

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

APUNTES DE  
PRINCIPIOS DE MECÁNICA  
DE YACIMIENTOS

Caja 230

RAFAEL RODRIGUEZ NIETO

G-611342

P R E F A C I O

En febrero de 1979 se firmó un convenio de colaboración entre la UNAM, PEMEX, IMP y el CIPM (Colegio de Ingenieros Petroleros de México). El objeto del convenio ha sido elevar el nivel académico de los alumnos del área de Ingeniería Petrolera en la Facultad de Ingeniería, tanto de licenciatura como de posgrado, así como crear el Doctorado, y promover la superación de un mayor número de profesionales que laboran en la industria petrolera, por medio de cursos de actualización y especialización.

Uno de los programas que se están llevando a cabo a nivel de licenciatura, dentro del marco del Convenio, es la elaboración y actualización de apuntes de las materias de la carrera de Ingeniero Petrolero. Con esto se pretende dotar al alumno de más y mejores medios para elevar su nivel académico, a la vez que proporcionar al profesor material didáctico que lo auxilie en el proceso enseñanza-aprendizaje. En cada caso particular de apuntes se presenta información sobre las personas que los han elaborado o han participado en alguna forma en su preparación.

DEPARTAMENTO DE EXPLOTACION DEL PETROLEO

## PRINCIPIOS DE MECANICA DE YACIMIENTOS

El contenido de estos apuntes fue desarrollado por el pasante de doctorado, M. en C. Rafael Rodríguez Nieto, tomando como base el material del Trabajo Escrito "Principios de Mecánica de Yacimientos" (1975), de los hermanos Escobar Rosas, considerando la actualización del programa de la asignatura, aprobada por el Consejo Técnico de la Facultad en agosto de 1990.

En dicha actualización se tomaron en cuenta las opiniones de especialistas del Instituto Mexicano del Petróleo y de la Sección de Ingeniería Petrolera, de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Se contó con la colaboración de Luis Anjel Ayala Gómez durante la prestación de su Servicio Social y del Ayudante de la Sección de Yacimientos Petroleros, Ing. Jorge Alberto Osorno Manzo.

## PRINCIPIOS DE MECANICA DE YACIMIENTOS

Objetivo: Proporcionar al alumno los conceptos básicos de la Ingeniería de Yacimientos Petroleros, incluyendo métodos volumétricos para determinar el volumen original de hidrocarburos.

### T E M A S

- |     |   |
|-----|---|
| I   | INTRODUCCION A LA INGENIERIA DE YACIMIENTOS         |
| II  | CONCEPTOS FUNDAMENTALES                             |
| III | DETERMINACION DEL VOLUMEN ORIGINAL DE HIDROCARBUROS |
| IV  | FUERZAS QUE INTERVIENEN EN EL MOVIMIENTO DE FLUIDOS |
| V   | FLUJO DE FLUIDOS HACIA LOS POZOS                    |
| VI  | YACIMIENTOS DE GAS                                  |
| VII | YACIMIENTOS DE GAS Y CONDENSADO                     |

NOMENCLATURA

BIBLIOGRAFIA

APENDICE I

APENDICE II

CONTENIDO DE LOS TEMAS		Pág.
TEMA I.	INTRODUCCION A LA INGENIERIA DE YACIMIENTOS.	1
I.1.	Objetivos, métodos, limitaciones.	2
2.	Símbolos, unidades y factores de conversión.	9
3.	Transformación de ecuaciones en diferentes sistemas de unidades.	12
TEMA II.	CONCEPTOS FUNDAMENTALES	12
II.1.	Definición de yacimiento.	12
2.	Diferentes clasificaciones de yacimientos.	12
3.	Clasificación de reservas.	16
4.	Límites físico y convencional del yacimiento.	17
5.	Factores de recuperación.	19
6.	Plano equivalente o de referencia	20
7.	Presión media de un yacimiento	21
8.	Condiciones de abandono	21
9.	Porosidad, saturación y otros conceptos básicos.	21
10.	Permeabilidades (absoluta, efectiva, relativa).	31
11.	Correlaciones.	36
12.	Expresión de conceptos mediante símbolos.	39
TEMA III.	DETERMINACION DEL VOLUMEN ORIGINAL DE HIDROCARBUROS.	40
III.1.	Porosidad y saturaciones medias.	40
2.	Método de isopacas.	42
3.	Método de cimas y bases.	45
4.	Método de Isohidrocarburos	47
5.	Breve descripción de otros métodos	47
TEMA IV.	FUERZAS QUE INTERVIENEN EN EL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS.	48
IV.1.	Fuerza de presión	48
2.	Fuerza de segregación gravitacional	49
3.	Fuerza de viscosidad	49
4.	Fuerza de capilaridad	50
5.	Ecuación de Darcy	50

TEMA V.- FLUJO DE FLUIDOS HACIA LOS POZOS.		Pág.
V.1.-	Ecuación de difusión	53
2.-	Soluciones de la ecuación de difusión	54
3.-	Flujos lineal y radial en régimen permanente.	58
4.-	Flujos en serie y en paralelo.	59
5.-	Flujo multifásico en medios porosos.	61
6.-	Índice de productividad de los pozos.	62
7.-	Penetración parcial del pozo.	64
8.-	Fenómeno de conificación.	65
9.-	Efecto de fracturas hidráulicas en la productividad de los pozos.	66
10.-	Flujo de fluidos en yacimientos calcáreos.	67
11.-	Flujo no darciano.	70
TEMA VI.-	YACIMIENTOS DE GAS	72
VI.1.-	Ecuación de balance de materia.	72
2.-	Efecto del ritmo de extracción sobre la recuperación.	81
3.-	Equivalentes en gas del agua y condensado producidos.	85
4.-	Potencial absoluto de los pozos.	82
TEMA VII.-	YACIMIENTOS DE GAS Y CONDENSADO.	91
VII.1.-	Fenómeno de condensación retrógrada.	91
2.-	Cálculo del volumen original de fluidos en un yacimiento de gas y condensado.	93
3.-	Ecuación de Balance de Materia.	97
4.-	Simuladores composicionales.	97
NOMENCLATURA		99
BIBLIOGRAFIA		100
APENDICES		

TEMA I. INTRODUCCION A LA INGENIERIA DE YACIMIENTOS

I.1. Objetivos, Métodos, Limitaciones

La ingeniería de yacimientos tiene como objetivo aplicar técnicas de ingeniería para estudiar los yacimientos y conocer su comportamiento bajo diferentes mecanismos de flujo. Esto permitirá llevar a cabo una explotación racional de los mismos.

Puesto que el contenido de hidrocarburos de los yacimientos y su producción son fundamentales para toda actividad de la Ingeniería Petrolera, la Ingeniería de Yacimientos ha llegado a ser una parte muy importante dentro de la explotación de dichos hidrocarburos. En los planes de estudio de la carrera de Ingeniero Petrolero se han incluido seis cursos sobre esta especialidad, siendo dos de ellos optativos.

En este primer curso se estudian conceptos básicos, métodos para determinar el volumen original de hidrocarburos y diferentes tipos de flujo hacia los poros.

El comportamiento de los yacimientos bajo diversos mecanismos de recuperación primaria se cubre en el segundo curso, en tanto que los procesos de recuperación secundaria se estudian en un tercer curso de yacimientos.

Los conceptos de laboratorio, los aspectos teóricos de flujo en medios porosos y la simulación del comportamiento de yacimientos mediante técnicas numéricas, se estudian en otros cursos de Ingeniería de Yacimientos.

Con los adelantos de las técnicas de cálculo y el advenimiento de computadoras de gran velocidad y capacidad, prácticamente no se tienen limitaciones en cuanto al desarrollo de simuladores de cualquier proceso de explotación. Sin embargo, la obtención de información que se utiliza en dichos simuladores, en la calidad y cantidad requeridas, presenta todavía las mayores dificultades técnicas y/o económicas.

I.2 SIMBOLOS, UNIDADES Y FACTORES DE CONVERSION

S I M B O L O S

UNIDADES FACTIBLES DE USARSE.

S I M B O L O S

UNIDADES FACTIBLES DE USARSE.

A	= Area	m <sup>2</sup>
B <sub>g</sub>	= Factor de volumen del gas (B <sub>g</sub> < 1)	$\frac{m^3_g @ c.y.}{m^3_g @ c.s.}$
B <sub>o</sub>	= Factor de volumen del aceite (B <sub>o</sub> > 1)	$\frac{m^3 (o + gd) @ c.y.}{m^3_o @ c.s.}$
B <sub>z</sub>	= Factor de volumen de las dos fases $B_z = B_o + B_g \frac{S_{gl}}{S_g}$	$\frac{m^3 (o + gd + gl) @ c.y.}{m^3_o @ c.s.}$
B <sub>w</sub>	= Factor de volumen del agua	$\frac{m^3 (w + gd) @ c.y.}{m^3_w @ c.s.}$
c	: Compresibilidad	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
c <sub>t</sub>	: Compresibilidad total del sistema (o C <sub>avg</sub> )	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
c <sub>f</sub>	: Compresibilidad de la formación	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
c <sub>g</sub>	: Compresibilidad del gas	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
c <sub>o</sub>	: Compresibilidad del aceite	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
c <sub>oe</sub>	= c <sub>g</sub> /S <sub>og</sub> (compresibilidad efectiva al aceite)	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
D	: Profundidad	m
E	: Espaciamiento entre pozos	m
E <sub>i(-x)</sub>	= $-\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$ (función integral exponencial)	
g	: Aceleración de la gravedad	m/seg <sup>2</sup>
G	: Volumen original de gas libre @ c.s.	m <sup>3</sup>
G <sub>i</sub>	: Volumen acumulativo de gas inyectado @ c.s.	m <sup>3</sup> g
G <sub>p</sub>	: Volumen acumulativo de gas producido @ c.s.	m <sup>3</sup> g
H	: Espesor bruto del yacimiento	m
h	: Espesor neto del yacimiento	m
i	: Gasto de inyección	m <sup>3</sup> /día
J	: Índice de productividad	(m <sup>3</sup> /día)/(kg/cm <sup>2</sup> )
J <sub>s</sub>	: Índice de productividad específico	(m <sup>3</sup> /día)/(kg/cm <sup>2</sup> )(m)
k	: Permeabilidad absoluta	milidarcies
k <sub>g</sub>	: Permeabilidad efectiva al gas	milidarcies
k <sub>o</sub>	: Permeabilidad efectiva al aceite	milidarcies
k <sub>w</sub>	: Permeabilidad efectiva al agua	milidarcies
k <sub>rg</sub>	, k <sub>ro</sub> , k <sub>rw</sub> : Permeabilidad relativa al gas, aceite y agua, respectivamente	

Ln	: Logaritmo natural (base "e")	--
log	: Logaritmo decimal (base "10")	--
M	: Peso molecular	lb/mole-lb
N	: Volumen original de aceite, @ c.s.	m <sup>3</sup> o
N <sub>p</sub>	: Volumen acumulativo producido de aceite, c.s.	m <sup>3</sup> o
p	: Presión	Kg/cm <sup>2</sup>
P <sub>b</sub>	: Presión de burbujeo o de saturación	Kg/cm <sup>2</sup>
P <sub>D</sub>	: Presión adimensional = $(p - P_b) / \frac{\gamma h}{2.315}$	--
P <sub>o</sub>	: Presión estática del yacimiento	Kg/cm <sup>2</sup>
P <sub>i</sub>	: Presión inicial	Kg/cm <sup>2</sup>
$\bar{p}$	: Presión media	Kg/cm <sup>2</sup>
P <sub>c</sub>	: Presión crítica	Kg/cm <sup>2</sup>
p <sub>Pc</sub>	: Presión pseudo-crítica	--
p <sub>Pr</sub>	: Presión pseudo-reducida	--
p <sub>wf</sub>	: Presión de fondo fluyendo	Kg/cm <sup>2</sup>
p <sub>ws</sub>	: Presión de fondo cerrado	Kg/cm <sup>2</sup>
q	: Gasto o ritmo de producción	m <sup>3</sup> /día
q <sub>g</sub>	: Gasto de gas	m <sup>3</sup> g/día
q <sub>o</sub>	: Gasto de aceite	m <sup>3</sup> o/día
q <sub>w</sub>	: Gasto de agua	m <sup>3</sup> w/día
r <sub>D</sub>	: Radio adimensional $r/r_w$	--
r <sub>e</sub>	: Radio de drenaje del pozo	m
r <sub>i</sub>	: Radio de invasión <i>de pozos de producción</i>	m
r <sub>w</sub>	: Radio del pozo	m
R	: Constante universal de los gases	lb-pg <sup>2</sup> /°R-mole-lb
R	: Razón gas-aceite instantánea, @ c.s.	m <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> o
R <sub>p</sub>	: Razón gas aceite acumulativa $\left(\frac{G_p}{N_p}\right) @ c.s.$	m <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> o
R <sub>g</sub>	: Razón gas disuelto-aceite	m <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> o
R <sub>sw</sub>	: Razón gas disuelto-agua	m <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> w
S	: Saturación	m <sup>3</sup> e c.y./m <sup>3</sup> poros $\sqrt{S @ r_g / r_p}$
S <sub>g</sub>	: Saturación de gas	m <sup>3</sup> g e c.y./m <sup>3</sup> poros
S <sub>gc</sub>	: Saturación de gas crítica	m <sup>3</sup> g e c.y./m <sup>3</sup> poros

SÍMBOLOS	UNIDADES FACTIBLES DE USARSE
$S_{gr}$ : Saturación de gas residual	$m^3 g.c.y/m^3$ poros
$S_o$ : Saturación de aceite	$m^3 o.c.y/m^3$ poros
$S_{oc}$ : Saturación de aceite crítica	$m^3 o.c.y/m^3$ poros
$S_{or}$ : Saturación de aceite residual	$m^3 o.c.y/m^3$ poros
$S_w$ : Saturación de agua	$m^3 w.c.y/m^3$ poros
$S_{wi}$ : Saturación de agua congénita o intersticial	$m^3 w.c.y/m^3$ poros
$S.G.$ : Densidad relativa del gas (aire=1)	--
$t$ : Tiempo	días
$\bar{t}$ : Tiempo adimensional o número de perfodos de explotación	--
$t_D$ : Tiempo adimensional	--
$T$ : Temperatura	$^{\circ}C$
$T_y$ : Temperatura del yacimiento	$^{\circ}C$
$T_c$ : Temperatura crítica	$^{\circ}K$
$pT_c$ : Temperatura pseudo-crítica	$^{\circ}K$
$pT_r$ : Temperatura pseudo-reducida	--
$V$ : Volumen	$m^3$
$V_p$ : Volumen de poros	$m^3$
$V_b$ : Volumen bruto (total) de roca	$m^3$
$V_s$ : Volumen de sólidos	$m^3$
$W$ : Volumen de agua	$m^3$
$W_e$ : Entrada acumulativa de agua al yacimiento, e c.y.	$m^3$
$W_i$ : Volumen acumulativo de agua inyectada, e c.s.	$m^3$
$W_p$ : Volumen acumulativo producido de agua, e c.s.	$m^3$
$x$ : Fracción molar de la fase líquida	--
$y$ : Fracción molar de la fase gaseosa	--
$z$ : Fracción molar de la mezcla	--
$Z$ : Factor de compresibilidad del gas	--
$\emptyset$ : Porosidad	$m^3$ poros/ $m^3$ roca
$\mu$ : Viscosidad	centipoises
$\mu_g, \mu_o, \mu_w$ : Viscosidad del gas, aceite y agua	centipoises
$\lambda$ : Movilidad	(milidarcys/centipoises)
$\rho$ : Densidad	$g/cm^3$

## SÍMBOLOS

## UNIDADES FACTIBLES DE USARSE

$\rho_g, \rho_o, \rho_w$  : Densidad del gas, aceite, agua  $g/cm^3$   
 e c.e. : Medido a condiciones de escurrimiento  
 e c.s. : Medido a condiciones estándar (o superficiales)  
 e c.y. : Medido a condiciones del yacimiento.

## SUBÍNDICES

a : Atmosférica, aire  
 b : Burbujeo o saturación  
 c : Crítica, congénita  
 d : Disuelto  
 D : Adimensional  
 f : Fluidos, fluyendo, formación  
 g : Gas  
 i : Inicial, invadido  
 l : Libre, Liberado  
 o : Aceite  
 p : Producción acumulativa, poros  
 r : Residual, reducido  
 s : Específico  
 w : Agua  
 y : Yacimiento

SISTEMAS DE UNIDADES Y CONVERSIONES

Esta parte fue tomada del libro "Advances in Well Test Analysis", del Dr. R. C. Earllougher, Jr. SPE (1977). Una discusión más reciente, que incluye una tabla de conversión de unidades que se usan en otras ramas de la ingeniería, se presenta en la revista J. of Pet. Tech. (Sept. 1982) 2019, con el encabezado "Board Endorses Final SPE Metric Standard, Studies, Implementation in Society Practices".

El Sistema Métrico Internacional (SI)

SI es la abreviatura oficial, en todos los idiomas, del Sistema Internacional de Unidades. Este no es ni el sistema CGS (cm-gramo-seg), ni el sistema MKS (m-kg-seg). Más bien es una versión modernizada del sistema MKS.

Tabla A.1 Unidades del Sistema SI

Unidades Básicas

Cantidad	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	kg
Temperatura	kelvin	K

Unidades Derivadas

Fuerza	newton	N (kg.m.s <sup>-2</sup> )
Presión	pascal	Pa (N/m <sup>2</sup> )

En la Tabla A.1 se presentan las unidades básicas del Sistema SI y dos unidades derivadas. Los nombres de las unidades no se escriben con mayúscula, aunque sí algunas de las abreviaturas. La mayoría de las unidades son representadas con un símbolo sencillo.

El sistema SI admite prefijos para indicar múltiplos de las unidades básicas. Estos prefijos son presentados en la Tabla A.2. Prefijos compuestos, tales como micro-micro, no se usan.

Tabla A.2) PREFIJOS DEL sistema SI

Factor	Prefijo	Símbolo
10 <sup>12</sup>	tera	T
10 <sup>9</sup>	giga	G
10 <sup>6</sup>	mega	M
10 <sup>3</sup>	kilo	k
10 <sup>2</sup>	hecto	h
10	deca	da
10 <sup>-1</sup>	deci	d
10 <sup>-2</sup>	centi	c
10 <sup>-3</sup>	mili	m
10 <sup>-6</sup>	micro	μ
10 <sup>-9</sup>	nano	n
10 <sup>-12</sup>	pico	p
10 <sup>-15</sup>	femto	f
10 <sup>-18</sup>	atto	a

Factores de Conversión

Finalmente, en la Tabla A.3 se presentan los principales factores de conversión usados.

Algunas unidades de permeabilidad son dadas bajo el encabezado "Area" en la Tabla A.3, debido a que la permeabilidad tiene unidades de área.

Tabla A.3

Para convertir de	a	multiplicar por
<u>AREA</u>		
acre	metro <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	4.046 856 E + 03
	pie <sup>2</sup>	4.356 000 E + 04
darcy	metro <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	9.869 230 E - 13
	centímetro <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> )	9.869 230 E - 09
	micrómetro <sup>2</sup> (μm <sup>2</sup> )	9.869 230 E - 01
	cm <sup>2</sup> .cp.seg <sup>-1</sup> .atm <sup>-1</sup>	1.000 000 E + 00
	metro <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	9.290 304 E - 02
pie <sup>2</sup>	pulgada <sup>2</sup>	1.440 000 E + 02
hectárea	metro <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	1.000 000 E + 04
	acre	2.471 054 E + 00
<u>DENSIDAD</u>		
g/cm <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	1.000 000 E + 03
	lb masa/pie <sup>3</sup>	6.243 797 E + 01
lb masa/pie <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	1.601 846 E + 01

N = 1.115  
- 1 "API

Tabla A.3

FUERZA

dina	newton (N)	1.000 000 E - 05
kg fuerza	lb fuerza	2.248 089 E - 06
	newton (N)	9.806 650 E + 00
lb fuerza	lb fuerza	1.000 000 E + 00
	newton (N)	4.448 222 E + 00

LONGITUD

angstrom	metro (m)	1.000 000 E - 10
pie	metro (m)	3.048 000 E - 01
pulgada	metro (m)	2.540 000 E - 02
micron	metro (m)	1.000 000 E - 06
milla	metro (m)	1.609 344 E + 03

MASA

onza-masa	kilogramo (kg)	2.834 952 E - 02
	gramo	2.834 952 E + 01
libra-masa	kilogramo (kg)	4.535 923 E - 01
slug	kilogramo (kg)	1.459 390 E + 01
slug	lb - masa	3.217 405 E + 01
tonelada (corta, U.S.)	kilogramo (kg)	9.071 847 E + 02
	lb - masa	2.000 000 E + 03
tonelada (larga, U.S.)	kilogramo (kg)	1.016 047 E + 03
tonelada métrica	kilogramo (kg)	1.000 000 E + 03

PRESION

atmósfera (normal - 760 mm Hg)	pascal (Pa)	1.01325 E + 05
	pies de agua (4C°)	3.389 95 E + 01
	psi	1.469 60 E + 01
centímetro de Hg (0°C)	pascal (Pa)	1.333 22 E + 03
dina/centímetro <sup>2</sup>	pascal (Pa)	1.000 000 E - 01
	psi	4.335 15 E - 01
kg fuerza/ cm <sup>2</sup>	pascal (Pa)	9.806 650 E + 04
	psi	1.422 334 E + 01

TIEMPO

día	segundos (s)	8.640.000 E + 04
-----	--------------	------------------

VISCOSIDAD

centipoise	pascal-seg (Pa.s)	1.000 000 E - 03
	dina-segundo/cm <sup>2</sup>	1.000 000 E - 02
	lb masa/pie-segundo	6.719 689 E - 04
	do)	2.088 543 E - 05
centistoke	lb fuerza-seg/pie <sup>2</sup>	2.088 543 E - 05
	metro <sup>2</sup> /segundo	1.000 000 E - 06
	(m <sup>2</sup> /s)	1.000 000 E - 06
	centipoise/ (qr/cm <sup>3</sup> )	1.000 000 E + 00

Tabla A.3

VOLUMEN

acre - pie	metro <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> )	1.233 482 E + 03
	pie <sup>3</sup>	4.356 000 E + 04
	barril	7.758 368 E + 03
barril	metro <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> )	1.589 873 E - 01
barril	pie	5.614 583 E + 00
pie	metro <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> )	2.831 685 E - 02
galón	metro <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> )	3.785 412 E - 03

GASTO

barril/día	m <sup>3</sup> /día (m <sup>3</sup> /d)	1.589 873 E - 01
	cm <sup>3</sup> /segundo	1.840 131 E + 00

I.3 TRANSFORMACION DE ECUACIONES EN DIFERENTES SISTEMAS DE UNIDADES.

En Ingeniería de yacimientos es frecuente la necesidad de transformar una ecuación dada en ciertas unidades, a otra ecuación con una o varias constantes diferentes, dependiendo de las nuevas unidades que se piden, y de la ecuación de que se trate. Esto se debe al uso de diferentes combinaciones de unidades que se presentan en las ecuaciones de esta área de la ingeniería, por ejemplo bl, psia, pies, o bl, kg/cm<sup>2</sup> a, m.

Generalmente se lleva a cabo la transformación de ecuaciones a diferentes sistemas de unidades en forma intuitiva. La mayoría de las veces se cometen errores, cuando la transformación es relativamente complicada.

Aquí se presenta un método muy práctico para efectuar dicha transformación:

- 1.- Se encuentra la relación de las variables de las unidades dadas, por ejemplo  $v(m/hr)$ , con aquéllas en las unidades pedidas, digamos  $V(pies/seg)$  (para evitar confusión es conveniente utilizar diferente tipo de letra).

Así, en el desarrollo, donde se tenga  $v$  se sabrá que esta velocidad estará en  $m/hr$ , no en  $pies/seg$ .

En este caso

$$v \rightarrow v \left( \frac{m}{hr} \right) = V \left( \frac{pies}{seg} \right) \left( \frac{1 m}{3.281 pies} \right) \left( \frac{3600 seg}{1 hr} \right),$$

de donde, eliminando unidades

$$v = \frac{3600}{3.281} V = 1,097.23 V \quad v = 1097.23$$

Lo anterior se lleva a cabo para todas las variables que intervengan en la ecuación.

Se substituyen las relaciones obtenidas en la ecuación dada. Por ejemplo, si en una ecuación  $v$  apareciera en la forma

$$y = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots v^{2/3}}$$

en este caso quedaría

$$y = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots (1,097.23 v)^{2/3}}$$

suponiendo que  $y$  no cambiara de unidades.

Se efectúan las simplificaciones necesarias, con lo que se llega a la ecuación pedida en el nuevo sistema de unidades.

**Ejemplo I**

Dada la siguiente forma de la Ley de Darcy:

$$v_s = - \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial s} \dots\dots\dots (1)$$

donde  $v_s$  (cm/seg),  $k$  (darcys),  $\mu$  (cp),  $p$  (atm),  $s$  (cm)

(a éstas se les conoce como unidades de Darcy),

obtenga la constante de transformación de unidades para que, utilizando  $K$ (md),  $U$  (poises),  $P$ (psia),  $S$ (pies) dé directamente  $V$ (pie/min).

Solución.

Paso 1.

$$k(\text{darcys}) = K(\text{md}) \left( \frac{1 \text{ darcy}}{10^3 \text{ md}} \right) \dots \quad k = 10^{-3} K$$

$$\mu(\text{cp}) = U(\text{poises}) \left( \frac{100 \text{ cp}}{1 \text{ poise}} \right) \dots \quad \mu = 100 U$$

$$p(\text{atm}) = P(\text{psia}) \left( \frac{1 \text{ atm}}{14.7 \text{ psia}} \right) \dots \quad p = P/14.7$$

$$s(\text{cm}) = S(\text{pies}) \left( \frac{30.48 \text{ cm}}{1 \text{ pie}} \right) \dots \quad s = 30.48 S$$

$$v_s \left( \frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right) = v_s \left( \frac{\text{pies}}{\text{min}} \right) \left( \frac{30.48 \text{ cm}}{1 \text{ pie}} \right) \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} \right) \dots \quad v_r = 0.508 v_s$$

\* Una de las ecuaciones básicas en ingeniería de yacimientos.

Paso 2.

$$0.508 v_s = - \frac{10^{-3} K}{100 U} \frac{P}{S (30.48 S)}$$

Paso 3

$$v_s = - \frac{10^{-5}}{0.508 \times 14.7 \times 30.48} \frac{K}{U} \frac{\partial P}{\partial S} = - 4.393 \times 10^{-8} \frac{K}{U} \frac{\partial P}{\partial S} \quad I$$

donde  $K$ (md),  $U$ (poises),  $P$ (psia),  $S$ (pies),  $v_s$ (pie/min).

**Ejemplo II.**

Calcule el valor de la constante  $C$  en la ecuación

$$v_s = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial s} - C \rho g \sin \alpha \right) \dots\dots\dots (2)$$

(forma de la ley de Darcy en la que se toman en cuenta efectos gravitacionales), para que  $\rho$  y  $g$  se utilicen en  $g/cm^3$  y  $cm/seg$ , respectivamente.

Solución.

Puesto que el gradiente de presiones  $\frac{\partial P}{\partial s}$  está en atm/cm, entonces el gradiente hidráulico ( $grad_h = C \rho g \sin \alpha$ ) debe estar también en atm/cm:

$$grad_h \left( \frac{\text{atm}}{\text{cm}} \right) = GRAD_H \left( \frac{g_m}{cm^3} \cdot \frac{cm}{seg^2} \right) \cdot \left( \frac{1 \text{ atm}}{1033.2 \text{ } g_c/cm^2} \right) \left( \frac{1 g}{980.7 \text{ } g_m \cdot \frac{cm}{seg^2}} \right)$$

$$\therefore grad_h = \frac{1}{1033.2 \times 980.7} GRAD_H = 9.869 \times 10^{-7} GRAD_H$$

Por tanto, la forma de la ley de Darcy en la que se consideran los efectos gravitacionales es:

$$v_s = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial s} - 9.869 \times 10^{-7} \rho g \sin \alpha \right) \dots\dots\dots (3)$$

donde  $\rho$  ( $g_m/cm^3$ ),  $g$  ( $cm/seg^2$ ) y el resto son unidades de Darcy.

Utilizando el valor de 980.7 para  $g$ , de la Ec. 3 se tiene

$$v_s = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial s} - 9.679 \times 10^{-4} \rho \sin \alpha \right) \dots\dots\dots (4)$$

que es la Ec. 6.2, pág. 261, del "Craft y Hawkins". ( $\rho$  es el complemento de  $\alpha$ ).

\* porque  $\rho$  ( $g_m/cm^3$ ) y  $g$  ( $cm/seg^2$ ).

## EJERCICIOS:

1.- Dada la ecuación:

$$V_s = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial s} - 9.869 \times 10^{-7} \rho g \sin \alpha \right),$$

calcule las constantes de conversión de unidades, para que se utilicen

$$k(\text{md}), \mu(\text{cp}), \frac{\partial p}{\partial s} \left( \left( \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) / \text{m} \right), \rho (\text{kg}/\text{m}^3) \text{ y } g (\text{m}/\text{seg}^2),$$

para dar  $V_s$  en (m/seg).

2.- La misma ecuación del ejercicio 1, pero haciendo la transformación al sistema inglés.

En el Apéndice III se presentan otras ecuaciones en diferentes sistemas de unidades.

## TEMA II. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

### II.1. Definición de yacimientos de hidrocarburos.

Se entiende por yacimiento la porción de una trampa geológica que contiene hidrocarburos, la cual se comporta como un sistema intercomunicado hidráulicamente. Los hidrocarburos ocupan los poros o huecos de la roca almacenante y están a alta presión y temperatura, debido a la profundidad a que se encuentra el yacimiento.

### II.2. Diferentes clasificaciones de yacimientos.

Los yacimientos de hidrocarburos se han agrupado considerando diversos factores, por lo que han surgido las siguientes clasificaciones:

#### 2.1 De acuerdo con el tipo de roca almacenadora.

Arenas, cuya porosidad se debe a la textura de los fragmentos; pueden ser arenas limpias o sucias, éstas con cieno, limo, lignita, bentonita, etc.

Calizas detríticas, formadas por la acumulación de fragmentos de calizas o dolomitas.

Calizas porosas cristalinas; su porosidad se debe principalmente al fenómeno de disolución.

Calizas fracturadas; su porosidad se debe principalmente a la presencia de fracturas.

Calizas oolíticas, cuya porosidad se debe a la textura oolítica, con intersticios no cementados o parcialmente cementados.

Areniscas; son arenas con un alto grado de cementación por materiales calcáreos, dolomíticos, arcillosos, etc.

#### 2.2 De acuerdo con el tipo de trampa.

Estructurales, como los anticlinales;

por fallas o por penetración de domos salinos.

Estratigráficas, debidas a cambios de facies o discordancias.

#### 2.3 De acuerdo con el tipo de fluidos almacenados.

Yacimientos de aceite y gas disuelto. Todos los yacimientos de aceite contienen gas disuelto; cuando la presión inicial es mayor que la presión de saturación, todo el gas original se encuentra disuelto en el aceite.

Yacimientos de aceite, gas disuelto y gas libre. Algunos yacimientos de aceite tienen gas libre desde el principio de su explotación; en este caso la presión inicial es menor que la presión de saturación.

Yacimientos de gas seco; sus condiciones originales de presión, temperatura y composición son tales que durante su vida productiva el gas está en una sola fase, tanto en el yacimiento como en la superficie.

Yacimientos de gas húmedo; sus condiciones originales de presión, temperatura y composición son tales que durante su vida productiva el gas en el yacimiento está en una sola fase, pero en la superficie se recuperará en dos fases.

Yacimientos de gas y condensado; sus condiciones originales de presión, temperatura y composición son tales que en cierta etapa de la explotación se presentará el fenómeno de condensación retrógrada y desde luego la producción en la superficie será en dos fases.

#### 2.4 De acuerdo con la presión original.

Yacimientos de aceite bajosaturado; su presión original es mayor que la presión de saturación. Arriba de esta presión todo el gas presente está disuelto en el aceite (yacimientos de aceite y gas disuelto).

Yacimientos de aceite saturado; su presión original es igual o menor que la presión de saturación. El gas presente puede estar libre (en forma dispersa o acumulado en el casquete) y disuelto.

2.5 De acuerdo con el tipo de empuje predominante.

- Por expansión de los fluidos y la roca.
- Por expansión del gas disuelto liberado
- Por expansión del gas.
- Por segregación gravitacional.
- Por empuje hidráulico.
- Por empujes combinados.
- Por empujes artificiales.

2.6 De acuerdo con los diagramas de Fase.

Considerando que en una adecuada clasificación de los yacimientos se deben tomar en cuenta la composición de la mezcla de hidrocarburos, la temperatura y la presión, se han utilizado diagramas de fase para hacer una clasificación más técnica de dichos yacimientos. En la Fig. II.1, se presenta uno de estos diagramas, para una determinada mezcla de un yacimiento.

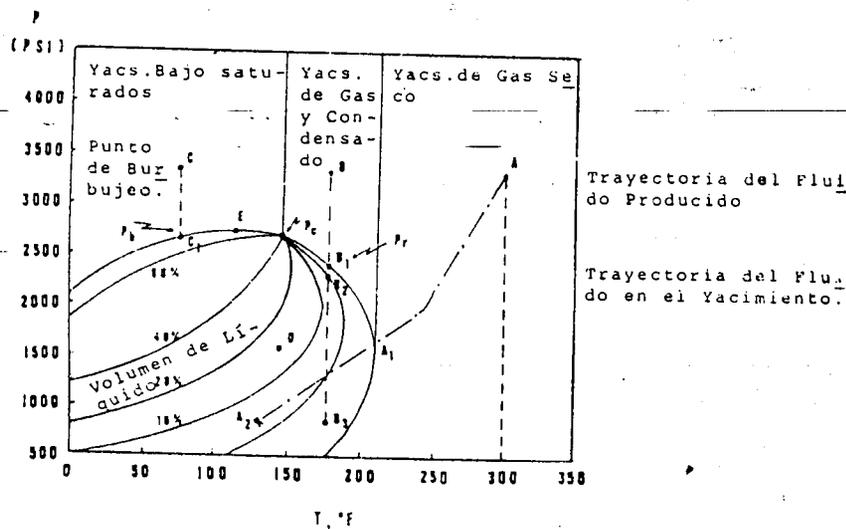


FIG. II.1 DIAGRAMA DE FASES.

El área encerrada por las curvas de los puntos de burbujeo y de los puntos de rocío es la región de combinaciones de presión y temperatura en la cual existen dos fases (líquida y gaseosa) en equilibrio.

Las curvas dentro de la región de dos fases muestran el porcentaje de líquido en el volumen total de hidrocarburos, para cualquier presión y temperatura.

Inicialmente toda acumulación de hidrocarburos tiene su propio diagrama de fases, que depende sólo de la composición de la mezcla. Los yacimientos de hidrocarburos se encuentran inicialmente ya sea en estado monofásico (A, B y C) o en estado bifásico (D), de acuerdo con la posición de sus presiones y temperaturas en los diagramas de fase.

Cuando la presión y temperatura iniciales de un yacimiento quedan fuera de la región de dos fases, éste puede comportarse como un yacimiento:

1. De gas (A), donde su temperatura es mayor que la cricondenterma (temperatura máxima a la cual pueden existir dos fases en equilibrio).
2. De gas y condensado, que presenta condensación retrógrada (yacimientos de punto de rocío), (B), donde su temperatura se encuentra entre la temperatura crítica y la cricondenterma.
3. De aceite bajo-saturado (de punto de burbujeo), (C), donde su temperatura está por debajo de la temperatura crítica.

Para algunos yacimientos del área de Huimanguillo, Tab. ha sido difícil saber si son yacimientos de aceite volátil o yacimientos de gas y condensado, porque en ambos se tiene una alta relación de producción gas-aceite; el criterio seguido ha sido precisamente el anterior. Si han presentado punto de burbujeo se les ha clasificado como yacimientos de aceite volátil o yacimientos de alto encogimiento; si han presentado punto de rocío se les ha catalogado como yacimientos de gas y condensado.

Cuando la presión y la temperatura iniciales del yacimiento quedan dentro de la región de dos fases, éste puede comportarse como un yacimiento:

- 1.- De aceite saturado, donde, existe una zona de aceite con un casquete de gas.
- 2.- De aceite saturado sin estar asociado a un casquete de gas; esto es, cuando la presión inicial es igual a la presión de saturación o de burbujeo. La presión y temperatura para este tipo de yacimientos se localizan exactamente sobre la curva de burbujeo (E).

## II.3 CLASIFICACION DE RESERVAS.

### 3.1 Reserva de hidrocarburos.

Se llama así al volumen de hidrocarburos, medidos a condiciones estándar, que se puede producir económicamente con cualquiera de los métodos y sistemas de explotación aplicables (Recuperación Primaria, Recuperación Secundaria, etc.)

Se debe hacer notar que los datos de las reservas de hidrocarburos no son fijos, sino que tienen un carácter dinámico debido a un ajuste continuo, a medida que se cuenta con mayor y mejor información. Puesto que la exactitud de las reservas depende de la calidad y cantidad de los datos disponibles, su valor más cercano a la realidad se obtendrá a medida que transcurre la vida productiva del yacimiento.

Calcular las reservas no significa aplicar mecánicamente distintos métodos para obtener un valor promedio de los resultados, sino obtener el valor más cercano al real. Dichos volúmenes representan juicios estrictamente técnicos y no deben estar influenciados por actitudes conservadoras u optimistas por parte del que los calcula.

### 3.2 Clasificación de Reservas.

Existen diversos criterios para clasificar las reservas de hidrocarburos, de los cuales los más importantes son:

- a).- Según la cantidad y el grado de exactitud de los datos:
  - Reservas Probadas.
  - Reservas Probables.
  - Reservas Posibles.
- b).- De acuerdo con el tipo de fluidos:
  - Reservas de aceite.
  - Reservas de gas.
  - Reservas de condensado.

#### Reserva Probada.

Es aquella que corresponde a yacimientos donde exista la evidencia de producción de hidrocarburos, por información confiable, tal como la proveniente de:  
(1) pozos productores, (2) pruebas de formación, (3) pruebas de producción, (4) registros geofísicos, (5) balance de materia, etc.

#### Reserva Probable.

Es aquella cuya existencia se supone en áreas vecinas a las probadas, de acuerdo con la interpretación geológica,

lógica, geofísica o la aplicación de métodos de balance de materia.

Además, se considerarán como reservas probables, los incrementos que puedan provenir de los proyectos de inyección de fluidos o el empleo de mejores técnicas para complementar el mecanismo de recuperación. Podrán incluirse como Reservas Probadas cuando el incremento en la recuperación ha sido confirmado por una prueba piloto representativa o un programa en operación.

#### Reserva Posible.

Es aquella que pudiera provenir de áreas donde se localicen condiciones geológicas favorables para la acumulación de hidrocarburos. Esas condiciones podrán ser en nuevas estructuras o en formaciones más profundas que las conocidas.

En forma convencional se entenderá como Reserva Total (hasta probable), a la suma de las reservas probada y probable; análogamente, reserva total (hasta posible) será la suma de las reservas probada, probable y posible.

## II.4. Límite Físico y Convencional del Yacimiento.

### 4.1 Límite Físico.

Se entiende por límite físico de un yacimiento aquél definido por algún accidente geológico (falla, discordancia, etc.) o por disminución de la saturación de hidrocarburos, porosidad, permeabilidad, o por el efecto combinado de estos factores.

### 4.2 Límite convencional.

Son límites convencionales aquellos que se establecen de acuerdo con normas establecidas, por ejemplo, a continuación se enlistan algunas, que han sido propuestas por un grupo de analistas expertos en cálculo de reservas; parecen ser bastante razonables y lógicas pero, de ninguna manera deberán tomarse como únicas o definitivas, ya que éstas pueden cambiar con el criterio de cada analista.

- (a) Si el límite físico del yacimiento se estima a una distancia mayor de un espaciamiento entre pozos, de los pozos situados más al exterior, se fijará como límite convencional la poligonal formada por las tangentes a las circunferencias vecinas trazadas con un radio igual a la unidad del espaciamiento entre pozos. (Fig. II.2)

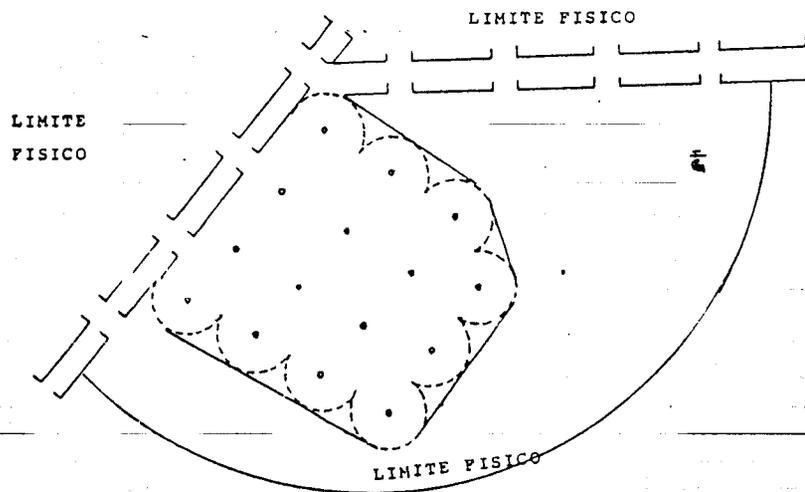


FIG. II.2 LIMITE CONVENCIONAL DEL YACIMIENTO.

- b) Si el límite físico del yacimiento queda a una distancia menor de un espaciamento entre pozos, de los pozos productores situados más al exterior, se deberá considerar el límite físico como el límite del yacimiento.
- c) En el caso de existir pozos extremos improductivos a una distancia menor o igual a la del espaciamento entre pozos, el límite físico se estimará a partir de los datos disponibles, y, en ausencia de ellos, se estimará a la mitad de la distancia que separa el pozo improductivo y el pozo productor más cercano a él. (Fig. II.3)
- d) En el caso de tener un pozo productor a una distancia de dos espaciamentos, éste se tomará en cuenta para el trazo de la poligonal que define el área probada, únicamente si existe correlación geológica confiable o pruebas de comportamiento que indique la continuidad del yacimiento en esa dirección. De no existir los datos anteriores, el pozo se considerará pozo aislado, y su reserva se calculará con el límite convencional o sea con la circunferencia trazada con radio igual a la mitad del espaciamento.

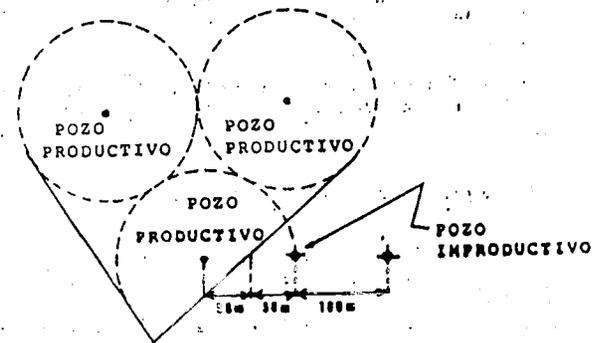


FIG. II.3. NORMA PARA ESTABLECER UN LIMITE CONVENCIONAL DEL YACIMIENTO.

- e) Cuando no se disponga de estudios geológicos que confirmen o demuestren la continuidad de los yacimientos entre pozos vecinos, la reserva se calculará para cada pozo considerándolo como POZO AISLADO, con un radio de drenaje convencional igual a la mitad del espaciamento entre pozos del yacimiento de que se trate o del considerado mejor aplicado entre campos vecinos.

Para la estimación de las reservas de un yacimiento se tomará como área probada la limitada físicamente y de no existir ésta, se utilizará la limitada convencionalmente.

#### II.5.- Factores de Recuperación. *Estudiar.*

La recuperación de hidrocarburos del yacimiento dependerá de muchas causas, entre otras, de las variaciones en las propiedades físicas de la roca, de las propiedades de los fluidos, del tipo de mecanismo que predomine en el yacimiento, del ritmo de extracción (en algunos casos), del proceso de explotación, (inyección de agua, por ejemplo), etc.

La localización y el número de pozos, los gastos de producción y el proceso de explotación son las medidas principales que el ingeniero de yacimientos establece a fin de obtener la mayor recuperación posible, tomando en cuenta por supuesto el aspecto económico.

El factor de recuperación del aceite, a una fecha - considerada, se define como el cociente  $N_p/N$ , donde  $N_p$  es el volumen acumulativo de aceite producido, medido a condiciones estándar, a esa fecha. El factor de recuperación del gas se define en forma similar.

Es frecuente expresar también los factores de recuperación en porcentaje (del volumen original).

#### II.6.- Plano equivalente o de referencia.

Es un plano horizontal que divide al yacimiento en dos partes iguales, con el fin de referir cualquier variable (en particular la presión) a este plano.

Cuando se hacen mediciones de presión en los pozos, es prácticamente imposible que se efectúen a la misma profundidad en todos ellos, por lo que se llevan a cabo a la profundidad respectiva de cada pozo y se refieren al plano equivalente, sumando o restando a la presión medida el valor correspondiente a la columna de fluido.

#### II.7.- Presión Media de un yacimiento.

Existen varias formas de aproximar la presión media de un yacimiento, dando todas ellas valores diferentes entre sí. La que proporciona, en general, mejor aproximación es la ponderación volumétrica.

(a).- Por Pozo:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^n p_j}{n}, \quad n = \text{número de pozos}$$

donde  $p_j$  es la presión en el pozo  $j$ , referida al plano equivalente.

(b).- Por unidad superficial:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^n p_j A_j}{\sum_{j=1}^n A_j}, \quad \text{donde}$$

$n$  representa el número de unidades o zonas del yacimiento.

$p_j$  es la presión media de la zona  $j$  del yacimiento y

$A_j$  es el área de la zona  $j$  del yacimiento.

c) Por unidad volumétrica:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^n p_j A_j h_j}{\sum_{j=1}^n A_j h_j}$$

donde la nomenclatura es similar al caso anterior.

#### II.8 Condiciones de abandono.

La explotación de un yacimiento termina, generalmente, cuando deja de ser costable la extracción de hidrocarburos. El gasto y la presión correspondientes se conocen como gasto mínimo económico y presión de abandono. Estas condiciones dependen de los costos de extracción y el precio de los hidrocarburos, de modo que su determinación requiere del análisis económico correspondiente.

#### II.9 Porosidad, saturación, factores de volumen y otros conceptos básicos.

##### 9.1 Porosidad.

La porosidad  $\phi$  de un medio poroso es  $\phi = V_p/V$ , donde  $V_p$  es el volumen de poros del medio poroso y  $V$  es el volumen total de dicho medio. Este puede ser un yacimiento, una porción de él, una muestra (núcleo) o un empacamiento de partículas de los que se usan en los laboratorios para pruebas de desplazamiento de fluidos. Matemáticamente se puede considerar la variación de  $\phi$  de un punto a otro del yacimiento y se habla de  $\phi(x, y, z)$ , para lo cual en la definición se toma el límite del cociente cuando  $V \rightarrow 0$ .

Si en  $V_p$  se toman en cuenta tanto los poros aislados como los comunicados entre sí, a  $\phi$  se le llama porosidad absoluta. La porosidad efectiva es la que se tiene considerando únicamente los poros comunicados. Por ejemplo, una roca basáltica puede tener muy alta porosidad absoluta, pero muy reducida o nula porosidad efectiva. En lo sucesivo  $\phi$  se usará para referirse a la porosidad efectiva, a menos que se indique lo contrario.

Por otra parte, la porosidad puede ser primaria o secundaria, siendo la primera la que se presenta como resultado de los procesos originales (deposición, compactación, etc.) de formación del medio poroso. La porosidad secundaria es aquella que se debe a procesos posteriores que experimenta el mismo medio, como disolución del material calcáreo por corrientes subterráneas, fracturamiento, etc.

Es común que la porosidad se exprese además en porcentaje ( $V_p$  como porcentaje de  $V$ ). Los yacimientos tienen porosidades del orden del 5 al 30 por ciento, aunque es poco frecuente el extremo superior. Finalmente, cabe señalar que para algunos problemas es necesario tomar en cuenta la variación de  $\phi$  con el tiempo, debido a que la presión varía con  $t$  el medio poroso es compresible.

### 9.2 Saturación.

La saturación  $S$  de un fluido  $f$  en un medio poroso, se define como el volumen del fluido  $V_f$  medido a la presión y temperatura a que se encuentre el medio poroso, entre su volumen de poros  $V_p$ ; es decir,  $S_f = V_f/V_p$ , donde  $f$  puede representar aceite ( $S_o = V_o/V_p$ ), agua o gas. Como en el caso de la porosidad,  $S$  puede considerarse también en forma puntual,  $S(x, y, z, t)$  y expresarse en porcentaje.

En todos los yacimientos de hidrocarburos existe agua; los valores de  $S_w$  congénita u original son del orden del 10 al 30 por ciento, en tanto que en etapas avanzadas de extracción, por entrada natural o artificial de agua,  $S_w$  puede alcanzar valores de 0.8, quedando solamente saturaciones pequeñas de aceite y/o gas (saturaciones residuales). En yacimientos de aceite  $S_g$  puede variar desde cero (aceite bajo saturado) hasta valores del orden de 0.7. Además, de la definición de  $S$  se demuestra que  $\sum S_f = 1$  para cualquier yacimiento, a un tiempo cualquiera de explotación, por lo que esto debe tomarse en cuenta al considerar cualquier situación de saturación de fluidos en los yacimientos.

Se llama saturación crítica al valor de  $S$  a partir del cual el fluido correspondiente puede empezar a moverse. Así por ejemplo, para el caso de un yacimiento de aceite bajo saturado, al llegar a la presión de saturación aparece la primera burbuja de gas; al continuar bajando la presión se va incrementando  $S_g$ , pero el gas no puede moverse hacia los pozos o hacia arriba de la estructura sino hasta que se alcanza la saturación de gas crítica  $S_{gc}$ , que es del orden del 5 al 8 por ciento, dependiendo de las características del sistema roca-fluidos.

### 9.3 Factores de volumen.

Factor de volumen del gas,  $B_g$ , se define como el volumen de una masa de gas medido a condiciones de presión y temperatura del yacimiento, entre el volumen de la misma masa de gas pero medido a condiciones estándar. Así, considerando un gas real:

$$B_g = \frac{V_{g@cy}}{V_{g@cs}} = \frac{nRZy T_y}{nRZcs T_{cs}} = \frac{T_y P_{cs}}{T_{cs} P_y} \left( \frac{Z_y}{Z_{cs}} \right), \dots (II.1)$$

( $Z_{cs} = 1, P_y < P_b$ )

Factor de volumen del aceite,  $B_o$ .

Definición:  $B_o = \frac{\text{Vol. (aceite + gd) @ cy}}{\text{Vol. de aceite "muerto" @ cs}}, \dots (II.2)$

donde vol. (aceite+gd) @ cy significa el volumen de aceite con el gas que tiene disuelto a  $P_y$  y  $T_y$ , medido a condiciones del yacimiento y aceite "muerto" quiere decir aceite sin gas disuelto.

El volumen del numerador dado en la Ec. II.2 involucra varios fenómenos: (a) una expansión térmica del aceite con su gas disuelto, (b) una expansión del aceite al disolver gas a  $P_y$  y  $T_y$ , en relación al mismo aceite sin gas disuelto y (c) una compresión del aceite con gd al estar sujeto a  $P_y$ . Predominan los efectos (a) y (b) sobre (c), por lo que el resultado neto es que  $B_o > 1$ .

Para un yacimiento dado, la variación de  $B_o$  vs  $p$  se obtiene de un análisis pVT de laboratorio. En la Fig. II.4 se presenta la forma típica de una curva de  $B_o$  vs  $p$  a  $T$  constante (esta es una representación conceptual de un fenómeno que ocurre en los yacimientos), para el caso en que  $p_i > P_b$ . No tiene importancia práctica considerar la variación de  $B_o$  vs  $T$  a  $p$  constantes.

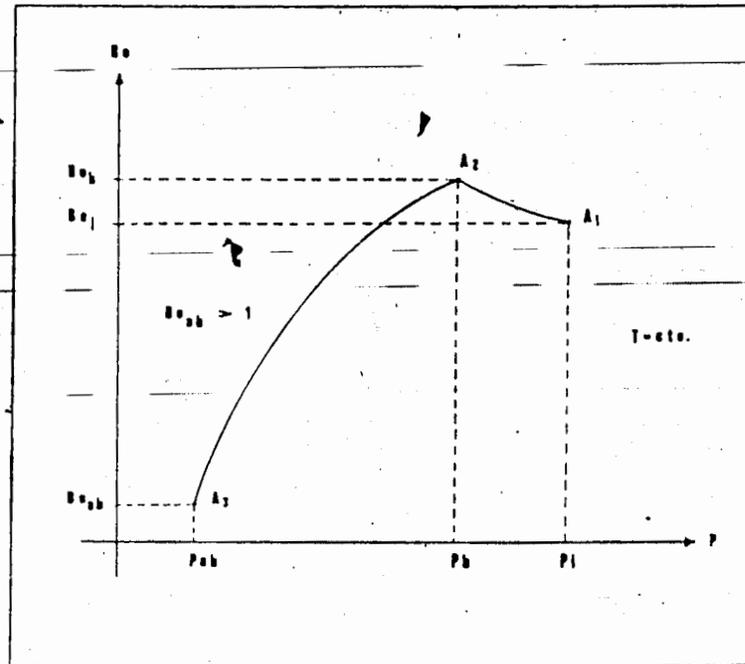


FIG. II.4 VARIACION DE  $B_o$  vs  $p$ , PARA EL CASO DE UN YACIMIENTO BAJO SATURADO.

A la presión inicial  $p_i$  se tiene el factor de volumen  $B_{oi}$  -- (punto  $A_1$ ). Al disminuir  $p$  ocurre una expansión del aceite con gas disuelto, puesto que la mezcla es compresible; además, como de  $p_i$  a  $p_b$  no se libera gas, entonces hay un incremento del numerador dado en la Ec. II.2, por lo que  $B_o$  aumenta consecuentemente: esto se muestra en la Fig. II.4 entre los puntos  $A_1$  y  $A_2$ . Al bajar todavía más a partir de  $p_b$  se libera y va a estar incrementándose continuamente la liberación de gas; por tanto, aún cuando el fenómeno de expansión del aceite con el gas que quede disuelto esté actuando, el resultado es que disminuye  $B_o$  (trayectoria del punto  $A_2$  al  $A_3$ ).

Para un yacimiento con  $p_i < p_b$ , la curva de  $B_o$  vs  $p$  sería solamente una porción de  $A_2$  a  $A_3$ .

Factor de volumen del agua,  $B_w$ .

La definición de  $B_w$  es similar a la de  $B_o$ . Debido a que es pequeña la solubilidad del gas en agua, en comparación con la correspondiente en aceite, en algunos problemas de yacimientos se usa  $B_w = 1$ , para cualquier presión, como una aproximación razonable.

Factor de volumen de la fase mixta,  $B_t$ .

$$B_t = \frac{\text{vol. (aceite + gd + gl) @ } p}{\text{vol. aceite sin gd. @ } p_i} \quad \text{--- (II.3)}$$

donde  $gd$  y  $gl$  significan gas disuelto y gas libre, respectivamente. La variación de  $B_t$  vs  $p$  se presenta en la Fig. II.5:

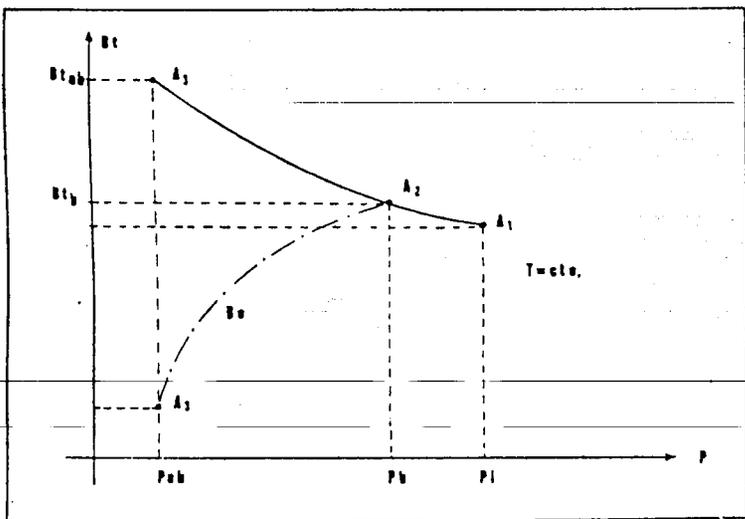


Fig. II.5 VARIACION TIPICA DEL FACTOR DE VOLUMEN DE LAS DOS FASES (O FASE MIXTA).

En el rango de presiones  $p_b \leq p \leq p_i$  se tiene  $B_t = B_o$ , puesto que no existe gas libre arriba de la presión de saturación. Al ir bajando la presión de  $p_b$ ,  $B_t$  aumenta por dos razones: se expande el gas libre y continúa la liberación de gas.

En términos de  $B_o$  y  $B_g$ , el factor de volumen de la fase mixta se expresa como:

$$B_t = B_o + B_g(R_{si} - R_s) \quad \text{--- (II.4)}$$

cuya explicación se verá en la Sección II.12.  $R_s$  significa la relación gas disuelto en el aceite e  $i$  se refiere a su valor inicial.

#### 9.4. Compresibilidad total del sistema roca-fluidos, $c_t$ .

La compresibilidad de un fluido se define como

$$c = - \frac{1}{V} \left( \frac{DV}{Dp} \right) \quad \text{--- (II.5)}$$

donde el signo menos se utiliza para que se obtenga un valor positivo de  $c$ , puesto que  $(\frac{DV}{Dp}) < 0$ . La compresibilidad  $c$  es una medida del cambio de volumen del fluido con la presión, considerando un volumen dado  $V$ . Un promedio ponderado con respecto a la saturación de fluidos, más la compresibilidad de la formación, es lo que se conoce como  $c_t$ :

$$c_t = \bar{c} + c_f \quad \text{--- (II.6)}$$

$$\text{donde } \bar{c} = c_o S_o + c_g S_g + c_w S_w \quad \text{--- (II.7)}$$

Se le llama compresibilidad efectiva de un fluido, por ejemplo el aceite, a

$$c_{oe} = c_t / S_o \quad \text{--- (II.8)}$$

#### 9.5. Presión de fondo, $P_w$ .

Se usan los conceptos  $P_{wf}$  y  $P_{ws}$ , que son respectivamente la presión de fondo del pozo cuando está fluyendo y cuando está cerrado. En general,  $P_{wf}$  y  $P_{ws}$  varían con el tiempo.

#### 9.6. Presión estática, $P_e$ .

Es el valor de  $P_{ws}$  que se obtiene para un tiempo de cierre suficientemente grande. Este tiempo es del orden de 24 horas para yacimientos de alta permeabilidad y aumenta a medida que el valor de este parámetro disminuye. El calificativo "estática" no es propiamente aplicable, porque al estar produciendo

otros pozos en el yacimiento tiende a bajar la presión en el pozo que permanece cerrado, excepto en el caso de que esté actuando un fuerte empuje hidráulico.

9.7. Radio de drenaje,  $r_e$ .

Aunque en general el área de drenaje de un pozo no es circular, para algunos estudios se supone que es de esa forma, como una aproximación. Al radio de esta área se le conoce como radio de drenaje; la presión correspondiente a  $r_e$  es precisamente  $p_e$ , que es la presión que se alcanza en un pozo después de un tiempo lo suficientemente grande, como se discutió en la sección 9.6.

9.8. Relación gas disuelto-aceite,  $R_s$ .

Este concepto se define como sigue:

$$R_s = \frac{(\text{Vol. gd en aceite a } p, T) @ cs}{\text{Vol. de aceite muerto} @ cs} \dots \dots \dots (II.10)$$

en particular, se puede considerar como el número de  $m^3$  de gas @ cs, disueltos a una presión y temperatura en cada  $m^3$  de aceite @ cs.

La variación de  $R_s$  vs  $p$  para el caso  $p_i > p_b$  se presenta en la Fig. II.6

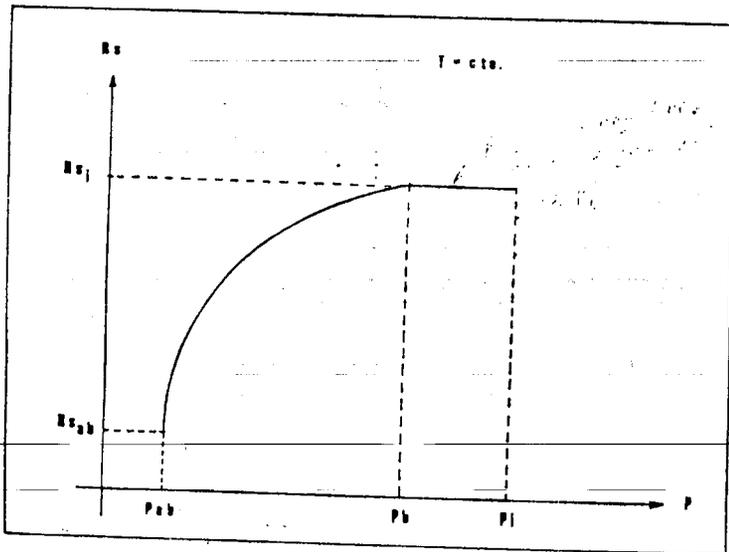


FIG. II.6.-  $R_s$  vs.  $p$  para un Yac. de Aceite Bajosaturado.

En el rango de presiones  $p_b \leq p \leq p_i$  no hay liberación de gas, por lo que  $R_s$  permanece constante, como se observa en la gráfica anterior.

9.9 Relación gas-aceite instantánea,  $R$ .

Es el gasto total de gas ( $g_l + g_d$ ) @ cs entre el gasto de aceite muerto @ cs, para un instante dado. La curva de  $R$  vs  $p$  se muestra en la Fig. II.7.

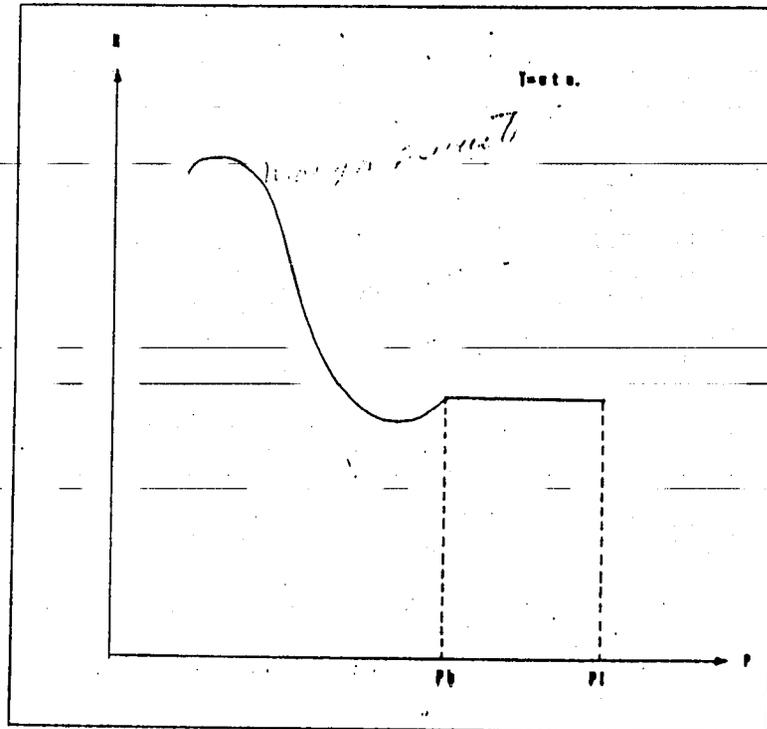


FIG. II.7 Relación Gas-Aceite Instantánea.

Para  $p_2$  se tiene  $R = R_2$ , porque el gas que se produce es solamente el que está disuelto en el aceite. Al bajar la presión de  $p_1$ , al principio el gas que se libera se queda en el yacimiento, pero a una atmósfera a una vez que se alcanza la  $S_g$  crítica el gas libre empieza a fluir, iniciándose el incremento de  $R$  hasta llegar a un máximo.

9.10. Tensión interfacial,  $\sigma$ .

Es el resultado de efectos moleculares por los cuales se forma una interfase o superficie que separa dos líquidos; si  $\sigma$  es nula, se dice que los líquidos son miscibles entre sí. Como ejemplo de líquidos inmiscibles se tienen el agua y el aceite, en tanto que el agua y el alcohol son miscibles. En el caso de que se tenga una interfase líquido-gas, al fenómeno se le llama tensión superficial.

$\sigma$  también se puede considerar como el trabajo por unidad de área que hay que desarrollar para desplazar las moléculas de la interfase:  $\frac{F}{A} \left( \frac{L^2}{L^2} \right) = \sigma \left( \frac{F}{L} \right)$ .

Algunos valores de tensión superficial son:

Líquidos (20°C)	(N/m)
Agua	0.073
Alcohol etílico	0.022
Aceite lubricante	0.035-0.038

9.11 Fuerzas capilares y presión capilar.

Estas fuerzas, en los yacimientos de hidrocarburos, son el resultado de los efectos combinados de las tensiones interfaciales y superficiales, del tamaño y la forma de los poros y del valor relativo de las fuerzas de adhesión entre fluidos y sólidos y las fuerzas de cohesión en los líquidos, es decir, de las propiedades de mojabilidad del sistema roca-fluidos.

En la Fig. II.8 se muestran esquemáticamente los conceptos de mojabilidad y ángulo de contacto  $\theta$ .

Con referencia al dibujo de la esquina inferior izquierda:

Fuerza capilar = peso del líquido

$$2 \pi r \sigma \cos \theta = \rho g \pi r^2 h \quad (II.11)$$

donde

- $\sigma \cos \theta$  : fuerza capilar vertical hacia arriba, por unidad de longitud.
- $2 \pi r$  : longitud de la circunferencia en la que están en contacto, por el interior del tubo, los fluidos y el sólido.
- $\rho g = \gamma$  : peso específico del líquido
- $\pi r^2 h$  : volumen del líquido que sube por el interior del capilar.

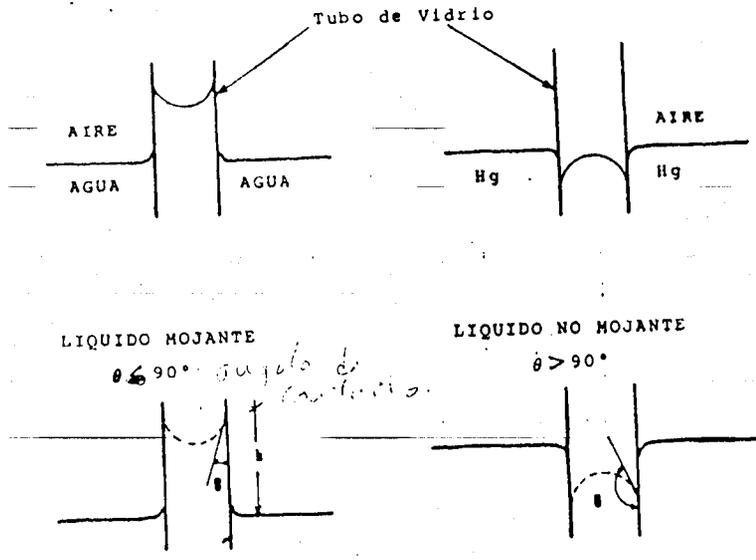


Fig. II.8. EJEMPLOS DE SISTEMAS CON DIFERENTE MOJABILIDAD.

Como  $\rho g h = \Delta p$  (carga hidrostática), entonces

$$\Delta p = 2 \sigma \cos \theta / r \quad (II.12)$$

Esta es precisamente la presión capilar que actúa en la interfase; la  $\Delta p$  por el área es igual a la fuerza capilar  $2 \pi r \sigma \cos \theta$ . Se usa  $P_c$  para representar la presión capilar, la cual para un medio poroso se ha definido como la capacidad que tiene el medio de succionar el fluido que lo moja y de repeler al no mojanter.  $P_c$  también se define como la diferencia de presiones a través de la interfase de los fluidos.

Para un medio poroso, el efecto de  $P_c$  se presenta esquemáticamente en la Fig. II.9.

Una forma de encontrar la  $P_c$  en una muestra de roca del yacimiento es determinando la presión que se debe aplicar a un fluido no mojanter para alcanzar una cierta saturación de este fluido; a cada  $S$  corresponde una  $P_c$  y viceversa, es decir,  $P_c = P(S)$ . Si la abertura mayor del medio poroso se considera circular, de radio  $r$ , la presión necesaria para forzar la en-

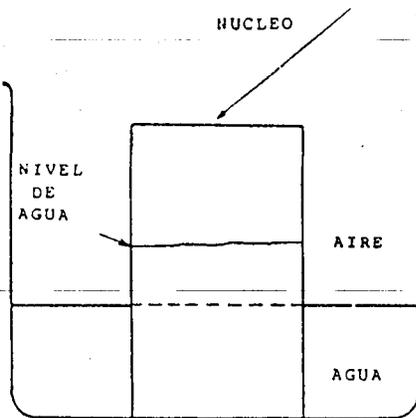


Fig. II.9. ELEVACION DEL NIVEL DE AGUA EN EL MEDIO POROSO DEBIDO A LA PRESION CAPILAR.

trada del fluido no mojante es  $p_c = 2\sigma \cos \theta / r$ ; esta es la mínima presión a la cual dicho fluido inicia su entrada a la muestra. Solamente aplicando una presión mayor el fluido entrará a los poros más pequeños.

De acuerdo con lo anterior, si los capilares de una muestra son muy uniformes, no se requerirá de mayor presión para saturarla del fluido no mojante y la curva de  $p_c$  vs  $S$  será plana, hasta valores de  $S$  cercanos a la saturación irreductible. Esto se ilustra con la curva 1 de la Fig. II.10. Las otras curvas de la figura corresponden a medios con poros de tamaños no uniformes.

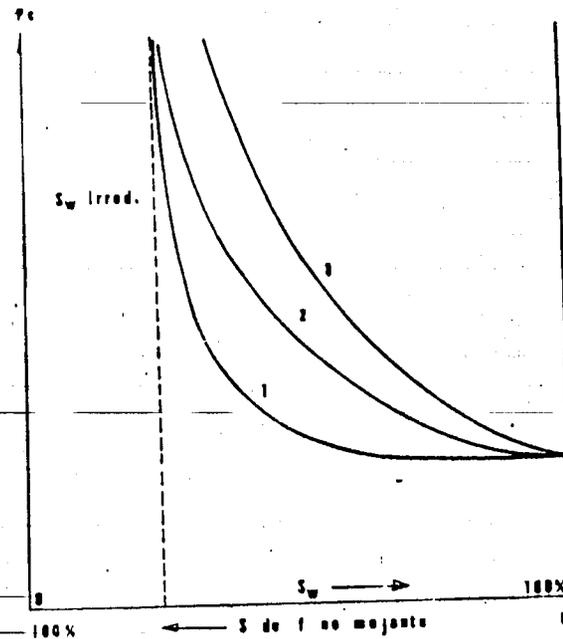


Fig. II.10. CURVAS DE  $P_c$  vs  $S_w$  PARA MEDIOS CON DIFERENTES DISTRIBUCIONES DE TAMAÑOS DE POROS.

## II.10 Permeabilidades.

### 10.1 Permeabilidad Absoluta (k)

Se denomina permeabilidad absoluta a la propiedad que tiene la roca de permitir el paso de un fluido a través de ella, cuando se encuentra saturada al 100% del fluido, que es el mismo que se usa como fluido desplazante durante la prueba. De la ecuación de Darcy\*:

\*Sección IV.6

$$1 \text{ darcy} = \frac{\left(1 \frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right) (1 \text{ cp}) (1 \text{ cm})}{(1 \text{ cm}^2) (1 \text{ atm})}$$

Esta es la definición de la unidad darcy.

Por ejemplo, si a través de un núcleo de 2.0 cm<sup>2</sup> de sección transversal y 3.00 cm de longitud, fluye agua salada de 1.0 cp., a un gasto de 0.50 cm<sup>3</sup> por segundo, con una presión diferencial de 2.0 atm, su permeabilidad absoluta es:

$$k = \frac{q \mu L}{A \Delta P} = \frac{(0.5)(1.0)(3.0)}{(2.0)(2.0)} = 0.375 \text{ darcys}$$

Si se reemplaza el agua salada por aceite de 3.0 cp de viscosidad, bajo la misma presión diferencial, el gasto de aceite es de 0.167 cm<sup>3</sup>/seg, por lo que la permeabilidad absoluta es:

$$k = \frac{q \mu L}{A \Delta P} = \frac{(0.167)(3.0)(3.0)}{(2.0)(2.0)} = 0.375 \text{ darcys.}$$

Con el ejemplo se puede ver que la permeabilidad absoluta del medio poroso debe ser la misma para cualquier líquido que no reaccione con el material de la roca y que la satura al 100%; sin embargo, esta condición no se cumple con los gases debido a un efecto que se llama de "resbalamiento".

## 10.2 Permeabilidad Efectiva (k<sub>o</sub>, k<sub>g</sub>, k<sub>w</sub>)

Se define como permeabilidad efectiva a un fluido particular, la permeabilidad del medio a ese fluido cuando su saturación es menor del 100 por ciento.

k<sub>o</sub>, k<sub>g</sub> y k<sub>w</sub> representan, respectivamente, las permeabilidades efectivas al aceite, al gas y al agua. Si en el núcleo del ejemplo anterior se mantiene S<sub>w</sub> = 0.7 y S<sub>o</sub> = 0.3; a estas saturaciones el gasto de agua salada, bajo una presión diferencial de 2.0 atm, es 0.30 cm<sup>3</sup>/seg, y el gasto de aceite es igual a 0.02 cm<sup>3</sup>/seg. Por tanto, la permeabilidad efectiva al agua es:

$$k_w = \frac{q_w \mu_w L}{A \Delta P} = \frac{(0.30)(1.0)(3.0)}{(2.0)(2.0)} = 0.225 \text{ darcys,}$$

mientras que la permeabilidad efectiva al aceite es:

$$k_o = \frac{q_o \mu_o L}{A \Delta P} = \frac{(0.02)(3.0)(3.0)}{(2.0)(2.0)} = 0.045 \text{ darcys.}$$

Del caso anterior puede observarse que la suma de permeabilidades efectivas, es decir, 0.270 darcys, es menor que la permeabilidad absoluta, 0.375 darcys. Los valores de la permeabilidad efectiva pueden variar desde cero hasta la permeabilidad absoluta, con excepción de la k<sub>g</sub>, que puede valer más que la absoluta, cuando la muestra está saturada 100% de gas.

En la Fig. II.11 se presentan relaciones típicas de permeabilidad efectiva para un sistema agua-aceite, en un medio poroso mojado por agua.

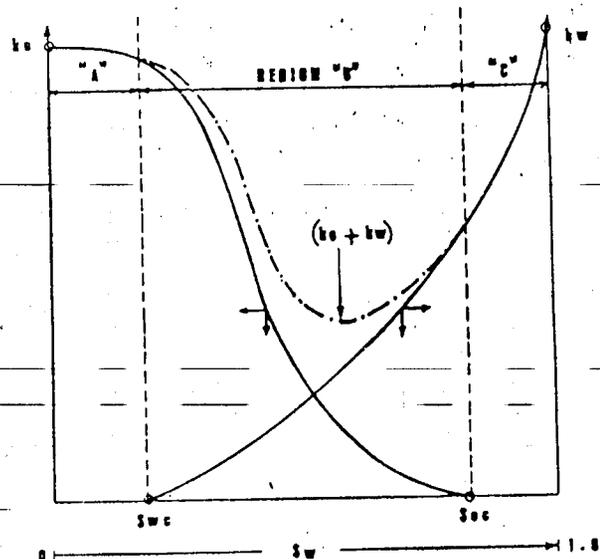


FIG. II.11. Permeabilidades efectivas en un medio poroso mojado por agua.

Para una saturación de aceite de 50%, la permeabilidad efectiva a la fase mojanante (agua) es menor que la correspondiente a la fase no-mojante (aceite).

Las relaciones de permeabilidad efectiva para agua y aceite mostradas en la Fig. II.11 pueden ser divididas en tres regiones. En la región A sólo el aceite puede fluir, porque se tiene S<sub>w</sub> < S<sub>wc</sub>; en la región B pueden fluir simultáneamente el aceite y el agua, en tanto que en la región C únicamente fluirá el agua.

En la Fig. II.12 se muestra una gráfica típica de relación de permeabilidades efectivas para gas y aceite. La forma de la curva en este caso indica que el aceite es la fase mojante, mientras que el gas es la fase no-mojante. También se presentan tres regiones, en forma similar al caso anterior.

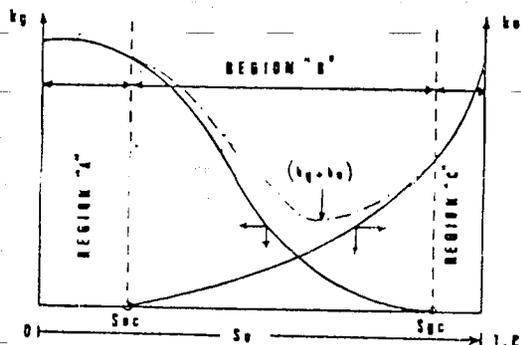


FIG. II.12.- Permeabilidades efectivas; el aceite es la fase mojante.

### 10.3 Permeabilidad relativa ( $k_{ro}$ , $k_{rg}$ , $k_{rw}$ )

La permeabilidad relativa se define como sigue:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{K}; \quad k_{rg} = \frac{k_g}{K}; \quad k_{rw} = \frac{k_w}{K}$$

En la Fig. II.13 se muestra una gráfica típica de curvas de permeabilidades relativas al agua y al aceite.

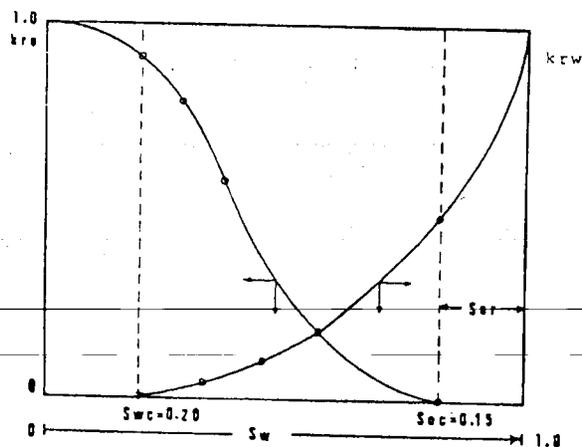


FIG. II.13.- Permeabilidades relativas al agua y al aceite.

Comenzando con una saturación de agua de 100%, las curvas indican que una disminución en la saturación de agua al 85% (un aumento en la  $S_o$  de 15%) reduce fuertemente la permeabilidad relativa al agua, de 100% a 60%, en cambio a la saturación de 15% de aceite, la permeabilidad relativa al aceite es prácticamente cero. Este valor de saturación de aceite de 15%, se denomina saturación crítica ( $S_{oc} = 0.15$ ), o sea la saturación a la que el aceite comienza a fluir, a medida que la saturación de aceite aumenta. También se denomina saturación residual de aceite " $S_{or}$ " al valor por debajo del cual no puede reducirse la saturación en un sistema agua-aceite. A medida que la saturación de agua disminuye, la permeabilidad relativa  $k_{rw}$  también disminuye, en tanto que la permeabilidad relativa al aceite aumenta. A una saturación de agua del 20%, la  $k_{rw} = 0$  y la  $k_{ro}$  es bastante alta.

A esta saturación de agua de 20% se le conoce como saturación crítica; puede ser mayor o igual a la saturación inicial de agua ( $S_{wi}$ ).

En las rocas de los yacimientos preferencialmente mojadas por agua la fase agua es contigua a las paredes de los espacios porosos.\*\*

Ejemplo:

Se tienen los siguientes datos, obtenidos de pruebas de permeabilidad relativa hechas en laboratorio:

Area de la sección transversal del núcleo: 5 cm<sup>2</sup>

Longitud del núcleo: 3 cm

$\mu_w = 1.0$  cp;  $\mu_o = 1.25$  cp.

Presión en la cara de salida del núcleo: 1 atm.

Presión en la cara de entrada del núcleo: 2 atm.

Los datos de saturaciones y gastos son:

Saturación (%)		Gasto (cm <sup>3</sup> /seg)	
Agua	Aceite	Agua	Aceite
100	0	0.50	0.00
90	10	0.30	0.00 (*)
80	20	0.15	0.01
60	40	0.03	0.10
40	60	0.01	0.25
30	70	0.00 (*)	0.38

\* crítico

\*\* Treiber L.E. et al.: "A Laboratory Evaluation of the Wettability of Fifty Oil-Producing Reservoirs", SPEJ, Dec. 1972.

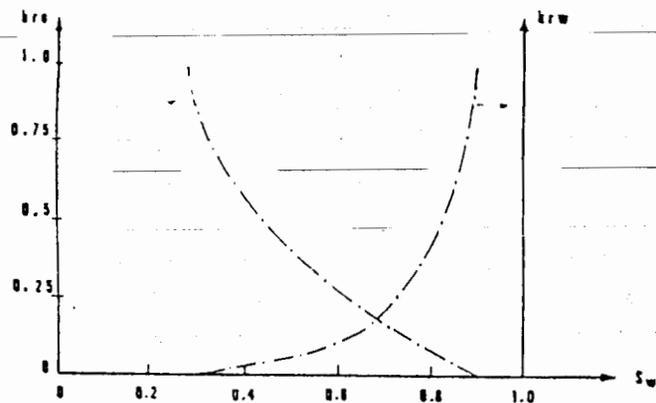


Fig. II.14 CURVAS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS DEL EJEMPLO.

### II.11 Correlaciones.

En estudios de yacimientos es frecuente encontrarse ante la falta de alguna parte de la información necesaria, como, por ejemplo, el factor de desviación del gas, la viscosidad del aceite a condiciones del yacimiento, etc. Una manera de subsanar la escasez de información consiste en utilizar correlaciones, que son gráficas, tablas, ecuaciones, etc., desarrolladas a partir de información obtenida de mediciones de laboratorio, observaciones de campo o cualquier otro medio, llevadas a cabo en un gran número de muestras o de observaciones. Puesto que estas correlaciones se aplican a casos particulares, no incluidos en las muestras u observaciones a partir de las cuales fueron desarrolladas, entonces sólo se pueden obtener aproximaciones de la información faltante, que sin embargo son razonables en la mayoría de los casos. Aquí se incluyen algunas de las principales correlaciones, para ilustrar este concepto.

#### 11.1 Correlación de Beal (Trans. AIME, 1946).

En la Fig. II.15 se presenta esta correlación, con la cual es posible obtener la viscosidad del aceite muerto a presión atmosférica y temperatura del yacimiento; fue preparada a partir de mediciones de laboratorio efectuadas en 98 muestras.

Las muestras abarcaron rangos de densidades y viscosidades de 15 a 55 °API y de 0.3 a 800 cp, aproximadamente. Fuera de estos rangos las curvas son extrapoladas, disminuyendo su aproximación. El rango correspondiente de temperaturas fue de 100 a 220 °F.

#### 11.2 Correlación de Chew y Connally (Trans. AIME 1959).

Esta correlación se muestra en la Fig. II.16; con ella se obtiene la viscosidad del aceite con gas disuelto, a la presión de saturación\* y temperatura del yacimiento. La viscosidad del aceite muerto

\* En el libro *Advances in Well Test Analysis*, pág. 240, se presenta la forma de obtener la viscosidad a otras presiones.

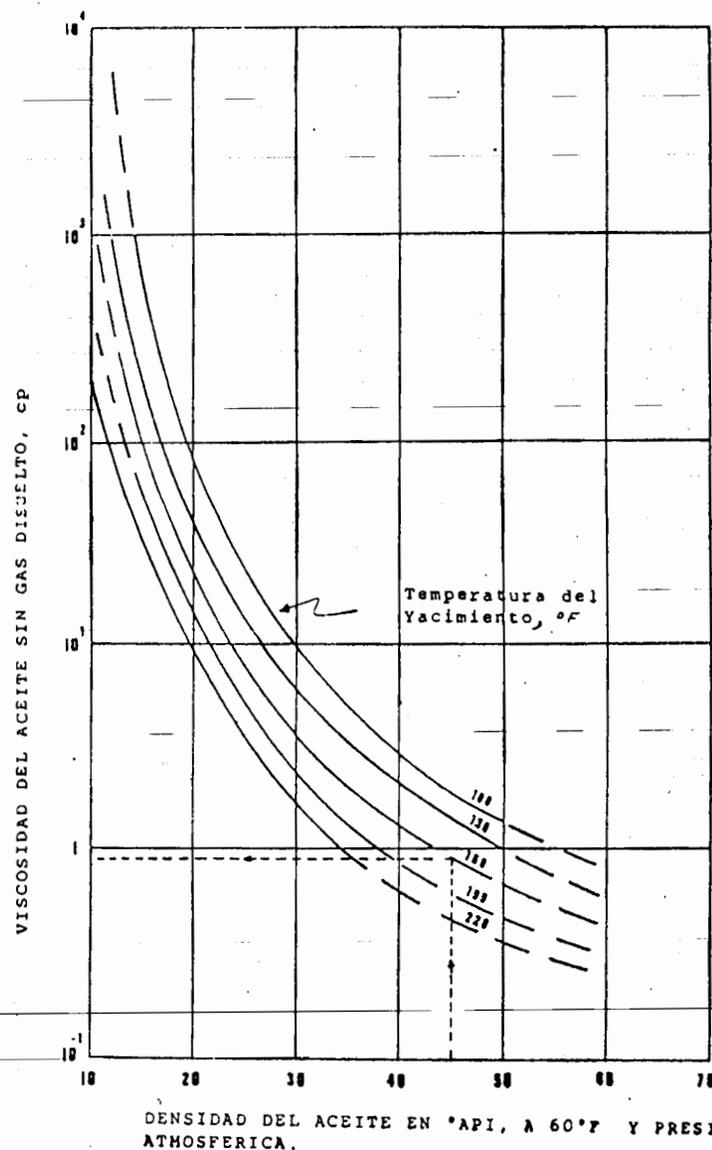


FIG. II.15 VISCOSIDAD DEL ACEITE SIN GAS DISUELTO.

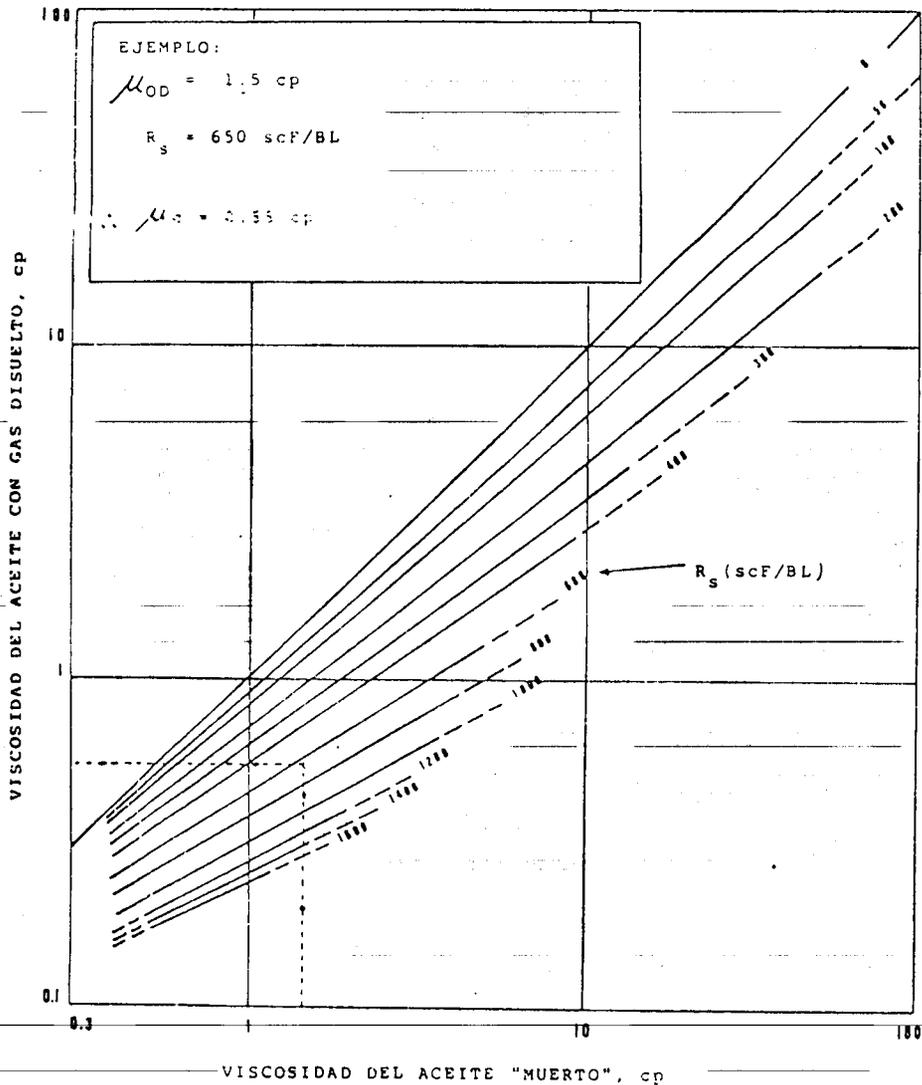


FIG. 11.16 VISCOSIDAD DEL ACEITE CON GAS DISUELTO, a p y I DEL YACIMIENTO.

se puede obtener de mediciones de laboratorio o aplicando la correlación de la Sección 11.1 anterior.

11.3 Correlaciones de Standing (Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems, 1952).

Estos son ejemplos de correlaciones presentadas mediante ecuaciones; son para obtener  $R_g$  y  $B_o$  vs  $P_b$ :

$$R_g = \gamma_g \left( \frac{P_b}{18.2} \right)^{0.0125 \text{ API} - 0.00091 T} 1.2048 \dots \dots \dots (11.13)$$

$$B_o = 0.972 + 0.000147 P^{1.175} \dots \dots \dots (11.14)$$

$$F = R_g \left( \gamma_g / \gamma_o \right)^{0.5} + 1.25 T, \dots \dots \dots (11.15)$$

donde  $R_g$  (scF/STB),  $P_b$  (psia),  $T$  ( $^{\circ}F$ );  $\gamma_g$  y  $\gamma_o$  son las densidades relativas.

11.4 Otras correlaciones.

Aquí se presentan otras correlaciones útiles, incluidas en el Apéndice D del libro Advances in Well Test Analysis.

4.1 Temperatura y presión pseudo-críticas contra la densidad relativa del gas (correlación de Brown y colaboradores).

4.2 Factor de deriviación de los gases reales contra temperatura y presión pseudo-reducidas (correlación de Standing y Katz).

4.3 Viscosidad de gases naturales contra peso molecular (correlación de Carr, Kobayashi y Burrows).

11.12 Expresión de conceptos mediante símbolos.

En la Sección 1.2 se presentó una lista de símbolos que se utilizan en ingeniería de yacimientos. Es muy conveniente el hábil manejo de combinaciones de dichos símbolos en el desarrollo de ecuaciones y en el planteamiento y solución de problemas; pero, por supuesto, ese hábil manejo sólo se logra con la práctica. Para que ésta se inicie se incluyen aquí algunos ejemplos para su análisis.

12.1  $(N-N_p)$  representa el volumen de aceite remanente en el yacimiento a cs.

12.2  $(NB_{oi})$  es el volumen original de aceite @ cy. (con su gas disuelto).

12.3  $(V_{pSoi}/B_{oi})$  expresa el volumen original de aceite @ cs.

12.4  $(NR_{gi})$  significa el volumen original de gas disuelto @ cs etc.

TEMA III.- DETERMINACION DEL VOLUMEN ORIGINAL DE HIDROCARBUROS.

III.1.- Porosidad y saturaciones medias.

Se presenta una forma de cálculo de estos valores, para un pozo y para un yacimiento:

$$\bar{\sigma}_{\text{pozo}} = \frac{\sum_{j=1}^n \sigma_j h_j}{\sum_{j=1}^n h_j}$$

donde  $\sigma_j$  es la porosidad del intervalo  $j$  de espesor  $h_j$  y  $n$  es el número de intervalos en el pozo.

$$\bar{\sigma}_{\text{yac.}} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i A_i}{\sum_{i=1}^N A_i}$$

donde ahora  $\sigma_i$  es la porosidad media del pozo  $i$  que tiene asociada el área  $A_i$  y  $N$  es el número de pozos en el yacimiento.

Las expresiones para el cálculo de valores medios de saturaciones, de cualquier fluido, son similares a las anteriores.

III.2.- Método de isopacas.

Este método y el de cimas y bases se utilizan para determinar el volumen de roca de un yacimiento, con el cual se puede obtener, con los valores correspondientes de saturaciones, el volumen original de hidrocarburos, que es básico para toda actividad de la industria petrolera. Con el método de isohidrocarburos se calcula en forma directa, sin determinar previamente el volumen de roca, dicho volumen original de hidrocarburos.

El método de isopacas tiene como base la configuración de un mapa con curvas de igual espesor de formación, para cuya preparación se tiene que disponer de un plano con las localizaciones de todos los pozos que constituyen el campo en estudio. Se anota en cada uno de ellos el espesor neto de la formación y se hace la configuración por interpolación o extrapolación de datos para tener curvas con valores cerrados, tal como se observa en la Fig. III.1, que es un plano de isopacas para un campo hipotético que se toma como ejemplo.

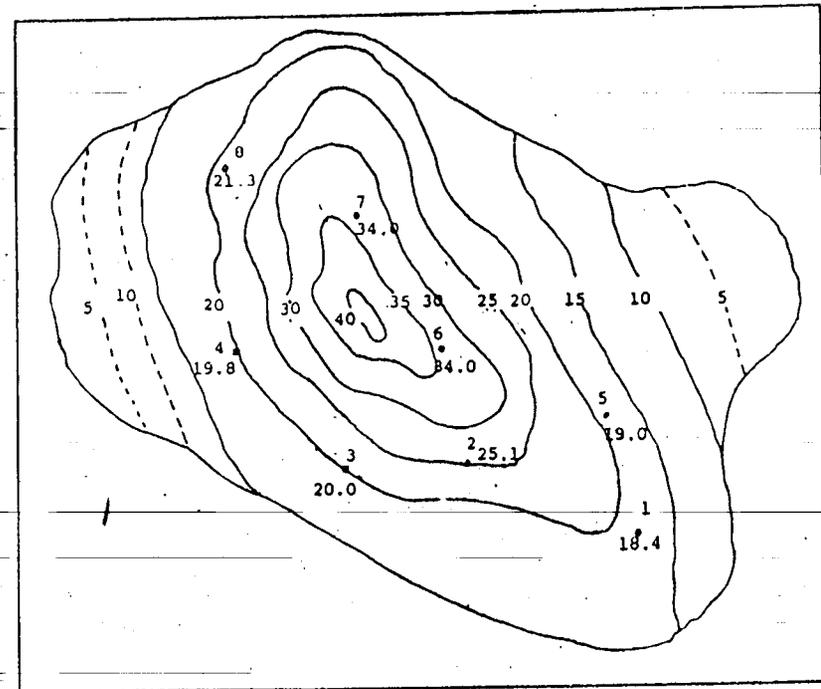
Las áreas encerradas por las diferentes curvas se miden, con ayuda de un planímetro o usando fórmulas de integración numérica o por cualquier otro método conocido. Los valores encontrados se anotan en la Tabla III.1, columna (4). En la misma tabla aparecen los espesores y las áreas convertidas a dimensiones reales.

En la Fig. III.2, aparece una gráfica en cuyas ordenadas están los espesores netos de la formación que fueron anotados en la columna (3) de la Tabla III.1 y en las abscisas, las áreas del terreno anotadas en la columna (5) de la misma tabla.

Se determina el área bajo la curva entre los límites cero y área máxima. El valor encontrado se multiplica por la escala de la gráfica para obtener el "volumen neto de roca". Al multiplicarse este volumen neto de roca por la porosidad media de la formación y por la saturación media de hidrocarburos, da precisamente el volumen de hidrocarburos que se trata de conocer, @ cy.

TABLA III.1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Pozo No.	Espesor Neto (m)	Espesor de la Isopaca en (m)	Área del plano en (cm <sup>2</sup> )	Área del terreno en (10 <sup>4</sup> m <sup>2</sup> )
1	18.4	00	207.4	51.85
2	25.1	10	170.1	42.53
3	20.0	15	141.8	35.45
4	19.8	20	86.2	21.55
5	19.0	25	51.0	12.75
6	34.0	30	26.6	6.65
7	34.0	35	8.2	2.05
8	21.3	40	1.2	0.30



PLANO DE ISOPACAS

FIG. III.1

ESCALA: 1:50000

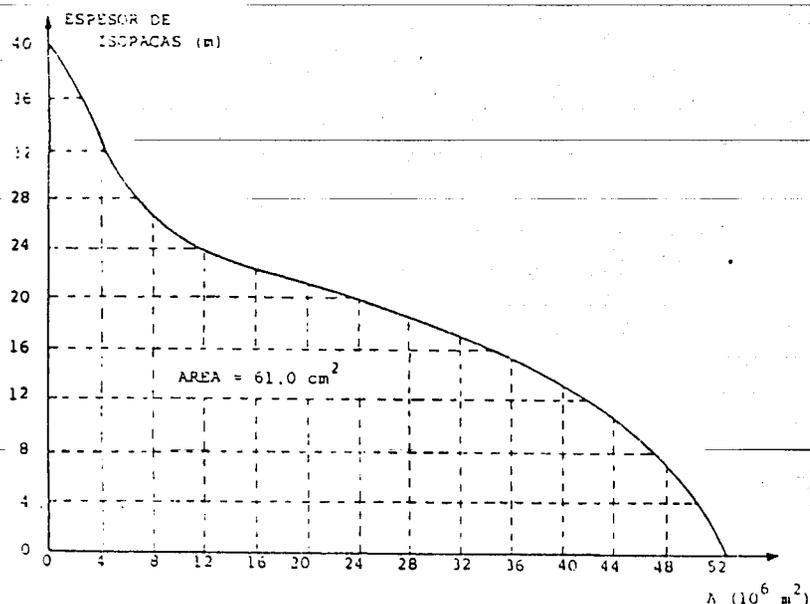


FIG. III.2.- GRAFICA CORRESPONDIENTE AL PLANO DE ISOPACAS.

Escala vertical: 1 cm --- 4 m.  
Escala horizontal: 1 cm --- 4 x 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>

por tanto

1 cm<sup>2</sup> (plano) ---- 16 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> (terreno)  
61.0 cm<sup>2</sup> (plano) --- 976 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> (terreno)

El volumen neto de roca es igual a 976 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>.

### III.3.- Método de cimas y bases.

Este método tiene como base la configuración de mapas con curvas de igual profundidad tanto de la cimas como las bases de la formación, para cuya preparación es necesario disponer de planos con las localizaciones de todos los pozos que constituyen el campo en estudio. Por medio de registros geofísicos, se puede determinar la cima y la base de la formación productora para cada uno de los pozos.

En el plano de localización de los pozos se anotan en cada uno de ellos la profundidad de la cima y de la base de la formación correspondiente (Tabla III.2) y se hace la configuración por interpolación o extrapolación de datos para tener curvas con valores cerrados, tal como se observa en la Fig. III.3.

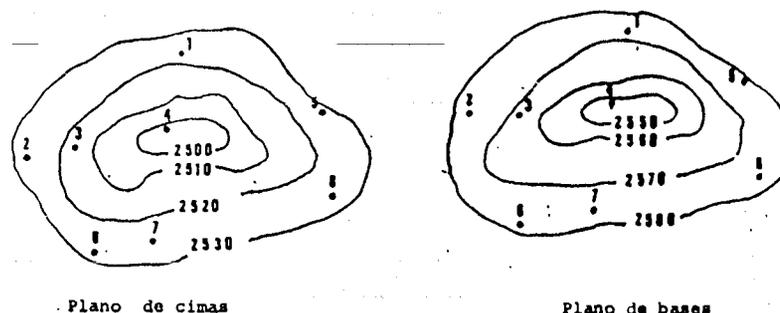


FIG. III.3.

Las áreas encerradas por las diferentes curvas se miden con la ayuda de un planímetro o usando fórmulas de integración numérica conocidas. Los valores encontrados se anotan en la Tabla III.3, columna (2). En la misma tabla aparecen las áreas convertidas a dimensiones reales. En la Fig. III.4, aparece una gráfica en cuyas ordenadas están las profundidades de las cimas y bases que fueron anotadas en la columna (1) de la Tabla III.3 y en las abscisas las áreas del terreno anotadas en las columnas (2) y (3) de la misma tabla.

Se determina el área delimitada por los perfiles de cimas y bases, tomando en cuenta el caso en que exista un contacto agua-aceite como en el ejemplo. El valor encontrado se multiplica por la escala de la gráfica para obtener de esta forma, el volumen bruto de roca, que al multiplicarse por la porosidad media de la formación y por la saturación media de hidrocarburos, da aproximadamente el volumen de hidrocarburos que se trata de conocer; si se conoce el factor de compacidad del yacimiento, el volumen de hidrocarburos deberá multiplicarse por este factor para obtener un valor más real, ya que de otra manera se estaría considerando que no existen intercalaciones compactas.

TABLA III.2

(1)	(2)	(3)
Pozo No.	Profundidad de las Cimas (m.b.n.m.)	Profundidad de las Bases (m.b.n.m.)
1	2527	2576
2	2535	2575
3	2512	2557
4	2495	2548
5	2528	2575
6	2526	2575
7	2528	2571
8	2528	2576

TABLA III.3.

Profundidad (m.b.n.m.)	Area curvas Plano (cm <sup>2</sup> )	cimas Real (10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> )	Area curvas Plano (cm <sup>2</sup> )	base Real (10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> )
2500	60	0.150		
2510	600	1.500		
2520	1200	3.000		
2530	2400	6.000		
2550			40	0.100
2560			400	1.000
2570			1000	2.500
2580			2300	5.750

Profundidad del contacto agua-hidrocarburos = 2540 m.

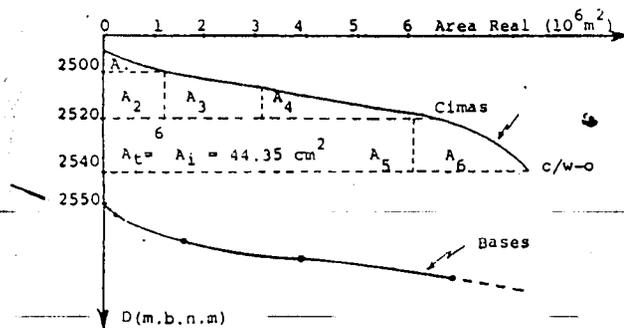


FIG. III.4

Escala Vertical: 1 cm ---- 10 m.

Escala Horizontal: 1 cm ---- 0.5 x 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>

por tanto: 1 cm<sup>2</sup> (plano) --- 5.0 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>.

44.35 cm<sup>2</sup> (plano) --- 221.75 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>

Por lo que el volumen bruto de roca es igual a 221.75 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>.

### III.4.- Método de Isohidrocarburos.

El método de isohidrocarburos o isoíndices de hidrocarburos tiene gran similitud con el de isopacas, pero proporciona resultados más aproximados. También se parte de la construcción de un plano, en este caso de isohidrocarburos. Al igual que en el de isopacas, en cada uno de los pozos se anota el valor del índice de hidrocarburos, obtenido a partir del análisis de registros eléctricos.

"Índice de hidrocarburos" de un pozo es el producto del espesor de la formación por su porosidad y por la saturación de hidrocarburos, es decir:

$$I_{hc} = h \times \phi \times (1 - S_w) \cdot \frac{(m^3 \text{ HC @ c.y.})}{(m^2 \text{ roca})}$$

Físicamente, el índice de hidrocarburos es una medida del volumen de hidrocarburos, a condiciones del yacimiento, que existe en la roca proyectada sobre una área de un metro cuadrado (m<sup>2</sup>) de yacimiento.

Al ponderar estos índices con las áreas respectivas, como se indica en el ejemplo que sigue, se podrá obtener el volumen total de hidrocarburos en el yacimiento.

#### EJEMPLO:

A partir de datos de los pozos se obtiene la Tabla III.4. La configuración correspondiente de iso-hidrocarburos está en la Fig. III.5\*. De la medición con un planímetro de cada una de las áreas encerradas por las diferentes curvas de iso-hidrocarburos, se obtuvo para este ejemplo la Tabla III.5.

Con los datos anteriores se construye la Fig. III.6\*, se puede obtener el volumen de hidrocarburos a condiciones de yacimiento midiendo el área bajo la curva entre la abscisa cero y la abscisa de área máxima.

Escala vertical: 1 cm (plano) --- 1 (m<sup>3</sup> HC @ c.y. / m<sup>2</sup> roca)

Escala horizontal: 1 cm (plano) --- 1 x 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup> roca.

1 cm<sup>2</sup> (plano) --- 1 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> HC @ c.y.

Por tanto, el volumen original de hidrocarburos a condiciones de yacimientos será:

$$V_{HC} \text{ @ c.y.} = 52.2 \times 10^6 \text{ m}^3$$

\* Están fuera de escala.

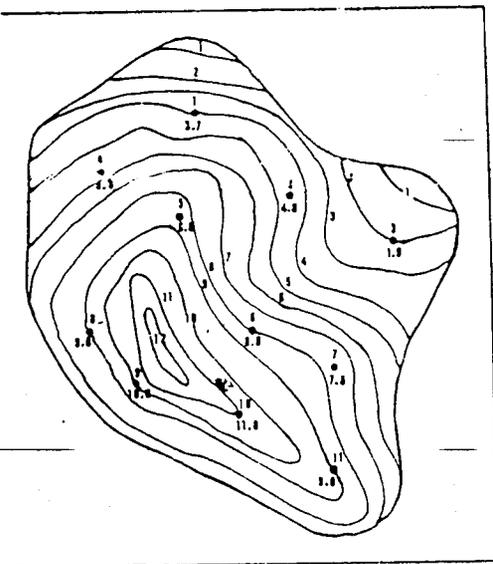


FIGURA III.5.- PLANO DE ISO-HIDROCARBUROS.

TABLA III.4

(1)	(2)
Pozo No.	$I_{HC}$ ( $m^3 HC/m^2$ roca)
1	3.7
2	4.6
3	1.9
4	5.8
5	8.6
6	8.0
7	7.8
8	9.0
9	11.0
10	11.0
11	9.0

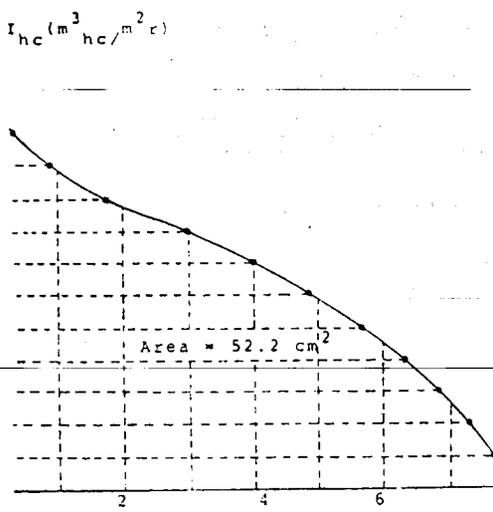


TABLA III.5

(1)	(2)	(3)
Indice de Iso hidrocarburos ( $m^3 HC/m^2$ terr)	Area del Plano ( $cm^2$ )	Area del Terreno ( $10^6 m^2$ )
0	200.2	8.01
2	186.0	7.44
3	170.9	6.84
4	153.9	6.16
5	136.2	5.45
6	116.1	4.64
7	96.4	3.86
8	70.5	2.82
9	41.9	1.68
10	21.3	0.85
11	7.8	0.31
12	1.5	0.06

FIGURA III.6. GRAFICA CORRESPONDIENTE AL PLANO DE ISO-HIDROCARBUROS

III.5.- Breve descripción de otros métodos.

A los métodos vistos con anterioridad se les conoce como métodos volumétricos para determinar el volumen original de hidrocarburos. Existen otras técnicas para este fin, a las cuales se les llama métodos de balance de materia, consistentes básicamente en considerar que, a un tiempo dado de explotación del yacimiento, la masa de hidrocarburos remanentes más los extraídos es igual a la masa de los mismos que había al iniciarse la extracción; es decir, los métodos de balance de materia se basan en el principio de conservación de masa. Involucrando diferentes condiciones de presión y temperatura, entrada de agua, etc. se obtienen las ecuaciones con las que, además de calcular el volumen original de hidrocarburos, es posible predecir el comportamiento de los yacimientos, al someterlos a diferentes políticas de explotación. En los Temas VI y VII de estos apuntes se incluyen ejemplos de lo anterior. Por otra parte, los métodos de balance de materia se tratan con toda amplitud en el curso "Comportamiento de Yacimientos".

TEMA IV.- FUERZAS QUE INTERVIENEN EN EL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS.

Las principales fuerzas que intervienen en el movimiento de los fluidos en un yacimiento de hidrocarburos son las de presión, empuje, gravedad, viscosidad y capilaridad. La fuerza de inercia, que opone un cuerpo a cambiar su estado de reposo o de movimiento, es muy pequeña comparada con las anteriores en el caso de flujo en régimen laminar, que es el que ocurre generalmente en los yacimientos, por lo que no se toma en cuenta.

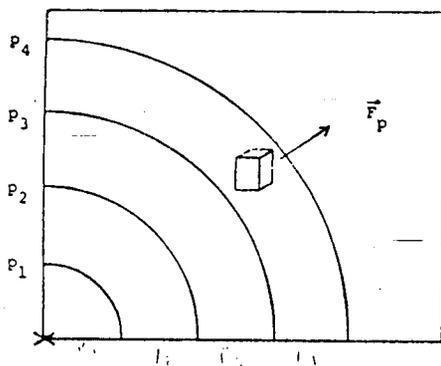
En el desarrollo siguiente se consideraran las fuerzas correspondientes a un volumen de fluido  $dV$ .

IV.1.- Fuerza de presión,  $\vec{F}_p$ .

En la Fig. IV.1 se presenta esquemáticamente  $\vec{F}_p$ , la cual se debe al gradiente de presión; actúa perpendicularmente a las superficies isobáricas, cuyas trazas son las curvas de la figura. De un análisis dimensional se demuestra que

$$\vec{F}_p = - \nabla p \, dV, \quad (IV.1)$$

donde el signo menos se utiliza para obtener  $\vec{F}_p$  positiva en la dirección en que disminuye  $p$ .



Pozo Inyector

$$P_1 > P_2 > P_3 > P_4$$

FIG. IV. 1. FUERZA DE PRESION

\* Nomenclatura al final.

La componente de  $\vec{F}_p$  en la dirección X está dada por

$$F_{px} = - \frac{\partial p}{\partial x} \, dV \quad (IV.2)$$

IV.2. Fuerza de segregación gravitacional,  $\vec{F}_{sg}$ .

Fuerza de empuje,  $\vec{F}_e$ .

La fuerza  $\vec{F}_e$  es debida al principio de flotación de Arquímedes y está dada por:

$$\vec{F}_e = \bar{k} \rho_1 g dV, \quad (IV.3)$$

donde  $\rho_1$  es la densidad del fluido desalojado. El gas es el fluido que recibirá un mayor empuje vertical hacia arriba, porque es el que desaloja a un fluido mucho más denso que él, que puede ser el aceite o el agua.

Fuerza de gravedad  $\vec{F}_g$ .

Esta es la fuerza más conocida. Su expresión es:

$$\vec{F}_g = - \bar{k} \rho_2 g \, dV, \quad (IV.4)$$

donde el signo menos indica que está dirigida hacia abajo y  $\rho_2$  es la densidad del fluido sobre el que se ejerce  $\vec{F}_g$ .

La fuerza de segregación gravitacional es la suma de las dos anteriores:

$$\vec{F}_{sg} = \vec{F}_e + \vec{F}_g = \bar{k} (\rho_1 - \rho_2) g \, dV. \quad (IV.5)$$

En los casos en los que se tienen condiciones muy favorables de segregación gravitacional (alta permeabilidad vertical, baja viscosidad del aceite, gran espesor o fuerte echado del yacimiento), la eficiencia de recuperación de aceite es muy alta, pudiendo ser superior al 80 % de N.

IV.3.- Fuerza de Viscosidad,  $\vec{F}_\mu$ .

A partir de las leyes de flujo capilar se demuestra que

$$\vec{F}_\mu = - \frac{\mu}{k} \vec{v} \, dV, \quad (IV.6)$$

donde el signo menos indica que  $\vec{F}_\mu$  y  $\vec{v}$  tienen sentidos opuestos; es decir,  $\vec{F}_\mu$  se opone al movimiento. En esta ecuación  $k$  es la permeabilidad efectiva al fluido de viscosidad  $\mu$ .

La expresión para calcular  $\vec{F}_\mu$  también se puede demostrar a partir de análisis dimensional\*, sabiendo previamente que esta fuerza depende además de  $\vec{v}$  y  $k$ .

\* Recuérdese que  $\mu(FTL^{-2})$ .

Ahora se puede entender porqué un aceite de baja viscosidad favorece la actuación de  $\vec{F}_{sg}$ , al oponer menor resistencia al movimiento. Por supuesto, un valor pequeño de  $\mu$  también favorece a  $\vec{F}_p$ .

#### IV.4. Fuerza de capilaridad, $\vec{F}_C$ .

Al estudiar la presión capilar (Pág. 29) se vio que:

$$P_C = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} \dots \dots \dots (IV.7)$$

Además, como fuerza = presión x área y considerando área =  $dV/h$ , donde h es la altura que sube el fluido en el capilar, por tanto

$$\vec{F}_C = \frac{2\sigma \cos \theta}{rh} dV \dots \dots \dots (IV.8)$$

es la expresión de la fuerza de capilaridad.

#### IV.5. Ecuación de Darcy

La suma de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento  $dV$  da una resultante  $\vec{F}^R$ , a la cual se opone (y es igual) la fuerza de inercia. Como ésta es muy pequeña, en la mayor parte de los casos de flujo de fluidos en medios porosos, (flujo en régimen laminar) entonces se puede despreciar, resultando así la siguiente aproximación:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_{sg} + \vec{F}_\mu + \vec{F}_C = \vec{0} \dots \dots \dots (IV.9)$$

Substituyendo en la Ec. IV.9 las Ecs. IV.1, IV.5, IV.6 y IV.8:

$$\left( -\nabla P + \vec{k}(\rho_1 - \rho_2)g - \frac{\mu}{k} \vec{v} + \frac{2\sigma \cos \theta}{rh} \right) dV = \vec{0}$$

de donde

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \left[ \nabla P - \vec{k}(\rho_1 - \rho_2)g - \frac{2\sigma \cos \theta}{rh} \right] \dots \dots \dots (IV.10)$$

Esta es la forma más general de la Ec. de Darcy, que es una de las ecuaciones fundamentales de la ingeniería de yacimientos e implica que el flujo es laminar.

Los dos últimos términos de la Ec. IV.10 representan los efectos gravitacionales y capilares, respectivamente, sobre la velocidad del fluido. Así, por ejemplo:

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla P \dots \dots \dots (IV.11)$$

representa la relación entre  $\vec{v}$  y  $\nabla P$  para flujo en régimen laminar, sin tomar en cuenta dichos efectos.

\* Investigador francés que obtuvo experimentalmente la relación entre  $v_x$  y  $\frac{\Delta P}{\Delta X}$  (caso particular y aproximación de la Ec. IV.10) en 1856, mediante pruebas de desplazamiento de agua a través de medios porosos no consolidados.

La ecuación

$$v_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \dots \dots \dots (IV.12)$$

*caso particular  
componente en X y componente en Y*

es un caso particular de la Ec. IV.11; además de no considerar los efectos gravitacionales ni los capilares, supone que el flujo es radial, por lo que es aplicable para estudiar el movimiento de fluidos en la vecindad de los pozos.

Para el caso de flujo lineal, en la dirección X, la ecuación correspondiente es:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \dots \dots \dots (IV.13)$$

Un valor promedio de  $v_x$ , para un medio poroso de longitud  $\Delta L$ , está dado por:

$$\bar{v}_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} \dots \dots \dots (IV.14)$$

donde  $\Delta P$  es la diferencia de presiones entre la entrada y la salida del medio poroso. Si éste tiene una sección transversal A (Fig. IV.2), el gasto que pasa a través del medio es:

$$q = \bar{v}_x A = -\frac{kA}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} \dots \dots \dots (IV.15)$$

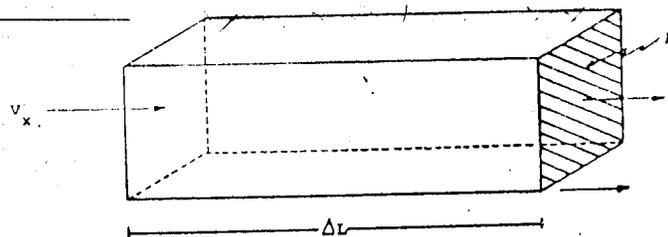


FIG. IV. 2.- FLUJO LINEAL.

Esta ecuación ya se utilizó en el ejercicio sobre permeabilidades de la Sección II.10. El signo menos en la Ec. IV.14 (y por consiguiente en la Ec. IV.15) implica que se tiene  $\bar{v}_x$  positiva en la dirección positiva de las x, puesto que el gradiente de presiones es negativo.

En la Ec. IV.15 y en las anteriores  $\bar{v}_x$  es una velocidad aparente del fluido, ya que A es el área total del medio poroso. La velocidad real es mayor, e igual a  $v/\phi$ , debido a que el gasto q sólo pasa a través de los poros.

Por otra parte, para expresar la componente de la velocidad en una dirección cualquiera s, se acostumbra escribir:

$$v_s = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial s} \quad \dots \dots \dots (IV.16)$$

en la cual no se toman en cuenta los efectos gravitacionales ni los capilares. La siguiente ecuación (Ec. 2, pág. 11):

$$v_s = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial s} - C \rho g \sin \alpha \right) \dots \dots \dots (IV.17)$$

es también un caso particular de la Ec. IV.10; se obtiene considerando el flujo de un fluido en un estrato que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. No se toman en cuenta los efectos de capilaridad.

A partir de la Ec. IV.15 se puede demostrar que las dimensiones de k son  $L^2$ ; además con esta ecuación es posible obtener la equivalencia entre un Darcy y cualquier unidad de longitud al cuadrado como  $mm^2$ ,  $m^2$ , etc., en las cuales se puede expresar también la permeabilidad.

*p punto de burbujas  
en burbujas de gas.*

TEMA V.- FLUJO DE FLUIDOS HACIA LOS POZOS.

V.1.- Ecuación de difusión.

Aquí se presenta un desarrollo condensado. Los detalles se incluyen en el Apéndice I de estos apuntes.

La ecuación de difusión se obtiene combinando la ecuación de continuidad:

$$-\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad \dots \dots (V.1)$$

con una ecuación que relaciona la velocidad del fluido en el medio poroso con el gradiente de presiones (ecuación de movimiento, que es una forma de la ley de Darcy):

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad \dots \dots (V.2)$$

y con la ecuación de estado correspondiente a un fluido ligeramente compresible:

$$p = p_0 e^{c(p-p_0)} \quad \dots \dots (V.3)$$

De esta combinación resulta

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots \dots (V.4)$$

que es la forma general de la ecuación de difusión, donde además se supuso que los gradientes de presión son pequeños, lo que permitió eliminar el término de orden superior  $c|\nabla p|^2$  que aparece en el desarrollo correspondiente.

De la ecuación anterior se obtiene la forma más conocida de la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots \dots (V.5)$$

que involucra las suposiciones adicionales de flujo cilíndrico, sin variación vertical de la presión.

V.2.- Soluciones de la ecuación de difusión.

En esta sección se presentan soluciones (los detalles se incluyen en el Apéndice II) de la Ec. V.5, que corresponden a diferentes condiciones de frontera. Estas condiciones a su vez corresponden a situaciones idealizadas de problemas de flujo en yacimientos.

- a) Yacimiento infinito, gasto constante en el pozo y presión inicial uniforme.

Matemáticamente, el problema consiste en resolver la Ec. V.5, con las siguientes condiciones:

- (i)  $p(r,0) = p_i$  ,  $r \geq 0$  (condición inicial)  
 (ii)  $\left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} = - \frac{q\mu}{2\pi R h}$  ,  $t > 0$  (condición de frontera)\*  
 (iii)  $\lim_{r \rightarrow \infty} p(r,t) = p_i$  ,  $t > 0$  (condición de frontera)

Esta condición de frontera corresponde al concepto de yacimiento infinito; en la práctica equivale a tener la presión inicial a un tiempo de producción dado, en radios suficientemente grandes.

La forma más sencilla de resolver el problema es aproximando la condición (iii) por

$$(ii') \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{q\mu}{2\pi R h} , t > 0$$

con lo cual se obtiene prácticamente la misma solución. A ésta se le llama "solución fuente lineal".

El desarrollo de la solución fuente lineal se presenta en el Apéndice II. Esta solución es:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{4\pi R h} Ei \left( - \frac{\phi \mu c r^2}{4kt} \right) , \dots (V.6)$$

\* Corresponde a gasto constante en el pozo; se obtiene a partir de la forma radial de la ecuación de Darcy.

donde  $E_i$  es la función integral exponencial, cuya gráfica se encuentra en la siguiente página; también se proporcionan valores de  $E_i$  en la Tabla 1.1.

Si el argumento de  $E_i < 0.0025$ , la presión se puede aproximar con la ecuación:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{4\pi R h} \left[ \ln \left( \frac{\phi \mu c r^2}{4kt} \right) + 0.5772 \right] \dots (V.7)$$

Las unidades de las ecuaciones anteriores se conocen como unidades de Darcy, las cuales son las siguientes:

$$p [\text{atm}] , q [\text{cm}^3/\text{s}] , \mu [\text{cp}] , k [\text{darcys}] ,$$

$$h y r [\text{cm}] , c [\text{atm}^{-1}] \text{ y } t [\text{s}] .$$

- b) Yacimiento cilíndrico, gasto constante en el pozo, el cual se encuentra en el centro del yacimiento, -- gasto cero en la frontera externa (yacimiento volumétrico) y presión inicial uniforme.

La única diferencia con el problema presentado en el inciso (a) es la segunda condición de frontera:

$$\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_e} = 0 ,$$

que equivale a tener  $q = 0$  en  $r = r_e$ .

El desarrollo de la solución de este problema se presenta en el Apéndice II. Esta solución es:

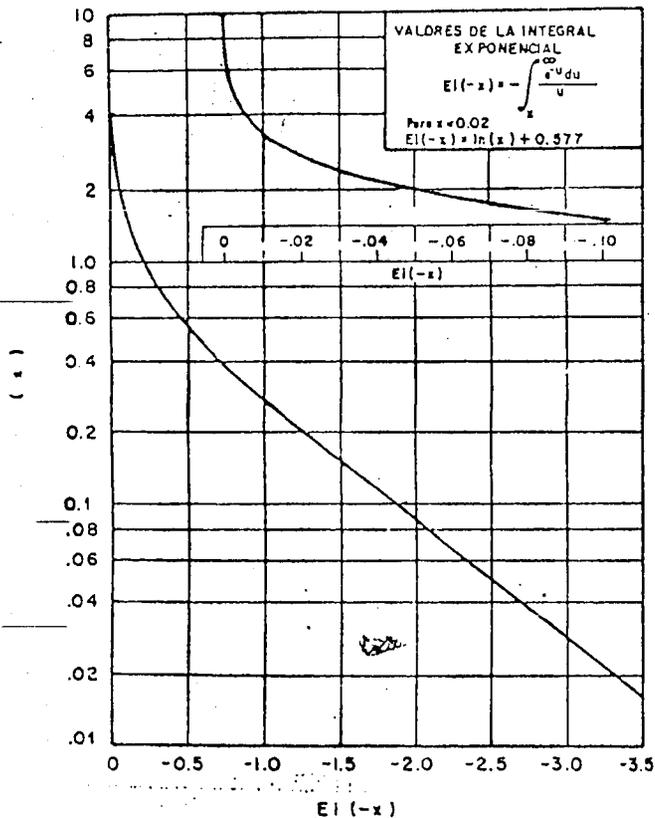
$$p_0(r,t) = \frac{2}{r_{e0}^2 - 1} \left( \frac{1}{4} r_0^2 + t_D \right) - \frac{r_{e0}^2}{r_{e0}^2 - 1} \ln r_D - \frac{3r_{e0}^4 - 4r_{e0}^4 \ln r_{e0} - 2r_{e0} - 1}{4(r_{e0}^2 - 1)^2}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n t_D} J_1(\alpha_n r_{e0}) [J_1(\alpha_n) Y_0(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n) J_0(\alpha_n r_D)]}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{e0}) - J_1^2(\alpha_n)]} , \dots (V.8)$$

donde  $\alpha_n$  son las raíces de la ecuación  $J_1(\alpha_n r_{e0}) Y_1(\alpha_n) - J_1(\alpha_n) Y_1(\alpha_n r_{e0}) = 0$

y  $r_D, t_D, p_D$  son:  $r_D = \frac{r}{r_w}$  ,  $t_D = \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2}$  y  $p_D = \frac{2\pi k h (p - p_i)}{q\mu}$

x	-E <sub>i</sub> (-x)
∞	∞
10 <sup>-6</sup>	13.239
10 <sup>-5</sup>	10.936
0.0011	8.623
0.001	6.332
0.005	4.726
0.010	4.038
0.05	2.468
0.10	1.823
0.20	1.223
0.30	0.906
0.40	0.712
0.60	0.454
0.80	0.311
1.00	0.219
2.00	0.0489
3.00	0.0130
4.00	0.00378
5.00	1.15 × 10 <sup>-3</sup>
6.00	3.60 × 10 <sup>-4</sup>
8.00	3.77 × 10 <sup>-5</sup>
10.00	4.15 × 10 <sup>-6</sup>
10.50	1.56 × 10 <sup>-6</sup>



Ecuación para calcular  $E_i(-x)$ :

$$E_i(-x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + L_n x, \quad x < 2$$

$$a_0 = 0.57721566$$

$$a_1 = -0.99999193$$

$$a_2 = 0.24991055$$

$$a_3 = -0.05519968$$

$$a_4 = 0.00976004$$

$$a_5 = -0.00107857$$

TABLE 1.1 - VALUES OF THE EXPONENTIAL INTEGRAL,  $-E_i(-x)$

$-E_i(-x), 0.000 < x < 0.209, \text{Interval} = 0.001$        $0.000 \leq x \leq 0.209, \text{Intervalos de } 0.001$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	∞	8.332	5.839	5.235	4.948	4.728	4.545	4.392	4.259	4.142
0.01	4.038	3.944	3.853	3.779	3.705	3.637	3.574	3.514	3.456	3.405
0.02	3.355	3.307	3.261	3.218	3.176	3.137	3.098	3.062	3.028	2.992
0.03	2.959	2.927	2.897	2.867	2.838	2.810	2.783	2.758	2.731	2.706
0.04	2.681	2.658	2.634	2.612	2.590	2.568	2.547	2.527	2.507	2.487
0.05	2.468	2.449	2.431	2.413	2.395	2.377	2.360	2.344	2.327	2.311
0.06	2.295	2.279	2.264	2.248	2.235	2.220	2.206	2.192	2.178	2.164
0.07	2.151	2.138	2.125	2.112	2.099	2.087	2.074	2.062	2.050	2.039
0.08	2.027	2.015	2.004	1.993	1.982	1.971	1.960	1.950	1.939	1.929
0.09	1.919	1.909	1.899	1.889	1.879	1.869	1.860	1.850	1.841	1.832
0.10	1.823	1.814	1.805	1.796	1.788	1.779	1.770	1.762	1.754	1.745
0.11	1.737	1.729	1.721	1.713	1.705	1.697	1.689	1.682	1.674	1.667
0.12	1.660	1.652	1.645	1.638	1.631	1.623	1.616	1.609	1.603	1.596
0.13	1.589	1.582	1.576	1.569	1.562	1.556	1.549	1.543	1.537	1.530
0.14	1.524	1.515	1.512	1.506	1.500	1.494	1.488	1.482	1.476	1.470
0.15	1.484	1.479	1.473	1.467	1.462	1.456	1.451	1.445	1.440	1.435
0.16	1.409	1.404	1.399	1.393	1.388	1.383	1.378	1.373	1.368	1.363
0.17	1.358	1.353	1.348	1.343	1.338	1.333	1.329	1.324	1.319	1.314
0.18	1.310	1.305	1.301	1.296	1.291	1.287	1.282	1.278	1.274	1.269
0.19	1.265	1.261	1.256	1.252	1.248	1.243	1.239	1.235	1.231	1.227
0.20	1.223	1.219	1.215	1.210	1.206	1.202	1.198	1.195	1.191	1.187

$-E_i(-x), 0.00 < x < 2.09, \text{Interval} = 0.01$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	∞	4.038	3.335	2.959	2.681	2.468	2.295	2.161	2.077	1.999
0.1	1.823	1.737	1.660	1.589	1.524	1.464	1.409	1.358	1.309	1.265
0.2	1.223	1.183	1.145	1.110	1.078	1.044	1.014	0.985	0.957	0.931
0.3	0.906	0.892	0.858	0.826	0.815	0.794	0.774	0.755	0.737	0.719
0.4	0.702	0.688	0.670	0.655	0.640	0.625	0.611	0.596	0.585	0.572
0.5	0.560	0.548	0.536	0.525	0.514	0.503	0.493	0.483	0.473	0.464
0.6	0.454	0.445	0.437	0.428	0.420	0.412	0.404	0.396	0.388	0.381
0.7	0.374	0.367	0.360	0.353	0.347	0.340	0.334	0.328	0.322	0.316
0.8	0.311	0.305	0.300	0.295	0.289	0.284	0.279	0.274	0.269	0.265
0.9	0.260	0.256	0.251	0.247	0.243	0.239	0.235	0.231	0.227	0.223
1.0	0.219	0.216	0.212	0.209	0.205	0.202	0.198	0.195	0.192	0.189
1.1	0.188	0.183	0.180	0.177	0.174	0.172	0.169	0.166	0.164	0.161
1.2	0.158	0.156	0.153	0.151	0.149	0.148	0.144	0.142	0.140	0.138
1.3	0.135	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.124	0.122	0.120	0.118
1.4	0.118	0.114	0.113	0.111	0.109	0.108	0.104	0.103	0.103	0.102
1.5	0.100	0.0985	0.0971	0.0957	0.0943	0.0929	0.0918	0.0907	0.0899	0.0891
1.6	0.0863	0.0851	0.0838	0.0826	0.0814	0.0802	0.0791	0.0780	0.0771	0.0763
1.7	0.0747	0.0736	0.0725	0.0715	0.0705	0.0695	0.0685	0.0675	0.0666	0.0657
1.8	0.0647	0.0638	0.0629	0.0620	0.0612	0.0603	0.0595	0.0586	0.0578	0.0570
1.9	0.0562	0.0554	0.0546	0.0539	0.0531	0.0524	0.0517	0.0510	0.0503	0.0496
2.0	0.0489	0.0482	0.0476	0.0469	0.0463	0.0456	0.0449	0.0444	0.0438	0.0432

$2.0 < x < 10.9, \text{Interval} = 0.1$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	0.0489	0.0482	0.0476	0.0469	0.0463	0.0456	0.0449	0.0444	0.0438	0.0432
3.0	0.0130	0.0125	0.0120	0.0115	0.0110	0.0105	0.0100	0.0095	0.0090	0.0085
4.0	0.00378	0.00365	0.00352	0.00339	0.00326	0.00313	0.00300	0.00287	0.00274	0.00261
5.0	0.00115	0.00110	0.00105	0.00100	0.00095	0.00090	0.00085	0.00080	0.00075	0.00070
6.0	0.00036	0.00034	0.00032	0.00030	0.00028	0.00026	0.00024	0.00022	0.00020	0.00018
7.0	0.00011	0.00010	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006	0.00005	0.00004	0.00003	0.00002
8.0	3.77 × 10 <sup>-5</sup>	3.57 × 10 <sup>-5</sup>	3.37 × 10 <sup>-5</sup>	3.17 × 10 <sup>-5</sup>	2.97 × 10 <sup>-5</sup>	2.77 × 10 <sup>-5</sup>	2.57 × 10 <sup>-5</sup>	2.37 × 10 <sup>-5</sup>	2.17 × 10 <sup>-5</sup>	1.97 × 10 <sup>-5</sup>
9.0	1.17 × 10 <sup>-5</sup>	1.11 × 10 <sup>-5</sup>	1.05 × 10 <sup>-5</sup>	9.9 × 10 <sup>-6</sup>	9.3 × 10 <sup>-6</sup>	8.7 × 10 <sup>-6</sup>	8.1 × 10 <sup>-6</sup>	7.5 × 10 <sup>-6</sup>	6.9 × 10 <sup>-6</sup>	6.3 × 10 <sup>-6</sup>
10.0	4.15 × 10 <sup>-6</sup>	3.73 × 10 <sup>-6</sup>	3.34 × 10 <sup>-6</sup>	3.00 × 10 <sup>-6</sup>	2.68 × 10 <sup>-6</sup>	2.41 × 10 <sup>-6</sup>	2.16 × 10 <sup>-6</sup>	1.94 × 10 <sup>-6</sup>	1.74 × 10 <sup>-6</sup>	1.56 × 10 <sup>-6</sup>

\* Adapted from Lewis, R.D. How To Use The Exponential Integral, Pub. Eng. Lab. 1968, 8175-173

V.3.- Flujo lineal y flujo radial en régimen permanente.

Las ecuaciones que describen este tipo de flujos son soluciones particulares de la Ec. V.4. Estas ecuaciones se pueden obtener directamente a partir de la Ec. IV.11, para el caso en que no se tomen en cuenta los efectos capilares ni los gravitacionales.

Observando la Fig. IV.2, Pág. 51, de la Ec. IV.15 se puede escribir:

$$q_{cy} = \frac{k A}{\mu \Delta L} (p_1 - p_2) \quad (V.8)$$

que es la ecuación para flujo lineal en régimen permanente, en términos del gasto, donde  $p_1$  es la presión de entrada y  $p_2$  es la presión de salida. Esta ecuación implica que  $\mu$ ,  $k$  y  $q_{cy}$  son constantes a lo largo del medio poroso de longitud  $L$ .

Una aproximación que se usa con frecuencia, para el caso de flujo lineal de gas, se obtiene como sigue:

$$q_{gcs} = \frac{k_g A}{\mu_g B_g \Delta L} (p_1 - p_2) \quad (V.9)$$

$$\text{Pero (ver Ec. II.1)} B_g = \bar{z} \frac{p_{cs}}{p_y} \frac{\bar{T}_y}{T_{cs}} \quad (V.10)$$

donde  $\bar{p}_y = (p_1 + p_2)/2$ ,

por tanto

$$q_{gcs} = \frac{k_g A T_{cs} (p_1^2 - p_2^2)}{2 \mu_g \Delta L p_{cs} \bar{z} \bar{T}_y} \quad (V.11)$$

es la ecuación para calcular el gasto lineal de gas en régimen permanente.

Para flujo radial, de la Ec. IV.12, sin considerar el signo pero tomando en cuenta que para pozos productores la presión disminuye hacia estos pozos y que sólo se tiene una variable independiente:

$$q_{cy} = \frac{k A}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (V.12)$$

Puesto que  $A = 2\pi r h$  es el área lateral de un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  (ver la Fig. V.1), entonces

$$q_{cy} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi k h}{\mu} \int_{p_w}^{p_e} dp,$$

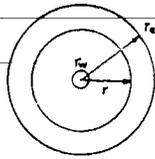


Fig. V.1

de donde

$$q_{cy} = \frac{2\pi k h (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \quad (V.13)$$

que es la ecuación de Darcy para flujo radial, en términos del gasto.

Para el caso de flujo radial de gas se procede en forma similar al caso de flujo lineal. La ecuación resultante es:

$$q_{gcs} = \frac{\pi k_g h T_{cs} (p_e^2 - p_w^2)}{\mu_g p_{cs} \bar{z} \bar{T}_y \ln(r_e/r_w)} \quad (V.14)$$

V.4.- Flujo en serie y en paralelo.

En la mayoría de los yacimientos se encuentran variaciones tanto en la permeabilidad vertical como en la horizontal; por lo tanto es conveniente conocer la forma de obtener un valor promedio.

La permeabilidad promedio de las capas puede ser calculada utilizando la ecuación de Darcy para flujo radial, suponiendo que cada capa presenta una permeabilidad homogénea. Se hace notar que en el cálculo de la permeabilidad promedio se puede utilizar cualquier sistema de flujo. Se considerarán las capas separadas una de la otra en tal forma de que no se tenga flujo cruzado (Fig. V.2).

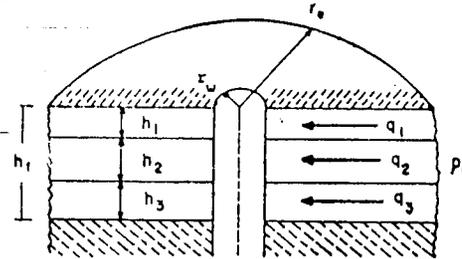


FIG. V.2.- Flujo en paralelo

El gasto a través de la primera capa será:

$$q_1 = \frac{2\pi k_1 h_1 (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \quad (V.15)$$

Para la segunda capa:

$$q_2 = \frac{2\pi k_2 h_2 (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \quad (V.16)$$

En forma similar quedaría expresada la ecuación del gasto para las capas restantes. El gasto total puede ser calculado por:

$$q_t = \frac{2\pi K h_t (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \quad (V.17)$$

donde  $\bar{k}$  es la permeabilidad media del sistema en paralelo.

Por otra parte, el gasto total a través del sistema es igual a la suma de los gastos a través de cada una de las capas, esto es:

$$q_t = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dots + q_n \dots \dots \dots (V.18)$$

combinando las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\frac{2\pi \bar{k} h t (P_e - P_{wf})}{\mu \ln(r_e/r_w)} = \frac{2\pi k_1 h_1 (P_e - P_{wf})}{\mu \ln(r_e/r_w)} + \dots + \frac{2\pi k_3 h_3 (P_e - P_{wf})}{\mu \ln(r_e/r_w)}$$

de donde

$$\bar{k} = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3}{h_t} \dots \dots \dots (V.19)$$

Este es un valor medio ponderado con respecto al espesor.

Se había dicho que las variaciones de permeabilidad pueden ocurrir tanto vertical como horizontalmente en un yacimiento. A esta variación natural en la permeabilidad se puede añadir el daño a la formación durante las operaciones de perforación y terminación o reparación, que reduce la permeabilidad en la vecindad del pozo. Cuando ocurre este tipo de variaciones laterales en la permeabilidad, la permeabilidad promedio del yacimiento debe ser calculada en forma distinta a la del sistema en paralelo. Considere el sistema de la Fig. V.3.:

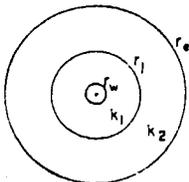


FIG. V.3.- Flujo en serie.

El gasto a través de la primera zona es:

$$q_1 = \frac{2\pi h k_1 (P_1 - P_{wf})}{\mu \ln(r_1/r_w)} \dots \dots \dots (V.20)$$

A través de la segunda:

$$q_2 = \frac{2\pi h k_2 (P_e - P_1)}{\mu \ln(r_e/r_1)} \dots \dots \dots (V.21)$$

El gasto en el sistema con permeabilidad media  $\bar{k}$  es:

$$q_t = \frac{2\pi h \bar{k} (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \dots \dots \dots (V.22)$$

La caída de presión total es igual a la suma de las caídas de presión, esto es:

$$(P_e - P_{wf}) = (P_e - P_1) + (P_1 - P_{wf}) \dots \dots \dots (V.23)$$

Combinando las ecuaciones anteriores:

$$\frac{q_t / \mu \ln(r_e/r_w)}{2\pi h \bar{k}} = \frac{q_1 / \mu \ln(r_1/r_w)}{2\pi h k_1} + \frac{q_2 / \mu \ln(r_e/r_1)}{2\pi h k_2}$$

Para el caso de flujo en régimen permanente se tiene  $q_t = q_1 = q_2$ ,

por tanto:

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\frac{\ln(r_1/r_w)}{k_1} + \frac{\ln(r_e/r_1)}{k_2}} \dots \dots \dots (V.24)$$

Esta ecuación puede ser utilizada para calcular la permeabilidad promedio de un yacimiento donde éste tiene una variación lateral en su permeabilidad, como el causado por acidificación o pérdida de lodo, tal como se había indicado previamente.

V.5.- Flujo multifásico en medios porosos.

En simulación matemática de yacimientos, que cada vez se utiliza más en los estudios de explotación del petróleo, es necesario hacer un balance de cada uno de los fluidos. Para esto entre otras finalidades se han desarrollado las ecuaciones de flujo multifásico a través de medios porosos. Estas ecuaciones se obtienen escribiendo la Ec. V.4 para cada una de las fases consideradas. Por ejemplo, para el caso de flujo de aceite y agua, bidimensional en coordenadas cartesianas:

Aceite:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial P_o}{\partial y} \right) + \frac{(q_{o cs})_{xt}}{\Delta x \Delta y} = \phi h \frac{\partial (S_o)}{\partial t} \dots (V.25)$$

Agua:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial P_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial P_w}{\partial y} \right) + \frac{(q_{w cs})_{xt}}{\Delta x \Delta y} = \phi h \frac{\partial (S_w)}{\partial t} \dots (V.26)$$

\* Curso Introductorio de Simulación Numérica de Yacimientos, Rodríguez N. R., IMP. (1972).

Se usan además las ecuaciones:

$$S_o + S_w = 1 \quad \dots \dots \dots (V.27)$$

$$P_{cow} = P_o - P_w \quad \dots \dots \dots (V.28)$$

siendo esta última para el caso en que el agua es el fluido mojante.

En las Ecs. V.25 y V.26 se toma en cuenta la variación de  $k_v$ ,  $k_y$ ,  $\mu_o$ ,  $\mu_w$ ,  $B_o$  y  $B_w$ , así como el efecto de capilaridad. Las dimensiones de la malla en que se divide al yacimiento son  $\Delta x$  y  $\Delta y$ . Las notaciones  $q_{wcs}$  y  $q_{ocs}$  con subíndice "x" y "t" indican que se considera la variación de  $q_{wcs}$  y  $q_{ocs}$  con el tiempo, en todos los pozos. Las ecuaciones anteriores no tienen solución analítica; se pueden resolver por métodos numéricos, como se ve en el curso "Simulación Numérica de Yacimientos".

**V.6.- Índice de productividad de los pozos, J.**

Este índice es una medida de la capacidad productiva de los pozos, está definido por:

$$J = q_{cs} / (p_e - p_{wf}) \quad \dots \dots \dots (V.29)$$

y se utiliza para pozos de aceite; el concepto "Potencial absoluto", el cual se estudiará en el Tema VI, es usado en el caso de pozos de gas para expresar su productividad.

De la ecuación de flujo radial (Ec. V.13):

$$J = \frac{2\pi h k_o}{\mu_o B_o \ln re/r_w} \quad \dots \dots \dots (V.30)$$

que es una expresión útil para analizar J. Obviamente, para cada pozo se tiene un valor diferente de J; los casos más interesantes desde el punto de vista del análisis, consisten en considerar, para un pozo dado, la variación de J con el tiempo y para un tiempo fijo, la variación de este índice con  $p_{wf}$  (durante un largo tiempo se supuso que si se variaba  $p_{wf}$ , cambiaba  $q_{cs}$  de tal forma que J se mantenía constante; si cambia  $p_{wf}$ , como respuesta del pozo varía  $q_{cs}$ , pero J también cambia).

En el primer caso, al transcurrir el tiempo de explotación y bajar la presión del valor de  $p_b$ , disminuyen  $k_o$  y  $B_o$  y aumenta  $\mu_o$ ; como predominan los cambios en  $k_o$  y  $\mu_o$ , el resultado es que baja J;  $k_o$  disminuye y  $\mu_o$  aumenta por la liberación del gas.

Para un pozo, a un tiempo de explotación dado, si se disminuye  $p_{wf}$  y adquiere valores inferiores a  $p_b$ , por las razones ya discutidas J también disminuye. Como la variación de  $k_o$ ,  $\mu_o$  y  $B_o$  no es lineal, los cambios en J serán diferentes en distintas etapas de explotación, aún para intervalos de tiempo iguales (o  $\Delta N_D$  iguales).

Para evaluar la productividad de un pozo Vogel<sup>8</sup> propuso la siguiente ecuación empírica para relacionar  $q_o$  con  $P_{wf}$ :

$$\frac{q_o}{q_o \text{ máx}} = 1 - 0.2 \frac{P_{wf}}{P_e} - 0.8 \left( \frac{P_{wf}}{P_e} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (V.31)$$

en la cual quedan implícitas las variaciones de  $k_o$ ,  $\mu_o$  y  $B_o$ . En la Fig. V.4 se presenta la gráfica de la ecuación anterior, en forma cualitativa.

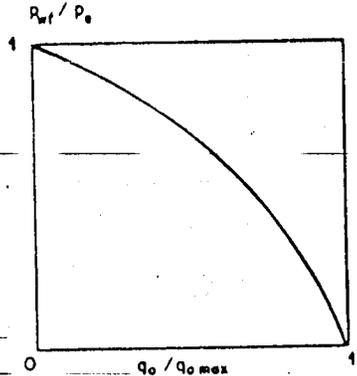


Fig. V.4.- Gráfica para obtener  $q_o / q_{omax}$ .

Conociendo  $p_e$ , con una medición de  $p_{wf}$  y su  $q_o$  correspondiente se puede encontrar  $q_{omax}$  (también es posible calcular J, con la Ec. V.29). Una vez conocidos  $p_e$  y  $q_{omax}$ , con la Fig. V.4, o la Ec. V.31, se puede obtener  $q_o$  para una  $p_{wf}$  dada (con la Ec. V.29 se calcula J).

<sup>8</sup> Vogel, J.V.: "Inflow Performance Relationships for Solution-Gas Drive Wells", JPT, (Jan., 1968).

V.7.- Penetración parcial del pozo.

En los casos de penetración parcial del pozo en la formación (ver Fig. V.5), para una caída de presión dada  $p_e - p_{wf}$ , el gasto se reduce debido a la mayor resistencia al flujo presentada por esta condición.

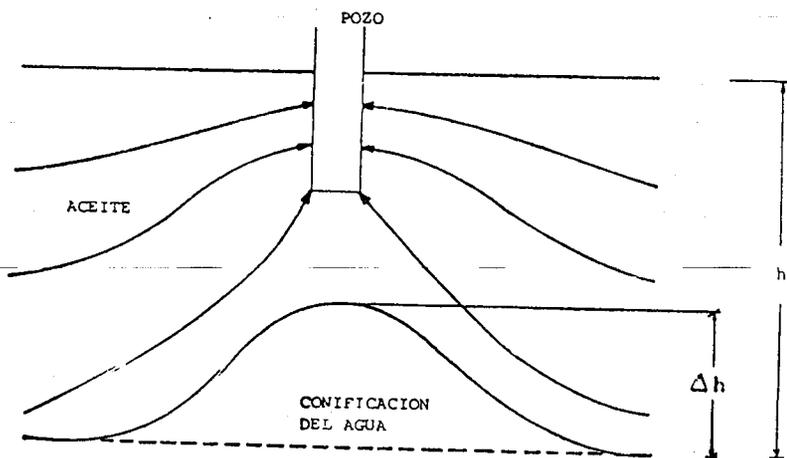


FIG. V.5.- PENETRACION PARCIAL Y CONIFICACION DEL AGUA.

El gasto reducido se obtiene multiplicando el gasto calculado con la Ec. V.13 por el factor\* (llamado factor de Kozeny):

$$PR = f (1 + 7 \sqrt{r_w / (2 fh)} \cos(90^\circ f)) \dots \dots \dots (V.32)$$

que representa el cociente de índices de productividad del pozo con penetración parcial y penetrado totalmente;  $f$  es la fracción del espesor de la formación que penetra el pozo; por ejemplo, para  $f = 0.2$ ,  $r_w = 0.333$  pies,  $h = 50$  pies,  $PR = 0.37$ ; es decir, para estas condiciones, la productividad del pozo con una penetración del 20 por ciento es sólo del 37 por ciento de la correspondiente al pozo totalmente penetrado.

En la Fig. V.6 se presentan valores de  $PR$  vs  $f$  para tres espesores y  $r_w = 0.333$  pies; la recta discontinua corresponde al caso de flujo estrictamente cilíndrico.

\* Craft, B.C. and Hawkins, M.F.: Applied Petroleum Reservoir Engineering, (1959).

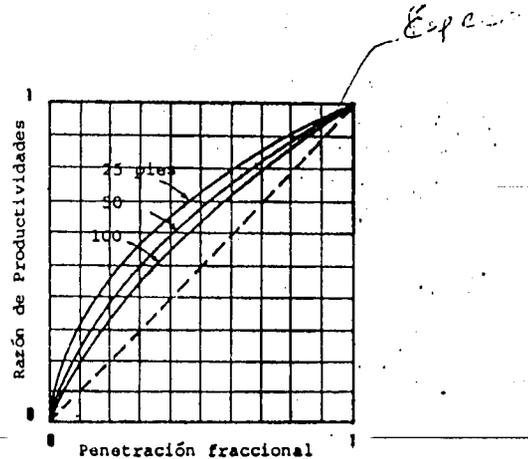


FIG. V.6.- PRODUCTIVIDAD DE POZOS CON PENETRACION PARCIAL.

Si la permeabilidad vertical fuera menor que la horizontal, sería mayor la reducción de la productividad del pozo; la reducción máxima estaría dada por la recta discontinua de la figura anterior.

La extracción de los fluidos a través de la tubería de revestimiento perforada, que es el caso real, también puede reducir la productividad del pozo. En los apuntes de "Evaluación de la Producción" se presentan resultados sobre este problema.

V.8.- Fenómeno de conificación.

En la Fig. V.5 se presenta la situación de un pozo productor de aceite, con penetración parcial y un acuífero adyacente al yacimiento, en una -- cierta etapa de explotación; esta situación implica además que no existen barreras entre el acuífero y el yacimiento y que la terminación es en agujero descubierto.

La conificación del agua se desarrolla por el predominio del gradiente de presión hacia el fondo del pozo sobre el gradiente gravitacional (ver la Ec. IV.10).

Para un sistema roca-fluidos y una penetración parcial dada, a mayor rapidez de extracción del aceite mayor será el gradiente de presiones, permaneciendo constantes los gradientes gravitacional y de capilaridad (el gradiente gravitacional se opone al desarrollo de la conificación); el resultado es que se reduce el tiempo en el cual el agua llega al fondo del pozo, o bien en otras palabras, el agua avanzará más rápidamente.

Existe un gasto de extracción para el cual la combinación de los gradientes gravitacional y de capilaridad es igual y de sentido contrario al gradiente de presiones, este es el gasto máximo al que se puede explotar el pozo sin que se origine la conificación del agua. En estas condiciones la

velocidad calculada con la Ec. IV.10 es cero; es decir, el fluido no llega al pozo de la parte inferior, sino de regiones que están al mismo nivel del intervalo penetrado por el pozo. El gradiente de presiones correspondiente a dicho gasto se obtiene de la Ec. IV.10, el cual es:

$$\nabla p = k (\rho_1 - \rho_2) g + \frac{2 \bar{\sigma} \cos \theta}{rh} \dots \dots \dots (V.33)$$

Para la situación realista de terminación del pozo con TR, la geometría de flujo sólo es diferente, al caso analizado, en la vecindad de los disparos; por lo demás, la conificación del agua se desarrolla como ya se discutió. La productividad del pozo con agujero descubierto y con flujo a través de los disparos en la TR se estudia en la asignatura "Evaluación de la Producción".

En el caso en que exista un casquete de gas, por razones similares a las anteriores también se puede conificar hacia el intervalo disparado.

El efecto de fracturas hidráulicas en la productividad de los pozos\*.

El fracturamiento hidráulico es un método de estimulación que permite aumentar considerablemente la extracción de fluidos de los pozos.

Se estima que el 75% de los pozos fracturados logran incrementar considerablemente su productividad y sus reservas de hidrocarburos (la productividad, de 3 a 5 veces). De hecho muchos campos deben su existencia a este procedimiento.

El método consiste en aplicar presión a la formación hasta lograr su ruptura. El fluido utilizado para transmitir la presión hidráulica (fluido fracturante), penetra a la formación, ampliando y extendiendo la fractura.

La fractura se inicia y extiende en un plano normal a la dirección del mínimo esfuerzo; es generalmente vertical.

Junto con el fluido fracturante se introduce a la formación un agente sustentante, a fin de mantener abierta la fractura al terminar el tratamiento y establecer un conducto de alta permeabilidad entre la formación y el pozo. Los sustentantes pueden ser: arenas de sílice, fragmentos de cáscara de nuez y perlas de vidrio de alta resistencia a la compresión.

El incremento de productividad es la relación entre el índice de productividad del pozo después (J) y antes (J<sub>0</sub>) del fracturamiento:

$$\text{Incremento de productividad} = \frac{J}{J_0}$$

y depende principalmente de la capacidad de flujo de la fractura y sus dimensiones, del espesor de la formación, del radio de drenaje del pozo, de la permeabilidad de la formación y del radio del pozo.

(\*) Referencia:

Islas, S.C. y Garaicochea, P.F.: Diseño Optimo de un Fracturamiento Hidráulico, Revista del IMP. Vol. III-4. (Oct., 1971).

La capacidad de flujo de la fractura es la permeabilidad de la fractura multiplicada por su amplitud (ancho). Su valor depende de las características de la formación y del agente sustentante, de las presiones de confinamiento y de la concentración de sustentante en la fractura. El único procedimiento que garantiza una determinación confiable de la capacidad de flujo de la fractura es mediante pruebas de laboratorio que simulen condiciones de la fractura en el yacimiento.

En todo diseño de un fracturamiento, deben distinguirse dos aspectos de suma importancia: el técnico y el económico. El análisis consiste en un balance de ingresos y egresos, mediante el cual se selecciona el diseño óptimo desde el punto de vista económico.

## V.10 Flujo de fluidos en yacimientos calcáreos\*.

### V.10.1 Introducción.

Los conceptos de flujo de fluidos en yacimientos, tanto para recuperación primaria como secundaria, se desarrollaron originalmente para Yacimientos de areniscas. En esta parte se analiza, en forma general, la aplicación de los conceptos clásicos de flujo de fluidos a los yacimientos calcáreos, que son más complejos y heterogéneos que los demás yacimientos. La importancia de estudiar el flujo de fluidos en yacimientos de rocas carbonatadas es evidente al considerar que un gran porcentaje de la producción del país se obtiene de este tipo de yacimientos.

### V.10.2.- Distribución de los fluidos.

Durante la etapa de desarrollo de un campo en 1948 se analizaron los núcleos disponibles, encontrándose que el aceite estaba en las fracturas, en los canales de disolución y en la matriz más porosa y permeable del yacimiento; la mayor parte del flujo de aceite ocurrió en un extenso sistema interconectado de fracturas y canales de disolución que constituían aproximadamente el 10% del volumen poroso total. Sin embargo, se han citado otros casos en la literatura, en los cuales el aceite ocupa principalmente los espacios porosos de la matriz y solo un pequeño porcentaje está en las fracturas, por lo cual no se pueden obtener conclusiones generales en cuanto a la distribución de fluidos. Cada caso se debe tratar en particular.

### V.10.3.- La importancia de las Fracturas.

La importancia de las fracturas en rocas con matriz de baja permeabilidad ha sido descrita en la literatura. Como regla general, el flujo de fluidos en rocas carbonatadas está generalmente afectado por la presencia de estilolitas conductoras o parcialmente conductoras, canales de disolución, fisuras y fracturas.

\* Chilingar, G.V. et al.: Oil and Gas Production From Carbonate Rocks, Elsevier, (1972).

La siguiente ecuación se usa para estimar la permeabilidad en la dirección horizontal,  $k_h$ , a través de un sistema de fracturas idealizado (Fig. V.7);

$$k_h = k_m + 5.446 \times 10^{10} w^3 \cos^2 \alpha / L, \dots \dots \dots (V.34)$$

donde:

$k_m$  = Permeabilidad de la matriz, md.

$w$  = Ancho de la fractura, plg.

$\alpha$  = Angulo de desviación con respecto a la horizontal, grados.

$L$  = Distancia entre las fracturas, plg.

Si  $w$  y  $L$  son expresadas en milímetros, la ecuación queda:

$$k_h = k_m + 8.44 \times 10^7 w^3 \cos^2 \alpha / L, \dots \dots \dots (V.35)$$

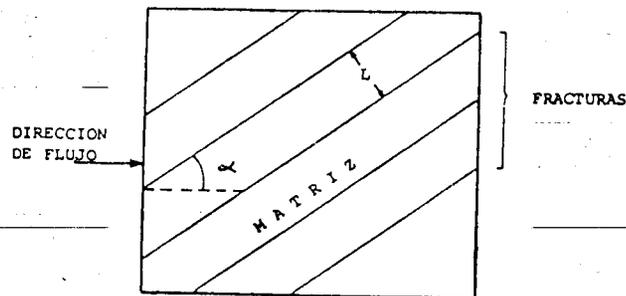


FIG. V.7.- FLUJO A TRAVES DE UN SISTEMA DE FRATURAS.

Para una roca con estilolitas y fracturas, una permeabilidad  $k_h$ , de 3.4 md fue obtenida de un núcleo grande; la permeabilidad de la matriz,  $k_m$ , fue de 0.3 md. La distancia,  $L$ , entre fracturas fue cerca de 1 pulgada; el ángulo  $\alpha$  fue cero. Con las ecuaciones anteriores se obtuvo  $w = 0.0004$  plg = 0.01 mm; este ejemplo ilustra el gran efecto sobre la permeabilidad total que tiene un sistema de fracturas de anchura  $w$  muy pequeña.

El análisis de un núcleo grande da lugar a una mejor evaluación de los efectos de fracturas y canales de disolución, que el análisis de núcleos convencionales. Aunque el análisis de núcleos grandes da mejores resultados, no siempre se obtiene una capacidad  $k_h$  que concuerde con  $k_h$  estimada de pruebas de variación de presión. Sin embargo, los detallados

análisis geológicos y la descripción de núcleos grandes, son de suma importancia en el análisis de reservas. Esta información de núcleos es una herramienta importante para saber dónde está el aceite en el yacimiento y cómo puede ser recuperado.

En la Fig. V.8 se ilustra un perfil típico de permeabilidades; la naturaleza irregular del perfil indica una matriz compacta con zonas de permeabilidad moderadamente alta, las cuales en yacimientos carbonatados son raramente correlacionables de pozo a pozo.

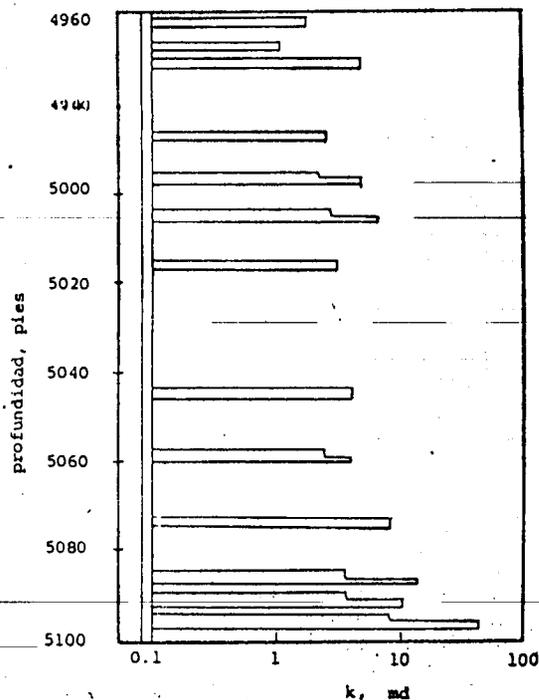


FIG. V.8.- PERFIL DE PERMEABILIDADES EN CALIZAS.

Tema de la asignatura "Evaluación de la Producción"

V.10.4.- Comparación de resultados de análisis de núcleos y de análisis de incrementos de presión.

Se presenta una comparación del promedio de permeabilidades obtenidas mediante análisis de núcleos con valores equivalentes derivados de pruebas de incremento de presión en 14 pozos productores de un yacimiento de dolomitas de baja permeabilidad de Texas y de un yacimiento de arenas compactas de Oklahoma. La recuperación mínima de núcleos en cada pozo fue del 90%.

El análisis de núcleos grandes fue usado para las dolomitas y el análisis de núcleos convencionales, para las arenas.

Los resultados de variación de presión para estimar la permeabilidad en estos casos concordaron con la permeabilidad  $\bar{k}$  más probable de las formaciones, obtenida de los análisis de núcleos, con la ecuación

$$\bar{k} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M k_j \dots \dots \dots (V.36)$$

donde:

M = Número de distribuciones aleatorias consideradas.

$k_j$  = Permeabilidad efectiva para una distribución aleatoria particular, md.

La permeabilidad  $k_j$  es evaluada para un arreglo aleatorio de M muestras; cuando M se incrementa, k se aproxima a un valor límite. Los resultados de los análisis de núcleos por un procedimiento estadístico involucran reacomodos aleatorios de datos. Tales reacomodos implican que el yacimiento es un sistema completamente desordenado.

En general, en yacimientos de rocas que contienen fracturas abiertas o parcialmente abiertas, de análisis de núcleos se pueden esperar valores menores de permeabilidad que los obtenidos de pruebas de variación de presión, debido al efecto de las fracturas.

V.10.5.- Permeabilidad Direccional u Orientación de Fracturas.

La mayor parte de los yacimientos de rocas carbonatadas son anisótropos, esto es, la permeabilidad en una dirección es diferente al valor que tiene en otra dirección, en un punto dado.

El conocimiento de esta anisotropía es importante en la localización de pozos para obtener una mejor recuperación de aceite.

V.11.- Flujo no darciano.

La ecuación de Darcy para un medio poroso lineal es de la forma:

$$\frac{\Delta P}{\Delta s} = cv \dots \dots \dots (V.37)$$

El flujo no darciano es cualquier flujo en medios porosos que no obedezca a la ecuación de Darcy.

Por ejemplo:

$$\frac{\Delta P}{\Delta s} = a v + bv^n \dots \dots \dots (V.38)$$

es una ecuación que describe un flujo no darciano, donde a y b son constantes.

En el caso de pozos con alto gasto de gas,  $n = 2$ .

TEMA VI.- YACIMIENTOS DE GAS.

En un diagrama p-T quedan situados a la derecha de la cricondenterma\*, no se presenta un cambio de estado en el yacimiento durante su explotación. En la Fig. VI.1 se muestra un diagrama típico de fases para un yacimiento de gas (gas no asociado).

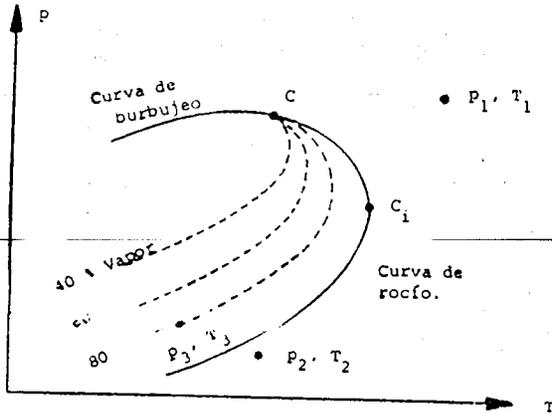


FIG. VI.1.- DIAGRAMA DE FASES.

La extracción de un yacimiento ocurre por un abatimiento en la presión, prácticamente en condiciones isotérmicas. Sin embargo, una vez que el gas llega al pozo y fluye hacia la superficie, la temperatura, así como la presión, disminuirán. Por esta razón, para determinar la recuperación superficial, la temperatura y presión superficiales deberán ser conocidas. Si la temperatura y presión superficiales son  $P_2, T_2$ , siendo  $P_1, T_1$  las del yacimiento, entonces la recuperación en la superficie será 100% de vapor (gas seco). Pero, si la temperatura y presión superficiales son  $P_3, T_3$ , entonces la recuperación en la superficie será de 80% de vapor (gas seco) y 20% de líquido. Cabe aclarar que este líquido no puede comenzar a formarse mientras que la temperatura no haya sido abatida; como ya se había mencionado, la temperatura no se abate hasta que no esté el gas en el pozo y en camino hacia la superficie; por lo tanto, el líquido no se formará en el yacimiento. En la Fig. VI.1, C y  $C_1$  son los puntos crítico y cricondentermico, respectivamente.

VI.1.- Ecuación de Balance de Materia.

Para calcular el volumen de gas inicial en el yacimiento fue necesario conocer además de la porosidad y saturación de agua congénita, el volumen total o bruto de roca. En muchos casos no se conoce con suficiente

\* Temperatura máxima a la cual pueden existir dos fases en equilibrio.

aproximación uno o varios de estos factores y, por tanto, los métodos descritos en el Tema III no pueden usarse. En estos casos, para calcular el volumen de gas inicial en el yacimiento se debe usar el método de "balance de materia", cuyo principio se establece a continuación:

VI.1.1.- Ecuación de Balance de materia para yacimientos de gas sin entrada de agua.

Aplicando el principio de la conservación de la materia a yacimientos de gas, se establece que, para cualquier tiempo de explotación:

$$\text{Masa de gas producida} = \text{Masa de gas inicialmente en el yacimiento} - \text{Masa de gas residual en el yacimiento}$$

Estableciendo el mismo balance en términos de moles de gas, se tiene:

$$\text{No. de moles de gas producido} = \text{No. de moles de gas inicial} - \text{No. de moles de gas residual}$$

o sea:

$$n_p = n_i - n_r \quad \dots \dots \dots (VI.1)$$

De la ecuación de estado para los gases reales, el número de moles de gas, n, es igual a:

$$n = \frac{P V}{Z R T} \quad \dots \dots \dots (VI.2)$$

Sustituyendo los términos de la Ec. VI.1 por sus equivalentes:

$$\frac{P_{cs} G_p}{Z_{cs} R T_{cs}} = \frac{P_1 V_1}{Z_1 R T_y} - \frac{P V_1}{Z R T_y} \quad \dots \dots \dots (VI.3)$$

donde:

- $G_p$  = Volumen de gas producido acumulado @ c.s.
- $Z$  = Factor de desviación del gas.
- $V_1$  = Volumen inicial de gas @ c.y.
- $T_y$  = Temperatura del yacimiento.
- $P_1$  = Presión inicial del yacimiento.
- $P$  = Presión del yacimiento al haber producido una  $G_p$ .

Simplificando y despejando  $p/Z$ :

$$\frac{P}{Z} = C_1 - C_2 G_p \quad \dots \dots \dots (VI.4)$$

que es la ecuación de una recta

donde:

$$C_1 = \frac{P_i}{Z_i}$$

$$C_2 = \frac{Pcs Ty}{Tcs Vi}$$

$C_1$  : Ordenada al origen;  $C_2$  : Pendiente.

La gráfica de la Ec. VI.4 es:

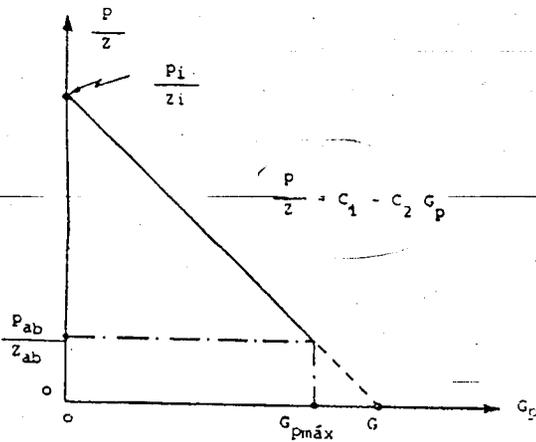


FIG. VI.2.- COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN UN YACIMIENTO VOLUMETRICO DE GAS.

En la Ec. VI.4 se puede observar que a mayor  $V_i$ , menor valor de la pendiente de la recta y viceversa, lo que significa que disminuye más rápidamente la presión en yacimientos pequeños. Esto se ilustra a continuación:

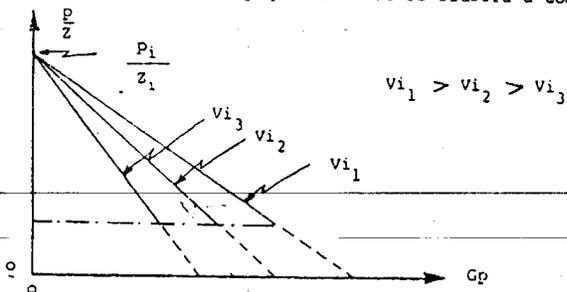


FIG. VI.3. VARIACION DE  $p/z$  PARA DIFERENTES TAMAÑOS DE YACIMIENTOS

La extrapolación de la recta hasta cortar el eje de las abscisas da el volumen original de gas en el yacimiento, *q. c. s.*, "G" (Fig. VI-2).

Los yacimientos de gas se explotan hasta una presión a la cual resulta todavía costeable la recuperación de gas; a esta presión se le conoce como PRESION DE ABANDONO ( $P_{ab}$ ). Si se conoce la "presión de abandono", se puede determinar la  $G_p$  respectiva que corresponde a la máxima cantidad recuperable de gas a esta presión, es decir, la reserva original.

Las presiones de abandono se fijan de acuerdo con la política adoptada por la empresa bajo cuya responsabilidad se explotan los yacimientos.

Otra forma de expresar la Ec. VI.4 es mediante los factores volumétricos  $B_g$  y  $B_{gi}$ :

$$\text{De la Ec. VI.3.: } G_p = \frac{Tcs P_i V_i}{Pcs Ty Z_i} - \frac{Tcs P V_i}{Pcs Ty Z}$$

la cual se puede escribir como

$$G_p = V_i/B_{gi} - V_i/B_g,$$

puesto que

$$B_g = \frac{Pcs Ty}{Tcs} \left( \frac{Z}{P} \right)$$

y

$$B_{gi} = \frac{Pcs Ty}{Tcs} \left( \frac{Z_i}{P_i} \right)$$

(de la definición de  $B_g$  y  $B_{gi}$ ).

Pero  $V_i/B_{gi} = G$ , por tanto

$$G_p = G - G \frac{B_{gi}}{B_g}$$

de donde

$$G (B_g - B_{gi}) = G_p B_g \dots \dots \dots (VI.5)$$

En esta ecuación los términos representan:

$G (B_g - B_{gi})$  = Expansión del gas por declinación de la presión

$G_p B_g$  = Volumen producido acumulado de gas *q. c. y.*

EJEMPLO:

Se dispone de los datos siguientes para un yacimiento de gas:



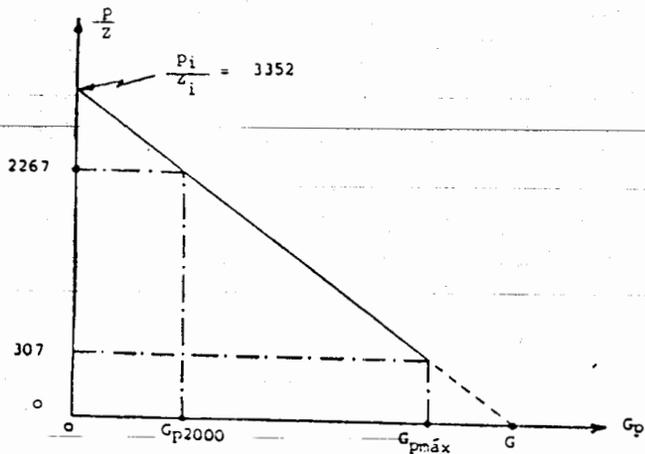


FIG. VI. 4. - REPRESENTANDO LOS EJEMPLOS ANTERIORES.

VI.1.2. - Ecuación de Balance de materia para yacimientos de gas con entrada de agua.

Representando esquemáticamente los volúmenes de fluidos en un yacimiento, tal como se indica en la Fig. VI.5, e igualando los volúmenes @ c.y., se establece la siguiente ecuación:

$$G B_{gi} = (G - G_p) B_g + (W_e - W_p B_w) \dots \dots \dots (VI.6)$$

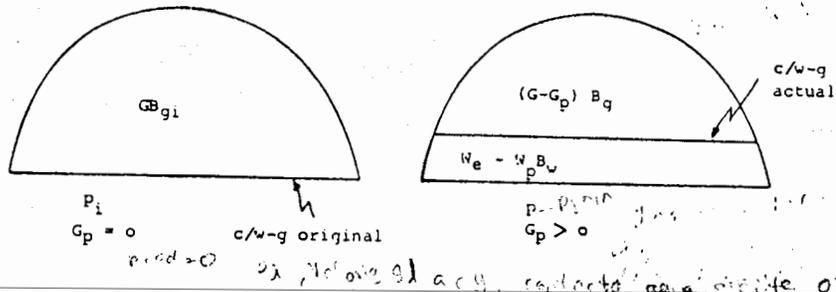


FIG. VI.5. - YACIMIENTO DE GAS CON ENTRADA DE AGUA.

Reagrupando términos, se tiene:

$$G (B_g - B_{gi}) + (W_e) = G_p B_g + W_p B_w$$

Expansión de gas + Entrada de agua = Volumen total de fluidos producidos

La ecuación anterior tiene dos incógnitas G y We. Por lo tanto, cuando un yacimiento de gas tiene empuje hidráulico, la ecuación de balance de materia no es suficiente para calcular el volumen original de gas @ c.y.. Cuando se dispone de buena información (datos geológicos e historia de producción), la magnitud de la entrada de agua en función del tiempo de explotación puede ser estimada despejando We:

$$W_e = G_p B_g + W_p B_w - G (B_g - B_{gi})$$

El conocimiento de We a su vez puede servir para determinar las posiciones que va alcanzando el contacto agua-gas, y en esta forma poder planificar las operaciones de terminación y reparación de los pozos, así como los diferentes tipos de problemas operacionales.

El volumen de agua así calculado, se relaciona con la historia de presión del yacimiento para obtener a intervalos de tiempo fijos los valores correspondientes de We y p (presión); estos datos permiten determinar la ecuación que representa el comportamiento del acuífero. Esta ecuación es de la forma We = We(p, t); donde p es la presión en la frontera del yacimiento (contacto agua-gas) y t es el tiempo de explotación. Por ejemplo si el comportamiento del acuífero satisface a la ecuación de L. T. Stanley\*, se tiene que:

$$W_e = C \sum_{i=1}^{n_i} \Delta p_i (\bar{t})^\alpha (n_i + 1 - i), \dots \dots (VI.7)$$

donde:

- C = Constante de entrada de agua (volumen/presión)
- α = Exponente empírico.
- $\bar{t}$  = Tiempo adimensional.
- $n_i$  = Número de períodos de tiempo.

El valor del exponente empírico (α) varía entre los límites de 0.5 y 0.8, dependiendo del tipo de flujo. Se ha encontrado en la práctica que dicho exponente es 0.5 y 0.8, para flujo lineal y radial, respectivamente.

Stanley desarrolló la ecuación que lleva su nombre aplicando el principio de superposición, el cual establece que... "el acuífero responde a cada caída de presión en forma independiente y que el efecto total es igual a la suma de las perturbaciones en particular..." Este principio forma parte de un Tema del Curso "Evaluación de la Producción".

Sustituyendo la Ec. VI.7 en la Ec. VI.6 y reagrupando términos:

\* The Petroleum Engineer, (Aug., 1961)

$$\frac{G B_g + W_p B_w}{B_g - B_{gi}} = G + C \frac{\sum \Delta p(t)}{B_g - B_{gi}} \quad (VI.8)$$

que es la ecuación de una recta, cuya gráfica se presenta en la Fig. VI.6.

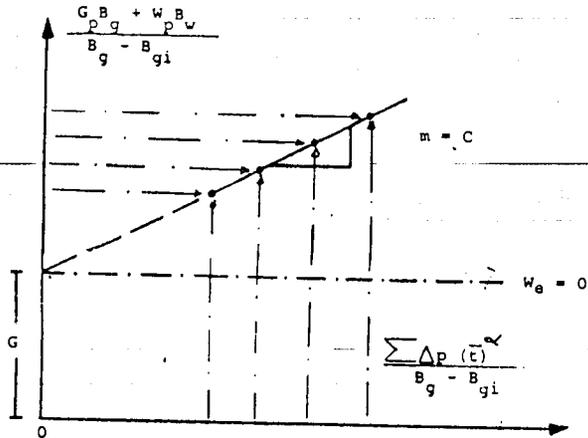


FIG. VI.6. COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS DE GAS CON ENTRADA DE AGUA.

En esta figura se observa que la pendiente de la recta es la constante de entrada de agua C y la ordenada al origen G, se obtiene extrapolando la recta hasta cortar el eje de las ordenadas.

La recta horizontal discontinua representa el caso en que no existe entrada de agua (C = 0).

**EJEMPLO 1:** Determinar el volumen acumulado de agua que entró a un yacimiento de gas seco con empuje hidráulico, al 1o. de enero de 1975, fecha en que la presión media del yacimiento era de 2925 (libras/pg<sup>2</sup>abs). El yacimiento se comenzó a explotar el 1o. de enero de 1972 con diez pozos y una producción diaria de gas por pozo de 10<sup>5</sup> m<sup>3</sup> q. c.s. La presión inicial fue de 3290 (lb/pg<sup>2</sup>abs); la razón W<sub>p</sub>/G<sub>p</sub> a la fecha indicada fue de 2 x 10<sup>-5</sup>.

**DATOS ADICIONALES:**

Area del yac. = 20 km<sup>2</sup>.  
 Espesor medio de la formación (h) = 30 m.  
 φ = 10%, Swi = 30%, Sgr = 35%  
 B<sub>g</sub> 2925 = 0.0057 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>, B<sub>w</sub> = 1.0  
 B<sub>gi</sub> = 0.005262 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>, T<sub>y</sub> = 90°C  
 K<sub>g</sub> = 50 md, μ<sub>g</sub> = 0.01 Cp, r<sub>w</sub> = 11 cm

Considérese el área de drenaje de los pozos como la de un círculo, despreciando los espacios que quedan entre los diferentes círculos del área total del yacimiento..

**SOLUCION:**

$$W_e = G_p B_g + W_p B_w - G (B_g - B_{gi})$$

Se desconocen: G<sub>p</sub>, W<sub>p</sub> y G.

a) Cálculo de G<sub>p</sub>, (cuando la  $\bar{p}_y = 2925$  (lb/pg<sup>2</sup>abs))

$$G_p = q_g \times \text{No. de pozos} \times t$$

$$= 10^5 \times 10 \times (3 \times 365) = 1095 \times 10^6 \text{ m}^3$$

b) Cálculo de W<sub>p</sub>:

$$W_p = \frac{W_p}{G_p} \times G_p = 2 \times 10^{-5} \times 1095 \times 10^6 = 21900 \text{ m}^3$$

c) Cálculo de G:

$$V_i = A_{yac} \times h_{\text{neto}} \times \phi \times (1 - S_{wi})$$

$$= 20 \times 10^6 \times 30 \times 0.1 (1 - 0.3) = 42 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$G = \frac{V_i}{B_{gi}} = \frac{42 \times 10^6}{0.005262} = 7981 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Finalmente, sustituyendo los valores de G<sub>p</sub>, W<sub>p</sub>, G, B<sub>g</sub> y B<sub>gi</sub>:

$$W_e = 1095 \times 10^6 \times 0.0057 + 0.0219 \times 10^6 \times 1 - 7981 \times 10^6 \times 0.000438$$

$$= 2.767 \times 10^6 \text{ m}^3$$

**VI.2.- Efecto del ritmo de extracción sobre la recuperación.**

Los yacimientos de gas que no tienen empuje hidráulico, son explotados únicamente por la expansión del gas, provocada por el abatimiento de presión. Por tanto, la recuperación es independiente del ritmo de extracción. En este tipo de yacimien-

EJEMPLO 2: Se tiene un yacimiento de gas seco con empuje hidráulico, con  $P_i = 267.1 \text{ kg/cm}^2$ ,  $B_{gi} = 0.0044$ ,  $B_w = 1$ , cuya historia de producción es;

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
t (días)	$\bar{p}(\text{kg/cm}^2)$	$B_g$	$G_p(\text{m}^3 \text{ gas @ cs})$	$W_p(\text{m}^3 \text{ agua @ cs})$
182	265.8	0.00456	$182 \times 10^6$	4,000
365	261.2	0.00470	$365 \times 10^6$	8,000
547	256.5	0.00484	$547 \times 10^6$	12,000
730	249.8	0.00498	$730 \times 10^6$	16,000
915	245.4	0.00512	$915 \times 10^6$	20,000
1095	240.6	0.00526	$1095 \times 10^6$	24,000

Determinar el volumen original de gas @ cs, G y el valor de la constante de entrada de agua, C.

Aplicando la ecuación de Stanley, usando un valor de  $\alpha = 0.8$  (se supone flujo radial) y la Ec. VI.8 se obtuvieron los siguientes resultados:

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$(\bar{t})$	$\bar{p}(\text{kg/cm}^2)$	$\Delta P$	$(\bar{t})^\alpha$	$\sum \Delta P (\bar{t})^\alpha$
0	267.1	0	0	0
1	265.8	0.65	1.000	0.65
2	261.2	2.95	1.741	4.082
3	256.5	4.65	2.408	11.351
4	249.8	5.70	3.031	22.870
5	245.4	5.55	3.624	37.968
6	240.6	4.60	4.193	55.498

$\Delta p = \frac{P_i - P_{i+1}}{2}$ ,  $\Delta p = \frac{P_{i-2} - P_i}{2}$  para el primer período y para los períodos siguientes, respectivamente.

donde los valores de la Col. 10 se obtuvieron como sigue:

$$\sum_{i=1}^1 \Delta P_i (\bar{t})_{2-i}^{0.8} = \Delta P_1 (\bar{t})_1^{0.8} = 0.65 \times 1 = 0.65$$

$$\sum_{i=1}^2 \Delta P_i (\bar{t})_{3-i}^{0.8} = \Delta P_1 (\bar{t})_2^{0.8} + \Delta P_2 (\bar{t})_1^{0.8} = 0.65 \times 1.741 + 2.95 \times 1 = 4.082$$

$$\sum_{i=1}^3 \Delta P_i (\bar{t})_{4-i}^{0.8} = \Delta P_1 (\bar{t})_3^{0.8} + \Delta P_2 (\bar{t})_2^{0.8} + \Delta P_3 (\bar{t})_1^{0.8} = 0.65 \times 2.408 + 2.95 \times 1.741 + 4.65 \times 1 = 11.351$$

etc.

Continuando el cálculo:

(6)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
$(\bar{t})$	$(B_g - B_{gi})$	$\frac{G B_g}{P_g}$	$W_p \frac{B_w}{P_w}$	$\frac{G B_g + W_p B_w}{P_g - B_{gi}}$	$\frac{G B_g + W_p B_w}{P_g - B_{gi}}$	$\frac{\sum \Delta P (\bar{t})^\alpha}{B_g - B_{gi}}$
0	3	0	0	0	0	0
1	0.00016	829,920	4,000	833,920	$5.212 \times 10^9$	4,062.5
2	0.00030	1,715,500	8,000	1,723,500	$5.745 \times 10^9$	13,606.7
3	0.00044	2,647,480	12,000	2,659,480	$6.044 \times 10^9$	25,797.7
4	0.00058	3,635,400	16,000	3,651,400	$6.296 \times 10^9$	39,431.03
5	0.00072	4,669,440	20,000	4,689,440	$6.51 \times 10^9$	52,733.3
6	0.00086	5,759,700	24,000	5,783,700	$6.72 \times 10^9$	65,994.2

Graficando los resultados de la Col. 16 vs Col. 15 se observa que se obtiene una línea recta, cuya pendiente es  $C = 18,182$ ; extrapolando ésta hasta cortar el eje de las "y" se tiene  $G = 5.5 \times 10^9$ .

Por tanto:

$$C = 18,182 \text{ m}^3 / (\text{kg/cm}^2)$$

$$G = 5,500 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ de gas @ c.s.}$$

(Además, con el valor de C y con la Ec.VI.7 es posible calcular  $W_e$  a diferentes tiempos).

tos, la saturación inicial de gas permanece constante; Únicamente el número de libras de gas que ocupa los espacios porosos es reducido, por lo que es de suma importancia reducir la presión de abandono hasta el nivel más bajo posible. En yacimientos de gas que no tienen empuje hidráulico se alcanzan comúnmente recuperaciones del orden del 90% del volumen original G.

Para los yacimientos de gas que tienen un empuje hidráulico, la recuperación depende del ritmo de extracción. En yacimientos con empuje hidráulico activo, la presión de abandono puede ser alta, algunas veces muy cercana a la presión inicial. En tal caso, el número de libras de gas remanentes en los espacios porosos al momento del abandono será relativamente grande. Sin embargo, la saturación de gas es reducida por la entrada de agua. Por lo tanto, la alta presión de abandono es compensada un poco por la reducción en la saturación inicial de gas. Si el yacimiento puede ser producido a un ritmo más alto que el ritmo de entrada de agua, sin conificación de agua, entonces un alto ritmo de extracción dará una máxima recuperación, tomando ventaja de una combinación de la presión de abandono reducida y la reducción en la saturación de gas. Si los problemas de conificación de agua son muy serios, será necesario restringir los ritmos de extracción para reducir la magnitud de estos problemas.

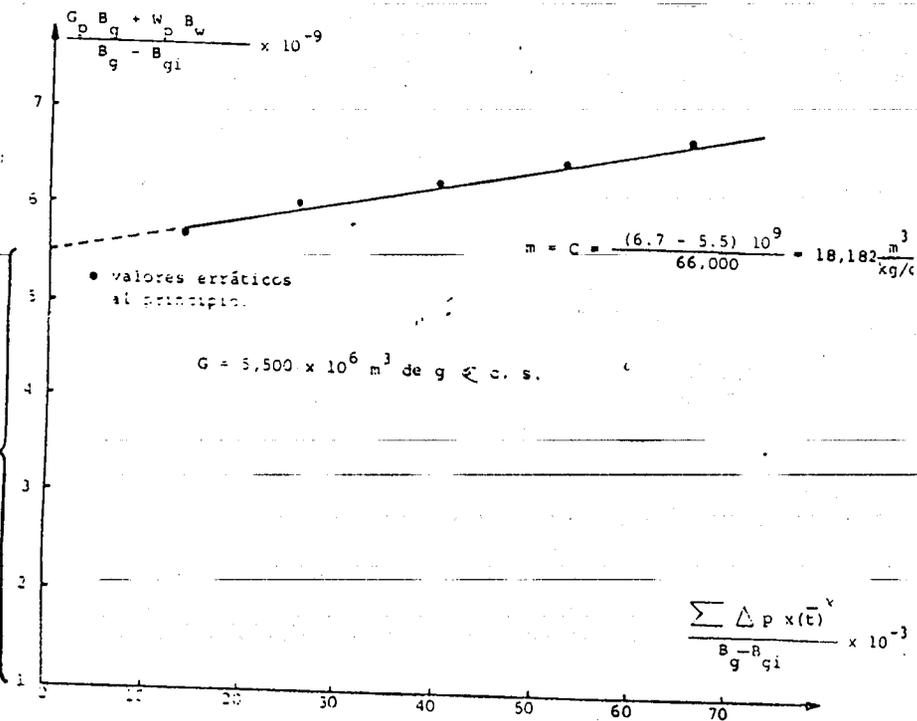
Generalmente la recuperación de los yacimientos de gas con empuje hidráulico es menor que en los yacimientos de gas volumétricos, siendo en el primer caso menor al 80% de G.

La presión de abandono es un factor importante en la determinación de la recuperación; a su vez, la permeabilidad es normalmente el factor más importante en la determinación de la presión de abandono. Los yacimientos con baja permeabilidad tendrán presiones de abandono más altas que en aquellos con alta permeabilidad.

### VI.3.- Equivalentes en gas del agua y condensado producidos.

En el estudio anterior de yacimientos de gas se supuso implícitamente que a cualquier momento el fluido en el yacimiento y el fluido producido estaban en una sola fase (gas). Sin embargo la mayoría de los yacimientos de gas producen hidrocarburos líquidos, comúnmente denominados "condensados". Mientras que el fluido en el yacimiento permanezca en estado monofásico (gas), pueden usarse las ecuaciones de las secciones anteriores, siempre y cuando se modifique la producción acumulada del gas,  $G_p$ , para incluir el condensado líquido producido. Por otra parte, si se forma una fase líquida de hidrocarburos en el yacimiento, no pueden emplearse los métodos de las secciones anteriores. Estos yacimientos, denominados de gas y condensado, requieren un estudio especial. (Tema VII)

La producción de gas,  $G_p$ , usada en la sección anterior debe incluir la producción de gas del separador, la producción de gas del tanque de almacenamiento y la producción de líquido del tan-



EJEMPLO 2: Obtención de G y C.

$G_p$  K  $G_{sep}$   $G_{tanque}$   $G_{almacenamiento}$   $G_{tanque}$   $G_{almacenamiento}$   $G_{tanque}$   $G_{almacenamiento}$

que de almacenamiento, convertida a su equivalente en gas, representado por el símbolo EG.

Para transformar los hidrocarburos líquidos producidos a su equivalente en gas, se supone que el líquido se comporta como un gas ideal cuando se encuentra en el estado gaseoso. Tomando 14.7 (lb/pg<sup>2</sup>abs) y 60°F como condiciones estándar, el equivalente en gas de un barril de condensado a dichas condiciones es:

$$EG = V = \frac{n R T_{cs}}{P_{cs}} \quad (VI.9)$$

donde:

V = Volumen, pie<sup>3</sup>.

n = Número de moles.

R = Constante universal = 10.73  $\left(\frac{\text{lb/pg}^2 \cdot \text{pie}^3}{\text{mole} \cdot \text{lb} \cdot ^\circ\text{R}}\right)$

T<sub>cs</sub> = Temperatura estándar = 520°R

P<sub>cs</sub> = Presión estándar = 14.7 lb/pg<sup>2</sup>abs.

Haciendo:

$$n = m_o / M_o, \quad M_o \left(\frac{\text{lb}}{\text{mole} \cdot \text{lb}}\right)$$

$$n = \frac{5.61(\text{pie}^3/\text{Brl}) \times 62.4 (\text{lb}/\text{pie}^3) \times \gamma_o}{M_o (\text{lb}/\text{mol} \cdot \text{lb})}$$

$$n = (\text{mol} \cdot \text{lb} / \text{Brl})$$

donde:

m<sub>o</sub> = Masa del condensado, lb.

M<sub>o</sub> = Peso molecular del condensado lb./mol. - lb

62.4(lb/pie<sup>3</sup>) = Peso específico del agua @ c.s.

γ<sub>o</sub> = Densidad relativa del condensado (agua = 1).

Sustituyendo el valor de n:

$$EG = \frac{5.61 \times 62.4 \times \gamma_o}{M_o} \times \frac{10.73 \times 520}{14.7}$$

$$EG = 132\,872 \left(\frac{\gamma_o}{M_o}\right), \left(\frac{\text{pies}^3 \text{ @ c.s.}}{\text{Brl}_o \text{ @ c.s.}}\right) \dots (VI.10)$$

La densidad relativa del condensado se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{^{\circ}\text{API} + 131.5}$$

Cuando no se conoce el peso molecular del condensado @ c.s. puede calcularse utilizando la ecuación:

$$M_o = \frac{4429 \gamma_o}{1.03 - \gamma_o} = \frac{6084}{^{\circ}\text{API} - 5.9}$$

Cuando se produce agua en la superficie como un condensado de la fase gaseosa del yacimiento, ésta será agua dulce y debe convertirse a su equivalente en gas y agregarla a la producción de gas. Como la densidad relativa del agua dulce es 1.0 y su peso molecular 18, su equivalente en gas será:

$$E_{w.g.} = \frac{n R T_{cs}}{P_{cs}} = \frac{5.61 \times 62.4 \times 1.0}{18} \times \frac{10.73 \times 520}{14.7} =$$

$$7382 (\text{pie}^3/\text{Brl}).$$

EJEMPLO:

Calcular la producción diaria de gas incluyendo los equivalentes en gas del agua y condensado.

DATOS:

Producción diaria de gas del separador = 3.25 x 10<sup>6</sup> pies<sup>3</sup>@ c.s.

Producción diaria de condensado = 53.2 Brl @ c.s.

Producción diaria de gas del tanque = 10 x 10<sup>3</sup> pie<sup>3</sup> @ c.s.

Producción diaria de agua dulce = 5.5 Brl.

Presión inicial del yacimiento = 4 000 lb/pg<sup>2</sup>abs.

Presión actual del yacimiento = 1500 lb/pg<sup>2</sup> abs.

Temperatura del yacimiento = 220°F

Densidad relativa del condensado = 55°API = 0.759

SOLUCION

a) Equivalente en gas del condensado

$$E.G. = 132\,872 \left(\frac{\gamma_o}{M_o}\right) (\text{Pies}^3/\text{Brl}_o) @ c.s.$$

Cálculo de M<sub>o</sub>

$$M_o = \frac{6084}{^{\circ}\text{API} - 5.9} = \frac{6084}{55 - 5.9} = 123.9 (\text{lb}/\text{mol} \cdot \text{lb}).$$

Sustituyendo datos queda:

$$E.G. = 132\,872 \left(\frac{0.759}{123.9}\right) \left(\frac{\text{pies}^3}{\text{Brl}_o}\right) \times 53.2 \left(\frac{\text{Brl}_o}{\text{día}}\right)$$

$$E_G = 43\ 303 \text{ (pie}^3/\text{día @ c.s.)}$$

b) Equivalente en gas del agua.

Los datos de MC. Carthy, Boyd y Reid\* dan un contenido de agua de (1) Brl/10<sup>6</sup> pies<sup>3</sup> de gas a 4000 (lb/pg<sup>2</sup>abs) y 220°F y aproximadamente 2.25 Brl/10<sup>6</sup> pies<sup>3</sup> de gas a 1500 (lb/pg<sup>2</sup>abs) y 220°F. Luego de los 5.5 (Brl) de agua producida sólo 3.25 (Brl) deben convertirse a gas; el resto se considera agua libre producida. Por tanto:

$$E_{WG} = 7382(\text{pie}^3/\text{Brl}_w) \times 3.25 \text{ (Brl}_w/\text{día)} = 23\ 991.5$$

$$E_{WG} = 23\ 991.5 \text{ (pie}^3/\text{día @ c.s.)}$$

Luego la producción diaria de gas ( $\Delta G_p$ ) será:

$$\Delta G_p = 3250 \times 10^3 + 10 \times 10^3 + 43.303 \times 10^3 + 23.9915 \times 10^3$$

$$\Delta G_p = 1.127 \times 10^6 \text{ pies}^3$$

#### VI.4.- Potencial absoluto de los pozos.

Las pruebas de "contrapresión" en los pozos de gas se realizan para determinar la capacidad productiva teórica de los mismos, bajo condiciones de flujo abierto.

Anteriormente se acostumbraba hacer estas pruebas poniendo el pozo en producción con una presión en la cabeza del pozo igual a la atmosférica. Actualmente, con el fin de evitar desperdicio y daño en la formación, la capacidad a flujo abierto de los pozos de gas se obtiene extrapolando los resultados de las pruebas hechas a diferentes gastos moderados de producción, en lugar de abrir los pozos a flujo total. El potencial absoluto o a flujo abierto de un pozo de gas se define como "el gasto de gas correspondiente a una presión de fondo fluyendo igual a la atmosférica". Este es un valor teórico ya que se obtiene extrapolando la curva de  $(P_e^2 - P_{wf}^2)$  como una función de  $q_{g,c.s.}$  en papel doble logarítmico hasta donde  $P_{wf} = P_{atm}$ , suponiendo que  $\mu$ ,  $T$  y  $Z$  permanecen constantes a altas presiones diferenciales  $(P_e - P_{wf})$  y suponiendo que el flujo es laminar. En la Fig. VI. 7 se muestran los datos de una de estas pruebas.

\* Craft y Hawkins.

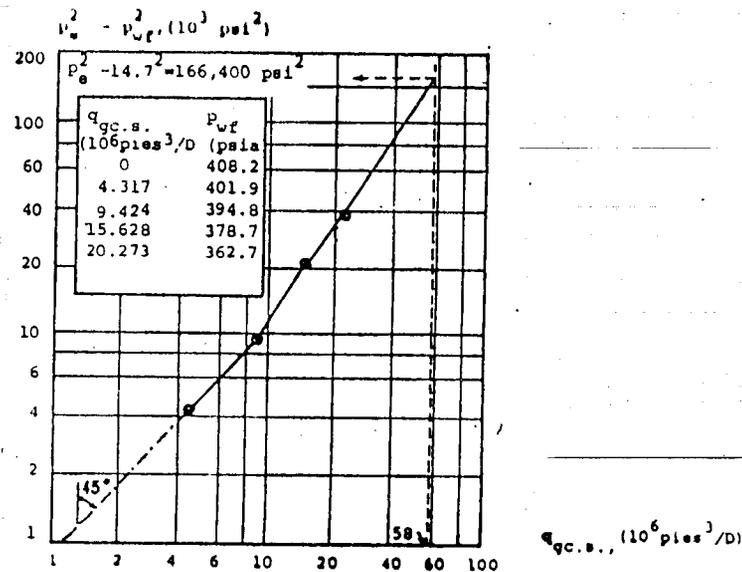


FIG. VI.7.- DATOS DE UNA PRUEBA DE POTENCIAL ABSOLUTO.

El procedimiento para determinar el potencial absoluto de un pozo de gas es casi una práctica universal. La base de este procedimiento es la ecuación de Darcy, que en unidades prácticas se escribe:

$$q_g @ \text{c.s.} = 2.30643 \frac{h k_g T_{cs} (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_g p_{cs} T_y Z_y L_n (r_e/r_w)} \quad \dots \text{(VI.11)}$$

donde:

$$q_g @ \text{c.s.} \text{ (pies}^3/\text{día), } h \text{ (m), } k_g \text{ (md), } T \text{ (}^\circ\text{R), } \mu_g \text{ (cp), } p \text{ (lb/pg}^2 \text{ abs) y } r_e, r_w \text{ (unidades consistentes).$$

Tomando logaritmos en ambos miembros de la ecuación

$$\log q_g @ \text{c.s.} = \log \frac{2.30643 h k_g T_{cs}}{\mu_g p_{cs} T_y Z_y L_n (r_e/r_w)} + \log (P_e^2 - P_{wf}^2) \quad \dots \text{(VI.12)}$$

que es la ecuación de una línea recta, graficada en papel doble logarítmico.

Una forma más general de esta ecuación es:

$$\log q_g @ c.s. = \log \frac{2.30643 h k_g T_{cs}}{\mu_g P_{cs} T_y Z_y L_n (r_e/r_w)} + n \log (p_e^2 - p_{wf}^2)$$

o también

$$q_g @ c.s. = C (p_e^2 - p_{wf}^2)^n$$

donde:

$$n = \text{pendiente de la recta}, \quad C = \frac{2.30643 h k_g T_{cs}}{\mu_g P_{cs} T_y Z_y L_n (r_e/r_w)}$$

Para flujo en condiciones ideales, la pendiente de la recta es igual a la unidad, es decir  $\theta = 45^\circ$ . Muchos pozos de gas muestran este comportamiento, con pendientes muy cercanas a la unidad. En otros, debido a la turbulencia y los errores cometidos en algunos de los valores medidos, pueden desviarse de este comportamiento lineal, con pendientes diferentes a la unidad.

El potencial absoluto o a flujo abierto del pozo de gas de la Fig. VI.7 puede encontrarse extrapolando los puntos medidos a  $p_{wf} = 14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$  y obtener un valor de  $58 \times 10^6$  pies<sup>3</sup>/día. También se pueden calcular los valores C y n por medio de ecuaciones simultáneas:

$$9.424 = C (408.2^2 - 394.0^2)^n$$

$$20.2730 = C (408.2^2 - 362.7^2)^n$$

de donde  $C = 16.28$  y  $n = 0.681$ , luego el potencial a flujo abierto o gasto máximo ( $q_{g\text{máx.}}$ ) es:

$$q_{g\text{máx.}} = 16.28 (408.2^2 - 14.7^2)^{0.681} = 58.5 \times 10^6 \text{ pies}^3/\text{día.}$$

## TEMA VII YACIMIENTOS DE GAS Y CONDENSADO

### VII.1.- Fenómeno de condensación retrógrada.

A grandes profundidades se han descubierto yacimientos de gas a alta presión, con propiedades del fluido muy diferentes de aquellos yacimientos de gas "seco" anteriormente estudiados. El fluido está compuesto predominantemente por metano y etano; sin embargo, contiene cantidades apreciables de  $C_3$  y más pesados. Este fluido es llamado comúnmente "condensado de gas" y los yacimientos donde se encuentra son llamados "yacimientos de gas y condensado".

En la Tabla VII.1 se compara la composición de los fluidos típicos de los yacimientos de gas seco con los fluidos típicos de los yacimientos de gas y condensado.

TABLA VII.1

#### COMPOSICION DE FLUIDOS TÍPICOS DE YACIMIENTOS

Componentes	Yac. de gas seco. (% mol)	Yac. de gas y condensado. (% mol)
$C_1$	96.00	85.00
$C_2$	2.00	5.00
$C_3$	0.60	2.00
$nC_4$	0.30	1.50
$nC_5$	0.20	0.80
$C_6$	0.10	0.60
$C_7+$	0.80	5.10
	= 100.00	= 100.00

En la Fig. VII.1 se muestra un diagrama presión-temperatura para un fluido de un yacimiento de gas y condensado. El estado inicial del yacimiento se indica en el punto  $R_i$  y su estado en el momento del abandono se muestra en el punto  $R_{ab}$ . La línea punteada que une  $R_i$  y  $R_{ab}$  muestra el estado del yacimiento a cualquier presión entre las condiciones inicial y de abandono. El punto "S" representa la presión y temperatura superficial. El fluido del yacimiento a la presión y temperatura iniciales es monofásico y referido comúnmente como un gas. Mientras que el fluido se encuentra en este estado, puede utilizarse la ley de los gases para predecir su comportamiento, si el factor de desviación del gas, Z, puede ser determinado. Los fluidos de los yacimientos de gas y condensado exhiben un fenómeno conocido como "CONDENSACION RETROGRADA".

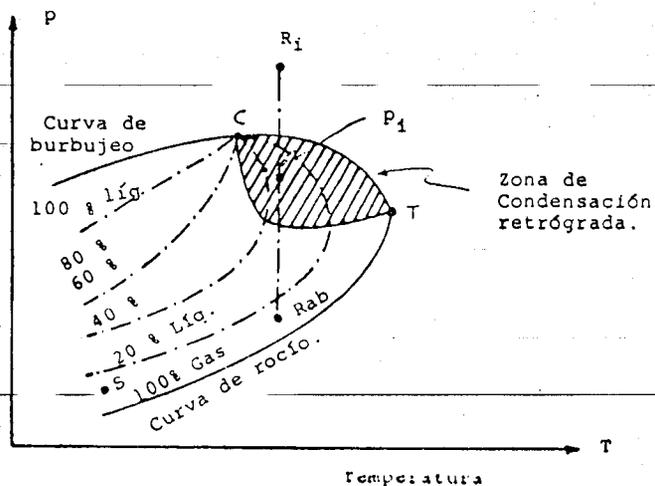


FIGURA VII.1.- DIAGRAMA p-T PARA UN FLUIDO DE UN YACIMIENTO DE GAS Y CONDENSADO.

Este fenómeno se presenta cuando el fluido del yacimiento -- (gas) se condensa al reducirse la presión en el yacimiento. Si la formación del líquido ocurre isotérmicamente, el fenómeno se conoce como condensación retrógrada isotérmica. Se emplea el término "retrógrada" porque generalmente durante una expansión isotérmica ocurre vaporización en lugar de condensación.

Cuando la presión del yacimiento declina hasta el punto donde se cruza el límite de la región de dos fases, aparece la condensación de una parte del fluido del yacimiento. Si la presión del yacimiento ha declinado hasta  $p_1$ , el fluido del yacimiento estará formado aproximadamente por 65% de gas y un 35% de líquido. Si continúa declinando la presión del yacimiento (línea  $R_i$ - $R_{ab}$ ), parte del líquido condensado vuelve a vaporizarse. En el punto de las condiciones de abandono el fluido del yacimiento estará formado de un 10% de líquido y 90% de gas. Sin embargo, la Fig. VII.1 es un diagrama de fases obtenido en un laboratorio y las experiencias de campo indican que solamente una pequeña fracción del líquido vuelve a reavaporizarse al reducirse la presión, debido a que las fuerzas superficiales tienden a mantenerlo en la fase líquida.

En un yacimiento de gas seco es común recuperar más del 85% del volumen original. En los yacimientos de gas y condensado, si bien puede recuperarse hasta un 85% de gas seco por abatimiento de la presión, es común perder hasta un 50% ó 60% de los hidrocarburos licuables debido a la condensación retrógrada,

la cual puede ocurrir únicamente a temperaturas que se encuentran entre el punto crítico C, y la cricondenterma T. Si la temperatura del yacimiento es más grande que la cricondenterma, entonces el fluido será un gas seco. El término gas seco es usado en sentido relativo, ya que se tiene la posibilidad de que se presente condensación de líquidos a la p y T superficiales.

#### VII.2.- Cálculo del volumen original de fluidos en un yacimiento de gas y condensado.

El condensado y gas iniciales que existen en este tipo de yacimientos, pueden calcularse a partir de datos de campo generalmente disponibles, recombinando en la proporción correcta el condensado y gas producidos, para encontrar la densidad relativa promedio (aire = 1) del fluido total del pozo.

Nomenclatura de los términos a usar:

$R$  = Razón gas-aceite instantánea ( $\text{pies}^3/\text{Brlo}$ ) @ c.s.

$\gamma_o$  = Densidad relativa del aceite @ c.s. (agua = 1).

$M_o$  = Peso molecular del condensado (lb/mole-lb).

$\gamma_g$  = Densidad relativa del gas producido del separador.

$$p_{cs} = 14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs.}$$

$$T_{cs} = 60^\circ\text{F} = 520^\circ\text{R.}$$

$$\text{Densidad promedio del aire} = 0.0764 \text{ (lb/pie}^3\text{)}, @ \text{ c.s.}$$

$$\text{Volumen molar} = v/n = RT/p = 10.73 \times 520/14.7 = 379.56 \text{ (pie}^3/\text{mole-lb)} @ \text{ c.s.}$$

La masa total del fluido del pozo  $M_t$  en (lb/Brl<sub>o</sub>) es:

$$M_t = \frac{m_o + m_g}{\text{brl}_o} = \frac{m_o}{\text{brl}_o} + \frac{m_g}{\text{brl}_o}$$

Pero

$$\frac{m_o}{\text{brl}_o} = 5.615 \left[ \frac{\text{pie}^3}{\text{brl}} \right] \times 62.4 \left[ \frac{\text{lb}_w}{\text{pie}^3} \right] \times \gamma_o \left[ \frac{\text{lb}_o}{\text{pie}^3} \right] = 350 \gamma_o \left[ \frac{\text{lb}_o}{\text{brl}} \right]$$

$$\frac{m_g}{\text{brl}_o} = 0.0764 \frac{\text{lb}_{\text{aire}}}{\text{pie}^3} \gamma_g \left[ \frac{\text{lb}_g}{\text{pie}^3} \right] R \left[ \frac{\text{pie}^3}{\text{brl}_o} \right] = 0.0764 \gamma_g R \left[ \frac{\text{lb}_g}{\text{brl}_o} \right]$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$M_t = (350 \gamma_o + 0.0764 \gamma_g R) \left( \frac{\text{lb}}{\text{brl}} \right)$$

Sea  $n_t$  el número de moles totales por barril de condensado producido y  $\bar{M}$  el peso molecular del fluido total del pozo; su relación con  $M_t$  es:

$$n_t = \frac{M_t}{\bar{M}} \left( \frac{\text{lb totales/brl}}{\text{lb Totales/mole-lb}} \right) = \frac{M_t}{\bar{M}} \left( \frac{\text{mole-lb}}{\text{brl}_o} \right)$$

se puede demostrar que:

$$n_t = n_o + n_g$$

$$n_t = \frac{350 \gamma_o}{M_o} (\text{mole-lb}) + \frac{R}{379.56} (\text{mole-lb})$$

de con-                      de gas  
densado

Don los moles-libra totales de fluidos en un barril de aceite  $R$  pies<sup>3</sup> de gas.

$$n_g = 0.0764 \gamma_g R \left( \frac{\text{lb}_g}{\text{brl}_o} \right) \times \frac{1}{379.56 \left( \frac{\text{pie}^3}{\text{brl}_o} \right)} \times \frac{1}{0.0764 \left( \frac{\text{lb}_a}{\text{pie}^3} \right)}$$

$$n_g = \frac{R}{379.56} \left( \frac{\text{mole-lb}_g}{\text{brl}_o} \right)$$

- 94 -

De las ecuaciones anteriores se puede obtener el peso molecular del fluido total del pozo ( $\bar{M}$ ):

$$\bar{M} = \frac{M_t}{n_t} = \frac{350 \gamma_o + 0.0764 \gamma_g R}{\frac{350 \gamma_o}{M_o} + 0.00263 R} \quad (\text{Lb / Brlo})$$

$\frac{M_t}{n_t}$

y la densidad relativa total del fluido del pozo, expresada en relación al aire:

$$\gamma_t = \frac{\bar{M}}{28.97} = \frac{4581 \gamma_o + R \gamma_g}{132847.5 (\gamma_o/M_o) + R}$$

La densidad relativa del aceite medido a las condiciones superficiales, se calcula a partir de su densidad API usando la ecuación:

$$\gamma_o = 141.5 / (^{\circ}\text{API} + 131.5)$$

Si no se conoce el peso molecular del aceite medido a las condiciones superficiales, se puede calcular utilizando la ecuación

$$M_o = 6084 / (^{\circ}\text{API} - 5.9)$$

EJEMPLO:

Calcular el volumen de condensado y gas iniciales de un yacimiento de gas y condensado.

DATOS:

$$P_i = 2740 \text{ psia}$$

$$T_y = 215 \text{ } ^{\circ}\text{F}$$

$$\phi = 25 \%$$

$$S_w = 30 \%$$

$$A_{\text{yac}} = 194 \times 10^6 \text{ pies}^2$$

$$h = 100 \text{ pies}$$

$$q_o @ \text{c.s.} = 242 \text{ brl/día}$$

$$\text{Densidad del aceite} = 48 \text{ } ^{\circ}\text{API @ } 60 \text{ } ^{\circ}\text{F}$$

$$q_g \text{ separador} = 3.1 \times 10^6 \text{ pie}^3/\text{día}$$

- 95 -

$$r_g = 0.65 \text{ (c. del separador).}$$

$$q_g \text{ tanque} = 0.12 \times 10^6 \text{ pie}^3/\text{día.}$$

$$r_g = 1.2 \text{ (c. del tanque).}$$

SOLUCION:

$$(a) r_t = \frac{4581 r_o + R r_g}{132847.5 (r_o/M_o) + R}$$

$$r_o = \frac{141.5}{48 + 131.5} = 0.7883$$

$$r_t = \frac{3.1 \times 0.65 + 0.12 \times 1.2}{3.1 + 0.12} = 0.67$$

$$R = \frac{(3.1 + 0.12) \times 10^6}{242} = 0.0133 \times 10^6 \text{ pie}^3/\text{Brl.}$$

$$M_o = \frac{6084}{48 - 5.9} = 144.5$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación para calcular  $r_t$ :

$$r_t = \frac{4581 \times 0.7883 + 0.0133 \times 10^6 \times 0.67}{132847.5 \times (0.7883/144.5) + 0.0133 \times 10^6} = 0.893$$

De la Fig. 1.2\*,  $p_{Tc} = 425^\circ R$  y  $p_{Pc} = 652 \text{ psia}$ , utilizando las curvas de fluidos condensados, luego:  $p_{Pr} = 4.2$  y  $p_{Tr} = 1.59$ , de donde, usando la Fig. 1.3\*, se obtiene  $Z = 0.82$  para  $2740 \text{ psia}$  y  $215^\circ F$ .

(b) El volumen original de la mezcla g.c.s. es:

$$G' = \frac{V_i}{B_{gi}} = \frac{A \times h \times \bar{\rho} \times (1 - \bar{S}_{wi})}{B_{gi}}$$

$$B_{gi} = \frac{p_{cs} \times T_v \times Z}{T_{cs} \times p_i} = \frac{14.7 \times 675 \times 0.82}{520 \times 2740} = 0.00571,$$

por tanto:  $G' = V_i/B_{gi} = A \times h \times \bar{\rho} \times (1 - \bar{S}_{wi})/B_{gi}$

\* Hawkins y Craft.

$$= \frac{194 \times 10^6 \times 100 \times 0.25 \times (1 - 0.30)}{0.00571} = 594.57 \times 10^9 \text{ pies}^3.$$

La fracción de gas producida ( $f_g$ ) en la superficie en base a la producción total es:

$$f_g = \frac{n_g}{n_g + n_o} = \frac{R/379.56}{R/379.56 + 350 (r_o/M_o)}$$

$$f_g = \frac{0.0133 \times 10^6 / 379.56}{0.0133 \times 10^6 / 379.56 + 350 \times 0.7883 / 144.5} = 0.9483$$

Luego:

$$\begin{aligned} \text{Vol. de gas inicial en el yac} &= G' \times f_g = (594.57 \times 10^9)(0.9483) \\ &= 563.83 \times 10^9 \text{ pies}^3. \end{aligned}$$

$$\text{Vol. de aceite inicial en el yac} = \frac{\text{Vol. de gas inicial}}{R}$$

$$\text{Vol. de aceite inicial en el yac} = \frac{563.83 \times 10^9}{0.0133 \times 10^6} = 42.39 \times 10^6 \text{ bl.}$$

#### VII.3.- Ecuación de Balance de Materia.

Para calcular el gas y condensado iniciales en el yacimiento fue necesario conocer, además de la porosidad y saturación de agua congénita, el volumen de roca. En muchos casos, sin embargo, no se conoce con suficiente aproximación uno o varios de estos factores, por lo que, para calcular el gas y condensado iniciales en el yacimiento, se tiene la alternativa de usar el método de balance de materia. Para esto, la Ec. VI.6, se puede aplicar a yacimientos de gas y condensado, con y sin entrada de agua, considerando que el volumen inicial de condensado es despreciable. En esta ecuación queda involucrado el factor de desviación  $Z$  para dos fases\*, en el factor de volumen  $B_g$ , cuando la presión es menor que la presión de rocío.

#### VII.4.- Simuladores Composicionales.

En la explotación de un yacimiento de gas y condensado, al llegar a la presión de rocío se inicia un cambio, tanto en la composición de la fase gaseosa como en la composición de la fase líquida recién formada. Para estudiar el comportamiento del yacimiento, tomando en cuenta este fenómeno, ha sido necesario desarrollar modelos matemáticos muy complicados, que consideran el intercambio de masa entre las fases (en un trabajo

\* Craft y Hawkins, pág. 82.

reciente\*\* se considera que "los métodos tradicionales de balance de materia son inadecuados para predecir el comportamiento de este tipo de yacimientos") A éstos se les conoce como modelos o simuladores composicionales, cuyo manejo y aplicación requieren de un entrenamiento especial. El desarrollo de estos modelos implica un amplio conocimiento de ingeniería de yacimientos, métodos numéricos y programación en computadoras.

En el Instituto Mexicano del Petróleo se dispone de un simulador composicional, que fue desarrollado como tesis de Maestría en Ingeniería Petrolera. Toma en cuenta flujo trifásico bidimensional, las fuerzas viscosas, capilares y gravitacionales, la heterogeneidad del yacimiento, la variación del espesor y la compresibilidad de la formación. Por otra parte, cabe aquí mencionar que también se dispone, tanto en el IMP como en el Departamento de Explotación del Petróleo de la Facultad de Ingeniería, de simuladores numéricos que no toman en cuenta la transferencia de masa entre las fases. Estos son aplicables a los llamados yacimientos de "aceite negro" (yacimientos de aceite no volátil o de bajo encogimiento), considerando la heterogeneidad del yacimiento, el flujo multifásico en el medio poroso, la variación de peso, de volumen y de presión, etc.

*En el cálculo de volúmenes originales de hidrocarburos, se calcula por fases, para el reservorio, por el volumen de roca porosa, y por el volumen de material sólido (aceite negro).*

## NOMENCLATURA

La nomenclatura que se utiliza es la aceptada por la SPE\*, que es la que se usa generalmente en la práctica de la Ingeniería de Yacimientos en nuestro país. Esta nomenclatura se presenta en la Sección I.2, páginas 2 a 5 de estos apuntes.

\*\* Huinanguillo, Estado actual y capacidad de producción, Pemex, 1981.

\* Society of Petroleum Engineers.

DESARROLLO DE LA ECUACION DE DIFUSION.

BIBLIOGRAFIA

Hnos. Escobar Rosas, M. en I. José Gómez S.  
Trabajo Escrito de "Principios de Mecánica de Yacimientos" (1975)

Craft, B.C. y Hawkins, M.F.  
"Applied Petroleum Reservoir Engineering"  
Prentice Hall, (1959)

De la Fuente, G.G. y Cols.  
"Principios de Ingeniería de Yacimientos"  
Publicación 74 BG/161 del IMP, (1975)

Rodríguez, M. S.  
Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería de Yacimientos, Publicación  
75 BH/196-A del IMP (1975)

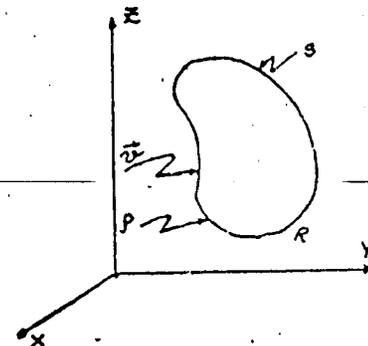
Chilingar, G.V. y Cols: Oil and Gas Production From Carbonate -  
Rocks, Elsevier, (1972).

Pirson, S. J.: Oil Reservoir Engineering, Mc Graw-Hill, (1958)

Los principios físicos que permiten describir matemáticamente el flujo de fluidos en un medio poroso son: ley de conservación de la masa, ley de Darcy o cualquier otra ecuación de movimiento y una ecuación de estado. La ecuación de difusión se obtiene de una combinación de estos principios.

I.1.- ECUACION DE CONTINUIDAD.

Considérese la región R de volumen V de un medio poroso de porosidad  $\eta$ , a través de la cual fluye un fluido de densidad  $\rho$  y velocidad aparente  $\vec{v}$  (ver figura). Sea S la superficie que limita a la región R y supóngase que S y  $\vec{v}$  poseen las propiedades requeridas para que se cumpla el teorema de la divergencia. En la región R, considerando un intervalo de tiempo  $\Delta t$ ,



fluido neto que entra (-F)

- Acumulación neta de fluido (H), - - - - - (1)

Donde F es el fluido neto que sale y (-H) es la disminución neta de fluido, respectivamente. El signo menos que afecta a F en la Ec. 1 se debe a que, en el teorema de la divergencia, si la componente de la velocidad ( $v_n = \vec{v} \cdot \vec{n}$ )\*\* es positiva, el fluido está saliendo de la región R, a través de la superficie S.

El flujo neto de masa hacia afuera de R, por unidad de superficie, por unidad de tiempo, es  $\rho v_n \left[ \frac{m}{L^2} \frac{L}{T} \right] = \rho v_n \left[ \frac{m}{L T} \right]$ ,

donde  $v_n$  es la componente de la velocidad aparente, perpendicular a S en cada punto, y m, L, T representan masa, longitud y tiempo, respectivamente. El flujo neto de masa hacia afuera de R por unidad de tiempo es  $\iint_S \rho v_n ds \Delta t$ , por consiguiente,

$$F = \Delta t \iint_S \rho v_n ds \quad \text{--- (2)}$$

\*\*  $v_n$  es la componente de  $\vec{v}$  en la dirección normal hacia fuera de S, siendo  $\vec{n}$  el vector unitario normal, hacia afuera de S, en cada punto considerado.

El contenido de fluido en un elemento de volumen es

$$\phi \rho dV \left[ \frac{m}{m^3} \cdot m^3 \right] = \phi \rho dV [m].$$

El contenido de fluido en la región R al tiempo t es  $\left[ \iiint_V \phi \rho dV \right]_t$ .

En forma similar, el contenido de fluido en R al tiempo

$$t + \Delta t \text{ es } \left[ \iiint_V \phi \rho dV \right]_{t+\Delta t}$$

Entonces

$$H = \left[ \iiint_V \phi \rho dV \right]_{t+\Delta t} - \left[ \iiint_V \phi \rho dV \right]_t \quad (3)$$

Por otra parte, aplicando el teorema de la divergencia:

$$\iiint_V \rho \vec{v}_n ds = \iiint_V \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV \quad (4)$$

Substituyendo las Ecs. 2 a 4 en la Ec. 1, dividiendo entre  $\Delta t$  y tomando el límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$  se obtiene:

$$-\iiint_V \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \phi \rho dV \quad (5)$$

Aplicando la regla de Leibniz extendida a integrales triples:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \phi \rho dV = \iiint_V \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) dV$$

De esta manera

$$-\iiint_V \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV = \iiint_V \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) dV$$

o bien

$$\iiint_V \left[ -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \right] dV = 0$$

Puesto que R es una región arbitraria, finalmente se obtiene:

$$-\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (6)$$

\* Kreyszig, E. Advanced Engineering Mathematics, John Wiley and Sons, (1969).

que es la forma general de la ecuación de continuidad.

### 1.2.- LEY DE MOVIMIENTO.

Es una relación de la velocidad con el gradiente de presiones; la más conocida, la cual se utiliza en el desarrollo de la ecuación de difusión, es la siguiente forma de la ley de Darcy

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad (7)$$

en la que se desprecian los efectos gravitacionales; se considera que el flujo es isotérmico, en régimen laminar.

### 1.3.- ECUACION DE ESTADO.

Las ecuaciones de estado expresan la variación de la densidad de un fluido como función de presión y temperatura. La ecuación de estado que se utiliza para obtener la ecuación de difusión es la que corresponde a un fluido ligeramente compresible, que fluye a temperatura constante.

La compresibilidad c se define como

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (8)$$

de donde, considerando c constante, que es una suposición razonable para fluidos ligeramente compresibles, se tiene

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)} \quad (9)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad del fluido a la presión de referencia  $p_0$ .

### 1.4.- ECUACION DE DIFUSION.

De las Ecs. 6 y 7, suponiendo constantes k y  $\mu$  y considerando un medio poroso incompresible:

$$\nabla \cdot (\rho \nabla p) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (10)$$

y los capilares.

pero, aplicando la regla de la cadena y la Ec. 8:

$$\nabla E = \frac{dP}{dp} \nabla p = c \rho \nabla p$$

Substituyendo este resultado en la Ec. 10 se tienen

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c}{h} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (11)$$

De la Ec. 9:

$$\nabla^2 p = c \rho (\nabla^2 p + c |\nabla p|^2)$$

$$y \quad \frac{\partial p}{\partial t} = c \rho \frac{\partial p}{\partial t}$$

Substituyendo estas expresiones en la Ec. 11:

$$\nabla^2 p + c |\nabla p|^2 = \frac{\phi \mu c}{h} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Como se trata de un fluido ligeramente compresible, para gradientes de presión pequeños se puede escribir finalmente:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c}{h} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (12)$$

que es la ecuación de difusión en forma vectorial.

Escribiendo la Ec. 12 en coordenadas cilíndricas, suponiendo que no existe variación vertical de la presión ni tampoco con el ángulo  $\theta$ , se obtiene la forma más conocida de la ecuación de difusión. Esta es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{h} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (13)$$

• Ejercicio: soluciones de esta ecuación.

APENDICE II

SOLUCIONES A LA ECUACION DE DIFUSION

En este apéndice se presenta el desarrollo de soluciones a la ecuación de difusión en forma radial, en la cual, entre otras suposiciones, se considera que se tiene un fluido ligeramente compresible y de compresibilidad constante.

II.1 Yacimiento infinito. Gasto constante en el pozo y presión inicial uniforme.

El problema que se tiene es resolver la ecuación

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

con las condiciones siguientes:

(i)  $p(r, 0) = p_i$  ,  $r \geq 0$  (condición inicial)...

(ii)  $\left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} = - \frac{q \mu}{2 \pi k h}$  ,  $t > 0$  (condición de frontera interna)

(iii)  $\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i$  ,  $t > 0$  (condición de frontera externa)

La condición (ii) puede ser aproximada por :

$$(ii') \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{q \mu}{2 \pi k h} \quad ;$$

con la cual, para fines prácticos, se obtiene la misma solución que con la condición (ii). Utilizando la aproximación anterior se facilita bastante el problema planteado.

Si se define la variable

$$y = \frac{\phi \mu c r^2}{4 k t} \quad (2)$$

\* Gasto  $q$  en c.y.

que se le llama transformación de Boltzmann, es posible expresar la presión como función de esta variable únicamente; es decir, la Ec. 1, que es una ecuación diferencial parcial, se transforma en una ecuación diferencial ordinaria.

De la Ec. 2 se obtiene:

$$\frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{2Y}{r} \quad (3)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = -\frac{Y}{t} \quad (4)$$

Aplicando la regla de la cadena;

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial r} \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial r} \right) = \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial r^2} + \frac{\partial Y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial Y} \right)$$

$$\text{pero } \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p}{\partial Y} \right) = \left[ \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial p}{\partial Y} \right) \right] \frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2} \frac{\partial Y}{\partial r}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial r^2} + \frac{\partial Y}{\partial r} \left[ \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2} \frac{\partial Y}{\partial r} \right]$$

$$= \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{2Y}{r^2} + \frac{4Y^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2}$$

Substituyendo  $\partial p / \partial r$ ,  $\partial^2 p / \partial r^2$  y  $\partial p / \partial t$  en la Ec. 1, simplificando y usando el signo de derivadas ordinarias puesto que  $p$  queda únicamente en función de  $Y$ ;

$$Y \frac{d^2 p}{dY^2} + (1+Y) \frac{dp}{dY} = 0 \quad (5)$$

Por otra parte, de las condiciones (iii) y (ii'), y considerando la Ec. 2 se tiene, respectivamente:

$$(iv) \lim_{Y \rightarrow \infty} p(Y) = p_i$$

$$(v) \lim_{Y \rightarrow 0} 2Y \frac{dp}{dY} = - \frac{9\mu}{2\pi R h}$$

Haciendo  $\frac{dp}{dY} = p'$ , la Ec. 5 se puede escribir como:

$$Y \frac{dp'}{dY} + (1+Y) p' = 0,$$

de donde

$$\frac{dp'}{p'} + \frac{dY}{Y} = - dY.$$

Integrando:

$$\ln p' + \ln Y = -Y + C_1,$$

o bien

$$\ln\left(\frac{p'y}{C_2}\right) = -y, \quad C_1 = \ln C_2$$

$$\frac{p'y}{C_2} = e^{-y} \quad \therefore p' = \frac{dp}{dy} = C_2 \frac{e^{-y}}{y} \quad (6)$$

De las Ecs. 5 y 6:

$$\lim_{y \rightarrow 0} 2C_2 e^{-y} = -\frac{q\mu}{2\pi kh}$$

por tanto,

$$C_2 = -\frac{q\mu}{4\pi kh}$$

Substituyendo esta expresión en la Ec. 6:

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{q\mu}{4\pi kh} \frac{e^{-y}}{y}$$

Integrando esta ecuación y utilizando la condición (iv) se obtiene:

$$p = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \int_{\infty}^y \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} Ei(-y)$$

( $\alpha$ : variable muda)

$$\therefore p = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{\phi u cr^2}{4kt}\right) \quad (7)$$

donde por definición

$$Ei(-y) = \int_{\infty}^y \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha \quad (8)$$

es la función integral exponencial, la cual se presenta graficada en la literatura. Para valores del argumento menores de 0.0025 la función anterior puede aproximarse por

$$Ei(-y) \approx \ln y + 0.5772$$

La Ec. 7 es la solución de la Ec. 1, con las condiciones indicadas. A la Ec. 7 se le conoce como solución fuente lineal continua.

II.2 Yacimiento cilíndrico volumétrico. Gasto constante en el pozo y presión inicial uniforme.

El problema consiste en resolver la Ec. 1, con las condiciones (i), (ii) y

$$(a) \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0, \quad t \geq 0$$

(sólo la tercera condición es diferente al problema tratado en la Sección II.1 de este apéndice)

El desarrollo de la solución de este problema se presenta en forma condensada; los detalles pueden consultarse en: "Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería de Yacimientos", Rodríguez N.R., IMP (1974 y 1976). Usando las variables adimensionales:

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} \quad (9)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (10)$$

$$p_D = \frac{2\pi kh(p-p_i)}{q\mu} \quad (11)$$

la Ec. 1 y las condiciones (i), (ii) y (a) se pueden escribir, respectivamente:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (12)$$

$$(b) p_D(r_D, 0) = 0, \quad r_D \geq 0$$

$$(c) \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = -1, \quad t_D > 0$$

$$(d) \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=r_{eD}} = 0, \quad t_D \geq 0$$

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec. 12 y a las condiciones (b) a (d) se tiene:

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} = s \bar{p}_D \quad (13)$$

( $\bar{p}_D$  es la transformada de Laplace de  $p_D$ )

$$(e) \bar{p}_D = 0, \text{ correspondiente a } t_D = 0$$

$$(f) \left(\frac{d\bar{p}_D}{dr_D}\right)_{r_D=1} = -\frac{1}{s}$$

$$(g) \left(\frac{d\bar{p}_D}{dr_D}\right)_{r_{eD}} = 0$$

La solución de este problema de valores en la frontera es:

$$\bar{p}_D = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{s}) I_0(r_D\sqrt{s}) + I_1(r_{eD}\sqrt{s}) K_0(r_D\sqrt{s})}{s^{3/2} [I_1(r_{eD}\sqrt{s}) K_1(\sqrt{s}) - I_1(\sqrt{s}) K_1(r_{eD}\sqrt{s})]}, \quad (14)$$

cuya antitransformada de Laplace es la solución del problema original. Esta solución es la Ec. V.8 de este trabajo.

II.3 Yacimiento cilíndrico. Gasto constante en el pozo y presión constante en la frontera externa.

La diferencia con los problemas de las Secciones II.1 y II.2 de este apéndice es la tercera condición, la cual es  $p(r_e, t) = p_i; t > 0$ . Con el procedimiento anterior se obtiene la solución en transformadas de Laplace:

$$\bar{p}_D = \frac{I_0(r_{eD}\sqrt{s}) K_0(r_D\sqrt{s}) - K_0(r_{eD}\sqrt{s}) I_0(r_D\sqrt{s})}{s^{3/2} [I_1(\sqrt{s}) K_0(r_{eD}\sqrt{s}) + K_1(\sqrt{s}) I_0(r_{eD}\sqrt{s})]}, \quad (15)$$

cuya antitransformada es la Ec. V.9.

Para tiempos grandes corresponde la siguiente antitransformada:

$$p_D = \ln \frac{r_{eD}}{r_D} - \ln \frac{r_e}{r}$$

Usando la Ec. 11 de este apéndice se obtiene finalmente

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p)}{\mu \ln r_e/r} \quad (16)$$

que es la ecuación conocida de flujo radial, lo que significa que, para el problema planteado, se llega a presentar régimen permanente a partir de un determinado tiempo de explotación.

A P E N D I C E III

ECUACIONES PARA FLUJO DE UN FLUIDO HOMOGENEO EN REGIMEN PERMANENTE\*

	Unidades de Darcy	Unidades prácticas **	
Presión	atm	kg/cm <sup>2</sup>	lb/pg <sup>2</sup>
Longitud	cm	m	pie
Viscosidad	cp	cp	cp
Permeabilidad	darcys	md	darcys
Flujo lineal	$q_{cy} = \frac{Ak \Delta p}{\mu L}$	$q_{cy} = \frac{1.127Ak \Delta p}{\mu L}$	$q_{cy} = \frac{8.364 \times 10^{-3} Ak \Delta p}{\mu L}$
	$q_{cs} = \frac{AkPm \Delta p}{\mu Pcs L}$	$q_{cs} = \frac{1.127AkPm \Delta p}{\mu Pcs L}$	$q_{cs} = \frac{8.364 \times 10^{-3} AkPm \Delta p}{\mu Pcs L}$
Flujo radial	$q_{cy} = \frac{2\pi kh \Delta p}{\mu L \ln(re/rw)}$	$q_{cy} = \frac{7.07 kh \Delta p}{\mu L \ln(re/rw)}$	$q_{cy} = \frac{5.255 \times 10^{-2} kh \Delta p}{\mu L \ln(re/rw)}$
	$q_{cs} = \frac{2\pi kh Pm \Delta p}{\mu Pw L \ln(re/rw)}$	$q_w = \frac{7.07 kh Pm \Delta p}{\mu Pw L \ln(re/rw)}$	$q_w = \frac{5.255 \times 10^{-2} kh Pm \Delta p}{\mu Pw L \ln(re/rw)}$

\* Pirson, S.J.: Oil Reservoir Engineering, (1958)

\*\* Se incluyen "nuestras" unidades prácticas.