

## 2.- Fundamentos teóricos del método

### 2.1. Introducción

La finalidad del método de tomografía eléctrica es la de detectar y localizar estructuras geológicas o de otro tipo (cavernas, cuerpos enterrados, etcétera) basado en el contraste resistivo en el subsuelo. Ésta consiste en la inyección de corriente al terreno mediante electrodos de cobre o acero, con estas mediciones se puede determinar la resistividad verdadera del subsuelo. Los datos recabados son sometidos a un proceso de inversión con un software para después interpretarlos.

La corriente eléctrica inyectada al subsuelo se desplaza de forma tridimensional (Figura 2.2) y ésta varía por diferentes factores (saturación de agua, contenido de minerales, porosidad, etcétera).

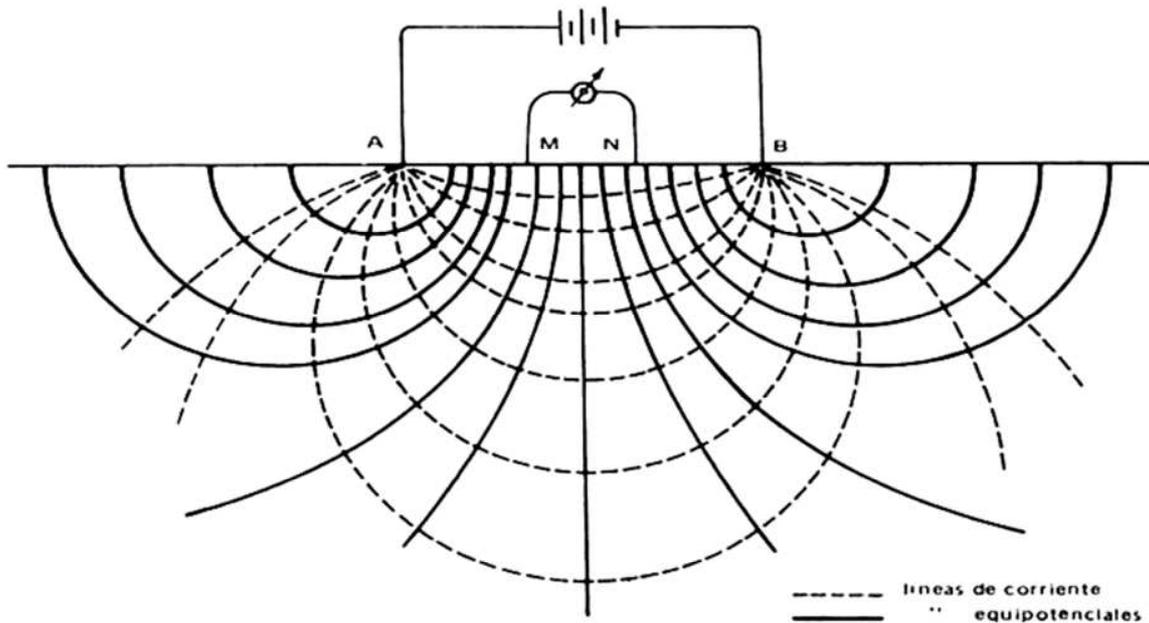


Figura 2.1. Comportamiento de la corriente inyectada en el subsuelo, donde A y B son los electrodos de corriente y M, N son los electrodos de potencial (Cantos, 1987).

### 2.2. Ecuaciones generales

Según Cantos (1987), los métodos convencionales sólo utilizan 4 electrodos, los cuales debían ser cambiados manualmente para cada medición que se quisiera realizar y se basan en introducir en el terreno, un campo eléctrico de corriente continua mediante dos electrodos de corriente (A, B) conectados a una fuente de poder, mientras que con los otros dos electrodos (M, N) que están conectados a un voltímetro, se mide cual es la diferencia de potencial eléctrica  $\Delta V$  entre esos

dos puntos, parámetro a partir del cual se podrá calcular el valor de la resistividad en el punto medio del dispositivo y a una profundidad (Figura 2.2).

La corriente penetrará por A con una intensidad  $I_A$  en el subsuelo y lo transitará, saldrá por B con una intensidad  $I_B$  volviendo al generador para cerrar el circuito. Lo que da como resultado:

$$I_A + I_B = 0 \quad (2.1)$$

Si el campo es fijo:

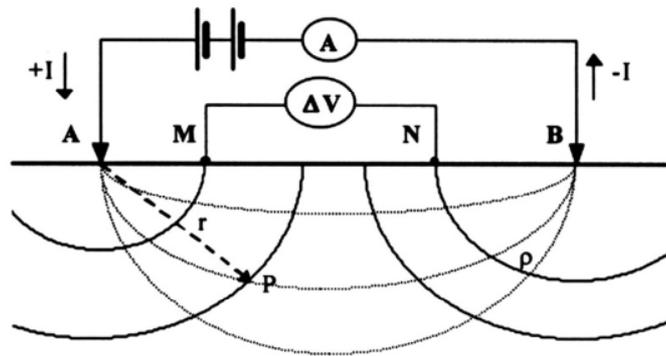


Figura 2.2 Aplicación de corriente eléctrica al terreno, se muestra la inyección de corriente  $I$  entre los electrodos AB y se mide el potencial  $\Delta V$  entre el par de MN (Orellana, 1982).

Utilizando el desarrollo teórico de Orellana (1982) se tiene que si se parte de las ecuaciones de Maxwell que son las que explican el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.3)$$

Donde por tratarse de un campo estacionario, se anularán las derivadas de tiempo y entonces quedará:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.5)$$

Se usará la ecuación 2.4 porque ésta muestra que el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  es conservativo ya que deriva de un potencial escalar  $U$ . Por lo tanto esto queda:

$$E = -\nabla U \quad (2.6)$$

Por otra parte se utilizará la ley de Ohm en su forma diferencial para medios en los cuales todas sus condiciones sean iguales:

$$J = \sigma E \quad (2.7)$$

Esta ley dice que la densidad de corriente  $J$  en un punto, tiene la misma dirección y sentido que el campo  $E$  en el mismo punto, y es proporcional a él. El factor de proporcionalidad es la conductividad  $\sigma$  inversa de la resistividad  $\rho$ .

Por esto se cumplirá la ecuación de continuidad en todos los puntos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot J = 0 \quad (2.8)$$

Al eliminar la derivada de tiempo se reduce a:

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (2.9)$$

Que será válida en todo el semiespacio exceptuando los electrodos.

Al combinar la ecuación 2.9 con la 2.7, da como resultado:

$$\nabla \cdot J = \nabla \cdot (\sigma E) = 0 \quad (2.10)$$

Desarrollando la ecuación

$$\nabla \cdot (\sigma E) = \sigma \nabla \cdot E + E \cdot \nabla \sigma = -\sigma \nabla \cdot \nabla U + E \cdot \nabla \sigma = -\sigma \nabla^2 U + E \cdot \nabla \sigma = 0 \quad (2.11)$$

Para una región homogénea e isótropa, por lo tanto:

$$\nabla^2 U = 0 \quad (2.12)$$

Que es la ecuación de Laplace, la cual será válida en todo el semiespacio conductor, exceptuando en los electrodos.

Si se traza alrededor del electrodo A y dentro del semiespacio inferior una superficie semiesférica, en cualquier punto de ella, por razón de simetría, la densidad de corriente  $J$  tendrá el mismo valor y estará dirigida radialmente (Figura 2.3). La integral de  $J$  sobre la superficie semiesférica será igual a  $I$  por lo que si el radio es  $r$  se tendrá

$$2\pi r^2 J = I \quad (2.13)$$

Y por lo tanto

$$J = \sigma E = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (2.14)$$

De donde

$$|E| = \frac{I}{\sigma 2\pi r^2} = \frac{I\rho}{2\pi r^2} \quad (2.15)$$

Entonces el campo de E de un electrodo puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia  $r$ .

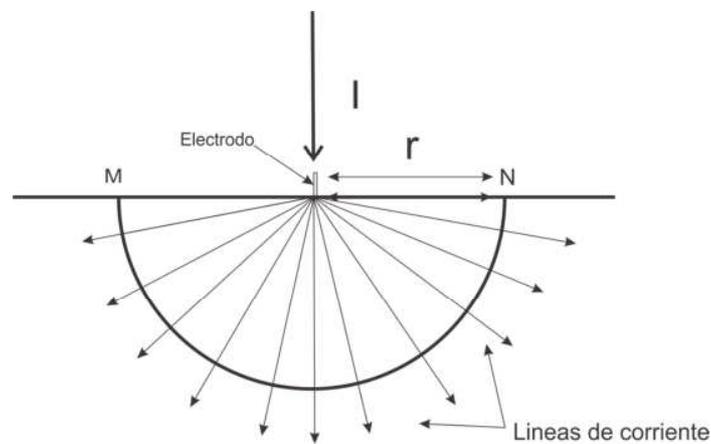


Figura 2.3. Se muestran los vectores de densidad de corriente en el semiespacio homogéneo, con un electrodo en la superficie (Cantos, 1987).

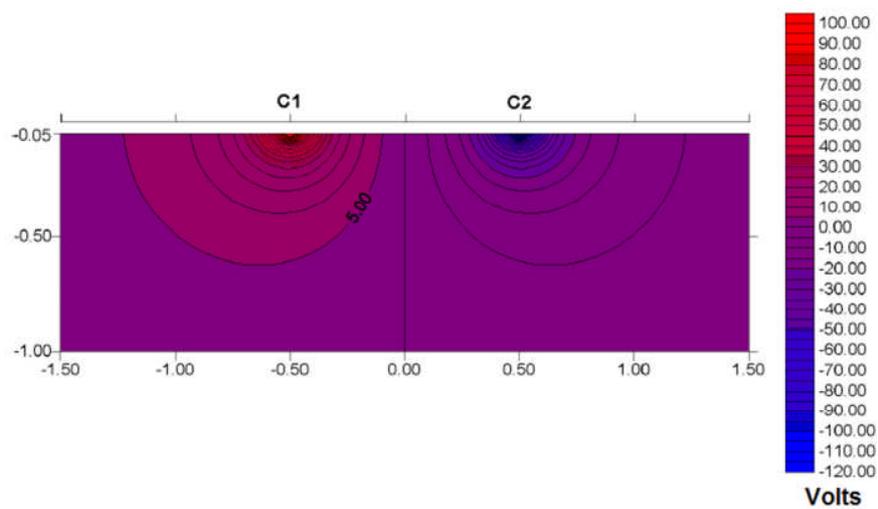


Figura 2.4. La distribución del potencial causado por un par de electrodos de corriente (Loke, 2010).

Cantos (1987) define la ecuación del potencial entre los puntos M y N como:

$$U_N^M = -\int_N^M E \cdot dl \quad (2.16)$$

La cual sirve de base para el estudio de las diferentes configuraciones geométricas utilizadas. Como el campo es conservativo. Entonces, si  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias respectivas de los puntos M y N al electrodo resultando:

$$U_N^M = \frac{I\rho}{2\pi} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.17)$$

Se consideran potenciales absolutos, por lo tanto, habrá que atribuir a un punto determinado el potencial cero. Se atribuye como origen del potencial a un punto situado a distancia infinita de la corriente, por lo que se encontrará el potencial absoluto en el punto M calculando el límite de la ecuación anterior para  $r_3 \rightarrow \infty$ .

Utilizando el teorema de la superposición que describe Milsom (2003) de los campos eléctricos dará como resultado:

$$U_M = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) \quad (2.18)$$

De la misma forma, se aplica en el punto N y se tendrá:

$$U_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) \quad (2.19)$$

Y entonces la diferencia de potencial entre los puntos M y N dará:

$$\Delta U = U_M - U_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) - \left( \frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) \right] \quad (2.20)$$

Al despejar la resistividad  $\rho$ , la ecuación queda:

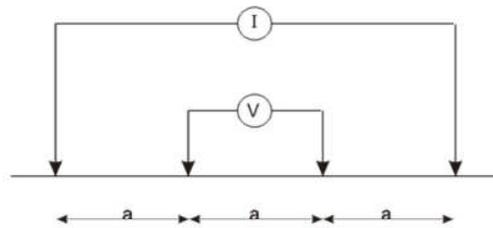
$$\rho = \frac{2\pi}{\left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) - \left( \frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right)} \cdot \frac{\Delta U}{I} = k \frac{\Delta U}{I} \quad (2.21)$$

Donde el factor geométrico ( $k$ ) resulta ser una función dependiente del tipo de dispositivo empleado y viene dado por:

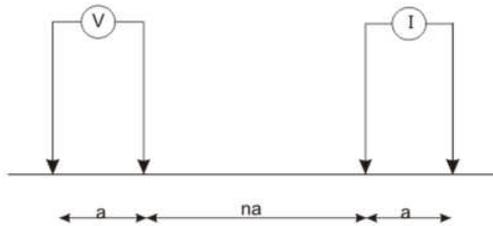
$$k = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM}\right) - \left(\frac{1}{AN} - \frac{1}{BN}\right)} \quad (2.22)$$

La magnitud del factor geométrico ( $k$ ) se determina por la distancia entre los electrodos del dispositivo y se le da el nombre de factor geométrico. En el caso del Dipolo-Dipolo y el Wenner-Schlumberger cuentan con dos parámetros, el dipolo de longitud "a" y el dipolo de separación "n" (Figura 2.5).

a) Wenner  $k = 2\pi a$



b) Dipolo Dipolo  $k = \pi n(n+1)(n+2)a$



c) Wenner Schlumberger  $k = \pi n(n+1)a$

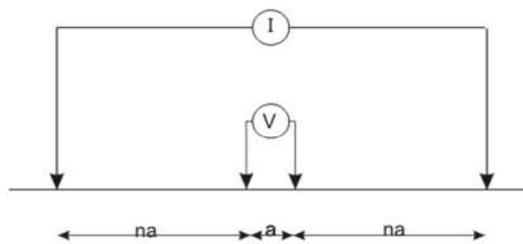


Figura 2.5. Arreglos con sus distintos factores geométricos (Milsom, 2003).

La ecuación (2.22), es para un medio homogéneo, aunque también se puede aplicar para la interpretación de los resultados de una medición hecha en la superficie de un terreno heterogéneo, es decir, se adquiere una magnitud parcial de la resistividad. A esta magnitud parcial se le conoce como resistividad aparente y está dada por  $\rho_a$ .

### 2.3. Resistividad Aparente

Según Jakubovskii y Liajov (1980) la ecuación general de la resistividad aparente se escribe:

$$\rho_a = k \frac{\Delta U}{I} \quad (2.23)$$

En el caso particular de un medio homogéneo, la resistividad aparente coincide con la resistividad verdadera  $\rho_a = \rho$ .

Esto rara vez se da ya que el subsuelo no consta de capas homogéneas vertical y lateralmente (Figura 2.6), es por esto que en la geofísica, en el método de prospección eléctrica, se ocupa el concepto de resistividad aparente.

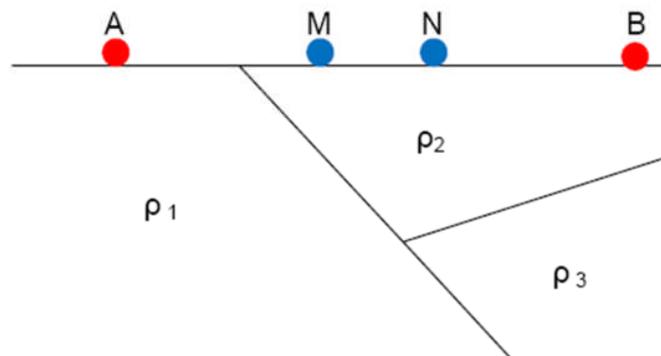


Figura 2.6. Ejemplo de un medio heterogéneo en el subsuelo (De la Torre, 2010).

Jakubovskii y Liajov (1980) escriben que la resistividad aparente ( $\rho_a$ ) no depende de la intensidad de corriente ( $I$ ) que se envía al terreno, ya que la variación de corriente origina otra variación proporcional a la diferencia de potencial  $\Delta U$ . Esta variable no es el promedio de los valores de resistividad ( $\rho$ ) obtenidos del subsuelo, sino que cada valor de resistividad aparente ( $\rho_a$ ) es una medición individual que se asocia al punto inmediatamente debajo del centro del arreglo empleado y de la distribución real de la resistividad ( $\rho$ ).

Al calcular el factor geométrico ( $k$ ) se obtiene la localización del punto al cual se le atribuye el valor de resistividad aparente, a éste se le conoce como punto de atribución.

## 2.4. Diferentes arreglos de electrodos

La medición del potencial eléctrico en un semiespacio homogéneo se hace mediante un arreglo geométrico de electrodos. Se tienen cuatro electrodos, A y B (denominados de corriente), M y N (denominados de potencial) de los cuales se mide la diferencia de potencial del campo eléctrico creado.

Hay diferentes tipos de arreglos ya que los electrodos pueden adoptar cualquier disposición geométrica sobre el plano que representa la superficie del terreno.

A continuación se describen las características de los arreglos que fueron seleccionados para realizar el estudio en la zona de interés.

### 2.4.1. Dipolo-Dipolo

Según Orellana (1982) este arreglo consiste en cuatro electrodos dispuestos en forma lineal –ABMN– sobre un perfil (Figura 2.7); es ampliamente usado por el bajo acoplamiento entre la corriente y los circuitos potenciales. El espaciamiento entre los electrodos de corriente es determinado por el factor “a” que es la misma distancia entre los electrodos de potencial, además este arreglo tiene otro factor denominado “n”. Para los estudios con este arreglo el factor “a” se mantiene fijo y el factor “n” se va incrementando ya que con esto se busca aumentar la profundidad de investigación. El arreglo Dipolo-Dipolo presenta una alta resolución para los contrastes laterales de resistividad, tiene una resolución mayor en niveles cercanos a la superficie y es el arreglo que presenta un mayor número de mediciones, por lo tanto es bueno para encontrar estructuras verticales tales como cavidades pero relativamente pobre para encontrar estructuras horizontales tales como diques o capas sedimentarias. Su disposición es la siguiente:

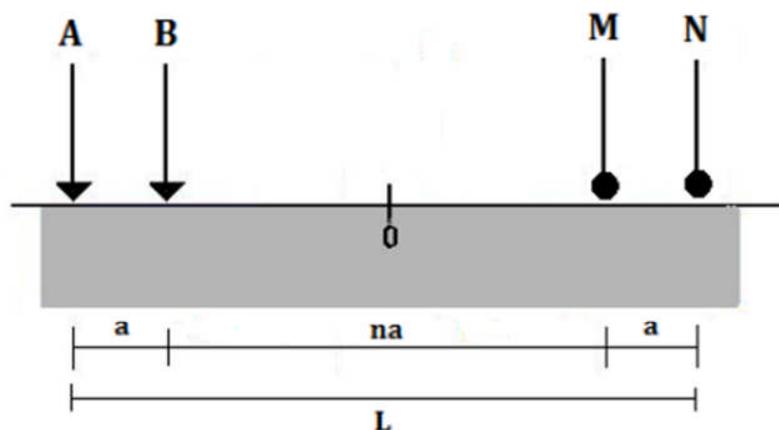


Figura 2.7. Disposición de los electrodos en el arreglo Dipolo-Dipolo (Chelotti y Acosta, 2010).

La Figura 2.8, muestra el alcance aproximado del arreglo Dipolo-Dipolo en el subsuelo, es decir, los niveles de profundidad alcanzados.

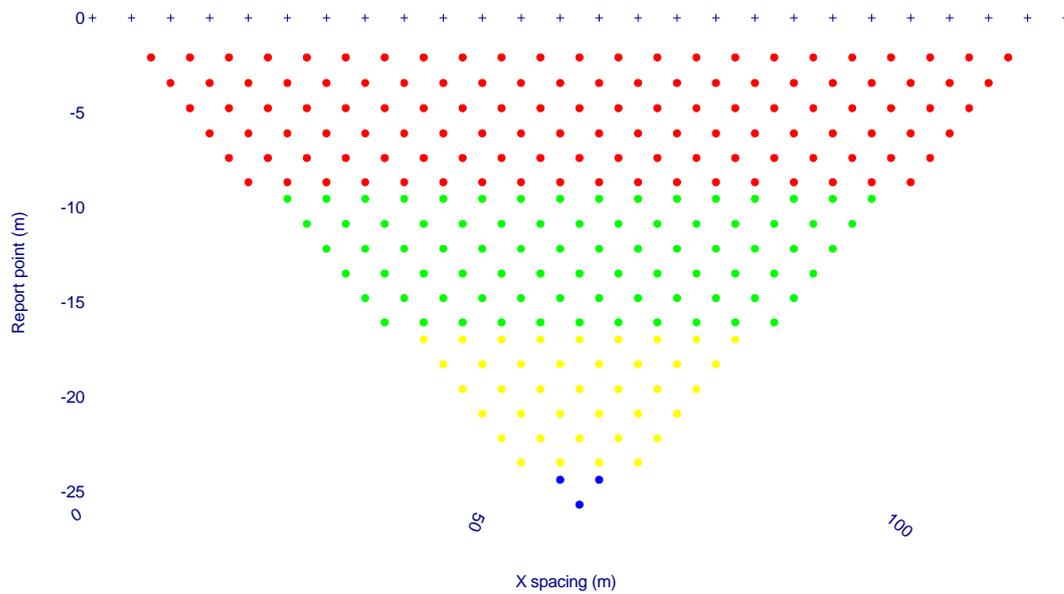


Figura 2.8. Diagrama de puntos de adquisición para el arreglo Dipolo-Dipolo (Iris Instruments, 2010).

La ecuación para el cálculo de la resistividad aparente para este arreglo es:

$$\rho_a = \pi n(n+1)(n+2)a \frac{\Delta V}{I}$$

En general este arreglo tiene una profundidad de investigación muy buena, ya que, no es tan superficial comparándose con el arreglo Wenner pero por lo mismo tiene una desventaja, capta mucho ruido ambiental (Edwards, 1977). Tiene mejor cobertura horizontal, esta puede ser una gran ventaja cuando el número de nodos es pequeño.

Una desventaja es que la fuerza de la señal es baja para "n" con valores grandes, ya que la señal del arreglo con un factor de "n" pequeño es 28 veces más fuerte que con un factor de "n" grande (Loke, 2010).

#### 2.4.2. Wenner-Schlumberger

Este arreglo es una combinación de los arreglos Wenner y Schlumberger (Pazdirek y Blaha, 1996) o sea un híbrido, es llamado así por el movimiento lateral que se aplica al arreglo Schlumberger, los electrodos AMNB se ponen simétricamente en línea, donde la distancia de los electrodos de potencial MN es

mucho menor que las de los electrodos de corriente AB (Figura 2.11). Por lo tanto este arreglo es sensible tanto a estructuras verticales (cambios en la resistividad horizontal) como a horizontales (cambios en la resistividad vertical). Su profundidad de investigación media es 10% mayor que la del arreglo Wenner. La fuerza de su señal es mayor que la del arreglo Dipolo-Dipolo pero menor a la del arreglo Wenner (Loke, 2010).

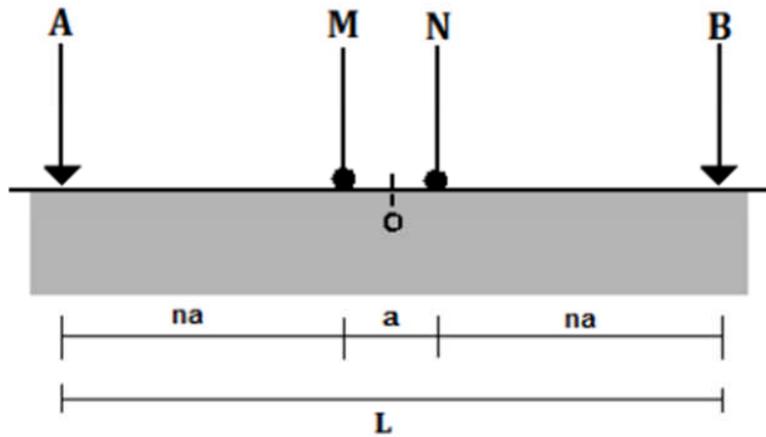


Figura 2.9. Disposición de los electrodos en el arreglo Wenner-Schlumberger (Chelotti y Acosta, 2010).

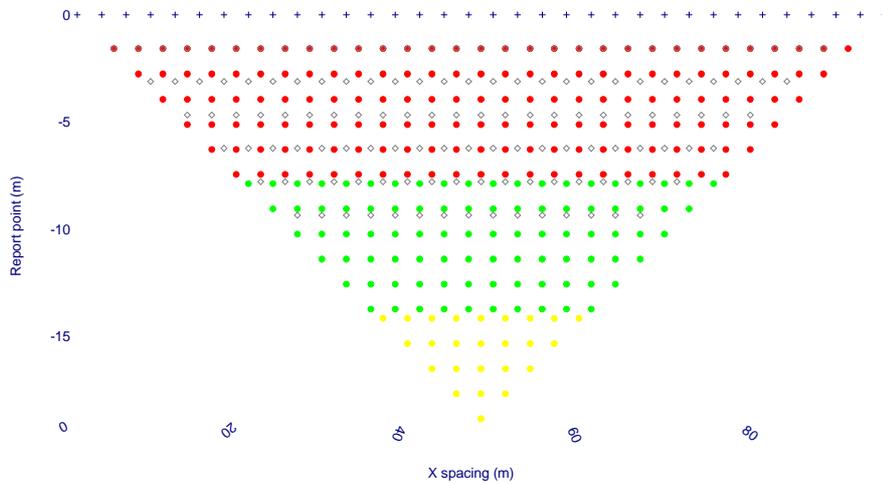


Figura 2.10. Diagrama de puntos de adquisición para el arreglo Wenner-Schlumberger (Iris Instruments, 2010).

Su ecuación para determinar la resistividad aparente es la siguiente:

$$\rho_a = \pi n(n + 1)a \frac{\Delta V}{I}$$

### 2.4.3. Wenner

En este arreglo los electrodos son equidistantes entre sí, a una distancia denominada “a” siendo esta la que más convenga al estudio (Figura 2.11), además tiene contornos casi horizontales en el centro del arreglo por esto es relativamente sensible a los cambios verticales en la resistividad del subsuelo; sin embargo, es menos sensible a cambios horizontales en la resistividad del subsuelo (estructuras verticales estrechas) (Loke, 2010). Este arreglo es el que toma menos mediciones (Figura 2.12).

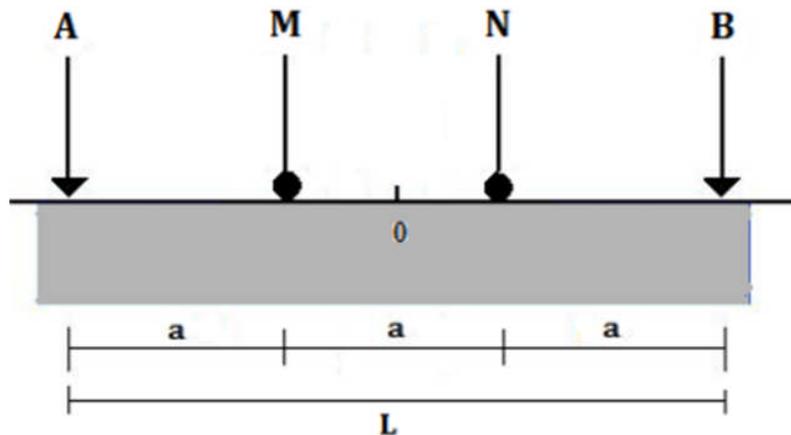


Figura 2.11. Disposición de los electrodos en el arreglo Wenner (Chelotti y Acosta, 2010).

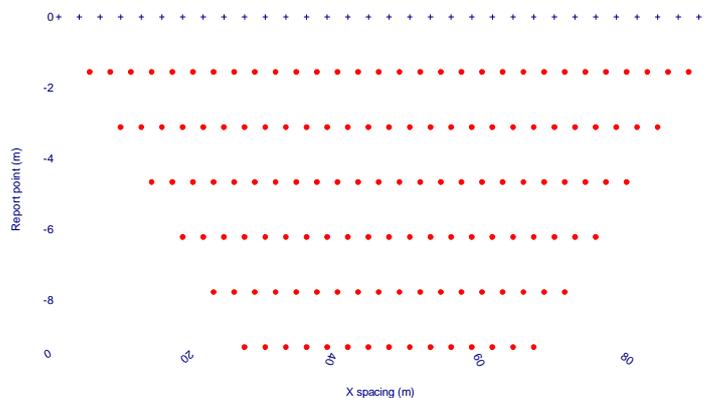


Figura 2.12. Diagrama de puntos de adquisición para el arreglo Wenner (Iris Instruments, 2010).

La ecuación para determinar su resistividad aparente es:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}$$

Según Loke (2010), la profundidad media de investigación de este arreglo es aproximadamente 0.5 veces el espacio utilizado del factor “a”. Comparado con

otros arreglos este tiene una profundidad moderada de investigación, además de tener la intensidad de señal más fuerte, esto es bueno si se realiza el estudio en una zona con mucho ruido. Una desventaja de este arreglo es la relativa pobre cobertura horizontal si el espaciamiento entre electrodos se incrementa.

## 2.5. Factores que afectan la resistividad

La resistividad eléctrica es un parámetro con mayor amplitud de variación en función de las características del terreno. Algunos de los factores que afectan la medición en el subsuelo se mencionan a continuación:

- Saturación
- Temperatura
- Porosidad
- Salinidad del fluido
- Litología
- Procesos geológicos
- Presencia de materiales arcillosos con alta capacidad de intercambio catiónico

Estrictamente hablando, todos los cuerpos son eléctricamente conductores dado que permiten, en mayor o menor medida, el paso de portadores de cargas eléctricas. Estos portadores pueden ser electrones o iones, hecho que permite distinguir entre dos tipos de conductividad: electrónica y electrolítica. En la conducción electrónica, el flujo de corriente es por medio de electrones libres y en la conducción electrolítica el flujo de corriente es a través del movimiento de iones en el agua subterránea.

En la Figura 2.13 se exponen algunos rangos típicos de resistividad, en donde de forma implícita se muestra la influencia de algunos factores anteriormente citados.

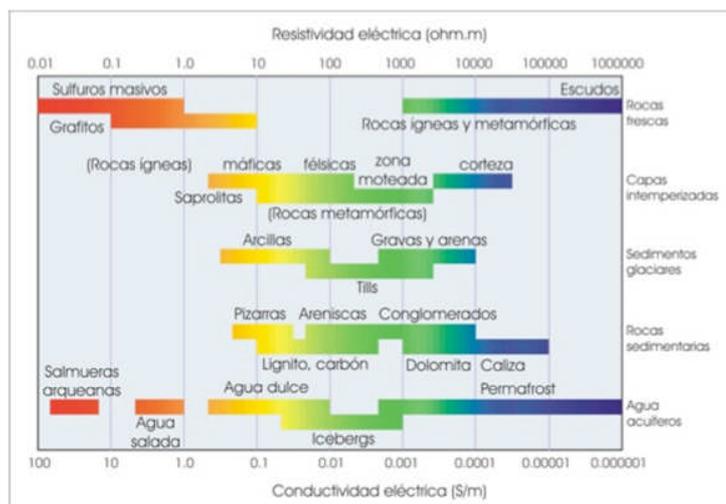


Figura 2.13. Rangos de resistividad para rocas y suelos.

## 2.6. Técnicas de prospección eléctrica de corriente continua.

Las técnicas de prospección eléctrica se dividen generalmente en:

### 2.6.1. SEV (Sondeo eléctrico vertical)

Esta técnica tiene por objeto la distribución de la resistividad en sentido vertical y la interpretación de los datos es cuantitativa. Se elaboran una serie de mediciones de resistividad aparente variando la distancia entre los electrodos de corriente mientras que el espaciamiento de los electrodos de potencial permanece fijo, al modificar la distancia de los electrodos de corriente aumenta la profundidad de investigación.

### 2.6.2. Perfilaje eléctrico

Es un método de investigación horizontal a profundidad constante, es adecuado para detectar estructuras que se presentan al observar los cambios en la resistividad de forma lateral, las distancias entre los electrodos de corriente y de potencial son constantes, de tal manera que el arreglo de electrodos se mueve sin cambiar su forma en la superficie del terreno. La interpretación de los datos con esta técnica es de forma cualitativa (también llamadas calicatas).

### 2.6.3. Tomografía Eléctrica

Es un método de resistividad multielectrodo (Figura 2.14), que se basa en el modelado en dos dimensiones (2D) de la resistividad del terreno mediante el empleo de técnicas numéricas (elementos finitos o diferencias finitas).

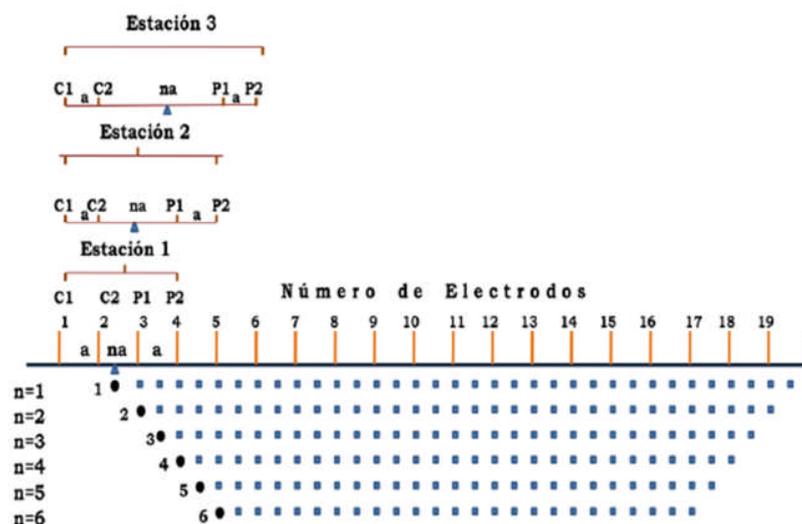


Figura 2.14.- Esquema del funcionamiento de la tomografía eléctrica en 2D. C1 y C2 corresponden a los electrodos de corriente, P1 y P2 a los electrodos de potencial, a es la distancia interelectódica y n es el radio de la distancia entre los electrodos de potencial y los de corriente (Loke y Barker, 1995).

Se utilizó una unidad central Syscal Pro de Iris Instruments de 48 canales, esta unidad central tiene la característica de ajustar automáticamente la corriente de salida, esto con la finalidad de optimizar el voltaje de entrada para así obtener datos con la mayor calidad posible y por ende confiables.

Los datos recabados en la unidad se procesaron con el software comercial RES2DINV, producido por Geotomo Software (2006). Este software utiliza la técnica de mínimos cuadrados para invertir todos los datos recabados y obtener los modelos en 2D que son configurados en la forma de una pseudosección, las cuales posteriormente se interpretan con ayuda de los datos que se obtienen de la zona de estudio. Esta pseudosección refleja específicamente la variación del espacio 2D de resistividad aparente en el perfil investigado. Sin embargo los contornos de las estructuras vistas en el programa dependen por un lado de la distribución de los contrastes de resistividad del subsuelo y por el otro de los diferentes arreglos geométricos empleados.