



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Conversión y optimización de una  
transmisión manual a una  
transmisión de doble embrague**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Mecánico**

**P R E S E N T A N**

González Solís Sergio Iván

Ricardez Reyes Angel Eduardo

Ricardez Reyes Carlos Gerardo

**DIRECTOR DE TESIS**

M. en I. Ledezma Rubio Yahvé Abdul



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018**

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Ortiz Prado Armando.  
Vocal: M.I. Ledezma Rubio Yahvé Abdul.  
Secretario: Dr. Naude de la Llave Jorge Luis.  
1° Suplente: Dr. Adrián Espinoza Bautista.  
2° Suplente: Dr. Rincón Gómez Rodrigo Alberto.

Lugar donde se desarrolló la tesis:

Universidad Nacional Autónoma de México (Facultad de Ingeniería), Ciudad de México.

Asesor del tema:

Ledezma Rubio Yahvé Abdul. \_\_\_\_\_

Sustentantes:

González Solís Sergio Iván \_\_\_\_\_

Ricardez Reyes Angel Eduardo \_\_\_\_\_

Ricardez Reyes Carlos Gerardo \_\_\_\_\_

## **Agradecimientos**

El llegar a concluir la licenciatura, con un trabajo de tesis, fue una tarea ardua que requirió dedicación y empeño. Sin embargo, no me puedo atribuir el crédito únicamente a mi persona; por lo tanto, comparto el crédito y agradecimiento con las siguientes personas:

A mi madre, por haberme dado la vida y guiado en ésta con su ejemplo hasta el día de hoy.

A mi hermano, que siempre me ha acompañado y brindado su apoyo incondicional.

A mi padre, que me ha enseñado los obstáculos que existen en la vida.

A mi familia, que nunca dejó de confiar en mí.

A mis compañeros de tesis, por haberme dado la oportunidad de participar en este trabajo y por los grandes momentos que pasamos durante estos años de la licenciatura.

A mi amigo de toda la vida, por siempre darme un buen consejo y apoyo en cualquier momento.

A todos mis amigos y compañeros de la licenciatura, por haber hecho que mi época universitaria sea inolvidable.

A todos mis profesores de licenciatura, que me enseñaron que siempre hay algo nuevo que aprender y desarrollar en el mundo de la ingeniería; en especial, al M.I. Yahvé Abdul Ledezma Rubio por haber creído en nosotros y guiado durante el desarrollo de este trabajo.

A la División de Ingeniería Mecánica e Industrial, en especial al Ing. Miguel Ángel Hernández Alcántara, por las facilidades que nos brindó para la realización de este trabajo.

Y, por último, a la Universidad Nacional Autónoma de México, en especial a la Facultad de Ingeniería, por haberme abierto las puertas y dado la oportunidad de estudiar una de las mejores carreras profesionales que se imparte en esta gran casa de estudios.

*González Solís Sergio Iván.*

Agradezco a mi familia por el apoyo incondicional que me han brindado a lo largo de toda mi vida en cualquier ámbito, en especial, por el brindado para poder concluir los estudios profesionales. También agradezco la educación y enseñanzas que me han otorgado, las cuales, son el sustento de lo que soy y de lo que pienso. Siempre han sido y serán mi mayor inspiración.

Gracias a mis amigos por siempre compartir momentos de éxito y fracaso, de felicidad y adversidad, por hacer únicos los momentos vividos en su compañía.

Agradezco a mis profesores por todas las enseñanzas brindadas en las aulas y fuera de ellas, especialmente al M.I Yahvé Abdul Ledezma Rubio quien ha sido mi mentor a lo largo de mi estancia en la universidad y me ha brindado los conocimientos de esta profesión. Gracias al Ing. Miguel Ángel Hernández Alcántara por enseñarme todo lo correspondiente a la profesión desde la práctica.

Gracias a la Facultad de Ingeniería de la UNAM por ser mi casa y cobijarme durante estos últimos años, por permitirme vivir los mejores momentos de mi vida en su interior.

*Ricardez Reyes Angel Eduardo.*

Gracias a mi familia, por ser mi más grande alegría desde la infancia. Gracias a mi padre, porque con su amor y ejemplo me ha enseñado a ser un buen ser humano. Gracias a mi madre, que con su cariño inmensurable me ha guiado por el camino de los buenos valores. Gracias a mi abuela, que como una madre siempre ha alimentado mi espíritu. Gracias a mis hermanos, por cuidar de mí y nunca dejarme solo.

Gracias a mis amigos, por tantos momentos de felicidad dentro y fuera del aula. Gracias a cada uno de ellos por celebrar conmigo tantos éxitos, pero también por acompañarme incondicionalmente en momentos adversos a lo largo de este camino estudiantil.

Gracias a mis profesores, que desde la educación más básica compartieron conmigo su sabiduría e inculcaron en mí una formación integral; en especial al M.I. Yahvé Abdul Ledezma Rubio, por haber guiado mi camino hacia la ingeniería con una enorme voluntad, por enseñarme que la sencillez y humildad en esta profesión son grandes virtudes. Gracias al Ing. Miguel Ángel Hernández Alcántara, por toda la confianza y sabiduría depositada en mí, que han ayudado a combatir mis miedos.

Gracias a la UNAM, en especial a la Facultad de Ingeniería, por ser mi hogar durante este largo tiempo, por brindarme la oportunidad de ampliar mis conocimientos y de vivir experiencias que han forjado un carácter en mí.

*Ricardez Reyes Carlos Gerardo.*

# Contenido

<b>Agradecimientos</b> .....	3
<b>Simbología</b> .....	10
<b>Capítulo 1</b> .....	14
<b>Introducción</b> .....	14
<b>Justificación</b> .....	15
<b>Hipótesis</b> .....	15
<b>Objetivos</b> .....	15
<b>Desarrollo</b> .....	15
<b>Estado del arte</b> .....	17
Historia de los engranes .....	17
Historia de los sistemas de transmisión .....	19
Historia de la Transmisión de Doble Embrague (TDE) .....	22
Ventajas y desventajas de una Transmisión de Doble Embrague (TDE) .....	25
<b>Capítulo 2</b> .....	26
<b>Elementos de máquinas</b> .....	26
Ejes .....	26
Embragues .....	31
Engranes .....	36
Rodamientos .....	49
<b>Optimización</b> .....	52
Elementos de un problema de optimización .....	52
Clasificación de un problema de optimización .....	54
Métodos de optimización .....	56
<b>Capítulo 3</b> .....	59
<b>Caracterización de una Transmisión Manual</b> .....	59
Desmontaje y medición .....	59
Análisis de los engranes de la TM .....	59
<b>Conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague</b> .....	61
Metodología de conversión .....	61
Análisis de los engranes de la TDE .....	63

<b>Optimización de la Transmisión de Doble Embrague</b> .....	64
Metodología de optimización .....	64
Postprocesamiento de datos y ajuste .....	66
Análisis de los engranes de la TDEO .....	66
<b>Diseño de los embragues de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada</b> .....	67
Análisis de los embragues de la TDEO .....	67
<b>Diseño de los ejes de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada</b> .....	67
Configuración del sistema de la TDEO .....	67
Cálculo de los diámetros de los ejes de la TDEO.....	67
Análisis de los ejes de la TDEO .....	68
<b>Selección de los rodamientos de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada</b> .....	68
<b>Capítulo 4</b> .....	69
<b>Datos generales del auto</b> .....	69
<b>Caracterización de una Transmisión Manual</b> .....	69
Desmontaje y medición .....	69
Análisis de los engranes de la TM.....	69
<b>Conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague</b> .....	72
Metodología de conversión .....	72
Análisis de los engranes la TDE.....	74
<b>Optimización de la Transmisión de Doble Embrague</b> .....	77
Metodología de optimización .....	77
Postprocesamiento de datos y ajustes .....	78
Análisis de los engranes de la TDEO .....	79
Selección del material.....	80
Comparativa y análisis de resultados de la TM, TDE y TDEO.....	81
Análisis del embrague .....	84
<b>Diseño de los ejes de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada</b> .....	86
Análisis del eje .....	91
<b>Selección de los rodamientos de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada</b> .....	92
Datos de necesarios para la selección.....	92
Análisis de los rodamientos.....	93
<b>Presupuesto general del proyecto</b> .....	94

<b>Capítulo 5</b> .....	96
<b>Conclusiones</b> .....	96
<b>Proyecciones a futuro</b> .....	98
<b>Bibliografía y Referencias</b> .....	99
<b>Anexos</b> .....	103
<b>Apéndice A: Factores de ajuste de los esfuerzos en los engranes</b> .....	103
Factor de Lewis $Y$ .....	103
Factor de calidad $Q_v$ .....	104
Factor dinámico $K_v$ .....	104
Factor de tamaño $K_s$ .....	105
Factor de espesor de orilla $K_B$ .....	105
Factor de impacto $K_o$ .....	106
Factor de distribución de carga $K_m$ .....	106
Factores de duración $Y_n$ y $Z_n$ .....	107
Factor de confiabilidad para engranes $K_r$ .....	108
Factor de relación de durezas $C_H$ .....	108
Factor geométrico de resistencia a la flexión $J$ y Factor de contacto $I_c$ .....	109
Áreas calculadas por NX y MATHEMATICA .....	110
<b>Apéndice B: Materiales para el recubrimiento de embragues</b> .....	111
<b>Apéndice C: Factores de ajuste de los esfuerzos en los ejes</b> .....	111
Factor de concentrador de esfuerzos $k_t$ .....	111
Factor de acabado superficial $k_a$ .....	111
Factor de tamaño $K_{sf}$ .....	112
Factor de confiabilidad $K_{ce}$ .....	112
Factor de temperatura $K_d$ .....	112
<b>Apéndice D: Materiales para la fabricación de ejes</b> .....	113
<b>Apéndice E: Demostración de la ecuación de la involuta</b> .....	114
<b>Apéndice F: Demostración de la ecuación de la fuerza de acoplamiento</b> .....	115
<b>Apéndice G: Demostración de la ecuación de Rayleigh</b> .....	116
<b>Apéndice H: Fichas técnicas de los engranes de la TM</b> .....	118
<b>Apéndice I: Fichas técnicas de los engranes de la TDE</b> .....	120
<b>Apéndice J: Fichas técnicas de los engranes de la TDEO</b> .....	122

<b>Apéndice K: Fichas técnicas de los discos de los embragues de la TDEO.....</b>	<b>124</b>
<b>Apéndice L: Fichas técnicas de los rodamientos de la TDEO .....</b>	<b>124</b>
<b>Apéndice M: Fichas técnicas de los ejes de la TDEO .....</b>	<b>125</b>
<b>Apéndice N: Ajustes y tolerancias de los ejes de la TDEO .....</b>	<b>131</b>
Norma ANSI B4.1 (Ajustes forzados y por encogimiento).....	132
<b>Apéndice O: Planos de diseño de la TDEO .....</b>	<b>145</b>

## Simbología

a: Addendum.

$A_{ce}$ : Área de compresión del embrague.

$a_e$ : Addendum del engrane.

$A_{MT}$ : Área del engrane por software  
MATHEMATICA.

$A_{NX}$ : Área del engrane por software NX.

$a_p$ : Addendum del piñón.

b: Dedendum.

c: Distancia al plano medio.

$C_D$ : Carga dinámica de diseño para rodamientos.

$C_H$ : Factor por relación de durezas.

$C_f$ : Superficie de función objetivo.

Cl: Claro.

$C_p$ : Factor elástico.

$D_b$ : Diámetro de base.

$D_e$ : Diámetro externo del engrane.

$d_i$ : Diámetro interior del eje.

$D_{inr}$ : Diámetro interno del rodamiento.

$d_o$ : Diámetro exterior del eje.

$D_p$ : Diámetro de paso.

$D_{pe}$ : Diámetro de paso del engrane.

$D_{pp}$ : Diámetro de paso del piñón.

$D_r$ : Diámetro de raíz.

e: espesor.

E: Módulo de elasticidad.

$E_c$ : Energía cinética.

$E_e$ : Módulo de elasticidad del engrane.

$E_i$ : Módulo de elasticidad del elemento interno.

$E_o$ : Módulo de elasticidad del elemento externo.

$E_p$ : Módulo de elasticidad del piñón.

F: Fuerza cortante.

$F_a$ : Factor de amplificación.

$F_{ac1}$ : Factor de amplificación crítico.

$f_{Área}$ : Factor de relación de área.

$f_h$ : Factor de vida del rodamiento.

$f_{nn}$ : Factor de velocidad del rodamiento.

$f_r$ : Factor radial de diseño para rodamientos.

$f_x$ : Factor axial de diseño para rodamientos.

$g_i$ : Función de restricción.

$H_g$ : Holgura.

$h_k$ : Profundidad de trabajo.

$h_t$ : Profundidad completa.

$i$ : Elemento *i-ésimo*.

I: Momento de inercia.

$I_c$ : Factor de contacto.

$j$ : Elemento *j-ésimo*.

J: Factor geométrico de resistencia a la flexión.

$K_a$ : Factor de acabado superficial.

$K_B$ : Factor de espesor de orilla.

$K_{ce}$ : Factor de confiabilidad de fatiga.

$K_d$ : Factor de temperatura.

$K_{eje}$ : Constante de rigidez del eje.

$K_m$ : Factor de distribución de carga.

$K_n$ : Constante de rigidez generada por el elemento  $n$ .

$K_o$ : Factor de sobrecarga.

$K_r$ : Factor de confiabilidad.

$K_s$ : Factor de tamaño.

$K_{sf}$ : Factor de tamaño para fatiga.

$K_t$ : Factor de concentración de esfuerzos.

$K_v$ : Factor dinámico.

l: Distancia entre centros.

L: Horas de trabajo del engrane.

$L_e$ : Longitud del eje.

$L_p$ : Horas de vida útil del rodamiento.

$L_T$ : Distancia total.

$L_x$ : Distancia x.

M: Momento.

$m_B$ : Razón de respaldo.

$m_{eje}$ : Masa del eje.

$m_n$ : Masa del elemento  $n$ .

mod: Módulo.

$n$ : Elemento  $n$ -ésimo.

N: Número de dientes.

$N_c$ : Ciclos de trabajo.

$N_e$ : Número de dientes del engrane

$N_p$ : Número de dientes del piñón.

p: Paso circular tangencial.

P: Paso diametral tangencial.

$P_a$ : Fuerza de accionamiento.

$P_{amax}$ : Fuerza de accionamiento máxima.

PC: Presión en la superficie de contacto.

$P_{eq}$ : Carga equivalente.

$p_n$ : Paso circular normal.

$P_n$ : Paso diametral normal.

Pot: Potencia.

$Pot_{max}$ : Potencia máxima.

$P_x$ : Paso diametral axial.

q: Radio de la muesca.

$q_c$ : Número de cargas por ciclo.

$Q_v$ : Factor de calidad.

r: Relación de radios.

$R_1$ : Radio interno del embrague.

$R_2$ : Radio externo del embrague.

Rc: Razón de contacto.

$r_e$ : Relación de engranaje.  
 $r_p$ : Radio de paso.  
 $r_{pe}$ : Radio de paso del engrane.  
 $r_{pp}$ : Radio de paso del piñón.  
 $r_t$ : Relación de transmisión.  
 $r_v$ : Relación de frecuencias.  
 $r_{vc1}$ : Relación de frecuencias críticas.  
 $s$ : Número de marcha.  
 $SF$ : Factor de seguridad.  
 $S_{fm}$ : Resistencia a la fatiga del material.  
 $S_{ut}$ : Resistencia última del material.  
 $S_y$ : Resistencia a la fluencia del material.  
 $T$ : Par torsional.  
 $T_a$ : Par torsional de accionamiento.  
 $t_f$ : Ancho de cara del diente.  
 $T_{max}$ : Par torsional máximo.  
 $T_{maxe}$ : Par torsional máximo en el engrane.  
 $T_{maxp}$ : Par torsional máximo en el piñón.  
 $V$ : Volumen del eje.  
 $v$ : Velocidad tangencial.  
 $V_c$ : Volumen del embrague.  
 $V_E$ : Volumen del engrane.  
 $V_{MT}$ : Volumen del engrane por software MATHEMATICA.  
 $v_n$ : Velocidad tangencial del elemento  $n$ .  
 $W$ : Peso.  
 $W_c$ : Carga distribuida.  
 $W_d$ : Trabajo de deformación.  
 $W_r$ : Carga radial.  
 $W_{rmax}$ : Carga radial máxima.  
 $W_t$ : Carga tangencial.  
 $W_{tmax}$ : Carga tangencial máxima.  
 $W_x$ : Carga axial.  
 $W_{xmax}$ : Carga axial máxima.  
 $X$ : Vector de diseño.  
 $x_i$ : Variable de diseño.  
 $y$ : Deflexión.  
 $Y_L$ : Factor de forma de Lewis.  
 $y_n$ : Deflexión generada por el elemento  $n$ .  
 $Y_N$ : Factor de duración para flexión.  
 $z$ : Longitud de línea de presión.  
 $Z_N$ : Factor de duración para picadura.  
 $z_v$ : Número de dientes virtual.  
 $\alpha_1$ : Constante de proporción entre valores de norma y  $NX$ .  
 $\alpha_2$ : Constante de proporción entre valores de  $NX$  y diseño.  
 $\gamma$ : Desfase.  
 $\delta$ : Interferencia diametral total.

$\delta_i$ : Deformación del elemento interno.  
 $\delta_o$ : Deformación del elemento externo.  
 $\theta$ : Pendiente  
 $\mu_k$ : Coeficiente de fricción dinámico.  
 $\xi_1$ : % Desviación Norma-NX.  
 $\rho$ : Radio de giro.  
 $\sigma_c$ : Esfuerzo de compresión.  
 $\sigma_d$ : Esfuerzo de diseño.  
 $\sigma_f$ : Esfuerzo de flexión.  
 $\sigma_{fa}$ : Esfuerzo de flexión admisible.  
 $\sigma_{fad}$ : Esfuerzo de flexión admisible de diseño.  
 $\sigma_{fan}$ : Esfuerzo de flexión admisible por norma.  
 $\sigma_{fat}$ : Esfuerzo de fatiga  
 $\sigma_{fd}$ : Esfuerzo de flexión de diseño.  
 $\sigma_{fn}$ : Esfuerzo de flexión por norma.  
 $\sigma_{NX}$ : Esfuerzo de flexión por software NX.  
 $\sigma_i$ : Esfuerzo de compresión del elemento interno.  
 $\sigma_n$ : Esfuerzo por norma.  
 $\sigma_{NX}$ : Esfuerzo por software NX.  
 $\sigma_o$ : Esfuerzo de tensión del elemento externo.  
 $\sigma_s$ : Esfuerzo superficial.  
 $\sigma_{sa}$ : Esfuerzo superficial admisible.  
 $\sigma_{sad}$ : Esfuerzo superficial admisible de diseño.  
 $\sigma_T$ : Esfuerzo de torsión.  
 $\nu_i$ : Coeficiente de Poisson del elemento interno.  
 $\nu_o$ : Coeficiente de Poisson del elemento externo.  
 $\varphi$ : Ángulo de presión.  
 $\varphi_n$ : Ángulo de presión normal.  
 $\Psi$ : Ángulo de hélice.  
 $\Psi_n$ : Ángulo de hélice normal.  
 $\omega$ : Velocidad angular.  
 $\omega_c$ : Velocidad angular del embrague.  
 $\omega_{c1}$ : Velocidad angular crítica del eje.  
 $\omega_e$ : Velocidad angular del engrane.  
 $\omega_{eje}$ : Velocidad angular del eje.  
 $\omega_{ex}$ : Frecuencia de excitación.  
 $\omega_n$ : Frecuencia natural del eje.  
 $\omega_p$ : Velocidad angular del piñón.  
 $\omega_{Potm\acute{a}x}$ : Velocidad angular a potencia máxima.  
 $\omega_{Tmax}$ : Velocidad angular a par máximo.  
 $\omega_{Tmaxe}$ : Velocidad angular del engrane a par máximo.  
 $\omega_{Tmaxp}$ : Velocidad angular del piñón a par máximo.

# Capítulo 1

## Introducción

Las máquinas son un conjunto de dispositivos que, por medio de mecanismos, transfieren el trabajo realizado desde un punto a otro, brindándole al operador un ahorro de tiempo, dinero y esfuerzo. Dichas máquinas, por medio de sus elementos constitutivos, transmiten el movimiento en forma de traslación, rotación o una combinación de ambas.

Un caso particular de los mecanismos que conforman a una máquina son los trenes de engranes, sistemas que transportan la energía en forma de movimiento angular al variar la rapidez de giro o el par motriz. Las aplicaciones de este tipo de máquinas comprenden reductores de velocidad de bombas o tanques revolventes, sistemas de transmisión de velocidades en automóviles y maquinaria industrial, entre otras.

El tren de engranes en los automóviles, conocido como sistema de transmisión, ha sufrido un largo proceso de cambios, ejemplo de ello son las transmisiones manuales, transmisiones automáticas, transmisiones robotizadas, transmisiones continuamente variables y finalmente las transmisiones de doble embrague.

Una Transmisión de Doble Embrague (TDE) es un sistema de cambio de marchas cuya característica principal se puede describir como “Dos cajas de cambios en una sola”. Como su nombre lo indica, utiliza dos embragues que funcionan de forma independiente, donde uno de ellos controla las marchas impares, en tanto que el otro lo hace para las pares. El hecho de tener un embrague para velocidades pares y otro para las impares permite que siempre se tenga una preselección de una marcha anterior y posterior a la actual, para que así, al aumentar o disminuir la velocidad, se realice el cambio de marcha casi de forma instantánea.

La mayor ventaja de este tipo de transmisiones es que al tener un tiempo de transición entre marcha y marcha casi nulo, la pérdida de par se ve disminuida, por lo que se ve reflejado un ahorro de combustible considerable y una mayor aceleración. Sin embargo, este tipo de transmisiones no se encuentran disponibles para todos los modelos existentes en el mercado ya que exclusivamente se diseñan para modelos categorizados como “Premium”. Como es de esperarse, estas transmisiones cuentan con sistemas electrónicos complejos para poder controlar perfectamente todos los movimientos realizados por cada uno de los elementos que conforman la transmisión.

En esta tesis se presenta una propuesta de diseño de una TDE, con el objetivo de ser adaptable a un Volkswagen Golf III del año 1994. Así mismo, se muestra el diseño y selección de los elementos principales que conforman a una TDE, como lo son los engranes, los ejes, los rodamientos y los embragues, y una metodología general que engloba estos aspectos. Cabe señalar que la propuesta solo contempla el sistema mecánico; el diseño del control electrónico queda fuera de los alcances de este trabajo.

## **Justificación**

Las últimas tendencias establecen que los usuarios de automóviles de baja gama demandan tener acceso a tecnologías vanguardistas a un precio accesible, con el objetivo de gozar de mejores prestaciones y ahorrar combustible. El motivo de este trabajo es proveer una metodología de conversión del modelo original de una Trasmisión Manual a una Trasmisión de Doble Embrague optimizada en volumen.

## **Hipótesis**

Se puede desarrollar la optimización del sistema de transmisión de un vehículo en función del volumen y esfuerzos superficiales que se presentan en los engranes.

## **Objetivos**

- Proponer el diseño de una Trasmisión de Doble Embrague de siete velocidades que sea adaptable para un vehículo VW Golf III Variant 1994 a partir de la Trasmisión Manual de cinco marchas instalada en dicho automóvil.
- Realizar una optimización volumétrica de los engranes que conforman la transmisión propuesta.
- Plantear una metodología general a partir de la conversión y optimización realizadas en esta tesis.

## **Desarrollo**

El proceso de conversión y optimización de la Trasmisión Manual (TM) original a la Trasmisión de Doble Embrague (TDE) se inicia con el análisis geométrico, dinámico y mecánico de la transmisión ya existente en el VW Golf III 1994. Como ya se conoce la configuración del sistema original, se realizan los análisis de esfuerzos de flexión a través del software NX y la norma AGMA, a los engranes.

El siguiente paso es diseñar la conversión, para ello se elige el número de marchas con el que cuenta la nueva transmisión; por medio de modelos matemáticos se proponen las características geométricas de referencia; posteriormente se aplica a cada uno de los engranes un análisis dinámico y de esfuerzos. Una vez analizados los puntos anteriores se procede a la optimización, para ello se genera la función objetivo, se determinan las variables de diseño y se obtiene la función de restricción. Lo siguiente es hacer uso del software MATHEMATICA para resolver el problema de optimización. Terminada la optimización se generan los nuevos engranes con los parámetros obtenidos, se realizan los análisis pertinentes de esfuerzos y se verifica que se haya logrado una optimización volumétrica. Después se realiza una comparativa de los engranes con la transmisión original, la transmisión convertida antes y después de la optimización. Enseguida se diseñan los embragues sugiriendo las dimensiones, evidentemente se elabora un estudio de esfuerzos para estas piezas.

Subsecuente a esto, se determina la configuración de los ejes primarios y secundarios, a partir de la disposición de los engranes y embragues. A continuación, se eligen los rodamientos necesarios con base en el manual comercial de NSK. Para concluir el diseño de la configuración de la transmisión de doble embrague, se esboza de forma muy general las geometrías de elementos auxiliares como lo son selectores, sincronizadores, etc.

## Estado del arte

### Historia de los engranes

El mecanismo de engranes más antiguo es una calculadora llamada de Antikythera (150-100 a.C.), con la que se calculaba la posición de algunos cuerpos celestes como la del Sol y la Luna; está compuesta por al menos 30 engranes de bronce de 2 [mm] de espesor, de los cuales 12 de ellos se usaban como epicicloides para restar el movimiento aparente del Sol al mes sidéreo<sup>1</sup>, y así poder calcular el mes sinódico<sup>2</sup>. [12][14] Los engranes en su mayoría son de dientes triangulares equiláteros, tallados a mano. Además, la calculadora cuenta con ejes coaxiales, engranes diferenciales, sistemas de arrastre no lineales, deslizaderas y mecanismos de lectura en espiral. Según los relatos de Cicerón existieron algunos otros mecanismos similares construidos por Posidonio y Arquímedes, éste último desarrolló un primer diseño de un tornillo sin fin. [14][40]



Figura 1. Calculadora astronómica Antikythera. [14]

En los años cercanos al 50 d.C. se encontró dentro de una tumba real, en la ciudad de Senshi (China), un grupo de engranes similares a los helicoidales tallados en madera. Más tarde, entre los años 120 y 250 d.C. igualmente en China se fabricó un mecanismo, el cual mantenía apuntando en dirección sur el brazo de una figura humana haciendo uso de engranes con forma parecida a los engranes helicoidales. [10][14] En los inicios del Renacimiento esta tecnología se utilizó en Europa para el desarrollo de sofisticados relojes, en la mayoría de los casos destinados a edificios públicos como los ubicados en la Catedral de Salisbury y la Catedral de Wells, ambas en Inglaterra. [14] El mayor acervo de máquinas que utilizan engranes es el que dejó Leonardo Da Vinci a su muerte. Se encontró una serie de dibujos acerca de los diseños que hizo. [14][40] Entre los más destacados son la bicicleta que, usaba como sistema de transmisión, una rueda dentada (Catarina) con una cadena, un odómetro que tenía como sistema principal

---

<sup>1</sup> El mes sidéreo es el tiempo (27.32 días) que tarda la Luna en completar una órbita alrededor de la Tierra. [23]

<sup>2</sup> El mes sinódico es la duración (29.53 días) que le toma a la Luna completar su ciclo de fases. [23]

una carretilla, que cada 1.5 metros de avance giraba 30 dientes el engrane dejando caer una canica; los diversos sistemas de engranes sinfín y un automóvil que se impulsaba por la interacción de un muelle y un engrane. [\[42\]](#)[\[49\]](#)



*Figura 2.* Automóvil diseñado por Leonardo Da Vinci. [\[24\]](#)

Los primeros datos que existen sobre la transmisión de rotación con velocidad angular uniforme por medio de engranes, corresponden al año 1674, cuando el famoso astrónomo danés Olaf Roemer (1644-1710) propuso el perfil del diente con forma de epicicloide. Por otra parte, se cree que fue el francés Phillippe de Lahire, en 1695, quien inventó un perfil de diente en forma de envolvente. La primera aplicación del diente con perfil evolvente cobraría vida pocos años después de haber sido concebida y fue gracias al suizo Leonhard Euler en el año 1707. [\[14\]](#)[\[40\]](#)

En 1820, se sitúa la invención de los engranes helicoidales, así como los engranes helicoidales dobles hecha por Joseph Wooland. Para 1842, Joseph Saxton fabricó los primeros engranes de dientes cicloidales. [\[14\]](#) Robert Willis (1800-1875), considerado uno de los primeros ingenieros mecánicos, fue el que obtuvo la primera aplicación práctica de la epicicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, fue de los primeros matemáticos con la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente. [\[14\]](#)[\[40\]](#)

A partir de esta última aportación de Willis, los avances se han dado en la invención y mejora de máquinas fresadoras para la fabricación de los distintos tipos de engranes y en los materiales ocupados. Cada vez más se han mejorado los procesos de manufactura, conforme se perfeccionaron las máquinas y herramientas, partiendo de la manufactura convencional, empleo de madera o metal, hasta la manufactura avanzada por medio del uso de las maquinas CNC e impresoras 3D para engranes de polímero.

## Historia de los sistemas de transmisión

La historia de las transmisiones comienza con James Watt en 1794, al tiempo de haber creado la máquina de vapor, éste personaje británico ilustre patentó un sistema transmisión de engranes de velocidad variable con un embrague de garras. [28]



*Figura 3. Máquina de vapor. [41]*

Para antes de que finalizara la primera mitad del siglo XIX, Pecqueur (1827) inventó el primer vehículo que contaba con un engrane diferencial y solo 7 años más tarde en 1834 Bodmer aportaría al mundo la primera transmisión con sistema planetario parcialmente desplazable usando una banda. [28] En el año de 1879, las transmisiones de engranes deslizantes ya eran algo común, sin embargo, en este año gracias a Selden, aparecería la transmisión de engranes deslizantes de dos ejes incluía un embrague y una marcha para la reversa. La invención de la transmisión conocida actualmente como CVT se remonta a este año cuando el estadounidense Milton Reeves inventó una transmisión de velocidad variable que posteriormente aplicó a su primer coche en 1896. [29] Tres años más tarde, en 1889, salió la luz la primera transmisión de cuatro velocidades manuales, gracias a los grupos automotrices Maybach y Daimler. [28]

En el año de 1895, el británico Louis-Rene Panhard, utilizando como base su diseño de transmisión manual de tres velocidades creado tiempo atrás, sustituyó el eje impulsor de la cadena de transmisión y añadió un eje diferencial a las ruedas traseras para mejorar el rendimiento de la transmisión manual. La transmisión desarrollada para la marca francesa fue utilizada casi por 40 años sin tener muchas variaciones al diseño original, siendo la más importante la implementación de un pedal para embragar las velocidades con el tren, situado en la parte posterior del automóvil y dando paso a la primera tracción trasera; este diseño es conocido como Systeme Panhard. [8][26][30]

En 1900 Diamant Speed Gear Company fabricó la primera transmisión de engranes helicoidales. El primero esbozo de la transmisión automática fue inventado en 1904 por los hermanos Sturtevant en Boston, Estados Unidos. Proporcionaba dos marchas enganchadas y desconectadas por la acción de pesas centrífugas sin necesidad de un pedal de embrague. A medida que aumenta la velocidad del motor, las pesas hacían pivotar hacia fuera a las

bandas, primero la banda de baja velocidad y luego la banda de alta velocidad. La unidad falló porque las pesas a menudo se desprendían. [26] Entre los años 1905-1907 Renault creó la primera transmisión neumática y también una hidrostática, mientras que Pittler lo hizo con una hidráulica respectivamente; en dicho periodo también aparecieron las transmisiones planetarias de 2 velocidades en el Ford modelo T. [28]

Para la década de los 20's, los esfuerzos del grupo Maybach y de Riesler se dirigieron hacia las transmisiones reductoras de velocidad, con el objetivo de ganar par en el eje de salida de la misma, sin embargo, esta no fue la única aportación de Riesler ya que su diseño (1925) fue la primera transmisión automática como tal que se conoce. [28][18] Algunas transmisiones de planetario bastante elaboradas evolucionaron a partir de la que fue desarrollada por Walter Wilson (1932) y que fue llamada el Preselector Wilson. Este sistema de engranes que utiliza cuatro engranes planetarios individuales, permite al conductor preseleccionar una marcha moviendo una pequeña palanca en la columna de dirección y presionando un pedal. [26][28]

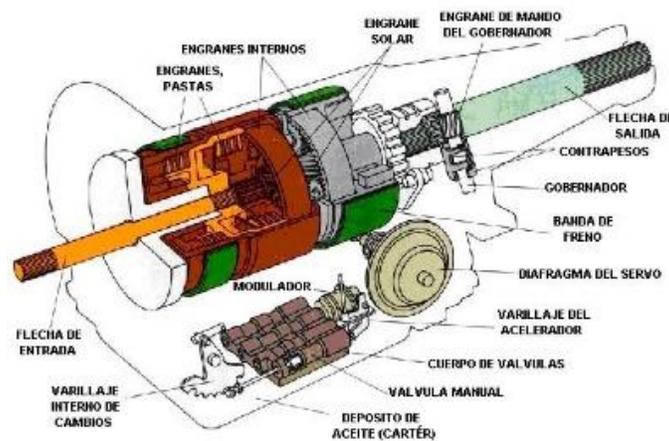


Figura 4. Diagrama de una transmisión automática. [50]

En 1934 la fábrica de automóviles Reo desarrolló la palanca de cambios, que básicamente utiliza dos transmisiones: la primera se utiliza a velocidades normales y la segunda para bajar la velocidad cuando se necesitaba frenar el coche. En 1938, Buick introdujo una transmisión semiautomática de cinco velocidades, pero era tan propensa a problemas que se perdió al año siguiente. En 1937, apareció gracias a Oldsmobile una transmisión semiautomática de cuatro velocidades llamada la "transmisión automática de seguridad" (AST). El conductor oprimía el pedal del embrague y realizaba el cambio de marchas altas o bajas. Una vez que llegaba a la posición de marchas bajas la transmisión cambiaba de velocidad automáticamente desde la primera a segunda; cuando se posicionaba en las velocidades altas, se pasaba de tercera a cuarta de forma automática. [26] En 1940 aparece en escena un nuevo e innovador sistema de transmisión, patentado por Rudolph Franke y que es el antecesor del desarrollado en este trabajo, conocido como la transmisión de doble embrague (TDE). [28]

En 1961, Eaton dio una aportación fuera de lo esperado, publicó una transmisión de 9 velocidades distribuidas en dos ejes. Grupo Volkswagen en 1967 incluía en varias de sus unidades una transmisión semiautomática de tracción trasera de tres velocidades. Para 1970 se desarrolló una transmisión de 9 velocidades con tracción trasera bajo un diseño planetario y en ese mismo año aparecerían nuevos sistemas con 6 y 8 velocidades. En 1978 se comenzaron a obtener progresos en el consumo de combustible gracias a transmisiones que mejoraban la velocidad angular en los engranes que las constituían. [28]

En 1985 la marca alemana Porsche retoma los trabajos hechos por Franke en 1940 y comenzó el rediseño de la transmisión de doble embrague. Cuatro años después la misma marca difundió la transmisión automática con Fingertip control y estrategias de cambio adaptativo. [28] El primer todo terreno equipado con transmisión continuamente variable fue el de Polaris Boss y esto ocurrió en 1985. En 1987 Subaru lanzó el Justy, con una transmisión continuamente variable controlada electrónicamente (ECVT). Un año y medio después, también presentó la Justy 4WD de tracción en las cuatro ruedas equipada con una ECVT. [18]

En verano de ese mismo año, el Ford Fiesta y el Fiat Uno se convirtieron en los primeros coches diseñados en Europa en estar equipados de serie con una CVT con banda de acero. [18] Para la última década antes del 2000, en el año 1992, el Nissan March contenía la N-CVT de Nissan basado en la ECVT. A finales de 1990, la marca diseñó su propia CVT que permitió un par mecánico más elevado e incluyó un convertidor de par. Actualmente esta caja de cambios se utiliza en una serie de modelos en el mercado japonés como en la Nissan Murano y en la Nissan Rogue, introducidas en 2003 y 2007 respectivamente, las cuales también utilizan una CVT en sus modelos de transmisión automática. [28][31] Por su parte después de haber estudiado durante años la CVT basada en la polea, Honda presentó su propia versión en el 1995 Honda Civic VTi. Esta caja de cambios CVT aceptó un par más alto que las CVT tradicionales. [20][28] Exactamente en 1996 Fendt Vario creó la transmisión hidrostática variable de potencia continua para tractores, que brinda dos rangos de velocidad para la conducción. [16][28] En el año de 1998 Getrag automatizó el diseño de una transmisión de 6 velocidades para autos pequeños; también en ese año ZF comercializó la totalmente automatizada AS-Tronic con 12 o 16 velocidades a partir de un diseño de dos contraejes. Un año posterior a esto, en 1999, Audi produjo en serie de transmisiones continuamente variables Multitronic con cadena de enlace tensionada y embrague lubricado. Por su parte, Volkswagen implemento a los autos de tracción delantera con motor transversal una transmisión manual de 6 velocidades. [28]

El nuevo milenio traería consigo producciones en masa de autos que poseen por lo general 6 velocidades, en el 2000 Toyota produjo en masa unidades híbridas del Prius 1. En 2003 Volkswagen volvería a llamar la atención del mundo al instalar a sus autos de tracción delantera y motor transversal una transmisión de doble embrague con 6 velocidades. Ese mismo año Mercedes-Benz haría lo propio, pondría a la venta autos con una transmisión semiautomática de 7 velocidades. [28] En ese mismo año Ford presentó una CVT accionada por cadena, conocida como la CFT30 para sus modelos Freestyle, Five Hundred y para el Mercury Montego y dos años después, es decir,

en el 2007 la Dodge Caliber 2007, la Jeep Compass y la Jeep Patriot introdujeron una CVT mediante un sistema de poleas variables como su transmisión automática opcional. [18] En un comunicado de prensa del 2006 Nissan anunció un gran cambio a las transmisiones CVT, cuando implementaron su nueva tecnología CVT Xtronic para todas las versiones automáticas de los vehículos Versa, Cube, Sentra, Altima y Maxima de serie en Norteamérica. [31] Solo cinco años después de haber sacado a la venta una transmisión de doble embrague, Volkswagen traería al mercado la nueva generación de la misma, la cual presenta un cambio de 6 a 7 marchas y un par de embragues secos. [18] En 2010 debido al “Programa Verde 2010” destinado a reducir las emisiones de  $CO_2$ , se implementó la CVT “clase 3.5 L” en el Nissan Maxima, la Murano y la versión V6 del Altima. Finalmente, para el año 2016 la marca Chrysler anuncio su nueva Pacifica híbrida 2017, la cual utilizara una transmisión CVT en lugar de las nueve marchas automáticas que se encuentra en las versiones de gasolina. [34]

### Historia de la Transmisión de Doble Embrague (TDE)

Esta transmisión tuvo su origen en el año de 1935 cuando el francés Adolphe Kégresse después de trabajar para la marca de autos francesa Citroën la inventó, sin embargo, debido a la falta de sistemas auxiliares como los sistemas electrónicos, que facilitan la sincronía de los elementos. Éste desarrollo técnico no tuvo relevancia hasta décadas después, cuando Franke la patentó en 1940. [13]

El primer modelo de la Transmisión de Doble Embrague comercial se desarrolló en la primera mitad de 1980 bajo la dirección de Harry Webster y se aplicó a modelos como el Ford Fiesta Mk1, la Ford Ranger y el Peugeot 205. Inicialmente, los sistemas de control se basaban en electrónica analógica la cual vio reflejado su avance con patentes presentadas 1981. [13]

Tiempo después de haber retomado los trabajos hechos anteriormente la marca de autos Porsche inició el desarrollo de una serie de transmisiones de doble embrague lo suficientemente compacta para los autos de carreras de Audi y Porsche que competían en Le Mans, por ejemplo, los Porsche 956 y 962 y el Audi Quattro S1. Es así como tiempo después de haber realizado grandes esfuerzos en conjunto con Grupo VAG nació la famosa y exitosa transmisión de doble embrague (PDK), la cual debe sus siglas a que su nombre en alemán es Porsche Doppelkupplungsgetriebe (caja de cambios de doble embrague). [13]

La primera producción en serie del coche touring con una TDE fue en el 2003 y se encontraba disponible para el Volkswagen Golf Mk4 R32 (conocida como DSG) y para el Audi TT 3.2 quattro (llamada S-Tronic). Ambos tenían motor transversal V6 y tracción 4WD mediante embragues Haldex. [13]

En 2008 apareció la DQ200 en el mercado, era la primera caja DSG de 7 velocidades, nuevamente de la mano de VAG. Es más ligera, pero también resiste mucho menos par; esta caja utiliza embragues en seco, en vez de bañados en aceite. En ese mismo año Volkswagen estrenó la primera transmisión DSG longitudinal llamada DL501

que cuenta con 7 velocidades y embragues bañados en aceite. Estas primeras versiones ya aportan considerables ventajas, como reducción en el tiempo de aceleración al no “perder” tiempo entre cambios que reducen bastante el consumo de combustible. [13]

A partir de 2009 el número de ventas de los autos con transmisión de doble embrague en Europa occidental se ha incrementado notablemente, siendo Grupo Volkswagen el grupo al que se le adjudica dicho incremento con la ya mencionada PDK, pero también teniendo aportación de BMW con su DKG, Renault con la EDC, Fiat con la TCT y Mercedes Benz con su DCT.

Por otra parte, en febrero del 2015 Volvo anunció el lanzamiento del primer camión de carga con esta transmisión llamada I-Shift Dual Clutch, abriendo una brecha muy importante para este mercado automotriz ya que se reducirá el consumo de combustible y se podrá tener la misma potencia. [13][18][51] Actualmente marcas como Porsche, Ferrari, Lamborghini, BMW, McLaren y Mercedes Benz trabajan para mejorar el sistema Launch Control que permite al vehículo arrancar a máxima velocidad desde parada y ajustar la velocidad de giro inicial. El punto de cambio se define de forma que la velocidad ideal siempre esté disponible al arrancar el motor.



Figura 5. Volvo FH16 I-Shift Dual Clutch. [51]

Como era de esperarse las ganas por entender este tipo de transmisión y desarrollar mejoras llegarían también a manos de instituciones académicas o empresas automotrices diferentes a las ya mencionada. Por ejemplo, Ignacio Valero Rodríguez perteneciente a la Universidad de Zaragoza, en España, realizó un trabajo en 2012 llamado “Análisis de la funcionalidad de cajas de cambios de doble embrague (DCT). Diseño de una DCT con modificación del método de cálculo aproximado” referente a una transmisión DSG. En el mismo, se lleva a cabo un análisis de las principales tecnologías que dominan el mercado actual. También se desarrolla un programa que permite agilizar el proceso de cálculo de engranajes, además, se adapta este programa, a la norma DIN 3990 T1 C. Posteriormente se realiza la comparación del método de cálculo programado con medidas reales tomadas durante el desmontaje en el taller, para posteriormente ejecutar un análisis experimental. [37]

Los países asiáticos siempre han estado presentes en el desarrollo de tecnologías de control electrónico, aplicadas a los automóviles; en octubre del 2016 el turno fue de los chinos Jian He, Zhangsong Zhan, Tiegang Hu, Bo Yu,

cuando presentaron un diseño y la simulación dinámica de un sistema inteligente de auto-estacionamiento para autos que poseen una transmisión de doble embrague. [\[19\]](#)

En Oceanía, el Dr. Paul Walker y el Ing. Nong Zhang de la Universidad Tecnológica de Sídney, en Australia, en conjunto con otros ingenieros han realizado múltiples investigaciones acerca del tema. A continuación, se muestra una pequeña lista de las aportaciones realizadas por estos académicos:

- “Synchroniser modeling with application specific to the dual clutch transmission”. [\[52\]](#)
- “Modelling of dual clutch transmission equipped powertrains for shift transient simulations”. [\[54\]](#)
- “Launch Control of a Dual Clutch Transmission Using a Detailed Hydraulic Component Model”. [\[53\]](#)

En Europa Andreas Gustavsson, del Departamento de Ingeniería de la Universidad de Linköping desarrolló en 2009 un trabajo en las instalaciones de GM Powertrain (GPMT) en Trollhättan bajo el nombre “Development and Analysis of Synchronization Process Control Algorithms in a Dual Clutch Transmission”. [\[17\]](#)

Este informe incluye el modelado, diseño de sistemas de control y resultados de la simulación de un proceso de sincronización de una TDE. En el momento en que se elaboró, no existía una TDE producida por GM, por lo tanto, los resultados y conclusiones se basaron en simulaciones. El enfoque del diseño de control fue lograr un movimiento suave del sincronizador, en lugar de rápido.

El 10 de enero del 2017, la Society of Automotive Engineers (SAE) publicó una patente bajo el nombre de “Efficient Dual Clutch Transmission Family for Transversal, Transaxle Powertrains” en el que presenta un modelo de transmisión de doble embrague que ayuda a reducir la emisión de gases, gracias a su mejor aprovechamiento de la energía proveniente del combustible y que es fácil de producir a grandes escalas. [\[39\]](#)

El mismo día, SAE presentó también una nueva TDE de 7 velocidades para autos con motor transversal, que llegaran a la India. Una de las cuestiones más relevantes de este proyecto es la instalación de la marcha de reversa sin el uso de un engrane loco. [\[38\]](#)

Apenas tres días después de haber iniciado el 2017, Hyundai Motor Company, Kia Motors Corp., por medio de Ho Young Lee publicó un método de corrección del par del motor a partir del censo de la temperatura de los embragues. [\[56\]](#)

Como se puede apreciar a través de este repaso histórico, la transmisión de doble embrague es un sistema que ha tomado protagonismo entre los trabajos de investigación; los sistemas de control electrónico son las mejoras que se han venido realizando, ya que por medio de ellas es posible entender mejor como se pueden llevar a cabo las evoluciones en el sistema mecánico.

## Ventajas y desventajas de una Transmisión de Doble Embrague (TDE)

### Ventajas:

- Mayor ahorro de combustible.
- Menor tiempo de aceleración.
- Menor tiempo de transición entre marcha y marcha.
- Mejor confort de manejo.
- Mejor cuidado de la transmisión ya que se requiere que el movimiento se inicie desde el estado neutral, provocando que dicho comienzo sea más suave.

### Desventajas:

- Mayor peso.
- Mayor espacio.
- Costos de fabricación elevados.
- Costos de mantenimiento mayores.

## Capítulo 2

### Elementos de máquinas

#### Ejes

Los ejes son elementos mecánicos de transmisión de movimiento usados en prácticamente todas las máquinas que están relacionadas con movimientos giratorios. Un eje provee movimiento desde un dispositivo impulsor, como lo puede ser un motor eléctrico o de combustión, hacia un elemento impulsado y conectado directamente a otra máquina.

Los ejes se apoyan sobre rodamientos y la forma en que esto se hace, depende de la disposición de la máquina impulsora o impulsada. Algunas de las configuraciones típicas son: configuraciones simplemente apoyadas o apoyadas en voladizo.

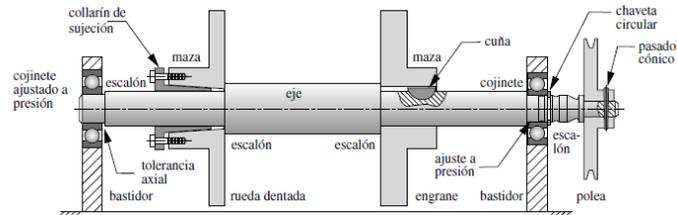


Figura 6. Vista lateral de un eje sujeto a una polea. [9]

En el diseño o análisis de ejes es fundamental entender que estos elementos mecánicos están sometidos principalmente a dos tipos de carga principalmente: Una torsión provocada por el par transmitido o bien a una flexión debida a los momentos generados por los elementos a los que carga. Se dice que cuando un eje está sometido a una carga de flexión el eje experimenta ciclos de esfuerzos invertidos, es decir, la superficie del eje pasa de tensión a compresión en cada ciclo conforme el eje gira. Generalmente la torsión y la flexión se presentan al mismo tiempo causando así un estado de esfuerzos combinados.

Usualmente cuando una barra redonda no gira se le conoce como flecha y no como eje, ya que no transmite ningún par, es decir, el eje es estacionario (no giratorio) pero los elementos a los que está cargando giran respecto al mismo.

Como ya se mencionó anteriormente un eje puede estar sujeto a una flexión, cuya carga puede ser constantes en el tiempo, sin embargo, el hecho de que el eje gire obliga al ingeniero a diseñarlo para que se presente la falla por fatiga. Si la torsión experimentada y las cargas de flexión varían con el tiempo, el análisis por fatiga se vuelve más complejo, no obstante, el diseño del eje se basa en la misma teoría ocupada para cargas constantes.

### Ecuación general de una viga

Se le llama deflexión  $y(x)$  al desplazamiento de cualquier punto sobre el eje neutro de la viga. Haciendo uso de la ecuación de Euler-Bernoulli se tiene que:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

Reacomodando la ecuación anterior:

$$M = EI \frac{d^2y}{dx^2}$$

La ecuación anterior es la ecuación diferencial que define el momento flector a lo largo de toda la viga. A partir de esta ecuación se pueden obtener la distribución de carga, las fuerzas cortantes, las pendientes y las deflexiones de la siguiente manera:

$$W_c(x) = EI \frac{d^4y}{dx^4} \rightarrow \text{Carga distribuida}$$

$$F(x) = EI \frac{d^3y}{dx^3} \rightarrow \text{Fuerzas cortantes}$$

$$M(x) = EI \frac{d^2y}{dx^2} \rightarrow \text{Momentos flectores}$$

$$\theta(x) = EI \frac{dy}{dx} \rightarrow \text{Pendientes}$$

$$y(x) = y \rightarrow \text{Deflexiones}$$

Las condiciones de frontera para resolver la ecuación diferencial de cuarto orden dependerán del tipo de viga que se está analizando. A continuación, se muestran las condiciones de frontera apropiadas para una viga doblemente apoyada y una viga en cantilever:

Viga doblemente apoyada	Viga en cantilever
$M(0) = 0$	$M(L_e) = 0$
$M(L_e) = 0$	$F(L_e) = 0$
$y(0) = 0$	$\theta(0) = 0$
$y(L_e) = 0$	$y(0) = 0$

Tabla 1. Condiciones de frontera para la solución de la ecuación de la viga.

### Cargas en el eje

El caso más general de carga sobre un eje es la combinación de un par variable y momentos variables. También pueden presentarse cargas axiales cuando el eje es vertical o cuando está cargando engranes helicoidales. Tanto el par como los momentos pueden tener componentes medio y alternante.

Existen dos tipos de esfuerzos combinados: simples o complejos. Se consideran esfuerzos combinados simples cuando la dirección del esfuerzo alternante principal sobre un elemento es constante; se conocen como esfuerzos combinados complejos cuando la dirección del esfuerzo alternante principal sobre un elemento es variante con el tiempo debido a cargas asíncronas, aleatorias o desfasadas.

La mayoría de los ejes giratorios sometidos a esfuerzos combinados presentan un comportamiento complejo debido a que la dirección de la componente del esfuerzo por flexión alternante tiende a ser constante, la dirección de la componente de torsión varía conforme el elemento gira alrededor del eje. Una excepción a lo anterior es el caso de un par constante superpuesto sobre un momento variable con el tiempo. Como un par constante no tiene componente alternante, para cambiar la dirección del esfuerzo alternante principal, se convierte en un caso de esfuerzo multiaxial simple.

### *Esfuerzos en el eje*

Con base en la norma ASME para el diseño de ejes, existen dos teorías de diseño: La primera de ellas es a través de la resistencia del material y la segunda por medio de la rigidez. El diseño por resistencia tiene como argumento la teoría del cortante máximo para materiales dúctiles y la teoría del normal máximo para materiales frágiles mientras que el diseño por rigidez se basa en la distorsión permisible del eje.

La ecuación de esfuerzo se debe aplicar para los  $n$  puntos de interés del eje. Se define como punto de interés a todos los puntos donde el eje este cargando un elemento como lo son engranes, poleas, catarinas e incluso en aquellos puntos donde se encuentren elementos de unión. La ecuación de la norma ANSI-ASME B106-1 para un eje hueco es:

$$d_o^3 = \frac{32 SF}{\pi} \frac{1}{1 - r^4} \sqrt{\left(\frac{M}{\sigma_{fat}}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{T}{S_y}\right)^2}$$

$$\sigma_{fat} = K_a K_{sf} K_{ce} K_d k_t S_{fm}$$

### *Concentradores de esfuerzos*

El proceso de análisis del esfuerzo de la fatiga depende en gran medida de los concentradores de esfuerzo. En el caso de los cambios de sección (hombros) y las cuñas, los concentradores de esfuerzo dependen de las especificaciones de tamaño que no se conocen en el primer paso del proceso. Por fortuna es posible estimarlos factores de concentración del esfuerzo para el diseño inicial del eje.

### *Velocidad critica en ejes*

Los ejes debido a la rotación que experimentan por el par transmitido sufren por si solos una torsión, aun sin cargar algún elemento o estar sometido a fuerzas externas. Como consecuencia de esa torsión se presenta una

deformación la cual depende de la rigidez, longitud y masa del eje. Si se le añaden masas y actúan fuerzas externas al eje, la deformación también depende de los pesos de dichas masas, de la excentricidad que dichas masas generan y de las fuerzas externas.

La deformación se considera como una función de la velocidad de giro del eje, la cual presenta sus valores máximos en las llamadas velocidades críticas

La frecuencia natural del eje sin cargar masas se calcula como:

$$\omega_{neje} = \sqrt{\frac{K_{eje}}{m_{eje}}}$$

La relación de frecuencias y el factor de amplificación son:

$$r_v = \frac{\omega_{ex}}{\omega_{neje}}$$

$$F_a = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_v^2)^2}}$$

Existen diferentes métodos para calcular la velocidad crítica del eje cuando está cargando  $n$  número de masas:

- Método de Rayleigh: Proporciona una aproximación para la primera velocidad crítica de un sistema de masas múltiples (sobrestimación).
- Método de ecuación de frecuencias: Arroja valores exactos de las  $n$  velocidades, pero resulta un método complejo para  $n > 3$ .
- Método de Dunkerley: Es una aproximación para la primera velocidad crítica de un sistema de masas múltiples (subestimación).

### ***Método de Rayleigh***

Este método relaciona la deflexión generada en un eje que gira con la velocidad angular del propio eje, con el objetivo de conocer la frecuencia natural.

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{\sum K_n y_n^2}{\sum m_n y_n^2}}$$

### ***Materiales para la fabricación del eje***

En la elección del material con el que se diseña el eje se debe tomar en cuenta que las cargas a las que usualmente está sometido son torsiones debidas al par transmitido y a la flexión provocada por los elementos a los que carga. En general, el acero es el material usado para el diseño de ejes, ya que se caracteriza por un alto módulo de elasticidad que dependerá de la composición, en especial del contenido de carbono, y de los tratamientos térmicos.

Para minimizar las deflexiones, el acero con alto contenido de carbono es la elección lógica como material para ejes; no obstante, el hierro colado también se utiliza algunas veces, sobre todo cuando los engranes u otros accesorios se fundieron integralmente con el eje. Otras veces se emplea acero inoxidable cuando las condiciones de operación se ven afectadas por la corrosión lo cual provoca la falla por degradación.

### Manufactura del eje

La mayoría de los ejes maquinados se fabrican con acero de bajo o medio contenido de carbono y se pueden conformar en frío o en caliente. El acero deformado en frío se utiliza principalmente para ejes con diámetro menor a 3 pulgadas mientras que el acero rolado en caliente se emplea para diámetros igual o mayor a 3 pulgadas. La misma composición rolada en frío tiene mejores propiedades mecánicas que la rolada en caliente debido al endurecimiento provocado por la deformación. Los ejes conformados en caliente deben maquinarse en toda su superficie para eliminar la capa exterior descarbonada, en tanto que las partes de una superficie rolada en frío se pueden dejar sin maquinar, excepto donde se necesita el maquinado para ajustar las dimensiones de cojinetes, etc. Es posible adquirir aceros pre endurecidos (30 HRC) o rectificadas a precisión (recto), en dimensiones pequeñas y maquinarse con herramientas de carburo. También existe material para ejes totalmente endurecido (60 HRC) y rectificado, pero no se puede maquinar.

## Embragues

Un embrague (clutch en inglés) es un dispositivo que tiene como función conectar o desconectar dos elementos mecánicos, donde al menos uno de ellos está girando; dichos elementos se sitúan de forma coaxial o paralela, siendo uno de ellos el elemento impulsor y el otro el impulsado. Debido a este funcionamiento, se le puede también considerar al embrague como freno de emergencia.

En cuanto a los tipos de embragues que existen y poseen estos tipos de accionamientos, los más comunes son los siguientes:

- Embragues de contacto positivo: La manera como transfieren energía es por medio de interferencia mecánica proveniente de la interacción entre mordazas dentadas ya sean de perfil cuadrado, de sierra o también de perfiles irregulares.
- Embragues de sobremarcha: El principio de funcionamiento de estos embragues se basa en la rotación unidireccional relativa entre el eje impulsor y el eje impulsado. Su objetivo es bloquear el eje impulsado en caso de que el eje impulsor presente alguna anomalía, evitando la rotación inversa. Debido a esto, también se les conoce como embragues anti-retorno.
- Embragues magnéticos: Los embragues magnéticos son una particularidad de los embragues de fricción. La fuerza normal necesaria para juntar las superficies en la mayoría de los casos proviene de un campo electromagnético. Algunas ventajas de estos embragues son los bajos tiempos de respuesta y la facilidad de control.
- Embragues de fluido: Los embragues de fluido transmiten el par a través de un fluido que generalmente es un aceite. Un impulsor con un conjunto de aspas gira con el eje de entrada y provee un movimiento angular al aceite que lo rodea. Una turbina con aspas similares se coloca en el eje de salida y gira por el impulso del aceite que se mueve sobre ella.
- Embragues de fricción: El principio de funcionamiento de estos embragues se basa en hacer coincidir de manera planar dos o más superficies por medio de una fuerza normal, para así provocar un par debido a la fuerza de fricción generada por el rozamiento entre superficies. Los materiales con los que se fabrican las superficies en contacto son por pares, una de las superficies es de metal (generalmente hierro fundido o acero) y la otra suele ser de un material de alta fricción, conocida como recubrimiento. Para poder aumentar la capacidad de transmisión de par en el caso de la configuración axial (embragues de disco) se suele poner más de un disco generando un cilindro, para así tener más superficies de contacto y por tanto más fuerza de fricción. La capacidad de un embrague para disipar el calor generado por la fricción se puede volver el factor limitante de su capacidad. Los embragues de discos múltiples son más difíciles de enfriar, de modo que resultan más adecuados para aplicaciones con cargas altas, pero baja velocidad. Para cargas dinámicas de alta velocidad, se recomiendan menos superficies de fricción.

### *Principio de accionamiento de los embragues*

Una clasificación de los embragues se puede efectuar dependiendo del principio de accionamiento que poseen, los cuales son:

- **Manual:** El operador de la máquina hace uso de un conjunto de palancas y pedal para poder aplicar el embrague sin necesidad de usar una fuerza extenuante.
- **Resortes:** También conocido como accionamiento automático a prueba de fallas. Principalmente compuesto por resortes, es un sistema de respaldo para cuando la máquina se queda sin energía o el sistema neumático o hidráulico deja de funcionar.
- **Centrífugos:** Se emplean con frecuencia cuando se desea que el sistema impulsor (motor) alcance una velocidad preseleccionada sin necesidad de tener conectado el elemento impulsado. Una vez llegado a éste régimen, la fuerza centrífuga generada provoca que el elemento impulsor y el impulsado sean embragados de forma automática.
- **Neumático:** Se introduce aire comprimido dentro de una cámara con el objetivo de generar la fuerza suficiente para acoplar al elemento impulsor y al impulsado.
- **Hidráulico:** De igual manera al accionamiento neumático, en el accionamiento hidráulico se introduce a una cámara un fluido a presión para aplicar el embrague. Este tipo de accionamiento se utiliza cuando se requieren grandes fuerzas de actuación.
- **Magnético:** Por medio de bobinas, se induce un campo electromagnético para poder generar una fuerza de aplicación suficiente para accionar el embrague.

### *Embrague de disco*

El embrague de disco más sencillo consiste en dos discos, uno forrado con un material de alta fricción, presionados axialmente con una fuerza normal para generar la fuerza de fricción necesaria que transmita el par. La fuerza normal se suministra mecánica, neumática, hidráulica o electromagnéticamente. La presión entre las superficies del embrague se aproxima a una distribución uniforme si los discos son lo suficientemente flexibles. En tales casos, el desgaste será mayor en los diámetros más grandes, porque el desgaste es proporcional al producto de la presión por la velocidad, en tanto que la velocidad aumenta linealmente con el radio. Sin embargo, como los discos se desgastan sobre todo hacia el exterior, la pérdida de material cambiará la distribución de la presión a un modo no uniforme y el embrague se aproximará a una condición de desgaste uniforme. Por consiguiente, las dos condiciones extremas son presión uniforme y desgaste uniforme. Un embrague flexible puede estar más cerca de la condición de presión uniforme cuando está nuevo, aunque tiende hacia una condición de desgaste uniforme con el uso. Un embrague rígido se aproximará más rápidamente a la condición de desgaste uniforme con el uso. Los

cálculos para cada una de estas condiciones son diferentes y la suposición de desgaste uniforme da una clasificación nominal más conservadora del embrague.

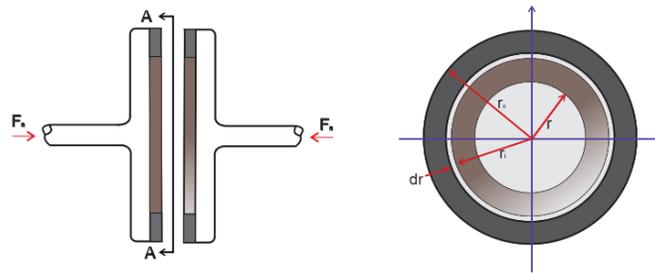


Figura 7. Embrague de platos.

### Embrague de discos múltiples

Este embrague se instala cuando lo exigen las características del volante del motor, ya que a mayor tamaño del volante de mayor tamaño del disco. Entonces se emplea el embrague de varios discos, cuya superficie total de adherencia sea equivalente a la que sea necesaria con un solo disco.

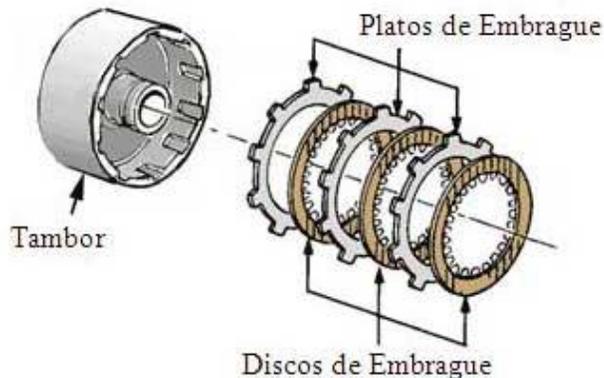


Figura 8. Corte transversal de un embrague de fricción de discos múltiples. [55]

### Problemática con los embragues

Las averías más frecuentes en los embragues de disco son las siguientes:

- Deslizamiento: Dentro de las causas que lo originan se encuentran: Reglaje defectuoso, disco engrasado o sucio, forros desgastados, falta de presión en muelle.
- Vibración al embragar: Esto se debe a que el disco no se asienta bien sobre el volante de inercia por estar deformado o bien por falta de progresión al no actuar los muelles amortiguadores del mismo.
- Golpeteo en los embragues al cambiar velocidad: Esto indica un mal reglaje del embrague de forma que al pisar el pedal a fondo no se suelta el disco por completo.
- Ruidos al pisar el pedal: Debido a la falta de grasa en el collarín o al mal estado del cojinete axial.

- Golpeteo en operación: Dentro de las causas que lo originan se encuentran el desgaste en el casquillo del árbol primario, el desacoplamiento del platillo de apoyo en el collarín y el mal apriete del volante de inercia.

### *Carga de accionamiento del embrague*

La carga de accionamiento de un embrague es la fuerza de compresión que genera el mecanismo de acoplamiento. Se desea que el mayor tiempo posible ésta fuerza genera una presión constante sobre los platos del embrague.

Sabiendo que al estar en contacto los platos del embrague y el volante de inercia del motor, existe una fuerza de fricción que ve aumentada o disminuida su magnitud según la cantidad de par motriz que la provoque. Para conocer la relación del par motriz y la fuerza de accionamiento se emplea la siguiente expresión:

$$T_a = \frac{2}{3} \mu_k P_a \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{(R_2^2 - R_1^2)} \cdot \text{Número de discos}$$

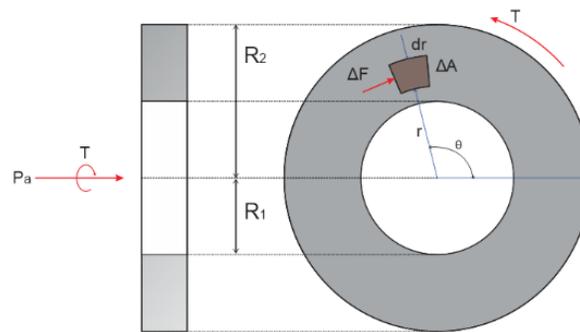


Figura 9. Esquema del análisis matemático de un embrague de discos.

### *Esfuerzos en el embrague de disco*

Los esfuerzos presentes en los embragues de disco son de dos tipos: El primero de ellos es el esfuerzo de compresión provocado por la fuerza de acoplamiento; el siguiente esfuerzo presente es un esfuerzo de torsión que se debe al giro mismo del embrague.

#### ***Esfuerzo de compresión***

Este esfuerzo se produce en el instante en el que el embrague está acoplado al volante de inercia del motor e inicia en el momento en el que el mecanismo opresor produce el contacto entre dichos elementos. Las fuerzas que provocan el esfuerzo de compresión son la fuerza de acoplamiento y la fuerza normal resultante del contacto de los platos y el volante de inercia.

$$\sigma_c = \frac{P_a}{A_{ce}}$$

### *Esfuerzo de torsión*

El esfuerzo de torsión se presenta como consecuencia del giro de los platos, posee presenta cierta magnitud cuando el embrague esta desacoplado del volante de inercia, sin embargo, aumenta considerablemente cuando se lleva a cabo el contacto entre ambos elementos. El máximo esfuerzo de torsión se presenta cuando el motor genera toda su capacidad de par posible, por lo que el análisis de este esfuerzo se debe de llevar a cabo en esta condición crítica.

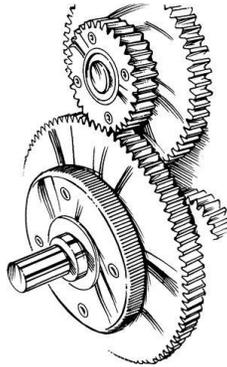
$$\sigma_t = \frac{T R_2}{4\pi (R_2^4 - R_1^4)}$$

### *Materiales para la fabricación de embragues*

Los materiales usados para la estructura de los embragues, generalmente son hierro o acero fundido. Las superficies de fricción normalmente están recubiertas con un material que tiene un buen coeficiente de fricción, así como suficiente resistencia a la compresión y resistencia a las elevadas temperaturas. Los forros son de materiales moldeados, tejidos, sinterizados o sólidos. Los recubrimientos moldeados, por lo general, llevan resinas de polímeros para unir una variedad de rellenos de materiales en polvo o fibrosos. Algunas veces se agregan pedazos de latón o de zinc, con la finalidad de mejorar la conducción del calor y la resistencia al desgaste, así como para reducir la estriación de tambores y discos. Los materiales tejidos utilizan a menudo fibras de asbesto. Los metales sinterizados proporcionan mayores resistencias a la temperatura y a la compresión que los materiales moldeados o tejidos. Materiales como corcho, madera y hierro fundido, también se emplean en ocasiones como recubrimientos.

## Engranés

Un engrane es un elemento de máquina con forma de rueda dentada que constituye al mecanismo conocido como engranaje, el cual es empleado para producir trabajo por medio de la transmisión de movimiento angular de un componente a otro. Los engranajes están formados por dos ruedas dentadas, una conocida como piñón y otra como engrane; la diferencia entre ambas es que la primera es el elemento conductor y la segunda es la pieza conducida. El piñón está conectado al eje de una fuente de energía, regularmente es un motor, mientras que el engrane está unido a otro eje situado a cierta distancia y que es el que ha de transferir un trabajo. Si el sistema está compuesto por más de un par de ruedas dentadas, se denomina tren de engranes.



*Figura 10. Mecanismo de engrane y piñón. [22]*

La principal ventaja que tienen los mecanismos de engranajes es que no patinan, por lo que se obtiene exactitud en la relación de transmisión. A continuación, se presentan algunas clasificaciones.

- **Clasificación según la ubicación de sus dientes:**
  - Engranajes interiores: Los dientes se localizan en la parte interior de la rueda.
  - Engranajes exteriores: Son aquellos que llevan los dientes tallados en el exterior de la rueda.
- **Clasificación según la forma de la rueda:**
  - Cilíndricos: La rueda es de perfil cilíndrico. Se emplean cuando los ejes son paralelos.
  - Cónicos: La rueda es de perfil cónica. Utilizados para par de engranes de ejes angulados o perpendiculares.
- **Clasificación según la forma de los dientes:**
  - Rectos.
  - Helicoidales simples.
  - Helicoidales dobles. El objetivo del uso de estos engranes es que consiguen eliminar el empuje axial, a diferencia de los helicoidales simples.
  - Helicoidales cruzados.
  - Hipoides.

- **Clasificación según el número de par de engranes:**
  - Simples: Un par de engranes.
  - Tren de engranes: Más de un par de engranes.
- **Clasificación según la configuración de los engranes:**
  - Planetario.
  - Cremallera.
  - Polea dentada.
  - Engrane y cadena.
  - Tornillo sin fin. Se ocupan cuando los ejes están perpendicularmente cruzados.

### ***Engranes rectos***

Los engranes rectos son aquellos que se emplean cuando los ejes tienen una dirección paralela entre sí. Son los engranes más empleados por la practicidad de fabricación, sin embargo, su aplicación se limita a bajas o medias velocidades ya que a altas velocidades producen altos niveles de ruido. El contacto y el engranaje es burdo, por lo que, la provocación de impactos entre los dientes es muy común. A diferencia de los engranes hipoides o helicoidales, uno de los dientes de los engranes rectos recibe toda la carga transmitida, aunque hay que decir, que dicha carga es únicamente producto de fuerzas radiales y tangenciales.

### ***Engranes helicoidales***

Los engranes helicoidales son una variación de los engranes de dientes rectos, ya que los dientes que poseen este tipo de engranes están angulados respecto al eje rotación a un ángulo  $\Psi$ , mejor conocido como ángulo de hélice. Este ángulo de hélice generalmente está comprendido entre los  $10^\circ$  hasta los  $45^\circ$ . La mayor ventaja que tienen los engranes helicoidales respecto a los engranes rectos es que el engranaje es más gradual ya que la carga se va transmitiendo de forma paulatina y no de manera repentina como ocurre con los engranes rectos. Los dientes comparten las cargas aplicadas, por lo que resulta tener una mayor capacidad de transmisión de par que los engranes rectos y con una gran disminución de ruido. La desventaja de este tipo de engranes es que se genera una fuerza axial debido a la inclinación de los dientes, por lo que la carga resultante aumenta.



Figura 11. Engrane helicoidal. [22]

## Geometría del engrane helicoidal

- Diámetro de paso o diámetro primitivo ( $D_p$ ): Conocido también como diámetro primitivo, es el que describe la distancia que hay entre el centro del piñón o engrane, y el punto de contacto entre el piñón y el engrane. Cabe señalar que el diámetro de paso del piñón es tangente al diámetro de paso del engrane. A partir de ello se puede enunciar la Ley fundamental del engranaje: “La normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto dentro del engranado, debe de pasar siempre por un punto fijo en la línea de los centros llamados punto de paso”.
- Relación de engranaje ( $re$ ): Es la relación que existe entre el diámetro de paso del engrane y del piñón, o bien la relación entre el número de dientes de los ya mencionados engrane y piñón.

$$re = \frac{D_{pe}}{D_{pp}} = \frac{N_e}{N_p}$$

- Relación de transmisión ( $rt$ ): Es la relación que existe entre la rapidez angular del piñón y la velocidad de giro del engrane.

$$rt = \frac{\omega_p}{\omega_e}$$

- Ángulo de presión ( $\phi$ ): Es el ángulo descrito entre la línea de acción de la carga tangencial transmitida y la velocidad de paso.

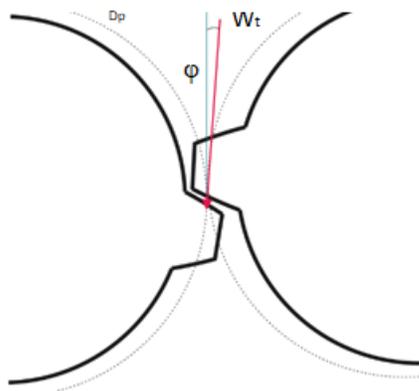


Figura 12. Diámetro de paso y ángulo de presión de un par de engranes.

- Ángulo de presión normal ( $\phi_n$ ): Es el ángulo comprendido entre la carga tangencial y un plano normal al flanco del diente.

$$\phi_n = \frac{\phi}{1.132000208}$$

- Ángulo de hélice ( $\Psi$ ): Es el ángulo de desviación de la hélice con respecto al eje axial del engrane.

- Ángulo de hélice normal ( $\Psi_n$ ): Es el ángulo de proyección de la hélice sobre el plano normal al flanco del diente.

$$\Psi_n = \frac{\Psi}{1.086910289}$$

Para el análisis geométrico de un engrane helicoidal es necesario apoyarse de vistas auxiliares, ya que estas permiten describir las solicitaciones presentes en los tres ejes coordenados. Como ya se mencionó, los dientes del engrane están desviados un ángulo  $\Psi$  respecto al eje axial. Usando como referencia esta distorsión, se genera el primer plano auxiliar denominado plano normal. Analizando de forma lateral al engrane se ubica el segundo plano auxiliar conocido como plano tangencial.

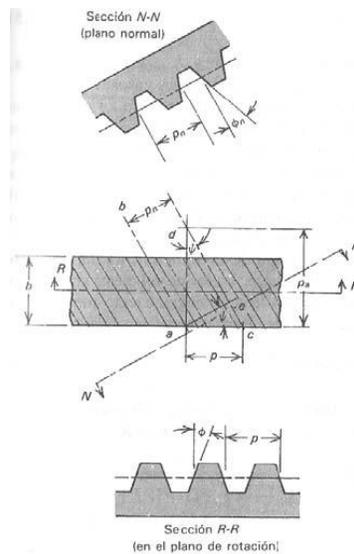


Figura 13. Secciones de un engrane helicoidal. [43]

- Paso diametral tangencial (P): Se define como el número de dientes contenidos en una pulgada del diámetro de paso, el cual está comprendido en un plano tangencial. El paso diametral debe ser igual para el piñón y su engrane correspondiente.

$$P = \frac{N}{D_p}$$

- Paso diametral normal ( $P_n$ ): Número de dientes contenidos en una pulgada del diámetro de paso, pero proyectada en el plano normal.
- Paso diametral axial ( $P_x$ ): Es el número de dientes contenidos en una pulgada del diámetro de paso, pero proyectada en el eje axial del engrane. Para que la hélice sea lo más efectiva posible se recomienda que el espesor del engrane sea al menos dos veces el paso diametral axial.

La forma en la que se pueden relacionar ambos pasos es gracias al ángulo de hélice  $\Psi$ , ya que se genera un triángulo rectángulo con las siguientes componentes:

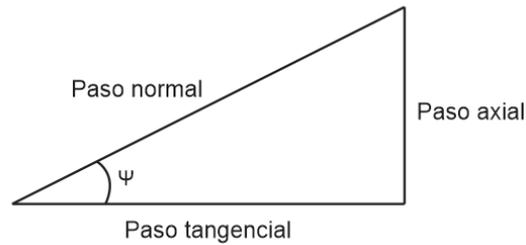


Figura 14. Relación geométrica del paso transversal, paso normal y paso axial.

De la figura anterior se observa:

$$P_n = \frac{P}{\cos \Psi}$$

$$P_x = \frac{\pi}{P \tan \Psi}$$

En el sistema internacional de unidades, en lugar del paso diametral se utiliza el denominado módulo (mod). Este parámetro se define como el número de dientes contenidos en un milímetro del diámetro de paso, el cual está contenido en un plano tangencial:

$$mod = \frac{25.4}{P}$$

Una vez conocidas las más básicas de las características geométricas de los engranes helicoidales, se pueden obtener las características complementarias.

- Paso circular tangencial ( $p$ ): Es la distancia existente entre el inicio de un diente y el otro proyectando al engrane sobre el plano tangencial.

$$p = \frac{\pi}{P}$$

- Paso circular normal ( $p_n$ ): Es la proyección del paso circular tangencial sobre el plano normal.

$$p_n = \frac{\pi}{P_n}$$

- Diámetro base ( $D_b$ ): Es la distancia entre el centro del engrane y el punto en donde inicia la involuta.

$$D_b = D_p \cos \varphi$$

- Diámetro externo ( $D_e$ ): Es el diámetro exterior del engrane, es decir, es el que refiere a la distancia que existe entre el centro geométrico del engrane y el extremo de un diente.

$$D_e = D_p + 2a$$

- Diámetro de raíz ( $D_r$ ): Es el diámetro que refiere a la distancia entre el centro geométrico del engrane y la raíz del diente.

$$D_r = D_p - 2b$$

- Addendum ( $a$ ): Distancia que separa al diámetro de paso y al diámetro externo.

$$a = \frac{0.8666}{P}$$

- Dedendum ( $b$ ): Distancia que separa al diámetro de paso y al diámetro de raíz.

$$b = 1.25a$$

- Claro ( $Cl$ ): Longitud a la que dista el diámetro de base del diámetro de raíz. También es conocido como holgura.

$$Cl = b - a$$

- Ancho de cara ( $t_f$ ): Es el ancho del diente.

$$t_f = \frac{p}{2}$$

- Profundidad completa ( $h_t$ ): Es la longitud total del diente.

$$h_t = a + b$$

- Profundidad de trabajo ( $h_k$ ): Es la longitud del diente que trabaja de forma efectiva.

$$h_k = 2a$$

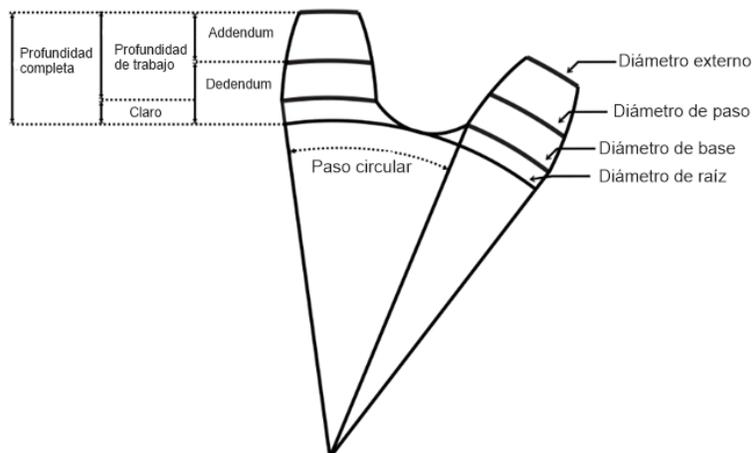


Figura 15. Parámetros geométricos de un engrane.

- Distancia entre centros (l): Es la distancia entre el centro de un piñón y su respectivo engrane. Para sistemas de engranes de ejes paralelos, dicha distancia debe de ser igual para el número de parejas de engranes que existan.

$$l = \frac{N_p + N_e}{2P}$$

- Longitud de la línea de presión (z): Es un segmento de la línea de acción comprendida entre los puntos inicial y final de contacto de una pareja de dientes.

$$z = \sqrt{(r_{pp} + a_p)^2 - (r_{pp} \cos \varphi)^2} + \sqrt{(r_{pe} + a_e)^2 - (r_{pe} \cos \varphi)^2} - l \sin \varphi$$

- Razón de contacto (R<sub>c</sub>): Es una medida que define el número de dientes que están en contacto directo en el engranado para cualquier momento.

$$R_c = \frac{z P}{\pi \cos \varphi}$$

- Número de dientes virtual (z<sub>v</sub>): Este número virtual de dientes refiere al número de dientes, que soporta la carga equivalente en un engrane recto para un engrane helicoidal. Con ello se puede demostrar que un diente de engrane helicoidal es (1/cos φ) veces más resistentes a la fatiga por flexión y a la fatiga superficial que el diente de un engrane recto.

$$z_v = \frac{N}{\cos^3 \varphi}$$

- Holgura (H<sub>g</sub>): Es el juego entre los dientes engranados a lo largo del diámetro de paso.

### *Cargas en el engrane helicoidal*

La fuerza existente en un engrane helicoidal consta de tres componentes que son la fuerza tangencial (W<sub>t</sub>), la fuerza radial (W<sub>n</sub>) y la fuerza axial (W<sub>x</sub>). El par (T) transmitido por un engrane se define de la siguiente manera:

$$T = W_t \frac{D_p}{2}$$

Empleando la ecuación de la potencia (Pot):

$$Pot = T \omega$$

A partir de la combinación de las dos ecuaciones anteriores se obtiene lo siguiente:

$$W_t = \frac{2Pot}{\omega D_p}$$

Las componentes radial y axial son posibles obtenerlas gracias a la relación existente entre los ángulos de presión:

Componente radial:

$$W_r = W_t \tan \varphi$$

Componente axial:

$$W_x = W_t \tan \Psi$$

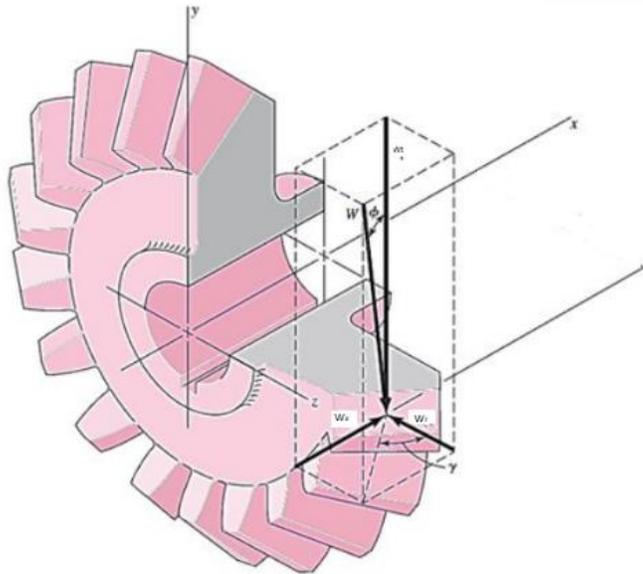


Figura 16. Cargas presentes en un engrane. [9]

### *Esfuerzos en el engrane helicoidal*

Los esfuerzos presentes en los engranes generalmente son de dos tipos: El primero de ellos es el esfuerzo de una viga a flexión empotrada, ya que los dientes se modelan de esa manera; el siguiente esfuerzo presente es un esfuerzo superficial que se debe al rodamiento puro y deslizamiento entre diente y diente. Dichos esfuerzos son tridimensionales y alcanzan su valor máximo en la superficie del engrane.

### *Esfuerzo de flexión*

En el análisis de los esfuerzos a flexión en engranes es importantes saber que existen expresiones expuestas por AGMA y que tiene como base las ecuaciones desarrolladas para engranes a flexión por W. Lewis en 1892. La ecuación para esfuerzo a flexión propuesta por AGMA en engranes es:

$$\sigma_f = \frac{W_t P}{e J} K_v K_s K_B K_o K_m$$

### Factor de forma de Lewis $Y_L$

El factor de forma de Lewis cuenta con las siguientes consideraciones:

- El diente se considera como una viga empotrada.
- La fuerza se aplica en el extremo del diente.
- Los efectos de la fuerza radial se desprecian.
- La carga se distribuye uniformemente a lo ancho del diente.
- Las fuerzas de fricción por deslizamiento no se consideran.
- No se toma en cuenta la concentración de fuerzas en la raíz del diente.
- La relación de contacto se encuentra entre 1 y 2.
- Considera de forma detallada del perfil del diente en forma de involuta.
- Los dientes no son puntiagudos.
- El chaflán de la raíz del diente se supone liso y está fabricado por proceso de generación.

### Factor de geométrico de resistencia a la flexión $J$

Este análisis realizado en el apartado 2001-B88 de la norma AGMA se basa en el estudio desarrollado por Lewis, de hecho, es una modificación al trabajo original, ya que propone un factor ( $K_t$ ) de corrección que considera la concentración de esfuerzos en la raíz del diente. Establece que no existe interferencia entre las puntas y claros de los dientes, por lo tanto, no hay rebaje y el claro es prácticamente nulo.

$$J = \frac{K_t}{Y_L}$$

### Factor de calidad $Q_v$

Este factor mide el nivel de precisión de engranaje, como una calidad, teniendo como valor de más baja calidad al 3 y el de mayor calidad al 16. Estos valores están definidos por el proceso de manufactura; los engranes fabricados únicamente por un proceso de conformado, presentan una menor calidad que aquellos que además del conformado (3 o 4), son sujetos a un proceso de corte por arranque por viruta (5 a 7). Si además de estos dos procesos, el engrane es cepillado o esmerilado, entonces la calidad aumenta aún más (8 a 11). Finalmente, si un engrane es rectificado o pulido, se tendrá la más alta calidad posible en el engranaje (12 a 16). Obviamente el costo del engrane dependerá de la calidad de engranaje. Otra forma para calcular  $Q_v$ , es por medio de la velocidad de línea de paso del engrane, ya que, por falta de precisión en el espacio entre dientes, se generan mayores cargas de contacto sobre los dientes.

### Factor dinámico $K_v$

Este factor es el correspondiente al impacto generado entre los dientes al entrar en contacto de forma repentina. Por consecuencia de este impacto se generan vibraciones mecánicas que pueden afectar de manera importante el funcionamiento del engranado.

### Factor de tamaño $K_s$

Este factor es el encargado de controlar la falla del diente debido a la fatiga.

### Factor de espesor de orilla $K_B$

Este factor es el encargado de cuantificar la sensibilidad de los esfuerzos provocados por el radio del buje en el engrane.

### Factor de sobrecarga $K_o$

Cuando la carga transmitida es constante se determina que la distribución de carga en los dientes es uniforme o se considera el promedio de las cargas, sin embargo, cuando la carga proveniente del par transmitido es variable, la carga que soporta el diente ya no es uniforme y por tanto se le considera alternante o de impacto.

### Factor de distribución de carga $K_m$

La presencia de desalineaciones en el contacto de diente - diente, un mal engranado o incluso al usar engranes helicoidales se provocan fuerzas axiales, las cuales inducen esfuerzos sobre el ancho de cara de los dientes, sobre todo para los de ancho de cara grande. Para evitar una sobrecarga en estas zonas se hace uso del factor de carga distribuida.

### ***Esfuerzo de flexión admisible***

Para un funcionamiento seguro, la resistencia del material a emplear debe de ser igual al esfuerzo de flexión admisible.

$$\sigma_{fa} > \frac{SF K_r \sigma_f}{Y_n}$$

### Factor de duración $Y_n$

Debido a que la resistencia aparente del material cambia como consecuencia de la fatiga, este factor corrige la resistencia a la flexión que debe de tener el material para que soporte ciclos de trabajo mayores a  $10^7$ .

$$N_c = 60 L q_c \omega$$

### Factor de seguridad SF

El factor de seguridad contempla lo siguiente: Incertidumbre en el análisis de diseño, en las características del material, en las tolerancias del ensamble.

Debido a que, en la práctica, muchos de los factores de seguridad considerados son los factores anteriores, el valor de SF debe de emplearse de forma modesta. Dicho valor es recomendable que se encuentre entre 1 y 1.5.

### Factor de confiabilidad $K_r$

Cuantifica la posibilidad de una falla del engrane en diferentes rangos de prueba.

### ***Esfuerzo superficial***

Las primeras investigaciones sobre los esfuerzos superficiales en dientes de engranes fueron realizadas por E. Buckingham en su publicación “Analytical Mechanics of Gears” en el año 1949. En este trabajo descubrió que con dos cilindros del mismo radio de curvatura que los dientes de engranes al ser sometidos a cargas radiales, se podía emular el comportamiento real de los engranes y por tanto logro desarrollar una ecuación para esfuerzos superficiales en los dientes de engranes.

$$\sigma_s = C_p \sqrt{\frac{W_t}{e I_c D_{pp}} K_o K_m K_s K_v}$$

### Factor de contacto $I_c$

Este factor considera los radios de curvatura de los dientes del engrane y el ángulo de presión.

### Factor elástico $C_p$

El coeficiente elástico, que toma en cuenta las diferencias en los materiales de los dientes, se obtiene a partir de:

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]}}$$

### ***Esfuerzo superficial admisible***

Para un funcionamiento seguro, la resistencia del material a emplear debe de ser igual al esfuerzo superficial admisible.

$$\sigma_{sa} > \frac{SF K_r \sigma_s}{Z_n C_H}$$

### Factor de duración $Z_n$

Debido a que la resistencia de diseño del material se ve afectada como consecuencia de la presencia de cargas dinámicas (fatiga), este factor corrige la resistencia a la picadura que debe de tener el material para que soporte ciclos de trabajo mayores a  $10^7$ .

$$N_c = 60 L q_c \omega$$

### Factor por relación de durezas $C_H$

Una consideración para el diseño de piñones y engranes, es que los primeros cuentan con una dureza en los dientes, mayor que los segundos, para que estos últimos se alisen y endurezcan durante su funcionamiento. Esto provoca que se aumente la capacidad de resistencia a la picadura del engrane. Dicho aumento de capacidad se estima por medio del factor  $C_H$ , el cual solo aplica para cálculo de los piñones. Al diseñar, el paso final es la elección del material del piñón y del engrane, por consiguiente, se desconoce la dureza de ambos, y no se puede determinar un valor específico de  $C_H$ . Se recomienda usar un valor inicial de 1, para así poder elegir el material y posteriormente reajustar el valor de este factor.

### Materiales para la fabricación del engrane helicoidal

Los engranes, de acuerdo a las condiciones de operación, pueden ser fabricados con una gran variedad de materiales como lo son plásticos, aceros, fundiciones, donde la mayoría de las ocasiones se trata de aceros cementados y endurecidos superficiales.

### **Aceros**

Distintos aceros y diferentes tratamientos térmicos, brindan una extensa variedad de posibles materiales a emplear, desde aceros endurecidos totalmente para engranes sujetos a medias o altas cargas, hasta aceros templados por cementación, nitruración o inducción a la flama para altas cargas y elevados niveles de dureza superficial, hacen a este material el más utilizado en la fabricación de engranes.

### Aceros endurecidos totalmente

Estos aceros de medio carbón como los son 1020, 1040, 4140, 4340 y 8620 son materiales que presentan una resistencia entre los 600 y 1380 [MPa] aproximadamente y dureza Brinell de entre 180 HB y 400 HB. Una desventaja de los aceros de gran dureza es la baja capacidad de resistencia a la fatiga por gran número de ciclos.

### Aceros templados

Templados por llama, inducción, cementación o nitruración el motivo de estos aceros se debe a una exigencia de durezas superficiales altas (entre 54 HRC y 64 HRC). Los aceros cementados producen las máximas resistencias

en los engranes ya que la dureza de estos aceros, está comprendida entre 55 HRC y 64 HRC. La profundidad efectiva de la capa cementada se encuentra hasta el punto en el que la dureza llegó a 50 HRC. Los aceros sometidos a la nitruración ofrecen grandes durezas superficiales en capas de recubrimiento muy delgadas. Una de las grandes limitantes de estos aceros es la poca resistencia a cargas de impacto, por lo que si el engrane es propenso a este tipo de cargas, se ha de evitar su uso. El templado por flama o inducción se aplica a engranes cuya dureza en la superficie ronda entre los 50 HRC y 54 HRC. Como estos procesos se basan en la capacidad propia de los aceros para ser endurecidos, los materiales sometidos a dichos procesos son los aceros de medio carbono (40 y 60% de carbono).

### *Manufactura para el engrane helicoidal*

El método de producción de engranes está compuesto en tres procesos generales, los procesos de conformado como los son el colado o bien la forja; en tanto la segunda etapa de la fabricación trata de los procesos de manufactura por corte como el fresado o el troquelado. Finalmente se lleva a cabo un rectificado y cepillado.

En el conformado por colada, se lleva a cabo de dos formas, colada por gravedad o colada a presión. Este proceso se emplea para disminuir costos de fabricación, además se utiliza para engranes que van a estar sujetos a bajas cargas. La colada por gravedad se realiza vertiendo el metal fundido en un molde de arena, cera o coquilla, el cual tiene la forma del modelo deseado; por efecto de la fuerza de gravedad, el molde se llena del material fundido. La colada por presión es un proceso de inyección del metal sobre un molde también de coquilla. La ventaja de este proceso es que es posible realizar modelos más complejos y precisos de manera más económica.

El proceso de forja es usado para fabricar engranes que estarán demandados a altos niveles de carga y dureza. Los dados de la prensa presentan la geometría del engrane deseado, para así, al oprimir el tocho, éste adquiera la forma final.

El proceso de fresado se lleva a cabo en una fresadora con la forma del espacio que existe entre diente y diente, cortando toda la cantidad de materia correspondiente a dicho espacio, antes de girar el engrane para cortar otro espacio. Este método se utiliza para engranes de gran tamaño y alta exactitud.

La última etapa son el cepillado y rectificado, se da la forma final del engrane, así como el acabado superficial deseado. Es importante mencionar que estos procesos se deben llevar a cabo con la mayor precisión posible. Dado que estos son procesos secundarios, se vuelven costosos, por lo que su uso se limita para engranes de alta precisión.

## Rodamientos

Un rodamiento es un elemento mecánico que es empleado para sostener un eje, brindando la posibilidad de reducir la fricción, existente entre el rodamiento y el eje, debida al movimiento angular de este último; esta reducción de fricción es posible gracias a que el rodamiento está constituido en su parte interna por bolas, rodillos, agujas o cilindros que giran en conjunto con el eje. La selección de alguno de estos rodamientos está en función de la magnitud de la carga transmitida desde el eje hacia el mismo rodamiento, pero también se hace tomando en cuenta el tipo de carga que se presenta. Según la dirección del movimiento del eje se puede determinar el tipo de carga experimentada, siendo cargas axiales, cargas radiales o una combinación de ambas las posibilidades existentes.

Un rodamiento es radial si soporta esfuerzos radiales, que son esfuerzos perpendiculares a su eje de rotación, un rodamiento es axial si soporta esfuerzos en la dirección de su eje geométrico y axial-radial si los puede soportar ambos.

A continuación, se muestra una sencilla clasificación:

- Rodamientos de bolas: Este tipo de rodamientos son aptos para soportar cargas radiales y cargas axiales; su característica principal es la alta velocidad de giro. A su vez los rodamientos de bolas se pueden subclasificar en:
  - Rodamiento de una hilera de bolas y ranura profunda: Son usados para soportar principalmente cargas radiales, sin embargo, el hecho de tener una ranura profunda permite resistir cargas axiales bastante apreciables. Este tipo de rodamiento requiere de bajo mantenimiento y es de fácil ensamble.
  - Rodamiento de dos hileras de bolas y ranura profunda: Al agregar una segunda hilera de bolas, se aumenta la capacidad de carga radial de estos rodamientos, por ende, los esfuerzos se distribuyen mejor. Debido a que el ancho del cojinete aumenta por tener dos hileras de bolas, el rodamiento es más propenso a la desalineación.
  - Rodamiento de bolas de contacto esférico: Este rodamiento tiene dispuesta su ranura de forma que la presión ejercida por las bolas es aplicada oblicuamente con respecto al eje. Como consecuencia de esta disposición, el rodamiento es especialmente apropiado para soportar cargas radiales, pero sobre todo grandes cargas axiales.
- Rodamientos de rodillos cilíndricos: Estos rodamientos son ideales para las grandes cargas radiales y elevadas velocidades. Los esfuerzos de contacto son menores que en los rodamientos de bolas de las mismas dimensiones. Además, los rodamientos de rodillos cilíndricos se emplean cuando la carga axial es extremadamente baja y no existe una gran posibilidad de desalineamiento.

- Rodamientos de rodillos cilíndricos de empuje: Son apropiados para soportar pesadas cargas axiales y requieren poco espacio axial. Su uso principal es en aplicaciones donde la capacidad de carga de los rodamientos de bolas de empuje es inadecuada. Es fácil de montar y desmontar, además presenta una larga vida útil.
- Rodamiento de rodillos esféricos: Llamados así porque existe una rotación de la pista exterior en relación a los rodillos cuando existen desalineamientos angulares. Soportan altas cargas radiales.
- Rodamientos de rodillos cónicos: Los rodamientos de rodillos cónicos, debido a la posición oblicua de los rodillos, es empleado cuando las cargas existentes son axiales y radiales. La capacidad de carga axial de estos rodamientos aumenta cuando el ángulo de la carga neta aumenta también.
- Rodamientos de agujas: Los rodamientos de agujas son rodamientos en los que un pequeño rodillo con forma de aguja debido a que la relación entre su diámetro y su longitud es muy grande, por lo que, se pueden considerar una particularidad de los rodamientos de rodillos cilíndricos. Se utilizan en ocasiones en las que el espacio radial es limitado. Al igual que los rodamientos de rodillos cilíndricos, presentan mala desalineación y baja capacidad de soportar cargas axiales.

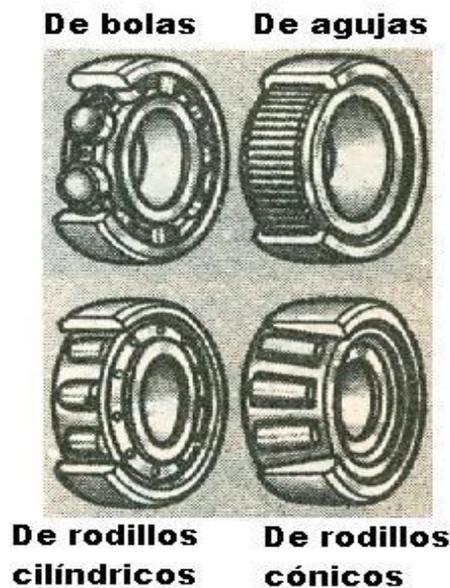


Figura 17. Esquema de los diferentes tipos de rodamientos que existen. [15]

### *Cargas en el rodamiento cónico*

Si se aplican cargas radiales y axiales a un cojinete, se debe calcular una carga equivalente para posteriormente conocer, la vida útil del mismo:

$$P_{eq} = (f_r W_r) + (f_x W_x)$$

Los valores para  $f_r$  y  $f_x$  son proporcionados por los fabricantes.

### *Vida útil de los rodamientos*

Para conocer la vida útil de los rodamientos se necesitan conocer las magnitudes de las cargas dinámicas aplicadas, así como de la vida de fatiga deseada y el factor de rapidez.

$$L_p = 500(f_H)^{\frac{10}{3}} \rightarrow \text{Vida útil}$$

$$f_H = f_n \frac{C_D}{P_{eq}} \rightarrow \text{Factor de vida de fatiga}$$

$$f_{nn} = (0.03 \omega_{eje})^{-\frac{3}{10}} \rightarrow \text{Factor de rapidez}$$

### ***Carga $C_D$***

El valor  $C_D$  de la carga dinámica básica se define como la carga que proporcionará una vida de un millón de revoluciones en la pista interior. Esta carga  $C_D$  normalmente es más grande que cualquier carga práctica a la que uno sujetaría a cierto cojinete, debido a que la vida deseada suele ser mucho mayor que un millón de revoluciones.

### *Materiales para la fabricación del rodamiento*

La carga sobre un rodamiento de contacto se da en un área demasiado pequeña, por lo que los esfuerzos de contacto son muy elevados. Por ello, dichos rodamientos son fabricados de materiales de altas dureza (58-65 HRC) y de muy notable resistencia. Generalmente se emplea el acero AISI 5210 el cual es tratado para eliminar casi por completo las impurezas. Los cojinetes de rodillos se fabrican a menudo con aleaciones de acero AISI 3310, 4620 y 8620, con recubrimiento endurecido por cementación; se requiere un elevado control de la profundidad de cementación, porque en la superficie se localizan esfuerzos críticos. Los rodamientos que están expuestos a ambientes corrosivos, usan materiales inoxidables como el AISI 440C.

## Optimización

En Ingeniería, optimización se puede definir como la acción de obtener el mejor beneficio de una actividad realizada, maximizando el beneficio o minimizando el uso de los recursos empleado. Puesto que el uso de los recursos o el beneficio deseado pueden ser expresados en función de los elementos constituyentes, la optimización se puede definir matemáticamente como el proceso de encontrar las condiciones que dan el valor máximo o mínimo (global o local) de una función.

### Elementos de un problema de optimización

Para poder realizar una optimización son necesarios cuatro elementos:

- Una función que describa el comportamiento del sistema (función objetivo).
- Definir un conjunto de variables que puedan ser manipuladas en el proceso (vector de diseño).
- Establecer una o un conjunto de restricciones que gobiernen a la función objetivo.
- Elegir un método de optimización que permita controlar las variables elegidas y brinde el mejor resultado al problema planteado.

### *Función objetivo*

La elección de la función objetivo se rige por la naturaleza del problema que se quiere resolver con la optimización, es decir, por el modelo matemático que describe el fenómeno físico, económico, biológico, químico, social o de cualquier otra índole. En muchos casos la función objetivo no es única y se convierte en un conjunto de funciones objetivo, ya que se desea obtener el mejor beneficio simultáneo de diferentes circunstancias.

El lugar geométrico de todos los puntos que satisfacen la igualdad  $f(x)=C_i$  define un conjunto superficies pertenecientes a la función objetivo. Cada valor de  $C_i$  corresponde a un miembro de la familia de curvas denominadas superficies de la función objetivo.

### *Vector de diseño*

Cualquier sistema está compuesto por conjunto de características, de las cuales algunas son variables (variables de diseño) y otras son fijas (parámetros asignados). Las variables de diseño se representan colectivamente como un vector de diseño  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ .

El espacio cartesiano *n-dimensional* que representa al vector de diseño, en el cual cada eje de coordenadas representando cada variable de diseño como  $x_i$  con  $(i = 1, 2, \dots, n)$ , se le conoce como espacio de diseño. Cada punto en el espacio de diseño se le conoce como punto de diseño y representa una posible o imposible solución al problema de optimización.

### Restricciones de diseño y sus superficies

En general las variables de diseño pueden tomar un valor numérico de forma arbitraria, sin embargo, esta arbitrariedad a veces se ve limitada por restricciones, a éstas se les denominan restricciones de diseño.

Las restricciones de diseño se clasifican en dos grupos, las restricciones funcionales y las restricciones laterales. Las primeras representan limitaciones en el comportamiento o rendimiento del sistema, mientras que las segundas constituyen limitaciones físicas sobre las variables de diseño, tales como la disponibilidad, fabricación, etc.

Un problema de optimización con restricciones que cumplen con la desigualdad  $g_j(x) \leq 0$ , el conjunto de valores de  $x$  que satisfacen la ecuación de  $g_j(x) = 0$ , forman una superficie en el espacio de diseño y se llama superficie de restricción.

La superficie de restricción divide al espacio de diseño en dos regiones: una en la que  $g_j(x) \leq 0$  y la otra en la que  $g_j(x) \geq 0$ . Por lo tanto, los puntos que se encuentran sobre la superficie van a ser los que satisfagan críticamente la restricción  $g_j(x) = 0$ , mientras que los puntos que se encuentran en la región donde  $g_j(x) > 0$  son inviables, y los puntos que se encuentran en la región donde  $g_j(x) < 0$  son factibles. El conjunto de todas las superficies de restricción  $g_j(x) = 0$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) que separa la región aceptable se denomina la superficie restricción compuesta.

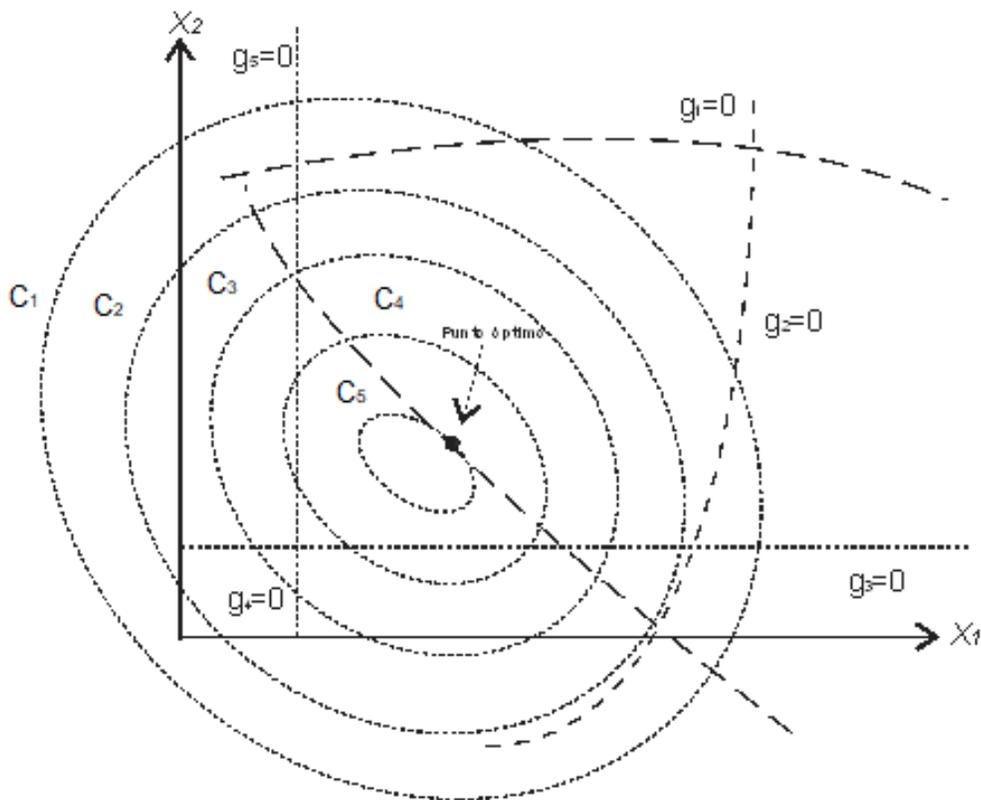


Figura 18. Familia de superficies de la función objetivo y curvas de restricción.

A continuación, se muestra un espacio hipotético de diseño bidimensional en el que región inviable se indica mediante líneas rayadas. Un punto de diseño que se encuentra en una o más superficies restricción se denomina un punto de salto, y la restricción asociada se denomina restricción activa. Los puntos de diseño que no se encuentran en cualquier superficie restricción se conocen como puntos libres. Dependiendo de si un punto de diseño en particular pertenece a la región aceptable o bien a la región inaceptable, puede ser identificado como uno de los cuatro tipos siguientes:

- Punto libre y aceptable.
- Punto de libre e inaceptable.
- Punto de frontera y aceptable.
- Punto de frontera e inaceptable.

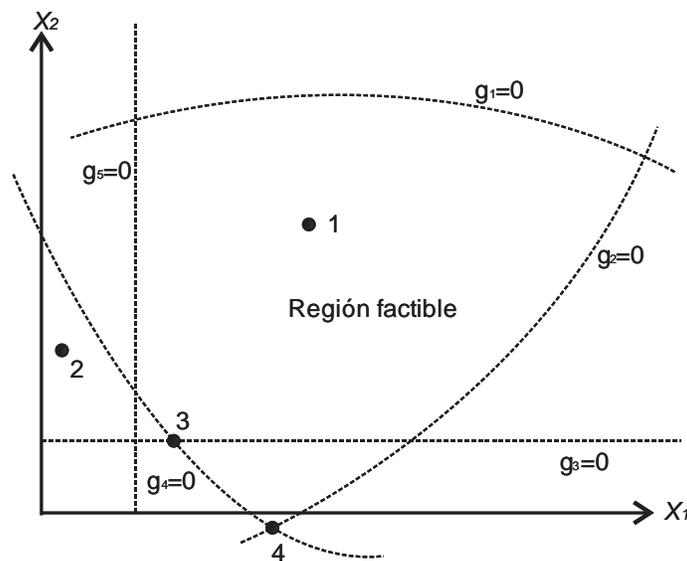


Figura 19. Puntos de solución posible.

### Clasificación de un problema de optimización

Los problemas de optimización pueden ser clasificados de varias maneras:

- Clasificación con base en la existencia de restricciones: Cualquier problema de optimización puede ser clasificado dependiendo de si existen limitaciones o no como problemas restringidos o problemas no restringidos.
- Clasificación con base en la naturaleza de las variables de diseño: Dicha clasificación está basada en la naturaleza de las variables de diseño; los problemas de optimización pueden ser clasificados en dos categorías:

- En la primera categoría, el problema consta de encontrar valores a un conjunto de parámetros de diseño, que hacen que alguna función prescrita de estos parámetros, este sujeta a un mínimo de ciertas restricciones.
- En la segunda categoría de problemas, el objetivo es encontrar un conjunto de parámetros de diseño, que son todas las funciones continuas de algún otro parámetro, que minimiza una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones.
- Clasificación con base en la estructura física del problema: Esta clasificación distingue a dos categorías: Problemas de control óptimo y problemas de control no óptimo. Un problema de control óptimo es aquel problema matemático que involucra un conjunto de niveles, cada nivel evoluciona y por tanto está precedido de otro nivel. En general estos problemas se definen a través de dos tipos de variables: Las variables de control y las variables de estado. Las variables de control definen el sistema y gobiernan la evolución de los niveles mientras que las variables de estado definen el comportamiento del sistema en cada nivel. El objetivo es buscar el conjunto de control de variables de diseño tales que minimicen la función objetivo con la función restricción en cada nivel.
- Clasificación con base en la naturaleza de las ecuaciones involucradas: Otra clasificación importante de problemas de optimación se basa en la naturaleza de expresiones para la función objetivo y las restricciones. De acuerdo con esta clasificación, los problemas de optimación pueden ser clasificados como lineales, no lineales, geométricos y de programación cuadrática.
- Clasificación con base en los valores permisibles de las variables de diseño: Dependiendo de los valores permitidos para las variables de diseño, los problemas de optimización pueden clasificarse como problemas de valores enteros y problemas de valores reales.
  - El problema de programación entera: Se da si alguna o todas las variables de diseño  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de un problema de optimación se limitan a asumir sólo números de valores enteros.
  - El problema de programación real: Se da si alguna o todas las variables de diseño  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de un problema de optimación asumen números de valores reales.
- Clasificación con base en naturaleza determinística de las variables de diseño: Dependiendo la naturaleza de las viables se pueden clasificar los problemas en determinísticos o estocásticos. Un problema estocástico es aquel en el que los parámetros son probabilísticos.
- Clasificación con base en la separabilidad de las funciones: Esta clasificación distingue en la separabilidad o no separabilidad de la función objetivo y las restricciones.
- Clasificación con base al número de funciones objetivo: Dependiendo del número de funciones objetivo, los problemas de optimización se pueden clasificar como problemas de programación de una o varias funciones objetivo.

## Métodos de optimización

Los métodos de optimización se dividen en dos grandes grupos:

- Los métodos matemáticos: Estos métodos tienen como objetivo encontrar el punto que mejore el comportamiento de la función, se aplican a los problemas que no dependen del tiempo o están en estado estacionario. Dentro de los métodos matemáticos existen dos clases: los métodos directos y los métodos indirectos.
  - Los métodos directos son útiles cuando se desea obtener máximos o mínimos globales teniendo variables independientes y modelos lineales partiendo de un valor inicial. Cuando se tienen modelos no lineales se hace uso de los métodos de búsqueda. Desafortunadamente los métodos de búsqueda no son tan efectivos debido a que únicamente muestran un mejor valor al usado inicialmente, es decir, encuentra máximos y mínimos locales.
  - Los métodos indirectos están formados por los métodos analíticos y los métodos geométricos, que hacen uso de polinomios cuando se tienen ecuaciones no lineales. Los métodos indirectos tienen como objetivo resolver un conjunto de ecuaciones de manera simultánea.
- Los métodos variacionales: Se aplican a problemas dependientes del tiempo cuyo objetivo es buscar la función que optimice el comportamiento bajo estudio.

Otra gran clasificación de los métodos de optimización es la siguiente:

- Métodos clásicos: Los métodos de optimización clásica son útiles para encontrar la solución de funciones continuas y diferenciales ya que hacen uso del cálculo diferencial, es decir, usan el criterio de la primera y segunda derivada para conocer donde se encuentran los puntos óptimos y cuál es su naturaleza. Estos métodos optimizan problemas de una o de múltiples variables, mientras que no existan restricciones o que las restricciones sean tanto igualdades como desigualdades. Algunos de estos métodos son el Hessiano y los Multiplicadores de Lagrange.
- Programación lineal: Estos métodos son útiles cuando la función objetivo y la función de restricción, sea una igualdad o desigualdad, son funciones lineales de las variables de diseño. Tiene la capacidad de resolver sistemas de múltiples funciones objetivo y múltiples funciones de restricción, es decir, resuelve sistemas de ecuaciones simultáneas. Los métodos de programación lineal más conocidos son el método simplex y el método simplex reversible.
- Programación no lineal para obtención de mínimos en una dimensión: A diferencia de la programación, lineal la programación no lineal resuelve problemas de optimización que contienen funciones objetivo y funciones de restricción no lineales. Para la obtención de mínimos en una sola dimensión se hace uso de métodos por eliminación o por interpolación.

- Programación no lineal sin restricciones: Este tipo de métodos a su vez se divide en dos grupos: Los métodos de búsqueda directa y los métodos descendentes.
  - Los métodos de búsqueda directa, también conocidos como métodos de no gradiente o de orden cero, son aquellos que únicamente requieren valores de la función objetivo para obtener un mínimo. Algunos de los métodos de búsqueda directa son: El método aleatorio, el método de mallas, el método univariado, etc.
  - Los métodos descendentes, también conocidos como métodos de gradiente, son los que no solo hacen uso de valores de la función objetivo para obtener un mínimo sino, también de las primeras y segundas derivadas de la función objetivo. Algunos de los métodos de búsqueda directa son: El método de Cauchy, el método de Fletcher-Reeves, el método de Newton, etc. En general los métodos descendentes son más efectivos que los métodos directos debido a que hacen uso de las derivadas para conocer el comportamiento de las funciones objetivo.
- Programación no lineal con restricciones: Los métodos de programación no lineal con restricciones se dividen en dos grupos: Los métodos de búsqueda directa y los métodos de búsqueda indirecta.
  - Los métodos de búsqueda directa básicamente son aquellos donde se controlan las restricciones de manera explícita. Algunos de los métodos de búsqueda directa son: Los métodos aleatorios, los métodos de búsqueda Heurística, los métodos de aproximación y la programación cuadrática.
  - Los métodos indirectos son aquellos que resuelven el problema como una secuencia de problemas no restringidos. Algunos de los métodos de búsqueda directa son: Las técnicas de transformación de variables, las técnicas de minimización secuencial no restringida y el método de los multiplicadores de Lagrange aumentado.
- Programación geométrica: Este método es útil para obtener mínimos de funciones no lineales en forma polinómica sujetos a restricciones del mismo tipo. La diferencia respecto a otros métodos es que primero busca obtener el valor mínimo de la función objetivo en lugar del valor mínimo de las variables de diseño. La programación geométrica obtiene soluciones haciendo uso del cálculo diferencial y de desigualdades geométricas-aritméticas. Se pueden presentar o no, restricciones simples o mixtas.
- Programación dinámica: La programación dinámica es útil cuando las variables de diseño cambian con el tiempo, en el espacio o por niveles. Este tipo de problemas se clasifican en problemas de decisión secuencial o problemas de decisión en múltiples niveles. Para resolver este tipo de problemas se descomponen los niveles en una secuencia de niveles individuales, es decir, se aplica una superposición, sin embargo, la solución para cada nivel se puede obtener a través de los métodos clásicos. Algunas de las limitantes de este tipo de programación es que el número de variables de diseño debe ser pequeña, las funciones sean continuas y derivables, entre otras.

- Programación entera: En la programación entera se asume que las variables de diseño son continuas y pueden tomar cualquier valor real, ya sea entero o fraccionario. El criterio para que se obtengan valores enteros o reales dependerá de que representen las variables de diseño, es por ello que se tendrá que restringir el dominio de dichas variable para que solo tomen valores enteros o se tendrá que redondear a un entero próximo, lo cual provocaría que no se cumplan con las restricciones o no se encuentre el valor óptimo. Este tipo de programación puede ser lineal o no lineal.
- Programación estocástica: La programación estocástica o probabilística es útil cuando las variables de diseño se describen a través de cantidades deterministas. El procedimiento de este método es básicamente convertir un problema estocástico en uno determinístico equivalente. Dependiendo del tipo de función involucrada se puede tener un problema lineal, no lineal, geométrico o dinámico.
- Método por cálculo variacional: Este método hace uso del cálculo variacional para determinar los extremos o los puntos estacionarios de un funcional. Un funcional es aquella función que depende de otras funciones, por tanto, se pueden resolver problemas de optimización cuando la trayectoria importa.
- Métodos del criterio de optimabilidad: Dichos métodos se basan en la derivación de criterio adecuado para el diseño bajo condiciones especiales desarrollando un procedimiento iterativo.
- Métodos modernos: La mayoría de estos métodos se basan en ciertas características y comportamientos de especies biológicas, moleculares, enjambre de insectos y sistemas neurobiológicos. Algunos de estos métodos son: a) Algoritmos genéticos b) Recocido simulado c) Optimización del enjambre de partículas d) Optimización de colonias de hormigas f) Optimización difusa e) Métodos basados en redes neuronales. La mayoría de estos métodos requiere sólo los valores de función y no las derivadas.

## Capítulo 3

### Caracterización de una Transmisión Manual

#### Desmontaje y medición

En el capítulo anterior se presentaron las bases teóricas necesarias para poder llevar a cabo la conversión y optimización de una Transmisión Manual (TM) a una de Transmisión de Doble Embrague (TDE). Para demostrar su validez y aplicación, se procede a realizar la caracterización de la transmisión manual de un automóvil Volkswagen Golf III Variant año 1994. Se desmontan todos los elementos constitutivos de dicha transmisión y con ayuda de varios instrumentos de medición (pie de rey, flexómetro, cabezal divisor, etc.) se obtienen las dimensiones de cada uno; debido a la complejidad que presentan las piezas y a la falta de resolución por parte de los instrumentos dispuestos, dichas dimensiones son aproximadas.



*Figuras 20 y 21. Elementos constitutivos de la transmisión manual del VW Golf Variant III 1994.*

#### Análisis de los engranes de la TM

Cabe resaltar que en el caso de los engranes se mide el ángulo de hélice, número de dientes, espesor, diámetro externo y relación de engranaje. A partir de las dimensiones obtenidas, por medio de cálculos, se conocen los parámetros geométricos faltantes de los engranes, así como las cargas presentes y esfuerzos de flexión correspondientes a cada engrane. Los esfuerzos se calculan a través de las fórmulas propuestas por AGMA en sus apartados 908-B89 y 2001-D04. Dichos esfuerzos también se calculan por medio de un análisis por elemento finito (FEM) realizado con ayuda del software de diseño Siemens NX (versión 10). Los resultados alcanzados por ambos métodos se comparan y se establece que  $\sigma_{fn} > \sigma_{fNX}$ , donde  $\sigma_{fn}$  es el esfuerzo calculado por norma y  $\sigma_{fNX}$  el resultante del FEM. Se sabe que los datos arrojados por el FEM son más precisos que los de la norma, sin embargo, dichos valores se comportan como un límite inferior o límite por izquierda de los valores reales ( $\sigma_{rd}$ ) ya que este análisis se limita a una aproximación de la geometría del engrane. En tanto que, los esfuerzos logrados por medio de la norma se muestran como un límite superior o por derecha de los valores reales ya que los factores de corrección del análisis consideran en demasía errores u omisiones de cálculo. Con estos dos límites y la constante de proporción

$(\sigma_m = (1+\alpha_1) \sigma_{fNX})$  es posible conocer el valor del esfuerzo de flexión; solo basta con establecer una relación entre dicho valor y el esfuerzo arrojado por el software para lograrlo  $(\sigma_{fd} = (1+\alpha_2) \sigma_{fNX})$ .

$$\sigma_{fNX} < \sigma_{fn}$$

Habiendo caracterizado la transmisión, se procede a realizar su modelado virtual en el software, este paso se realizó con la finalidad de mostrar la configuración inicial de la transmisión manual y un modelo de comparación para futuras modificaciones.

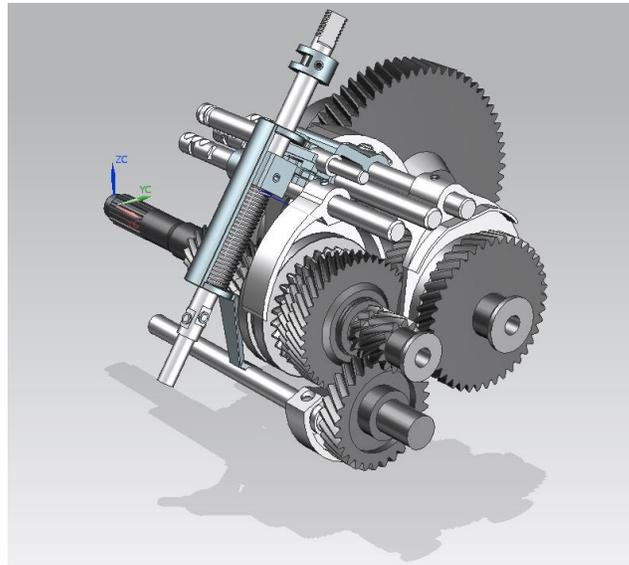
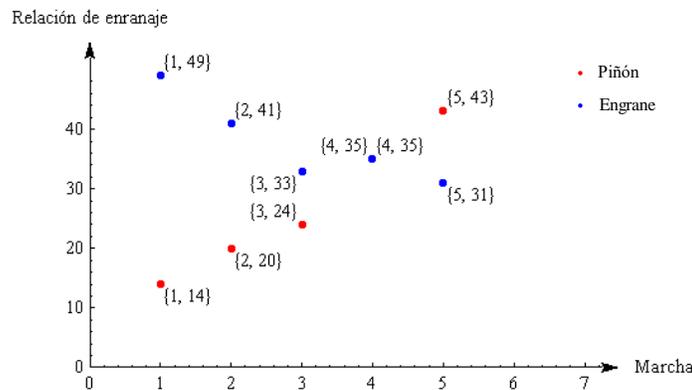


Figura 22. Modelo virtual de la transmisión manual del VW Golf III 1994.

Finalmente se realiza una tabla estadística para describir como varían entre marcha y marcha los diámetros de paso y el número de dientes de los piñones, así como el número de dientes de los engranes. A partir de dicha tabla se llevan cabo regresiones polinómicas de cuarto orden.



Grafica 1. Relación entre número de dientes y marcha de la TM.

## Conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague

### Metodología de conversión

Para realizar la conversión de una Transmisión Manual (TM) de cinco marchas a una Transmisión de Doble Embrague (TDE) de siete marchas se toma como referencia la TM perteneciente al Volkswagen Golf III Variant 1.4 del año 1994. Dicha conversión considera lo siguiente: el rango de relación de engranaje se debe de conservar, el diámetro de paso del engrane de la primera marcha de la conversión tiene que producir como mínimo un par igual al de su homónima de la TM, la relación de engranaje de 1:1 se alcanza en la penúltima marcha, la suma de los diámetros de paso del par de engranes de cada marcha tiene que ser igual para asegurar que el sistema es paralelamente reversible; finalmente se considera que el volumen ocupado por la TDE debe de ser similar al de la TM de referencia.

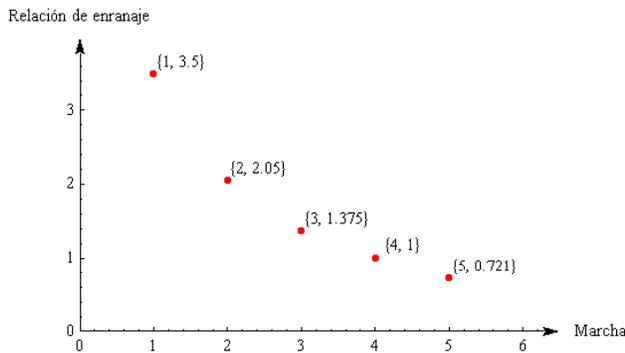
1. Como primer paso se ocupan las regresiones polinómicas de cuarto orden (diámetro de paso de los piñones, número de dientes de los piñones y número de dientes de los engranes) obtenidas a partir de la etapa de caracterización para calcular dichos parámetros, pero para las siete marchas de la TDE. La TM cuenta con cinco marchas asociadas cada una a un número de dientes y diámetro de paso del piñón, y un número de dientes del engrane, por ende, se realizan cuatro cambios para llegar de estas características geométricas de la primera marcha a las de la quinta marcha; la TDE propuesta debe de realizar la misma transición, pero en vez de hacerlo en cuatro cambios lo debe de hacer en seis, ya que es de siete velocidades, por lo que se establece que para ir de la primera a la última marcha en la TDE de una forma equivalente a la TM, se debe de hacer en intervalos que cumplen la relación 4:6, esta relación brinda la posibilidad de encontrar el valor del intervalo de cambio de marcha equivalente de la TDE por medio de la TM.

Marchas de la TDE	Marchas equivalentes en la TM
1	1
2	1.666
3	2.333
4	3
5	3.666
6	4.333
7	5

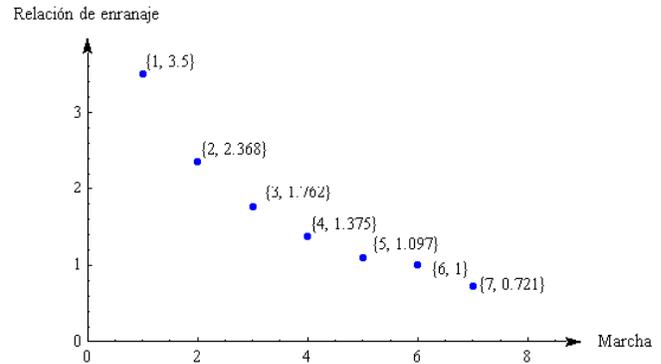
*Tabla 2. Equivalencia de marchas entre una TM de 5 velocidades y una TDE de 7 velocidades.*

Obviamente no existen número de marchas cuya magnitud física no pertenezca al campo de los números enteros, pero dado que se transfiere dicha característica del campo de la física al de las matemáticas de los números reales positivos, esta asunción es válida.

Los valores de marchas equivalentes en la TM, presentados en la tabla anterior se evalúan en las ecuaciones obtenidas a partir de las regresiones. A continuación, se muestra un par de gráficas para entender mejor lo anterior, en donde se aprecia que la transición de marchas en ambas transmisiones se lleva a cabo en diferente número de cambios, pero sigue siendo dentro del rango de relaciones de engranaje establecido.



Gráfica 2. Relación de engranaje de una TM de 5 velocidades.



Gráfica 3. Relación de engranaje de una TDE de 7 velocidades.

- Una vez obtenidos los valores de número de dientes y el diámetro de paso para los elementos conductores, la relación de engranaje y el número de dientes de los engranes, aparentemente se creería que esos son los valores de diseño correctos, sin embargo, el número de dientes calculado para todas las marchas, tanto en piñones y en engranes no son números enteros, así que en el segundo paso se procede a redondear al entero inmediato. Después de este redondeo, se vuelve a calcular la relación de engranaje y se emplean para conocer los valores del diámetro de paso de los elementos del eje conducido. Los resultados arrojan que los valores de las relaciones de engranaje están comprendidos en el rango de lo demandado, por lo que se asegura que la primera consideración de conversión mencionada anteriormente está cubierta.
- El tercer paso consta de cumplir con el requisito de conseguir una relación de engranaje de 1:1 en la sexta marcha, es decir en el penúltimo cambio; basta con igualar el número de dientes del engrane al número de dientes del piñón, causando que el diámetro de paso del primero y del segundo sean iguales.
- El cuarto paso comprende el ajustar el valor de los diámetros de paso de los piñones y los engranes para que, al sumarlos con su correspondiente, dicha suma de cómo resultado el mismo para todas las marchas. Al realizar este paso de manera simultánea, también se cumple con que el diámetro de paso del engrane de la primera provee como mínimo un par igual al de su similar en la TM. De hecho, el valor del par obtenido en este paso es mayor al esperado, con lo que al llegar a este punto se debe de

establecer que el proceso de conversión se ha concluido. Para este paso se considera que la suma de diámetros de paso en todas las marchas tiene que ser igual al de la sexta marcha debido a que el resultado para las otras marchas es menor, por lo que, si se eligiera cualquiera de esos valores, es posible que al hacer más pequeños los engranes el esfuerzo de picadura aumentaría considerablemente.

### Análisis de los engranes de la TDE

Después de este proceso de conversión se calculan todos los parámetros geométricos faltantes, las cargas y los esfuerzos (flexión y superficiales), al igual que se hizo para la Trasmisión Manual y se generan en el software. En esta ocasión, a diferencia del análisis de esfuerzos hecho a la TM, es posible conocer el esfuerzo de picadura, al ser un proceso de diseño, si se puede saber el número de horas de vida útil que se desea que tengan los engranes. De igual manera que en para la Trasmisión Manual, el esfuerzo de flexión se calcula por medio de la norma y de un análisis por elemento finito. El valor obtenido conseguido por norma es mayor que el logrado por el FEM, por lo consiguiente, aplicando el criterio anterior de límites y convergencia:

$$\sigma_{fn} = (1 + \alpha_1) \sigma_{fNX}$$

$$\sigma_{fd} = (1 + \alpha_2) \sigma_{fNX}$$

$$\sigma_{fNX} < \sigma_{fd} < \sigma_{fn}$$

Debido a que el software presenta limitaciones, se hace un uso simultaneo de ambos criterios para calcular los valores reales de los esfuerzos, pero por medio de la norma.

$$\sigma_n = (1 + \alpha_1) \sigma_{NX}$$

$$\sigma_d = (1 + \alpha_2) \sigma_{NX}$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores:

$$\sigma_d = \frac{1 + \alpha_2}{1 + \alpha_1} \sigma_n$$

entonces, a partir de la expresión anterior será posible calcular los esfuerzos de flexión y de picadura diseño por medio de la norma, pero tomando en cuenta los valores obtenidos por el software.

Después de haber generado los engranes por el software, también se dibujan en el programa de análisis MATHEMATICA (versión 9.0), haciendo uso de la ecuación de la involuta. Se calculan las áreas y volúmenes de cada engrane por medio de ambas herramientas y se estable una relación entre ambos resultados.

$$A_{MT} = f_{\text{área}} A_{NX}$$

$$V_{MT} = e A_{MT}$$

El factor de corrección  $f_{\text{Area}}$  se aplica a la expresión empleada por MATHEMATICA para que el área calculada no presente gran desviación estándar a la obtenida por medio del programa NX.

## Optimización de la Transmisión de Doble Embrague

### Metodología de optimización

Para realizar la optimización volumétrica en los engranes de la Transmisión de Doble Embrague se deben obtener los cuatro elementos que conforman un problema de optimización, los cuales son: Función objetivo, vector de diseño, función de restricción y método de optimización a implementar.

#### *Función objetivo*

La función objetivo para la optimización es el volumen del engrane helicoidal. La función de volumen se obtiene en función de las variables geométricas características de un engrane las cuales definen la forma y medidas del mismo. Partiendo del hecho que un engrane recto se considera como una particularidad de un engrane helicoidal, el área frontal de un engrane recto y un engrane helicoidal es la misma. A lo largo del espesor de un engrane helicoidal las curvas de nivel generadas sufren una rotación debido al ángulo de hélice  $\psi$ , sin embargo, para un engrane recto dicho ángulo es cero. Por tanto, para facilitar la obtención de la función de volumen de un engrane helicoidal se considera que el volumen de un engrane helicoidal y un engrane recto es el mismo numéricamente. Esta consideración permite modelar la función volumen a través de un engrane recto.

El proceso de obtención de la función volumen se basa en la obtención del área frontal engrane y posterior a ello dicha área se multiplica por el espesor de engrane. El cálculo del área frontal se divide en dos partes, la determinación del área de todos los dientes del engrane y la determinación del área del cilindro base. A su vez el área de todos los engranes se obtiene multiplicando el área de cada diente por el número de dientes. Finalmente, el área de un diente es conocida si se suma el área bajo la curva de uno de los perfiles de la involuta y la mitad el área media de diente.

1. El primer paso es obtener el área bajo la curva de uno de los perfiles de involuta a través del Teorema de Green. Para ello se obtiene la función a integrar y los límites de integración. El área obtenida es:

$$\text{Área 1} = A \cdot B$$

$$A = r_p \left[ \frac{0.497}{N^2} + \frac{0.574}{N} - 0.083(\cos[2\varphi] - 1) \right]$$

$$B = \sqrt{\left( \frac{1.73 r_p}{N} + r_p \right)^2 \sec^2[\varphi] - r_p^2}$$

2. La siguiente área a calcular es la mitad de la parte media del diente del engrane. Una vez definida la función y los límites de integración el área resultante es la siguiente:

$$\text{Área 2} = (N + 1.73)^2 \left[ G - \frac{B}{N^2} + 0.68 \frac{r_p^2}{N^3} \right]$$

$$G = \frac{0.5 r_p^2}{N^2} \left( \sin^{-1} \left[ \sqrt{1 - \frac{N^2 \cos^2[\varphi]}{(N^2 + 2)^2}} \right] + \gamma \right)$$

$$\gamma = \tan[\varphi] - \varphi \rightarrow \text{Desfase}$$

Sumando las áreas anteriores, multiplicando por dos la suma y después por el número de dientes se tiene que el área total de total de todos los dientes es:

$$\text{Área dientes} = 2 N \left( A \cdot B + (N + 1.73)^2 \left[ G - \frac{B}{N^2} + 0.68 \frac{r_p^2}{N^3} \right] \right)$$

Un punto muy importante a resaltar es que el modelado del perfil del diente considera la raíz del diente como recta, es decir, no se considera un radio de curvatura para evitar concentradores de esfuerzos. Esto se hace debido a la complejidad que representa el modelar la función que describe dicho radio en función de los parámetros geométricos  $r_p$ ,  $N$  y  $\varphi$ . Esta desviación implica un error en el área de cada diente, sin embargo, se realiza más adelante un ajuste al área frontal del engrane el cual contempla dicho error haciendo uso del medidor de área del software NX. Es de esperar que si dicha ecuación en un modelo general para el cálculo del área frontal, el error para todos los engranes es muy similar, de lo contrario la confiabilidad del modelo matemático es cuestionable.

3. El siguiente paso es calcular el área del cilindro base. Debido a que el área de los dientes del engranes contemplada desde un radio igual a cero, parte del área de dicho cilindro ya está contabilizada. El área restante se calcula como:

$$\text{Área cilindro} = (N - 2.165)^2 \left( \frac{5.44 r_p^2}{N^2} - \frac{r_p^2}{N} (5.026 - 4 \gamma) \right)$$

4. Finalmente, el área total frontal del engrane es la suma del área total de los dientes y el área del cilindro. Para obtener el volumen del engrane helicoidal se multiplica el área frontal del engrane por el espesor del engrane:

$$V_E = e (\text{Área dientes} + \text{Área cilindro})$$

La ecuación anterior es la función objetivo para la optimización. Se puede observar en el desarrollo anterior que el modelo matemático está en función de las siguientes 4 variables geométricas:  $r_p$ ,  $N$ ,  $\varphi$  y  $e$ .

### *Vector de diseño*

Las variables de diseño que conforman al vector son el número de dientes  $N$  y el espesor del engrane  $e$ . Los parámetros que se designan arbitrariamente son el diámetro de paso  $D_{pp} = 2r_{pp}$ , el ángulo de presión  $\varphi$  y el ángulo de hélice  $\psi$ . El valor del diámetro de paso se mantendrá constante debido a que se pretende diseñar ejes paralelamente reversibles que aseguren la transmisión del par, para ello la distancia entre centros debe ser la misma en todos los pares de engranes y los brazos de palanca en cada engrane deben de ser iguales a los originales.

### *Función restricción*

La optimización volumétrica tendrá como restricción un modelo que represente el comportamiento mecánico del engrane. Dicho modelo debe estar en función de las mismas variables en las que se encuentra la función objetivo (volumen del engrane). La función de restricción es la que describe al esfuerzo de superficie en el diente:

$$\sigma_s = \frac{S_F K_r}{Z_n C_H} \sqrt{\frac{W_t}{e I_c D_{pp}} K_o K_m K_s K_v}$$

### *Método de optimización*

Para realizar la optimización se hace uso el software MATHEMATICA (versión 9.0), el cual es capaz de buscar máximos o mínimos cuando se tienen funciones objetivo y funciones de restricción no lineales. Los métodos que ocupa para realizar dicha optimización son los métodos directos y los métodos indirectos. Anteriormente ya se justificaron de forma general como funcionan dichos métodos. No es posible conocer de forma específica el método que utiliza para realizar la optimización ya que el programa busca el método que mejor se acople a la forma de los modelos matemáticos de la función volumen y la función de esfuerzo de superficie.

### Postprocesamiento de datos y ajuste

Debido a que el número de dientes resultantes de los engranes no son números enteros, se recalcula la relación de engranaje para lograrlo. También se ajustan los diámetros de paso para asegurar el paralelismo entre los ejes.

### Análisis de los engranes de la TDEO

Después de la etapa de postprocesamiento y ajuste de resultados, se calculan los parámetros geométricos faltantes, las cargas y los esfuerzos (flexión y superficiales), al igual que se hizo para la TM y la TDE. Se selecciona el material adecuado para los engranes a partir de los esfuerzos computados; los esfuerzos de flexión y superficiales de diseño se calculan de la siguiente forma.

$$\sigma_d = \frac{1 + \alpha_2}{1 + \alpha_1} \sigma_n$$

## **Diseño de los embragues de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada**

La siguiente tarea por cumplir de este trabajo es el diseño de la forma de los embragues y sus dimensiones. Se proponen embragues de platos, el material y las dimensiones de los mismos. Para obtener una mayor área de contacto que promueva una mejor fricción, se propone un disco por cada marcha de la transmisión.

### Análisis de los embragues de la TDEO

Para el análisis de los embragues, se calculan los esfuerzos de compresión y torsión, se verifica que el material elegido sea el adecuado. En la selección de material se toma en cuenta que los metales sinterizados soportan mejor los esfuerzos de compresión que los metales fundidos, tejidos o moldeados y además el coeficiente de fricción es más bajo; también los metales sinterizados presentan una mayor resistencia altas temperaturas que los metales.

## **Diseño de los ejes de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada**

### Configuración del sistema de la TDEO

El primer paso para el diseño de ejes es establecer la configuración del tren de engranes, ya que en ella se determina la disposición de los engranes, sincronizadores y embragues sobre los ejes, por lo tanto, la longitud de los mismos. Se elige una configuración tal que los ejes de los piñones son concéntricos, en tanto que el eje secundario de los engranes de las marchas pares está separado del respectivo a las marchas impares.

### Cálculo de los diámetros de los ejes de la TDEO

El siguiente paso es la obtención del diámetro exterior e interior de cada uno de los ejes. Para ello se hace uso de la ecuación de esfuerzo de fatiga propuesta por la norma ANSI-ASME B106-1 que es:

$$d_o^3 = \frac{32 SF}{\pi} \frac{1}{1 - r^4} \sqrt{\left(\frac{M}{\sigma_{fat}}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{T}{S_y}\right)^2}$$

Para los ejes primarios se obtendrán diferentes diámetros exteriores, es decir, el eje tendrá cambios de sección, con el objetivo de disminuir las deflexiones. Los ejes secundarios tendrán diámetros exteriores constantes. La obtención de los momentos flectores resultantes para cada sección se hace de manera diferente en el eje primario de las marchas impares que el de las marchas pares. Para el eje de las marchas impares el momento flector se obtiene a través de la expresión general para momentos, mientras que en el eje de las marchas pares el momento se obtiene a través de los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores:

$$M[x] = F x r[x] \rightarrow (Marchas impares)$$

$$M[x] = - \int F dx \rightarrow (Marchas pares)$$

Una vez obtenidos los momentos se selecciona el material con el que se desea diseñar. De dicho material se usa el esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último para así poder calcular el esfuerzo por fatiga y posterior a ello obtener los diámetros.

### Análisis de los ejes de la TDEO

Después de obtener los diámetros se calculan los momentos de área y se aplica la ecuación diferencial general para vigas (Euler-Bernoulli) en cada sección que es:

$$W_c(x) = E I \frac{d^4 y}{d^4 x} \rightarrow \text{Distribución de carga}$$

La solución de esta ecuación diferencial dependerá de las fuerzas presentes, la disposición de los elementos y de las condiciones de frontera apropiadas para cada eje. Con esta solución, la cual representa la deflexión, se podrán obtener las deflexiones resultantes generadas por cada elemento y por el peso del propio eje. Después de obtener las deflexiones se calcula la frecuencia natural del eje sin tener ningún elemento ensamblado. Para el caso de los ejes primarios se calcula la frecuencia natural para la sección transversal mayor y menor. También se calcula la relación de frecuencias y el factor de amplificación.

$$\omega_{neje} = \sqrt{\frac{K_{eje}}{m_{eje}}} \rightarrow \text{Frecuencia natural}$$

$$r_v = \frac{\omega_{ex}}{\omega_{neje}} \rightarrow \text{Relación de frecuencias}$$

$$F_a = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_v^2)^2}} \rightarrow \text{Factor de amplificación}$$

Finalmente se calcula la velocidad crítica del eje al estar cargado con todos los elementos por medio de la ecuación de Rayleigh:

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{\sum K_n y_n^2}{\sum m_n y_n^2}} \rightarrow \text{Velocidad crítica}$$

### **Selección de los rodamientos de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada**

La selección de rodamientos se hace a partir de la dimensión del diámetro externo del eje y la velocidad de giro del mismo; se toma en cuenta que la velocidad de giro del eje no supera la velocidad de giro límite de los rodamientos. Posterior a la selección, gracias a los datos brindados por el fabricante, se conoce la carga dinámica límite de los cojinetes, por lo que conocer el factor de velocidad, factor de vida para la fatiga y el tiempo de vida útil de cada uno de ellos es posible.

## Capítulo 4

### Datos generales del auto

La transmisión manual que se utiliza como referencia para el desarrollo de este trabajo pertenece a un Volkswagen Golf III Variant 1994, cuyo motor entrega un par motriz máximo ( $T_{\max}$ ) de 75 [lb<sub>f</sub> ft] @ 2800 [rpm] y una potencia máxima ( $Pot_{\max}$ ) de 55 [hp] @ 5200 [rpm].

<b>Modelo</b>	Golf III Variant
<b>Año</b>	1994
<b>Motor</b>	1.4 [Lt]
<b>Potencia máxima</b>	55 [Hp] @ 5200 [rpm]
<b>Par máximo</b>	75 [lb <sub>f</sub> ft] @ 2800 [rpm]
<b>Longitud</b>	13.18 [ft]
<b>Anchura</b>	5.56 [ft]
<b>Altura</b>	4.68 [ft]
<b>Combustible</b>	Gasolina
<b>Tracción</b>	FWD

Tabla 3. Datos del Volkswagen Golf III Variant 1994.



Figura 23. Volkswagen Golf III Variant 1994. [35]

### Caracterización de una Transmisión Manual

#### Desmontaje y medición

La fase de desarmado de la Transmisión Manual (TM), además de permitir la medición los engranes, ofrece la oportunidad de conocer todos los elementos que conforma al sistema, desde los agentes esenciales como los propios engranes y ejes hasta las piezas auxiliares, tal es el caso de pernos, resortes, tornillos, etc.

La medición del número de dientes, diámetro externo, ángulo de hélice y espesor se realizan con el pie de rey y el cabezal divisor, además el ángulo de presión se estima de 25 [°]. Debido a que la resolución del pie de rey es de 1/128 [in], el grado de confiabilidad de las mediciones es aceptable. Así, el cabezal divisor ofrece una resolución de 0.2 [°], una magnitud demasiado alta para cuantificar los ángulos.

#### Análisis de los engranes de la TM

El orden del procedimiento para el análisis de esta transmisión de referencia se puede ordenar de la siguiente manera:

- Cálculo de parámetros geométricos como relación de engranaje, diámetro de paso, paso diametral, etc.

- Cómputo de las cargas presentes en el diente del engrane en condiciones de operación a par máximo. Obtención de la velocidad de giro de los engranes del eje secundario.
- Evaluación del esfuerzo de flexión en la raíz del diente por medio de un análisis por elementos finitos (FEM) y a través de un análisis algebraico normado.
- Cálculo de la relación entre esfuerzo logrado por FEM y norma.

Elemento	Nº Dientes (N)	Diámetro externo (D <sub>e</sub> ) [in]	Espesor (e) [in]	Ángulo de presión tangencial (φ)	Ángulo de hélice tangencial (ψ)
Piñón 1	14	1.555	0.739	25	35
Engrane 1	49	4.957	0.739	25	35

Tabla 4. Datos de la TM obtenidos a partir de la medición.

Debido a que las normas (AGMA) empleadas para el análisis geométrico y mecánico de los engranes se encuentran desarrolladas en el Sistema Inglés de Unidades, se hará uso de dicho sistema de unidades a pesar de saber que la norma de diseño de la transmisión es la DIN. Habiendo computado todas las características geométricas anteriores, se emplean los valores de diámetro de paso resultantes y se calcula la velocidad de giro de los engranes del eje secundario, así como la carga tangencial ( $W_t$ ) para cada engrane y piñón. Sabiendo que el valor máximo de esta carga  $W_t$  se presenta cuando el par motriz es máximo, entonces se realiza la evaluación para esta situación. Posteriormente con los valores obtenidos de la carga tangencial se investigan las fuerzas axiales y radiales presentes asociadas al engrane sujeto a  $T_{max}$ . Debido a que en este trabajo no se diseñan los elementos del engrane diferencial, no se realiza un análisis de cargas y esfuerzo, sin embargo, en el proceso de diseño de los ejes y en el cálculo de del tiempo de aceleración de la carga de los embragues si se toma en cuenta el peso que caracteriza a los piñones y al engrane del diferencial.

$$\omega_{Tmaxe} [rpm] = re \omega_{Tmaxp} [rpm]$$

$$T_{maxe} [lb_f \cdot ft] = re T_{maxp} [lb_f \cdot ft]$$

$$Pot_{tmax} [Hp] = (1.9041 \times 10^{-4}) T_{max} [lb_f \cdot ft] \omega_{Tmax} [rpm]$$

Elemento	Relación de engranaje (re)	Velocidad angular @ T <sub>max</sub> (ω <sub>Tmax</sub> ) [rpm]	Par máximo (T <sub>max</sub> ) [lb <sub>f</sub> ft]	Potencia @ T <sub>max</sub> (Pot <sub>Tmax</sub> ) [Hp]
Piñón 1	3.500	2800	75	40.14
Engrane 1	3.500	800	263	40.14

Tabla 5. Velocidad angular y potencia a par máximo de la TM.

En la tabla anterior se muestra que la potencia es igual para cada marcha ya que en todo momento, en condiciones ideales de operación, la potencia se conserva. Con base en esta información se plantea la expresión que permite

calcular la carga tangencial, la cual nos servirá para conocer la carga radial, la carga axial y la fuerza resultante posteriormente.

$$W_{tmax} [lb_f] = \frac{126000 Pot_{Tmax} [Hp]}{D_p [in] \omega_{Tmax} [rpm]}$$

$$W_{rmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \varphi$$

$$W_{xmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \psi$$

Nótese que en la siguiente tabla las fuerzas en cada dirección son iguales para cada piñón y engrane pertenecientes a la misma marcha, ya que las acciones de uno se manifiestan como las reacciones del otro.

Elemento	Diámetro de paso (D <sub>p</sub> ) [in]	Carga tangencial máxima (W <sub>tmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga radial máxima (W <sub>rmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga axial máxima (W <sub>xmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]
Piñón 1	1.361	1328	619	930
Engrane 1	4.762	1328	619	930

Tabla 6. Cargas presentes a par máximo en TM.

El análisis de flexión para un engrane requiere que el diente se visualice como una viga empotrada, por lo que para llevar a cabo el FEM y comparar la información lograda, con la obtenida a través de la expresión propuesta por la norma es necesario adaptar el engrane a esta condición.

$$\sigma_f [psi] = \frac{W_t [lb_f] P \left[ \frac{1}{in} \right]}{e [in] J} K_v K_s K_B K_o K_m$$

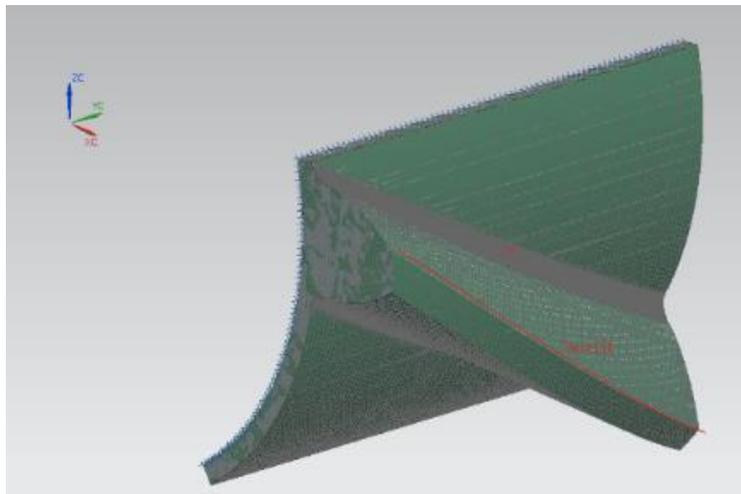


Figura 24. Análisis FEM del diente del piñón 1 de la TM.

Como se mencionó anteriormente el esfuerzo a partir de la norma es mayor que el conseguido por el análisis por elementos finitos, por lo tanto, se calcula dicha relación promedio ( $\alpha_1$ ).

$$\alpha_1 = \bar{\xi}_l \therefore \alpha_1 = 1.49$$

Elemento	Esfuerzo de flexión-Norma ( $\sigma_{fn}$ ) [ksi]	Esfuerzo de flexión-Nx ( $\sigma_{fnx}$ ) [ksi]	% Desviación Norma-NX ( $\xi_i$ )
Piñón 1	130.5	42.5	207
Piñón 2	78.6	39.4	100
Piñón 3	62.4	20.2	106
Piñón 4	75.5	27.9	171
Piñón 5	64.6	25.5	154
Piñón Reversa	138.0	47.3	192
Engrane 1	132.9	39.9	233
Engrane 2	148.8	52.5	184
Engrane 3	70.2	22.3	215
Engrane 4	84.8	27.9	204
Engrane 5	62.2	23.0	170
Engrane Reversa	180.8	63.1	186
Engrane Loco	179.3	57.7	211

Tabla 7. Comparación de esfuerzos emitidos por norma y el software acerca de la TM.

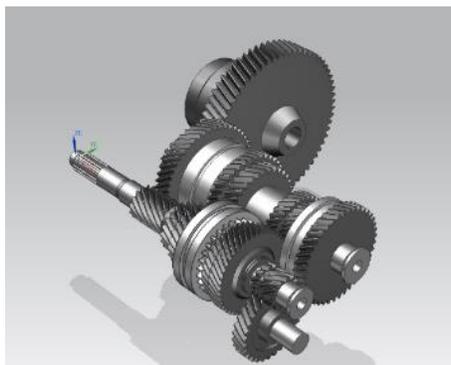


Figura 25. Configuración de la TM.

## Conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague

### Metodología de conversión

La etapa de conversión de una TM a una TDE, la cual considera lo siguiente: el rango de relación de engranaje se debe de conservar, el diámetro de paso del engrane de la primera marcha de la conversión tiene que producir como mínimo un par igual al de su homónima de la TM, la relación de engranaje de 1:1 se alcanza en la penúltima marcha, la suma de los diámetros de paso del par de engranes de cada marcha tiene que ser igual para asegurar que el sistema es paralelamente reversible.

- Evaluación de las regresiones polinómicas de cuarto orden (diámetro de paso de los piñones, número de dientes de los piñones y número de dientes de los engranes) obtenidas a partir de la etapa de caracterización.

- Recopilación de los datos obtenidos en la regresión polinómica y redondeo del número de dientes obtenido a números de dientes enteros. Cálculo nuevamente de la relación de engranaje y el diámetro de paso de los engranes del eje secundario.
- Se ajustan los diámetros de paso de los piñones y engranes para que la transmisión sea paralelamente reversible.

Elemento	Nº Dientes (N)	Diámetro de paso (D <sub>p</sub> ) [in]
Piñón 1	14	1.960
Engrane 1	49	6.859

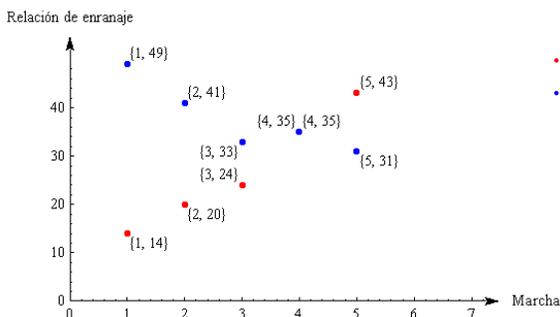
Tabla 8. Datos empleados para la conversión.

Las expresiones que describen los comportamientos geométricos preliminares son las siguientes:

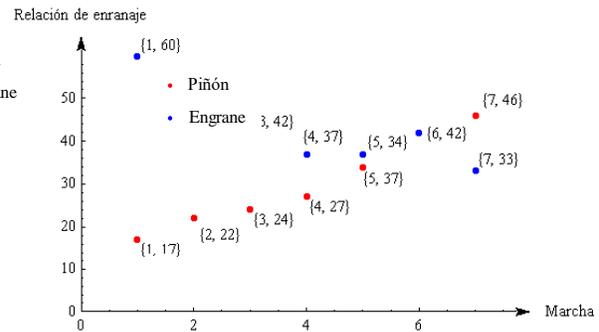
$$N_p = -0.7917s^4 + 9.4167s^3 - 37.708s^2 + 65.083s - 22 \rightarrow (\text{Número de dientes del piñón})$$

$$N_e = -1.083s^4 + 12.5s^3 - 47.917s^2 + 64.5s - 21 \rightarrow (\text{Número de dientes del engrane})$$

$$D_{pp} = -0.0105s^4 + 0.1172s^3 - 0.4783s^2 + 1.4043s - 0.3279 \rightarrow (\text{Diámetro de paso del piñón})$$



Gráfica 4. Número de dientes de una TM de 5 velocidades.



Gráfica 5. Número de dientes de una TDE de 7 velocidades.

Después de evaluar las expresiones anticipadas, en donde la variable  $s$  representa el número de marcha de equivalencia entre la TDE y la TM, se realizan acabo los ajustes necesarios para cumplir con los requisitos previos. Como resultado se tiene la evolución de los parámetros geométricos adaptados, de manera exitosa. Se propone un aumento del 45% de la distancia entre centros respecto a la TM, es decir, si la distancia entre los centros de los elementos de la Transmisión Manual es originalmente de 3.03 [in], con dicho aumento la distancia entre centros será ahora de 4.409 [in]. Este aumento tiene como propósito disminuir los esfuerzos presentes en los engranes, ya que se incrementa un 35% el diámetro de paso de los elementos.

## Análisis de los engranes la TDE

El análisis de la TDE se ejecuta en el siguiente orden:

- Cálculo de las características geométricas: diámetro de paso, relación de engranaje, etc.
- Computo de las cargas presentes en el diente del engrane. Obtención de la velocidad de giro de los engranes.
- Evaluación del esfuerzo de flexión en la raíz del diente por medio de un análisis por elementos finitos (FEM) y a través de un análisis bajo norma.
- Cálculo de la relación entre esfuerzo logrado por FEM y norma. Establecimiento del esfuerzo de flexión y el esfuerzo superficial de diseño.

Teniendo finalizada la conversión se calculan las características geométricas restantes. Para ello se fija que el ángulo de presión es de  $25^\circ$  y el ángulo de hélice de  $30^\circ$ . Una recomendación que hace Robert Mott en su libro “Diseño de elementos de máquinas” es que la magnitud del espesor debe de ser el doble de la correspondiente al paso diametral axial, con el fin de aprovechar de mejor forma los beneficios que brinda la hélice. Entonces, se aplica dicho consejo para dimensionar el espesor. Sin embargo, ya que se llevó acabo un aumento del 35 % del diámetro de paso anteriormente, para compensar el cambio realizado también se aplica el mismo criterio a la recomendación anterior:

$$e = 2.35P_x$$

Elemento	N° Dientes (N)	Diámetro de paso ( $D_p$ ) [in]	Espesor (e) [in]	Ángulo de presión tangencial ( $\phi$ )	Ángulo de hélice tangencial ( $\psi$ )
Piñón 1	14	1.960	1.790	25	30
Engrane 1	49	6.859	1.790	25	30

Tabla 9. Datos de la TDE obtenidos a partir de la conversión.

Después de haber calculado todas las características geométricas, nuevamente se tasa la velocidad de giro de los engranes del eje secundario, así como la carga tangencial ( $W_t$ ) para cada engrane y piñón en condiciones de operación a par máximo ( $T_{max}$ ). Posteriormente con los valores obtenidos de la carga tangencial se investigan las fuerzas axiales y radiales.

$$\omega_{Tmaxe} [rpm] = re \omega_{Tmaxp} [rpm]$$

$$T_{maxe} [lb_f \cdot ft] = re T_{maxp} [lb_f \cdot ft]$$

$$Pot_{tmax} [Hp] = (1.9041 \times 10^{-4}) T_{max} [lb_f \cdot ft] \omega_{Tmax} [rpm]$$

Elemento	Relación de engranaje (re)	Velocidad angular @ $T_{max}$ ( $\omega_{T_{max}}$ ) [rpm]	Par máximo ( $T_{max}$ ) [lb <sub>r</sub> ft]	Potencia @ $T_{max}$ ( $Pot_{T_{max}}$ ) [Hp]
Piñón 1	3.500	2800	75	40.14
Engrane 1	3.500	800	263	40.14

Tabla 10. Velocidad angular y potencia a par máximo de la TDE.

Con base en la información anterior se emplean las expresiones ya conocidas que permiten calcular la carga tangencial, la carga radial, la carga axial y la fuerza resultante en condiciones de operación de par máximo.

$$W_{tmax} [lb_f] = \frac{126000 Pot_{Tmax} [Hp]}{D_p [in] \omega_{Tmax} [rpm]}$$

$$W_{rmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \varphi$$

$$W_{xmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \psi$$

Las cargas resultantes son iguales en el par de engranes de cada marcha, por consecuencia el esfuerzo superficial es el mismo, de lo contrario el nivel de dureza exigido en cada uno es diferente, y la penetración de uno sobre otro sería inminente.

Elemento	Diámetro de paso ( $D_p$ ) [in]	Carga tangencial máxima ( $W_{tmax}$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga radial máxima ( $W_{rmax}$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga axial máxima ( $W_{xmax}$ ) [lb <sub>f</sub> ]
Piñón 1	1.960	922	430	532
Engrane 1	6.859	922	430	532

Tabla 11. Cargas presentes a par máximo en la TDE.

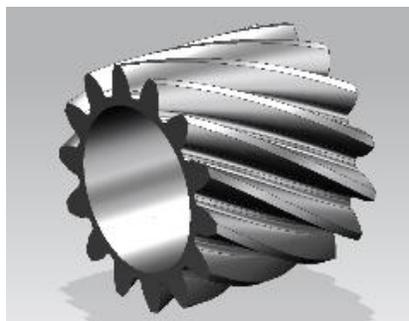


Figura 26. Piñón 1 de la TDE.

Como se mencionó anticipadamente el esfuerzo a partir de la norma es mayor que el conseguido por el análisis por elementos finitos, por lo tanto, se calcula dicha relación promedio ( $\alpha_1$ ).

$$\sigma_f [psi] = \frac{W_t [lb_f] P \left[ \frac{1}{in} \right]}{e [in] J} K_v K_s K_B K_o K_m$$

$$\alpha_1 = \bar{\xi}_l \therefore \alpha_1 = 1.64$$

Elemento	Esfuerzo de flexión-Norma ( $\sigma_{fn}$ ) [ksi]	Esfuerzo de flexión-NX ( $\sigma_{fnx}$ ) [ksi]	% Desviación $\sigma_{fn} / \sigma_{fnx}$ ( $\xi_1$ )
Piñón 1	26.0	91.4	184
Piñón 2	19.4	87.8	121
Piñón 3	12.8	69.9	83
Piñón 4	10.6	51.0	107
Piñón 5	11.7	51.0	130
Piñón 6	15.7	66.2	137
Piñón 7	12.0	42.3	182
Piñón Reversa	25.5	88.0	189
Engrane 1	26.5	84.6	213
Engrane 2	20.5	69.9	193
Engrane 3	14.2	52.0	173
Engrane 4	11.9	43.0	177
Engrane 5	13.3	45.6	191
Engrane 6	17.9	66.3	170
Engrane 7	13.9	58.1	139
Engrane Reversa	25.8	86.8	197
Engrane Loco	28.2	92.2	206

Tabla 12. Comparación de resultados arrojados por norma y software acerca de la TDE.

Comparando el valor de  $\alpha_1$  obtenido en el análisis de la TM y el estudio de la TDE se visualiza que el valor es cercano (1.49 para el primer caso y 1.64 para el segundo caso), por lo que, establecemos que la relación entre los resultados arrojados por el FEM y la norma son consistentes. Habiendo dicho lo anterior, se hace la siguiente hipótesis: “Si fuera posible realizar la evaluación del esfuerzo superficial por FEM y se comparara con los resultados obtenidos por norma, la relación existente sería igual a la obtenida para el caso del esfuerzo de flexión, es decir, el valor de  $\alpha_1$  presentaría una magnitud de entre 1.49 y 1.64”.

$$\sigma_{sn} = (1 + \alpha_1) \sigma_{snx}$$

Recordando que se estableció en el capítulo 3 que los valores de esfuerzo de flexión y esfuerzo superficial de diseño están comprendidos entre los computados por el software y la norma, se retoman los términos fijados.

$$\sigma_d = \frac{1 + \alpha_2}{1 + \alpha_1} \sigma_n$$

Se propone un valor de  $\alpha_2=0.05$  con la intención de tener una mayor aproximación a la información lograda por el FEM, ya que presenta una mayor precisión que la norma, además se emplea el valor de  $\alpha_1=1.64$ . Por consiguiente, la relación que permite conocer los valores de diseño a partir de la norma, pero considerando la aportación del análisis por elementos finitos es la siguiente:

$$\sigma_{fad} [psi] = \left(\frac{1.05}{2.64}\right) \left(\frac{W_t [lb_f] P \left[\frac{1}{in}\right]}{e [in] J}\right) \left(\frac{K_v K_s K_b K_o K_m SF K_r}{Y_n}\right)$$

$$\sigma_{sad} [psi] = \left(\frac{1.05}{2.64}\right) \left(\frac{C_p [psi]^{0.5} SF K_r}{Z_n C_H}\right) \sqrt{\frac{W_t [lb_f]}{e [in] D_{pp} [in] I_c} K_v K_s K_o K_m}$$

Elemento	Esfuerzo de flexión admisible-Diseño ( $\sigma_{fad}$ ) [ksi]	Esfuerzo superficial admisible-Diseño ( $\sigma_{sad}$ ) [ksi]
Piñón 1	12.2	70.0
Engrane 1	12.0	67.6

Tabla 13. Esfuerzos de diseño de la TDE.

### Optimización de la Transmisión de Doble Embrague

Una vez conocida la relación entre el esfuerzo de diseño con el esfuerzo de norma y el esfuerzo del FEM, para la optimización es necesario conocer la relación que existe entre el área frontal de los engranes helicoidales calculada con el programa NX y la calculada con el modelo matemático propuesto. Obteniendo la relación existente entre ambos cálculos, se puede observar que el área calculada por el modelo matemático es mayor que la calculada por el software:

Elemento	Área por NX ( $A_{NX}$ ) [in <sup>2</sup> ]	Área por MT ( $A_{MT}$ ) [in <sup>2</sup> ]	% Error Área	Factor de relación de área
Piñón 1	2.969	3.272	10.210	0.907
Engrane 1	36.804	38.802	5.428	0.949

Tabla 14. Áreas calculadas por MATHEMATICA y NX.

Este factor multiplica al área calculada por el modelo matemático:

$$f_{ca} = 0.9269$$

### Metodología de optimización

Después de aplicar el factor anterior, la función objetivo (Volumen del engrane) está corregida para realizar la optimización:

$$V_E = e f_{ca} \text{ Area frontal}$$

Lo siguiente es dejar la función restricción en términos de las variables del diseño. El modelo de la función restricción es el esfuerzo por picadura de diseño:

$$\sigma_{\text{sad}} = \frac{1.05 C_p S_F K_r}{2.64 Z_n C_H} \sqrt{\frac{W_t}{e I_c D_{pp}} K_o K_m K_s K_v}$$

El diámetro de paso del piñón  $D_{pp}$  se expresa en función del número de dientes del piñón  $N_p$  a través de la relación de engranaje:

$$\frac{N_p}{N_e} D_{pe} = D_{pp}$$

Finalmente, la función de restricción queda de la forma:

$$\sigma_{\text{sad}} = \frac{1.05 C_p S_F K_r}{2.64 Z_n C_H} \sqrt{\frac{W_t}{e I_c \frac{D_{pe}}{N_e} N_p} K_o K_m K_s K_v}$$

La optimización se realiza en el software MATHEMATICA por medio del comando FindMinimum. Este comando es capaz de realizar la búsqueda de mínimos locales de funciones no lineales. Como ya se explicó anteriormente, la optimización de funciones no lineales se puede hacer de forma directa o indirecta, sin embargo, para este caso no es posible saber que método emplea este comando, ya que por sí mismo busca el más adecuado para realizar la operación. Los engranes que se optimizan son únicamente los piñones ya que en un principio los piñones tienen mayor dureza que los engranes y previendo que con la operación, al tiempo, los engranes alcanzan la dureza de los piñones. Otro punto a resaltar es que se desea realizar una optimización entera, es decir, que los mínimos encontrados sean enteros para el caso del número de dientes. El rango de la optimización para las variables de diseño se establece cercano a los valores iniciales con el propósito de obtener piñones de características semejantes a los primitivos. Las variables que se asignan arbitrariamente son el ángulo de presión normal  $\phi=25^\circ$  y el radio de paso del piñón  $r_{pp}$ . Se procede a realizar la optimización de los piñones.

### Postprocesamiento de datos y ajustes

Para definir las características geométricas finales de los engranes y los piñones se verifica que el número de dientes de los engranes sea entero y la distancia entre centros para cada par de engranes sea igual, si no es así, se ajustan los valores. Esto tiene como consecuencia que los valores obtenidos por el postprocesamiento de la optimización ya no sean los mínimos locales si no que sean valores cercanos a los mismos.



Figura 27. Piñón 1 de la TDEO.

Elemento	Nº Dientes (N)	Diámetro de paso (D <sub>p</sub> ) [in]	Espesor (e) [in]	Ángulo de presión tangencial (φ)	Ángulo de hélice tangencial (ψ)
Piñón 1	17	1.947	1.240	25	30
Engrane 1	60	6.871	1.240	25	30

Tabla 15. Datos de la TDEO consecuentes al ajuste de la optimización.

### Análisis de los engranes de la TDEO

Se computa la velocidad de giro de los engranes del eje secundario, así como la carga tangencial (W<sub>t</sub>) para cada engrane y piñón en condiciones de operación a par máximo (T<sub>max</sub>) y con los valores obtenidos de la carga tangencial se investigan las fuerzas axiales y radiales.

$$\omega_{Tmaxe} [rpm] = re \omega_{Tmaxp} [rpm]$$

$$T_{maxe} [lb_f \cdot ft] = re T_{maxp} [lb_f \cdot ft]$$

$$Pot_{tmax} [Hp] = (1.9041 \times 10^{-4}) T_{max} [lb_f \cdot ft] \omega_{Tmax} [rpm]$$

Elemento	Relación de engranaje (re)	Velocidad angular @ T <sub>max</sub> (ω <sub>Tmax</sub> ) [rpm]	Par máximo (T <sub>max</sub> ) [lb <sub>f</sub> ft]	Potencia @ T <sub>max</sub> (Pot <sub>Tmax</sub> ) [Hp]
Piñón 1	3.529	2800	75	40.14
Engrane 1	3.529	793	266	40.14

Tabla 16. Velocidad angular y potencia a par máximo de la TDEO.

Con base en la información anterior se aplican las expresiones ya conocidas que permiten calcular la carga tangencial, la carga radial, la carga axial y la fuerza resultante en condiciones de operación de par máximo.

$$W_{tmax} [lb_f] = \frac{126000 Pot_{Tmax} [Hp]}{D_p [in] \omega_{Tmax} [rpm]}$$

$$W_{rmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \varphi$$

$$W_{xmax} [lb_f] = W_{tmax} [lb_f] \tan \psi$$

Las cargas resultantes son las siguientes:

Elemento	Diámetro de paso (D <sub>p</sub> ) [in]	Carga tangencial máxima (W <sub>tmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga radial máxima (W <sub>rmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga axial máxima (W <sub>xmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]
Piñón 1	1.947	928	433	536
Engrane 1	6.871	928	433	536

Tabla 17. Cargas presentes a par máximo en la TDEO.

Empleando el criterio ya establecido para los esfuerzos de diseño:

$$\sigma_d = \frac{1.05}{2.64} \sigma_n$$

El esfuerzo de flexión admisible y el esfuerzo superficial admisible consideran el cambio en la resistencia del material:

$$\sigma_{fad} [\text{psi}] = \left( \frac{1.05}{2.64} \right) \left( \frac{W_t [\text{lb}_f] P \left[ \frac{1}{\text{in}} \right]}{e [\text{in}] J} \right) \left( \frac{K_v K_s K_B K_o K_m SF K_r}{Y_n} \right)$$

$$\sigma_{sad} [\text{psi}] = \left( \frac{1.05}{2.64} \right) \left( \frac{C_p [\text{psi}]^{0.5} SF K_r}{Z_n C_H} \right) \sqrt{\frac{W_t [\text{lb}_f]}{e [\text{in}] D_{pp} [\text{in}] I_c} K_v K_s K_o K_m}$$

Elemento	Esfuerzo de flexión admisible ( $\sigma_{fad}$ ) [ksi]	Esfuerzo superficial admisible ( $\sigma_{sad}$ ) [ksi]
Piñón 1	39.0	158.0
Engrane 1	39.2	81.0

Tabla 18. Esfuerzos de diseño de la TDEO.

### Selección del material

El acero que se elige para la fabricación de los engranes es el AISI 4320 con templado simple. Se somete a un proceso de carburizado a 926 [°C] durante 8 [h] con post-enfriamiento en olla. Después es recalentado a 830 [°C], y templado en aceite agitado. Finalmente se vuelve a recalentar a 150 [°C]. La resistencia a la fluencia es de 178000 [psi] y la resistencia a la ruptura es de 218000 [psi]. Posee una dureza 62 HRC. La profundidad de cementación es de 0.075 [in].

## Comparativa y análisis de resultados de la TM, TDE y TDEO

A continuación, se muestra una comparativa del piñón 1 de la transmisión manual TM, de la transmisión de doble embrague TDE y de la transmisión de doble embrague optimizada TDEO:

	<b>TM</b>	<b>TDE</b>	<b>TDEO</b>
<b>N° Dientes (N)</b>	14	14	17
<b>Diámetro de paso (D<sub>p</sub>) [in]</b>	1.361	1.960	1.947
<b>Ángulo de presión tangencial (φ)</b>	25	25	25
<b>Ángulo de hélice tangencial (ψ)</b>	35	30	30
<b>Relación de engranaje (re)</b>	3.500	3.500	3.529
<b>Espesor (e) [in]</b>	0.739	1.790	1.240
<b>Carga tangencial máxima (W<sub>tmax</sub>) [lbf]</b>	1328	922	928
<b>Carga radial máxima (W<sub>rmax</sub>) [lbf]</b>	619	430	433
<b>Carga axial máxima (W<sub>xmax</sub>) [lbf]</b>	930	532	536
<b>Velocidad angular @ Par max (ω<sub>Tmax</sub>) [rpm]</b>	2800	2800	2800
<b>Par máximo (T<sub>max</sub>) [lbf ft]</b>	75	75	75
<b>Potencia @ T<sub>max</sub> (Pot<sub>Tmax</sub>) [Hp]</b>	40.14	40.14	40.14
<b>Volumen (V<sub>E</sub>) [in<sup>3</sup>]</b>	1.459	5.429	3.688
<b>Peso (W) [lbf]</b>	0.415	1.543	1.048
<b>Esfuerzo de flexión admisible-Diseño (σ<sub>fad</sub>) [ksi]</b>	---	12.1	20.8
<b>Esfuerzo superficial admisible-Diseño (σ<sub>sad</sub>) [ksi]</b>	---	70.0	84.2

Tabla 19. Comparación del piñón 1 de TM, TDE y TDEO.

De la tabla anterior se observa que el diámetro de paso, el espesor, el volumen y el peso del piñón 1 son mayores en la transmisión de doble embrague con respecto a la transmisión manual; mientras que las cargas máximas (tangencial, radial y axial) resultan ser menores después de la conversión. Esta situación se debe a que al aumentar las dimensiones del piñón, se reducen las cargas que soporta durante su funcionamiento. En cuanto al número de dientes, el ángulo de presión y hélice tangencial, la relación de engranaje, la velocidad angular y potencia (a par máximo) se mantienen constantes ya que se conservó el rango de velocidades de operación en la conversión.

Para la transmisión de doble embrague optimizada se observa que el número de dientes, la relación de engranaje, las cargas máximas (tangencial, radial y axial) y los esfuerzos de flexión y superficial admisible aumentaron en el piñón 1 respecto a la transmisión sin optimizar; mientras que el diámetro de paso, el espesor, el volumen y el peso disminuyeron después de la optimización. Esta situación se debe a que la optimización realizada fue de carácter geométrico, es decir, sólo involucra cuestiones geométricas del piñón. De igual forma que en la transmisión de doble embrague (sin optimizar), el ángulo de presión y hélice tangencial, la velocidad angular y potencia (a par máximo) se mantienen constantes.

$$\text{Aumento de peso antes de la optimización } [lb_f] = 125$$

$$\text{Aumento de peso después de la optimización } [lb_f] = 97$$

$$\% \text{ Aumento de peso antes de la optimización } [lb_f] = 3.90$$

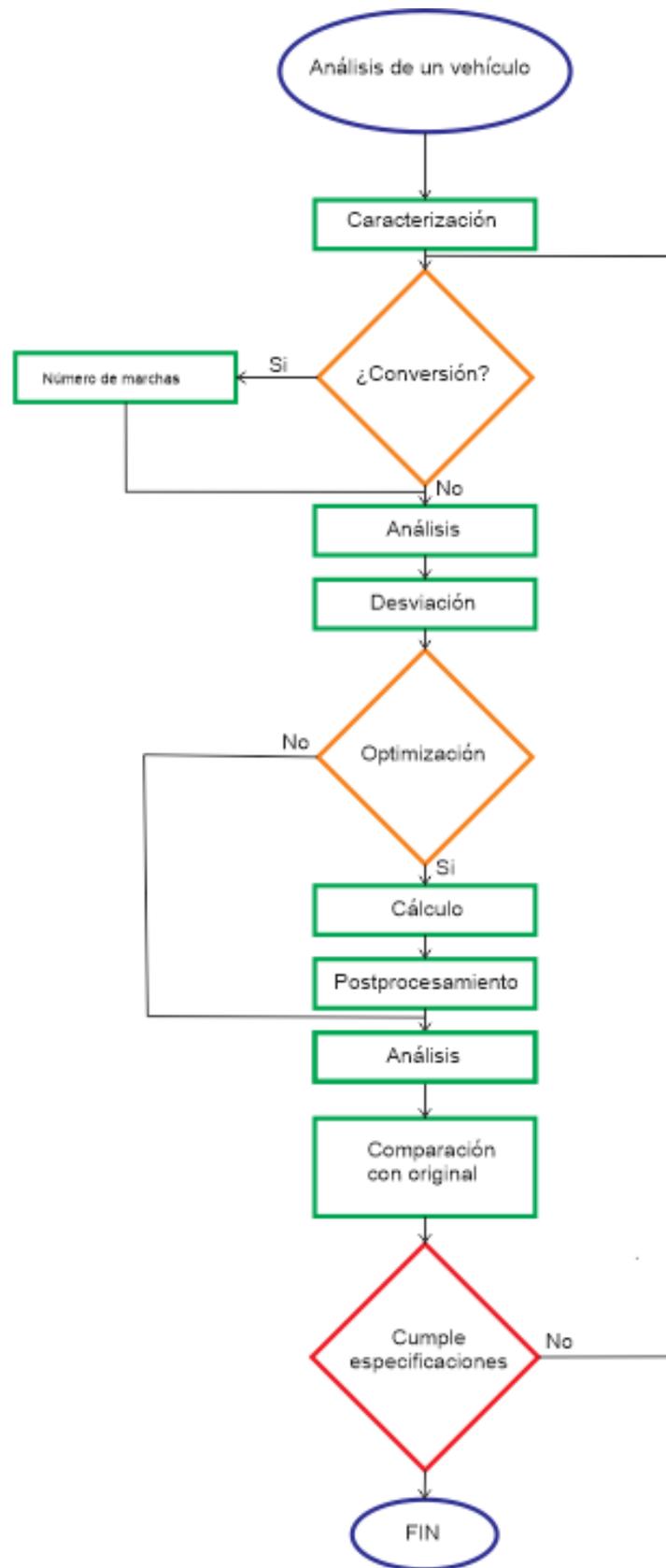
$$\% \text{ Aumento de peso después de la optimización } [lb_f] = 3.25$$

	TM	TDE	TDEO
<b>Volumen (V) [in<sup>3</sup>]</b>	149	592	492
<b>Peso (W) [lb<sub>f</sub>]</b>	43	168	140

Tabla 20. Comparación del volumen y peso de TM, TDE y TDEO.

En cuanto al volumen y peso de la transmisión de doble embrague, se observa que aumentó 3.9 veces después de realizar la conversión; esto debido a que se incrementaron el número de marchas y con ello, el número de elementos presentes. Sin embargo, para la transmisión de doble embrague optimizada se observa una disminución del 65 % en estos aspectos, lo que conlleva al uso de una menor cantidad de material para su fabricación con respecto a la transmisión sin optimizar.

A continuación, se muestra el proceso general de conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague Optimizada, el cual es aplicable en todo momento, sin importar el número de marchas de la TM y de la TDEO.



## Diseño de los embragues de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada

El diseño del disco del embrague se inicia con la propuesta de las dimensiones del mismo; el diámetro externo se sugiere de 13 [in] ya que el espacio designado para el embrague de la Transmisión Manual es de proporciones similares, mientras que el espesor de este elemento se plantea de 0.35 [in] puesto que es el espesor promedio de los embragues comerciales. Además, se decide emplear un componente por cada marcha que constituye al sistema, por lo que se emplean ocho piezas en total, cada uno con su respectivo plato opresor, cuyas dimensiones son iguales a la de dicho disco. La disposición de los platos es de tal forma que cuatro de ellos están montados sobre el eje primario de las marchas pares, y los restantes se ubican en el eje primario de las velocidades pares.

Elemento	Radio externo (R <sub>2</sub> ) [in]	Radio interno (R <sub>1</sub> ) [in]	Espesor (e) [in]	Volumen (V <sub>e</sub> ) [in <sup>3</sup> ]	Peso (W) [lb <sub>f</sub> ]
Disco de embrague 1	6.5	1.5	0.265	34.85	9.90
Disco de embrague 2	6.5	1.4	0.265	34.78	9.88

Tabla 21. Datos generales de los discos de los embragues.

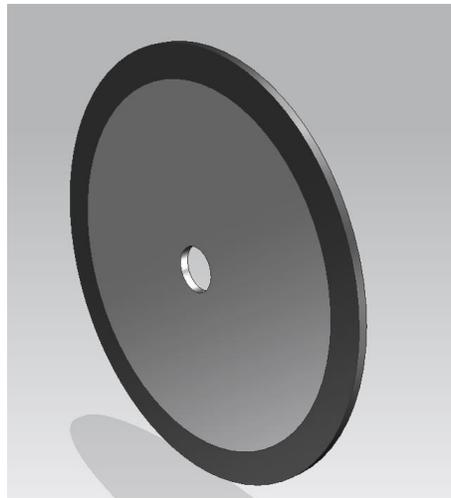


Figura 28. Disco de un embrague.

### Análisis del embrague

Este análisis consta del cómputo de la fuerza de accionamiento; la máxima carga de accionamiento se presenta cuando se opera a par motriz máximo, por lo tanto, el cálculo se realiza para esta condición. El material elegido para la fabricación de los discos de ambos embragues es un metal sinterizado. El número de discos es cuatro para cada embrague.

$$T_{max} [lb_f \cdot ft] = \frac{2}{9} \mu_k P_{amax} [lb_f] \frac{(R_2^3 [in^3] - R_1^3 [in^3])}{(R_2^2 [in^3] - R_1^2 [in^3])}$$

Elemento	Radio externo (R <sub>out</sub> ) [in]	Radio interno (R <sub>in</sub> ) [in]	μ <sub>k</sub>	Par máximo (T <sub>max</sub> ) [lb <sub>f</sub> ft]	Fuerza de accionamiento máxima (P <sub>amax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]
Disco de embrague 1	6.5	1.5	0.08	75	468
Disco de embrague 2	6.5	1.4	0.08	75	468

Tabla 22. Fuerza de accionamiento máxima.

El último análisis de los embragues es sobre el esfuerzo de compresión generado por la fuerza de accionamiento y el esfuerzo de torsión generado por el acoplamiento del embrague al volante de inercia del motor. Cabe señalar que para el esfuerzo de torsión el disco se evalúa en condiciones de esfuerzo cortante máximo para una barra empotrada.

$$\sigma_c [psi] = \frac{P_{amax} [lb_f]}{A_{ce} [in^2]} \rightarrow \text{Esfuerzo de compresión}$$

$$\sigma_t = \frac{T_{max} [lb_f \cdot in] R_2 [in]}{4\pi (R_2^4 [in^4] - R_1^4 [in^4])} \rightarrow \text{Esfuerzo de torsión}$$

Elemento	Esfuerzo de compresión (σ <sub>c</sub> ) [psi]	Esfuerzo de torsión (σ <sub>t</sub> ) [psi]
Disco de embrague 1	24	0.54
Disco de embrague 2	24	0.54

Tabla 23. Esfuerzos presentes en los discos de los embragues.

Se observa que los esfuerzos presentes en los discos son demasiado pequeños, sobre todo el esfuerzo de torsión, esto debido a que el motor produce un par motriz extremadamente pequeño. Por su parte el esfuerzo de compresión es mucho mayor al esfuerzo de torsión, sin embargo, sigue siendo de magnitudes muy pequeñas aún y cuando la fuerza de acoplamiento es de 622 [psi]. El hecho de utilizar embragues lubricados disminuye considerablemente la fricción por lo tanto la fuerza de acoplamiento es la menor posible. Sabiendo que el límite de presión que es capaz de soportar el metal sinterizado es de 300[psi] se puede asegurar que el material elegido es el correcto.

## Diseño de los ejes de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada

El diseño de los ejes se inicia determinando la configuración del tren de engranes. Dicha configuración debe atender las limitantes espaciales de la caja dentro del automóvil. La configuración obtenida es la siguiente:



Figura 29. Configuración de los ejes.

Una vez definida la configuración del tren de engranes se establecen las longitudes de los ejes en función de la disposición de los engranes. A continuación, se muestra la disposición perteneciente al eje 1:

Configuración	Medida [in]
Rodamiento A	0.50
Espacio 1	0.50
Embrague 1	2.13
Espacio 2	3.13
Rodamiento C	0.50
Le2	8.12
Espacio 3	0.25
Engrane 6	1.26
Sincronizador 3	0.75
Engrane 4	1.57
Espacio 4	0.25
Engrane 2	1.34
Sincronizador 4	0.75
Engrane R1	1.54
Espacio 5	0.50
Rodamiento B	0.50
Total	23.08

Tabla 24. Distribución de los elementos del eje 1.

Conocida la disposición de los ejes se determinan las longitudes sobre el eje a las cuales las cargas generadas por los engranes, sincronizadores y embrague actúan:

Configuración	Medida [in]
L <sub>c1</sub>	1.81
L <sub>6</sub>	15.50
L <sub>s3</sub>	16.51
L <sub>4</sub>	17.67
L <sub>2</sub>	18.58
L <sub>s4</sub>	20.42
L <sub>R1</sub>	21.56
L <sub>e1</sub>	23.08
L <sub>e1v</sub>	23.58

Tabla 25. Longitudes de trabajo de los elementos del eje 1.

El siguiente paso es la obtención del diámetro exterior e interior a través de la ecuación propuesta por ASME:

$$d_o^3 [\text{in}^3] = \frac{32 SF}{\pi} \frac{1}{1 - r^4} \sqrt{\left(\frac{M [\text{lb}_f \cdot \text{in}]}{\sigma_{\text{fat}} [\text{psi}]}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{T [\text{lb}_f \cdot \text{in}]}{S_y [\text{psi}]}\right)^2}$$

Como se desea hacer ejes primarios con cambios de sección se debe obtener el momento flector M total provocado por cada uno de los elementos. Estos se obtendrán a través de los diagramas de momentos flectores. Las fuerzas presentes sobre el eje son las siguientes:

Elemento	Carga tangencial máxima (W <sub>tmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga radial máxima (W <sub>rmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga axial máxima (W <sub>xmax</sub> ) [lb <sub>f</sub> ]	Peso (W) [lb <sub>f</sub> ]
Embrague 1	0	0	0	1.60
Piñón 2	689	321	398	2.04
Sincronizador 3	0	0	0	0.22
Piñón 4	486	226	280	4.79
Piñón 6	410	191	237	5.34
Sincronizador 4	0	0	0	0.22
Piñón reversa	1001	467	578	1.11
Eje 1	0	0	0	5.11

Tabla 26. Cargas presentes generadas por los elementos sobre el eje 1.

El diagrama de cuerpo libre del eje es el siguiente:

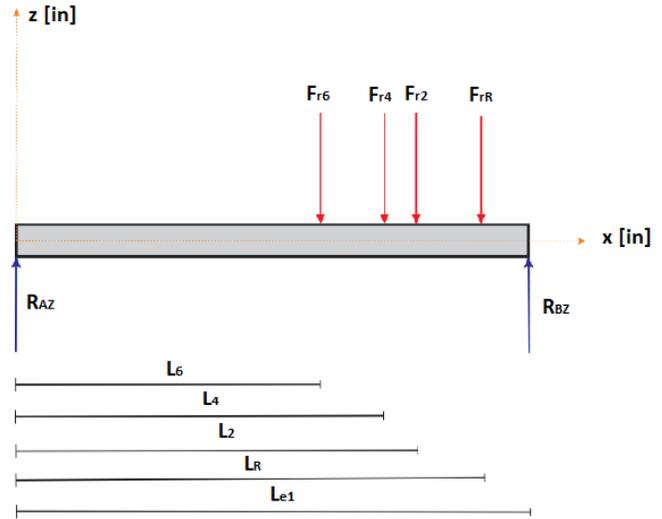
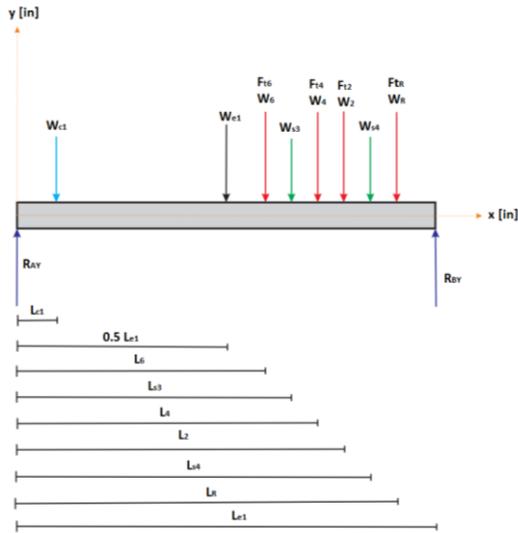
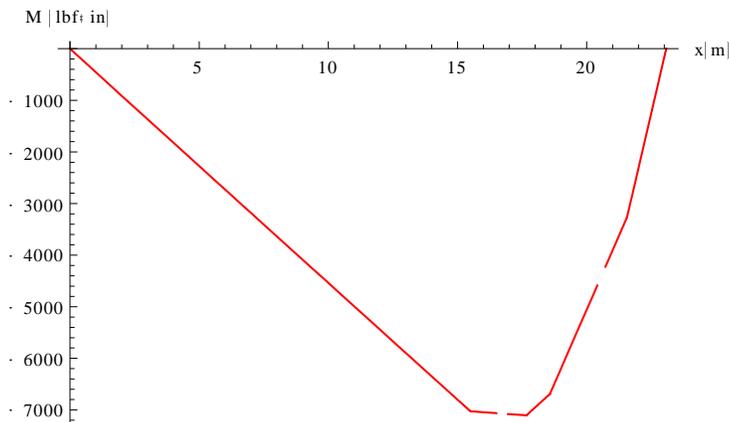


Figura 30. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY del eje 1. Figura 31. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ del eje 1.

Las ecuaciones y el diagrama de momentos flectores para el eje 1 son los siguientes:

$$M[x] = \begin{cases} 0.1109x^2 - 456.481x & 0 < x < 1.812 \\ 0.1109x^2 - 454.881x - 2.9 & 1.812 < x < 15.5 \\ 0.1109x^2 - 39.533x - 6640.78 & 15.5 < x < 16.5 \\ 0.1109x^2 - 39.308x - 6444.49 & 16.5 < x < 17.665 \\ 0.1109x^2 + 451.488x - 15114.44 & 17.665 < x < 18.575 \\ 0.1109x^2 + 1142.53x - 27950.5 & 18.575 < x < 20.415 \\ 0.1109x^2 + 1142.76x - 27955.1 & 20.415 < x < 21.559 \\ 0.1109x^2 + 2144.87x - 49560.2 & 21.559 < x < 23.078 \end{cases}$$



Gráfica 6. Diagrama de momentos flectores del eje 1.

Una vez obtenidos los momentos flectores se elige el material con el que se diseña el eje. Dicho material es el Acero AISI 4130 templado en agua a 855°C y revenido a 480°C. Conocido el esfuerzo de fluencia y el esfuerzo

último del material se determinan los factores de fatiga y posterior el esfuerzo de fatiga. También se determina la relación de radios:

$$\sigma_{fat} [psi] = K_a K_{sf} K_{ce} K_d k_t S_{fm} [psi]$$

Resistencia a la fatiga ( $S_{fm}$ )[ksi]	Esfuerzo de fatiga ( $\sigma_{fat}$ )[ksi]	Par máximo ( $T_{max}$ ) [lbf in]
66.5	35.3	903

Tabla 27. Esfuerzo de fatiga el eje 1.

Existen tres casos críticos por los cuales no se calculan los diámetros externos y son los correspondientes a el embrague 1, el diámetro del eje general y el diámetro del piñón de la reversa. Los primeros dos toman el valor de 1.4 in debido a que el diámetro externo del eje 1 es el diámetro interno del eje 2 y como el diámetro externo del eje 2 en la primera sección está limitado por el diámetro de raíz del piñón 1 entonces se controla el espesor del eje 2 para disminuir las deflexiones y por tanto el diámetro exterior del eje1. Para el caso del piñón de reversa también el diámetro del eje se ve afectado por el diámetro de raíz del piñón. También es importante resaltar que las dimensiones de los sincronizadores son iguales a los de la transmisión manual TM ya que el diseño de los mismos no es parte de este trabajo, por lo que en posteriores diseños se tomaran estos cambios para el rediseño de los ejes.

El tener diámetros muy pequeños en estas secciones provoca que las deflexiones no sean menores a 0.005 in. La relación de radios para eje 1 es cero por que al mismo tiempo que se controla que las deflexiones sean lo menor posibles también se controla la frecuencia natural del eje y esta relación es la que mejores resultados arroja.

Elemento	Momento (M) [lbf in]	SF	Diámetro externo ( $d_o$ ) [in]	Diámetro interno ( $d_i$ ) [in]
Embrague 1	827	-	1.4	0
Piñón 2	7369.5	3.5	1.963	0
Sincronizador 3	7063	3.5	1.936	0
Piñón 4	7825.1	3.5	2.003	0
Piñón 6	7738.5	3.5	1.996	0
Sincronizador 4	4579.5	3.5	1.676	0
Piñón reversa	3599.9	-	1.3	0
Eje 1	5252.7	-	1.4	0

Tabla 28. Diámetros obtenidos para las diferentes secciones del eje 1 por ASME

Para el caso de los sincronizadores el diámetro exterior del número 3 se diseña igual al diámetro exterior del piñón 6 y el del número 4 se diseña igual al diámetro exterior del piñón 2 con el objetivo de no tener tantos cambios de sección. Después de obtener los diámetros exteriores por sección se obtiene el segundo momento de área y aplica para cada sección la ecuación diferencial de las vigas para conocer las deflexiones generadas por cada elemento.

Elemento	Diámetro externo (d <sub>o</sub> ) [in]	Diámetro interno (d <sub>i</sub> ) [in]	Deflexión (y) [in]
Embrague 1	1.4	0	0.0063
Piñón 2	1.963	0	0.0056
Sincronizador 3	1.996	0	0.0063
Piñón 4	2.003	0	0.0061
Piñón 6	1.996	0	0.0074
Sincronizador 4	1.963	0	0.0033
Piñón reversa	1.3	0	0.011
Eje 1	1.4	0	0.0295

Tabla 29. Diámetros, deflexiones y constantes de rigidez para las diferentes secciones del eje 1

Después de obtener las deflexiones se calcula la frecuencia natural y la velocidad crítica. También se calcula la relación de frecuencias y el factor de amplificación:

$$\omega_{neje} \text{ [rpm]} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{eje} \left[ \frac{lb_f}{in} \right]}{m_{eje} \left[ \frac{lb_f \cdot s^2}{in} \right]}}$$

$$r_v = \frac{\omega_{ex} \text{ [rpm]}}{\omega_{neje} \text{ [rpm]}} \rightarrow \text{Relación de frecuencias}$$

$$F_a = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_v^2)^2}} \rightarrow \text{Factor de amplificación}$$

$$\omega_{c1} \text{ [rpm]} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum K_n \left[ \frac{lb_f}{in} \right] y_n^2 \text{ [in}^2\text{]}}{\sum m_n \left[ \frac{lb_f \cdot s^2}{in} \right] y_n^2 \text{ [in}^2\text{]}}} \rightarrow \text{Velocidad crítica}$$

Frecuencia de excitación (ω <sub>ex</sub> ) [rpm]	Frecuencia natural (ω <sub>neje</sub> ) [rpm]	Relación de frecuencias (r <sub>v</sub> )	Factor de amplificación (F <sub>a</sub> )	Velocidad crítica (ω <sub>c1</sub> ) [rpm]	Relación de frecuencias críticas (r <sub>vc1</sub> )	Factor de amplificación crítico (F <sub>ac1</sub> )
8000	11069	0.72	2.09	33052	0.025	1

Tabla 30. Frecuencias naturales, relaciones de frecuencias y factores de amplificación del eje 1.

## Análisis del eje

Se observa que el eje al ser analizado a carga máxima, es decir, suponiendo que las cargas generadas por los engranes actúan todas al mismo tiempo, se obtienen momentos flectores y por lo tanto deflexiones muy altas. Los momentos flectores máximos están cercanos a la posición del piñón 6, sin embargo, las deflexiones máximas se encuentran a la mitad del eje (0.029 [in]) y las siguientes en orden de magnitud al final del eje (0.011 [in]), las cuales son muchos mayores a las sugeridas para un buen diseño (0.005 [in]). Los momentos flectores máximos no generan las máximas deflexiones debido a que la sección transversal en esas secciones es mayor, por tanto, la rigidez del eje es mayor. Por otra parte, las deflexiones máximas se presentan en las secciones en donde el diámetro es menor. Estos diámetros (1.4 [in] y 1.3 [in]) como ya se mencionó, están condicionados por los diámetros de raíz del piñón 1 y el piñón de la reversa. En el caso de las máximas deflexiones, situadas en la mitad del eje, se podría entender que se deben al propio peso del eje, sin embargo, esto es equívoco, ya que la deflexión generada por el peso es mucho menor en orden de magnitud que las generadas por los engranes y el embrague, pero al analizar simultáneamente los efectos se tiene dicho resultado.

La frecuencia natural menor (11069 [rpm]) del eje están lejanas a las velocidades críticas de operación del motor que son 800 y 8000 [rpm], lo cual implica que, aún y cuando se tiene que para la frecuencia natural menor del eje se tiene un factor de amplificación de 2.09 no es posible que la amplificación se presente. La velocidad crítica es aún mayor ya que, aunque la inercia aumenta al considerar las masas de cada uno de los elementos de máquinas, también la rigidez equivalente aumenta, por tanto, la primera velocidad crítica del eje es mayor que la frecuencia natural mayor del eje.

## Selección de los rodamientos de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada

### Datos de necesarios para la selección

El proceso de selección de rodamientos requiere únicamente del conocimiento del diámetro del eje que se ha de alojar en el rodamiento, así como la velocidad de giro. Dicha velocidad angular es la máxima posible que pueda presentarse, dado que la única conocida es la relacionada a potencia máxima, entonces será esta la empleada.

Rodamiento	Elemento de alojamiento	Diámetro externo del eje ( $d_o$ ) [in]	Velocidad angular @Pot máx ( $\omega_{Potmax}$ ) [rpm]
A	Eje 1	1.400	5200
B	Eje 1	1.300	5200
C	Eje 2	1.500	5200
D	Eje 3	2.311	7284
E	Eje 3	2.311	7284
F	Eje 4	2.270	5200
G	Eje 4	2.270	5200
H	Eje 5	2.049	2167
I	Eje 6	2.118	539

Tabla 31. Relación entre ejes y rodamientos.

Con los datos anteriores se seleccionan los rodamientos, con base en el catálogo de la empresa “NSK MOTION AND CONTROL”, en el apartado de rodamientos cónicos axiales, en la sección de rodamientos diseñados en pulgadas.

Rodamiento	No. de página del catálogo	Modelo	Diámetro interno ( $D_{inr}$ ) [in]
A	142	L68149	1.378
B	140	HM88638	1.259
C	144	JL69349	1.496
D	-	-	-
E	-	-	-
F	-	-	-
G	-	-	-
H	150	L305649	2.000
I	150	28584	2.063

Tabla 32. Rodamientos de catálogo elegidos para la TDEO. [33]

Como se puede observar no se realiza selección para los rodamientos D, E, F y G debido a que no existen modelos ofrecidos por el catálogo empleado, los cuales soporten la velocidad de giro a la que estén sujetos los rodamientos. Será necesario realizar una fabricación especial para satisfacer la solicitud de resistencia a la velocidad de giro.

### Análisis de los rodamientos

Como parte del análisis es necesario conocer las fuerzas dinámicas de operación y de diseño. La fuerza dinámica de operación se calcula mediante la siguiente expresión. Los factores  $f_x$  y  $f_r$  son proporcionados por el proveedor, además de la carga dinámica de diseño.

$$P_{eq}[lb_f] = f_x W_{xmax}[lb_f] + f_r W_{rmax}[lb_f]$$

Rodamiento	Carga radial máxima ( $W_{rmax}$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga axial máxima ( $W_{xmax}$ ) [lb <sub>f</sub> ]	$f_r$	$f_x$	Carga dinámica de operación ( $P_{eq}$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Carga dinámica de diseño ( $C_D$ ) [lb <sub>f</sub> ]
A	209	1311	0.4	1.4	1919	7868
B	996	1311	0.4	1.1	1840	14275
C	1059	3219	0.4	1.4	4930	8655
H	467	578	0.4	1.7	1169	11914
I	288	1017	0.4	1.1	1234	18996

Tabla 33. Cargas presentes en los rodamientos de la TDEO.

El último análisis que se lleva a cabo es acerca de la vida útil de los rodamientos, para ello es necesario computar el factor de velocidad y el factor de vida de fatiga.

$$L_p = 500 (f_H)^{\frac{10}{3}} \rightarrow \text{Vida útil}$$

$$f_H = f_n \frac{C_D}{P_{eq}} \rightarrow \text{Factor de vida de fatiga}$$

$$f_{nn} = (0.03 \omega_{eje})^{-\frac{3}{10}} \rightarrow \text{Factor de rapidez}$$

Rodamiento	$f_h$	$f_{nn}$	Vida útil ( $L_p$ ) [rev] x10 <sup>6</sup>
A	0.901	0.220	354
B	1.705	0.220	2960
C	0.386	0.220	20.9
H	2.912	0.286	17600
I	4.730	0.434	88800

Tabla 34. Vida útil de los rodamientos de la TDEO.

## Presupuesto general del proyecto

En todo proyecto, uno de los aspectos más importantes es la inversión económica por parte del cliente, ya que éste determina si un proyecto puede llevarse a cabo desde su planeación hasta su ejecución. Por ende, el desarrollo y presentación de un presupuesto general es fundamental para informar al cliente de los costos necesarios y con ello, tome la decisión de acuerdo a su capital.

Clasificación	Subclasificación	Total	
Capital Humano	Honorarios	Sueldos	\$ 825,000.00
		Tiempo de Computo	\$ 252,000.00
	Capacitaciones	\$ 27,300.00	
Equipo de Trabajo	Estaciones de Trabajo	\$ 59,397.00	
	Licencias de Softwares	Microsoft Office	\$ 7,794.00
		Wolfram Mathematica	\$ 16,200.00
		Siemens NX	\$ 271,873.80
	Impresoras	\$ 6,717.00	
	Insumos para Pruebas	\$ 2,250.00	
Gastos Fijos	Energía Eléctrica	\$ 11,000.00	
	Internet y Telefonía	\$ 10,758.00	
	Papelería	\$ 2,540.00	
Viáticos	Transporte	\$ 16,380.00	
	Alimentos	\$ 66,000.00	
<b>Total</b>		\$ 1,575,209.80	
<b>Costo del Proyecto</b>		\$ 3,938,024.50	

Tabla 35. Desglosamiento de los conceptos involucrados en el costo del proyecto.

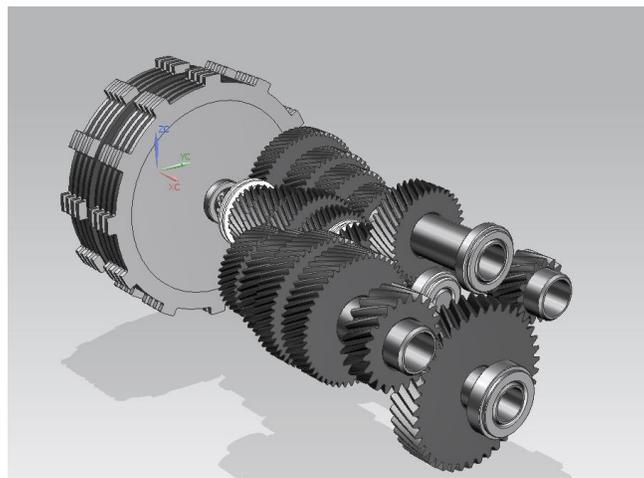


Figura 32. Configuración de la TDEO.

Para nuestro caso de estudio, el presupuesto general contempla el tiempo transcurrido desde su planeación (marzo 2016) hasta su ejecución y conclusión (diciembre 2017), y se clasifica de la siguiente manera:

- **Capital humano:** Incluye los costos relacionados a los sueldos y capacitaciones necesarios de los empleados, así como el tiempo de cómputo requerido para el análisis de elemento finito.
- **Equipos de trabajo:** Involucra los costos relacionados a las estaciones de trabajo, las impresoras, las licencias de softwares requeridas y los insumos para las primeras pruebas experimentales (desarmado de la transmisión manual).
- **Gastos Fijos:** Comprende los costos de la energía eléctrica, internet, telefonía y papelería utilizados cada mes.
- **Viáticos:** Implica los costos del transporte desde el lugar de residencia hasta la universidad, así como los alimentos ingeridos durante su estancia en dicho lugar.

## Capítulo 5

### Conclusiones

El diseño conceptual propuesto en este trabajo para la conversión y optimización de la Transmisión de Doble Embrague no es adaptable al vehículo VW Golf III Variant 1994 debido a que el volumen ocupado por dicho diseño es mucho mayor que el volumen utilizado por la Transmisión Manual. Esto se debe principalmente al aumento del número de marchas, lo que conlleva a aumentar las longitudes de los ejes. Así mismo, no es posible lograr dicha adaptación ya que en la configuración utilizada únicamente los ejes primarios son concéntricos (los secundarios se encuentran separados), dando como resultado un mayor volumen en la transmisión.

En cuanto a la optimización volumétrica de los engranes helicoidales, los parámetros de diseño se obtuvieron a partir de la comparación entre los resultados obtenidos por medio de FEM y Norma AGMA en los esfuerzos superficiales de los engranes. En dicha comparación se observa que la norma arroja valores sobre estimados mientras que el FEM arroja valores ideales. Esto se debe a que el FEM únicamente hace uso de la geometría del cuerpo a analizar y de la ecuación fundamental que describe el fenómeno físico; mientras que la Norma AGMA considera aspectos no solo geométricos o del fenómeno, sino también propios de la manufactura empleada en la fabricación del elemento, efectos dinámicos, de confiabilidad, entre otros. Por lo tanto, un diseño equilibrado será el que se encuentre en un punto intermedio y que cumpla con los requerimientos deseado.

Para nuestro caso de estudio, la optimización volumétrica en los engranes helicoidales se realizó de manera exitosa ya que se lograron obtener los parámetros geométricos que constituían un menor volumen y que brindan una resistencia a la falla por esfuerzos superficiales y de flexión sobre los dientes, teniendo como resultado final una disminución en el peso de los engranes. Por lo que la metodología aplicada para esta optimización volumétrica se puede generalizar para engranes rectos y helicoidales.

En lo referente los embragues y los engranes de salida para el diferencial, éstos son esbozos conceptuales ya que el diseño de estos dos elementos necesita un estudio con mayor profundidad de los mismos, lo cual queda fuera de los alcances de esta tesis.

Con relación al análisis y diseño de los ejes, éste se realizó de manera sobrestimada ya que se consideró que las fuerzas generadas por cada uno de los elementos actúan al mismo tiempo. Esto se hizo para conocer las condiciones máximas de carga. Cabe mencionar que las cargas correspondientes a los sincronizadores son las propias de la Transmisión Manual, es decir, los sincronizadores no fueron diseñados solo se tomaron dichos datos para tener una aproximación.

Así mismo, es importante indicar que no se tomó en cuenta los efectos de amortiguación y soporte generados por el rodamiento hidrodinámico existente entre los ejes primarios, ya que esto conlleva a un análisis dinámico del

fluido para poder conocer la presión y la carga distribuida generada en ambos ejes lo cual queda fuera de los alcances de este trabajo y que hasta el momento no es posible conocer el error existente debido a esta omisión. Por lo tanto, el resultado de este tipo de análisis provocó que las deflexiones máximas, que se presentan en las zonas de menor sección transversal de los ejes primarios, sobrepasen el límite sugerido para el diseño. Esto se debe a que los diámetros de los ejes se vieron altamente restringidos por los diámetros de raíz del piñón 1 y del piñón de la reversa, respectivamente.

Por otra parte, los ejes se diseñaron lisos con el objetivo de reducir la complejidad tanto del ensamble propuesto (ensamble por presión) entre los ejes y los elementos como del análisis mecánico de los mismos.

De forma general, este trabajo principalmente se basó en la creación de una primera base de datos, la cual permitió generar una metodología para la conversión de una Transmisión Manual a una Transmisión de Doble Embrague (conservando el rango de velocidades) y conocer de manera global los valores de los parámetros de diseño. Con esta primera base de datos se pudieron detectar las primeras fallas o anomalías del diseño propuesto las cuales cada vez irán disminuyendo a través de posteriores iteraciones.

Sin embargo, para mejorar el diseño del tren de potencia hasta obtener un modelo funcional, es necesario realizar el análisis de cada uno de sus elementos (engranes, sincronizadores, actuadores-selectores, rodamientos, embragues, diferencial, ejes, sistema de lubricación y computadora) por separado y en conjunto mediante un estudio dinámico teórico, y fabricarlos para ensamblar un modelo que permita realizar pruebas de operación (experimentales) y con ello, dar validez al estudio teórico.

## Proyecciones a futuro

Dado que los resultados mostrados en este trabajo provienen de una primera iteración, no se contemplan ciertas cuestiones de diseño; por ende, existen muchas ramas de estudio en las cuales se puede profundizar para lograr obtener un modelo funcional. Dichas ramas se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Ejes:
  - a) Diseño: Aumentar los diámetros en sus diferentes secciones y cambiar la superficie en las zonas de ensamble (ejes estriados) para obtener un incremento en la rigidez.
  - b) Configuración: Modificar su configuración actual (ejes secundarios) para aprovechar el espacio libre que poseen en su interior (ejes concéntricos) y con ello, reducir el volumen que ocupan dentro de la transmisión.
  - c) Análisis: Estudiar a detalle el comportamiento del fluido dentro del rodamiento hidrodinámico, con la finalidad de conocer los efectos de amortiguación y soporte provocados por este elemento.
- Engranés:
  - a) Diseño: Modificar el cilindro base mediante la sustracción de material (costillas) y aumentar los diámetros de paso de los piñones, con el propósito de disminuir las deflexiones e incrementar la frecuencia natural y velocidad crítica del eje.
  - b) Optimización: Realizar una optimización estructural, que contemple los socavamientos presentes, con la finalidad de mejorar la resistencia a los engranes modificados (con costillas)
- Transmisión:
  - a) Ensamble: La unión de los elementos que componen a la transmisión debe realizarse por contracción, ya que permite liberar esfuerzos generados en el ajuste entre los ejes y los engranes.
  - b) Análisis: Tomar en consideración la amortiguación estructural en el estudio de la amplificación, utilizar el método de frecuencias para obtener cálculos más precisos de la velocidad crítica de los ejes, y estudiar a detalle la termodinámica y la dinámica de los fluidos presentes dentro de la transmisión.

## Bibliografía y Referencias

- [1] AKRON STEEL TREATING COMPANY. (s.f.). *Modern steels and their properties*.
- [2] American Gear Manufacturers Association. (1989). AGMA 908-B89. *Geometry factors for determining the pitting resistance and bending strength of spur, helical and herringbone gear teeth*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [3] American Gear Manufacturers Association. (2000). AGMA 927-A01. *Load distribution factors - Analytical methods for cylindrical gears*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [4] American Gear Manufacturers Association. (2004). AGMA 912-A04. *Mechanisms of gear tooth failures*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [5] American Gear Manufacturers Association Standard. (1989). AGMA 2004-B89. *Gear materials and heat treatment manual*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [6] American Gear Manufacturers Association Standard. (2004). ANSI/AGMA 2001--D04. *Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [7] American National Standard Institute. (1987). Standard Interference Location Fits B4.1. Washington D.C., Estados Unidos.
- [8] BELLIS, M. (s.f.). *About*. Obtenido de Rene Panhard and Emile Levassor: <http://theinventors.org/library/inventors/blPanhardLevassor.htm>
- [9] BUDYNAS, R., & NISBETT, K. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. Ciudad de México: McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- [10] Cabovolo. (12 de Mayo de 2008). Obtenido de <http://www.cabovolo.com/2008/05/el-carro-que-apunta-hacia-el-sur-el.html>
- [11] CAMARENA, F. (2011). *Diseño del embrague de un vehículo (Tesis de Licenciatura)*. Madrid, España.
- [12] CASIS, J. (2012). El mecanismo de Antikythera. *anales de Mecánica y Electricidad*, 40-49.
- [13] COSTAS, J. (14 de Diciembre de 2012). *Motorpasión*. Obtenido de Breve historia de la transmisión de doble embrague: <http://www.motorpasion.com/tecnologia/breve-historia-de-la-transmision-de-doble-embrague>

- [14] DÍAZ, F. (2013). *Engranes: Historia, fabricación y fallas*. Recuperado el 5 de Marzo de 2017, de Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Departamento de Ingeniería: [http://olimpia.cuautitlan2.unam.mx/pagina\\_ingenieria/mecanica/mat/mat\\_mec/m1/Engranes%20historia%20fabricacion%20fallas.pdf](http://olimpia.cuautitlan2.unam.mx/pagina_ingenieria/mecanica/mat/mat_mec/m1/Engranes%20historia%20fabricacion%20fallas.pdf)
- [15] *EcuRed*. (22 de Octubre de 2017). Obtenido de Rodamientos: <https://www.ecured.cu/Rodamientos>
- [16] Fendt. (s.f.). *Fendt*. Obtenido de <http://www.fendt.com/us/2385.asp>
- [17] GUSTAVSSON, A. (2009). *Development and analysis of synchronization process control algorithms in a dual clutch transmission (Tesis de Licenciatura)*. Trollhättan, Suecia.
- [18] HARRIS, W. (s.f.). *Howstuffworks*. Obtenido de <http://auto.howstuffworks.com>
- [19] He, J., & ZHAN, Z. (Octubre de 2016). *Design and dynamic simulation of the parking system for DCT*. Chongqing, China.
- [20] Honda Motor Co. Ltd. (s.f.). *Honda*. Obtenido de Honda's CVT: <http://world.honda.com/automobile-technology/CVT/>
- [21] JAÉN, E. (2011). *Cálculo y diseño de engranes helicoidales (Tesis de Licenciatura)*. Xalapa, Veracruz, México.
- [22] *Kaneria Engineering Corporation*. (s.f.). Obtenido de Gears: <http://www.kaneria.in/gears.html>
- [23] *La Luna*. (s.f.). Obtenido de <http://webs.um.es/bussons/jbg4Luna.pdf>
- [24] LANDÍN, P. (1 de Mayo de 2012). *Penlandintecno*. Obtenido de Carro movil de Leonardo Da Vinci: <http://pelandintecno.blogspot.mx/2011/04/carro-movil-de-leonardo-da-vinci.html>
- [25] LOEWENTHAL, S. (1984). *Desing of Power-Transmitting Shaft*. Cleveland.
- [26] *Mototera*. (s.f.). Obtenido de Automobile History: <http://www.motorera.com/history/hist10.htm>
- [27] MOTT, R. (2006). *Diseño de Elementos de Máquinas*. Ciudad de México: Pearson Educación de México S.A. de C.V.
- [28] NAUNHEIMER, H., & BERTSCHE, B. (2011). Examples of important stages in the development of vehicle transmission. En *Automotive Transmissions* (págs. 12-14). Berlin: Springer.
- [29] NICOLSON, D., & SMITH, R. (Diciembre de 2007). *Reeves pulley company collection, 1896–1969*. Obtenido de <http://www.indianahistory.org/our-collections/collection-guides/reeves-pulley-company-collection-1896-1969.pdf>

- [30] NIEDERMEYER, P. (25 de Marzo de 2010). *An illustrated history Of Panhard*. Obtenido de <http://www.thetruthaboutcars.com/2010/03/an-illustrated-history-of-panhard/>
- [31] Nissan Motor Company. (s.f.). *Nissan*. Obtenido de XTRONIC CVT: <http://www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/OVERVIEW/cvt.html>
- [32] NORTON, R. (2011). *Diseño de Máquinas*. Ciudad de México: Pearson Educación de México S.A. de C.V.
- [33] NSK. (s.f.). Tapered roller bearings. En *Rolling Bearings* (págs. 142-160). Estados Unidos.
- [34] POULTON, M. (1997). En *Fuel efficient car technology* (pág. 69).
- [35] *Quattroruote*. (s.f.). Obtenido de Volkswagen Golf 3a serie: <https://www.quattroruote.it/auto/volkswagen/golf-3-serie/golf-16-sw-yachting-hl-gt-039367199605>
- [36] RAO, S. (2009). *Engineering Optimization Theory and Practice*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [37] RODRÍGUEZ, I. (2 de Septiembre de 2012). *Análisis de la funcionalidad de cajas de cambios de doble embrague (DCT). Diseño de DCT con modificación del método de cálculo aproximado (Tesis de Licenciatura)*. Zaragoza, España.
- [38] SAE. (10 de Enero de 2017). *Entry level dual-clutch transmission for India*. Estados Unidos.
- [39] SAE. (10 de Enero de 2017). *Efficient dual clutch transmission family for transversal, Transaxle powertrains*. Estados Unidos.
- [40] SÁNCHEZ, P. (4 de Marzo de 2013). Estudio del comportamiento mecánico de transmisiones de engranajes helicoidales con anchos de cara desiguales (Tesis de Licenciatura). Cartagena, Colombia.
- [41] Shinpachi. (7 de Diciembre de 2010). *WW2AIRCRAFT*. Obtenido de A small museum in my neighborhood: <https://ww2aircraft.net/forum/threads/a-small-museum-in-my-neighborhood.27229/page-2>
- [42] *Tecnología*. (s.f.). Obtenido de La vida de Leonardo Da Vinci: <http://www.tecnologias.us/LEONARDO%20DA%20VINCI.htm>
- [43] *Tecnología mecánica*. (28 de Julio de 2017). Obtenido de Engranajes helicoidales: <http://www.sitenordeste.com/mecanica/Engranaje-helicoidal.htm?iframe=true&width=95%&height=95%>
- [44] The American Society of Mechanical Engineers. (30 de Septiembre de 2008). ASME Y14.2. *Line conventions and lettering*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.

- [45] The American Society of Mechanical Engineering. (30 de Agosto de 1985). *Desing of transmission shafting*. Nueva York, Nueva York, Estados Unidos.
- [46] The American Society of Mechanical Engineers. (9 de Agosto de 1994). ASME Y14.3. *Multiview and sectional view drawings*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [47] The American Society of Mechanical Engineers. (13 de Marzo de 1994). ASME Y14.5. *Dimensioning and tolerancing*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [48] The American Society of Mechanical Enginners. (10 de Marzo de 1995). ASME Y14.1. *Decimal inch drawing sheet size and format*. Alexandria, Virginia, Estados Unidos.
- [49] TOMASINI, M. (2012). *Las máquinas de Leonardo da Vinci*. Obtenido de [www.palermo.edu/ingenieria/pdf2013/12/12CyT\\_02lasmaquinasdeleonardo.pdf](http://www.palermo.edu/ingenieria/pdf2013/12/12CyT_02lasmaquinasdeleonardo.pdf)
- [50] TransPart. (s.f.). *TransPart*. Obtenido de Cajas de cambio automáticas: <http://www.transpart.com/7.html>
- [51] Volvo Car Corporation. (s.f.). *Volvo trucks*. Obtenido de Volvo trucks: <http://www.volvotrucks.com/en-eg/trucks/volvo-fh-series/features/i-shift.html>
- [52] WALKER, P., & ZHANG, N. (2009). *Synchroniser modeling with application specific to the dual clutch transmission*. Sidney, Australia.
- [53] WALKER, P., & ZHANG, N. (2011). Launch control of a dual clutch transmission using a detailed hydraulic component model. Sidney, Australia.
- [54] WALKER, P., & ZHANG, N. (2013). *Modelling of dual clutch transmission equipped powertrains for shift transient simulations*. Sidney, Australia.
- [55] WIDMAN, R. (04 de Julio de 2017). *Widman international SRL*. Obtenido de El funcionamiento y cuidado de la transmisión automática: <http://widman.biz/boletines/50.html>
- [56] YOUNG, & Lee. (2017). *Korea del Sur Patente n° US9534645 B2*.

## Anexos

### Apéndice A: Factores de ajuste de los esfuerzos en los engranes

#### Factor de Lewis Y

El esfuerzo de flexión en una viga empotrada tiene la siguiente forma:

$$\sigma_f = \frac{M \cdot \frac{1}{2} \cdot c}{I}$$

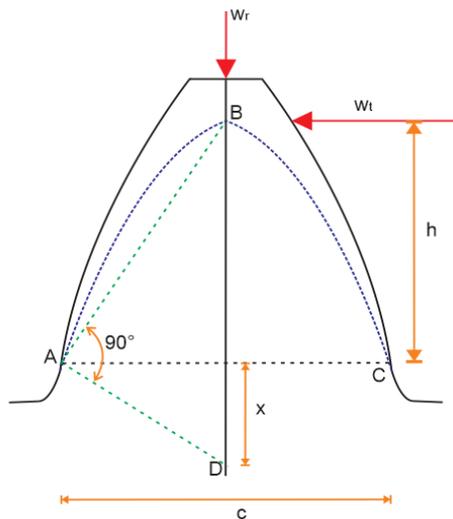
Sabiendo que:

$$M = W_t \cdot h$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot e \cdot c^2$$

Entonces:

$$\sigma_f = \frac{W_t \cdot h}{\frac{1}{6} \cdot e \cdot c^2}$$



Según Lewis:

$$\frac{h}{\frac{1}{2} \cdot c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot c}{x}$$

Por lo tanto:

$$\sigma_f = \frac{W_t \cdot P}{\frac{2}{3} \cdot e \cdot x \cdot P} = \frac{W_t \cdot P}{e \cdot Y}$$

Donde:

$$Y = \frac{2 \cdot x \cdot P}{3}$$

Figura 33. Análisis del diente de un engrane.

### Factor de calidad $Q_v$

Aplicación	$Q_v$
<b>Impulsores para fresadoras de acero. Transmisiones de acerías.</b>	5-6
<b>Cosechadoras de granos de maíz. Grúas. Transportador para minería.</b>	5-7
<b>Máquinas para fabricar cartón.</b>	6-8
<b>Medidor de gas. Taladro mecánico pequeño.</b>	7-9
<b>Lavadora de ropa.</b>	8-10
<b>Máquina para impresión.</b>	9-11
<b>Mecanismo de computadora. Transmisión para automóvil.</b>	10-11
<b>Transmisión de antena radar. Transmisión de propulsión marina.</b>	10-12
<b>Transmisión de motor de aeronave.</b>	10-13
<b>Giroscopio.</b>	12-14

Tabla 36. Factor de calidad  $Q_v$ . [27]

### Factor dinámico $K_v$

El factor  $K_v$  se calcula de la siguiente manera:

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{V_t}} \right)^B \rightarrow \text{Sistema Inglés}$$

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200 \cdot V_t}} \right)^B \rightarrow \text{Sistema Internacional}$$

Los coeficientes A y B, además de la velocidad tangencial  $v$  se definen como:

$$A = 50 + (1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}}{4}$$

$$v \left[ \frac{ft^3}{min} \right] = (A + (Q_v - 3))^2$$

$$v \left[ \frac{m^3}{s} \right] = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$

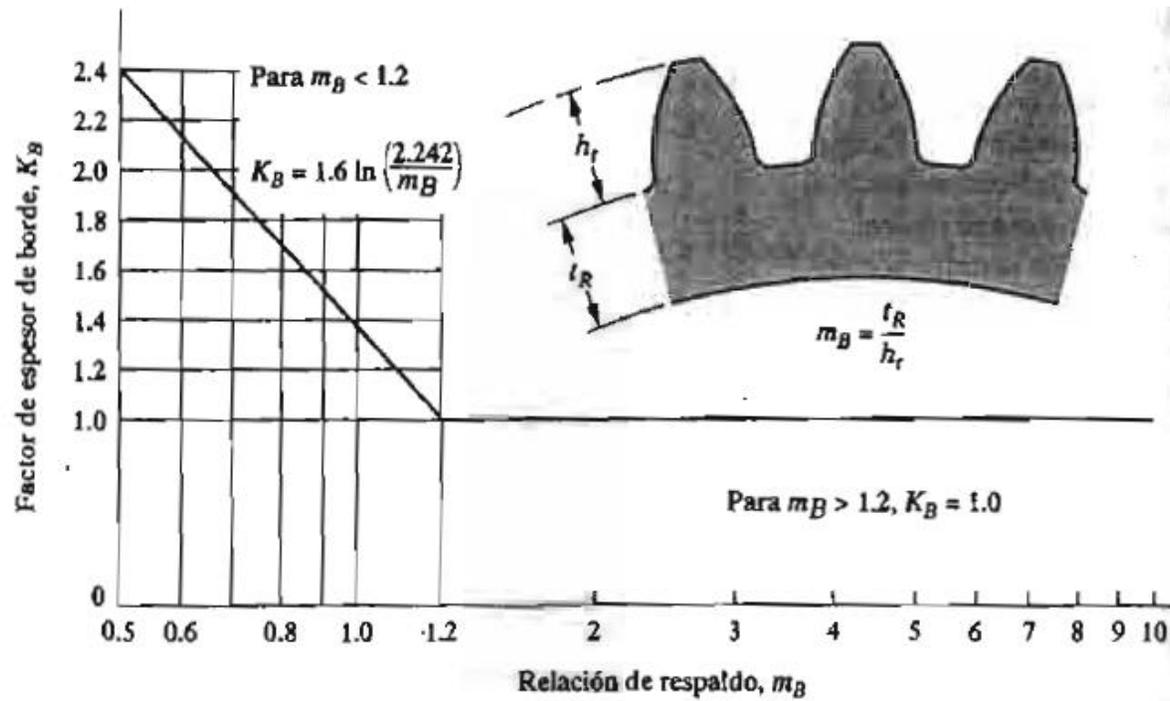
Factor de tamaño  $K_s$

Paso diametral (P)	Módulo (mod)	$K_s$
$\geq 5$	$\leq 5$	1
4	6	1.05
3	8	1.15
2	12	1.25
1.25	20	1.4

Tabla 37. Factor de tamaño  $K_s$ . [27]

Factor de espesor de orilla  $K_B$

Para conocer el valor del coeficiente  $K_B$  es necesario primero conocer la razón de respaldo  $m_B$ :



Gráfica 7. Factor de espesor de orilla  $K_B$ . [27]

Factor de impacto  $K_o$

<b>Máquina</b>	<b>Impulsada</b>		
	<b>Uniforme</b>	<b>Impacto moderado</b>	<b>Impacto fuerte</b>
<b>Impulsora</b>			
<b>Uniforme</b>	1	1.25	1.75 o mayor
<b>Impacto moderado</b>	1.25	1.5	2 o mayor
<b>Impacto fuerte</b>	1.5	1.75	2.25 o mayor

Tabla 38. Factor de impacto  $K_o$ . [27]

<b>Uniforme</b>	Motor eléctrico. Turbina de gas a velocidad constante.
<b>Moderado</b>	Turbina hidráulica. Impulsor de velocidad variable.
<b>Fuerte</b>	Motor de cilindro múltiples.

Tabla 39. Clasificación de máquinas impulsoras en función del impacto que producen. [27]

<b>Uniforme</b>	Ventiladores y bombas centrifugas de baja velocidad. Agitadores de líquidos. Generadores de velocidad variable. Transportadores de carga uniforme. Bombas rotatorias de desplazamiento positivo.
<b>Moderado</b>	Bombas centrifugas de alta velocidad. Bombas y compresores reciprocantes. Transportadores para trabajo pesado. Impulsores para herramienta mecánica. Mezcladoras de concreto. Maquinas textiles. Moledoras para carne. Sierras.
<b>Fuerte</b>	Trituradora de piedra. Impulsora de prensa punzadora. Pulverizadora. Molinos a tambor. Cribas vibratorias. Trituradoras de madera.

Tabla 40. Clasificación de máquinas impulsadas en función del impacto que producen. [27]

Factor de distribución de carga  $K_m$

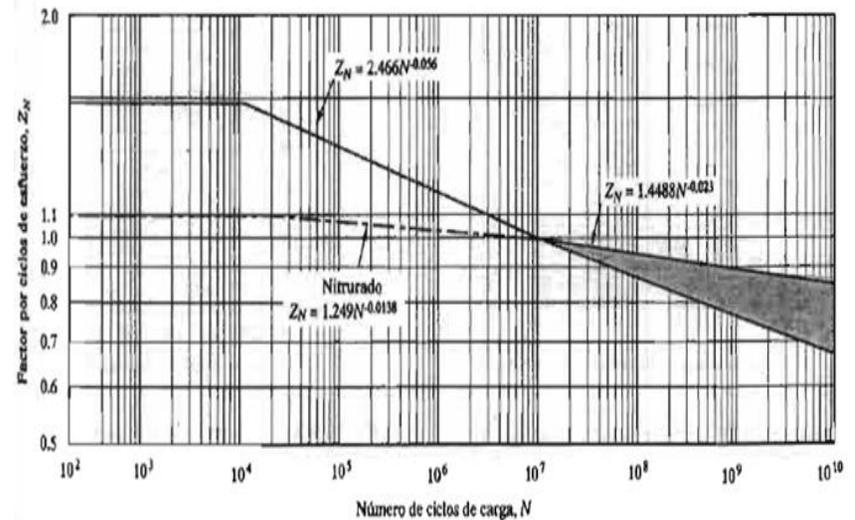
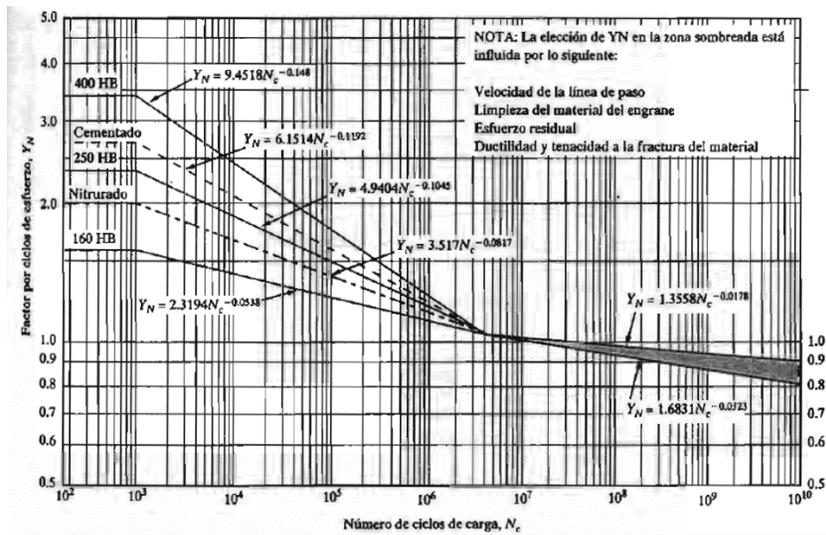
<b>Ancho de cara [mm]</b>	<b><math>K_m</math></b>
$\leq 50$	1.6
$< 150$	1.7
$< 250$	1.8
$\geq 500$	2

Tabla 41. Factor de distribución de carga  $K_m$ . [27]

Factores de duración  $Y_n$  y  $Z_n$

Aplicación	Vida de diseño (L) [horas]
Electrodomésticos	1000-2000
Motores de avión	1000-4000
Automotriz	1500-5000
Equipo avícola	3000-6000
Elevadores, ventiladores industriales, transmisiones de usos múltiples.	8000-15000
Motores eléctricos, sopladores industriales, maquinaria industrial en general.	20000-30000
Bombas y compresores.	40000-60000
Equipo en funcionamiento las 24 h.	100000-200000

Tabla 42. Vida de diseño de los engranes según el uso. [27]

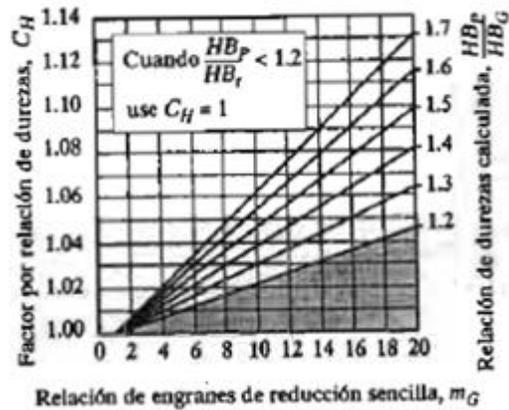


Factor de confiabilidad para engranes  $K_r$

Confiabilidad	$K_r$
0.90, una falla en 10	0.85
0.99, una falla en 10	1
0.999, una falla en 10	1.25
0.9999, una falla en 10	1.5

Tabla 43. Factor de confiabilidad  $K_r$ . [27]

Factor de relación de durezas  $C_H$



Gráfica 10. Factor de relación de durezas  $C_H$ . [27]

Factor geométrico de resistencia a la flexión J y Factor de contacto I<sub>c</sub>

AGMA 908-B ■ 0687575 0003080 6T0 ■

Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Gear Teeth

I AND J FACTORS FOR:

25.0 DEG. PRESSURE ANGLE 2.350 WHOLE DEPTH FACTOR  
 25.0 DEG. HELIX ANGLE 0.024 TOOTH THINNING FOR BACKLASH  
 0.270 TOOL EDGE RADIUS LOADED AT TIP  
 25 PERCENT LONG ADDENDUM PINION ( $x_1 = 0.25$ )  
 25 PERCENT SHORT ADDENDUM GEAR ( $x_2 = -0.25$ )

GEAR TEETH	PINION TEETH															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12 I	0.125															
J	0.55	0.38														
14 I	0.139		0.128													
J	0.56	0.41	0.58	0.42												
17 I	0.157		0.146		0.132											
J	0.56	0.45	0.58	0.45	0.61	0.46										
21 I	0.177		0.165		0.151		0.136									
J	0.57	0.48	0.59	0.49	0.61	0.50	0.63	0.51								
26 I	0.195		0.184		0.170		0.154		0.139							
J	0.57	0.52	0.59	0.52	0.61	0.53	0.64	0.54	0.65	0.54						
35 I	0.219		0.208		0.195		0.180		0.164		0.143					
J	0.57	0.55	0.60	0.56	0.62	0.57	0.64	0.57	0.66	0.58	0.68	0.59				
55 I	0.249		0.240		0.228		0.215		0.201		0.180		0.147			
J	0.58	0.59	0.60	0.60	0.62	0.61	0.65	0.62	0.66	0.63	0.69	0.64	0.71	0.65		
135 I	0.288		0.281		0.274		0.265		0.256		0.242		0.216		0.152	
J	0.59	0.64	0.61	0.65	0.63	0.66	0.65	0.67	0.67	0.68	0.69	0.69	0.72	0.70	0.74	0.72

Tabla 44. Factor geométrico de resistencia a la flexión J y Factor de contacto I<sub>c</sub>. [2]

Áreas calculadas por NX y MATHEMATICA

<b>Elemento</b>	<b>Área por NX (<math>A_{NX}</math>) [in<sup>2</sup>]</b>	<b>Área por MT (<math>A_{MT}</math>) [in<sup>2</sup>]</b>	<b>% Error Área</b>	<b>Factor de relación de área</b>
Piñón 1	2.969	3.272	10.210	0.907
Piñón 2	5.319	5.791	8.884	0.918
Piñón 3	7.918	8.593	8.524	0.921
Piñón 4	10.730	11.583	7.950	0.926
Piñón 5	13.801	14.774	7.048	0.934
Piñón 6	15.190	16.141	6.263	0.941
Piñón 7	20.527	21.741	5.914	0.944
Piñón Reversa	2.511	2.787	10.983	0.901
Engrane 1	36.804	38.802	5.428	0.949
Engrane 2	30.066	31.788	5.727	0.946
Engrane 3	24.719	26.309	6.433	0.940
Engrane 4	20.344	21.732	6.821	0.936
Engrane 5	16.613	17.732	6.737	0.937
Engrane 6	15.190	16.141	6.263	0.941
Engrane 7	9.583	11.396	18.921	0.841
Engrane Reversa	29.733	31.546	6.099	0.943
Engrane Loco	14.842	15.916	7.239	0.932

Tabla 45. Áreas calculadas por NX y MATHEMATICA.

## Apéndice B: Materiales para el recubrimiento de embragues

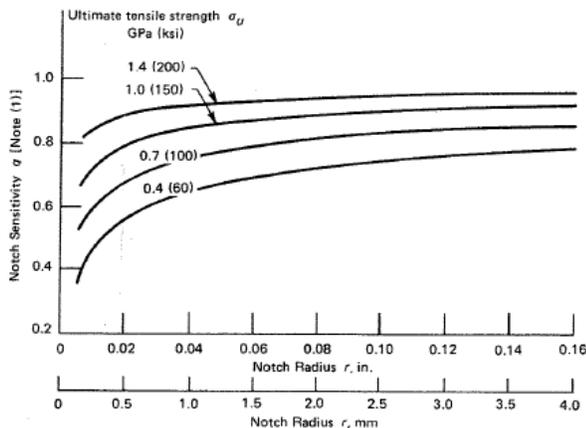
Propiedades de materiales comunes para recubrimiento de embragues						
Material de fricción contra acero o hierro fundido	Coeficiente de fricción dinámica		Presión máxima		Temperatura máxima	
	seco	en aceite	psi	kPa	°F	°C
Moldeado	0.25-0.45	0.06-0.09	150-300	1030-2070	400-500	204-260
Tejido	0.25-0.45	0.08-0.10	50-100	345-690	400-500	204-260
Metal sinterizado	0.15-0.45	0.05-0.08	150-300	1030-2070	450-1250	232-677
Hierro fundido	0.15-0.25	0.03-0.06	100-250	690-720	500	260

Tabla 46. Propiedades de materiales comunes para recubrimiento de embragues. [32]

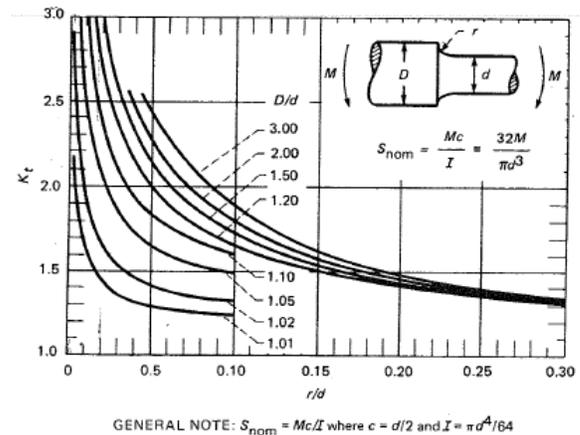
## Apéndice C: Factores de ajuste de los esfuerzos en los ejes

Factor de concentrador de esfuerzos  $k_t$

$$k_t = 1 + q(k_t - 1)$$



Gráfica 11. Radio de la muesca. [45]



Gráfica 11. Factor de concentrador de esfuerzos  $k_t$ . [45]

Factor de acabado superficial  $k_a$

$$K_a = a_s s_{ut}^{b_s}$$

Acabado superficial	Factor $a_s$ [ksi]	Exponente $b_s$
Esmerilado	1.34	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	-0.265
Laminado en caliente	14.4	-0.718
Forja	39.9	-0.995

Tabla 47. Factor de acabado superficial  $k_a$ . [9]

Factor de tamaño  $K_{sf}$

$$K_{sf} = \begin{cases} 0.879 d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91 d^{-0.157} & 2 < d \leq 10 \text{ in} \end{cases}$$

Factor de confiabilidad  $K_{ce}$

Confiabilidad %	Factor de confiabilidad $k_{ce}$
50	1
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Tabla 48. Factor de confiabilidad  $k_{ce}$ . [9]

Factor de temperatura  $K_d$

Temperatura [°C]	Factor de temperatura $K_d$
20	1
50	1.01
100	1.02
150	1.025
200	1.2
250	1
300	0.975
350	0.943
400	0.9
450	0.843
500	0.768
550	0.672
600	0.549

Tabla 49. Factor de temperatura  $k_d$ . [9]

## Apéndice D: Materiales para la fabricación de ejes

Especificación SAE	Dureza Brinell	Proceso	Resistencia última ( $S_{ut}$ ) [ksi]	Resistencia a la fluencia ( $S_y$ ) [ksi]	Resistencia a la fatiga ( $S_f$ ) [ksi]
1005-1009	125	Laminado en frío	60	58	78
1005-1009	90	Laminado en caliente	50	38	93
1015	80	Normalizado	60	33	120
1018	126	Estirado en frío	64	54	-
1020	108	Laminado en caliente	64	38	130
1022	137	Estirado en frío	69	58	-
1040	170	Estirado en frío	85	71	-
1040	225	Forjado	90	50	223
1045	225	Templado y revenido	105	92	178
1045	390	Templado y revenido	195	185	230
1045	500	Templado y revenido	265	245	330
1045	595	Templado y revenido	325	270	395
1050	197	Estirado en frío	100	84	-
1140	170	Estirado en frío	88	74	-
1144	305	Estirado a temperatura ambiente	150	148	230
1541F	290	Templado, revenido y forjado	138	129	185
4130	258	Templado y revenido	130	113	186
4130	365	Templado y revenido	207	197	246
4140	310	Templado, revenido y estirado a temperatura ambiente	156	140	265
4142	310	Estirado a temperatura ambiente	154	152	210
4142	380	Templado y revenido	205	200	265
4142	450	Templado, revenido y deformado	280	270	305
4340	243	Laminado en caliente y recocido	120	92	174
4340	409	Templado y revenido	213	199	290
4340	350	Templado y revenido	180	170	240
5160	430	Templado y revenido	242	222	280

Tabla 50. Propiedades de materiales para ejes. [25]

## Apéndice E: Demostración de la ecuación de la involuta

La involuta de un círculo es una curva que se genera desenrollando una cuerda tensa a partir de un cilindro.

- La cuerda siempre es tangente al círculo base.
- El centro de curvatura de la involuta siempre se encuentra en el punto de tangencia de la cuerda con el círculo base.
- Una tangente a la involuta siempre es normal a la cuerda, la cual es el radio instantáneo de curvatura instantáneo de la involuta.

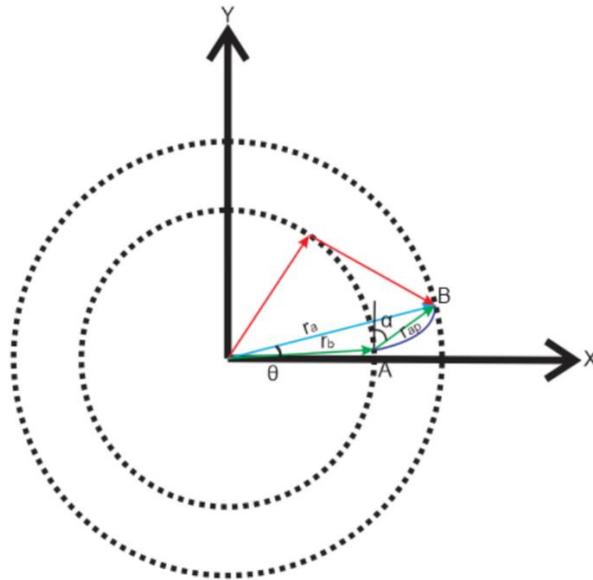


Figura 33. Perfil de involuta del diente de un engrane. [32]

La ecuación general de la involuta se obtiene a partir del cambio de magnitud y dirección del radio que describe a dicha involuta. El inicio de la involuta es a partir del radio base y este va cambiando conforme la involuta se desarrolla hasta que el radio adquiere la magnitud del radio de addendum de la siguiente manera:

$$r: \bar{r}_b \rightarrow \bar{r}_a$$

$$r: r_b \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \rightarrow r_a \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

El cambio de magnitud y dirección del vector  $r_b$  se realiza a través de la longitud de arco descrita por la involuta que va desde el punto A hasta el punto B:

$$r_b \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} + \text{Longitud de arco } AB = r_a \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

La longitud de arco puede ser descrita por medio de la cuerda tangente al círculo base de la siguiente forma:

$$\text{Longitud de arco } AB = \text{Tangente } AC = r_{ap} = r_b * \alpha$$

Finalmente se llega a una ecuación de lazo cerrado de la siguiente forma:

$$\bar{r}_b + \bar{r}_{ap} = \bar{r}_a$$

$$r_b \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} + r_b \alpha \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{bmatrix} = r_a \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

En coordenadas cilíndricas la ecuación general de la involuta queda como:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 = r_b^2 (\cos^2 \alpha - 2\alpha \cos \alpha \sin \alpha + \alpha^2 \sin^2 \alpha)$$

$$y^2 = r_b^2 (\sin^2 \alpha + 2\alpha \cos \alpha \sin \alpha + \alpha^2 \cos^2 \alpha)$$

$$x^2 + y^2 = r_b^2 (1 + \alpha^2)$$

Ecuación general:

$$r = r_b \sqrt{1 + \alpha^2}$$

### Apéndice F: Demostración de la ecuación de la fuerza de acoplamiento

Considerando como elemento de análisis a los forros del embrague y de ellos un elemento diferencial de superficie:

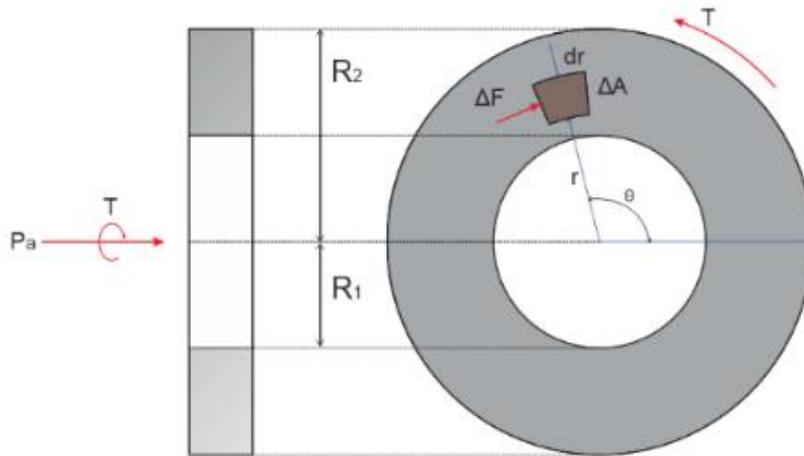


Figura 34. Esquema del análisis matemático de un embrague de discos.

- Presión constante

Cuando se puede suponer una presión uniforme sobre el área del disco, la fuerza de accionamiento  $P_a$  es simplemente el producto de la presión y el área:

$$\Delta P_a = N_a \Delta A$$

Al tratarse de cambios muy pequeños:

$$dP_a = N_a dA$$

$$P_a = N_a \oint A dA = N_a \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} r dr d\theta$$

Por lo tanto, la fuerza que genera el accionamiento es la siguiente:

$$P_a = \pi N_a (R_2^2 - R_1^2)$$

Ahora sabiendo que  $dT = r dF = r \mu_k dN_a$ , calcularemos dicho par de torsión:

$$dT = \mu_k P_a \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} r^2 dr d\theta$$

Por lo tanto, el par de torsión es el siguiente:

$$T = \frac{2}{3} \pi \mu_k P_a (R_2^3 - R_1^3)$$

Para conocer el par de torsión de accionamiento en función de la fuerza de accionamiento se emplea la siguiente expresión:

$$T_a = \frac{2}{3} \mu_k P_a \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{(R_2^2 - R_1^2)} \cdot \text{Número de discos}$$

## Apéndice G: Demostración de la ecuación de Rayleigh

Considerando la energía cinética de un sistema de n masas como:

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2} \sum m_n v_n^2$$

Si la velocidad tangencial en cada punto donde se encuentran las masas se obtiene a través de la velocidad angular y del radio de giro; El radio de giro una vez deformado el eje es igual a la deflexión generada:

$$v_n = \omega_{eje} y_n$$

Entonces:

$$E_c = \frac{1}{2} * \sum m_n (\omega_{eje} * y_n)^2$$

La energía necesaria para generar dichas deflexiones se calcula a través del trabajo de deformación:

$$W_d = \frac{1}{2} F_1 y_1 + \frac{1}{2} F_2 y_2 + \dots + \frac{1}{2} F_i y_n = \frac{1}{2} \sum F_i y_n$$

Sabiendo que la fuerza para llevar a cabo una deformación está relacionada con una constante de rigidez de la siguiente manera:

$$F = K y$$

Se tiene que:

$$W_d = \frac{1}{2} \sum K_n y_n^2$$

Igualando la energía cinética al trabajo de deformación se llega a que la velocidad angular crítica de un sistema de  $n$  masas es:

$$E_c = W_d$$

$$\frac{1}{2} \sum m_n (\omega_{c1} y_n)^2 = \frac{1}{2} \sum K_n y_n^2$$

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{\sum K_n y_n^2}{\sum m_n y_n^2}}$$

## Apéndice H: Fichas técnicas de los engranes de la TM

Elemento	N° Dientes (N)	Relación de engranaje (re)	Ángulo de presión tangencial ( $\phi$ )	Ángulo de hélice tangencial ( $\psi$ )	Diámetro de paso ( $D_p$ ) [in]	Distancia al centro (l) [in]	Espesor (e) [in]	Volumen ( $V_E$ ) [in <sup>3</sup> ]	Peso (W) [lbf]
Piñón 1	14	3.500	25	35	1.361	3.061	0.739	1.459	0.415
Piñón 2	20	2.050	25	30	1.993	3.039	0.780	1.222	0.347
Piñón 3	24	1.375	25	30	2.551	3.030	0.709	2.970	0.844
Piñón 4	35	1.000	25	35	3.109	3.109	0.551	3.700	1.052
Piñón 5	43	0.721	25	35	3.490	3.003	0.606	5.736	1.630
Piñón Reversa	12	2.417	25	35	1.254	2.142	0.735	0.630	0.179
Piñón Diferencial	18	3.611	25	20	2.059	0.000	1.284	1.858	0.528
Engrane 1	49	3.500	25	35	4.762	3.061	0.739	11.685	3.321
Engrane 2	41	2.050	25	30	4.086	3.039	0.447	5.012	1.424
Engrane 3	33	1.375	25	30	3.508	3.030	0.709	5.509	1.566
Engrane 4	35	1.000	25	35	3.109	3.109	0.551	3.700	1.052
Engrane 5	31	0.721	25	35	2.516	3.003	0.720	2.771	0.788
Engrane Reversa	41	1.414	25	35	4.284	3.657	0.543	11.740	3.337
Engrane Loco	29	-	25	35	3.030	0.000	0.626	3.813	1.084
Engrane Diferencial	65	3.611	25	20	7.435	4.747	1.246	87.777	24.949

Tabla 51. Especificaciones de los engranes de la TM (Primera Parte).

<b>Elemento</b>	<b>Velocidad angular @Par máx. (<math>\omega_{Tmax}</math>) [rpm]</b>	<b>Par máximo (<math>T_{max}</math>) [lb<sub>f</sub> ft]</b>	<b>Carga tangencial máxima (<math>W_{tmax}</math>) [lb<sub>f</sub>]</b>	<b>Carga radial máxima (<math>W_{rmax}</math>) [lb<sub>f</sub>]</b>	<b>Carga axial máxima (<math>W_{xmax}</math>) [lb<sub>f</sub>]</b>	<b>Esfuerzo de flexión- Norma (<math>\sigma_m</math>) [ksi]</b>	<b>Esfuerzo de flexión-NX (<math>\sigma_{fNX}</math>) [ksi]</b>
Piñón 1	2800	75	1328	619	930	130.5	42.5
Piñón 2	2800	75	906	423	523	78.6	39.4
Piñón 3	2800	75	708	330	409	62.4	30.2
Piñón 4	2800	75	581	271	407	75.5	27.9
Piñón 5	2800	75	518	241	362	64.6	25.5
Piñón Reversa	2800	75	1441	672	1009	138.0	47.3
Piñón Diferencial	800	263	3071	1432	1118	-	-
Engrane 1	800	263	1328	619	930	133.0	39.9
Engrane 2	1366	154	906	423	523	148.8	52.5
Engrane 3	2036	103	708	330	409	70.2	22.3
Engrane 4	2800	75	581	271	407	84.8	27.9
Engrane 5	3884	54	518	241	362	62.2	23.0
Engrane Reversa	820	257	1441	672	1009	180.9	63.1
Engrane Loco	1159	182	1441	672	1009	179.3	57.7
Engrane Diferencial	222	951	3071	1432	1118	-	-

Tabla 52. Especificaciones de los engranes de la TM (Segunda Parte).

## Apéndice I: Fichas técnicas de los engranes de la TDE

Elemento	N° Dientes (N)	Relación de engranaje (re)	Ángulo de presión tangencial ( $\phi$ )	Ángulo de hélice tangencial ( $\psi$ )	Diámetro de paso ( $D_p$ ) [in]	Distancia al centro (l) [in]	Espesor (e) [in]	Volumen ( $V_E$ ) [in <sup>3</sup> ]	Peso (W) [lbf]
Piñón 1	14	3.500	25	30	1.960	4.409	1.790	5.429	1.543
Piñón 2	19	2.368	25	30	2.618	4.409	1.762	9.458	2.688
Piñón 3	21	1.762	25	30	3.193	4.409	1.944	15.486	4.402
Piñón 4	24	1.375	25	30	3.713	4.409	1.978	21.240	6.037
Piñón 5	31	1.097	25	30	4.206	4.409	1.735	23.757	6.752
Piñón 6	39	1.000	25	30	4.409	4.409	1.446	21.630	6.148
Piñón 7	43	0.721	25	30	5.124	4.409	1.524	30.709	8.728
Piñón Reversa	12	2.417	25	30	1.805	3.084	1.924	4.969	1.412
Engrane A1	15	2.733	25	30	2.923	1.462	1.500	10.159	2.888
Engrane A2	22	1.864	25	30	4.287	2.144	1.500	21.665	6.152
Engrane 1	49	3.500	25	30	6.859	4.409	1.790	64.377	18.298
Engrane 2	45	2.368	25	30	6.200	4.409	1.762	51.916	14.756
Engrane 3	37	1.762	25	30	5.625	4.409	1.944	47.412	13.476
Engrane 4	33	1.375	25	30	5.105	4.409	1.978	39.851	11.327
Engrane 5	34	1.097	25	30	4.613	4.409	1.735	28.514	8.105
Engrane 6	39	1.000	25	30	4.409	4.409	1.446	21.630	6.148
Engrane 7	31	0.721	25	30	3.694	4.409	1.524	16.097	4.575
Engrane Reversa	41	1.414	25	30	6.168	5.265	1.924	56.247	15.987
Engrane Loco	29	-	25	30	4.362	-	1.924	28.379	8.066
Engrane A3	41	-	25	30	7.990	-	1.5	74.036	21.043

Tabla 53. Especificaciones de los engranes de la TDE (Primera Parte).

<b>Elemento</b>	<b>Velocidad angular @ Par máx. (<math>\omega_{Tmax}</math>) [rpm]</b>	<b>Par máximo (<math>T_{max}</math>) [lbf ft]</b>	<b>Carga tangencial máxima (<math>W_{tmax}</math>) [lbf]</b>	<b>Carga radial máxima (<math>W_{rmax}</math>) [lbf]</b>	<b>Carga axial máxima (<math>W_{xmax}</math>) [lbf]</b>	<b>Esfuerzo de flexión admisible- Diseño (<math>\sigma_{fad}</math>) [ksi]</b>	<b>Esfuerzo superficial admisible- Diseño (<math>\sigma_{sad}</math>) [ksi]</b>
Piñón 1	2800	75	922	430	532	12.2	70.0
Piñón 2	2800	75	690	322	398	9.06	56.0
Piñón 3	2800	75	566	264	327	5.98	46.1
Piñón 4	2800	75	486	227	281	4.93	41.4
Piñón 5	2800	75	429	200	248	5.49	41.0
Piñón 6	2800	75	410	191	237	7.33	43.7
Piñón 7	2800	75	353	164	204	5.58	40.3
Piñón Reversa	2800	75	1001	467	578	11.91	76.7
Engrane A1	800	263	2163	1009	1249	-	-
Engrane A2	1182	178	998	465	576	-	-
Engrane 1	800	263	922	430	532	11.91	67.6
Engrane 2	1182	178	690	322	398	9.32	54.7
Engrane 3	1589	133	566	264	327	6.53	45.5
Engrane 4	2036	103	486	227	281	5.50	41.1
Engrane 5	2553	83	429	200	248	6.18	40.9
Engrane 6	2800	75	410	191	237	8.38	43.7
Engrane 7	3884	54	353	164	204	6.56	37.4
Engrane Reversa	820	257	1001	467	578	11.61	71.4
Engrane Loco	1159	182	1001	467	578	13.10	78.0
Engrane A3	293	720	2163	1009	1249	-	-

Tabla 54. Especificaciones de los engranes de la TDE (Segunda Parte).

## Apéndice J: Fichas técnicas de los engranes de la TDEO

Elemento	N° Dientes (N)	Relación de engranaje (re)	Ángulo de presión tangencial ( $\phi$ )	Ángulo de hélice tangencial ( $\psi$ )	Diámetro de paso ( $D_p$ ) [in]	Distancia al centro (l) [in]	Espesor (e) [in]	Volumen (V)[in <sup>3</sup> ]	Peso (W) [lbf]
Piñón 1	17	3.529	25	30	1.947	4.409	1.240	3.688	1.048
Piñón 2	22	2.364	25	30	2.622	4.409	1.340	7.188	2.043
Piñón 3	24	1.750	25	30	3.207	4.409	1.540	12.333	3.505
Piñón 4	27	1.370	25	30	3.720	4.409	1.570	16.877	4.797
Piñón 5	34	1.088	25	30	4.223	4.409	1.490	20.523	5.833
Piñón 6	42	1.000	25	30	4.409	4.409	1.260	18.814	5.347
Piñón 7	46	0.717	25	30	5.135	4.409	1.350	27.265	7.750
Piñón Reversa	15	2.400	25	30	1.805	3.069	1.539	3.928	1.117
Engrane A1	49	3.500	25	30	6.859	4.409	1.790	64.377	2.888
Engrane A2	45	2.368	25	30	6.200	4.409	1.762	51.916	6.152
Engrane 1	60	3.529	25	30	6.871	4.409	1.240	44.440	12.631
Engrane 2	52	2.364	25	30	6.197	4.409	1.340	39.259	11.159
Engrane 3	42	1.750	25	30	5.612	4.409	1.540	37.248	10.587
Engrane 4	37	1.370	25	30	5.098	4.409	1.570	31.449	8.939
Engrane 5	37	1.088	25	30	4.596	4.409	1.490	24.199	6.878
Engrane 6	42	1.000	25	30	4.409	4.409	1.260	18.814	5.347
Engrane 7	33	0.717	25	30	3.684	4.409	1.350	14.159	4.024
Engrane Reversa	51	1.417	25	30	6.137	5.235	1.539	43.999	12.506
Engrane Loco	36	-	25	30	4.332	4.409	1.539	22.146	6.295
Engrane A3	41	-	25	30	7.990	-	1.5	74.036	21.043

Tabla 55. Especificaciones de los engranes de la TDEO (Primera Parte).

Elemento	Velocidad angular @ Par máx. ( $\omega_{Tmax}$ ) [rpm]	Par máximo ( $T_{max}$ ) [lbf ft]	Carga tangencial máxima ( $W_{tmax}$ ) [lbf]	Carga radial máxima ( $W_{rmax}$ ) [lbf]	Carga axial máxima ( $W_{xmax}$ ) [lbf]	Esfuerzo de flexión admisible- Diseño ( $\sigma_{fad}$ ) [psi]	Esfuerzo superficial admisible- Diseño ( $\sigma_{sad}$ ) [psi]
Piñón 1	2800	75	928	433	536	20.8	84.2
Piñón 2	2800	75	689	321	398	13.4	64.0
Piñón 3	2800	75	563	263	325	8.46	51.3
Piñón 4	2800	75	486	226	280	6.84	46.4
Piñón 5	2800	75	428	199	247	6.84	44.1
Piñón 6	2800	75	410	191	237	8.95	46.8
Piñón 7	2800	75	352	164	203	6.64	42.7
Piñón Reversa	2800	75	1001	467	578	17.8	86.8
Engrane A1	793	266	2181	1017	1259	-	-
Engrane A2	1185	178	996	464	575	-	-
Engrane 1	793	266	928	433	536	21.0	43.1
Engrane 2	1185	178	689	321	398	14.0	40.2
Engrane 3	1600	132	563	263	325	9.12	37.8
Engrane 4	2043	103	486	226	280	7.56	39.4
Engrane 5	2573	82	428	199	247	7.67	42.0
Engrane 6	2800	75	410	191	237	10.1	46.5
Engrane 7	3903	54	352	164	203	7.82	47.5
Engrane Reversa	824	256	1001	467	578	17.9	43.0
Engrane Loco	1167	181	1001	467	578	19.5	56.9
Engrane A3	290	726	2181	1017	1259	-	-

Acero AISI 4320 templado simple y carburizado a 926 [°C] durante 8 [h] con post-enfriamiento en olla. Recalentado a 830 [°C]. Templado en aceite agitado. Templado a 150 [°C].  $S_y$  [ksi]=178. Dureza 62 HRC. Profundidad de cementación de 0.075 [in].

Tabla 56. Especificaciones de los engranes de la TDEO (Segunda Parte).

### Apéndice K: Fichas técnicas de los discos de los embragues de la TDEO

Elemento	Radio externo (R <sub>2</sub> ) [in]	Radio interno (R <sub>1</sub> ) [in]	Espesor (e) [in]	Volumen (V <sub>c</sub> ) [in <sup>3</sup> ]	Esfuerzo de compresión máximo (σ <sub>c</sub> ) [psi]	Esfuerzo de torsión máximo (σ <sub>t</sub> ) [psi]	Fuerza de acoplamiento @ T <sub>max</sub> (P <sub>amax</sub> ) [lbf]	Peso (W <sub>c</sub> ) [lbf]
Disco de Embrague Impares	6.500	1.500	0.265	34.85	24	0.54	468	9.90
Disco de Embrague Pares	6.500	1.400	0.265	34.78	924	0.54	468	9.88
Acero sinterizado: μ <sub>k</sub> = 0.08, lubricado en aceite. Temperatura máxima 677 [°C]. Presión máxima 300 [psi].								

Tabla 57. Especificaciones de los discos de los embragues de la TDEO.

### Apéndice L: Fichas técnicas de los rodamientos de la TDEO

Elemento	d [in]	D [in]	T [in]	C [in]	Carga dinámica de diseño C <sub>D</sub> [lbf]	Límite de velocidad en aceite [rpm]	Carga radial máxima (W <sub>rmax</sub> ) [lbf]	Carga axial máxima (W <sub>xmax</sub> ) [lbf]	Carga dinámica de operación (P <sub>eq</sub> ) [lbf]	Vida útil (L <sub>p</sub> ) [rev] x10 <sup>6</sup>
Rodamiento A	1.378	2.328	0.625	0.47	7868	8000	209	1311	1919	354
Rodamiento B	1.259	2.844	1.000	0.781	14275	7100	996	1311	1840	2960
Rodamiento C	1.496	2.480	0.669	0.531	8655	7500	1059	3219	4930	20.9
Rodamiento H	2.000	3.187	0.719	0.562	15961	5600	467	578	1169	17600
Rodamiento I	2.063	3.625	0.969	0.781	18996	5300	288	1017	1234	88800

Tabla 58. Especificaciones de los rodamientos de la TDEO. [\[33\]](#)

## Apéndice M: Fichas técnicas de los ejes de la TDEO

Eje primario pares					
Diámetro exterior 1 ( $d_{o1}$ ) [in]	Diámetro exterior 2 ( $d_{o2}$ ) [in]	Diámetro exterior 3 ( $d_{o3}$ ) [in]	Diámetro exterior 4 ( $d_{o4}$ ) [in]	Diámetro exterior 5 ( $d_{o5}$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]
1.400	1.996	2.003	1.676	1.300	0.000
Longitud 1 ( $L_1$ ) [in]	Longitud 2 ( $L_2$ ) [in]	Longitud 3 ( $L_3$ ) [in]	Longitud 4 ( $L_4$ ) [in]	Longitud 5 ( $L_5$ ) [in]	Longitud total ( $L_T$ ) [in]
14.870	2.260	1.820	2.090	2.538	23.570
Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]	Peso ( $W$ ) [lbf]	Frecuencia natural 1 ( $\omega_{n1}$ ) [rpm]	Frecuencia natural 2 ( $\omega_{n2}$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]	Material
43.640	12.400	11069	22501	33052	AISI 4130 Templado en agua a 480 [°C] Revenido a 855 [°C].

Tabla 59. Especificaciones del eje primario pares de la TDEO.

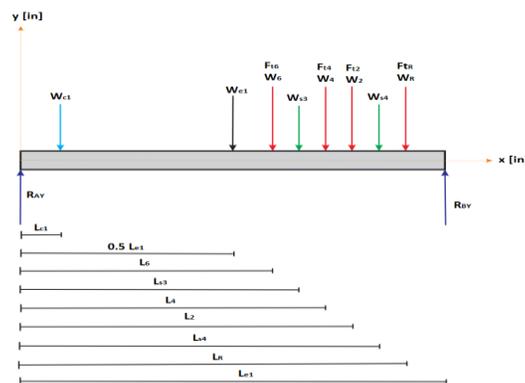


Figura 35. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

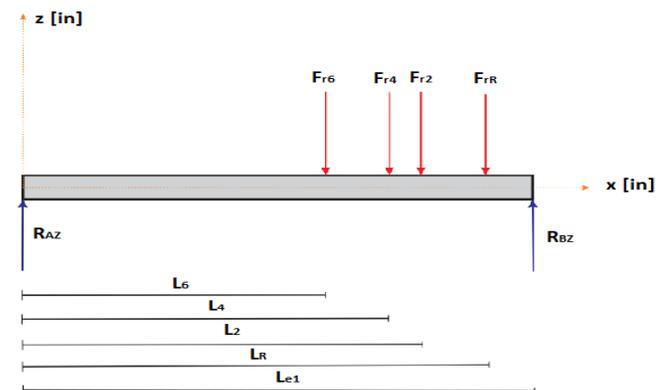


Figura 36. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

Eje primario impares				
Diámetro exterior 1 ( $d_{o1}$ ) [in]	Diámetro exterior 2 ( $d_{o2}$ ) [in]	Diámetro exterior 3 ( $d_{o3}$ ) [in]	Diámetro exterior 4 ( $d_{o4}$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]
1.500	2.106	2.205	2.322	1.400
Longitud 1 ( $L_1$ ) [in]	Longitud 2 ( $L_2$ ) [in]	Longitud 3 ( $L_3$ ) [in]	Longitud 4 ( $L_4$ ) [in]	Longitud total ( $L_T$ ) [in]
6.115	1.790	2.240	1.600	11.745
Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]	Peso ( $W$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Frecuencia natural 1 ( $\omega_{n1}$ ) [rpm]	Frecuencia natural 2 ( $\omega_{n2}$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]
14.239	4.089	12643	57490	48385
Material	AISI 4130 Templado en agua a 480 [°C] Revenido a 855 [°C].			

Tabla 60. Especificaciones del eje primario impares de la TDEO.

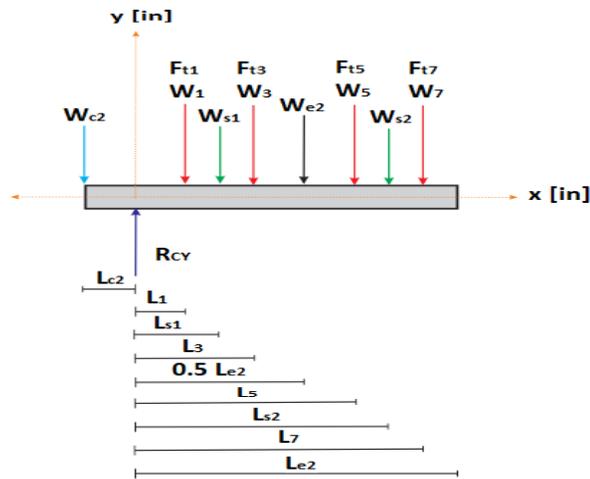


Figura 37. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

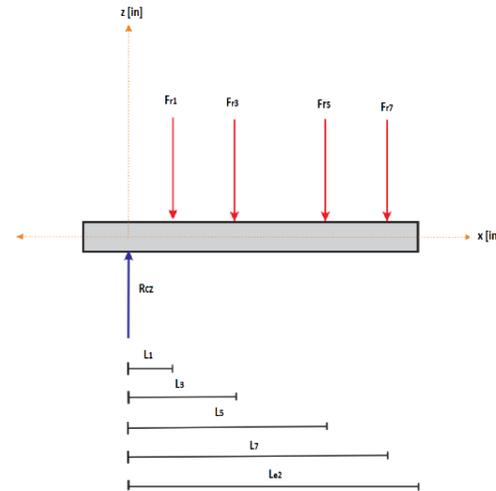


Figura 38. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

Eje secundario impares			
Diámetro exterior ( $d_o$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]	Longitud total ( $L_t$ ) [in]	Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]
2.310	1.848	20.3288	30.57
Peso ( $W$ ) [lbf]	Frecuencia natural ( $\omega_n$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]	Material
8.689	35151	31190	AISI 4130 Templado en agua a 480°C Revenido a 855°C

Tabla 61. Especificaciones del eje secundario impares de la TDEO.

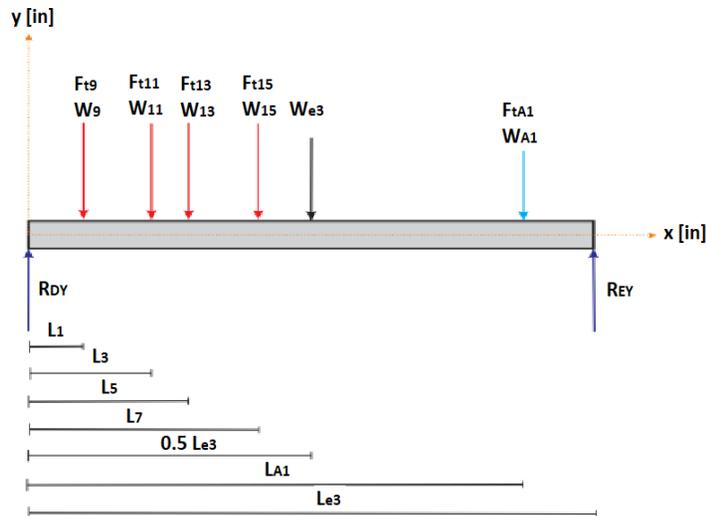


Figura 39. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

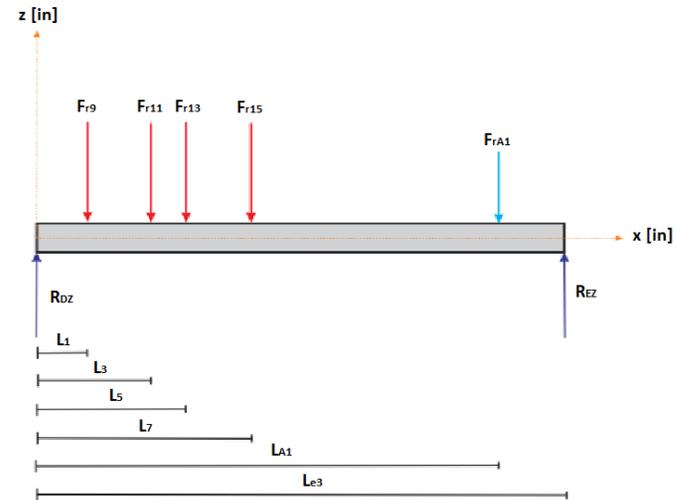


Figura 40. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

Eje secundario pares			
Diámetro exterior ( $d_o$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]	Longitud total ( $L_t$ ) [in]	Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]
2.269	1.815	12.45	18.04
Peso ( $W$ ) [lb <sub>f</sub> ]	Frecuencia natural ( $\omega_n$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]	Material
5.127	94312	40488	AISI 4130 Templado en agua a 480°C Revenido a 855°C

Tabla 62. Especificaciones del eje secundario pares de la TDEO.

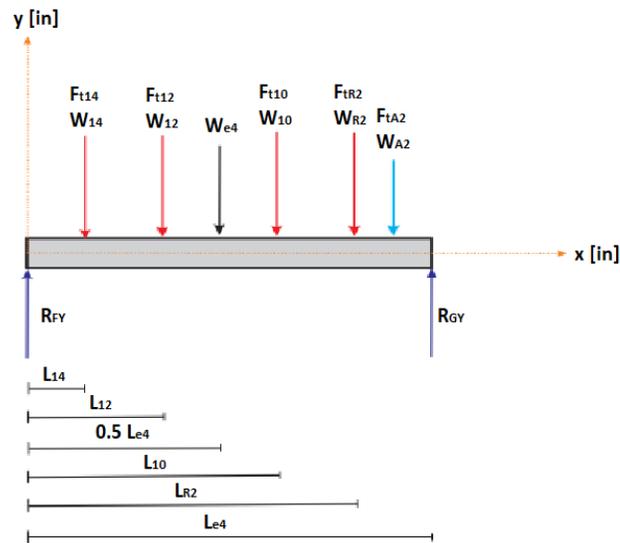


Figura 41. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

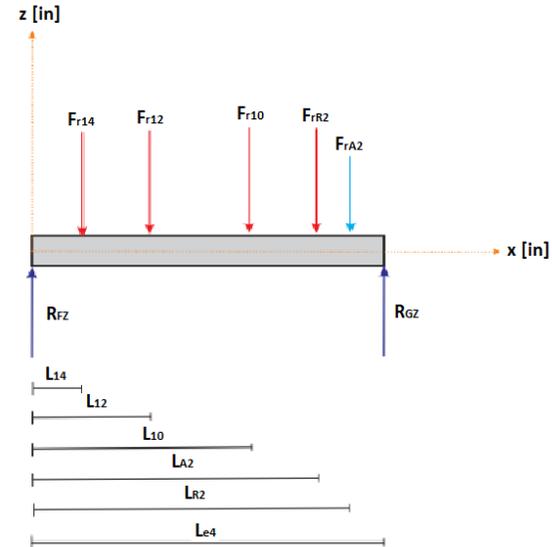


Figura 42. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

Eje engrane loco			
Diámetro exterior ( $d_o$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]	Longitud total ( $L_t$ ) [in]	Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]
2.048	1.638	5.788	6.772
Peso ( $W$ ) [lbf]	Frecuencia natural ( $\omega_n$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]	Material
1.924	105998	75186	AISI 4130 Templado en agua a 480°C Revenido a 855°C

Tabla 63. Especificaciones del eje auxiliar de la TDEO.

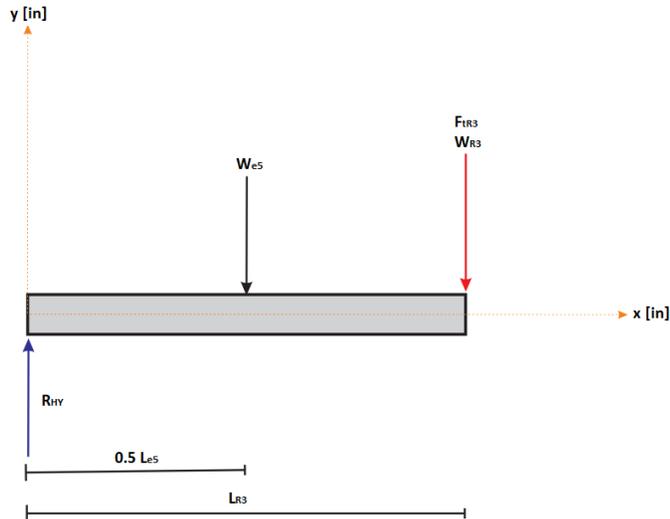


Figura 43. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

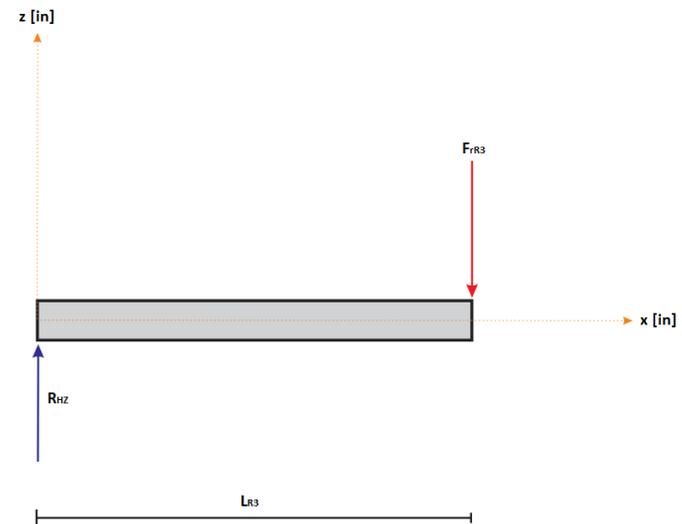


Figura 44. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

Eje salida			
Diámetro exterior ( $d_o$ ) [in]	Diámetro interior ( $d_i$ ) [in]	Longitud total ( $L_t$ ) [in]	Volumen ( $V$ ) [in <sup>3</sup> ]
1.924	1.539	2.750	4.652
Peso ( $W$ ) [lbf]	Frecuencia natural ( $\omega_n$ ) [rpm]	Velocidad crítica ( $\omega_c$ ) [rpm]	Material
1.322	520776	189909	AISI 4130 Templado en agua a 480°C Revenido a 855°C

Tabla 64. Especificaciones del eje salida de la TDEO.

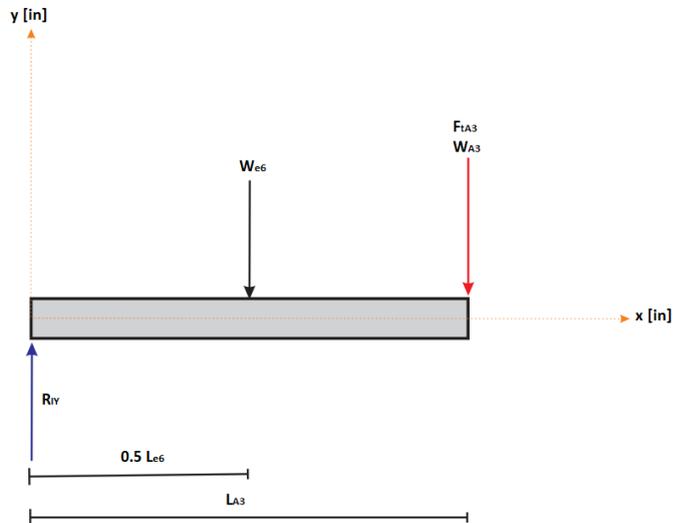


Figura 45. Diagrama de cuerpo libre en el plano XY.

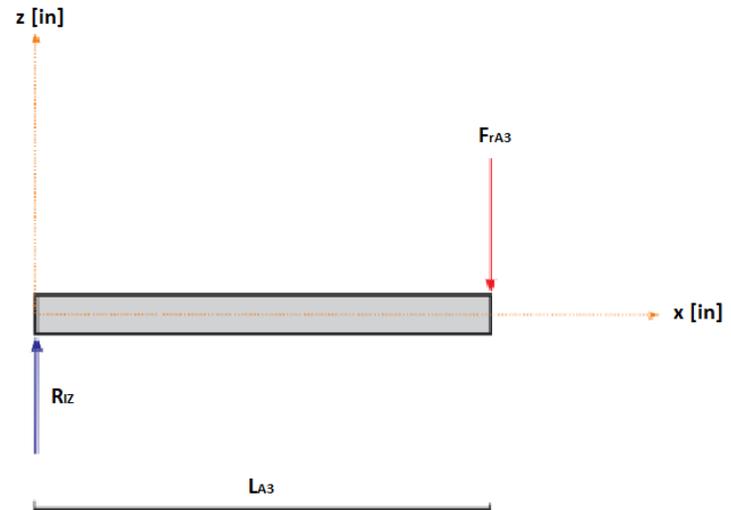


Figura 46. Diagrama de cuerpo libre en el plano XZ.

## Apéndice N: Ajustes y tolerancias de los ejes de la TDEO

Habiendo establecido la configuración de la Transmisión de Doble Embrague Optimizada, es necesario determinar el tipo de ajuste con el cual se realizará el montaje de sus elementos. De los ajustes existentes, el ajuste por interferencia (forzado) resulta ser el más adecuado a la situación debido a que permite transmitir pares o fuerzas entre los elementos que interactúan dentro de la transmisión.

De acuerdo a la Norma ANSI B4.1, hay cinco clases de ajustes de acuerdo al tipo de ajuste requerido. En el caso de la transmisión, se optó por un ajuste FN2 (ajuste a presión media) debido a que las secciones transversales de los elementos son de tamaño medio y es un ajuste de uso general. Para determinar dicho ajuste, es necesario conocer el diámetro interno y externo de las piezas a ensamblar, así como el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson del material de las mismas.

Con estas características, es posible conocer el diámetro nominal de ajuste (diámetro compartido entre las piezas); y con ello, determinar los límites inferior y superior de la tolerancia e interferencia presentes de acuerdo a la posición en que se localizan las piezas acopladas (interna o externa).

Ahora bien, el proceso de ajuste forzado trae como consecuencia la existencia de una presión entre las superficies de contacto de las piezas involucradas; y con ello, la presencia de esfuerzos dentro del material. Por lo que para conocer dicha presión se utiliza la siguiente fórmula:

$$PC = \frac{\delta}{\left(\frac{d_o}{2}\right) \left[ \frac{1}{E_o} \left( \frac{D_e^2 + d_o^2}{D_e^2 - d_o^2} + \nu_o \right) + \frac{1}{E_i} \left( \frac{d_o^2 + d_i^2}{d_o^2 - d_i^2} - \nu_i \right) \right]}$$

Con el cálculo de la presión de contacto, es posible determinar los esfuerzos presentes en las piezas con las siguientes fórmulas:

$$\sigma_o = PC \left( \frac{D_e^2 + d_o^2}{D_e^2 - d_o^2} \right) \quad \sigma_i = PC \left( \frac{d_o^2 + d_i^2}{d_o^2 - d_i^2} \right)$$

Por último, es posible obtener la deformación que se presenta en el diámetro nominal de ajuste (de acuerdo a la pieza a analizar) con las siguientes fórmulas:

$$\delta_o = \frac{d_o PC}{E_o} \left( \frac{D_e^2 + d_o^2}{D_e^2 - d_o^2} + \nu_o \right) \quad \delta_i = \frac{d_o PC}{E_i} \left( \frac{d_o^2 + d_i^2}{d_o^2 - d_i^2} - \nu_i \right)$$

Norma ANSI B4.1 (Ajustes forzados y por encogimiento).

Nominal Size Range, Inches Over To	Class FN 1			Class FN 2			Class FN 3			Class FN 4			Class FN 5		
	Interference <sup>a</sup>	Standard Tolerance Limits		Interference <sup>a</sup>	Standard Tolerance Limits		Interference <sup>a</sup>	Standard Tolerance Limits		Interference <sup>a</sup>	Standard Tolerance Limits		Interference <sup>a</sup>	Standard Tolerance Limits	
		Hole H6	Shaft		Hole H7	Shaft s6		Hole H7	Shaft t6		Hole H7	Shaft u6		Hole H8	Shaft x7
Values shown below are in thousandths of an inch															
0- 0.12	0.05 0.5	+0.25 0	+0.5 +0.3	0.2 0.85	+0.4 0	+0.85 +0.6				0.3 0.95	+0.4 0	+0.95 +0.7	0.3 1.3	+0.6 0	+1.3 +0.9
0.12- 0.24	0.1 0.6	+0.3 0	+0.6 +0.4	0.2 1.0	+0.5 0	+1.0 +0.7				0.4 1.2	+0.5 0	+1.2 +0.9	0.5 1.7	+0.7 0	+1.7 +1.2
0.24- 0.40	0.1 0.75	+0.4 0	+0.75 +0.5	0.4 1.4	+0.6 0	+1.4 +1.0				0.6 1.6	+0.6 0	+1.6 +1.2	0.5 2.0	+0.9 0	+2.0 +1.4
0.40- 0.56	0.1 0.8	+0.4 0	+0.8 +0.5	0.5 1.6	+0.7 0	+1.6 +1.2				0.7 1.8	+0.7 0	+1.8 +1.4	0.6 2.3	+1.0 0	+2.3 +1.6
0.56- 0.71	0.2 0.9	+0.4 0	+0.9 +0.6	0.5 1.6	+0.7 0	+1.6 +1.2				0.7 1.8	+0.7 0	+1.8 +1.4	0.8 2.5	+1.0 0	+2.5 +1.8
0.71- 0.95	0.2 1.1	+0.5 0	+1.1 +0.7	0.6 1.9	+0.8 0	+1.9 +1.4				0.8 2.1	+0.8 0	+2.1 +1.6	1.0 3.0	+1.2 0	+3.0 +2.2
0.95- 1.19	0.3 1.2	+0.5 0	+1.2 +0.8	0.6 1.9	+0.8 0	+1.9 +1.4	0.8 2.1	+0.8 0	+2.1 +1.6	+1.0 2.3	+0.8 0	+2.3 +1.8	1.3 3.3	+1.2 0	+3.3 +2.5
1.19- 1.58	0.3 1.3	+0.6 0	+1.3 +0.9	0.8 2.4	+1.0 0	+2.4 +1.8	1.0 2.6	+1.0 0	+2.6 +2.0	1.5 3.1	+1.0 0	+3.1 +2.5	1.4 4.0	+1.6 0	+4.0 +3.0
1.58- 1.97	0.4 1.4	+0.6 0	+1.4 +1.0	0.8 2.4	+1.0 0	+2.4 +1.8	1.2 2.8	+1.0 0	+2.8 +2.2	1.8 3.4	+1.0 0	+3.4 +2.8	2.4 5.0	+1.6 0	+5.0 +4.0
1.97- 2.56	0.6 1.8	+0.7 0	+1.8 +1.3	0.8 2.7	+1.2 0	+2.7 +2.0	1.3 3.2	+1.2 0	+3.2 +2.5	2.3 4.2	+1.2 0	+4.2 +3.5	3.2 6.2	+1.8 0	+6.2 +5.0
2.56- 3.15	0.7 1.9	+0.7 0	+1.9 +1.4	1.0 2.9	+1.2 0	+2.9 +2.2	1.8 3.7	+1.2 0	+3.7 +3.0	2.8 4.7	+1.2 0	+4.7 +4.0	4.2 7.2	+1.8 0	+7.2 +6.0
3.15- 3.94	0.9 2.4	+0.9 0	+2.4 +1.8	1.4 3.7	+1.4 0	+3.7 +2.8	2.1 4.4	+1.4 0	+4.4 +3.5	3.6 5.9	+1.4 0	+5.9 +5.0	4.8 8.4	+2.2 0	+8.4 +7.0
3.94- 4.73	1.1 2.6	+0.9 0	+2.6 +2.0	1.6 3.9	+1.4 0	+3.9 +3.0	2.6 4.9	+1.4 0	+4.9 +4.0	4.6 6.9	+1.4 0	+6.9 +6.0	5.8 9.4	+2.2 0	+9.4 +8.0

Tabla 65. Ajustes y tolerancias clase FN2. [7]

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Piñón 2					
Datos			Resultados		
<b>Eje 1</b>	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.679
	$d_o$ [in]	1.676		Mín.	1.678
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	28324
	$\nu_i$	0.29		Mín.	9441
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.001
0.0018		Mín.		0.000	
<b>Piñón 2</b>	$d_o$ [in]	1.676	$d_o$ [in]	Máx.	1.677
	$D_e$ [in]	2.828		Mín.	1.676
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	59009
	$\nu_o$	0.29		Mín.	19670
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.004
0		Mín.		0.001	
<b>Interferencia (FN2)</b>	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	28324
	Mín.	0.0008		Mín.	9441

Tabla 66. Ajuste por Interferencia (Primera Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Piñón 4					
Datos			Resultados		
<b>Eje 1</b>	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	2.006
	$d_o$ [in]	2.003		Mín.	2.005
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	30578
	$\nu_i$	0.29		Mín.	9060
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.001
0.002		Mín.		0.000	
<b>Piñón 4</b>	$d_o$ [in]	2.003	$d_o$ [in]	Máx.	2.005
	$D_e$ [in]	3.959		Mín.	2.003
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	51630
	$\nu_o$	0.29		Mín.	15298
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.004
0		Mín.		0.001	
<b>Interferencia (FN2)</b>	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	30578
	Mín.	0.0008		Mín.	9060

Tabla 67. Ajuste por Interferencia (Segunda Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Piñón 6					
Datos			Resultados		
Eje 1	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.999
	$d_o$ [in]	1.996		Mín.	1.998
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	33458
	$\nu_i$	0.29		Mín.	9913
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.002
0.002		Mín.		0.000	
Piñón 6	$d_o$ [in]	1.996	$d_o$ [in]	Máx.	1.997
	$D_e$ [in]	4.591		Mín.	1.996
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	49055
	$\nu_o$	0.29		Mín.	14535
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.004
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	33458
	Mín.	0.0008		Mín.	9913

Tabla 68. Ajuste por Interferencia (Tercera Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Piñón Reversa					
Datos			Resultados		
Eje 1	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.302
	$d_o$ [in]	1.3		Mín.	1.302
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	32836
	$\nu_i$	0.29		Mín.	10945
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.001
0.0018		Mín.		0.000	
Piñón Reversa	$d_o$ [in]	1.3	$d_o$ [in]	Máx.	1.301
	$D_e$ [in]	2.014		Mín.	1.300
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	79780
	$\nu_o$	0.29		Mín.	26593
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.004
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	32836
	Mín.	0.0008		Mín.	10945

Tabla 69. Ajuste por Interferencia (Cuarta Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Disco 1					
Datos			Resultados		
Eje 1	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.402
	$d_o$ [in]	1.4		Mín.	1.402
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	51679
	$\nu_i$	0.29		Mín.	17226
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.002
0.0018		Mín.		0.001	
Disco 1	$d_o$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	1.401
	$D_e$ [in]	13		Mín.	1.400
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	52892
	$\nu_o$	0.29		Mín.	17631
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN <sub>2</sub> )	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	51679
	Mín.	0.0008		Mín.	17226

Tabla 70. Ajuste por Interferencia (Quinta Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 1 - Plato 1					
Datos			Resultados		
Eje 1	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.402
	$d_o$ [in]	1.4		Mín.	1.402
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	51763
	$\nu_i$	0.29		Mín.	17254
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.002
0.0018		Mín.		0.001	
Plato 1	$d_o$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	1.401
	$D_e$ [in]	14		Mín.	1.400
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	52809
	$\nu_o$	0.29		Mín.	17603
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN <sub>2</sub> )	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	51763
	Mín.	0.0008		Mín.	17254

Tabla 71. Ajuste por Interferencia (Sexta Parte).

<b>Ajuste por Interferencia Eje 2 - Piñón 1</b>					
<b>Datos</b>			<b>Resultados</b>		
<b>9+Eje 2</b>	$d_i$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	1.502
	$d_o$ [in]	1.5		Mín.	1.502
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	81289
	$\nu_i$	0.29		Mín.	27096
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
		0.0018		Mín.	0.001
<b>Piñón 1</b>	$d_o$ [in]	1.5	$d_o$ [in]	Máx.	1.501
	$D_e$ [in]	2.145		Mín.	1.500
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	16311
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5437
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.001
		0		Mín.	0.000
<b>Interferencia (FN<sub>2</sub>)</b>	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	5599
	Mín.	0.0008		Mín.	1866

Tabla 72. Ajuste por Interferencia (Séptima Parte).

<b>Ajuste por Interferencia Eje 2 - Piñón 3</b>					
<b>Datos</b>			<b>Resultados</b>		
<b>Eje 2</b>	$d_i$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	2.110
	$d_o$ [in]	2.107		Mín.	2.109
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	42174
	$\nu_i$	0.29		Mín.	12496
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.003
		0.002		Mín.	0.001
<b>Piñón 3</b>	$d_o$ [in]	2.107	$d_o$ [in]	Máx.	2.108
	$D_e$ [in]	3.438		Mín.	2.107
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	35995
	$\nu_o$	0.29		Mín.	10665
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
		0		Mín.	0.001
<b>Interferencia (FN<sub>2</sub>)</b>	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	16340
	Mín.	0.0008		Mín.	4841

Tabla 73. Ajuste por Interferencia (Octava Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 2 - Piñón 5					
Datos			Resultados		
Eje 2	$d_i$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	2.208
	$d_o$ [in]	2.205		Mín.	2.207
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	43812
	$\nu_i$	0.29		Mín.	12981
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.003
0.002		Mín.		0.001	
Piñón 5	$d_o$ [in]	2.205	$d_o$ [in]	Máx.	2.207
	$D_c$ [in]	4.438		Mín.	2.205
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	30870
	$\nu_o$	0.29		Mín.	9147
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	18643
	Mín.	0.0008		Mín.	5524

Tabla 74. Ajuste por Interferencia (Novena Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 2 - Piñón 7					
Datos			Resultados		
Eje 2	$d_i$ [in]	1.4	$d_o$ [in]	Máx.	2.325
	$d_o$ [in]	2.322		Mín.	2.324
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	42068
	$\nu_i$	0.29		Mín.	12465
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.003
0.002		Mín.		0.001	
Piñón 7	$d_o$ [in]	2.322	$d_o$ [in]	Máx.	2.323
	$D_c$ [in]	5.328		Mín.	2.322
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	28853
	$\nu_o$	0.29		Mín.	8549
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	19641
	Mín.	0.0008		Mín.	5820

Tabla 75. Ajuste por Interferencia (Décima Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 2 - Disco 2					
Datos			Resultados		
Eje 2	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.502
	$d_o$ [in]	1.5		Mín.	1.502
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	48150
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16050
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.002
0.0018		Mín.		0.001	
Disco 2	$d_o$ [in]	1.5	$d_o$ [in]	Máx.	1.501
	$D_e$ [in]	13		Mín.	1.500
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	49450
	$\nu_o$	0.29		Mín.	16483
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	48150
	Mín.	0.0008		Mín.	16050

Tabla 76. Ajuste por Interferencia (Undécima Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 2 - Plato 2					
Datos			Resultados		
Eje 2	$d_i$ [in]	0	$d_o$ [in]	Máx.	1.502
	$d_o$ [in]	1.5		Mín.	1.502
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	48240
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16080
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.002
0.0018		Mín.		0.001	
Plato 2	$d_o$ [in]	1.5	$d_o$ [in]	Máx.	1.501
	$D_e$ [in]	14		Mín.	1.500
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	49360
	$\nu_o$	0.29		Mín.	16453
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.003
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	48240
	Mín.	0.0008		Mín.	16080

Tabla 77. Ajuste por Interferencia (Duodécima Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 3 - Engrane 1					
Datos			Resultados		
Eje 3	$d_i$ [in]	1.848	$d_o$ [in]	Máx.	2.313
	$d_o$ [in]	2.311		Mín.	2.313
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	56040
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16604
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 1	$d_o$ [in]	2.311	$d_o$ [in]	Máx.	2.312
	$D_e$ [in]	7.070		Mín.	2.311
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	15243
	$\nu_o$	0.29		Mín.	4517
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.001
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	12301
	Mín.	0.0008		Mín.	3645

Tabla 78. Ajuste por Interferencia (Decimotercera Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 3 - Engrane 3					
Datos			Resultados		
Eje 3	$d_i$ [in]	1.848	$d_o$ [in]	Máx.	2.313
	$d_o$ [in]	2.311		Mín.	2.313
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	54796
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16236
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 3	$d_o$ [in]	2.311	$d_o$ [in]	Máx.	2.312
	$D_e$ [in]	5.843		Mín.	2.311
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	16487
	$\nu_o$	0.29		Mín.	4885
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	12028
	Mín.	0.0008		Mín.	3564

Tabla 79. Ajuste por Interferencia (Decimocuarta Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 3 - Engrane 5					
Datos			Resultados		
Eje 3	$d_i$ [in]	1.848	$d_o$ [in]	Máx.	2.313
	$d_o$ [in]	2.311		Mín.	2.313
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	52757
	$\nu_i$	0.29		Mín.	15632
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 5	$d_o$ [in]	2.311	$d_o$ [in]	Máx.	2.312
	$D_e$ [in]	4.811		Mín.	2.311
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	18526
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5489
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	11581
	Mín.	0.0008		Mín.	3431

Tabla 80. Ajuste por Interferencia (Decimoquinta Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 3 - Engrane 7					
Datos			Resultados		
Eje 3	$d_i$ [in]	1.848	$d_o$ [in]	Máx.	2.313
	$d_o$ [in]	2.311		Mín.	2.313
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	48780
	$\nu_i$	0.29		Mín.	14453
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.003
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 7	$d_o$ [in]	2.311	$d_o$ [in]	Máx.	2.312
	$D_e$ [in]	3.877		Mín.	2.311
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	22503
	$\nu_o$	0.29		Mín.	6668
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	10708
	Mín.	0.0008		Mín.	3173

Tabla 81. Ajuste por Interferencia (Decimosexta Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 3 - Engrane A1					
Datos			Resultados		
Eje 3	$d_i$ [in]	1.848	$d_o$ [in]	Máx.	2.313
	$d_o$ [in]	2.311		Mín.	2.313
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	42888
	$\nu_i$	0.29		Mín.	12707
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.003
0.002		Mín.		0.001	
Engrane A1	$d_o$ [in]	2.311	$d_o$ [in]	Máx.	2.312
	$D_e$ [in]	3.261		Mín.	2.311
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	28395
	$\nu_o$	0.29		Mín.	8413
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.001	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	9414
	Mín.	0.0008		Mín.	2789

Tabla 82. Ajuste por Interferencia (Decimoséptima Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 4 - Engrane A2					
Datos			Resultados		
Eje 4	$d_i$ [in]	1.816	$d_o$ [in]	Máx.	2.272
	$d_o$ [in]	2.270		Mín.	2.272
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	53403
	$\nu_i$	0.29		Mín.	15823
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane A2	$d_o$ [in]	2.270	$d_o$ [in]	Máx.	2.271
	$D_e$ [in]	4.625		Mín.	2.270
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	19161
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5677
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	11723
	Mín.	0.0008		Mín.	3473

Tabla 83. Ajuste por Interferencia (Decimoctava Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 4 - Engrane 2					
Datos			Resultados		
Eje 4	$d_i$ [in]	1.816	$d_o$ [in]	Máx.	2.272
	$d_o$ [in]	2.270		Mín.	2.272
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	56575
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16763
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 2	$d_o$ [in]	2.270	$d_o$ [in]	Máx.	2.271
	$D_e$ [in]	6.403		Mín.	2.270
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	15988
	$\nu_o$	0.29		Mín.	4737
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.001
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	12419
	Mín.	0.0008		Mín.	3680

Tabla 84. Ajuste por Interferencia (Decimonovena Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 4 - Engrane 4					
Datos			Resultados		
Eje 4	$d_i$ [in]	1.816	$d_o$ [in]	Máx.	2.272
	$d_o$ [in]	2.270		Mín.	2.272
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	55120
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16332
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 4	$d_o$ [in]	2.270	$d_o$ [in]	Máx.	2.271
	$D_e$ [in]	5.337		Mín.	2.270
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	17443
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5168
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	12100
	Mín.	0.0008		Mín.	3585

Tabla 85. Ajuste por Interferencia (Vigésima Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 4 - Engrane 6					
Datos			Resultados		
Eje 4	$d_i$ [in]	1.816	$d_o$ [in]	Máx.	2.272
	$d_o$ [in]	2.270		Mín.	2.272
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	53295
	$\nu_i$	0.29		Mín.	15791
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane 6	$d_o$ [in]	2.270	$d_o$ [in]	Máx.	2.271
	$D_e$ [in]	4.591		Mín.	2.270
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	19268
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5709
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	11699
	Mín.	0.0008		Mín.	3466

Tabla 86. Ajuste por Interferencia (Vigésima primera Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 4 - Engrane Reversa					
Datos			Resultados		
Eje 4	$d_i$ [in]	1.816	$d_o$ [in]	Máx.	2.272
	$d_o$ [in]	2.270		Mín.	2.272
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	56517
	$\nu_i$	0.29		Mín.	16746
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane Reversa	$d_o$ [in]	2.270	$d_o$ [in]	Máx.	2.271
	$D_e$ [in]	6.346		Mín.	2.270
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	16046
	$\nu_o$	0.29		Mín.	4754
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.001
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN2)	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	12406
	Mín.	0.0008		Mín.	3676

Tabla 87. Ajuste por Interferencia (Vigésima segunda Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 5 - Engrane Loco					
Datos			Resultados		
Eje 5	$d_i$ [in]	1.639	$d_o$ [in]	Máx.	2.051
	$d_o$ [in]	2.049		Mín.	2.051
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	60370
	$\nu_i$	0.29		Mín.	17888
	Tol.: s6	0.0027	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.002		Mín.		0.001	
Engrane Loco	$d_o$ [in]	2.049	$d_o$ [in]	Máx.	2.050
	$D_c$ [in]	4.541		Mín.	2.049
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	20026
	$\nu_o$	0.29		Mín.	5934
	Tol.: H7	0.0012	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.002
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN <sub>2</sub> )	Máx.	0.0027	PP [psi]	Máx.	13252
	Mín.	0.0008		Mín.	3927

Tabla 88. Ajuste por Interferencia (Vigésima tercera Parte).

Ajuste por Interferencia Eje 6 - Engrane A3					
Datos			Resultados		
Eje 6	$d_i$ [in]	1.694	$d_o$ [in]	Máx.	2.120
	$d_o$ [in]	2.118		Mín.	2.120
	$E_i$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_i$ [psi]	Máx.	55305
	$\nu_i$	0.29		Mín.	18435
	Tol.: s6	0.0024	$\delta_i$ [in]	Máx.	0.004
0.0018		Mín.		0.001	
Engrane A3	$d_o$ [in]	2.118	$d_o$ [in]	Máx.	2.119
	$D_c$ [in]	8.328		Mín.	2.118
	$E_o$ [psi]	3.05E+07	$\sigma_o$ [psi]	Máx.	13819
	$\nu_o$	0.29		Mín.	4606
	Tol.: H7	0.001	$\delta_o$ [in]	Máx.	0.001
0		Mín.		0.000	
Interferencia (FN <sub>2</sub> )	Máx.	0.0024	PP [psi]	Máx.	12140
	Mín.	0.0008		Mín.	4047

Tabla 89. Ajuste por Interferencia (Vigésima cuarta Parte).

## **Apéndice O: Planos de diseño de la TDEO**