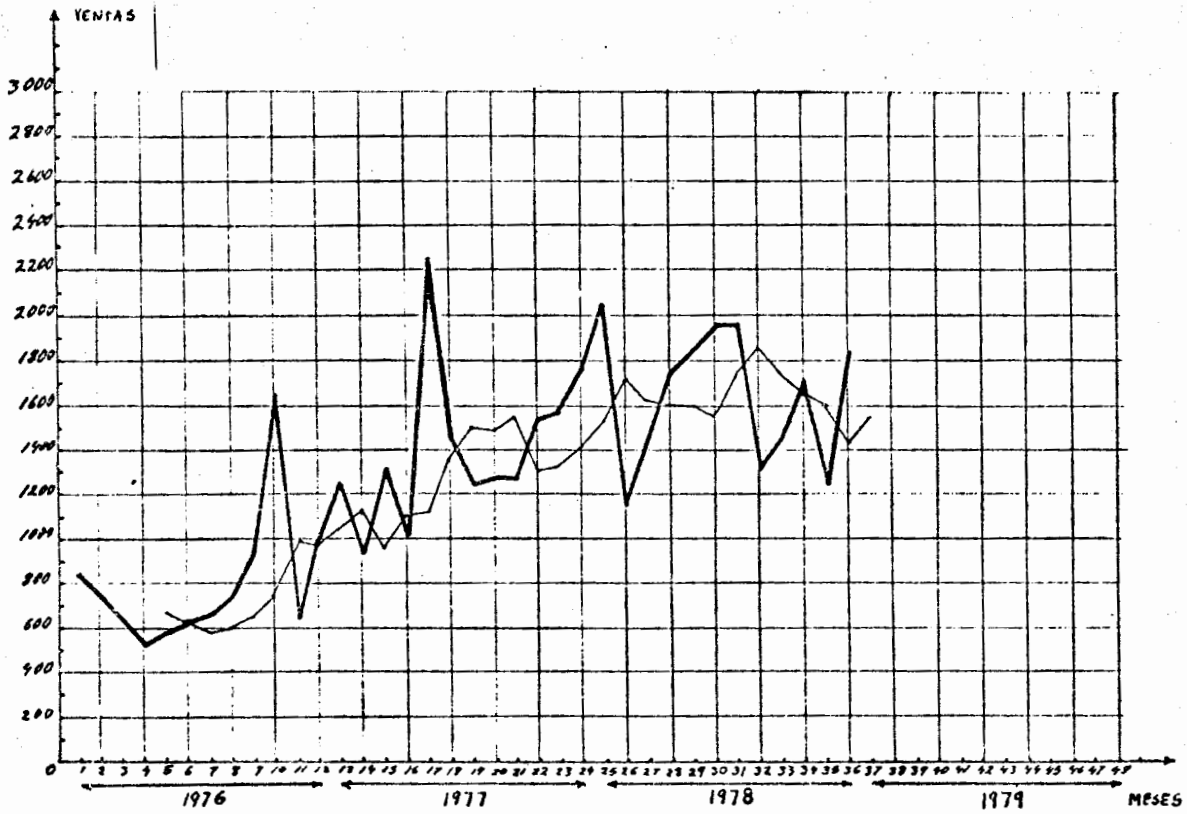


GRAFICA #10
 PROMEDIO MOVIL SIMPLE DE TRES TERMINOS



GRAFICA # 11

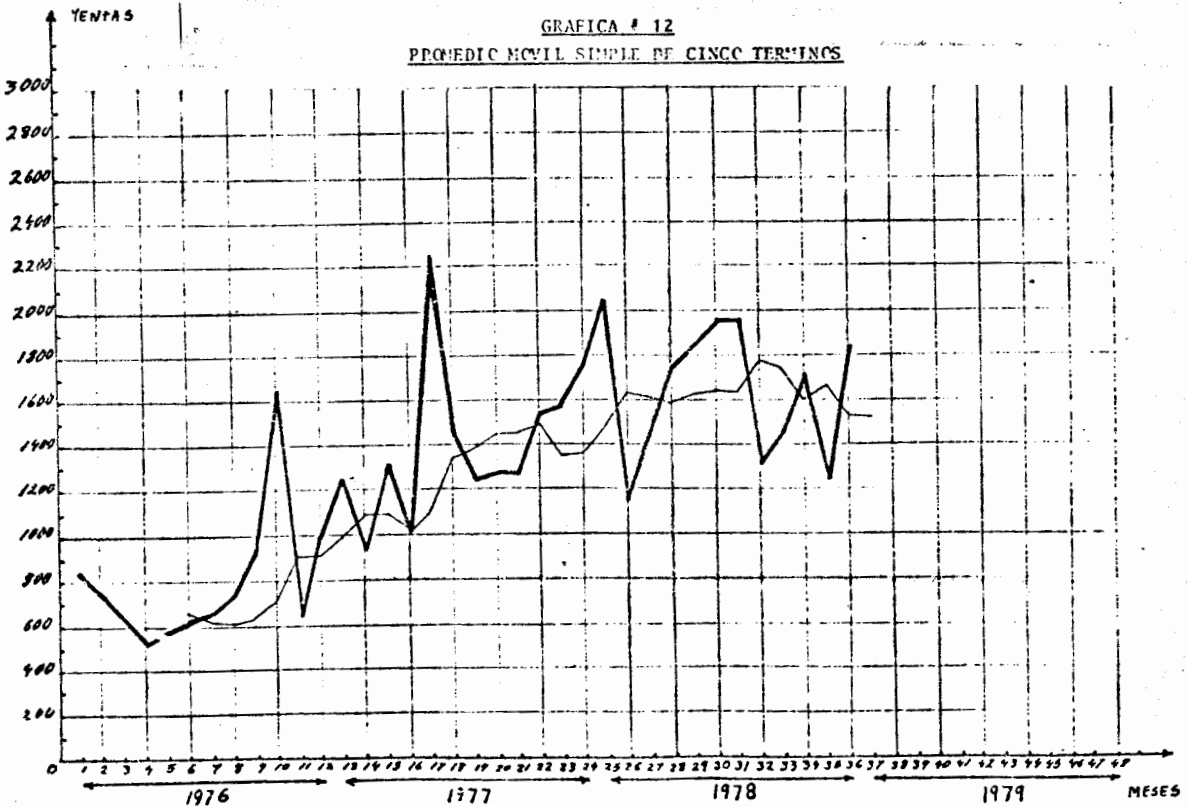
PROMEDIO MOVIL SIMPLE DE CUATRO TERMINOS



34

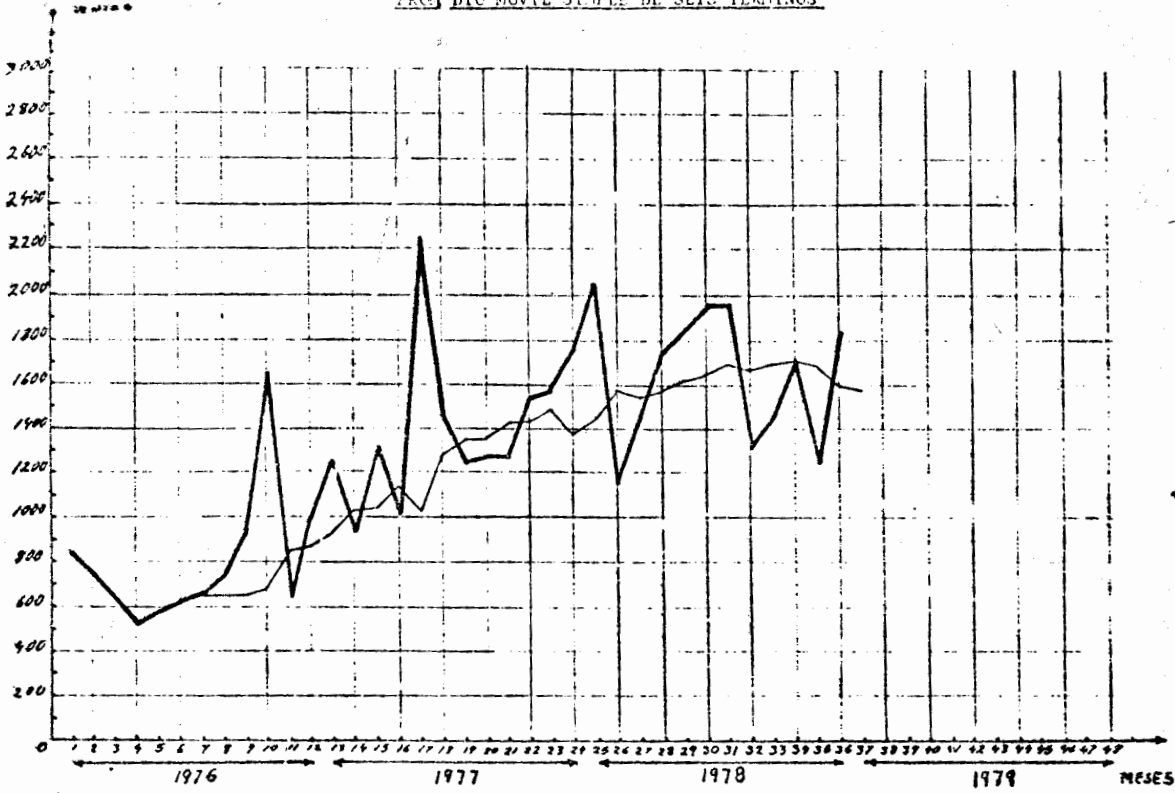
GRAFICA # 12

PROMEDIO MOVIL SIMPLE DE CINCO TERMINOS



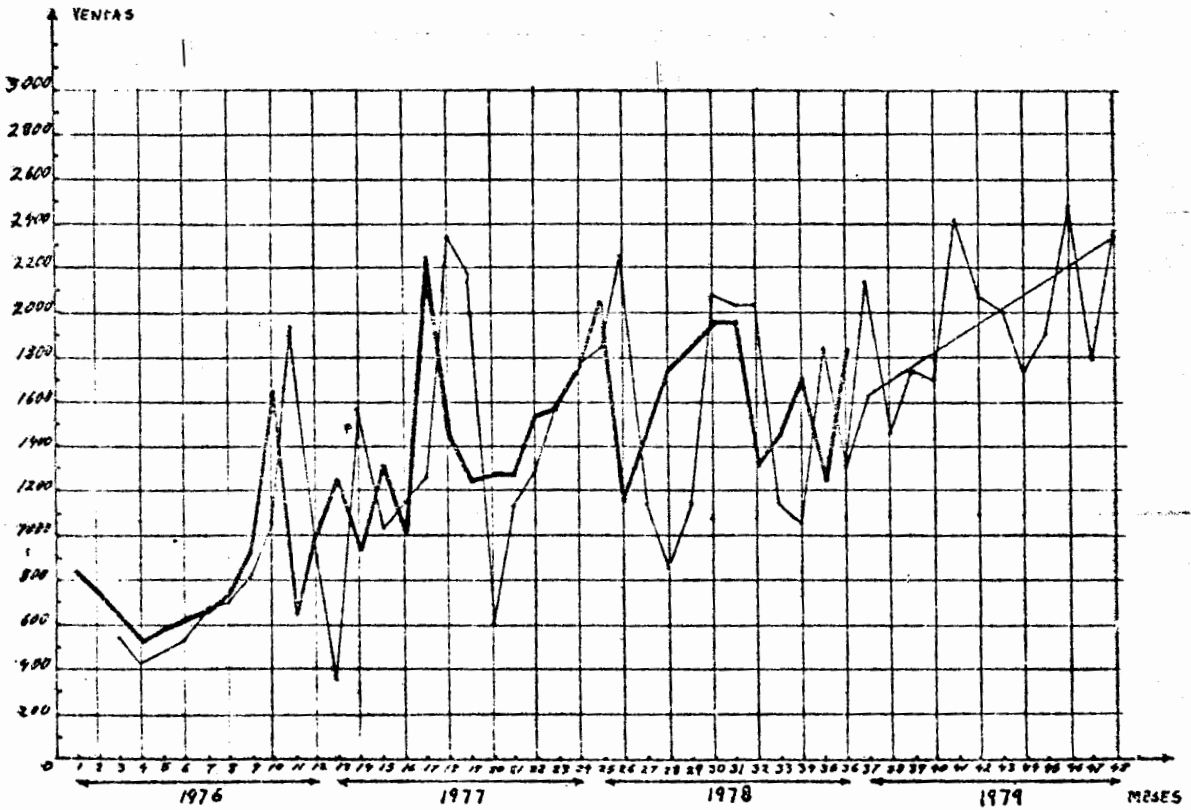
GRAFICA # 13

GRAFICA # 13
PROMEDIO MOVIL SIMPLE DE SEIS TERMINOS



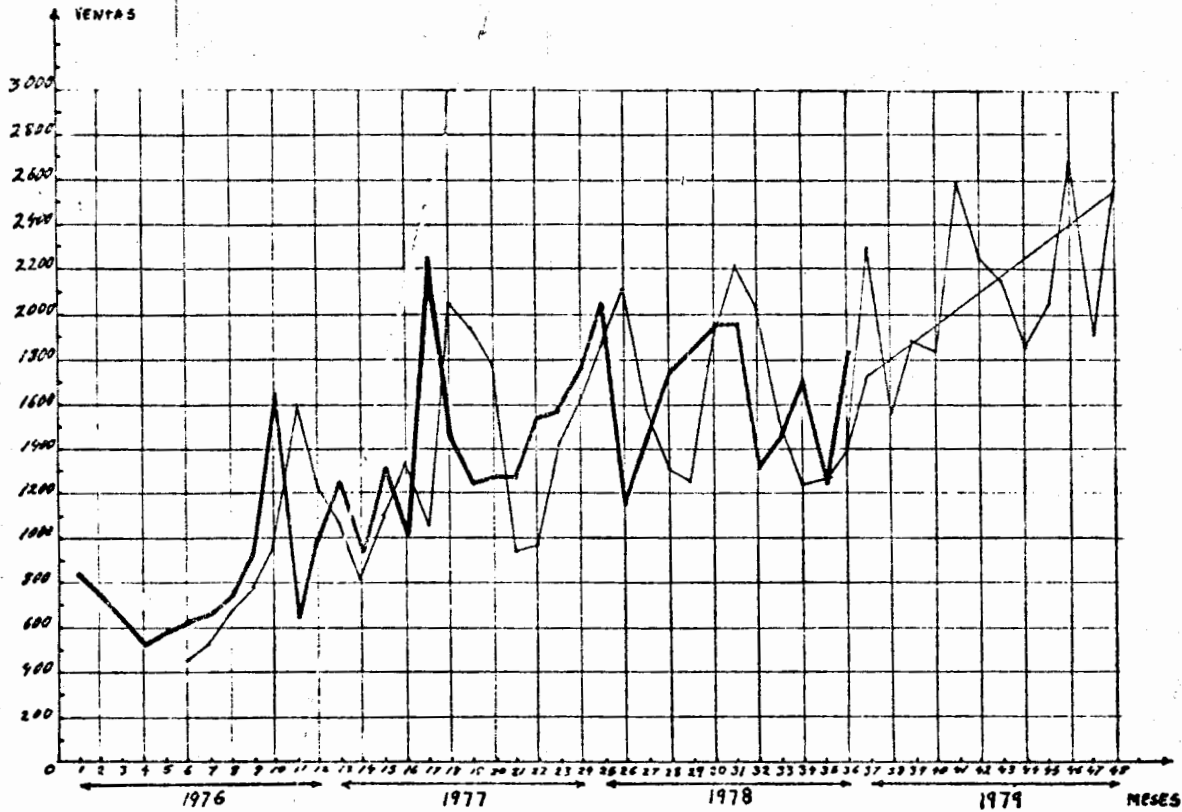
35

GRAFICA # 14
PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE DOS TERMINOS



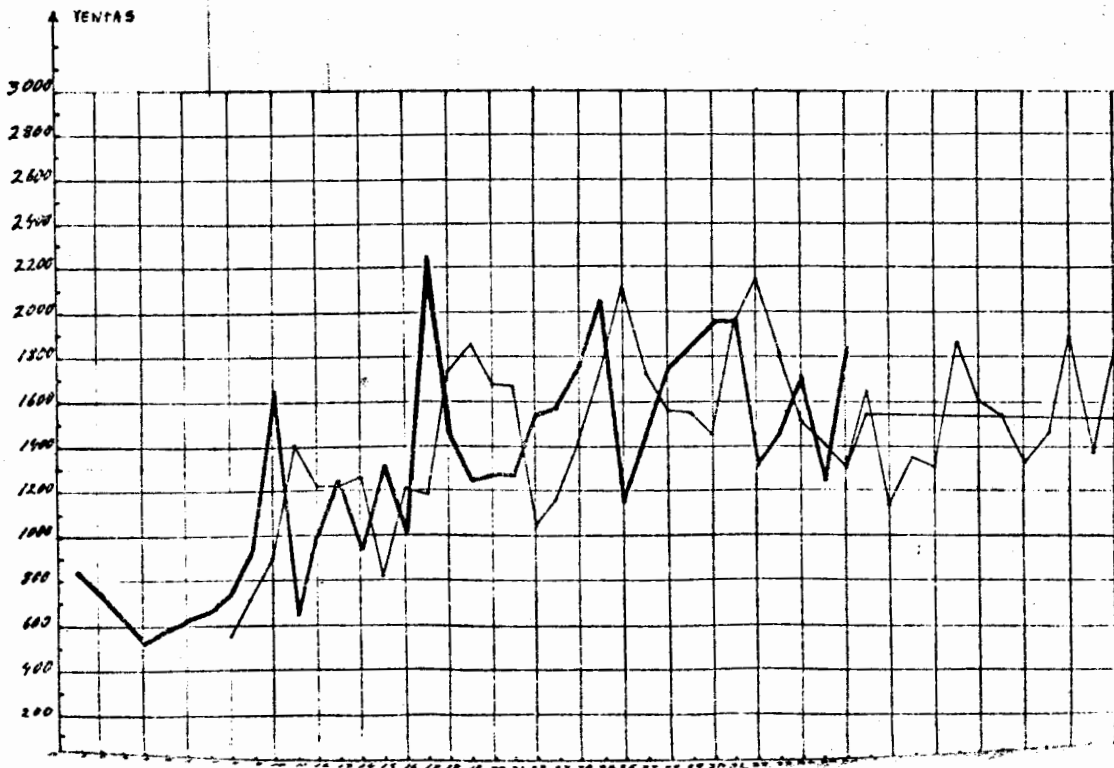
GRAFICA # 15

PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE TRES TRIMESTRES



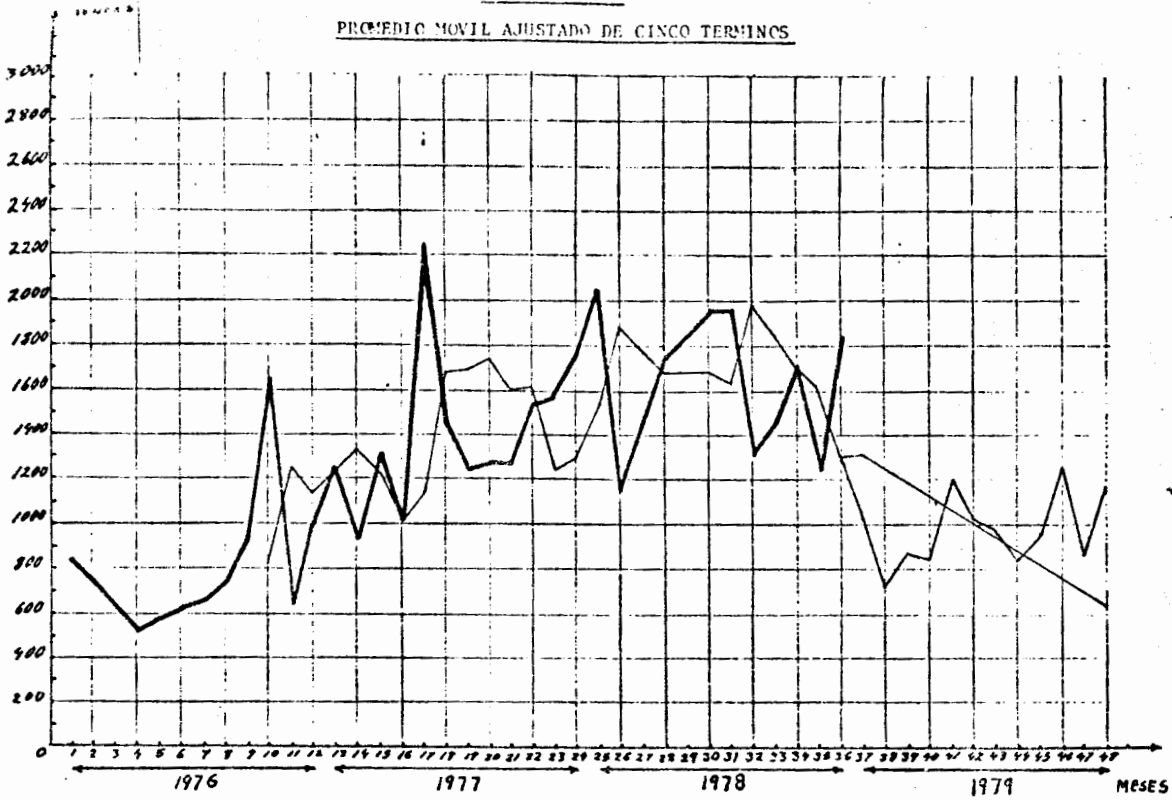
GRAFICA # 16

PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE CUATRO TRIMESTRES



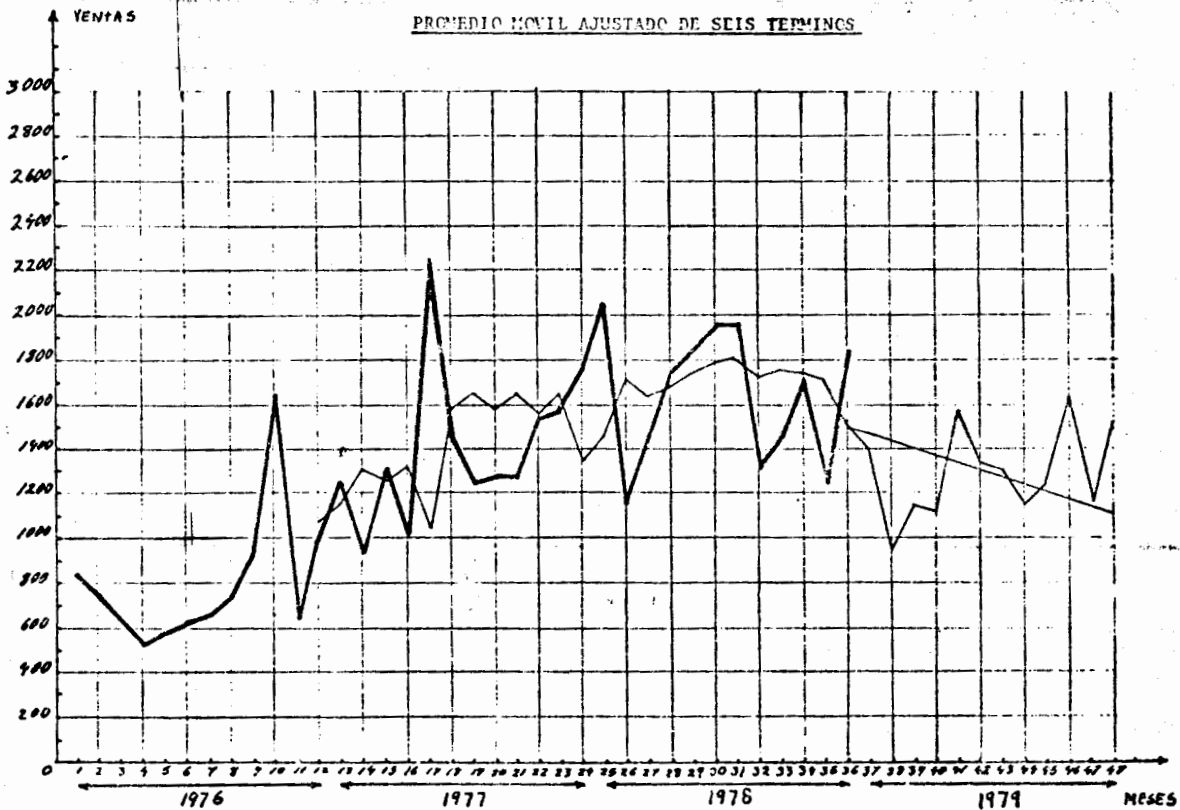
GRAFICA # 17

PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE CINCO TERMINOS



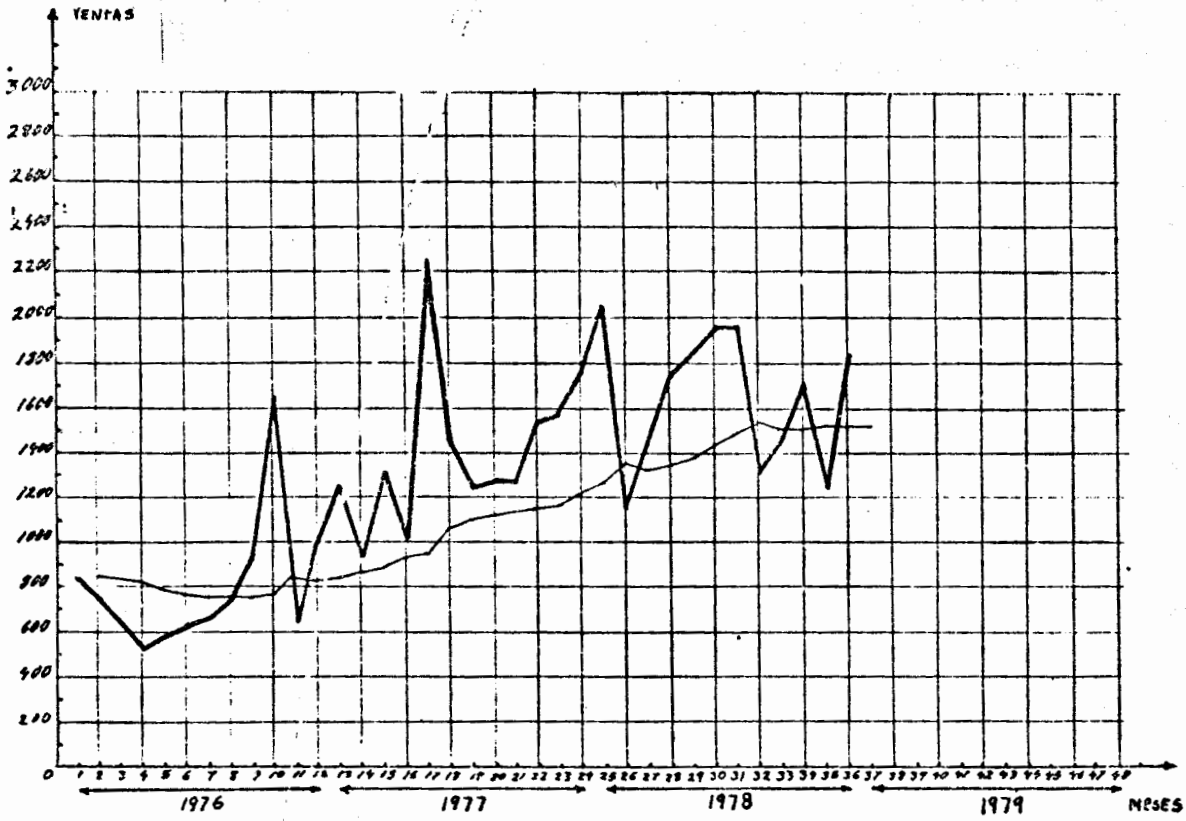
GRAFICA # 18

PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE SEIS TERMINOS



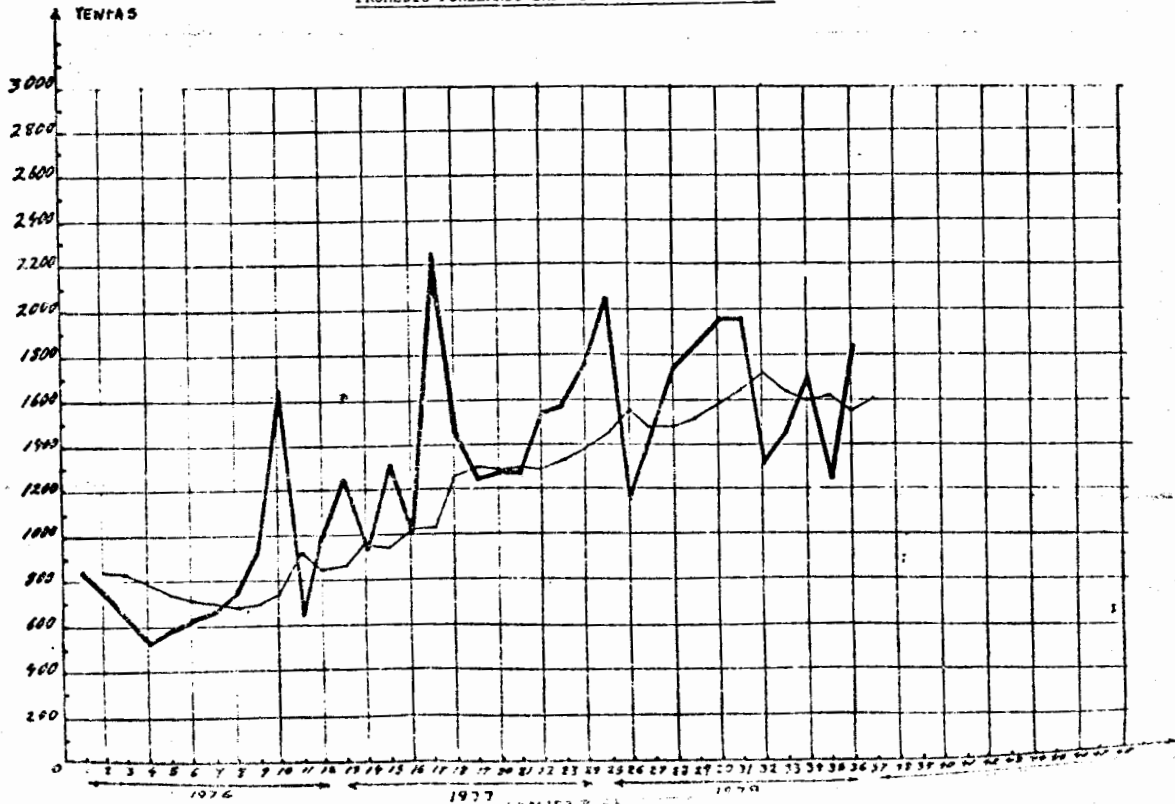
GRAFICA # 19

PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE CON $\alpha=0.1$



GRAFICA # 20

PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE CON $\alpha=0.2$

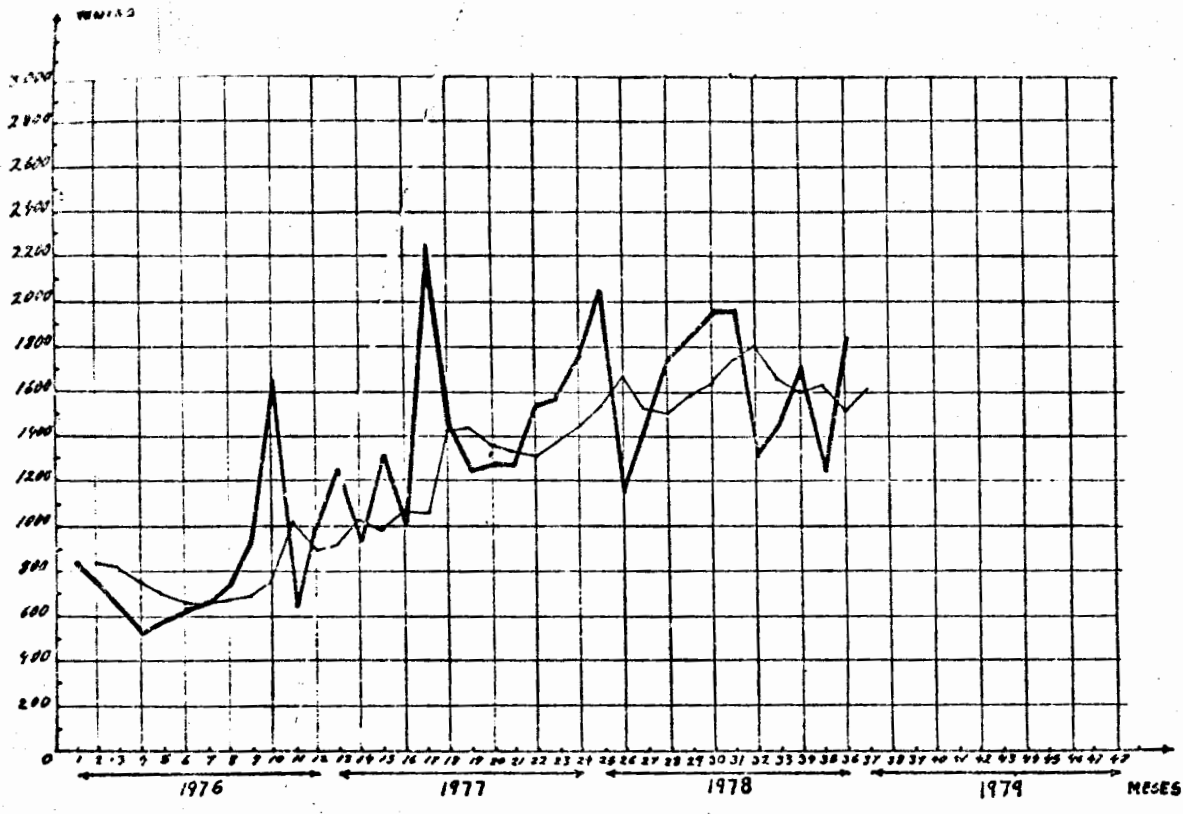


PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE CON $\alpha=0.3$

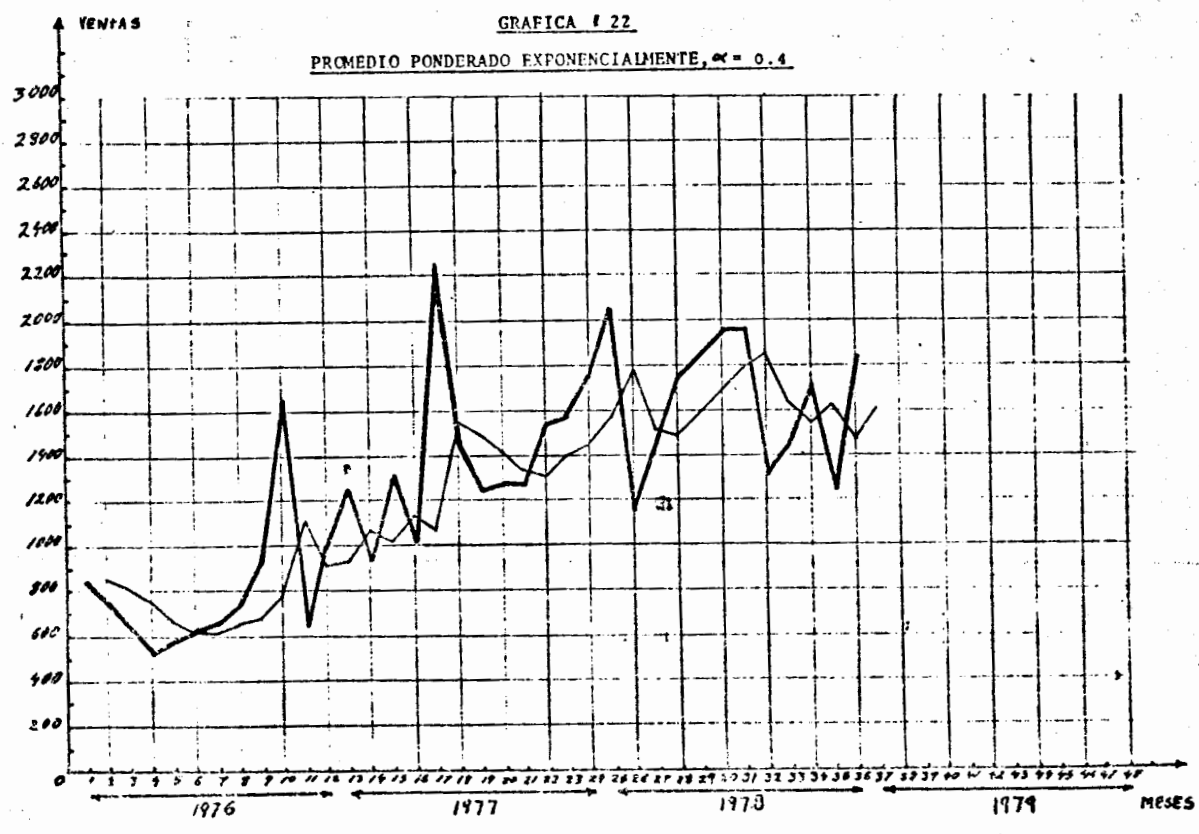
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47

1976 1977 1978 1979

VENTAS

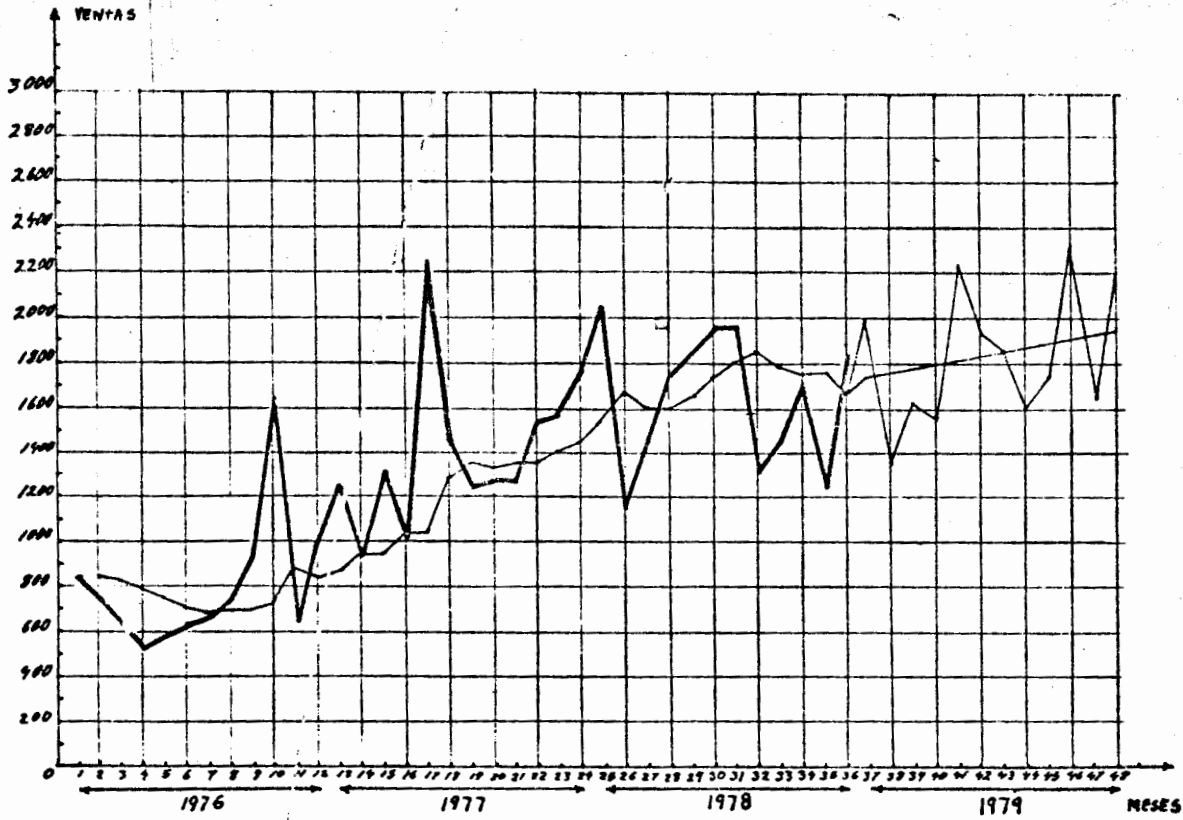


GRAFICA # 22
 PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE, $\alpha = 0.4$



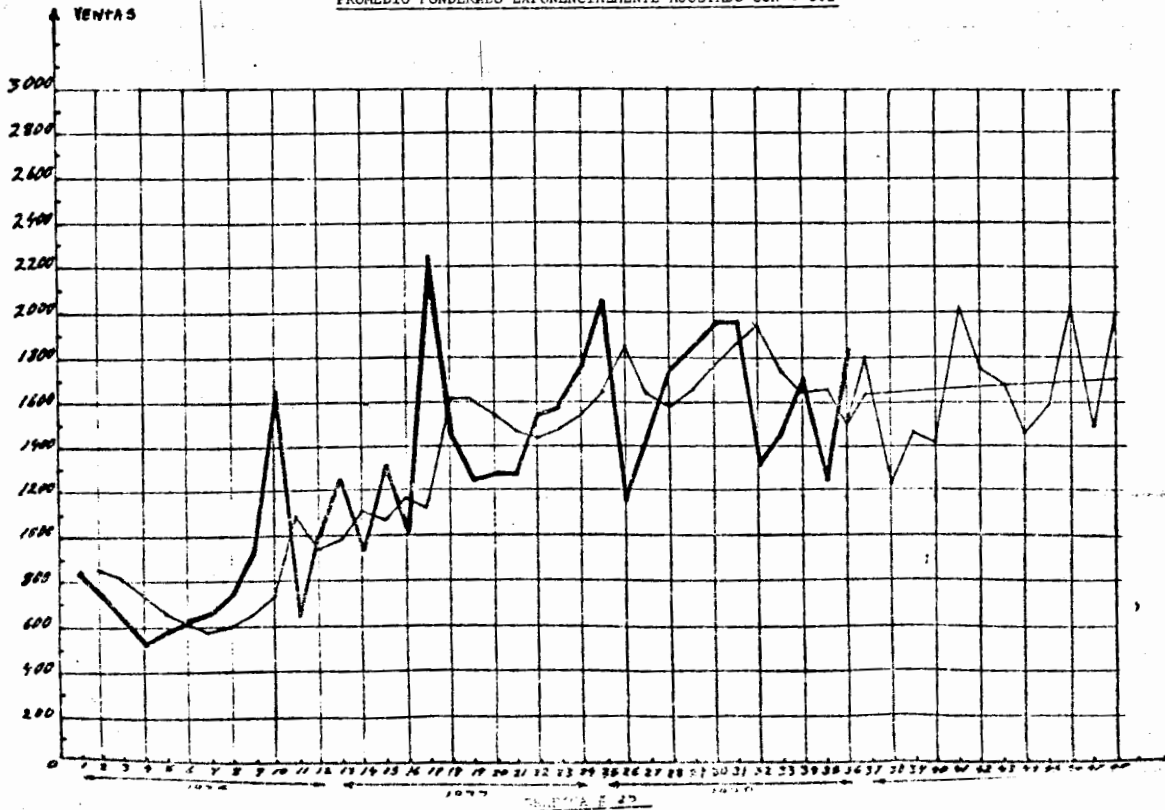
GRAFICA # 23

PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO CON $\alpha=0.1$

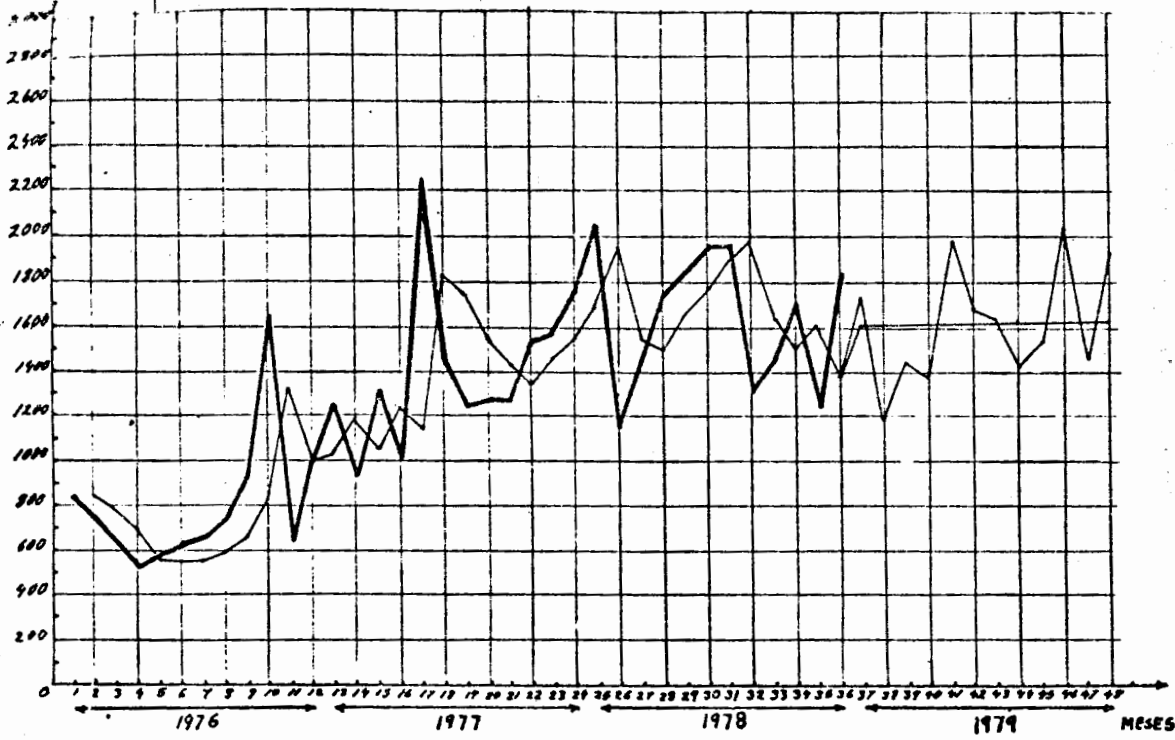


GRAFICA # 24

PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO CON $\alpha=0.2$



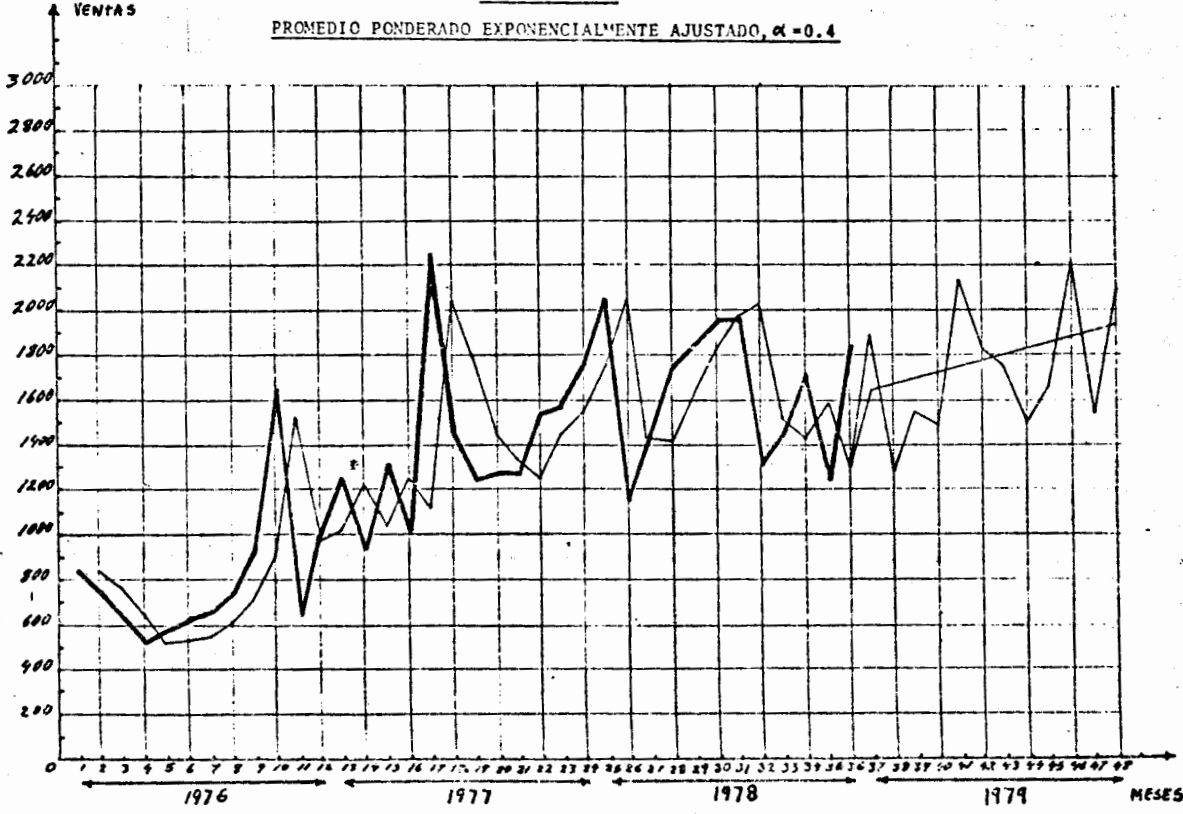
PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO CON $\alpha=0.3$



41

GRAFICA # 26

PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO, $\alpha = 0.4$



2.4.3. Pronósticos anuales (extrapolación anual)

En este inciso haremos otro tipo de simulación. Inicialmente utilizaremos los 12 datos correspondientes a los meses de 1976 y pronosticaremos con y sin estacionalidad los 12 meses siguientes (1977), mediante la utilización de los distintos métodos de pronósticos; en seguida compararemos todos los resultados obtenidos con las ventas reales de los 12 meses de 1977. Después, teniendo en cuenta los 24 datos de 1976 y 1977, pronosticaremos las ventas de los 12 meses de 1978 y también compararemos los resultados con las ventas reales de este año. Los resultados de esta simulación se presentan en los cuadros 13, 14 y 15A.

El cuadro # 13 muestra los pronósticos obtenidos para los 24 meses de 1977 y 1978 utilizando el procedimiento descrito anteriormente, pero sin tener en cuenta la estacionalidad. El último renglón del cuadro nos muestra el error medio porcentual absoluto correspondiente a cada método.

El cuadro # 14 muestra los 24 pronósticos de 1977 y 1978, pero desta vez teniendo en cuenta la estacionalidad. Los errores absolutos porcentuales medios también se muestran en el último renglón del cuadro.

Finalmente, el cuadro #15A muestra un resumen de los resultados de los cuadros 13 y 14. Este cuadro también muestra el error medio que se hubiera cometido si en cada mes a partir de Diciembre de 1976 hubiéramos pronosticado las ventas del mes siguiente (pronósticos mensuales). Estos errores no coinciden con los del cuadro # 12 porque fueron calculados únicamente para los últimos 24 meses, mientras que los del cuadro # 12 fueron calculados para los 36 meses.

Los resultados del cuadro # 15A son muy interesantes; inicialmente podemos observar que el error medio de los pronósticos mensua-

les es, en la mayoría de los casos, menor que el error medio de los pronósticos anuales, lo que demuestra que los pronósticos a corto plazo (mensuales) son más confiables que los pronósticos a largo plazo (anuales). Esto solamente no sucederá cuando los datos presenten una estacionalidad muy marcada y muy uniforme.

Desde el punto de vista del criterio $\overline{E\%}$, el mejor método para la elaboración de pronósticos mensuales es el del promedio móvil ajustado de 6 términos (cuadro # 15A) y por lo tanto éste debería ser el método utilizado para pronosticar los 12 meses de 1979. Por otro lado, en el cuadro # 15A también podemos observar que los pronósticos sin estacionalidad son en promedio mejores que los pronósticos con estacionalidad (2 últimas columnas del cuadro). Esto sugiere que en la elaboración de los pronósticos de los 12 meses de 1979 no deberíamos tener en cuenta la estacionalidad.

Por lo tanto, nuestra decisión final debería ser considerar como nuestros mejores pronósticos los siguientes (véase el cuadro # 10):

MES	PRONOSTICOS POR EL METODO P.M.A. 6T
Enero	1,473
Febrero	1,442
Marzo	1,410
Abril	1,378
Mayo	1,346
Junio	1,315
Julio	1,283
Agosto	1,251
Septiembre	1,220
Octubre	1,188
Noviembre	1,156
Diciembre	1,124
TOTAL	15,986

Podemos observar que estos pronósticos son decrecientes, esto se debe a que el estado del P.M.A., 6º trimestre. La tendencia de los últimos datos y esta ha sido en promedio decreciente para los últimos 12 meses de 1979.

Para confirmar que no es conveniente considerar la estacionalidad, también se construyó el cuadro # 15B, donde fueron calculados los errores de los pronósticos anuales con y sin estacionalidad para los últimos 12 meses, es decir, sólo para el año de 1978. Podemos observar que también en este caso los errores con estacionalidad son mayores que los errores sin estacionalidad, sin embargo los pronósticos con estacionalidad son relativamente mejores, ya que los índices estacionales utilizados para los últimos 12 meses son el promedio de los índices de los 2 años anteriores y son por lo tanto mucho más precisos.

En las próximas páginas también presentamos las gráficas 27, 28, 29, ..., 39, que muestran los resultados de la elaboración de pronósticos anuales mediante la aplicación de los 12 diferentes métodos.

CUADRO # 13
PRONOSTICOS ANUALES SIN ESTACIONALIDAD

Mes	Ventas	Recta		Curva exp.		PROMEDIO MOVIL										PROMEDIO PONDERADO EXP.							
		Pro	[E%]	Pro	[E%]	2T		3T		4T		5T		6T		α=0.1		α=0.2		α=0.3		α=0.4	
						Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]	Pro	[E%]
Ene	1250	1028	1726	355	2220	342	-	1382	1296	1219	0243	1220	0240	1169	0648	897	2044	506	2112	0294	1768	013	1836
Feb	970	1053	1554	2001	0650	27	-	1050	1848	1268	4000	1207	4056	1235	3424	845	5080	1005	0024	1058	1500	1036	1261
Mar	1200	1058	1554	1038	2015	(-)	-	1091	1608	1387	0438	1374	0569	1401	0908	897	3182	1023	0210	1077	1636	1059	1854
Abr	1020	1133	1108	1076	0552	(-)	-	1092	0706	1426	3080	1451	4225	1367	3402	897	1255	1042	0216	1117	0951	1032	0608
May	2250	1169	4804	1116	0140	(-)	-	1093	5142	1484	3140	1520	3250	1433	3631	896	5710	1061	0284	1146	4007	1105	5089
Jun	1450	1204	1687	1150	0214	(-)	-	1094	2455	1563	0770	0504	1082	1490	0338	899	3900	1080	0392	1075	1897	1128	2221
Jul	1250	1220	2088	1220	0400	(-)	-	1095	1232	1532	3056	1581	3448	1465	2520	903	2775	1068	1216	1004	0368	1151	0792
Ago	1850	1274	0647	1245	0223	(-)	-	1097	1430	1701	1780	1758	3734	1431	2742	904	2722	1117	1203	1233	0367	1124	0928
Sep	1020	1119	0307	1201	0155	(-)	-	1098	1354	1769	1929	1805	4440	1697	3367	907	2843	1126	1055	1182	0063	1107	0575
Oct	1520	1244	1158	1333	1151	(-)	-	1099	2770	1838	2092	1912	2570	1787	1599	913	3993	1155	2401	1051	1507	1220	2632
Nov	1320	1329	1217	1388	1159	(-)	-	1100	2924	1907	2146	1983	2662	1819	1650	915	4166	1173	2029	1030	1592	1242	2093
Dic	1760	1414	1926	1430	1815	(-)	-	1101	3244	1976	1027	0065	1733	1895	0767	921	4773	1192	3227	1149	2335	1266	2807
Ene	2050	1869	1761	1790	1263	0845	-	1102	0707	1754	1444	1451	2434	1467	2844	1552	2429	1676	1829	1711	1654	1760	1415
Feb	1150	1736	5096	1031	5227	1365	-	1103	2730	1844	6035	1575	3695	1474	2817	579	3730	1710	4968	1063	5330	1831	5922
Mar	1450	1263	2297	1029	3510	2246	-	1104	5041	1223	3231	1507	1028	1482	0221	605	1050	1782	2192	1076	2524	1901	3110
Abr	1750	1920	0452	1049	1709	2205	-	1105	3262	2223	1560	1623	0725	1489	1491	633	0669	1076	0320	1008	0661	1971	1263
May	1450	1827	0101	1443	1587	2325	-	1106	3366	1121	1478	1697	1034	1496	1060	0928	1840	1054	1021	0440		2041	1032
Jun	1020	1924	1030	1463	1357	2485	-	1107	2421	2202	1351	1670	1392	1003	2273	487	1304	1893	0742	074	0175	1112	0687
Jul	1350	1974	0108	1445	1302	2565	-	1108	3082	2291	1740	1604	1313	1510	2256	1714	1210	1037	0057	2027	0395	2182	1190
Ago	1310	2018	1405	1453	8725	2685	-	1109	2028	3361	8135	1710	3115	1518	1598	742	3295	1011	5122	079	0670	252	7191
Sep	1470	2065	4145	1368	2456	2825	-	1110	0599	2471	6310	1742	1950	1005	0574	1769	1034	2004	3750	030	4803	2322	5796
Oct	1520	2112	2424	1684	5789	2925	-	1111	2341	3569	5050	1766	0306	1432	0948	1786	0565	2004	2165	200	2853	2323	4076
Nov	1750	2159	2222	1807	2455	3045	-	1112	16440	2600	12000	1789	4312	1539	2312	1023	4534	2112	6696	034	1005	4663	3704
Dic	1820	2206	2995	1936	6044	3166	-	1113	1058	2733	4657	1813	0023	1346	1552	1650	0109	2102	1776	034	1414	2533	3842
Ene			2020		3177		>>>		4620		3404		2225		1661		2369		2071		2239		2815

CUADRO # 14
PRONOSTICOS ANUALES CON ESTACIONALIDAD

Mes	Ventas	Recta				Promedio Móvil										Promedio ponderado							
		P	IC1	P	IC1	2T		3T		4T		5T		6T		α = 0.1		α = 0.2		α = 0.3		α = 0.4	
Ene	1250	1295	3.68	1261	0.03	-	-	1162	7.64	1056	15.68	1744	19.52	1627	35.16	956	23.52	1126	7.52	1262	0.96	1210	3.20
Feb	920	1144	24.34	1113	20.97	-	-	1028	11.52	949	62.75	859	67.28	746	56.09	844	8.24	1022	19.86	1114	21.06	1067	15.97
Mar	1300	952	23.68	965	25.70	-	-	883	31.61	797	0.23	734	2.61	624	4.23	731	43.74	834	32.00	956	25.69	925	28.84
Abr	1020	792	22.35	771	24.41	-	-	710	30.39	637	1.66	566	4.51	425	2.45	564	42.74	706	30.78	772	24.21	739	27.54
May	2250	839	60.04	875	61.11	-	-	876	24.17	1177	67.68	1219	46.22	1129	49.82	663	70.53	822	24.75	876	61.06	839	62.71
Jun	1450	945	34.82	919	36.61	-	-	847	41.58	1026	14.75	1271	12.34	1166	10.21	697	51.93	842	41.93	920	36.45	881	39.24
Jul	1250	1021	18.32	993	20.56	-	-	915	26.80	1336	6.85	1374	9.94	1285	2.49	753	39.76	910	27.20	980	21.60	953	21.76
Ago	1480	1159	9.45	1127	11.95	-	-	1039	16.82	1516	18.43	1559	21.74	1435	14.45	855	33.20	1033	19.29	1128	11.87	1081	15.54
Sep	1270	1414	11.65	1380	9.69	-	-	1271	0.03	1855	46.06	1908	50.23	1785	40.16	1046	17.62	1254	0.47	1381	8.74	1323	4.17
Oct	1520	2465	63.55	2419	59.14	-	-	2229	55.64	3253	14.01	3343	20.06	3120	15.26	1834	20.65	2217	45.85	2421	59.27	2320	52.53
Nov	1570	961	38.78	935	40.47	-	-	861	45.15	1257	19.93	1293	17.64	1205	23.18	709	54.84	867	45.81	936	40.26	827	42.86
Dic	1760	1525	13.35	1484	15.63	-	-	1367	22.32	1995	13.35	2052	16.59	1914	8.75	1125	36.02	1200	22.72	1445	15.62	1523	19.14
Ene	2050	1855	9.51	1821	7.45	2286	16.39	2548	24.29	3140	4.19	3262	21.85	3136	29.95	1620	20.07	1824	11.02	1905	7.03	1955	9.24
Feb	1150	1274	79.17	1257	52.78	1076	54.86	2025	76.08	3704	44.17	4273	10.69	4141	0.78	1287	11.91	1450	25.08	1514	31.65	1625	41.30
Mar	1450	1722	18.75	2052	41.51	2215	52.75	2365	63.10	3006	15.96	3437	2.55	3333	8.07	1504	3.72	1523	16.75	1763	22.00	1899	30.89
Abr	1000	1360	22.24	1620	7.42	1749	0.05	1863	6.74	1569	10.34	1774	32.91	1652	39.69	1187	32.17	1337	31.60	1397	20.17	1439	14.34
May	1840	2504	36.35	2950	61.50	3228	75.43	3444	37.33	3594	57.25	4168	17.92	3945	5.54	2192	19.13	2469	14.13	2522	40.10	2756	50.32
Jun	1940	1827	5.82	2177	2.21	2350	21.13	2513	29.38	2708	5.65	3578	18.65	3414	27.11	1896	17.73	1757	7.37	1872	3.24	2014	3.21
Jul	1950	1656	13.03	2071	3.64	2182	11.89	2310	19.40	1957	0.35	3465	24.87	3313	32.67	1401	24.05	1669	14.46	1742	10.65	1870	4.10
Ago	1310	1871	37.48	2147	63.89	2317	76.27	2474	88.85	2778	63.82	3556	28.77	3324	6.41	1573	27.07	1771	25.19	1850	41.22	1886	51.60
Sep	1470	1944	27.24	2316	57.55	2500	70.06	2670	81.63	2843	52.55	3679	14.21	3594	2.31	1635	55.51	1812	30.06	1927	35.25	2143	45.78
Oct	1700	2752	63.70	3316	95.05	3520	100.50	3823	124.88	4210	83.42	4844	41.41	4153	28.66	2435	47.94	2737	61.00	2858	53.11	3069	80.47
Nov	1250	1944	55.52	2316	85.28	2500	100.00	2670	113.60	2843	75.44	3679	34.32	3594	20.32	1695	35.84	1812	52.96	1927	59.26	1933	71.41
Dic	1830	2437	32.16	2904	59.63	3135	1.30	3348	82.21	3611	53.60	4205	15.02	3836	3.06	2128	16.28	2377	30.98	2503	35.77	2830	46.77
IC1	-	-	26.33	-	36.43	-	>>>	-	47.65	-	58.18	-	67.57	-	73.25	-	79.29	-	84.83	-	89.32	-	92.35

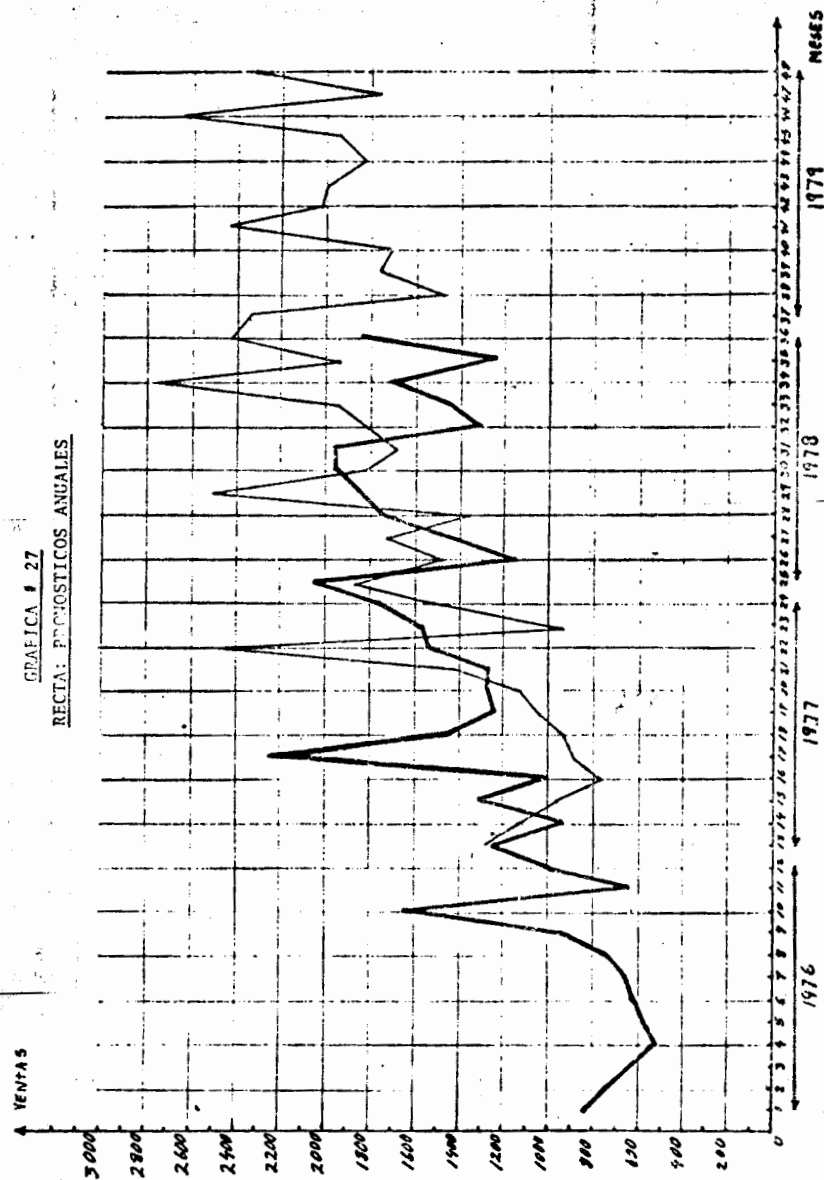
CUADRO # 15A
COMPARACION ENTRE LOS METODOS DE RASTREO
(PRONOSTICOS MENSUALES) Y DE PRONOSTICOS
ANUALES CON Y SIN ESTACIONALIDAD

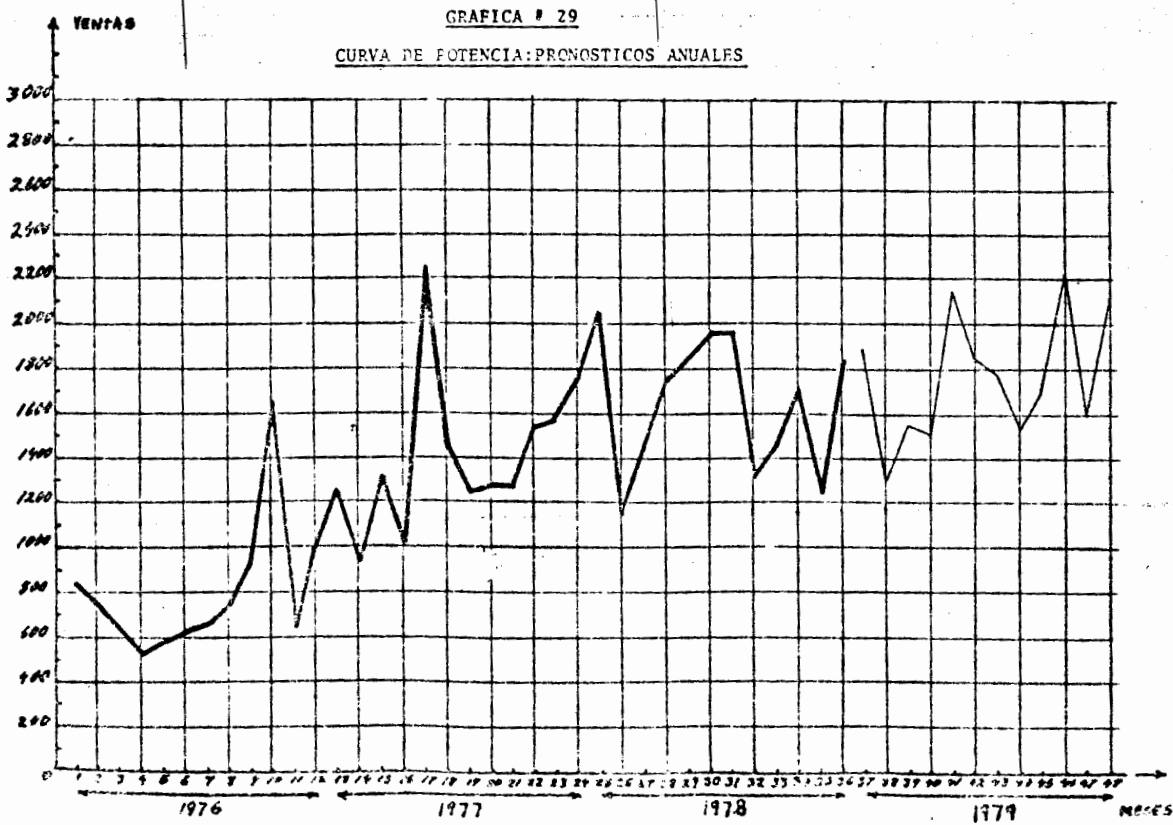
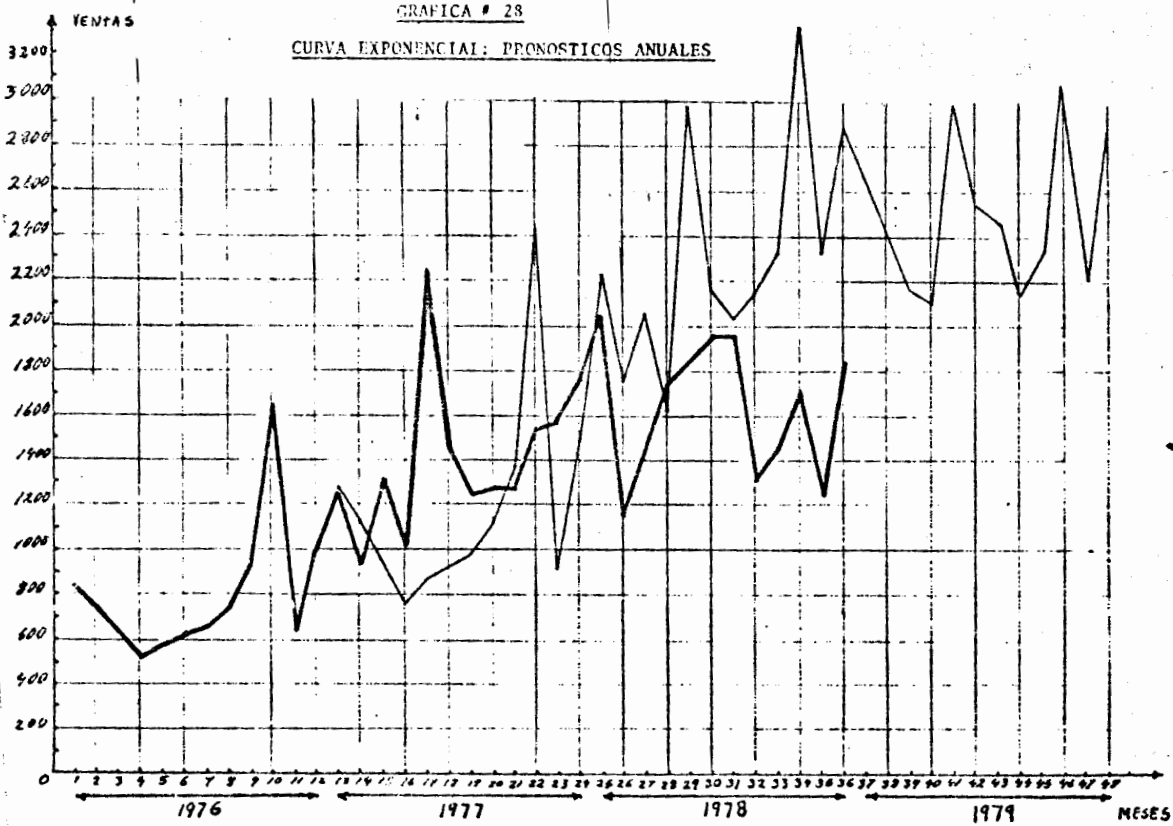
M E T O D O S	RASTREO MENSUAL	ANUAL SIN ESTAC.	ANUAL CON ESTAC.
Recta	18.44 (2)	20.20 (2)	29.33 (3)
Curva exponencial	21.96	31.77	36.43
Curva de potencia			
Prom. móv. ajust., 2T	34.82	>>>	>>>
Prom. móv. ajust., 3T	26.30	46.20	47.65
Prom. móv. ajust., 4T	28.02	34.04	38.18
Prom. móv. ajust., 5T	23.14	22.25 (4)	27.57 (2)
Prom. móv. ajust., 6T	20.46 (4)	18.61 (1)	23.25 (1)
Prom. pond. exp. ajust., α = 0.1	17.27 (1)	23.69	29.29 (5)
Prom. pond. exp. ajust., α = 0.2	19.45 (3)	20.71 (3)	20.83 (4)
Prom. pond. exp. ajust., α = 0.3	21.42 (5)	22.39 (5)	23.32
Prom. pond. exp. ajust., α = 0.4	22.44	28.15	32.35

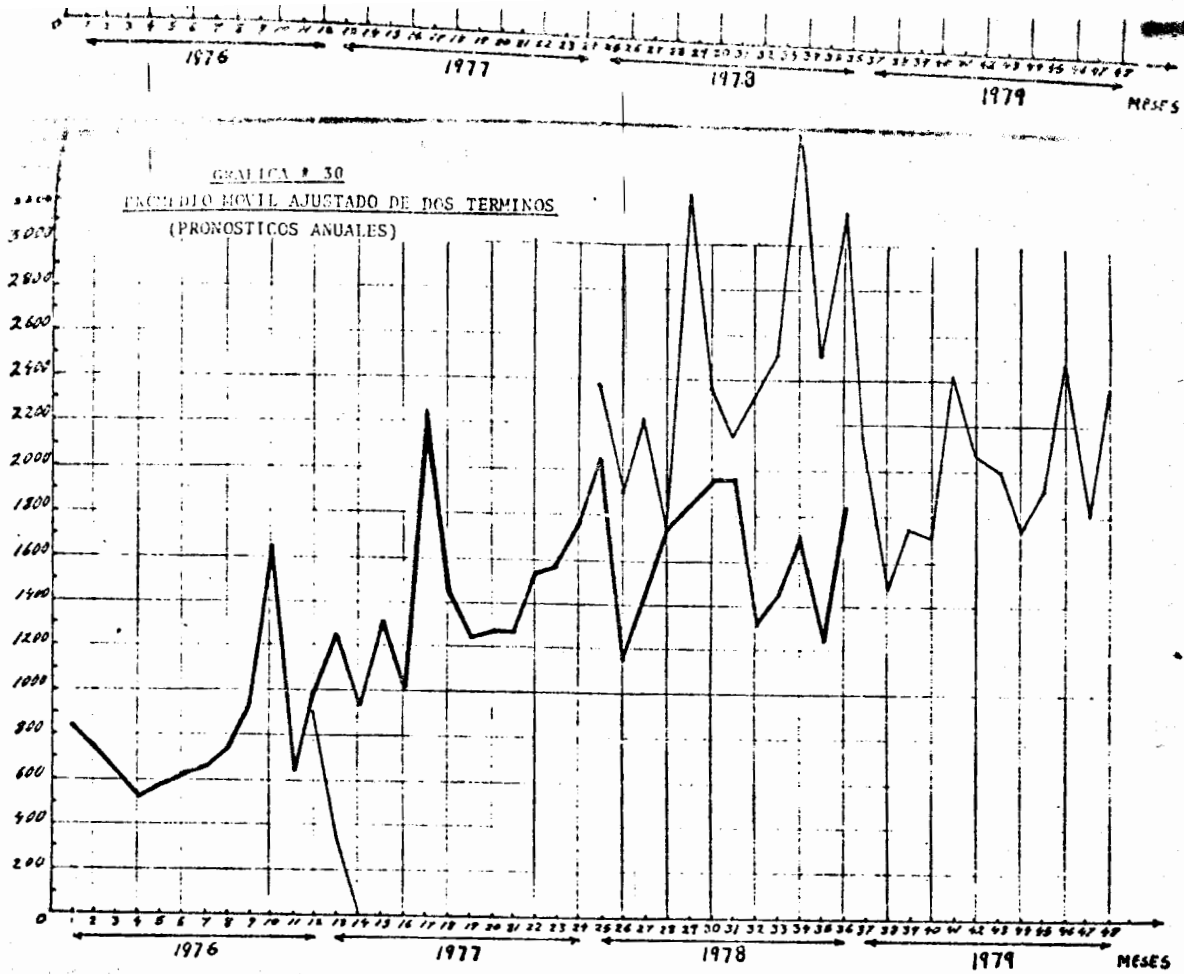
CUADRO # 15B

ERRORES DE LOS PRONOSTICOS ANUALES CON Y SIN ESTACIONALIDAD PARA LOS ULTIMOS 12 MESES

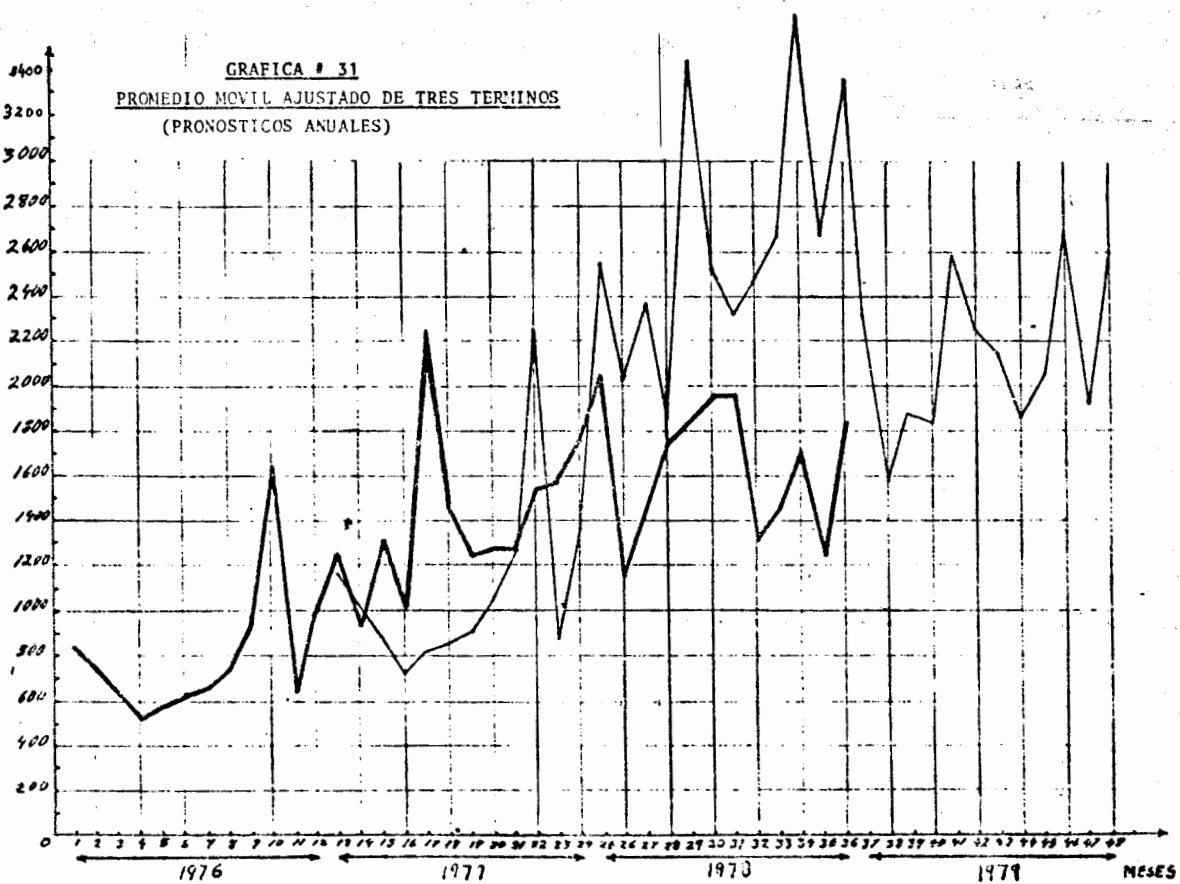
MÉTODOS	ANUAL SIN ESTAC.	ANUAL CON ESTAC.
Recta	26.00 (5)	29.67 (5)
Curva exponencial	48.73	45.70
Curva de potencia		
Promedio móvil ajustado, 2 términos	>>>	>>>
Promedio móvil ajustado, 3 términos	70.24	66.46
Promedio móvil ajustado, 4 términos	44.30	41.60
Promedio móvil ajustado, 5 términos	17.83 (2)	21.93 (3)
Promedio móvil ajustado, 6 términos	17.13 (1)	16.90 (1)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.1$	18.32 (3)	21.69 (2)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.2$	24.45 (4)	28.63 (4)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.3$	29.03	31.38
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.4$	37.91	36.75
($\bar{E}\%$)	33.39	34.07



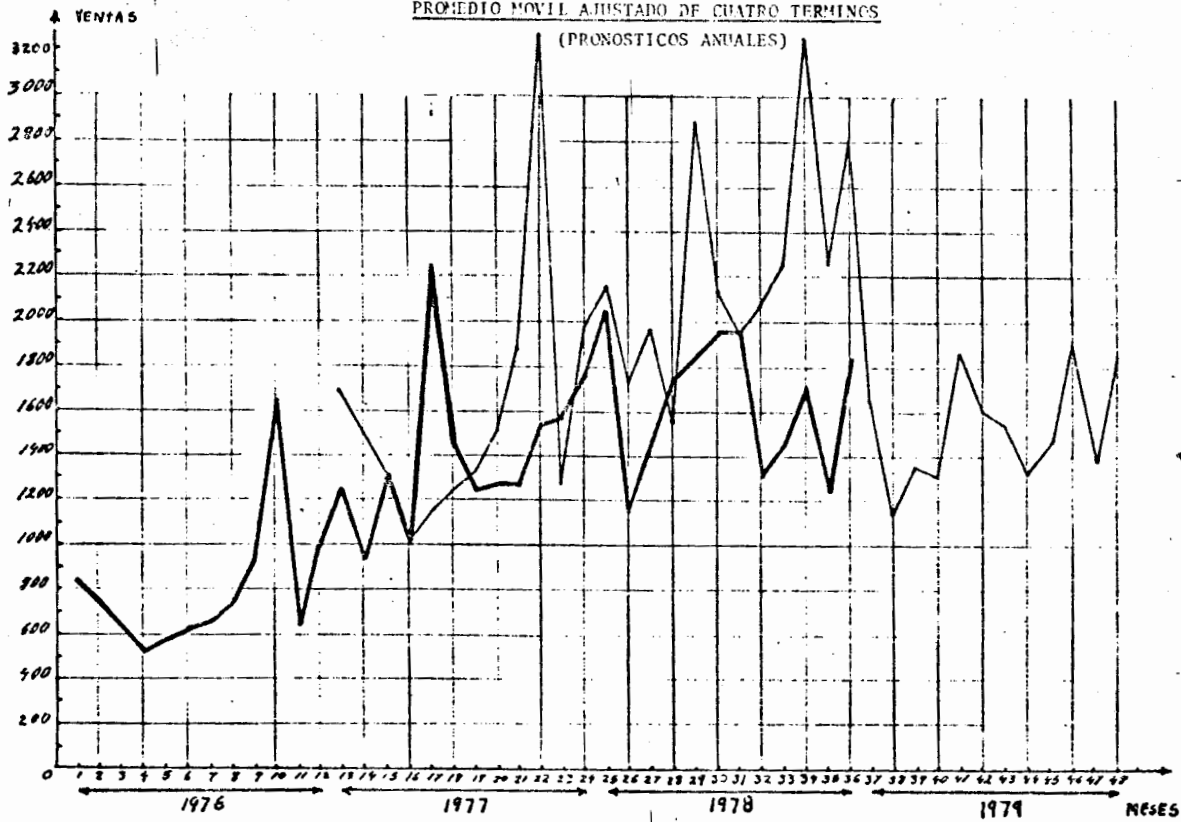




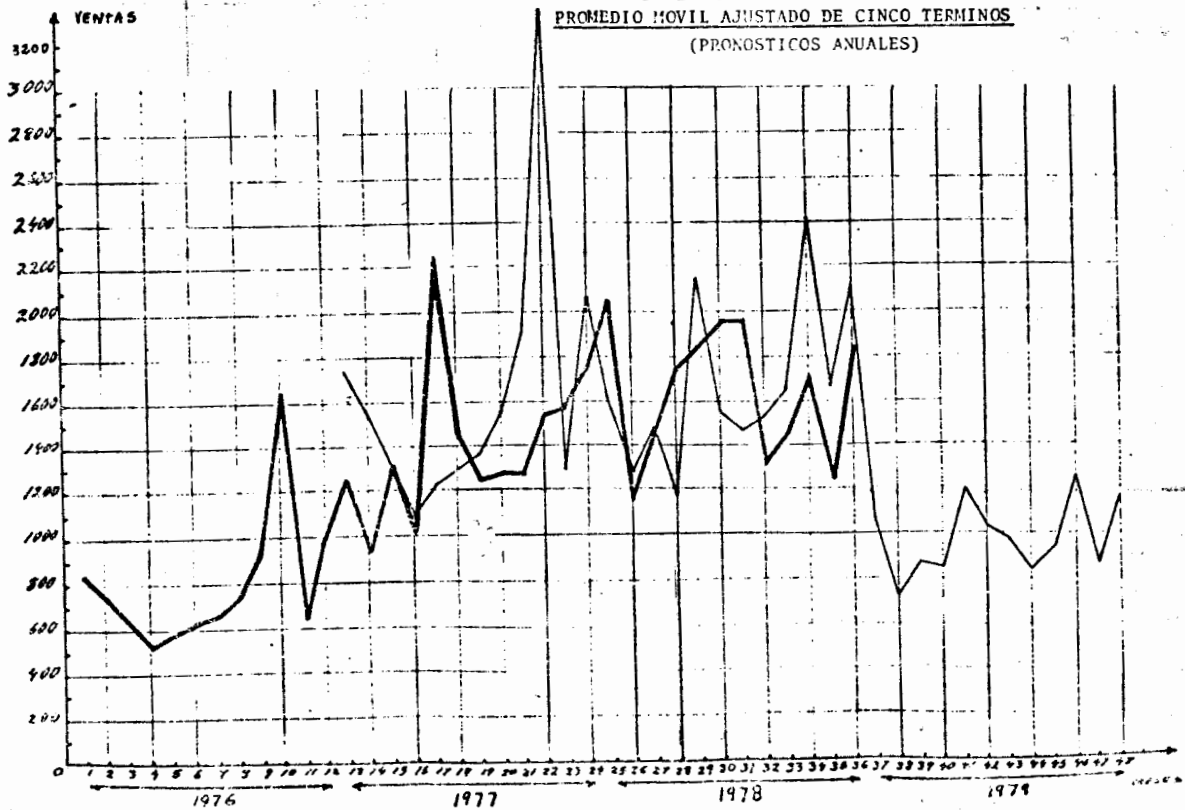
47



GRAFICA # 32
 PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE CUATRO TERMINOS
 (PRONOSTICOS ANUALES)



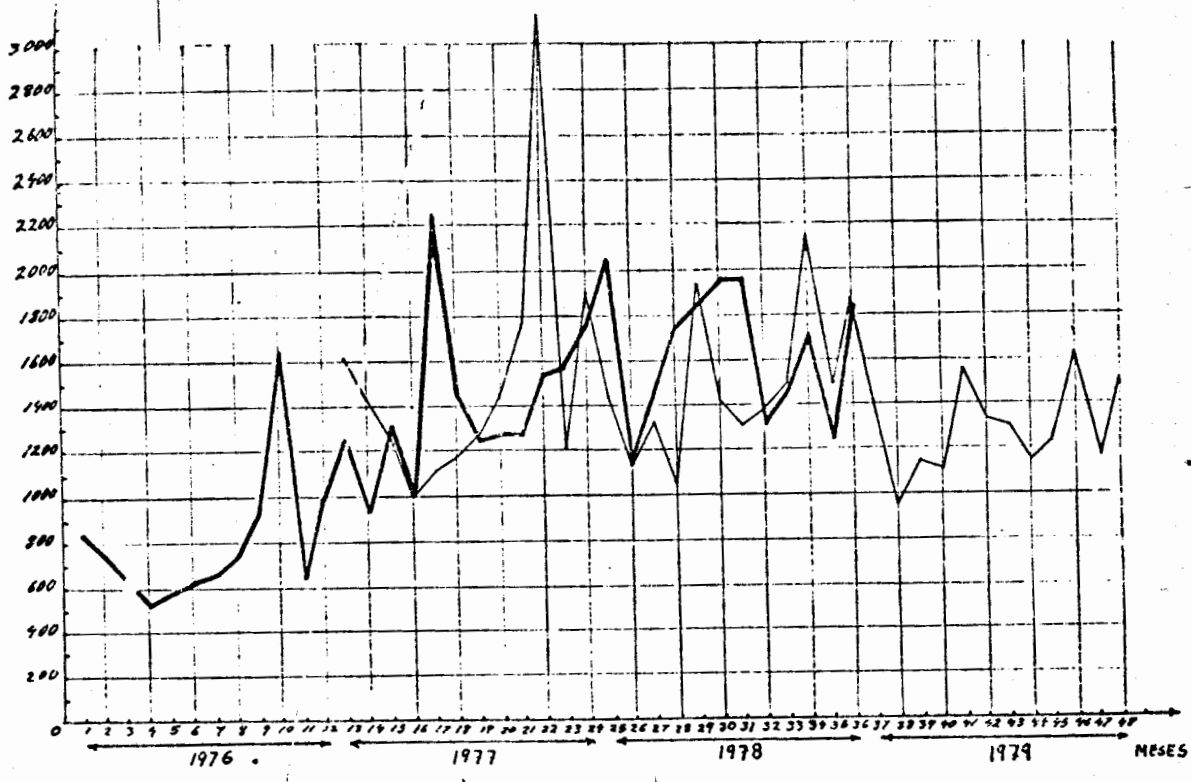
GRAFICA # 33
 PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE CINCO TERMINOS
 (PRONOSTICOS ANUALES)



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48

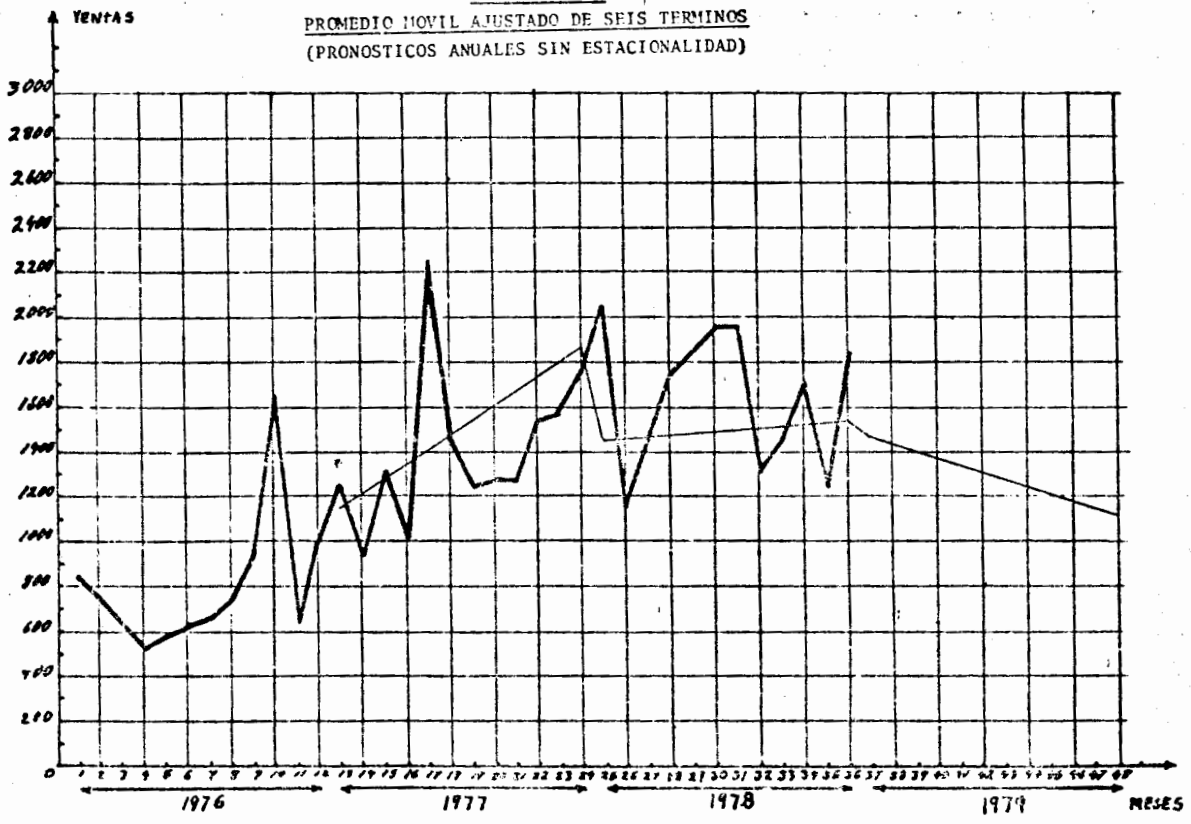
1976 1977 1978 1979 MESES

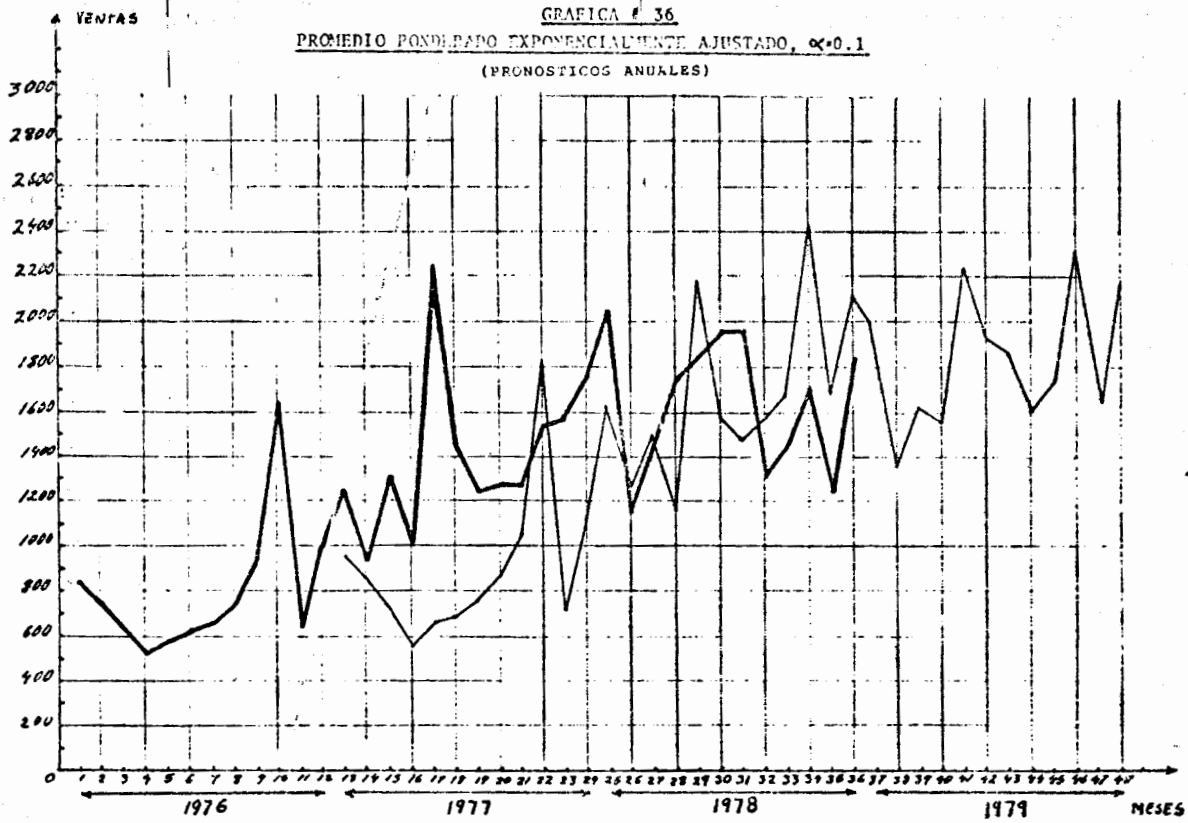
GRAFICA # 34
 PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE SEIS TERMINOS
 (PRONOSTICOS ANUALES CON ESTACIONALIDAD)



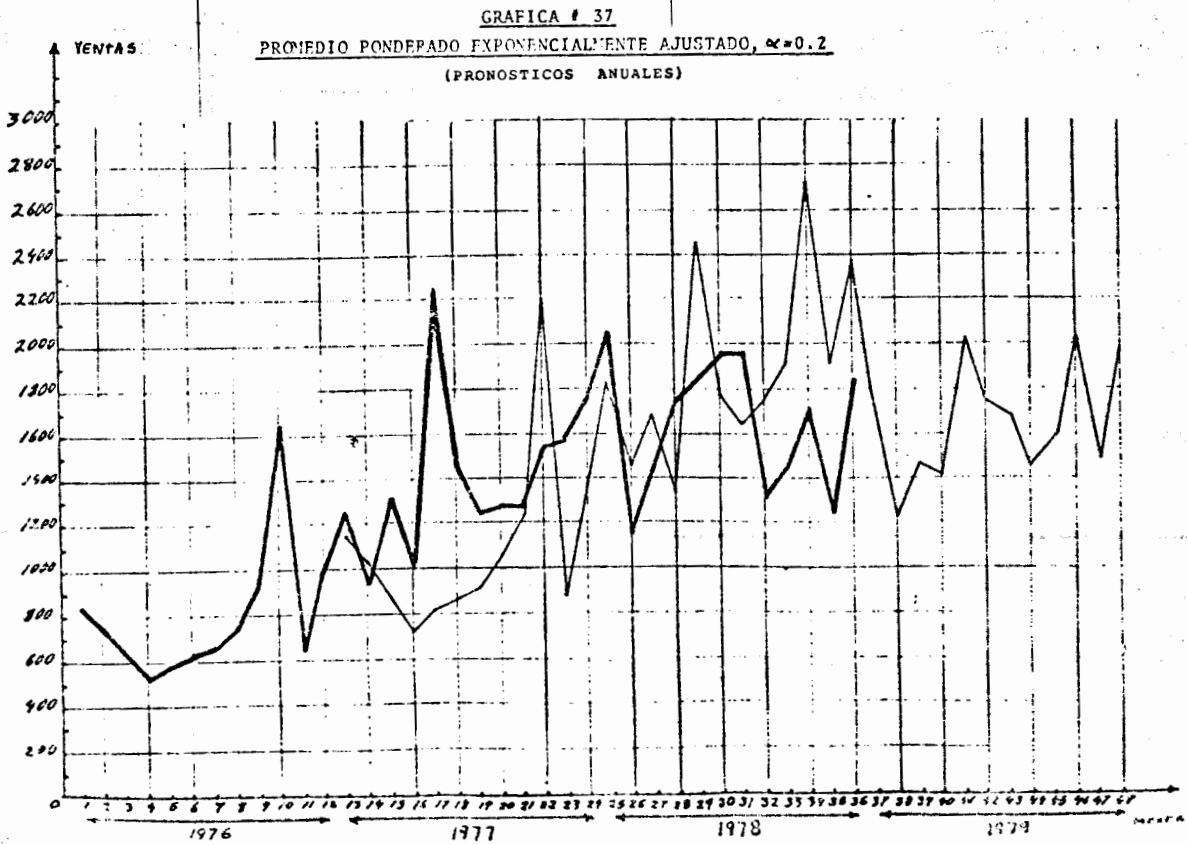
49

GRAFICA # 35
 PROMEDIO MOVIL AJUSTADO DE SEIS TERMINOS
 (PRONOSTICOS ANUALES SIN ESTACIONALIDAD)

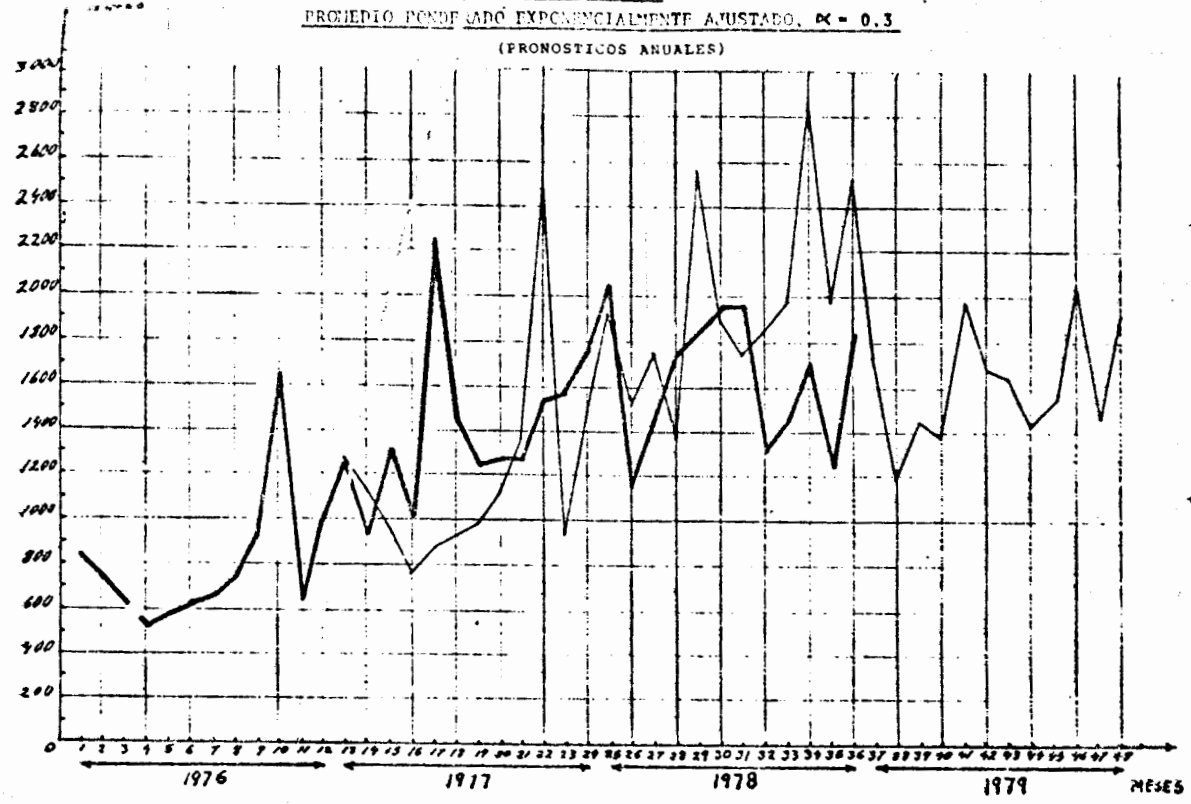




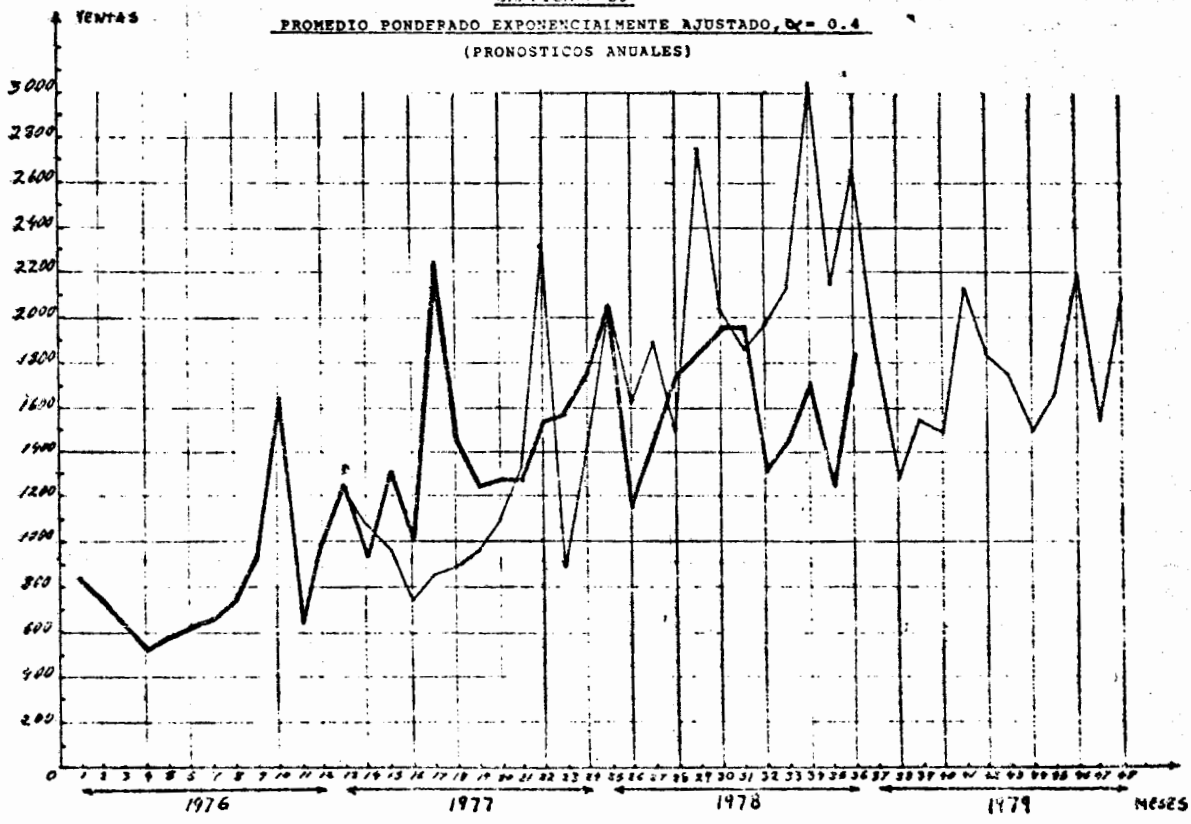
50



GRAFICA # 38
PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO, $\alpha = 0.3$
(PRONOSTICOS ANUALES)



GRAFICA # 39
PROMEDIO PONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO, $\alpha = 0.4$
(PRONOSTICOS ANUALES)



2.5. CONCLUSIONES

El procedimiento descrito en los incisos 2.3. y 2.4 fue aplicado a las ventas de otras 2 Empresas de la Ciudad de México. Llamemos a la Empresa del inciso 2.4 Empresa "A" y a las otras dos Empresas "B" y "C". En este inciso presentamos inicialmente los resultados que fueron obtenidos para estas 2 Empresas y después un resumen general de todo el análisis.

En los cuadros # 16 y # 17 presentamos los resultados correspondientes a los pronósticos mensuales y anuales de la Empresa B. En ambos casos el mejor método fue el del promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.1$ (véanse las gráficas # 40 y # 41).

En los cuadros # 18 y # 19 presentamos los resultados obtenidos para la Empresa C. El mejor método para los pronósticos mensuales fue el promedio móvil simple de dos términos (véase la gráfica # 42) y el mejor método para los pronósticos anuales fue la curva exponencial (véase la gráfica # 43)

En cuanto a la estacionalidad, es interesante observar que en el caso de la Empresa B los errores de los pronósticos anuales con estacionalidad fueron en promedio ligeramente menores que los errores de los pronósticos anuales sin estacionalidad (32.22% y 33.58%, cuadro # 17). Esto sugiere que para esta Empresa los pronósticos anuales deberán realizarse teniendo en cuenta la estacionalidad, aunque la diferencia no sea muy significativa. Sería conveniente en el futuro seguir pronosticando con y sin estacionalidad para establecer definitivamente cuál de las dos alternativas es la mejor. En lo que se refiere a la Empresa C, está bastante claro que los pronósticos anuales sin estacionalidad son mejores (cuadro # 19).

CUADRO # 16

EMPRESA "B"

PRONOSTICOS MENSUALES (RASHED)

MÉTODOS	EX
Ajuste de una línea recta	28.43
Recta progresiva	26.73
Ajuste de una curva exponencial	23.24
Curva exponencial progresiva	25.85 (4)
Ajuste de una curva de potencia	
Curva de potencia progresiva	
Promedio móvil simple, 1 término	33.60
Promedio móvil simple, 2 términos	32.98
Promedio móvil simple, 3 términos	29.90
Promedio móvil simple, 4 términos	26.94
Promedio móvil simple, 5 términos	26.01 (5)
Promedio móvil simple, 6 términos	27.14
Promedio móvil ajustado, 2 términos	48.00
Promedio móvil ajustado, 3 términos	44.68
Promedio móvil ajustado, 4 términos	36.74
Promedio móvil ajustado, 5 términos	30.58
Promedio móvil ajustado, 6 términos	30.58
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.1$	25.79 (3)
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.2$	24.88 (2)
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.3$	25.37
Prom. pond. exp., $\alpha = 0.4$	26.76
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.1$	24.47 (1)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.2$	27.50
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.3$	30.99
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha = 0.4$	34.22

CUADRO # 17

EMPRESA "B"

PRONOSTICOS ANUALES CON Y SIN ESTACIONALIDAD

METODOS	RASTREO (MENSUAL)	ANUAL SIN ESTAC.	ANUAL CON ESTAC.
Recta	27.16	31.10 (4)	29.85
Curva exponencial	26.18	34.58	28.00 (3)
Curva de potencia			
Prom. móv. ajust., 2T	46.54	>>>	>>>
Prom. móv. ajust., 3T	45.30	52.03	47.13
Prom. móv. ajust., 4T	36.34	31.19 (5)	29.58 (5)
Prom. móv. ajust., 5T	30.04	32.72	33.23
Prom. móv. ajust., 6T	30.20	34.86	34.42
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.1$	25.54	26.91 (1)	21.52 (1)
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.2$	28.24	27.72 (3)	28.50 (4)
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.3$	31.58	27.64 (2)	27.88 (2)
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.4$	34.88	37.03	36.11
	E%	33.58	32.22

CUADRO # 18

EMPRESA "C"

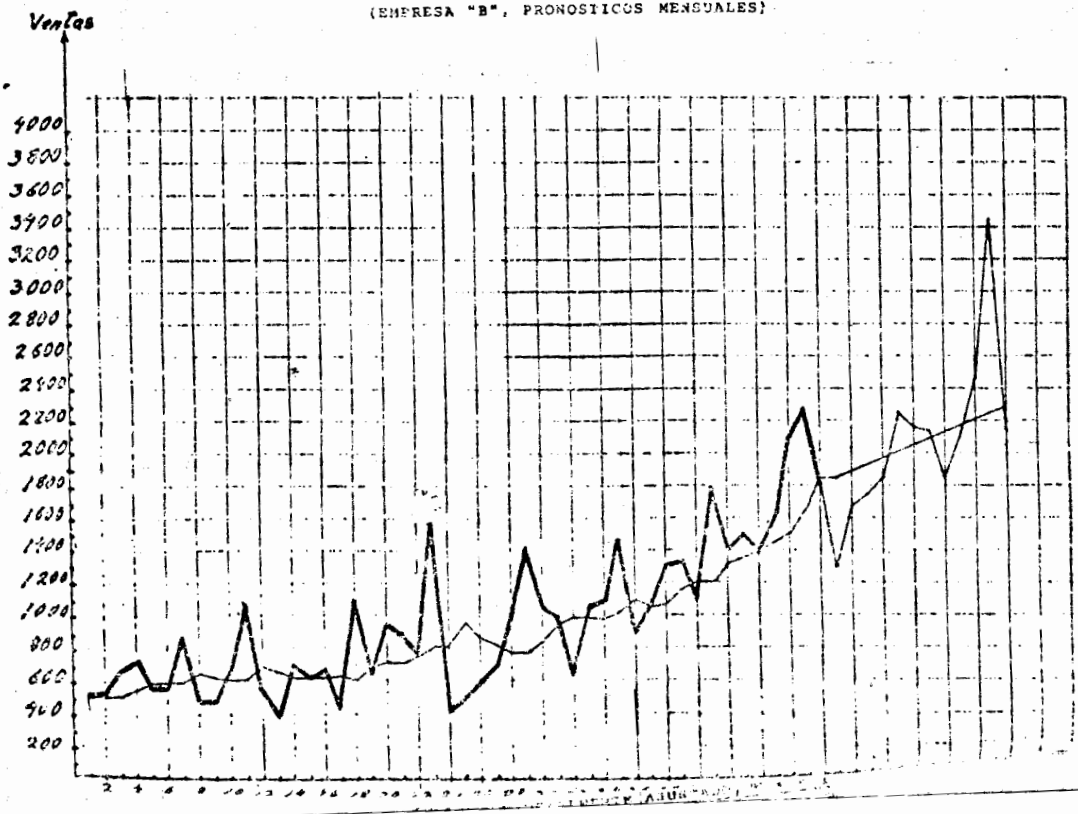
PRONOSTICOS MENSUALES (RASTREO)

METODOS	E%
Ajuste de una línea recta	16.28
Recta progresiva	19.35
Ajuste de una curva exponencial	15.14
Curva exponencial progresiva	19.92
Ajuste de una curva de potencia	
Curva de potencia progresiva	
Promedio móvil simple, 1 término	16.11
Promedio móvil simple, 2 términos	15.97 (1)
Promedio móvil simple, 3 términos	16.80
Promedio móvil simple, 4 términos	17.44
Promedio móvil simple, 5 términos	19.15
Promedio móvil simple, 6 términos	19.37
Promedio móvil ajustado, 2 términos	16.69
Promedio móvil ajustado, 3 términos	20.52
Promedio móvil ajustado, 4 términos	22.48
Promedio móvil ajustado, 5 términos	26.55
Promedio móvil ajustado, 6 términos	27.94
Prom. pond. exp., $\alpha=0.1$	18.43
Prom. pond. exp., $\alpha=0.2$	16.23 (5)
Prom. pond. exp., $\alpha=0.3$	15.69 (3)
Prom. pond. exp., $\alpha=0.4$	15.49 (2)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha=0.1$	16.08 (4)
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha=0.2$	16.82
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha=0.3$	17.52
Prom. pond. exp. ajustado, $\alpha=0.4$	17.49

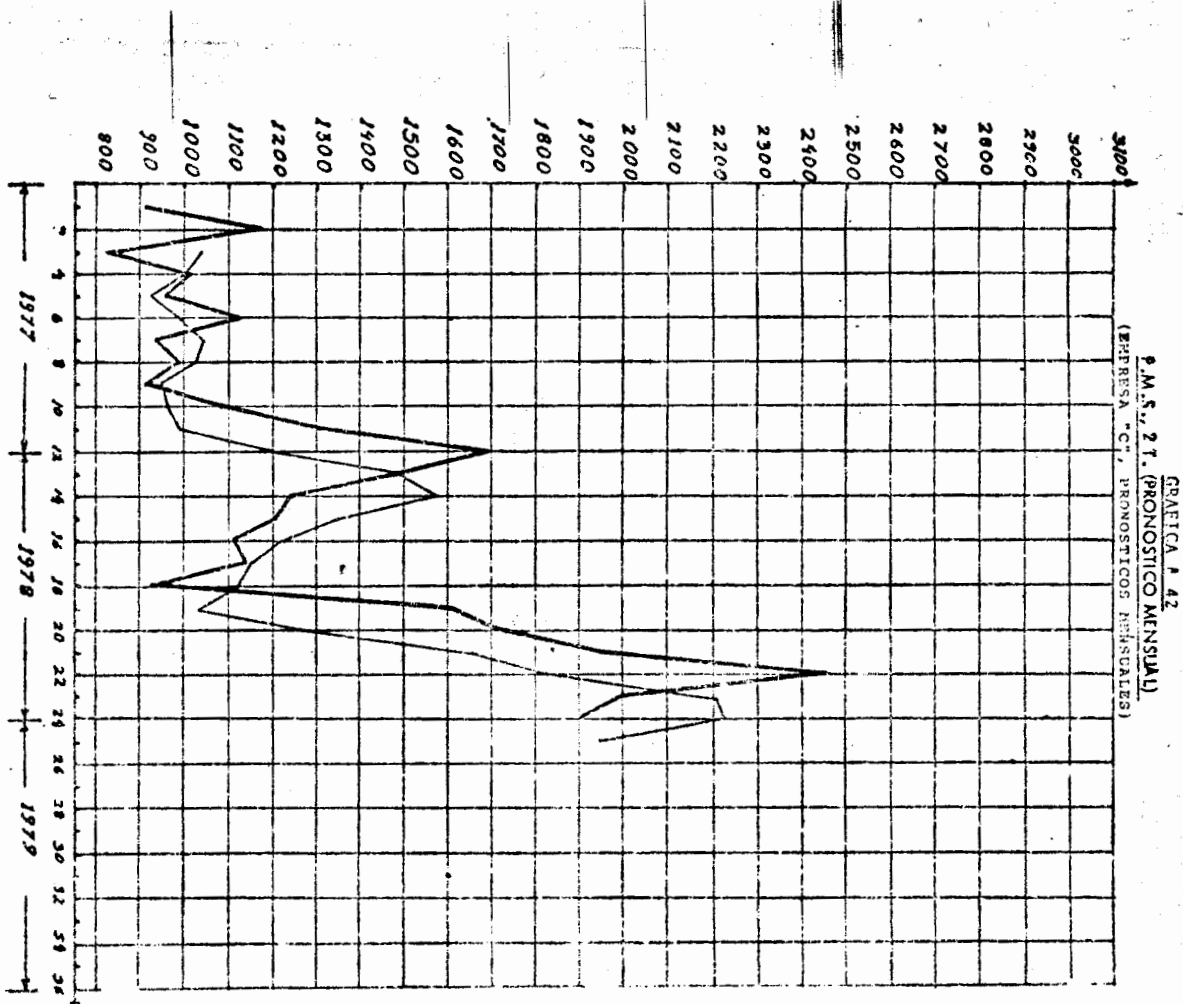
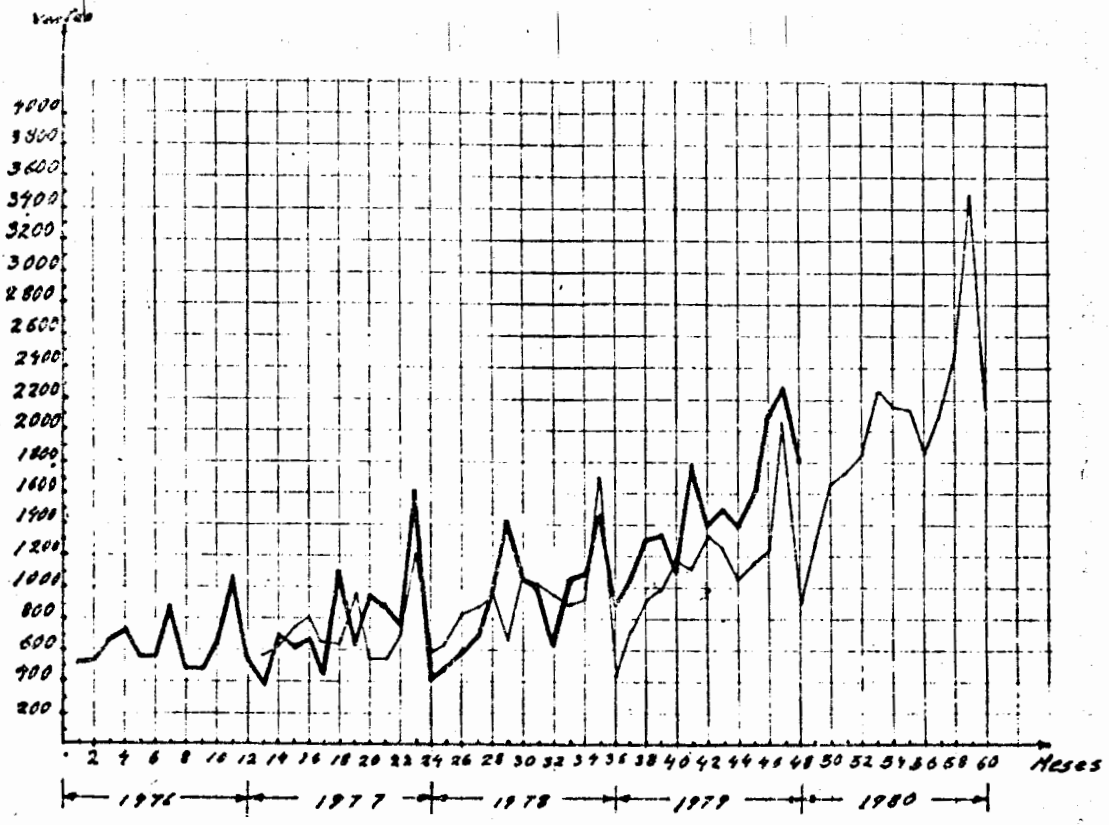
CUADRO # 19
 EMPRESA "C"
 PRONOSTICOS ANUALES CON Y SIN ESTACIONALIDAD

M E T O D O S	RASTREO (MENSUAL)	ANUAL SIN ESTAL.	ANUAL CON ESTAL.
Recta	19.15	19.56 (3)	26.05 (2)
Curva exponencial	20.32	18.47 (1)	31.59 (4)
Curva de potencia			
Prom. mv. ajust., 2T	20.86	134.04	142.00
Prom. mv. ajust., 3T	21.78	92.80	98.79
Prom. mv. ajust., 4T	24.87	45.49	59.80
Prom. mv. ajust., 5T	27.62	26.06	32.60 (5)
Prom. mv. ajust., 6T	27.52	21.92 (5)	26.36 (3)
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.1$	18.36	19.49 (2)	24.27 (1)
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.2$	19.18	20.14 (4)	36.30
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.3$	19.83	33.63	38.40
Prom. pond. exp. ajust., $\alpha=0.4$	19.21	55.53	59.07

GRÁFICA # 40
 PROMEDIO FONDERADO EXPONENCIALMENTE AJUSTADO, $\alpha = 0.1$
 (EMPRESA "B", PRONOSTICOS MENSUALES)

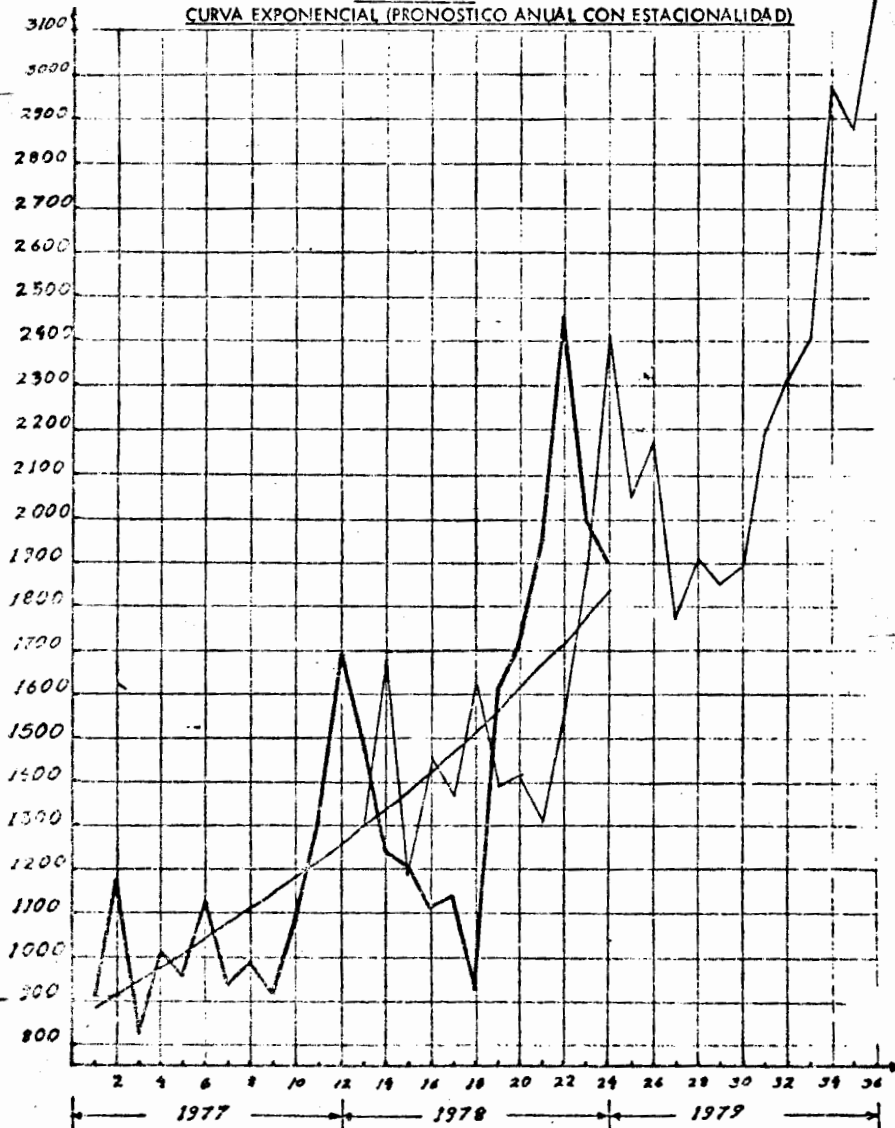


(EMPRESA "B", PRONOSTICOS ANUALES)



GRAFICA # 43
EMPRESA "C"

CURVA EXPONENCIAL (PRONOSTICO ANUAL CON ESTACIONALIDAD)



A continuación presentamos finalmente los cuadros # 20 y # 21 que son los resúmenes de los resultados obtenidos para las 3 Empresas.

Del cuadro # 20, que muestra los errores de los pronósticos mensuales, podemos sacar las siguientes conclusiones:

- El método del promedio ponderado exp. ajustado con $\alpha = 0.1$ fue el que en promedio produjo los mejores resultados. Después, en orden de importancia, estuvieron los métodos P.P.E. con $\alpha = 0.2$, P.P.E. con $\alpha = 0.3$, P.M.S., 5T y P.M.S., 6T. Obsérvese también que sólo los métodos P.P.E.A., $\alpha = 0.1$ y P.P.E., $\alpha = 0.3$ estuvieron entre los 5 primeros lugares en los 3 ejemplos.
- También es interesante observar que para las 3 Empresas la tasa de crecimiento y la dispersión respecto a la línea que mejor se ajusta son las siguientes:

EMPRESA	TASA DE CRECIMIENTO MENSUAL MEDIA	DISPERSION RESPECTO A LA LINEA QUE MEJOR SE AJUSTA
A	2.2%	19.0%
B	3.3%	23.2%
C	3.3%	15.1%

y que el P.M.S. con un número pequeño de términos (1, 2 y 3 términos) funciona bien cuando la tasa de crecimiento es grande y la dispersión no es muy grande, como en el caso de la Empresa C. Por otro lado, el promedio móvil con un número grande de términos (4, 5 y 6) funciona bien cuando la tasa de crecimiento es pequeña, independientemente de la dispersión, como en el caso de la Empresa A. Este razonamiento explica porque ningún número de términos produjo buenos resultados para la Empresa B, ya que ésta tiene gran tasa y gran dispersión.

- El promedio ponderado exponencialmente ajustado con un α mayor que 0.1 no produjo buenos resultados ya que en ninguno de

(*) Recuérdese, sin embargo, que puede ir bastante atrasado en relación a las ventas reales.

Los ejemplos estuvo entre los 5 mejores métodos. Sin embargo, considerando los resultados globales de las 3 Empresas, este método con una constante $\alpha = 0.2$ fue el 6^o colocado, lo que sugiere que con esta constante el método puede conducir a buenos resultados y que por lo tanto no deberá excluirse de la lista de los métodos a utilizarse.

- d) El método del ajuste de líneas (recta, curva exponencial y curva de potencia) no parece ser bueno para la elaboración de pronósticos mensuales, ya que en un solo ejemplo estuvo entre los 5 mejores métodos, siendo sin embargo precisamente el 5^o colocado en dicho ejemplo.
- e) Los promedios móviles ajustados son demasiado sensibles a los cambios bruscos de la demanda y no produjeron buenos pronósticos mensuales. Sin embargo, el método mejora mucho a la medida que aumenta el número de términos. Por ejemplo, para el caso de la Empresa A, el error del P.M.A., 6T fue de sólo 19.96%, mientras que el error del mejor método fue de 18.83%.

Véase ahora el cuadro # 21, que nos presenta un resumen de los errores obtenidos en la elaboración de pronósticos anuales con y sin estacionalidad para las 3 Empresas. Podemos sacar las siguientes conclusiones:

- a) Para cada Empresa el mejor método fue diferente, lo que muestra la importancia de la aplicación de la técnica de simulación para cada ejemplo específico.
- b) El mejor método en promedio fue el promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.2$, aunque la diferencia entre el error medio de éste y los errores medios del promedio ponderado exponencialmente ajustado con $\alpha = 0.1$ y de la recta, no fue muy significativa. Obsérvese también que el ajuste de líneas (recta, curva exponencial y curva de potencia) funciona muy

cho mejor que en el caso de los pronósticos mensuales (restros).

- c) Para la elaboración de pronósticos anuales no es conveniente usar un promedio móvil ajustado con menos de 5 términos y un promedio 6 términos resultó mejor que 5 términos. Obviamente, también se podrá usar promedios con más de 6 términos y cualquiera de ellos podrá resultar el mejor en un ejemplo específico.
- d) Los valores $\alpha = 0.1$ y $\alpha = 0.2$ son mucho mejores que los valores $\alpha = 0.3$ y $\alpha = 0.4$, probablemente porque estos últimos dan demasiada importancia a las últimas demandas y extrapolan tendencias no representativas de la tendencia general de las ventas. Lo mismo ocurre con el promedio móvil ajustado con un número de términos pequeño.

Podemos ahora hacer un resumen de todas las conclusiones que hemos sacado en lo que se refiere a la elaboración de pronósticos mensuales y anuales:

- a) Para cada Empresa el mejor método de pronósticos es diferente, lo que demuestra la importancia de la aplicación de la técnica de simulación.
- b) Los métodos P.P.F.A., $\alpha = 0.1$, P.P.E., $\alpha = 0.2$ y P.P.E., $\alpha = 0.3$ son muy buenos para los pronósticos mensuales.
- c) El promedio móvil simple con un número de términos pequeño (1, 2 ó 3) produce buenos pronósticos mensuales cuando la tasa de crecimiento es grande y la dispersión es pequeña.
- d) El promedio móvil simple con un número de términos mayor que 3 produce buenos pronósticos mensuales sólo cuando la tasa de crecimiento es pequeña o los incrementos mensuales son decrecientes.
- e) El método P.P.E.A. con un valor de " α " mayor que 0.2 no produce buenos pronósticos mensuales.

f) El promedio móvil ajustado no produce buenos pronósticos mensuales, principalmente cuando el número de términos es pequeño (1, 2 ó 3).

g) El método del ajuste de líneas (recta, curva exponencial y curva de potencia) no produce buenos pronósticos mensuales. Sin embargo funcionan mucho mejor para la elaboración de pronósticos anuales. Si utilizamos para cada caso específico la línea que mejor se ajusta a los datos, seguramente obtendremos buenos pronósticos anuales. Es importante probar el ajuste DE LOS TRES TIPOS DE LINEAS.

h) Los métodos P.P.E.A., $\alpha = 0.1$ y P.P.E.A., $\alpha = 0.2$ son los mejores métodos para la elaboración de pronósticos anuales. Por otro lado, los métodos P.P.E.A., $\alpha = 0.3$ y P.P.E.A., $\alpha = 0.4$ no producen buenos resultados. Si aumentamos el valor de " α " todavía más, seguramente los resultados serán peores.

i) Para la elaboración de pronósticos anuales, no se debe usar un promedio móvil ajustado con un número de términos menor que 5.

j) La técnica de simulación es particularmente útil para determinar la conveniencia de considerar o no la estacionalidad de los datos.

CUADRO # 20

RESUMEN DE LOS PRONOSTICOS MENSUALES
DE LAS EMPRESAS A, B Y C

METODOS	EMPRESA "A"	EMPRESA "B"	EMPRESA "C"	Ex
Recta	20.31	28.43	16.28	21.67
Recta prog.	21.23	26.73	19.35	22.40 (9)
Curva exp.	19.98	23.24	15.14	19.45
Curva exp. prog.	23.08	25.83 (5)	19.99	22.97
Curva pot.	21.37			
Curva pot. prog.	19.75			
P.M.S., 1T	25.73	33.80	16.11 (5)	25.21
P.M.S., 2T	23.12	32.98	15.07 (1)	23.72
P.M.S., 3T	21.69	29.90	16.60	22.73
P.M.S., 4T	21.49	26.94	17.44	21.96 (7)
P.M.S., 5T	19.51 (4)	26.07	19.15	21.58 (4)
P.M.S., 6T	18.83 (1)	27.14	19.37	21.78 (5)
P.M.A., 2T	35.24	48.00	16.69	33.31
P.M.A., 3T	29.81	44.68	20.52	31.57
P.M.A., 4T	31.50	36.24	22.48	30.07
P.M.A., 5T	26.78	30.58	26.56	27.97
P.M.A., 6T	19.96	30.58	27.94	26.16
P.P.E., $\alpha = 0.1$	22.30	25.79 (4)	18.43	22.17 (8)
P.P.E., $\alpha = 0.2$	19.37 (2)	24.83 (2)	16.23	20.17 (2)
P.P.E., $\alpha = 0.3$	19.65 (5)	25.37 (3)	15.65 (2)	20.24 (3)
P.P.E., $\alpha = 0.4$	25.04	26.76	15.59 (3)	22.60(10)
P.P.E.A., $\alpha = 0.1$	19.47 (3)	24.47 (1)	16.00 (4)	19.98 (1)
P.P.E.A., $\alpha = 0.2$	21.10	27.60	16.82	21.84 (6)
P.P.E.A., $\alpha = 0.3$	23.04	30.99	17.52	23.85
P.P.E.A., $\alpha = 0.4$	25.04	34.22	17.49	25.58

CUADRO # 21

RESUMEN DE LOS PROYECTOS ANUALES
DE LAS EMPRESAS A, B Y C

METODOS	EMPRESA "A"		EMPRESA "B"		EMPRESA "C"		ES
	SIN EST.	CON EST.	SIN EST.	CON EST.	SIN EST.	CON EST.	
Recta	20.20(2)	28.33(3)	31.10(4)	29.65	19.56(3)	26.05(2)	25.85(1)
Curva exp.	31.77	36.43	34.56	28.00(3)	23.47(1)	31.50(5)	30.13
Curva de pjt.							
P.M.A., 2'	^	^	^	^	^	^	^
P.M.A., 3T	46.20	47.65	52.03	47.13	92.30	98.79	64.10
P.M.A., 4T	34.04	38.18	31.10(5)	29.58(5)	45.49	50.80	38.21
P.M.A., 5T	22.25(4)	27.57(2)	32.72	33.23	26.06	32.60	29.07(5)
P.M.A., $\alpha=0.1$	18.61(1)	23.25(1)	34.86	34.42	21.92(5)	25.36(1)	26.57(4)
P.P.E.A., $\alpha=0.1$	23.69	29.29	26.91(1)	27.52(1)	19.49(2)	24.27(1)	25.70(2)
P.P.E.A., $\alpha=0.2$	20.71(3)	26.83(4)	27.72(3)	28.50(4)	20.74(4)	26.30(3)	25.37(1)
P.P.E.A., $\alpha=0.3$	22.39(5)	29.32(5)	27.64(2)	27.88(2)	33.53	38.40	29.88
P.P.E.A., $\alpha=0.4$	28.15	32.35	37.03	36.11	55.53	59.07	41.37

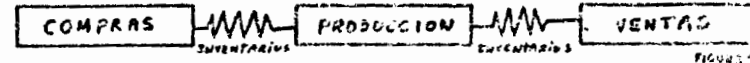
III- INVENTARIOS

3.1. Introducción

La función básica de los inventarios, sean éstos de materias primas, material semi-procesado o productos terminados, es mantener relativamente independientes las siguientes actividades:

- Compra de materias primas
- Producción
- Ventas

Los inventarios actúan como resortes según se muestra a continuación:



Como se puede observar, los inventarios de materias primas son necesarios para separar "Producción" de "Compras" y los inventarios de productos terminados sirven para separar "Producción" de "Ventas".

Otro tipo de inventario es el de material semi-procesado. Este podrá ser de dos tipos:

- Es el inventario inevitable, que resulta del hecho que la fabricación de cualquier producto tarda un dado número de unidades de tiempo (horas, días, meses, etc) y durante este tiempo el material estará almacenado en la planta y pasando por las diversas etapas del proceso productivo.
- Es el inventario de piezas o material semi-procesado que muchas veces es conveniente fabricar y almacenar en pequeños almacenes (separados o no del almacén principal) o entre los puestos de trabajo (por ejemplo en las líneas de producción) para que el flujo de materiales no sufra nunca problemas de continuidad. Estos inventarios son particularmente útiles:

- Cuando no es económico fabricar ciertas piezas cada vez que se produce un dado producto.
- Cuando una misma pieza es utilizada en la fabricación de varios productos diferentes.
- Para eliminar problemas debido a la variación de la duración de las operaciones en las líneas de producción o de ensamble.

Los costos que generalmente son considerados en el estudio de los inventarios son los siguientes:

a) Costos de preparación

Estos son los costos de preparación de las máquinas para la fabricación de un dado lote de productos o los costos de "preparación" de los pedidos de compra de materiales.

El costo de preparación de las máquinas no depende del número de productos del lote de fabricación, y, análogamente, el costo de preparación de un pedido de compra de materiales no depende del número de productos a comprar o del tamaño del pedido. En otras palabras, los costos totales de preparación de las máquinas y de los pedidos (durante un dado período) son proporcionales al número de lotes producidos y al número de pedidos realizados, respectivamente.

Generalmente no es fácil calcular estos costos fijos por lote de fabricación o por pedido. En lo que se refiere al costo de preparación de los

pedidos (también llamados costos de requisición), es importante señalar que no se debe simplemente dividir el costo total de la "sección de preparación de pedidos" (correspondiente a un dado período) entre el número de pedidos preparados en este mismo período, puesto que gran parte de los costos de dicha "sección" no dependen del número de pedidos realizados, sino que son fijos por período. Por lo tanto, hemos que tener mucho cuidado para identificar aquellos costos en los cuales se incurren únicamente cuando se lleva a cabo la preparación de un nuevo pedido.

Algunos costos relativos a la realización de un pedido son los siguientes:

- a) Costo de la realización del pedido propiamente dicho.
- b) Costo para seguir los trámites necesarios hasta que el mismo llegue al cliente.
- c) Costo relacionado con la entrega de los materiales (transporte, trámites de entrega, inspección, etc)
- d) Costo relacionado con el transporte del material recibido hasta los almacenes de la empresa.
- e) Etc.

Vale la pena señalar que, dependiendo del caso, algunos de estos costos pueden ser fijos o variables según el tamaño del pedido. Por ejemplo, el costo de inspección podrá ser proporcional al número de productos o unidades del pedido.

En lo que se refiere a los costos de preparación de las máquinas, más o menos los mismos tipos de problemas existen, es decir, no es fácil identificar los elementos de costos que únicamente dependen del número de lotes fabricados en un dado período. Vale la pena resaltar que no solamente los costos de la preparación propiamente dicha varían según el número de lotes fabricados. Por ejemplo, si el número de lotes es grande, la planeación y el control de la producción serán generalmente más complejos y consecuentemente parte de los costos correspondientes a esta actividad dependerá del número de lotes fabricados. Sin embargo no es fácil determinar que porcentaje de éstos depende del número de lotes y que porcentaje es fijo por período. (*)

b) Costos de producción

Estos deben incluir los costos de todas las etapas del proceso productivo, desde la recepción de materias primas hasta la introducción del producto en el almacén de productos terminados. En otras palabras, estos costos representan la inversión total de capital para la producción de una unidad (materias primas, mano de obra directa e indirecta, planeación y control de la producción, etc).

c) Costos de almacenamiento

Estos costos incluyen los costos en que se incurren en los almacenes poseyendo dichos y que generalmente dependen del número de productos almacenados. Ejemplos:

- Sueldos y salarios del personal que controle los inventarios (vale la pena señalar que estos costos pueden ser fijos por período).
- Seguros, robos, obsolescencia y depreciación.
- Luz, calefacción o refrigeración
- Realización de inventarios.

La mayoría de estos costos son proporcionales al nivel de los inventa

(*) Como ejemplo del cálculo de C_p , véase el Anexo II.

rios. Sin embargo, como hemos dicho anteriormente, los costos de sueldos y salarios pueden tener poca relación con el nivel de los inventarios y hasta pueden ser proporcionales al número de pedidos de materiales recibidos en el almacén. En estos casos estos costos podrían ser considerados como parte de los costos de preparación.

Los costos de almacenamiento que realmente son proporcionales al nivel del inventario; generalmente los expresamos como un porcentaje del valor del inventario. Por ejemplo, podemos decir que el costo de almacenamiento representa un 5% al año del valor medio mantenido en inventario.

d) Costo del capital

Este corresponde al costo del capital invertido en los inventarios. En la mayoría de los casos consideramos que el costo del capital es igual a su rentabilidad si éste fuera invertido en otras actividades. Este costo nunca deberá ser inferior a los intereses anuales ofrecidos por bancos y financieras.

Obviamente, el costo del capital también es proporcional al nivel del inventario, ya que cuanto mayor sea el inventario, mayor será el monto que estamos dejando de ganar por no haber invertido ese dinero en otro tipo de actividad. El costo del capital también se expresa como un porcentaje al año (por ejemplo, 19.5% al año) y si sumamos este porcentaje al porcentaje correspondiente al costo de almacenamiento, obtendremos un porcentaje total "F" que llamamos costo de mantener el inventario. El costo de mantener también puede expresarse en pesos por unidad por año (\$/unid. año) y para obtenerlo sólo tenemos que multiplicar el porcentaje "F" por el precio o valor de una unidad del artículo o pieza que se está considerando. Para el costo de mantener expresado en términos de \$/unid. año utilizaremos la abreviación "C_m". Como ejemplo del cálculo de C_m, véase el Anexo II.

e) Costo del faltante

Es el costo relativo a la falta de materias primas o productos terminados cuando éstos son solicitados por el Depto. de Producción o por los clientes, respectivamente. En lo que se refiere a la falta de materias primas, esto podrá causar el paro de una línea de producción o ensamble, o podrá obligar al Depto. de Producción a la no utilización de las secuencias más adecuadas de fabricación.

En cuanto al costo de la falta de productos terminados, éste deberá incluir los costos correspondientes a las ventas perdidas por la Empresa debido a la no existencia en el inventario del producto solicitado por el cliente.

3.2. INVENTARIOS DE MATERIAS PRIMAS

3.2.1. Introducción

En lo que se refiere a los inventarios de materias primas, el problema básico a resolver es el siguiente:

- Cuándo comprar la materia prima
- Qué cantidad comprar

de tal manera que la suma de los costos correspondientes a la compra de la materia prima y a los inventarios resultantes sea mínima. Si por un lado es conveniente tener grandes cantidades de materias primas para no correr el riesgo de que éstas se agoten, por otro lado esta política conduce a un aumento excesivo de los costos relativos al capital invertido en los inventarios y de los costos de almacenamiento. También se podrá pensar en un número mayor de pedidos menores para mantener siempre los almacenes con las materias primas requeridas, pero con un nivel de inventarios más reducido, ya que los pedidos serían frecuentes pero pequeños. El resultado de esta última política sería la disminución de los costos de mantener el inventario y el aumento de los costos de preparación de los pedidos.

Por lo tanto, existe un número óptimo de pedidos y consecuentemente un tiempo óptimo, que conducirá a una minimización de la suma de todos esos costos.

Podríamos representar gráficamente las dos políticas de compra analizadas como se muestra a continuación:

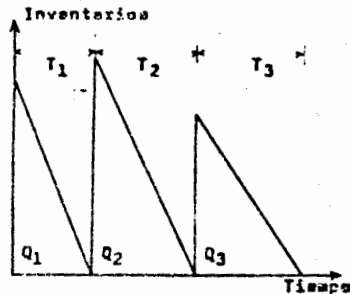


FIGURA 2

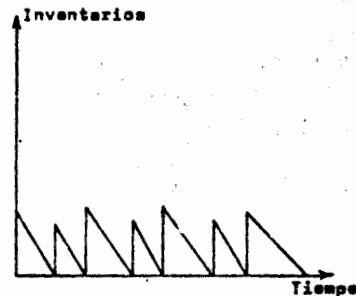


FIGURA 3

Es de señalar que las cantidades pedidas no tienen que ser iguales, es decir, $Q_1 \neq Q_2 \neq \dots \neq Q_n$ y que los períodos de agotamiento pueden no ser iguales, es decir, $T_1 \neq T_2 \neq \dots \neq T_n$. Además la tasa de demanda puede ser variable.

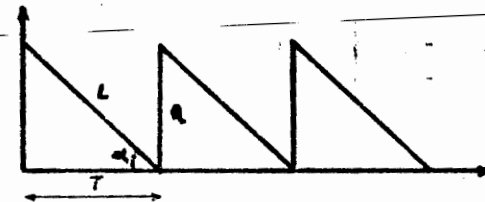
3.2.2. Modelo clásico

Para analizar el problema de los inventarios es conveniente empezar con algunos modelos teóricos sencillos, en los cuales podrán ser incluidos posteriormente otras variables.

El modelo más elemental requiere las siguientes suposiciones:

- a) La rapidez con que se agota la materia prima (tasa de demanda) es conocida, es decir, se conoce el grado α de la línea "L" (ver Figura 4).
- b) Los pedidos serán siempre de una misma cantidad "Q". Por lo tanto, el tiempo "T" durante el cual se agota la materia prima, será siempre el mismo (ver figura 4).
- c) El nuevo pedido de materias primas llegará exactamente cuando el inventario de éstas se agote (ver Figura 4). Por lo tanto, se supondrá que nunca habrá faltas de materias primas.

FIGURA 4



- d) El costo de preparación de los pedidos será considerado constante. En otras palabras, el costo total de un dado período será proporcional al número de pedidos realizados.
- e) Los costos de almacenamiento y el costo del capital invertido en los inventarios, serán proporcionales al nivel de éstos. La suma del costo de almacenamiento y del costo del capital será llamada costo de mantener.

Con base en estas suposiciones podemos ahora diseñar nuestro primer modelo para estudiar el problema de la optimización de los inventarios.

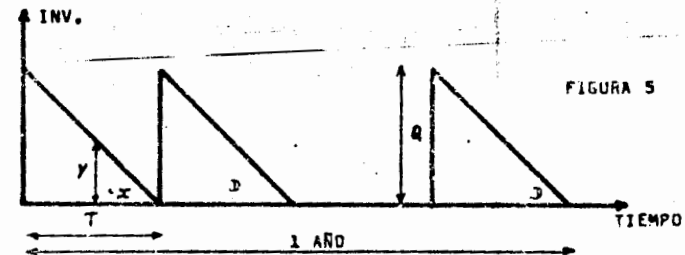


FIGURA 5

En los modelos de inventarios que estudiaremos utilizaremos siempre la siguiente notación:

- CTI Costo total incremental.
- CTI_o Costo total incremental óptimo (mínimo).
- Q Tamaño del lote o pedido.
- Q_o Cantidad óptima del pedido o del lote.
- D Demanda anual o tasa anual de demanda.
- C_m Costo del inventario por unidad por año (costo de mantener).
- C_p Costo de preparación por pedido.
- Q_r Punto de reorden.
- T_e Tiempo de entrega.
- I_c Inventario de protección o de contingencia.
- I Nivel del inventario.
- d Tasa de demanda

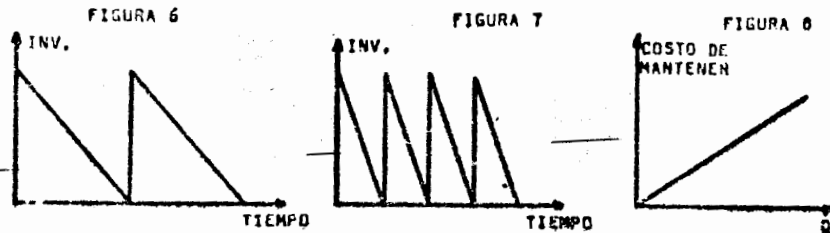
Considerando nuestro primer modelo, determinemos inicialmente el inventario medio durante el período "T", el cual también será el inventario medio anual:

$$y/x = Q/T \Rightarrow y = x \cdot Q/T$$

$$\int_0^T x \cdot \frac{Q}{T} \cdot dx = \left[\frac{Q}{T} \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^T = \frac{Q \cdot T^2}{2T} = \frac{Q \cdot T}{2} = \frac{Q}{2}$$

Es importante observar que el inventario medio anual no depende de la tasa de demanda, o sea, de "D" y es siempre igual a Q/2. Por ejemplo, en los casos de las figuras 6 y 7, el inventario medio anual es el mismo. Sin embargo, los costos de preparación de un período dado serían mayores en el caso de la figura 7.

Puesto que el costo de mantener es directamente proporcional al nivel de éste, su representación gráfica será como se indica en la figura 8:



Y el costo anual de mantener será:

$$C_m \cdot \frac{Q}{2}$$

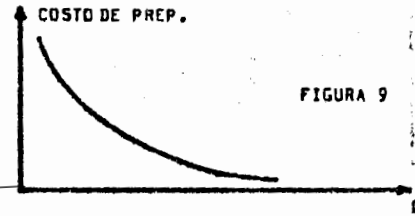
El número de pedidos por año puede ser calculado como sigue:

$$N = \frac{D}{Q}$$

Y por lo tanto, si C_p es el costo de preparación de cada pedido, el costo anual de preparación será:

$$C_p \cdot \frac{D}{Q}$$

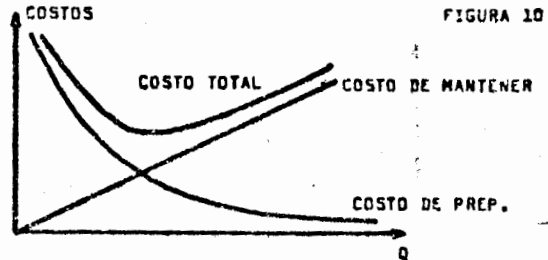
La representación gráfica del costo anual de preparación según la cantidad del pedido "Q" es la siguiente:



Finalmente el costo total anual incremental será:

$$CTI = \frac{C_m \cdot Q}{2} + \frac{C_p \cdot D}{Q} \dots \dots \dots (1)$$

Y la representación gráfica de la variación del costo total incremental anual según el tamaño del pedido será:



El tamaño de pedido Q_o que conduzca a un costo total incremental mínimo puede entonces ser obtenido a través de una simple derivación:

$$\frac{d(CTI)}{dQ} = \frac{C_m}{2} - \frac{C_p \cdot D}{Q^2}$$

Igualando a cero tenemos:

$$\frac{C_m}{2} - \frac{C_p \cdot D}{Q_0^2} = 0$$

Y por lo tanto:

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m}$$

El costo incremental mínimo anual puede entonces ser calculado substituyendo el valor de Q_0 en la ecuación (1):

$$\begin{aligned} CTI_0 &= C_m \cdot \frac{Q_0}{2} + \frac{D}{Q_0} \cdot C_p \\ &= C_m \cdot 1/2 \cdot \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} + D \cdot C_p \cdot \sqrt{C_m / 2 \cdot C_p \cdot D} \\ &= \sqrt{\frac{C_m^2 \cdot 2 \cdot C_p \cdot D}{4 \cdot C_m}} + \sqrt{\frac{D^2 \cdot C_p^2 \cdot C_m}{2 \cdot C_p \cdot D}} \\ &= \sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} + \sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} = 2\sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{4 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el costo incremental mínimo anual (CTI_0) es:

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D}$$

El número óptimo de pedidos será:

$$N_0 = \frac{D}{Q_0}$$

Finalmente, el tiempo de agotamiento de la cantidad Q_0 será:

$$T_0 = \frac{Q_0}{D} = \frac{1}{N_0} \text{ años.}$$

Ahora un ejemplo numérico:

$$\begin{aligned} D &= 250 \text{ unidades por año.} & C_p &= \$ 10 \text{ por pedido.} \\ C_m &= \$ 0.5 \text{ por unidad por año.} \end{aligned}$$

El tamaño óptimo del pedido será:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 250}{0.5}} = \sqrt{10,000} = 100 \text{ unidades.}$$

El costo mínimo anual, el número óptimo de pedidos y el tiempo de agotamiento son, respectivamente:

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.5 \cdot 250} = \$ 50 \text{ (por año)}$$

$$N_0 = 250 / 100 = 2.5 \text{ pedidos por año.}$$

$$T_0 = 1 / 2.5 = 0.4 \text{ años} = 146 \text{ días (tiempo entre dos pedidos consecutivos)}$$

3.2.3. Modelo con faltantes

En este segundo modelo vamos a suponer que el pedido de materias primas llega a la empresa " T_2 " unidades de tiempo después que el inventario se agota y que el costo del faltante es C_f por producto y por unidad de tiempo. En otras palabras, si hay un "inventario negativo" de " n " unidades durante un período de tiempo " T_2 ", el costo del faltante correspondiente será:

$$C_f \cdot n \cdot T_2$$

La representación gráfica del segundo modelo es la siguiente:

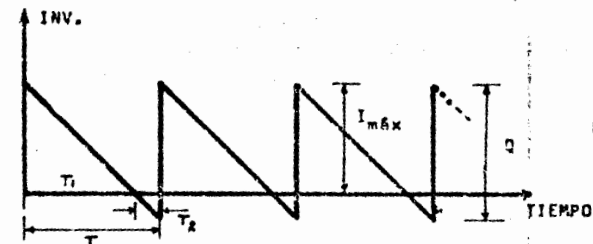


FIGURA 11

Durante el período T_1 el costo de mantener será:

$$C_m \cdot I_{m\acute{a}x} \cdot T_1 / 2 = C_m \cdot I_{m\acute{a}x}^2 / 2 \cdot D$$

ya que $T_1 = I_{m\acute{a}x} / D$.

El inventario negativo medio será $(Q - I_{m\acute{a}x}) / 2$ y por lo tanto el costo del faltante durante el período T_2 será:

$$C_f \cdot T_2 \cdot (Q - I_{m\acute{a}x}) / 2 = C_f \cdot (Q - I_{m\acute{a}x})^2 / 2 \cdot D$$

$$\text{puesto que } T_2 = \frac{Q - I_{m\acute{a}x}}{D}$$

Por lo tanto, el costo correspondiente a un ciclo $T = T_2 + T_1$ será:

$$C_p + C_m \frac{I_{m\acute{a}x}^2}{2D} + C_f \frac{(Q - I_{m\acute{a}x})^2}{2D}$$

Y finalmente el costo incremental total anual será obtenido multiplicándose el costo correspondiente al período T (un ciclo) por el número de ciclos en el año (igual a D/Q):

$$CTI = C_p \frac{D}{Q} + C_m \frac{I_{m\acute{a}x}^2}{2Q} + C_f \frac{(Q - I_{m\acute{a}x})^2}{2Q}$$

Los valores de " $I_{m\acute{a}x}$ " y " Q " que conducen a costos mínimos incrementales anuales pueden entonces ser obtenidos mediante el cálculo de las derivadas parciales en relación a estas dos variables. Esta derivación conducirá al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial(CTI)}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{\partial(CTI)}{\partial I_{m\acute{a}x}} = 0$$

de donde se sacan los siguientes valores óptimos:

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} \sqrt{\frac{C_f + C_m}{C_f}}$$

$$I_{m\acute{a}x}_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} \sqrt{\frac{C_f}{C_f + C_m}}$$

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D} \sqrt{\frac{C_f}{C_f + C_m}}$$

Vale la pena observar que si $C_f \rightarrow \infty$ el término $(C_f + C_m) / C_f$ tiende a 1 y por lo tanto la ecuación se queda idéntica a la del primer modelo. En otras palabras, no admitir la falta de materias primas es la misma cosa que considerar el costo del faltante igual a infinito.

Por otro lado, si el costo del faltante es cero, Q_0 es infinito y $I_{m\acute{a}x}_0 = 0$ y esto quiere decir que los pedidos de materias deberían ser siempre regulados después de requeridos por el Depto. de Producción. Sería el caso, por ejemplo, de pedidos de materias primas que serían siempre diferentes de los anteriores y por lo tanto sería imposible mantener inventarios de éstas.

A continuación presentamos un ejemplo numérico de este segundo modelo:

$C_f = \$ 1,00$ por unidad por año.

$C_p = \$ 10,00$

$D = 250$ unidades por año.

$C_m = \$ 0,50$ por unidad por año.

$$Q_0 = 100 \sqrt{\frac{0,50 + 1,00}{1,00}} = 122,5 \text{ unidades}$$

$$CTI_0 = 50 \sqrt{\frac{1,00}{0,50 + 1,00}} = \$ 40,83 \text{ por año}$$

$$I_{m\acute{a}x}_0 = 100 \sqrt{\frac{1,00}{0,50 + 1,00}} = 81,65 \text{ unidades}$$

3.2.4. Modelo con descuentos por cantidad

Cuando el precio de la materia prima cambia según la cantidad comprada, el método para la determinación de la cantidad óptima Q_0 es un poco más laborioso pero no es complejo. Veamos un ejemplo en el cual el costo de la materia prima es K_1 si la cantidad comprada es menor o igual a " B " y K_2 si la cantidad comprada es mayor que " B ".

En estos casos tenemos que utilizar otra fórmula para el cálculo del costo total anual en función de la cantidad de cada pedido. Esta fórmula incluye el costo de la materia prima y es la siguiente:

$$CTI = C_p \frac{D}{Q} + K \cdot B + K \frac{Q}{2} \cdot F_m$$

donde,

K = costo unitario o precio del artículo

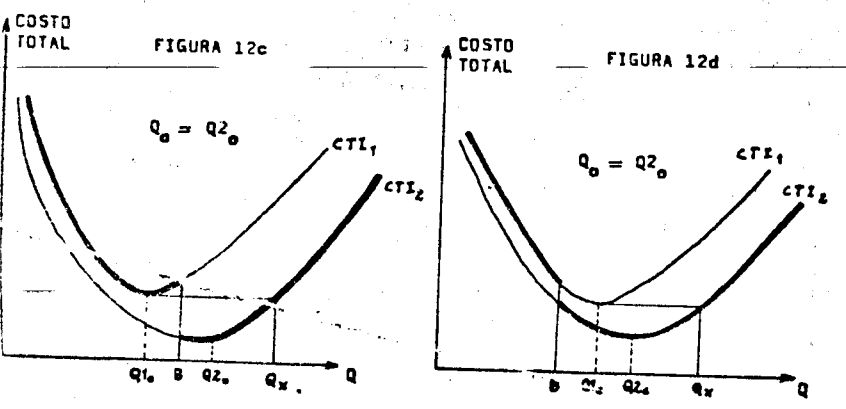
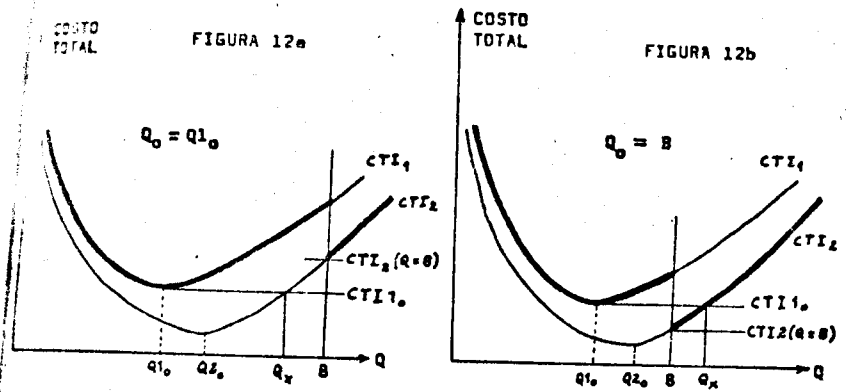
F_m = costo de mantener el inventario como una fracción del valor del mismo

Siguiendo el procedimiento anterior, diferenciamos la ecuación del costo total respecto a " Q " y se iguala el resultado a cero. Se obtienen las siguientes fórmulas:

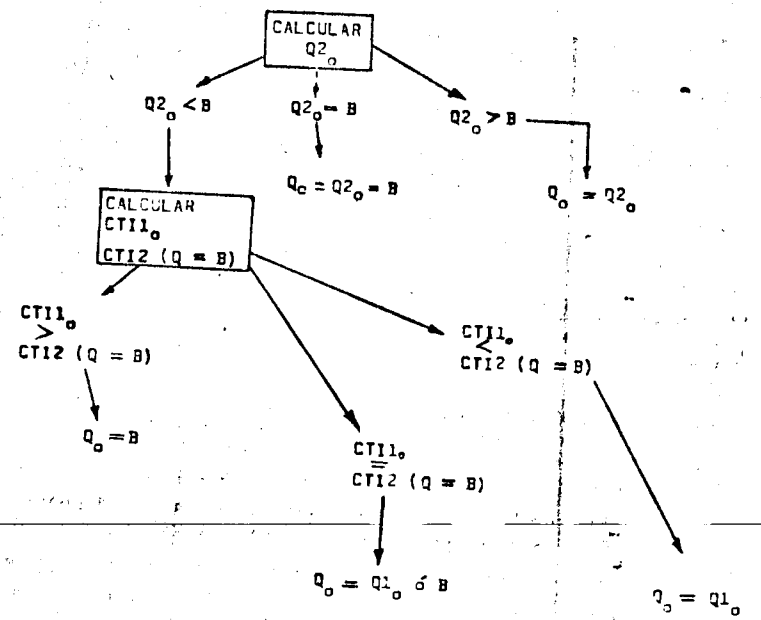
$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / K \cdot F_m}$$

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot K \cdot F_m \cdot D} + K \cdot B$$

Para entender mejor la solución analítica de éste tipo de problemas, será conveniente, inicialmente, resolverlos gráficamente (véanse las Figuras 12a, 12b, 12c y 12d).



En el caso de la figura 12b, podemos observar que la cantidad que conduce a las menores anualidades mínimas es $Q_0 = B$, y en el caso de la figura 12a, la cantidad óptima es $Q = Q_{10}$, etc. Por lo tanto, la mejor forma de resolver el problema es como sigue:



Ejemplo numérico:
 $B = 250$ unidades $D = 500$ unidades por año $C_p = \$ 10$
 $F_m = 20\%$ $K_1 = \$ 1.00$ $K_2 = \$ 0.20$

Siguiendo el procedimiento descrito en esta página, tenemos inicialmente que calcular Q_{20} :

$$Q_{20} = 236$$

Puesto que $Q_{20} = 236 < B$, tenemos que calcular CTI_{10} y $CTI_2 (Q = B)$:

$$CTI_{10} = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D \cdot K_1 \cdot F_m} + K_1 \cdot D$$

$$CTI_{10} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.20 \times 1 \times 500} + 1.00 \times 500$$

$$CTI_{10} = \sqrt{2000} + 500 = 45 + 500 = 545$$

$$CTI2 (Q = B) = C_p \frac{D}{B} + K_2 \cdot D + K_2 \frac{B}{2} F_n$$

$$CTI2 (Q = B) = 10 \times 500/250 + 0.90 \times 500 + \frac{0.90 \times 250 \times 0.20}{2}$$

$$CTI2 (Q = B) = 20 + 450 + 22.5 = 492.50$$

Puesto que $CTI1_0 > CTI2 (Q = B)$, podemos entonces deducir que la cantidad Q_0 que conducirá a costos mínimos anuales es igual a B , es decir,

$$Q_0 = B = 250$$

El método que hemos empleado para resolver este problema con un solo cambio de precio puede ser fácilmente generalizado para "n" cambios. Analicemos las figuras que se muestran en la siguiente página:

Inicialmente observemos la figura 12e. Si hay "n" cambios de precio, habrá obviamente (n + 1) precios diferentes, de modo que la última curva tendrá que ser la CTI_{n+1} . Si B_n es menor que $Q_{0,n+1}$ ésta será sin duda la cantidad óptima, ya que ningún otro punto de las (n + 1) curvas podrá estar más abajo que el punto mínimo de la curva CTI_{n+1} .

Es importante observar que si compramos una cantidad $Q_{0,n+1}$ el proveedor nos cobrará el precio (n + 1) y debido a esto diremos que la cantidad $Q_{0,n+1}$ es factible. Si a la cantidad $Q_{0,n+1}$ correspondiera cualquier precio que no fuera (n + 1), diríamos entonces que esta cantidad no sería factible.

Observemos por ejemplo la cantidad $Q_{0,n-1}$ (figura 12e). Si compramos esta cantidad, el proveedor nos cobrará el precio "n" y por lo tanto la cantidad $Q_{0,n-1}$ no es factible. En las cuatro gráficas e, f, g y h las cantidades factibles están señaladas con un círculo y las no factibles con una "X".

Analicemos ahora la figura 12f. Si B_n fuera mayor que $Q_{0,n+1}$ como se muestra en esta figura, entonces dicha cantidad no sería factible y al mismo tiempo no podríamos decir cuál sería la cantidad óptima, ya que los costos CTI_{B_n} y $CTI_{Q_{0,n}}$ están compitiendo y consecuentemente tenemos que compararlos para determinar si la cantidad óptima es B_n o $Q_{0,n}$.

Por otro lado debemos observar que $Q_{0,n}$ si es factible y por lo tanto cuando $Q_{0,n+1}$ resulta no factible y $Q_{0,n}$ resulta factible, tenemos que comparar los costos $CTI_{Q_{0,n}}$ y CTI_{B_n} para poder llegar a una decisión final.

FIGURA 12e

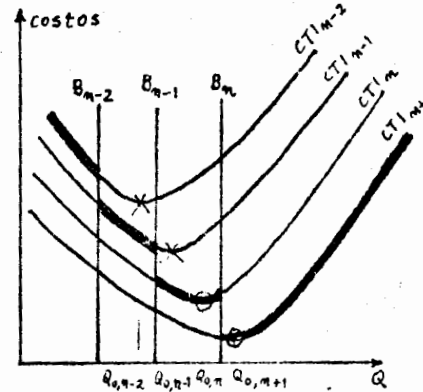


FIGURA 12f

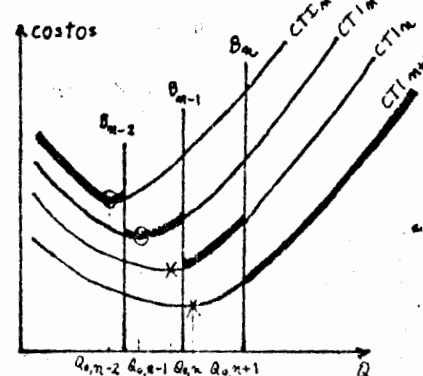
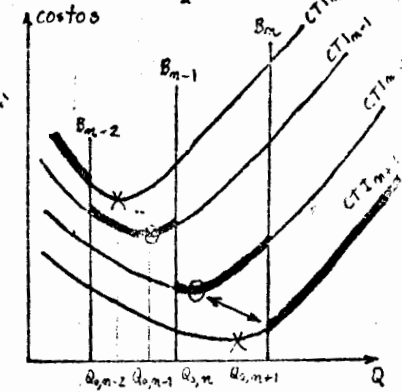


FIGURA 12g

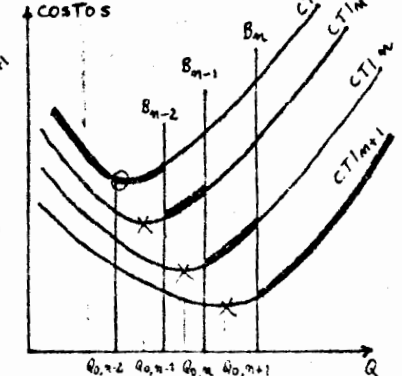


FIGURA 12h

Observemos ahora la figura 12g. $Q_{o,n+1}$ y $Q_{o,n}$ no son factibles y $Q_{o,n-1}$ si es factible. La gráfica muestra que los costos $CTI_{o,n-1}$, $CTI_{B_{n-1}}$ y CTI_{B_n} están compitiendo y que es indispensable compararlos para poder determinar la cantidad óptima.

Finalmente, observamos la figura 12h. La única cantidad factible es $Q_{o,n-2}$ y puede observarse también que para resolver el problema debemos comparar los costos $CTI_{o,n-2}$, $CTI_{B_{n-2}}$, $CTI_{B_{n-1}}$ y CTI_{B_n} .

De lo expuesto anteriormente podemos entonces afirmar que un procedimiento general para resolver problemas con "n" cambios de precio, sería el siguiente:

- Calcular $Q_{o,n+1}$ y chequear si es factible. Si es factible, éste será la cantidad óptima. Si $Q_{o,n+1}$ no es factible, pasar al inciso b).
- Calcular $Q_{o,n}$ y chequear si es factible. Si es factible, comparar $CTI_{o,n}$ con CTI_{B_n} ; el menor costo indicará cuál es la cantidad óptima. Si $Q_{o,n}$ no es factible, pasar al inciso c).
- Calcular $Q_{o,n-1}$ y chequear si es factible. Si es factible, comparar $CTI_{o,n-1}$, $CTI_{B_{n-1}}$ y CTI_{B_n} (debe observarse que se compara $CTI_{o,n-1}$ con los costos correspondientes a todos los B_i que están a la derecha y que el primer B_i tiene exactamente el mismo índice que $CTI_{o,n-1}$, es decir, el índice (n-1)). Como en el inciso b), el menor de estos tres costos indicará cuál es la cantidad óptima. Si $Q_{o,n-1}$ no es factible, pasar al inciso d).
- Seguir calculando las demás cantidades $Q_{o,n-2}$, $Q_{o,n-3}$, etc. hasta que se encuentre una cantidad factible $Q_{o,i}$. Comparar entonces $CTI_{o,i}$ con los costos CTI_{B_i} , $CTI_{B_{i+1}}$, CTI_{B_n} . El menor costo indicará la cantidad óptima.

3.3. INVENTARIOS DE PRODUCTOS TERMINADOS

3.3.1. Modelo clásico

Los modelos de inventarios de productos terminados (o de piezas fabricadas en la propia Empresa) son semejantes a los modelos estudiados anteriormente. La diferencia básica es que los productos terminados son fabricados en la planta al mismo tiempo en que éstos van siendo consumidos por los clientes. Consecuentemente, existe una tasa de crecimiento del inventario que es igual a la tasa de producción menos la tasa de demanda (véanse las figuras 13 y 14).

Si analizamos la figura 14, podemos observar que el inventario crece con una tasa igual a $(P - D)$ durante el periodo T_p y consecuentemente el inventario medio durante dicho periodo será:

$$\frac{I_{máx}}{2} = \frac{T_p (P - D)}{2}$$

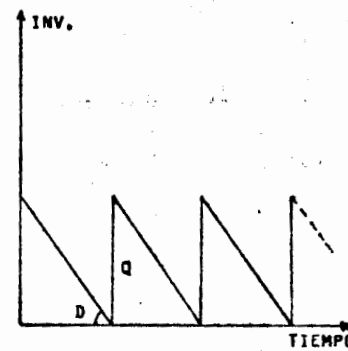


FIGURA 13: Materia prima comprada a un proveedor externo.

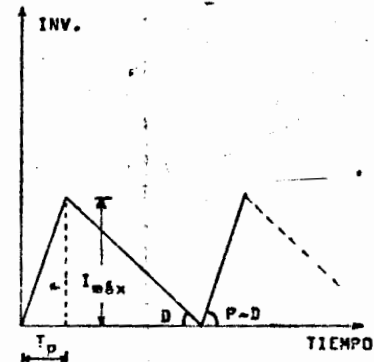


FIGURA 14: Producto terminado o piezas fabricadas en la propia Empresa

"P" = Producción anual
"D" = Demanda anual

Considerando que "Q" unidades son producidas a una tasa de producción "P" durante el período "T_p", tenemos entonces:

$$Q = P \cdot T_p \Rightarrow T_p = Q / P$$

Substituyendo en la fórmula anterior tenemos:

$$I_{med.} = \frac{(P - D)}{2} \cdot \frac{Q}{P} = (1 - D/P) \cdot \frac{Q}{2}$$

Considerando ahora que el costo de preparación es C_p, que el costo de mantener es C_m y que la demanda anual es "D", podemos entonces escribir la fórmula para el cálculo del costo total anual:

$$CTI = C_p \cdot \frac{D}{Q} + C_m (1 - D/P) \cdot \frac{Q}{2}$$

Derivando respecto a "Q" e igualando a cero tenemos:

$$\frac{d(CTI)}{dQ} = -C_p \cdot D / Q^2 + C_m (1 - D/P) \cdot 1/2 = 0$$

$$C_m (1 - D/P) = 2 \cdot C_p \cdot D / Q_0^2$$

$$Q_0^2 = 2 \cdot C_p \cdot D / C_m (1 - D/P)$$

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m (1 - D/P)}$$

Substituyendo este valor en la ecuación del costo total anual, tenemos:

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot C_m \cdot D (1 - D/P)}$$

El número óptimo de lotes será:

$$N_0 = D / Q_0$$

y el período de tiempo entre la fabricación de dos lotes consecutivos será:

$$T_0 = Q_0 / D = 1 / N_0 \text{ años.}$$

Ejemplo numérico:

P = 10,000 unidades por año. D = 5,000 unidades por año.

C_p = \$ 10. C_m = 0.20 pesos/unidad/año.

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 5000}{0.2 \times (1 - 5000/10000)}} = \sqrt{1000000} = 1,000$$

$$Q_0 = 1,000 \text{ unidades}$$

El costo mínimo anual será:

$$CTI_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 0.2 \times 5000 (1 - 5000/10000)}$$

$$CTI_0 = \sqrt{100000}$$

$$CTI_0 = \$ 100 \text{ (por año).}$$

El número de lotes por año será:

$$N_0 = D / Q_0 = 5000 / 1000 = 5 \text{ lotes el año.}$$

Finalmente, el período de tiempo entre dos lotes consecutivos será:

$$T_0 = Q_0 / D = 1 / N_0 = 1000 / 5000 = 1/5 \text{ años} = 2.4 \text{ meses.}$$

3.1.1. Determinación de los lotes óptimos cuando se fabrican diferentes productos en un solo equipo.

Cuando una empresa utiliza el mismo equipo para la fabricación de los lotes de varios productos diferentes, ni siempre es posible calcular los lotes óptimos usándose la ecuación

$$Q_o = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m(1 - D/P)}$$

esto se debe al hecho que obtendríamos lotes óptimos $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, sin embargo no sería posible su fabricación puesto que antes que terminara la fabricación de todos los lotes, es decir, antes que se completara un ciclo, los inventarios de algunos artículos ya estarían agotados. En este caso será necesario fabricar lotes diferentes de los lotes "óptimos" proporcionados por la fórmula $Q_o = \sqrt{2D \cdot C_p / C_m(1-D/P)}$ para que entonces sea posible terminar el ciclo de fabricación de los lotes antes que se agote cualquiera de los inventarios de los diferentes artículos.

A continuación, deducimos una fórmula que proporciona el número óptimo de ciclos por año y con base en este valor los lotes óptimos de cada artículo podrán ser determinados mediante la fórmula

$$(Q_i)_o = D_i / n_o$$

Donde,

$(Q_i)_o$ = lote óptimo para el artículo "i".

D_i = demanda anual del producto "i".

n_o = número óptimo de ciclos por año.

Supongamos ahora que "n" es el número de ciclos por año y que a cada uno de los "m" productos corresponden los siguientes datos:

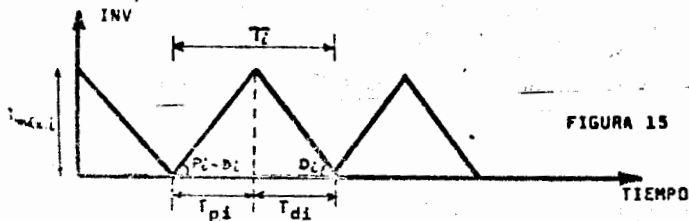
D_i = demanda anual

P_i = producción anual (normal)

$(C_m)_i$ = costo de mantener

$(C_p)_i$ = costo de preparación

El nivel del inventario de cada producto variará como se indica en la figura 15.



y durante el tiempo T_{di} los lotes de los otros productos serán fabricados. El inventario medio para el producto "i" puede ser calculado a través de la fórmula:

$$(I_{med})_i = (1 - D_i / P_i) \cdot Q_i / 2$$

Puesto que $Q_i = D_i / n$, tenemos:

$$(I_{med})_i = (1 - D_i / P_i) \cdot D_i / 2n$$

Consecuentemente, el costo anual de mantener será:

$$(1 - D_i / P_i) \cdot D_i / 2n \cdot (C_m)_i$$

Y el costo anual de mantener para todos los productos será:

$$\sum_{i=1}^m (1 - D_i / P_i) \cdot D_i / 2n \cdot (C_m)_i$$

Como hay "n" ciclos por año (para todos los productos), el costo anual de preparación será:

$$n \cdot \sum_{i=1}^m (C_p)_i$$

Finalmente, el costo total anual será:

$$CTI = n \cdot \sum (C_p)_i + 1/2n \cdot \sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i / P_i)$$

Derivando respecto a "n" e igualando a cero tenemos:

$$\frac{d(CTI)}{dn} = \sum (C_p)_i - \frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i / P_i)}{2n_o^2} = 0$$

$$\sum (C_p)_i = \frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i / P_i)}{2n_o^2}$$

Y por lo tanto:

$$n_o = \sqrt{\frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i / P_i)}{2 \cdot \sum (C_p)_i}}$$

El costo total anual será:

$$(CTI)_o = \sqrt{2 \cdot \sum (C_p)_i \cdot \sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i / P_i)}$$

Como hemos podido observar, este método parte del supuesto de que si es posible realizar un número "n" de ciclos de fabricación el año y que para cada uno de los "m" productos ocurrirá lo que se muestra en la figura 15, donde:

$I_{máx i}$ = inventario máximo.

T_{pi} = período de tiempo durante el cual hay producción y consumo del producto (se fabrica la cantidad $Q_{oi} = D_i/n$).

T_{di} = Período de tiempo durante el cual solo hay consumo (durante este tiempo se fabrican los demás productos).

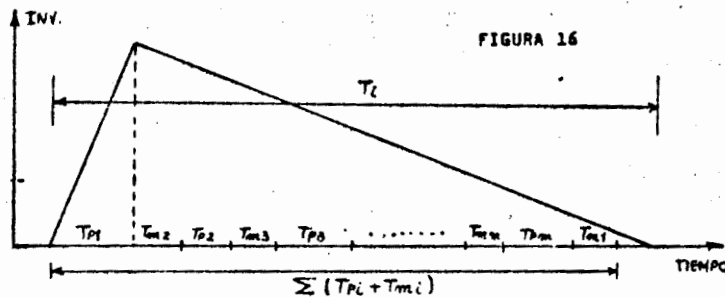
T_i = Tiempo total para que se agote la cantidad Q_{oi} .

Sin embargo, como se verá, este método ni siempre es aplicable. Si suponemos que el tiempo de preparación de las máquinas para el producto "i" es T_{mi} , el ciclo de fabricación, es decir, el período total de tiempo entre dos corridas de producción del producto "i", será:

$$\text{CICLO DE FABRICACION} = \sum (T_{pi} + T_{mi})$$

Si ahora observamos la Figura 16, podemos fácilmente deducir que para cualquier producto "i", el período de tiempo T_i tiene que ser mayor o igual a $\sum (T_{pi} + T_{mi})$, es decir:

$$\sum (T_{pi} + T_{mi}) \leq T_i$$



Si utilizamos la fórmula $Q_{oi} = D_i/n$ para calcular las corridas de cada producto, los períodos " T_i " de todos los productos serán idénticos e iguales a:

$$T_i = \frac{Q_{oi}}{D_i} = 1/n \text{ años.}$$

Por lo tanto, la realización de "n" ciclos al año solamente será posible cuando:

$$\sum (T_{pi} + T_{mi}) \leq 1/n$$

Si suponemos que los " T_{mi} " son muy pequeños en relación a los " T_{pi} ", podemos entonces escribir:

$$\sum T_{pi} < 1/n$$

Como $T_{pi} = Q_{oi}/P_i = D_i/n \times 1/P_i$, tenemos:

$$\sum \frac{D_i}{n} \times \frac{1}{P_i} < \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n} \sum \frac{D_i}{P_i} < \frac{1}{n}$$

$$\sum \frac{D_i}{P_i} < 1$$

Esta última ecuación muestra claramente que la posibilidad o imposibilidad de la aplicación de este método NO DEPENDE del valor de "n". En otras palabras, si $\sum D_i/P_i < 1$, la fabricación de los productos será posible para CUALQUIER VALOR de "n". Sin embargo, sólo un valor de "n" conduce a costos mínimos y éste será dado por la fórmula

$$n_0 = \sqrt{\frac{\sum C_{mi} \times D_i \times (1 - D_i/P_i)}{2 \sum C_{pi}}}$$

Por otro lado, si $\sum D_i/P_i > 1$, el problema será imposible para cualquier valor de "n".

La condición de factibilidad $\sum D_i/P_i < 1$ es relativamente obvia, ya que para cada producto el cociente D_i/P_i representa el tiempo total en años para que se pueda fabricar la demanda anual D_i . Si la suma de todos estos D_i/P_i es mayor que uno, esto indica que para la fabricación de las demandas anuales de todos los productos se necesitaría más de un año. En otras palabras, si $\sum D_i/P_i > 1$, la capacidad anual de producción del equipo sería insuficiente para la fabricación de todas las D_i . Por lo tanto, cuando $\sum D_i/P_i$ es mayor que 1, la fabricación de los "n" productos será siempre imposible, no importando el método que se utilice.

De este análisis podemos deducir que cuando queremos determinar los lotes óptimos factibles de productos múltiples, el procedimiento más adecuado sería el siguiente:

- a) Calcular $\sum D_i/P_i$. Si este valor es mayor que uno, la fabricación de los "m" productos será imposible. Si $\sum D_i/P_i$ es menor que uno, realizar el siguiente paso.
- b) Calcular las cantidades Q_{oi} utilizando el método clásico.
- c) Checar la factibilidad de las cantidades Q_{oi} obtenidas en b), lo que se ejemplifica en el ejemplo numérico que se presenta a continuación. Si las cantidades Q_{oi} no son factibles, realizar el siguiente paso.
- d) Calcular el número óptimo de ciclos mediante la fórmula

$$n_o = \sqrt{\frac{\sum D_i \times C_{mi} \times (1 - D_i/P_i)}{2 \sum C_{pi}}}$$

- e) Calcular las nuevas cantidades Q'_{oi} mediante la fórmula
 $Q'_{oi} = D_i/n_o$. Estas cantidades serán siempre factibles si
 $\sum D_i/P_i < 1$.

EJEMPLO NUMERICO

PRODUCTO	D_i	P_i	C_{mi}	C_{pi}
1	4,000	25,000	\$ 10	\$ 200
2	1,500	5,000	\$ 20	\$ 100
3	500	1,000	\$ 15	\$ 300

- n) Cálculo de $\sum D_i/P_i$:

$$\sum D_i/P_i = 4,000/25,000 + 1,500/5,000 + 500/1,000 = 0.96$$

Por lo tanto, pasamos al inciso b).

- b) Cálculo de las Q_{oi} utilizando el método clásico:

$$Q_{o1} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 200}{10(1-4000/25000)}} = 436$$

$$Q_{o2} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 100}{20(1-1500/5000)}} = 146$$

$$Q_{o3} = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 300}{15(1-500/1000)}} = 200$$

- c) Checar la factibilidad de las Q_{oi} :

Estas cantidades Q_{oi} se agotarán en los siguientes tiempos:

$$T_{a1} = Q_{o1}/D_1 = 436/4000 = 0.109 \text{ años}$$

$$T_{a2} = Q_{o2}/D_2 = 146/1500 = 0.097 \text{ años}$$

$$T_{a3} = Q_{o3}/D_3 = 200/500 = 0.400 \text{ años}$$

Los tiempos de fabricación de las cantidades Q_{oi} serán:

$$T_{p1} = Q_{o1}/P_1 = 436/25000 = 0.017 \text{ años}$$

$$T_{p2} = Q_{o2}/P_2 = 146/5000 = 0.029 \text{ años}$$

$$T_{p3} = Q_{o3}/P_3 = 200/1000 = 0.200 \text{ años}$$

El ciclo total de fabricación será entonces:

$$C.F. = \sum T_{pi} = 0.017 + 0.029 + 0.200 = 0.246 \text{ años}$$

Se puede observar que C.F. = 0.246 es mayor que T_{a1} y T_{a2} , por lo que estas cantidades Q_{oi} no son factibles.

- d) Cálculo del número óptimo de ciclos:

$$n_o = \sqrt{\frac{\sum D_i \times C_{mi} \times (1 - D_i/P_i)}{2 \sum C_{pi}}} = \sqrt{\frac{58,350}{2 \times 600}} = 6.97 \approx 7.0 \text{ ciclos}$$

- e) Cálculo de las nuevas cantidades Q'_{oi} :

$$Q'_{o1} = D_1/n_o = 4000/7 = 571$$

$$Q'_{o2} = D_2/n_o = 1500/7 = 214$$

$$Q'_{o3} = D_3/n_o = 500/7 = 71$$

IV. SISTEMAS DE ADMINISTRACION DE INVENTARIOS

4.1. Introducción

En los modelos formulados anteriormente para la optimización de los inventarios, hemos supuesto que:

- Los pedidos de materias primas o los lotes de productos terminados siempre llegan al almacén exactamente cuando el inventario de éstos se agotan.
- La tasa de demanda es constante y se puede predecir.
- Se pide o se fabrica siempre la misma cantidad "Q".

En la vida real, sin embargo, estas suposiciones casi nunca son verdaderas. Por ejemplo, los proveedores no siempre cumplen los plazos de entrega de las materias primas y esto obviamente podrá causar el agotamiento del inventario de éstas antes de la llegada de los pedidos. Análogamente, si la tasa de ventas de los productos terminados es mayor que la tasa prevista, el inventario de éstos se agotará antes que los primeros productos de los lotes fabricados lleguen al almacén.

Debido a estos hechos, es siempre necesario mantener inventarios de contingencia (o de seguridad) para reducir la posibilidad de una eventual falta de materias primas o productos terminados. El nivel del inventario de contingencia dependerá básicamente del cumplimiento de los plazos de entrega por parte de los proveedores (materias primas) y del Departamento de Producción (productos terminados), de la magnitud de las variaciones de la demanda y del riesgo de agotamiento que quiera correr la Empresa.

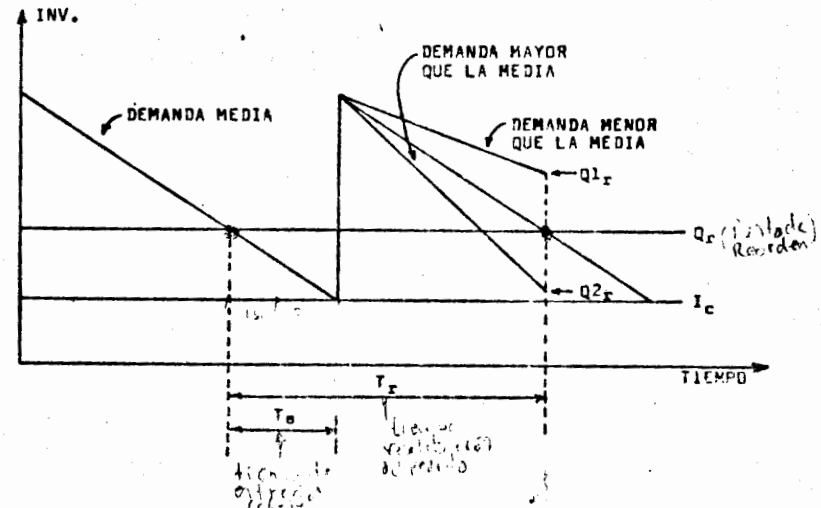
Obviamente, como mayor sea el inventario de contingencia, menor será el riesgo de agotamiento de las existencias y consecuentemente menores serán los costos relativos a la falta de dichas existencias. Al mismo tiempo, como mayor sea el inventario de contingencia, mayor será el costo de mantener anual. Por lo tanto, el problema que tenemos que resolver es la determinación del nivel óptimo de los inventarios de contingencia, de tal forma que se minimice la suma de los costos de mantener y de los costos relativos a la falta de existencias.

A continuación analizaremos 2 modelos de administración de inventarios de materias primas y cómo debe determinarse el inventario de contingencia en cada uno de ellos. No creemos que sea necesario analizar también el caso de los inventarios de productos terminados, ya que lo que será expuesto para los inventarios de materias primas, es igualmente aplicable a los inventarios de productos terminados.

Analicemos inicialmente la Figura 17 y supongamos que el tiempo de entrega T_0 es constante. Si la tasa de demanda también es constante, realizamos un nuevo pedido siempre T_r unidades de tiempo después de la realización del pedido exterior, que es lo mismo que realizar el pedido T_0 unidades de tiempo antes que el inventario

se agote (T_0 y T_r son fijos). En este momento el nivel del inventario será siempre Q_r , el cual llamaremos punto de reorden.

FIGURA 17



Ahora bien, si la tasa de demanda empieza a variar, al terminarse el período T_r el nivel del inventario podrá ser mayor o menor que Q_r , es decir, podrá ser igual a Q_{1r} ó Q_{2r} , respectivamente (véase la Figura 17). Análogamente, el nivel de los inventarios podrá llegar al valor Q_r antes o después de las T_r unidades de tiempo.

Debido a esto, la Empresa podrá adoptar dos tipos de sistemas de inventarios:

- Si se hace un pedido igual a Q_0 siempre que el inventario llegue al nivel Q_r , independientemente del tiempo necesario para que esto ocurra, el sistema de inventarios es llamado SISTEMA DE PUNTO FIJO DE REORDEN.
- Si se hace un pedido Q_x (variable), cada T_r unidades de tiempo, de modo que el inventario en la mano y sobre pedido resulte igual a un determinado nivel I_0 (inventario objetivo), el sistema adoptado es llamado SISTEMA DE CICLO FIJO DE REORDEN. A continuación definiremos qué es "inventario en la mano y sobre pedido" y cómo podemos determinar el nivel I_0 .

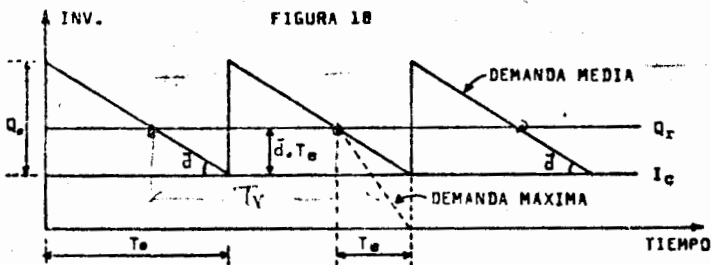
4.2. Sistema de Punto Fijo de Reorden

La Figura 18 muestra un modelo de punto fijo el cual incluye el inventario de contingencia. Como hemos dicho anteriormente, la persona encargada de la realización de los pedidos se fija únicamente en el nivel del inventario, y cuando éste llega a Q_r se realiza un nuevo pedido. Si el tiempo de entrega es constante, el punto de reorden puede ser calculado fácilmente mediante la fórmula:

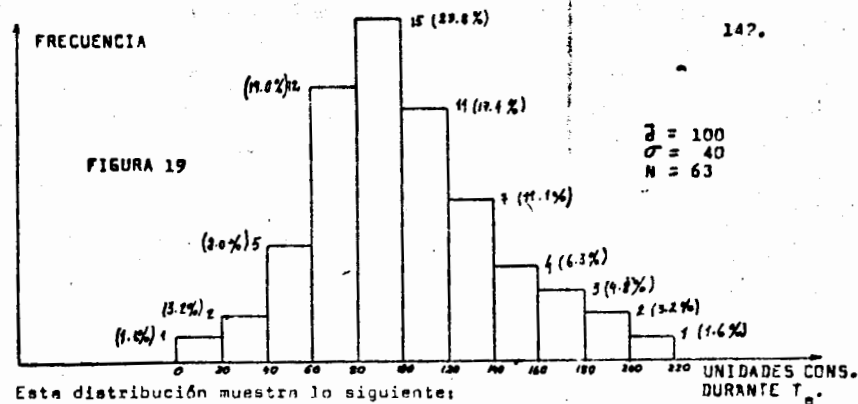
$$Q_r = \bar{d} \cdot T_e + I_c \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Punto de} \\ \text{reorden} \end{array} \right.$$

También puede observarse que el inventario de contingencia es simplemente la diferencia entre el número de unidades consumidas a un nivel máximo de demanda " $d_{m\acute{a}x}$ " y a un nivel medio de demanda " \bar{d} ", durante el tiempo de entrega T_e . Si T_e es constante el inventario de contingencia se determinará así:

$$I_c = (d_{m\acute{a}x} - \bar{d}) T_e, \text{ es decir, } (d_{m\acute{a}x} - \bar{d}) \text{ durante el tiempo } T_e.$$



Como ejemplo, supongamos que la variación de la demanda presenta la distribución que se muestra en la Figura 19:



Esta distribución muestra lo siguiente:

DEMANDA	PROBABILIDAD DE QUE LA DEMANDA REAL SEA MAYOR QUE ESTE VALOR
220	0.0%
200	1.6%
180	4.8%
160	9.6%
140	15.9%

Por lo tanto, si la empresa desea correr un riesgo máximo de 9.6% de que se agoten las existencias, la demanda máxima a considerar ($d_{m\acute{a}x}$) será igual a 160 unidades durante T_e , y el inventario de contingencia será:

$$I_c = (d_{m\acute{a}x} - \bar{d}) T_e = 160 - 100 = 60.$$

Para los demás niveles de la demanda máxima, tenemos:

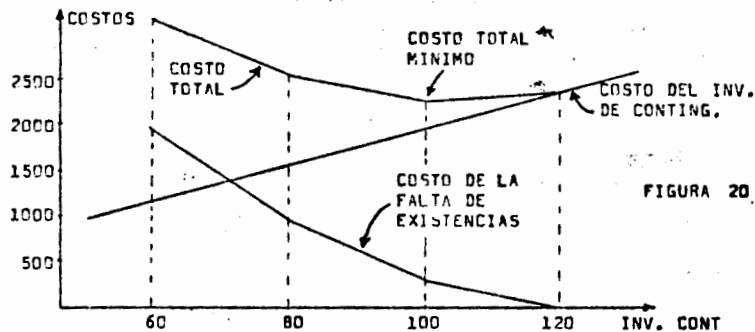
DEMANDA ($d_{m\acute{a}x}$)	PROBAB. DE AGOTAMIENTO	INVENT. DE CONTINGENCIA	VALOR DEL INV. DE CONTINGENCIA	COSTO DEL I.CONT. AL 20% ANUAL
220	0.0%	$220 - 100 = 120$	12,000	2,400
200	1.6%	$200 - 100 = 100$	10,000	2,000
180	4.8%	$180 - 100 = 80$	8,000	1,600
160	9.6%	$160 - 100 = 60$	6,000	1,200

NOTA: Hemos supuesto que el producto cuesta \$ 100.00

Supongamos ahora que la empresa ha determinado los costos correspondientes a la falta de existencias según el nivel de los inventarios de contingencia. Los costos totales para cada inventario de contingencia serán entonces:

INVENTARIO DE CONTINGENCIA	COSTO DEL INV. CONT.	COSTO DE LA FALTA DE EXISTENCIAS	COSTO TOTAL
120	2,400	--	2,400
100	2,000	300	2,300
80	1,600	1,000	2,600
60	1,200	2,000	3,200

Y la gráfica representativa de estos costos sería la siguiente:



Podemos observar en el cuadro y en la gráfica, que el costo total mínimo corresponde a un inventario de contingencia igual a 100 unidades. El costo total para este inventario de contingencia es \$ 2,300.00.

4.3. Sistema de Ciclo Fijo de Reorden

La Figura 21 muestra un sistema de ciclo fijo de reorden y cómo se determina la línea representativa del inventario en la mano y sobre pedido, el cual es simplemente la suma de las existencias de la Empresa más la cantidad ya pedida al proveedor (pedido pendiente). El valor máximo de esta línea llamaremos inventario objetivo (I_o). Obsérvese que para no complicar la gráfica de la figura 21, hemos considerado una tasa de demanda constante, sin embargo ésta podrá obviamente ser variable.

En la figura 21 podemos observar lo siguiente:

- a) El inventario en la mano (existencias) está representado por la línea continua. El inventario en la mano y sobre pedido está representado por la línea discontinua.

- b) El inventario de contingencia se determina como sigue:

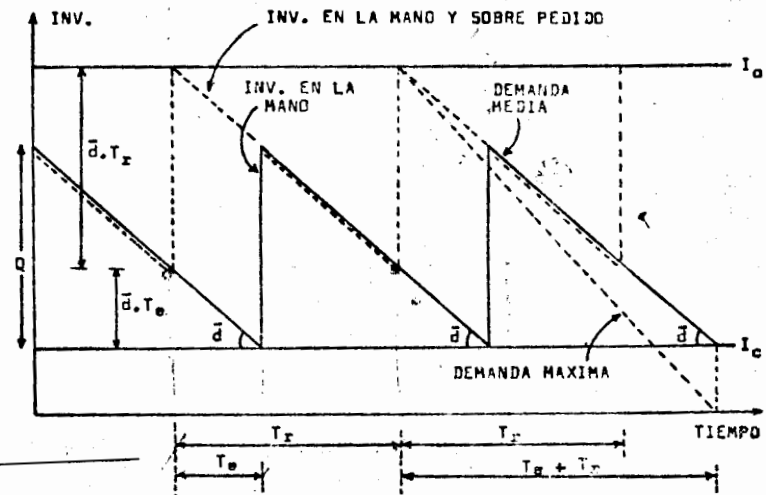
$$I_c = (d_{\max} - \bar{d})T_o + T_r$$

- c) El nivel máximo del inventario en la mano y sobre pedido (inventario objetivo) será:

$$I_o = I_c + \bar{d} \cdot T_o + \bar{d} \cdot T_r = I_c + \bar{d}(T_o + T_r)$$

- d) Cuando llega la cantidad pedida, la línea del inventario en la mano y la línea del inventario en la mano y sobre pedido resultan idénticas.
- e) Puesto que en este ejemplo T_o es constante y menor que T_r , nunca hay más de un pedido pendiente.
- f) El tiempo entre la realización de dos pedidos consecutivos es igual al tiempo entre la llegada de dos pedidos consecutivos únicamente cuando T_o es constante. El período entre la realización de dos pedidos consecutivos es llamado período de revisión (T_r).

FIGURA 21



Hecho este análisis podemos entonces resumir el procedimiento para la utilización de los sistemas de punto fijo y ciclo fijo:

Sistema de Punto Fijo:

- Determinar la cantidad óptima Q_0 .
- Determinar el inventario de contingencia: $I_c = (d_{\max} - \bar{d})T_e$.
- Determinar el punto de pedido: $Q_r = \bar{d}T_e + I_c$.
- Pedir la cantidad Q_0 siempre que el nivel del inventario llegue a Q_r .

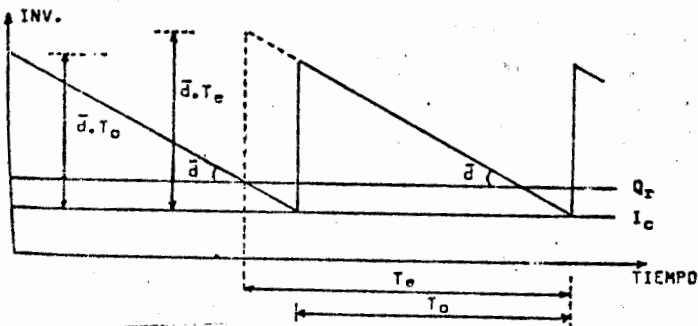
Sistema de Ciclo Fijo:

- Determinar el período de revisión. Si queremos que el pedido medio anual sea aproximadamente igual a Q_0 , el período de revisión tendrá que ser igual a T_0 .
- Determinar el inventario de contingencia: $I_c = (d_{\max} - \bar{d})T_e + T_x$.
- Determinar el inventario objetivo: $I_0 = I_c + \bar{d}(T_x + T_e)$.
- Checar las existencias cada T_x unidades de tiempo. Si suponemos que I_0 son las existencias y P_p los pedidos pendientes, debemos entonces pedir una cantidad $Q = I_0 - I_0 - P_p$ (*).

Cuando el tiempo de entrega T_e es mayor que el período de revisión T_x , el procedimiento para ambos sistemas sería idéntico, sin embargo el valor de Q_x será (véase la Figura 22):

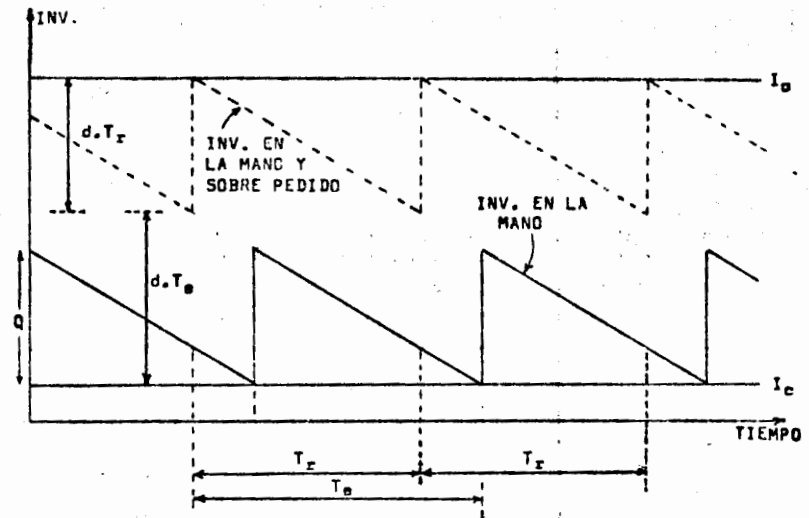
$$Q_x = I_c + \bar{d}(T_e - T_0)$$

FIGURA 22



* Si T_e es constante y menor que T_x , P_p será siempre cero.

Aunque el procedimiento para el sistema de ciclo fijo sea idéntico, vale la pena conocer la gráfica correspondiente (Figura 23). En ella



podemos observar que el valor del inventario objetivo es el mismo... ($I_0 = I_c + \bar{d}(T_x + T_e)$) y que también se debe pedir siempre la cantidad $Q = I_0 - I_0 - P_p$, cada T_x unidades de tiempo. Es importante resaltar que en este caso P_p nunca será igual a cero si T_e se mantiene mayor que T_x .

En las próximas páginas presentamos un ejemplo numérico sobre los sistemas de punto fijo y ciclo fijo.

4.4. Ejemplo numérico de sistemas de punto fijo y ciclo fijo

En una empresa dada se calcularon los siguientes datos:

- Costo de mantener: 20% al año.
- Costo de preparación: \$ 20.00
- Demanda semanal media: 120 unid./semana
- Precio de la materia prima: \$ 50.00
- Inventario de contingencia óptimo: 100 unidades
- Plazo de entrega del proveedor: 1 semana
- No. de días laborales al año: 250 (50 semanas de 5 días).

Determinar:

- a) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de punto fijo que conduzca a costos mínimos.
- b) El costo anual de la política del apartado a).
- c) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de ciclo fijo que conduzca a un pedido medio anual aproximadamente igual a Q_0 .
- d) El costo anual del sistema del apartado c).
- e) El inventario máximo en la mano y sobre pedido para un periodo de revisión de 2 semanas.
- f) El costo anual que corresponde a un periodo de revisión de 2 semanas.

SOLUCION:

Inicialmente calculamos el costo de mantener en pesos por unidad por año y la demanda anual:

$$C_m = 20\% \times 50.00 = 10.00.$$

$$D = 120 \times 50 = 6,000 \text{ unidades al año.}$$

a) La cantidad óptima será:

$$Q_0 = \sqrt{2 \times 20 \times 6,000/10} = 155 \text{ unidades}$$

El valor de T_0 es:

$$T_0 = Q_0/D = 155/6,000 \text{ años} = 155 \times 250/6,000 \text{ días}$$

$$T_0 = 6.5 \text{ días}$$

Por lo tanto, $T_0 = 6.5$ días y $T_p = 5$ días, o sea $T_0 < T_p = T_r$.

Finalmente, el punto de reorden será dado por:

$$Q_r = \bar{d} \cdot T_0 + I_c = 120 \times 1 + 100$$

$$Q_r = 220 \text{ unidades.}$$

Esta información es suficiente para la utilización del sistema de punto fijo; siempre que el nivel del inventario llegue a $Q_r = 220$ unidades, la empresa hará un pedido de $Q_0 = 155$ unidades.

b) El costo anual será dado por:

$$CTI = \text{Inv. medio} \times C_m + \text{No. de pedidos} \times C_p$$

$$CTI = I_{med.} \times C_m + N_0 \times C_p$$

El inventario medio será:

$$I_{med.} = I_c + Q_0/2 = 100 + 155/2$$

$$I_{med.} = 177.5 \text{ unidades}$$

$$N_0 = D/Q_0 = 6,000/155$$

$$N_0 = 39 \text{ pedidos al año}$$

Por lo tanto:

$$CTI = 177.5 \times 10 + 39 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,555.00$$

c) El periodo de revisión que conduce a un pedido medio anual aproximadamente igual a Q_0 , es T_0 , o sea 6.5 días. Tomemos 7 días. Para la utilización del sistema de ciclo fijo es suficiente determinar el valor de I_0 :

$$I_0 = I_c + \bar{d}(T_0 + T_p)$$

$$I_0 = 100 + 120(7 + 5)/5$$

$$I_0 = 388 \text{ unidades}$$

Por lo tanto, cada 7 días la empresa chequeará sus existencias I_0 y pedirá la diferencia $Q = 388 - I_0 - P_p$.

d) El inventario medio será:

$$I_{med.} = I_c + \bar{d} \cdot T_0/2 = 100 + \frac{(120 \div 5) \times 7}{2}$$

$$I_{med.} = 184$$

El número de pedidos al año que corresponde a un periodo de revisión de 7 días será:

$$N = D/\bar{d} \cdot T_0 = 6,000/(120 \div 5) \cdot 7$$

$$N = 36$$

Por lo tanto, el costo anual correspondiente será:

$$CTI = 184 \times 10 + 36 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,560.00$$

Obsérvese que este costo es ligeramente mayor que el costo del apartado b), ya que hemos adoptado un período de revisión de 7 días en vez de 5.5 días, que es el óptimo.

e) Puesto que en este caso $T_o = 1$ semana y $T_r = 2$ semanas, entonces $T_o < T_r$. El inventario máximo en la mano y sobre pedido será:

$$I_o = I_c + \bar{d} (T_r + T_o)$$

$$I_o = 100 + 120 (2 + 1)$$

$$I_o = 460 \text{ unidades.}$$

f) El inventario medio correspondiente será:

$$I_{med.} = I_c + \bar{d} \cdot T_r / 2 = 100 + 120 \times 2 / 2$$

$$I_{med.} = 220 \text{ unidades}$$

El número de pedidos al año será:

$$N = D / \bar{d} \cdot T_r = 6,000 / 120 \times 2 = 25$$

Por lo tanto:

$$CTI = 220 \times 10 + 25 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,700.00$$

Bibliografía:

E. S. BUFFA - Sistemas de Producción-Inventarios: Planeación y Control

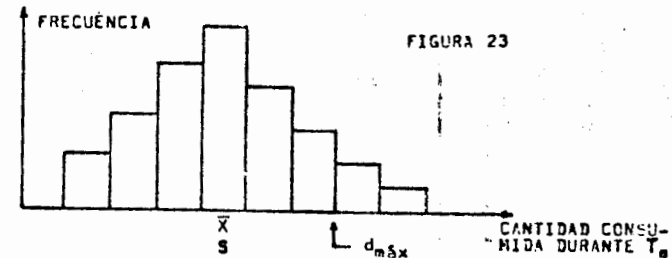
FIN

4.5. Sistemas de Punto Fijo y Ciclo Fijo con Tiempo de Entrega Variable.

Cuando el tiempo de entrega del proveedor es variable, podrá utilizarse el tiempo de entrega medio (T_o) en todas las fórmulas de los sistemas de punto fijo y ciclo fijo, excepto para el cálculo de los inventarios de contingencia.

La determinación de los inventarios de contingencia requiere la definición de la distribución estadística de las cantidades consumidas durante el tiempo de entrega (que es variable). Para esto podemos adoptar dos soluciones alternativas:

- Registrar las cantidades consumidas durante los diferentes tiempos de entrega y construir un histograma como el que se muestra a continuación:



Donde: \bar{X} = cantidad media consumida durante T_o .

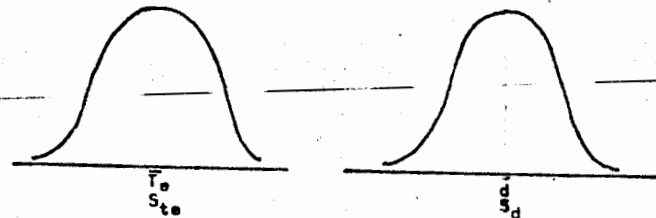
S = desviación estándar

$d_{m\acute{a}x}$ = demanda máxima que dependerá de la probabilidad escogida de que ocurra una falta.

Cuando esta distribución sea normal, podremos entonces utilizar las tablas de la curva normal para determinar la demanda máxima correspondiente a cualquier probabilidad pre-establecida.

Una vez que $d_{m\acute{a}x}$ haya sido determinada, el inventario de contingencia será igual a $d_{m\acute{a}x} - \bar{X}$, como anteriormente.

- Definir las distribuciones de las variables "demanda" y "tiempo de entrega" a través de sus estadísticos:



La distribución de las cantidades consumidas durante el tiempo de entrega tendrá entonces las siguientes características:

$$\text{Media} = \bar{X} = \bar{d} \cdot \bar{T}_e$$

$$\text{Desviación} = S = \sqrt{S_{te}^2 + S_d^2}$$

donde S_{te} y S_d deben expresarse de la misma forma y S_d debe corresponder al tiempo de entrega medio \bar{T}_e . Por ejemplo:

$$\bar{T}_e = 1.5 \text{ semanas}$$

$$\bar{d} = 200 \text{ unidades/semana}$$

$$\bar{X} = \bar{d} \cdot \bar{T}_e = 200 \text{ u/s} \times 1.5 \text{ s} = 300 \text{ unidades}$$

$$S_d = 30 \text{ unidades/semana} = 30 \times \sqrt{1.5} \text{ u}/\sqrt{\text{s}} = 37 \text{ unid./1.5 s.}$$

$$S_{te} = 0.1 \text{ semanas} = 200 \times 0.1 = 20 \text{ unidades}$$

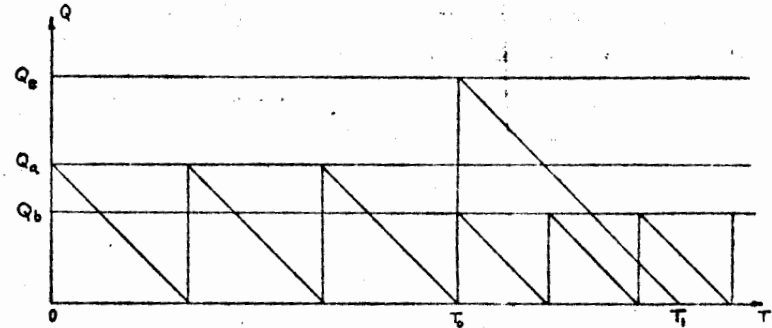
$$S = \sqrt{37^2 + 20^2} = 42 \text{ unidades}$$

Nuevamente, se escoge una probabilidad de que ocurra una falta de existencias, se determina la $d_{\text{máx}}$ correspondiente y finalmente se determina el inventario de contingencia mediante la diferencia $I_c = d_{\text{máx}} - \bar{X}$

V. MODELOS ESPECIALES DE INVENTARIOS (*)

1. Modelo para el Caso de Aumento de Precio durante el periodo analizado.

Este modelo se utiliza cuando un proveedor nos avisa sobre un próximo aumento en el precio de su producto. Este tipo de modelo no es repetitivo (a excepción de que durante el periodo analizado haya varios aumentos de precio), es decir, las condiciones del sistema no son permanentes.



El procedimiento básico será considerar el periodo de tiempo $(T_1 - T_0)$ y comparar el costo de no tomar ventaja del cambio de precio, o sea, seguir con el mismo sistema, contra el costo de comprar justo antes del aumento una cantidad mayor.

Utilizaremos la siguiente notación:

C_m = Costo de mantener por unidad por año.

C_p = Costo de preparación.

(*) Por el Ing. Pascual Alaniz C.

K_1 = Precio actual de la unidad

K_2 = Precio nuevo = $k_1 + U$

U = Diferencia entre precios

F_m = Costo de mantener en términos de porcentaje

D = Demanda anual

Costo Total de Tomar Ventaja

Toma ventaja sería comprar una cantidad Q_c bastante grande antes del cambio de precio con los siguientes costos:

$$\text{Costo de comprar} = Q_c \times K_1$$

$$\text{Costo de mantener} = \frac{Q_c K_1 F_m}{2} \times (T_1 - T_0) = \frac{Q_c K_1 F_m}{2} \cdot \frac{Q_c}{D}$$

$$\text{Ya que de la figura se ve que } (T_1 - T_0) = \frac{Q_c}{D}$$

$$\text{Costo de preparación} = C_p$$

Debe resaltarse que el período que se analiza es sólo mientras dura el pedido Q_c . El costo total sería entonces:

$$C_t = Q_c \times K_1 + \frac{Q_c K_1 F_m}{2} \cdot \frac{Q_c}{D} + C_p = Q_c \times K_1 + \frac{Q_c^2 K_1 F_m}{2D} + C_p$$

Costo total de no tomar ventajas

Para el mismo período ($T_1 - T_0$), no tomar ventaja sería sólo cambiar el nivel de inventario a un nivel óptimo, utilizando el modelo clásico. La cantidad a pedir sería:

$$Q_b = \sqrt{\frac{2 \times D \times C_p}{K_2 F_m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot C_p}{(K_1 + U) F_m}}$$

Los costos serían:

$$\text{Costo de comprar} = (K_1 + U) Q_c$$

Ya que el período es el mismo y la cantidad de unidades utilizadas sería también Q_c .

$$\text{Costo de mantener} = \frac{Q_b (K_1 + U) \cdot F_m}{2} \cdot \frac{Q_c}{D}$$

$$\text{Costo de pedir} = \frac{Q_c}{Q_b} \cdot C_p$$

El Costo total sería:

$$C_t' = (K_1 + U) Q_c + \frac{Q_b (K_1 + U) F_m}{2} \cdot \frac{Q_c}{D} + \frac{Q_c}{Q_b} \cdot C_p$$

Si llamamos "G" a la diferencia de costos, tenemos:

$$G = C_t' - C_t$$

y sustituyendo sus valores y el valor de Q_b :

$$G = Q_c \cdot U + Q_c \sqrt{\frac{2 C_p F_m (K_1 + U)}{D}} - \frac{Q_c^2 \cdot K_1 F_m}{2D} - C_p$$

Derivando con respecto a Q_c , igualando a 0 y despejando Q_c , tenemos:

$$Q_{co} = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot C_p}{(K_1 + U) F_m}} \cdot \frac{K_1 + U}{K_1} + \frac{U \cdot D}{K_1 \cdot F_m} = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot C_p \cdot K_2}{K_1^2 \cdot F_m}} + \frac{U \cdot D}{K_1 \cdot F_m}$$

$$Q_{co} = \frac{Q_b \cdot K_2}{K_1} + \frac{U \cdot D}{K_1 \cdot F_m}$$

que es el lote que maximiza el ahorro por tomar ventaja del cambio de precio, siendo:

$$G_o = \frac{U}{K_1} \left[\frac{UD}{2F_m} + Q_b (K_1 + U) + C_p \right] = \frac{U}{K_1} \left[\frac{UD}{2F_m} + Q_b K_2 + C_p \right]$$

Veamos un ejemplo numérico:

El precio de compra de un artículo hasta el 31 de diciembre de 1977 es de \$0.31/lb. y el artículo es usado a razón de 450 lb/mes. El costo de mantener es de 20%/año y el costo de preparación es de \$5.10/pedido.

¿Qué cantidad hay que pedir el 31/XII/77 si el precio cambia a \$0.34/lb. el día 1o./I/78?

$$Q_{co} = \frac{0.03 \times 5400}{0.31 \times 0.20} + \sqrt{\frac{2 \times 5400 \times 5.10 \times 0.34}{(0.31)^2 \times 0.20}} = 3,600$$

$$G_o = \$ 69.30$$

2. Modelo con Demanda Creciente Conocida

Las características de este modelo de inventarios son las siguientes:

- a) El sistema opera durante el periodo T_f unidades de tiempo.
- b) Durante este periodo T_f existe una demanda total de "D" unidades.
- c) La tasa de demanda cambia linealmente con el tiempo "t", e sea:

$$d = aT \quad (1)$$

La constante "a" puede ser determinada de:

$$D = \int_0^{T_f} d \cdot dt = \int_0^{T_f} aT \cdot dt = \left(\frac{aT^2}{2}\right)_0^{T_f} = \frac{aT_f^2}{2} \dots (2)$$

$$D = \frac{aT_f^2}{2} \therefore a = \frac{2D}{T_f^2}$$

$$\therefore d = \frac{2D}{T_f^2} \cdot t \quad (3)$$

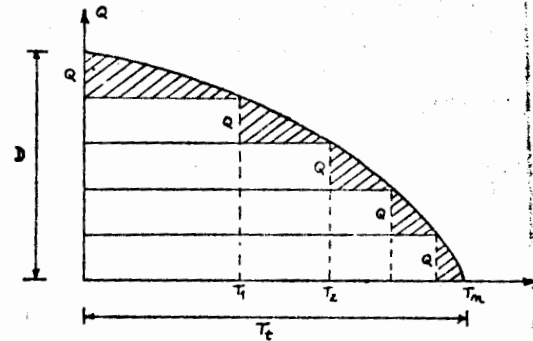
- d) Los costos relevantes son el costo de mantener C_m y el costo de preparación C_p . No se permiten faltantes.

Veamos el procedimiento para determinar la cantidad óptima Q_o .

Sea "N" el número de pedidos hechos durante el periodo T_f . Entonces:

$$Q = \frac{D}{N} \quad (4)$$

Para encontrar el número promedio de piezas en inventario durante el periodo T_f , véase la figura:



El total en inventario I_f durante el periodo T_f es la parte hachurada:

$$I_f = \frac{2}{3} D \cdot T_f - \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \cdot Q \cdot (T_i - T_{i-1}) \quad (5)$$

donde $\frac{2}{3} D \cdot T_f$ es el área de la parábola.

Una expresión de T_i se puede obtener así: durante el periodo $(T_{i-1} - T_i)$ la demanda total es:

$$\int_{T_{i-1}}^{T_i} d \cdot dt = Q$$

De las ecuaciones (3) y (4) tenemos:

$$\frac{D}{N} = \int_{T_{i-1}}^{T_i} d \cdot dT$$

$$\frac{D}{N} = \int_{T_{i-1}}^{T_i} \frac{2D}{T_i^2} T dT = \left[\frac{2D}{T_i^2} \cdot \frac{T^2}{2} \right]_{T_{i-1}}^{T_i} = \left[\frac{D \cdot T^2}{T_i^2} \right]_{T_{i-1}}^{T_i}$$

$$\frac{D}{N} = \frac{D}{T_i^2} [T_i^2 - T_{i-1}^2] \text{----- (6)}$$

$$T_i^2 - T_{i-1}^2 = \frac{T_i^2}{N} \text{----- (7)}$$

Como $T_0 = 0$, se puede derivar una expresión general para T_i por inducción matemática:

$$T_i^2 = \frac{T_i^2}{N} + T_{i-1}^2$$

$$\text{Para } T_1: T_1^2 = \frac{T_1^2}{N} + T_0^2$$

$$T_1^2 = \frac{T_1^2}{N}$$

$$\text{Para } T_2: T_2^2 = \frac{T_2^2}{N} + T_1^2$$

$$T_2^2 = \frac{T_2^2}{N} + \frac{T_2^2}{N}$$

$$T_2^2 = 2 \frac{T_2^2}{N}$$

Se supone que esta expresión es válida para "i", es decir:

$$T_i^2 = i \cdot \frac{T_i^2}{N}$$

y se demuestra que es válida para (i+1):

$$T_{i+1}^2 = \frac{T_{i+1}^2}{N} + T_i^2$$

$$T_{i+1}^2 = \frac{T_{i+1}^2}{N} + \frac{T_i^2}{N}$$

$$T_{i+1}^2 = (i+1) \cdot \frac{T_i^2}{N}$$

$$T_{i+1} = T_i \sqrt{\frac{i+1}{N}}$$

se demuestra pues que:

$$T_i = T_i \cdot \sqrt{i/N} \text{----- (8)}$$

De las ecuaciones (2), (4), (5) y (8) tenemos:

$$I_{med} = \frac{1}{T_i}$$

$$I_{med} = \frac{1}{T_i} \left[\frac{2}{3} \cdot D \cdot T_i - \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \cdot Q \cdot (T_i - T_{i-1}) \right]$$

$$= \frac{1}{T_i} \left[\frac{2}{3} \cdot D \cdot T_i - \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \cdot \frac{D}{N} \left(T_i \sqrt{\frac{i}{N}} - T_i \sqrt{\frac{i-1}{N}} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{3} \cdot D - \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \cdot \frac{D}{N} \cdot \left(\sqrt{\frac{i}{N}} - \sqrt{\frac{i-1}{N}} \right)$$

$$= D \cdot \left[\frac{2}{3} - \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \cdot \frac{1}{N} \left(\sqrt{\frac{i}{N}} - \sqrt{\frac{i-1}{N}} \right) \right]$$

$$= D \cdot \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \left(\sqrt{\frac{i}{N}} - \sqrt{\frac{i-1}{N}} \right) \right]$$

$$= \frac{D}{N} \left[\frac{2N}{3} - \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) (\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) \right]$$

$$= \frac{D}{N} \left[\frac{2}{3} \cdot N - \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{N-1}}{\sqrt{N}} \right]$$

$$= \frac{D}{N} \cdot N$$

en donde $h(N) = \frac{2N}{3} - \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{N-1}}{\sqrt{N}}$

Demostración numérica de que:

$$\sum_{i=1}^{N-1} (N-i) [\sqrt{i} - \sqrt{i-1}] = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{N-1}$$

Sea $N=5$, entonces se tiene que:

$$\sum_{i=1}^{5-1} (N-i) (\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) \text{ es igual a:}$$

$$i=1 \Rightarrow (5-1) (\sqrt{1} - \sqrt{0}) = 4\sqrt{1}$$

$$i=2 \Rightarrow (5-2) (\sqrt{2} - \sqrt{1}) = 3(\sqrt{2} - \sqrt{1})$$

$$i=3 \Rightarrow (5-3) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$i=4 \Rightarrow (5-4) (\sqrt{4} - \sqrt{3}) = 1(\sqrt{4} - \sqrt{3})$$

Si sumamos tenemos:

$$\sum_{i=1}^{5-1} (5-i) (\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) = 4\sqrt{1} + 3(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 1(\sqrt{4} - \sqrt{3}) = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} \quad \therefore \text{LQGD.}$$

Veamos ahora los valores de la función $h(N)$:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
$h(N)$	0.667	0.626	0.606	0.594	0.585	0.578	0.573	0.568	0.565	0.562	0.544	0.537

$$\frac{0.59}{0.537}$$

Finalmente, la ecuación del costo total que corresponde a "N" periodos es:

$$CTI(N) = \frac{C_m \cdot D \cdot T_f(N)}{N} + \frac{C_p \cdot N}{T_f}$$

Como "N" es discreto se usa para su cálculo la siguiente función:

$$F(N_0 - 1) \leq \frac{C_m \cdot D \cdot T_f}{C_p} \leq F(N_0)$$

$$\text{en donde } F(N) = \frac{N(N+1)}{(N+1)h(N) - N \cdot h(N+1)}$$

Ejemplo numérico:

Existe un contrato para la entrega de 7200 partes en un periodo de 3 años a un ritmo creciente linealmente. El costo de mantener en inventario es de \$ 0.56 por unidad por año, y el costo de preparación es de \$ 42.00. Encontrar Q_0 , N_0 y $CTI(N_0)$.

$$\frac{C_m \cdot D \cdot T_f}{C_p} = \frac{0.56 \times 7200 \times 3}{42.00} = 288$$

$$F_{12} = 268.5$$

$$F_{13} = 313.2$$

$$\therefore N_0 = 13$$

Por la ecuación (4) se tiene que:

$$Q_0 = \frac{7200}{13} = 554 \text{ unidades}$$

El costo anual será entonces:

$$CTI(N_0) = \frac{C_m \cdot D \cdot h(N_0)}{N_0} + \frac{C_p \cdot N_0}{T_f} = \$ 354.00/\text{año.}$$

3. Modelo con Varios Productos y Restricción de Superficie o Dinero.

Como ejemplo para este sistema de inventarios, utilizaremos el modelo clásico con control

sobre los costos de mantener, de preparación y de faltante. El costo que

corresponde a un determinado inventario máximo $I_m(n)$, es:

(*) Hemos utilizado hasta ahora la abreviación $I_{máx}$, sin embargo para este modelo no conviene una notación más sencilla.

$$C(I_m) = \frac{C_m I_m^2}{2Q} + \frac{C_f (Q - I_m)^2}{2Q} \quad C_p \cdot \frac{D}{Q}$$

donde $C(I_m)$ es el costo que corresponde al inventario máximo I_m .

Cuando aplicamos esta fórmula a "n" diferentes productos, tenemos:

$$C(I_{m1} + I_{m2} + I_{m3} + \dots + I_{mn}) = \sum_{i=1}^n \frac{C_{mi} I_{mi}^2 + C_{fi} (Q_i - I_{mi})^2}{2Q_i}$$

Respecto a las restricciones, suponiendo que sean de superficie o de dinero (queriendo decir con esto última que no se desea tener en existencia más de una cierta cantidad de dinero invertido), las fórmulas que las representarían son:

$$\sum_{i=1}^n I_{mi} \cdot \sigma_i \leq A$$

$$\sum_{i=1}^n I_{mi} \cdot K_i \leq E$$

donde:

σ_i = área o superficie que ocupa la unidad del producto "i".

A = área total disponible

K_i = dinero o precio unitario del producto i.

E = Cantidad máxima que se desea tener invertida en inventarios (existencia máxima en \$).

Las fórmulas a las que se llega aquí serán del tipo general, para cuando existe una restricción de este tipo, ya que las fórmulas también podrían utilizarse para restricción de volumen, etc.

Para los casos en que existan más de una restricción, se deberá desarrollar el modelo por medio del método de los multiplicadores de Lagrange (Matemáticas III), que es el método

que se utilizó para este modelo.

El procedimiento es el siguiente:

Se sabe que el nivel máximo óptimo individual (para cada uno de los productos) es:

$$(I_{mi})_o = \frac{Q_i C_{fi}}{C_{mi} + C_{fi}}$$

donde el asterisco indica que el inventario máximo óptimo es individual y que puede no ser factible.

El primer paso es ver si estos niveles óptimos no violan la restricción, si no lo viola entonces:

$$(I_{mi})_o = (I_{mi})_o$$

donde $(I_{mi})_o$ son los inventarios máximos factibles.

Cuando existen dos o más restricciones, se chequea cada una de ellas llamándose a los que sí se violan restricciones activas, las cuales entran a formar parte del modelo.

Para el caso que estamos tratando en que sólo existe una restricción, tenemos:

$$\sum_{i=1}^n I_{mi} \times r_i \leq R \quad (*)$$

donde: R = restricción total

r_i = constante unitaria del producto "i" (área/unid, etc)

Si esto se viola al usar $(I_{mi})_o$ utilizamos multiplicadores de Lagrange haciendo:

$$\sum_{i=1}^n I_{mi} \times r_i - R = 0$$

e integrándola a una nueva función "F" a optimizar:

$$F(I_{m1}, I_{m2}, \dots, I_{mn}) = C(I_{m1} + I_{m2} + \dots + I_{mn}) + g \left(\sum_{i=1}^n I_{mi} \times r_i - R \right)$$

(*) Estamos considerando que existe la posibilidad de que todos los inventarios máximos ocurran al mismo tiempo.

donde "g" es el multiplicador de Lagrange. Se deriva a "F" con respecto a cada una de las variables; y se igualan las derivadas a cero, quedando así un sistema de (n+1) ecuaciones con (n+1) incógnitas:

$$\frac{\partial F}{\partial I_{m1}} = 0 ; \frac{\partial F}{\partial I_{m2}} = 0 ; \frac{\partial F}{\partial I_{m3}} = 0 ; \dots ; \frac{\partial F}{\partial I_{mn}} = 0 \text{ y } \frac{\partial F}{\partial g} = 0$$

de donde al despejar "g" obtenemos al multiplicador óptimo:

$$g_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{C_{fi} \times r_i \times Q_{io}}{C_{mi} + C_{fi}} - R}{\sum_{i=1}^n \frac{(r_i)^2 \times Q_{io}}{C_{mi} + C_{fi}}}$$

y los niveles máximos óptimos serán:

$$(I_{mi})_0 = Q_{io} \left(\frac{C_{fi} - g_0 \cdot r_i}{C_{mi} + C_{fi}} \right)$$

donde Q_{io} es dato.

Ejemplo numérico:

Hay 5 productos y el espacio total aprovechable es de 3,000 m²:

Producto "i"	1	2	3	4	5
Q_{io}	200	100	500	80	1000
C_{mi}	2	1	4	5	1
C_{fi}	50	40	20	30	10
α_i	5	3	9	12	0.2

Solución:

Producto	$(I_{mi})_0$	α_i	$(I_{mi})_0 \times \alpha_i$
1	192.3	5	961.5
2	97.5	3	292.7
3	416.7	9	3750.0
4	68.57	12	822.85
5	909.0	0.2	181.8
TOTAL			5,908.83

Por lo tanto se viola la restricción $A = 3,000 \text{ m}^2$.

$$5,908.83 > A.$$

Utilizando las ecuaciones, tenemos:

$$g_0 = 1.47$$

$$(I_{m1})_0 = 165$$

$$(I_{m2})_0 = 87$$

$$(I_{m3})_0 = 142$$

$$(I_{m4})_0 = 29$$

$$(I_{m5})_0 = 883$$

y finalmente:

$$\sum_{i=1}^5 (I_{mi})_0 \times \alpha_i = 2866 < 3,000 = A.$$

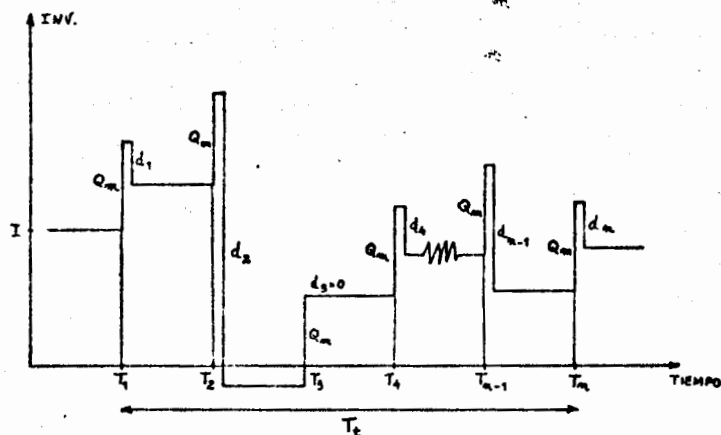
4. Modelo para Demanda Variable Conocido.

Para este sistema de inventarios existen "n" periodos iguales "T", en un periodo total T_t . La demanda d_i ocurre al principio de cada periodo programado T_i . Los valores de las demandas d_i no son neces-

riamente iguales. Una Q_m constante y programada se suma al inventario al inicio de cada periodo programado. El tamaño del lote Q_m es igual a la demanda promedio:

$$Q_m = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{n}$$

La única variable sujeta a control en este sistema es "I", nivel de inventarios al principio de cada periodo T_i , por lo tanto existe un costo de mantener en inventario y también un costo de faltante con las fluctuaciones del sistema.



Tenemos:

I_i = Cantidad en inventario para periodo "i"

$$I_i = I_0 + i \times Q_m - \sum_{j=1}^i d_j \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Definamos las siguientes variables:

$$R'_i = \sum_{j=1}^i d_j - i \times Q_m$$

$$R'_n = 0$$

$$R_i = R'_i, \text{ de tal forma que:}$$

$$R_i \leq R_{i+1} \leq R_{i+2} \dots [i = 1, 2, \dots, n]$$

El procedimiento para determinar el valor óptimo de "I" es el siguiente:

a) Calculamos $n \frac{C_f}{C_m + C_f}$ y determinamos el valor del número entero "m" de tal forma que:

$$m \geq n \frac{C_f}{C_m + C_f}$$

b) El valor óptimo de "I" será entonces dado por:

$$R_m \leq I_0 \leq R_{m+1}$$

Finalmente, el costo mínimo que corresponde a este valor de I_0 será:

$$CTI_0 = (C_f + C_m) (m \times I_0 - \sum_{j=1}^m R_j) - C_f \times n \times I_0 + C_f \sum_{j=1}^n R_j$$

Ejemplo numérico:

La demanda semanal de un producto es la siguiente:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Cantidad	14 lb	9 lb	17 lb	2 lb	0 lb	19 lb	9 lb

El costo de mantener es de \$ 0.20 por lb. por día y el costo del faltante es de \$0.50 por lb. por día.

Encontrar el nivel de inventario al principio de la semana que minimice el costo.

Solución:

$$Q_m = (14 + 9 + 17 + 2 + 0 + 19 + 9) / 7 = 10$$

$$R_1' = 14 - 10 = 4$$

$$R_2' = 14 + 9 - 2(10) = 3$$

$$R_3' = 14 + 9 + 17 - 3(10) = 10$$

$$R_4' = 14 + 9 + 17 + 2 - 4(10) = 2$$

$$R_5' = 14 + 9 + 17 + 2 + 0 - 5(10) = -8$$

$$R_6' = 14 + 9 + 17 + 2 + 0 + 19 - 6(10) = 1$$

$$R_7' = 14 + 9 + 17 + 2 + 0 + 19 + 9 - 7(10) = 0$$

Ordenándolas para obtener las R_i , tenemos:

$$R_1 = -8$$

$$R_2 = 0$$

$$R_3 = 1$$

$$R_4 = 2$$

$$R_5 = 3$$

$$R_6 = 4$$

$$R_7 = 10$$

El valor de "m" será:

$$n \frac{C_f}{C_f + C_m} = 7 \frac{0.5}{0.7} = 5$$

$$m = 5$$

Por lo tanto:

$$R_m \leq I_o \leq R_{m+1}$$

$$R_5 \leq I_o \leq R_6$$

$$3 \leq I_o \leq 4$$

El costo mínimo será dado por (considerando $I_o = 3$):

$$CTI_o = (0.50 + 0.20) (5 \times 3 - \sum_{i=1}^5 R_i) - 0.50 \times 7 \times 3 + 0.50 \times \sum_{i=1}^7 R_i$$

$$CTI_o = 0.70 (15 - (-2)) - 10.5 + 0.50 \times 12$$

$$CTI_o = 11.9 - 10.5 + 6.0$$

$$CTI_o = \$ 7.40$$

VI - PLANEACION AGREGADA

Existen 3 tipos de planeación en cuanto al plazo:

Planeación a corto plazo. Este tipo de planeación puede ser diaria, semanal o mensual. La planeación a corto plazo de la fabricación propiamente dicha es generalmente llamada de programación y ésta consta principalmente de la determinación de las secuencias de fabricación y de la determinación de las máquinas y/o obreros para cada operación o producto. En otras palabras, este tipo de planeación es la respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cuándo?
- ¿En qué máquinas?
- ¿En qué secuencia?
- ¿Quién?

En todas las otras áreas de actividad de las empresas, también existe la planeación a corto plazo. En el área de mantenimiento, por ejemplo, la planeación a corto plazo consta de la elaboración de los planes de mantenimiento preventivo para la próxima semana o mes.

b) Planeación a mediano plazo. Este tipo de planeación es generalmente realizada para los próximos 1-3 años, y consta por ejemplo, de la determinación de la mezcla óptima de productos, la selección del mercado y de los clientes, la determinación del nivel de producción y de los inventarios, etc.

Llamamos planeación agregada a la planeación a mediano plazo que se concentra en el análisis de los siguientes aspectos:

- Nivel de producción
- Nivel de los inventarios
- Tiempo extra
- Sub-contratación
- Contratación y despidos de obreros.

c) Planeación a largo plazo. Este tipo de planeación consta del análisis y determinación de soluciones técnicamente adecuadas, para los próximos 4-10 años, en cuanto a los siguientes aspectos:

- Localización de la planta
- Innovaciones de productos y/o maquinaria
- Aumento de la capacidad productiva
- Etc.

Si la empresa está en proceso de expansión, este tipo de planeación siempre conduce a nuevas inversiones (activos, investigaciones, etc).

Los sistemas productivos deben ser considerados como un conjunto de sub-sistemas, los cuales tienen interferencias unos sobre los otros. Consecuentemente, los sistemas de planeación, y en particular los sistemas de planeación agregada, deben tomar en consideración esta interdependencia de los varios sub-sistemas. Como ejemplos de sub-sistemas tenemos los siguientes:

- Planeación precisamente dicha (secuencias, lotes de fabricación, etc)
- Inventarios (qué productos y qué niveles)
- Personal (cantidad de obreros, contratación, despidos, etc)
- Plazos (qué plazos, qué inventarios de productos terminados, etc)

- e) Compras (qué proveedores, qué plazos, tamaño de los pedidos, etc)
- f) Finanzas (qué capital debe ser invertido en inventarios, capital de trabajo, contratación o despidos de obreros, etc).
- g) Clientes (qué plazos y qué calidad exigen, cómo se portan, etc)

3. Ejemplos de interdependencia:

- a) Ventas desea niveles elevados de inventarios para poder satisfacer, con rapidez, a cualquier pedido de sus clientes o a un aumento de la demanda. Sin embargo, esta política podrá causar un aumento exagerado del capital invertido en inventarios y esto obviamente afectará la planeación de la distribución de recursos realizada por el Depto de Finanzas.
- b) Para satisfacer a los clientes, Ventas podrá exigir de Producción plazos de fabricación demasiado cortos, lo que conducirá a un sistema de planeación de la producción ineficiente.
- c) Los clientes podrán solicitar cambios frecuentes de diseño, lo que hará imposible la existencia de inventarios.
- d) Para reducir los costos de fabricación, Producción podrá requerir de máquinas más modernas, las cuales conducirán a inversiones adicionales de capital que no podrán ser realizadas por Finanzas.
- e) Para reducir los costos de preparación de las máquinas, Producción podrá decidir fabricar siempre grandes lotes, lo que conducirá a un aumento del nivel de los inventarios y podrá también afectar los plazos de entrega de los pedidos.

4. Como podremos observar más adelante, los modelos de Planeación Agregada consideran solo algunas de estas interdependencias y, en particular, ayudan a contestar las siguientes preguntas:

- a) ¿Hasta qué punto deberán los inventarios absorber las fluctuaciones del volumen de ventas?
- b) ¿Hasta qué punto deberán dichas fluctuaciones ser absorbidas a través de una variación del personal directo contratado?
- c) ¿Cuándo se deben utilizar tiempo extra y/o turnos extras para absorber las fluctuaciones de las ventas?
- d) ¿Cuándo se debe subcontratar la fabricación total o parcial de algunos productos para satisfacer a un aumento de la demanda?
- e) ¿En qué casos se debe mantener el nivel de producción más o menos constante, así como un bajo nivel de inventarios, y a propósito perder algunos clientes cuando la demanda sea elevada?
- f) ¿En qué casos se debe dejar que aumente el número de pedidos pendientes y se deban dilatar los plazos de entrega, para absorber las fluctuaciones de la demanda?
- g) ¿En qué casos se deben fabricar productos de variación estacional desfasada para compensar las fluctuaciones de la demanda de cada producto?

5. De una forma general, ninguna de estas políticas es la mejor. La solución óptima es siempre una combinación de dos o más de estas políticas. En otras palabras, cada una de estas alternativas reduce unos elementos de los costos y aumenta otros, y consecuentemente la suma de todos los ele-

mentos solamente podrá ser minimizada a través de la aplicación simultánea de algunas o todas estas políticas.

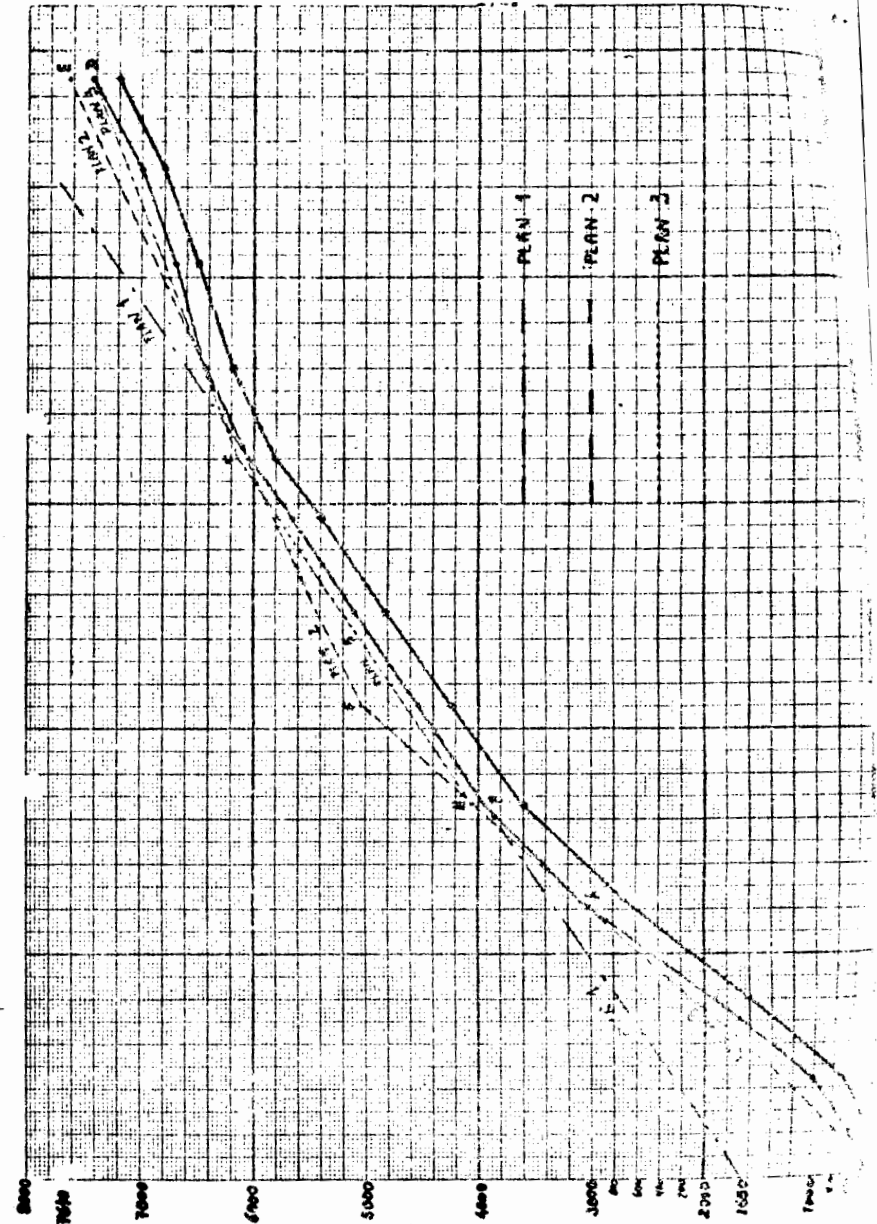
EJEMPLO ELEMENTAL DE PLANEACION AGREGADA

6. Supongamos que para una Empresa dada, los volúmenes de ventas pronosticados y los inventarios mínimos requeridos al final de cada mes, son los que se muestran en el cuadro a continuación:

MES	VOLÚMENES REQUERIDOS		DÍAS LABORALES		INVENT. MÍNIMOS
	MENSUAL	ACUMULADO	MENSUAL	ACUMULADO	
Diciembre	-	-	-	-	300
Enero	700	700	22	22	300
Febrero	900	1600	18	40	340
Marzo	1100	2700	22	62	375
Abril	900	3600	21	83	340
Mayo	650	4250	22	105	290
Junio	600	4850	21	126	275
Julio	550	5400	21	147	265
Agosto	400	5800	13	160	230
Septiembre	400	6200	20	180	230
Octubre	300	6500	23	203	195
Noviembre	300	6800	21	224	195
Diciembre	400	7200	20	244	230

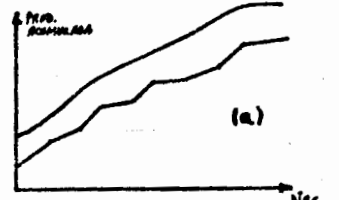
A demás, tenemos la siguiente información:

- El volumen normal de producción de la planta es de 30 unidades por día y con tiempo extra puede llegar a un máximo de 36 unid./día.
 - El costo de mantener es de \$ 240.00 por unidad por año.
 - El cambio del nivel de producción de 1 unidad/día conduce a un costo adicional de contratación y entrenamiento o de despidos igual a \$ 2,000.00
 - Las unidades producidas con tiempo extra cuestan \$ 20.00 más.
 - Las unidades producidas a través de subcontratación cuestan \$ 25.00 más.
 - Al terminar el mes de diciembre del año anterior, el inventario era de 300 unidades y la planta estaba trabajando a su nivel de producción, o sea, 30 unidades/día.
7. A continuación mostramos la gráfica representativa de los volúmenes de venta acumulados y de los inventarios mínimos requeridos:

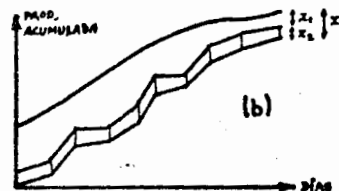


Para continuar, será conveniente que hagamos algunos ejercicios sobre el tipo de gráfica que hemos presentado en la página anterior:

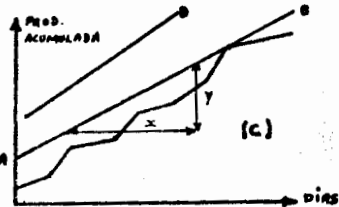
a) Cualquier línea diseñada por encima de la línea representativa de los volúmenes de ventas y de los inventarios mínimos requeridos, representará una solución para el problema de planeación agregada.



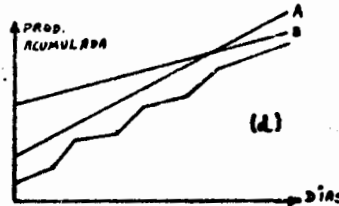
b) El inicio de la línea muestra el inventario inicial requerido para que la solución sea posible. Las distancias entre los puntos finales indican el inventario final total (x_1), que es la suma del inventario mínimo (x_2) y del inventario extra necesario (x_1).



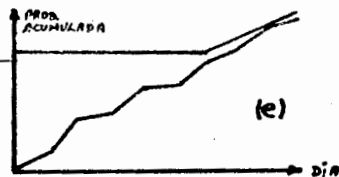
c) Una línea recta (ejemplo, AB) representa una tasa de producción constante. La producción normal puede ser representada por una determinada inclinación "D". Cualquier línea paralela a la dirección "D" representará una solución en la cual la tasa de producción será normal. La tasa de producción representada por cualquier línea recta puede ser calculado dividiéndose "y" (número de productos producidos en un dado período) entre "x" (número de días).



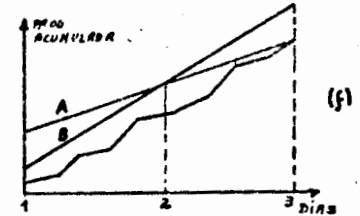
d) Una línea con mayor inclinación representa una tasa de producción mayor. Por ejemplo, la tasa de "A" es mayor que la tasa de "B". Es importante señalar que el inventario inicial de "B" compensa su menor tasa de producción.



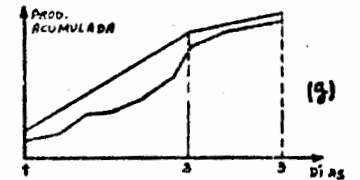
e) Una línea horizontal significa que durante el período no habrá producción y por lo tanto se necesita un inventario inicial muy grande para que la solución sea factible.



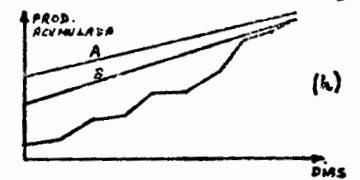
f) Cuando una línea está por encima de otra, esto significa que durante el período considerado los inventarios del plan representado por la línea de arriba son mayores que los inventarios del plan que corresponde a la línea de abajo. Entre los puntos "1" y "2", el plan "A" conduce a mayores inventarios y entre "2" y "3" el plan "B" conduce a mayores inventarios.



g) Un cambio en el grado de la línea representa un cambio de la tasa de producción. La tasa entre "1" y "2" es mayor que entre "2" y "3".



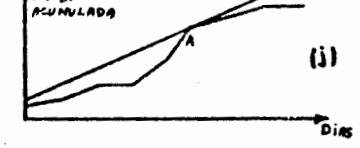
h) Una línea que está siempre arriba de otra conduce a un inventario anual promedio mayor.



i) Cuando dos líneas se cruzan no se puede decir cual plan conduce a un inventario promedio anual mayor. Para saberlo, tendríamos que calcular los inventarios correspondientes a los dos planes.



j) Si la línea representativa de una solución pasa por un punto de la línea representativa de los volúmenes requeridos y inventarios mínimos, esto significa que en este punto el inventario resultante del plan propuesto es igual al inventario mínimo. Por ejemplo, el inventario resultante en "A" es igual al inventario mínimo requerido.



8. Volviendo al problema de la Empresa "X", analizaremos 3 soluciones alternativas: PLAN 1, PLAN 2 y PLAN 3.

PLAN 1

La línea representativa del PLAN 1 pasa por los puntos "B" y "C" de la gráfica y representa una tasa de producción diaria fija durante todo el año. Para que esta solución sea factible, se necesita un inventario inicial de 1650 unidades (este valor es sacado de la gráfica).

Puesto que la línea pasa por el punto "B", su grado (tasa de producción) puede ser calculado como sigue:

$$T.P. = \frac{\text{diferencia vertical}}{\text{diferencia horizontal}} = \frac{3,940 - 1650}{83 - 0} = 27.6$$

Puesto que necesitamos un valor exacto para la tasa de producción diaria, ésta deberá ser mayor de 27.6 y nunca menor, porque si no los inventarios resultantes serían menores que los inventarios mínimos requeridos. Por lo tanto:

$$T.P. = 28 \text{ unidades/día}$$

A continuación presentamos un cuadro que proporciona el programa anual de producción si se adopta el PLAN 1:

Mes	Producción requerida	Inventario resultante	Días	Producción diaria	Producción mensual	Inv. mín.
Diciembre	--	1550	--	--	--	--
Enero	700	1566	22	28	616	300
Febrero	900	1170	18	28	504	340
Marzo	1100	686	22	28	616	375
Abril	900	374	21	28	588	340
Mayo	650	340	22	28	616	290
Junio	600	328	21	28	588	275
Julio	550	366	21	28	588	265
Agosto	400	330	13	28	364	230
Septiembre	400	490	20	28	560	230
Octubre	300	634	23	28	644	195
Noviembre	300	1122	21	28	588	195
Diciembre	400	1282	20	28	560	230
TOTAL	7200	---	244	--	6832	--

Por lo tanto, los costos de esta solución (PLAN 1) serán los siguientes:

a) Costo Debido a cambios del nivel de producción:

Producción inicial: 30 unid./día

Producción del plan: 28 unid./día

Diferencia: 2 unidades

Costo = 2 unid. x \$ 2,000/unid.

Costo = \$ 4,000.00

b) Costo del inventario:

El costo de mantener el inventario será igual al inventario medio anual multiplicado por el costo de mantener, que en este caso es \$ 240.00 por unidad por año.

El inventario medio anual puede ser estimado calculándose el promedio aritmético de la columna correspondiente al inventario resultante (véase el cuadro de la página anterior). Otra manera más precisa sería la siguiente:

El inventario medio de cada mes es la semi-suma de los inventarios final e inicial. Por ejemplo, para el mes de enero tenemos:

Inv. Inicial: 1650

Inv. Final: 1566

Inv. medio $(1650 + 1566)/2 = 1608$

Para los doce meses tenemos:

MES	I.I.	I.F.	I.M.	DIAS	I.M. x DIAS
Enero	1650	1566	1608	22	35,376
Febrero	1566	1170	1368	18	24,624
Marzo	1170	686	928	22	20,416
Abril	686	374	530	21	11,130
Mayo	374	340	357	22	7,854
Junio	340	328	334	21	7,014
Julio	328	366	347	21	7,297
Agosto	366	330	348	13	4,524
Septiembre	330	490	410	20	8,200
Octubre	490	634	562	23	12,926
Noviembre	634	1122	878	21	18,438
Diciembre	1122	1282	1202	20	24,040
TOTAL	--	--	--	244	186,229

I.I.-Inv. Inicial

I.F.-Inv. Final

I.M.-Inv. Medio

Finalmente, el inventario medio anual será la media ponderada de los inventarios medios mensuales y los pesos serán los días laborables de cada mes. Por lo tanto tenemos:

Inv. medio anual = $186,229 \div 244 = 763$

Y el costo de mantener dicho inventario será:

Costo anual = 763 unid. x \$ 240 = \$ 183,120.00

Costo anual = \$ 183,120.00

Costo del tiempo extra:

(No se trabajará tiempo extra)

Costo de la subcontratación:

(No habrá subcontratación)

Segunda solución alternativa (PLAN 2)

Como se puede observar en la gráfica, esta solución presenta dos tasas de producción diferentes: una entre los puntos "G" y "A" y otra entre los puntos "F" y "E". Superamos este cambio en la tasa de producción, para que podamos seguir más de cerca las fluctuaciones de las ventas, reduciendo así el inventario medio anual.

La tasa de producción entre los puntos "G" y "A" es la siguiente:

$$T.P. = \frac{\text{Diferencia vertical}}{\text{Diferencia horizontal}} = \frac{3075 - 300}{62 - 0} = 44.7$$

Por lo tanto:

$$T.P. = 45 \text{ unid./día.}$$

Análogamente, la tasa de producción entre "F" y "E" puede ser calculada como sigue:

$$T.P. = \frac{\text{Diferencia vertical}}{\text{Diferencia horizontal}} = \frac{2600}{195} = 13.3$$

Y por lo tanto adaptaremos la siguiente tasa:

$$T.P. = 19 \text{ unid./día.}$$

Finalmente, el programa de producción resultante si se adapta el PLAN 2 será el siguiente:

Mes	Prod. req.	Inv. res.	Días	Prod. normal		Prod. extra		Prod. sub.		Total
				Tasa	Total	Tasa	Total	Tasa	Total	
Diciembre	---	300	--	--	---	--	---	--	---	---
Enero	700	590	22	30	660	6	132	9	198	990
Febrero	900	500	18	30	540	6	108	9	162	810
Marzo	1100	390	22	30	660	6	132	9	198	990
Abril	900	435	21	30	630	6	126	9	189	945
Mayo	650	775	22	30	660	6	132	9	198	990
Junio	600	574	21	19	399	--	---	--	---	399
Julio	550	423	21	19	399	--	---	--	---	399
Agosto	400	270	13	19	247	--	---	--	---	247
Septiembre	400	250	20	19	380	--	---	--	---	380
Octubre	370	397	23	19	417	--	---	--	---	417
Noviembre	300	486	20	19	399	--	---	--	---	399
Diciembre	400	466	20	19	380	--	---	--	---	380
Total	7200	-	244	--	5791	--	630	--	945	7366

Consecuentemente, los costos de esta solución alternativa son los siguientes:

a) **Costo debido a cambios de la tasa de producción:**

Producción entre "G" y "F" (normal) = 30 unid./día

Producción entre "F" y "E" = 19 unid./día

Diferencia = 11 unidades

Costo = 11 x \$ 2,000

$$\text{Costo} = \$ 22,000.00$$

b) **Costo del inventario:**

Inventario medio = 458 unid.

Costo anual = 458 unid. x \$ 240/unid.

$$\text{Costo anual} = \$ 109,920.00$$

c) **Costo del tiempo extra:**

Unid. producidas con tiempo extra = 630

Costo = 630 unid. x \$ 20/unid.

$$\text{Costo} = \$ 12,600.00$$

d) **Costo de la subcontratación:**

Unid. producidas a través de subcontratación = 945

Costo = 945 unid. x \$ 25/unid.

$$\text{Costo} = \$ 23,625.00$$

10. **Tercera solución alternativa (PLAN 3)**

Esta solución presenta 3 tasas de producción diferentes durante el período de planeación. La primera tasa ya fue calculada para el PLAN 2 y es igual a 45 unid./día.

La segunda tasa es la siguiente (entre el 83^o día y el 160^o día):

$$T.P. = \frac{6160 - 4040}{160 - 83} = \frac{2120}{77}$$

$$T.P. = 20 \text{ unid./día}$$

Finalmente, la tercera tasa será (entre el 160^o día y el 244^o día):

$$T.P. = \frac{7430 - 6160}{244 - 160} = \frac{1270}{84} = 15.1$$

Por lo tanto:

$$T.P. = 16 \text{ unid./día}$$

Observación: En este caso será conveniente utilizar también el valor ... T.P. = 15 unid./día, puesto que las otras dos tasas son mayores que los valores calculados y consecuentemente, aunque utilizemos el valor T.P. = 15 para la última tasa, los inventarios resultantes serán todavía mayores que los inventarios mínimos.

El programa de producción que resultaría con la aplicación del PLAN 3, es el siguiente:

	Prod. req.	Inv. res.	Dias	Prod. normal		Prod. extra		Prod. sub.		Total
				Tasa	Total	Tasa	Total	Tasa	Total	
Diciembre	---	300	--	--	---	-	---	-	---	---
Enero	700	590	22	30	660	6	132	9	198	990
Febrero	900	500	18	30	540	6	108	9	162	810
Marzo	1100	390	22	30	660	6	132	9	198	990
Abril	900	435	21	30	630	6	126	9	189	945
Mayo	650	491	22	28	616	-	---	-	---	616
Junio	600	389	21	28	588	-	---	-	---	588
Julio	550	427	21	28	588	-	---	-	---	588
Agosto	400	391	13	28	364	-	---	-	---	364
Septiembre	400	311	20	16	320	-	---	-	---	320
Octubre	300	379	23	16	368	-	---	-	---	368
Noviembre	300	415	21	16	336	-	---	-	---	336
Diciembre	400	335	20	16	320	-	---	-	---	320
TOTAL	7200	--	244	--	5990	-	498	-	747	7235

Y los costos resultantes serán:

a) Costo debido a cambios en la tasa de producción:

Primer cambio:

Producción entre "G" y "H" (normal) = 30 unid./día

Producción entre "H" y "C" = 28 unid./día

Diferencia = 2 unidades

Costo = 2 x \$ 2,000

Costo = \$ 4,000.00

Segundo cambio:

Producción entre "H" y "C" = 28 unid./día

Producción entre "C" y "D" = 16 unid./día

Diferencia = 12 unidades

Costo = 12 x \$ 2,000

Costo = \$ 24,000.00

Costo total de los cambios:

Costo total = \$ 24,000 + \$ 4,000

Costo total = \$ 28,000.00

b) Costo del inventario:

Inventario medio = 413

Costo = 413 x \$ 240

Costo = \$ 99,120.00

c) Costo del tiempo extra:

Unidades producidas con tiempo extra: 498

Costo = 498 x \$ 20

Costo = \$ 9,960.00

d) Costo de la subcontratación:

Unidades producidas a través de subcontratación: 747

Costo = 747 x \$ 25

Costo = \$ 18,675.00

11. COMPARACION ENTRE LOS 3 PLANES

Finalmente, presentamos un resumen de los costos resultantes de cada una de las soluciones alternativas estudiadas. Para que sea posible una comparación entre los costos adicionales debido a cada PLAN, será necesario restar de los costos del inventario obtenidos, los costos correspondientes a los inventarios mínimos:

Promedio de los inventarios mínimos: 276

Costo de los inventarios mínimos: 276 x \$ 240 = \$ 66,240

Costos adicionales correspondientes a los 3 planes:

PLAN 1: \$ 103,120 - 66,240 = \$ 116,880

PLAN 2: \$ 109,920 - 66,240 = \$ 43,680

PLAN 3: \$ 99,120 - 66,240 = \$ 32,880

COSTOS	PLAN 1	PLAN 2	PLAN 3
Inventarios	116,880	43,680	32,880
Cambios T.P.	4,000	22,000	28,000
Tiempo extra	---	12,600	9,960
Subcontratación	---	23,000	18,675
TOTAL	120,880	101,280	89,515

Por lo tanto, la mejor solución es el PLAN 3 con un costo adicional total de \$ 89,515.00.

VII - BALANCEO DE LINEAS

La situación más elemental de balanceamiento de línea, y sin embargo la que se encuentra por todas partes, es donde varios operarios, cada uno llevando a cabo operaciones consecutivas, trabajan como una sola unidad. En tal situación, es obvio que la tasa de producción a través de la línea depende del operador más lento. Por ejemplo, tenemos una línea de cinco operadores ensamblando montaduras de caucho, antes del proceso de curación. Las asignaciones específicas de trabajo podrían ser del modo siguiente: Operador 1; 0.52 minutos; Operador 2; 0.48 minutos; Operador 3; 0.65 minutos; Operador 4; 0.41 minutos; Operador 5; 0.55 minutos. El Operador número 3 establece el ritmo como se muestra a continuación:

Operario	Minutos Estándar para ejecutar la operación (M.E.)	Tiempo de espera basado en el operario más lento	Minutos Asignados (M.A.)
1	0.52	0.13	0.65
2	0.48	0.17	0.65
3	0.65	--	0.65
4	0.41	0.24	0.65
5	0.55	0.10	0.65
	2.61		3.25

La eficiencia de esta línea puede calcularse como la relación entre el total de minutos estándares y el total de minutos asignados, o sea:

$$E = \frac{\sum M.E.}{\sum M.A.} \times 100 = \frac{2.61}{3.25} \times 100 = 80\%$$

en donde:

E = Eficiencia

M.E. = Minutos estándar por operación

M.A. = Minutos asignados por operación

Es evidente que una situación parecida, en la vida real, proporcionaría ahorros muy significativos, ya que si pudiéramos ahorrar 0.10 minutos en el caso del operador 3, los ahorros netos por ciclo no serían 0.10 minutos, sino 0.10 x 5, o sea, 0.50 minutos.

También es importante señalar que sólo en circunstancias excepcionales puede una línea estar perfectamente balanceada, esto es, cuando los minutos estándar para ejecutar las operaciones fueran idénticos para todos los operadores.

El total de minutos asignados para producir una unidad será igual a la tasa de los minutos estándar requeridos por el recíproco de la efi-

ciencia, es decir:

$$\sum M.A. = \sum M.E. \times 1/E$$

Es pues evidente que el número de operarios requeridos es igual a la tasa requerida de producción, por el total de minutos asignados:

$$N = P \times \sum M.A.$$

donde:

N = Número de hombres requeridos en la línea

P = Tasa de producción deseada (en unidades por minuto)

Por ejemplo, supongamos que tenemos un nuevo diseño para el que debemos establecer una línea de ensamble. Hay ocho distintas operaciones que ejecutar y la línea tiene que producir 700 unidades por día. Las ocho operaciones involucran los siguientes minutos estándares, basados en datos estándares ya existentes: Operación 1; 1.25 minutos; Operación 2; 1.38 minutos; Operación 3; 2.58 minutos; Operación 4; 3.84 minutos; Operación 5; 1.27 minutos; Operación 6; 1.29 minutos; Operación 7; 2.48 minutos; Operación 8; 1.28 minutos. El analista de sea planeear esta línea de ensamble del modo más económico.

El primer paso consistirá en encontrar el número de operarios necesario para cada una de las operaciones.

Puesto que se requieren 700 unidades por día, será necesario producir cada unidad en 0.695 minutos (480/700). Podemos encontrar cuántos operarios se necesitarán para cada operación, dividiendo los minutos estándares de cada operación entre el número de minutos que se necesitan para producir una unidad. Por ejemplo, el número de operarios para la Operación 1 es: $1.25 \div 0.695 = 1.82 = 2$. Para las demás operaciones, tenemos:

Operación	Minutos Estándar	Minutos estándar entre minutos por unidad	No. de Operarios
1	1.25	1.82	2
2	1.38	2.01	2
3	2.58	3.77	4
4	3.84	5.62	6
5	1.27	1.86	2
6	1.29	1.88	2
7	2.48	3.62	4
8	1.28	1.87	2
Total	15.37		24

Para determinar cuál operación es la más lenta, dividimos los minutos estándares para cada una de las operaciones, entre el número corres-

condiente de operarios:

Operación	Minutos estándar entre No. de operarios	Operación	Minutos estándar entre No. de operarios
1	1.25/2 0.625	5	1.27/2 0.635
2	1.38/2 0.690	6	1.29/2 0.645
3	2.58/4 0.645	7	2.48/4 0.620
4	3.84/5 0.640	8	1.28/2 0.640

La Operación 2 determinará la producción de la línea que, en este caso, será:

$$\frac{2 \text{ hombres} \times 60 \text{ min.}}{1.38 \text{ minutos estdn.}} = 87 \text{ piezas por hora o } 696/\text{día.}$$

La eficiencia de esta línea podrá ser calculada de la siguiente manera:

Como visto que $N = P \times \sum T.E.$ = $P \times \sum N.E./E$. Despejando la eficiencia, tenemos:

$$E = P \times \sum N.E./N$$

Sustituyendo, tenemos:

$$E = \frac{696}{490} \cdot 19.37 / 24 = 0.9286$$

$$E = 92.9\%$$

Finalmente, vale la pena resaltar que si la tasa de producción de la línea, es decir 696 piezas por día, resultara inadecuada, tendríamos que aumentar la tasa de producción de la Operación 2, lo que puede lograrse así:

1. Haciendo que uno o los dos operarios trabajen tiempo extra para acumular piezas en la estación de trabajo.
2. Utilizando los servicios de un tercer hombre (a tiempo parcial), en la estación de trabajo de la Operación 2.
3. Asignando algo del trabajo de la Operación 2 a la Operación 1, o a la Operación 3. Será preferible asignárselo a la Operación 1.
4. Mejorando el método de la Operación 2, para disminuir el ciclo de la operación.

Balaceo de líneas: el método de Kilbridge y Wester (*)

El procedimiento del método de Kilbridge y Wester se puede describir mejor mediante un ejemplo como el que define el diagrama de precedencia de la Figura 7.1., que resume los requerimientos tecnológicos de la secuencia. Los números dentro de los círculos representan las operaciones y los números pequeños que se ven fuera de los círculos, los tiempos de las operaciones en centésimas de minuto.

En la columna I del diagrama anotamos todas las operaciones de trabajo que no necesitan seguir a otras operaciones. Las operaciones que siguen inmediatamente se anotan en las columnas II, III, etc., observando las relaciones de precedencia. Adviértase que todas las operaciones se encuentran situadas hacia la izquierda, tan lejos como lo permiten las restricciones de secuencia. La suma de todos los tiempos de las operaciones es 552, y teóricamente se puede obtener un balance perfecto con un tiempo de ciclo de $c = 552/3 = 184$, o sea 3 estaciones. Describiremos el procedimiento suponiendo que el objetivo es balancear la línea perfectamente con tres estaciones y un tiempo de ciclo de 184.

En el Cuadro 7.1. hemos resumido la Figura 7.1. en una forma tabular más útil. La información nueva más importante del Cuadro 5.1. se encuentra en la columna (C), que resume la flexibilidad de asignación de las operaciones a las columnas del diagrama de precedencia. Por ejemplo, para el caso de la operación 39, la observación II, ..., XI significa que ésta podría moverse a la derecha, a cualquiera de las columnas del diagrama de precedencia hasta la columna XI, sin cambiar la precedencia básica de las relaciones. Esta flexibilidad para mover las operaciones horizontalmente será útil en el procedimiento que sigue. Advertimos que algunas tareas aparecen en la columna (B) del Cuadro 5.1. con alguna notación. Por ejemplo, la operación No. 3 aparece con la notación (w. 5, 9). Con esto se quiere decir que la operación en cuestión puede moverse horizontalmente por el diagrama de precedencia, sólo si las tareas asociadas se mueven delante de ella. Por lo tanto, la operación 3 se puede mover a la derecha solamente si las tareas 5 y 9 se mueven delante de ella.

Otros datos importantes del Cuadro 7.1. son las duraciones de las operaciones por columnas del diagrama de precedencia original que aparecen en la columna (E) y las sumas de tiempos acumulados que aparecen en la columna (F). Dada toda esta información, procedemos como sigue:

Paso 1. Dado que $c = 184$, examinamos la columna (F) del Cuadro 7.1. para encontrar la suma acumulada que más se aproxime a 184. La suma acumulada de la columna III, de 173, se aproxima. Los tiempos de las operaciones de las columnas I, II y III no satisfacen las necesidades de la estación I por sólo $184 - 173 = 11$ unidades de tiempo.

Paso 2. Examinamos los tiempos de las operaciones de la columna IV. ¿Hay alguna combinación de tiempos de las operaciones que suma exactamente 11? Sí, las operaciones 31 y 32 tienen tiempos de 7 y 4, respectivamente.

Paso 3. Movemos las operaciones 31 y 32 a la parte superior de la lista de operaciones de la columna IV, asignándolas así a la estación I.

(*) Tomado de Kilbridge y Wester, "A Heuristic Method of Assembly Line Balancing", Industrial Engineering, vol. 12, No. 4, 1961.

CUADRO 7.1.
Representación tabular del diagrama de precedencia de la figura 5.1.

(A) Número de columna del diagrama	(B) Número de identifica- ción de la operación	(C) Observaciones	(D) Duración de las opera- ciones t_i	(E) Suma de las dura- ciones	(F) Suma de los tiempos acumu- lados
I	1		9		
	2		9		
	11		10		
	12		11		
	39	II,, XI	5	44	44
II	3(w. 5,9)	III,, IX	10		
	7		13		
	4(w.6,10)	III,, IX	10		
	8		13		
	13		6		
	37(w. 43)	III,, XIII	4	56	100
III	5(w. 9)	IV,, X	17		
	6(w. 10)	IV,, X	17		
	14		22		
	15		11		
	43	IV,, XIV	6	73	173
IV	9	V,, XI	20		
	10	V,, XI	20		
	29	V,, XI	4		
	30	V,, XI	5		
	31	V,, XI	7		
	32	V,, XI	4		
	25(w. 26)	V,, VIII	26		
	16		19		
	19		3		
	23	V, VI	27		
	24	V, VI	29	164	337
V	17		12		
	20		7	19	356
VI	26	VII,, IX	6		
	27		5		
	18		4	15	371
VII	21		55		
	33(w. 35, 36, 38)	VIII	15	70	441
VIII	22		14		
	35	IX, X	7		
	36	IX	9		
	38	IX	3	33	474
IX	28		24	24	498
X	34		7	7	505
XI	40		4	4	509
XII	41		21	21	530
XIII	42		12	12	542
XIV	44		5		
	45		5	10	552

Fuente: Kilbridge y Wester, "A Heuristic Method of Assembly Line Balancing", Industrial Engineering, Vol. 12, No. 4, 1961.

CUADRO 7.2.
Cuadro .1. modificado tras de la asignación de operaciones a la estación 1, Únicamente.

(A) Número de columna del diagrama	(B) Número de identifica- ción de la operación	(C) Observaciones	(D) Duración de las opera- ciones t_i	(E) Suma de las dura- ciones	(F) Suma de los tiempos acumu- lados
I	1		9		
	2		9		
	11		10		
	12		11		
	39		5		
II	3		10		
	7		13		
	4		10		
	8	ESTACION 1.	13		
	13		6		
	37		4		
III	5		17		
	6		17		
	14		22		
	15		11		
	43		6		
IV	31		7		
	32		4	184	184
	9	V,, XI	20		
	10	V,, XI	20		
	29	V,, XI	4		
	30	V,, XI	5		
	25(w. 26)	V,, VIII	26		
	16		19		
	19		3		
	23	V, VI	27		
	24	V, VI	29	153	337
V	17		12		
	20		7	19	356
VI	26	VII,, IX	6		
	27		5		
	18		4	15	371
VII	21		55		
	33(w. 35, 36, 38)	VIII	15	70	441
VIII	22		14		
	35	IX, X	7		
	36	IX	9		
	38	IX	3	33	474
IX	28		24	24	498
X	34		7	7	505
XI	40		4	4	509
XII	41		21	21	530
XIII	42		12	12	542
XIV	44		5		
	45		5	10	552

CUADRO 7.3.
Cuadro 2, modificado tras la asignación de las operaciones a las tres estaciones.

(A) Número de columna del diagrama	(B) Número de identifica- ción de la operación	(C) Observaciones	(D) Duración de las opera- ciones t_i	(E) Suma de las dura- ciones	(F) Suma de los tiempos acumu- lados
	1		9		
	2		9		
I	11		10		
	12		11		
	39		5		
<hr/>					
	3		10		
II	7		13		
	4		10		
	8		13		
	13	ESTACION 1	6		
	37		4		
<hr/>					
	5		17		
III	6		17		
	14		22		
	15		11		
	43		6		
<hr/>					
IV	31		7		
	32		4	184	184
<hr/>					
	29		4		
	30		5		
	16		19		
	19		3		
	23	ESTACION 2	27		
	24		29		
<hr/>					
V	17		12		
	20		7		
<hr/>					
VI	27		5		
	18		4		
<hr/>					
VII	21		55		
VIII	22		14	184	368
<hr/>					
	9		20		
	10		20		
	25		26		
	33		15		
<hr/>					
IX	28		24		
	26		6		
	35		7		
	36	ESTACION 3	9		
	38		3		
<hr/>					
X	34		7		
XI	40		4		
XII	41		21		
XIII	42		12		
<hr/>					
XIV	44		5		
	45		5	184	552

1. Se utilize la permutabilidad entre columnas para facilitar la selección de operaciones de la duración deseada para un agrupamiento óptimo de las estaciones de trabajo. La movilidad lateral ayuda a colocar las operaciones en las estaciones de la línea de ensamble, para que puedan ser utilizadas donde sirven mejor a la solución del agrupamiento.

2. Generalmente las soluciones no son únicas. Las operaciones asignadas a una estación se pueden permutar generalmente dentro de la columna. Esto da al supervisor de la línea cierta flexibilidad para alterar la secuencia de las operaciones, sin perturbar el balance óptimo.

3. Si es posible, hay que disponer primero de las operaciones de larga duración. Por lo tanto, si se puede escoger entre la asignación de una operación de duración 20, por ejemplo, y la asignación de dos operaciones de duración 10 cada una, asígnese primero la operación de mayor duración. Los elementos de menor duración se guardan para mayor facilidad de manipulación al final de la línea.

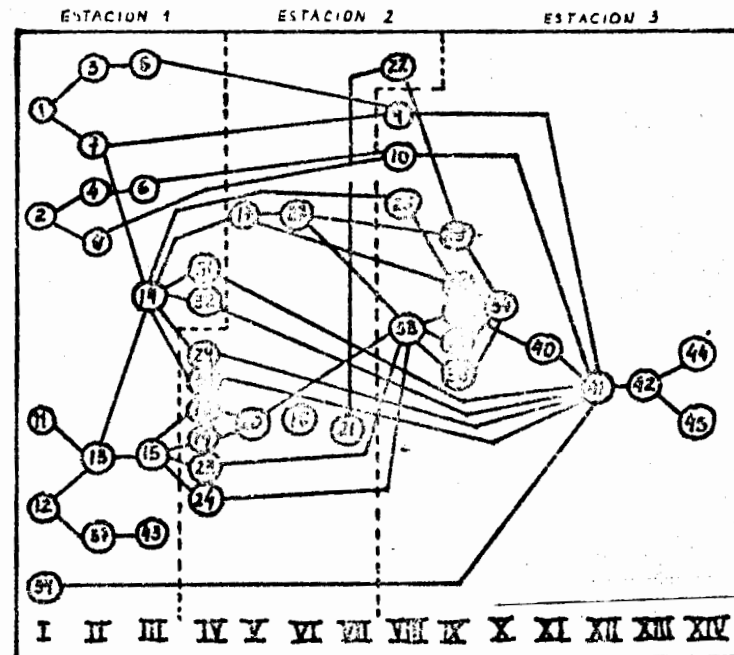


FIGURA 7.2.

VIII-PROGRAMACION DE SISTEMAS PRODUCTIVOS

INTRODUCCION

La programación de los sistemas productivos es un campo donde hay problemas intrigantes así como soluciones muy interesantes. El tema no ha recibido hasta hoy la atención que merece y el material que ha sido publicado es generalmente parte de trabajos que se dedican principalmente a otras temas.

Los problemas de programación son en general extremadamente complejos, principalmente cuando se trata de un sistema intermitente. Sin embargo, ya han sido desarrolladas soluciones para algunos tipos de problemas. El objetivo principal de estos apuntes es analizar el problema de programación de la producción de una forma general y discutir más detalladamente aquellos problemas para los cuales ya hay una solución.

Los métodos a discutirse pueden ser aplicados a cualquier sistema productivo, continuo o intermitente, de bienes o de servicios. No analizaremos, por lo tanto, aquellas técnicas que solamente pueden ser aplicados a un determinado tipo de sistema productivo, como son: Balanceo de Líneas (sólo aplicable a sistemas continuos) y Ruta Crítica (sólo aplicable a los grandes proyectos).

8.1. LOS PROBLEMAS DE SECUENCIACION

Los problemas de secuenciación son muy frecuentes y tenemos que resolverlos, por ejemplo, cuando necesitamos fabricar varios productos en una máquina dada, meter varios programas en una computadora, o atender a varios clientes en un banco.

Es evidente que los problemas de secuenciación siempre son "resueltos", ya que las empresas fabrican sus productos, los programas de computador son procesados, etc.. Sin embargo, las soluciones generalmente son obtenidas sin un riguroso estudio que garantice que éstas son realmente las más adecuadas.

Frecuentemente los productos o clientes son procesados en la medida que van llegando al sistema y esta "regla de secuenciación" se llama FIFO (first in, first out). Esta regla es aplicable, por ejemplo, para resolver el problema de un banco o de un supermercado, sin embargo, no hay ninguna razón para que creamos que también debe ser aplicada a otros problemas, como por ejemplo la fabricación de un determinado número de productos en una planta manufacturera.

Como se verá a continuación, secuencias diferentes generalmente conducen a resultados radicalmente diferentes y consecuentemente, para la determinación de la secuencia ideal de procesamiento, deben definirse precisamente los re-

sultados requeridos.

Vale la pena resaltar que nunca podemos dejar de resolver el problema, ya que de una forma o de otra, tendremos que adoptar una secuencia dada. El problema es, por lo tanto, definir que resultados queremos lograr y que secuencia permitirá la realización de éstos.

8.1.1 Problemas de secuenciación Pura

Inicialmente vale la pena señalar que generalmente se consideran secuenciación y programación como dos problemas diferentes: el primero consta de la determinación de la mejor secuencia para el procesamiento de "n" operaciones en una máquina; y el segundo consta de la determinación simultánea de la secuencia ideal de procesamiento de "n" operaciones en "m" máquinas.

En éstos apuntes no haremos esta distinción y utilizaremos los términos secuenciación y programación como sinónimos.

En varias situaciones un cambio de secuencia puede afectar no solamente los productos o clientes a procesar, sino también las condiciones en las cuales este procesamiento se llevará a cabo. Por ejemplo, si no utilizamos la regla FIFO en un banco, podemos perder varios clientes y por lo tanto, la decisión de utilizar una regla diferente, conducirá no solamente a una secuencia de procesamiento diferente, sino también a un número más reducido de clientes. En otras situaciones, hasta las condiciones del sistema podrán cambiar.

Si nosotros suponemos que el trabajo y las condiciones en que se realizará éste, no dependen de la secuencia adoptada, entonces decimos que el problema es de secuenciación pura. Por ejemplo, si tenemos "n" operaciones $OP_1, OP_2 \dots OP_n$ cuyos tiempos de realización son $T_1, T_2 \dots T_n$ respectivamente, y si sabemos que las operaciones propiamente dichas y sus respectivos tiempos serán exactamente los mismos para cualquier secuencia adoptada y que las máquinas estarán siempre disponibles, entonces el problema a resolver es de secuenciación pura. El ejemplo clásico de programación donde los tiempos de preparación de las máquinas dependen de la secuencia de procesamiento utilizada, no es evidentemente un problema de secuenciación pura.

8.1.2 Definición del problema de programación

En los problemas de programación sólo nos preocupamos con lo que podemos hacer con las operaciones y no con lo que son realmente estas operaciones. La definición precisa del problema requiere el conocimiento de los valores de las siguientes variables:

- a) Número de máquinas de la planta ("m")
- b) Número de productos cuya fabricación tenemos que programar ("n") (*).

(* Como veremos más adelante este dato solamente tiene sentido cuando se trata de un problema estático.

- c) Número de operaciones de cada producto ("K").
- d) El tiempo para la realización de las operaciones de cada producto, es decir, el tiempo de procesamiento de cada operación (" T_p ").
- e) El tiempo en el cual cada uno de los productos está listo para ser procesado, es decir, el tiempo en el cual el producto llega al sistema (" T_l ").
- f) El tiempo en el cual la fabricación del producto tendrá que ser terminada, es decir, el tiempo de entrega (" T_e ").
- g) El tiempo de preparación de las máquinas para la realización de cada operación. En estos apuntes supondremos que el tiempo de preparación no depende de la secuencia y que " T_p " ya incluye dicho tiempo.

Ejemplo: Supongamos que para el producto "i" las variables descritas anteriormente presentan los siguientes valores:

$$T_{li} = 0 \text{ días}; \quad T_{pi} = 5 \text{ días}; \quad T_{ei} = 7 \text{ días}$$

Estos datos indican que en el instante $T_{li} = 0$ podemos empezar a procesar un producto cuyo tiempo de procesamiento total es 5 días y cuyo plazo de entrega es 7 días. Si este producto tiene "K" operaciones, entonces podemos escribir:

$$T_{pi} = \sum_{j=1}^{K_i} T_{pji}$$

Debemos resaltar que si hay cualquier espera entre una operación y otra, el

producto no será terminado en T_{pi} unidades de tiempo. Si la espera total del producto "i" es " E_i ", llamamos tiempo de fabricación a la suma:

$$T_{fi} = T_{pi} + E_i$$

Además de los valores de las variables mencionadas, necesitaremos la siguiente información:

- a) En que secuencia las operaciones de cada producto deberán realizarse.
- b) La máquina en la cual cada operación deberá ser realizada.
- c) El objetivo que se persigue.

Para la resolución de problemas de programación también es necesario establecer algunas restricciones en cuanto al funcionamiento del sistema productiva. En estos apuntes, las restricciones serán las siguientes:

- a) Las máquinas estarán siempre disponibles.
- b) Las operaciones no pueden ser divididas o combinadas con otras.
- c) Cada operación sólo podrá ser realizada en una de las máquinas de la planta.
- d) Una vez que se empiece la realización de una operación en una máquina dada, ésta tendrá que ser terminada antes del procesamiento, en esta misma máquina, de cualquier otra operación.
- e) El tiempo de preparación de las máquinas no depende de la secuencia de fabricación y este tiempo ya estará incluido en el tiempo de procesamiento de cada operación (T_p).

8.1.3 Clasificación de los problemas de programación.

Si consideramos toda la información requerida para la definición de los problemas de programación, podemos clasificarlos inicialmente de la siguiente forma:

- a) Problemas estáticos: son aquéllos en los cuales todos los productos están listos para ser procesados simultáneamente. En estos casos conoceremos el número "n" de productos a fabricar.
- b) Problemas dinámicos: son aquéllos en los cuales hay un flujo continuo de productos, que llegan al sistema obedeciendo una determinada distribución probabilística.

Por otro lado, considerando la secuencia según la cual las máquinas son utilizadas para realizar las operaciones de cada producto, los sistemas productivos pueden clasificarse como sigue:

- a) Sistema en secuencia fija: son aquéllas en los cuales los productos siguen siempre la misma secuencia, es decir, pasan por la máquina 1, después por la 2, etc., hasta que pasan por la máquina "m".
- b) Sistemas de secuencia variable: son aquéllas en los cuales cada producto requiere una secuencia diferente, en la que se refiere a la utilización de las máquinas. Por ejemplo, en una planta de 3 máquinas, un producto podrá requerir la secuencia Maq. 1 → Maq. 2 → Maq. 3 y otro producto la secuencia Maq. 2 → Maq. 1 → Maq. 3.

Debido a las diferentes características que pueden presentar los problemas de programación, será conveniente utilizar una notación del tipo $A/B/C/D$, donde cada parámetro indicará lo siguiente:

- A.- Indica si el problema es estático o dinámico y si el problema es dinámico, "A" representará la distribución probabilística de los tiempos de llegada. Si el problema es estático, "A" representará simplemente el número de productos a fabricar. Por ejemplo, si tenemos que programar la fabricación de "n" productos, entonces $A = n$.
- B.- Indica el número de máquinas de la planta. Por lo tanto, si hay "m" máquinas, entonces $B = m$.
- C.- Indica si el sistema productivo es de secuencia fija o variable. Si la secuencia es fija, $C = F$, si la secuencia es variable, entonces $C = V$.
- D.- Indica el objetivo que se persigue. Por ejemplo, si el objetivo es minimizar el inventario medio en proceso, entonces $D = \bar{I}_p$.

Un ejemplo completa de esta notación sería $20/2/F/\bar{I}_p$ que significa lo siguiente: programar la fabricación de "20" productos, en una planta que posee "2" máquinas y presenta una secuencia fija de fabricación, de modo que se minimice el inventario en proceso medio.

8.1.4 Objetivos de los programas de producción.

En las secciones anteriores hemos visto que para definir un problema de programación necesitamos establecer el objetivo que se persigue. Este podrá ser cualquiera de los siguientes (o más de uno simultáneamente):

- a) Minimizar el tiempo medio de fabricación,
- b) Minimizar el inventario medio en proceso,
- c) Minimizar el número medio de productos o clientes pendientes.
- d) Satisfacer a un mayor número posible de clientes.
- e) Satisfacer a los clientes que pagan mejor o compran mayor volumen.
- f) Minimizar las pérdidas de materia prima.
- g) Minimizar el tiempo de fabricación máximo, es decir el tiempo total para terminar la fabricación de un determinado número de productos.
- h) Maximizar la utilización de la maquinaria y/o mano de obra,
- i) Minimizar el retraso medio,
- j) Minimizar el retraso máximo,
- k) Etc., Etc.

Es importante observar la interdependencia o contradicción que existe entre estos objetivos. Por ejemplo:

- Si minimizamos el tiempo de fabricación máximo, estamos al mismo tiempo maximizado la utilización de las máquinas;

- Si minimizamos el tiempo medio de fabricación, estaremos también minimizando el número medio de productos pendientes;
- Si maximizamos la utilización de las máquinas, probablemente no minimizaremos el inventario medio en proceso.
- Si minimizamos el tiempo medio de fabricación, probablemente no minimizaremos el retraso máximo.

Los dos últimos ejemplos refuerzan la importancia de la definición clara y precisa del objetivo que se persigue, ya que los objetivos pueden ser mutuamente excluyentes y en este caso su realización requerirá sistemas de programación diferentes.

8.1.5 Costos Relacionados con la Programación de la Producción.

Hay tres tipos principales de costos que son directamente afectados por las decisiones tomadas en el campo de la programación de la producción y que están relacionados con:

- a) El inventario en proceso,
- b) La utilización de maquinaria y/o mano de obra,
- c) La entrega retrasada de los productos.

De una forma general, se puede reducir el costo del inventario en proceso mediante la aplicación de reglas sencillas de programación. Aunque en la --

mayoría de los casos no sea posible minimizar el inventario en proceso y el tiempo medio de fabricación simultáneamente, la reducción de éste generalmente conduce a una reducción de dicho inventario. En algunos casos especiales, la reducción del tiempo medio de fabricación también puede dar a la empresa un mayor fuerza competitivo.

Los costos que dependen del nivel de utilización de la maquinaria y mano de obra están evidentemente relacionados con la eficiencia del programa de producción, ya que de éste dependerá el tiempo de inactividad de la maquinaria y mano de obra. Si el nivel de utilización es bajo, esto podrá llevar a la necesidad de trabajar tiempo extra o turnos adicionales, lo que representará también un aumento de los costos. Para algunos problemas especiales ya existen sistemas de programación que permiten una maximización de la utilización, sin embargo generalmente es más difícil aumentar dicha utilización que reducir el inventario medio en proceso.

En varias situaciones y especialmente cuando se trata de grandes proyectos, los costos relacionados con entregas atrasadas pueden ser fácilmente identificados y calculados. Por ejemplo, la empresa podrá tener que pagar "x" pesos por día de retraso en la entrega de un proyecto dado. En los demás sistemas productivos, estos costos no son fácilmente calculables, ya que dependen de la insatisfacción de los clientes y ésta es muy difícil de cuantificar. Sin embargo es importante tener en mente que estos costos existen y que en varias situaciones pueden ser más importantes que los costos relacionados con el inventario en proceso o la utilización de la maquinaria y mano de obra.

8.2.- PROGRAMACION DE LA FABRICACION DE "N" PRODUCTOS EN "UNA" MAQUINA.

8.2.1. Introducción.

En este capítulo analizaremos el caso especial de la programación de "n" productos que requieren una sola operación en la única máquina que tiene la planta. Utilizando la notación descrita anteriormente, es decir A/B/C/D, y suponiendo que el objetivo que se persigue fuera minimizar el inventario medio en proceso, la descripción del problema sería: $n/1/F/\bar{i}_p$

Supondremos que las restricciones descritas en la pág. 99 se aplican a este problema, y utilizaremos la siguiente notación:

m = número de máquinas = 1

n = número de productos

K = número de operaciones de cada producto = 1

T_l = tiempo de llegada de los productos = 0

T_{pi} = tiempo de procesamiento de las operaciones de cada producto.

T_{ei} = tiempo de entrega de los productos.

E_i = espera del producto "i" antes de que empiece su procesamiento.

T_{fi} = tiempo de fabricación del producto, es decir, $(T_{pi} + E_i)$.

Hay razones prácticas y teóricas para que estudiemos inicialmente este problema de programación. Entre éstas podemos citar:

- a) Este es el problema más sencillo de programación y consecuentemente podrá ser fácilmente entendido.

- b) El problema podrá ser utilizado para mostrar los diferentes resultados que pueden ser obtenidos mediante la utilización de sistemas (reglas) diferentes de programación.
- c) Las soluciones obtenidas nos ayudan a entender y encontrar soluciones aproximadas o óptimas para los problemas más complejos.
- d) Finalmente, el análisis de este problema nos sirve para evaluar la complejidad de los problemas generales de programación.

También debe resaltarse que este tipo de problema no es tan teórico como pueda parecer. Es verdad que muy raramente encontramos una planta que tenga sólo una máquina y productos que requieran una sola operación, sin embargo, al mismo tiempo, algunas empresas pueden tener una máquina que represente una fase tan importante del proceso productivo que el sistema de programación debería ser diseñado como si existiera solamente esta máquina. En la industria de procesamiento (por ejemplo, detergentes), no es muy raro encontrar una planta que funcione de una forma integrada como si fuera una sola máquina. Finalmente, en los sistemas continuos, podemos tener el problema de programar la producción de una línea de ensamble que también funciona de una forma integrada como si fuera una sola máquina.

8.2.2. Programación de acuerdo a los tiempos de procesamiento.

Ya hemos citado anteriormente la regla de programación FIFO, que programa los productos o clientes según la fecha o tiempo de llegada de éstos al sistema. Existen muchas otras reglas de programación y entre éstas podemos mencionar:

- a) Dar prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto.
- b) Dar prioridad a los productos de mayor volumen.

- c) Dar prioridad a los productos de los clientes que pagan de contado.
- d) Dar prioridad a los productos de menor plazo de entrega.
- e) Dar prioridad, para una máquina específica, a aquellos productos cuya cantidad de trabajo pendiente sea menor.

Estas reglas son llamadas reglas heurísticas de programación y en la mayoría absoluta de los problemas de programación no es posible obtener una solución óptima mediante la aplicación de cualquiera de ellas. Sin embargo, podemos obtener soluciones bastante buenas que nos permiten lograr parcialmente los objetivos que se persiguen.

En esta sección estudiaremos la primera de estas reglas, es decir, la regla que da prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto. Nos referiremos a esta regla a través de la abreviación TPMC.

Supongamos que tenemos los siguientes productos y que todos requieren una sola operación en la única máquina que tiene la planta. También supondremos que todos los productos están disponibles para ser procesados simultáneamente:

PRODUCTOS	TIEMPO DE PROCESAMIENTO (T_{pi})
A	10 h
B	20 h
C	13 h
D	16 h
E	8 h

Se puede demostrar que si se da prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto, se minimizará el tiempo de fabricación medio y el número medio de productos pendientes en el sistema. Además, si el volumen físico de los productos (lotes o pedidos) es proporcional al tiempo de procesamiento, también el inventario medio en proceso será minimizado. La secuencia de fabricación que resulta de la aplicación de la regla TPMC sería la siguiente:

PR ODUCTO	TIEMPO DE PROCESAMIENTO (T_{pi})	TIEMPO DE FABRICACIÓN (T_{fi})
E	8h	8h
A	10h	18h
C	13h	31h
D	16h	47h
B	20h	67h

Podemos observar que, el tiempo total de fabricación es igual al tiempo de fabricación del último producto procesado y éste será siempre igual a 67h. El tiempo de fabricación medio, sin embargo, depende directamente de la secuencia de fabricación y en el caso de la secuencia $E \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$, éste será igual a: $(8 + 18 + 31 + 47 + 67) / 5 = 34.2$ h.

Hay un total de 5! secuencias diferentes, sin embargo no existe ninguna otra secuencia que permita obtener un tiempo de fabricación medio menor, o que pueda, en las condiciones citadas, reducir más el inventario medio en proceso y el número medio de productos pendientes en la planta. Veamos la secuencia inversa:

PR ODUCTO	TIEMPO DE PROCESAMIENTO (T_{pi})	TIEMPO DE FABRICACIÓN (T_{fi})
B	20h	20h
D	16h	36h
C	13h	49h
A	10h	59h
E	8h	67h

La secuencia sería la TPML (tiempo de procesamiento más largo) y el tiempo de fabricación medio que le corresponde sería: $(20 + 36 + 49 + 59 + 67) / 5 = 46.2$ h. También se puede demostrar que ninguna otra secuencia conduce a un tiempo medio de fabricación mayor.

Por lo tanto, de este rápido análisis que hemos hecho, podemos sacar la siguiente conclusión: Si queremos programar la fabricación de "n" productos en "una" máquina y si el volumen físico de los productos es proporcional a su tiempo de procesamiento, entonces la aplicación de la regla TPMC conduce a los siguientes resultados:

- Se minimiza el tiempo medio de fabricación.
- Se minimiza el número medio de productos pendientes en el sistema.
- Se minimiza el inventario medio en proceso.

Si el volumen físico de los productos (V_i) no es proporcional a su tiempo de procesamiento, entonces la regla que minimiza el inventario medio en proceso será aquella que da prioridad a los productos cuyo índice V_i / T_{pi} sea mayor.

Veamos un ejemplo:

PRODUCTO	T_{pi}	V_i (M^3)	V_i/T_{pi}
A	1h	2.0	2.0
B	7h	10.5	1.5
C	4h	5.0	1.25
D	6h	14.4	2.4
E	5h	2.5	0.5
F	3h	12.0	4.0

La secuencia que minimiza el inventario en proceso será:

PRODUCTO	T_{pi}	V_i (M^3)	V_i/T_{pi}
F	3h	12.0	4.0
D	6h	14.0	2.4
A	1h	2.0	2.0
B	7h	10.5	1.5
C	4h	5.0	1.25
E	5h	2.5	0.5
TOTAL	26h	46.4	-

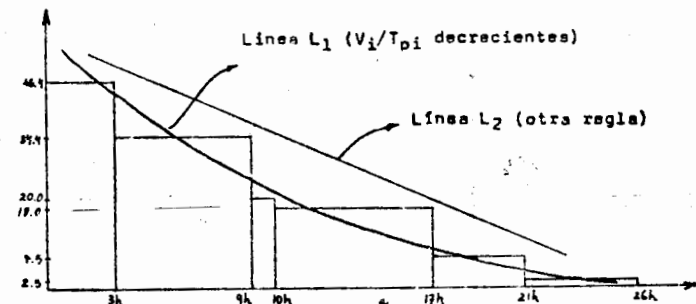
Si observamos este cuadro veremos que mientras no se termina el producto "F", el inventario en proceso es $46.4m^3$. Después de 3h el inventario se reduce a $46.4 - 12.0 = 34.4m^3$, y permanecerá a este nivel hasta que terminemos el producto "D", es decir, durante los próximos 6h, y así sucesivamente.

Podemos entonces construir el siguiente cuadro:

NIVEL DEL INVENTARIO	TIEMPO DURANTE EL CUAL EL INV. PERMANECE A ESTE NIVEL	TIEMPO x INV.
46.4	3h	139.2
34.4	6h	206.4
20.0	1h	20.0
18.0	7h	126.0
7.5	4h	30.0
2.5	5h	12.5
TOTALES	26h	534.1

El inventario en proceso medio será la siguiente media ponderada: $I_p \text{ medio} = 534.1/26 = 20.5 m^3$.

La representación gráfica de la variación del inventario en proceso será:



Se puede observar que si se da prioridad a los productos cuyo índice V_i/T_{pi} es mayor, la tasa de disminución del inventario en proceso será máxima cuando se empieza la fabricación y mínima cuando se está terminando el último producto. Esto garantiza que el inventario medio en proceso será mínimo. Cualquier otra regla de programación conducirá a una línea que está por encima de la línea L_1 de la figura (por ejemplo, la línea L_2) y consecuentemente el inventario medio sería mayor.

3.3. Programación de acuerdo al tiempo de entrega

Uno de los objetivos más importantes de los sistemas productivos es cumplir con los plazos de entrega previamente establecidos conjuntamente por la empresa y los clientes. Para estudiar este tipo de problema será necesario definir las siguientes variables:

- Diferencial de entrega:** Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega requerido por el cliente.
- Adelanto:** Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega, cuando esta diferencia es negativa.
- Retraso:** Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega, cuando esta diferencia es positiva.

Un resultado realmente sorprendente y que puede ser fácilmente demostrado, es que la regla TPMC, aunque no tome en consideración los tiempos de entrega de los productos, también minimiza el promedio de los diferenciales de entrega. Sin embargo, esta regla no garantiza la minimización de las siguientes variables:

- Retraso máximo
- Retraso medio
- Número de productos retrasados.

Si queremos minimizar el retraso máximo, tendremos que utilizar la regla que da prioridad a los productos de tiempo de entrega más corto, es decir, fecha de entrega más próxima. Nos referiremos a esta regla a través de la abreviación YEMC.

Otra regla que en muchos casos prácticos conduce a mejores resultados que la regla YEMC, es la que da prioridad a los productos cuyas diferencias "tiempo de entrega-tiempo de procesamiento", sean menores. Esta diferencia puede ser llamada tiempo de holgura, por lo que utilizaremos para esta regla la abreviación THMC (tiempo de holgura más corto).

A continuación presentamos un ejemplo donde se aplican las reglas TPMC, YEMC y THMC, y donde se puede observar que la regla TPMC minimiza el tiempo de fabricación medio y el diferencial de entrega medio, y la regla YEMC minimiza el retraso máximo.

El ejemplo consta de la fabricación de 4 productos en la única máquina que tiene una planta dada, y los tiempos de procesamiento y plazos de entrega se muestran en el cuadro siguiente:

Productos	Tiempo de Procesamiento (días) (A)	Tiempo de Entrega (días) (B)	Tiempo de Holgura (días) (B - A)
A	1.0	6.0	5.0
B	2.5	3.0	0.5
C	4.5	5.5	1.0
D	4.0	7.0	3.0

Los resultados de la aplicación de cada una de las reglas son:

Regla TPMC (tiempo de procesamiento más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif. de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
A	1.0	6.0	1.0	-5.0
B	2.5	3.0	3.5	+0.5
D	4.0	7.0	7.5	+0.5
C	4.5	5.5	12.0	+6.5

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 6.0 días
 Diferencial de entrega medio: 0.62 días.
 Adelanto medio: 5.0 días (sólo un producto).
 Retraso medio: 2.5 días.
 Número de productos retrasados: 3
 Retraso máximo: 6.5 días.

Regla TEMC (tiempo de entrega más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif. de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
B	2.5	3.0	2.5	-0.5
C	4.5	5.5	7.0	+1.5
A	1.0	6.0	8.0	+2.0
D	4.0	7.0	12.0	+5.0

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 7.4 días.
Diferencial de entrega medio: 2.0 días.
Adelanto medio: 0.5 días (sólo un producto).
Retraso medio: 2.8 días.
Número de productos retrasados: 3
Retraso máximo: 5.0 días.

Sistema THMC (tiempo de holgura más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif. de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
B	2.5	3.0	2.5	-0.5
C	4.5	5.5	7.0	+1.5
D	4.0	7.0	11.0	+4.0
A	1.0	6.0	12.0	+6.0

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 8.1 días.
Diferencial de entrega medio: 2.8 días.
Adelanto medio: 0.5 días (sólo un producto).
Retraso medio: 3.5 días.
Número de productos retrasados: 3
Retraso máximo: 6 días.

Los resultados de este cuadro son idénticos a los obtenidos con la regla TEMC cuando se aplica el tiempo de entrega más corto.

fabricación medio (6 días) y el diferencial de entrega medio (2.0 días). A su vez, la regla TEMC minimiza el retraso máximo (5 días). También debe resaltarse que la regla TPMC, aunque no tome en consideración el tiempo de entrega de los productos, es superior o igual a las demás reglas en lo que se refiere a todos los factores analizados, excepto el último factor (retraso máximo). Los tiempos de entrega no son muy lógicos, ya que algunos de los productos de mayor tiempo de procesamiento presentan tiempos de entrega relativamente cortos y vice versa. Obviamente que esto va en contra de las reglas que no tienen en consideración los tiempos de entrega, sin embargo, aún así, la regla TPMC presenta resultados mejores o iguales a los de las otras reglas. Esto muestra, de cierta forma, la complejidad de los problemas de programación.

Obviamente, los resultados presentados en estos cuadros no pueden ser generalizados, puesto que dependen de los valores de los tiempos de procesamiento y de los tiempos de entrega, y por lo tanto, solamente son válidos para este ejemplo específico. Sin embargo, hay una conclusión importante que deriva de estos resultados: siempre que el problema de programación sea determinar la secuencia de fabricación de un número dado de productos de modo a:

- Reducir el diferencial de entrega medio,
- Reducir el retraso medio,
- Reducir el tiempo de fabricación medio y
- Reducir el número de productos retrasados.

se deben aplicar y evaluar los resultados de reglas que toman en consideración los plazos de entrega de los productos, sin embargo será de fundamental importancia evaluar también los resultados de la regla TPMC, ya que ésta podrá ser la regla que proporcione los mejores resultados. También debe señalarse que no es conveniente aplicar la regla TPMC cuando el objetivo sea minimizar el retraso máximo.

3.2.4 Aplicación de la regla TEMC cuando la información es incompleta

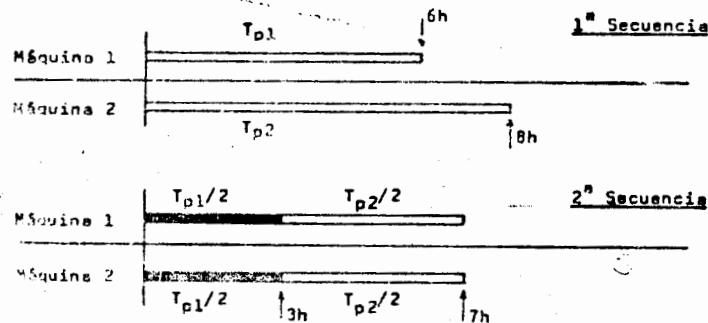
En los ejemplos anteriores se ha supuesto que se conocen los tiempos de procesamiento de los productos y los tiempos de entrega de los productos. Sin embargo, en muchos casos, los tiempos de procesamiento y los tiempos de entrega no son conocidos con exactitud. En estos casos, se debe aplicar la regla TEMC cuando se conocen los tiempos de procesamiento y los tiempos de entrega con una cierta incertidumbre. En estos casos, se debe aplicar la regla TEMC cuando se conocen los tiempos de procesamiento y los tiempos de entrega con una cierta incertidumbre.

termina la fabricación de los productos.

Supongamos que no conocemos los tiempos de procesamiento de algunos productos y que $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$ son estimaciones de éstos. Si existe una correlación entre los tiempos de procesamiento y las estimaciones, y fabricamos los productos en la secuencia indicada, estaremos aplicando correctamente la regla TPMC. En otras palabras, para que la regla TPMC sea aplicada correctamente, no es necesario que X_1, X_2, \dots, X_n sean estimaciones precisas de $T_{p1}, T_{p2}, \dots, T_{pn}$, sino que exista una correlación directa entre los T_{pi} y los X_i . Por ejemplo, si el estimador consistentemente comete errores para más en las estimaciones de los tiempos de procesamiento, aún así la regla TPMC será aplicada correctamente. Obviamente, si los valores de los T_{pi} son prácticamente iguales, la probabilidad de que utilizemos la secuencia inadecuada será mucho mayor.

8.2.5. Programación de la fabricación de "n" productos en "m" máquinas idénticas.

En esta Sección consideraremos el caso especial de una planta que en vez de tener una sola máquina, posee "m" máquinas idénticas, entre las cuales podremos repartir el trabajo total requerido para la fabricación de cada producto. Por ejemplo, supongamos que tenemos 2 máquinas y 2 productos cuyos tiempos de procesamiento son $T_{p1} = 6h$ y $T_{p2} = 8h$, respectivamente, y que el trabajo que requiere cada producto puede ser repartido entre las dos máquinas. Se podría programar la fabricación de las siguientes maneras:



Si adoptamos la 1ª secuencia, el tiempo de fabricación medio será: $\bar{T}_f = (T_{p1} + T_{p2})/2 = (6h + 8h)/2 = 7h$. Y para la segunda secuencia tenemos: $\bar{T}_f = (3h + 7h)/2 = 5h$.

Podemos observar que se puede reducir considerablemente el tiempo de fabricación medio simplemente repartiendo la cantidad de trabajo de cada producto entre las 2 máquinas de la planta.

El ejemplo analizado es bastante sencillo, sin embargo este principio tiene una aplicación general, es decir, en cualquier planta de "m" máquinas, si "m'" de éstas son idénticas, siempre se podrá reducir el tiempo de fabricación medio repartiendo el contenido de trabajo de cada producto entre estas "m'" máquinas idénticas.

8.3. PROGRAMACION DE LOS SISTEMAS PRODUCTIVOS DE SECUENCIA FIJA

Otro problema especial de programación es aquél donde los productos requieren siempre la misma secuencia en lo que se refiere a la utilización de las máquinas. En otras palabras, el sistema productivo es de secuencia fija.

Un ejemplo típico de este tipo de sistema son las líneas de producción o ensamble. Sin embargo, para que un sistema productivo sea considerado como de secuencia fija, no es necesario que los productos tengan que pasar por todas las máquinas o puestos de trabajo y que tarden lo mismo en cada uno de éstos, sino que presenten un flujo de dirección uniforme.

8.3.1. El método de Johnson

En 1954 Johnson presentó un algoritmo que permite resolver el problema $n/2/F/T_f$ máx., es decir, "programar la fabricación de "n" productos en las 2 máquinas de un sistema de secuencia fija, de modo que se minimice el tiempo de fabricación máximo. Vale la pena recordar que cuando minimizamos el tiempo de fabricación máximo, estaremos al mismo tiempo maximizando la utilización de las máquinas.

Para la presentación de este método utilizaremos la siguiente notación:

- A_i = operación del producto "i" en la primera máquina.
- B_i = operación del producto "i" en la segunda máquina.
- T_{f_i} = tiempo de fabricación del producto "i".

El método de Johnson consta de la siguiente regla de programación:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j", siempre que $\min(A_i, B_j) < \min(A_j, B_i)$ ".

Veamos un ejemplo:

Producto	A_i	B_i
a	6h	3h
b	0h	2h
c	5h	4h
d	8h	6h
e	2h	1h

Consideremos inicialmente los productos "a" y "c":

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad c \begin{cases} A_j = 5h \\ B_j = 4h \end{cases}$$

$$\min(6h, 4h) = 4h > \min(5h, 3h) = 3h$$

Puesto que $\min(A_i, B_j)$ no es menor que $\min(A_j, B_i)$, el producto "a" no debe preceder al producto "c".

Comparemos ahora los productos "a" y "d":

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad d \begin{cases} A_j = 8h \\ B_j = 6h \end{cases}$$

$$\min(6h, 6h) = 6h > \min(8h, 3h) = 3h$$

Por lo tanto, el producto "a" tampoco deberá preceder al producto "d".

En cuanto a los productos "a" y "e", tenemos:

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad e \begin{cases} A_j = 2h \\ B_j = 1h \end{cases}$$

$$\min(6h, 1h) = 1h < \min(2h, 3h) = 2h$$

Por lo tanto, el producto "a" deberá preceder al producto "e".

Hasta ahora tenemos los siguientes resultados: "a" deberá ser procesado después de "c" y "d", y antes de "e". Si recordamos que el producto "b" no requiere procesamiento en la máquina 1, hay sólo dos secuencias de procesamiento en dicha máquina que obedezcan a estas restricciones:

c → d → a → e

d → c → a → e

Necesitamos, por lo tanto, comparar los productos "c" y "d":

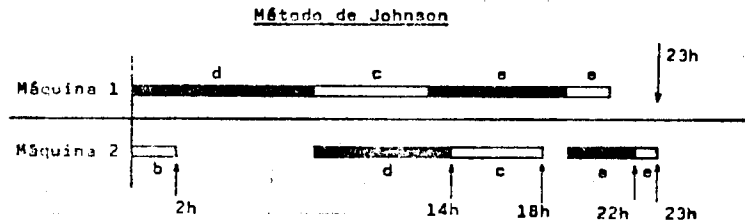
$$c \begin{cases} A_i = 5h \\ B_i = 4h \end{cases} \quad d \begin{cases} A_j = 8h \\ B_j = 6h \end{cases}$$

$$\min(5h, 6h) = 5h > \min(8h, 4h) = 4h$$

Por lo tanto, el producto "c" no deberá preceder al producto "d". La solución final del problema será entonces procesar los productos en la máquina 1 siguiendo la secuencia



y procesar los productos en la máquina 2 luego que éstos salgan de la máquina 1. A continuación presentamos esta solución mediante una gráfica de Gantt:



Puede observarse que el tiempo de fabricación máximo corresponde al producto "a" y es igual a 23h. Como hemos dicho anteriormente, ninguna otra regla de programación conducirá a un tiempo máximo de fabricación menor que 23h.

De la gráfica también podemos sacar los tiempos de fabricación de los demás productos:

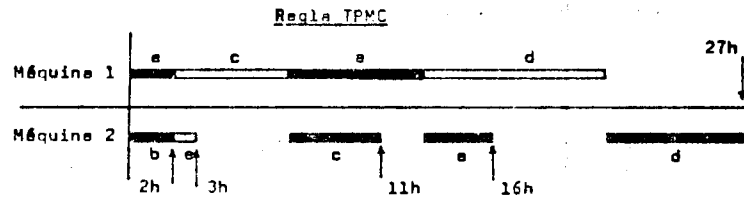
Producto	T _{fi}
a	22h
b	2h
c	18h
d	14h
e	23h

Finalmente, el tiempo de fabricación medio será:

$$\bar{T}_p = (22h + 2h + 18h + 14h + 23h)/5 = 15.8h$$

8.3.2. Minimización del tiempo medio de fabricación en una planta de 2 máquinas (n/2/F/ \bar{T}_p).

La minimización del tiempo de fabricación medio en una planta con sólo dos máquinas ya es un problema bastante complicado, para el cual hasta hoy no se encontró ninguna solución. El algoritmo de Johnson no es bueno en cuanto a la realización de este objetivo. En el ejemplo anterior, este método condujo a un tiempo de fabricación medio igual a 15.8h, mientras que, como se puede observar en la gráfica que se muestra a continuación, la regla TPMC conduce a un tiempo de fabricación medio igual a 11.8h. Sin embargo, la utilización de las máquinas es mucho menor cuando se aplica la regla TPMC.



$$\text{Tiempo de fabricación medio} = (2h + 3h + 11h + 16h + 27h)/5 = 11.8h$$

Estos resultados muestran una vez más la importancia de una definición previa del objetivo que se persigue. Si el objetivo fuera maximizar la utilización de las máquinas, el método de Johnson sería el más adecuado. Si el objetivo fuera minimizar el tiempo de fabricación medio, debería aplicarse la regla TPMC.

8.3.3. Minimización del tiempo de fabricación máximo en una planta con 3 máquinas (n/3/F/T_p máx).

En su trabajo de fecha 1954, Johnson también propuso una solución aproximada para este tipo de problema. La regla de programación propuesta por él es la siguiente:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j" si
 $\min(A_i + B_i, B_j + C_j) < \min(A_j + B_j, B_i + C_i)$ ".

Donde:

A_i = operación del producto "i" en la primera máquina.

B_i = operación del producto "i" en la segunda máquina.

C_i = operación del producto "i" en la tercera máquina.

Veamos un ejemplo:

Productos	A_i	B_i	C_i
a	1h	2h	9h
b	5h	9h	7h
c	7h	6h	8h
d	8h	9h	9h

Productos "a" y "b":

$$\min(1h + 2h, 9h + 7h) = 3h < \min(5h + 9h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "b".

Productos "a" y "c":

$$\min(1h + 2h, 6h + 8h) = 3h < \min(7h + 6h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "c".

Productos "a" y "d":

$$\min(1h + 2h, 9h + 9h) = 3h < \min(8h + 9h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "d".

Productos "b" y "c":

$$\min(5h + 9h, 6h + 8h) = 14h > \min(7h + 6h, 9h + 7h) = 13h$$

El producto "c" deberá preceder a "b".

Productos "b" y "d":

$$\min(5h + 9h, 9h + 9h) = 14h < \min(8h + 9h, 9h + 7h) = 16h$$

El producto "b" deberá preceder al producto "d".

La secuencia final deberá ser entonces:

a → c → b → d

A continuación presentamos en forma gráfica esta solución, así como la solución óptima. Se puede observar que el tiempo de fabricación máximo que corresponde al método de Johnson ($T_{f \text{ máx}} = 41h$) es ligeramente mayor que el tiempo de fabricación máximo óptimo (39h). La única diferencia entre las dos secuencias es que la posición de los productos "b" y "c" está invertida, es decir, las dos secuencias son a, b, c, d y a, c, b, d, respectivamente. Los resultados experimentales sugieren que en varias situaciones, cuando el método de Johnson no conduce a la solución óptima, ésta podrá ser obtenida mediante una simple inversión de la posición de dos productos.

Este rápido análisis muestra que el método de Johnson no conduce siempre a una solución óptima, sin embargo su aplicación conduce a soluciones bastante buenas, con una probabilidad relativamente alta.

8.3.4. Programación de la fabricación de "n" productos en "m" máquinas

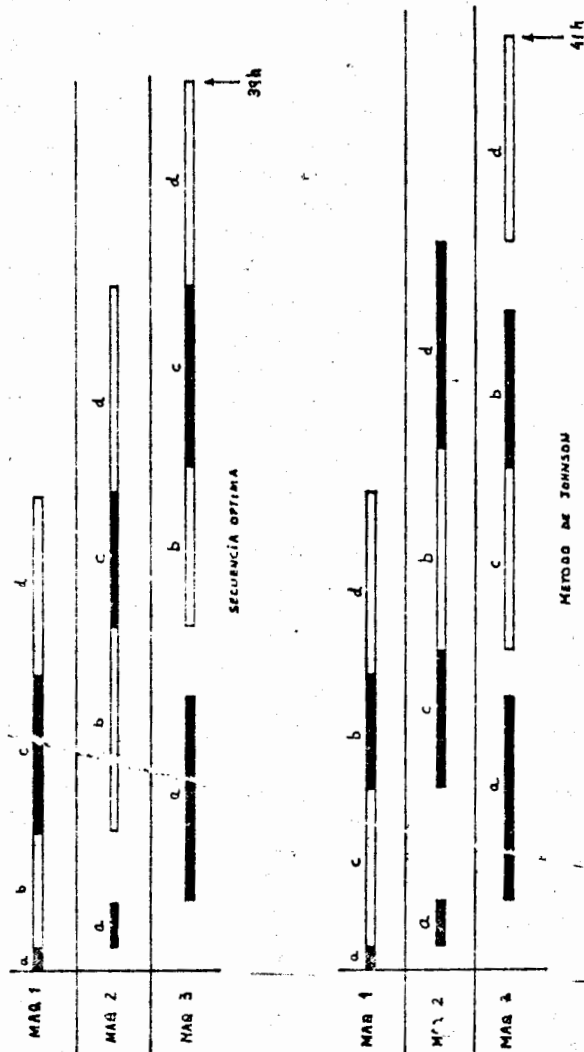
8.3.4.1. El método de Ichiro Nabeshima

En 1960 Ichiro Nabeshima propuso un algoritmo para la resolución del problema $n/m/F/T_{f \text{ máx}}$, el cual es en realidad una generalización del algoritmo de Johnson. El método de Ichiro sólo es aplicable cuando:

$$\min OP_j \geq \max OP_{j+1} \quad \text{donde } j + 1 \leq m - 1.$$

donde: OP_j es el conjunto que incluye todas las operaciones que requieren procesamiento en la máquina "j".

OP_{j+1} es el conjunto de operaciones que requieren procesamiento en la máquina "j+1".



Por ejemplo, el método no sería aplicable al problema que se describe a continuación, ya que algunas de las C_i son mayores que la B_i más corta (7h).

Producto	A_i	B_i	C_i	D_i
a	10h	9h	8h	8h
b	11h	7h	4h	2h
c	15h	10h	5h	4h
d	17h	8h	9h	6h

A_i = operaciones en la primera máquina
 B_i = " " " segunda " "
 C_i = " " " tercera " "
 D_i = " " " cuarta " "

La regla de programación propuesta por Ichiro consiste de la siguiente:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j" siempre que

$$\min \left[\sum_{t=1}^{m-1} OP_{i,t}, \sum_{t=2}^m CP_{j,t} \right] < \min \left[\sum_{t=1}^{m-1} CP_{j,t}, \sum_{t=2}^m OP_{i,t} \right]$$

donde $t = 1, 2, 3, \dots, m$, indica la máquina que corresponde a cada operación.

Veamos un ejemplo:

Producto	A_i	B_i	C_i	D_i
a	10h	9h	7h	4h
b	11h	7h	4h	1h
c	15h	10h	5h	2h

Podemos observar que la más corta de las A_i es mayor que todas las B_i ; la más corta de las B_i es mayor que todas las C_i ; etc. Por lo tanto, el método de Ichiro podrá ser aplicado.

Consideremos inicialmente los productos "a" y "b" y apliquemos la regla de programación:

$$\min(10 + 9 + 7, 7 + 4 + 1) = 12 < \min(11 + 7 + 4, 9 + 7 + 4) = 20$$

Como se cumple la desigualdad, entonces el producto "a" deberá preceder al producto "b".

En cuanto a los productos "a" y "c", tenemos:

$$\min(10 + 9 + 7, 10 + 5 + 2) = 17 < \min(15 + 10 + 5, 9 + 7 + 4) = 20$$

Por lo tanto, el producto "a" deberá preceder al producto "c".

Finalmente, comparemos "b" y "c":

$$\min(11 + 7 + 4, 10 + 5 + 2) = 17 > \min(15 + 10 + 5, 7 + 4 + 1) = 12$$

El producto "c" deberá preceder al producto "b" y por lo tanto la secuencia óptima será:

$$a \rightarrow c \rightarrow b$$

Puede observarse que para $m = 3$, el método de Ichiro resulta idéntico a la regla de programación de Johnson para el caso de 3 máquinas (Sección 3.3). Esto explica porque el método de Johnson ni siempre conduce a una solución óptima. En otras palabras, cuando se cumple la condición

$$\min OP_j \geq \max OP_{j+1}$$

la regla de Johnson conduce a una solución óptima y cuando esta condición no se cumple, la solución obtenida podrá ser buena, pero probablemente no será óptima.

8.3.4.2. Demás problemas con "n" productos y "m" máquinas

En la Sección anterior hemos presentado una solución para el problema $n/m/F/T_r$ máx. Los demás problemas de programación donde hay "n" productos y "m" máquinas no han sido resueltos hasta hoy. Al mismo tiempo, el número de secuencias posibles es tan grande que en la mayoría de los casos el problema no es computable.

Debido a estas razones, la técnica de simulación ha sido frecuentemente utilizada en varios trabajos de investigación para evaluar la eficiencia de diferentes reglas de programación. Sin embargo, los resultados obtenidos generalmente no revelan ni la superioridad de alguna regla en especial, ni si dichas reglas conducen a resultados diferentes cuando son aplicadas a sistemas de secuencia fija y a sistemas de secuencia variable, respectivamente. Sólo hay un resultado que parece ser verdadero para todos los tipos de sistemas productivos: la regla FPMG generalmente reduce el tiempo de fabricación medio. En el próximo capítulo discutiremos con más detalles los resultados generales de las investigaciones realizadas en este campo.

8.4. PROGRAMACION DE LOS SISTEMAS PRODUCTIVOS DE SECUENCIA VARIABLE

La programación de los sistemas productivos de secuencia variable es un desafío fascinante. Aunque sea muy fácil definirlo o presentarlo, la obtención de soluciones óptimas es una tarea de grandísima complejidad.

En este tipo de problema, cada operación requiere tres números "i", "j" y "k" para su identificación:

- "i": indica el número del producto al cual pertenece la operación.
- "j": indica la secuencia en que las operaciones de un producto dado deben realizarse.
- "k": indica la máquina donde la operación debe realizarse.

Por ejemplo, la operación OP_{2,3,2} pertenece al producto 2, será la 3ª operación a realizarse cuando se procese dicho producto y su realización se llevará a cabo en la máquina 2.

8.4.1. Programación de la fabricación de "n" productos en "dos" máquinas.

En 1956 Jackson desarrolló un algoritmo que permite resolver el problema $n/2/V/T$ máx., es decir, "programar la fabricación de "n" productos en las 2 máquinas de un sistema productivo de secuencia variable, de modo que se minimice el tiempo máximo de fabricación".

Para aplicar el método de Jackson necesitamos inicialmente dividir los productos en 4 grupos, como sigue:

- Grupo A: Productos que requieren una sola operación a realizarse en la máquina 1.
- Grupo B: Productos que requieren una sola operación a realizarse en la máquina 2.
- Grupo AB: Productos que necesitan procesarse primero en la máquina 1 y después en la máquina 2.
- Grupo BA: Productos que necesitan procesarse primero en la máquina 2 y después en la máquina 1.

En seguida, utilizando el método de Johnson, determinamos separadamente la secuencia de procesamiento de los productos de los grupos AB y BA, respectivamente. Las secuencias de los grupos "A" y "B" no afectarán el tiempo de fabricación máximo, de modo que podremos adog

ter cualquier secuencia para estos grupos. La secuencia que minimiza el tiempo máximo de fabricación será obtenida combinándose los grupos A, B, AB y BA de la siguiente manera (respetando obviamente las secuencias ya determinadas para cada grupo):

Máquina 1: AB → A → BA

Máquina 2: BA → B → AB

8.4.2. Generación de programas de producción

La mayoría de los métodos utilizados para "resolver" los problemas de programación para los cuales todavía no hay soluciones óptimas, requiere la generación de un determinado número de programas de producción y su posterior evaluación. Todos estos métodos tienen lo siguiente en común: se selecciona una operación dada y se le asigna el inicio de su realización en una determinada máquina. La secuencia según la cual las operaciones serán seleccionadas dependerá obviamente de la regla de programación utilizada. En otras palabras, cada regla generará programas de producción diferentes.

Cuando aplicamos cualquier regla de programación, podemos generar programas utilizando dos procedimientos diferentes: procedimiento con ajuste y procedimiento sin ajuste. Cuando se utiliza un procedimiento sin ajuste, no se podrá cambiar el inicio de una operación que ya fue asignada. Cuando se utiliza un procedimiento con ajuste, el inicio de las operaciones ya asignadas podrán cambiarse para acomodar otras operaciones.

Es evidente que el procedimiento con ajuste es mucho más laborioso, sin embargo podrá generar programas de producción más eficientes. La mayoría absoluta de los programas de computadora para la generación y evaluación de programas de producción, utiliza el procedimiento sin ajuste, ya que es muy difícil determinar una "regla de ajuste" que sea realmente eficiente. Por otro lado, cuando se elaboran programas de producción manualmente, utilizando gráficas como la de Gantt, frecuentemente se aplica un procedimiento con ajuste. Es evidente que la solución ideal sería un programa de computadora que llevara a cabo un procedimiento con ajuste. Sin embargo, es extrema

domente difícil que una computadora reproduzca el proceso mental utilizado por el ser humano para llevar a cabo un procedimiento con ajuste.

Un concepto que es importante entender cuando se están generando programas de producción, es el concepto de conjunto de operaciones programables (S_0). A este conjunto pertenecen todas aquellas operaciones cuyas operaciones precedentes ya fueron asignadas. En el caso de un problema n/m , (S_0) consiste inicialmente de "n" operaciones, es decir, la primera operación de cada uno de los "n" productos. Si para cualquier producto podemos empezar su procesamiento realizando dos o más operaciones simultáneamente, entonces el conjunto (S_0) contendrá inicialmente más de "n" operaciones. Si recordamos el concepto de procedimiento sin ajuste, podemos entonces afirmar que cuando se utiliza este procedimiento las operaciones nunca podrán regresar a (S_0) una vez que hayan sido asignadas.

Hay dos formas principales de clasificar las operaciones del conjunto (S_0).

- a) Por producto: en este caso tendríamos "n" subconjuntos (S_p) que consistirían de las operaciones programables de cada producto.
- b) Por máquinas: en este caso tendríamos "m" subconjuntos (S_m) que consistirían de las operaciones programables de cada máquina.

De una forma general, podemos decir entonces que la generación de programas de producción consiste de la aplicación de una regla que nos permita determinar en que secuencia las operaciones de los diversos conjuntos (S_m) serán procesadas en las máquinas correspondientes. Debe resaltarse que, por lo menos teóricamente, para cualquier programa de producción es posible determinar una regla de programación capaz de generarlo y vice versa.

Si nosotros definimos de alguna manera un problema de programación, por ejemplo $20/5/V/\bar{T}_p$, y aplicamos una determinada regla de programación, manualmente o mediante una computadora, estaremos utilizando la técnica de simulación. Esta técnica es extremadamente útil para la resolución de los problemas de programación, ya que podemos aplicar varias reglas diferentes y evaluar la eficiencia relativa de cada una de ellas antes de su eventual implantación en la práctica. De hecho,

este es actualmente el procedimiento más utilizado en las investigaciones sobre la programación de la producción, ya que para la mayoría de los problemas no se ha determinado todavía las reglas que conducen a soluciones óptimas.

En los capítulos anteriores hemos discutido algunas reglas de programación, que son las siguientes:

- TPMC - Dar prioridad a los productos cuyos tiempos de procesamiento sean menores.
- FIFO - Dar prioridad a los productos que llegan primero al sistema.
- TEMC - Dar prioridad a los productos de tiempo de entrega más corto.
- THMC - Dar prioridad a los productos cuyos tiempos de holgura sean menores.

Otras reglas de programación que han sido evaluadas en los diversos trabajos de investigación son:

- a) Dar prioridad a las operaciones más cortas. Obsérvese que esta regla es ligeramente diferente de la regla TPMC, ya que la operación más corta de un determinado conjunto (S_m) ni siempre pertenece al producto de menor tiempo de procesamiento. Debido a la similitud que existe entre estas dos reglas, utilizaremos la abreviación $TPMC_1$ para la que da prioridad a los productos de menor tiempo de procesamiento y la abreviación $TPMC_2$ para la que da prioridad a las operaciones más cortas.
- b) Dar prioridad a los productos cuya cantidad total de trabajo pendiente sea menor. Esta regla conduce a resultados más o menos semejantes a los de las reglas $TPMC_1$ y $TPMC_2$ y la llamaremos $TPMC_3$.
- c) Dar prioridad a los productos cuyo número de operaciones pendientes sea menor ($TPMC_4$).
- d) Dar prioridad a los productos cuya cantidad total de trabajo pendiente sea mayor (CTPM).
- e) Dar prioridad a los productos cuyo número de operaciones pendientes sea mayor (NCPM).

La eficiencia de estas reglas ha sido comparada, principalmente en lo que se refiere a la reducción del tiempo de fabricación medio y del tiempo de fabricación máximo. En cuanto a la reducción del

tiempo de fabricación medio, las reglas $TPMC_1$, $TPMC_2$, $TPMC_3$ y $TPMC_4$ generalmente conducen a mejores resultados. Debe recordarse que cuando reducimos el tiempo de fabricación medio, estamos al mismo tiempo reduciendo el número medio de productos pendientes en la planta y el inventario en proceso medio. Sin embargo, en la mayoría de los casos es posible determinar reglas específicas que reduzcan todavía más dicho inventario.

En cuanto a la reducción del tiempo de fabricación máximo, las reglas CTPM y NCPM generalmente conducen a mejores resultados.

Finalmente, la regla TEMC conduce a buenos resultados cuando el objetivo es reducir el retraso máximo.

Es evidente que estos resultados no son suficientes para que los diversos sistemas productivos puedan resolver sus complejos problemas de programación de la producción. Sin embargo, creemos que éstos son un punto de partida del cual podrán salir soluciones relativamente buenas que ayuden a los hombres de empresa a enfrentar las presiones de la actual sociedad industrial. El campo está abierto a las investigaciones y esperamos que en un futuro no muy lejano se encuentren más y más soluciones óptimas para los diferentes tipos de problemas.

(X) BIBLIOGRAFIA SOBRE PROGRAMACION

1. R. W. CONWAY, W. L. MAXWELL y L. W. MILLER
"Theory of Scheduling"
Addison - Wesley Publishing Company, 1967.
2. S. M. JOHNSON
"Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules With Set-up Time Included"
Nav. Res. Log. Quart. 1, No. 1, Marzo 1954.
3. J. R. JACKSON
"An Extension of Johnson's Results on Job-lot Scheduling"
Nav. Res. Log. Quart. 3, No. 3, Septiembre, 1956.
4. ICHIRO NABESHIMA
"The Order of "n" Items Processed on "m" Machines"
The Metropolitan Hiroo School, 8^a Reunión, Noviembre, 1960.
5. BUFFA Y TAUBERT
"Sistemas de Producción-inventario: Planeación y Control"
Editorial Limusa, 1975.

X- PROBLEMAS TIPO DE PLANEACION Y
CONTROL DE LA PRODUCCION

A - PRONOSTICOS

1. En un determinado departamento de Control de Calidad se registraron los siguientes datos:

Nº de piezas	30	35	40	45	50	100
Tiempo de inspección (min)	4.5	4.6	6.0	6.2	6.5	?

- a) Calcular el tiempo medio para inspeccionar una pieza y, utilizando este dato, calcular el tiempo para inspeccionar 100 piezas.
- b) Utilizando el método de mínimos cuadrados, calcular el tiempo para inspeccionar las 100 piezas.
- c) Graficar las rectas representativas de los métodos a) y b) y discutir las ventajas del método de mínimos cuadrados.
- d) Calcular el coeficiente de correlación.
2. Los datos correspondientes a las ventas de los últimos 5 años, de la Empresa "X", son los siguientes:

Año	73	74	75	76	77
Ventas	\$ 290	\$ 350	\$ 410	\$ 510	\$ 610

- a) Determinar la tasa media de crecimiento de las ventas y, utilizando este dato, hacer un pronóstico para el año de ... 1978.
- b) Utilizando el método de mínimos cuadrados, pronosticar las ventas de 1978.

c) Utilizando el método de ajuste exponencial, hacer un pronóstico para 1978.

d) Discutir las ventajas y desventajas de cada método.

3. Considerando los datos que se muestran a continuación, hacer un pronóstico para los 4 trimestres de 1978:

Año	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄
73	19	37	30	22
74	28	42	31	18
75	27	36	28	19
76	30	43	29	20
77	32	44	32	22

4. Considerando los datos de se muestran a continuación, hacer un pronóstico para el año de 1978, utilizando el método de atenuación exponencial ponderada con un $\alpha = 0.1$. Hacer otro pronóstico con un $\alpha = 0.3$ y explicar la diferencia entre los dos pronósticos.

Años	73	74	75	76	77
Ventas	108	119	110	130	150

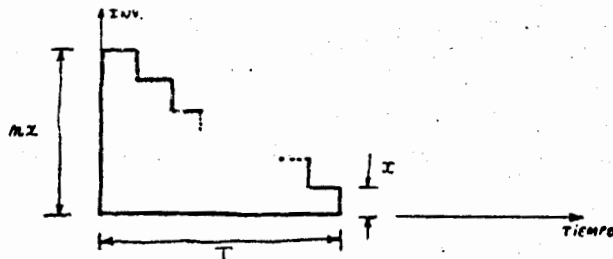
B- INVENTARIOS

5. Considerando el modelo clásico de inventarios sin faltantes, mostrar algebraicamente que cuando se pide siempre la cantidad óptima Q_0 , el costo de preparación anual resulta igual al costo de mantener anual.
6. En una empresa dada se calcularon los siguientes datos:
- Valor promedio del inventario de una determinada materia prima durante el año de 1977: \$ 5,000.00
 - Costo anual de almacenaje en 1977: \$ 250.00
 - Costo de seguros que correspondió al año de 1977: \$ 100.00
 - Costo de preparación de cada pedido en 1977: \$ 20.00
 - Demanda anual estimada para el año de 1978: 10,000 unidades

- Costo del capital estimado para 1978: 25%/año
- Precio de la materia prima en 1978: \$ 50.00/unidad.

Suponiendo que los costos de seguros y de almacenaje sean proporcionales al nivel medio del inventario y que los datos correspondientes a 1977 pueden ser utilizados para estimar los costos de 1978, determinar:

- a) La mejor política de compra de esta materia prima en el año de 1978 (Q_0 , N_0 y T_0).
 - b) El costo anual mínimo.
 - c) ¿Qué ocurriría con los valores de Q_0 y CTI_0 en 1978, si el costo de almacenaje no dependiera ni del nivel del inventario, ni del número de pedidos realizados?
7. En una determinada empresa el nivel del inventario disminuye según se muestra en la figura. Calcular el inventario medio durante el período "T".



Observación: La suma de los términos $n + (n - 1) + \dots + 1$ es igual a $n(n + 1)/2$.

8. La empresa Tlaloc S.A. compra su materia prima a un proveedor que tiene la siguiente política de ventas:
- Si el pedido es menor que 1,000 unidades, el precio de la materia prima es de \$ 1.20/unidad.
 - Si el pedido es mayor o igual a 1,000, el precio es de \$ 1.00.
- Considerando que:

- El costo de preparación es \$ 15.00.
 - El costo de mantener es 20%/año.
 - La demanda anual es de 5,000 unidades.
- Calcular el tamaño óptimo del pedido.

9. Una determinada empresa compra "D" unidades anualmente a un proveedor cuyo precio de los pedidos se calcula como sigue:

$$\text{Precio del pedido} = X + Q \cdot K$$

Donde: X = Monto fijo que el proveedor cobra por cada pedido y que no depende de la cantidad comprada.

Q = cantidad comprada.

K = Monto cobrado por cada unidad comprada, además del monto fijo "X".

Por ejemplo, si la empresa compra 500 unidades, el precio que tendría que pagar por dicho pedido sería: $X + 500 \times K$.

Considerando que el costo de mantener en términos de porcentaje es F_m y el costo de preparación es C_p , deducir una fórmula para el cálculo de Q_0 .

10. La empresa Copilco S.A. no tiene almacén propio y lo que pague anualmente de renta es proporcional al nivel máximo del inventario. En otras palabras, el costo anual de renta puede ser calculado mediante la fórmula $C_r \times I_{m\acute{a}x}$, donde:

C_r = costo anual de renta por unidad del inventario máximo.

$I_{m\acute{a}x}$ = inventario máximo.

Considerando que el costo de mantener (sin incluir la renta) es C_m y el costo de preparación es C_p , deducir una fórmula que permita calcular la cantidad óptima Q_0 .

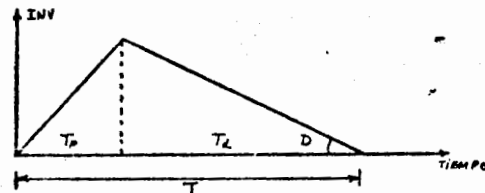
11. Los datos referentes a una materia prima dada son los siguientes:

- Costo de mantener: \$ 2.00 /unid./año.
- Costo de preparación: \$ 20.00
- Costo del faltante: \$ 15.00/unid./año
- Demanda anual: 10,000 unidades.

Determinar:

- La cantidad óptima si no se permite la falta de existencias.
- El costo anual de mantener y el costo anual de preparación que corresponden a la política del apartado a).
- La cantidad óptima cuando se permite la falta de existencias.
- El inventario máximo que resulta de la aplicación de la política del apartado c).
- El costo anual de mantener, el costo anual de preparación y el costo anual de la falta que corresponden a la política del apartado c). Comparar estos costos con los del apartado b).

12. Consideremos el modelo que se muestra a continuación:



Durante el período T_p hay producción y consumo, y durante el período T_d sólo hay consumo. Si dividimos la cantidad "Q" (fabricada durante el período T_p) entre la demanda anual "D", ¿el resultado será T_p , T_d o T ? Explicar.

13. Los datos referentes a un artículo aparecen a continuación:

- Costo de preparación: \$ 8.00
- Costo de mantener: \$ 0.15/unid./año.
- Demanda anual (250 días laborables): 10,000 unidades

Si se considera un consumo constante, ¿cuál será el número de unidades que se deben producir diariamente para que el lote óptimo de producción sea igual al doble del tamaño óptimo de pedido, si la empresa compra dicho artículo en vez de fabricarlo? Considerar que el costo para preparar un pedido es igual al costo para preparar la fabricación de un lote.

14. Los datos referentes a un producto dado son los siguientes:

- Costo de preparación de las máquinas por lote: \$ 15.00.
- Costo de programación de la producción por lote: \$ 5.00.
- Costo del capital: \$ 25% al año.
- Demanda anual: 15,000 unidades.
- Capacidad de producción del equipo: 20,000 unidades/año.
- Costo unitario del producto: \$ 10.00.

Determinar:

- El lote óptimo.
- El costo de preparación anual y el costo de mantener anual si se fabrica siempre el lote óptimo.
- El costo anual si se fabrica siempre una cantidad igual a 1,500 unidades.

15. Un gerente de producción desea optimizar el número de corridas para la fabricación de 3 productos que utilizan el mismo equipo. Los productos tienen las siguientes características:

Demanda Anual	Capacidad de Prod. anual	C_{mi}	C_{pi}
50,000	250,000	0.20	50.00
30,000	60,000	0.30	30.00
10,000	40,000	0.25	35.00

Determinar:

- Si es posible fabricar las cantidades óptimas calculadas separadamente mediante la fórmula:

$$Q_{oi} = \sqrt{2 \cdot D_i \cdot C_{pi} / C_{mi} (1 - D_i/P_i)}$$

- Si no es posible aplicar el método descrito en a), checar si se puede aplicar el método que consta de la determinación del número óptimo de ciclos al año, sin determinar el valor de dicho número de ciclos.

c) Si es posible aplicar el método del apartado b), determinar entonces q_0 , q_{01} , q_{02} y q_{03} , y confirmar si realmente es posible fabricar dichas cantidades.

16. En una empresa dada se calcularon los siguientes datos:

- Costo de mantener: 20% al año.
- Costo de preparación: \$ 20.00.
- Demanda semanal media: 120 unid./semana.
- Precio de la materia prima: \$ 50.00/unidad.
- Inventario de contingencia óptimo: 100 unidades.
- Plazo de entrega del proveedor: 1 semana.
- No. de días hábiles al año: 250 (50 semanas de 5 días).

Determinar:

- a) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de punto fijo que conduzca a costos mínimos.
- b) El costo anual de la política del apartado a).
- c) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de ciclo fijo que conduzca a un pedido medio anual aproximadamente igual a la cantidad óptima que se obtendría si la demanda fuera constante.
- d) El costo anual del sistema del apartado c).
- e) El inventario máximo en la mano y sobre pedido para un periodo de revisión de 2 semanas.
- f) El costo anual que corresponde a un periodo de revisión de 2 semanas.

17. La demanda de cilindros para gas doméstico tiene una distribución normal con una media de 120 unid./semana y una desviación estándar de 14. El plazo de entrega del proveedor es constante e igual a 6 días. Sabiéndose que el costo de preparación es de \$ 20.00 y el costo de mantener es de \$ 1.00/unid./año, determinar:

- a) La cantidad óptima a ordenar.
- b) El punto de reorden para un nivel de servicio del 95%.

Considérese que el año tiene 365 días hábiles.

C - PLANEACION AGREGADA

18. Considerando el ejemplo de Planeación Agregada de la primera parte de los apuntes de Ing. de Producción, calcular el costo total que corresponde al plan que conduce siempre a inventarios mínimos.

D - BALANCEO DE LINEAS

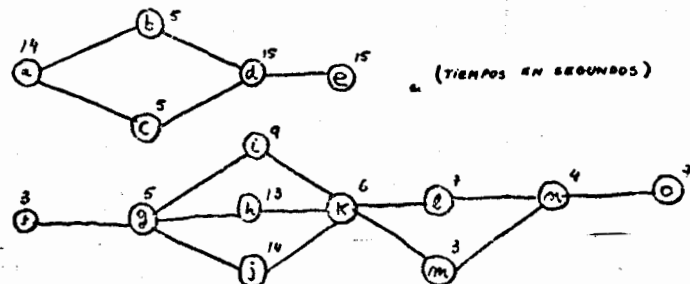
19. Los tiempos que corresponden a 5 operaciones de ensamble consecutivas son los siguientes (en minutos):

Operación	Tiempo
1	1.04
2	0.96
3	1.20
4	0.82
5	1.10

Si la tasa de producción requerida es de 700 unidades por día, de terminar (considérese un día de 8 horas):

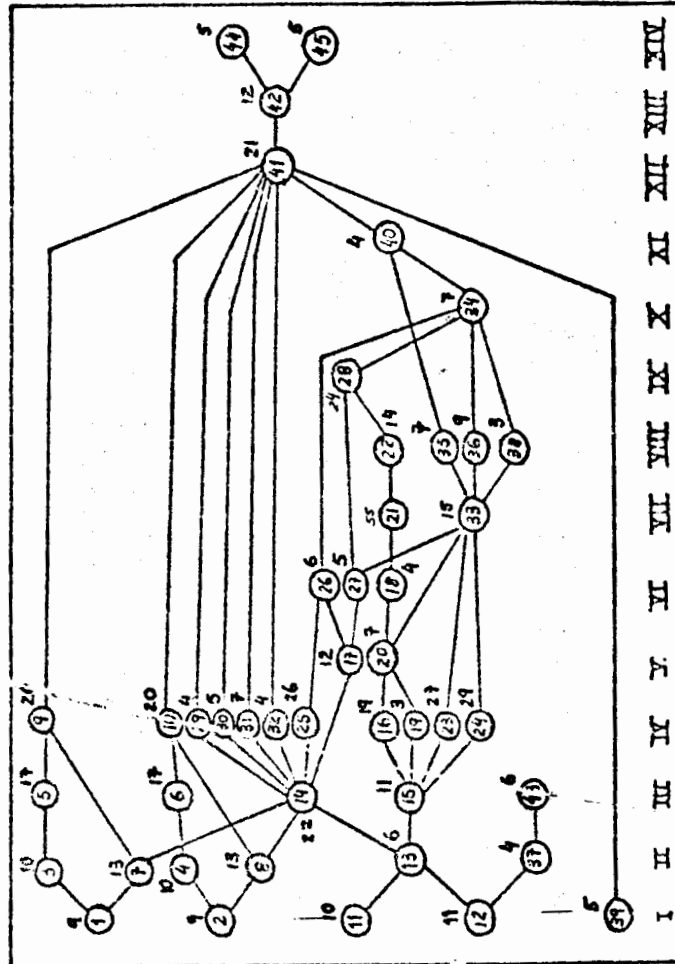
- a) El número de obreros que deberán trabajar en cada estación.
- b) La eficiencia de la línea.

20. Teniendo en cuenta la red de operaciones que se muestra a continuación, balancear una línea de producción que permita obtener 112 productos por hora y medir la eficiencia de la línea propuesta.



21. Considerando la red de operaciones que se muestra en la próxima página, balancear una línea con un tiempo de ciclo igual a 92 segundos, utilizando el método de Kilbridge y Wester. (Obs.: se puede lograr un balance perfecto).

Diagrama de precedencia para las operaciones. Tomado de Kilbridge y Wester, "A Heuristic Method of Assembly Line Balancing", Industrial Engineering, Vol. 12, No. 4, 1961.



E - PROGRAMACION DE LA PRODUCCION

22. En algunas agencias Volkswagen existe un servicio expres para la realización de reparaciones menores, mientras los clientes esperan. Por ejemplo, realizan reparaciones como cambio de aceite, cambio de bujías o platinos, ajuste de frenos, instalación de accesorios, etc. En lo que se refiera a la programación de la producción, ¿cuáles son las ventajas de esta política para los clientes y para la VW?
23. Supongamos que 4 técnicos llegan a una empresa dada al mismo tiempo y que van a realizar 4 pruebas diferentes en un mismo equipo. Los tiempos de cada prueba son los siguientes:

Técnico	Prueba	Tiempo
A	Pa	4.0h
B	Pb	3.0h
C	Pc	1.0h
D	Pd	2.5h

La empresa paga \$ 50.00 por hora a los técnicos y las pruebas pueden ser realizadas en cualquier secuencia. Considerando que cada técnico se va de la empresa luego que termine su prueba y que solamente se les pagará el tiempo que permanezcan en la empresa, encontrar la secuencia que conduce a un costo total mínimo y calcular dicho costo.

24. Necesitamos fabricar 15 productos cuyas características son las siguientes:

Producto	Tiempo de Procesam. (horas)	Volumen Físico (M ³)	Producto	Tiempo de Procesam. (horas)	Volumen Físico (M ³)
A	12	6	I	6	2
B	8	5	J	16	6
C	13	7	K	11	5
D	10	8	L	12	7
E	15	10	M	7	4
F	20	12	N	6	5
G	5	2	O	20	4
H	1	1			

Encontrar la secuencia que minimiza el inventario en proceso medio y calcular dicho inventario.

25. Necesitamos fabricar 5 productos cuyas características son las siguientes:

Producto	A_i	B_i	
a	7h	2h	A_i = operación en la máquina 1.
b	5h	9h	
c	1h	4h	B_i = operación en la máquina 2.
d	3h	2h	
e	3h	1h	

Utilizando el método de Johnson, determinar la secuencia que minimiza el tiempo de fabricación máximo.

26. Las características de 4 productos son las siguientes:

Producto	A_i	B_i	C_i	D_i
a	10h	9h	7h	4h
b	11h	7h	4h	1h
c	15h	10h	5h	2h
d	17h	8h	6h	3h

Utilizando el método de Ichiro Nabeshima, determinar la secuencia que minimiza el tiempo de fabricación máximo. Considérese que:

A_i = operación en la primera máquina.
 B_i = " " segunda " "
 C_i = " " tercera " "
 D_i = " " cuarta " "

ANEXO I

BIBLIOGRAFIA DE LA MATERIA

ELABORADA POR LA COORDINACION DEL AREA DE

PRODUCCION

Julio, 1980.

Los números entre paréntesis indican lo siguiente :

- (1) Disponible en la Biblioteca de la Facultad.
- (2) Disponible en la Biblioteca de la D.E.S.F.I
- (3) Disponible en ambas bibliotecas.
- (4) Disponible en la Coordinación del Area.
- (5) No disponible en las fuentes mencionadas.

- (1) James H. Greene
"CONTROL DE LA PRODUCCION (SIST. Y DECISIONES)"
Edit., Diana, S.A., 1975, 4a. Edición.
- (1) G. Velázquez Mastretta
"ADMÓN. DE LOS SISTEMAS DE PRODUCCION"
Edit. Limusa, 1976, 3ª Edición.
- (1) G. Velázquez Mastretta.
"ADMÓN. DE LOS SIST. DE PRODUCCION"
Edit., Limusa, 1974, 3a. Edición.
(Libro de Ejercicios).
- (1) Julio César Young Oliver
POLITICA DE ADQUISICIONES Y GESTION DE "STOCKS".
Edit., "El Ateneo", 1972.
- (1) Howard L. Timms.
"LA FUNCION DE PRODUCCION EN LOS NEGOCIOS
(FUNDAMENTOS Y ANALISIS PARA LA ADMÓN.)"
Edit., Continental, S.A., 4a. Edición 1975.
- (1) Thomas R. Hoffman
"PRODUCCION : SISTEMAS DE ADMÓN. Y FABRICACION"
Cía. Editorial Continental, 1976.
1a. Edición.
- (5) "ADMINISTRACION DE LA PRODUCCION"
Editora Pedagógica, La Habana, 1966.
- (5) Robert H. Bock y William K. Holstein.
"PLANEACION Y CONTROL DE LA PRODUCCION"
Editorial Limusa.
- (5) Gerald Nadler.
"DISEÑO DE SISTEMAS DE PRODUCCION"
Editorial "El Ateneo".
- (5) Lockyer K. G.
"CONTROL DE LA PRODUCCION."
Editora Técnica, S.A.
- (1) Fraxanet de Simón, Manuel
"ORGANIZACION Y GESTION DE LA PRODUCCION"
Edit., Hispano Europea, 1973.
- (5) Alford y Bangs.
"MANUAL DE LA PRODUCCION"
Unión tipográfica, Editorial Hispano-Americana.
- (4) Elwood S. Buffa.
"ADMINISTRACION Y DIRECCION TECNICA DE LA PRODUCCION"
Editorial Limusa-Wiley, S.A.
México, 1966.
- (4) Peter F. Drucker.
"MANAGING FOR RESULTS"
Editorial Advisers.
School of business, Ealing Technical College, 1964.
- (3) John F. Magee and David M. Boodman
"PRODUCTION PLANNING AND INVENTORY CONTROL"
Edit. Mc Graw-Hill, 1967.
2a. Edición.
- (4) Raymond R. Mayer.
"PRODUCTION MANAGEMENT"
Edit. Mc Graw-Hill, 1968.
2a. Edición.
- (4) Richard J. Hopeman
"PRODUCCION:
CONCEPTOS, ANALISIS Y CONTROL"
Compañía Editorial Continental, S.A. México
3a. Edición, 1976.
- (1) Bowman, Edward H., and Fetter, Robert B.
"ANALYSIS FOR PRODUCTION MANAGEMENT
AND OPERATIONS MANAGEMENT"
Edit., Richard D. Irwin, Inc. 1967, 3a. Edición.
- (1) G. W. Plossl and O. W. Wihgt.
"PRODUCTION AND INVENTORY CONTROL"
Edif., Prentice-Hall, Inc. 1967.
- (2) Buffa, Elwood Spencer.
"SISTEMAS DE PRODUCCION-INVENTARIO: PLANEACION Y
CONTROL"
Edit. Limusa, 1976.

- (2) Biegl, John E.
"PRODUCTION CONTROL: A QUANTITATIVE APPROACH"
Edit., Englewood, Cliffs. Prentice-Hall, 1971.
- (2) Emery, James C.
"ORGANIZATIONAL PLANNING AND CONTROL SYSTEMS;
THEORY AND TECHNOLOGY".
Edit., MacMillan-1969.
- (5) Carson, Gordon B.
"PRODUCTION HANDBOOK"
2a. Edición, the Ronal Press Co., 1958
- (5) W. Crant Ireson and Eugene L. Grant.
"HANDBOOK OF INDUSTRIAL ENGINEERING AND MANAGEMENT"
Editorial Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc.
- (5) Maynard, M. B.
"INDUSTRIAL ENGINEERING HANDBOOK"
Edit. McGraw-Hill, Book Company, 1971.
- (5) Faulhaber Thomas A.
"PLANEACION ESTRATEGICA DE LA PRODUCCION"
Editora técnica, S.A.
- (5) Koepke, Charles A.
"PLANT PRODUCTION CONTROL"
Editorial John Wiley and Sons, Inc.
2a. Edición 1949.
- (5) Roscoe, Edwin Scott.
"ORGANIZATION FOR PRODUCTION"
Edit., Homewood, Ill; R. D. Irwin, Inc., 1959.
- (2) Johnson, Lynwood A.
"OPERATIONS RESEARCH IN PRODUCTION PLANNING,
SCHEDULING, AND INVENTORY CONTROL"
Edit., New York, Wiley, 1974.
- (2) Emery, James C.
"ORGANIZATIONAL PLANNING AND CONTROL
SYSTEMS; THEORY AND TECHNOLOGY"
Edit., MacMillan-1969.
- (2) Martino, R.
"ADMINISTRACION Y CONTROL DE PROYECTOS".
Edit., Técnica 1965.
- (2) Starr, Martin Kenneth.
"PRODUCTION MANAGEMENT, SYSTEMS AND SYNTHESIS"
Edit., Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1972.
- (2) Patton, W. J.
"MODERN MANUFACTURING PROCESSES AND ENGINEERING"
Edit., Englewood Cliffs; Prentice-Hall, 1970.
- (2) Burrige, John L.
"PRODUCTION FLOW ANALYSIS".
Work Study, Vol. 21, No. 8 p. 7-18.
- (2) Uman, David B.
"PLANEACION Y CONTROL DE NUEVOS PROYECTOS"
Edit. México, Técnica 1971.
- (5) Raymond R. Mayer.
"GERENCIA DE PRODUCCION Y OPERACIONES"
Editorial Mc Graw-Hill, 1977.
- (5) Franklin G. Moore.
"ADMINISTRACION DE LA PRODUCCION"
Editorial Diana, México, 1973.
- (5) "OPERATIONS MANAGEMENT : SELECTED READINGS"
Editor: Gene K. Groff and John F. Moth.
Richard D. Irwin Inc., Homewood, Illinois.
- (5) Joe H. Mize, Charles R. White y George M. Brooks.
"PLANIFICACION Y CONTROL DE OPERACIONES"
Editorial Prentice Hall Internacional.
- (2) Lewler, E. L. and Moore J. M.
"OPTIMAL SEQUENCING OF JOBS.
SUBJECT TO DEADLINES"
Edit. Ann Arbor, Michigan, the University of
Michigan, S.A.

- (2) Prawda, Juan.
"PRODUCTION-ALLOCATION SCHEDULING AND CAPACITY
EXPANSION USING NETWORK FLOWS UNDER UNCERTAINTY".
New Orleans, Louisiana 1971.
(Tulane University, Graduate School of Business
Administration, working paper series number 50).
- (2) Johansen, Leif.
"PRODUCTION FUCTIONS: AN INTEGRATION OF
MICRO AND MACRO, SHORT RUN AND LONG RUN ASPECTS"
Amsterdam, North-Holland., 1972.
- (5) Joseph Orlicky
"MATERIAL REQUIREMENTS PLANNING"
Edit. McGraw-Hill.
- (5) Shore
"OPERATIONS MANAGEMENT"
Editorial McGraw-Hill
- (5) Levin
"PRODUCTION-OPERATION MANAGEMENT"
Editorial McGraw-Hill
- (5) Monks
"OPERATIONS MANAGEMENT : THEORY AND PROBLEMS".
Editorial McGraw-Hill.
- (5) Moore
"PRODUCTION CONTROL"
Editorial McGraw-Hill, 1969.
- (4) Elwood S. Buffa.
"BASIC PRODUCTION MANAGEMENT"
Edit. John Wiley and Sons, Inc., 1971.
- (4) R. W. Conway, W. L. Maxwell y L. W. Miller.
"THEORY OF SCHEDULING"
Edit. Addison, 1959.
- (5) McMillan C. y R. F. González.
"SYSTEMS ANALYSIS : A COMPUTER APPROACH TO DECISION
MODELS"
Edit. Richard D. Irwin, Inc., 1968.
- (5) Naddor, E.
"INVENTORY SYSTEMS"
Edit. John Wiley & Sons, Inc. 1966.
- (5) Raymond, F. E.
"QUANTITY AND ECONOMY IN MANUFACTURE"
Edit. Princeton, J. J., D. Van Nostrand Co., Inc., 1931.
- (5) Voris, W.
"PRODUCTION CONTROL: TEXT AND CASES"
Edit. Richard D. Irwin, Inc., 1966.
- (5) Wagner, H. N.
"STATISTICAL MANAGEMENT OF INVENTORY SYSTEMS"
Edit. John Wiley and Sons, Inc., 1962.
- (5) Whitin, T. M.
"THE THEORY OF INVENTORY MANAGEMENT"
Princeton University Press, 1953.
- (5) Magee, J. F.
"INDUSTRIAL LOGISTICS"
Edit. McGraw-Hill Book Co., 1968.
- (5) F. Modigliani, J. F. Puth y H. A. Simon
"PLANNING PRODUCTION, INVENTORIES AND WORK FORCE"
Edit. Prentice-Hall, Inc., 1960.
- (5) Buffa, E. S.
"READINGS IN PRODUCTION AND OPERATIONS MANAGEMENT"
Edit. John Wiley & Sons, Inc., 1965.
- (5) Brown, R. G.
"DECISION RULES FOR INVENTORY MANAGEMENT"
Edit. Kinehart & Winston, Inc., 1967.
- (5) Brown, R. G.
"SMOOTHING, FORECASTING AND PREDICTION"
Edit. Prentice-Hall, Inc., 1963.
- (5) Brown, R. G.
"STATISTICAL FORECASTING AND INVENTORY CONTROL"
Edit. McGraw-Hill Book Co., 1959.

- (5) Buchan J. y E. Koenigsburg
"SCIENTIFIC INVENTORY MANAGEMENT"
Edit. Prentice-Hall, Inc. 1963.
- (5) Eilon, S.
"ELEMENTS OF PRODUCTION PLANNING AND CONTROL"
Edit. MacMillan Co., 1962.
- (5) Churchman, C. W., R. L. Ackoff y E. L. Arnoff
"INTRODUCTION TO OPERATIONS RESEARCH"
Edit. John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- (5) Fetter, R. B. y W. C. Dalleck .
"DECISION MODELS FOR INVENTORY MANAGEMENT"
Edit. Richard D. Irwin, Inc., 1961.
- (5) Hadley G. y T. M. Whitin
"ANALYSIS OF INVENTORY SYSTEMS"
Edit. Prentice-Hall, Inc., 1963.
- (5) Hanssman, F.
"OPERATIONS RESEARCH IN PRODUCTION AND INVENTORY CONTROL"
Edit. John Wiley and Sons, Inc. 1962.
- (5) MacNiece, E. H.
"PRODUCTION FORECASTING, PLANNING AND CONTROL"
Edit. John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- (4) Stephen Love.
"INVENTORY CONTROL"
Edit. McGraw-Hill, 1979.
- (4) Riggs, Bethel, Atwater, Smith y Stackman
"INDUSTRIAL ORGANIZATION AND MANAGEMENT"
Edit. McGraw-Hill, 1979.
- (4) "SCHEDULING HANDBOOK"
Editado por J.J. O'BRIEN
Edit. McGraw-Hill, 1969.

ANEXO II: CALCULO DEL C_p Y C_m (*)

1. INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto el aplicar algunos de los conocimientos teóricos adquiridos en el tema de inventarios a casos reales y de esta forma darnos cuenta tanto de las dificultades como de la falta de información a la que debemos enfrentarnos en la vida real. Ejemplo de esto último son los problemas existentes para recabar la información necesaria de los factores que influyen en el cálculo del costo de mantener (C_m) y del costo de preparación (C_p), los cuales se presentan esencialmente por la siguiente razón: la existencia generalizada tanto en la pequeña como en la mediana industria de un sistema empírico de inventarios, lo que trae como consecuencia que la demanda sea calculada únicamente en base a la experiencia de una sola persona, la cual obviamente no cuenta con los datos de costos antes mencionados para una adecuada sistematización tanto de los pedidos como de la cantidad óptima de ellos. Esta situación fue la que nos obligó en muchos casos a hacer una serie de consideraciones y estimaciones que juzgamos pertinentes, aunque debemos reconocer que este punto pudo habernos conducido al cálculo inexacto de ciertos aspectos importantes.

Nuestro trabajo en términos generales consiste en el cálculo del costo de mantener (C_m), del costo de preparación del pedido (C_p) así como obtener la información relacionada con la demanda anual (D) y de esta manera llegar a la determinación de la cantidad óptima requerida para los pedidos (Q_0).

Para lograr los objetivos trazados nos dimos a la tarea de visitar tres empresas en las cuales pudimos obtener la informa---

(*) Este trabajo fue realizado por: M.A. Seto M., E.S. Villazón S., J.E. Ito S., J.L. Paz Bolaños, L. Alvarez L. y E. Nakakawa H.

ción suficiente para el análisis de cuatro artículos, tres de los cuales pertenecen a los que nosotros consideramos como materia--- prima siendo el cuarto un producto terminado.

2. EMPRESA I

2.1. INTRODUCCION

Esta empresa se dedica al procesamiento de papel de importación, con el objeto de cambiarle, en un caso, su textura para luego mandarlo a sensibilizar y ser utilizado para copias heliográficas, y en el segundo caso, para transformarlo en papel albano para dibujo.

El enfoque en esta empresa es sobre el estudio del inventario de papel como materia prima. Aún cuando es un producto muy sencillo en su configuración, su elección se hizo con la finalidad de considerar los factores de influencia en la determinación de los costos de mantener y preparación, ya que es un producto de importación.

2.2. DATOS GENERALES

CÁNTIDAD DE PAPEL/PEDIDO = 18,698.46 Kg/pedido; esta cantidad incluye el papel en sus cuatro diferentes presentaciones, que son rollos de: 0.60, 0.75, 0.91 y 1.07 m de ancho.

NUMERO DE PEDIDOS/AÑO (N) = 4 pedidos/año; es decir, cada tres meses se hace un pedido.

DENANDA TOTAL ANUAL (D) = 18,698.46 Kg/pedido X 4 pedidos
/año
= 74,793.84 Kg/año

PRECIO/KILOGRAMO = \$ 2.34 (U.S. DOLAR)/Kg = \$ 53.82/Kg

GASTOS ADUANALES/PEDIDO = \$ 120,041.00/pedido

COSTOS POR SEGURO/PEDIDO = \$ 79,132.51/pedido

2.3. COSTO DE PREPARACION

2.3.1. GASTOS ADMINISTRATIVOS

SUELDOS DE EMPLEADOS ADMINISTRATIVOS/AÑO (20 empleados, --
suelo promedio de \$ 10,000.00 cada uno) = \$ 200,000.00/mes X 12
meses/año = \$ 2'400,000.00/año

GASTOS DE OFICINA/AÑO (teléfono, papelería, archivos, che--
car documentos, anotaciones, cuentas, etc.) = \$ 120,000.00/año

GASTO ADMINISTRATIVO TOTAL ANUAL = \$ 2'400,000.00/año + --
-- \$ 120,000.00/año = \$ 2'520,000.00/año

GASTO ADMINISTRATIVO/PEDIDO = \$ 2'520,000.00/año ÷ 4 pedi
dos/año = \$ 630,000.00/pedido

ESTIMACION PORCENTUAL (porcentaje del tiempo que los em---
pleados administrativos dedican a la preparación de los pedidos)
= 1.5%/pedido

COSTO DE PREPARACION POR PEDIDO CORRESPONDIENTE A LOS GAS-
TOS ADMINISTRATIVOS = \$ 630,000.00/pedido X 0.015 = \$ 9,450.00/..
..pedido

2.3.2. GASTOS ADUANALES

GASTOS ADUANALES/PEDIDO = \$ 120,041.00/pedido

2.3.3. COSTOS POR SEGUROS

COSTOS POR SEGUROS/PEDIDO = \$ 79,132.51/pedido

2.3.4. CONCLUSION

COSTO DE PREPARACION TOTAL/PEDIDO = \$ 9,450.00/pedido +---
---\$ 120,041.00/pedido + \$ 79,132.51/pedido = \$ 208,623.51/pedi-

2.4. COSTO DE MANTENER

2.4.1. COSTOS DE ALMACEN

COSTO DE SUELDOS Y SALARIOS DEL PERSONAL DEL ALMACEN/AÑO--
(2 empleados, 1 por turno, con un sueldo de \$ 240.00/día mas un-
30% de prestaciones que incluirían entre otras cosas: vacaciones
, aguinaldo, seguro social, etc.) = \$ 240.00/día X 365 días/año-
X 1.3 X 2 = \$ 227,760.00/año

ESTIMACION PORCENTUAL (porcentaje del tiempo de los em---
pleados dedicado a mantener inventarios) = 10%

COSTO TOTAL ANUAL DE SUELDOS Y SALARIOS CONSIDERANDO EL---
PORCENTAJE ANTERIOR = \$ 227,760.00/año X 0.10 = \$ 22,776.00/año

COSTO DE ALMACEN POR UNIDAD-AÑO = \$ 22,776.00/año ÷
... 46,746.15 Kg = \$ 0.487227/Kg-año

INVENTARIO MEDIO (\bar{I}) = $I_c + \frac{Q}{2}$; (según información del
gerente $I_c = 2Q$); $\bar{I} = 2Q + \frac{Q}{2} = \frac{5Q}{2} = (5 \times 18,698.46) \div 2 =$
46,746.15 Kg

PRECIO POR KILOGRAMO (k) = \$ 53.82/Kg

INVENTARIO MEDIO EN VALOR (\bar{I}) = \$ 2'515,877.80

2.4.2. GASTOS POR SEGUROS

ESTIMACION PORCENTUAL (dato obtenido por información esti-
mada del Gerente) = 2% del valor del inventario medio/año

COSTO POR SEGUROS = 0.02/año X \$2'515,877.80 = \$ 50,317.56/
año

COSTO POR SEGUROS POR UNIDAD-AÑO = \$ 50,317.56/año ÷
... 46,746.15 Kg = \$ 1,0764/Kg-año

2.4.3. COSTO POR DEPRECIACION

CONSTRUCCION ($400 \text{ m}^2 \times \$ 2,000.00/\text{m}^2 = \$ 800,000.00$, depreciando a 10 años, considerando un 22% de interés bancario anual en un plazo de 360 a 539 días) = $\$ 204,352.00/\text{año}$

COSTO DE DEPRECIACION POR UNIDAD-AÑO = $\$ 204,352.00/\text{año} \div 46,746.15 \text{ Kg} = \$ 4.3715/\text{Kg.año}$

2.4.4. COSTO POR REALIZACION DE INVENTARIOS

SUELDO PARA REALIZACION DE INVENTARIOS (de una persona en dos meses) = $30 \text{ días/mes} \times 2 \text{ meses/año} \times \$ 240.00/\text{día} \times 1.3 = \$ 18,720.00/\text{año}$

COSTO POR REALIZACION DE INVENTARIOS POR UNIDAD/AÑO = $\$ 18,720.00/\text{año} \div 46,746.15 = \$ 0.400460/\text{Kg.año}$

2.4.5. CONCLUSION

COSTO DE MANTENER POR UNIDAD/AÑO = $\$ 0.487227/\text{Kg.año} + \dots + \$ 1.07640/\text{Kg.año} + \$ 4.3715/\text{Kg.año} + \$ 0.400460/\text{Kg.año} = \$ 6.3355/\text{Kg.año}$

COSTO DE MANTENER ANUAL = $\$ 6.3355/\text{Kg.año} \times 46,746.15 \text{ Kg} = \$ 296,160.23/\text{año}$ (sin incluir todavía costo de capital)

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m1}) = $(\$ 296,160.23/\text{año} \times 100) \div \dots = \$ 2,515,877.80 = (\$ 6.3355/\text{Kg.año} \times 100) \div \$ 53.82/\text{kg} = 11.77\%/\text{año}$

PORCENTAJE DE CAPITAL (F_{m2}) = $22\%/\text{año}$ (este porcentaje es el costo de capital considerado como el interés neto anual para un periodo de 360 a 539 días (PLANCOMER))

PORCENTAJE DE MANTENER TOTAL ($F_{m1} + F_{m2}$) = $22\%/\text{año} + 11.77\%/\text{año} = 33.77\%/\text{año}$

COSTO TOTAL DE MANTENER POR UNIDAD-AÑO = $\$ 53.82/\text{Kg} \times \dots = 0.3377/\text{año} = \$ 18.1759/\text{kg.año}$

2.4.6. DETERMINACION DEL PEDIDO OPTIMO Y DEL NUMERO DE PEDIDOS OPTIMO AL AÑO

$$Q_o = \sqrt{\frac{2 D C_p}{C_m}} = \sqrt{\frac{2 \times 74,793.84 \times 208,623.51}{18.1759}}$$

$$Q_o = 41,436.36 \text{ Kg/pedido}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = \frac{74,793.84 \text{ Kg/año}}{41,436.36 \text{ Kg/pedido}}$$

$$N_o = 1.8050 \approx 2 \text{ pedidos/año}$$

3. EMPRESA II

3.1. INTRODUCCION

Esta empresa es una agencia de automóviles compactos, en la cual nos dedicamos en una primera parte a los costos incurridos debido a un producto de su departamento de refacciones, el filtro de aceite. En su segunda parte nos enfocamos al estudio de los costos debidos al inventario de automóviles nuevos.

Hemos considerado ambos productos como inventario de materia prima, a pesar de ser productos de venta directa al público, ya que se considera a estos productos como materia prima para su comercialización por la empresa.

3.2. DATOS GENERALES DEL FILTRO DE ACEITE

CANTIDAD DE FILTROS/PEDIDO (Q) = 200 filtros/pedido
 NUMERO DE PEDIDOS/AÑO (N) = 12 pedidos/año
 DEMANDA TOTAL ANUAL (D) = 200 filtros/pedido X 12 pedidos/año = 2400 filtros/año
 PRECIO POR UNIDAD (k) = \$ 65.10/filtro
 INVENTARIO DE CONTINGENCIA (I_c) = 450 filtros
 INVENTARIO MEDIO DE FILTROS (\bar{I}_f) = $\frac{Q}{2} + I_c = 550$ filtros
 INVENTARIO MEDIO DEL TOTAL DE PRODUCTOS DEL ALMACEN EN PESOS (\bar{I}) = \$ 1'041,320.00
 VALOR DEL PEDIDO = \$ 65.10/filtro X 200 filtros/pedido = \$ 13,020.00/pedido
 NUMERO DE ARTICULOS DIFERENTES SOLICITADOS EN CADA PEDIDO-MENSUAL (NA) = 480 artículos/pedido mensual (promedio)

3.3. COSTO DE PREPARACION PARA EL FILTRO DE ACEITE

3.3.1. GASTOS ADMINISTRATIVOS

SUELDOS Y COMISIONES DE EMPLEADOS Y FUNCIONARIOS/MES = ...

..... \$ 14,400.00/mes

GASTOS DE OFICINA (teléfono, papelería y artículos de oficina, mantenimiento del equipo, aseo, luz, agua y diversos)/MES=...

... \$ 8,500.00/mes

GASTOS ADMINISTRATIVOS TOTALES MENSUALES = \$ 22,900.00/mes

3.3.2. GASTOS DE TRANSPORTACION Y FLETES

GASTOS DE MANTENIMIENTO DE VEHICULOS DE LA COMPANIA/MES = \$ 700.00/mes

GASTOS MENSUALES POR GASOLINA Y LUBRICANTES = \$ 700.00/mes

GASTOS MENSUALES DE PASAJES Y FLETES = \$ 1,147.00/mes

GASTOS DE TRANSPORTACION Y FLETES TOTALES MENSUALES = \$2,547.00/mes

3.3.3. GASTOS NO DEDUCIBLES Y CUOTAS (en este renglón se incluyen algunos gastos no deducibles, gastos de representación, diferentes cuotas, etc.)

GASTOS NO DEDUCIBLES MENSUALES = \$ 1,000.00/mes

CUOTAS MENSUALES (INSS, INFONAVIT, PREVISION SOCIAL) = ...

... \$ 1,700.00/mes

GASTOS TOTALES NO DEDUCIBLES Y CUOTAS MENSUALES =

... \$ 2,700.00/mes

3.3.4. CONCLUSION

COSTO TOTAL DE PREPARACION POR PEDIDO MENSUAL = \$ 22,900.00/..mes + \$ 2,547.00/mes + \$ 2,700.00/mes = \$ 28,147.00/pedido mensual

COSTO TOTAL DE PREPARACION PARA EL FILTRO DE ACEITE =

... \$ 28,147.00/pedido mensual ÷ 480 artículos diferentes/pedido mensual = \$ 58.64/artículo = \$ 58.64/filtros

Para este cálculo hemos supuesto que todos y cada uno de los artículos que se solicitan en cada pedido tienen un costo---

proporcionalmente igual, ya que consideramos que esta situación es la mas representativa de la realidad.

3.4. COSTO DE MANTENER PARA EL FILTRO DE ACEITE

ESTIMACION PORCENTUAL (es el porcentaje correspondiente al valor del inventario medio de filtro de aceite con respecto al valor del inventario medio total del departamento de refaccio-- nes) = $(550 \text{ filtros} \times \$ 65.10/\text{filtro}) \div \$ 1\,041,320.00 = 0.0343 = 3.43\%$ del total del inventario

3.4.1. COSTO POR RENTA

RENTA MENSUAL = \$ 5,000.00/mes

RENTA MENSUAL Y ANUAL CORRESPONDIENTE A FILTROS DE ACEITE = \$ 5,000.00/mes $\times 0.0343 = \$ 171.50/\text{mes} = \$ 2,058.00/\text{año}$

RENTA CORRESPONDIENTE A UN SOLO FILTRO DE ACEITE AÑO =

... \$ 2,058.00/año $\div 550 \text{ filtros} = \$ 3.74/\text{filtro.año}$

PORCENTAJE DE MANTENER DEBIDO A LA RENTA/AÑO (F_{m1}) = \$ 3.74 /filtro.año $\div \$ 65.10/\text{filtro} = 0.0574/\text{año} = 5.74\%/\text{año}$

3.4.2. COSTO POR REALIZACION DE INVENTARIOS

COSTO TOTAL POR REALIZACION/AÑO = \$ 15,000.00/año

COSTO DE REALIZACION DEBIDO A LOS FILTROS DE ACEITE/AÑO = ..

... \$ 15,000.00/año $\times 0.0343 = \$ 514.50/\text{año}$

COSTO DE REALIZACION POR FILTRO AÑO = \$ 514.50/año $\div 550 \text{ fil}$
tros = \$ 0.93/filtro.año

PORCENTAJE DE MANTENER DEBIDO A LA REALIZACION DE INVENTA--
RIOS/AÑO (F_{m2}) = \$ 0.93/filtro.año $\div \$ 65.10/\text{filtro} = 0.0143/\text{año}$
= 1.43%/año

3.4.3. COSTO DE CAPITAL

PORCENTAJE DE MANTENER DEBIDO AL COSTO DE CAPITAL /AÑO (F_{m3}) = ...

... 22%/año (el costo de capital considerado es el interés anual neto para un periodo de 360 a 539 días (PLANCOMER))

3.4.4. CONCLUSION

PORCENTAJE DE MANTENER TOTAL DEBIDO A LOS FILTROS DE ACEITE /AÑO ($F_m = F_{m1} + F_{m2} + F_{m3}$) = 5.74%/año + 1.43%/año + 22%/año = 29.17%/año

COSTO DE MANTENER/FILTRO POR AÑO = \$ 65.10/filtro $\times 0.2917/\text{año} = \$ 19.00/\text{filtro.año}$

3.4.5. DETERMINACION DEL PEDIDO OPTIMO

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DC}{C_m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2,400 \times 58.64}{19.00}}$$

$$Q_o = 121.71 \approx 122 \text{ filtros/pedido}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = \frac{2,400 \text{ filtros/año}}{122 \text{ filtros/pedido}}$$

$$N_o = 19.67 \approx 20 \text{ pedidos/año con } Q_o = 120 \text{ filtros/pedido}$$

3.5. DATOS GENERALES DE AUTOS NUEVOS

NUMERO DE PEDIDOS/AÑO = 84 pedidos/año

NUMERO DE PEDIDOS/MES = 7 pedidos/mes

DEMANDA ANUAL (D) = 595 autos/año

PRECIO POR UNIDAD (k) = \$ 125,548.27/auto (este precio se ha considerado como un promedio, ya que se manejan diferentes modelos y por tanto el precio varía; además se ha considerado dentro de este precio ciertos costos fijos que varían con el número de unidades; gastos de publicidad/unidad, cuotas a la Asociación Nacional de Distribuidores de Automóviles A.C. y Asociación Mexicana de Distribuidores de Automóviles)

INVENTARIO MEDIO (\bar{I}) = 8 autos

3.6. COSTO DE PREPARACION DE PEDIDOS DE AUTOS NUEVOS

3.6.1. GASTOS ADMINISTRATIVOS

SUELDOS Y COMISIONES DE EMPLEADOS Y FUNCIONARIOS/MES = ..
.. \$ 15,000.00/mes

GASTOS DE OFICINA/MES (teléfono, papelería y artículos de oficina, mantenimiento de equipo de oficina, aseo, luz y agua, diversos) = \$ 7950.00/mes

GASTOS ADMINISTRATIVOS TOTALES/MES = \$ 15,000.00/mes + ..
... \$ 7,950.00/mes = \$ 22,950.00/mes

3.6.2. GASTOS NO DEDUCIBLES Y OTRAS CUOTAS

GASTOS NO DEDUCIBLES/MES = \$ 2,687.30/mes

CUOTAS (IMSS e INFONAVIT) = \$ 3,393.00/mes

GASTOS NO DEDUCIBLES Y CUOTAS TOTALES/MES = \$ 6,687.30/--
mes + \$ 3,393.00/mes = \$ 6,080.30/mes

3.6.3. GASTOS DE TRANSPORTACION Y FLETES

GASTOS POR MANTENIMIENTO DE VEHICULOS DE LA COMPAÑIA/MES-
= \$ 810.50/mes

GASTOS DE GASOLINA Y LUBRICANTES/MES = \$ 708.60/mes

GASTOS DE PASAJES/MES = \$ 474.00/mes

GASTOS TOTALES DE TRANSPORTACION Y FLETES/MES = \$ 810.50/
mes + \$ 708.60/mes + \$ 474.00/mes = \$ 1,993.10/mes

3.6.4. CONCLUSION

COSTO TOTAL DE PREPARACION/MES = \$ 22,950.00/mes +
.. \$ 6,080.30/mes + \$ 1,993.10/mes = \$ 31,023.40/mes

COSTO TOTAL DE PREPARACION POR PEDIDO = \$ 31,023.40/mes ÷
7 pedidos/mes = \$ 4,431.91/pedido

3.7. COSTO DE MANTENER PARA AUTOS NUEVOS

3.7.1. COSTO POR RENTA

RENTA MENSUAL = \$ 12,000.00/mes (consideramos que tenemos un costo de \$ 25.00/auto.día, lo cual nos da una renta mensual por auto de \$ 750.00/auto.mes)

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m1}) DEBIDO A LA RENTA = (\$ 750.00 /auto.mes X 12 meses/año) ÷ \$ 125,548.27/auto = 0.0717/año = ..
7.17%/año

3.7.2. COSTO DE CAPITAL

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m2}) DEBIDO AL COSTO DE CAPITAL = 22%/año (el costo de capital considerado como porcentaje es el interés anual neto para un periodo de 360 a 539 días (PLANCO---MER))

3.7.3. CONCLUSION

PORCENTAJE DE MANTENER TOTAL PARA LOS AUTOS NUEVOS ($F_m = \dots$)

$$\dots F_{m1} + F_{m2} = 7.17\%/año + 22\%/año = 29.17\%/año$$

COSTO DE MANTENER TOTAL/AUTO.AÑO = \$ 125.548.27 X

$$\dots 0.2917/año = \$ 36,622.43/auto.año$$

3.8. DETERMINACION DEL PEDIDO OPTIMO

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DC_p}{C_m}} = \sqrt{\frac{2 \times 595 \times 4,431.91}{36,622.43}}$$

$$Q_o = 12 \text{ autos/pedido}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = \frac{595 \text{ autos/año}}{12 \text{ autos/pedido}} = 49.58 \text{ pedidos/año}$$

$$N_o \approx 50 \text{ pedidos/año} \approx 4 \text{ pedidos/mes}$$

4. EMPRESA III

4.1. INTRODUCCION

Esta empresa se dedica a la fabricación de diversos tipos de sobres, distribución de papel e impresión. Para nuestro estudio nos hemos enfocado al aspecto de sobres, concretamente al sobre oficio 10 de papel manila.

En este caso se trata del inventario de producto terminado.

4.2. DATOS GENERALES

NUMERO DE LOTES/AÑO = 12 lotes/año (estamos considerando que el producto sale una vez al mes)

LOTE(Q) = 100 millares/lote

DEMANDA ANUAL(D) = 1,200 millares/lote

PRECIO DE VENTA = \$ 398.00/millar

COSTO TOTAL DE PRODUCCION (costos directos más indirectos) = \$ 258.70/millar

TASA DE PRODUCCION(P) = 19,200 millares/año

INVENTARIO DE CONTINGENCIA(I_c) = 100 millar

TIEMPO DE PRODUCCION ENTRE DOS LOTES CONSECUTIVOS = 100 millares \div 19,200 millares/año = 0.00520833 años \approx 2 días

4.3. COSTO DE PREPARACION

4.3.1. GASTOS ADMINISTRATIVOS

SUELDO DE EMPLEADOS ADMINISTRATIVOS (una secretaria con sueldo mensual de \$ 15,000.00, se estimó el 1% de esta cantidad como costo de labores relacionadas con el producto) = \$ 150.00/lote

GASTOS DE OFICINA (papelería y artículos de oficina) =---
\$ 12.00/lote

GASTOS ADMINISTRATIVOS TOTALES = \$ 162.00/lote

4.3.2. GASTOS POR SEGUIMIENTO DEL LOTE

GASTOS POR SEGUIMIENTO DEL LOTE (se consideró el sueldo--
de la persona encargada de producción que son \$ 25,000.00 y de-
ellos un 0.25% dedicados a este producto) = \$ 62.50/lote

GASTOS DIVERSOS = \$3.50/lote

GASTOS TOTALES POR SEGUIMIENTO DEL LOTE = \$ 66.00/lote

4.3.3. CONCLUSION

COSTO TOTAL DE PREPARACION = \$ 228.00/lote

4.4. COSTO DE MANTENER

4.4.1. COSTO DE ALMACEN

COSTO DE SUELDOS Y SALARIOS/AÑO (tres empleados en un so-
lo turno con un sueldo de \$ 163.00/día cada uno, considerando--
365 días más un 30% de prestaciones) = \$ 232,030.50/año

ESTIMACION PORCENTUAL (del costo de sueldos y salarios co-
rrespondiente al sobre oficio 10 de papel manila) = 7%

COSTO ANUAL DE SUELDOS Y SALARIOS CONSIDERANDO EL PORCEN-
TAGE ANTERIOR = \$ 16,242.13/año

INVENTARIO MEDIO (\bar{I}) = $\frac{T}{2} \frac{(P-D)}{P} + I_c = \dots\dots\dots$

..... $\frac{0.00520833 \text{ años} \times (19,200 - 1,200) \text{ millares/año} + 100 \text{ mi-}$
llares

$I = 146.875 \text{ millares}$

COSTO DE MANTENER POR UNIDAD-AÑO CORRESPONDIENTE AL COSTO

DEL ALMACEN = \$ 16,242.13/año \div 146.875 millares = \$ 110.58/mi-
llar.año

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m1}) CORRESPONDIENTE AL COSTO DEL
ALMACEN = \$ 110.58/ millar.año \div \$ 258.70/millar = 0.4274/año =
42.74%/año

4.4.2. GASTOS POR SEGURO

GASTOS POR SEGUROS/AÑO = \$ 220,000.00/año

ESTIMACION PORCENTUAL (las estimaciones hechas son las si-
guientes: del total un 15% es para el almacén y de este un 7%--
es para nuestro producto) = \$ 220,000.00/año X 0.15 X 0.07 =...
... \$ 2,310.00/año

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m2}) CORRESPONDIENTE A LOS GASTOS
POR SEGUROS = \$ 2,310.00/año \div (146.875 millares X \$ 258.70/mi-
llar) = 0.06079/año = 6.07%/año

4.4.3. COSTO POR RENTA

RENTA MENSUAL = \$ 53,000.00/mes

ESTIMACION PORCENTUAL (las estimaciones hechas son las---
mismas que en los gastos por seguros) = \$ 53,000/mes X 12 meses/
año X 0.15 X 0.07 = \$ 6,678.00/año

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m3}) CORRESPONDIENTE AL COSTO POR
RENTA = \$ 6,678.00/año \div \$ 37,996.5625 = 0.17575/año = 17.57%/a-
ño

4.4.4. COSTOS POR REALIZACION DE INVENTARIOS

COSTO POR REALIZACION DE INVENTARIOS (considerando 6 per-
sonas durante un día y cuatro veces al año, con un sueldo de---
\$ 180.00/día) = 6 personas X 4 días/año X \$ 180.00/día.persona =
\$ 4,320.00/año

ESTIMACION PORCENTUAL (idem que en el costo del almacén, además cabe aclarar que esta estimación fué proporcionada por la empresa) = 7%

COSTO TOTAL ANUAL POR REALIZACION DE INVENTARIOS CONSIDERANDO EL PORCENTAJE ANTERIOR = \$ 4,320.00/año X 0.07 = \$ 302.40/año

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m4}) CORRESPONDIENTE A LA REALIZACION DE INVENTARIOS = \$ 302.40/año ÷ \$ 37,996.5625 = 0.00795/año = 0.795%/año

4.4.5. COSTO DE CAPITAL

PORCENTAJE DE MANTENER (F_{m5}) DEBIDO AL COSTO DE CAPITAL-- (el costo de capital considerado en porcentaje es el interés anual neto para un periodo de 360 a 539 días (PLANCOMER)) = 22%

4.4.6. CONCLUSIONES

PORCENTAJE DE MANTENER TOTAL ($F_m = F_{m1} + F_{m2} + F_{m3} + F_{m4} + F_{m5}$) = (42.74% + 6.07% + 17.57% + 0.795% + 22%)/año = 89.175%/año

COSTO DE MANTENER TOTAL/MILLAR-AÑO = \$ 258.70/millar X ... 0.89175/año = \$ 230.695/millar año

4.4.7. DETERMINACION DEL PEDIDO OPTIMO

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DC_p}{C_m(1-D/P)}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,200 \times 228}{250.695(1-1,200/19,200)}}$$

$$C_o = 50.30 \text{ millares/lote} \approx 50 \text{ millares/lote}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = \frac{1,200 \text{ millares/año}}{50 \text{ millares/lote}} \approx 24 \text{ lotes/año}$$

NOTAS:

1) Creemos que en este caso al igual que en la mayoría de los mismos, el costo de sueldos y salarios de los empleados del almacén no es proporcional al nivel del inventario por lo que el porcentaje de mantener bajaría hasta un 46.435% ($F_m - F_{m1} = \dots = 89.175\% - 42.74\%$).

2) Similarmente a la nota anterior, el costo de renta en la mayoría de los casos no es proporcional al nivel del inventario, en este caso lo hemos considerado por tratarse de una empresa en la cual tienen problemas para almacenar sus productos al grado de tener que recurrir a medios externos para poder solventar sus necesidades de productos en inventario.

Si omitimos en nuestro cálculo este costo junto con el de la nota 1) el porcentaje de mantener total sería de 28.865% ($F_m - F_{m1} - F_{m3} = 89.175\% - 42.74\% - 17.57\%$).

4.4.7. CONSIDERANDO LA NOTA 1 LOS NUEVOS RESULTADOS SON:

COSTO DE MANTENER TOTAL/UNIDAD.AÑO = \$ 259.70/millar X ... 0.46435/año = \$ 120.13/millar.año

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DC_p}{C_m(1-D/P)}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,200 \times 228}{120.13(1-1,200/19,200)}}$$

$$Q_o = 69.70 \text{ millares/lote} \approx 70 \text{ millares/lote}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = \frac{1200 \text{ millares/año}}{70 \text{ millares/lote}} = 17.14 \text{ lotes/año}$$

$$N_o \approx 17 \text{ lotes/año}$$

4.4.8. CONSIDERANDO LA NOTA 2 LOS NUEVOS RESULTADOS SON:

COSTO DE MANTENER TOTAL/UNIDAD.AÑO = \$ 258.70/millar X ... 0.2886/año = \$ 74.66/millar.año

$$Q_o = \frac{2DC_p}{C_m(1 - D/P)} = \frac{2 \times 1,200 \times 228}{74.66 (1 - 1,200/19,200)}$$

$$Q_o = 88.41 \text{ millares/lote} \approx 90 \text{ millares/lote}$$

$$N_o = \frac{D}{Q_o} = 13.33 \text{ lotes/año}$$

$$N_o \approx 14 \text{ lotes/año}$$