



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Cuaderno de Ejercicios  
Interactivo de Productividad  
de Pozos**

**MATERIAL DIDÁCTICO**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A N**

Álvarez Tostado Corona Alan Daniel

Ramírez Ibáñez Alfredo Yazahir

**ASESOR DE MATERIAL DIDÁCTICO**

Ing. Víctor Juan López Hernández



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

---

# AGRADECIMIENTOS

*Este trabajo lo dedico con todo mi amor y cariño a mis padres Fabiola Corona y José Luis Álvarez quienes con sus palabras de aliento me enseñaron a ser perseverante y por darme las facilidades para culminar una carrera.*

*A Brenda y su familia que me acompañaron a lo largo de este camino universitario, quienes sin recibir nada a cambio compartieron su conocimiento y experiencias para apoyarme en todo momento.*

*A mi hermano Ángel Álvarez que siempre ha estado conmigo y quiero ser su más grande motivación para que él también culmine sus estudios satisfactoriamente.*

*Al Ing. Víctor Juan López Hernández quien fue pieza clave por su tiempo, dedicación y paciencia en la elaboración de éste trabajo.*

*Al Lic. Hugo Murillo que me ha permitido ser parte de un gran equipo de trabajo y quien en varias ocasiones me ha permitido distraer mis ocupaciones laborales para ocuparme en el desarrollo de mi formación como Ingeniero.*

*A mi querido amigo Yazahir Ramírez por todo lo que vivimos juntos a lo largo de nuestra estancia en la Universidad Nacional Autónoma de México.*

*Y a mi compañero de clases y gran amigo Óscar Martínez, con el que vivimos agradables momentos a lo largo de la carrera y nos apoyo en la realización de este proyecto.*

*Alan Daniel Álvarez Tostado Corona*



---

# AGRADECIMIENTOS

Quiero dar gracias a **Dios**, por permitirme recibir una de las satisfacciones más grandes en mi vida.

Le dedico este trabajo a las dos personas más importantes que tengo en mi vida; mis padres.

A mi papá Joel Alfredo Ramírez Pilotzi, quien desde pequeño me ha apoyado sin ninguna restricción y ha sido mi impulso y motivación para seguir adelante y culminar este primer proyecto.

A mi abuelita Santa Pilotzi Ledezma, quien me ha procurado y apoyado durante todos estos años, gracias por todos sus consejos.

A Sac Nichte Márquez y su familia, por darme su cariño, compañía y apoyo incondicional en todo momento.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme formarme en ésta máxima casa de estudios en el país.

Al Ing. Víctor Juan López Hernández quien fue una pieza clave en la realización de este trabajo.

Al Lic. Hugo Murillo quien me ha permitido ser parte de un gran equipo de trabajo y quien en varias ocasiones me ha permitido distraer mis ocupaciones laborales para enfocarme en el desarrollo de mi formación escolar.

A mi compañero de tesis Alan Álvarez Tostado por ser un gran amigo y persona, quien me brindo su amistad a lo largo de la carrera y su participación en la realización de este proyecto.

Y a mi compañero de clases y gran amigo Óscar Martínez, con el que vivimos agradables momentos a lo largo de la carrera y nos apoyo en la realización de este proyecto.

Alfredo Yazahir Ramírez Ibáñez



---

# Contenido

<b>1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS PETROLEROS</b>	<b>13</b>
1.1. Correlaciones para propiedades del gas	13
1.1.1. Presión y temperatura pseudocrítica, $p_{pc}$ y $T_{pc}$	14
1.1.1.1. Método de Standing, M.B.	14
1.1.1.2. Método de Kay, W.B.	14
1.1.1.3. Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.	15
1.1.2. Presión y temperatura pseudocrítica del $C_{7+}$ , $p_{pcC_{7+}}$ y $T_{pcC_{7+}}$	15
1.1.2.1. Correlación de Mathews, T.A., Roland, C.H. & Katz, D.L.	15
1.1.3. Factor de compresibilidad, $z$	15
1.1.3.1. Correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L.	17
1.1.3.2. Método de Papay, J.	18
1.1.3.3. Método de Brill, J.P. & Beggs, H.D.	18
1.1.4. Ejercicios resueltos ( $z$ )	19
1.1.4.1. Método de Kay, W.B.	19
1.1.4.2. Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.	20
1.1.4.3. Correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L. para factor $z$	22
1.1.4.4. Método de Papay, J.	24
1.1.4.5. Método de Brill, J.P. & Beggs, H.D.	24
1.1.5. Factor de volumen del gas, $B_g$	25
1.1.6. Ejercicios resueltos ( $B_g$ )	26
1.1.7. Viscosidad del gas, $\mu_g$	30
1.1.7.1. Correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E.	30
1.1.7.2. Correlación de Carr, N.L. para una mezcla de gases	31
1.1.8. Ejercicios resueltos ( $\mu_g$ )	31
1.1.8.1. Correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E.	31
1.1.8.2. Correlación de Carr, N.L.	32
1.1.9. Densidad del gas, $\rho_g$	32
1.1.10. Ejercicios resueltos ( $\rho_g$ )	33
1.2. Correlaciones para propiedades del aceite	34
1.2.1. Presión de burbuja, $p_b$	34
1.2.1.1. Correlación de Standing, M.B.	34
1.2.1.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	35
1.2.1.3. Correlación de Lasater, J.A.	36
1.2.1.4. Correlación de Glaso, O.	37
1.2.1.5. Correlación de TOTAL, C.F.P.	37
1.2.1.6. Correlación de Al-Marhoun, M.A.	38
1.2.1.7. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.	38
1.2.1.8. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.	39
1.2.1.9. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	39
1.2.1.10. Corrección de Glaso, O. para componentes No Hidrocarburos	40

1.2.2.	Ejercicios resueltos ( $p_b$ ) . . . . .	41
1.2.2.1.	Correlación de Standing, M.B. . . . .	41
1.2.2.2.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	42
1.2.2.3.	Correlación de Lasater, J.A. . . . .	43
1.2.2.4.	Correlación de Glaso, O. . . . .	43
1.2.2.5.	Correlación de TOTAL, C.F.P. . . . .	44
1.2.2.6.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	44
1.2.2.7.	Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E. . . . .	45
1.2.2.8.	Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F. . . . .	45
1.2.2.9.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	45
1.2.3.	Relación de solubilidad, $R_s$ . . . . .	47
1.2.3.1.	Correlación de Standing, M.B. . . . .	47
1.2.3.2.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	47
1.2.3.3.	Correlación de Lasater, J.A. . . . .	48
1.2.3.4.	Correlación de Glaso, O. . . . .	48
1.2.3.5.	Correlación de TOTAL, C.F.P. . . . .	49
1.2.3.6.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	49
1.2.3.7.	Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E. . . . .	49
1.2.3.8.	Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F. . . . .	50
1.2.3.9.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	50
1.2.4.	Ejercicios resueltos ( $R_s$ ) . . . . .	50
1.2.4.1.	Correlación de Standing, M.B. . . . .	51
1.2.4.2.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	51
1.2.4.3.	Correlación de Lasater, J.A. . . . .	52
1.2.4.4.	Correlación de Glaso, O. . . . .	53
1.2.4.5.	Correlación de TOTAL, C.F.P. . . . .	53
1.2.4.6.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	53
1.2.4.7.	Correlación Dokla, M.E. & Osman, M.E. . . . .	54
1.2.4.8.	Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F. . . . .	54
1.2.4.9.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	55
1.2.5.	Factor de volumen del aceite, $B_o$ . . . . .	57
1.2.5.1.	Correlación de Standing, M.B. . . . .	57
1.2.5.2.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	57
1.2.5.3.	Correlación de Glaso, O. . . . .	58
1.2.5.4.	Correlación de TOTAL, C.F.P. . . . .	58
1.2.5.5.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	59
1.2.5.6.	Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E. . . . .	59
1.2.5.7.	Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F. . . . .	59
1.2.5.8.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	60
1.2.6.	Ejercicios resueltos ( $B_o$ ) . . . . .	60
1.2.6.1.	Correlación de Standing, M.B. . . . .	61
1.2.6.2.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	61
1.2.6.3.	Correlación de Glaso, O. . . . .	62
1.2.6.4.	Correlación de TOTAL, C.F.P. . . . .	62
1.2.6.5.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	63
1.2.6.6.	Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E. . . . .	63
1.2.6.7.	Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F. . . . .	64
1.2.6.8.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	65
1.2.7.	Factor de volumen total, $B_t$ . . . . .	67
1.2.7.1.	Correlación de Glaso, O. . . . .	67

1.2.7.2.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . . .	68
1.2.8.	Ejercicios resueltos ( $B_t$ ) . . . . .	69
1.2.8.1.	Correlación de Glaso, O. . . . .	69
1.2.8.2.	Correlación de Al-Marhoun, M.A. . . . .	70
1.2.9.	Compresibilidad isotérmica del aceite, $C_o$ . . . . .	71
1.2.9.1.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	71
1.2.9.2.	Correlación de Petrosky, G.E, Jr. & Farshad, F.F. . . . .	72
1.2.9.3.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	72
1.2.10.	Ejercicios resueltos ( $C_o$ ) . . . . .	72
1.2.10.1.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	73
1.2.10.2.	Correlación de Petrosky, G.E, Jr. & Farshad, F.F. . . . .	74
1.2.10.3.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schimidt, Z. . . . .	74
1.2.11.	Viscosidad del aceite muerto, $\mu_{od}$ . . . . .	75
1.2.11.1.	Correlación de Beal, C. . . . .	76
1.2.11.2.	Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr. . . . .	77
1.2.11.3.	Correlación de Egbogah, E.O. . . . .	77
1.2.11.4.	Correlación de Glaso, O. . . . .	77
1.2.11.5.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	78
1.2.12.	Ejercicios resueltos ( $\mu_{od}$ ) . . . . .	79
1.2.12.1.	Correlación de Beal, C. . . . .	79
1.2.12.2.	Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr. . . . .	79
1.2.12.3.	Correlación de Egbogah, E.O. . . . .	80
1.2.12.4.	Correlación de Glaso, O. . . . .	80
1.2.12.5.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	81
1.2.13.	Viscosidad del aceite saturado, $\mu_{ob}$ . . . . .	81
1.2.13.1.	Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr. . . . .	81
1.2.13.2.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	81
1.2.13.3.	Correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr. . . . .	82
1.2.14.	Ejercicios resueltos ( $\mu_{ob}$ ) . . . . .	83
1.2.14.1.	Correlación de Beggs, H.D & Robinson, Jr. . . . .	83
1.2.14.2.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	83
1.2.14.3.	Correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr. . . . .	84
1.2.15.	Viscosidad del aceite bajosaturado, $\mu_o$ . . . . .	85
1.2.15.1.	Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D. . . . .	85
1.2.15.2.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	85
1.2.16.	Ejercicios resueltos ( $\mu_o$ ) . . . . .	85
1.2.16.1.	Correlación de Vázquez, M.B. & Beggs, H.D. . . . .	85
1.2.16.2.	Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. . . . .	86
1.2.17.	Densidad del aceite, $\rho_o$ . . . . .	89
1.2.18.	Ejercicios resueltos ( $\rho_o$ ) . . . . .	89

## 2. COMPORTAMIENTO DE AFLUENCIA 91

2.1.	Pozos de aceite . . . . .	92
2.1.1.	Índice de productividad ( $IP$ ), $J$ . . . . .	92
2.1.2.	Ejercicios resueltos ( $IP$ ) . . . . .	94
2.1.3.	Índice de productividad relativo, ( $IPR$ ) . . . . .	97
2.1.3.1.	Método de Vogel . . . . .	97
2.1.4.	Ejercicios resueltos ( $IPR$ ) . . . . .	98
2.1.5.	Eficiencia de flujo, $EF$ . . . . .	100
2.1.5.1.	Método de Standing, M.B. . . . .	100

2.1.6.	Ejercicios resueltos ( <i>EF</i> ) (Método de Standing, M.B.)	101
2.1.6.1.	Método de Harrison	105
2.1.7.	Ejercicios resueltos ( <i>EF</i> ) (Método de Harrison)	106
2.1.8.	<i>IPR</i> Generalizado	108
2.1.8.1.	Método de Patton & Goland	108
2.1.9.	Ejercicios resueltos ( <i>IPR</i> Generalizado)	109
2.1.10.	<i>IPR</i> Futura	112
2.1.10.1.	Método de Eickemer (Fetkovitch - Vogel)	112
2.1.11.	Ejercicios resueltos ( <i>IPR Futura</i> )(Método de Eickemer)	113
2.1.11.1.	Método de Standing, M.B.	114
2.1.12.	Ejercicios resueltos ( <i>IPR Futura</i> )(Método de Standing, M.B.)	115
2.2.	Pozos de gas	117
2.2.1.	Prueba de potencial (Backpressure test)	117
2.2.2.	Ejercicios resueltos (Backpressure test)	118

### 3. FUNDAMENTOS DEL FLUJO MULTIFÁSICO 121

3.1.	Clasificación del flujo	121
3.2.	Ecuaciones fundamentales	122
3.2.1.	Ecuación general de energía	122
3.2.1.1.	Energía de expansión, ( $E_e$ )	122
3.2.1.2.	Energía potencial, ( $E_p$ )	122
3.2.1.3.	Energía cinética, ( $E_k$ )	122
3.3.	Gradiente de presión por efecto de la fricción	124
3.3.1.	Ecuación de Darcy - Weisbach	124
3.3.2.	Ecuación de Fanning	124
3.3.3.	Factor de fricción	125
3.4.	Número de Reynolds, $N_{Re}$	126
3.5.	Rugosidad, $\varepsilon$	127
3.6.	Diagrama de Moody	127
3.7.	Definiciones y conceptos del flujo multifásico	129
3.7.1.	Fase	129
3.7.2.	Flujo multifásico	129
3.7.3.	Interfase	129
3.7.4.	Patrón o régimen de flujo	129
3.7.5.	Colgamiento de líquido	129
3.7.6.	Gasto másico	130
3.7.7.	Resbalamiento de líquido	130
3.7.8.	Velocidades superficiales	132
3.7.9.	Velocidad de la mezcla	133
3.7.10.	Velocidades reales	134
3.7.11.	Velocidad de resbalamiento	134
3.7.12.	Densidad de la mezcla	135
3.7.13.	Tensión superficial de la mezcla	136
3.7.14.	Viscosidad de la mezcla	136
3.8.	Patrones de flujo	137
3.8.1.	Factores que afectan a los patrones de flujo	137
3.8.1.1.	Flujo burbuja	137
3.8.2.	Patrones de flujo en tuberías verticales	137
3.8.2.1.	Flujo burbuja	138
3.8.2.2.	Flujo bache (slug)	138

3.8.2.3.	Flujo transitorio (churn) . . . . .	139
3.8.2.4.	Flujo niebla (mist) . . . . .	139
3.8.3.	Patrones de flujo en tuberías horizontales . . . . .	139
3.8.3.1.	Flujo estratificado . . . . .	139
3.8.3.2.	Flujo intermitente . . . . .	140
3.8.3.3.	Flujo anular . . . . .	140

#### 4. CORRELACIONES PARA CAÍDAS DE PRESIÓN EN TUBERÍAS VERTICALES 143

4.1.	Categoría A . . . . .	144
4.2.	Categoría B . . . . .	144
4.2.1.	Correlación de Hagedorn & Brown . . . . .	144
4.2.1.1.	Predicción del colgamiento . . . . .	145
4.2.1.2.	Predicción del factor de fricción . . . . .	147
4.2.1.3.	Gradiente de presión por efecto de la aceleración . . . . .	147
4.2.2.	Correlación de Asheim . . . . .	147
4.2.2.1.	Predicción del colgamiento . . . . .	148
4.2.2.2.	Predicción del factor de fricción . . . . .	148
4.3.	Categoría C . . . . .	149
4.3.1.	Correlación de Duns & Ros . . . . .	149
4.3.1.1.	Predicción del patrón de flujo . . . . .	149
4.3.1.2.	Número de la velocidad de resbalamiento . . . . .	151
4.3.1.3.	Predicción del colgamiento . . . . .	153
4.3.1.4.	Predicción del factor de fricción . . . . .	153
4.3.1.5.	Gradiente de presión por efecto de la fricción para cada patrón de flujo . . . . .	154
4.3.2.	Ejercicios resueltos (Duns & Ros) . . . . .	155
4.3.3.	Correlación de Orkiszewski . . . . .	161
4.3.3.1.	Predicción del patrón de flujo . . . . .	161
4.3.3.2.	Predicción del colgamiento para flujo burbuja . . . . .	162
4.3.3.3.	Predicción del factor de fricción . . . . .	162
4.3.3.4.	Gradiente de presión por efecto de la fricción para flujo burbuja . . . . .	162
4.3.3.5.	Cálculo de la densidad con resbalamiento . . . . .	162
4.3.3.6.	Cálculo de la velocidad de burbuja . . . . .	163
4.3.3.7.	Cálculo del coeficiente de distribución de líquido, $\Gamma$ . . . . .	165
4.3.3.8.	Gradiente de presión por efecto de la fricción para flujo tapón . . . . .	167
4.3.4.	Ejercicio resuelto (Orkiszewski) . . . . .	168
4.3.5.	Correlación de Aziz . . . . .	172
4.3.5.1.	Predicción del patrón de flujo . . . . .	172
4.3.5.2.	Predicción del colgamiento . . . . .	173
4.3.5.3.	Predicción de factor de fricción . . . . .	174
4.3.5.4.	Predicción del componente de la caída de presión debida a la fricción . . . . .	175
4.3.6.	Ejercicio resuelto (Aziz) . . . . .	176
4.3.7.	Correlación de Beggs & Brill . . . . .	179
4.3.7.1.	Gradiente de presión . . . . .	179
4.3.7.2.	Predicción del patrón de flujo . . . . .	179
4.3.7.3.	Predicción del colgamiento . . . . .	181
4.3.7.4.	Corrección del colgamiento de Payne . . . . .	182
4.3.7.5.	Predicción del factor de fricción . . . . .	182

4.3.8.	Ejercicio resuelto (Beggs & Brill)	183
<b>5.</b>	<b>CORRELACIONES PARA CAÍDAS DE PRESIÓN EN TUBERÍAS HORIZONTALES</b>	<b>187</b>
5.1.	Correlaciones empíricas para el gradiente de presión	188
5.1.1.	Correlación de Eaton	188
5.1.1.1.	Gradiente de presión debido a la fricción	188
5.1.1.2.	Cálculo del factor de fricción	188
5.1.1.3.	Cálculo del colgamiento	189
5.1.1.4.	Gradiente de presión debido a la aceleración	190
5.1.1.5.	Gradiente de presión total	190
5.1.2.	Ejercicio resuelto (Eaton)	191
5.1.3.	Correlación de Dukler	198
5.1.3.1.	Gradiente de presión debido a la fricción	198
5.1.3.2.	Cálculo del factor de fricción	198
5.1.3.3.	Cálculo del colgamiento	199
5.1.3.4.	Gradiente de presión debido a la aceleración	200
5.1.3.5.	Gradiente de presión total	200
5.1.4.	Ejercicio resuelto (Dukler)	201
5.1.5.	Correlación de Lockhart & Martinelli	206
5.1.5.1.	Gradiente de presión debido a la fricción	206
5.1.5.2.	Cálculo del factor de fricción	206
5.1.5.3.	Cálculo del factor de corrección para dos fases	207
5.1.5.4.	Cálculo del colgamiento	207
5.1.6.	Ejercicio resuelto (Lockhart & Martinelli)	208
5.1.7.	Correlación de Baker	211
5.1.7.1.	Gradiente de presión para cada fase	211
5.1.7.2.	Cálculo del factor de fricción	212
5.1.7.3.	Cálculo del factor de corrección para dos fases	213
5.1.7.4.	Procedimiento para la predicción del patrón de flujo	213
5.1.7.5.	Gradiente de presión total	215
5.1.8.	Ejercicio resuelto (Baker)	217
<b>6.</b>	<b>FLUJO A TRAVÉS DE ESTRANGULADORES</b>	<b>225</b>
6.1.	Conceptos fundamentales	225
6.1.1.	Flujo crítico y subcrítico	225
6.1.2.	Coefficiente de descarga, $C_D$	226
6.2.	Correlaciones para flujo crítico en estranguladores	227
6.2.1.	Correlación de Gilbert, Ros, Baxendell & Achong	227
6.2.2.	Ejercicios resueltos (Gilbert, Ros, Baxendell & Achong)	227
6.2.3.	Correlación de Poettman & Beck	230
6.2.4.	Ejercicio resuelto (Poettman & Beck)	231
6.2.5.	Correlación de Omaña	232
6.2.6.	Ejercicio resuelto (Omaña)	234
6.2.7.	Correlación de Ashford	235
6.2.8.	Ejercicio resuelto (Ashford)	236

---

<b>7. ANÁLISIS NODAL</b>	<b>237</b>
7.1. Método de Análisis Nodal . . . . .	237
7.2. Nodo solución en fondo . . . . .	239
7.2.1. Ejercicio resuelto (Nodo solución en fondo) . . . . .	240
7.3. Nodo solución en cabeza . . . . .	266
7.3.1. Ejercicio resuelto (Nodo solución en cabeza) . . . . .	266
<b>8. NOMENCLATURA</b>	<b>301</b>
<b>9. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>307</b>



---

# Índice de figuras

1.1. <i>Correlación gráfica de Standing, M.B. &amp; Katz, D.L.</i> . . . . .	17
1.2. <i>Resultado de la correlación gráfica de Standing, M.B. &amp; Katz, D.L. para el Ejercicio 1</i> . . . . .	23
1.3. <i>Comportamiento típico de <math>B_g</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	25
1.4. <i>Resultados de la correlación gráfica de Standing, M.B. &amp; Katz, D.L. para el ejercicio 2</i> . . . . .	27
1.5. <i>Resultado gráfico del factor de volumen del gas</i> . . . . .	29
1.6. <i>Comportamiento típico de <math>\mu_g</math> vs presión a tres temperaturas diferentes</i> . . . . .	30
1.7. <i>Comportamiento típico de <math>R_s</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	47
1.8. <i>Resultado gráfico de la relación de solubilidad (<math>R_s</math>)</i> . . . . .	56
1.9. <i>Comportamiento típico de <math>B_o</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	57
1.10. <i>Resultados de <math>B_o</math> vs <math>p</math></i> . . . . .	66
1.11. <i>Comportamiento típico de <math>B_t</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	67
1.12. <i>Comportamiento típico de <math>C_o</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	71
1.13. <i>Resultados de <math>C_o</math> vs <math>p</math> a temperatura constante</i> . . . . .	75
1.14. <i>Comportamiento típico de <math>\mu_o</math> vs presión a temperatura constante</i> . . . . .	76
1.15. <i>Resultados de <math>\mu_o</math> vs <math>p</math></i> . . . . .	88
2.1. <i>Curvas inflow y outflow</i> . . . . .	91
2.2. <i>Pendiente de la curva IP</i> . . . . .	93
2.3. <i>Curva de comportamiento de afluencia de la Tabla (2.2)</i> . . . . .	96
2.4. <i>Curva IPR de la Tabla (2.3)</i> . . . . .	100
2.5. <i>Curva de eficiencias de flujo de la Tabla (2.5)</i> . . . . .	103
2.6. <i>Curva de eficiencias de flujo de la Tabla (2.6)</i> . . . . .	105
2.7. <i>Curva con el método de Harrison de la Tabla (2.7)</i> . . . . .	108
2.8. <i>Curva IPR generalizada, caso 1 de la Tabla (2.9)</i> . . . . .	110
2.9. <i>Curva IPR generalizada, caso 2 de la Tabla (2.10)</i> . . . . .	112
2.10. <i>Curva IPR futura por el método de Fetkovich - Vogel, Tabla (2.11) y (2.12)</i> . . . . .	114
2.11. <i>Curva IPR futura por el método de Standing, M.B., Tabla (2.14)</i> . . . . .	117
2.12. <i>Curva backpressure test</i> . . . . .	119
3.1. <i>Diagrama de Moody</i> . . . . .	128
3.2. <i>Colgamiento sin resbalamiento</i> . . . . .	132
3.3. <i>Colgamiento con resbalamiento</i> . . . . .	132
3.4. <i>Video patrones de flujo vertical</i> . . . . .	137
3.5. <i>Flujo burbuja</i> . . . . .	138
3.6. <i>Video flujo burbuja</i> . . . . .	138
3.7. <i>Flujo bache</i> . . . . .	138
3.8. <i>Video flujo bache</i> . . . . .	138
3.9. <i>Flujo transitorio</i> . . . . .	139
3.10. <i>Flujo niebla</i> . . . . .	139

3.11. Flujo estratificado suave . . . . .	139
3.12. Flujo estratificado ondulado . . . . .	140
3.13. Flujo intermitente burbuja alargada . . . . .	140
3.14. Flujo intermitente bache de líquido . . . . .	140
3.15. Flujo anular . . . . .	140
3.16. Flujo anular ondulado . . . . .	141
4.1. Correlaciones gráficas para el factor de fricción de la Categoría A . . . . .	144
4.2. Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para $N_{LC}$ . . . . .	146
4.3. Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para $\Psi$ . . . . .	146
4.4. Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para $H_L/\Psi$ . . . . .	147
4.5. Mapa de patrón de flujo desarrollado por Duns & Ros . . . . .	150
4.6. Valores de $L_1$ y $L_2$ en función de $N_d$ . . . . .	151
4.7. Correlación gráfica de $F_1, F_2, F_3$ y $F_4$ en función de $N_L$ . . . . .	152
4.8. Correlación gráfica de $F_5, F_6$ y $F_7$ en función de $N_L$ . . . . .	152
4.9. Parámetro de fricción ( $f_2$ ), para patrón de flujo burbuja . . . . .	154
4.10. Resultado de patrón de flujo . . . . .	157
4.11. Resultado de $F_1, F_2, F_3$ y $F_4$ . . . . .	158
4.12. Resultado de $f_2$ . . . . .	160
4.13. Correlación de Griffith & Wallis para $C_1$ . . . . .	164
4.14. Correlación de Griffith & Wallis para $C_2$ . . . . .	164
4.15. Restricciones del coeficiente de distribución de líquido . . . . .	167
4.16. Mapa de patrón de flujo propuesto por Aziz . . . . .	172
4.17. Mapa de patrón de flujo de Beggs & Brill . . . . .	180
5.1. Correlación gráfica de Eaton para el factor de fricción . . . . .	189
5.2. Correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido, $H_L$ . . . . .	190
5.3. Resultado de la correlación gráfica de Eaton para el factor de fricción . . . . .	193
5.4. Resultado de la correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido, $H_L$ . . . . .	195
5.5. Resultado de la correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido, $H_L$ . . . . .	196
5.6. Factor de fricción normal . . . . .	199
5.7. Correlación gráfica para determinar $H_L$ realizada por Dukler . . . . .	200
5.8. Correlación gráfica para determinar $H_L$ realizada por Dukler (1° Iteración) . . . . .	203
5.9. Correlación gráfica para determinar $H_L$ realizada por Dukler (2° Iteración) . . . . .	204
5.10. Intersección del ejercicio resuelto para el factor de fricción normalizado . . . . .	205
5.11. Gráfica para obtener el valor de $\phi$ . . . . .	207
5.12. Gráfica para obtener $H_L$ propuesto por Lockhart & Martinelli . . . . .	208
5.13. Resultado gráfico para obtener el valor de $\phi$ . . . . .	210
5.14. Gráfica para obtener el factor de fricción realizado por Baker . . . . .	212
5.15. Gráfica para la corrección del factor de fricción . . . . .	213
5.16. Mapa de patrón de flujo propuesto por Baker . . . . .	215
5.17. Resultado gráfico del factor de fricción realizado por Baker . . . . .	218
5.18. Resultado gráfico de la corrección del factor de fricción . . . . .	219
5.19. Resultado gráfico del factor de fricción realizado por Baker . . . . .	220
5.20. Resultado gráfico de la corrección del factor de fricción . . . . .	220
5.21. Resultado del mapa de patrón de flujo propuesto por Baker . . . . .	223
6.1. Diagrama de un estrangulador . . . . .	225
6.2. Gasto vs relación de presiones . . . . .	226

---

7.1. Nodos comúnmente utilizados en un sistema integral de producción . . . . .	238
7.2. Curva IPR del Ejercicio 1 . . . . .	242
7.3. Patrón de flujo para la tubería $\phi = 2 \frac{3}{8}$ [pg] del Ejercicio 1 . . . . .	252
7.4. Patrón de flujo para la tubería $\phi = 2 \frac{7}{8}$ [pg] del Ejercicio 1 . . . . .	252
7.5. Patrón de flujo para la tubería $\phi = 3 \frac{1}{2}$ [pg] del Ejercicio 1 . . . . .	253
7.6. Resultado de $F_1, F_2, F_3$ y $F_4$ del Ejercicio 1 . . . . .	254
7.7. Curvas VLP del Ejercicio 1 . . . . .	264
7.8. Acercamiento de las curvas VLP del Ejercicio 1 . . . . .	265
7.9. Patrón de flujo en la Tubería de Producción del Ejercicio 2 . . . . .	280
7.10. Resultado de $F_1, F_2, F_3$ y $F_4$ del Ejercicio 2 . . . . .	281
7.11. Curva inflow del Ejercicio 2 . . . . .	288
7.12. Resultado gráfico para obtener el valor de $\phi$ del Ejercicio 2 . . . . .	296
7.13. Curva outflow del Ejercicio 2 . . . . .	298
7.14. Condiciones de operación del Ejercicio 2 . . . . .	299



---

# Índice de tablas

1.	<i>Comandos recomendados</i>	1
1.1.	<i>Composición de la mezcla de gas</i>	19
1.2.	<i>Método de Kay, W.B. para presión crítica</i>	19
1.3.	<i>Método de Kay, W.B. para temperatura crítica</i>	20
1.4.	<i>Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. &amp; Voo, D.</i>	20
1.5.	<i>Valores de <math>z</math> por el método de Standing, M.B. &amp; Katz, D.L.</i>	28
1.6.	<i>Valores calculados del factor de volumen del gas (<math>B_g</math>)</i>	28
1.7.	<i>Factores que afectan la viscosidad de un gas</i>	30
1.8.	<i>Resultados de <math>\mu_g</math> con la correlación de Lee, A.L., González, M.H. &amp; Eakin, B.E.</i>	32
1.9.	<i>Resultados para la correlación de Carr, N.L.</i>	32
1.10.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Standing, M.B.</i>	35
1.11.	<i>Valores de las constantes <math>C_1, C_2</math> y <math>C_3</math></i>	35
1.12.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Vázquez, M.E. &amp; Beggs, H.D.</i>	36
1.13.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Lasater, J.A.</i>	36
1.14.	<i>Valores para <math>k</math></i>	37
1.15.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación Glaso, O.</i>	37
1.16.	<i>Valores de las constantes para la correlación de TOTAL, C.F.P.</i>	38
1.17.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Al-Marhoun, M.A.</i>	38
1.18.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Dokla, M.E. &amp; Osman, M.E.</i>	39
1.19.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Petrosky, G.E., Jr. &amp; Farshad, F.F.</i>	39
1.20.	<i>Valores de las constantes <math>C_1, C_2, C_3</math> y <math>C_4</math></i>	40
1.21.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Kartoatmodjo, T. &amp; Schmidt, Z.</i>	40
1.22.	<i>Resumen de los resultados de la presión de burbuja (<math>p_b</math>)</i>	46
1.23.	<i>Valores de las constantes para la correlación de TOTAL, C.F.P.</i>	49
1.24.	<i>Resumen de los resultados de <math>R_s</math></i>	55
1.25.	<i>Resultados de la relación de solubilidad (<math>R_s</math>) a diferentes presiones</i>	56
1.26.	<i>Valores de las constantes <math>C_1, C_2</math> y <math>C_3</math></i>	58
1.27.	<i>Resumen de los resultados del factor de volumen (<math>B_o</math>)</i>	65
1.28.	<i><math>B_{ob}</math> vs <math>p</math></i>	66
1.29.	<i>Resumen de los resultados de <math>B_t</math></i>	70
1.30.	<i>Resumen de los resultados de <math>C_o</math></i>	74
1.31.	<i><math>C_o</math> vs <math>p</math></i>	75
1.32.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Beal, C.</i>	76
1.33.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Beggs, H.D. &amp; Robinson, Jr.</i>	77
1.34.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Glaso, O.</i>	78
1.35.	<i>Rango de aplicaciones para la correlación de Kartoatmodjo, T. &amp; Schmidt, Z.</i>	78
1.36.	<i>Resumen de los resultados de <math>\mu_{od}</math></i>	81
1.37.	<i>Valores del intercepto y pendiente en función de la solubilidad para la correlación de Chew, J.N. &amp; Connally, C.A., Jr.</i>	82

1.38. Valor interpolado del intercepto $A$ y pendiente $b$ en función de la solubilidad para la correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr. . . . .	84
1.39. Resumen de los resultados de $\mu_{ob}$ . . . . .	84
1.40. Resumen de los resultados de $\mu_o$ . . . . .	87
1.41. Viscosidades calculadas por correlaciones. . . . .	87
2.1. Condiciones de presión y gasto . . . . .	92
2.2. Valores de $p_{wf}$ y $q_o$ . . . . .	96
2.3. Valores de $q_o$ para el Ejercicio 2 de IPR . . . . .	100
2.4. Efectos en la eficiencia de flujo . . . . .	101
2.5. Gasto de aceite con $EF = 1$ y $EF = 0.6$ . . . . .	102
2.6. Gasto de aceite con $EF = 1$ y $EF = 0.43$ . . . . .	104
2.7. Gasto de aceite con $EF = 1$ y $EF = 1.70$ . . . . .	107
2.8. Casos del método . . . . .	108
2.9. $p_{wf}$ vs $p$ para el caso 1 de IPR Generalizado . . . . .	110
2.10. $p_{wf}$ vs $p$ para el caso 2 de IPR Generalizado . . . . .	111
2.11. Presentes ( $p_{wfP}$ y $q_{oP}$ ) . . . . .	114
2.12. Futuros ( $p_{wfF}$ y $q_{oF}$ ) . . . . .	114
2.13. Condiciones actuales y futuras . . . . .	115
2.14. Futuros ( $p_{wfF}$ y $q_{oF}$ ) . . . . .	117
2.15. Datos de la prueba de potencial . . . . .	118
2.16. Diferencia de los cuadrados de las presiones . . . . .	118
3.1. Régimen de flujo según el Número de Reynolds . . . . .	125
4.1. Consideraciones por categoría . . . . .	143
4.2. Relación de autores y categorías . . . . .	143
4.3. Valores de las constantes $a$ . . . . .	148
4.4. Cálculo de $S$ en función del patrón de flujo . . . . .	151
4.5. Ecuaciones de Orkiszewski para $\Gamma$ . . . . .	165
4.6. Valores iterativos del factor de fricción ( $f$ ) . . . . .	171
4.7. Valores de $m$ . . . . .	174
4.8. Consideraciones para determinar el patrón de flujo . . . . .	180
4.9. Constantes para el colgamiento en tubería horizontal . . . . .	181
4.10. Constantes para $C$ . . . . .	181
5.1. Datos reportados de pruebas de laboratorio . . . . .	191
5.2. Datos reportados de pruebas de laboratorio . . . . .	201
5.3. Tipo de flujo de acuerdo al Número de Reynolds . . . . .	207
5.4. Datos reportados de pruebas de laboratorio . . . . .	208
5.5. Ecuaciones para $\phi_{gtt}$ . . . . .	215
5.6. Ecuaciones para $\phi_{gtt}$ flujo disperso . . . . .	216
5.7. Datos reportados de pruebas de laboratorio . . . . .	217
6.1. Número de Mach . . . . .	226
6.2. Valores de las constantes $A, B, C$ . . . . .	227
7.1. Valores de $q_o$ para el Ejercicio 1 . . . . .	241
7.2. Área transversal de las tuberías del Ejercicio 1 . . . . .	245
7.3. Gastos propuestos del Ejercicio 1 . . . . .	246
7.4. Gastos a condiciones de flujo del Ejercicio 1 . . . . .	246
7.5. Velocidad superficial del líquido para cada tubería del Ejercicio 1 . . . . .	247

7.6.	<i>Gastos de gas a condiciones de flujo del Ejercicio 1</i>	248
7.7.	<i>Velocidad superficial del gas para cada tubería del Ejercicio 1</i>	248
7.8.	<i>Velocidades de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1</i>	249
7.9.	<i>Número de la velocidad del gas para cada tubería del Ejercicio 1</i>	250
7.10.	<i>Número de la velocidad del líquido para cada tubería del Ejercicio 1</i>	251
7.11.	<i>Número de resbalamiento para cada tubería del Ejercicio 1</i>	256
7.12.	<i>Velocidad de resbalamiento para cada tubería del Ejercicio 1</i>	257
7.13.	<i>Colgamiento para cada tubería del Ejercicio 1</i>	258
7.14.	<i>Densidad de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1</i>	259
7.15.	<i>Viscosidad de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1</i>	260
7.16.	<i>Número de Reynolds para cada tubería del Ejercicio 1</i>	261
7.17.	<i>Factor de fricción para cada tubería del Ejercicio 1</i>	262
7.18.	<i>Presión de fondo para la tubería <math>\phi = 2\ 3/8</math> [pg] del Ejercicio 1</i>	263
7.19.	<i>Presión de fondo para la tubería <math>\phi = 2\ 7/8</math> [pg] del Ejercicio 1</i>	263
7.20.	<i>Presión de fondo para la tubería <math>\phi = 3\ 1/2</math> [pg] del Ejercicio 1</i>	264
7.21.	<i>Gasto (<math>q_o</math>) vs Diferencial de presión (<math>\Delta p</math>) del Ejercicio 1</i>	264
7.22.	<i>Cálculo de <math>q_o</math> vs <math>p_{wf}</math> para determinar la IPR</i>	273
7.23.	<i>Propiedades de los fluidos en la Tubería de Producción</i>	274
7.24.	<i>Gastos a condiciones de flujo en la Tubería de Producción</i>	275
7.25.	<i>Velocidad superficial del líquido para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	275
7.26.	<i>Gastos de gas a condiciones de flujo en la Tubería de Producción</i>	276
7.27.	<i>Velocidad superficial del gas para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	277
7.28.	<i>Velocidades de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	278
7.29.	<i>Número de la velocidad del gas para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	279
7.30.	<i>Número de la velocidad del líquido para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	279
7.31.	<i>Número de resbalamiento para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	282
7.32.	<i>Velocidad de resbalamiento para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	283
7.33.	<i>Colgamiento para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	284
7.34.	<i>Densidad de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	284
7.35.	<i>Viscosidad de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	285
7.36.	<i>Número de Reynolds para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	286
7.37.	<i>Factor de fricción para cada gasto en la Tubería de Producción</i>	287
7.38.	<i>Gradiente de presión para cada gasto den la Tubería de Producción</i>	287
7.39.	<i>Presión en la cabeza para curva Inflow</i>	288
7.40.	<i>Propiedades de los fluidos en la Línea de Descarga</i>	289
7.41.	<i>Gastos a condiciones de flujo en la Línea de Descarga</i>	290
7.42.	<i>Velocidad superficial del líquido para cada gasto en la Línea de Descarga</i>	290
7.43.	<i>Gastos de gas a condiciones de flujo en la Línea de Descarga</i>	291
7.44.	<i>Velocidad superficial del gas para cada gasto en la Línea de Descarga</i>	292
7.45.	<i>Velocidades de la mezcla para cada gasto en la Línea de Descarga</i>	293
7.46.	<i>Número de Reynolds para gas y líquido en la Línea de Descarga</i>	294
7.47.	<i>Factor de fricción para gas y líquido en la Línea de Descarga</i>	294
7.48.	<i>Gradiente de presión para la fase gaseosa y la fase líquida en la Línea de Descarga</i>	295
7.49.	<i>Factor X para cada gasto en la Línea de Descarga</i>	296
7.50.	<i>Caída de presión en la Línea de Descarga</i>	297
7.51.	<i>Presión en la cabeza para curva de Outflow en una línea de 2 [pg]</i>	297
7.52.	<i>Presión en la cabeza para curva de Outflow en una línea de 3 [pg]</i>	298



---

# INSTRUCTIVO

- Para poder tener acceso al contenido digital (gráficas, presentaciones, videos y plantillas de excel).

Es necesario hacer lo siguiente:

- 1.- Contar con un dispositivo móvil y con acceso a Internet.
- 2.- Descargar alguna aplicación de lector de códigos QR <sup>1</sup>.
- 3.- Posicionar la cámara sobre el código QR, según la aplicación el código se abrirá automáticamente o habrá que tomar una foto del mismo.
- 4.- Al abrir el enlace se puede descargar el archivo o guardar para trabajar sobre él.

- Para utilizar las hipereferencias en la versión digital.

Es necesario hacer lo siguiente:

- 1.- Dar clic sobre los vínculos que aparecen de color azul.
- 2.- El vínculo te llevará a la página donde se encuentra la ecuación, tabla, figura, tema o cita, que se está seleccionando.
- 3.- Para regresar a la página donde se seleccionó el vínculo y no perder el avance se recomiendan los siguientes comandos.

**Tabla 1: Comandos recomendados**

Sistema operativo	Comando
Windows	<i>Alt</i> + ←
	<i>Ctrl</i> + ←
macOS	<i>cmd</i> + <i>alt</i> + [

*Nota: Los comandos pueden variar de acuerdo con la versión de Adobe Reader utilizada.*

---

<sup>1</sup>Apps: Lector QR, Scan, Lightning QR, QR Scanner, etc.



---

# RESUMEN

La presente tesis simplifica los fundamentos teóricos de la productividad de pozos, además funge como formulario para entender y resolver diversos problemas que se presentan en esa área, mostrando ejemplos resueltos para una mayor comprensión.

El capítulo uno explica los conceptos principales de las propiedades de los fluidos petroleros, mostrando una definición clara y concisa de cada una de ellas, su comportamiento gráfico y algunas correlaciones empíricas para su cálculo. El capítulo dos se enfoca en el comportamiento de afluencia, explicando la relación que existe entre la presión y la productividad, mostrando diferentes casos para yacimientos saturados, bajosaturados, pozos con daño en la formación, producciones futuras y pozos de gas. El capítulo tres muestra los conceptos y fórmulas fundamentales del comportamiento

que presentan los fluidos a través de la tubería de producción. El capítulo cuatro explica como emplear algunas correlaciones empíricas para calcular las caídas de presión a través de las tuberías verticales, tomando en cuenta las consideraciones necesarias para cada categoría. El capítulo cinco muestra la manera de emplear algunas correlaciones empíricas para calcular las caídas de presión a través de las líneas de descarga, oleoductos, gasoductos y poliductos. El capítulo seis enuncia diversas correlaciones que permiten calcular gasto, RGA o diámetro óptimo de estrangulador dependiendo de los datos de entrada que se proporcionen y por último el capítulo siete hace una recopilación de todos los temas anteriores, para ser empleados en la optimización de los componentes utilizados en el sistema integral de producción utilizando el análisis nodal.



---

# ABSTRACT

This work simplifies the theoretical principles of oil well production, and serves as a guide to understand and solve problems related with well production, solving examples for better understanding.

Chapter one explains the fundamental concepts of the properties of petroleum fluids, showing a clear and concise definition of each, its graphical behavior and some empirical correlations for its calculation. Chapter two focuses on flow behavior, explaining the relationship between pressure and productivity, showing different cases for saturated and undersaturated oil, wells with formation skin damage, future productions, and gas wells. Chapter three includes the fundamental concepts and mathe-

matical expressions of fluids behavior through the production pipeline. Chapter four explains how to employ some empirical correlations to calculate pressure drops across vertical pipelines, taking into account the considerations necessary for each category. Chapter five shows how to use some empirical correlations to calculate pressure drops across discharge lines and pipelines. Chapter six enunciates various correlations to calculate rate, RGA or choke optimum diameter depending on the input data that are provided and finally Chapter Seven makes a compilation of all the previous topics, to be used in the optimization of the components used in the production system using Nodal Analysis.



---

# INTRODUCCIÓN

Un pozo es perforado y terminado con la finalidad o con el objetivo de trasladar aceite o gas desde el yacimiento hasta el tanque de almacenamiento o líneas de venta. El movimiento o transporte de estos fluidos requiere energía para vencer las pérdidas ocasionadas por la fricción, aceleración y/o elevación que se dan en el sistema para llevar estos fluidos hasta la superficie. Los fluidos viajan a través del yacimiento y el sistema de tuberías para finalmente fluir hacia un separador de gas - líquido.

Es por ello que las pérdidas de presión son extremadamente importantes en la industria petrolera y una herramienta práctica para predecir la pérdida de energía es la aplicación de correlaciones de flujo multifásico. El flujo multifásico involucra un gran número de variables entre las cuales se encuentra el gasto de flujo, las propiedades físico - químicas, los diámetros y ángulos de inclinación de las tuberías, etc.

El presente trabajo es una guía que recopila las herramientas necesarias para el análisis de la vida productiva de los pozos, las cuales juegan un papel importante en la ingeniería de producción, ya que proveen la información necesaria para poder optimizar la explotación de los pozos tanto técnica como económicamente. Maximizando así la recuperación de hidrocarburos y minimizando los costos de extracción.



---

# OBJETIVO

- Sintetizar la información y el conocimiento adquirido como estudiantes, para facilitar y fortalecer el aprendizaje de las futuras generaciones de Ingeniería Petrolera, además de que funcione como una herramienta práctica en la vida profesional de los alumnos enfocados en el área de Productividad de Pozos.
- Proporcionar una herramienta que facilite la comprensión de los modelos aplicados para determinar las caídas de presión desde el yacimiento hasta la superficie.



---

# JUSTIFICACIÓN

La experiencia como alumnos les ha permitido identificar distintas dificultades que presentan los estudiantes de Ingeniería Petrolera en la comprensión de los fenómenos físico - químicos que ocurren en la productividad de pozos, es por ello que se dieron a la tarea de presentar un trabajo que proporcione a los estudiantes una guía didáctica e interactiva que facilite la comprensión de esta área. La guía está estructurada como un instructivo para la solución de problemas en propiedades de los fluidos petroleros, comportamiento de afluencia, flujo multifásico en tuberías verticales y horizontales, flujo a través de estranguladores y análisis nodal.

El trabajo presenta en cada capítulo una sección de teoría donde se muestran los fundamentos y los modelos empleados, y otra sección de ejercicios resueltos que guían al usuario paso a paso en el procedimiento, con la finalidad de que no haya lugar a dudas en la aplicación de los modelos. De igual forma se incorporaron al trabajo videos, imágenes, gráficas actualizadas y plantillas de excel; que funcionan como una herramienta visual y académica para comprender mejor los fenómenos durante la producción de un pozo.



---

# CAPÍTULO 1

---

## PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS PETROLEROS

### Introducción

Las propiedades de los fluidos son datos valiosos que permiten analizar el comportamiento de los mismos dentro del yacimiento, realizar el diseño de equipo e instalaciones superficiales y subsuperficiales, realizar el cálculo de reservas, predecir el comportamiento de los fluidos desde el yacimiento hasta la superficie, etc. Estas propiedades se obtienen mediante pruebas de laboratorio denominadas Presión - Volumen - Temperatura (PVT).

El mayor problema que se enfrenta en la industria petrolera es la escasez de datos y la realización de dichas pruebas, así como los costos por la obtención de muestras representativas; por lo que se desarrollaron correlaciones empíricas, las cuales buscan obtener un resultado aproximado de las propiedades físicas de los fluidos que se desean obtener.

En las siguientes secciones se describirán diferentes correlaciones para determinar las propiedades de los fluidos y posteriormente se mostrarán ejemplos de su aplicación.

#### SECCIÓN 1.1

### Correlaciones para propiedades del gas

El gas es definido como un fluido homogéneo de baja densidad y viscosidad sin un volumen definido. El gas ocupa el volumen de su contenedor sin importar su tamaño o forma. De acuerdo a la teoría cinética de los gases, el gas está compuesto por un gran número de moléculas de volumen insignificante comparado con el volumen total del contenedor. Se asume que estas moléculas no tienen fuerza de atracción y repulsión entre ellas, y chocan entre sí. La colisión entre las moléculas es perfectamente elástica.

Una ecuación de estado es una relación matemática entre la presión, volumen y temperatura para una masa de gas.

$$pV = nRT \quad (1.1)$$

Esta ecuación es llamada ley de gas ideal, donde:

- $p$  : Presión absoluta, [psia]  
 $V$  : Volumen del gas (volumen del contenedor), [ft<sup>3</sup>]  
 $T$  : Temperatura absoluta, [°R]  
 $n$  : Número de moles de gas, [lb<sub>m</sub> · mol]  
 $m$  : Masa del gas, [lb<sub>m</sub>]  
 $M$  : Peso molecular del gas, [lb<sub>m</sub>/lb<sub>m</sub> · mol]  
 $R$  : Constante universal del gas = 10.732 [psia ft<sup>3</sup>/lb<sub>m</sub> · mol °R]

### 1.1.1. Presión y temperatura pseudocrítica, $p_{pc}$ y $T_{pc}$

#### 1.1.1.1. Método de Standing, M.B.

Para tener buenos resultados con este método se debe tener en cuenta lo siguiente:

- El gas debe de ser rico en metano ( $C_1 > 90\%$ )
- El gas no debe tener hidrocarburos aromáticos
- El gas no debe tener impurezas. El contenido de 20% de  $N_2$  produce un error del 4%. La presencia de  $CO_2$  produce un error en el cálculo de  $z$  igual al valor del porcentaje de  $CO_2$  en la mezcla
- No presenta buenos resultados a presiones y temperaturas cercanas a la crítica
- No se recomienda su uso en el cálculo de  $z$  a presiones mayores a 10,000 [psia]

$$T_{pc} = 168 + 325\gamma_g - 12.5\gamma_g^2 \quad (1.2)$$

$$p_{pc} = 706 + 15\gamma_g - 37.5\gamma_g^2 \quad (1.3)$$

#### 1.1.1.2. Método de Kay, W.B.

La presión y temperatura pseudocríticas están dadas por:

$$p_{pcM} = \sum_{i=1}^n y_i p_{c_i} \quad (1.4)$$

$$T_{pcM} = \sum_{i=1}^n y_i T_{c_i} \quad (1.5)$$

donde:

- $p_{pcM}$  : Presión pseudocrítica de la mezcla, [psia]  
 $T_{pcM}$  : Temperatura pseudocrítica de la mezcla, [°R]  
 $p_{c_i}$  : Presión crítica del componente i, [psia]  
 $T_{c_i}$  : Temperatura crítica del componente i, [°R]  
 $y_i$  : Componente i en la mezcla, fracción molar  
 $n$  : Número de componentes en la mezcla

---

### 1.1.1.3. Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.

Las ecuaciones de este método son:

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c} \right)_i + \frac{2}{3} \left[ \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c} \right)_i^{1/2} \right]^2 \quad (1.6)$$

$$K = \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c^{1/2}} \right)_i \quad (1.7)$$

donde:

$$T_{pcM} = \frac{K^2}{J} \quad (1.8)$$

$$p_{pcM} = \frac{T_{pcM}}{J} \quad (1.9)$$

### 1.1.2. Presión y temperatura pseudocrítica del $C_{7+}$ , $p_{pcC_{7+}}$ y $T_{pcC_{7+}}$

#### 1.1.2.1. Correlación de Mathews, T.A., Roland, C.H. & Katz, D.L.

Las ecuaciones de este método son las siguientes:

$$p_{pcC_{7+}} = 1188 - 431 \log(M_{C_{7+}} - 61.1) + [2319 - 852 \log(M_{C_{7+}} - 53.71)](\gamma_{C_{7+}} - 0.8) \quad (1.10)$$

$$T_{pcC_{7+}} = 608 + 364 \log(M_{C_{7+}} - 71.2) + (2450 \log M_{C_{7+}} - 3800) \log \gamma_{C_{7+}} \quad (1.11)$$

donde:

- $p_{pcC_{7+}}$  : Presión pseudocrítica del  $C_{7+}$ , [psia]
- $T_{pcC_{7+}}$  : Temperatura pseudocrítica del  $C_{7+}$ , [ $^{\circ}R$ ]
- $M_{C_{7+}}$  : Peso molecular del  $C_{7+}$ , [ $lb_m/lb_m \cdot mol$ ]
- $\gamma_{C_{7+}}$  : Gravedad específica del  $C_{7+}$ , [adim]

### 1.1.3. Factor de compresibilidad, $z$

Para representar un comportamiento real del gas es necesario modificar la ecuación (1.1). El método más común de corregir esta ecuación, consiste en introducir un factor de corrección denominado factor de compresibilidad  $z$  del gas.

$$pV = znRT \quad (1.12)$$

donde:

- $p$  : Presión absoluta, [psia]
- $V$  : Volumen del gas (volumen del contenedor), [ $ft^3$ ]
- $z$  : Factor de compresibilidad, [adim]
- $n$  : Número de moles de gas, [ $lb_m \cdot mol$ ]
- $R$  : Constante universal del gas = 10.732 [ $psia \cdot ft^3/lb_m \cdot mol \cdot ^{\circ}R$ ]
- $T$  : Temperatura, [ $^{\circ}R$ ]

Es una variable importante para calcular la densidad del gas y el factor de volumen del gas,  $B_g$ . Para poder determinar el factor de compresibilidad se requieren la presión y temperatura pseudoreducidas,  $p_{pr}$  y  $T_{pr}$ , las cuales están definidas como:

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pcM}} \quad (1.13)$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pcM}} \quad (1.14)$$

donde:

- $p_{pr}$  : Presión pseudoreducida, [*psia*]
- $T_{pr}$  : Temperatura pseudoreducida, [ $^{\circ}R$ ]
- $p$  : Presión absoluta a la cual se desea determinar  $z$ , [*psia*]
- $T$  : Temperatura absoluta a la cual se desea determinar  $z$ , [ $^{\circ}R$ ]
- $p_{pcM}$  : Presión pseudocrítica de la mezcla, [*psia*]
- $T_{pcM}$  : Temperatura pseudocrítica de la mezcla, [ $^{\circ}R$ ]

1.1.3.1. Correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L.

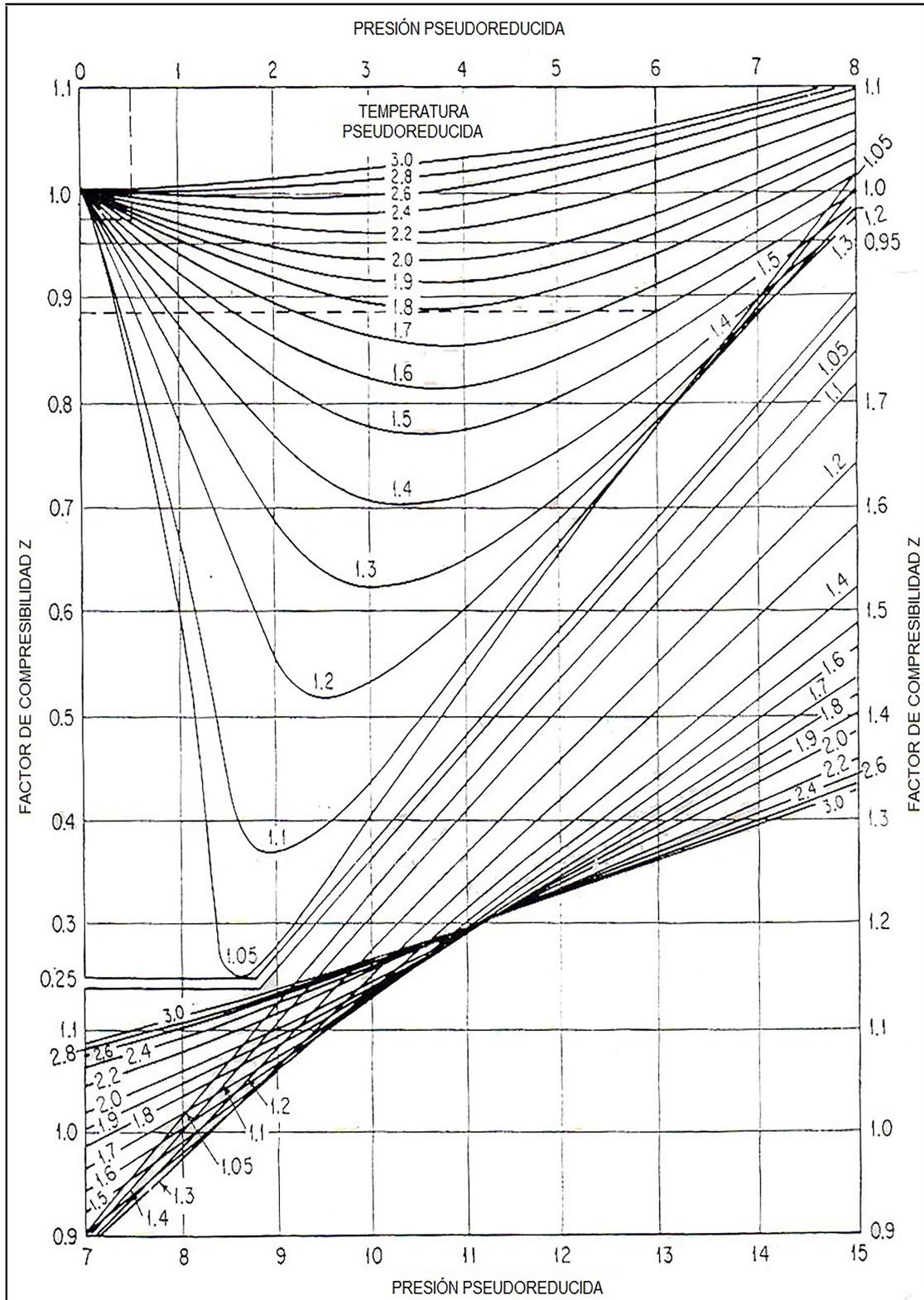


Fig. 1.1: Correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L.

### 1.1.3.2. Método de Papay, J.

La ecuación para el cálculo de  $z$  es la siguiente:

$$z = 1 - \frac{3.52p_{pr}}{10^{0.9813T_{pr}}} + \frac{0.274p_{pr}^2}{10^{0.8157T_{pr}}} \quad (1.15)$$

### 1.1.3.3. Método de Brill, J.P. & Beggs, H.D.

Las ecuaciones necesarias para este método son las siguientes:

$$z = A + \frac{1 - A}{e^{(B)}} + Cp_{pr}^D \quad (1.16)$$

donde:

$$A = 1.39(T_{pr} - 0.92)^{0.5} - 0.36T_{pr} - 0.10 \quad (1.17)$$

$$B = (0.62 - 0.23T_{pr})p_{pr} + \left[ \frac{0.066}{T_{pr} - 0.86} - 0.037 \right] p_{pr}^2 + \frac{0.32}{10^{9(T_{pr}-1)}} p_{pr}^6 \quad (1.18)$$

$$C = 0.135 - 0.32 \log T_{pr} \quad (1.19)$$

$$D = 10^{(0.3106 - 0.49T_{pr} + 0.1824T_{pr}^2)} \quad (1.20)$$

### 1.1.4. Ejercicios resueltos ( $z$ )

1.- Obtener el factor de compresibilidad  $z$  para el gas cuya composición se muestra en la Tabla (1.1), con los métodos de Standing, M.B. & Katz, D.L., Papay, J., Brill, J.P. & Beggs, H.D.

Calcular la presión y temperatura pseudocríticas con los métodos de Kay, W.B. y Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.

$$T = 180 [^{\circ}F]$$

$$p = 4,000 [psia]$$

Tabla 1.1: *Composición de la mezcla de gas*

Componente	$y_i$	$p_c$	$T_c$	$M$
$C_1$	0.874	666.4	343	16.043
$C_2$	0.083	706.5	549.59	30.07
$C_3$	0.022	616	665.73	44.097
$iC_4$	0.006	527.9	734.13	58.123
$nC_4$	0.002	550.6	765.73	58.123
$iC_5$	0.008	490.4	828.77	72.15
$nC_5$	0.003	488.6	845.47	72.15
$C_6$	0.001	435.9	913.27	86.177
$C_{7+}$	0.001	360.7	1023.89	114.231

#### 1.1.4.1. Método de Kay, W.B.

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular la presión pseudocrítica del gas, usar la ec. (1.4) para calcular la  $p_{pcM}$ :

$$p_{pcM} = \sum_{i=1}^n y_i p_{c_i}$$

Tabla 1.2: *Método de Kay, W.B. para presión crítica*

Componente	$y_i$	$p_c$	$y_i p_c$
$C_1$	0.874	666.4	582.4336
$C_2$	0.083	706.5	58.6395
$C_3$	0.022	616	13.552
$iC_4$	0.006	527.9	3.1674
$nC_4$	0.002	550.6	1.1012
$iC_5$	0.008	490.4	3.9232
$nC_5$	0.003	488.6	1.4658
$C_6$	0.001	435.9	0.4359
$C_{7+}$	0.001	360.7	0.3607

$$\sum_{i=1}^n y_i p_{c_i} = 665.0793$$

**Paso 2:**

Calcular la temperatura pseudocrítica del gas, usat la ec. (1.5) para calcular la  $T_{pcM}$ :

$$T_{pcM} = \sum_{i=1}^n y_i T_{c_i}$$

**Tabla 1.3: Método de Kay, W.B. para temperatura crítica**

Componente	$y_i$	$T_c$	$y_i T_c$
$C_1$	0.874	343	299.782
$C_2$	0.083	549.59	45.61597
$C_3$	0.022	665.73	14.64606
$iC_4$	0.006	734.13	4.40478
$nC_4$	0.002	765.73	1.53146
$iC_5$	0.008	828.77	6.63016
$nC_5$	0.003	845.47	2.53641
$C_6$	0.001	913.27	0.91327
$C_{7+}$	0.001	1023.89	1.02389
		$\sum_{i=1}^n y_i T_{c_i}$	377.084

**Paso 3:**

Finalmente, obtener:

$$p_{pcM} = 665.0793$$

y

$$T_{pcM} = 377.084$$

**1.1.4.2. Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.**

**Solución:**

**Paso 1:**

Para comenzar con éste método es necesario realizar la siguiente Tabla:

**Tabla 1.4: Método de Stewart, W.F., Burkhardt, S.F. & Voo, D.**

Componente	$y_i$	$p_c$	$T_c$	$y_i \frac{T_c}{p_c}$	$\left(\frac{T_c}{p_c}\right)^{1/2}$	$y_i \left(\frac{T_c}{p_c}\right)^{1/2}$	$y_i \frac{T_c}{p_c^{1/2}}$
$C_1$	0.874	666.4	343	0.44985	0.71743	0.627033	11.61283
$C_2$	0.083	706.5	549.59	0.06456	0.88198	0.073205	1.71617
$C_3$	0.022	616	665.73	0.02377	1.03958	0.022870	0.59011
$iC_4$	0.006	527.9	734.13	0.00834	1.17926	0.007075	0.19171
$nC_4$	0.002	550.6	765.73	0.00278	1.17928	0.002358	0.06526
$iC_5$	0.008	490.4	828.77	0.01351	1.29999	0.010399	0.29939
$nC_5$	0.003	488.6	845.47	0.00519	1.31544	0.003946	0.11474
$C_6$	0.001	435.9	913.27	0.00209	1.44745	0.001447	0.04374
$C_{7+}$	0.001	360.7	1023.89	0.00283	1.68482	0.001684	0.05391
	$\sum_{i=1}^n$			0.57296		0.750022	14.68788

---

**Paso 2:**

De la ec. (1.6) :

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c} \right)_i + \frac{2}{3} \left[ \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c} \right)_i^{1/2} \right]^2$$

y la ec. (1.7):

$$K = \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{T_c}{p_c^{1/2}} \right)_i$$

Sustituir en la ec. (1.6) :

$$J = \frac{1}{3}(0.57296) + \frac{2}{3}[0.750022]^2$$
$$J = 0.56601$$

Sustituir en la ec. (1.7):

$$K = 14.68788$$

**Paso 3:**

De la ec. (1.8):

$$T_{pc_M} = \frac{K^2}{J}$$

Sustituir los valores de  $J$  y  $K$  en la ec. (1.8):

$$T_{pc_M} = \frac{14.68788^2}{0.56601}$$

Por lo tanto obtener:

$$T_{pc_M} = 381.148$$

**Paso 4:**

De la ec. (1.9):

$$p_{pc_M} = \frac{T_{pc_M}}{J}$$

Sustituir la  $T_{pc_M}$  y  $J$  en la ec. (1.9):

$$p_{pc_M} = \frac{381.148}{0.56601}$$

Por lo tanto obtener:

$$p_{pc_M} = 673.394$$

### 1.1.4.3. Correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L. para factor $z$

#### Solución:

##### Paso 1:

Ya que se tiene la presión y temperatura pseudocrítica del gas, calcular la presión y temperatura pseudoreducida con las ecuaciones (1.13) y (1.14):

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pcM}}$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pcM}}$$

##### Paso 2:

Usar los valores obtenidos con el método de Kay, W.B. dado que se tiene una  $p = 4000$  [psia] y una  $T = 180$  [°F].

Sustituir en la ec. (1.13) y ec. (1.14):

$$p_{pr} = \frac{4000}{665.0793}$$

y;

$$T_{pr} = \frac{180 + 460}{377.084}$$

Obtener:

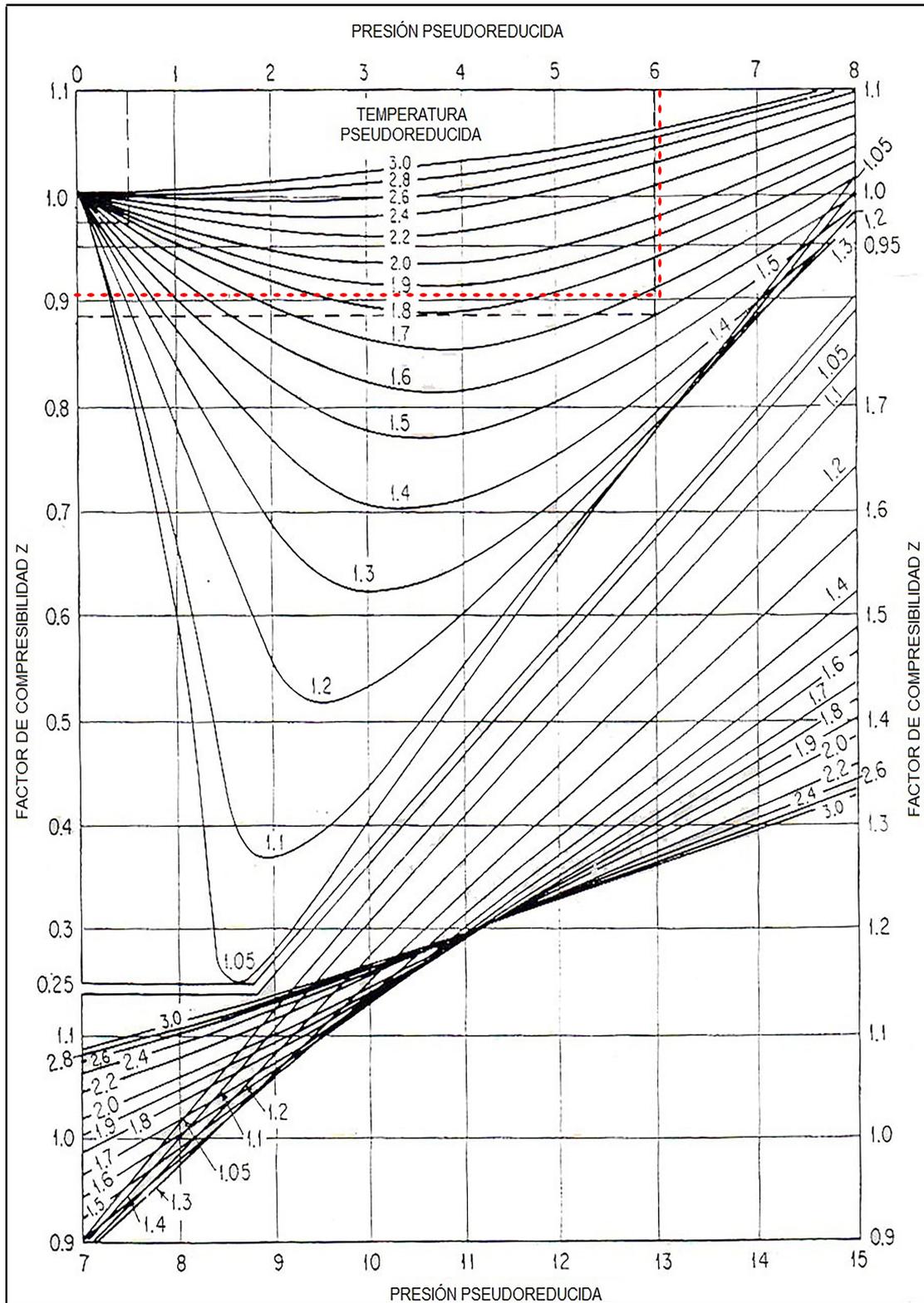
$$p_{pr} = 6.0143$$

y;

$$T_{pr} = 1.6972$$

##### Paso 3:

Para usar la gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L. (**Fig. 1.1**) es necesario posicionarse sobre el eje de presión pseudoreducida ( $x$ ) y en el valor de  $p_{pr}$  trazar una recta hasta que cruce con el valor de  $T_{pr}$ , ya que se tiene esa intersección se traza otra recta con el eje ( $y$ ) para obtener el factor de compresibilidad  $z$  como se muestra a continuación:



**Fig. 1.2:** Resultado de la correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L. para el Ejercicio 1

El valor obtenido para el factor de compresibilidad es:

$$z = 0.91$$

*Nota:* En caso de que no se encuentre el valor dentro de las curvas, se deberá interpolar.

#### 1.1.4.4. Método de Papay, J.

**Solución:**

**Paso 1:**

De la ec. (1.15):

$$z = 1 - \frac{3.52p_{pr}}{10^{0.9813T_{pr}}} + \frac{0.274p_{pr}^2}{10^{0.8157T_{pr}}}$$

Sustituir en la ec. (1.15) los valores de  $p_{pr}$  y  $T_{pr}$  respectivamente:

$$z = 1 - \frac{3.52(6.0143)}{10^{0.9813(1.6972)}} + \frac{0.274(6.0143)^2}{10^{0.8157(1.6972)}}$$

Obtener:

$$z = 0.9516$$

#### 1.1.4.5. Método de Brill, J.P. & Beggs, H.D.

**Solución:**

**Paso 1:**

Obtener los valores de  $A, B, C$  y  $D$ :

De la ec. (1.17):

$$A = 1.39(T_{pr} - 0.92)^{0.5} - 0.36T_{pr} - 0.10$$

Sustituir en la ec. (1.17):

$$A = 1.39((1.6972) - 0.92)^{0.5} - 0.36(1.6972) - 0.10$$

$$A = 0.51441$$

De la ec. (1.18):

$$B = (0.62 - 0.23T_{pr})p_{pr} + \left[ \frac{0.066}{T_{pr} - 0.86} - 0.037 \right] p_{pr}^2 + \frac{0.32}{10^{9(T_{pr}-1)}} p_{pr}^6$$

Sustituir en la ec. (1.18):

$$B = (0.62 - 0.23(1.6972))(6.0143) + \left[ \frac{0.066}{1.6972 - 0.86} - 0.037 \right] (6.0143)^2 + \frac{0.32}{10^{9(1.6972-1)}} (6.0143)^6$$

$$B = 2.90241$$

De la ec. (1.19):

$$C = 0.135 - 0.32 \log T_{pr}$$

Sustituir en la ec. (1.19):

$$C = 0.135 - 0.32 \log(1.6972)$$

$$C = 0.06148$$

De la ec. (1.20):

$$D = 10^{(0.3106 - 0.49T_{pr} + 0.1824T_{pr}^2)}$$

Sustituir en la ec. (1.20):

$$D = 10^{(0.3106 - 0.49(1.6972) + 0.1824(1.6972)^2)}$$

$$D = 1.01012$$

**Paso 2:**

De la ec. (1.16):

$$z = A + \frac{1 - A}{e^{(B)}} + Cp_{pr}^D$$

Sustituir los valores de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  respectivamente en la ec. (1.16):

$$z = 0.51441 + \frac{1 - 0.51441}{e^{(2.90241)}} + 0.06148(6.0143)^{1.01012}$$

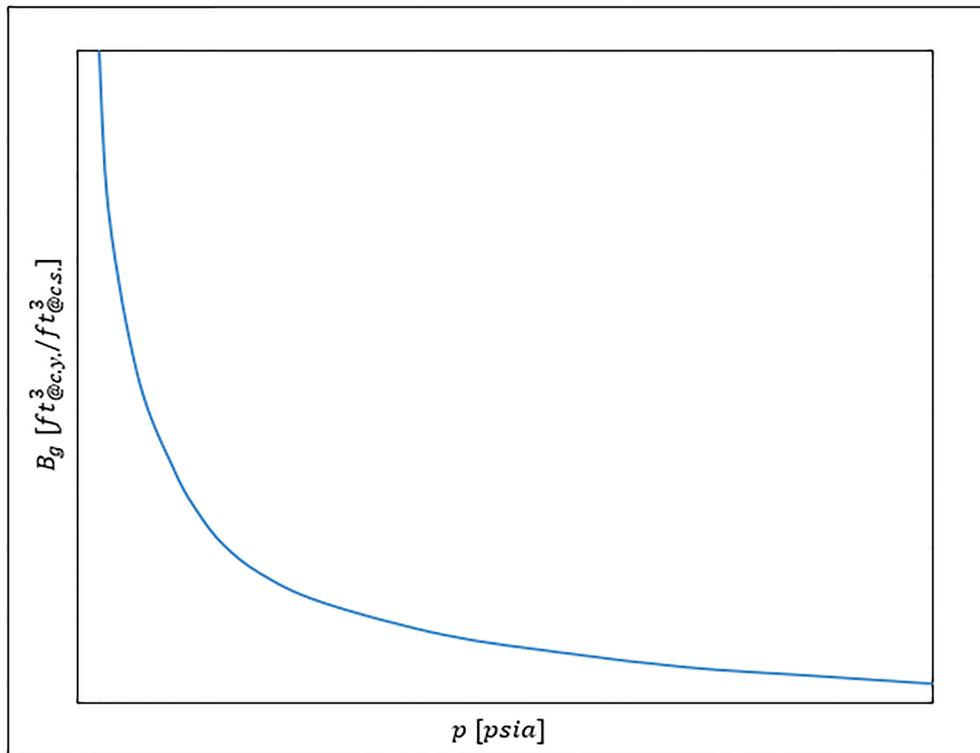
Obtener:

$$z = 0.9175$$

### 1.1.5. Factor de volumen del gas, $B_g$

El factor de volumen del gas ( $B_g$ ) es la relación que existe entre el volumen de un gas a condiciones de yacimiento (generalmente en  $ft^3_{@c.y.}$ ) y el volumen del mismo gas a condiciones estándar (generalmente en  $ft^3_{@c.s.}$ ).

El comportamiento característico de  $B_g$  vs  $p$  se observa en la **Fig. 1.3**.



**Fig. 1.3:** *Comportamiento típico de  $B_g$  vs presión a temperatura constante*

Aplicando la ley de los gases reales, ec. (1.12):

$$pV = nzRT$$

A condiciones estándar y a condiciones de yacimiento obtener:

$$B_g = \frac{V_{g@c.y.}}{V_{g@c.s.}} = \frac{nzRT_{@c.y.}/p_{@c.y.}}{nzRT_{@c.s.}/p_{@c.s.}} \quad (1.21)$$

Para la misma masa de gas  $n$  y  $R$  se cancelan, reduciéndose a:

$$B_g = \frac{zT_{@c.y}.p_{@c.s.}}{zT_{@c.s.}p_{@c.y.}}$$

Sustituir  $p_{@c.s.}$ ,  $T_{@c.s.}$  y  $z = 1$ :

$$B_g = \frac{zT_{@c.y.}(14.7)}{(1)(60 + 460)p_{@c.y.}}$$

Obtener:

$$B_g = 0.02827 \frac{zT}{p} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right] \quad (1.22)$$

donde:

- $B_g$  : Factor de volumen del gas,  $[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$
- $z$  : Factor de compresibilidad del gas,  $[adim]$
- $p$  : Presión de interés,  $[psia]$
- $T$  : Temperatura de interés,  $[^{\circ}R]$

### 1.1.6. Ejercicios resueltos ( $B_g$ )

1.- Determinar el factor de volumen de un gas cuya composición se muestra en la Tabla (1.1) a una presión de 4,000  $[psia]$  y una temperatura de 180  $[^{\circ}F]$  para los factores de compresibilidad obtenidos anteriormente.

- a)  $z = 0.91$
- b)  $z = 0.9516$
- c)  $z = 0.9175$

De la ec. (1.22)

$$B_g = 0.02827 \frac{zT}{p} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

Sustituir para a):

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.91)(180 + 460)}{4000}$$

Y se obtiene:

$$B_g = 4.1161x10^{-3} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

Sustituir para b):

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.9516)(180 + 460)}{4000}$$

Y se obtiene:

$$B_g = 4.3042x10^{-3} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

Sustituir para c):

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.9175)(180 + 460)}{4000}$$

Y se obtiene:

$$B_g = 4.1500x10^{-3} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

2.- En un cilindro presurizado se encuentra metano a una  $p = 3,500$  [psia] y una  $T = 100$  [°F]. La presión del cilindro irá disminuyendo 300 [psia] cada vez, hasta llegar a una presión de 14.7 [psia]. Determinar el  $B_g$  para cada presión y realizar su gráfica.

Se sabe que:

$$p_{c_{Metano}} = 666.4 \text{ [psia]}$$

y

$$T_{c_{Metano}} = 343 \text{ [°R]}$$

**Paso 1:**

Fabricar la siguiente Tabla con las ecs. (1.13) y (1.14) y con el gráfico de Standing, M.B & Katz, D.L. (Fig. 1.1) determinar  $z$  para cada presión.

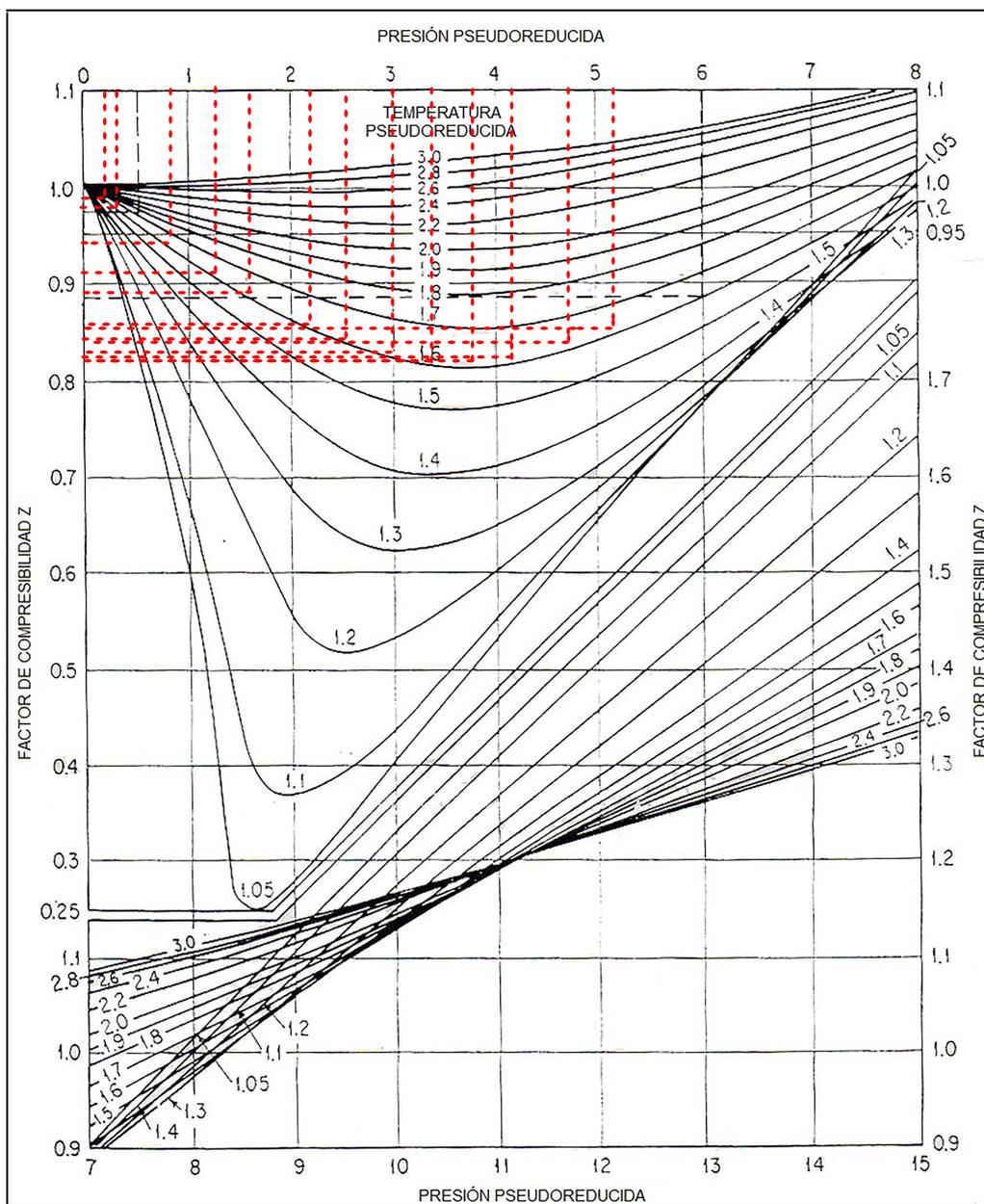


Fig. 1.4: Resultados de la correlación gráfica de Standing, M.B. & Katz, D.L. para el ejercicio 2

Tabla 1.5: *Valores de z por el método de Standing, M.B. & Katz, D.L.*

$p$ [psia]	$p_{pr}$	$T_{pr}$	$z$
3500	5.2521	1.6326	0.862
3200	4.8019	1.6326	0.848
2900	4.3517	1.6326	0.832
2600	3.9015	1.6326	0.822
2300	3.4513	1.6326	0.825
2000	3.0012	1.6326	0.832
1700	2.5510	1.6326	0.848
1400	2.1008	1.6326	0.865
1100	1.6506	1.6326	0.890
800	1.2004	1.6326	0.918
500	0.7503	1.6326	0.947
200	0.3001	1.6326	0.980
14.7	0.0220	1.6326	1.00

**Paso 2:**

Resolver la ec. (1.22) para cada presión y realizar su gráfica.

$$B_g = 0.02827 \frac{zT}{p} \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

Tabla 1.6: *Valores calculados del factor de volumen del gas ( $B_g$ )*

$p$ [psia]	$B_g \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$
3,500	0.003899
3,200	0.004195
2,900	0.004541
2,600	0.005005
2,300	0.005678
2,000	0.006585
1,700	0.007896
1,400	0.009781
1,100	0.012808
800	0.018166
500	0.029984
200	0.077572
14.7	1.076952

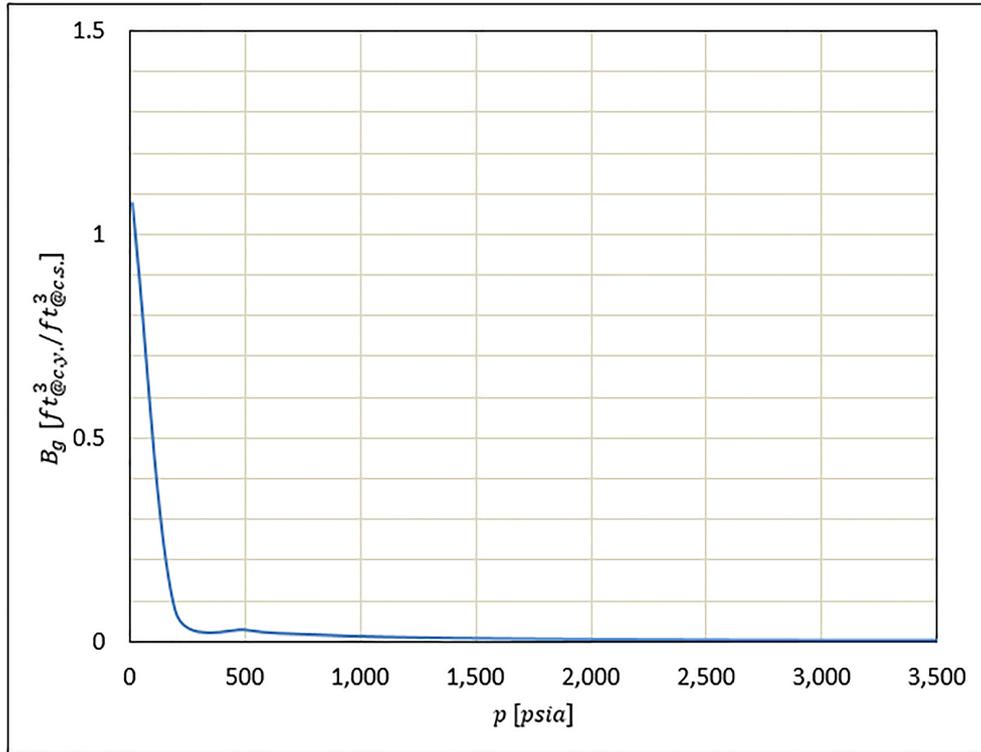
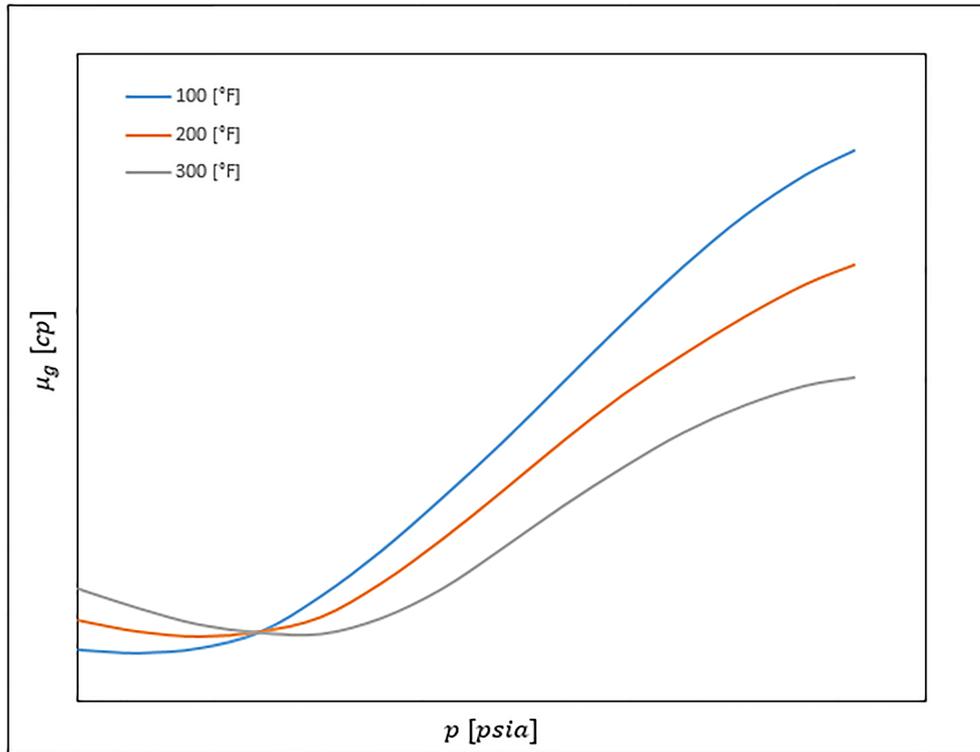


Fig. 1.5: *Resultado gráfico del factor de volumen del gas*

### 1.1.7. Viscosidad del gas, $\mu_g$

La viscosidad del fluido se define como la resistencia que opone el fluido a moverse cuando se aplica un esfuerzo cortante, generalmente la viscosidad del gas es considerablemente más baja que la del líquido.

El comportamiento característico de la viscosidad del gas contra presión, se observa en la **Fig.1.6**.



**Fig. 1.6:** Comportamiento típico de  $\mu_g$  vs presión a tres temperaturas diferentes

**Tabla 1.7:** Factores que afectan la viscosidad de un gas

Condición	Rango	Comportamiento
Baja presión	<1000-1500 <i>psia</i>	A medida que aumenta $T$ aumenta $\mu_g$
Alta presión	>1000-1500 <i>psia</i>	A medida que aumenta $T$ disminuye $\mu_g$
Cualquier temperatura	N/A	A medida que aumenta $p$ aumenta $\mu_g$
Gas pesado	N/A	Las moléculas son más grandes, por lo tanto aumenta $\mu_g$

#### 1.1.7.1. Correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E.

$$\mu_g = \frac{K e^{(X\rho_g^Y)}}{10^4} \tag{1.23}$$

y;

$$K = \frac{(9.4 + 0.02M)T^{1.5}}{209 + 19M + T} \tag{1.24}$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{T} + 0.01M \tag{1.25}$$

$$Y = 2.4 - 0.2X \quad (1.26)$$

donde:

- $\mu_g$  : Viscosidad del gas a  $p$  y  $T$ , [ $cp$ ]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $gr/cm^3$ ]
- $M$  : Peso molecular del gas, [ $lb_m/lb_m \cdot mol$ ]
- $z$  : Factor de compresibilidad del gas, [ $adim$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura de interés, [ $^{\circ}R$ ]

### 1.1.7.2. Correlación de Carr, N.L. para una mezcla de gases

$$\mu_g = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \mu_{gi} \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n y_i \sqrt{M_i}} \quad (1.27)$$

donde:

- $\mu_g$  : Viscosidad del gas a  $p$  y  $T$ , [ $cp$ ]
- $\mu_{gi}$  : Viscosidad de componente  $i$  a  $p$  y  $T$ , [ $cp$ ]
- $y_i$  : Fracción mol del componente  $i$
- $M_i$  : Masa molecular del componente  $i$ , [ $lb_m/lb_m \cdot mol$ ]

### 1.1.8. Ejercicios resueltos ( $\mu_g$ )

1.- Obtener la viscosidad del gas de cada componente de la Tabla (1.1) a una  $p = 4,000$  [ $psia$ ] y una  $T = 180$  [ $^{\circ}F$ ] y un factor de compresibilidad  $z = 0.91$  con la correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E. y posteriormente obtener la viscosidad de la mezcla con la correlación de Carr, N.L.

#### 1.1.8.1. Correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E.

**Solución:**

**Paso 1:**

Para obtener la densidad de cada componente se utiliza la ec. (1.12) :

$$pV = znRT$$

$$pV = z \frac{m}{M} RT \quad (1.28)$$

Despejar la ec. (1.28) para obtener lo siguiente:

$$\rho_g = \frac{Mp}{zRT} \quad (1.29)$$

Fabricar la siguiente Tabla, hacer uso de las ecs. (1.23), (1.24), (1.25), (1.26) y (1.29).

**Tabla 1.8: Resultados de  $\mu_g$  con la correlación de Lee, A.L., González, M.H. & Eakin, B.E.**

Componente	$y_i$	$M_i$	$\rho_g$ [lb/ft <sup>3</sup> ]	$\rho_g$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	$K$	$X$	$Y$	$\mu_g$
$C_1$	0.874	16.043	10.266	0.1645	136.4073	5.2010	1.3597	0.0213
$C_2$	0.083	30.07	19.243	0.3084	114.0096	5.3413	1.3317	0.0347
$C_3$	0.022	44.097	28.220	0.4523	98.6893	5.4815	1.3036	0.0692
$iC_4$	0.006	58.123	37.196	0.5962	87.5503	5.6218	1.2756	0.1601
$nC_4$	0.002	58.123	37.196	0.5962	87.5503	5.6218	1.2756	0.1601
$iC_5$	0.008	72.15	46.173	0.7401	79.0853	5.7621	1.2475	0.4141
$nC_5$	0.003	72.15	46.173	0.7401	79.0853	5.7621	1.2475	0.4141
$C_6$	0.001	86.177	55.150	0.8839	72.4349	5.9023	1.2195	1.1625
$C_{7+}$	0.001	114.321	73.161	1.1717	62.6564	6.1829	1.1634	10.6158

### 1.1.8.2. Correlación de Carr, N.L.

#### Paso 2:

Para obtener la viscosidad de la mezcla utilizar la ec. (1.27) y fabricar la siguiente Tabla.

**Tabla 1.9: Resultados para la correlación de Carr, N.L.**

Componente	$y_i$	$M_i$	$y_i\sqrt{M_i}$	$\mu_{gi}$	$y_i\mu_{gi}\sqrt{M_i}$
$C_1$	0.874	16.043	3.5006	0.0213	0.0747
$C_2$	0.083	30.07	0.4551	0.0347	0.0158
$C_3$	0.022	44.097	0.1461	0.0692	0.0101
$iC_4$	0.006	58.123	0.0457	0.1601	0.0073
$nC_4$	0.002	58.123	0.0152	0.1601	0.0024
$iC_5$	0.008	72.15	0.0679	0.4141	0.0281
$nC_5$	0.003	72.15	0.0254	0.4141	0.0105
$C_6$	0.001	86.177	0.0092	1.1625	0.0107
$C_{7+}$	0.001	114.321	0.0106	10.6158	0.1134
$\sum_{i=1}^n$	1.00		4.2763		0.2733

De la ec. (1.27):

$$\mu_g = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \mu_{gi} \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n y_i \sqrt{M_i}}$$

Sustituir en la ec. (1.27):

$$\mu_g = \frac{0.2733}{4.2763}$$

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_g = 0.0639 \text{ [cp]}$$

### 1.1.9. Densidad del gas, $\rho_g$

La densidad del gas, ( $\rho_g$ ) en  $lb_m/ft^3$ , puede determinarse aplicando la ley de los gases reales, ec. (1.12).

El número de moles puede ser expresado como:

$$n = \frac{m}{28.96\gamma_g} \quad (1.30)$$

Resolviendo:

$$\rho_g = \frac{m}{V} \quad (1.31)$$

Sustituir:

$$\rho_g = \frac{28.96 \cdot p \cdot \gamma_g}{10.73 \cdot z \cdot T} \quad (1.32)$$

Finalmente, se obtiene:

$$\rho_g = 2.70 \left( \frac{p \cdot \gamma_g}{z \cdot T} \right) \quad (1.33)$$

donde:

- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $z$  : Factor de compresibilidad del gas, [ $adim$ ]
- $T$  : Temperatura de interés, [ $^{\circ}R$ ]

### 1.1.10. Ejercicios resueltos ( $\rho_g$ )

1.- Determinar la densidad del gas cuya composición se muestra en la Tabla (1.1) a una presión de 4,000 [ $psia$ ], una temperatura de 180 [ $^{\circ}F$ ] y una gravedad específica del gas de 0.65 [ $adim$ ] para los factores de compresibilidad obtenidos anteriormente.

- a)  $z = 0.91$
- b)  $z = 0.9516$
- c)  $z = 0.9175$

De la ec. (1.33):

$$\rho_g = 2.70 \left( \frac{p \cdot \gamma_g}{z \cdot T} \right)$$

Sustituir para a):

$$\rho_g = 2.70 \left( \frac{4,000 \cdot 0.65}{0.91 \cdot (180 + 460)} \right)$$

Y se obtiene:

$$\rho_g = 12.053 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

Sustituir para b):

$$\rho_g = 2.70 \left( \frac{4,000 \cdot 0.65}{0.9516 \cdot (180 + 460)} \right)$$

Y se obtiene:

$$\rho_g = 11.526 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

Sustituir para c):

$$\rho_g = 2.70 \left( \frac{4,000 \cdot 0.65}{0.9175 \cdot (180 + 460)} \right)$$

Y se obtiene:

$$\rho_g = 11.955 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

SECCIÓN 1.2

**Correlaciones para propiedades del aceite**

El aceite cuando no tiene presencia de gas en solución es llamado aceite muerto, el cual se presenta comúnmente cuando se mide a condiciones de superficie, las propiedades físicas del aceite muerto están en función de la gravedad API del aceite ( $^{\circ}API$ ), presión ( $p$ ) y temperatura ( $T$ ).

La gravedad API del aceite esta definida como:

$$^{\circ}API = \frac{141.5}{\gamma_o} - 131.5 \quad (1.34)$$

donde:

- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [*adim*]

Cuando el aceite contiene gas en solución, las propiedades físicas del aceite dependerán de la relación de solubilidad, viscosidad, presión, temperatura y la gravedad API del aceite.

**1.2.1. Presión de burbuja,  $p_b$**

Se define como la presión a la cual se forma la primer burbuja de gas, al pasar de un estado líquido al estado de dos fases, donde la fase líquida está en equilibrio con una cantidad de gas libre.

Las siguientes correlaciones permiten obtener la presión de burbuja:

**1.2.1.1. Correlación de Standing, M.B.**

La correlación es la siguiente:

$$p_b = 18.2 [F - 1.4] \quad (1.35)$$

y;

$$F = \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{0.00091(T) - 0.0125(^{\circ}API)} \quad (1.36)$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [*psia*]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [*adim*]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

**Tabla 1.10: Rango de aplicaciones para la correlación de Standing, M.B.**

Parámetro	Rango
$p_b$	130 - 7000 [psia]
$T$	100 - 258 [ $^{\circ}F$ ]
$R_{sb}$	20 - 1.425 [ $ft^3/bl$ ]
$^{\circ}API$	16.5 - 63.8 [ $^{\circ}API$ ]
$\gamma_g$	0.59 - 0.95 [adim]

### 1.2.1.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

La correlación es la siguiente:

$$p_b = \left[ \frac{R_{sb}}{C_1 \cdot \gamma_{g100} \cdot e^{\left( \frac{C_3 \cdot ^{\circ}API}{T + 460} \right)}} \right]^{1/C_2} \quad (1.37)$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [adim]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

**Tabla 1.11: Valores de las constantes  $C_1, C_2$  y  $C_3$**

Constantes	$^{\circ}API \leq 30$	$^{\circ}API > 30$
$C_1$	0.0362	0.0178
$C_2$	1.0937	1.1870
$C_3$	25.724	23.931

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 5.912 \times 10^{-5} (^{\circ}API) T_{sep} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right] \quad (1.38)$$

donde:

- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [adim]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]
- $p_{sep}$  : Presión del separador, [psia]
- $T_{sep}$  : Temperatura del separador, [ $^{\circ}F$ ]

**Tabla 1.12: Rango de aplicaciones para la correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.**

Parámetro	Rango
$p_b$	50 - 5250 [psia]
$T$	70 - 295 [°F]
$R_{sb}$	20 - 2017 [ft <sup>3</sup> /bl]
°API	16 - 50 [°API]
$\gamma_g$	0.56 - 1.18 [adim]

**1.2.1.3. Correlación de Lasater, J.A.**

Usó esta correlación con aceite que tenía gas libre y el gas esencialmente libre de componentes no hidrocarburos.

La siguiente ecuación permite determinar  $y_g$ :

$$y_g = \left[ \frac{\frac{R_{sb}}{379.3}}{\frac{R_{sb}}{379.3} + 350 \left( \frac{\gamma_o}{M_o} \right)} \right] \tag{1.39}$$

Para °API ≤ 40:

$$M_o = 630 - 10(°API) \tag{1.40}$$

Para °API > 40:

$$M_o = 73110(°API)^{-1.562} \tag{1.41}$$

Obtener la presión de burbuja con la siguiente correlación:

Si  $y_g \leq 0.6$ :

$$p_b = (0.679 \cdot e^{2.786y_g} - 0.0323) \left( \frac{T}{\gamma_g} \right) \tag{1.42}$$

Si  $y_g > 0.6$ :

$$p_b = (8.26y_g^{3.56} + 1.95) \left( \frac{T}{\gamma_g} \right) \tag{1.43}$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [°R]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [adim]
- °API : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [°API]

**Tabla 1.13: Rango de aplicaciones para la correlación de Lasater, J.A.**

Parámetro	Rango
$p_b$	48 - 5780 [psia]
$T$	542 - 732 [°R]
$R_{sb}$	3 - 2905 [ft <sup>3</sup> /bl]
°API	17.9 - 51.1 [°API]
$\gamma_g$	0.574 - 1.223 [adim]

### 1.2.1.4. Correlación de Glaso, O.

La correlación es la siguiente:

$$p_b = 10^{[1.7669+1.7447 \log(F)-0.38(\log(F))^2]} \quad (1.44)$$

y;

$$F = \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.816} \left( \frac{T^k}{\text{°API}^{0.989}} \right) \quad (1.45)$$

El valor de  $k$  está en función del tipo de aceite. Como se muestra en la Tabla (1.14).

**Tabla 1.14: Valores para  $k$**

Tipo de aceite	$k$
Negro	0.172
Volátil	0.130

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [ $psia$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\text{°API}$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $\text{°API}$ ]

**Tabla 1.15: Rango de aplicaciones para la correlación Glaso, O.**

Parámetro	Rango
$p_b$	165 - 7142 [ $psia$ ]
$T$	80 - 280 [ $°F$ ]
$R_{sb}$	90 - 2637 [ $ft^3/bl$ ]
$\text{°API}$	22.3 - 48.1 [ $\text{°API}$ ]
$\gamma_g$	0.650 - 1.276 [ $adim$ ]

### 1.2.1.5. Correlación de TOTAL, C.F.P.

La correlación es la siguiente:

$$p_b = C_1 \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{C_2} 10^{[C_3(T)-C_4(\text{°API})]} \quad (1.46)$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [ $psia$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\text{°API}$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $\text{°API}$ ]

**Tabla 1.16: Valores de las constantes para la correlación de TOTAL, C.F.P.**

$^{\circ}API$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$\leq 10$	12.8470	0.9636	0.000993	0.034170
10 - 35	25.2755	0.7617	0.000835	0.011292
35 - 45	216.4711	0.6922	-0.000427	0.023140

**1.2.1.6. Correlación de Al-Marhoun, M.A.**

La correlación es la siguiente:

$$p_b = 5.38088x10^{-3} R_{sb}^{0.715082} \gamma_g^{-1.87784} \gamma_o^{3.1437} T^{1.32657} \tag{1.47}$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [°R]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [adim]

**Tabla 1.17: Rango de aplicaciones para la correlación de Al-Marhoun, M.A.**

Parámetro	Rango
$p_b$	20 - 3573 [psia]
$T$	534 - 700 [°R]
$R_{sb}$	26 - 1602 [ft <sup>3</sup> /bl]
$^{\circ}API$	19.4 - 44.6 [°API]
$\gamma_g$	0.752 - 1.367 [adim]

**1.2.1.7. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.**

La correlación es la siguiente:

$$p_b = 0.836386x10^4 R_{sb}^{0.724047} \gamma_g^{-1.01049} \gamma_o^{0.107991} T^{-0.952584} \tag{1.48}$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [°R]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [adim]

Tabla 1.18: *Rango de aplicaciones para la correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.*

Parámetro	Rango
$p_b$	590 - 4640 [psia]
$T$	650 - 735 [ $^{\circ}R$ ]
$R_{sb}$	81 - 2266 [ $ft^3/bl$ ]
$\gamma_o$	0.8236 - 0.886 [adim]
$\gamma_g$	0.789 - 1.290 [adim]

### 1.2.1.8. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.

La correlación es la siguiente:

$$p_b = 112.727 [F - 12.34] \quad (1.49)$$

y;

$$F = \left( \frac{R_{sb}^{0.5774}}{\gamma_g^{0.8439}} \right) 10^{(4.561 \times 10^{-5} T^{1.3911} - 7.916 \times 10^{-4} ({}^{\circ}API)^{1.541})} \quad (1.50)$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- ${}^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ ${}^{\circ}API$ ]

Tabla 1.19: *Rango de aplicaciones para la correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.*

Parámetro	Rango
$p_b$	1574 - 6523 [psia]
$T$	114 - 288 [ $^{\circ}F$ ]
$R_{sb}$	217 - 1406 [ $ft^3/bl$ ]
${}^{\circ}API$	16.3 - 45 [ ${}^{\circ}API$ ]
$\gamma_g$	0.5781 - 0.8519 [adim]

### 1.2.1.9. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$p_b = \left[ \frac{R_{sb}}{C_1 \cdot \gamma_{g100}^{C_2} \cdot 10 \left( \frac{C_3 \cdot {}^{\circ}API}{T + 460} \right)} \right]^{C_4} \quad (1.51)$$

donde:

- $p_b$  : Presión de burbuja, [psia]  
 $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]  
 $T$  : Temperatura del yacimiento, [°F]  
 $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [adim]  
 $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [°API]

**Tabla 1.20: Valores de las constantes  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$**

Constantes	°API ≤ 30	°API > 30
$C_1$	0.05958	0.03150
$C_2$	0.7972	0.7587
$C_3$	13.1405	11.2895
$C_4$	0.9986	0.9143

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 0.1595(^{\circ}API)^{0.4078} T_{sep}^{-0.2466} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right] \quad (1.52)$$

donde:

- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [adim]  
 $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]  
 $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [°API]  
 $p_{sep}$  : Presión del separador, [psia]  
 $T_{sep}$  : Temperatura del separador, [°F]

**Tabla 1.21: Rango de aplicaciones para la correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.**

Parámetro	Rango
$p_b$	14.7 - 6054 [psia]
$T$	75 - 320 [°F]
$R_{sb}$	0 - 2890 [ft <sup>3</sup> /bl]
$^{\circ}API$	14.4 - 58.9 [°API]
$\gamma_g$	0.379 - 1.709 [adim]

### 1.2.1.10. Corrección de Glaso, O. para componentes No Hidrocarburos

Cuando se tiene una cierta fracción de un componente no hidrocarburo, es necesario hacer una corrección por el contenido de estos componentes. A continuación, se presentan las correlaciones que desarrollo Glaso, O., para estas condiciones.

Se hace uso de la siguiente correlación para  $N_2$ :

$$C_{N_2} = 1 \left[ (-2.65x10^{-4}(^{\circ}API) + 0.0055) T + (0.0931(^{\circ}API) - 0.8295) \right] y_{N_2} + \dots \left[ (1.954x10^{-11}(^{\circ}API)^{4.699}) T + (0.027(^{\circ}API) - 2.366) \right] y_{N_2}^2 \quad (1.53)$$

Para  $CO_2$ , se hace uso de la siguiente correlación:

$$C_{CO_2} = 1 - 693.8 y_{CO_2} T^{-1.553} \quad (1.54)$$

---

Y para  $H_2S$ , se utiliza la siguiente correlación:

$$C_{H_2S} = 1 (0.9035 + 0.0015(^{\circ}API)) y_{H_2S} + 0.019 (45 - (^{\circ}API)) y_{H_2S}^2 \quad (1.55)$$

### 1.2.2. Ejercicios resueltos ( $p_b$ )

1.- Se realizó una prueba de muestreo en agujero descubierto con un intervalo productor de 2,068 a 2,078 m.b.m.r. <sup>1</sup>, con una presión a nivel medio del intervalo productor de 220.8 [ $kg/cm^2$ ], una densidad del aceite de 0.8541 [ $gr/cm^3$ ], relación gas disuelto de 67.3 [ $m^3/m^3$ ], densidad relativa del gas de 0.8665 y una temperatura de 84 [ $^{\circ}C$ ]. Además se sabe que la presión de separación es de 100 [ $psia$ ].

Determinar la presión de burbuja del aceite, utilizar las correlaciones de Standing, M.B., Vázquez, M.E. & Beggs, H.D., Lasater, J.A., Glaso, O., TOTAL, C.F.P., Al-Marhoun, M.A., Dokla, M.E. & Osman, M.E., Petrosky, G.E., Jr & Farshad, F.F., y de Kartootmodjo, T. & Schmidt, Z.

**Solución:**

#### Paso 1:

Realizar las conversiones necesarias para poder ingresar en cada correlación con las unidades correspondientes.

$$\rho_o = 0.8541 \left[ \frac{gr}{cm^3} \right] = 53.8083 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

$$\gamma_o = 0.8623 [adim]$$

$$^{\circ}API = 32.596 [^{\circ}API]$$

$$R_{sb} = 67.3 \left[ \frac{m^3}{m^3} \right] = 377.8916 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

$$\gamma_g = 0.8665 [adim]$$

$$T = 84 [^{\circ}C] = 183.2 [^{\circ}F] = 642.87 [^{\circ}R]$$

*Nota: El paso 1 se aplicará para todas las correlaciones, por lo que cada correlación iniciará a partir del paso 2.*

#### 1.2.2.1. Correlación de Standing, M.B.

##### Paso 2:

De la ec. (1.35) y la ec. (1.36):

$$p_b = 18.2 [F - 1.4]$$

y;

---

<sup>1</sup>metros bajo mesa rotaria

$$F = \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{0.00091(T) - 0.0125(^\circ API)}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.36):

$$F = \left( \frac{377.8916}{0.8665} \right)^{0.83} 10^{0.00091(183.2) - 0.0125(32.596)}$$

$$F = 89.1515$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.35):

$$p_b = 18.2 [89.1515 - 1.4]$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,597.07 [psia]$$

**1.2.2.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.37) y la ec. (1.38):

$$p_b = \left[ \frac{R_{sb}}{C_1 \cdot \gamma_{g100} \cdot e^{\left( \frac{C_3 \cdot ^\circ API}{T + 460} \right)}} \right]^{1/C_2}$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 5.912x10^{-5}(^\circ API) T_{sep} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.38):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 5.912x10^{-5}(32.596)(60) \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8605 [adim.]$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.37) y utilizar los valores de la Tabla (1.11):

$$p_b = \left[ \frac{377.8916}{0.0178 \cdot 0.8605 \cdot e^{\left( \frac{23.931 \cdot 32.596}{183.2 + 460} \right)}} \right]^{1/1.1870}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,805.20 [psia]$$

---

### 1.2.2.3. Correlación de Lasater, J.A.

#### Paso 2:

Por tener  $^{\circ}API = 32.596$ , utilizar la ec. (1.40):

$$M_o = 630 - 10(^{\circ}API)$$

#### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.40):

$$\begin{aligned} M_o &= 630 - 10(32.596) \\ M_o &= 304.04 \end{aligned}$$

#### Paso 4:

De la ec. (1.39):

$$y_g = \left[ \frac{\frac{R_{sb}}{379.3}}{\frac{R_{sb}}{379.3} + 350 \left( \frac{\gamma_o}{M_o} \right)} \right]$$

#### Paso 5:

Sustituir en la ec. (1.39):

$$\begin{aligned} y_g &= \left[ \frac{\frac{377.8916}{379.3}}{\frac{377.8916}{379.3} + 350 \left( \frac{0.8623}{304.04} \right)} \right] \\ y_g &= 0.5009 \end{aligned}$$

#### Paso 6:

Cómo  $y_g \leq 0.6$ , utilizar la ec. (1.42):

$$p_b = (0.679 \cdot e^{2.786y_g} - 0.0323) \left( \frac{T}{\gamma_g} \right)$$

#### Paso 7:

Sustituir en la ec. (1.42):

$$p_b = (0.679 \cdot e^{(2.786)(0.5009)} - 0.0323) \left( \frac{642.87}{0.8665} \right)$$

#### Paso 8:

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 2,009.72 \text{ [psia]}$$

### 1.2.2.4. Correlación de Glaso, O.

#### Paso 2:

De la ec. (1.44) y la ec. (1.45):

$$p_b = 10^{[1.7669 + 1.7447 \log(F) - 0.38(\log(F))^2]}$$

y;

$$F = \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.816} \left( \frac{T^{0.172}}{^{\circ}API^{0.989}} \right)$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.45):

$$F = \left( \frac{377.8916}{0.8665} \right)^{0.816} \left( \frac{183.2^{0.172}}{32.596^{0.989}} \right)$$

$$F = 11.1331$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.44):

$$p_b = 10^{[1.7669+1.7447 \log(11.1331)-0.38(\log(11.1331))^2]}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,502.02 \text{ [psia]}$$

**1.2.2.5. Correlación de TOTAL, C.F.P.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.46):

$$p_b = C_1 \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{C_2} 10^{[C_3(T)-C_4(^{\circ}API)]}$$

**Paso 3:**

Utilizar los valores de las constantes de la Tabla (1.16) y sustituir en la ec. (1.46):

$$p_b = 25.7755 \left( \frac{377.8916}{0.8665} \right)^{0.7617} 10^{[(0.000835)(183.2)-(0.011292)(32.596)]}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,609.48 \text{ [psia]}$$

**1.2.2.6. Correlación de Al-Marhoun, M.A.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.47):

$$p_b = 5.38088x10^{-3}(R_{sb})^{0.715082}(\gamma_g)^{-1.87784}(\gamma_o)^{3.1437}(T)^{1.32657}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.47):

$$p_b = 5.38088x10^{-3}(377.8916)^{0.715082}(0.8665)^{-1.87784}(0.8623)^{3.1437}(642.87)^{1.32657}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,635.47 \text{ [psia]}$$

---

### 1.2.2.7. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.

#### Paso 2:

De la ec. (1.48):

$$p_b = 0.836386x10^4(R_{sb})^{0.724047}(\gamma_g)^{-1.01049}(\gamma_o)^{0.107991}(T)^{-0.952584}$$

#### Paso 3:

Sustituir en la (1.48):

$$p_b = 0.836386x10^4(377.8916)^{0.724047}(0.8665)^{-1.01049}(0.8623)^{0.107991}(642.87)^{-0.952584}$$

#### Paso 4:

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,414.60 [psia]$$

### 1.2.2.8. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.

#### Paso 2:

De la ec. (1.49) y la ec. (1.50):

$$p_b = 112.727 [F - 12.34]$$

y;

$$F = \left( \frac{R_{sb}^{0.5774}}{\gamma_g^{0.8439}} \right) 10^{(4.561x10^{-5}T^{1.3911} - 7.916x10^{-4}(\circ API)^{1.541})}$$

#### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.50):

$$F = \left( \frac{377.8916^{0.5774}}{0.8665^{0.8439}} \right) 10^{(4.561x10^{-5}183.2^{1.3911} - 7.916x10^{-4}(32.596)^{1.541})}$$

$$F = 27.2190$$

#### Paso 4:

Sustituir  $F$  en la ec. (1.49):

$$p_b = 112.727 [27.2190 - 12.34]$$

#### Paso 5:

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,677.27 [psia]$$

### 1.2.2.9. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

#### Paso 2:

De la ec. (1.51) y la ec. (1.52):

$$p_b = \left[ \frac{R_{sb}}{C_1 \cdot \gamma_{g100}^{C_2} \cdot 10 \left( \frac{C_3 \cdot \circ API}{T + 460} \right)} \right]^{C_4}$$

y;

$$\gamma_{g_{100}} = \gamma_g \left[ 1.0 + 0.1595(^{\circ}API)^{0.4078} T_{sep}^{-0.2466} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.52):

$$\gamma_{g_{100}} = 0.8665 \left[ 1.0 + 0.1595(32.596)^{0.4078} (60)^{-0.2466} \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g_{100}} = 0.8540 [adim]$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.51) y utilizar los valores de la Tabla (1.20):

$$p_b = \left[ \frac{377.8916}{0.03150 \cdot 0.8540^{0.7587} \cdot 10 \left( \frac{11.2895 \cdot 32.596}{183.2 + 460} \right)} \right]^{0.9143}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$p_b = 1,793.22 [psia]$$

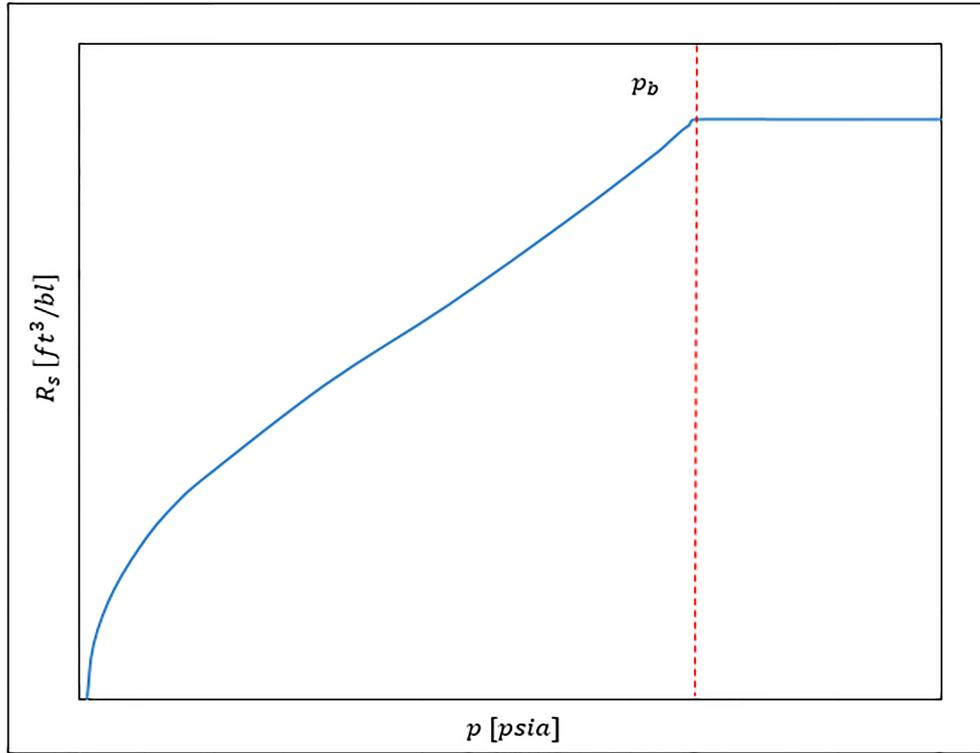
**Tabla 1.22: Resumen de los resultados de la presión de burbuja ( $p_b$ )**

Correlación	$p_b$ [psia]
Standing, M.B.	1,597.07
Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	1,805.20
Lasater, J.A.	2,009.72
Glaso, O.	1,502.02
TOTAL, C.F.P.	1,609.46
Al-Marhoun, M.A.	1,635.47
Dokla, M.E & Osman, M.E.	1,414.60
Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.	1,677.27
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	1,793.22

### 1.2.3. Relación de solubilidad, $R_s$

Se define como los pies cúbicos de gas ( $ft^3$ ) que pueden disolverse en un barril de aceite llevados a las condiciones de presión y temperatura que se tienen en el yacimiento.

El comportamiento característico de  $R_s$  vs  $p$  se observa en la **Fig. 1.7**



**Fig. 1.7:** Comportamiento típico de  $R_s$  vs presión a temperatura constante

#### 1.2.3.1. Correlación de Standing, M.B.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = \gamma_g \left[ \left( \frac{p}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(^{\circ}API) - 0.00091T} \right]^{1.2048} \quad (1.56)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [*adim*]
- $p$  : Presión de interés, [*psia*]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

#### 1.2.3.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{g100} \cdot p^{C_2} \cdot e^{\left( \frac{C_3 \cdot ^{\circ}API}{T + 460} \right)} \quad (1.57)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]  
 $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]  
 $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]  
 $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]  
 $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

### 1.2.3.3. Correlación de Lasater, J.A.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = \left( \frac{132755\gamma_o}{M_o} \right) \left( \frac{y_g}{1 - y_g} \right) \quad (1.58)$$

Para  $\frac{p\gamma_g}{T} < 3.29$ :

$$y_g = 0.359 \ln \left( \frac{1.473p\gamma_g}{T} + 0.476 \right) \quad (1.59)$$

Para  $\frac{p\gamma_g}{T} \geq 3.29$ :

$$y_g = \left( \frac{0.121p\gamma_g}{T} - 0.236 \right)^{0.281} \quad (1.60)$$

Para  $^{\circ}API \leq 40$ :

$$M_o = 630 - 10(^{\circ}API) \quad (1.61)$$

Para  $^{\circ}API > 40$ :

$$M_o = 73110(^{\circ}API)^{-1.562} \quad (1.62)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]  
 $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]  
 $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]  
 $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]  
 $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]  
 $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

### 1.2.3.4. Correlación de Glaso, O.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = \gamma_g \left[ F \left( \frac{^{\circ}API^{0.989}}{T^{0.172}} \right) \right]^{1.2255} \quad (1.63)$$

y;

$$F = 10^{[2.8869 - (14.1811 - 3.3093 \log(p))^{0.5}]} \quad (1.64)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]  
 $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]  
 $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]  
 $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]  
 $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

---

### 1.2.3.5. Correlación de TOTAL, C.F.P.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = \gamma_g \left[ \frac{p}{C_1} 10^{(C_2 \cdot \text{°API} - C_3 \cdot T)} \right]^{C_4} \quad (1.65)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\text{°API}$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $\text{°API}$ ]

**Tabla 1.23: Valores de las constantes para la correlación de TOTAL, C.F.P.**

$\text{°API}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$\leq 10$	12.2651	0.030405	0	0.9669
10 - 35	15.0057	0.0152	$4.484 \times 10^{-4}$	1.0950
35 - 45	112.925	0.0248	$-1.469 \times 10^{-3}$	1.1290

### 1.2.3.6. Correlación de Al-Marhoun, M.A.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = [185.84321p(\gamma_g)^{1.87784}(\gamma_o)^{-3.1437}(T)^{-1.32657}]^{1.3984} \quad (1.66)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.3.7. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = [0.11956 \times 10^{-3} p(\gamma_g)^{1.01049}(\gamma_o)^{-0.107991}(T)^{0.952584}]^{1.3811} \quad (1.67)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.3.8. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = \left[ \gamma_g^{0.8439} \left( \frac{P}{112.727} + 12.34 \right) 10^{((7.916 \times 10^{-4}) (\text{°API}^{1.5410}) - (4.561 \times 10^{-5})(T^{1.3911}))} \right]^{1.73184} \quad (1.68)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $°API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $°API$ ]

### 1.2.3.9. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{g100}^{C_2} \cdot p^{(1/C_4)} \cdot 10^{\left( \frac{C_3 \cdot \text{°API}}{T + 460} \right)} \quad (1.69)$$

donde:

- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $°F$ ]
- $°API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $°API$ ]

## 1.2.4. Ejercicios resueltos ( $R_s$ )

1.- Se realizó una prueba de muestreo en agujero descubierto con un intervalo productor de 2,068 a 2,078 m.b.m.r.<sup>2</sup> con una presión a nivel medio del intervalo productor de 220.8 [ $kg/cm^2$ ], una densidad del aceite de 0.8541 [ $gr/cm^3$ ], una presión de burbuja de 144.2 [ $kg/cm^2$ ], densidad relativa del gas de 0.8665 y una temperatura de 84 [ $°C$ ]. Además se sabe que la presión de separación es de 100 [ $psia$ ].

Determinar la relación de solubilidad ( $R_s$ ), utilizar las correlaciones de Standing, M.B., Vázquez, M.E. & Beggs, H.D., Lasater, J.A., Glaso, O., TOTAL, C.F.P., Al-Marhoun, M.A., Dokla, M.E. & Osman, M.E., Petrosky, G.E., Jr & Farshad, F.F., y de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

**Solución:**

#### Paso 1:

Realizar las conversiones necesarias para poder ingresar en cada correlación con las unidades correspondientes.

$$\rho_o = 0.8541 \left[ \frac{gr}{cm^3} \right] = 53.8083 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

$$\gamma_o = 0.8623 [adim.]$$

<sup>2</sup>metros bajo mesa rotaria

$$^{\circ}API = 32.596 [^{\circ}API]$$

$$p_b = 144.2 \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] = 2050.524 [psia]$$

$$\gamma_g = 0.8665 [adim.]$$

$$T = 84 [^{\circ}C] = 183.2 [^{\circ}F] = 642.87 [^{\circ}R]$$

*Nota: El paso 1 se aplicará para todas las correlaciones, por lo que cada correlación iniciará a partir del paso 2.*

#### 1.2.4.1. Correlación de Standing, M.B.

##### Paso 2:

De la ec. (1.56):

$$R_s = \gamma_g \left[ \left( \frac{p}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(^{\circ}API) - 0.00091T} \right]^{1.2048}$$

##### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.56):

$$R_s = 0.8665 \left[ \left( \frac{2050.524}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(32.596) - 0.00091(183.2)} \right]^{1.2048}$$

##### Paso 4:

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 508.47 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

#### 1.2.4.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

##### Paso 2:

De la ec. (1.57) y la ec. (1.38):

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{g100} \cdot p^{C_2} \cdot e^{\left( \frac{C_3 \cdot ^{\circ}API}{T + 460} \right)}$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 5.912x10^{-5} (^{\circ}API) T_{sep} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

##### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.38):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 5.912x10^{-5} 32.596(60) \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8605 [adim.]$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.57) y utilizar los valores de la Tabla (1.11):

$$R_s = (0.0178)(0.8605)(2050.524)^{1.1870} e^{\left(\frac{(23.931)(32.596)}{183.2 + 460}\right)}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 439.59 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

**1.2.4.3. Correlación de Lasater, J.A.**

**Paso 2:**

Determinar  $\frac{p\gamma_g}{T}$ :

$$\frac{2050.524 * 0.8665}{642.87} = 2.7638$$

**Paso 3:**

Cómo  $\frac{p\gamma_g}{T} < 3.29$ , utilizar la ec. (1.59):

$$y_g = 0.359 \ln \left( \frac{1.473p\gamma_g}{T} + 0.476 \right)$$

**Paso 4:**

Sustituir en la (1.59):

$$y_g = 0.359 \ln \left( \frac{1.473 * 2050.524 * 0.8665}{642.87} + 0.476 \right)$$

$$y_g = 0.5437$$

**Paso 5:**

Por tener  $^{\circ}API = 32.596$ , utilizar la ec. (1.61):

$$M_o = 630 - 10(^{\circ}API)$$

**Paso 6:**

Sustituir en la ec. (1.61):

$$M_o = 630 - 10(32.596)$$

$$M_o = 304.04$$

**Paso 7:**

De la ec. (1.58):

$$R_s = \left( \frac{132755\gamma_o}{M_o} \right) \left( \frac{y_g}{1 - y_g} \right)$$

**Paso 8:**

Sustituir  $y_g$  y  $M_o$  en la ec. (1.58):

$$R_s = \left( \frac{132755 * 0.8623}{304.04} \right) \left( \frac{0.5437}{1 - 0.5437} \right)$$

**Paso 9:**

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 448.63 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

---

#### 1.2.4.4. Correlación de Glaso, O.

##### Paso 2:

De la ec. (1.63) y la ec. (1.64):

$$R_s = \gamma_g \left[ F \left( \frac{^{\circ}API^{0.989}}{T^{0.172}} \right) \right]^{1.2255}$$

y;

$$F = 10^{[2.8869 - (14.1811 - 3.3093 \log(p))^{0.5}]}$$

##### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.64):

$$F = 10^{[2.8869 - (14.1811 - 3.3093 \log(2050.524))^{0.5}]}$$

$$F = 12.3636$$

##### Paso 4:

Sustituir  $F$  en la ec. (1.63):

$$R_s = 0.8665 \left[ 12.3636 \left( \frac{32.596^{0.989}}{183.2^{0.172}} \right) \right]^{1.2255}$$

##### Paso 5:

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 429.71 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

#### 1.2.4.5. Correlación de TOTAL, C.F.P.

##### Paso 2:

De la ec. (1.65):

$$R_s = \gamma_g \left[ \frac{p}{C_1} 10^{(C_2 \cdot ^{\circ}API - C_3 \cdot T)} \right]^{C_4}$$

##### Paso 3:

Utilizar los valores de las constantes de la Tabla (1.23) y sustituir en la ec. (1.65):

$$R_s = 0.8665 \left[ \frac{2050.524}{15.0057} 10^{(0.0152 \cdot 32.596 - 4.484 \cdot 10^{-4} \cdot 183.2)} \right]^{1.0950}$$

##### Paso 4:

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 535.59 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

#### 1.2.4.6. Correlación de Al-Marhoun, M.A.

##### Paso 2:

De la ec. (1.66):

$$R_s = [185.84321p(\gamma_g)^{1.87784}(\gamma_o)^{-3.1437}(T)^{-1.32657}]^{1.3984}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.66):

$$R_s = [185.84321 * 2050.524 * (0.8665)^{1.87784} (0.8623)^{-3.1437} (642.87)^{-1.32657}]^{1.3984}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 518.37 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

**1.2.4.7. Correlación Dokla, M.E. & Osman, M.E.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.67):

$$R_s = [0.11956x10^{-3} p(\gamma_g)^{1.01049} (\gamma_o)^{-0.107991} (T)^{0.952584}]^{1.3811}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.67):

$$R_s = [0.11956x10^{-3} * 2050.524 * (0.8665)^{1.01049} (0.8623)^{-0.107991} (642.87)^{0.952584}]^{1.3811}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 594.18 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

**1.2.4.8. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.68):

$$R_s = \left[ \gamma_g^{0.8439} \left( \frac{p}{112.727} + 12.34 \right) 10^{(7.916x10^{-4} \circ API^{1.5410} - 4.561x10^{-5} T^{1.3911})} \right]^{1.73184}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.68):

$$R_s = \left[ 0.8665^{0.8439} \left( \frac{2050.524}{112.727} + 12.34 \right) 10^{(7.916x10^{-4} 32.596^{1.5410} - 4.561x10^{-5} 183.2^{1.3911})} \right]^{1.73184}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 460.91 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

---

### 1.2.4.9. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

#### Paso 2:

De la ec. (1.69) y la ec. (1.52):

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{g100}^{C_2} \cdot p^{(1/C_4)} \cdot 10 \left( \frac{C_3 \cdot {}^\circ API}{T + 460} \right)$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 0.1595({}^\circ API)^{0.4078} T_{sep}^{-0.2466} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

#### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.52):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 0.1595(32.596)^{0.4078} (60)^{-0.2466} \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8540 [adim.]$$

#### Paso 4:

Sustituir en la ec. (1.69) y utilizar los valores de la Tabla (1.20):

$$R_s = (0.03150)(0.8540)^{0.7587} (2050.524)^{(1/0.9143)} 10 \left( \frac{11.2895 \cdot 32.596}{183.2 + 460} \right)$$

#### Paso 5:

Finalmente, se obtiene:

$$R_s = 437.25 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

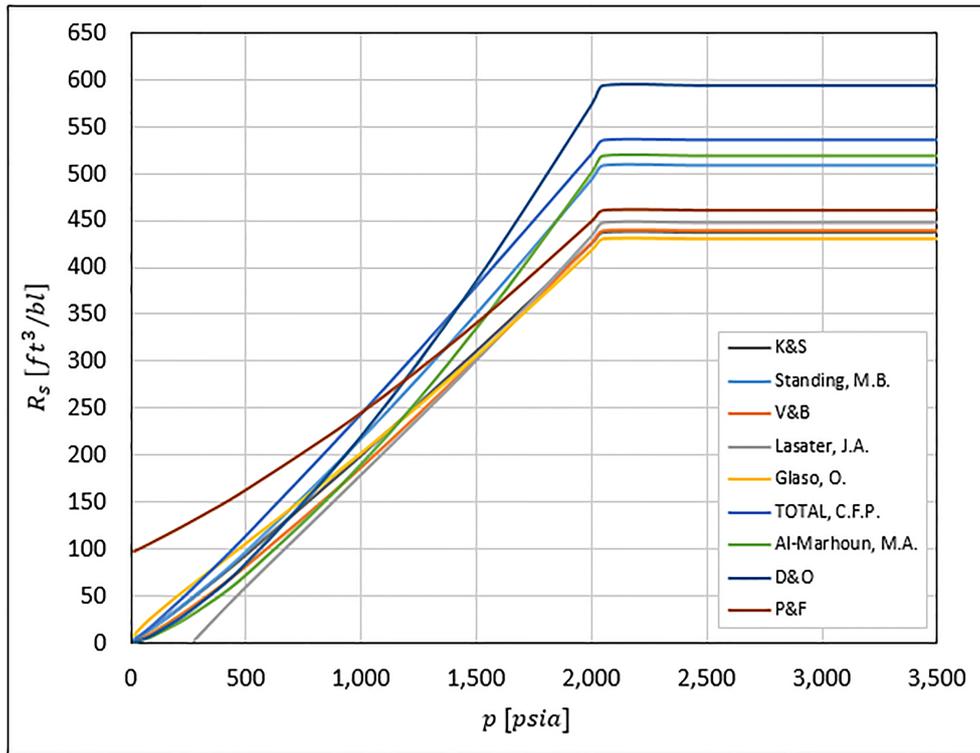
**Tabla 1.24: Resumen de los resultados de  $R_s$**

Correlación	$R_s [ft^3/bl]$
Standing, M.B.	508.47
Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	439.59
Lasater, J.A.	448.63
Glaso, O.	429.71
TOTAL, C.F.P.	535.59
Al-Marhoun, M.A.	518.37
Dokla, M.E & Osman, M.E.	594.18
Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.	460.91
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	437.25

2.- Con las correlaciones que se mencionaron en esta sección, desarrollar la gráfica de la relación de solubilidad para cada correlación.

**Tabla 1.25: Resultados de la relación de solubilidad ( $R_s$ ) a diferentes presiones**

Presión [psia]	Standing, M.B.	V&B	Lasater, J.A.	Glaso, O.	TOTAL, C.F.P.	Al-Marhoun, M.A.	D&O	P&F	K&S
3500	508.47	439.61	448.63	429.71	535.69	518.37	594.18	460.91	437.25
3000	508.47	439.61	448.63	429.71	535.69	518.37	594.18	460.91	437.25
2500	508.47	439.61	448.63	429.71	535.69	518.37	594.18	460.91	437.25
2050.52	508.47	439.61	448.63	429.71	535.69	518.37	594.18	460.91	437.25
2000	493.60	426.76	434.40	417.80	521.16	500.60	574.06	449.25	425.48
1500	350.78	303.31	301.89	305.34	380.33	334.79	385.83	340.81	310.62
1000	217.39	187.44	179.93	201.96	243.97	189.90	220.39	245.29	199.35
500	97.14	82.32	60.27	105.88	114.21	72.03	84.61	163.39	93.40
300	54.54	44.89	9.58	68.37	65.28	35.26	41.78	134.63	53.42
290	52.53	43.12	6.94	66.48	62.90	33.63	39.87	133.26	51.48
285	51.53	42.24	5.62	65.54	61.71	32.82	38.93	132.57	50.51
280	50.53	41.36	4.29	64.59	60.53	32.02	37.99	131.89	49.54
275	49.53	40.49	2.96	63.64	59.34	31.22	37.05	131.21	48.57
250	44.61	36.15		58.88	53.46	27.32	32.48	127.81	43.76
200	35.05	27.74		49.24	41.87	20.00	23.87	121.15	34.28
100	17.29	12.18		29.00	19.60	7.58	9.16	108.26	16.06
50	9.37	5.35		17.67	9.17	2.87	3.51	102.05	7.52
14.7	4.38	1.25		7.87	2.40	0.51	0.64	97.76	1.97

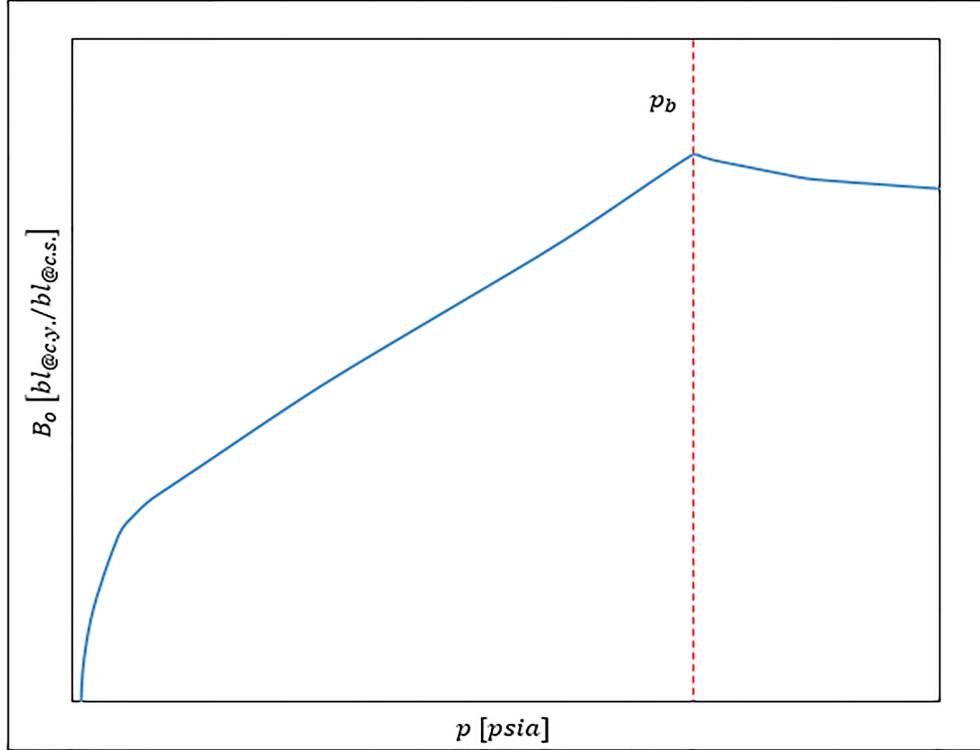


**Fig. 1.8: Resultado gráfico de la relación de solubilidad ( $R_s$ )**

### 1.2.5. Factor de volumen del aceite, $B_o$

El factor de volumen del aceite ( $B_o$ ) es la relación que existe entre el volumen que se tiene de aceite a condiciones de yacimiento (generalmente en  $bl_{@c.y.}$ ) y el volumen del mismo aceite a condiciones estándar (generalmente en  $bl_{@c.s.}$ ).

El comportamiento característico del  $B_o$  vs  $p$  se observa en la **Fig. 1.9**.



**Fig. 1.9:** Comportamiento típico de  $B_o$  vs presión a temperatura constante

#### 1.2.5.1. Correlación de Standing, M.B.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 0.9759 + 0.00012 \left[ R_{sb} \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.5} + 1.25 T \right]^{1.2} \quad (1.70)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ ,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ ,  $[ft^3/bl]$
- $T$  : Temperatura del yacimiento,  $[^{\circ}F]$
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas,  $[adim]$
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite,  $[adim]$

#### 1.2.5.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 1 + C_1 R_{sb} + C_2 (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_{g100}} \right) + C_3 R_{sb} (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_{g100}} \right) \quad (1.71)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

**Tabla 1.26: Valores de las constantes  $C_1, C_2$  y  $C_3$**

Constantes	$^{\circ}API \leq 30$	$^{\circ}API > 30$
$C_1$	$4.677 \times 10^{-4}$	$4.67 \times 10^{-4}$
$C_2$	$1.751 \times 10^{-5}$	$1.100 \times 10^{-5}$
$C_3$	$-1.8106 \times 10^{-8}$	$1.3370 \times 10^{-9}$

### 1.2.5.3. Correlación de Glaso, O.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 1.0 + 10^{[-6.58511 + 2.91329 \log(F) - 0.27683(\log(F))^2]} \quad (1.72)$$

y;

$$F = R_{sb} \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.526} + 0.968T \quad (1.73)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.5.4. Correlación de TOTAL, C.F.P.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 1.022 + 4.857 \times 10^{-4} R_{sb} - 2.009 \times 10^{-6} (F) + 17.569 \times 10^{-9} R_{sb}(F) \quad (1.74)$$

y;

$$F = (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_g} \right) \quad (1.75)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

---

### 1.2.5.5. Correlación de Al-Marhoun, M.A.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 0.497069 + 0.862963x10^{-3} T + 0.182594x10^{-2} F + 0.318099x10^{-5} F^2 \quad (1.76)$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.742390} \gamma_g^{0.323284} \gamma_o^{-1.202040} \quad (1.77)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.5.6. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 0.431935x10^{-1} + 0.156667x10^{-2} T + 0.139775x10^{-2} F + 0.380525x10^{-5} F^2 \quad (1.78)$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.773572} \gamma_g^{0.40402} \gamma_o^{-0.882605} \quad (1.79)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.5.7. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 1.0113 + 7.2046x10^{-5} F^{3.0936} \quad (1.80)$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.3738} \left( \frac{\gamma_g^{0.2914}}{\gamma_o^{0.6265}} \right) + 0.24626 T^{0.5371} \quad (1.81)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.5.8. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$B_{ob} = 0.98496 + 1.0 \times 10^{-4} F^{1.5} \quad (1.82)$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.755} \cdot \gamma_{g100}^{0.25} \cdot \gamma_o^{-1.5} + 0.45 T \quad (1.83)$$

donde:

- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_{sb}$  : Relación de solubilidad a  $p \geq p_b$ , [ $ft^3/bl$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

Para determinar  $B_o$  a presiones mayores que la presión de burbuja ( $p > p_b$ ), hacer uso de la siguiente ecuación:

$$B_o = B_{ob} e^{[C_o(p_b-p)]} \quad (1.84)$$

donde:

- $B_o$  : Factor de volumen del aceite a  $p > p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $B_{ob}$  : Factor de volumen del aceite a  $p_b$ , [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $p_b$  : Presión de burbuja, [ $psia$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $C_o$  : Compresibilidad isotérmica del aceite, [ $psi^{-1}$ ]

### 1.2.6. Ejercicios resueltos ( $B_o$ )

1.- Se realizó una prueba de muestreo en agujero descubierto con un intervalo productor de 2,068 a 2,078 m.b.m.r.<sup>3</sup>, con una presión a nivel medio del intervalo productor de 220.8 [ $kg/cm^2$ ], una densidad del aceite de 0.8541 [ $gr/cm^3$ ], presión de burbuja 144.2 [ $kg/cm^2$ ], relación gas disuelto de 67.3 [ $m^3/m^3$ ], densidad relativa del gas de 0.8665 y una temperatura de 84 [ $^{\circ}C$ ]. Además se sabe que la presión de separación es de 100 [ $psia$ ].

Determinar el factor de volumen del aceite ( $B_o$ ), utilizar las correlaciones de Standing, M.B., Vázquez, M.E. & Beggs, H.D., Glaso, O., TOTAL, C.F.P., Al-Marhoun, M.A., Dokla, M.E. & Osman, M.E., Petrosky, G.E., Jr & Farshad, F.F., y de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

**Solución:**

**Paso 1:**

Realizar las conversiones necesarias para poder ingresar en cada correlación con las unidades correspondientes.

$$\rho_o = 0.8541 \left[ \frac{gr}{cm^3} \right] = 53.8083 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

<sup>3</sup>metros bajo mesa rotaria

$$\gamma_o = 0.8623 \text{ [adim.]}$$

$$^{\circ}API = 32.596 \text{ [}^{\circ}API\text{]}$$

$$R_{sb} = 67.3 \left[ \frac{m^3}{m^3} \right] = 377.8916 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

$$p_b = 144.2 \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] = 2050.524 \text{ [psia]}$$

$$\gamma_g = 0.8665 \text{ [adim.]}$$

$$T = 84 \text{ [}^{\circ}C\text{]} = 183.2 \text{ [}^{\circ}F\text{]} = 642.87 \text{ [}^{\circ}R\text{]}$$

*Nota: El paso 1 se aplicará para todas las correlaciones, por lo que cada correlación iniciará a partir del paso 2.*

### 1.2.6.1. Correlación de Standing, M.B.

#### Paso 2:

De la ec. (1.70):

$$B_{ob} = 0.9759 + 0.00012 \left[ R_{sb} \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.5} + 1.25 T \right]^{1.2}$$

#### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.70):

$$B_{ob} = 0.9759 + 0.00012 \left[ 377.8916 \left( \frac{0.8665}{0.8623} \right)^{0.5} + 1.25 (183.2) \right]^{1.2}$$

#### Paso 4:

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2307 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

### 1.2.6.2. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

#### Paso 2:

De la ec. (1.71) y la ec. (1.38):

$$B_{ob} = 1 + C_1 R_{sb} + C_2 (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_{g100}} \right) + C_3 R_{sb} (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_{g100}} \right)$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1 + 5.912 \times 10^{-5} (^{\circ}API) T_{sep} \log \left( \frac{P_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

#### Paso 3:

Sustituir en la ec. (1.38):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 5.912 \times 10^{-5} (32.596) (60) \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8605 [adim]$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.71) y utilizar los valores de la Tabla (1.26):

$$B_{ob} = 1 + 4.67x10^{-4} \cdot 377.8916 + 1.100x10^{-5} (183.2 - 60) \left( \frac{32.596}{0.8605} \right) + \dots$$

$$1.3370x10^{-9} \cdot 377.8916 (183.2 - 60) \left( \frac{32.596}{0.8605} \right)$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2301 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

**1.2.6.3. Correlación de Glaso, O.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.72) y la ec. (1.73):

$$B_{ob} = 1.0 + 10^{[-6.58511+2.91329 \log(F)-0.27683(\log(F))^2]}$$

y;

$$F = R_{sb} \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.526} + 0.968T$$

**Paso 3:**

Sustituir en la (1.73):

$$F = (377.8916) \left( \frac{0.8665}{0.8623} \right)^{0.526} + 0.968(183.2)$$

$$F = 556.1962$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.72):

$$B_{ob} = 1.0 + 10^{[-6.58511+2.91329 \log(556.1962)-0.27683(\log(556.1962))^2]}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2119 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

**1.2.6.4. Correlación de TOTAL, C.F.P.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.74) y la ec. (1.75):

$$B_{ob} = 1.022 + 4.857x10^{-4}R_{sb} - 2.009x10^{-6}(F) + 17.569x10^{-9}R_{sb}(F)$$

y;

$$F = (T - 60) \left( \frac{^{\circ}API}{\gamma_g} \right)$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.75):

$$F = (183.2 - 60) \left( \frac{32.596}{0.8665} \right)$$

$$F = 4634.5380$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.74):

$$B_{ob} = 1.022 + 4.857 \times 10^{-4} (377.8916) - 2.009 \times 10^{-6} (4634.5380) + 17.569 \times 10^{-9} (377.8916) (4634.5380)$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2270 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

### 1.2.6.5. Correlación de Al-Marhoun, M.A.

**Paso 2:**

De la ec. (1.76) y la ec. (1.77):

$$B_{ob} = 0.497069 + 0.862963 \times 10^{-3} T + 0.182594 \times 10^{-2} F + 0.318099 \times 10^{-5} F^2$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.742390} \gamma_g^{0.323284} \gamma_o^{-1.202040}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.77):

$$F = 377.8916^{0.742390} 0.8665^{0.323294} 0.8623^{-1.202040}$$

$$F = 93.4617$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.76):

$$B_{ob} = 0.497069 + 0.862963 \times 10^{-3} (642.87) + 0.182594 \times 10^{-2} (93.4617) + 0.318099 \times 10^{-5} (93.4617)^2$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2502 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

### 1.2.6.6. Correlación de Dokla, M.E. & Osman, M.E.

**Paso 2:**

De la ec. (1.78) y la ec. (1.79):

$$B_{ob} = 0.431935 \times 10^{-1} + 0.156667 \times 10^{-2} T + 0.139775 \times 10^{-2} F + 0.380525 \times 10^{-5} F^2$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.773572} \gamma_g^{0.40402} \gamma_o^{-0.882605}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.79):

$$F = 377.8916^{0.773572} 0.8665^{0.40402} 0.8623^{-0.882605}$$

$$F = 106.0289$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.78):

$$B_{ob} = 0.431935x10^{-1} + 0.156667x10^{-2} (642.87) + 0.139775x10^{-2} (106.0289) + 0.380525x10^{-5} (106.0289)^2$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2413 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

**1.2.6.7. Correlación de Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.80) y la ec. (1.81):

$$B_{ob} = 1.0113 + 7.2046x10^{-5} F^{3.0936}$$

y;

$$F = R_{sb}^{0.3738} \left( \frac{\gamma_g^{0.2914}}{\gamma_o^{0.6265}} \right) + 0.24626 T^{0.5371}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.81):

$$F = (377.8916)^{0.3738} \left( \frac{0.8665^{0.2914}}{0.8623^{0.6265}} \right) + 0.24626(183.2)^{0.5371}$$

$$F = 13.3215$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.80):

$$B_{ob} = 1.0113 + 7.2046x10^{-5}(13.3215)^{3.0936}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2283 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

### 1.2.6.8. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt,Z.

**Paso 2:**

De la ec. (1.82), ec. (1.83) y la ec. (1.52):

$$B_{ob} = 0.98496 + 1.0x10^{-4} F^{1.5}$$

$$F = R_{sb}^{0.755} \gamma_{g100}^{0.25} \gamma_o^{-1.5} + 0.45 T$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 0.1595(^{\circ}API)^{0.4078} T_{sep}^{-0.2466} \log \left( \frac{P_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.52):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 0.1595(32.596)^{0.4078} (60)^{-0.2466} \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8540 [adim]$$

**Paso 4:**

Sustituir  $\gamma_{g100}$  en la ec. (1.83):

$$F = 377.8916^{0.755} 0.8540^{0.25} 0.8623^{-1.5} + 0.45(183.2)$$

$$F = 188.4359$$

**Paso 5:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.82):

$$B_{ob} = 0.98496 + 1.0x10^{-4} 188.4359^{1.5}$$

**Paso 6:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_{ob} = 1.2436 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

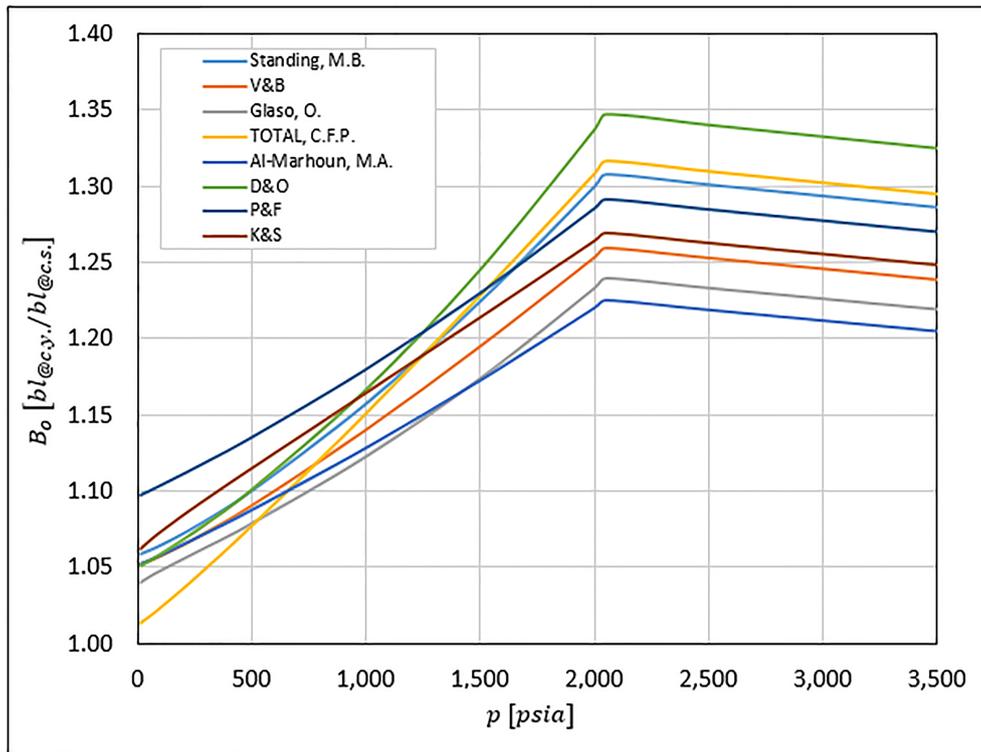
**Tabla 1.27: Resumen de los resultados del factor de volumen ( $B_o$ )**

Correlación	$B_{ob} [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
Standing, M.B.	1.2307
Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	1.2301
Glaso, O.	1.2119
TOTAL, C.F.P.	1.2270
Al-Marhoun, M.A.	1.2502
Dokla, M.E & Osman, M.E.	1.2413
Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.	1.2283
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	1.2436

2.- Con las correlaciones que se mencionaron en esta sección, desarrollar la gráfica del factor de volumen del aceite para cada correlación.

**Tabla 1.28:**  $B_{ob}$  vs  $p$

Presión [psia]	Standing, M.B.	V & B	Glaso, O.	TOTAL, C.F.P.	Al-Marhoun, M.A.	D & O	P & F	K & S
3500	1.286	1.238	1.219	1.294	1.204	1.324	1.269	1.248
3000	1.293	1.245	1.226	1.302	1.211	1.332	1.277	1.255
2500	1.301	1.252	1.233	1.309	1.218	1.339	1.284	1.262
2050.52	1.308	1.259	1.239	1.316	1.224	1.346	1.291	1.269
2000	1.300	1.253	1.233	1.308	1.219	1.336	1.285	1.264
1500	1.224	1.194	1.174	1.228	1.172	1.245	1.229	1.214
1000	1.157	1.140	1.122	1.151	1.128	1.166	1.179	1.164
500	1.100	1.090	1.078	1.077	1.087	1.101	1.135	1.115
300	1.081	1.072	1.062	1.049	1.072	1.078	1.119	1.095
290	1.080	1.071	1.062	1.048	1.072	1.077	1.118	1.094
285	1.079	1.071	1.061	1.047	1.071	1.077	1.117	1.093
280	1.079	1.070	1.061	1.047	1.071	1.076	1.117	1.093
275	1.079	1.070	1.060	1.046	1.071	1.076	1.117	1.092
250	1.076	1.068	1.058	1.043	1.069	1.073	1.115	1.089
200	1.072	1.064	1.055	1.036	1.065	1.068	1.111	1.084
100	1.064	1.057	1.047	1.023	1.058	1.058	1.103	1.073
50	1.061	1.053	1.043	1.017	1.055	1.054	1.100	1.067
14.7	1.059	1.051	1.039	1.014	1.052	1.051	1.097	1.062



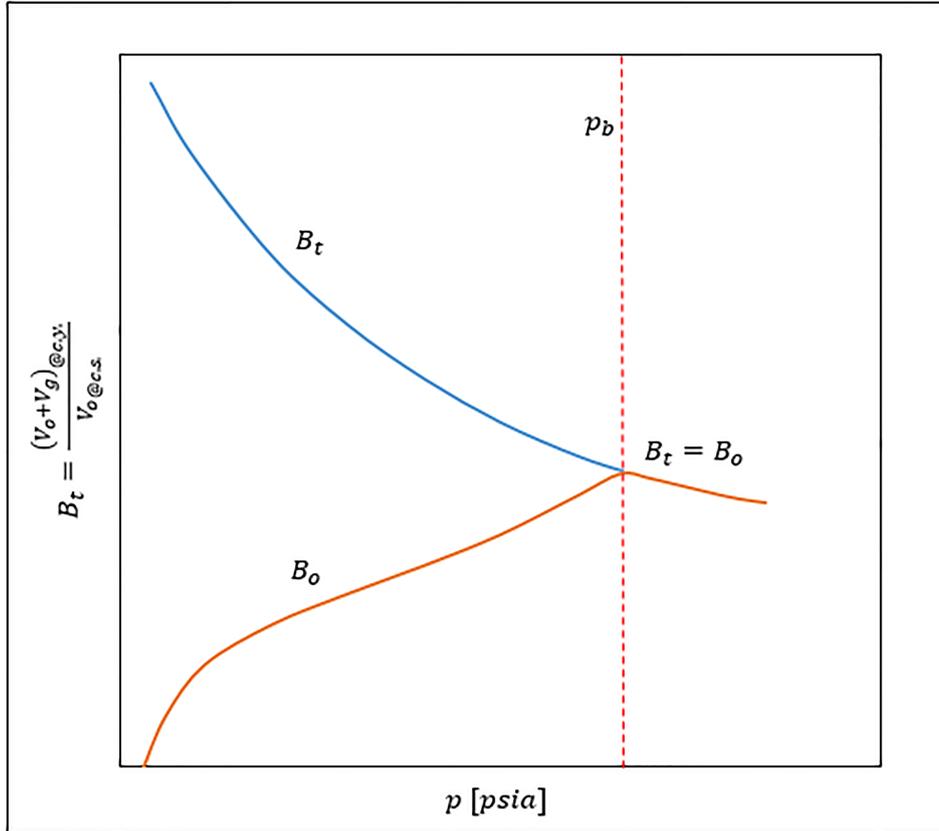
**Fig. 1.10:** Resultados de  $B_o$  vs  $p$

### 1.2.7. Factor de volumen total, $B_t$

Es el volumen total de la mezcla de hidrocarburos, es decir, el volumen de aceite más el volumen de gas a presión y temperatura de yacimiento, entre el volumen de aceite a condiciones estándar.

$$B_t = \frac{(V_o + V_g)_{@c.y.}}{V_{o@c.s.}} \quad (1.85)$$

El comportamiento característico del  $B_t$  vs  $p$  se observa en la **Fig. 1.11**.



**Fig. 1.11: Comportamiento típico de  $B_t$  vs presión a temperatura constante**

El factor de volumen total puede determinarse mediante la siguiente ecuación:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g \quad (1.86)$$

donde:

- $B_t$  : Factor de volumen total,  $[(bl_{aceite} + bl_{gas})_{@c.y.} / bl_{aceite@c.s.}]$
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite,  $[bl_{aceite@c.y.} / bl_{aceite@c.s.}]$
- $B_g$  : Factor de volumen del gas a  $p$  y  $T$ ,  $[bl_{gas@c.y.} / bl_{gas@c.s.}]$
- $R_{si}$  : Relación de solubilidad a  $p_i$ ,  $[bl_{gas@c.s.} / bl_{aceite@c.s.}]$
- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p$ ,  $[bl_{gas@c.s.} / bl_{aceite@c.s.}]$

Las siguientes correlaciones permiten obtener el factor de volumen total:

#### 1.2.7.1. Correlación de Glaso, O.

La correlación es la siguiente:

$$B_t = 10^{[8.0135x10^{-2}+4.7257x10^{-1} \log(F)+1.7351x10^{-1}(\log(F))^2]} \quad (1.87)$$

y;

$$F = R_s \left( \frac{T^{0.5}}{\gamma_g^{0.3}} \right) p^{-1.1089} \gamma_o^{2.9x10^{-0.00027R_s}} \quad (1.88)$$

donde:

- $B_t$  : Factor de volumen total, [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_s$  : Relación gas disuelto - aceite, [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

### 1.2.7.2. Correlación de Al-Marhoun, M.A.

La correlación es la siguiente:

$$B_t = 0.314693 + 0.106253x10^{-4}F + 0.18883x10^{-10}F^2 \quad (1.89)$$

y;

$$F = R_s^{0.644516} \gamma_g^{-1.07934} \gamma_o^{0.724874} p^{-0.76191} T^{2.00621} \quad (1.90)$$

donde:

- $B_t$  : Factor de volumen total, [ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
- $R_s$  : Relación gas disuelto - aceite, [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}R$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite, [ $adim$ ]

---

### 1.2.8. Ejercicios resueltos ( $B_t$ )

1.- Se realizó una prueba de muestreo en agujero descubierto con un intervalo productor de 2,068 a 2,078 m.b.m.r.<sup>4</sup>, con una presión a nivel medio del intervalo productor de 220.8 [kg/cm<sup>2</sup>], una densidad del aceite de 0.8541 [gr/cm<sup>3</sup>], presión de burbuja 144.2 [kg/cm<sup>2</sup>], relación gas disuelto de 67.3 [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>], densidad relativa del gas de 0.8665 y una temperatura de 84 [°C]. Además se sabe que la presión de separación es de 100 [psia].

Determinar el factor de volumen total del aceite ( $B_t$ ), utilizar las correlaciones de Glaso, O. y Al-Marhoun, M.A.

#### Solución:

##### Paso 1:

Realizar las conversiones necesarias para poder ingresar en cada correlación con las unidades correspondientes.

$$\rho_o = 0.8541 \left[ \frac{gr}{cm^3} \right] = 53.8083 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

$$\gamma_o = 0.8623 [adim.]$$

$$^\circ API = 32.596 [^\circ API]$$

$$R_s = 67.3 \left[ \frac{m^3}{m^3} \right] = 377.8916 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

$$p_b = 144.2 \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] = 2050.524 [psia]$$

$$\gamma_g = 0.8665 [adim.]$$

$$T = 84 [^\circ C] = 183.2 [^\circ F] = 642.87 [^\circ R]$$

*Nota: El paso 1 se aplicará para todas las correlaciones, por lo que cada correlación iniciará a partir del paso 2.*

#### 1.2.8.1. Correlación de Glaso, O.

##### Paso 2:

De la ec. (1.87) y la ec. (1.88):

$$B_t = 10^{[8.0135x10^{-2}+4.7257x10^{-1} \log(F)+1.7351x10^{-1}(\log(F))^2]}$$

y;

$$F = R_s \left( \frac{T^{0.5}}{\gamma_g^{0.3}} \right) p^{-1.1089} \gamma_o^{2.9x10^{-0.0027R_s}}$$

---

<sup>4</sup>metros bajo mesa rotaria.

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.88):

$$F = 377.8916 \left( \frac{183.2^{0.5}}{0.8665^{0.3}} \right) (2050.524)^{-1.1089} (0.8623)^{2.9x10^{[-0.00027(377.8916)']}}$$

$$F = 0.8081$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.87):

$$B_t = 10^{[8.0135x10^{-2}+4.7257x10^{-1} \log(0.8081)+1.7351x10^{-1}(\log(0.8081))^2]}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_t = 1.0911 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

**1.2.8.2. Correlación de Al-Marhoun, M.A.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.89) y la ec. (1.90):

$$B_t = 0.314693 + 0.106253x10^{-4}F + 0.18883x10^{-10}F^2$$

y;

$$F = R_s^{0.644516} \gamma_g^{-1.07934} \gamma_o^{0.724874} p^{-0.76191} T^{2.00621}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.90):

$$F = (377.8916)^{0.644516} (0.8665)^{-1.07934} (0.8623)^{0.724874} (2050.524)^{-0.76191} (642.87)^{2.00621}$$

$$F = 61,947.75$$

**Paso 4:**

Sustituir  $F$  en la ec. (1.89):

$$B_t = 0.314693 + 0.106253x10^{-4}(61,947.75) + 0.18883x10^{-10}(61,947.75)^2$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$B_t = 1.0453 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

**Tabla 1.29: Resumen de los resultados de  $B_t$**

Correlación	$B_t [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
Glaso, O.	1.0911
Al-Marhoun, M.A.	1.0453

### 1.2.9. Compresibilidad isotérmica del aceite, $C_o$

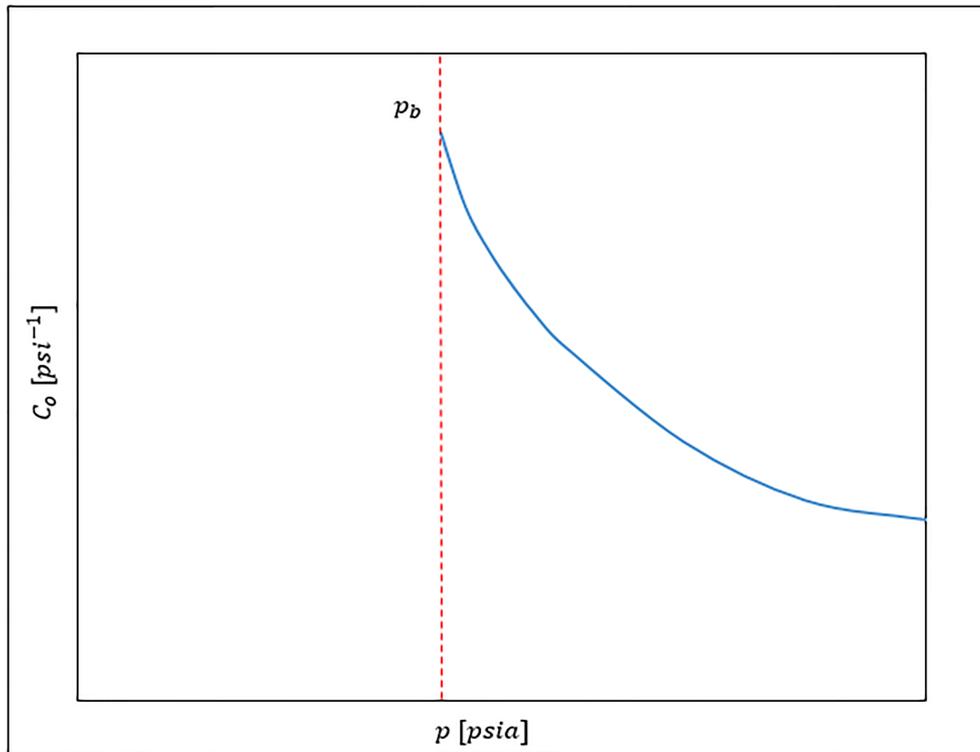
La compresibilidad isotérmica de un fluido es definida como el aumento o reducción en el volumen del fluido ocasionado por un cambio en la presión del sistema a una temperatura constante, es decir:

$$c = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (1.91)$$

donde:

$V$  : Volumen, [ $ft^3$ ]  
 $p$  : Presión, [ $psia$ ]  
 $T$  : Temperatura, [ $^{\circ}F$ ]

El comportamiento característico de  $C_o$  vs  $p$  para un yacimiento bajosaturado se observa en la **Fig. 1.12**.



**Fig. 1.12:** *Comportamiento típico de  $C_o$  vs presión a temperatura constante.*

Las siguientes correlaciones permiten determinar  $C_o$  a presiones mayores que la presión de burbuja ( $p > p_b$ ).

#### 1.2.9.1. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

La correlación es la siguiente:

$$C_o = \frac{-1433 + 5R_s + 17.2T - 1180\gamma_{g100} + 12.61^{\circ}API}{p \times 10^5} \quad (1.92)$$

donde:

- $C_o$  : Compresibilidad isotérmica del aceite, [ $psi^{-1}$ ]
- $R_s$  : Relación de solubilidad, [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

### 1.2.9.2. Correlación de Petrosky, G.E, Jr. & Farshad, F.F.

La correlación es la siguiente:

$$C_o = 1.705 \times 10^{-7} \cdot R_s^{0.69357} \cdot \gamma_g^{0.1885} \cdot ^{\circ}API^{0.3272} \cdot T^{0.6729} \cdot p^{-0.5906} \quad (1.93)$$

donde:

- $C_o$  : Compresibilidad isotérmica del aceite, [ $psi^{-1}$ ]
- $R_s$  : Relación gas disuelto - aceite, [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [ $adim$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

### 1.2.9.3. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$C_o = \frac{6.8257 \cdot R_s^{0.5002} \cdot ^{\circ}API^{0.3613} \cdot T^{0.76606} \cdot \gamma_{g100}^{0.35505}}{p \times 10^6} \quad (1.94)$$

donde:

- $C_o$  : Compresibilidad isotérmica del aceite, [ $psi^{-1}$ ]
- $R_s$  : Relación de solubilidad, [ $ft^3/bl$ ]
- $p$  : Presión de interés, [ $psia$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]
- $\gamma_{g100}$  : Gravedad específica del gas corregida a 100 psia, [ $adim$ ]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]

## 1.2.10. Ejercicios resueltos ( $C_o$ )

1.- Se realizó una prueba de muestreo en agujero descubierto con un intervalo productor de 2,068 a 2,078 m.b.m.r.<sup>5</sup>, con una presión a nivel medio del intervalo productor de 220.8 [ $kg/cm^2$ ], una densidad del aceite de 0.8541 [ $gr/cm^3$ ], presión de burbuja 144.2 [ $kg/cm^2$ ], relación gas disuelto de 67.3 [ $m^3/m^3$ ], densidad relativa del gas de 0.8665 y una temperatura de 84 [ $^{\circ}C$ ]. Además se sabe que la presión de separación es de 100 [ $psia$ ].

Determinar la compresibilidad isotérmica del aceite a una presión de 2200 [ $psia$ ] utilizar las correlaciones de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D., Petrosky, G.E., Jr & Farshad, F.F., y de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

**Solución:**

---

<sup>5</sup>metros bajo mesa rotaria.

---

**Paso 1:**

Realizar las conversiones necesarias para poder ingresar en cada correlación con las unidades correspondientes.

$$\rho_o = 0.8541 \left[ \frac{gr}{cm^3} \right] = 53.8083 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

$$\gamma_o = 0.8623 [adim]$$

$$^{\circ}API = 32.596 [^{\circ}API]$$

$$R_s = 67.3 \left[ \frac{m^3}{m^3} \right] = 377.8916 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

$$p_b = 144.2 \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] = 2050.524 [psia]$$

$$\gamma_g = 0.8665 [adim]$$

$$T = 84 [^{\circ}C] = 183.2 [^{\circ}F] = 642.87 [^{\circ}R]$$

*Nota: El paso 1 se aplicará para todas las correlaciones, por lo que cada correlación iniciará a partir del paso 2.*

**1.2.10.1. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.****Paso 2:**

De la ec. (1.92) y ec. (1.38):

$$C_o = \frac{-1433 + 5R_s + 17.2T - 1180\gamma_{g100} + 12.61^{\circ}API}{p \times 10^5}$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 5.912 \times 10^{-5} (^{\circ}API) T_{sep} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.38):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 5.912 \times 10^{-5} (32.596)(60) \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8605 [adim]$$

**Paso 4:**

Sustituir  $\gamma_{g100}$  en la ec. (1.92):

$$C_o = \frac{-1433 + 5(377.8916) + 17.2(183.2) - 1180(0.8605) + 12.61(32.596)}{2200 \times 10^5}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$C_o = 1.364917 \times 10^{-5} [psi^{-1}]$$

---

**1.2.10.2. Correlación de Petrosky, G.E, Jr. & Farshad, F.F.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.93):

$$C_o = 1.705x10^{-7} \cdot R_s^{0.69357} \cdot \gamma_g^{0.1885} \cdot \text{°API}^{0.3272} \cdot T^{0.6729} \cdot p^{-0.5906}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.93):

$$C_o = 1.705x10^{-7} \cdot 377.8916^{0.69357} \cdot 0.8665^{0.1885} \cdot 32.596^{0.3272} \cdot 183.2^{0.6729} \cdot 2200^{-0.5906}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$C_o = 1.125572x10^{-5} [psi^{-1}]$$

**1.2.10.3. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.**

**Paso 2:**

De la ec. (1.94) y la ec. (1.52):

$$C_o = \frac{6.8257 \cdot R_s^{0.5002} \cdot \text{°API}^{0.3613} \cdot T^{0.76606} \cdot \gamma_{g100}^{0.35505}}{p \cdot x10^6}$$

y;

$$\gamma_{g100} = \gamma_g \left[ 1.0 + 0.1595(\text{°API})^{0.4078} T_{sep}^{-0.2466} \log \left( \frac{p_{sep}}{114.7} \right) \right]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.52):

$$\gamma_{g100} = 0.8665 \left[ 1.0 + 0.1595(32.596)^{0.4078} (60)^{-0.2466} \log \left( \frac{100}{114.7} \right) \right]$$

$$\gamma_{g100} = 0.8540 [adim]$$

**Paso 4:**

Sustituir  $\gamma_{g100}$  en la ec. (1.94):

$$C_o = \frac{6.8257 \cdot 377.8916^{0.5002} \cdot 32.596^{0.3613} \cdot 183.2^{0.76606} \cdot 0.8540^{0.35505}}{2200 \cdot x10^6}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$C_o = 1.0885x10^{-5} [psi^{-1}]$$

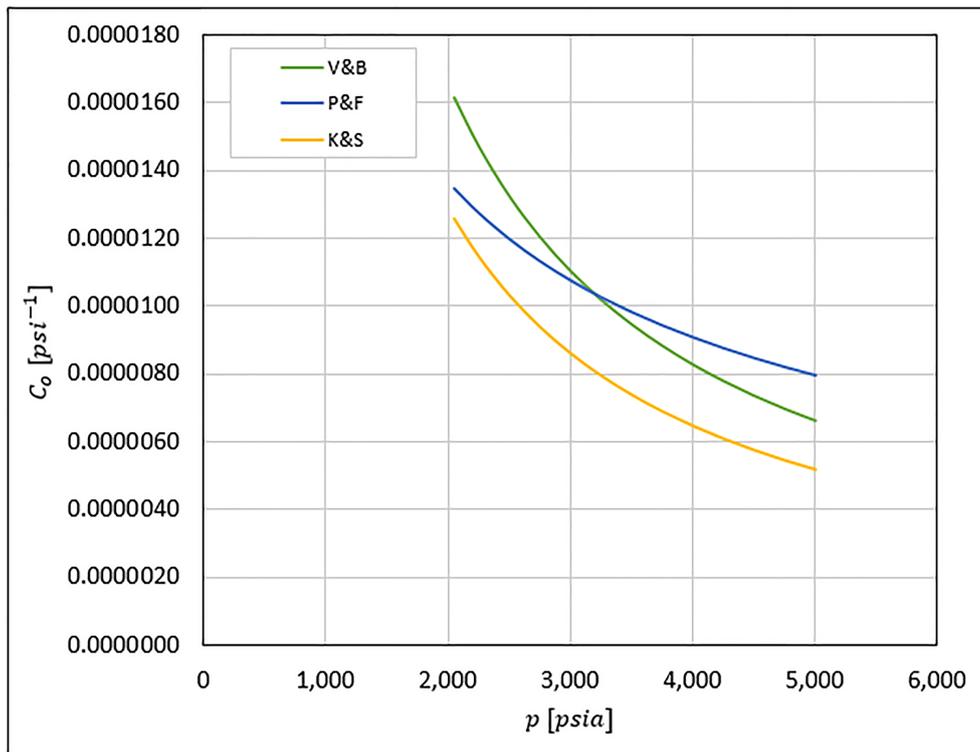
**Tabla 1.30: Resumen de los resultados de  $C_o$**

Correlación	$C_o [psi^{-1}]$
Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	$1.3649x10^{-5}$
Petrosky, G.E., Jr. & Farshad, F.F.	$1.1255x10^{-5}$
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	$1.0885x10^{-5}$

2.- Con las correlaciones que se mencionaron en esta sección, desarrollar la gráfica de la compresibilidad isotérmica del aceite para cada correlación.

**Tabla 1.31:**  $C_o$  vs  $p$

Presión [psia]	V & B [psi <sup>-1</sup> ]	P & F [psi <sup>-1</sup> ]	K & S [psi <sup>-1</sup> ]
5000	$6.624 \times 10^{-6}$	$7.955 \times 10^{-6}$	$5.152 \times 10^{-6}$
4750	$6.972 \times 10^{-6}$	$8.199 \times 10^{-6}$	$5.423 \times 10^{-6}$
4500	$7.369 \times 10^{-6}$	$8.465 \times 10^{-6}$	$5.724 \times 10^{-6}$
4250	$7.792 \times 10^{-6}$	$8.756 \times 10^{-6}$	$6.061 \times 10^{-6}$
4000	$8.279 \times 10^{-6}$	$9.075 \times 10^{-6}$	$6.440 \times 10^{-6}$
3750	$8.831 \times 10^{-6}$	$9.428 \times 10^{-6}$	$6.869 \times 10^{-6}$
3500	$9.462 \times 10^{-6}$	$9.820 \times 10^{-6}$	$7.360 \times 10^{-6}$
3250	$1.019 \times 10^{-5}$	$1.026 \times 10^{-5}$	$7.926 \times 10^{-6}$
3000	$1.104 \times 10^{-5}$	$1.076 \times 10^{-5}$	$8.587 \times 10^{-6}$
2750	$1.204 \times 10^{-5}$	$1.132 \times 10^{-5}$	$9.367 \times 10^{-6}$
2500	$1.325 \times 10^{-5}$	$1.198 \times 10^{-5}$	$1.030 \times 10^{-5}$
2250	$1.472 \times 10^{-5}$	$1.275 \times 10^{-5}$	$1.145 \times 10^{-5}$
2050.52	$1.615 \times 10^{-5}$	$1.347 \times 10^{-5}$	$1.256 \times 10^{-5}$



**Fig. 1.13:** Resultados de  $C_o$  vs  $p$  a temperatura constante

### 1.2.11. Viscosidad del aceite muerto, $\mu_{od}$

La viscosidad es la resistencia al flujo que ejerce un fluido. La viscosidad es un coeficiente que aparece en cualquier ecuación que describe el flujo de fluidos. En la industria petrolera es comúnmente expresada en centipoise (unidades de campo).

El comportamiento característico de  $\mu_o$  vs  $p$  se observa en la Fig. 1.14.

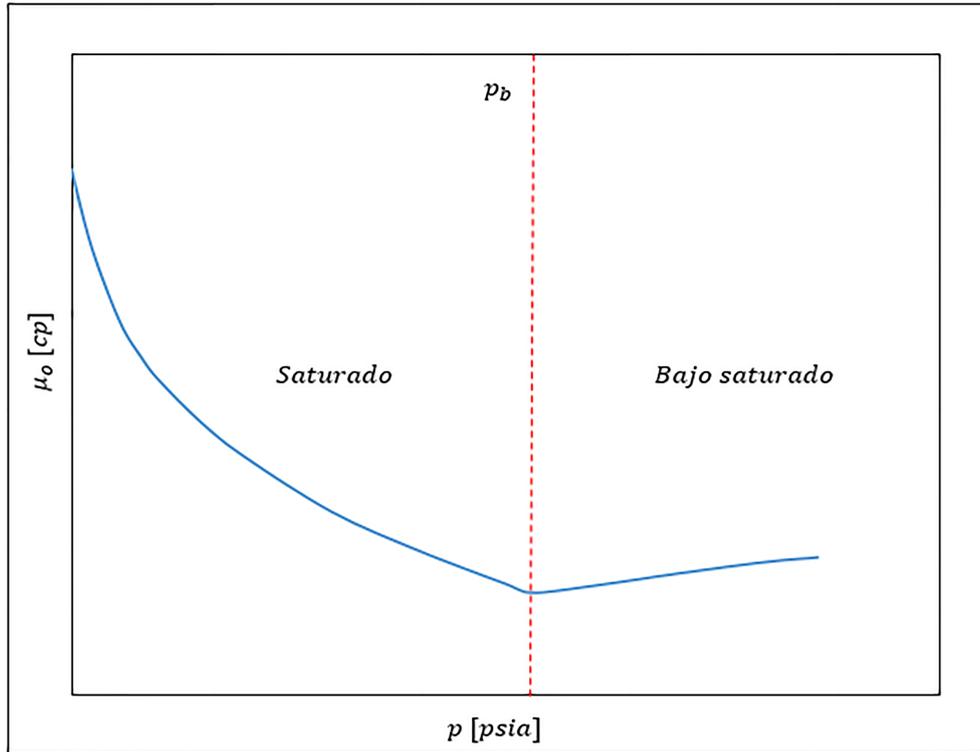


Fig. 1.14: *Comportamiento típico de  $\mu_o$  vs presión a temperatura constante*

Para las correlaciones empíricas, primero se determina la viscosidad del aceite muerto. El aceite muerto se define a presión y temperatura atmosférica sin gas disuelto.

### 1.2.11.1. Correlación de Beal, C.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{od} = \left[ 0.32 + \frac{1.8 \times 10^7}{\text{°API}^{4.53}} \right] \left[ \frac{360}{T + 200} \right]^a \quad (1.95)$$

y;

$$a = 10 \left( 0.43 + \frac{8.33}{\text{°API}} \right) \quad (1.96)$$

donde:

- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- °API : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [°API]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [°F]

Tabla 1.32: *Rango de aplicaciones para la correlación de Beal, C.*

Parámetro	Rango
$\mu$	0.865 - 1.55 [cp]
$T$	98 - 250 [°F]
°API	10 - 52.5 [°API]

---

### 1.2.11.2. Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{od} = 10^x - 1 \quad (1.97)$$

y;

$$x = \frac{10^{(3.0324 - 0.02023^\circ API)}}{T^{1.163}} \quad (1.98)$$

donde:

- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- $^\circ API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^\circ API$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^\circ F$ ]

**Tabla 1.33: Rango de aplicaciones para la correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr.**

Parámetro	Rango
$p$	132 - 5265 [psia]
$T$	70 - 295 [ $^\circ F$ ]
$R_s$	20 - 2070 [ft <sup>3</sup> /bl]
$^\circ API$	10 - 52.5 [ $^\circ API$ ]

### 1.2.11.3. Correlación de Egbogah, E.O.

La correlación es la siguiente:

$$\log[\log(\mu_{od} + 1)] = 1.8653 - 0.025086^\circ API - 0.5644 \log(T) \quad (1.99)$$

o en su forma despejada:

$$\mu_{od} = 10^{[10^{1.8653 - 0.025086^\circ API - 0.5644 \log(T)}]} - 1 \quad (1.100)$$

donde:

- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- $^\circ API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^\circ API$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^\circ F$ ]

### 1.2.11.4. Correlación de Glaso, O.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{od} = 3.141x10^{10} T^{-3.444} \log(^\circ API)^a \quad (1.101)$$

y;

$$a = 10.313 \log(T) - 36.447 \quad (1.102)$$

donde:

- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]

**Tabla 1.34: Rango de aplicaciones para la correlación de Glaso, O.**

Parámetro	Rango
$\mu$	0.616 - 39.1 [cp]
$T$	50 - 300 [ $^{\circ}F$ ]
$^{\circ}API$	20.1 - 48.1 [ $^{\circ}API$ ]

**1.2.11.5. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.**

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{od} = 16.0x10^8 T^{-2.8177} \log(^{\circ}API)^{5.7526 \log(T)-26.9718} \tag{1.103}$$

donde:

- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- $^{\circ}API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*, [ $^{\circ}API$ ]
- $T$  : Temperatura del yacimiento, [ $^{\circ}F$ ]

**Tabla 1.35: Rango de aplicaciones para la correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.**

Parámetro	Rango
$\mu$	0.5 - 6.82 [cp]
$T$	75 - 320 [ $^{\circ}F$ ]
$^{\circ}API$	14.4 - 58.9 [ $^{\circ}API$ ]

---

### 1.2.12. Ejercicios resueltos ( $\mu_{od}$ )

1.- Determinar la viscosidad de un aceite con una densidad  $^{\circ}API = 25.6^{\circ}$  a las siguientes condiciones:

$$p = 1500 \text{ [psia]}, T = 100 \text{ [}^{\circ}F\text{]}$$

Utilizar las correlaciones correspondientes para cada caso.

Se conoce que la  $p_b = 2050.524 \text{ [psia]}$

**Solución:**

#### 1.2.12.1. Correlación de Beal, C.

**Paso 1:**

De la ec. (1.96):

$$a = 10 \left( 0.43 + \frac{8.33}{^{\circ}API} \right)$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.96):

$$a = 10 \left( 0.43 + \frac{8.33}{25.6} \right)$$
$$a = 5.6936$$

**Paso 3:**

Ahora de la ec. (1.95):

$$\mu_{od} = \left[ 0.32 + \frac{1.8 \times 10^7}{^{\circ}API^{4.53}} \right] \left[ \frac{360}{T + 200} \right]^a$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.95):

$$\mu_{od} = \left[ 0.32 + \frac{1.8 \times 10^7}{25.6^{4.53}} \right] \left[ \frac{360}{100 + 200} \right]^{5.6936}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{od} = 22.12 \text{ [cp]}$$

#### 1.2.12.2. Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr.

**Paso 1:**

De la ec. (1.98):

$$x = \frac{10^{(3.0324 - 0.02023 \cdot ^{\circ}API)}}{T^{1.163}}$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.98):

$$x = \frac{10^{(3.0324 - 0.02023(25.6))}}{100^{1.163}}$$

$$x = 1.5435$$

**Paso 3:**

De la ec. (1.97):

$$\mu_{od} = 10^x - 1$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.97):

$$\mu_{od} = 10^{1.5435} - 1$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{od} = 33.95 \text{ [cp]}$$

**1.2.12.3. Correlación de Egbogah, E.O.**

**Paso 1:**

De la ec. (1.99):

$$\mu_{od} = 10^{\left[10^{1.8653 - 0.025086 \text{ } ^\circ API - 0.5644 \log(T)}\right] - 1}$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.99):

$$\mu_{od} = 10^{\left[10^{1.8653 - 0.025086(25.6) - 0.5644 \log(100)}\right] - 1}$$

**Paso 3:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{od} = 16.47 \text{ [cp]}$$

**1.2.12.4. Correlación de Glaso, O.**

**Paso 1:**

Calcular  $a$  de la ec. (1.102):

$$a = 10.313 \log(T) - 36.447$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.102):

$$a = 10.313 \log(100) - 36.447$$

$$a = -15.821$$

**Paso 3:**

De la ec. (1.101):

$$\mu_{od} = 3.141x10^{10} T^{-3.444} \log(^{\circ}API)^a$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.101):

$$\mu_{od} = 3.141x10^{10} 100^{-3.444} \log(25.6)^{-15.821}$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{od} = 18.06 \text{ [cp]}$$

---

### 1.2.12.5. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

#### Paso 1:

De la ec. (1.103)

$$\mu_{od} = 16.0x10^8 T^{-2.8177} \log(^{\circ}API)^{5.7526 \log(T)-26.9718}$$

#### Paso 2:

Sustituir en la ec. (1.103):

$$\mu_{od} = 16.0x10^8 100^{-2.8177} \log(25.6)^{5.7526 \log(100)-26.9718}$$

#### Paso 3:

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{od} = 18.58 [cp]$$

**Tabla 1.36: Resumen de los resultados de  $\mu_{od}$ .**

Correlación	$\mu_{od} [cp]$
Beal, C.	22.12
Beggs, H.D. & Robinson, Jr.	33.95
Egbogah, E.O.	16.47
Glaso, O.	18.06
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	18.58

### 1.2.13. Viscosidad del aceite saturado, $\mu_{ob}$

La viscosidad del aceite en el yacimiento depende del contenido de gas en solución.

#### 1.2.13.1. Correlación de Beggs, H.D. & Robinson, Jr.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{ob} = [10.715(R_s + 100)^{-0.515}] \mu_{od}^b \quad (1.104)$$

y;

$$b = 5.44(R_s + 150)^{-0.338} \quad (1.105)$$

donde:

$\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite saturado, [cp]

$\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]

$R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]

#### 1.2.13.2. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824 F + 0.0004034 F^2 \quad (1.106)$$

y;

$$F = (0.2001 + 0.8428x10^{-0.000845R_s}) \mu_{od}^{(0.43+0.5165 y)} \quad (1.107)$$

$$y = 10^{-0.00081R_s} \tag{1.108}$$

donde:

- $\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite saturado, [cp]
- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]
- $R_s$  : Relación de solubilidad a  $p < p_b$ , [ft<sup>3</sup>/bl]

**1.2.13.3. Correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr.**

La correlación es la siguiente:

$$\mu_{ob} = A(\mu_{od})^b \tag{1.109}$$

donde:

- $\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite saturado, [cp]
- $\mu_{od}$  : Viscosidad del aceite libre de gas, [cp]

**Tabla 1.37: Valores del intercepto y pendiente en función de la solubilidad para la correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr.**

$R_s$ [ft <sup>3</sup> /bl]	Intercepto A	Pendiente b
0	1.000	1.000
50	0.898	0.931
100	0.820	0.884
200	0.703	0.811
300	0.621	0.761
400	0.550	0.721
600	0.447	0.660
800	0.373	0.615
1000	0.312	0.578
1200	0.273	0.548
1400	0.251	0.522
1600	0.234	0.498

---

### 1.2.14. Ejercicios resueltos ( $\mu_{ob}$ )

1.- Determinar la viscosidad de un aceite saturado con una densidad  $^{\circ}API = 25.6^{\circ}$  a las siguientes condiciones:

$$p = 1500 [psia], T = 100 [^{\circ}F]$$

Utilizar las correlaciones de Beggs, H.D & Robinson, Jr., Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. y de Chew, J.N & Connally, C.A, Jr. Se conoce que la  $p_b = 2050.524 [psia]$ ,  $\mu_{od} = 20 [cp]$  y la  $R_{s@1500} = 233.64 [ft^3/bl]$

**Solución:**

#### 1.2.14.1. Correlación de Beggs, H.D & Robinson, Jr.

**Paso 1:**

Sustituir en la ec. (1.105):

$$b = 5.44(233.64 + 150)^{-0.338}$$
$$b = 0.6986$$

**Paso 2:**

Sustituir  $b$  en la ec. (1.104):

$$\mu_{ob} = [10.715(233.64 + 100)^{-0.515}]20^{0.6986}$$

**Paso 3:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{ob} = 4.0580 [cp]$$

#### 1.2.14.2. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

**Paso 1:**

De la ec. (1.106), ec. (1.107) y ec. (1.108):

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824 F + 0.0004034 F^2$$

$$F = (0.2001 + 0.8428x10^{-0.000845R_s})\mu_{od}^{(0.43+0.5165 y)}$$

y;

$$y = 10^{-0.00081R_s}$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.108):

$$y = 10^{-0.00081(283.55)}$$
$$y = 0.5892$$

**Paso 3:**

Sustituir  $y$  en la ec. (1.107):

$$F = (0.2001 + 0.8428x10^{-0.000845(283.55)}) 20^{(0.43+0.5165(0.5892))}$$

$$F = 6.1865$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.106):

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824 (6.1865) + 0.0004034 (6.1865)^2$$

**Paso 5:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{ob} = 6.0248 [cp]$$

**1.2.14.3. Correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr.**

**Paso 1:**

Debido a que se tiene una  $R_s = 283.55 [ft^3/bl]$  se debe de realizar una interpolación con los valores de la Tabla (1.37), dando por resultado lo siguiente:

**Tabla 1.38: Valor interpolado del intercepto A y pendiente b en función de la solubilidad para la correlación de Chew, J.N. & Connally, C.A., Jr.**

$R_s [ft^3/bl]$	Intercepto A	Pendiente b
283.55	0.6344	0.7692

**Paso 2:**

De la ec. (1.109):

$$\mu_{ob} = A(\mu_{od})^b$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (1.109):

$$\mu_{ob} = 0.6344(20)^{0.7692}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_{ob} = 6.3562 [cp]$$

**Tabla 1.39: Resumen de los resultados de  $\mu_{ob}$**

Correlación	$\mu_{ob} [cp]$
Beggs, H.D. & Robinson, Jr.	4.0580
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	6.0248
Chew, J.N. & Conally, C.A., Jr.	6.3562

---

### 1.2.15. Viscosidad del aceite bajosaturado, $\mu_o$

#### 1.2.15.1. Correlación de Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_o = \mu_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^m \quad (1.110)$$

y;

$$m = 2.6p^{1.187} e^{-11.513 - 8.98x10^{-5}p} \quad (1.111)$$

donde:

$\mu_o$  : Viscosidad del aceite bajosaturado, [cp]

$\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite saturado, [cp]

$p$  : Presión de interés, [psia]

$p_b$  : Presión de burbuja, [psia]

#### 1.2.15.2. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.

La correlación es la siguiente:

$$\mu_o = 1.00081\mu_{ob} + 0.001127(p - p_b)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8148} + 0.038\mu_{ob}^{1.590}) \quad (1.112)$$

donde:

$\mu_o$  : Viscosidad del aceite bajosaturado, [cp]

$\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite saturado, [cp]

$p$  : Presión de interés, [psia]

$p_b$  : Presión de burbuja, [psia]

### 1.2.16. Ejercicios resueltos ( $\mu_o$ )

1.- Determinar la viscosidad de un aceite bajosaturado con una densidad  $^{\circ}API = 25.6^{\circ}$  a las siguientes condiciones:

$$p = 2500 \text{ [psia]}, T = 100 \text{ [}^{\circ}F\text{]}$$

Utilizar las correlaciones de Vázquez, M.B. & Beggs, H.D. y Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z. Se conoce que la  $p_b = 2050.524 \text{ [psia]}$ ,  $\mu_{od} = 20 \text{ [cp]}$  y la  $R_{s@2500} = 377.8916 \text{ [ft}^3\text{/bl]}$ .

**Solución:**

#### 1.2.16.1. Correlación de Vázquez, M.B. & Beggs, H.D.

**Paso 1:**

Para obtener la viscosidad del aceite bajo saturado, es necesario calcular la viscosidad del aceite saturado. Para este ejercicio se utilizo la correlación de Beggs, H.D & Robinson, Jr.

Sustituir en la ec. (1.105):

$$b = 5.44(377.8916 + 150)^{-0.338}$$

$$b = 0.6537$$

**Paso 2:**

Sustituir  $b$  en la ec. (1.104):

$$\mu_{ob} = [10.715(377.8916 + 100)^{-0.515}]20^{0.6537}$$

**Paso 3:**

Se obtiene:

$$\mu_{ob} = 3.1668 [cp]$$

**Paso 4:**

Con el valor calculado anteriormente se puede calcular  $\mu_o$  con la ec. (1.110) y ec. (1.111):

$$\mu_o = \mu_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^m$$

y;

$$m = 2.6p^{1.187} e^{-11.513-8.98x10^{-5}p}$$

**Paso 5:**

Sustituir en la ec. (1.111):

$$m = 2.6(2,500)^{1.187} e^{[-11.513-8.98x10^{-5}(2,500)]}$$

$$m = 0.2144$$

**Paso 6:**

Sustituir en la ec. (1.110):

$$\mu_o = 3.1668 \left( \frac{2,500}{2050.524} \right)^{0.2144}$$

**Paso 7:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_o = 3.3043 [cp]$$

**1.2.16.2. Correlación de Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.**

**Paso 1:**

Para obtener la viscosidad del aceite bajo saturado, es necesario calcular la viscosidad del aceite saturado. Para este ejercicio se utilizo la correlación del mismo autor para la viscosidad del aceite saturado.

De la ec. (1.106), ec. (1.107) y ec. (1.108):

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824 F + 0.0004034 F^2$$

$$F = (0.2001 + 0.8428x10^{-0.000845R_s})\mu_{od}^{(0.43+0.5165 y)}$$

y;

$$y = 10^{-0.00081R_s}$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.108):

$$y = 10^{-0.00081(377.8916)}$$

$$y = 0.4942$$

**Paso 3:**

Sustituir  $y$  en la ec. (1.107):

$$F = (0.2001 + 0.8428x10^{-0.000845(377.8916)}) 20^{(0.43+0.5165(0.4942))}$$

$$F = 4.7061$$

**Paso 4:**

Sustituir en la ec. (1.106):

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824 (4.7061) + 0.0004034 (4.7061)^2$$

**Paso 5:**

Se obtiene:

$$\mu_{ob} = 4.5640 [cp]$$

**Paso 6:**

Con el valor calculado anteriormente se puede calcular  $\mu_o$  con la ec. (1.112):

$$\mu_o = 1.00081\mu_{ob} + 0.001127(p - p_b)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8148} + 0.038\mu_{ob}^{1.590})$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.112):

$$\mu_o = 1.00081(4.5640) + 0.001127(2500 - 2050.524)(-0.006517(4.5640)^{1.8148} + 0.038(4.5640)^{1.590})$$

**Paso 3:**

Finalmente, se obtiene:

$$\mu_o = 4.7310 [cp]$$

**Tabla 1.40: Resumen de los resultados de  $\mu_o$**

Correlación	$\mu_o [cp]$
Vázquez, M.E. & Beggs, H.D.	3.3043
Kartoatmodjo, T. & Schmidt, Z.	4.7310

2.- Con las correlaciones que se mencionaron en esta sección, desarrollar la gráfica de viscosidad del aceite para cada correlación.

**Tabla 1.41: Viscosidades calculadas por correlaciones.**

Presión [psia]	B & R	K & S	C & C	V & B
3000	-	4.91	-	3.50
2500	-	4.73	-	3.30
2400	-	4.69	-	3.27
2100	-	4.58	-	3.18
2050.52	3.16	4.56	5.03	-
1775	3.58	5.27	5.68	-
1500	4.05	6.02	6.35	-
1240	4.76	7.07	7.29	-
1010	5.45	8.01	8.07	-
760	6.23	9.32	9.47	-
500	8.36	11.18	11.30	-
260	11.45	13.55	14.01	-

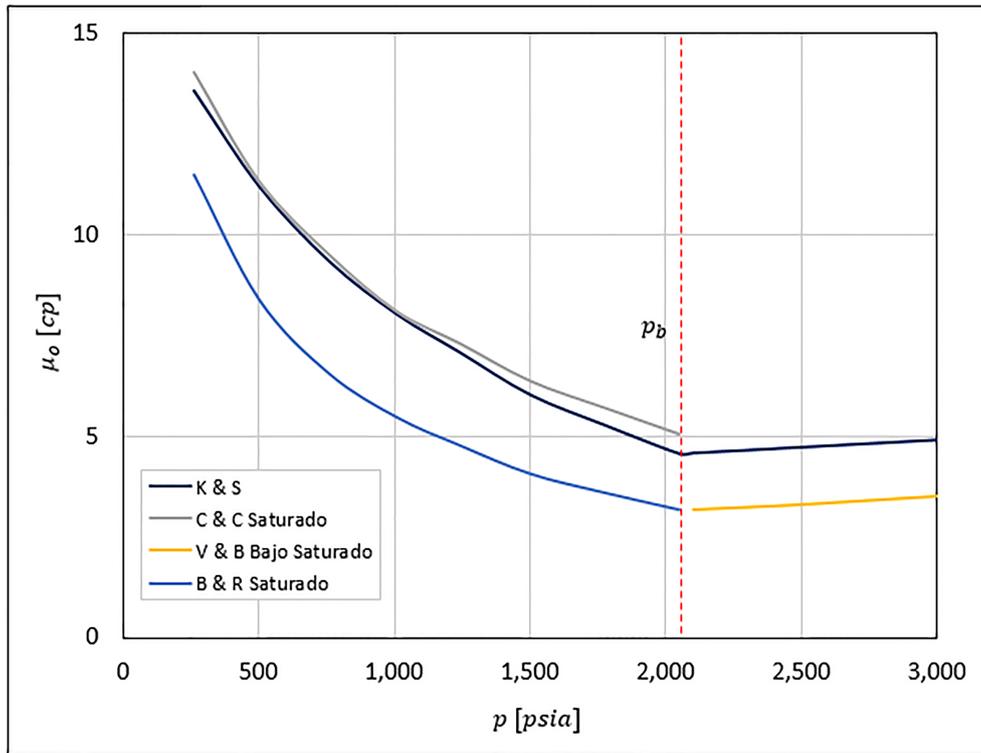


Fig. 1.15: Resultados de  $\mu_o$  vs  $p$

---

### 1.2.17. Densidad del aceite, $\rho_o$

La densidad del aceite,  $\rho_o$  en  $[lb/ft^3]$ , a presiones menores o iguales a la presión de burbuja ( $p \leq p_b$ ) se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\rho_o = \frac{350\gamma_o + 0.0764\gamma_{gd} R_s}{5.615 B_o} \quad (1.113)$$

donde:

- $\rho_o$  : Densidad del aceite,  $[lb/ft^3]$
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $R_s$  : Relación de solubilidad,  $[ft^3/bl]$
- $\gamma_o$  : Gravedad específica del aceite,  $[adim]$
- $\gamma_{gd}$  : Gravedad específica del gas disuelto,  $[adim]$

y;

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + {}^\circ API}{50} - 3.5715 \times 10^{-6} ({}^\circ API) R_s \quad (1.114)$$

donde:

- $\gamma_{gd}$  : Gravedad específica del gas disuelto,  $[adim]$
- $R_s$  : Relación de solubilidad,  $[ft^3/bl]$
- ${}^\circ API$  : Gravedad del aceite según *American Petroleum Institute*,  $[{}^\circ API]$ .

La densidad del aceite a presiones mayores que la presión de burbuja ( $p > p_b$ ), se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\rho_o = \rho_{ob} e^{[C_o(p_b-p)]} \quad (1.115)$$

donde:

- $\rho_o$  : Densidad del aceite,  $[lb/ft^3]$
- $\rho_{ob}$  : Densidad del aceite a  $p_b$ ,  $[lb/ft^3]$
- $p_b$  : Presión de burbuja,  $[psia]$
- $p$  : Presión de interés,  $[psia]$
- $C_o$  : Compresibilidad isotérmica del aceite,  $[psi^{-1}]$

### 1.2.18. Ejercicios resueltos ( $\rho_o$ )

1.- Determinar la densidad de un aceite saturado y bajosaturado con los siguientes datos:

- ${}^\circ API = 25.6$
- $\gamma_o = 0.9007$
- $B_o = 1.024 [ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$
- $R_s = 377.8916 [ft^3/bl]$
- $\gamma_g = 0.8665$
- $T = 84 [{}^\circ C]$

**Solución:**

**Paso 1:**

De la ec. (1.113) y ec. (1.114):

$$\rho_o = \frac{350\gamma_o + 0.0764\gamma_{gd} R_s}{5.615 B_o}$$

y;

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + {}^\circ API}{50} - 3.5715x10^{-6}({}^\circ API)R_s$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (1.114):

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + 25.6}{50} - 3.5715x10^{-6}(25.6)377.8916$$

$$\gamma_{gd} = 0.7274 [adim]$$

**Paso 3:**

Sustituir  $\gamma_{gd}$  en la ec. (1.113):

$$\rho_o = \frac{350(0.9007) + 0.0764(0.7274)(377.8916)}{5.615(1.024)}$$

**Paso 4:**

Finalmente, se obtiene:

$$\rho_o = 58.48 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

---

## CAPÍTULO 2

---

### COMPORTAMIENTO DE AFLUENCIA

#### Introducción

La productividad de un yacimiento se define como la producción de gas o aceite que es capaz de alcanzar un yacimiento en función de una presión de fondo fluvente ( $p_{wf}$ ). Este factor determina la capacidad de producción de un pozo.

Las curvas de IPR son una representación gráfica que nos muestran el gasto que nos puede aportar el pozo dada una caída de presión.

Se tienen dos tipos de pozo, fluvente natural y no fluvente:

- *Pozo fluvente* es aquel que con la energía propia del yacimiento es capaz de vencer las caídas de presión que ocurren desde el yacimiento, la tubería de producción, la línea de descarga hasta el separador.
- *No fluvente* es aquel que no cuenta con la energía suficiente para levantar los fluidos desde el fondo hasta la superficie.

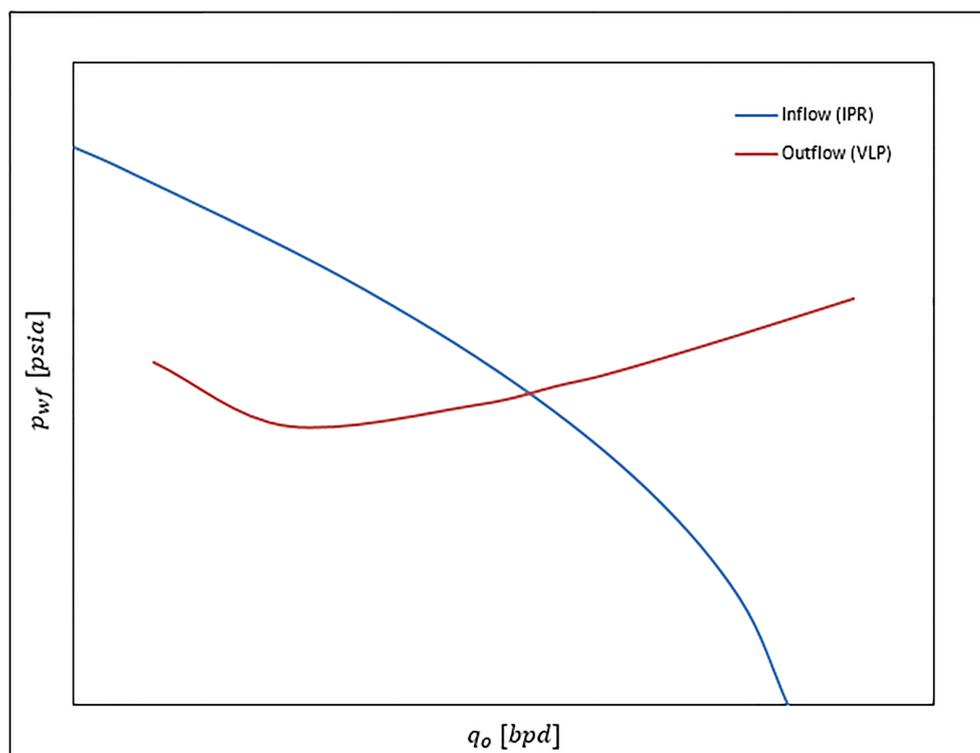


Fig. 2.1: *Curvas inflow y outflow*

La curva outflow (*VLP*) que se muestra en la **Fig. 2.1** representa el comportamiento de la caída de presión que se tiene en el aparejo de producción. Por otra parte la curva inflow (*IPR*) representa la capacidad de producción que tiene un pozo, es decir, la relación que existe entre el gasto de producción y la presión. La intersección entre ambas determina el punto de operación en el cual se encuentra el pozo.

*Nota: No confundir con el gasto óptimo.*

SECCIÓN 2.1

**Pozos de aceite**

**2.1.1. Índice de productividad (*IP*), *J***

El comportamiento de producción de un pozo se puede describir con el índice de productividad (*J*). Que es el gasto de producción de aceite por unidad de abatimiento de presión. Esto cuando hablamos de un yacimiento bajo saturado.

$$J = \frac{q_o}{p_{ws} - p_{wf}} \tag{2.1}$$

donde:

- J* : Índice de productividad, [*bpd/psia*]
- q<sub>o</sub>* : Gasto de aceite, [*bpd*]
- p<sub>ws</sub>* : Presión estática del yacimiento, [*psia*]
- p<sub>wf</sub>* : Presión de fondo fluyente, [*psia*]

Cuando:

**Tabla 2.1: Condiciones de presión y gasto**

$p_{wf} = 0$	$q_o = J * p_{ws}$	Gasto máximo
$p_{wf} = p_{ws}$	$q_o = 0$	Pozo cerrado

*Nota: Cabe destacar que el gasto máximo se da cuando la *p<sub>wf</sub>* declina hasta 0.*

De la ecuación de Darcy para flujo radial:

$$q_o = \frac{0.00708kh(p_{ws} - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)} \tag{2.2}$$

y de la ec. (2.1):

$$J = \frac{q_o}{p_{ws} - p_{wf}}$$

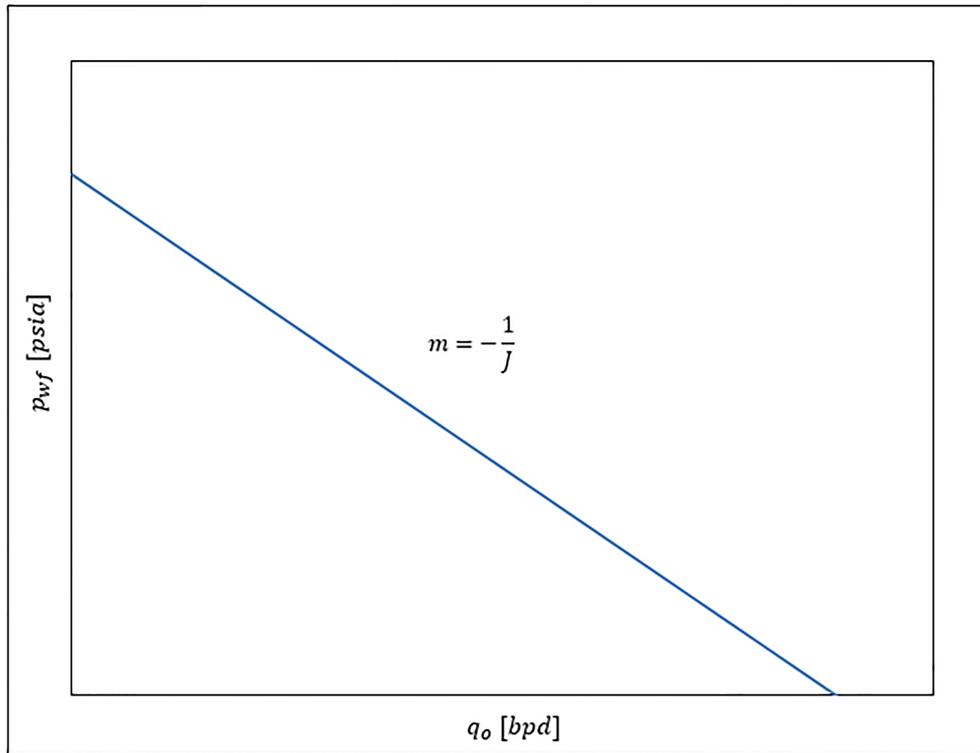
Sustituir las ecs. (2.2) y (2.1), para obtener:

$$J = \frac{0.00708kh(p_{ws} - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) (p_{ws} - p_{wf})}$$

Finalmente se obtiene:

$$J = \frac{0.00708kh}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (2.3)$$

Otra manera de obtener el índice de productividad (*IP*), es realizar el menos inverso de la pendiente, como se muestra en la **Fig. 2.2**:



**Fig. 2.2:** *Pendiente de la curva IP*

$$J = -\frac{1}{m} \quad (2.4)$$

donde:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (2.5)$$

La curva *IP* se puede ajustar con la ecuación de una recta:

$$y = mx + b \quad (2.6)$$

donde:

- $y$  = corresponde a la  $p_{wf}$
- $b$  = corresponde a la  $p_{ws}$
- $x$  = corresponde al  $q_o$

### 2.1.2. Ejercicios resueltos (IP)

1.- Un pozo drena un área circular de 120 [acres] con un radio de drene de 800 [ft] en un yacimiento de aceite bajosaturado. Los datos del yacimiento son los siguientes:

- $p_{ws}$  = 2,000 [psia]
- $k$  = 50 [mD]
- $h$  = 35 [ft]
- $\mu_o$  = 5 [cp]
- $B_o$  = 1.30 [bl@c.y./bl@c.s.]
- $T_R$  = 7 [pg]

Obtener el IP y el gasto a 1,000 [psia]

**Solución:**

**Paso 1:**

Sustituir los valores en la ec. (2.3):

$$J = \frac{0.00708(50)(35)}{(5)(1.30) \ln\left(\frac{800 * 12}{3.5}\right)} \rightarrow \text{Se multiplica } 800 * 12 \text{ para pasarlo a pulgadas}$$

$$J = 0.2407 \left[ \frac{\text{bpd}}{\text{psia}} \right]$$

**Paso 2:**

Despejar la ec. (2.1):

$$q_o = J(p_{ws} - p_{wf})$$

Sustituir:

$$q_o = 0.2407(2000 - 1000)$$

**Paso 3:**

Finalmente, obtener:

$$q_o = 240.77 \text{ [bpd]}$$

2.- Un pozo fluuyente con 300 [ft] de tubería de producción tiene una  $p_{wf} = 620$  [psia] cuando la producción de aceite es de 62 [bpd] y de  $p_{wf} = 250$  [psia] con una producción de 78 [bpd].

Determinar:

- a)  $J$
- b)  $p_{ws}$
- c)  $q_{o_{max}}$
- d) Construir la curva de comportamiento de afluencia

---

**Solución:**a) Obtener  $J$ **Paso 1:**Se sabe que  $J = -1/m$ , hacer uso de la ec. (2.5):

$$m = \frac{250 - 620}{78 - 62}$$

$$m = -23.1250 \left[ \frac{psia}{bpd} \right]$$

**Paso 2:**Sustituir el valor de  $m$  en la ec. (2.4):

$$J = \frac{-1}{-23.1250}$$

$$J = 0.04324 \left[ \frac{bpd}{psia} \right]$$

b) Obtener  $p_{ws}$ **Paso 1:**Despejar  $p_{ws}$  de la ec. (2.1), para obtener lo siguiente:

$$p_{ws} = \frac{q_o}{J} + p_{wf}$$

*Nota: A cada gasto corresponde sólo una  $p_{wf}$ .***Paso 2:**

Sustituir los valores:

$$p_{ws} = \frac{78}{0.04324} + 250$$

$$p_{ws} = 2053.88 [psia]$$

c) Obtener  $q_{o_{max}}$ **Paso 1:**Como se mencionó al inicio del capítulo para obtener el gasto máximo es necesario suponer que  $p_{wf} = 0 [psia]$ :

$$q_{o_{max}} = 0.04324(2053.88 - 0)$$

**Paso 2:**

Finalmente, obtener:

$$q_{o_{max}} = 88.8097 [bpd]$$

d) Curva de comportamiento de afluencia

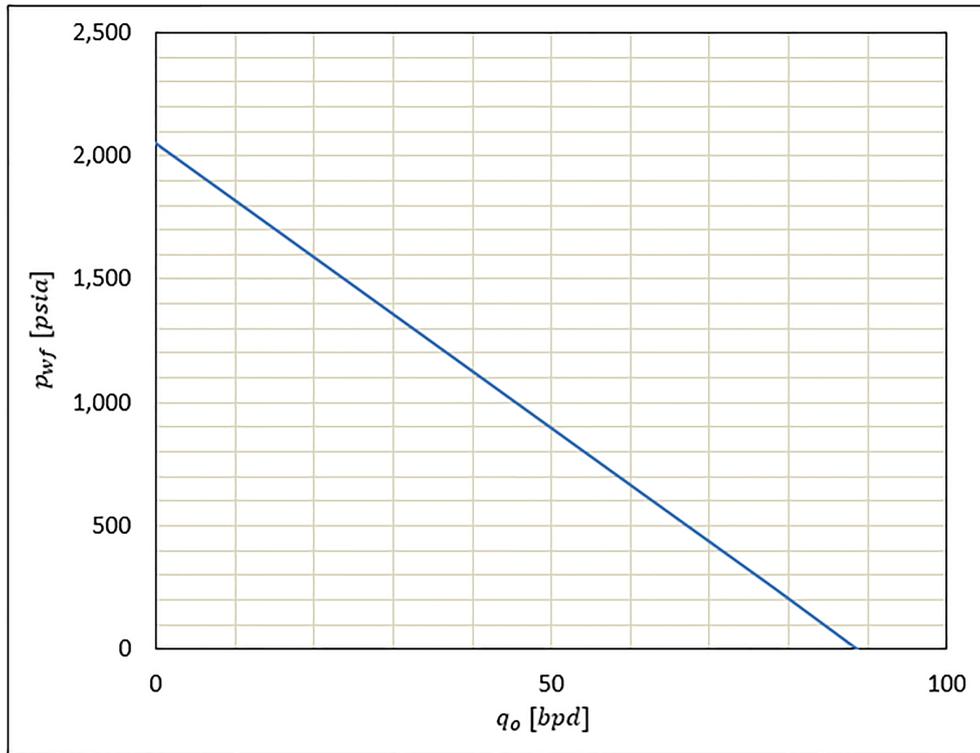
**Paso 1:**Para construir la curva se necesita graficar  $p_{wf}$  vs  $q_o$ :

**Tabla 2.2: Valores de  $p_{wf}$  y  $q_o$**

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
0	88.8097
250	78
620	62
2053.88	0

**Paso 2:**

Realizar la gráfica con los valores de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  correspondiente.



**Fig. 2.3: Curva de comportamiento de afluencia de la Tabla (2.2)**

**3.-** Un pozo está produciendo 550 [bpd] con una  $p_{wf} = 1645$  [psia] de un yacimiento que tiene una  $p_{ws} = 2085$  [psia]

Determinar:

- a)  $J$
- b)  $q_o$  si  $p_{wf} = 1320$  [psia]
- c)  $p_{wf}$  necesaria para obtener 650 [bpd]
- d)  $q_{o,max}$

**Solución:**

- a) Obtener  $J$

---

**Paso 1:**

Obtener  $IP$  de la ec. (2.1):

$$J = \frac{550}{2085 - 1645}$$
$$J = 1.25 \left[ \frac{bpd}{psia} \right]$$

b) Obtener  $q_o$  para  $p_{wf} = 1320$  [psia]

**Paso 1:**

Para obtener el gasto a  $p_{wf} = 1320$  [psia], despejar de la ec. (2.1)  $q_o$  y sustituir:

$$q_o = 1.25 (2085 - 1320)$$
$$q_o = 956.25 [bpd]$$

c) Obtener  $p_{wf}$  para un  $q_o = 650$  [bpd]

**Paso 1:**

Despejar  $p_{wf}$  de la ec. (2.1):

$$p_{wf} = p_{ws} - \frac{q_o}{J}$$

Y sustituir  $q_o = 650$  [bpd]:

$$p_{wf} = 2085 - \frac{650}{1.25}$$
$$p_{wf} = 1565 [psia]$$

d) Obtener  $q_{o_{max}}$

**Paso 1:**

Para obtener el gasto máximo es necesario suponer que  $p_{wf} = 0$  [psia]:

$$q_{o_{max}} = 1.25 (2085 - 0)$$
$$q_{o_{max}} = 2606.25 [bpd]$$

## 2.1.3. Índice de productividad relativo, ( $IPR$ )

### 2.1.3.1. Método de Vogel

Cuando la  $p_{ws} < p_b$ , es decir cuando se tiene un yacimiento con gas disuelto liberado, la producción de aceite se ve afectada por que el gas fluye con mayor facilidad hacia el pozo. Por lo tanto el índice de productividad disminuye.

Por lo anterior, se concluye que si el gasto cambia, cuando estamos por debajo de la presión de saturación  $p_{ws} < p_b$ , el índice de productividad ( $J$ ) cambiará.

Vogel observó la variación del índice de productividad, el cual denominó Índice de Productividad Relativo. Obteniendo una curva que representa la vida productora de un yacimiento saturado  $p_{wf} < p_b$

El modelo de Vogel es:

$$\frac{q_o}{q_{o_{max}}} = 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2 \quad (2.7)$$

$$p_{wf} = 0.125p_{ws} \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{q_o}{q_{o_{max}}} \right)} \right] \quad (2.8)$$

donde:

- $q_o$  : Gasto de aceite, [bpd]
- $p_{wf}$  : Presión de fondo fluyendo, [psia]
- $p_{ws}$  : Presión estática, [psia]
- $q_{o_{max}}$  : Gasto de aceite máximo, cuando  $p_{wf} = 0$  [psia], [bpd]

### 2.1.4. Ejercicios resueltos (IPR)

1.- Se tiene un yacimiento productor con una  $p_{ws} = 1850$  [psia]. Una prueba de presión - producción arrojó un gasto de 345 [bpd] con una  $p_{wf} = 1530$  [psia]. La presión de saturación es de  $p_b = 1900$  [psia].

Empleando el método de Vogel determinar:

- a)  $q_{o_{max}}$
- b)  $q_o$  cuando  $p_{wf} = 1300$  [psia]
- c)  $p_{wf}$  cuando  $q_o = 400$  [bpd]

**Solución:**

- a) Obtener  $q_{o_{max}}$

**Paso 1:**

Despejar  $q_{o_{max}}$  de la ec. (2.7):

$$q_{o_{max}} = \frac{q_o}{1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2} \quad (2.9)$$

**Paso 2:**

Sustituir los valores de la prueba presión - producción:

$$q_{o_{max}} = \frac{345}{1 - 0.2 \left( \frac{1530}{1850} \right) - 0.8 \left( \frac{1530}{1850} \right)^2}$$

$$q_{o_{max}} = 1200.35 \text{ [bpd]}$$

- b) Obtener  $q_o$  para una  $p_{wf} = 1300$  [psia]:

**Paso 1:**

Despejar  $q_o$  de la ec. (2.7)

$$q_o = (q_{o_{max}}) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2 \right) \quad (2.10)$$

**Paso 2:**

Sustituir:

$$q_o = (1200.35) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1300}{1850} \right) - 0.8 \left( \frac{1300}{1850} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 557.47 \text{ [bpd]}$$

c) Obtener  $p_{wf}$  para un  $q_o = 400$  [bpd]:

**Paso 1:**

Usar la ec. (2.8) y sustituir:

$$p_{wf} = 0.125 (1850) \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{400}{1200.35} \right)} \right]$$

$$p_{wf} = 1473.44 \text{ [psia]}$$

2.- Con los siguientes datos obtener  $q_{o_{max}}$  y realizar la curva *IPR* para un yacimiento saturado:

Datos:

$$p_{wf} = 1,570 \text{ [psia]}$$

$$p_{ws} = 2,600 \text{ [psia]}$$

$$q_o = 780 \text{ [bpd]}$$

**Paso 1:**

Calcular el gasto máximo con la ec. (2.9)

$$q_{o_{max}} = \frac{780}{1 - 0.2 \left( \frac{1570}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{1570}{2600} \right)^2}$$

$$q_{o_{max}} = 1327.59 \text{ [bpd]}$$

**Paso 2:**

Para realizar la curva se tabulan los datos de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  asociado. Se propusieron las siguientes  $p_{wf}$ : 0, 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 2600 [psia].

*Nota: Cabe destacar que las presiones propuestas se deben encontrar por debajo de  $p_{ws}$ .*

**Paso 3:**

Resolver con la ec. (2.10) para cada  $p_{wf}$ . Se obtienen los siguientes valores:

$$p_{wf} = 500 \text{ [psia]}$$

$$q_o = (1327.59) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{500}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{500}{2600} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 1237.25 \text{ [bpd]}$$

$$p_{wf} = 1,000 \text{ [psia]}$$

$$q_o = (1327.59) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1000}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{1000}{2600} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 1,068.35 \text{ [bpd]}$$

Tabla 2.3: Valores de  $q_o$  para el Ejercicio 2 de IPR

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
0	1,327.59
500	1,237.25
1,000	1,068.35
1,500	820.90
2,000	494.90
2,500	90.3389
2,600	0

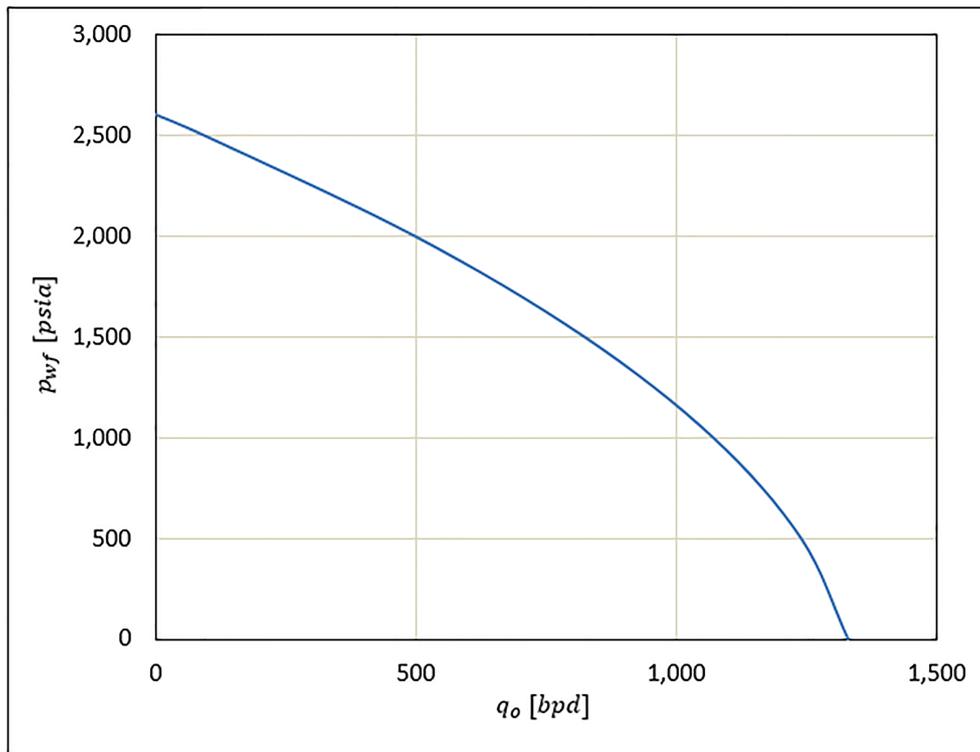


Fig. 2.4: Curva IPR de la Tabla (2.3)

Nota: Observe que la gráfica inicia a partir de  $p_{ws}$  hasta el  $q_{o_{max}}$ .

## 2.1.5. Eficiencia de flujo, $EF$

### 2.1.5.1. Método de Standing, M.B.

Standing (1970) extiende el trabajo de Vogel (1968) y presenta un método gráfico basado en el método de Vogel, donde considera eficiencias de flujo diferentes a 1.

El concepto de eficiencia de flujo ( $EF$ ) considera que existe daño en la formación, es decir que existe una caída de presión adicional en la cara de la formación.

**Tabla 2.4: Efectos en la eficiencia de flujo**

$EF$	Efecto
$< 1$	dañado
$> 1$	estimulado
1	sin daño (positivo o negativo)

La eficiencia de flujo se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$EF = \frac{Q_{real}}{Q_{ideal}} \quad (2.11)$$

O expresado en términos de presiones:

$$EF = \frac{p_{ws} - p_{wf}^*}{p_{ws} - p_{wf}} \quad (2.12)$$

donde:

- $p_{wf}$  : Presión de fondo fluyente con daño, [psia]
- $p_{wf}^*$  : Presión de fondo fluyente sin daño, [psia]
- $p_{ws}$  : Presión estática del yacimiento, [psia]

### 2.1.6. Ejercicios resueltos ( $EF$ ) (Método de Standing, M.B.)

1.- Calcular el gasto máximo ( $q_{omax}$ ) que puede aportar un pozo con una  $EF = 0.6$  y realizar la curva. Se tienen los siguientes datos de una prueba de producción:  $p_{ws}=2500$  [psia]

$$q_{oEF=0.6} = 600 \text{ [bpd]}$$

$$p_{wf} = 1650 \text{ [psia]}$$

**Solución:**

**Paso 1:**

Despejar la presión de fondo ideal ( $p_{wf}^*$ ) de la ec. (2.12):

$$p_{wf}^* = p_{ws} - (p_{ws} - p_{wf}) EF \quad (2.13)$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (2.13):

$$p_{wf}^* = 2500 - (2500 - 1650) 0.6$$

$$p_{wf}^* = 1990 \text{ [psia]} \rightarrow \textit{ideal sin daño}$$

**Paso 3:**

Ya que se tiene  $p_{wf}^*$ , sustituir en la ec. (2.9) para obtener el gasto máximo que puede aportar el pozo con una  $EF = 1$ :

$$q_{omax EF=1} = \frac{600}{1 - 0.2 \left( \frac{1990}{2500} \right) - 0.8 \left( \frac{1990}{2500} \right)^2}$$

$$q_{\text{omax}_{EF=1}} = 1796.90 \text{ [bpd]}$$

**Paso 4:**

Considerar  $p_{wf} = 0$  para obtener el gasto máximo y sustituir en la ec. (2.13):

$$p_{wf}^* = 2500 - (2500 - 0)(0.6)$$

$$p_{wf}^* = 1000 \text{ [psia]} \rightarrow \textit{ideal con una } EF = 0.6$$

**Paso 5:**

Sustituir  $p_{wf}^*$  en la ec.(2.10):

$$q_{o_{EF=0.6}} = (1796.90) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1000}{2500} \right) - 0.8 \left( \frac{1000}{2500} \right)^2 \right)$$

$$q_{o_{EF=0.6}} = 1423.1448 \text{ [bpd]} \rightarrow \textit{gasto máximo con una } EF = 0.6$$

**Paso 6:**

Con los datos obtenidos anteriormente se realiza la Tabla (2.5):

**Tabla 2.5: Gasto de aceite con  $EF = 1$  y  $EF = 0.6$**

$p_{wf}$ [psia]	$p_{wf}^* = p_{ws}(p_{ws} - p_{wf})EF$ [psia]	$q_{o_{EF=1}}$ [bpd]	$q_{o_{EF=0.6}}$ [bpd]
0	1000	1796.90	1423.14
500	1300	1667.50	1221.31
1000	1600	1423.10	978.08
1500	1900	1063.70	693.45
2000	2200	589.38	367.43
2500	2500	0	0

**Paso 7:**

Con los datos anteriores se realiza la gráfica de  $p_{wf}$  vs  $q_{o_{EF=1}}$  y  $q_{o_{EF=0.6}}$ :

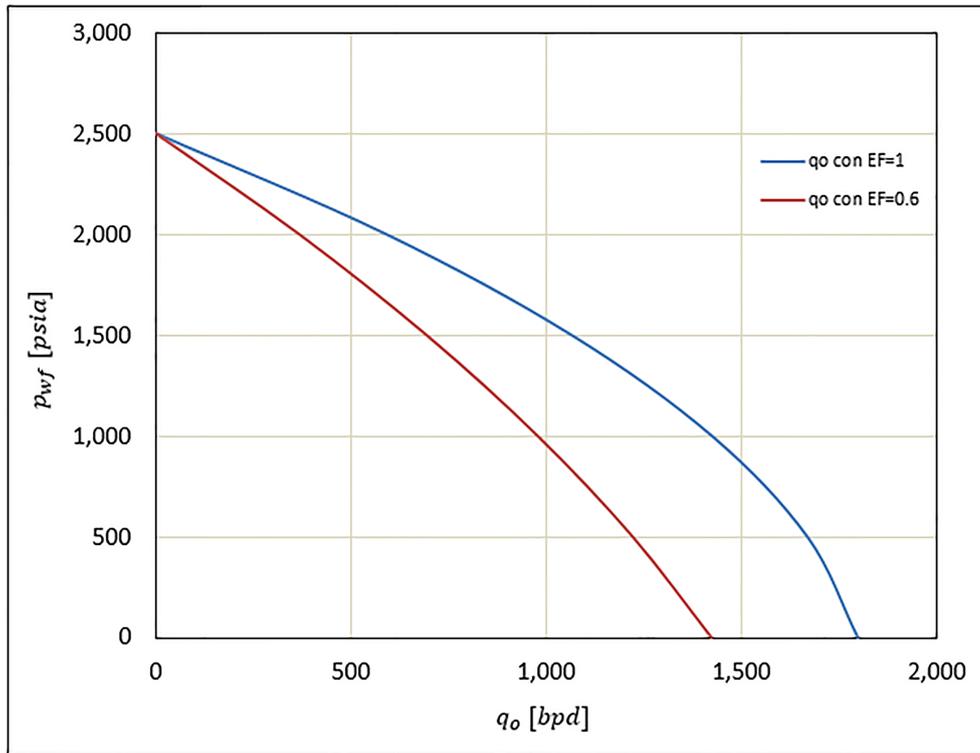


Fig. 2.5: Curva de eficiencias de flujo de la Tabla (2.5)

2.- Un pozo ubicado en la formación de Chicontepec que tiene  $1,637.8 \text{ [mvmbr]}^1$  se encuentra dañado debido a una mala operación de disparos, debido a ello se tiene una  $EF = 0.43$ . La presión del yacimiento es de  $p_{ws} = 3190.96 \text{ [psia]}$ , y de una prueba de producción se tiene un gasto de  $q_{oEF=0.43} = 50 \text{ [bpd]}$  a una  $p_{wf} = 2800 \text{ [psia]}$ .

- Calcular el  $q_{o\max EF=0.43}$
- Realizar la gráfica de  $q_o$  vs  $p_{wf}$
- Suponiendo un precio por barril de  $40 \text{ [dls/bbl]}$  obtener la ganancia o pérdida que se está teniendo en la producción al día.

**Solución:**

- Obtener el  $q_{o\max EF=0.43}$

**Paso 1:**

Con la ec. (2.13) obtener la presión de fondo fluyendo ideal ( $p_{wf}^*$ ):

$$p_{wf}^* = 3190.96 - (3190.96 - 2800)0.43$$

$$p_{wf}^* = 3022.84 \text{ [psia]}$$

**Paso 2:**

Sustituir la presión de fondo fluyendo ideal ( $p_{wf}^*$ ) en la ec. (2.9):

$$q_{o\max EF=1} = \frac{50}{1 - 0.2 \left( \frac{3022.84}{3190.96} \right) - 0.8 \left( \frac{3022.84}{3190.96} \right)^2}$$

<sup>1</sup>metros verticales bajo mesa rotaria

$$q_{\text{omax}_{EF=1}} = 539.87 \text{ [bpd]}$$

**Paso 3:**

Considerar  $p_{wf} = 0$  y sustituir en la ec. (2.13):

$$p_{wf}^* = 3190.96 - (3190.96 - 0) 0.43$$

$$p_{wf}^* = 1818.84 \text{ [psia]}$$

**Paso 4:**

Obtener el  $q_{\text{omax}_{EF=0.43}}$  con la ec. (2.10):

$$q_{\text{omax}_{EF=0.43}} = (539.87) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1818.84}{3190.96} \right) - 0.8 \left( \frac{1818.84}{3190.96} \right)^2 \right)$$

$$q_{\text{omax}_{EF=0.43}} = 338.00 \text{ [bpd]}$$

b) Realizar la gráfica  $q_o$  vs  $p_{wf}$

**Paso 1:**

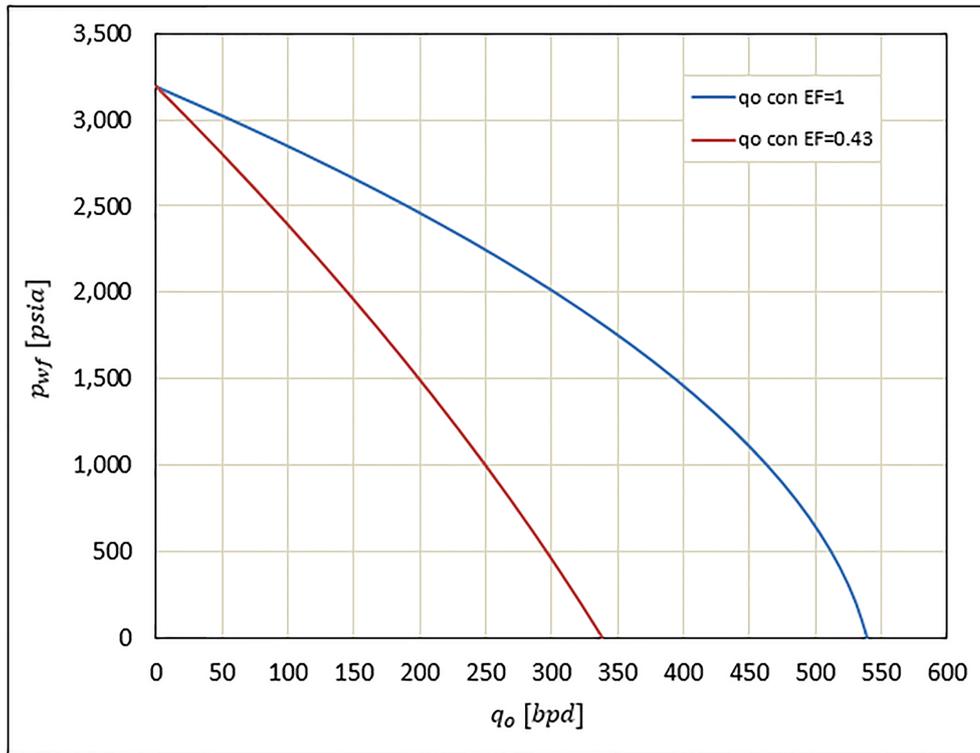
Con los datos obtenidos anteriormente se realiza la Tabla (2.6):

**Tabla 2.6: Gasto de aceite con  $EF = 1$  y  $EF = 0.43$**

$p_{wf}$ [psia]	$p_{wf}^* = p_{ws}(p_{ws} - p_{wf})EF$ [psia]	$q_{o_{EF=1}}$ [bpd]	$q_{o_{EF=0.43}}$ [bpd]
0	1818.84	539.87	338.00
200	1904.84	531.40	321.50
400	1990.84	519.54	304.38
600	2076.84	504.29	286.63
800	2162.84	485.65	268.26
1000	2248.84	463.61	249.26
1200	2334.84	438.18	229.62
1400	2420.84	409.36	209.37
1600	2506.84	377.14	188.48
1800	2592.84	341.53	166.97
2000	2678.84	302.52	144.83
2200	2764.84	260.13	122.06
2400	2850.84	214.34	98.67
2600	2936.84	165.15	74.64
2800	3022.84	112.57	49.99
3000	3108.84	56.60	24.72
3190.96	3190.96	0	0

**Paso 2:**

Con los datos anteriores se realiza la gráfica de  $p_{wf}$  vs  $q_{o_{EF=1}}$  y  $q_{o_{EF=0.43}}$ :



**Fig. 2.6:** *Curva de eficiencias de flujo de la Tabla (2.6)*

c) Obtener la ganancia o pérdida económica

**Paso 1:**

Con la  $p_{wf} = 2800$  [psia] comparar los  $q_{oEF=0.43}$  y  $q_{oEF=1}$ :

$$\Delta q_o = 112.57 - 50$$

$$\Delta q_o = 62.57 \text{ [bpd]} \rightarrow \textit{se están perdiendo de producción}$$

**Paso 2:**

Multiplicar el  $\Delta q_o$  por el precio del barril para obtener la pérdida de ganancias:

$$\text{\$} = \Delta q_o (\textit{precio del barril})$$

$$\text{\$} = 62.57 (40)$$

$$\text{\$} = 2502.8 \text{ [dls]} \rightarrow \textit{se pierden por día}$$

### 2.1.6.1. Método de Harrison

Cuando un pozo este estimulado se presenta que la  $p_{wf}^*$  de la ec. (2.13) da un valor negativo.

Harrison propuso la siguiente ecuación cuando se presenten estos casos.

$$\frac{q_o}{q_{o\max EF=1}} = 1.2 - 0.2e^{\left(1.792 \frac{p_{wf}^*}{p_{ws}}\right)} \quad (2.14)$$

Cuando  $p_{wf}^*$  sea negativa.

### 2.1.7. Ejercicios resueltos ( $EF$ ) (Método de Harrison)

1.- Un pozo que tiene 3795 [mvbmr]<sup>2</sup> ubicado en la región marina, se le realizó una estimulación por medio de fracturamiento hidráulico y mejoro su eficiencia de flujo a  $EF = 1.7$ . La presión estática del yacimiento es de  $p_{ws} = 3398.58$  [psia], y de una prueba de producción se tiene un gasto de  $q_{oEF=1.7} = 1500$  [bpd] a una  $p_{wf} = 1350$  [psia].

Se desea conocer:

- a)  $q_{o max EF=1.7}$
- b) Gráfica de  $q_o$  vs  $p_{wf}$

#### Solución:

- a) Obtener  $q_{o max EF=1.7}$

##### Paso 1:

Con la ec. (2.13) obtener la presión de fondo fluyendo ideal ( $p_{wf}^*$ ):

$$p_{wf}^* = 3398.58 - (3398.58 - 1350)(1.7)$$

$$p_{wf}^* = -84.006 \text{ [psia]} \rightarrow \text{Valor negativo}$$

##### Paso 2:

Debido a que la presión de fondo ideal nos resulta negativa será necesario usar el Método de Harrison.

Despejar  $q_{o max EF=1}$  de la ec. (2.14):

$$q_{o max EF=1} = \frac{q_o}{1.2 - 0.2e \left( \frac{1.792 p_{wf}^*}{p_{ws}} \right)} \quad (2.15)$$

Sustituir los valores correspondientes:

$$q_{o max EF=1} = \frac{1500}{1.2 - 0.2e \left( \frac{1.792 (-84.006)}{3398.58} \right)}$$

$$q_{o max EF=1} = 1487.11 \text{ [bpd]}$$

##### Paso 3:

Considerar  $p_{wf} = 0$ :

$$p_{wf}^* = 3398.58 - (3398.58 - 0)(1.7)$$

$$p_{wf}^* = -2379.006 \text{ [psia]} \rightarrow \text{Valor negativo}$$

##### Paso 4:

Debido a que la presión de fondo ideal nos resulta negativa será necesario usar el Método de Harrison.

---

<sup>2</sup>metros verticales bajo mesa rotaria

Despejar  $q_o$  de la ec. (2.14):

$$q_o = (q_{o_{max_{EF=1}}}) \left[ 1.2 - 0.2e^{\left(1.792 \frac{p_{wf}^*}{p_{ws}}\right)} \right] \quad (2.16)$$

Sustituir los valores correspondientes:

$$q_o = (1487.11) \left[ 1.2 - 0.2e^{\left(1.792 \frac{-2379.006}{3398.58}\right)} \right] \quad (2.17)$$

$$q_{o_{max_{EF=1.7}}} = 1699.69 \text{ [bpd]}$$

b) Obtener la gráfica de  $q_o$  vs  $p_{wf}$

**Paso 1:**

Con los datos obtenidos anteriormente se realiza la Tabla (2.7):

**Tabla 2.7: Gasto de aceite con  $EF = 1$  y  $EF = 1.70$**

$p_{wf}$ [psia]	$p_{wf}^* = p_{ws}(p_{ws} - p_{wf})EF$ [psia]	$q_{o_{EF=1}}$ [bpd]	$q_{o_{EF=1.70}}$ [bpd]
0	-2379.01 (Harrison)	1487.11	1699.69
500	-1529.01 (Harrison)	1417.60	1659.71
1000	-679.01 (Harrison)	1296.59	1576.61
1500	170.99 (Standing)	1124.08	1469.13
2000	1020.99 (Standing)	900.08	1290.38
2500	1870.99 (Standing)	624.57	962.80
3000	2720.99 (Standing)	297.56	486.39
3398.58	3398.58 (Standing)	0	0

*Nota: Observar que cuando  $p_{wf}^*$  se vuelve positiva es posible aplicar el método de Standing, M. B.*

**Paso 2:**

Con los datos anteriores se realiza la gráfica de  $p_{wf}$  vs  $q_{o_{EF=1}}$  y  $q_{o_{EF=1.70}}$ :

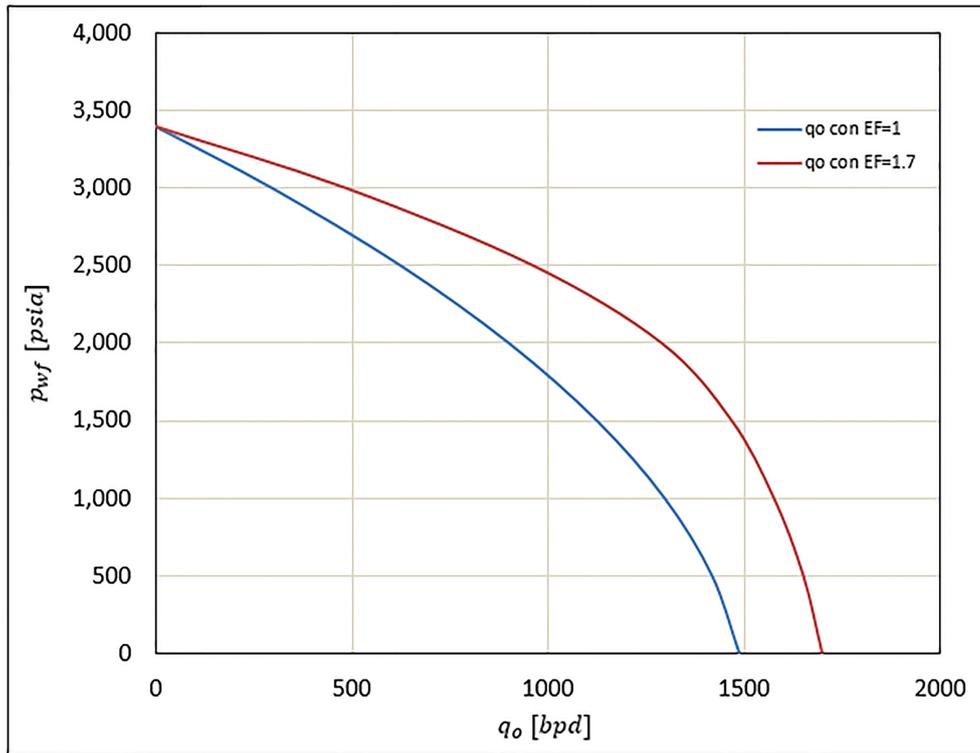


Fig. 2.7: Curva con el método de Harrison de la Tabla (2.7)

### 2.1.8. IPR Generalizado

#### 2.1.8.1. Método de Patton & Goland

En los temas anteriores hemos trabajado con métodos para yacimientos saturados ( $p_{ws} < p_b$ ) y para yacimientos bajo saturados ( $p_{ws} > p_b$ ). Ahora veremos un método en el cual la presión de saturación se alcanza durante la vida productiva del yacimiento.

En este método se pueden presentar dos casos:

Tabla 2.8: Casos del método

Caso 1	Caso 2
$p_{wf} > p_b$	$p_{wf} \leq p_b$

Nota: Para ambos casos la  $p_{ws} > p_b$ .

Para el Caso 1:

**Paso 1**

$$J = \frac{q_o}{p_{ws} - p_{wf}}$$

**Paso 2**

$$q_{ob} = J (p_{ws} - p_b) \rightarrow \text{Gasto a la presión de burbuja}$$

**Paso 3**

$$q_o = q_{ob} + \frac{J p_b}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right)^2 \right] \tag{2.18}$$

---

Para el Caso 2:

**Paso 1**

$$J = \frac{q_o}{p_{ws} - p_b + \frac{p_b}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right)^2 \right]} \quad (2.19)$$

**Paso 2**

$$q_{ob} = J (p_{ws} - p_b) \rightarrow \text{Gasto a la presión de burbuja}$$

**Paso 3**

$$q_o = q_{ob} + \frac{J p_b}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right)^2 \right]$$

### 2.1.9. Ejercicios resueltos (IPR Generalizado)

1.- Se tiene un yacimiento bajo saturado con una  $p_{ws} = 4000$  [psia] y se sabe que la  $p_b = 2000$  [psia]. De una prueba de producción se obtuvo un  $q_o = 200$  [bpd] a una  $p_{wf} = 3000$  [psia].

Elaborar la curva, mediante el método de IPR generalizado.

**Solución:**

Como se tiene una  $p_{wf} > p_b$ , se utilizan las ecuaciones del Caso 1.

**Paso 1:**

Sustituir en la ec. (2.1):

$$J = \frac{200}{4000 - 3000}$$

$$J = 0.2 \left[ \frac{\text{bpd}}{\text{psia}} \right]$$

**Paso 2:**

Sustituir:

$$q_{ob} = 0.2 (4000 - 2000)$$

$$q_{ob} = 400 \text{ [bpd]}$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (2.18):

$$q_o = 400 + \frac{(0.2)(2000)}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{2000} \right)^2 \right]$$

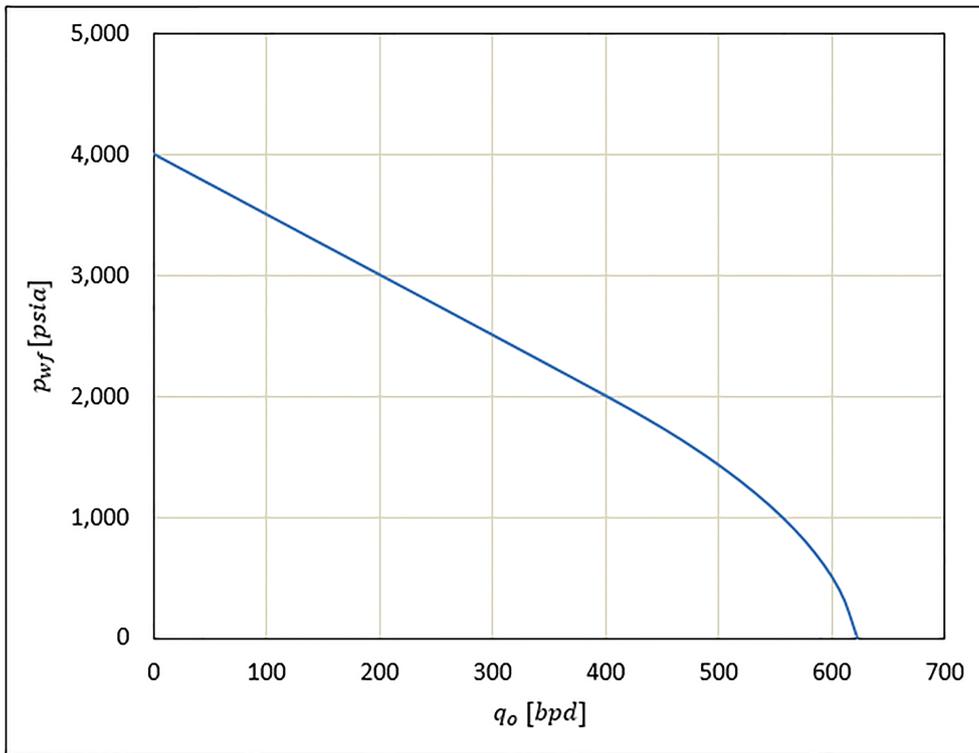
*Nota: Para las  $p_{wf}$  por encima de la  $p_b$  el gasto se calcula con el método de IP visto al inicio del capítulo.*

**Paso 4:**

Sustituir cada  $p_{wf}$  para fabricar la siguiente Tabla:

**Tabla 2.9:**  $p_{wf}$  vs  $q_o$  para el caso 1 de IPR Generalizado

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
0	622.22
400	606.22
800	576
1200	531.55
1600	472.88
2000	400
3500	100
4000	0



**Fig. 2.8:** Curva IPR generalizada, caso 1 de la Tabla (2.9)

*Nota:* Cabe destacar que este método puede ser confundido con el método de IP debido a que  $p_{ws}$  y  $p_{wf} > p_b$ , por lo que se debe corroborar la solución requerida.

**2.-** Se tiene un yacimiento saturado con una  $p_{ws} = 4000$  [psia] y se sabe que la  $p_b = 2000$  [psia]. De una prueba de producción se obtuvo un  $q_o = 532$  [bpd] a una  $p_{wf} = 1200$  [psia].

Elaborar la curva, mediante el método de IPR generalizado.

**Solución:**

Como se tiene una  $p_{wf} < p_b$ , se utilizan las ecuaciones del Caso 2.

---

**Paso 1:**

Sustituir en la ec. (2.19):

$$J = \frac{532}{4000 - 2000 + \frac{2000}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1200}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{1200}{2000} \right)^2 \right]}$$

$$J = 0.2 \left[ \frac{bpd}{psia} \right]$$

**Paso 2:**

Sustituir:

$$q_{ob} = 0.2 (4000 - 2000)$$

$$q_{ob} = 400 [bpd]$$

**Paso 3:**

Sustituir en la ec. (2.18):

$$q_o = 400 + \frac{(0.2)(2000)}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{2000} \right)^2 \right]$$

Sustituir cada  $p_{wf}$  para fabricar la siguiente Tabla:

**Tabla 2.10:**  $p_{wf}$  vs  $p$  para el caso 2 de IPR Generalizado

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
0	622.40
400	606.39
800	576.14
1200	531.66
1600	472.94
2000	400
3500	100
4000	0

*Nota:* Por debajo de la  $p_b$  el gasto se calcula con la ec. (2.18), para las  $p_{wf}$  por encima de la  $p_b$  el gasto se calcula con el método de IP visto al inicio del capítulo.

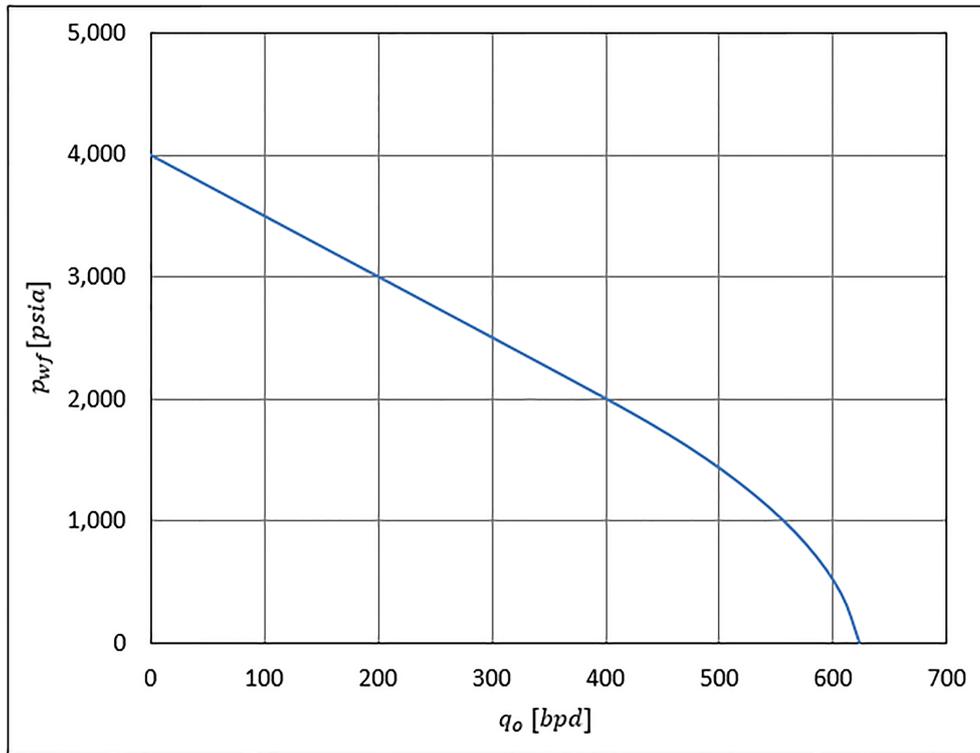


Fig. 2.9: Curva IPR generalizada, caso 2 de la Tabla (2.10)

### 2.1.10. IPR Futura

#### 2.1.10.1. Método de Eickemer (Fetkovitch - Vogel)

A lo largo de la vida productiva de un pozo la producción irá declinando por consecuencia del abatimiento de presión y se vuelve indispensable conocer el aporte que se tendrá en un futuro. El método de Eickemer permite dar una aproximación y realizar una curva de IPR para un futuro.

El método de Eickemer es el siguiente:

$$\frac{q_{omaxP}}{q_{omaxF}} = \left( \frac{p_{wsP}}{p_{wsF}} \right)^3 \quad (2.20)$$

donde:

- $q_{omaxP}$  : Gasto máximo en el presente, [bpd]
- $q_{omaxF}$  : Gasto máximo en el futuro, [bpd]
- $p_{wsP}$  : Presión estática del yacimiento en el presente, [psia]
- $p_{wsF}$  : Presión estática del yacimiento en el futuro, [psia]

El procedimiento para la aplicación de este método es la siguiente:

#### Paso 1:

De una prueba de producción determinar el  $q_{omaxP}$  usando la ec. (2.9):

$$q_{omaxP} = \frac{q_{oP}}{1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2}$$

---

**Paso 2:**

Despejar de la ec. (2.20) el  $q_{omax_F}$ :

$$q_{omax_F} = \frac{q_{omax_P}}{\left(\frac{p_{ws_P}}{p_{ws_F}}\right)^3} \quad (2.21)$$

**Paso 3:**

Calcular el  $q_{o_F}$  con la ec. (2.10) y sustituir el  $q_{omax_F}$ :

$$q_o = (q_{omax_F}) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2 \right)$$

**2.1.11. Ejercicios resueltos (IPR Futura) (Método de Eickemer)**

1.- Un Ingeniero de producción está a cargo del pozo Vasco - 25 que está produciendo  $q_o = 200$  [bpd] con una  $p_{wf} = 2500$  [psia], la  $p_{ws} = 3000$  [psia] y se conoce que la  $p_b = 3000$  [psia]. El Ingeniero desea conocer el gasto que tendrá el pozo cuando la  $p_{ws}$  se reduzca a 2000 [psia] y tenga una  $p_{wf} = 1000$  [psia]. Dibujar las curvas de presente y de futuro.

**Solución:**

Siguiendo los pasos del método:

**Paso 1:**

Obtener el  $q_{omax_P}$  de la ec. (2.9), sustituir los datos que se tienen de la prueba:

$$q_{omax_P} = \frac{200}{1 - 0.2 \left( \frac{2500}{3000} \right) - 0.8 \left( \frac{2500}{3000} \right)^2}$$
$$q_{omax_P} = 720 \text{ [bpd]}$$

**Paso 2:**

Sustituir en la ec. (2.21):

$$q_{omax_F} = \frac{720}{\left(\frac{3000}{2000}\right)^3}$$
$$q_{omax_F} = 213 \text{ [bpd]}$$

**Paso 3:**

Obtener el  $q_o$  de la ec. (2.10), sustituir  $q_{omax_F}$  y con los valores de  $p_{wf}$  y  $p_{ws}$  futuros:

$$q_o = (213) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1000}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{1000}{2000} \right)^2 \right)$$
$$q_o = 149 \text{ [bpd]}$$

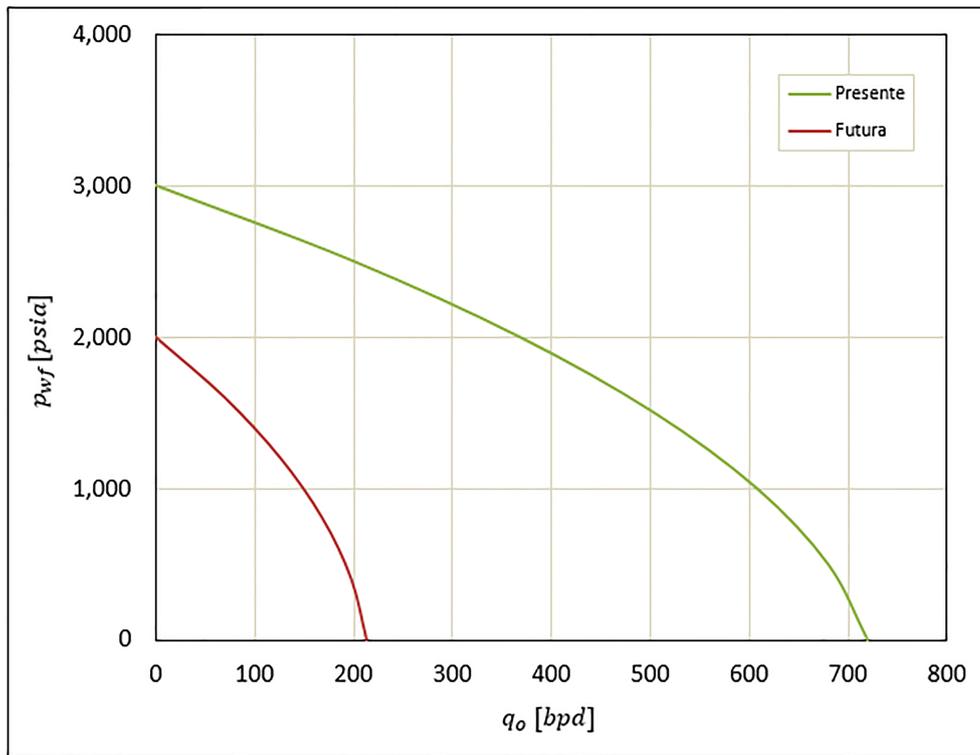
Sustituir la  $p_{wf}$  en la ec. (2.10) para realizar la Tabla (2.11) y (2.12):

**Tabla 2.11: Presentes** ( $p_{wf_P}$  y  $q_{o_P}$ )

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
3,000	0
2,500	200
2,000	368
1,500	504
1,000	608
500	680
0	720

**Tabla 2.12: Futuros** ( $p_{wf_F}$  y  $q_{o_F}$ )

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
2,000	0
1,600	69.86
1,200	126.09
800	168.69
400	197.6
0	213



**Fig. 2.10: Curva IPR futura por el método de Fetkovich - Vogel, Tabla (2.11) y (2.12)**

**2.1.11.1. Método de Standing, M.B.**

Para la solución de éste tipo de problemas, Standing propuso la siguiente ecuación:

$$\frac{J_P^*}{J_F^*} = \frac{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_P}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_F} \tag{2.22}$$

El procedimiento para la aplicación de este método es el siguiente:

---

**Paso 1:**

Calcular el  $q_{omax_P}$  con la ec.(2.9):

$$q_{omax_P} = \frac{q_{oP}}{1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2}$$

**Paso 2:**

Calcular  $J_P^*$  con la siguiente ecuación:

$$J_P^* = \frac{1.8 q_{omax_P}}{p_{ws}} \quad (2.23)$$

**Paso 3:**

De la ec. (2.22) despejar  $J_F^*$ :

$$J_F^* = J_P^* \frac{\left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_F}{\left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_P} \quad (2.24)$$

**Paso 4:**

Calcular  $q_{omax_F}$  con la siguiente ecuación:

$$q_{omax_F} = \frac{J_F^* p_{wsF}}{1.8} \quad (2.25)$$

**Paso 5:**

Calcular el  $q_{oF}$  con la ec. (2.10), sustituir el  $q_{omax_F}$ :

$$q_o = (q_{omax_F}) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{ws}} \right)^2 \right)$$

**2.1.12. Ejercicios resueltos (IPR Futura)(Método de Standing, M.B.)**

1.- Se tiene un pozo con las condiciones que se muestran en la Tabla (2.13). Calcular el gasto de aceite que aportará el pozo cuando se tenga una  $p_{wfF} = 1500$  [psia] y realizar la curva presente y futura.

**Tabla 2.13: Condiciones actuales y futuras**

	Presente	Futuro	Unidades
$p_{ws}$	2500	2000	[psia]
$p_{wf}$	1750	1500	[psia]
$q_o$	2024	—	[bpd]
$EF$	1	1	[adim]
$k_{ro}$	0.8	0.75	[adim]
$k$	62.5	62.5	[mD]
$\mu_o$	0.5421	0.6229	[cp]
$B_o$	1.319	1.2562	[bl@c.y./bl@c.s.]

**Solución:**

Siguiendo los pasos del método:

**Paso 1:**

Calcular  $q_{omax_P}$ , sustituir los valores actuales en la ec. (2.9):

$$q_{omax_P} = \frac{2024}{1 - 0.2 \left( \frac{1750}{2500} \right) - 0.8 \left( \frac{1750}{2500} \right)^2}$$

$$q_{omax_P} = 4324.78 [bpd]$$

**Paso 2:**

Calcular  $J_P^*$ , sustituir el  $q_{omax_P}$  y la  $p_{ws_P}$  en la ec. (2.23):

$$J_P^* = \frac{1.8 (4324.78)}{2500}$$

$$J_P^* = 3.11 \left[ \frac{bpd}{psia} \right]$$

**Paso 3:**

Calcular  $J_F^*$ , sustituir en la ec. (2.24) los datos correspondientes tanto para el presente como para el futuro:

$$J_F^* = J_P^* \frac{\left( \frac{0.75}{(0.6229) (1.2562)} \right)}{\left( \frac{0.8}{(0.5421) (1.3190)} \right)}$$

$$J_F^* = 2.66 \left[ \frac{bpd}{psia} \right]$$

**Paso 4:**

Calcular  $q_{omax_F}$ , sustituir la  $p_{ws_F}$  y  $J_F^*$  en la ec. (2.25) :

$$q_{omax_F} = \frac{(2.66) (2000)}{1.8}$$

$$q_{omax_F} = 2955.55 [bpd]$$

**Paso 5:**

Calcular el  $q_o$  de la ec. (2.10), sustituir  $q_{omax_F}$  y con los valores de  $p_{wf}$  y  $p_{ws}$  futuros:

$$q_o = (2955.55) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{1500}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{1500}{2000} \right)^2 \right)$$

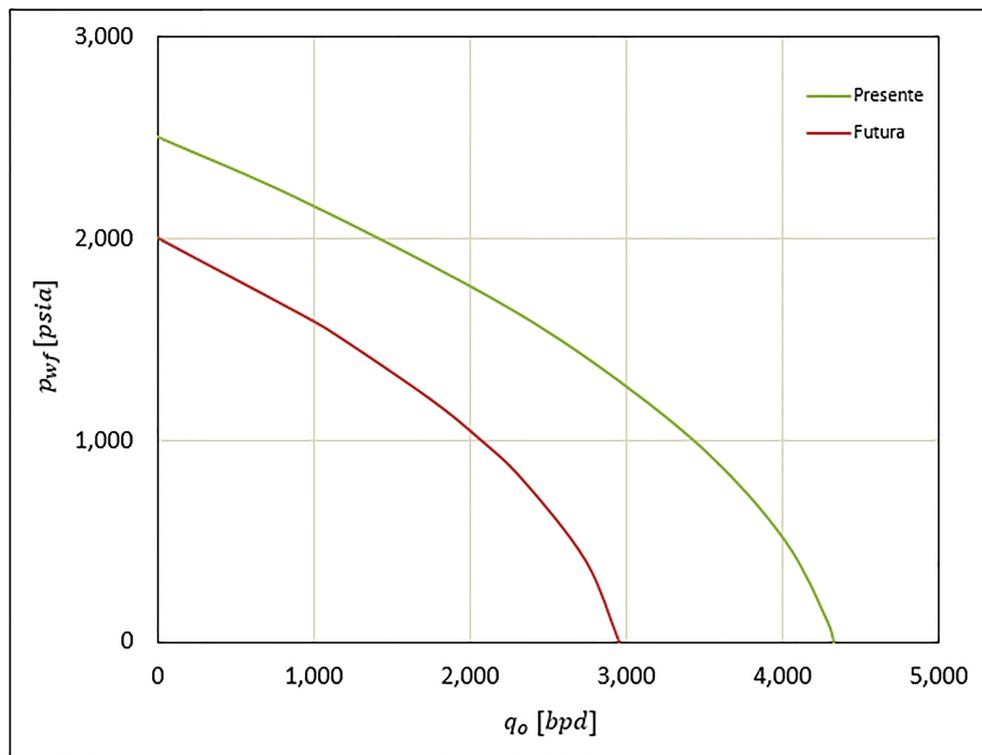
$$q_o = 1182.22 [bpd]$$

**Paso 6:**

Para realizar la curva, sustituir en la ecuación anterior valores supuestos de  $p_{wf_F}$  para elaborar la Tabla (2.14):

**Tabla 2.14: Futuros ( $p_{wfF}$  y  $q_{oF}$ )**

$p_{wfP}$ [psia]	$q_{oP}$ [bpd]	$p_{wfF}$ [psia]	$q_{oF}$ [bpd]
2500	0	2000	0
2200	884.33	1600	969.42
1750	2023.99	1500	1182.22
1400	2755.40	1200	1749.68
950	3496.49	1000	2068.88
500	4013.39	800	2340.79
100	4284.64	400	2742.75
0	4324.78	0	2955.55



**Fig. 2.11: Curva IPR futura por el método de Standing, M.B., Tabla (2.14)**

SECCIÓN 2.2

**Pozos de gas**

**2.2.1. Prueba de potencial (Backpressure test)**

Rawlins y Schellhardt desarrollaron el método de backpressure para probar pozos de gas basándose en el análisis de pruebas en más de 500 pozos. Observaron que cuando se grafica la diferencia entre los cuadrados de la presión estática del yacimiento y la presión de fondo fluyente, contra el correspondiente flujo de gas en escala logarítmica, se obtiene una línea recta.

Esto les llevó a proponer la siguiente ecuación:

$$q_g = C(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)^n \tag{2.26}$$

donde:

$$n = \frac{1}{m} \tag{2.27}$$

y:

$$m = \frac{\log(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)_2 - \log(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)_1}{\log(q_g)_2 - \log(q_g)_1} \tag{2.28}$$

### 2.2.2. Ejercicios resueltos (Backpressure test)

1.- A un yacimiento de gas con una  $p_{ws} = 408.2$  [psia] se le realizó una prueba de potencial que arrojó los datos mostrados en la Tabla (2.15), analizar y determinar la ecuación de afluencia particular del pozo de gas para obtener el  $q_{gmax}$ .

**Tabla 2.15: Datos de la prueba de potencial**

<i>No. prueba</i>	$p_{wf}$ [psia]	$q_g$ [MPCD]
0	408.2	0
1	403.1	4.288
2	394	9.265
3	378.5	15.552
4	362.6	20.177
5	14.7	$q_{gmax}$

*Nota: Cabe destacar que en pozos de gas, el potencial máximo se considera a presión atmosférica (14.7 [psia]).*

**Solución:**

**Paso 1:**

Con los datos de la Tabla (2.15), calcular  $p_{ws}^2 - p_{wf}^2$  y graficar en escala logarítmica vs  $q_g$ :

**Tabla 2.16: Diferencia de los cuadrados de las presiones**

<i>Prueba</i>	$p_{wf}$ [psia]	$q_g$ [MPCD]	$p_{ws}^2 - p_{wf}^2$ [psia]
1	403.1	4.288	4,137.63
2	394	9.265	11,391.24
3	378.5	15.552	23,364.99
4	362.6	20.177	35,148.48
5	14.7	$q_{gmax}$	166,411.15

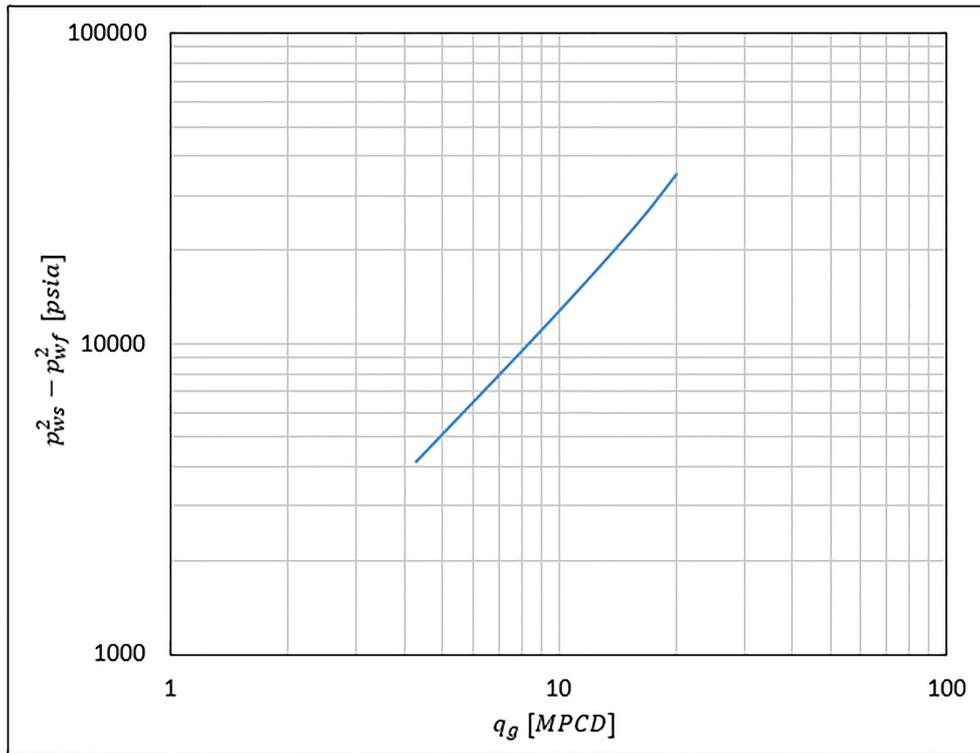


Fig. 2.12: *Curva backpressure test*

**Paso 2:**

Con los puntos 1 y 4 se calcula la pendiente  $m$  con la ec. (2.28):

$$m = \frac{\log(35, 148.48) - \log(4, 137.63)}{\log(20.177) - \log(4.288)}$$

$$m = 1.3815$$

**Paso 3:**

Ya que se tiene  $m$ , sustituir en la ec. (2.27) para obtener  $n$ :

$$n = \frac{1}{1.3815}$$

$$n = 0.7239$$

**Paso 4:**

Calcular  $C$  despejando de la ec. (2.26):

$$C = \frac{q_g}{(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)^n} \quad (2.29)$$

**Paso 5:**

Sustituir un valor de  $q_g$  con su  $p_{wf}$  correspondiente, en este caso serán los del punto 2 y el valor de  $n$ :

$$C = \frac{9.265}{(11, 391.24)^{0.7239}}$$

$$C = 0.010722$$

**Paso 6:**

Con los valores calculados podemos obtener la ecuación de afluencia particular del pozo de gas al sustituir en la ec. (2.26):

$$q_{gmax} = 0.010722 (p_{ws}^2 - p_{wf}^2)^{0.7239}$$

Para calcular  $q_{gmax}$ , sustituir  $p_{atm}$  en la ecuación anterior:

$$q_{gmax} = 0.010722 (408.2^2 - 14.7^2)^{0.7239}$$

$$q_{gmax} = 64.54 [MPCD]$$

---

## CAPÍTULO 3

---

### FUNDAMENTOS DEL FLUJO MULTIFÁSICO

#### Introducción

Para poder llevar a cabo el diseño y optimización del sistema de producción, es importante para el ingeniero de producción establecer la relación existente entre el gasto de los fluidos producidos y la caída de presión en cada uno de los elementos del sistema, particularmente en el yacimiento y en el pozo. Por ello, es necesario, que el ingeniero tenga conocimientos fundamentales del flujo multifásico, ya que el flujo simultáneo de las fases complica considerablemente los diferentes procesos de producción.

Al tratarse el flujo multifásico, se requiere contar con la mayor cantidad de información que permita determinar parámetros tales como el patrón de flujo, colgamiento, resbalamiento, caídas de presión, etc, a fin de diseñar correctamente los equipos que operen bajo este comportamiento.

#### SECCIÓN 3.1

#### Clasificación del flujo

Se presentan 3 tipos de clasificaciones:

I. De acuerdo al número de fases:

a) Monofásico:

- Gas
- Líquido

b) Multifásico:

- Bifásico (Gas - Líquido, Gas - Sólido, Líquido - Líquido, etc)
- Trifásico (Gas - Líquido - Sólido, Gas - Líquido - Líquido, etc)

II. De acuerdo a su dirección:

- a) Vertical
- b) Horizontal
- c) Inclinado

III. De acuerdo a su sentido:

- a) Concurrente: Las fases se desplazan en el mismo sentido (ascendente o descendente)
- b) Contracorriente: Las fases se desplazan en sentido contrario

## SECCIÓN 3.2

## Ecuaciones fundamentales

**3.2.1. Ecuación general de energía**

La ecuación general que gobierna el flujo de fluidos a través de una tubería, se obtiene a partir de un balance macroscópico de la energía asociada a la unidad de masa de un fluido, que pasa a través de un elemento aislado del sistema.

De acuerdo con la ley de la conservación de la energía:

$$E_1 + \Delta W_f + \Delta W_s = E_2 \quad (3.1)$$

donde:

- $E_1$  : Energía por unidad de masa, en la posición uno,  $[lb_f \cdot ft/lb_m]$
- $E_2$  : Energía por unidad de masa, en la posición dos,  $[lb_f \cdot ft/lb_m]$
- $\Delta W_f$  : Pérdidas de energía por fricción
- $\Delta W_s$  : Pérdidas de energía por trabajo externo

**3.2.1.1. Energía de expansión, ( $E_e$ )**

La energía de expansión está dada por:

$$E_e = pV \quad (3.2)$$

donde:

- $E_e$  : Energía de expansión,  $[lb_f \cdot ft/lb_m]$
- $p$  : Presión,  $[lb_f/ft^2]$
- $V$  : Volumen específico,  $[ft^3/lb_m]$

**3.2.1.2. Energía potencial, ( $E_p$ )**

La energía potencial está dada por la siguiente expresión:

$$E_p = \frac{g}{g_c} h \quad (3.3)$$

donde:

- $E_p$  : Energía potencial,  $[lb_f \cdot ft/lb_m]$
- $g$  : Constante gravitacional =  $32.2 [ft/s^2]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $h$  : Altura,  $[ft]$

**3.2.1.3. Energía cinética, ( $E_k$ )**

La energía cinética está dada por:

$$E_k = \frac{v^2}{2g_c} \quad (3.4)$$

---

donde:

$E_k$  : Energía cinética,  $[lb_f \cdot ft/lb_m]$

$v$  : Velocidad,  $[ft/s]$

$g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$

Al sustituir las energías correspondientes en las posiciones uno y dos de la ec. (3.1) se obtiene:

$$p_1 V_1 + \frac{g}{g_c} h_1 + \frac{v_1^2}{2g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s = p_2 V_2 + \frac{g}{g_c} h_2 + \frac{v_2^2}{2g_c} \quad (3.5)$$

$$V \Delta p + \frac{g}{g_c} \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s = 0 \quad (3.6)$$

donde:

$V$  : Volumen específico medio del fluido,  $\left(V = \frac{1}{\rho}\right)$

Multiplicando la ec. (3.6) por  $\left(\frac{\rho}{\Delta L}\right)$  y considerando despreciable las pérdidas de energía por trabajo externo, se tiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} + \rho \left(\frac{g \Delta h}{g_c \Delta L}\right) + \rho \left(\frac{\Delta v^2}{2g_c \Delta L}\right) + \rho \left(\frac{\Delta W_f}{\Delta L}\right) = 0 \quad (3.7)$$

Considerando positiva la caída de presión en la dirección del flujo, se tiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \rho \left(\frac{g \Delta h}{g_c \Delta L}\right) + \rho \left(\frac{\Delta v^2}{2g_c \Delta L}\right) + \rho \left(\frac{\Delta W_f}{\Delta L}\right) \quad (3.8)$$

Para términos de gradientes, se define la ecuación de la manera siguiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (3.9)$$

donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$  : Gradiente de presión total

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e$  : Gradiente de presión debido a la elevación

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción

En el caso de flujo vertical e inclinado, la caída de presión por elevación es el componente más importante, contribuyendo en mas del 80 % en las perdidas totales.

SECCIÓN 3.3

**Gradiente de presión por efecto de la fricción**

Las pérdidas o caídas de presión por efecto de la fricción, generada por las paredes internas de la tubería es un aspecto fundamental en el análisis de las caídas de presión totales.

Las ecuaciones utilizadas para determinar las pérdidas de presión por fricción a lo largo de una tubería con la velocidad media del fluido, son la ecuación de Darcy - Weisbach y la ecuación de Fanning.

**3.3.1. Ecuación de Darcy - Weisbach**

En la década de 1850 a 1860, Darcy y otros investigadores determinaron experimentalmente que:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho v^2}{2g_c d} \tag{3.10}$$

donde:

- $\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $\rho$  : Densidad del fluido,  $[lb_m/ft^3]$
- $v$  : Velocidad del fluido,  $[ft/s]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

**3.3.2. Ecuación de Fanning**

Fanning posteriormente estableció una ecuación, en la que obtuvo valores de  $f$  cuatro veces menores que los de Darcy - Weisbach. Esta diferencia se debe al uso del radio hidráulico en lugar del diámetro de la tubería.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho v^2}{2g_c r_h} \tag{3.11}$$

y;

$$r_h = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}$$

Sustituyendo  $r_h$  en la ec. (3.11), obtenemos:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{2f\rho v^2}{g_c d} \tag{3.12}$$

donde:

---

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$	: Gradiente de presión debido a la fricción, $[lb_f/ft^2/ft]$
$f$	: Factor de fricción, $[adim]$
$\rho$	: Densidad del fluido, $[lb_m/ft^3]$
$v$	: Velocidad del fluido, $[ft/s]$
$g_c$	: Factor de conversión gravitacional = $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
$r_h$	: Radio hidráulico, $[ft]$
$d$	: Diámetro de la tubería, $[ft]$

### 3.3.3. Factor de fricción

En el caso del flujo en tuberías; la fricción ( $f$ ) ha sido correlacionada con el Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ), y la rugosidad relativa en la tubería ( $\varepsilon/d$ ).

$$f = f(N_{Re}, \varepsilon/d)$$

Para calcular el valor de fricción, es necesario determinar el régimen de flujo presente en la tubería (laminar ó turbulento).

**Tabla 3.1: Régimen de flujo según el Número de Reynolds**

Número de Reynolds	Régimen
$N_{Re} < 2300$	Laminar
$N_{Re} > 3100$	Turbulento

Según sea el régimen de flujo, es necesario hacer uso de las siguientes ecuaciones:

- Para **flujo laminar** en una sola fase, el factor de fricción depende exclusivamente del Número de Reynolds, y está dado por:

$$f = \frac{64}{N_{Re}} \quad (3.13)$$

- Para **flujo turbulento** en tuberías rugosas, el factor de fricción está dado por la ecuación de **Colebrook & White**:

$$f = \left[ -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715 \cdot d} + \frac{2.514}{N_{Re} \sqrt{f_s}} \right) \right]^{-2} \quad (3.14)$$

$f$	: Factor de fricción, $[adim]$
$\varepsilon$	: Rugosidad absoluta, $[pg]$ , $[ft]$
$d$	: Diámetro de la tubería, $[pg]$ , $[ft]$
$N_{Re}$	: Número de Reynolds, $[adim]$
$f_s$	: Factor de fricción supuesto, $[adim]$

Para calcular  $f$ , en este caso, se requiere de un proceso iterativo.

Pasos para calcular  $f$ :

- 1.- Suponer una  $f_s$  inicial, utilizar un valor de  $f_s = 0.01$  y sustituir en la ec. (3.14)
- 2.- Con el valor de  $f$  obtenido en el paso 1, volver a sustituir en la ec. (3.14)
- 3.- Realizar el mismo procedimiento hasta converger con un porcentaje de error de 0.0001

SECCIÓN 3.4

**Número de Reynolds,  $N_{Re}$**

El Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ), es un parámetro adimensional cuyo valor indica si el flujo sigue un régimen laminar o turbulento.

$$N_{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (3.15)$$

donde:

- $N_{Re}$  : Número de Reynolds, [*adim*]
- $\rho$  : Densidad del fluido, [ $kg/m^3$ ]
- $v$  : Velocidad del fluido, [ $m/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $m$ ]
- $\mu$  : Viscosidad del fluido, [ $kg/m \cdot s$ ]

$$N_{Re} = 1488 \left( \frac{\rho v d}{\mu} \right) \quad (3.16)$$

donde:

- $N_{Re}$  : Número de Reynolds, [*adim*]
- $\rho$  : Densidad del fluido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v$  : Velocidad del fluido, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $\mu$  : Viscosidad del fluido, [*cp*]

$$N_{Re} = 1488 \left( \frac{\rho_s v_m d}{\mu_s} \right) \quad (3.17)$$

donde:

- $N_{Re}$  : Número de Reynolds, [*adim*]
- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $\mu_s$  : Viscosidad de la mezcla con resbalamiento, [*cp*]

o también:

$$N_{Re} = 1488 \left( \frac{\rho_{ns} v_m d}{\mu_{ns}} \right) \quad (3.18)$$

donde:

- $N_{Re}$  : Número de Reynolds, [*adim*]
- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $\mu_{ns}$  : Viscosidad de la mezcla sin resbalamiento, [*cp*]

El Número de Reynolds depende de la velocidad del fluido, del diámetro de la tubería o diámetro equivalente (si la conducción no es circular) y de la viscosidad del fluido.

## Rugosidad, $\varepsilon$

La rugosidad absoluta ( $\varepsilon$ ) es una medida del grado de imperfecciones de la superficie interna de la tubería. En el contexto petrolero, este parámetro puede ajustarse (bajo ciertos límites) para reproducir gradientes de presión medida, tomando en cuenta que la rugosidad original puede experimentar cambios con el paso del tiempo. Por ejemplo, por corrosión, incrustaciones, depósitos orgánicos, etc. Además de depender del tipo material.

- Para tuberías comerciales, la rugosidad absoluta, varía de los 0.0006 - 0.0008 [pg]
- Para tuberías de producción, comúnmente se utiliza un valor de 0.0006 [pg] y para líneas superficiales de 0.0006 - 0.00075 [pg]

## Diagrama de Moody

Moody generó un diagrama (**Fig. 3.1**) basándose en la ec. (3.14) para poder determinar el valor de  $f$  en tuberías de rugosidad comercial.

Para poder utilizar el diagrama de Moody es necesario conocer la rugosidad relativa que está dada por la siguiente ecuación:

$$\varepsilon/d \tag{3.19}$$

- Para  $N_{Re} < 2300$  (flujo laminar),  $f$  depende exclusivamente del Número de Reynolds
- Para  $N_{Re} > 3100$  (flujo turbulento),  $f$  depende tanto de  $N_{Re}$  como de  $\varepsilon/d$
- Para  $2300 < N_{Re} < 3100$  (zona de transición), se puede aproximar con la siguiente ecuación:

$$f_c = \frac{N_{Re} - 2300}{2300} \left[ \frac{1.3521}{\left[ 2.3026 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{3100\sqrt{f_s}} \right) \right]^2} \right] \tag{3.20}$$

- $f_c$  : Factor de fricción calculado, [adim]  
 $\varepsilon$  : Rugosidad absoluta, [pg], [ft]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [pg], [ft]  
 $N_{Re}$  : Número de Reynolds, [adim]  
 $f_s$  : Factor de fricción supuesto, [adim]

Pasos para calcular  $f$ :

- 1.- Suponer una  $f_s$  inicial, utilizar un valor de  $f = 0.01$  y sustituir en la ec. (3.20)
- 2.- Con el valor de  $f$  obtenido en el paso 1, volver a sustituir en la ec. (3.20)
- 3.- Realizar el mismo procedimiento hasta converger con un porcentaje de error de 0.0001

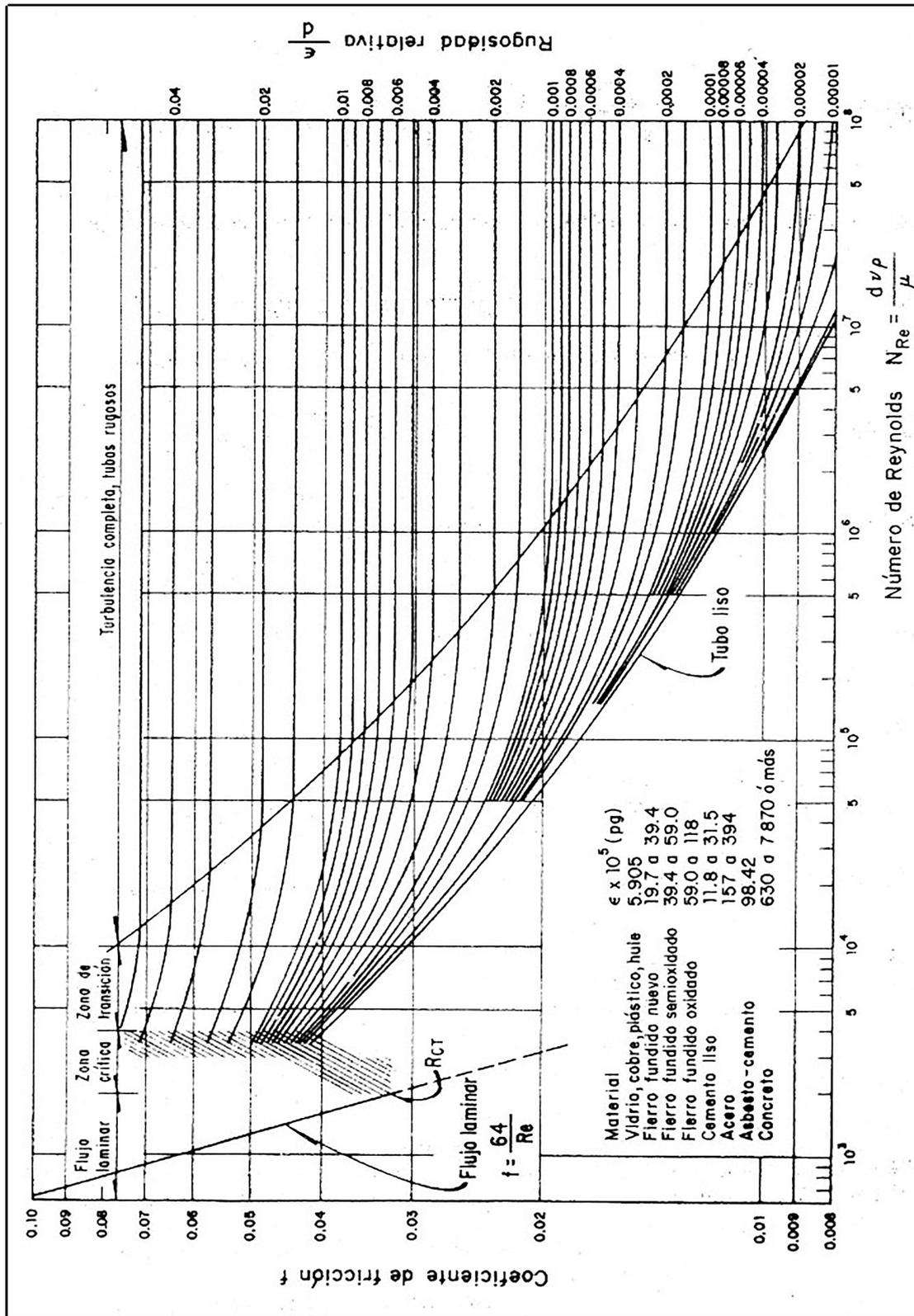


Fig. 3.1: Diagrama de Moody

## Definiciones y conceptos del flujo multifásico

### 3.7.1. Fase

Porción de un sistema que es microscópicamente homogénea tanto en su composición química como en sus propiedades físicas. Se encuentra separada de otras porciones similares por regiones o límites bien definidos, llamadas interfases. Existen 3 tipos de fases: sólida, líquida y gaseosa. Una sustancia puede cambiar de una fase a otra a través de lo que se conoce como una transición de fase. Éstas transiciones son causadas principalmente por los cambios de temperatura y presión en el sistema.

### 3.7.2. Flujo multifásico

Se define como el flujo simultáneo de varias fases a través de la tubería.

### 3.7.3. Interfase

Superficie que separa a dos fases.

### 3.7.4. Patrón o régimen de flujo

Al fluir dos fases simultáneamente, lo pueden hacer en formas diversas. Cada una de estas formas presenta una distribución relativa de una fase con respecto a la otra, constituyendo un patrón o tipo de flujo. El patrón de flujo es la configuración geométrica de las fases en la tubería. Está determinado por la forma de la interfase.

### 3.7.5. Colgamiento de líquido

Es el área fraccional promedio ocupada por el líquido en una sección transversal de la tubería.

$$H_L = \frac{A_L}{A_t} \quad (3.21)$$

donde:

$H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]

$A_L$  : Área de líquido en la sección transversal de la tubería , [ $ft^2$ ]

$A_t$  : Área de la sección transversal de la tubería , [ $ft^2$ ]

y,

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) d^2 \quad (3.22)$$

donde:

$A_t$  : Área de la sección transversal de la tubería , [ $ft^2$ ]

$d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]

### 3.7.6. Gasto másico

Se obtiene a partir del colgamiento con:

$$w_m = \frac{lb_m \text{ de líquido y gas}}{s} \quad (3.23)$$

Teniendo en cuenta que:

$$w_m = w_o + w_w + w_g \quad (3.24)$$

donde:

- $w_m$  : Gasto másico de la mezcla,  $[lb_m/s]$
- $w_o$  : Gasto másico del aceite,  $[lb_m/s]$
- $w_w$  : Gasto másico del agua,  $[lb_m/s]$
- $w_g$  : Gasto másico del gas,  $[lb_m/s]$

$$w_o = \frac{\rho_o q_o B_o}{15391} \quad (3.25)$$

$$w_w = \frac{\rho_w q_w B_w}{15391} \quad (3.26)$$

$$w_g = \frac{\rho_g q_o (RGA - R_s) B_g}{86400} \quad (3.27)$$

donde:

- $w_o$  : Gasto másico del aceite,  $[lb_m/s]$
- $w_w$  : Gasto másico del agua,  $[lb_m/s]$
- $w_g$  : Gasto másico del gas,  $[lb_m/s]$
- $\rho_o$  : Densidad del aceite,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_w$  : Densidad del agua,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $q_{o@c.s.}$  : Gasto de aceite a condiciones estándar,  $[bpd]$
- $q_w$  : Gasto de agua,  $[bpd]$
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $B_w$  : Factor de volumen del agua,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $B_g$  : Factor de volumen del gas,  $[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$
- $RGA$  : Relación gas - aceite,  $[ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$
- $R_s$  : Relación de solubilidad,  $[ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$

### 3.7.7. Resbalamiento de líquido

Considere un sistema de flujo de una sola fase en donde el gasto, diámetro, inclinación de la tubería y propiedades físicas corresponden a las de un solo fluido contenido; es posible calcular la velocidad del líquido en cualquier posición axial de la tubería. Una vez que la velocidad se determina, se puede proceder con los cálculos para determinar la caída de presión o la transferencia de calor.

Cuando se trata de flujo multifásico, los parámetros de entrada incluyen gastos de gas y líquido, diámetro e inclinación de la tubería y las propiedades de cada fase. Para este caso se cuenta con tres incógnitas que no se consideran en el flujo monofásico: las velocidades del líquido y

del gas y el colgamiento de líquido,  $H_L$ ; por lo que el sistema no puede ser resuelto de manera directa, como en el caso anterior.

Una manera de simplificar el sistema es considerando que ambas fases se mueven a la misma velocidad, es decir;  $v_g = v_L$ , colgamiento sin resbalamiento =  $\lambda_L$ .

El colgamiento sin resbalamiento, está definido por la ecuación siguiente:

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_L + q_g} \quad (3.28)$$

donde:

- $\lambda_L$  : Colgamiento sin resbalamiento de líquido, [*adim*]
- $q_L$  : Gasto del líquido, [ $ft^3/s$ ]
- $q_g$  : Gasto del gas, [ $ft^3/s$ ]

$$\lambda_g = \frac{q_g}{q_L + q_g} \quad (3.29)$$

donde:

- $\lambda_g$  : Colgamiento sin resbalamiento de gas, [*adim*]
- $q_L$  : Gasto del líquido, [ $ft^3/s$ ]
- $q_g$  : Gasto del gas, [ $ft^3/s$ ]

O bien, se puede tener en función de las velocidades superficiales:

$$\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{Sg}} \quad (3.30)$$

donde:

- $\lambda_L$  : Colgamiento sin resbalamiento de líquido, [*adim*]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]

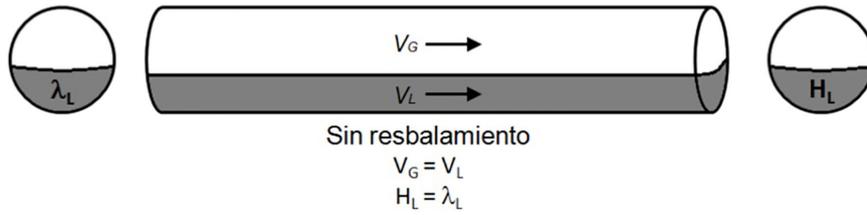
$$\lambda_g = \frac{v_{Sg}}{v_{SL} + v_{Sg}} \quad (3.31)$$

donde:

- $\lambda_g$  : Colgamiento sin resbalamiento de gas, [*adim*]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]

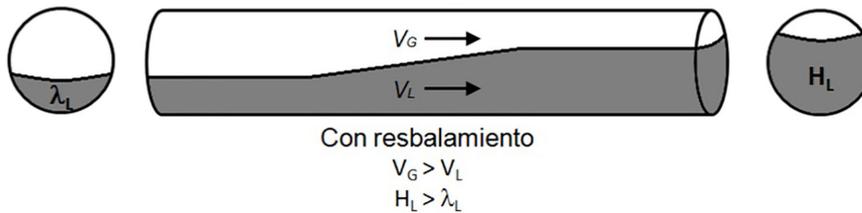
La **Fig. 3.2**, muestra el caso de condición sin resbalamiento, en la que el gas y el líquido viajan a la misma velocidad ( $v_g = v_L$ ), la condición para que no exista resbalamiento es que las dos fases viajen a la misma velocidad.

Por esta condición de flujo, el colgamiento de líquido es igual al colgamiento sin resbalamiento ( $H_L = \lambda_L$ ).



**Fig. 3.2: Colgamiento sin resbalamiento**

Si el gas y el líquido no se mueven a la misma velocidad entonces se genera el resbalamiento entre las dos fases. La fase gaseosa viaja a una mayor velocidad que la fase líquida debido a su flotabilidad y reducción de las fuerzas de fricción. Tomando en cuenta lo anterior, si la fase de gas viaja más rápido que la fase líquida, la sección transversal de la fase de gas se reduce, mientras que la sección transversal de la fase líquida aumenta (**Fig. 3.3**). Esto se traduce en la acumulación de líquido en la tubería y en un consecuente colgamiento de líquido mayor que el colgamiento sin resbalamiento ( $H_L > \lambda_L$ ).



**Fig. 3.3: Colgamiento con resbalamiento**

Tomando en cuenta lo anterior, el colgamiento de líquido,  $H_L$ , se obtiene:

$$H_L = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{Sg}} \quad (3.32)$$

donde:

- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]

### 3.7.8. Velocidades superficiales

Es la velocidad que tendría cualquiera de las fases si fluyera sola a través de la tubería. Se define por las expresiones siguientes:

$$v_{SL} = \frac{q_L}{A_t} \quad (3.33)$$

donde:

- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $q_L$  : Gasto del líquido, [ft<sup>3</sup>/s]
- $A_t$  : Área de la sección transversal de la tubería , [ft<sup>2</sup>]

y;

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (q_{o@c.s.} B_o) \quad (3.34)$$

donde:

- $q_{L@c.f.}$  : Gasto del líquido a condiciones de flujo, [ $ft^3/s$ ]
- $q_{o@c.s.}$  : Gasto de aceite a condiciones estándar, [ $bpd$ ]
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite, [ $bl_{@c.f.}/bl_{@c.s.}$ ]

*Nota: En el  $B_o$ , la relación de volumen es [ $bl_{@c.f.}/bl_{@c.s.}$ ]. Debido a que estamos analizando las condiciones de flujo para una determinada sección de la tubería.*

Para la velocidad superficial del gas, tenemos:

$$v_{Sg} = \frac{q_g}{A_t} \quad (3.35)$$

donde:

- $v_{sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]
- $q_g$  : Gasto del gas, [ $ft^3/s$ ]
- $A_t$  : Área de la sección transversal de la tubería , [ $ft^2$ ]

y;

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} (q_{g@c.s.} - q_{o@c.s.} R_s) B_g \quad (3.36)$$

donde:

- $q_{g@c.f.}$  : Gasto del gas a condiciones de flujo, [ $ft^3/s$ ]
- $q_{g@c.s.}$  : Gasto del gas a condiciones estándar, [ $ft^3/dia$ ]
- $q_{o@c.s.}$  : Gasto de aceite a condiciones estándar, [ $bpd$ ]
- $R_s$  : Relación de solubilidad, [ $ft^3/bl$ ]
- $B_g$  : Factor de volumen del gas, [ $ft^3_{@c.f.}/ft^3_{@c.s.}$ ]

o también:

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} [q_{o@c.s.} \cdot (RGA - R_s)] \cdot B_g \quad (3.37)$$

donde:

- $q_{g@c.f.}$  : Gasto del gas a condiciones de flujo, [ $ft^3/s$ ]
- $q_{o@c.s.}$  : Gasto de aceite a condiciones estándar, [ $bpd$ ]
- $RGA$  : Relación gas - aceite, [ $ft^3/bl$ ]
- $R_s$  : Relación de solubilidad, [ $ft^3/bl$ ]
- $B_g$  : Factor de volumen del gas, [ $ft^3_{@c.f.}/ft^3_{@c.s.}$ ]

### 3.7.9. Velocidad de la mezcla

Es la suma de las velocidades superficiales de cada fase.

$$v_m = v_{SL} + v_{Sg} \quad (3.38)$$

donde:

- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ft/s]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]

también podemos hacer uso de:

$$v_m = \frac{q_{L@c.f.} + q_{g@c.f.}}{A_t} \quad (3.39)$$

donde:

- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ft/s]
- $q_{L@c.f.}$  : Gasto del líquido a condiciones de flujo, [ft<sup>3</sup>/s]
- $q_{g@c.f.}$  : Gasto del gas a condiciones de flujo, [ft<sup>3</sup>/s]
- $A_t$  : Área de la sección transversal de la tubería, [ft<sup>2</sup>]

### 3.7.10. Velocidades reales

Aplicando el concepto de colgamiento, se puede obtener la velocidad real correspondiente a cada fase.

- Velocidad real del líquido:

$$v_L = \frac{v_{SL}}{H_L} \quad (3.40)$$

- Velocidad real del gas:

$$v_g = \frac{v_{Sg}}{(1 - H_L)} \quad (3.41)$$

donde:

- $v_L$  : Velocidad real del líquido, [ft/s]
- $v_g$  : Velocidad real del gas, [ft/s]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]
- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]

### 3.7.11. Velocidad de resbalamiento

La velocidad de resbalamiento esta definida por:

$$v_s = v_g - v_L \quad (3.42)$$

donde:

- $v_s$  : Velocidad de resbalamiento, [ft/s]
- $v_L$  : Velocidad real del líquido, [ft/s]
- $v_g$  : Velocidad real del gas, [ft/s]

o en función de las velocidades superficiales y el colgamiento:

$$v_s = \frac{v_{Sg}}{(1 - H_L)} - \frac{v_{SL}}{H_L} \quad (3.43)$$

---

donde:

- $v_s$  : Velocidad de resbalamiento, [ $ft/s$ ]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]
- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [ $adim$ ]

### 3.7.12. Densidad de la mezcla

Se obtiene a partir del colgamiento con:

$$\rho_s = \rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad (3.44)$$

donde:

- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [ $adim$ ]

Algunos autores calculan la densidad de la mezcla sin considerar el resbalamiento entre las fases, esto es:

$$\rho_{ns} = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L) \quad (3.45)$$

donde:

- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\lambda_L$  : Resbalamiento de líquido, [ $adim$ ]

Cuando se tiene una mezcla de aceite y agua, la densidad está dada por:

$$\rho_L = \rho_o f_o + \rho_w f_w \quad (3.46)$$

y;

$$f_o = \frac{q_o B_o}{q_w B_w + q_o B_o} \quad (3.47)$$

o

$$f_o = \frac{B_o}{B_o + (WOR) B_w} \quad (3.48)$$

y  $f_w$ :

$$f_w = 1 - f_o \quad (3.49)$$

donde:

- $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_o$  : Densidad del aceite,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_w$  : Densidad del agua,  $[lb_m/ft^3]$
- $f_o$  : Flujo fraccional del aceite,  $[adim]$
- $f_w$  : Flujo fraccional del agua,  $[adim]$
- $q_o$  : Gasto del aceite,  $[bpd]$
- $q_w$  : Gasto del agua,  $[bpd]$
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $B_w$  : Factor de volumen del agua,  $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
- $WOR$  : Relación agua - aceite,  $[ft^3/bl]$

### 3.7.13. Tensión superficial de la mezcla

Para el cálculo de la tensión superficial de la mezcla de dos fases, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\sigma_L = \sigma_o f_o + \sigma_w f_w \quad (3.50)$$

donde:

- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido,  $[dinas/cm]$
- $\sigma_o$  : Tensión superficial del aceite,  $[dinas/cm]$
- $\sigma_w$  : Tensión superficial del agua,  $[dinas/cm]$
- $f_o$  : Flujo fraccional del aceite,  $[adim]$
- $f_w$  : Flujo fraccional del agua,  $[adim]$

### 3.7.14. Viscosidad de la mezcla

Dependiendo del método que se aplique, se usan las siguientes ecuaciones para obtener la viscosidad de la mezcla de dos fases:

$$\mu_s = \mu_L H_L + \mu_g (1 - H_L) \quad (3.51)$$

donde:

- $\mu_s$  : Viscosidad de la mezcla con resbalamiento,  $[cp]$
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido,  $[cp]$
- $\mu_g$  : Viscosidad del gas,  $[cp]$
- $H_L$  : Colgamiento del líquido,  $[adim]$

o en el caso de que no se considere el resbalamiento:

$$\mu_{ns} = \mu_L \lambda_L + \mu_g (1 - \lambda_L) \quad (3.52)$$

donde:

- $\mu_{ns}$  : Viscosidad de la mezcla sin resbalamiento,  $[cp]$
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido,  $[cp]$
- $\mu_g$  : Viscosidad del gas,  $[cp]$
- $\lambda_L$  : Resbalamiento de líquido,  $[adim]$

Cuando se tiene una mezcla de aceite y agua, la viscosidad está dada por:

---

$$\mu_L = \mu_o f_o + \mu_w f_w \quad (3.53)$$

donde:

- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [cp]
- $\mu_o$  : Viscosidad del aceite, [cp]
- $\mu_w$  : Viscosidad del agua, [cp]
- $f_o$  : Flujo fraccional del aceite, [adim]
- $f_w$  : Flujo fraccional del agua, [adim]

## SECCIÓN 3.8

### Patrones de flujo

Los patrones de flujo son las distintas configuraciones que forman dos fases o más fases al fluir juntas por una tubería y está determinado por la forma de la interfaz. Estos han sido estudiados tanto teórica como experimentalmente con el objeto de explicar sus ventajas y desventajas en el transporte de aceite.

#### 3.8.1. Factores que afectan a los patrones de flujo

##### 3.8.1.1. Flujo burbuja

Los factores que afectan a los patrones de flujo son:

- Gasto de cada fase
- Condiciones de presión y temperatura
- Condiciones de transferencia de calor del sistema con sus alrededores
- Geometría de la línea (diámetro, ángulo de inclinación, rugosidad)
- Propiedades de los fluidos transportados (densidad relativa del aceite, viscosidad, tensión superficial, etc.)
- Sentido del flujo (ascendente, descendente, concurrente, contracorriente)

#### 3.8.2. Patrones de flujo en tuberías verticales

Generalmente los patrones de flujo en tuberías verticales son más simétricos alrededor de la dirección axial, y menos dominados por la gravedad.

Los patrones de flujo presentes en tuberías verticales son los siguientes:

- Flujo burbuja
- Flujo bache (slug)
- Flujo transitorio (churn)
- Flujo niebla (mist)



Fig. 3.4: *Video patrones de flujo vertical*

### 3.8.2.1. Flujo burbuja

La tubería se encuentra casi llena de líquido, con una pequeña fase de gas. El gas presente se encuentra disperso en forma de pequeñas burbujas distribuidas aleatoriamente.

Éste patrón comúnmente se divide en **flujo burbuja** (a gastos de líquido relativamente bajos; es caracterizado por el resbalamiento entre la fases); y en **flujo burbuja dispersa** (a gastos relativamente altos de líquido; la fase gaseosa en forma de burbujas es arrastrada por la fase líquida, por lo que no existe resbalamiento entre las fases).



Fig. 3.5: *Flujo burbuja*



Fig. 3.6: *Video flujo burbuja*

### 3.8.2.2. Flujo bache (slug)

En éste tipo de patrón de flujo, la fase de gas es mas pronunciada; aunque la fase líquido siga siendo la fase continua, las burbujas de gas se unen y forman burbujas estables de mayor tamaño (casi del diámetro interno de la tubería), separadas por baches de líquido.

El flujo consiste en una sucesión de burbujas separadas por baches de líquido. Una delgada película de líquido fluye contra la corriente, entre la burbuja y la pared interna de la tubería. La película penetra en el siguiente bache de líquido y crea una mezcla aireada por pequeñas burbujas de gas.

La variación de las velocidades de las fases podría resultar no sólo en una variación de las pérdidas por fricción en la pared, sino también en el colgamiento de líquido.



Fig. 3.7: *Flujo bache*



Fig. 3.8: *Video flujo bache*

### 3.8.2.3. Flujo transitorio (churn)

En este patrón de flujo se presenta el cambio de la fase continua de líquido a la fase continua de gas. Ocurre a mayores gastos de gas, cuando el bache de líquido desaparece entre las burbujas de gas, por lo que la fase gaseosa arrastra una cantidad significativa de líquido con ella.



Fig. 3.9: *Flujo transitorio*

### 3.8.2.4. Flujo niebla (mist)

En este patrón, la fase continua es el gas, el cual arrastra y transporta al líquido en forma de pequeñas gotas. Como en el caso horizontal, el líquido también deja una película en la pared interna de la tubería, moviéndose lentamente, mientras el gas se desplaza rápidamente por el centro. La interfase es altamente ondulada.

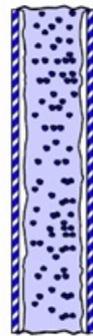


Fig. 3.10: *Flujo niebla*

## 3.8.3. Patrones de flujo en tuberías horizontales

Los patrones de flujo bifásico en tuberías horizontales, se pueden clasificar como:

I. Flujo estratificado:

- Suave
- Ondulado

II. Flujo intermitente:

- Burbuja alargada
- Bache de líquido

III. Flujo anular:

- Anular
- Anular ondulado

### 3.8.3.1. Flujo estratificado

Este patrón de flujo, se presenta con gastos de gas - líquido relativamente bajos. Las dos fases se separan por gravedad, fluyendo la fase líquida en la parte inferior de la tubería y la parte gaseosa en la parte superior.

- Suave: la interfase gas - líquido es suave y la fracción ocupada por cada fase permanece constante.

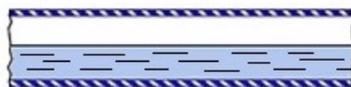


Fig. 3.11: *Flujo estratificado suave*

- Ondulado: se forman ondas en la interfase gas - líquido, generadas al incrementar el gasto de gas, el cual se mueve más rápido que el líquido, dando lugar a las ondas. La amplitud de dichas ondas se incrementa con el aumento del gasto de gas.



Fig. 3.12: *Flujo estratificado ondulado*

### 3.8.3.2. Flujo intermitente

Se caracteriza por un flujo alternado de líquido y gas, donde la tubería es ocupada en su sección transversal por tapones o baches de líquido, separados por bolsas de gas. Este patrón de flujo se divide en tipo burbuja alargada y bache de líquido.

- Burbuja alargada: el líquido ocupa el volumen de la sección transversal y el gas forma burbujas a lo largo de la superficie de la tubería.



Fig. 3.13: *Flujo intermitente burbuja alargada*

- Bache de líquido: al aumentar el flujo de gas, las burbujas se unen y se forman secciones alternadas de gas y líquido a lo largo de la superficie de la tubería, con una fase líquida continúa en el fondo; el cuerpo del bache tiene burbujas dispersas.



Fig. 3.14: *Flujo intermitente bache de líquido*

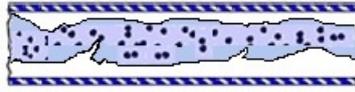
### 3.8.3.3. Flujo anular

- Anular: se produce a velocidades elevadas de gas, en donde el líquido fluye como una película anular de espesor variable a lo largo de la pared, mientras que el gas fluye como un núcleo a alta velocidad en el centro, con parte del líquido arrastrado al centro en forma de gotas.



Fig. 3.15: *Flujo anular*

- 
- Ondulado: a medida que el gasto de gas aumenta, se van generando ondas inestables de líquido las cuales pueden llegar a rozar la pared superior interna de la tubería, dando lugar al flujo anular ondulado.



**Fig. 3.16:** *Flujo anular ondulado*



---

## CAPÍTULO 4

---

# CORRELACIONES PARA CAÍDAS DE PRESIÓN EN TUBERÍAS VERTICALES

### Introducción

Existen 3 categorías en las que se dividen las correlaciones para calcular la caída de presión en tuberías verticales:

**Tabla 4.1: Consideraciones por categoría**

Consideraciones	Categoría A	Categoría B	Categoría C
Resbalamiento	x	√	√
$\rho_m$	En función de las propiedades de los fluidos	En función del colgamiento	En función del colgamiento
$f$	Empíricamente	Propiedades combinadas de las fases	Propiedades del fluido en la fase continua
Patrón de flujo	x	√	√

**Tabla 4.2: Relación de autores y categorías**

Método	Categoría
Poettmann & Carpenter	A
Baxendell & Thomas	A
Fancher & Brown	A
Hagedorn & Brown	B
Asheim	B
Duns & Ros	C
Orkiszewski	C
Aziz	C
Chierici	C
Beggs & Brill	C
Mukherjee & Brill	C

SECCIÓN 4.1

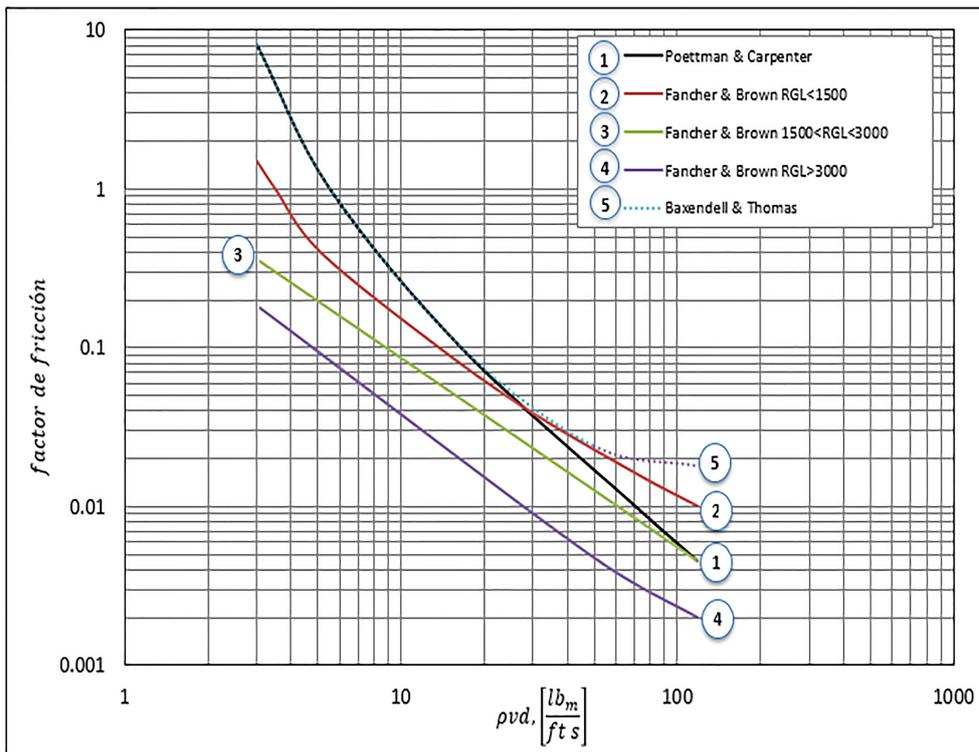
**Categoría A**

Los tres métodos considerados en esta categoría difieren únicamente en el cálculo del factor de la fricción. En cada método se utiliza la ec. (4.1) para calcular la caída de presión y para el calculo de la fricción se utilizan las correlaciones gráficas mostradas en la **Fig. 4.1**.

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{f \rho_n v_m^2}{2dg_c} + \rho_{ns} \cdot \frac{g}{g_c} \quad (4.1)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  : Gradiente de presión,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento,  $[lb_m/ft^3]$
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$
- $g$  : Constante gravitacional =  $32.2 [ft/s^2]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$



**Fig. 4.1:** Correlaciones gráficas para el factor de fricción de la Categoría A

SECCIÓN 4.2

**Categoría B**

**4.2.1. Correlación de Hagedorn & Brown**

Hagedorn & Brown desarrollaron la siguiente correlación para calcular el gradiente de presión en tuberías verticales:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{f \rho_{ns}^2 v_m^2}{2 \rho_s d g_c} + \frac{\rho_s g}{g_c} + \frac{\rho_s \Delta(v_m^2)}{2 \Delta L g_c} \quad (4.2)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  : Gradiente de presión, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]  
 $f$  : Factor de fricción, [ $adim$ ]  
 $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]  
 $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]  
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]  
 $L$  : Longitud de la tubería, [ $ft$ ]  
 $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ $ft/s^2$ ]  
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]

#### 4.2.1.1. Predicción del colgamiento

Hagedorn & Brown utiliza cuatro grupos adimensionales propuestos por Duns & Ros.

- Número de la velocidad del líquido:

$$N_{Lv} = 1.938 v_{SL} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (4.3)$$

- Número de la velocidad del gas:

$$N_{gv} = 1.938 v_{Sg} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (4.4)$$

- Número del diámetro de tubería:

$$N_d = 120.872 d \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (4.5)$$

- Número de la viscosidad del líquido:

$$N_L = 0.15726 \mu_L \sqrt[4]{\frac{1}{\rho_L \sigma_L^3}} \quad (4.6)$$

donde:

- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]  
 $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]  
 $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]  
 $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [ $dinas/cm$ ]  
 $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [ $cp$ ]

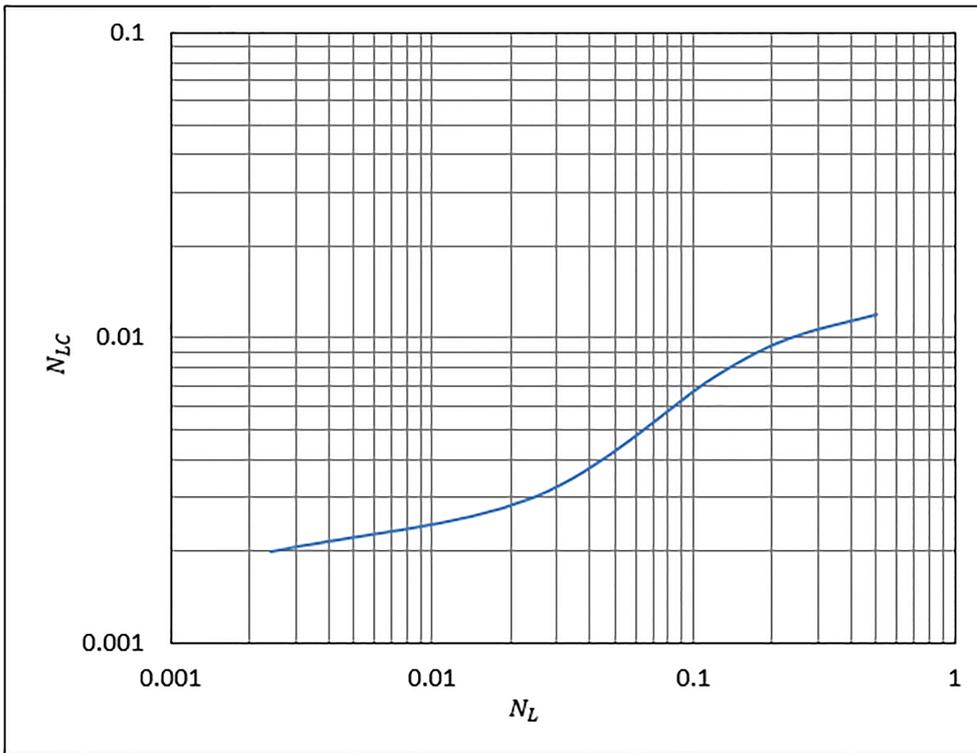


Fig. 4.2: *Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para  $N_{LC}$*

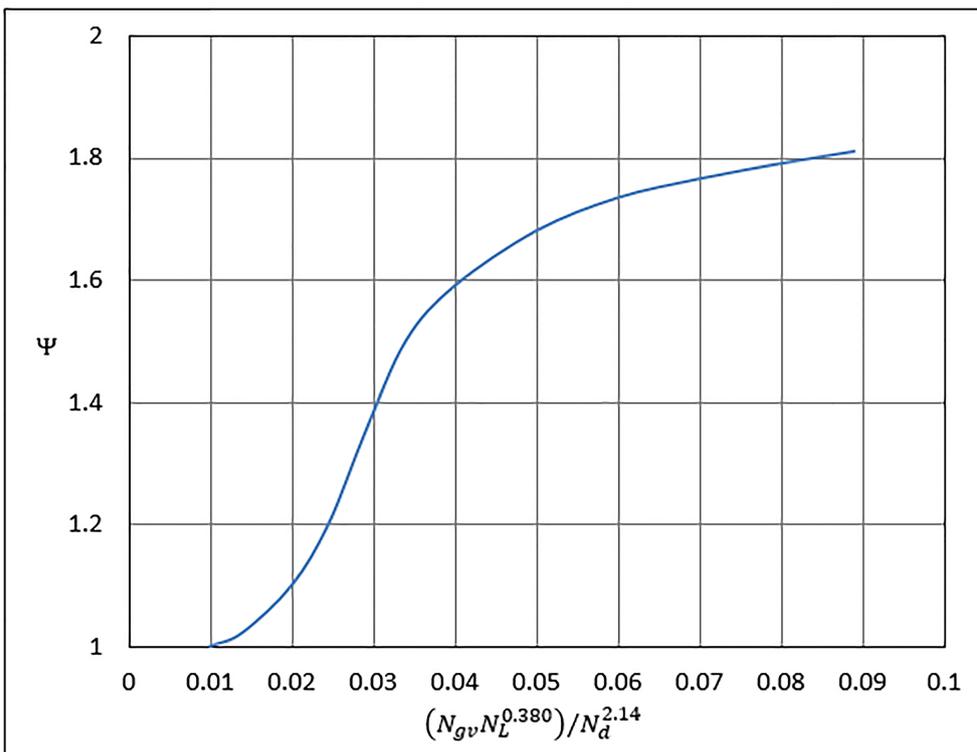


Fig. 4.3: *Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para  $\Psi$*

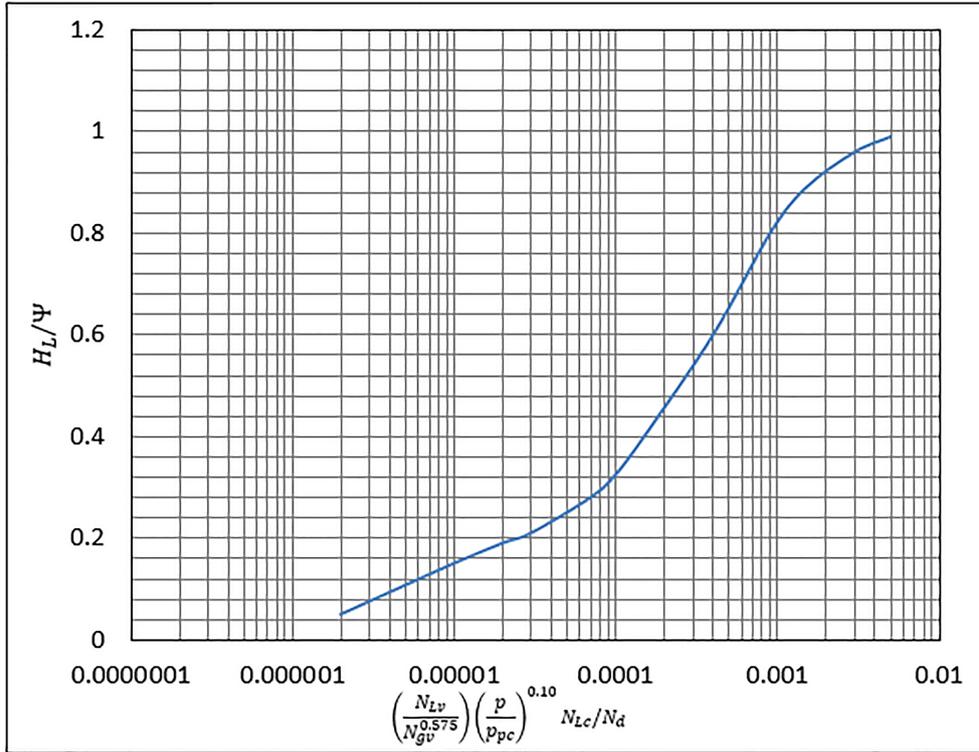


Fig. 4.4: Correlación gráfica de Hagedorn & Brown para  $H_L/\Psi$

#### 4.2.1.2. Predicción del factor de fricción

El factor de fricción se obtiene mediante el diagrama de Moody (Fig. 3.1) para  $N_{Re}$  con resbalamiento de la ec. (3.17).

#### 4.2.1.3. Gradiente de presión por efecto de la aceleración

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} = \frac{\rho_s \Delta(v_m^2)}{2\Delta L g_c} \quad (4.7)$$

y

$$\Delta(v_m^2) = v_{m1}^2 - v_{m2}^2 \quad (4.8)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_{ac}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]
- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $L$  : Longitud, [ $ft$ ]
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$

#### 4.2.2. Correlación de Asheim

El método de Asheim no toma en cuenta patrones de flujo sin embargo permite la selección de tres parámetros empíricos para patrón de flujo bache y homogéneo.

El gradiente de presión está determinado por la siguiente ecuación:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{f \rho_{ns}^2 v_m^2}{2d g_c} + \frac{\rho_s g \text{sen}(\theta)}{g_c} \quad (4.9)$$

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  : Gradiente de presión,  $[lb_f/ft^2/ft]$   
 $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$   
 $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento,  $[lb_m/ft^3]$   
 $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento,  $[lb_m/ft^3]$   
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$   
 $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$   
 $g$  : Constante gravitacional = 32.2  $[ft/s^2]$   
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2  $[lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$   
 $\theta$  : Ángulo de inclinación,  $[^\circ]$

#### 4.2.2.1. Predicción del colgamiento

$$H_L = \frac{A_L}{A_L + A_g} = \frac{\frac{v_{SL}}{v_L}}{\frac{v_{SL}}{v_L} + \frac{v_{Sg}}{v_g}} \quad (4.10)$$

y

$$v_g = a_1 \cdot v_L + a_2 \quad (4.11)$$

donde:

- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido,  $[ft/s]$   
 $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas,  $[ft/s]$   
 $v_L$  : Velocidad real del líquido,  $[ft/s]$   
 $v_g$  : Velocidad real del gas,  $[ft/s]$   
 $a_1$  : Constante uno dependiente del patrón de flujo,  $[adim]$   
 $a_2$  : Constante dos dependiente del patrón de flujo,  $[adim]$

Y los valores de  $a$  se muestran en la Tabla (4.3):

**Tabla 4.3: Valores de las constantes  $a$**

Patrón	a
	$a_1 = 1$
Homogéneo	$a_2 = 0$
	$a_1 = 1.2$
Bache	$a_2 = 0.35\sqrt{gd}$

#### 4.2.2.2. Predicción del factor de fricción

$$f = f_n \left( \frac{\rho_{ns}}{\rho_k} \right) \quad (4.12)$$

y

$$\rho_k = \rho_L \left( \frac{\lambda_L^2}{H_L} \right) + \rho_g \left[ \frac{(1 - \lambda_L)^2}{(1 - H_L)} \right] \quad (4.13)$$

donde:

- $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $f_n$  : Factor de fricción normal,  $[adim]$
- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_k$  : Densidad cinética,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $\lambda_L$  : Colgamiento sin resbalamiento del líquido,  $[adim]$
- $H_L$  : Colgamiento del líquido,  $[adim]$

$f_n$  se obtiene mediante el diagrama de Moody (**Fig. 3.1**) para  $N_{Re}$  sin resbalamiento dado por la ec. (3.18).

SECCIÓN 4.3

## Categoría C

Los métodos de esta categoría difieren en el método de predicción del patrón de flujo y el cálculo del colgamiento. Para el flujo vertical de una mezcla se utiliza la siguiente ecuación en todos los métodos de esta categoría:

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T = \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f + \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{ele} + \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{ac} \quad (4.14)$$

$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T$  : Gradiente de presión total

$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción

$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_e$  : Gradiente de presión debido a la elevación

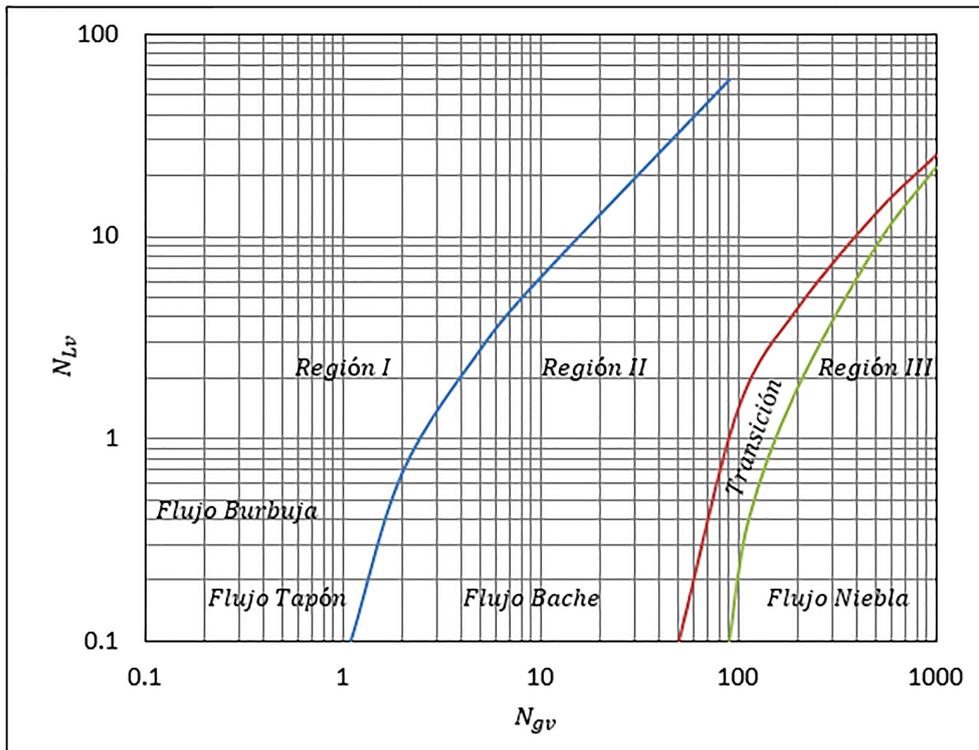
$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{ac}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración

### 4.3.1. Correlación de Duns & Ros

#### 4.3.1.1. Predicción del patrón de flujo

Duns & Ros desarrollaron un mapa de patrones de flujo (**Fig. 4.5**) que dividieron en tres regiones.

- Región I: Burbuja
  
- Región II: Bache
  
- Región III: Niebla



**Fig. 4.5:** Mapa de patrón de flujo desarrollado por Duns & Ros

Cada frontera de transición está en función de los grupos adimensionales  $N_{Lv}$  y  $N_{gv}$  que se obtienen mediante las ecs. (4.3) y (4.4).

Para estas fronteras de transición Duns & Ros propusieron las siguientes ecuaciones:

- Frontera Burbuja / Tapón:

$$N_{gv_{B/S}} = L_1 + L_2 N_{Lv} \tag{4.15}$$

Donde  $L_1$  y  $L_2$  mostradas en la **Fig. 4.6** están en función de  $N_d$  que se obtiene con la ec. (4.5).

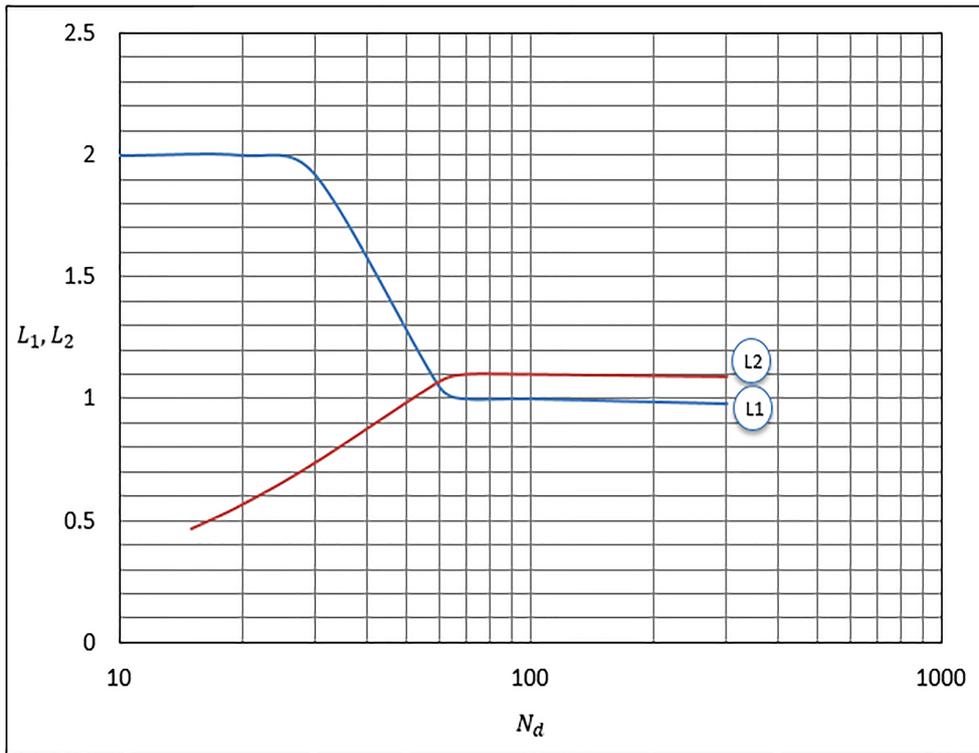


Fig. 4.6: Valores de  $L_1$  y  $L_2$  en función de  $N_d$

- Frontera Tapón / Transición:

$$N_{gvS/Tr} = 50 + 36 N_{Lv} \quad (4.16)$$

- Frontera Transición / Niebla:

$$N_{gvTr/M} = 75 + 84 N_{Lv}^{0.75} \quad (4.17)$$

#### 4.3.1.2. Número de la velocidad de resbalamiento

Duns & Ros propuso las siguientes correlaciones para determinar el número de la velocidad de resbalamiento, dependiendo del patrón de flujo.

Tabla 4.4: Cálculo de  $S$  en función del patrón de flujo

Patrón de Flujo	Correlación de $S$	Correlación gráfica de F	Ec. F
Burbuja	(4.18)	$F_1$ a $F_4$ de la Fig. 4.7	(4.20)
Tapón	(4.19)	$F_5$ a $F_7$ de la Fig. 4.8	(4.21)
Niebla	$S = 0, v_s = 0$ y $H_L = \lambda_L$	No aplica	No aplica

$$S = F_1 + F_2 N_{Lv} + F_3^* \left( \frac{N_{gv}}{1 + N_{Lv}} \right)^2 \quad (4.18)$$

$$S = (1 + F_5) \frac{(N_{gv})^{0.982} + F_6^*}{(1 + F_7 N_{Lv})^2} \quad (4.19)$$

$$F_3^* = F_3 - \frac{F_4}{N_d} \quad (4.20)$$

$$F_6^* = 0.029N_d + F_6 \tag{4.21}$$

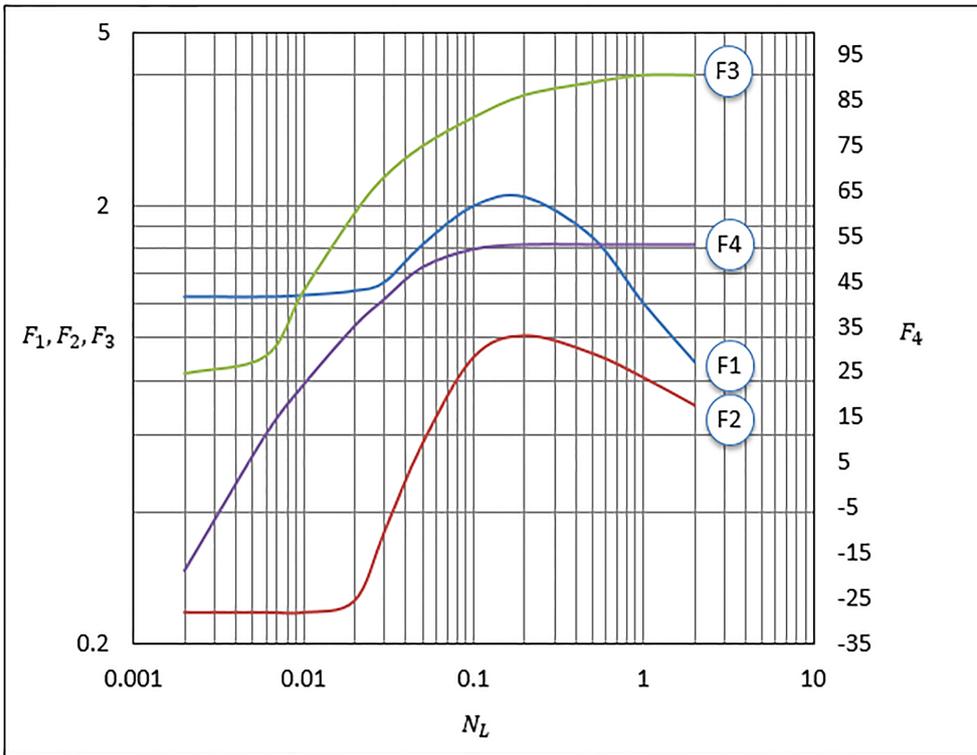


Fig. 4.7: Correlación gráfica de  $F_1, F_2, F_3$  y  $F_4$  en función de  $N_L$

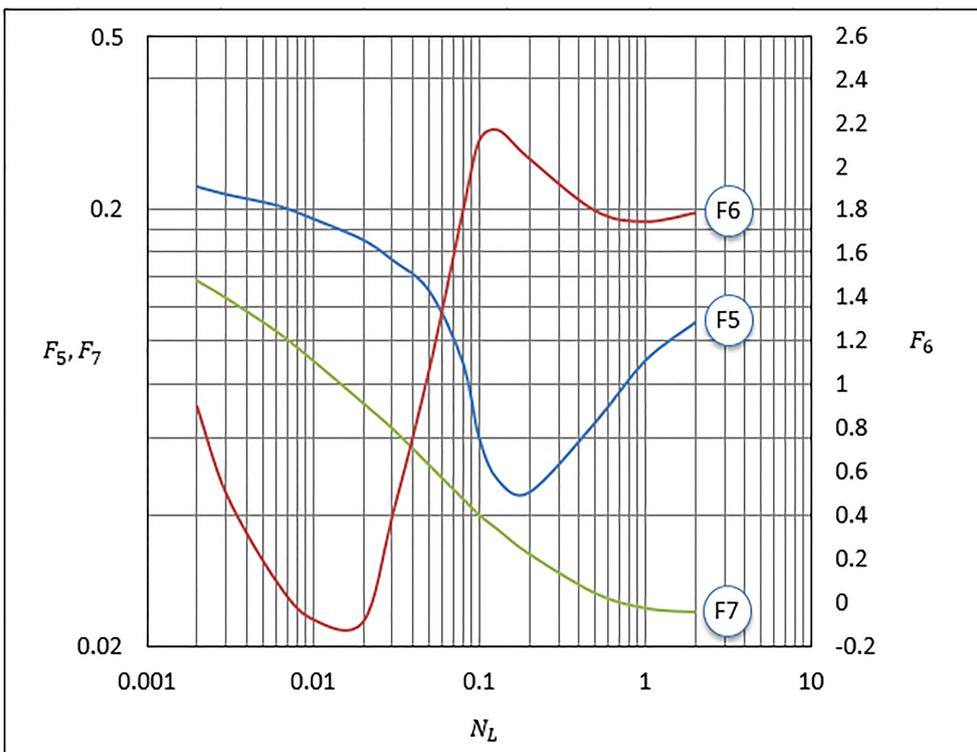


Fig. 4.8: Correlación gráfica de  $F_5, F_6$  y  $F_7$  en función de  $N_L$

---

#### 4.3.1.3. Predicción del colgamiento

Duns & Ros propuso la siguiente ecuación para determinar la velocidad de resbalamiento,  $v_s$ :

$$v_s = \frac{S}{1.938 \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{\sigma_L}}} \quad (4.22)$$

donde:

- $v_s$  : Velocidad de resbalamiento, [ $ft/s$ ]
- $S$  : Número de resbalamiento, [ $adim$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [ $dinas/cm$ ]

a partir de  $v_s$  se obtiene el colgamiento con la siguiente ecuación:

$$H_L = \frac{v_s - v_m + \sqrt{(v_m - v_s)^2 + 4v_s v_{SL}}}{2v_s} \quad (4.23)$$

donde:

- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [ $adim$ ]
- $v_s$  : Velocidad de resbalamiento, [ $ft/s$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]

#### 4.3.1.4. Predicción del factor de fricción

Duns & Ros desarrollaron las siguientes ecuaciones para el factor de fricción dependiendo del patrón de flujo.

- Patrón de flujo burbuja y flujo tapón:

$$f = f_1 \left( \frac{f_2}{f_3} \right) \quad (4.24)$$

donde:

- $f_1$  : Del diagrama de Moody (**Fig.3.1**)
- $f_2$  : De correlación gráfica (**Fig.4.9**)

y

$$f_3 = 1 + \frac{f_1}{4} \sqrt{\frac{v_{Sg}}{50v_{SL}}} \quad (4.25)$$

donde:

- $f_3$  : Factor de fricción corregido, [ $adim$ ]
- $f_1$  : Del diagrama de Moody (**Fig.3.1**)
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]

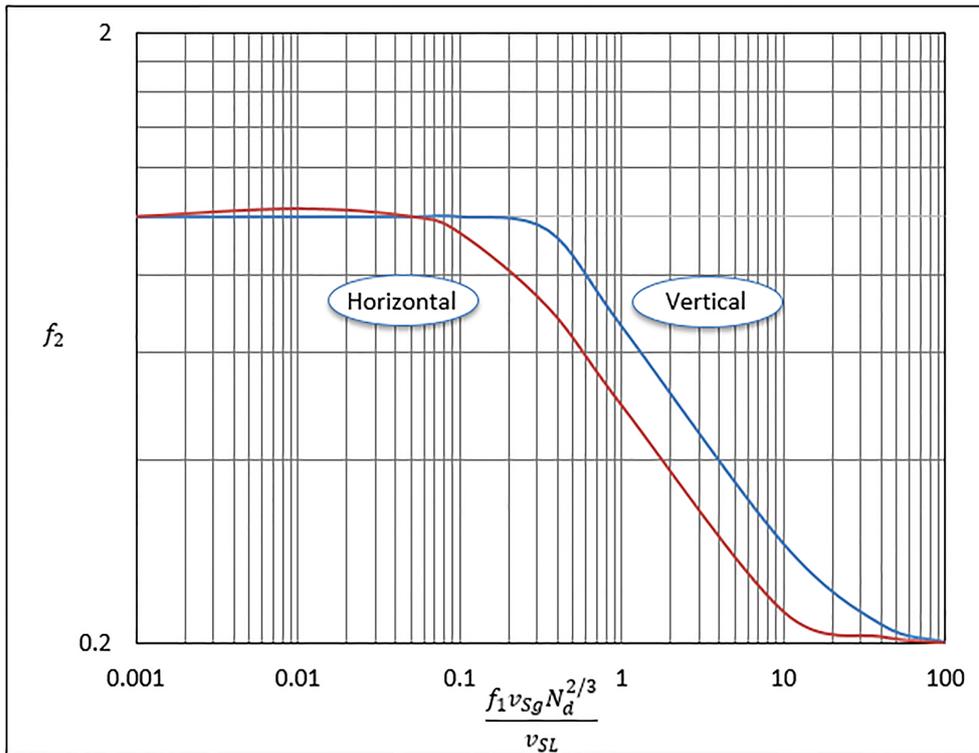


Fig. 4.9: *Parámetro de fricción ( $f_2$ ), para patrón de flujo burbuja*

- Patrón de flujo niebla:

$$f = 4 \left[ \frac{1}{\left[ 4 \log_{10} \left( 0.27 \frac{\varepsilon}{d} \right) \right]^2} + 0.067 \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)^{1.73} \right] \quad (4.26)$$

donde:

- $f$  : Factor de fricción, [adim]
- $\varepsilon$  : Rugosidad absoluta, [pg] [ft]
- $d$  : Diámetro de la tubería , [pg] [ft]

#### 4.3.1.5. Gradiente de presión por efecto de la fricción para cada patrón de flujo

Duns & Ros desarrollaron las siguientes ecuaciones para determinar el componente de la caída de presión debida a la fricción dependiendo del patrón de flujo.

- Patrón de flujo burbuja y flujo tapón:

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{f \rho_L v_{SL} v_m}{2 d g_c} \quad (4.27)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_f}$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$   
 $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$   
 $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$   
 $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido,  $[ft/s]$   
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$   
 $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$   
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$

▪ Patrón de flujo niebla:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f \rho_g v_{Sg}^2}{2d} \quad (4.28)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_f}$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$   
 $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$   
 $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$   
 $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas,  $[ft/s]$   
 $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$   
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$

### 4.3.2. Ejercicios resueltos (Duns & Ros)

Utilizar el método de Duns & Ros para determinar el gradiente de presión con los siguientes datos.

Datos:

$q_{o@c.s.}$	= 10,000 [bpd]	$\rho_g$	= 5.88 $[lb_m/ft^3]$
$q_{g@c.s.}$	= 10 [MMpce]	$\mu_o$	= 0.97 [cp]
$B_o$	= 1.197 $[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$	$\mu_g$	= 0.016 [cp]
$B_g$	= 0.0091 $[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$	$\sigma_o$	= 8.41 [dinas/cm]
$R_s$	= 281.00 $[ft^3/bl]$	$\varepsilon$	= 0.0006 [pg]
$\rho_o$	= 47.61 $[lb_m/ft^3]$	$d$	= 6.0 [pg]

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \rightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

**Paso 2:**

Calcular el gasto de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.} = 6.4988 \times 10^{-5} (10,000 \cdot 1.197)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.778 [ft^3/s]$$

**Paso 3:**

Calcular la velocidad superficial de líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL} = \frac{0.778}{0.196}$$

$$v_{SL} = 3.969 [ft/s]$$

**Paso 4:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} (10 \times 10^6 - 10,000 \cdot 281) (0.0091)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.757 [ft^3/s]$$

**Paso 5:**

Calcular la velocidad superficial del gas con la ec. (3.35):

$$v_{Sg} = \frac{0.757}{0.196}$$

$$v_{Sg} = 3.862 [ft/s]$$

**Paso 6:**

Calcular la velocidad de la mezcla con la ec. (3.38):

$$v_m = 3.969 + 3.862$$

$$v_m = 7.831 [ft/s]$$

**Paso 7:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28):

$$\lambda_L = \frac{0.778}{0.778 + 0.757}$$

$$\lambda_L = 0.507 [adim]$$

**Paso 8:**

Calcular  $N_{gv}$  con la ec. (4.4) y  $N_{Lv}$  con la ec. (4.3):

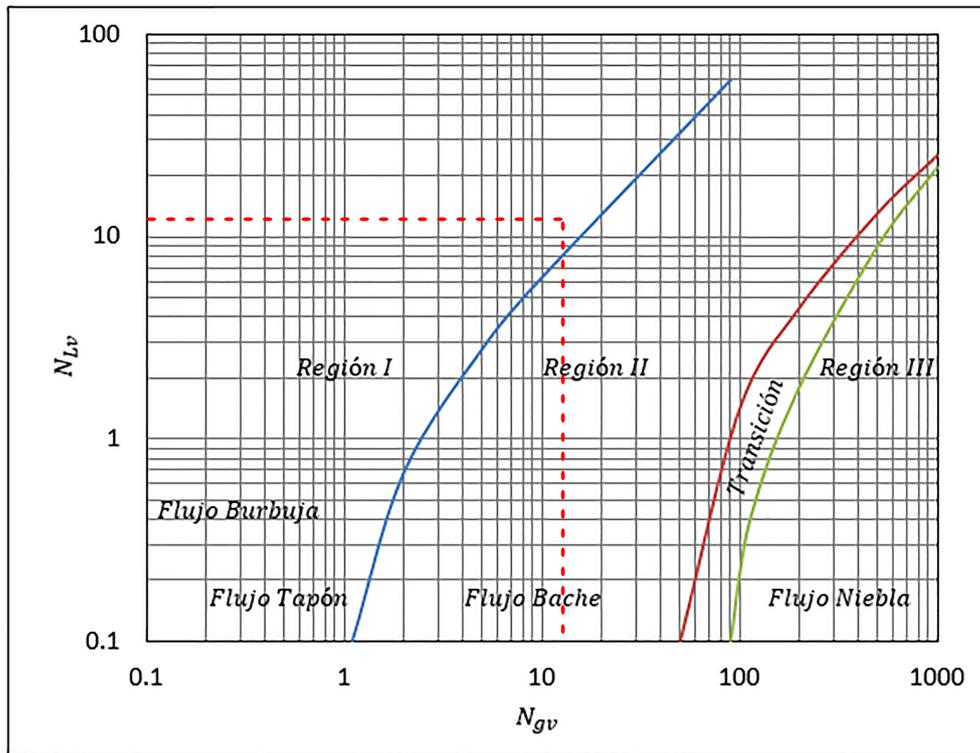
$$N_{gv} = 1.938 (3.862) \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_{gv} = 11.545$$

$$N_{Lv} = 1.938 (3.969) \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_{Lv} = 11.86$$

Con los valores obtenidos de  $N_{gv}$  y  $N_{Lv}$ , ingresar en la **Fig. 4.5**.



**Fig. 4.10: Resultado de patrón de flujo**

$\therefore$  Existe flujo burbuja

**Paso 9:**

Calcular  $N_L$  con la ec. (4.6):

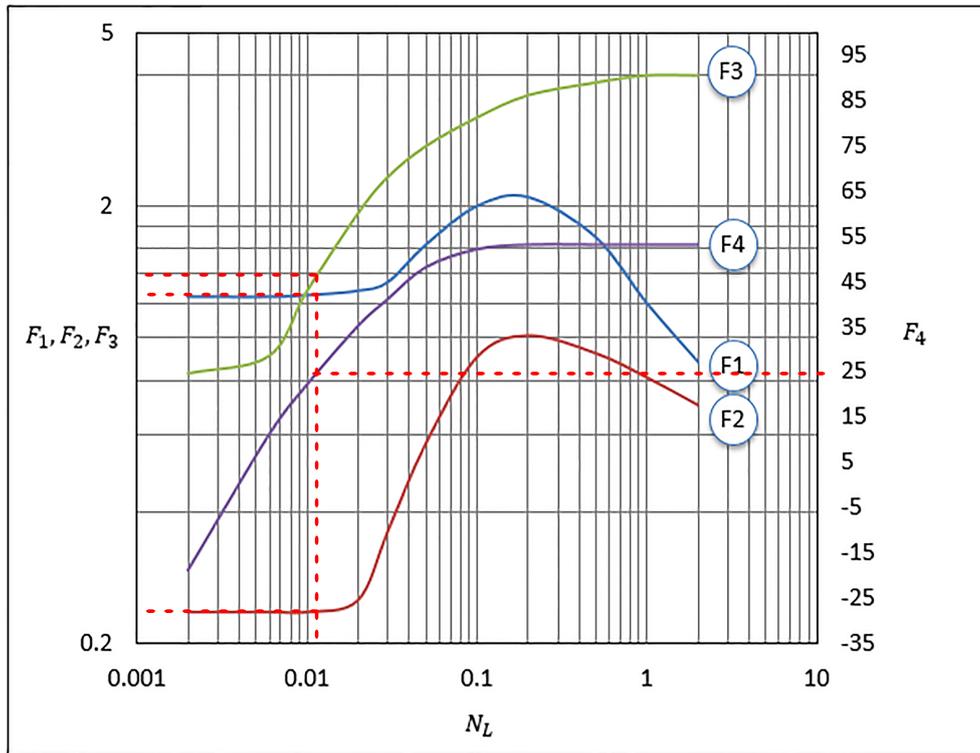
$$N_L = (0.15726)(0.97) \sqrt[4]{\frac{1}{(47.61)(8.41^3)}}$$

$$N_L = 0.01175$$

**Paso 10:**

Con la **Fig. 4.7**, determinar los valores de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$ ; el procedimiento es el siguiente:

- 1.- Con el valor de  $N_L$  obtenido en el paso 9, se traza una línea vertical que intercepte con las 4 curvas
- 2.- Leer el valor de  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  con el eje del lado izquierdo
- 3.- Leer el el valor de  $F_4$  con el eje del lado derecho



**Fig. 4.11: Resultado de  $F_1, F_2, F_3$  y  $F_4$**

$$\therefore F_1 = 1.2, F_2 = 0.24, F_3 = 1.39 \text{ y } F_4 = 24.5$$

**Paso 11:**

Calcular  $N_d$  con la ec. (4.5):

$$N_d = 120.872 (0.5) \sqrt{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_d = 143.8$$

**Paso 12:**

Calcular  $F_3^*$  con la ec. (4.20):

$$F_3^* = 1.39 - \frac{24.5}{143.8}$$

$$F_3^* = 1.219$$

**Paso 13:**

Calcular  $S$  para flujo burbuja con la ec. (4.18):

$$S = 1.2 + (0.24) (11.86) + 1.219 \left( \frac{11.545}{1 + 11.86} \right)^2$$

$$S = 5.028$$

**Paso 14:**

Calcular  $v_s$  con la ec. (4.22):

$$v_s = \frac{5.028}{1.938 \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}}$$

$$v_s = 1.682 \text{ [ft/s]}$$

---

**Paso 15:**

Calcular el colgamiento  $H_L$  con la ec. (4.23):

$$H_L = \frac{1.682 - 7.831 + \sqrt{(7.831 - 1.682)^2 + 4(1.682)(3.969)}}{2(1.682)}$$

$$H_L = 0.559 \text{ [adim]}$$

**Paso 16:**

Calcular  $N_{Re}$  para el líquido con la ec. (3.16):

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(47.61)(3.969)(0.5)}{0.97} \right]$$

$$N_{Re} = 1.449 \times 10^5$$

**Paso 17:**

Calcular la rugosidad relativa con la ec. (3.19):

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.0006}{6} = 1 \times 10^{-4}$$

**Paso 18:**

Con los valores de  $\frac{\varepsilon}{d}$  y  $N_{Re}$  determinar el factor de fricción ( $f_1$ ) ingresando en el diagrama de Moody (**Fig. 3.1**):

$$f_1 = 0.0175 \text{ [adim]}$$

**Paso 19:**

Para determinar  $f_2$  primero se debe resolver la siguiente ecuación para ingresar en la **Fig. 4.9**:

$$\frac{f_1 v_{Sg} N_d^{2/3}}{v_{SL}} \tag{4.29}$$

Sustituir en la ec. (4.29):

$$\frac{(0.0175)(3.862)(143.8)^{2/3}}{3.969} = 0.467$$

Con el valor de 0.467 ingresar en la **Fig. 4.9**:

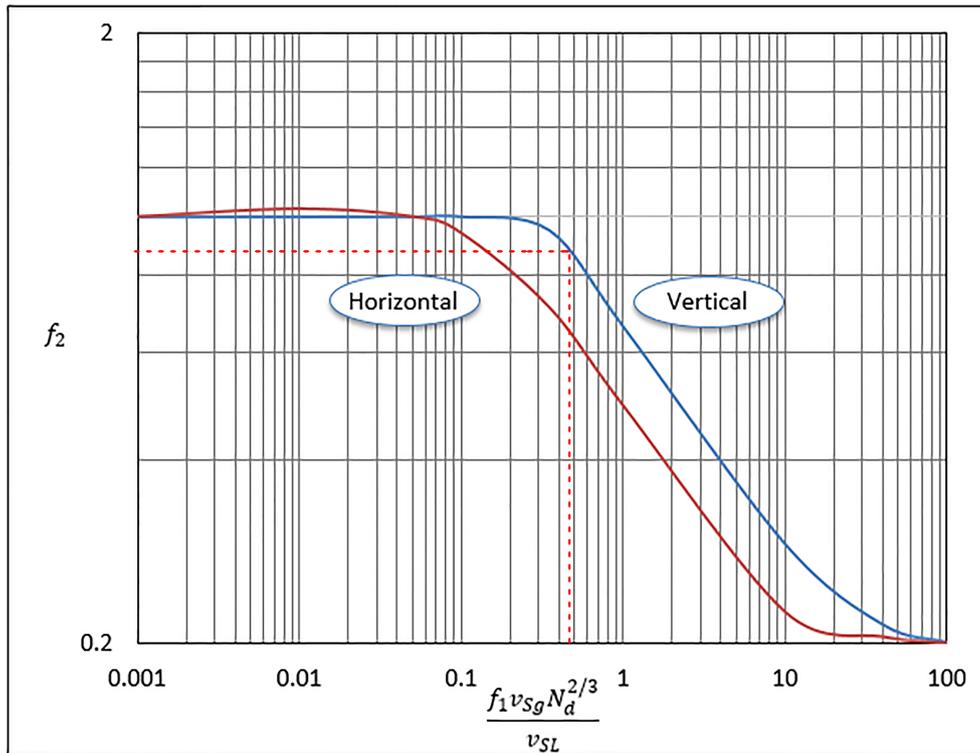


Fig. 4.12: Resultado de  $f_2$

$$\therefore f_2 = 0.88$$

**Paso 20:**

Con la ec. (4.25) calcular  $f_3$ :

$$f_3 = 1 + \frac{0.0175}{4} \sqrt{\frac{3.862}{(50)(3.969)}}$$

$$f_3 = 1.0006$$

**Paso 21:**

Calcular el factor de fricción con la ec. (4.24):

$$f = 0.0175 \left( \frac{0.88}{1.0006} \right)$$

$$f = 0.0154 \text{ [adim]}$$

**Paso 22:**

Calcular el gradiente de presión por efecto de la fricción con la ec. (4.27):

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{(0.0154)(3.969)(7.831)(47.61)}{(2)(0.5)}$$

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = 22.788 \text{ [lb}_m\text{/ft}^2 \cdot \text{s}^2\text{]}$$

**Paso 23:**

Calcular la densidad con resbalamiento con la ec. (3.44):

$$\rho_s = (47.61)(0.559) + (5.88)(1 - 0.559)$$

$$\rho_s = 29.2070 [lb_m/ft^3]$$

**Paso 24:**

Finalmente, calcular el gradiente de presión total con la ec. (4.14):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 22.788 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] + 29.2070 \left[\frac{lb_m}{ft^3}\right] \cdot 32.2 \left[\frac{ft}{s^2}\right]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 22.788 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] + 940.4654 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 963.2534 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

Debido a las unidades que se obtienen, es necesario hacer lo siguiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 963.2534 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] \cdot \frac{1}{32.2 \left[\frac{lb_m \cdot ft}{lb_f \cdot s^2}\right]}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 29.914 [lb_f/ft^2/ft]$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 [ft^2]}{144 [pg^2]}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.207 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

### 4.3.3. Correlación de Orkiszewski

Orkiszewski usó el mapa de patrón de flujo de Duns & Ros (**Fig. 4.5**), sólo hizo una modificación para la transición entre flujo tapón y flujo burbuja.

#### 4.3.3.1. Predicción del patrón de flujo

- Existe flujo burbuja cuando:

$$\lambda_g = 1 - \lambda_L \leq L_B \tag{4.30}$$

donde;

$$L_B = 1.071 - 0.2218 \frac{v_m^2}{d} \tag{4.31}$$

- Existe flujo tapón cuando:

$$\lambda_g > \lambda_{gB/S} \tag{4.32}$$

y;

$$N_{gv} < N_{gvS/Tr} \tag{4.33}$$

#### 4.3.3.2. Predicción del colgamiento para flujo burbuja

Orkiszewski desarrollo la siguiente ecuación para el cálculo del colgamiento:

$$H_L = 1 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{v_m}{v_s} - \sqrt{\left(1 + \frac{v_m}{v_s}\right)^2 - 4 \frac{v_{Sg}}{v_s}} \right] \quad (4.34)$$

donde:

- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ft/s]
- $v_s$  : Velocidad de resbalamiento, [ft/s]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]

#### 4.3.3.3. Predicción del factor de fricción

El factor de fricción se obtiene mediante el diagrama de Moody (**Fig.3.1**) que está en función del Número de Reynolds para la fase líquida, ec. (3.16).

#### 4.3.3.4. Gradiente de presión por efecto de la fricción para flujo burbuja

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f \rho_L (v_{SL}/H_L)^2}{2dg_c} \quad (4.35)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción, [lb<sub>f</sub>/ft<sup>2</sup>/ft]
- $f$  : Factor de fricción, [adim]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ft]
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [lb<sub>m</sub> · ft/lb<sub>f</sub> · s<sup>2</sup>]

#### 4.3.3.5. Cálculo de la densidad con resbalamiento

$$\rho_s = \frac{\rho_L(v_{SL} + v_b) + \rho_g v_{Sg}}{v_m + v_b} + \rho_L \Gamma \quad (4.36)$$

donde:

- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]
- $v_b$  : Velocidad de burbuja, [ft/s]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ft/s]
- $\Gamma$  : Coeficiente de distribución del líquido, [adim]

---

#### 4.3.3.6. Cálculo de la velocidad de burbuja

$$v_b = C_1 C_2 \sqrt{gd} \quad (4.37)$$

donde:

- $v_b$  : Velocidad de burbuja, [ $ft/s$ ]
- $C_1$  : Constante uno, se obtiene de la **Fig. 4.13**
- $C_2$  : Constante dos, se obtiene de la **Fig. 4.14**
- $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ $ft/s^2$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]

donde  $C_1$  y  $C_2$  están en función de  $N_{Re_b}$  y  $N_{Re_L}$ :

$$N_{Re_b} = 1488 \left( \frac{\rho_L v_b d}{\mu_L} \right) \quad (4.38)$$

donde:

- $N_{Re_b}$  : Número de Reynolds de la burbuja, [ $adim$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_b$  : Velocidad de burbuja, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [ $cp$ ]

$$N_{Re_L} = 1488 \left( \frac{\rho_L v_m d}{\mu_L} \right) \quad (4.39)$$

donde:

- $N_{Re_L}$  : Número de Reynolds del líquido, [ $adim$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [ $cp$ ]

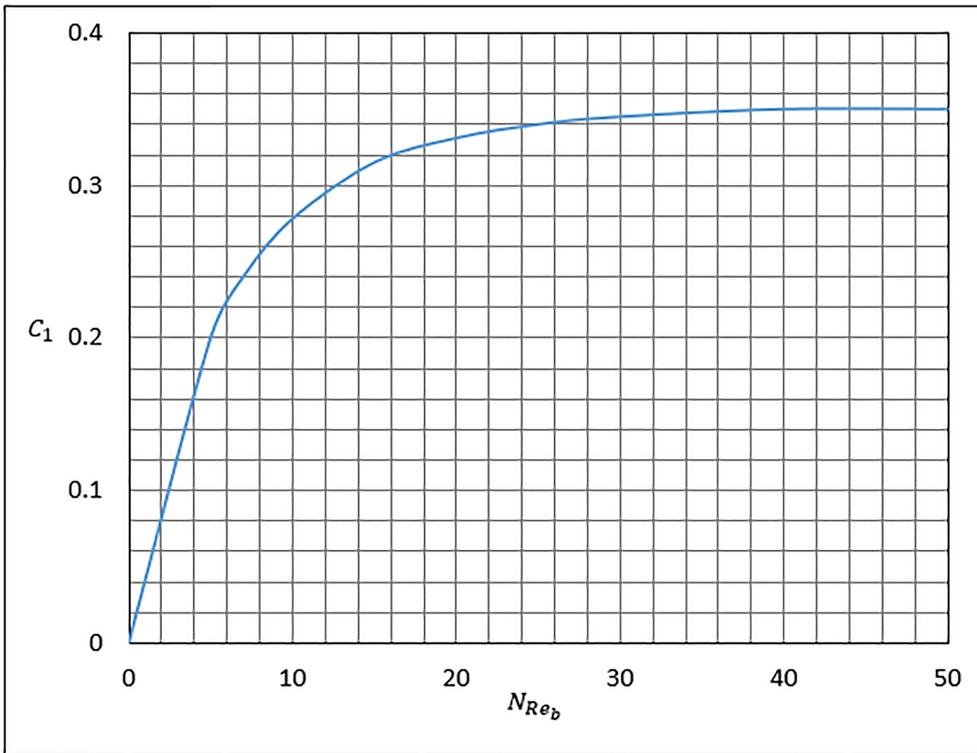


Fig. 4.13: Correlación de Griffith & Wallis para  $C_1$

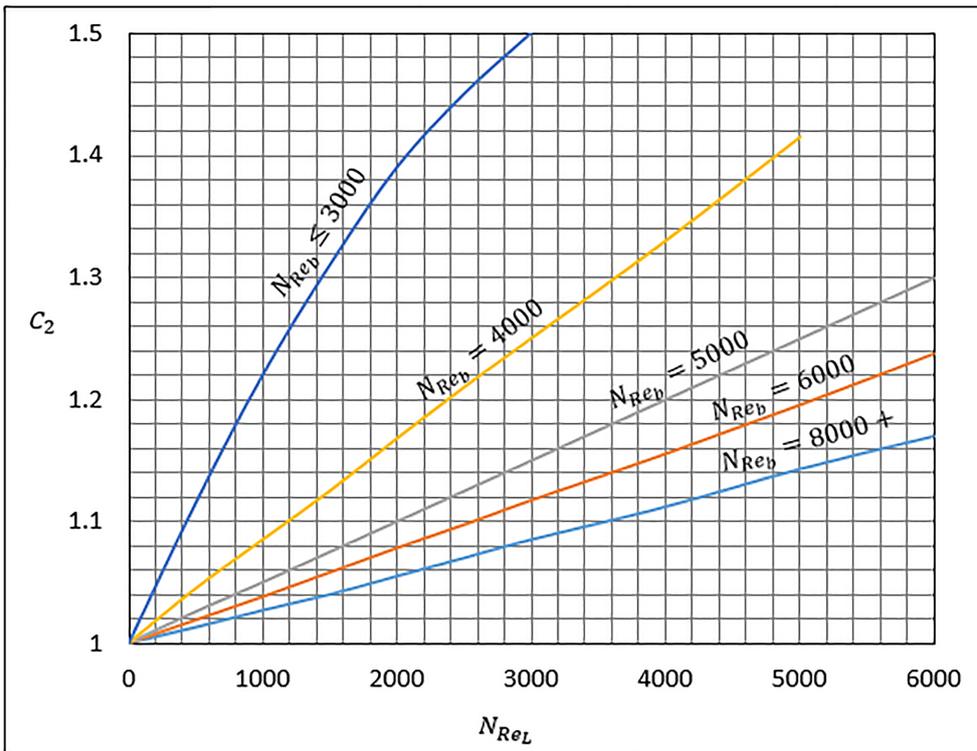


Fig. 4.14: Correlación de Griffith & Wallis para  $C_2$

Cuando  $C_2$  no puede ser leído en la Fig. 4.14,  $v_b$  puede ser calculado con las siguientes ecuaciones:

- Cuando  $N_{Reb} \leq 3000$ :

$$v_b = (0.546 + 8.74 \times 10^{-6} N_{ReL}) \sqrt{gd} \tag{4.40}$$

- Cuando  $N_{Re_b} \geq 8000$ :

$$v_b = (0.35 + 8.74 \times 10^{-6} N_{Re_L}) \sqrt{gd} \quad (4.41)$$

- Cuando  $3000 < N_{Re_b} < 8000$ :

$$v_b = \frac{1}{2} \left( v_{bs} + \sqrt{v_{bs}^2 + \frac{13.59 \mu_L}{\rho_L \sqrt{d}}} \right) \quad (4.42)$$

- $v_b$  : Velocidad de burbuja, [ft/s]  
 $N_{Re_L}$  : Número de Reynolds del líquido, [adim]  
 $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ft/s<sup>2</sup>]  
 $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [ft]  
 $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [cp]

donde:

$$v_{bs} = (0.251 + 8.74 \times 10^{-6} N_{Re_L}) \sqrt{gd} \quad (4.43)$$

Como  $v_b$  y  $N_{Re_b}$  están relacionados,  $v_b$  requiere un procedimiento iterativo. El procedimiento es el siguiente:

- 1.- Estimar el valor de  $v_b$ , la mejor aproximación es:

$$v_b = 0.5 \sqrt{gd} \quad (4.44)$$

- 2.- Calcular  $N_{Re_b}$  usando la ec. (4.38) sustituyendo el valor de  $v_b$  obtenido en el paso 1
- 3.- Calcular  $v_b$  usando la ec. (4.37) o una de las ecuaciones entre (4.40) y (4.42) dependiendo el caso
- 4.- Comparar los valores de  $v_b$  obtenidos en los pasos 1 y 3. Si son parecidos usar el valor del paso 3 en el paso 2
- 5.- Continuar hasta converger

#### 4.3.3.7. Cálculo del coeficiente de distribución de líquido, $\Gamma$

El criterio para escoger una ecuación para calcular  $\Gamma$  se muestra en la Tabla 4.5.

**Tabla 4.5: Ecuaciones de Orkiszewski para  $\Gamma$**

Fase líquida continua	Valor de $v_m$ [ft/s]	Ecuación de $\Gamma$
Agua	<10	4.45
Agua	>10	4.46
Aceite	<10	4.47
Aceite	>10	4.48

$$\Gamma = \frac{0.013 \log(\mu_L)}{d^{1.38}} - 0.681 + 0.232 \log(v_m) - 0.428 \log(d) \quad (4.45)$$

$$\Gamma = \frac{0.045 \log(\mu_L)}{d^{0.799}} - 0.709 - 0.162 \log(v_m) - 0.888 \log(d) \quad (4.46)$$

$$\Gamma = \frac{0.0127 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.415}} - 0.284 + 0.167 \log(v_m) + 0.113 \log(d) \quad (4.47)$$

$$\Gamma = \frac{0.0274 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.371}} + 0.161 + 0.569 \log(d) + X \quad (4.48)$$

y

$$X = -\log(v_m) \left[ \frac{0.01 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.571}} + 0.397 + 0.63 \log(d) \right] \quad (4.49)$$

donde:

- $\Gamma$  : Coeficiente de distribución del líquido, [*adim*]
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [*cp*]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [*ft/s*]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [*ft*]

El valor de  $\Gamma$  está restringido por estos límites:

Si  $v_m < 10$

$$\Gamma \geq -0.065v_m \quad (4.50)$$

Y si  $v_m > 10$

$$\Gamma \geq -\frac{v_b}{v_m + v_b} \quad (4.51)$$

O se puede hacer uso de la **Fig. 4.15** para las restricciones.

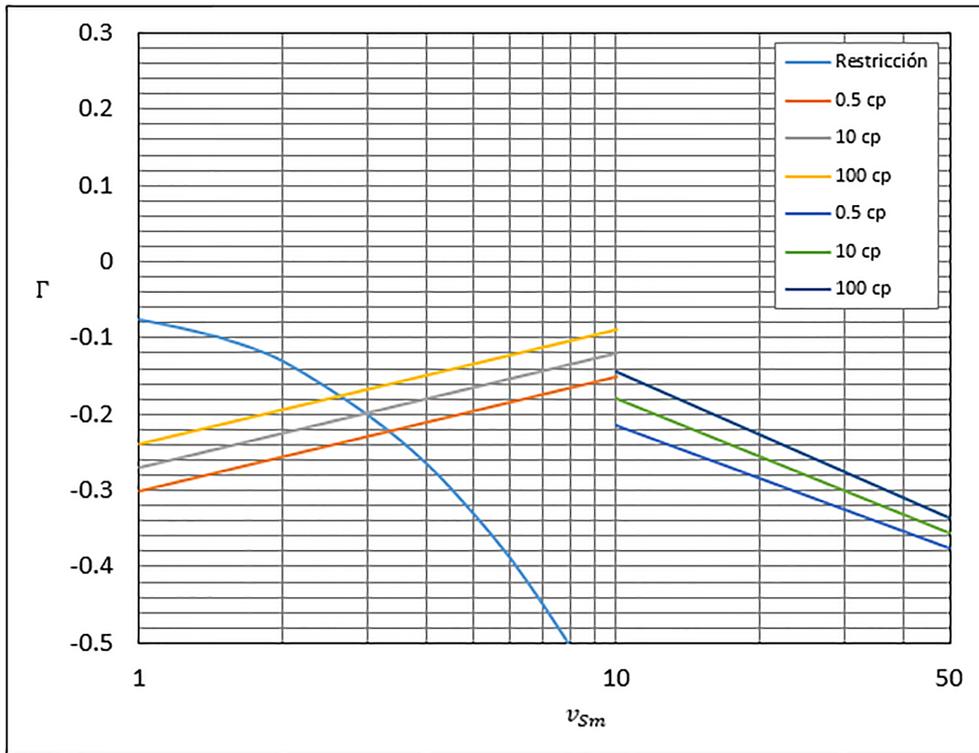


Fig. 4.15: Restricciones del coeficiente de distribución de líquido

#### 4.3.3.8. Gradiente de presión por efecto de la fricción para flujo tapón

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho_L v_m^2}{2dg_c} \left[ \left(\frac{v_{SL} + v_b}{v_m + v_b}\right) + \Gamma \right] \quad (4.52)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido,  $[ft/s]$
- $v_b$  : Velocidad de burbuja,  $[ft/s]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $\Gamma$  : Coeficiente de distribución del líquido,  $[adim]$

### 4.3.4. Ejercicio resuelto (Orkiszewski)

Utilizar el método de Orkiszewski para determinar el gradiente de presión con los siguientes datos.

Datos:

$q_{o@c.s.} = 10,000 [bpd]$	$\rho_g = 5.88 [lb_m/ft^3]$
$q_{g@c.s.} = 10 [MMpce]$	$\mu_o = 0.97 [cp]$
$B_o = 1.197 [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$	$\mu_g = 0.016 [cp]$
$B_g = 0.0091 [ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$	$\sigma_o = 8.41 [dinas/cm]$
$R_s = 281.00 [ft^3/bl]$	$\varepsilon = 0.0006 [pg]$
$\rho_o = 47.61 [lb_m/ft^3]$	$d = 6.0 [pg]$

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \rightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

**Paso 2:**

Calcular el gasto de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (10,000 \cdot 1.197)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.778 [ft^3/s]$$

**Paso 3:**

Calcular la velocidad superficial de líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL} = \frac{0.778}{0.196}$$

$$v_{SL} = 3.969 [ft/s]$$

**Paso 4:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} (10x10^6 - 10,000 \cdot 281) (0.0091)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.757 [ft^3/s]$$

**Paso 5:**

Calcular  $v_{Sg}$  con la ec. (3.35):

$$v_{Sg} = \frac{0.757}{0.196}$$

$$v_{Sg} = 3.862 [ft/s]$$

**Paso 6:**

Calcular  $v_m$  con la ec. (3.38):

$$v_m = 3.969 + 3.862$$

$$v_m = 7.831 [ft/s]$$

---

**Paso 7:**

Calcular  $\lambda_{g_{B/S}} = L_B$  con la ec. (4.31):

$$L_B = 1.071 - 0.2218 \left( \frac{7.83^2}{0.5} \right)$$

$$L_B = -26.12$$

Como  $L_B < 0.13$ , entonces  $\lambda_{g_{B/S}} = 0.13$

**Paso 8:**

Calcular  $\lambda_L$  y  $\lambda_g$  con la ec. (3.30) y la ec. (3.31) respectivamente:

$$\lambda_L = \frac{3.969}{7.831}$$

$$\lambda_L = 0.506$$

$$\lambda_g = \frac{3.862}{7.831}$$

$$\lambda_g = 0.493$$

**Paso 9:**

Calcular  $N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$  y  $N_{gv_{S/Tr}}$  :

De la ec. (4.3):

$$N_{Lv} = 1.938 (3.969) \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_{Lv} = 11.86$$

De la ec. (4.4):

$$N_{gv} = 1.938 (3.862) \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_{gv} = 11.55$$

De la ec. (4.16):

$$N_{gv_{S/Tr}} = 50 + 36(11.86)$$

$$N_{gv_{S/Tr}} = 476.96$$

**Paso 10:**

Se realiza la comparación de la ec. (4.30):

$$\lambda_g = 1 - 0.506 \leq 0.13$$

$\therefore$  No es flujo burbuja

De la ec. (4.32) y la ec. (4.33):

$$0.493 > 0.13$$

$$11.55 < 476.96$$

$\therefore$  Es flujo tapón

**Paso 11:**

Calcular el coeficiente de distribución de líquido, que depende de la fase continua que se tenga como se muestra en la Tabla (4.5):

Como la fase continua es el aceite y  $v_m < 10$ , calculamos  $\Gamma$  con la ec. (4.47):

$$\Gamma = \frac{0.0127 \log(0.97 + 1.0)}{0.5^{1.415}} - 0.284 + 0.167 \log(7.831) + 0.113 \log(0.5)$$

$$\Gamma = -0.159$$

Comprobando de la ec. (4.50):

$$\Gamma \geq -0.065(7.831) = -0.509$$

$$\therefore \Gamma = -0.159 \text{ [adim]}$$

**Paso 12:**

Calcular  $N_{ReL}$  de la ec. (4.39):

$$N_{ReL} = \frac{(1488)(47.61)(7.831)(0.5)}{0.97}$$

$$N_{ReL} = 2.85 \times 10^5 \text{ [adim]}$$

*Nota: Debido al valor obtenido no se puede usar la Fig. 4.14*

**Paso 13:**

Como  $N_{Reb}$  y  $v_b$  están relacionadas se hace el siguiente procedimiento:

- 1.- Estimar el valor de  $v_b$  con la ec. (4.44)

$$v_b = 0.5 \sqrt{32.2(0.5)}$$

$$v_b = 2.006 \text{ [ft/s]}$$

- 2.- Calcular  $N_{Reb}$  usando la ec. (4.38), sustituyendo el valor de  $v_b$  obtenido anteriormente

$$N_{Reb} = \frac{(1488)(47.61)(2.006)(0.5)}{0.97}$$

$$N_{Reb} = 7.32 \times 10^4 \text{ [adim]}$$

- 3.- Como  $N_{Reb} \geq 8000$ , hacemos uso de la ec. (4.41)

$$v_b = (0.35 + 8.74 \times 10^{-6} (2.85 \times 10^5)) \sqrt{(32.2)(0.5)}$$

$$v_b = 11.40 \text{ [ft/s]}$$

- 4.- Como el valor de  $N_{Reb} > 8000$ , se toma como valor correcto  $v_b = 11.40 \text{ [ft/s]}$

---

**Paso 14:**

Calcular  $\rho_s$  de la ec. (4.36):

$$\rho_s = \frac{(47.61)(3.969 + 11.40) + (5.88)(3.862)}{7.831 + 11.40} + 47.61(-0.159)$$
$$\rho_s = 31.66 [lb_m/ft^3]$$

**Paso 15:**

Calcular el factor de fricción con la ec. (3.14) y con el valor de  $N_{ReL}$ :

**Tabla 4.6: Valores iterativos del factor de fricción ( $f$ )**

No. de iteración	$f$
1	0.0100
2	0.0162
3	0.0156
4	0.0157
5	0.0157

$\therefore$  El valor de  $f = 0.0157$

**Paso 16:**

Calcular el gradiente de presión debido a la fricción con la ec. (4.52):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{(0.0157)(47.61)(7.831)^2}{2(0.5)} \left[ \left(\frac{3.969 + 11.40}{7.831 + 11.40}\right) - 0.159 \right]$$
$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = 29.344 [lb_m/ft^2 \cdot s^2]$$

**Paso 17:**

Finalmente, calcular el gradiente de presión total con la ec. (4.14):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 29.344 + 31.66 \left[\frac{lb_m}{ft^3}\right] \cdot 32.2 \left[\frac{ft}{s^2}\right]$$
$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 29.344 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] + 1019.452 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$
$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 1048.796 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

Debido a las unidades que obtenemos, es necesario hacer lo siguiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 1048.796 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] \cdot \frac{1}{32.2 \left[\frac{lb_m \cdot ft}{lb_f \cdot s^2}\right]}$$
$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 32.571 [lb_f/ft^2/ft]$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 ft^2}{144 pg^2}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.226 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

### 4.3.5. Correlación de Aziz

#### 4.3.5.1. Predicción del patrón de flujo

La Fig.4.16 muestra el mapa de patrón de flujo que utilizó Aziz para determinar cada patrón, se utiliza la ec. (4.53) y la ec. (4.54) para posicionarse en ella.

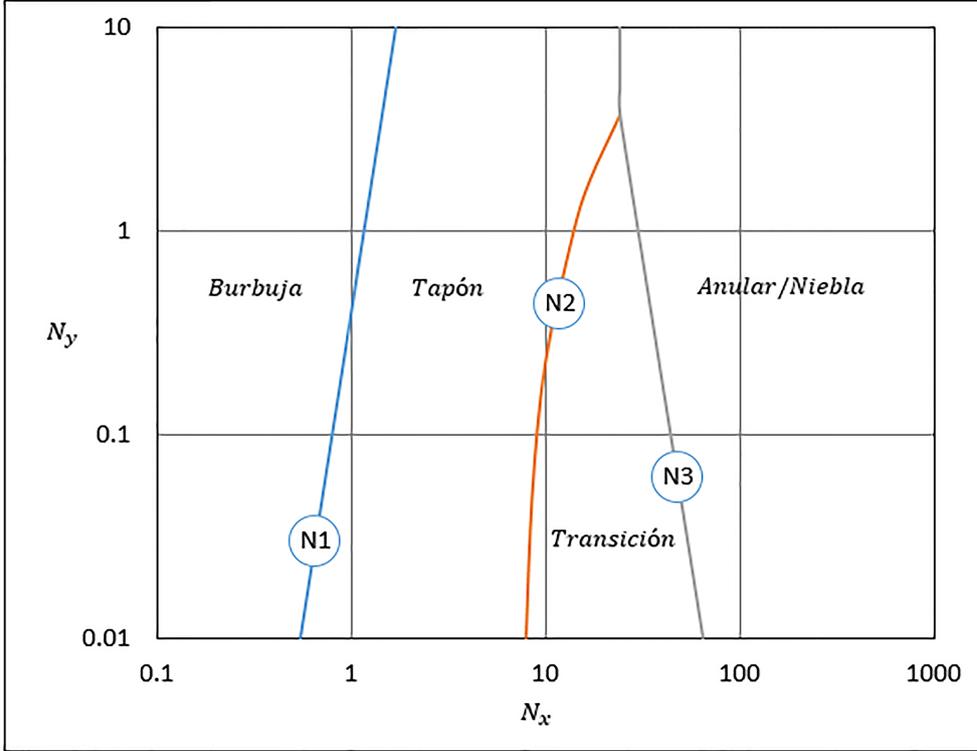


Fig. 4.16: Mapa de patrón de flujo propuesto por Aziz

$$N_x = v_{Sg} \left( \frac{\rho_g}{0.0764} \right)^{1/3} \left[ \left( \frac{72}{\sigma_L} \right) \left( \frac{\rho_L}{62.4} \right) \right]^{1/4} \tag{4.53}$$

y;

$$N_y = v_{SL} \left[ \left( \frac{72}{\sigma_L} \right) \left( \frac{\rho_L}{62.4} \right) \right]^{1/4} \tag{4.54}$$

donde:

- $N_x$  : Valor en el eje x
- $N_y$  : Valor en el eje y
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ft/s]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]

Las siguientes ecuaciones representan las fronteras entre cada patrón de flujo:

$$N_1 = 0.51 (100 N_y)^{0.172} \tag{4.55}$$

$$N_2 = 8.6 + 3.8 N_y \tag{4.56}$$

---

y;

$$N_3 = 70 (100 N_y)^{-0.152} \quad (4.57)$$

Existe **Flujo Burbuja** cuando:

$$N_x < N_1 \quad (4.58)$$

Existe **Flujo Tapón** cuando:

Si  $N_y < 4$

$$N_1 < N_x < N_2 \quad (4.59)$$

Si  $N_y \geq 4$

$$N_1 < N_x < 26.5 \quad (4.60)$$

Existe **Flujo Niebla** cuando:

Si  $N_y < 4$

$$N_x > N_3 \quad (4.61)$$

Si  $N_y > 4$

$$N_x > 26.5 \quad (4.62)$$

Existe la **Región de Transición** cuando:

Si  $N_y < 4$

$$N_2 < N_x < N_3 \quad (4.63)$$

#### 4.3.5.2. Predicción del colgamiento

Para el **Flujo Burbuja** el colgamiento se calcula con la siguiente ecuación:

$$H_L = 1 - \frac{v_{Sg}}{v_{bf}} \quad (4.64)$$

donde:

$H_L$  : Colgamiento del líquido, [adim]

$v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ft/s]

$v_{bf}$  : Velocidad de aumento en las burbujas de gas en el líquido que fluye, [ft/s]

$v_{bf}$  se calcula con la siguiente ecuación:

$$v_{bf} = 1.2 v_m + v_{bs} \quad (4.65)$$

donde:

$v_{bf}$  : Velocidad de aumento en las burbujas de gas en el líquido que fluye, [ft/s]

$v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ft/s]

$v_{bs}$  : Velocidad de aumento en las burbujas de gas en la columna estática de líquido, [ft/s]

y  $v_{bs}$  se calcula con la ecuación siguiente:

$$v_{bs} = 1.41 \left[ \frac{\sigma_L g (\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \quad (4.66)$$

donde:

- $v_{bs}$  : Velocidad de aumento en las burbujas de gas en la columna estática de líquido , [ft/s]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]
- $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ft/s<sup>2</sup>]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]

Para el **Flujo Tapón** el colgamiento se calcula con la ec. (4.64) y la ec. (4.65) pero para  $v_{bs}$  se utiliza la siguiente ecuación:

$$v_{bs} = C \sqrt{\frac{gd(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L}} \quad (4.67)$$

donde;

$$C = 0.345 [1 - e^{(-0.029N_v)}] \left[ 1 - e^{\left(\frac{3.37 - N_E}{m}\right)} \right] \quad (4.68)$$

y;

$$N_E = \frac{gd^2(\rho_L - \rho_g)}{\sigma_L} \quad (4.69)$$

$$N_v = \frac{\sqrt{d^3 g \rho_L (\rho_L - \rho_g)}}{\mu_L} \quad (4.70)$$

donde:

- $v_{bs}$  : Velocidad de aumento en las burbujas de gas en la columna estática de líquido , [ft/s]
- $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ft/s<sup>2</sup>]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ft]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [cp]

y  $m$  está determinado por:

**Tabla 4.7: Valores de  $m$**

$N_v$	$m$
$\geq 250$	10
$250 > N_v > 18$	$69N_v^{-0.35}$
$\leq 18$	25

Para el **Flujo Niebla** Aziz recomienda utilizar el método de Duns & Ros para Flujo Niebla.

#### 4.3.5.3. Predicción de factor de fricción

Para el cálculo del factor de fricción Aziz utiliza el diagrama de Moody (**Fig. 3.1**) o la ec. (3.14) utilizando el Número de Reynolds dado por la ec. (3.16)

---

#### 4.3.5.4. Predicción del componente de la caída de presión debida a la fricción

Para el **Flujo Burbuja**:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho_s v_m^2}{2dg_c} \quad (4.71)$$

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]  
 $f$  : Factor de fricción, [ $adim$ ]  
 $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]  
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]  
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]

Para el **Flujo Tapón**:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho_L H_L v_m^2}{2dg_c} \quad (4.72)$$

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]  
 $f$  : Factor de fricción, [ $adim$ ]  
 $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]  
 $H_L$  : Colgamiento del líquido, [ $adim$ ]  
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]  
 $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]  
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]

Para el **Flujo Niebla** Aziz recomienda utilizar el método de Duns & Ros para Flujo Niebla.

Para la **Región de transición** se debe calcular el componente de la caída de presión debida a la fricción para flujo tapón y para flujo niebla y realizar la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = A \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{Tapón} + (1 - A) \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{Niebla} \quad (4.73)$$

donde;

$$A = \frac{N_3 - N_x}{N_3 - N_2} \quad (4.74)$$

### 4.3.6. Ejercicio resuelto (Aziz)

Utilizar el método de Aziz para determinar el gradiente de presión con los siguientes datos.

Datos:

$q_{o@c.s.}$	$= 10,000 [bpd]$	$\rho_g$	$= 5.88 [lb_m/ft^3]$
$q_{g@c.s.}$	$= 10 [MMpce]$	$\mu_o$	$= 0.97 [cp]$
$B_o$	$= 1.197 [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$	$\mu_g$	$= 0.016 [cp]$
$B_g$	$= 0.0091 [ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$	$\sigma_o$	$= 8.41 [dinas/cm]$
$R_s$	$= 281.00 [ft^3/bl]$	$\varepsilon$	$= 0.0006 [pg]$
$\rho_o$	$= 47.61 [lb_m/ft^3]$	$d$	$= 6.0 [pg]$

**Paso 1:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \rightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

**Paso 2:**

Calcular el gasto de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (10,000 \cdot 1.197)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.778 [ft^3/s]$$

**Paso 3:**

Calcular la velocidad superficial de líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL} = \frac{0.778}{0.196}$$

$$v_{SL} = 3.969 [ft/s]$$

**Paso 4:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} (10x10^6 - 10,000 \cdot 281) (0.0091)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.757 [ft^3/s]$$

**Paso 5:**

Calcular  $v_{Sg}$  con la ec. (3.35):

$$v_{Sg} = \frac{0.757}{0.196}$$

$$v_{Sg} = 3.862 [ft/s]$$

**Paso 6:**

Calcular  $v_m$  con la ec. (3.38):

$$v_m = 3.969 + 3.862$$

$$v_m = 7.831 [ft/s]$$

**Paso 7:**

Calculamos  $N_x$  y  $N_y$  con la ec. (4.53) y la ec. (4.54) respectivamente:

$$N_x = 3.856 \left(\frac{6.296}{0.0764}\right)^{1/3} \left[\left(\frac{72}{8.41}\right) \left(\frac{47.22}{62.4}\right)\right]^{1/4}$$

$$N_x = 26.77$$

y;

$$N_y = 3.958 \left[ \left( \frac{72}{8.41} \right) \left( \frac{47.22}{62.4} \right) \right]^{1/4}$$

$$N_y = 6.314$$

**Paso 8:**

Calcular  $N_1$ ,  $N_2$  y  $N_3$  que representan las fronteras entre cada patrón de flujo de la ecuación (4.55) a la ecuación (4.57):

$$N_1 = 0.51 (100 (6.314))^{0.172}$$

$$N_1 = 1.5460$$

$$N_2 = 8.6 + 3.8 (6.314)$$

$$N_2 = 32.5932$$

y;

$$N_3 = 70 (100 (6.314))^{-0.152}$$

$$N_3 = 26.27$$

**Paso 9:**

Realizar el comparativo que se muestra en la ec. (4.58) a la ec. (4.63):

$$6.314 > 4$$

Como  $N_y \geq 4$  y

$$26.77 > 26.5$$

$$N_x > 26.5 \tag{4.75}$$

*∴ Tenemos un patrón de flujo niebla*

Como se tiene flujo niebla, Aziz recomienda utilizar la correlación de Duns & Ros para determinar el gradiente de presión, así que a partir de este paso comenzaremos a usar la correlación de Duns & Ros para Flujo Niebla.

**Paso 10:**

Calcular  $f$  con la ec. (4.26):

$$f = 4 \left[ \frac{1}{\left[ 4 \log_{10} \left( 0.27 \cdot \frac{0.0006}{6} \right) \right]^2} + 0.067 \left( \frac{0.0006}{6} \right)^{1.73} \right]$$

$$f = 0.011977$$

**Paso 11:**

Calcular el gradiente de presión por efecto de la fricción con la ec. (4.28):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{(0.011977)(6.296)(3.856)^2}{2(0.5)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = 1.1212 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

**Paso 12:**

De la Tabla (4.4) para flujo niebla:

$$S = 0 \quad v_s = 0 \quad y \quad H_L = \lambda_L$$

**Paso 13:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28):

$$\lambda_L = \frac{0.778}{0.778 + 0.757}$$

$$\lambda_L = 0.507 \text{ [adim]}$$

**Paso 14:**

Calcular  $\rho_{ns}$  con la ec. (3.44):

$$\rho_{ns} = (47.61)(0.507) + (5.88)(1 - 0.507)$$

$$\rho_{ns} = 27.037 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 15:**

Finalmente, calcular el gradiente de presión total con la ec. (4.14):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 1.1212 \left[\frac{lb_m}{ft^2 s^2}\right] + 27.037 \left[\frac{lb_m}{ft^3}\right] \cdot 32.2 \left[\frac{ft}{s^2}\right]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 1.1212 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] + 870.5914 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 871.7126 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right]$$

Debido a las unidades que obtenemos, es necesario hacer lo siguiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 871.7126 \left[\frac{lb_m}{ft^2 \cdot s^2}\right] \cdot \frac{1}{32.2 \left[\frac{lb_m \cdot ft}{lb_f \cdot s^2}\right]}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 27.071 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ pg}^2}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.188 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

---

### 4.3.7. Correlación de Beggs & Brill

#### 4.3.7.1. Gradiente de presión

Beggs & Brill propusieron la siguiente correlación para poder calcular el gradiente de presión a través de una tubería inclinada.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{f \rho_{ns} v_m^2}{2dg_c} + \frac{\rho_s g \sin(\theta)}{g_c} \quad (4.76)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_T}$  : Gradiente de presión total, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]
- $f$  : Factor de fricción, [ $adim$ ]
- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]
- $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ $ft/s^2$ ]
- $\theta$  : Ángulo de inclinación, [ $^\circ$ ]

$$\rho_s = \rho_L H_L(\theta) + \rho_g [1 - H_L(\theta)] \quad (4.77)$$

donde:

- $\rho_s$  : Densidad de la mezcla con resbalamiento, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [ $adim$ ]

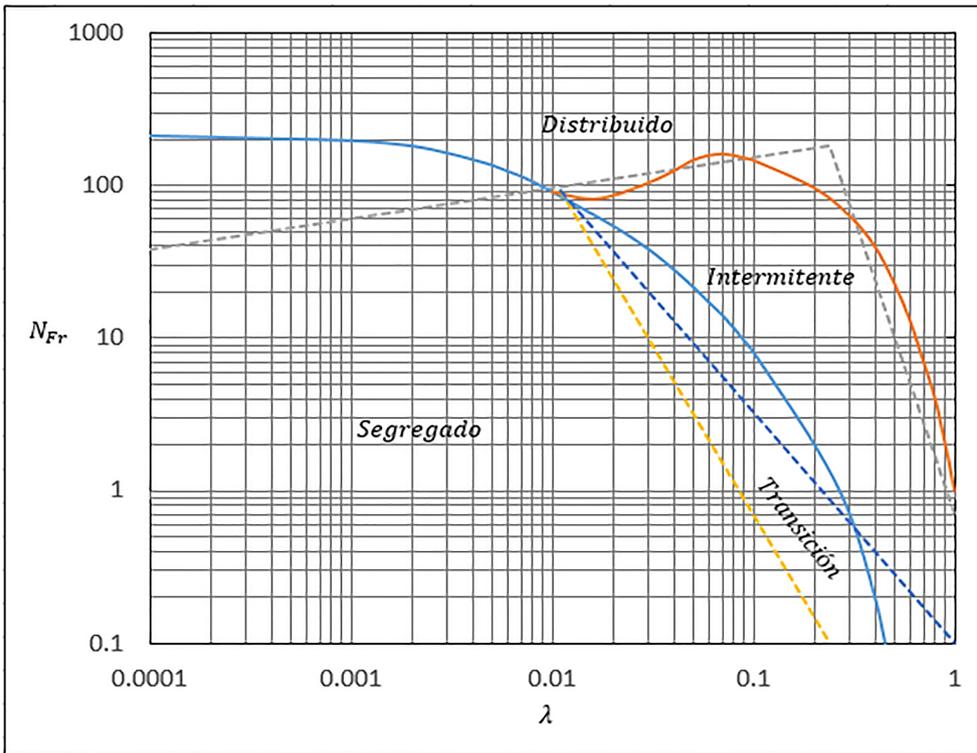
#### 4.3.7.2. Predicción del patrón de flujo

Beggs & Brill eligieron la correlación para los límites de transición del patrón de flujo, denominado el número de Froude, ( $N_{Fr}$ ).

$$N_{Fr} = \frac{v_m^2}{gd} \quad (4.78)$$

donde:

- $N_{FR}$  : Número de Froude, [ $adim$ ]
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla, [ $ft/s$ ]
- $g$  : Constante gravitacional = 32.2 [ $ft/s^2$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]



**Fig. 4.17: Mapa de patrón de flujo de Beggs & Brill**

Las ecuaciones modificadas para los límites de transición del patrón de flujo:

$$L_1 = 316\lambda_L^{0.302} \tag{4.79}$$

$$L_2 = 0.000925\lambda_L^{-2.468} \tag{4.80}$$

$$L_3 = 0.10\lambda_L^{-1.452} \tag{4.81}$$

y,

$$L_4 = 0.5\lambda_L^{-6.738} \tag{4.82}$$

Las consideraciones para determinar el patrón de flujo se presentan en la Tabla (4.8):

**Tabla 4.8: Consideraciones para determinar el patrón de flujo**

Patrón de flujo	$\lambda_L$	$N_{Fr}$
Segregado	$< 0.01$	$< L_1$
	$\geq 0.01$	$< L_2$
Transición	$\geq 0.01$	$\geq L_2$ y $\leq L_3$
Intermitente	$\geq 0.01$ < 0.4	$> L_3$ y $\leq L_1$
	$\geq 0.4$	$> L_3$ y $\leq L_4$
Distribuido	$< 0.4$	$\geq L_1$
	$\geq 0.4$	$> L_4$

### 4.3.7.3. Predicción del colgamiento

El colgamiento en una tubería horizontal se calcula por:

$$H_{L(0)} = \frac{a\lambda_L^b}{N_{Fr}^c} \quad (4.83)$$

donde:

- $H_L$  : Colgamiento del líquido, [*adim*]
- $\lambda_L$  : Colgamiento sin resbalamiento del líquido, [*adim*]
- $N_{FR}$  : Número de Froude, [*adim*]
- $a, b$  y  $c$  : Constantes para el colgamiento, [*adim*]

**Tabla 4.9: Constantes para el colgamiento en tubería horizontal**

Patrón de flujo	a	b	c
Segregado	0.980	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

Con la restricción que  $H_{L(0)} \geq \lambda_L$ ; si no es mayor entonces,  $H_L = \lambda_L$

El colgamiento para una tubería con cierto ángulo de inclinación se obtiene por:

$$H_{L(\theta)} = (H_{L(0)})(\Psi) \quad (4.84)$$

El factor de corrección para el colgamiento por efecto del ángulo de inclinación de la tubería esta dado por:

$$\Psi = 1.0 + C [\text{sen}(1.8(\theta)) - 0.333 \text{sen}^3(1.8(\theta))] \quad (4.85)$$

donde  $\theta$  es el ángulo actual de la tubería y  $C$  esta definido por:

$$C = (1.0 - \lambda_L) \ln(e\lambda_L^f N_{Lv}^g N_{Fr}^h) \quad (4.86)$$

**Tabla 4.10: Constantes para  $C$**

Patrón de flujo	e	f	g	h
Segregado ascendente	0.011	-3.7680	3.5390	-1.6140
Intermitente ascendente	2.960	0.3050	-0.4473	0.0978
Distribuido ascendente	-	-	-	-
Todos los patrones descendentes	4.700	-0.3692	0.1244	-0.5056

Con la restricción que  $C \geq 0$ , entonces  $C = 0$ ,  $\Psi = 1.0$  y  $H_{L(90)} = H_{L(0)}$ .

Cuando el patrón de flujo esta en la región de transición, el colgamiento se calcula con la siguiente ecuación:

$$H_{L(\theta)Tr} = AH_{L(\theta)Seg} + (1 - A)H_{L(\theta)Int} \quad (4.87)$$

donde:

$$A = \frac{L_3 - N_{Fr}}{L_3 - L_2} \quad (4.88)$$

#### 4.3.7.4. Corrección del colgamiento de Payne

Payne recomienda el uso de estas constantes para corregir el valor del colgamiento propuesto por Beggs & Brill.

Si  $\theta > 0$ ;

$$H_{L(\theta)} = 0.924 \cdot H_{L(\theta)} \quad (4.89)$$

Si  $\theta < 0$ ;

$$H_{L(\theta)} = 0.685 \cdot H_{L(\theta)} \quad (4.90)$$

#### 4.3.7.5. Predicción del factor de fricción

El factor de fricción para dos fases se calcular por:

$$f = f_n \left( \frac{f}{f_n} \right) \quad (4.91)$$

El factor de fricción ( $f_n$ ), se obtiene del diagrama de Moody (**Fig.3.1**), en el cual es necesario utilizar el Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ) con la ec. (3.18) y utilizando la densidad y viscosidad sin resbalamiento, con las ecs. (3.45) y (3.52).

El factor de fricción fue correlacionado por datos experimentales de Beggs & Brill, resultando:

$$\frac{f}{f_n} = e^S \quad (4.92)$$

donde

$$S = \frac{\ln y}{-0.0523 + 3.182 \ln y - 0.8725(\ln y)^2 + 0.01853(\ln y)^4} \quad (4.93)$$

y

$$y = \frac{\lambda_L}{[H_{L(\theta)}]^2} \quad (4.94)$$

Si  $1 < y < 1.2$  entonces,

$$S = \ln(2.2y - 1.2) \quad (4.95)$$

---

### 4.3.8. Ejercicio resuelto (Beggs & Brill)

Utilizar el método de Beggs & Brill para determinar el gradiente de presión en un pozo vertical con las siguientes características.

Datos:

$q_{o@c.s.}$	$= 10,000 [bpd]$	$\rho_g$	$= 5.88 [lb_m/ft^3]$
$q_{g@c.s.}$	$= 10 [MMpce]$	$\mu_o$	$= 0.97 [cp]$
$B_o$	$= 1.197 [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$	$\mu_g$	$= 0.016 [cp]$
$B_g$	$= 0.0091 [ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$	$\sigma_o$	$= 8.41 [dinas/cm]$
$R_s$	$= 281.00 [ft^3/bl]$	$\varepsilon$	$= 0.0006 [pg]$
$\rho_o$	$= 47.61 [lb_m/ft^3]$	$d$	$= 6.0 [pg]$

#### Paso 1:

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \rightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

#### Paso 2:

Calcular el gasto de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (10,000 \cdot 1.197)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.778 [ft^3/s]$$

#### Paso 3:

Calcular la velocidad superficial de líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL} = \frac{0.778}{0.196}$$

$$v_{SL} = 3.969 [ft/s]$$

#### Paso 4:

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} (10x10^6 - 10,000 \cdot 281) (0.0091)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.757 [ft^3/s]$$

#### Paso 5:

Calcular  $v_{Sg}$  con la ec. (3.35):

$$v_{Sg} = \frac{0.757}{0.196}$$

$$v_{Sg} = 3.862 [ft/s]$$

#### Paso 6:

Calcular  $v_m$  con la ec. (3.38):

$$v_m = 3.969 + 3.862$$

$$v_m = 7.831 [ft/s]$$

**Paso 7:**

Determinar el patrón de flujo, es necesario calcular  $N_{Fr}$  con la ec. (4.78):

$$N_{Fr} = \frac{7.831^2}{(32.2)(0.5)}$$

$$N_{Fr} = 3.808$$

**Paso 8:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28):

$$\lambda_L = \frac{0.778}{0.778 + 0.757}$$

$$\lambda_L = 0.507 \text{ [adim]}$$

**Paso 9:**

Calcular  $L_1, L_2, L_3$  y  $L_4$ :

Con la ec. (4.79):

$$L_1 = 316(0.507)^{0.302}$$

$$L_1 = 257.39$$

Con la ec. (4.80):

$$L_2 = 0.000925(0.507)^{-2.468}$$

$$L_2 = 4.94 \times 10^{-3}$$

Con la ec. (4.81):

$$L_3 = 0.10(0.507)^{-1.452}$$

$$L_3 = 0.26$$

Con la ec. (4.82):

$$L_4 = 0.5(0.507)^{-6.738}$$

$$L_4 = 48.59$$

**Paso 10:**

Con las consideraciones que se muestran en la Tabla (4.8), se observa que existe **flujo intermitente**.

**Paso 11:**

Determinar el colgamiento con la ec. (4.83), utilizando los valores de la Tabla (4.9):

$$H_{L(0)} = \frac{(0.845)(0.507)^{0.5351}}{(3.80)^{0.0173}}$$

$$H_{L(0)} = 0.574$$

**Paso 12:**

Calcular  $N_{Lv}$ :

$$N_{Lv} = 1.938 (3.969) \sqrt[4]{\frac{47.61}{8.41}}$$

$$N_{Lv} = 11.87$$

Debido a que se tiene un ángulo de inclinación de  $90^\circ$  se tiene que hacer uso del factor de corrección para el colgamiento ( $\Phi$ ).

**Paso 13:**

De la ec. (4.86):

$$C = (1.0 - 0.507) \ln [(2.96)(0.507)^{0.3050}(11.87)^{-0.4473}(3.808)^{0.0978}]$$

$$C = -0.048$$

Debido a que la restricción dice que  $C \geq 0$ , entonces  $C = 0$ ,  $\Psi = 1.0$  y  $H_{L(90)} = H_{L(0)}$ .

**Paso 14:**

Aplicando el factor de corrección de Payne con la ec. (4.89):

$$H_{L(90)} = (0.924)(0.574)$$

$$H_{L(90)} = 0.530$$

**Paso 15:**

Calcular la densidad sin resbalamiento con la ec. (3.45):

$$\rho_{ns} = (47.61)(0.507) + (5.88)(1 - 0.507)$$

$$\rho_{ns} = 27.04 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 16:**

Determinar la viscosidad sin resbalamiento con la ec. (3.52):

$$\mu_{ns} = (0.97)(0.507) + (0.016)(1 - 0.507)$$

$$\mu_{ns} = 0.50 \text{ [cp]}$$

**Paso 17:**

Calcular  $N_{Re}$  con la ec (3.18):

$$N_{Re} = \frac{(1488)(27.04)(7.83)(0.5)}{(0.50)}$$

$$N_{Re} = 3.15 \times 10^5$$

**Paso 18:**

De la ec. (4.94):

$$y = \frac{0.507}{0.530^2}$$

$$y = 1.805$$

**Paso 19:**

De la ec. (4.93):

$$S = \frac{\ln(1.805)}{-0.0523 + 3.182 \ln(1.805) - 0.8725(\ln(1.805))^2 + 0.01853(\ln(1.805))^4}$$

$$S = 0.3873$$

**Paso 20:**

De la ec. (4.92):

$$\frac{f}{f_n} = e^{0.3873} = 1.473$$

**Paso 21:**

Obtener  $f_n$  con el diagrama de Moody (**Fig. 3.1**) o con la ec. (3.14):

$$f_n = 0.0155$$

Despejar el factor de fricción ( $f$ ) de la ec. (4.92):

$$f = f(f_n)$$

$$f = (1.473)(0.0155)$$

$$f = 0.0228$$

*Nota: Obsérvese que el nuevo factor de fricción ya considera el efecto de colgamiento sin rebalamiento.*

**Paso 22:**

Calcular  $\rho_s$  de la ec. (4.77):

$$\rho_s = (47.61)(0.530) + (5.88)(1 - 0.530)$$

$$\rho_s = 28.00 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 23:**

Finalmente, calcular el gradiente de presión total con la ec. (4.76):

*Nota: Como se trata de un pozo vertical, el ángulo de inclinación es de 90°, respecto a la superficie.*

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{(0.0228)(27.04)(7.83)^2}{(2)(0.5)} + (28.00)(32.2) \text{ sen}(90^\circ)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 37.797 \left[\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}^2}\right] + 901.6 \left[\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}^2}\right]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 939.397 \left[\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}^2}\right]$$

Debido a las unidades que se tienen, es necesario hacer lo siguiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 939.397 \left[\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}^2}\right] \cdot \frac{1}{32.2 \left[\frac{\text{lb}_m \cdot \text{ft}}{\text{lb}_f \cdot \text{s}^2}\right]}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 29.173 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ pg}^2}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.202 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}}\right]$$

---

# CAPÍTULO 5

---

## CORRELACIONES PARA CAÍDAS DE PRESIÓN EN TUBERÍAS HORIZONTALES

---

### Introducción

Para el flujo horizontal, el gradiente de presión total depende únicamente del gradiente de presión debido a la fricción y el gradiente de presión debido a la aceleración. Por lo que la ec. (3.9) se reduce a:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} \quad (5.1)$$

donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$  : Gradiente de presión total,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración,  $[lb_f/ft^2/ft]$

es decir:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{f\rho_m v_m^2}{2g_c d} + \frac{\rho_m \Delta(v_m^2)}{2g_c \Delta L} \quad (5.2)$$

donde:

$\frac{\Delta p}{\Delta L}_T$  : Gradiente de presión total,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$f$  : Factor de fricción,  $[adim]$

$\rho_m$  : Densidad de la mezcla,  $[lb_m/ft^3]$

$v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$

$d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

$g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$

$L$  : Longitud de la tubería,  $[ft]$

*Nota: Cada autor define de forma diferente las variables  $f$ ,  $\rho_m$  y  $v_m$ .*

SECCIÓN 5.1

**Correlaciones empíricas para el gradiente de presión**

**5.1.1. Correlación de Eaton**

**5.1.1.1. Gradiente de presión debido a la fricción**

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho_{ns}v_m^2}{2g_c d} = \frac{fw_m^2}{2g_c d A^2 \rho_{ns}} \quad (5.3)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $\rho_{ns}$  : Densidad de la mezcla sin resbalamiento,  $[lb_m/ft^3]$
- $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2  $[lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

y;

$$w_m = w_o + w_g \quad (5.4)$$

$$w_o = \frac{\rho_o q_o B_o}{15391} \quad (5.5)$$

$$w_g = \frac{\rho_g q_o (RGA - R_s) B_g}{86400} \quad (5.6)$$

donde:

- $w_m$  : Gasto másico de la mezcla,  $[lb_m/s]$
- $w_o$  : Gasto másico del aceite,  $[lb_m/s]$
- $w_g$  : Gasto másico del gas,  $[lb_m/s]$
- $\rho_o$  : Densidad del aceite,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $q_{o@c.s.}$  : Gasto de aceite a condiciones estándar,  $[bpd]$
- $RGA$  : Relación gas - aceite,  $[ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$
- $R_s$  : Relación de solubilidad,  $[ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$
- $B_g$  : Factor de volumen del gas,  $[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$

**5.1.1.2. Cálculo del factor de fricción**

El factor de fricción se obtiene de la **Fig. 5.1** donde el valor de la abscisa es:

$$x = \frac{22737(w_g w_m)^{0.5}}{\mu_g d^{2.25}} \quad (5.7)$$

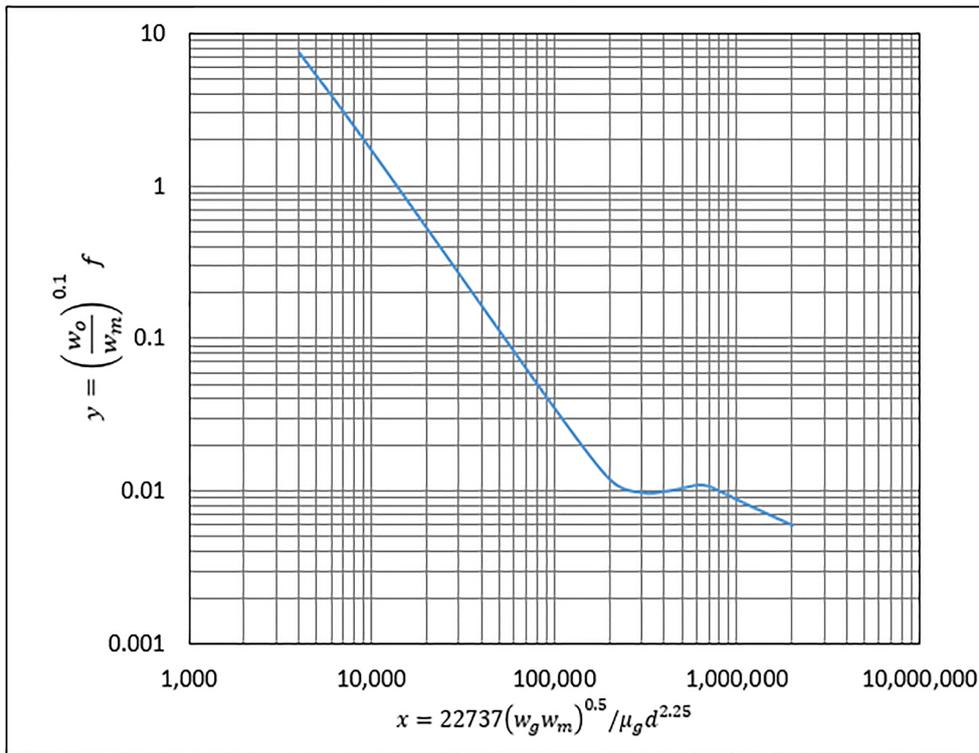
donde:

- $w_m$  : Gasto de masa de la mezcla,  $[lb_m/s]$
- $w_g$  : Gasto de masa del gas,  $[lb_m/s]$
- $\mu_g$  : Viscosidad del gas,  $[cp]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[pg]$

y el de la ordenada:

$$y = \left[ \frac{w_o}{w_m} \right]^{0.1} f \quad (5.8)$$

Con el valor obtenido en la ec. (5.7) ingresar en la **Fig. 5.1** para obtener el valor de  $y$ . Con la ec. (5.8), despejar  $f$ .



**Fig. 5.1:** *Correlación gráfica de Eaton para el factor de fricción*

### 5.1.1.3. Cálculo del colgamiento

El colgamiento  $H_L$  se obtiene con la **Fig. 5.2**. Para ingresar a la gráfica es necesario hacer el cálculo de la abscisa, con la siguiente ecuación:

$$x = \frac{1.84 N_{Lv}^{0.575}}{N_{gv} N_d^{0.0277}} \left( \frac{p}{p_{atm}} \right)^{0.05} N_L^{0.1} \quad (5.9)$$

$N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$ ,  $N_d$  y  $N_L$  son los números adimensionales que determinó Duns & Ros, y se obtienen con las ecs. (4.3), (4.4), (4.5) y (4.6).

donde:

- $p$  : Presión del sistema,  $[psia]$
- $p_{atm}$  : Presión atmosférica,  $[psia]$

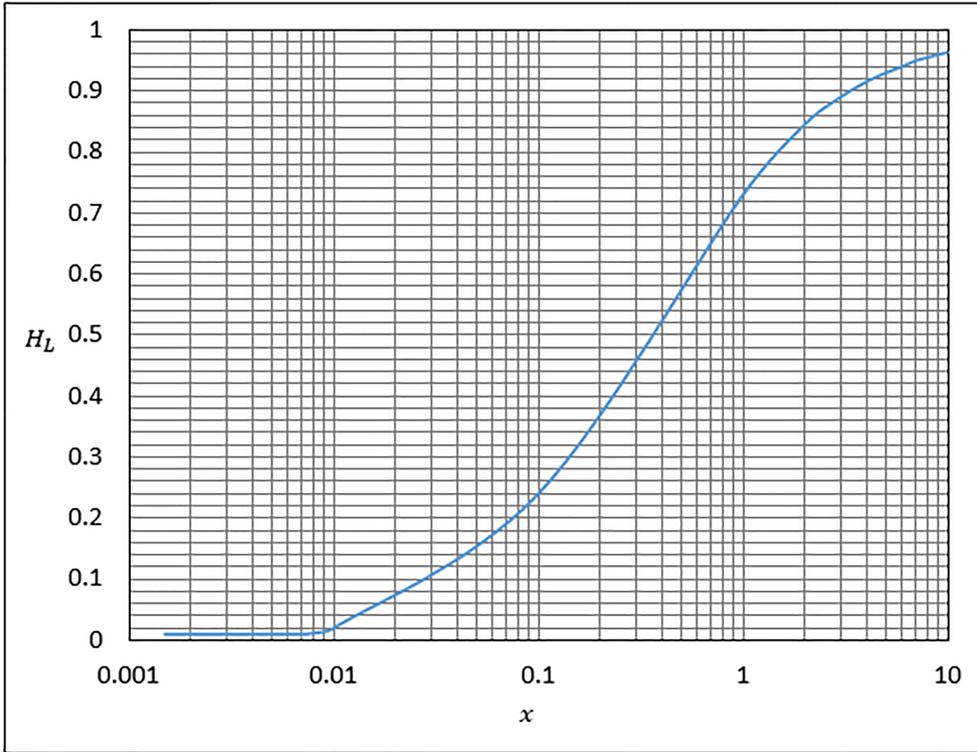


Fig. 5.2: Correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido,  $H_L$

5.1.1.4. Gradiente de presión debido a la aceleración

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} = \frac{w_o \Delta v_L^2 + w_g \Delta v_g^2}{2g_c q_m \Delta L} \tag{5.10}$$

donde:

$$\Delta(v_L^2) = v_{L2}^2 - v_{L1}^2 \tag{5.11}$$

y;

$$\Delta(v_g^2) = v_{g2}^2 - v_{g1}^2 \tag{5.12}$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_{ac}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $w_o$  : Gasto másico del aceite,  $[lb_m/s]$
- $w_g$  : Gasto de masa del gas,  $[lb_m/s]$
- $v_L$  : Velocidad real del líquido,  $[ft/s]$
- $v_g$  : Velocidad real del gas,  $[ft/s]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $q_m$  : Gasto de la mezcla,  $[ft^3/s]$
- $L$  : Longitud de la tubería,  $[ft]$

5.1.1.5. Gradiente de presión total

El gradiente de presión total puede ser calculado con la ec. (5.1) o con la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} \tag{5.13}$$

donde:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L_T} : \text{Gradiente de presión total, } [lb_f/ft^2/ft]$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta L_f} : \text{Gradiente de presión debido a la fricción, } [lb_f/ft^2/ft]$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta L_{ac}} : \text{Gradiente de presión debido a la aceleración, } [lb_f/ft^2/ft]$$

### 5.1.2. Ejercicio resuelto (Eaton)

Calcular el  $\Delta L$  correspondiente a una caída de  $\Delta p = 50$  [psia], aplicar el método de Eaton para las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{ll} q_{o@c.s.} = 5,000 \text{ [bpd]} & p_1 = 1,300 \text{ [psia]} \\ RGA = 2,000 \text{ [ft}^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}] & \bar{T} = 80 \text{ [}^\circ F] \\ \gamma_o = 0.80 \text{ [adim]} & d = 6 \text{ [pg]} \\ \gamma_g = 0.70 \text{ [adim]} & \varepsilon = 0.0006 \text{ [pg]} \end{array}$$

Además se reportó el siguiente PVT a 1,300 [psia], 1,275 [psia] y 1,250 [psia].

**Tabla 5.1: Datos reportados de pruebas de laboratorio**

$p$ [psia]	$R_s$ [ft <sup>3</sup> /bl]	$B_o$ [bl@c.y./bl@c.s.]	$z$ [adim]	$B_g$ [ft <sup>3</sup> <sub>@c.y.</sub> /ft <sup>3</sup> <sub>@c.s.</sub> ]	$\mu_L$ [cp]	$\rho_L$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$\sigma$ [dinas/cm]
1,300	469.67	1.1912	0.7749	0.009093	2.19	45.66	10.68
1,275	460.42	1.1867	0.7786	0.009316	2.23	45.76	10.87
1,250	451.21	1.1822	0.7823	0.009548	2.27	45.86	11.06

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular  $p_2$ :

$$p_2 = 1,300 - 50$$

$$p_2 = 1,250 \text{ [psia]}$$

**Paso 2:**

Calcular la presión promedio:

$$\bar{p} = \frac{1,300 + 1,250}{2}$$

$$\bar{p} = 1,275 \text{ [psia]}$$

**Paso 3:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \longrightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 \text{ [ft}^2\text{]}$$

**Paso 4:**

Determinar el gasto de líquido a condiciones de flujo con la ec. (3.34) para cada presión:

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 6.4988x10^{-5} (5,000 \cdot 1.1912)$$

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 0.387 [ft^3/s]$$

$$q_{L@c.f.p=1,275} = 6.4988x10^{-5} (5,000 \cdot 1.1867)$$

$$q_{L@c.f.p=1,275} = 0.385 [ft^3/s]$$

$$q_{L@c.f.p=1,250} = 6.4988x10^{-5} (5,000 \cdot 1.1822)$$

$$q_{L@c.f.p=1,250} = 0.384 [ft^3/s]$$

**Paso 5:**

Calcular las velocidades superficiales del líquido con la ec. (3.33) para cada presión de interés:

$$v_{SLp=1,300} = \frac{0.387}{0.196} = 1.974 [ft/s]$$

$$v_{SLp=1,275} = \frac{0.385}{0.196} = 1.964 [ft/s]$$

$$v_{SLp=1,250} = \frac{0.384}{0.196} = 1.959 [ft/s]$$

**Paso 6:**

Determinar el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.37) para cada presión:

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 1.1574x10^{-5} * 5,000 (2,000 - 469.67) (0.009093)$$

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 0.805 [ft^3/s]$$

$$q_{g@c.f.p=1,275} = 1.1574x10^{-5} * 5,000 (2,000 - 460.42) (0.009316)$$

$$q_{g@c.f.p=1,275} = 0.830 [ft^3/s]$$

$$q_{g@c.f.p=1,250} = 1.1574x10^{-5} * 5,000 (2,000 - 451.21) (0.009548)$$

$$q_{g@c.f.p=1,250} = 0.855 [ft^3/s]$$

**Paso 7:**

Calcular las velocidades superficiales del gas con la ec. (3.35) para cada presión de interés:

$$v_{Sgp=1,300} = \frac{0.805}{0.196} = 4.107 [ft/s]$$

$$v_{Sgp=1,275} = \frac{0.830}{0.196} = 4.234 [ft/s]$$

$$v_{Sgp=1,250} = \frac{0.855}{0.196} = 4.362 [ft/s]$$

**Paso 8:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28) para la presión promedio:

$$\lambda_L = \frac{0.385}{0.385 + 0.830}$$

$$\lambda_L = 0.3168 \text{ [adim]}$$

**Paso 9:**

Obtener  $\rho_{g_{p=1,275}}$ ,  $w_o$ ,  $w_g$ ,  $w_m$  con las ecs. (5.5), (5.6), (5.4):

$$\rho_{g_{p=1,275}} = \frac{2.70 \cdot 1,275 \cdot 0.70}{0.7786 \cdot (80 + 460)}$$

$$\rho_{g_{p=1,275}} = 5.731 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

$$w_o = \frac{45.66 \cdot 5,000 \cdot 1.1867}{15391}$$

$$w_o = 17.602 \text{ [lb}_m\text{/s]}$$

$$w_g = \frac{(5.731)(5,000)(2,000 - 460.42)(0.009316)}{86400}$$

$$w_g = 4.756 \text{ [lb}_m\text{/s]}$$

$$w_m = 17.602 + 4.756$$

$$w_m = 22.358 \text{ [lb}_m\text{/s]}$$

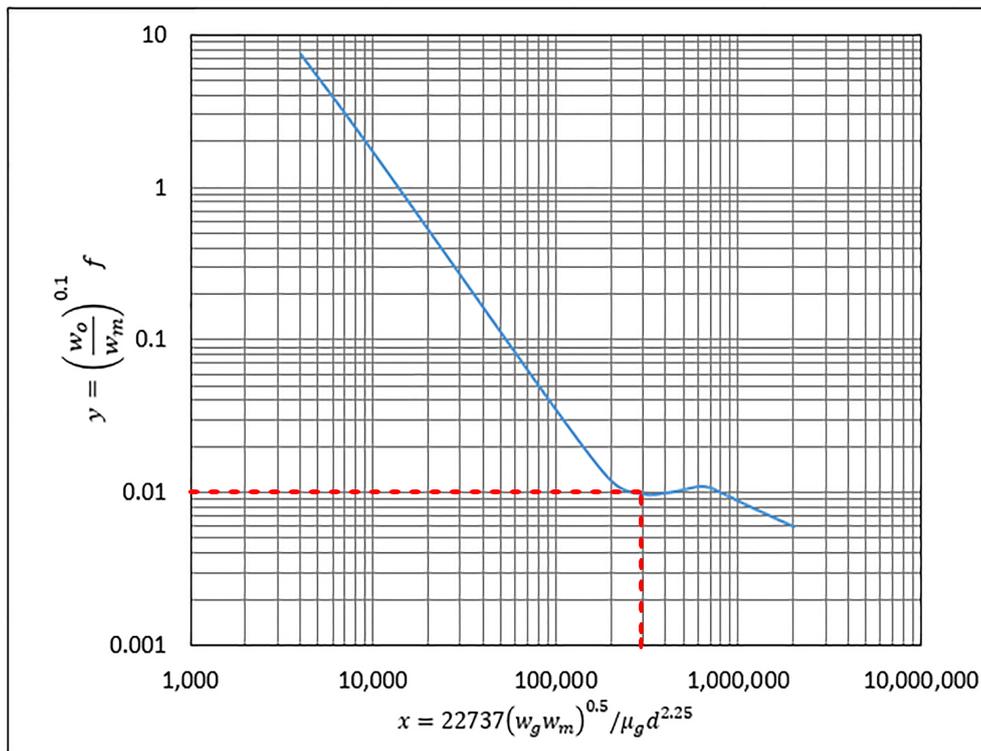
**Paso 10:**

Calcular el factor de fricción que se obtiene de la **Fig. 5.1** donde el valor de la abscisa se determina con la ec. (5.7):

$$x = \frac{22737(4.756 \cdot 22.358)^{0.5}}{(0.01396)(6)^{2.25}}$$

$$x = 298,088.23$$

Ingresa en la **Fig. 5.1**, donde se obtiene el valor de la ordenada  $y = 0.01$



**Fig. 5.3:** Resultado de la correlación gráfica de Eaton para el factor de fricción

Sustituir  $w_o$ ,  $w_m$  y el valor de la ordenada  $y = 0.01$  en la ec. (5.8):

$$0.01 = \left[ \frac{17.602}{22.358} \right]^{0.1} f$$

$$0.01 = 0.976f$$

Para obtener el factor de fricción, despejar  $f$ :

$$f = \frac{0.01}{0.976} = 0.0102$$

**Paso 11:**

Determinar la densidad sin resbalamiento con la ec. (3.45):

$$\rho_{ns} = (45.76)(0.3168) + (5.731)(1 - 0.3168)$$

$$\rho_{ns} = 18.412 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 12:**

Con los valores ya calculados anteriormente, calcular el gradiente de presión debido a la fricción con la ec. (5.3):

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{(0.0102)(22.358)^2}{(2)(32.2)(0.5)(0.196)^2(18.412)}$$

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = 0.223870 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left( \frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}} \right)$

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = 0.001554 \text{ [psi/ft]}$$

**Paso 13:**

Para calcular  $H_{Lp=1,300}$ , es necesario ingresar en la correlación gráfica que se muestra en la **Fig. 5.2**.

Para ingresar a la gráfica es necesario hacer el cálculo de la abscisa con la ec. (5.9), además de obtener  $N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$ ,  $N_d$  y  $N_L$ .

Calcular el número de la velocidad del líquido con la ec. (4.3) para  $p = 1,300$  [psia]:

$$N_{Lv_{p=1,300}} = 1.938(1.974) \sqrt[4]{\frac{45.66}{10.68}}$$

$$N_{Lv_{p=1,300}} = 5.501$$

Calcular el número de la velocidad del gas con la ec. (4.4) para  $p = 1,300$  [psia]:

$$N_{gv_{p=1,300}} = 1.938(4.107) \sqrt[4]{\frac{45.66}{10.68}}$$

$$N_{gv_{p=1,300}} = 11.445$$

Calcular el número del diámetro de tubería con la ec. (4.5) para  $p = 1,300$  [psia]:

$$N_{d_{p=1,300}} = 120.872(0.5) \sqrt{\frac{45.66}{10.68}}$$

$$N_{d_{p=1,300}} = 124.962$$

Calcular el número de la viscosidad del líquido con la ec. (4.6) para  $p = 1,300$  [psia]:

$$N_{L_{p=1,300}} = 0.15726(2.19) \sqrt[4]{\frac{1}{(45.66)(10.68)^3}}$$

$$N_{L_{p=1,300}} = 0.022$$

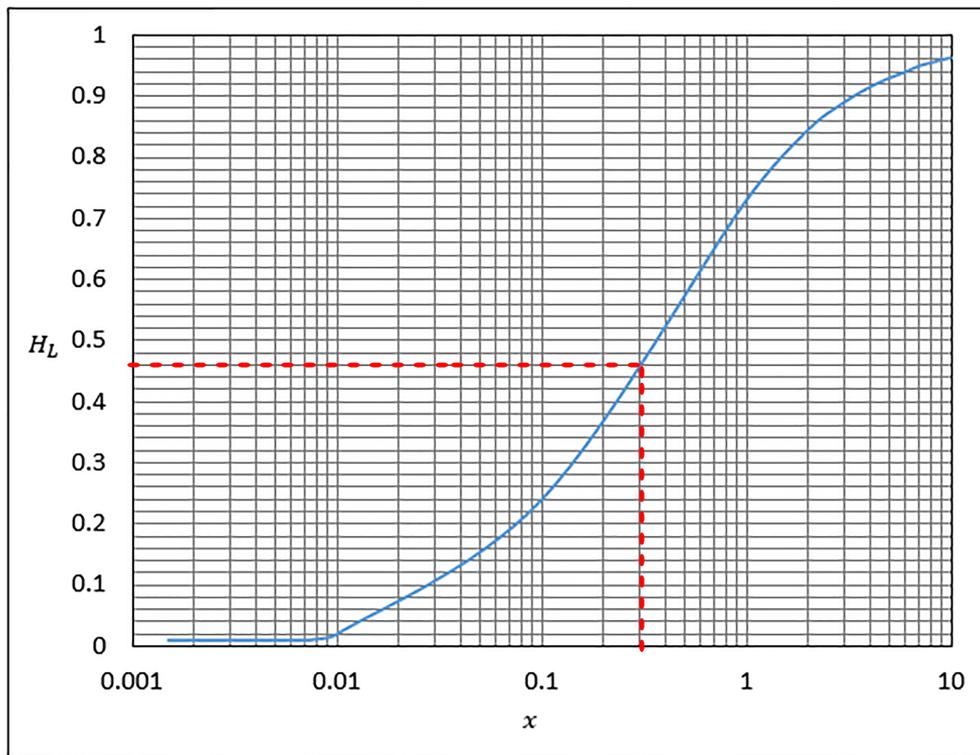
Con los valores obtenidos de  $N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$ ,  $N_d$  y  $N_L$  sustituir en la ec. (5.9):

$$x = \frac{1.84(5.501)^{0.575}}{(11.455)(124.962)^{0.0277}} \left(\frac{1300}{14.7}\right)^{0.05} (0.022)^{0.1}$$

$$x = 0.320$$

Ingresa con el valor de  $x = 0.320$  en la **Fig. 5.2**, se obtiene:

$$H_{L_{p=1300}} = 0.46$$



**Fig. 5.4:** Resultado de la correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido,  $H_L$

**Paso 14:**

Realizar de nuevo el mismo proceso para calcular  $H_{L_{p=1,275}}$ . El cual se determina por medio de la correlación gráfica que se muestra en la **Fig. 5.2**.

Para ingresar a la gráfica es necesario hacer el cálculo de la abscisa con la ec. (5.9), además de obtener  $N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$ ,  $N_d$  y  $N_L$ .

Calcular el número de la velocidad del líquido con la ec. (4.3) para  $p = 1,275$  [psia]:

$$N_{Lv_{p=1,275}} = 1.938(1.974) \sqrt[4]{\frac{45.76}{10.87}}$$

$$N_{Lv_{p=1,275}} = 5.452$$

Calcular el número de la velocidad del gas con la ec. (4.4) para  $p = 1,275$  [psia]:

$$N_{gv_{p=1,275}} = 1.938(4.234) \sqrt[4]{\frac{45.76}{10.87}}$$

$$N_{gv_{p=1,275}} = 11.753$$

Calcular el número del diámetro de tubería con la ec. (4.5) para  $p = 1,275$  [psia]:

$$N_{d_{p=1,275}} = 120.872(0.5) \sqrt{\frac{45.76}{10.87}}$$

$$N_{d_{p=1,275}} = 124.00$$

Calcular el número de la viscosidad del líquido con la ec. (4.6) para  $p = 1,275$  [psia]:

$$N_{L_{p=1,275}} = 0.15726(2.23) \sqrt[4]{\frac{1}{(45.76)(10.87)^3}}$$

$$N_{L_{p=1,275}} = 0.022$$

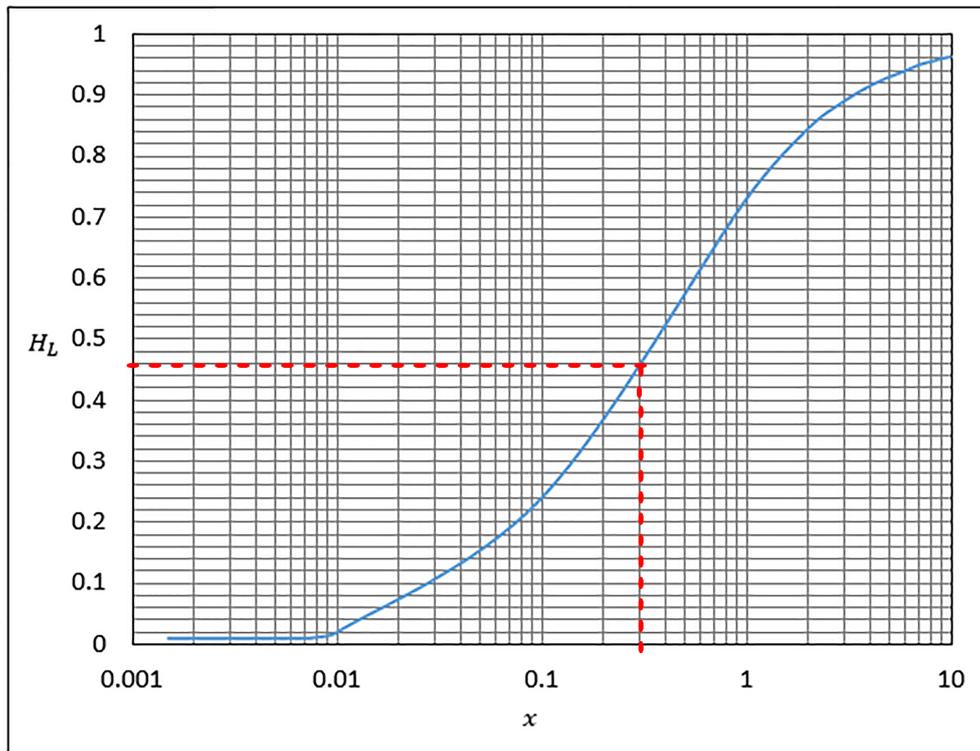
Con los valores obtenidos de  $N_{Lv}$ ,  $N_{gv}$ ,  $N_d$  y  $N_L$  sustituir en la ec. (5.9):

$$x = \frac{1.84(5.452)^{0.575}}{(11.753)(124.00)^{0.0277}} \left(\frac{1275}{14.7}\right)^{0.05} (0.022)^{0.1}$$

$$x = 0.310$$

Ingresar con el valor de  $x = 0.320$  en la **Fig. 5.2**, se obtiene:

$$H_{L_{p=1,275}} = 0.454$$



**Fig. 5.5:** Resultado de la correlación gráfica de Eaton para determinar el colgamiento del líquido,  $H_L$

---

**Paso 15:**

Calcular las velocidades reales del líquido y gas con la ec. (3.40) y ec. (3.41):

$$v_{L_{p=1,300}} = \frac{1.974}{0.46}$$

$$v_{L_{p=1,300}} = 4.291 \text{ [ft/s]}$$

$$v_{L_{p=1,275}} = \frac{1.964}{0.454}$$

$$v_{L_{p=1,275}} = 4.326 \text{ [ft/s]}$$

$$v_{g_{p=1,300}} = \frac{4.107}{(1 - 0.46)}$$

$$v_{g_{p=1,300}} = 7.605 \text{ [ft/s]}$$

$$v_{g_{p=1,275}} = \frac{4.234}{(1 - 0.454)}$$

$$v_{g_{p=1,275}} = 7.754 \text{ [ft/s]}$$

**Paso 16:**

Con los valores calculados de las velocidades reales del gas y líquido, obtener  $\Delta v_L^2$  y  $\Delta v_g^2$ :

$$\Delta v_L^2 = 4.326^2 - 4.291^2$$

$$\Delta v_L^2 = 0.3015$$

$$\Delta v_g^2 = 7.754^2 - 7.605^2$$

$$\Delta v_g^2 = 2.2884$$

**Paso 17:**

Determinar el gradiente de presión debido a la aceleración con la ec. (5.10):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} = \frac{(17.602)(0.3015) + (4.756)(2.2884)}{(2)(32.2)(1.239)(50)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} = 4.05823^{-3} \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = 0.000028182 \text{ [psi/ft]}$$

**Paso 18:**

Determinar el gradiente de presión total con la ec. (5.13):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.001554 + 0.000028182$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.001582 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}}\right]$$

### 5.1.3. Correlación de Dukler

#### 5.1.3.1. Gradiente de presión debido a la fricción

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f \rho_k v_m^2}{2g_c d} \quad (5.14)$$

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_f$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$   
 $f$  : Factor de fricción,  $[adim]$   
 $\rho_k$  : Densidad cinética,  $[lb_m/ft^3]$   
 $v_m$  : Velocidad de la mezcla,  $[ft/s]$   
 $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2  $[lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$   
 $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

y;

$$\rho_k = \frac{\rho_L \lambda_L^2}{H_L} + \frac{\rho_g \lambda_g^2}{H_g} \quad (5.15)$$

donde:

- $\rho_k$  : Densidad cinética,  $[lb_m/ft^3]$   
 $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$   
 $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$   
 $\lambda_L$  : Colgamiento sin resbalamiento del líquido,  $[adim]$   
 $\lambda_g$  : Colgamiento sin resbalamiento del gas,  $[adim]$   
 $H_L$  : Colgamiento del líquido,  $[adim]$   
 $H_g$  : Colgamiento del gas,  $[adim]$

#### 5.1.3.2. Cálculo del factor de fricción

Para obtener el factor de fricción fue desarrollada una correlación gráfica que se muestra en la **Fig. 5.6**.

Para obtener el valor de  $f/f_n$  se ingresa en la gráfica con el valor de  $\lambda_L$ .

El factor de fricción  $f_n$  se obtiene con la siguiente ecuación:

$$f_n = 0.0056 + 0.5 N_{Re_k}^{-0.32} \quad (5.16)$$

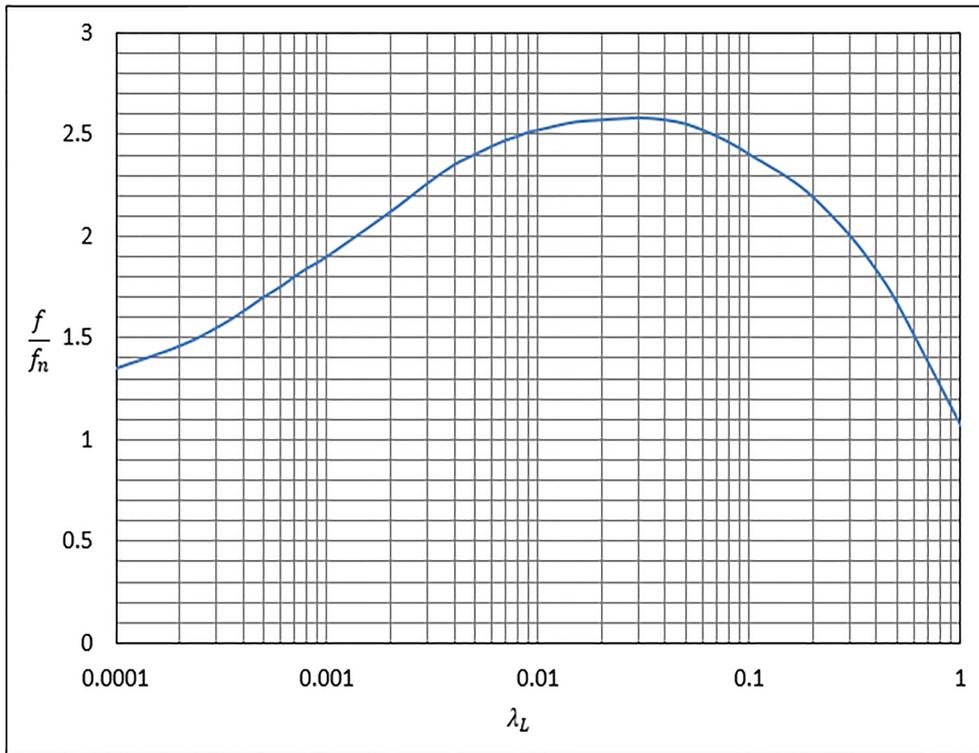
donde:

- $f_n$  : Factor de fricción normal,  $[adim]$   
 $N_{Re_k}$  : Número de Reynolds (densidad cinética),  $[lb_m/ft^3]$

y;

$$N_{Re_k} = 1488 \left( \frac{\rho_k v_m d}{\mu_{ns}} \right) \quad (5.17)$$

donde;  $\rho_k$  se obtiene de la ec. (5.15),  $v_m$  de la ec. (3.38),  $\mu_{ns}$  de la ec. (3.52) y se obtiene el factor de fricción ( $f$ ) al despejar de  $f/f_n$ .



**Fig. 5.6:** *Factor de fricción normal*

### 5.1.3.3. Cálculo del colgamiento

El cálculo del colgamiento ( $H_L$ ) requiere un proceso iterativo. El procedimiento es el siguiente:

- 1.- Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28)
- 2.- Obtener  $H_L$  con la correlación gráfica (**Fig. 5.7**)
- 3.- Con el valor supuesto calcular  $N_{Re_k}$
- 4.- Obtener un nuevo valor de  $H_L$ , usar la correlación gráfica (**Fig. 5.7**)
- 5.- Comparar los valores de  $H_L$ , si no son similares, utilizar el nuevo valor de  $H_L$  y regresar el paso 3

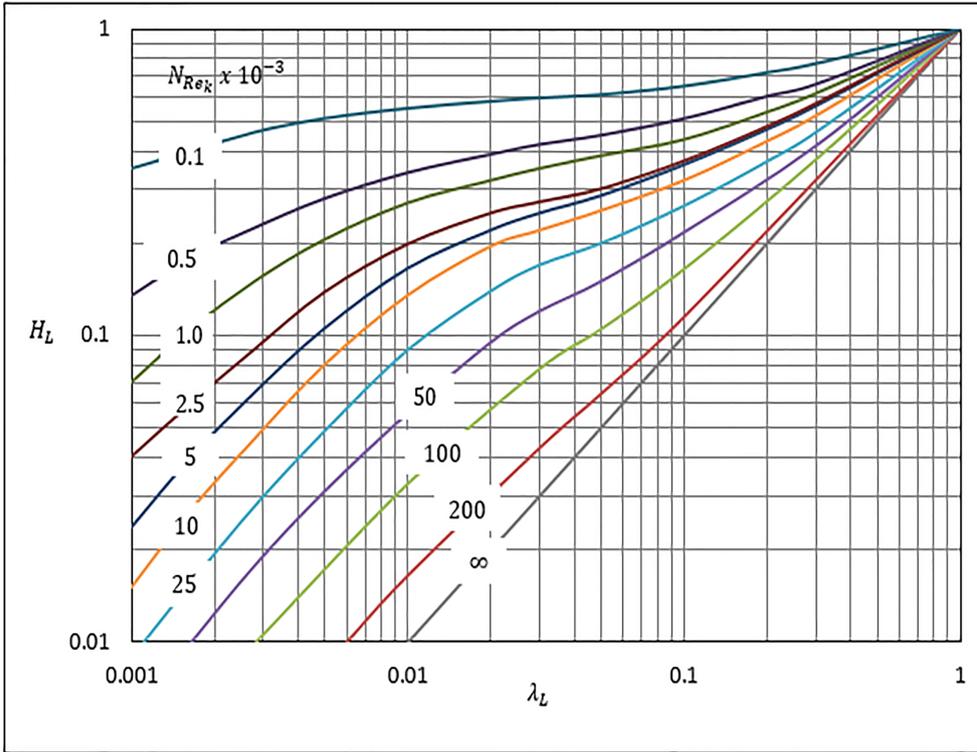


Fig. 5.7: Correlación gráfica para determinar  $H_L$  realizada por Dukler

5.1.3.4. Gradiente de presión debido a la aceleración

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} = \frac{1}{g_c \Delta L} \Delta \left[ \frac{\rho_g v_{Sg}^2}{H_g} + \frac{\rho_L v_{SL}^2}{H_L} \right] \tag{5.18}$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_{ac}}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido,  $[ft/s]$
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas,  $[ft/s]$
- $H_L$  : Colgamiento del líquido,  $[adim]$
- $H_g$  : Colgamiento del gas,  $[adim]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $L$  : Longitud de la tubería,  $[ft]$

5.1.3.5. Gradiente de presión total

El gradiente de presión total puede ser calculado con la ec. (5.1) o con la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} \tag{5.19}$$

donde:

$\frac{\Delta p}{\Delta L_T}$  : Gradiente de presión total,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$\frac{\Delta p}{\Delta L_f}$  : Gradiente de presión debido a la fricción,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$\frac{\Delta p}{\Delta L_{ac}}$  : Gradiente de presión debido a la aceleración,  $[lb_f/ft^2/ft]$

#### 5.1.4. Ejercicio resuelto (Dukler)

Calcular el gradiente de presión total, aplicar el método de Dukler para las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{ll} q_{o@c.s.} = 5,000 [bpd] & p_1 = 1,300 [psia] \\ RGA = 2,000 [ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}] & \bar{T} = 80 [^{\circ}F] \\ \gamma_o = 0.80 [adim] & d = 6 [pg] \\ \gamma_g = 0.70 [adim] & \varepsilon = 0.0006 [pg] \end{array}$$

Además se reportó el siguiente PVT a 1,300 [psia].

**Tabla 5.2: Datos reportados de pruebas de laboratorio**

$p$ [psia]	$R_s$ [ft <sup>3</sup> /bl]	$B_o$ [bl@c.y./bl@c.s.]	$z$ [adim]	$B_g$ [ft <sup>3</sup> <sub>@c.y.</sub> /ft <sup>3</sup> <sub>@c.s.</sub> ]	$\mu_L$ [cp]	$\rho_L$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$\sigma$ [dinas/cm]
1300	469.67	1.1912	0.7749	0.009093	2.19	45.66	10.68

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \longrightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

**Paso 2:**

Calcular el gasto de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.} = 6.4988 \times 10^{-5} (5,000 \cdot 1.191)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.387 [ft^3/s]$$

**Paso 3:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} \cdot (5,000)(2,000 - 469.97)(0.009093)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.805 [ft^3/s]$$

**Paso 4:**

Calcular la velocidad superficial del líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL} = \frac{0.387}{0.196} = 1.974 [ft/s]$$

**Paso 5:**

Calcular la velocidad superficial del gas con la ec. (3.35):

$$v_{Sg} = \frac{0.805}{0.196} = 4.107 \text{ [ft/s]}$$

**Paso 6:**

Calcular la velocidad de la mezcla con la ec. (3.38):

$$v_m = 1.974 + 4.107$$

$$v_m = 6.081 \text{ [ft/s]}$$

**Paso 7:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28):

$$\lambda_L = \frac{0.387}{0.387 + 0.805}$$

$$\lambda_L = 0.325 \text{ [adim]}$$

**Paso 8:**

Calcular  $\lambda_g$  con la ec. (3.28):

$$\lambda_g = \frac{0.805}{0.387 + 0.805}$$

$$\lambda_g = 0.675 \text{ [adim]}$$

**Paso 9:**

Obtener  $\rho_g$  con la ec. (1.33):

$$\rho_g = \frac{2.70 \cdot 1300 \cdot 0.70}{(0.7749) \cdot (80 + 460)}$$

$$\rho_g = 5.871 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 10:**

Determinar  $\rho_k$  con la ec. (5.15), asumir  $H_L = \lambda_L = 0.325$ :

$$\rho_k = \frac{(45.66)(0.325)^2}{(0.325)} + \frac{(5.871)(0.675)^2}{(0.675)}$$

$$\rho_k = 18.80 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 11:**

Calcular  $\mu_{ns}$  con la ec. (3.52):

$$\mu_{ns} = (2.19) \cdot (0.325) + (0.0140) \cdot (1 - 0.325)$$

$$\mu_{ns} = 0.7212 \text{ [cp]}$$

**Paso 12:**

Determinar el Número de Reynolds con la ec. (5.17), utilizar  $\rho_k$ :

$$N_{Re_k} = 1488 \left( \frac{18.80 \cdot 6.081 \cdot 0.5}{0.7212} \right)$$

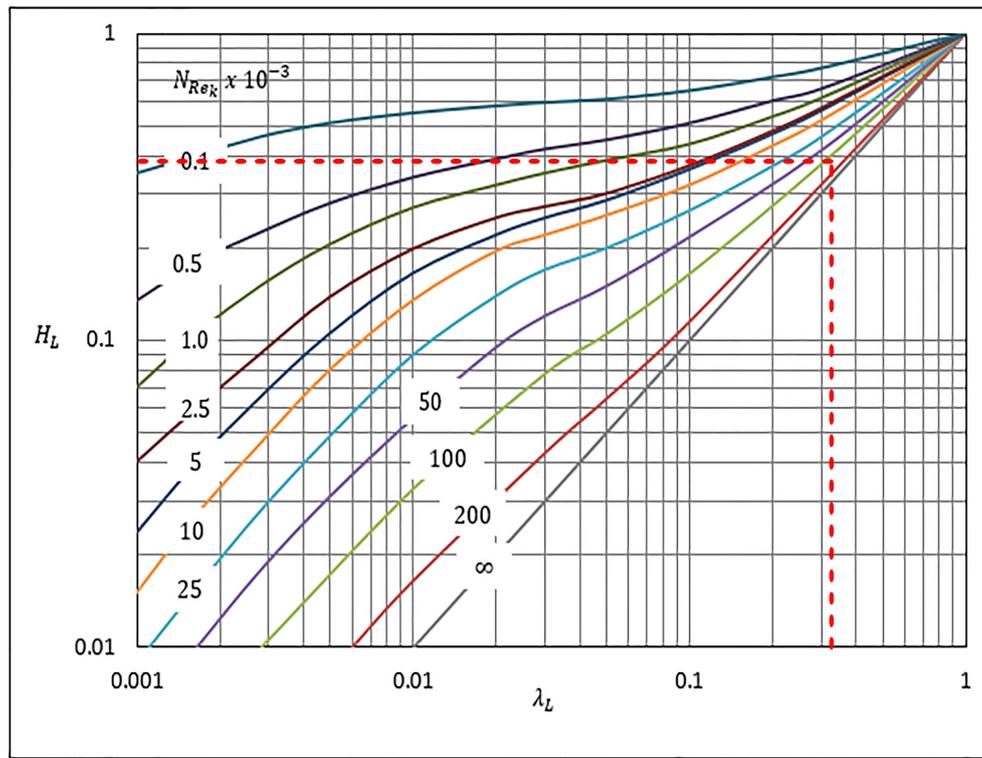
$$N_{Re_k} = 117,937 \text{ [adim]}$$

**Paso 13:**

Ingresa a la correlación gráfica para determinar el colgamiento del líquido (Fig. 5.7), el procedimiento es el siguiente:

1.- Con el valor de  $\lambda_L$  obtenido en el **Paso 7**, trazar una línea vertical hasta interceptar con la curva más cercana que corresponda al Número de Reynolds obtenido en el **Paso 12**.

2.- En la intercepción trazar una línea horizontal hasta el eje del lado izquierdo y leer  $H_L$ .



**Fig. 5.8:** Correlación gráfica para determinar  $H_L$  realizada por Dukler (1° Iteración)

$H_L = 0.38$  y como es distinto al calculado se realiza de nuevo el proceso.

**Paso 14:**

Determinar  $\rho_k$  con la ec. (5.15), asumir  $H_L = 0.38$  y  $\lambda_L = 0.325$ :

$$\rho_k = \frac{(45.66)(0.325)^2}{(0.38)} + \frac{(5.871)(0.675)^2}{(0.62)}$$

$$\rho_k = 17.006 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]}$$

**Paso 15:**

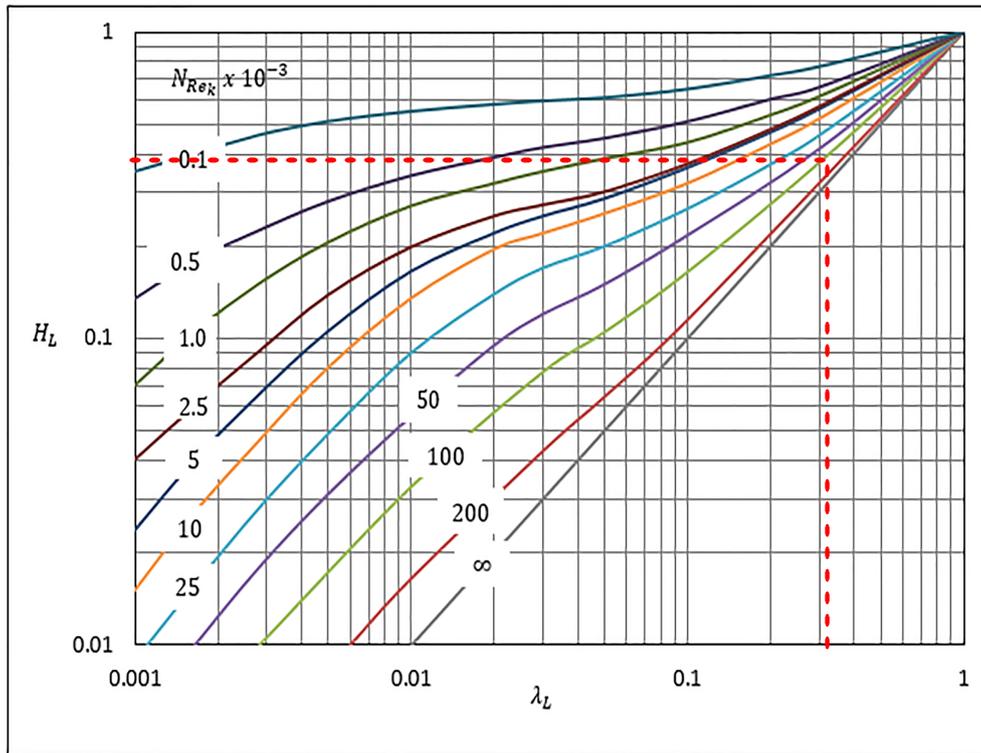
Determinar el Número de Reynolds con la ec. (5.17), utilizar  $\rho_k$ :

$$N_{Re_k} = 1488 \left( \frac{17.006 \cdot 6.081 \cdot 0.5}{0.7212} \right)$$

$$N_{Re_k} = 106,682 \text{ [adim]}$$

**Paso 16:**

Ingresar a la correlación gráfica para determinar el colgamiento del líquido (**Fig. 5.7**):



**Fig. 5.9:** *Correlación gráfica para determinar  $H_L$  realizada por Dukler (2° Iteración)*

Como  $H_L = 0.38$  es igual al obtenido en la primera iteración se dice que convergió.

$$\therefore H_L = 0.38 \text{ [adim]}$$

**Paso 17:**

Con el valor obtenido de  $N_{Re_k} = 106,682 \text{ [adim]}$ , calcular  $f_n$  con la ec. (5.16):

$$f_n = 0.0056 + 0.5 \cdot (106,682)^{-0.32}$$

$$f_n = 0.01790 \text{ [adim]}$$

**Paso 18:**

Con el valor de  $\lambda_L = 0.325$ , ingresar en la correlación gráfica (**Fig. 5.6**):

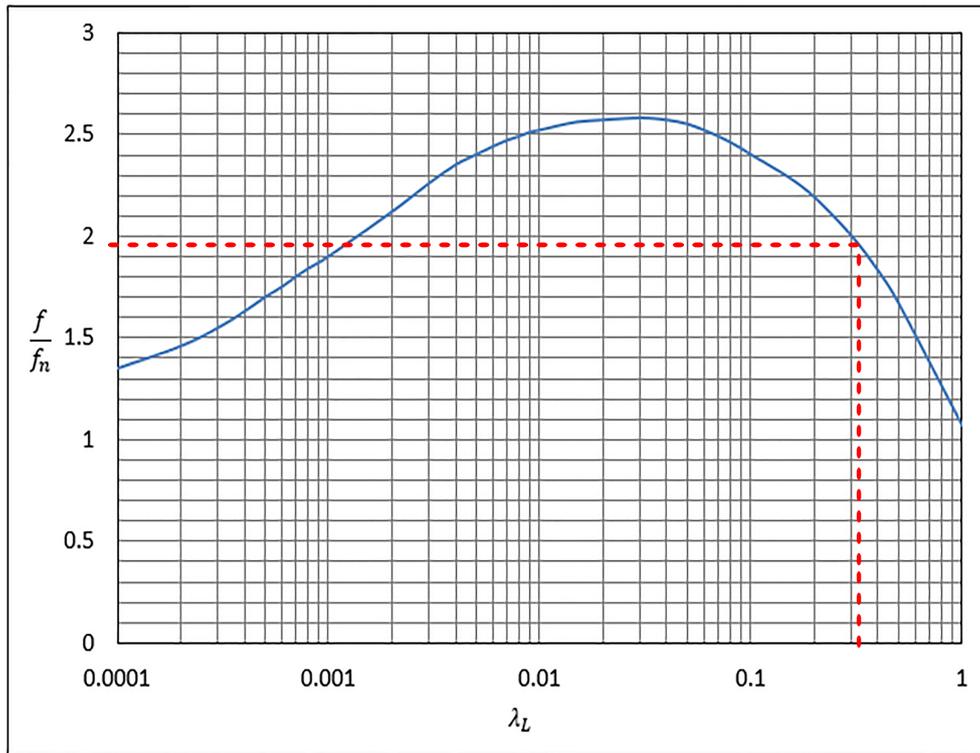


Fig. 5.10: Intersección del ejercicio resuelto para el factor de fricción normalizado

$$\therefore f/f_n = 1.96 \text{ [adim]}$$

**Paso 19:**

Sustituir  $f_n$  en  $f/f_n = 1.196$  y despejar  $f$  para obtener el factor de fricción:

$$\frac{f}{0.01790} = 1.96$$

Despejar  $f$ :

$$f = (1.96) \cdot (0.01790)$$

$$f = 0.03508 \text{ [adim]}$$

**Paso 20:**

Calcular el gradiente de presión por efectos de la fricción con la ec. (5.14):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{(0.03508)(17.006)(6.081)^2}{2(32.2)(0.5)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = 0.685 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = 0.00475 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}}\right]$$

*Nota: Cuando se descartan los efectos de aceleración, se dice que el gradiente de presión por efecto de la fricción es igual al gradiente de presión total.*

### 5.1.5. Correlación de Lockhart & Martinelli

El método de Lockhart & Martinelli no sigue la misma analogía que en las correlaciones anteriores, ellos presentan una correlación del gradiente de presión en función del flujo en una sola fase, multiplicada por un factor de corrección  $X$ . También presentan una correlación para el colgamiento de líquido, aunque no es necesaria para el cálculo de la caída de presión.

#### 5.1.5.1. Gradiente de presión debido a la fricción

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right) = \phi_g^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \phi_L^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L \quad (5.20)$$

Se sabe que:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \frac{f_g \rho_g v_{Sg}^2}{2g_c d} \quad (5.21)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta X}_g$  : Gradiente de presión del gas, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]
- $f_g$  : Factor de fricción del gas, [ $adim$ ]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_{Sg}$  : Velocidad superficial del gas, [ $ft/s$ ]
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]

y,

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{f_L \rho_L v_{SL}^2}{2g_c d} \quad (5.22)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta X}_L$  : Gradiente de presión del líquido, [ $lb_f/ft^2/ft$ ]
- $f_L$  : Factor de fricción del gas, [ $adim$ ]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $v_{SL}$  : Velocidad superficial del líquido, [ $ft/s$ ]
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional = 32.2 [ $lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2$ ]
- $d$  : Diámetro de la tubería, [ $ft$ ]

#### 5.1.5.2. Cálculo del factor de fricción

Para obtener el factor de fricción  $f_g$  y  $f_L$  se utiliza el diagrama de Moody (**Fig. 3.1**), usar los valores del número de Reynolds para gas y para líquido respectivamente.

### 5.1.5.3. Cálculo del factor de corrección para dos fases

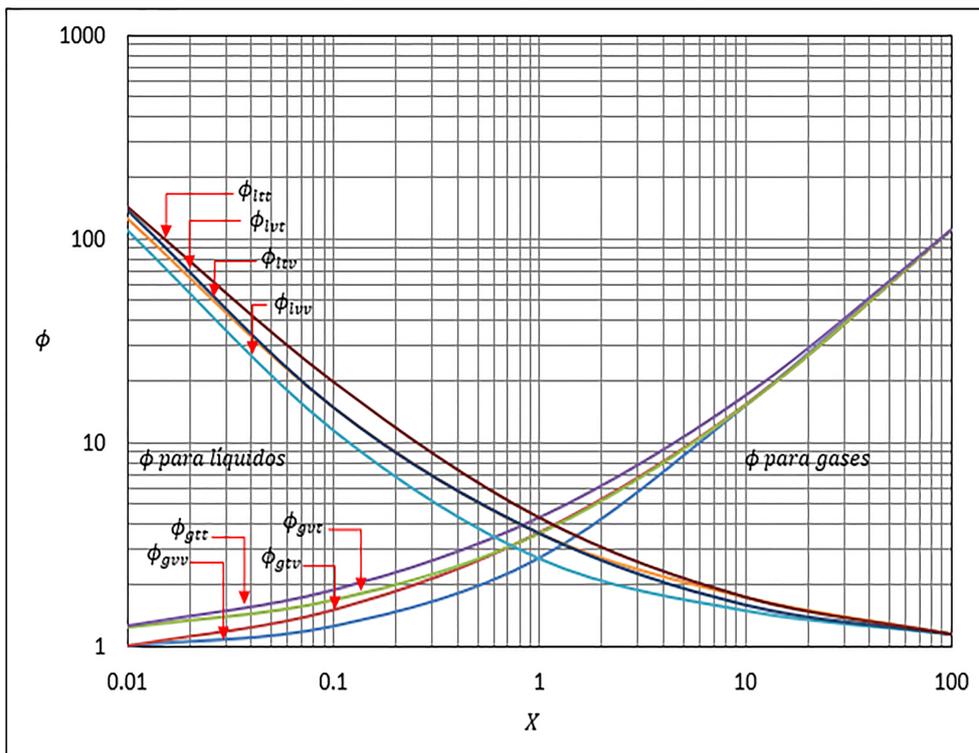
Primero se debe calcular  $X$  con la siguiente ecuación:

$$X = \left[ \left( \frac{\Delta p}{\Delta X} \right)_L / \left( \frac{\Delta p}{\Delta X} \right)_g \right]^{0.5} \quad (5.23)$$

Con el valor de  $X$  utilizar la **Fig.5.11** para obtener el valor de  $\phi_g$  y  $\phi_L$ .

**Tabla 5.3: Tipo de flujo de acuerdo al Número de Reynolds**

$N_{Re_L}$	$N_{Re_g}$	Subíndice
> 3100	> 3100	Líquido turbulento - gas turbulento (tt)
< 2300	> 3100	Líquido laminar - gas turbulento (vt)
> 3100	< 2300	Líquido turbulento - gas laminar (tv)
< 2300	< 2300	Líquido laminar - gas laminar (vv)



**Fig. 5.11: Gráfica para obtener el valor de  $\phi$**

### 5.1.5.4. Cálculo del colgamiento

El cálculo del colgamiento ( $H_L$ ), se realiza con la correlación gráfica mostrada en la **Fig. 5.12**, utilizar el factor  $X$  calculado con la ec. (5.23).

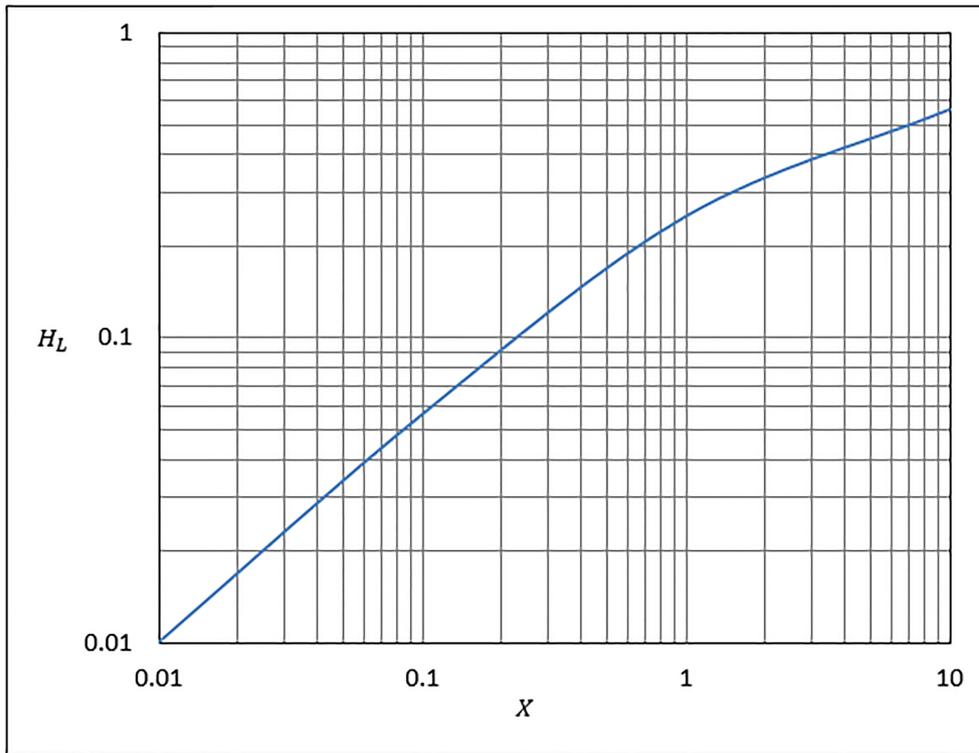


Fig. 5.12: Gráfica para obtener  $H_L$  propuesto por Lockhart & Martinelli

### 5.1.6. Ejercicio resuelto (Lockhart & Martinelli)

Calcular la presión de salida ( $p_2$ ) de una línea de descarga  $L = 3,000$  [ft] con el método de Lockhart & Martinelli.

Datos:

$$\begin{array}{ll}
 q_{o@c.s.} = 5,000 \text{ [bpd]} & p_1 = 1,300 \text{ [psia]} \\
 RGA = 2,000 \text{ [ft}^3_{@c.s.}/\text{bl}_{@c.s.}] & \bar{T} = 80 \text{ [}^\circ\text{F]} \\
 \gamma_o = 0.80 \text{ [adim]} & d = 6 \text{ [pg]} \\
 \gamma_g = 0.70 \text{ [adim]} & \varepsilon = 0.0006 \text{ [pg]}
 \end{array}$$

Además se reportó el siguiente PVT a 1,300 [psia].

Tabla 5.4: Datos reportados de pruebas de laboratorio

$p$ [psia]	$R_s$ [ft <sup>3</sup> /bl]	$B_o$ [bl@c.y./bl@c.s.]	$z$ [adim]	$B_g$ [ft <sup>3</sup> @c.y./ft <sup>3</sup> @c.s.]	$\mu_L$ [cp]	$\mu_g$ [cp]	$\rho_L$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$\rho_g$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]
1,300	469.67	1.1912	0.7749	0.009093	2.19	0.0142	45.66	5.8717

Solución:

Paso 1:

Determinar el gasto de líquido a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 6.4988 \times 10^{-5} (5,000 * 1.1912)$$

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 0.387 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

---

**Paso 2:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \longrightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 [ft^2]$$

**Paso 3:**

Calcular la velocidad superficial del líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SL_{p=1,300}} = \frac{0.387}{0.196} = 1.974 [ft/s]$$

**Paso 4:**

Determinar el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 1.1574 \times 10^{-5} \cdot 5,000 (2,000 - 469.67) (0.009093)$$

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 0.805 [ft^3/s]$$

**Paso 5:**

Calcular la velocidad superficial del gas con la ec. (3.35):

$$v_{Sg_{p=1,300}} = \frac{0.805}{0.196} = 4.107 [ft/s]$$

**Paso 6:**

Calcular el Número de Reynolds para la fase gas y para la fase líquida respectivamente con la ec. (3.16):

$$N_{Re_g} = 1,488 \left( \frac{5.8717 \cdot 4.107 \cdot 0.5}{0.0142} \right)$$

$$N_{Re_g} = 1.2634 \times 10^6 \longrightarrow \text{turbulento}$$

$$N_{Re_L} = 1,488 \left( \frac{45.66 \cdot 1.974 \cdot 0.5}{2.19} \right)$$

$$N_{Re_L} = 30.62 \times 10^3 \longrightarrow \text{turbulento}$$

De acuerdo con la Tabla (3.1),  $N_{Re_g}$  y  $N_{Re_L}$  son mayores a 3,000; por lo tanto se encuentran en régimen turbulento.

**Paso 7:**

Del Diagrama de Moody (Fig. 3.1) y de  $\varepsilon/d = 0.0001$ :

$$f_g = 0.014$$

$$f_L = 0.024$$

**Paso 8:**

Calcular el gradiente de presión debido a la fricción para cada fase con las ecuaciones (5.21) y (5.22):

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta X} \right)_g = \frac{(0.014)(5.8717)(4.107)^2}{2(32.2)(0.5)}$$

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta X} \right)_g = 0.04306 [lb_f/ft^2/ft]$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{(0.024)(45.66)(1.974)^2}{2(32.2)(0.5)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = 0.1326 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

**Paso 9:**

Calcular el factor  $X$  con la ec. (5.23):

$$X = [0.1326/0.04306]^{0.5}$$

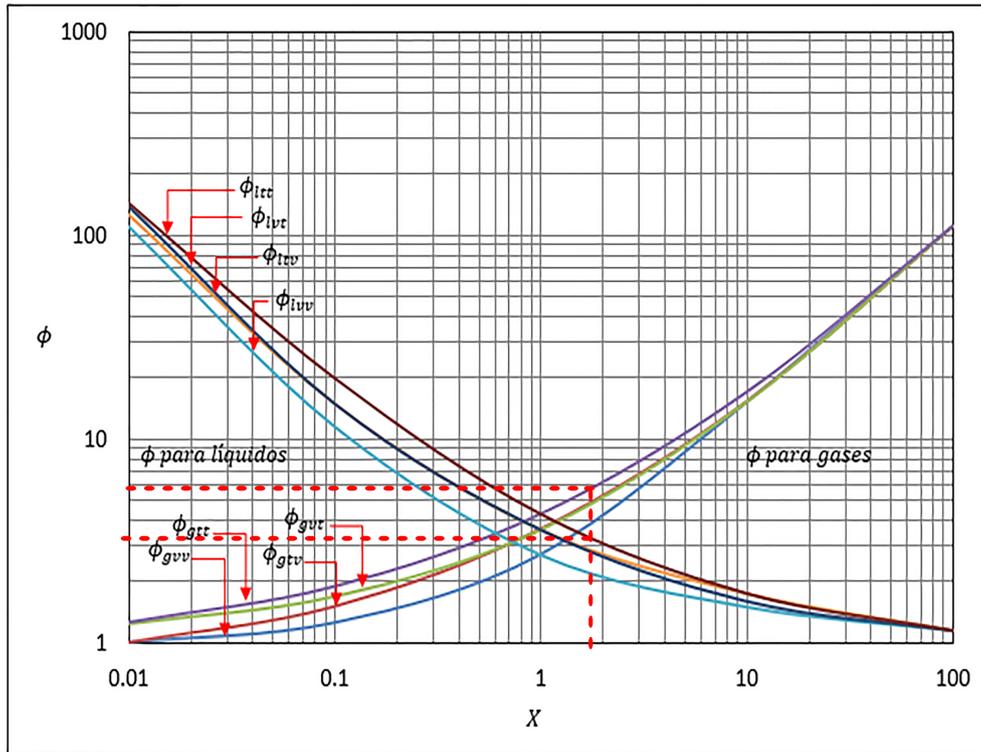
$$X = 1.75$$

**Paso 10:**

Ingresar a la correlación gráfica (**Fig. 5.11**) para obtener  $\phi_g$  y  $\phi_L$ , el procedimiento es el siguiente:

1.- Con el valor de  $X$  obtenido en el **Paso 9**, trazar una línea vertical hasta interceptar con las curvas  $\phi_{Ltt}$  y  $\phi_{gtt}$ ; dado que ambas fases se encuentran en flujo turbulento.

2.- En la intercepción trazar una línea horizontal para cada curva y leer el valor de  $\phi_g$  y  $\phi_L$ .



**Fig. 5.13: Resultado gráfico para obtener el valor de  $\phi$**

$$\phi_g = 5.8$$

$$\phi_L = 3.2$$

**Paso 11:**

Calcular el gradiente de presión total utilizando la fase gaseosa con la ec. (5.20):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}}\right) (5.8^2)(0.04306)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.01005 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

o con líquido:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{1 [ft^2]}{144 [pg^2]}\right) (3.2^2)(0.1326)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.0094 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

**Paso 12:**

Calcular el  $\Delta p$ , multiplicar el gradiente de presión total por  $L$ :

$$\Delta p = (0.01005)(3,000)$$

$$\Delta p = 30.15 [psi]$$

o con líquido:

$$\Delta p = (0.0094)(3,000)$$

$$\Delta p = 28.2 [psi]$$

**Paso 13:**

La presión de salida ( $p_2$ ):

$$p_2 = 1,300 - 30.15$$

$$p_2 = 1,269.85 [psi]$$

### 5.1.7. Correlación de Baker

El método de Baker es similar al de Lockhart & Martinelli, la principal diferencia entre los dos es que Baker usó el concepto de patrones de flujo y presentó diferentes ecuaciones para cada patrón.

Baker describió siete diferentes patrones de flujo:

- Burbuja
- Tapón
- Estratificado
- Ondulado
- Bache
- Anular
- Disperso

#### 5.1.7.1. Gradiente de presión para cada fase

Fase líquida:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L = \frac{f_L^* \rho_L q_L^2 @c.f.}{g_c d^5} \tag{5.24}$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_L}$  : Gradiente de presión del líquido,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f_L^*$  : Factor de fricción del líquido,  $[adim]$
- $\rho_L$  : Densidad del líquido,  $[lb_m/ft^3]$
- $q_{L@c.f.}$  : Gasto del líquido a condiciones de flujo,  $[ft^3/s]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

Fase gaseosa:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = \frac{f_g^* \rho_g q_{g@c.f.}^2}{g_c d^5} \tag{5.25}$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L_g}$  : Gradiente de presión del gas,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f_g^*$  : Factor de fricción del gas,  $[adim]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $q_{g@c.f.}$  : Gasto del gas a condiciones de flujo,  $[ft^3/s]$
- $g_c$  : Factor de conversión gravitacional =  $32.2 [lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[pg]$

### 5.1.7.2. Cálculo del factor de fricción

Para obtener el factor de fricción  $f_g^*$  y  $f_L^*$  se utiliza la **Fig. 5.14**, usar los valores del Número de Reynolds para gas y para líquido respectivamente.

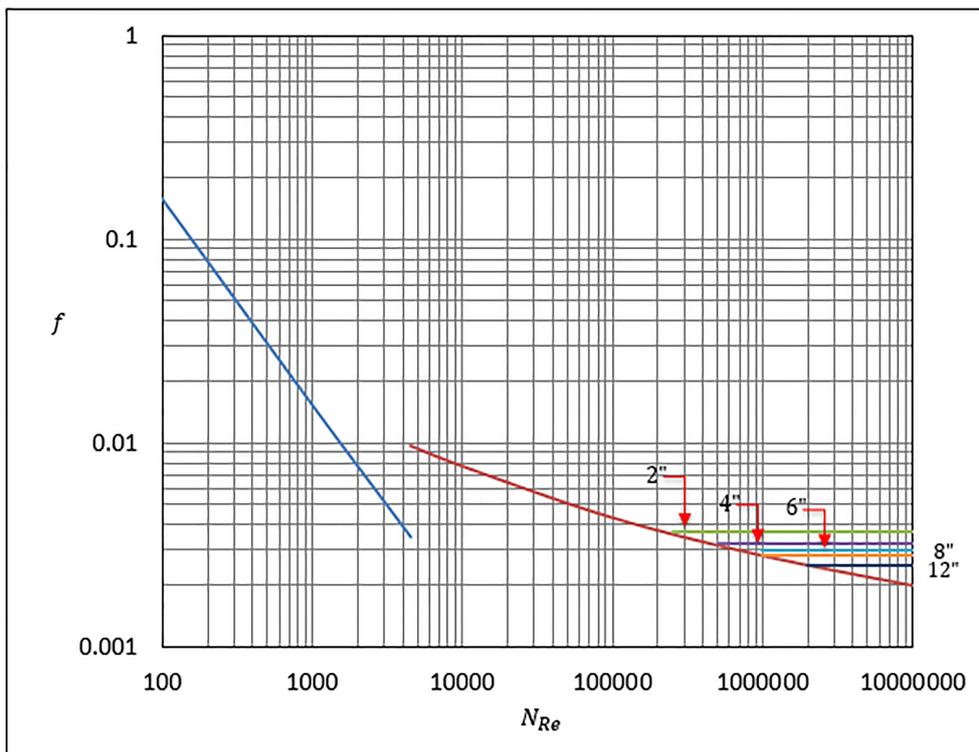
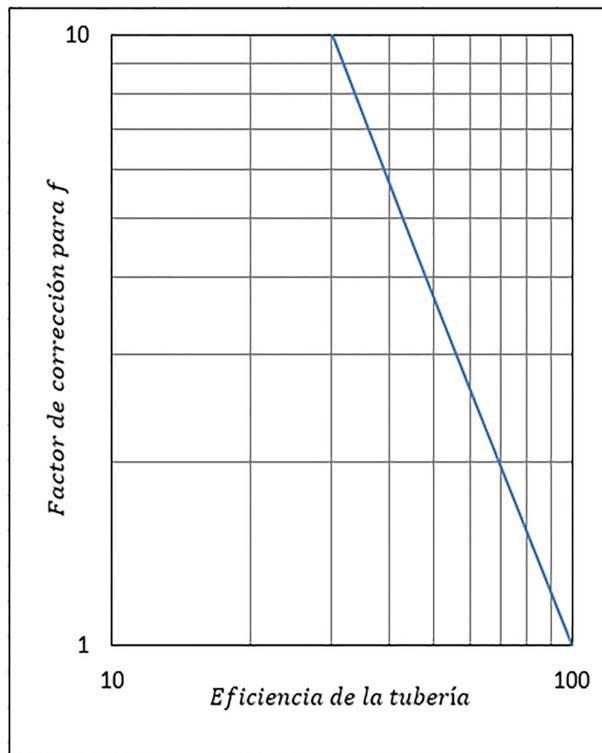


Fig. 5.14: Gráfica para obtener el factor de fricción realizado por Baker



**Fig. 5.15:** *Gráfica para la corrección del factor de fricción*

*Nota:* La eficiencia de una tubería depende directamente de las condiciones y químicos a las que estará expuesta y del material que la componga.

### 5.1.7.3. Cálculo del factor de corrección para dos fases

El factor de corrección se calcula con la ec. (5.23) del método de Lockhart & Martinelli.

### 5.1.7.4. Procedimiento para la predicción del patrón de flujo

1.- Calcular el flujo másico del gas  $G_g$ :

$$G_g = \frac{\rho_g q_{g@c.f.}(144)}{24 \cdot A_p} \quad (5.26)$$

donde:

- $G_g$  : Flujo másico del gas,  $[lb_m/hr \cdot ft^2]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $q_{g@c.f.}$  : Gasto del gas a condiciones de flujo,  $[ft^3/d]$
- $A_p$  : Área transversal de la línea de descarga,  $[pg^2]$

2. - Calcular  $\lambda$  con:

$$\lambda = \left[ \left( \frac{\rho_g}{\rho_{aire}} \right) \left( \frac{\rho_L}{\rho_{agua}} \right) \right]^{0.5} \quad (5.27)$$

donde:

- $\lambda$  : Colgamiento sin resbalamiento, [adim]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_{aire}$  : Densidad del aire = 0.0754 [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_{agua}$  : Densidad del agua = 62.4 [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]

3.- Calcular:  $\frac{G_g}{\lambda}$

4.- Calcular el flujo másico del líquido  $G_L$ :

$$G_L = \frac{q_{L@c.f.} \rho_L (144)}{24 \cdot A_p} \quad (5.28)$$

donde:

- $G_L$  : Flujo másico del líquido, [lb<sub>m</sub>/hr · ft<sup>2</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $q_{L@c.f.}$  : Gasto del líquido a condiciones de flujo, [ft<sup>3</sup>/d]
- $A_p$  : Área transversal de la línea de descarga, [pg<sup>2</sup>]

5.- Calcular  $\Psi$ :

$$\Psi = \frac{73}{\sigma_L} \left[ \mu_L \left( \frac{\rho_{agua}}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (5.29)$$

donde:

- $\lambda$  : Colgamiento sin resbalamiento, [adim]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]
- $\mu_L$  : Viscosidad del líquido, [cp]
- $\rho_{agua}$  : Densidad del agua = 62.4 [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]

6.- Calcular:  $\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g}$

7.- Determinar el patrón de flujo con la **Fig. 5.16**, usar  $\frac{G_g}{\lambda}$  y  $\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g}$

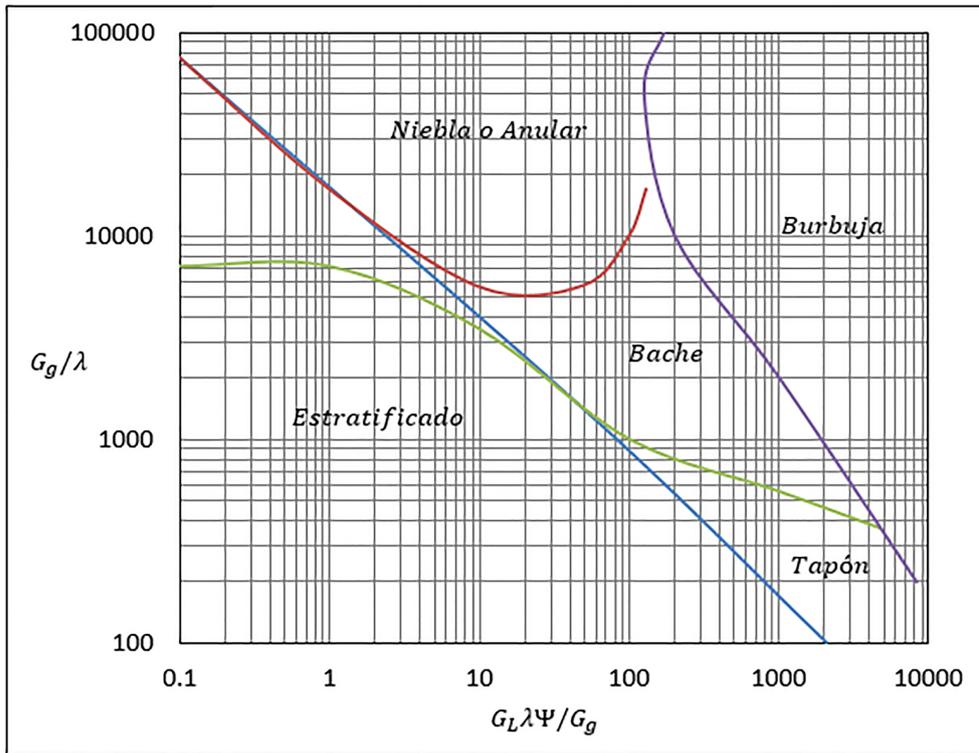


Fig. 5.16: Mapa de patrón de flujo propuesto por Baker

#### 5.1.7.5. Gradiente de presión total

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \phi_{gtt}^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g \quad (5.30)$$

donde:

$\frac{\Delta p}{\Delta L_T}$  : Gradiente de presión total,  $[lb_f/ft^2/ft]$

$\frac{\Delta p}{\Delta L_g}$  : Gradiente de presión del gas,  $[lb_f/ft^2/ft]$

*Nota:* Observe que en el cálculo de  $\phi_{gtt}^2$  va implícito el gradiente de presión por líquido, ya que fue necesario utilizar  $G_L$  para obtener el patrón de flujo.

y  $\phi_{gtt}^2$  depende del patrón de flujo como se muestra en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Ecuaciones para  $\phi_{gtt}$

Patrón de flujo	$\phi_{gtt}$
Burbuja	Ec. 5.31
Tapón	Ec. 5.32
Estratificado	Ec. 5.33
Bache	Ec. 5.34
Anular	Ec. 5.35

$$\phi_{gtt} = \frac{14.2 X^{0.75}}{L^{0.1}} \quad (5.31)$$

$$\phi_{gtt} = \frac{27.315 X^{0.855}}{L^{0.17}} \quad (5.32)$$

$$\phi_{gtt} = \frac{15,400 X}{G_L^{0.8}} \quad (5.33)$$

$$\phi_{gtt} = \frac{1190 X^{0.815}}{G_L^{0.5}} \quad (5.34)$$

$$\phi_{gtt} = (4.8 - 0.3125 d) X^{0.343-0.021 d} \quad (5.35)$$

Para flujo disperso, la ecuación de  $\phi_{gtt}$  depende de  $X$ :

**Tabla 5.6: Ecuaciones para  $\phi_{gtt}$  flujo disperso**

$X$	$\phi_{gtt}$
$X < 0.1$	$\phi_{gtt} = e^{0.16695 \ln X + 1.01569}$
$0.1 \leq X \leq 1$	$\phi_{gtt} = e^{0.34909 \ln X + 1.43508}$
$1 \leq X \leq 10$	$\phi_{gtt} = e^{0.61979 \ln X + 1.43508}$
$10 \leq X \leq 100$	$\phi_{gtt} = e^{0.79834 \ln X + 1.02496}$

Para flujo ondulado, el gradiente de presión total se calcula con la siguiente ecuación:

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T = \frac{f_t G_g^2 L}{193.2 d \rho_g} \quad (5.36)$$

y,

$$f_t = f_g^* \phi_g^2 \quad (5.37)$$

donde:

- $\frac{\Delta p}{\Delta L}_T$  : Gradiente de presión total,  $[lb_f/ft^2/ft]$
- $f_t$  : Factor de fricción,  $[adim]$
- $\rho_g$  : Densidad del gas,  $[lb_m/ft^3]$
- $G_g$  : Flujo másico del gas,  $[lb_m/hr \cdot ft^2]$
- $L$  : Longitud de la tubería,  $[ft]$
- $d$  : Diámetro de la tubería,  $[ft]$

*Nota:*  $\phi_g =$  factor de correlación de Lockhart y Martinelli

### 5.1.8. Ejercicio resuelto (Baker)

Calcular la presión de salida ( $p_2$ ) de una línea de descarga  $L = 3,000$  [ft] con el método de Baker.

Datos

$$\begin{array}{ll}
 q_{o@c.s.} = 5,000 \text{ [bpd]} & p_1 = 1,300 \text{ [psia]} \\
 RGA = 2,000 \text{ [ft}^3_{@c.s.}/\text{bl}_{@c.s.}] & \bar{T} = 80 \text{ [}^\circ\text{F]} \\
 \gamma_o = 0.80 \text{ [adim]} & d = 6 \text{ [pg]} \\
 \gamma_g = 0.70 \text{ [adim]} & \varepsilon = 0.0006 \text{ [pg]}
 \end{array}$$

Además se reportó el siguiente PVT a 1,300 [psia].

**Tabla 5.7: Datos reportados de pruebas de laboratorio**

$p$ [psia]	$R_s$ [ft <sup>3</sup> /bl]	$B_o$ [bl <sub>@c.y.</sub> /bl <sub>@c.s.</sub> ]	$z$ [adim]	$B_g$ [ft <sup>3</sup> <sub>@c.y.</sub> /ft <sup>3</sup> <sub>@c.s.</sub> ]	$\mu_L$ [cp]	$\mu_g$ [cp]	$\rho_L$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$\rho_g$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$\sigma_L$ [dinas/cm]
1,300	469.67	1.1912	0.7749	0.009093	2.19	0.0142	45.66	5.8717	10.87

**Solución:**

**Paso 1:**

Determinar el gasto de líquido a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 6.4988 \times 10^{-5} (5,000 * 1.1912)$$

$$q_{L@c.f.p=1,300} = 0.387 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

**Paso 2:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) 0.5^2 \rightarrow \text{Se divide 6 entre 12 para convertirlo a pies}$$

$$A_t = 0.196 \text{ [ft}^2\text{]}$$

**Paso 3:**

Calcular la velocidad superficial del líquido con la ec. (3.33):

$$v_{SLp=1,300} = \frac{0.387}{0.196} = 1.974 \text{ [ft/s]}$$

**Paso 4:**

Determinar el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.36):

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 1.1574 \times 10^{-5} \cdot 5,000 (2,000 - 469.67) (0.009093)$$

$$q_{g@c.f.p=1,300} = 0.805 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

**Paso 5:**

Calcular la velocidad superficial del gas con la ec. (3.35):

$$v_{Sgp=1,300} = \frac{0.805}{0.196} = 4.107 \text{ [ft/s]}$$

**Paso 6:**

Calcular el Número de Reynolds con la ec. (3.16), utilizar los datos de  $\bar{p}$ :

$$N_{Re_L} = 1488 \frac{(45.66)(1.974)(0.5)}{2.19}$$

$$N_{Re_L} = 30.62 \times 10^3 \rightarrow \text{turbulento}$$

$$N_{Re_g} = 1488 \frac{(5.8417)(4.107)(0.5)}{0.0142}$$

$$N_{Re_g} = 1.2634 \times 10^6 \rightarrow \text{turbulento}$$

**Paso 7:**

Obtener  $f_L^*$  con la Fig. 5.14 y el factor de corrección con la Fig. 5.15. Suponer una eficiencia en la tubería de 90% para determinar el factor de corrección:

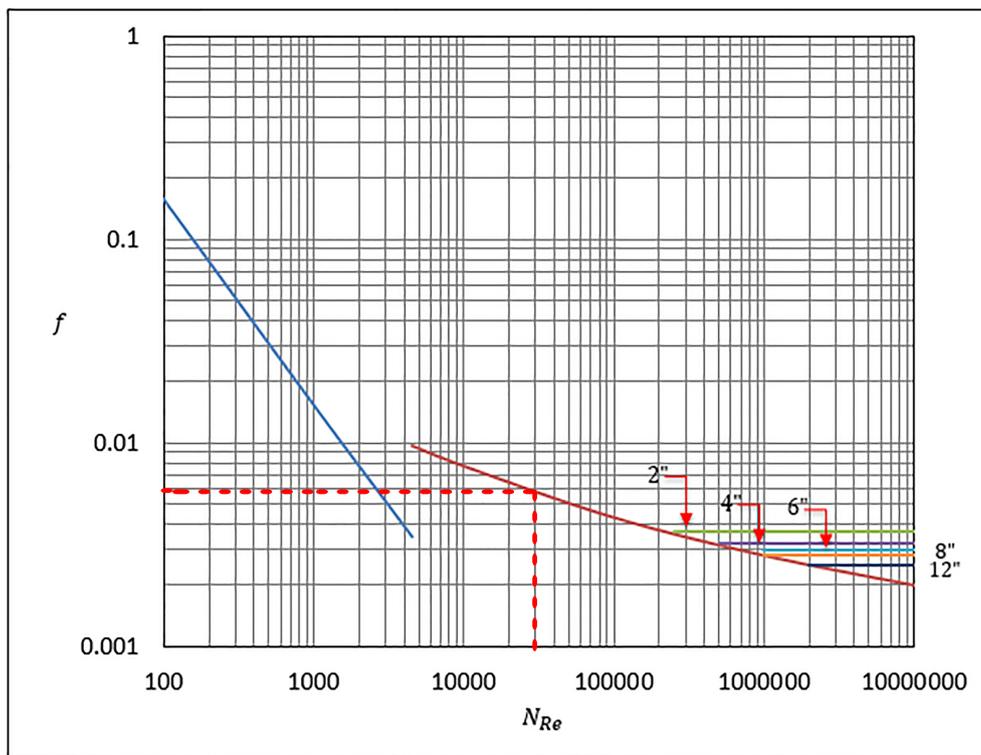


Fig. 5.17: Resultado gráfico del factor de fricción realizado por Baker

Se obtuvo lo siguiente:

$$f_L^* = 0.0058 \text{ [adim]}$$

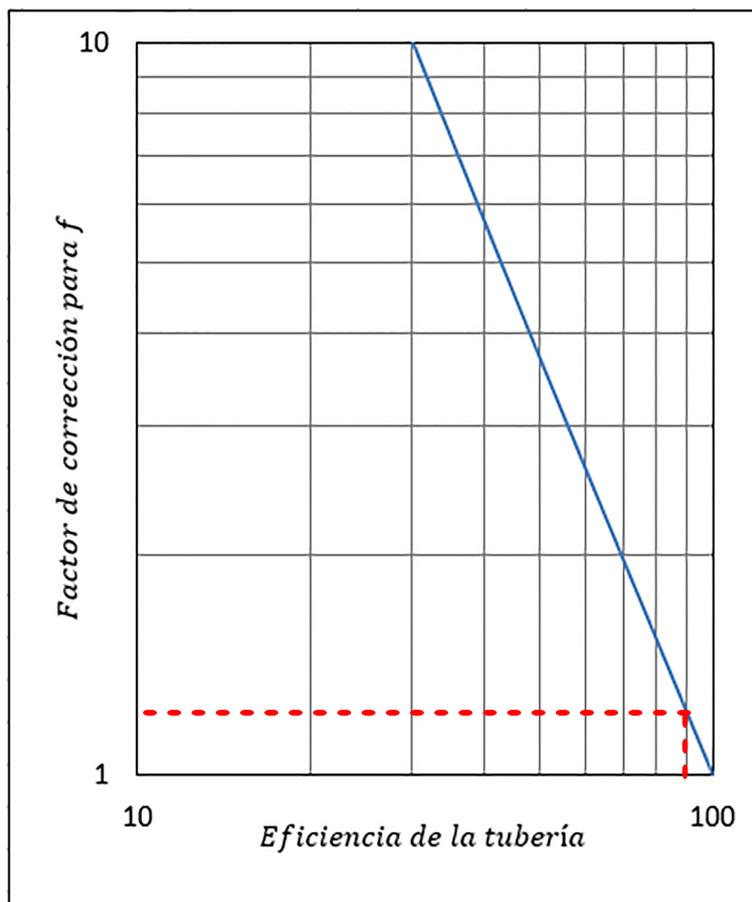


Fig. 5.18: Resultado gráfico de la corrección del factor de fricción

Factor de corrección por eficiencia de la tubería = 1.2

El factor de fricción corregido para la fase líquida es:

$$f_L^* = (0.0058) \cdot (1.2) = 0.007$$

**Paso 8:**

Obtener  $f_g^*$  con la Fig. 5.14 y el factor de corrección con la Fig. 5.15. Suponer una eficiencia en la tubería de 90 % para determinar el factor de corrección:

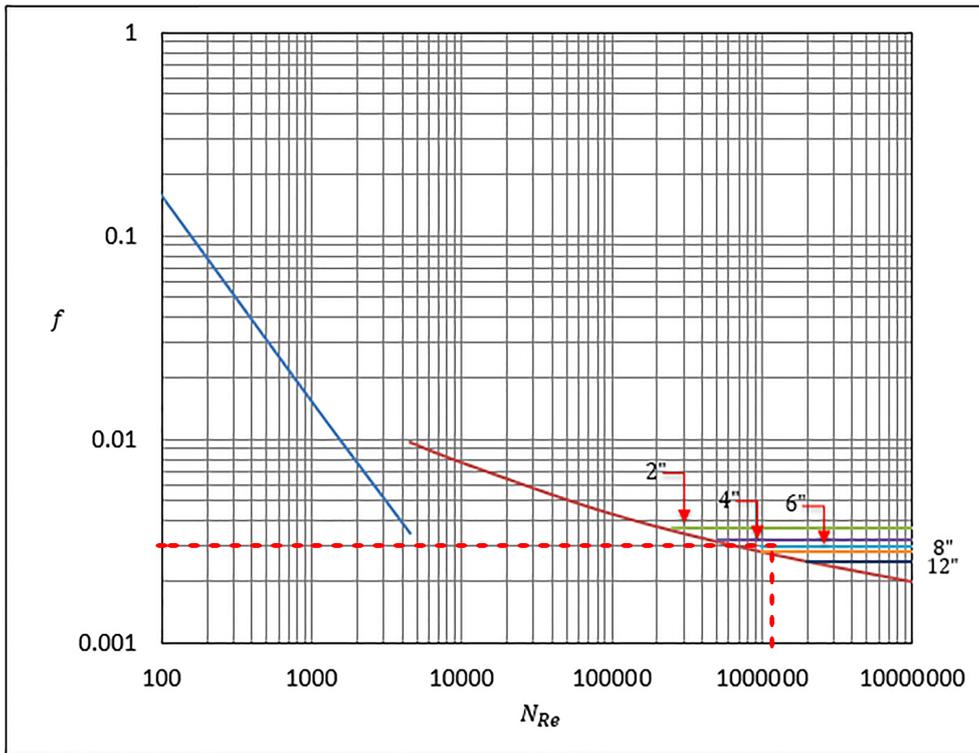


Fig. 5.19: Resultado gráfico del factor de fricción realizado por Baker

Se obtuvo lo siguiente:

$$f_g^* = 0.003$$

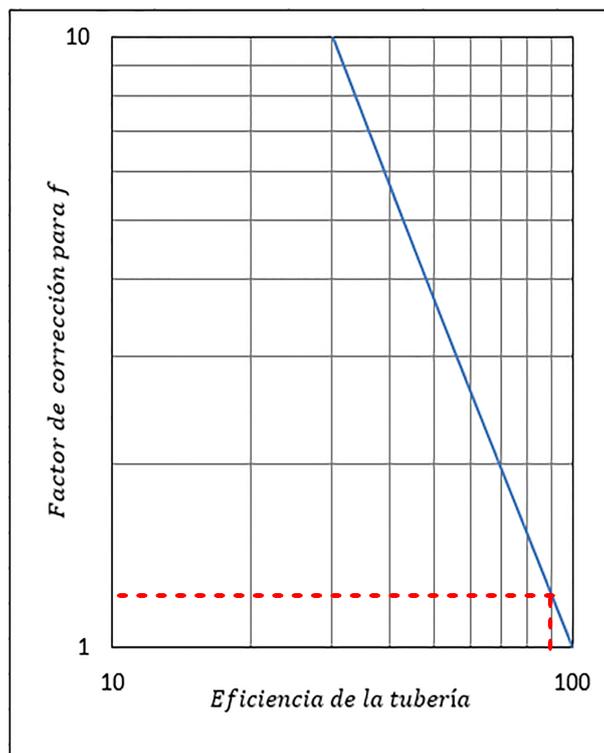


Fig. 5.20: Resultado gráfico de la corrección del factor de fricción

---

Factor de corrección por eficiencia de la tubería= 1.2

El factor de fricción corregido para la fase gaseosa es:

$$f_g^* = (0.003) \cdot (1.2) = 0.0036$$

**Paso 9:**

Calcular la caída de presión para la fase líquida (ec. 5.24) y para la fase gaseosa (ec. 5.25):

Fase líquida:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L = \frac{(0.007)(45.66)(0.387)^2}{32.2 \cdot 0.5^5}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L = 0.04757 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L = 0.00033 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}}\right]$$

Fase gaseosa:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = \frac{(0.0036)(5.8717)(0.805)^2}{32.2 \cdot 0.5^5}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = 0.01361 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

Este valor obtenido se multiplica por  $\left(\frac{1 \text{ [ft}^2\text{]}}{144 \text{ [pg}^2\text{]}}\right)$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = 0.0000945 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}}\right]$$

**Paso 10:**

Calcular el factor X con la ec. (5.23) de Lockhart & Martinelli:

$$X = [0.00033/0.0000945]^{0.5}$$

$$X = 1.865$$

**Paso 11:**

Calcular  $q_{L@c.f.}$  y  $q_{g@c.f.}$  en  $[\text{ft}^3/\text{d}]$ :

$$q_{L@c.f.} = 0.387 \left[\frac{\text{ft}^3}{\text{s}}\right] \left(\frac{86,400 \text{ [s]}}{1 \text{ [d]}}\right)$$

$$q_{L@c.f.} = 33,436.8 \text{ [ft}^3\text{/d]}$$

$$q_{g@c.f.} = 0.805 \left[\frac{\text{ft}^3}{\text{s}}\right] \left(\frac{86,400 \text{ [s]}}{1 \text{ [d]}}\right)$$

$$q_{g@c.f.} = 69,552 \text{ [ft}^3\text{/d]}$$

**Paso 12:**

Calcular el área de la tubería en pulgadas:

$$A_p = \frac{\pi}{4} (6)^2$$

$$A_p = 28.27 [pg^2]$$

**Paso 13:**

Predecir el patrón de flujo con el siguiente procedimiento:

1.- Calcular el flujo másico del gas  $G_g$  con la ec. (5.26):

$$G_g = \frac{(5.8717)(69,552)(144)}{(24)(28.27)}$$

$$G_g = 86,676 \left[ \frac{lb_m}{hr \cdot ft^2} \right]$$

2.- Calcular  $\lambda$  con la ec. (5.27):

$$\lambda = \left[ \left( \frac{5.8717}{0.075} \right) \left( \frac{45.66}{62.4} \right) \right]^{0.5}$$

$$\lambda = 7.5487 [adim]$$

3.- Calcular  $\frac{G_g}{\lambda}$ :

$$\frac{G_g}{\lambda} = \frac{86,676}{7.5487}$$

$$\frac{G_g}{\lambda} = 11,482.40$$

4.- Calcular el flujo másico del líquido  $G_L$  con la ec. (5.28):

$$G_L = \frac{(33,436.8)(45.66)(144)}{(24)(28.27)}$$

$$G_L = 324,030.62 \left[ \frac{lb_m}{hr \cdot ft^2} \right]$$

5.- Calcular  $\Psi$  con la ec. (5.29):

$$\Psi = \frac{73}{10.87} \left[ (2.19) \left( \frac{62.4}{45.66} \right)^2 \right]^{1/3}$$

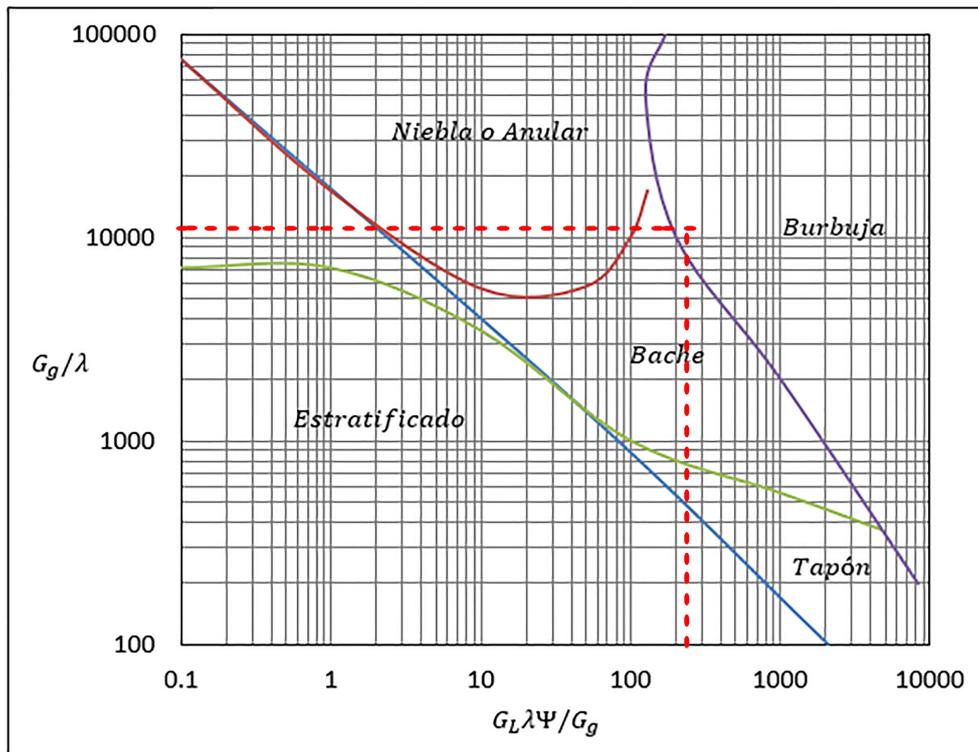
$$\Psi = 10.74$$

6.- Calcular  $\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g}$ :

$$\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g} = \frac{(324,030.62)(7.5486)(10.74)}{86,676}$$

$$\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g} = 303.08$$

7.- Determinar el patrón de flujo con la **Fig. 5.16**, usar  $\frac{G_g}{\lambda}$  y  $\frac{G_L \lambda \Psi}{G_g}$ :



**Fig. 5.21:** Resultado del mapa de patrón de flujo propuesto por Baker

$\therefore$  Se tiene flujo burbuja

**Paso 14:**

Como se tiene un flujo burbuja, utilizar la ec. (5.31) para determinar el valor de  $\phi_{gtt}$  como se muestra en la Tabla (5.5):

$$\phi_{gtt} = \frac{14.2 (1.8685)^{0.75}}{(3,000)^{0.1}}$$

$$\phi_{gtt} = 10.1905$$

**Paso 15:**

Calcular el gradiente de presión total con la ec. (5.30):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (10.1905)^2 (0.0000945)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 0.0098134 \left[\frac{psi}{ft}\right]$$

**Paso 16:**

Calcular la presión de salida ( $p_2$ ):

$$\Delta p = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T \cdot L$$

$$\Delta p = 0.0098134 \cdot 3,000 = 29.44 \text{ [psi]}$$

$$p_2 = 1,300 - 29.44 = 1,270.56 \text{ [psi]}$$

---

## CAPÍTULO 6

---

### FLUJO A TRAVÉS DE ESTRANGULADORES

#### Introducción

Un estrangulador es un dispositivo colocado en una línea de flujo que tiene la función de restringir el paso de fluidos.

Sus funciones principales, son las siguientes:

- Controlar la presión de fondo ( $p_{wf}$ ), reduciendo así, el ritmo de declinación de la presión
- Ejercer una contrapresión adecuada para evitar la entrada de arena al pozo
- Mantener una producción óptima
- Evitar la conificación de agua y gas
- Proteger el equipo superficial

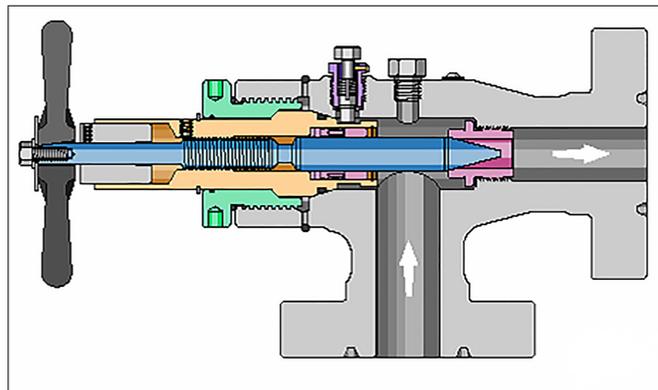


Fig. 6.1: *Diagrama de un estrangulador*

---

#### SECCIÓN 6.1

### Conceptos fundamentales

#### 6.1.1. Flujo crítico y subcrítico

El flujo crítico o sónico ocurre cuando la velocidad relativa de un fluido en cualquier punto es equivalente a la velocidad de propagación de una onda de presión en ese punto, es decir:

$$\frac{v_f}{v_p} = M \tag{6.1}$$

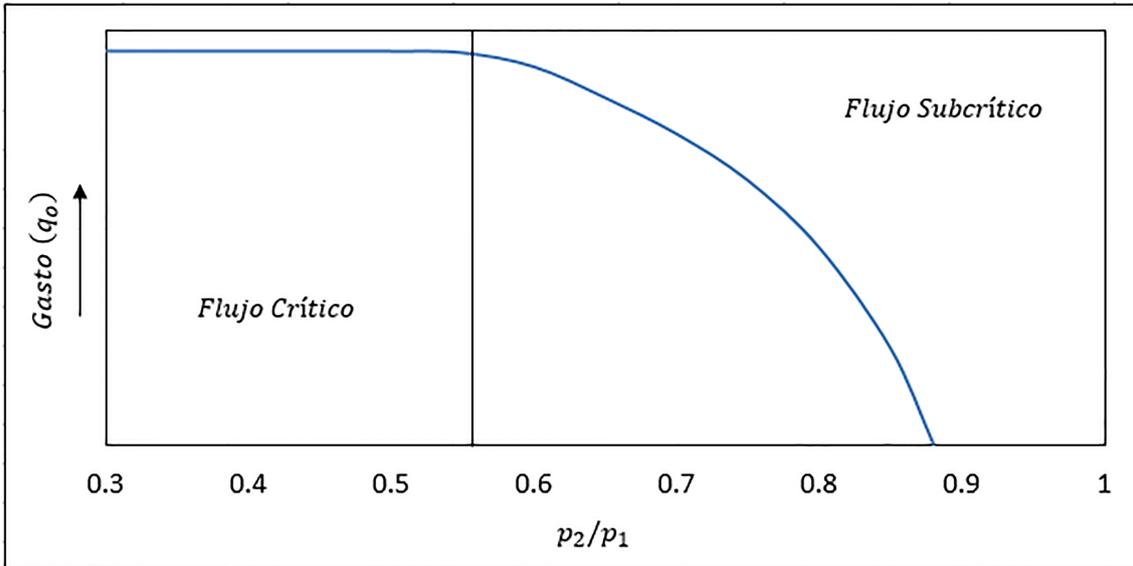
donde:

- $v_f$  : Velocidad del fluido, [ft/s]
- $v_p$  : Velocidad de propagación en el fluido, [ft/s]
- $M$  : Número de Mach, [adim]

En función del Número de Mach se definen tres diferentes regímenes de flujo:

**Tabla 6.1: Número de Mach**

Número de Mach	Regímen de flujo
$M < 1$	Flujo subsónico
$M > 1$	Flujo supersónico
$M = 1$	Flujo sónico o crítico



**Fig. 6.2: Gasto vs relación de presiones**

### 6.1.2. Coeficiente de descarga, $C_D$

El coeficiente de descarga es una relación utilizada para corregir el gasto calculado del gasto real que se presenta en los estranguladores.

Distintos autores han presentado gráficas, tablas y ecuaciones de  $C_D$ , con las cuales el gasto puede ser corregido para obtener el gasto real para los dos tipos de flujo: crítico y subcrítico.

El coeficiente de descarga está definido por:

$$C_D = \frac{q_{real}}{q_{calculado}}$$

El valor de  $C_D$  depende de:

- Diámetro del estrangulador
- Diseño del estrangulador
- Tipo de flujo
- Régimen de flujo

SECCIÓN 6.2

## Correlaciones para flujo crítico en estranguladores

### 6.2.1. Correlación de Gilbert, Ros, Baxendell & Achong

La forma general de las ecuaciones desarrolladas por Gilbert, Ros, Baxendell & Achong es:

$$p_1 = \frac{A \cdot q_o \cdot RGA^B}{d_{est}^C} \quad (6.2)$$

donde:

- $p_1$  : Presión de entrada , [psia]  
 $q_o$  : Gasto de aceite, [bpd]  
 $RGA$  : Relación gas - aceite, [ft<sup>3</sup>/bl]  
 $d_{est}$  : Diámetro del estrangulador, [64 avos de pg.]  
 $A, B, C$  : Constantes de la Tabla (6.2), [adim]

**Tabla 6.2: Valores de las constantes A, B, C**

Autor	A	B	C
Gilbert	10	0.546	1.89
Ros	17.4	0.5	2
Baxendell	9.56	0.546	1.93
Achong	3.82	0.650	1.88

*Nota: Obsérvese que el diámetro del estrangulador se encuentra dividido entre 64" (64 avos de pg.). Por lo tanto, sólo se deberá introducir el valor del numerador en la correlación. Más adelante se mostrará un ejemplo de su aplicación.*

### 6.2.2. Ejercicios resueltos (Gilbert, Ros, Baxendell & Achong)

1.- Obtener el diámetro óptimo del estrangulador, con los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

- |  |                              |
|--|------------------------------|
| $q_{o@c.s.} = 5,000$ [bpd]   | $p = 1,300$ [psia]           |
| $RGA = 2,000$ [ft <sup>3</sup> <sub>@c.s.</sub> /bl <sub>@c.s.</sub> ] | $T = 80$ [°F]                |
| $\gamma_o = 0.80$ [adim]   | $d_{TP} = 3$ [pg]            |
| $\gamma_g = 0.70$ [adim]   | $\varepsilon = 0.00006$ [ft] |

**Solución (Gilbert):**

**Paso 1:**

Despejar  $d_{est}$  de la ec. (6.2):

$$d_{est} = \left( \frac{A \cdot q_o \cdot RGA^B}{p} \right)^{1/C} \quad (6.3)$$

**Paso 2:**

Para **Gilbert** hacer uso de los valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la Tabla (6.2):

$$\begin{aligned} A &= 10 \\ B &= 0.546 \\ C &= 1.89 \end{aligned}$$

**Paso 3:**

Sustituir los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  en la ec. (6.3):

$$d_{est} = \left[ \frac{(10) \cdot (5,000) \cdot (2,000)^{0.546}}{1,300} \right]^{1/1.89}$$

**Paso 4:**

Por lo tanto se obtiene:

$$d_{est} = 61.98 \text{ [64 avos de pg.]}, \text{ es decir } = 61.98/64$$

**2.-** Obtener la presión del estrangulador, con los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$q_{o@c.s.}$	$= 2,000 \text{ [bpd]}$	$T$	$= 80 \text{ [}^\circ\text{F]}$
$RGA$	$= 2,000 \text{ [ft}^3_{@c.s.}/\text{bl}_{@c.s.}]$	$d_{TP}$	$= 3 \text{ [pg]}$
$\gamma_o$	$= 0.80 \text{ [adim]}$	$d_{est}$	$= 50 \text{ [64 avos de pg]}$
$\gamma_g$	$= 0.70 \text{ [adim]}$	$\varepsilon$	$= 0.00006 \text{ [ft]}$

**Solución (Ros):**

**Paso 1:**

De la ec. (6.2):

$$p_1 = \frac{A \cdot q_o \cdot RGA^B}{d_{est}^C}$$

**Paso 2:**

Para **Ros** hacer uso de los valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la Tabla (6.2):

$$\begin{aligned} A &= 17.4 \\ B &= 0.5 \\ C &= 2 \end{aligned}$$

**Paso 3:**

Sustituir los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  en la ec. (6.2):

$$p_1 = \frac{17.4 \cdot 2,000 \cdot 2,000^{0.5}}{50^2}$$

---

**Paso 4:**

Por lo tanto se obtiene:

$$p_1 = 622.52 \text{ [psia]}$$

---

**3.-** Obtener el gasto de aceite, con los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$RGA$	$= 2,000 \text{ [ft}_{@c.s.}^3/bl_{@c.s.}]$	$p$	$= 800 \text{ [psia]}$
$\gamma_o$	$= 0.80 \text{ [adim]}$	$d_{TP}$	$= 3 \text{ [pg]}$
$\gamma_g$	$= 0.70 \text{ [adim]}$	$d_{est}$	$= 50 \text{ [64 avos de pg]}$
$T$	$= 80 \text{ [}^\circ F]$	$\varepsilon$	$= 0.00006 \text{ [ft]}$

**Solución (Baxendell):****Paso 1:**

Despejar  $q_o$  de la ec. (6.2):

$$q_o = \left( \frac{p \cdot d_{est}^C}{A \cdot RGA^B} \right) \quad (6.4)$$

**Paso 2:**

Para **Baxendell** hacer uso de los valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la Tabla (6.2):

$$\begin{aligned} A &= 9.56 \\ B &= 0.546 \\ C &= 1.93 \end{aligned}$$

**Paso 3:**

Sustituir los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  en la ec. (6.4):

$$q_o = \left( \frac{800 \cdot 50^{1.93}}{9.56 \cdot 2,000^{0.546}} \right)$$

**Paso 4:**

Por lo tanto se obtiene:

$$q_o = 2,507.73 \text{ [bpd]}$$

---

**4.-** Obtener la relación gas - aceite, con los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$q_{o@c.s.}$	$= 1,500 \text{ [bpd]}$	$p$	$= 1,000 \text{ [psia]}$
$\gamma_o$	$= 0.80 \text{ [adim]}$	$d_{TP}$	$= 3 \text{ [pg]}$
$\gamma_g$	$= 0.70 \text{ [adim]}$	$d_{est}$	$= 50 \text{ [64 avos de pg]}$
$T$	$= 80 \text{ [}^\circ F]$	$\varepsilon$	$= 0.00006 \text{ [ft]}$

**Solución (Achong):****Paso 1:**

Despejar  $RGA$  de la ec. (6.2):

$$RGA = \sqrt[B]{\frac{p \cdot d_{est}^C}{A \cdot q_o}} \quad (6.5)$$

---

**Paso 2:**

Para **Achong** hacer uso de los valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la Tabla (6.2):

$$\begin{aligned} A &= 3.82 \\ B &= 0.650 \\ C &= 1.88 \end{aligned}$$

**Paso 3:**

Sustituir los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  en la ec. (6.5):

$$RGA = \sqrt[0.650]{\frac{1,000 \cdot 50^{1.88}}{3.82 \cdot 1,500}}$$

**Paso 4:**

Por lo tanto se obtiene:

$$RGA = 5,938.68 [ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$$

### 6.2.3. Correlación de Poettman & Beck

Poettman & Beck desarrollaron la siguiente ecuación:

$$q_o = \left( \frac{86400 \cdot C_D \cdot A_{est}}{5.615 \cdot \rho_{o@c.s.} + 0.0754 \gamma_g \cdot RGA} \right) \left( \frac{9273.6 \cdot p_1}{V_o(1 + 0.5m_o)} \right)^{0.5} \left( \frac{0.4513 \sqrt{r + 0.766}}{r + 0.5663} \right) \quad (6.6)$$

donde:

$$r = \frac{0.00504 \cdot T \cdot z \cdot (RGA - R_s)}{p_1 \cdot B_o} \quad (6.7)$$

$$m_o = \frac{1}{1 + r \left( \frac{\rho_g}{\rho_o} \right)} \quad (6.8)$$

$$V_o = \frac{m_o}{\rho_o} \quad (6.9)$$

donde:

- $q_o$  : Gasto de aceite, [bpd]
- $C_D$  : Coeficiente de descarga = 1.03
- $A_{est}$  : Área transversal del orificio del estrangulador, [ft<sup>2</sup>]
- $\rho_{o@c.s.}$  : Densidad del aceite a condiciones estándar, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\rho_o$  : Densidad del aceite, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]
- $\gamma_g$  : Gravedad específica del gas, [adim]
- $RGA$  : Relación gas - aceite, [ft<sup>3</sup><sub>@c.s.</sub>/bl<sub>@c.s.</sub>]
- $R_s$  : Relación de solubilidad, [ft<sup>3</sup>/bl]
- $p_1$  : Presión de entrada , [psia]
- $r$  : Relación gas libre - aceite a condiciones de flujo, [ft<sup>3</sup> gas/ft<sup>3</sup> aceite]
- $V_o$  : Volumen específico del aceite, [ft<sup>3</sup>/lb<sub>m</sub>]
- $m_o$  : Masa de aceite por unidad de masa de la mezcla, [adim]
- $T$  : Temperatura de la TP, se asume que es 545 [°R]
- $z$  : Factor de compresibilidad, [adim]
- $B_o$  : Factor de volumen del aceite, [bl<sub>@c.y.</sub>/bl<sub>@c.s.</sub>]

## 6.2.4. Ejercicio resuelto (Poettman & Beck)

1.- Obtener el diámetro óptimo del estrangulador, para los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$$\begin{array}{ll}
 q_{o@c.s.} = 5,000 \text{ [bpd]} & \rho_{o@c.s} = 49.92 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]} \\
 RGA = 2,000 \text{ [ft}^3_{@c.s.}\text{/bl}_{@c.s.}\text{]} & \rho_g = 5.87 \text{ [lb}_m\text{/ft}^3\text{]} \\
 R_s = 469.67 \text{ [ft}^3\text{/bl]} & p = 1,300 \text{ [psia]} \\
 B_o = 1.1912 \text{ [bl}_{@c.y.}\text{/bl}_{@c.s.}\text{]} & T = 545 \text{ [}^\circ\text{R]} \\
 z = 0.77 \text{ [adim]} & d = 3 \text{ [pg]} \\
 \gamma_o = 0.80 \text{ [adim]} & \varepsilon = 0.00006 \text{ [ft]} \\
 \gamma_g = 0.70 \text{ [adim]} & C_D = 1.03 \text{ [adim]}
 \end{array}$$

**Solución:**

**Paso 1:**

Despejar  $A_{est}$  de la ec. (6.6):

$$A_{est} = \left[ \frac{q_o}{\left( \frac{9273.6 \cdot p_1}{V_o(1 + 0.5m_o)} \right)^{0.5} \left( \frac{0.4513\sqrt{r + 0.766}}{r + 0.5663} \right)} \right] \cdot \left[ \frac{5.615 \cdot \rho_{o@c.s.} + 0.0764\gamma_g \cdot RGA}{86400 \cdot C_D} \right] \quad (6.10)$$

**Paso 2:**

Calcular la relación gas libre - aceite a condiciones de flujo ( $r$ ) con la ec. (6.7):

$$r = \frac{(0.00504) \cdot (545) \cdot (0.77) \cdot (2,000 - 469.67)}{(1,300) \cdot (1.1912)}$$

$$r = 2.090 \text{ [ft}^3 \text{ gas/ft}^3 \text{ aceite]}$$

**Paso 3:**

Calcular la masa de aceite ( $m_o$ ) con la ec. (6.8):

$$m_o = \frac{1}{1 + 2.090 \left( \frac{5.87}{49.92} \right)}$$

$$m_o = 0.8027 \text{ [adim]}$$

**Paso 4:**

Calcular el volumen específico del aceite ( $V_o$ ) con la ec. (6.9):

$$V_o = \frac{0.8027}{49.92}$$

$$V_o = 0.0160 \text{ [ft}^3\text{/lb}_m\text{]}$$

**Paso 5:**

Calcular  $A_{est}$  con la ec. (6.10):

$$A_{est} = \left[ \frac{5,000}{\left( \frac{9273.6 \cdot 1,300}{(0.0160)(1 + 0.5(0.8027))} \right)^{0.5} \left( \frac{0.4513\sqrt{2.09 + 0.766}}{2.09 + 0.5663} \right)} \right] \cdot \left[ \frac{5.615 \cdot 49.92 + 0.0754(0.7) \cdot 2,000}{86400 \cdot 1.03} \right]$$

$$A_{est} = 0.003256 [ft^2]$$

**Paso 6:**

Convertir las unidades del área a pulgadas:

$$A_{est} = 0.003256 [ft^2] \cdot \left( \frac{144 [pg]^2}{1 [ft]^2} \right)$$

$$A_{est} = 0.468 [pg]^2$$

**Paso 7:**

Conociendo la fórmula del área, despejamos el diámetro:

$$d_{est} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{est}}{\pi}}$$

$$d_{est} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.468}{\pi}}$$

$$d_{est} = 0.7719 [pg] = 49.40 [64 \text{ avos de } pg]$$

### 6.2.5. Correlación de Omaña

Las limitantes de está correlación:

- Se desarrolló usando agua
- Tamaño de estrangulador (4, 6, 8,10,12 y 14/64 [pg])
- Gasto de agua (0 a 800 [bdp])
- Presión de entrada (400 a 1,000 [psi])
- Gasto de gas (0 a 7 [MMpcd])
- $\gamma_g = 0.611$

Se desarrolló el siguiente modelo:

$$q_L = \frac{N_q}{1.84 \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{1.25}} \tag{6.11}$$

donde:

- $q_L$  : Gasto del líquido, [bdp]
- $N_q$  : Valor  $N_q$ , [adim]
- $\rho_L$  : Densidad del líquido, [ $lb_m/ft^3$ ]
- $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]

y;

$$N_q = 0.263N^{-3.49}(N_p)^{3.19}(Q)^{0.657}(N_d)^{1.8} \tag{6.12}$$

---

donde:

$N_q$  : Valor  $N_q$ , [adim]  
 $N$  : Valor  $N$ , [adim]  
 $N_p$  : Valor  $N_p$ , [adim]  
 $Q$  : Valor  $Q$ , [adim]  
 $N_d$  : Valor  $N_d$ , [adim]

$$N = \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad (6.13)$$

donde:

$N$  : Valor  $N$ , [adim]  
 $\rho_g$  : Densidad del gas, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]  
 $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]

$$N_p = \frac{0.0174 \cdot p_1}{(\rho_L - \sigma_L)^{0.5}} \quad (6.14)$$

donde:

$N_p$  : Valor  $N_p$ , [adim]  
 $p_1$  : Presión de entrada, [psia]  
 $\rho_L$  : Densidad del líquido, [lb<sub>m</sub>/ft<sup>3</sup>]  
 $\sigma_L$  : Tensión superficial del líquido, [dinas/cm]

$$Q = \frac{1}{1 + \frac{(RGA - R_s) \cdot B_g}{5.615B_o}} \quad (6.15)$$

donde:

$Q$  : Valor  $Q$ , [adim]  
 $RGA$  : Relación gas - aceite, [ft<sup>3</sup><sub>@c.s.</sub>/bl<sub>@c.s.</sub>]  
 $R_s$  : Relación de solubilidad, [ft<sup>3</sup>/bl]  
 $B_g$  : Factor de volumen del gas, [ft<sup>3</sup><sub>@c.y.</sub>/ft<sup>3</sup><sub>@c.s.</sub>]  
 $B_o$  : Factor de volumen del aceite, [bl<sub>@c.y.</sub>/bl<sub>@c.s.</sub>]

y  $N_d$  se obtiene de la ec. (4.5)

Pasos para aplicar la correlación de Omaña:

- 1.- Calcular  $\rho_g$  y  $\rho_L$  a la presión y temperatura existentes a la entrada del estrangulador (corriente arriba)
- 2.- Calcular  $N$ ,  $N_p$ ,  $Q$  y  $N_d$  a las condiciones de entrada del estrangulador (corriente arriba)
- 3.- Obtener  $N_q$  con la ec. (6.12)
- 4.- Calcular  $q_L$  con la ec. (6.11)

### 6.2.6. Ejercicio resuelto (Omaña)

1.- Obtener el diámetro óptimo del estrangulador, para los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$q_o$	$= 700 [bpd]$	$\rho_{o@c.s.}$	$= 49.92 [lb_m/ft^3]$
$q_g$	$= 2 [MMpcd]$	$\rho_g$	$= 5.87 [lb_m/ft^3]$
$RGA$	$= 2,857.14 [ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$	$\sigma_o$	$= 8.41 [dinas/cm]$
$R_s$	$= 273.30 [ft^3/bl]$	$p$	$= 800 [psia]$
$B_o$	$= 1.114 [bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$	$T$	$= 80 [^\circ R]$
$B_g$	$= 0.0953 [ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$	$d$	$= 3 [pg]$
$\gamma_o$	$= 0.80 [adim]$	$\varepsilon$	$= 0.00006 [ft]$
$\gamma_g$	$= 0.70 [adim]$	$C_D$	$= 1.03 [adim]$

**Solución:**

**Paso 1:**

Despejar  $N_q$  de la ec. (6.11):

$$N_q = [q_o] \cdot \left[ 1.84 \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{1.25} \right] \quad (6.16)$$

**Paso 2:**

Sustituir los valores en la ec. (6.16):

$$N_q = [700] \cdot \left[ 1.84 \left( \frac{49.92}{8.41} \right)^{1.25} \right]$$

$$N_q = 11,933.397 [adim]$$

*Nota: Debido a que se tiene 0% de agua, se utilizará la densidad del aceite.*

**Paso 3:**

Calcular  $N$  con la ec. (6.13):

$$N = \frac{5.87}{49.92}$$

$$N = 0.117588 [adim]$$

**Paso 4:**

Calcular  $N_p$  con la ec. (6.14):

$$N_p = \frac{0.0174 \cdot 800}{(49.92 - 8.41)^{0.5}}$$

$$N_p = 2.1605 [adim]$$

**Paso 5:**

Calcular  $Q$  con la ec. (6.15):

$$Q = \frac{1}{1 + \frac{(2,857.14 - 273.30) \cdot 0.0953}{5.615 \cdot 1.114}}$$

$$Q = 0.024773 [adim]$$

---

**Paso 6:**

Despejar  $N_d$  de la ec (6.12):

$$N_d = \sqrt[1.8]{\frac{N_q}{0.263(N)^{-3.49}(N_p)^{3.19}(Q)^{0.657}}} \quad (6.17)$$

**Paso 7:**

Sustituir los valores calculados en la ec. (6.17):

$$N_d = \sqrt[1.8]{\frac{11,933.397}{(0.263)(0.117588)^{-3.49}(2.1605)^{3.19}(0.024773)^{0.657}}}$$

$$N_d = 5.9971 \text{ [adim]}$$

**Paso 8:**

Despejar  $d$  de la ec. (4.5):

$$d = \frac{N_d}{120.872 \sqrt{\frac{\rho_o}{\sigma_o}}} \quad (6.18)$$

**Paso 9:**

Sustituir los valores en la ec. (6.18):

$$d_{est} = \frac{5.9971}{120.872 \sqrt{\frac{49.92}{8.41}}}$$

$$d_{est} = 0.0203 \text{ [ft]}$$

**Paso 10:**

Convertir las unidades del diámetro a pulgadas:

$$d_{est} = 0.0203 \text{ [ft]} \cdot \left( \frac{12 \text{ [pg]}}{1 \text{ [ft]}} \right)$$

$$d_{est} = 0.2436 \text{ [pg]} = 15.59 \text{ [64 avos de pg]}$$

### 6.2.7. Correlación de Ashford

La ecuación propuesta por Ashford es la siguiente:

$$q_o = \frac{1.53 \cdot d_{est}^2 \cdot C_D \cdot p_1(A + 151 \cdot p_1)(\gamma_o + 0.000217\gamma_g \cdot R_s + WOR \cdot \gamma_w)^{0.5}}{(B_o + WOR)^{0.5}(A + 111 \cdot p_1)(\gamma_o + 0.000217\gamma_g \cdot RGA + WOR \cdot \gamma_w)} \quad (6.19)$$

y;

$$A = T \cdot z(RGA - R_s) \quad (6.20)$$

donde:

$q_o$	: Gasto de aceite, [bpd]
$C_D$	: Coeficiente de descarga = 1.03
$d_{est}$	: Diámetro del estrangulador, [64 avos de pg.]
$\gamma_o$	: Gravedad específica del aceite, [adim]
$\gamma_g$	: Gravedad específica del gas, [adim]
$\gamma_w$	: Gravedad específica del agua, [adim]
$RGA$	: Relación gas - aceite, [ft <sup>3</sup> /bl]
$R_s$	: Relación de solubilidad, [ft <sup>3</sup> /bl]
$WOR$	: Relación agua - aceite, [ft <sup>3</sup> /bl]
$p_1$	: Presión de entrada, [psia]
$T$	: Temperatura de la TP, [°R]
$z$	: Factor de compresibilidad, [adim]
$B_o$	: Factor de volumen del aceite, [bl <sub>@c.y.</sub> /bl <sub>@c.s.</sub> ]

### 6.2.8. Ejercicio resuelto (Ashford)

1.- Obtener el diámetro óptimo del estrangulador, para los siguientes datos y condiciones:

**Datos:**

$q_{o@c.s.}$	= 5,000 [bpd]	$\rho_{o@c.s.}$	= 49.92 [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]
$RGA$	= 2,000 [ft <sup>3</sup> <sub>@c.s.</sub> /bl <sub>@c.s.</sub> ]	$\rho_g$	= 5.87 [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]
$R_s$	= 469.67 [ft <sup>3</sup> /bl]	$p$	= 1,300 [psia]
$B_o$	= 1.1912 [bl <sub>@c.y.</sub> /bl <sub>@c.s.</sub> ]	$T$	= 545 [°R]
$z$	= 0.77 [adim]	$d_{LDD}$	= 3 [pg]
$\gamma_o$	= 0.80 [adim]	$\varepsilon$	= 0.00006 [ft]
$\gamma_g$	= 0.70 [adim]	$C_D$	= 1.03 [adim]

**Solución:**

**Paso 1:**

Calcular  $A$  con la ec. (6.20):

$$A = 540 \cdot (0.77)(2,000 - 469.67)$$

$$A = 636,311.214$$

**Paso 2:**

Despejar  $d_{est}$  de la ec. (6.19):

$$d_{est} = \sqrt{\frac{(q_o)(B_o)^{0.5}(A + 111 \cdot p_1)(\gamma_o + 0.000217\gamma_g \cdot RGA)}{1.53 \cdot C_D \cdot p_1(A + 151 \cdot p_1)(\gamma_o + 0.000217\gamma_g \cdot R_s)^{0.5}}} \quad (6.21)$$

**Paso 3:**

Sustituir los valores en la ec. (6.21):

$$d_{est} = \sqrt{\frac{(5,000)(1.1912)^{0.5}(636,311.214 + 111 \cdot 1,300)(0.80 + 0.000217 \cdot 0.70 \cdot 2,000)}{(1.53 \cdot 1.03 \cdot 1,300)(636,311.214 + 151 \cdot 1,300)(0.80 + 0.000217 \cdot 0.70 \cdot 469.67)^{0.5}}}$$

$$d_{est} = 1.718 [pg] = 109.952 [64 avos de pg]$$

---

# CAPÍTULO 7

---

## ANÁLISIS NODAL

### Introducción

La caída de presión total en un sistema de producción será la presión inicial del fluido menos la presión final que tenga ese mismo fluido, si se consideran las caídas de presión desde el yacimiento hasta el separador, entonces la caída de presión total sería la suma de todas las caídas de presión que ocurren en cada uno de los componentes del sistema. Esto se puede expresar como  $p_{ws} - p_{sep}$ .

La selección y tamaño de cada componente (tuberías, estranguladores, diámetro de disparos, línea de descarga, separador, etc.) es muy importante porque cada uno interactúa con otros componentes, una ligera variación puede causar un gradiente de presión muy grande en el sistema y por lo tanto una condición desfavorable para la producción de los fluidos.

Lo que se busca mediante la técnica de análisis nodal, es analizar el comportamiento de cada uno de los componentes del sistema, con el fin de reducir las caídas de presión en cada uno de ellos. Esto, con el fin de maximizar la recuperación de hidrocarburos, optimizando la energía natural del yacimiento.

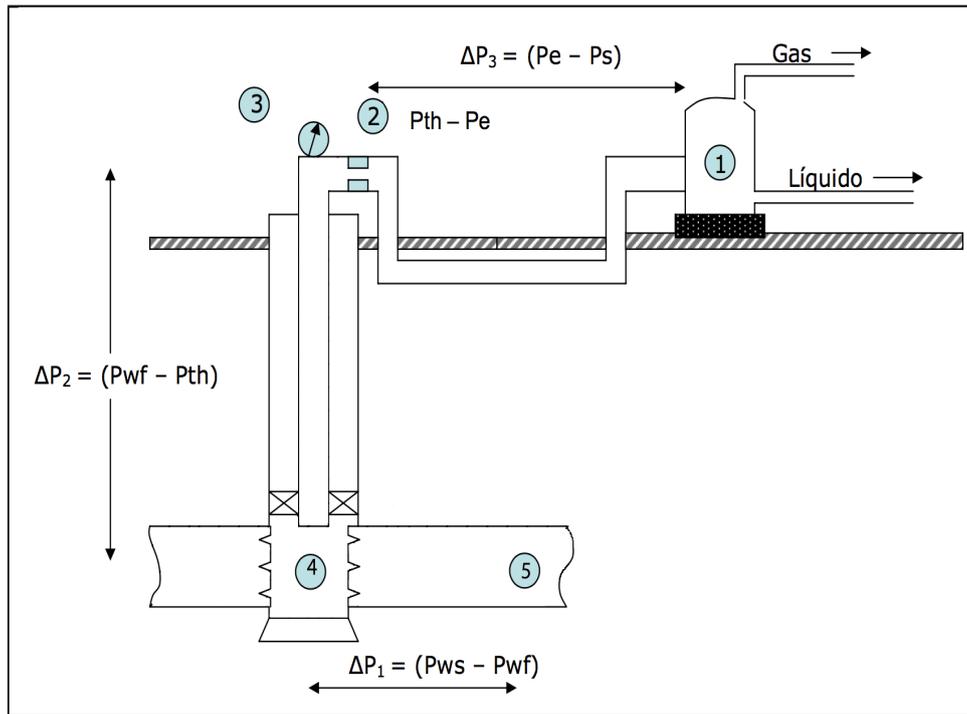
#### SECCIÓN 7.1

### Método de Análisis Nodal

El método de Análisis Nodal se aplica para analizar el comportamiento y la interacción de los componentes de todo el sistema de producción. El procedimiento en resumen es el siguiente:

- 1.- Dividir el sistema en secciones o nodos.
- 2.- Seleccionar una sección o nodo.
- 3.- Realizar el análisis de presiones Aguas abajo (*Outflow*) y Aguas arriba (*Inflow*).

Los puntos o nodos que se usan comúnmente se muestran en la **Fig. 7.1**



**Fig. 7.1:** *Nodos comúnmente utilizados en un sistema integral de producción*

Nodos:

- 1.- Separador
- 2.- Estrangulador superficial
- 3.- Cabezal
- 4.- Presión de fondo fluyente
- 5.- Presión de fondo estática

Para la curva *Inflow*, se considera la caída de presión de todos los nodos que se encuentren aguas arriba, es decir, del yacimiento hacia el nodo seleccionado.

Para el caso de la curva *Outflow*, se considera la caída de presión de todos los componentes que se encuentre aguas abajo, es decir, la caída de presión desde el separador hasta el nodo seleccionado.

En el sistema existen dos presiones que no dependen del flujo, una es la presión promedio del yacimiento ( $\bar{p}_{ws}$ ) y la otra es la presión del separador ( $p_{sep}$ ), es decir, que ambas presiones serán constantes en todo momento. Una vez seleccionado el nodo se calcula su presión partiendo de  $\bar{p}_{ws}$  y  $p_{sep}$  en ambas direcciones:

Sección de entrada (*Inflow*) hacia el nodo  $\rightarrow$  (Componentes aguas arriba)

$$\bar{p}_{ws} - \Delta p = p_{nodo} \tag{7.1}$$

Sección de salida (*Outflow*) hacia el nodo  $\rightarrow$  (Componentes aguas abajo)

$$p_{sep} + \Delta p = p_{nodo} \tag{7.2}$$

---

El procedimiento sugerido para aplicar el Análisis Nodal es el siguiente:

- 1.- Determinar qué componentes del sistema pueden cambiarse. Cabe mencionar que algunos cambios son limitados por decisiones previas, por ejemplo, el diámetro del agujero no permitirá realizar cambios en las medidas de la tubería.
- 2.- Seleccionar un componente para ser optimizado.
- 3.- Seleccionar un nodo en donde sea más representativo el efecto que tendrá si se cambia el componente seleccionado.
- 4.- Desarrollar las expresiones para Inflow y Outflow.
- 5.- Obtener los datos requeridos para calcular las caídas de presión en todos los componentes.
- 6.- Determinar el efecto de cambiar las características del componente seleccionado, graficando las curvas (*Inflow*) y (*Outflow*) e interpretar su intersección.
- 7.- Repetir el procedimiento hasta obtener la condición más óptima para cada componente.

SECCIÓN 7.2

## Nodo solución en fondo

Es un nodo de solución muy común que se localiza a la profundidad media del intervalo disparado como se muestra en el punto 4 de la **Fig. (7.1)**. Al escoger este nodo el sistema se divide en dos: el yacimiento, como componente para formar la curva *Inflow* y la tubería de producción, estrangulador, línea de descarga y separador como componentes que formaran la curva *Outflow*.

Es decir:

$$\text{Inflow} = p_{ws} - \Delta p_{yac} \quad (7.3)$$

$$\text{Outflow} = p_{sep} + \Delta p_{LDD} + \Delta p_{est} + \Delta p_{TP} \quad (7.4)$$

### Procedimiento de solución:

#### Curva Inflow

- Se proponen varios gastos para construir la curva *IP* ( $p_{wf} > p_b$ ) o *IPR* ( $p_{wf} < p_b$ ).

#### Curva Outflow

- También conocida como *VLP* se requiere tener una presión conocida para comenzar a hacer el análisis desde ahí, es decir, podemos ocupar la presión del separador ( $p_{sep}$ ) que es constante y se deberá calcular el gradiente de presión que se da en la línea de descarga, o si se conoce la presión de cabeza ( $p_{wh}$ ) se deberá calcular el gradiente de presión que se da en la tubería de producción.
- Si la presión conocida es la del separador se utilizará la siguiente ecuación para calcular la presión en el fondo ( $p_{wf}$ ):

$$p_{wf} = p_{sep} + \Delta p_{LDD} + \Delta p_{TP} \quad (7.5)$$

- Si se conoce la presión de la cabeza, se utilizará la siguiente ecuación para calcular la presión en el fondo ( $p_{wf}$ ):

$$p_{wf} = p_{wh} + \Delta p_{Tp} \quad (7.6)$$

*Nota: Para calcular  $\Delta p_{Tp}$  y  $\Delta p_{LDD}$  se pueden utilizar cualquiera de las correlaciones vistas en el Capítulo 4 y Capítulo 5 respectivamente.*

- El punto donde se intercepten ambas curvas serán las condiciones a las cuales se encuentra operando el pozo. Por lo que a partir del análisis nodal, se determinará si el sistema requiere ser o no optimizado.

*Nota: No confundir la intersección de las curvas con las condiciones óptimas de operación.*

### 7.2.1. Ejercicio resuelto (Nodo solución en fondo)

1.- Con base en la siguiente información, determinar cuál sería el diámetro óptimo para una tubería de producción; que permita minimizar las caídas de presión desde el fondo hasta la superficie y maximizar el gasto de producción (condiciones óptimas de operación).

Diámetros nominales de tubería: 2 3/8, 2 7/8 y 3 1/2 pulgadas. Los datos del pozo son los siguientes:

$\bar{p}_{ws}$	$T$
$Prof.\cdot mip^1$	$p_b$
$RGA$	$p_{wh}$
$\gamma_g$	$^{\circ}API$

Datos de la prueba presión - producción:

$q_o$	$= 320 [bpd]$
$p_{wf}$	$= 3,445 [psia]$
$EF$	$= 1$

#### Solución:

El yacimiento ya se encuentra por debajo de la presión de burbuja ( $p_b$ ), entonces ya es un yacimiento saturado.

#### Paso 1:

Para formar la curva *Inflow (IPR)*, se ocupará la ecuación de Vogel (2.9) para calcular el gasto máximo:

$$q_{o_{max}} = \frac{320}{1 - 0.2 \left( \frac{3,445}{3,482} \right) - 0.8 \left( \frac{3,445}{3,482} \right)^2}$$

$$q_{o_{max}} = 16,809.7 [bpd]$$

---

**Paso 2:**

Para realizar la curva *IPR* se tabulan los datos de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  asociado. Proponer las siguientes  $p_{wf}$ : 3482, 3000, 2500, 2000, 1500, 1000, 500 y 0 [psia].

Resolver la ec. (2.10) para cada  $p_{wf}$ :

- Para  $p_{wf} = 3,482$  [psia]:

$$q_o = (16,809.7) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{3,482}{3,482} \right) - 0.8 \left( \frac{3,482}{3,482} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 0 \text{ [bpd]}$$

- Para  $p_{wf} = 3,000$  [psia]:

$$q_o = (16,809.7) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{3,000}{3,482} \right) - 0.8 \left( \frac{3,000}{3,482} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 3,930.74 \text{ [bpd]}$$

- Para  $p_{wf} = 2,500$  [psia]:

$$q_o = (16,809.7) \left( 1 - 0.2 \left( \frac{2,500}{3,482} \right) - 0.8 \left( \frac{2,500}{3,482} \right)^2 \right)$$

$$q_o = 7,463.68 \text{ [bpd]}$$

Realizar el mismo procedimiento para las demás  $p_{wf}$  propuestas; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.1: Valores de  $q_o$  para el Ejercicio 1**

$p_{wf}$ [psia]	$q_o$ [bpd]
3,482	0
3,000	3,930.74
2,500	7,463.68
2,000	10,442.05
1,500	12,865.83
1,000	14,735.04
500	16,049.67
0	16,809.70

**Paso 3:**

Realizar la gráfica con los valores de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  correspondiente:

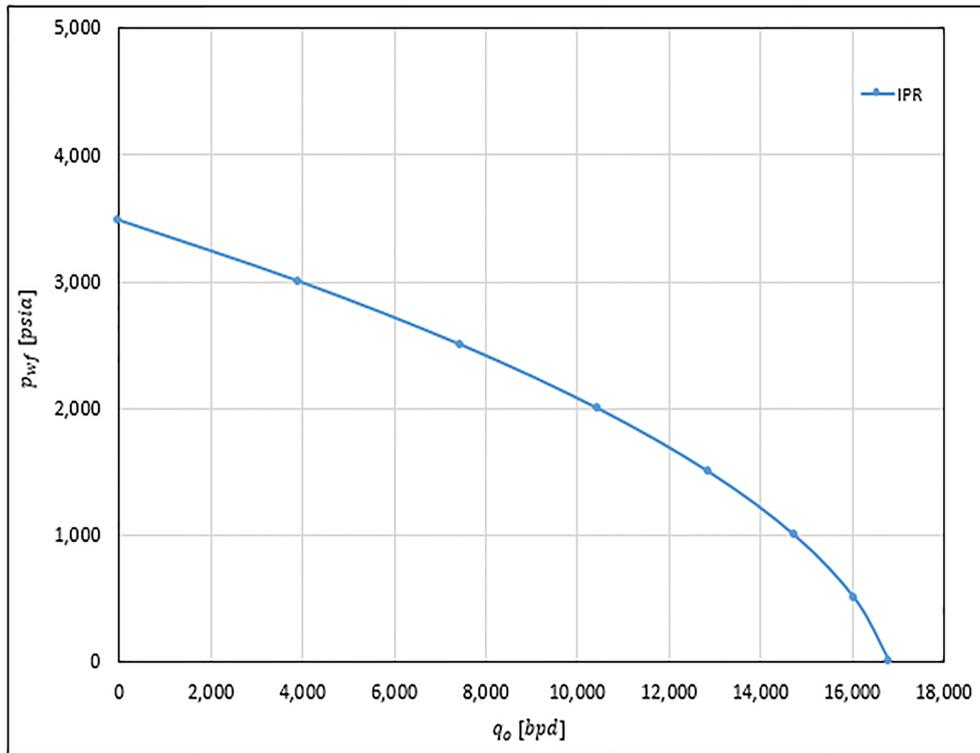


Fig. 7.2: Curva IPR del Ejercicio 1

**Paso 4:**

Para formar la curva *Outflow (VLP)*, en este caso es necesario hacer uso de las correlaciones de flujo multifásico en tubería vertical y para ello se requiere el cálculo de las propiedades de los fluidos en una presión de interés. En este caso particular se calcularán las propiedades de los fluidos a una presión de 3,482 [psia] ( $p_{ws}$ ).

**Paso 5:**

Calcular las propiedades del gas:

- **Factor de compresibilidad ( $z$ )**

Utilizar las ecs. (1.3) y (1.2) para calcular la presión y temperatura pseudocrítica, sustituyendo el valor de  $\gamma_g$ :

$$p_{pc} = 706 + 15(0.65) - 37.5(0.65)^2$$

$$p_{pc} = 699.90 \text{ [psia]}$$

$$T_{pc} = 168 + 325(0.65) - 12.5(0.65)^2$$

$$T_{pc} = 373.97 \text{ [}^\circ R\text{]}$$

Utilizar las ecs. (1.13) y (1.14) para calcular la presión y temperatura pseudoreducida, sustituyendo los valores de  $p_{pc}$  y  $T_{pc}$  respectivamente:

$$p_{pr} = \frac{3,482}{699.90}$$

$$p_{pr} = 4.97$$

$$T_{pr} = \frac{150 + 460}{373.97}$$

$$T_{pr} = 1.63$$

Utilizar el método de Papay, J. con la ec. (1.15) sustituyendo los valores de  $p_{pr}$  y  $T_{pr}$  respectivamente:

$$z = 1 - \frac{3.52(4.97)}{10[(0.9813)(1.63)]} + \frac{0.274(4.97)^2}{10[(0.8157)(1.63)]}$$

$$z = 0.877$$

■ **Factor de volumen del gas ( $B_g$ )**

Utilizar la ec. (1.22) sustituyendo el factor  $z$ , la presión y temperatura de interés:

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.877)(150 + 460)}{3,482}$$

$$B_g = 0.00434 \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

■ **Densidad del gas ( $\rho_g$ )**

Utilizar la ec. (1.33) sustituyendo  $\gamma_g$ ,  $z$  y la presión y temperatura de interés:

$$\rho_g = \frac{2.7(3,482)(0.65)}{(0.877)(150 + 460)}$$

$$\rho_g = 11.41 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ **Viscosidad del gas ( $\mu_g$ )**

Utilizar la ec. (1.25) sustituyendo la temperatura y la masa molar del gas:

$$X = 3.5 + \frac{986}{150 + 460} + 0.01(28.97 * 0.65) \longrightarrow \text{Ver Nota}$$

*Nota: Se multiplica la masa molar del aire por la gravedad específica del gas para obtener la masa molar del gas.*

$$X = 5.3046$$

Utilizar la ec. (1.26) sustituyendo el valor de X obtenido anteriormente:

$$Y = 2.4 - 0.2(5.3046)$$

$$Y = 1.3390$$

Utilizar la ec. (1.24) sustituyendo la temperatura y la masa molar del gas:

$$K = \frac{(9.4 + 0.02(28.97 * 0.65))(150 + 460)^{1.5}}{209 + 19(28.97 * 0.65) + (150 + 460)}$$

$$K = 125.1664$$

Utilizar la ec. (1.23) sustituyendo los valores de X, Y, K y la densidad del gas:

$$\mu_g = \frac{(125.1664)e^{[(5.3046)(0.182817)^{(1.3390)}]}}{10^4} \rightarrow \text{Ver Nota}$$

Nota: Se hace la conversión de la densidad del gas de  $[lb_m/ft^3]$  a  $[gr/cm^3]$ .

$$\mu_g = 0.02158 [cp]$$

**Paso 6:**

Calcular las propiedades del aceite:

■ **Relación de solubilidad ( $R_s$ )**

En este caso se hará uso de la correlación de Standing, M.B. de la ec. (1.56):

$$R_s = (0.65) \left[ \left( \frac{3,482}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(35) - 0.00091(150)} \right]^{1.2048}$$

$$R_s = 848.075 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

■ **Factor de volumen del aceite ( $B_o$ )**

En este caso se hará uso de la correlación de Standing, M.B. de la ec. (1.70):

$$B_o = 0.9759 + 0.00012 \left[ 848.075 \left( \frac{0.65}{0.85} \right)^{0.5} + 1.25(150) \right]^{1.2}$$

$$B_o = 1.4133 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

■ **Densidad del aceite ( $\rho_o$ )**

Para determinar la densidad del aceite previamente es necesario hacer el cálculo de la gravedad específica del aceite y la gravedad específica del gas disuelto con la ec. (1.114):

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 35}$$

$$\gamma_o = 0.85$$

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + 35}{50} - 3.5715 \times 10^{-6} (35)(848.075)$$

$$\gamma_{gd} = 0.844$$

Utilizar la ec. (1.113) sustituyendo los valores de  $\gamma_o$ ,  $\gamma_{gd}$ ,  $R_s$  y  $B_o$ :

$$\rho_o = \frac{350(0.85) + 0.0764(0.844)(848.075)}{5.615(1.4133)}$$

$$\rho_o = 44.372 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ **Viscosidad del aceite ( $\mu_o$ )**

Para calcular la viscosidad del aceite primero se requiere hacer el cálculo de la viscosidad del aceite muerto con la ec. (1.97)

Utilizar la ec. (1.98) para obtener  $x$ :

$$x = \frac{10^{[3.0324 - 0.02023(35)]}}{150^{1.163}}$$

$$x = 0.6216$$

Utilizar la ec. (1.97) para obtener la viscosidad del aceite muerto:

$$\mu_{od} = 10^{0.6216} - 1$$

$$\mu_{od} = 3.1846 \text{ [cp]}$$

Calcular  $b$  con la ec. (1.105) sustituyendo la relación de solubilidad:

$$b = 5.44(848.075 + 150)^{-0.338}$$

$$b = 0.5270$$

Utilizar la ec. (1.104) para obtener la viscosidad del aceite saturado:

$$\mu_o = [10.715(848.075 + 100)^{-0.515}]3.1846^{0.5270}$$

$$\mu_o = 0.5782 \text{ [cp]}$$

**Paso 7:**

Calcular el área transversal de las tuberías con la ec. (3.22):

$$A_t = \left(\frac{\pi}{4}\right) d^2 \longrightarrow \textit{Se divide el diámetro interno entre 12 para pasarlo a pies}$$

**Tabla 7.2: Área transversal de las tuberías del Ejercicio 1**

Diámetro nominal [pg]	Diámetro interno [pg]	Diámetro interno [ft]	Área transversal [ft <sup>2</sup> ]
2 3/8	1.995	0.1663	0.0217
2 7/8	2.441	0.2034	0.0324
3 1/2	2.992	0.2493	0.0488

**Paso 8:**

Realizar el cálculo de caída de presión en tubería vertical, en este caso se hará uso de la correlación de Duns & Ros por cuestiones prácticas y el tipo de aceite. Se deberá usar esta correlación para diferentes gastos; se proponen los siguientes:

**Tabla 7.3: Gastos propuestos del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]
400
600
800
1,000
1,500
2,000
2,500

**Paso 9:**

Calcular los gastos de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

- Para  $q_o = 400$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (400 \cdot 1.4133)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0367 \text{ [ft}^3\text{/s]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (600 \cdot 1.4133)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0551 \text{ [ft}^3\text{/s]}$$

- Para  $q_o = 800$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (800 \cdot 1.4133)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0734 \text{ [ft}^3\text{/s]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos propuestos; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.4: Gastos a condiciones de flujo del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
400	0.0367
600	0.0551
800	0.0734
1,000	0.0918
1,500	0.1377
2,000	0.1836
2,500	0.2296

**Paso 10:**

Calcular las velocidades superficiales del líquido con la ec. (3.33), sustituyendo el gasto de aceite ( $q_o$ ) y el área de cada tubería:

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0367}{0.0217}$$

$$v_{SL} = 1.6924$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0367}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 1.1305$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0367}{0.0488}$$

$$v_{SL} = 0.7524$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0551}{0.0217}$$

$$v_{SL} = 2.5387$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0551}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 1.6957$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$v_{SL} = \frac{0.0551}{0.0488}$$

$$v_{SL} = 1.1286$$
 [ $ft/s$ ]

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.5: Velocidad superficial del líquido para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ $ft^3/s$ ]	$v_{SL_{\phi=2\ 3/8}}$ [ $ft/s$ ]	$v_{SL_{\phi=2\ 7/8}}$ [ $ft/s$ ]	$v_{SL_{\phi=3\ 1/2}}$ [ $ft/s$ ]
400	0.0367	1.6924	1.1305	0.7524
600	0.0551	2.5387	1.6957	1.1286
800	0.0734	3.3849	2.2610	1.5049
1,000	0.0918	4.2311	2.8262	1.8811
1,500	0.1377	6.3467	4.2393	2.8217
2,000	0.1836	8.4623	5.6525	3.7623
2,500	0.2296	10.5779	7.0656	4.7028

**Paso 11:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.37):

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} [400 \cdot (1,296.15 - 848.075)] \cdot (0.00434)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0090$$
 [ $ft^3/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} [600 \cdot (1,296.15 - 848.075)] \cdot (0.00434)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0135$$
 [ $ft^3/s$ ]

■ Para  $q_o = 800$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574x10^{-5} [800 \cdot (1,296.15 - 848.075)] \cdot (0.00434)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0180$$
 [ $ft^3/s$ ]

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos de aceite; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.6: Gastos de gas a condiciones de flujo del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
400	0.0367	0.0090
600	0.0551	0.0135
800	0.0734	0.0180
1,000	0.0918	0.0225
1,500	0.1377	0.0338
2,000	0.1836	0.0450
2,500	0.2296	0.0563

**Paso 12:**

Calcular las velocidades superficiales del gas con la ec. (3.35), sustituyendo el gasto de gas ( $q_g$ ) y el área de cada tubería:

- Para  $q_g = 0.0090$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]
- Para  $q_g = 0.0090$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]
- Para  $q_g = 0.0090$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$v_{Sg} = \frac{0.0090}{0.0217}$	$v_{Sg} = \frac{0.0090}{0.0324}$	$v_{Sg} = \frac{0.0090}{0.0488}$
$v_{Sg} = 0.4153$ [ft/s]	$v_{Sg} = 0.2774$ [ft/s]	$v_{Sg} = 0.1846$ [ft/s]

- Para  $q_g = 0.0135$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]
- Para  $q_g = 0.0135$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]
- Para  $q_g = 0.0135$  [ft<sup>3</sup>/s]  
 $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$v_{Sg} = \frac{0.0135}{0.0217}$	$v_{Sg} = \frac{0.0135}{0.0324}$	$v_{Sg} = \frac{0.0135}{0.0488}$
$v_{Sg} = 0.6230$ [ft/s]	$v_{Sg} = 0.4161$ [ft/s]	$v_{Sg} = 0.2769$ [ft/s]

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.7: Velocidad superficial del gas para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_{Sg\phi=2\ 3/8}$ [ft/s]	$v_{Sg\phi=2\ 7/8}$ [ft/s]	$v_{Sg\phi=3\ 1/2}$ [ft/s]
400	0.0090	0.4153	0.2774	0.1846
600	0.0135	0.6230	0.4161	0.2769
800	0.0180	0.8306	0.5548	0.3693
1,000	0.0225	1.0383	0.6935	0.4616
1,500	0.0338	1.5575	1.0403	0.6924
2,000	0.0450	2.0766	1.3871	0.9232
2,500	0.0563	2.5958	1.7339	1.1540

**Paso 13:**

Calcular las velocidades de la mezcla con la ec. (3.38), sustituyendo la velocidad superficial del líquido ( $v_{SL}$ ) y la velocidad superficial del gas ( $v_{sg}$ ) para cada tubería:

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 1.6924 + 0.4153$$

$$v_m = 2.1078$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 1.1305 + 0.2774$$

$$v_m = 1.4079$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 0.7524 + 0.1846$$

$$v_m = 0.9371$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 2.5387 + 0.6230$$

$$v_m = 3.1617$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 1.6957 + 0.4161$$

$$v_m = 2.1118$$
 [ $ft/s$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$v_m = 1.1286 + 0.2769$$

$$v_m = 1.4056$$
 [ $ft/s$ ]

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.8: Velocidades de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ $ft^3/s$ ]	$v_{m_{\phi=2\ 3/8}}$ [ $ft/s$ ]	$v_{m_{\phi=2\ 7/8}}$ [ $ft/s$ ]	$v_{m_{\phi=3\ 1/2}}$ [ $ft/s$ ]
400	0.0090	2.1078	1.4079	0.9371
600	0.0135	3.1617	2.1118	1.4056
800	0.0180	4.2156	2.8158	1.8742
1,000	0.0225	5.2695	3.5198	2.3427
1,500	0.0338	7.9042	5.2797	3.5141
2,000	0.0450	10.5390	7.0396	4.6855
2,500	0.0563	13.1738	8.7995	5.8569

**Paso 14:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28), sustituyendo el gasto de aceite ( $q_o$ ) y el gasto de gas ( $q_g$ ):

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0367}{0.0367 + 0.0090}$$

$$\lambda_L = 0.8029$$
 [ $adim$ ]

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0551}{0.0551 + 0.0135}$$

$$\lambda_L = 0.8029$$
 [ $adim$ ]

■ Para  $q_o = 800$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0734}{0.0734 + 0.0180}$$

$$\lambda_L = 0.8029$$
 [ $adim$ ]

Nota: No depende del diámetro de tubería, sino del gasto de producción a las condiciones de flujo; por lo tanto, su valor se mantendrá constante para cualquier diámetro.

**Paso 15:**

Calcular  $N_{gv}$  con la ec. (4.4), sustituyendo la velocidad superficial de gas ( $v_{Sg}$ ), densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.4153) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 5.3981$$

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.6230) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 8.0972$$

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.2774) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 3.6057$$

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.4161) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 5.4086$$

■ Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.1846) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 2.3999$$

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$N_{gv} = 1.938 (0.2769) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 3.5999$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.9: Número de la velocidad del gas para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ $ft^3/s$ ]	$N_{gv_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$N_{gv_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$N_{gv_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]
400	0.0090	5.3981	3.6057	2.3999
600	0.0135	8.0972	5.4086	3.5999
800	0.0180	10.7963	7.2114	4.7999
1,000	0.0225	13.4953	9.0143	5.9999
1,500	0.0338	20.2430	13.5215	8.9999
2,000	0.0450	26.9907	18.0287	11.9998
2,500	0.0563	33.7384	22.5359	14.9998

**Paso 16:**

Calcular  $N_{Lv}$  con la ec. (4.3), sustituyendo la velocidad superficial de aceite ( $v_{SL}$ ), densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (1.6924) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 21.9972$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (2.5387) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 32.9958$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (1.1305) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 14.6932$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (1.6957) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 22.0398$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (0.7524) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 9.7798$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$N_{Lv} = 1.938 (1.1286) \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 14.6697$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.10: Número de la velocidad del líquido para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ $ft^3/s$ ]	$N_{Lv_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$N_{Lv_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$N_{Lv_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]
400	0.0090	21.9972	14.6932	9.7798
600	0.0135	32.9958	22.0398	14.6697
800	0.0180	43.9944	29.3865	19.5596
1,000	0.0225	54.9930	36.7331	24.4495
1,500	0.0338	82.4895	55.0996	36.6742
2,000	0.0450	109.9860	73.4662	48.8990
2,500	0.0563	137.4825	91.8328	61.1237

**Paso 17:**

Con los valores obtenidos de  $N_{gv}$  y  $N_{Lv}$ , ingresar en la **Fig. 4.5**.

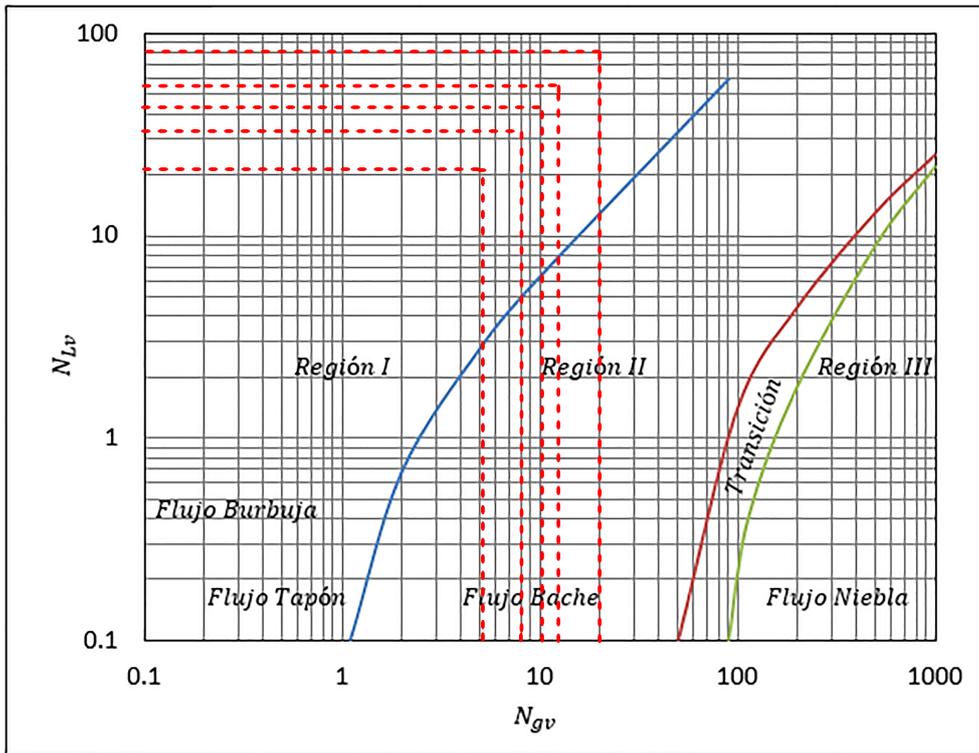


Fig. 7.3: Patrón de flujo para la tubería  $\phi = 2\ 3/8$  [pg] del Ejercicio 1

$\therefore$  Existe flujo burbuja

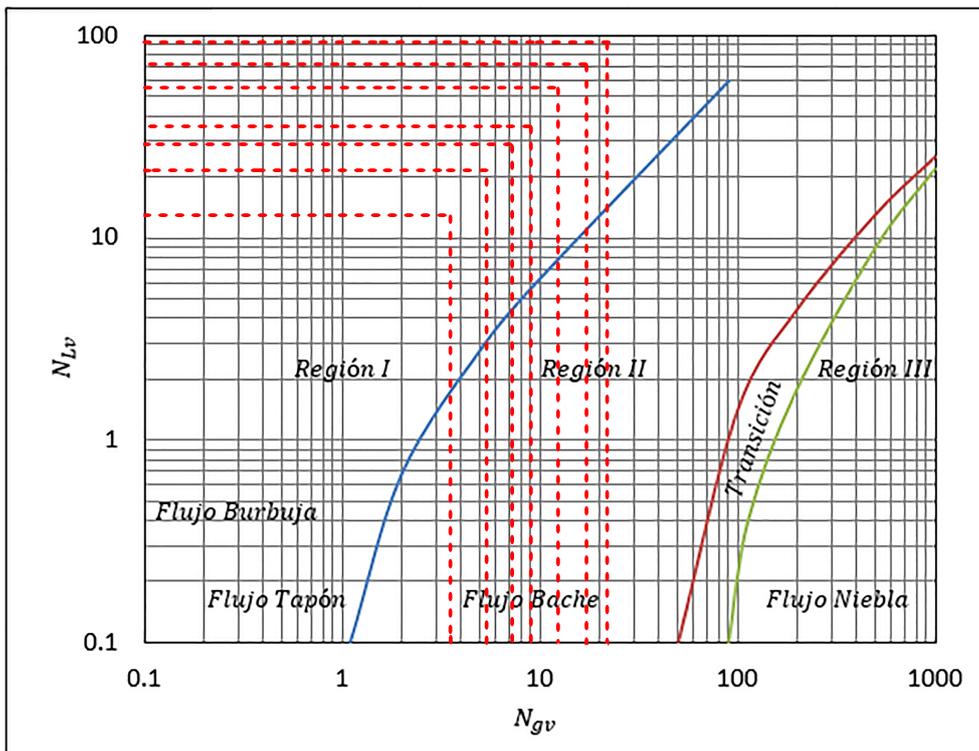


Fig. 7.4: Patrón de flujo para la tubería  $\phi = 2\ 7/8$  [pg] del Ejercicio 1

$\therefore$  Existe flujo burbuja

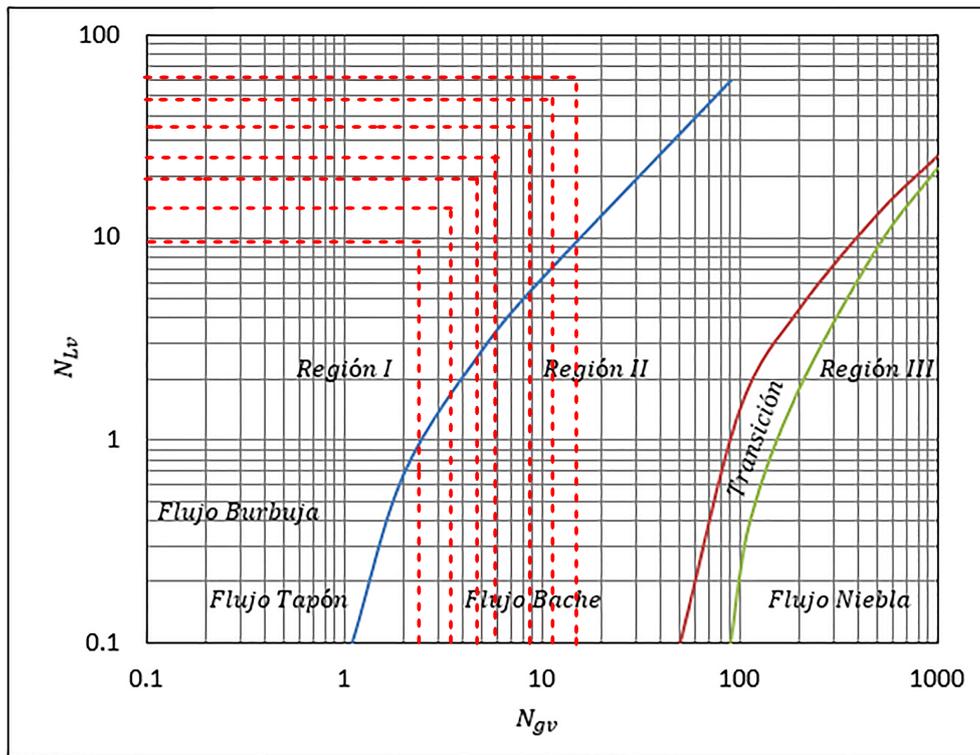


Fig. 7.5: Patrón de flujo para la tubería  $\phi = 3 \frac{1}{2}$  [pg] del Ejercicio 1

$\therefore$  Existe flujo burbuja

**Paso 18:**

Calcular  $N_L$  con la ec. (4.6), sustituyendo la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ), la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

$$N_L = (0.15726)(0.5782) \sqrt[4]{\frac{1}{(44.372)(1.6541^3)}}$$

$$N_L = 0.0241$$

*Nota: No es necesario repetir el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; debido a que  $N_L$  no depende de los diámetros de la tubería ni de los gastos, por lo tanto su valor no va a cambiar.*

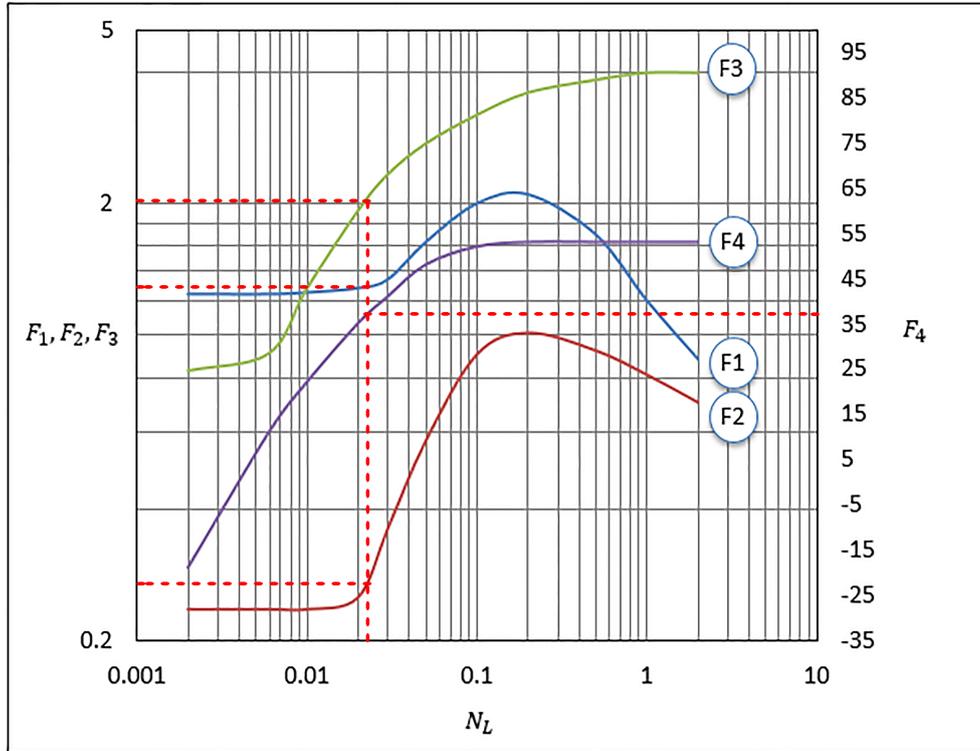
**Paso 19:**

Con la Fig. 4.7, determinar los valores de  $F_1, F_2, F_3$  y  $F_4$ ; el procedimiento es el siguiente:

- 1.- Con el valor de  $N_L$  obtenido en el paso 18, se traza una línea vertical que intercepte con las 4 curvas.

2.- Leer el valor de  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  con el eje del lado izquierdo.

3.- Leer el el valor de  $F_4$  con el eje del lado derecho.



**Fig. 7.6: Resultado de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  del Ejercicio 1**

$$\therefore F_1 = 1.3, F_2 = 0.29, F_3 = 2.01 \text{ y } F_4 = 38$$

*Nota: No es necesario repetir el mismo procedimiento para cada gasto y tubería; debido a que la correlación gráfica sólo depende de  $N_L$ , por lo tanto su valor no va a cambiar.*

**Paso 20:**

Calcular  $N_d$  con la ec. (4.5), sustituyendo el diámetro de cada tubería, la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

- Para  $\phi = 0.1663$  [ft]

$$N_d = 120.872 (0.1663) \sqrt{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_d = 104.079$$

- Para  $\phi = 0.2034$  [ft]

$$N_d = 120.872 (0.2034) \sqrt{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_d = 127.346$$

- Para  $\phi = 0.2493$  [ft]

$$N_d = 120.872 (0.2493) \sqrt{\frac{44.372}{1.6541}}$$

$$N_d = 156.092$$

**Paso 21:**

Calcular  $F_3^*$  con la ec. (4.20), sustituyendo el valor de  $F_3$ ,  $F_4$  y  $N_d$ :

- Para  $\phi = 0.1663$  [ft]
- Para  $\phi = 0.2034$  [ft]
- Para  $\phi = 0.2493$  [ft]

$$F_3^* = 2.01 - \frac{38}{104.079}$$

$$F_3^* = 2.01 - \frac{38}{127.346}$$

$$F_3^* = 2.01 - \frac{38}{156.092}$$

$$F_3^* = 1.6448$$

$$F_3^* = 1.7116$$

$$F_3^* = 1.7665$$

**Paso 22:**

Calcular  $S$  para flujo burbuja con la ec. (4.18), sustituyendo el valor de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $N_{Lv}$ ,  $F_3^*$  y  $N_{gv}$ :

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29) (21.9972) + 1.6448 \left( \frac{5.3981}{1 + 21.9972} \right)^2$$

$$S = 7.7698$$
 [adim]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29) (32.9958) + 1.6448 \left( \frac{8.0972}{1 + 32.9958} \right)^2$$

$$S = 10.9621$$
 [adim]

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29) (14.6932) + 1.7116 \left( \frac{3.6057}{1 + 14.6932} \right)^2$$

$$S = 5.6514$$
 [adim]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29) (22.0398) + 1.7116 \left( \frac{5.4085}{1 + 22.0398} \right)^2$$

$$S = 7.7858$$
 [adim]

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29) (9.7798) + 1.7665 \left( \frac{2.3999}{1 + 9.7798} \right)^2$$

$$S = 4.2237$$
 [adim]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$S = 1.3 + (0.29)(14.6697) + 1.7665 \left( \frac{3.5999}{1 + 14.6697} \right)^2$$

$$S = 5.6474 \text{ [adim]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.11: Número de resbalamiento para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$S_{\phi=2\ 3/8}$ [adim]	$S_{\phi=2\ 7/8}$ [adim]	$S_{\phi=3\ 1/2}$ [adim]
400	0.0090	7.7698	5.6514	4.2237
600	0.0135	10.9621	7.7858	5.6474
800	0.0180	14.1530	9.9184	7.0685
1,000	0.0225	17.3435	12.0502	8.4885
1,500	0.0338	25.3186	17.3783	12.0363
2,000	0.0450	33.2932	22.7055	15.5828
2,500	0.0563	41.2675	28.0323	19.1288

**Paso 23:**

Calcular  $v_s$  con la ec. (4.22), sustituyendo el número de resbalamiento ( $S$ ) para cada gasto, la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{7.7698}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 1.7616 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{5.6514}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 1.2813 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{4.2237}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 0.9576 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{10.9621}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 2.4854 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{7.7858}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 1.7652 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{5.6474}{1.938 \sqrt[4]{\frac{44.372}{1.6541}}}$$

$$v_s = 1.2804 \text{ [ft/s]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.12: Velocidad de resbalamiento para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$S_{\phi=2\ 3/8}$ [adim]	$S_{\phi=2\ 7/8}$ [adim]	$S_{\phi=3\ 1/2}$ [adim]	$v_{s_{\phi=2\ 3/8}}$ [ft/s]	$v_{s_{\phi=2\ 7/8}}$ [ft/s]	$v_{s_{\phi=3\ 1/2}}$ [ft/s]
400	7.7698	5.6514	4.2237	1.7616	1.2813	0.9576
600	10.9621	7.7858	5.6474	2.4854	1.7652	1.2804
800	14.1530	9.9184	7.0685	3.2089	2.2488	1.6026
1,000	17.3435	12.0502	8.4885	3.9322	2.7321	1.9246
1,500	25.3186	17.3783	12.0363	5.7404	3.9401	2.7289
2,000	33.2932	22.7055	15.5828	7.5485	5.1480	3.5331
2,500	41.2675	28.0323	19.1288	9.3565	6.3557	4.3370

**Paso 24:**

Calcular el colgamiento  $H_L$  con la ec. (4.23), sustituyendo la velocidad de resbalamiento ( $v_s$ ), la velocidad de la mezcla ( $v_m$ ) y la velocidad superficial del líquido ( $v_{SL}$ ):

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$H_L = \frac{1.7616 - 2.1078 + \sqrt{(2.1078 - 1.7616)^2 + 4(1.7616)(1.6924)}}{2(1.7616)}$$

$$H_L = 0.887 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$H_L = \frac{2.4854 - 3.1617 + \sqrt{(3.1617 - 2.4854)^2 + 4(2.4854)(2.5387)}}{2(2.4854)}$$

$$H_L = 0.884 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$H_L = \frac{1.2813 - 1.4079 + \sqrt{(1.4079 - 1.2813)^2 + 4(1.2813)(1.1305)}}{2(1.2813)}$$

$$H_L = 0.891 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$H_L = \frac{1.7652 - 2.1118 + \sqrt{(2.1118 - 1.7652)^2 + 4(1.7652)(1.6957)}}{2(1.7652)}$$

$$H_L = 0.887 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$H_L = \frac{0.9576 - 0.9371 + \sqrt{(0.9371 - 0.9576)^2 + 4(0.9576)(0.7524)}}{2(0.9576)}$$

$$H_L = 0.897 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$H_L = \frac{1.2804 - 1.4056 + \sqrt{(1.4056 - 1.2804)^2 + 4(1.2804)(1.1286)}}{2(1.2804)}$$

$$H_L = 0.897 \text{ [adim]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.13: Colgamiento para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_{L_{\phi=2 \frac{3}{8}}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=2 \frac{7}{8}}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=3 \frac{1}{2}}}$ [adim]
400	0.887	0.891	0.897
600	0.884	0.887	0.891
800	0.882	0.885	0.888
1,000	0.881	0.883	0.886
1,500	0.880	0.881	0.883
2,000	0.879	0.880	0.882
2,500	0.879	0.880	0.881

Nota: Obsérvese que a diferencia del colgamiento sin resbalamiento ( $\lambda$ ), aquí si tiene influencia el diámetro de la tubería.

**Paso 25:**

Calcular la densidad de la mezcla  $\rho_m$  con la ec. (3.44), sustituyendo la densidad del aceite ( $\rho_o$ ), la densidad del gas ( $\rho_g$ ) y el colgamiento para cada gasto:

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.887) + (11.4152)(1 - 0.887)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.884) + (11.4152)(1 - 0.884)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.891) + (11.4152)(1 - 0.891)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.887) + (11.4152)(1 - 0.887)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.897) + (11.4152)(1 - 0.897)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ $ft^2$ ]

$$\rho_m = (44.372)(0.891) + (11.4152)(1 - 0.891)$$

$$\rho_m = 40.6427 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.14: Densidad de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_{L_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]	$\rho_{m_{\phi=2\ 3/8}}$ [ $lb_m/ft^3$ ]	$\rho_{m_{\phi=2\ 7/8}}$ [ $lb_m/ft^3$ ]	$\rho_{m_{\phi=3\ 1/2}}$ [ $lb_m/ft^3$ ]
400	0.887	0.891	0.897	40.6427	40.7866	40.9845
600	0.884	0.887	0.891	40.5404	40.6429	40.7882
800	0.882	0.885	0.888	40.4871	40.5667	40.6812
1,000	0.881	0.883	0.886	40.4545	40.5194	40.6138
1,500	0.880	0.881	0.883	40.4100	40.4546	40.5202
2,000	0.879	0.880	0.882	40.3874	40.4213	40.4716
2,500	0.879	0.880	0.881	40.3737	40.4011	40.4418

### Paso 26:

Calcular la viscosidad de la mezcla ( $\mu_m$ ) con la ec. (3.51), sustituyendo la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ), la viscosidad del gas ( $\mu_g$ ) y el colgamiento ( $H_L$ ) para cada gasto:

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$\mu_m = (0.5782)(0.887) + (0.0215)(1 - 0.887)$$

$$\mu_m = 0.5152$$
 [cp]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0217$  [ $ft^2$ ]

$$\mu_m = (0.5782)(0.884) + (0.0215)(1 - 0.884)$$

$$\mu_m = 0.5134$$
 [cp]

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$\mu_m = (0.5782)(0.891) + (0.0215)(1 - 0.891)$$

$$\mu_m = 0.5176$$
 [cp]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0324$  [ $ft^2$ ]

$$\mu_m = (0.5782)(0.887) + (0.0215)(1 - 0.887)$$

$$\mu_m = 0.5152$$
 [cp]

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$\mu_m = (0.5782)(0.897) + (0.0215)(1 - 0.897)$$

$$\mu_m = 0.5209$$
 [cp]

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$\mu_m = (0.5782)(0.891) + (0.0215)(1 - 0.891)$$

$$\mu_m = 0.5176$$
 [cp]

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.15: Viscosidad de la mezcla para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_{L_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$H_{L_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]	$\mu_{m_{\phi=2\ 3/8}}$ [cp]	$\mu_{m_{\phi=2\ 7/8}}$ [cp]	$\mu_{m_{\phi=3\ 1/2}}$ [cp]
400	0.887	0.891	0.897	0.5153	0.5176	0.5209
600	0.884	0.887	0.891	0.5134	0.5152	0.5176
800	0.882	0.885	0.888	0.5125	0.5139	0.5158
1,000	0.881	0.883	0.886	0.5120	0.5131	0.5147
1,500	0.880	0.881	0.883	0.5112	0.5120	0.5131
2,000	0.879	0.880	0.882	0.5108	0.5114	0.5123
2,500	0.879	0.880	0.881	0.5106	0.5111	0.5118

**Paso 27:**

Calcular el Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ) de la mezcla con la ec. (3.16), sustituyendo la densidad de la mezcla ( $\rho_m$ ), la viscosidad de la mezcla ( $\mu_m$ ), la velocidad de la mezcla ( $v_m$ ) y el diámetro de cada tubería:

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $\phi = 0.1663$  [ft]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.6427)(2.1078)(0.1663)}{0.5153} \right]$$

$$N_{Re} = 41,133.43$$
 [adim]

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $\phi = 0.1663$  [ft]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.5404)(3.1617)(0.1663)}{0.5134} \right]$$

$$N_{Re} = 61,544.83$$
 [adim]

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $\phi = 0.2034$  [ft]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.7866)(1.4079)(0.2034)}{0.5176} \right]$$

$$N_{Re} = 33,578.49$$
 [adim]

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $\phi = 0.2034$  [ft]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.6429)(2.1118)(0.2034)}{0.5152} \right]$$

$$N_{Re} = 50,190.29$$
 [adim]

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $\phi = 0.2493$  [ft]

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $\phi = 0.2493$  [ft]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.9845)(0.9371)(0.2493)}{0.5209} \right]$$

$$N_{Re} = 27,351.07 \text{ [adim]}$$

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(40.7882)(1.4056)(0.2493)}{0.5176} \right]$$

$$N_{Re} = 40,830.06 \text{ [adim]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.16: Número de Reynolds para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$N_{Re_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$N_{Re_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$N_{Re_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]
400	0.0090	41,133.43	33,578.49	27,351.07
600	0.0135	61,544.83	50,190.29	40,830.06
800	0.0180	81,951.93	66,794.84	54,297.28
1,000	0.0225	102,357.23	83,396.28	67,759.28
1,500	0.0338	153,367.22	124,894.18	101,404.48
2,000	0.0450	204,275.30	166,388.69	135,043.77
2,500	0.0563	255,382.61	207,881.81	168,680.59

**Paso 28:**

Calcular el factor de fricción ( $f$ ) con el método de **Colebrook & White** de la ec. (3.14) para cada diámetro de tubería.

*Nota: Para calcular  $f$ , en este caso, se requiere de un proceso iterativo.*

Pasos para calcular  $f$ :

- 1.- Suponer una  $f$  inicial, utilizar un valor de  $f = 0.01$  y sustituir en la ec. (3.14)
- 2.- Con el valor de  $f$  obtenido en el paso 1, volver a sustituir en la ec. (3.14)
- 3.- Realizar el mismo procedimiento hasta converger con un porcentaje de error de 0.0001

- Para  $q_o = 400$  [bpd]  
 $N_{Re} = 41, 133.43$  [adim]

Iteración [adim]	$f_{supuesto}$ [adim]	Ec. de Colebrook & White	$f_{calculado}$ [adim]
1	0.01	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.01}} \right) \right]^{-2}$	0.025039
2	0.025039	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.025039}} \right) \right]^{-2}$	0.022538
3	0.022538	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.022538}} \right) \right]^{-2}$	0.022797
4	0.022797	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.022797}} \right) \right]^{-2}$	0.022768
5	0.022768	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.022768}} \right) \right]^{-2}$	0.022772
6	0.022772	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(1.995)} + \frac{2.514}{41, 133.43\sqrt{0.022772}} \right) \right]^{-2}$	0.022771

Realizar el mismo procedimiento para las demás tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.17: Factor de fricción para cada tubería del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$N_{Re_{\phi=2\ 3/8}}$ [adim]	$N_{Re_{\phi=2\ 7/8}}$ [adim]	$N_{Re_{\phi=3\ 1/2}}$ [adim]	$f_{\phi=2\ 3/8}$ [adim]	$f_{\phi=2\ 7/8}$ [adim]	$f_{\phi=3\ 1/2}$ [adim]
400	41,133.43	33,578.49	27,351.07	0.02277	0.02357	0.02452
600	61,751.93	50,429.70	41,091.61	0.02110	0.02171	0.02247
800	82,372.06	67,277.62	54,836.52	0.02008	0.02057	0.02121
1,000	102,992.86	84,129.72	68,583.38	0.01938	0.01978	0.02033
1,500	154,546.11	126,262.13	102,954.24	0.01830	0.01853	0.01892
2,000	206,100.08	168,395.82	137,327.36	0.01766	0.01778	0.01806
2,500	257,654.35	210,530.05	171,701.42	0.01723	0.01728	0.01747

**Paso 29:**

Calcular la presión de fondo fluente ( $p_{wf}$ ) para cada gasto y diámetro de tubería, considerando el gradiente de presión por efecto de la fricción y la elevación con la ec. (7.6), sustituyendo la presión en la cabeza ( $p_{wh}$ ):

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $\phi = 0.1663$  [ft] = 2 3/8 [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.6427)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02277)(40.6427)(2.1078)^2}{2(0.1663)(32.3)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3, 249.08 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $\phi = 0.1663$  [ft] = 2 3/8 [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.5404)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02110)(40.5404)(3.1617)^2}{2(0.1663)(32.2)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3, 270.77 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $\phi = 0.2034$  [ft] =  $2\ 7/8$  [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.7866)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02357)(40.7866)(1.4079)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3,242.51 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $\phi = 0.2034$  [ft] =  $2\ 7/8$  [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.6429)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02171)(40.6429)(2.1118)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3,243.29 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 400$  [bpd] y  $\phi = 0.2493$  [ft] =  $3\ 1/2$  [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.9845)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02452)(40.9845)(0.9371)^2}{2(0.2493)(32.2)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3,249.96 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $\phi = 0.2493$  [ft] =  $3\ 1/2$  [pg]

$$p_{wf} = 400 + \left[ \left( \frac{(40.7882)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02247)(40.7882)(1.4056)^2}{2(0.2493)(32.3)} \right) \left( \frac{10,000}{144} \right) \right]$$

$$p_{wf} = 3,240.34 \text{ [psia]}$$

Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos y tuberías; se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 7.18: Presión de fondo para la tubería  $\phi = 2\ 3/8$  [pg] del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\rho_{m_{\phi=2\ 3/8}}$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$f_{\phi=2\ 3/8}$ [adim]	$v_{m_{\phi=2\ 3/8}}$ [ft/s]	$p_{wf_{\phi=2\ 3/8}}$ [psia]
400	40.6427	0.02277	2.1078	3,249.08
600	40.5404	0.02110	3.1617	3,270.77
800	40.4871	0.02008	4.2156	3,305.33
1,000	40.4545	0.01938	5.2695	3,350.57
1,500	40.4100	0.01830	7.9042	3,505.89
2,000	40.3874	0.01766	10.5390	3,718.50
2,500	40.3737	0.01723	13.1738	3,986.91

**Tabla 7.19: Presión de fondo para la tubería  $\phi = 2\ 7/8$  [pg] del Ejercicio 1**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\rho_{m_{\phi=2\ 7/8}}$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$f_{\phi=2\ 7/8}$ [adim]	$v_{m_{\phi=2\ 7/8}}$ [ft/s]	$p_{wf_{\phi=2\ 7/8}}$ [psia]
400	40.7866	0.02357	1.4079	3,242.51
600	40.6429	0.02171	2.1118	3,243.29
800	40.5667	0.02057	2.8158	3,252.21
1,000	40.5194	0.01978	3.5198	3,266.49
1,500	40.4546	0.01853	5.2797	3,320.13
2,000	40.4213	0.01778	7.0396	3,395.88
2,500	40.4011	0.01728	8.7995	3,492.13

Tabla 7.20: Presión de fondo para la tubería  $\phi = 3\ 1/2$  [pg] del Ejercicio 1

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\rho_{m\phi=3\ 1/2}$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]	$f_{\phi=3\ 1/2}$ [adim]	$v_{m\phi=3\ 1/2}$ [ft/s]	$p_{wf\phi=3\ 1/2}$ [psia]
400	40.9845	0.02452	0.9371	3,249.96
600	40.7882	0.02247	1.4056	3,240.34
800	40.6812	0.02121	1.8742	3,238.19
1,000	40.6138	0.02033	2.3427	3,240.00
1,500	40.5202	0.01892	3.5141	3,254.84
2,000	40.4716	0.01806	4.6855	3,279.92
2,500	40.4418	0.01747	5.8569	3,313.26

Tabla 7.21: Gasto ( $q_o$ ) vs Diferencial de presión ( $\Delta p$ ) del Ejercicio 1

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\Delta p_{\phi=2\ 3/8}$ [psia]	$\Delta p_{\phi=2\ 7/8}$ [psia]	$\Delta p_{\phi=3\ 1/2}$ [psia]
400	2,849.08	2,842.51	2,849.96
600	2,870.77	2,843.29	2,840.34
800	2,905.33	2,852.21	2,838.19
1,000	2,950.57	2,866.49	2,840
1,500	3,105.89	2,920.13	2,854.84
2,000	3,318.50	2,995.88	2,879.92
2,500	3,586.91	3,092.13	2,913.26

**Paso 30:**

Realizar la gráfica con los valores de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  correspondiente:

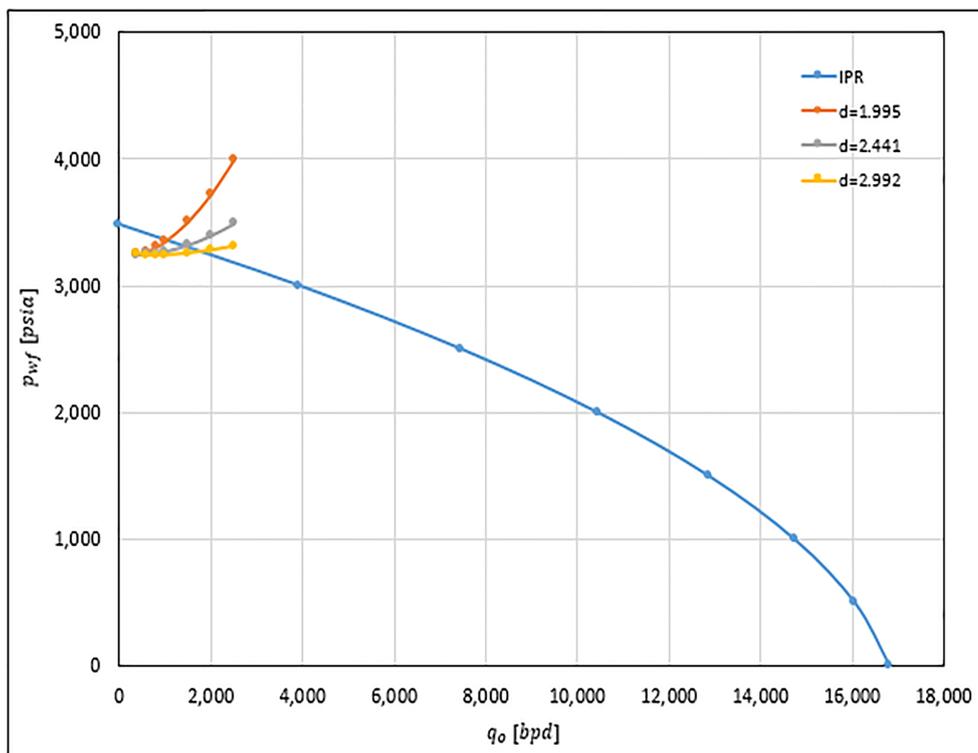


Fig. 7.7: Curvas VLP del Ejercicio 1

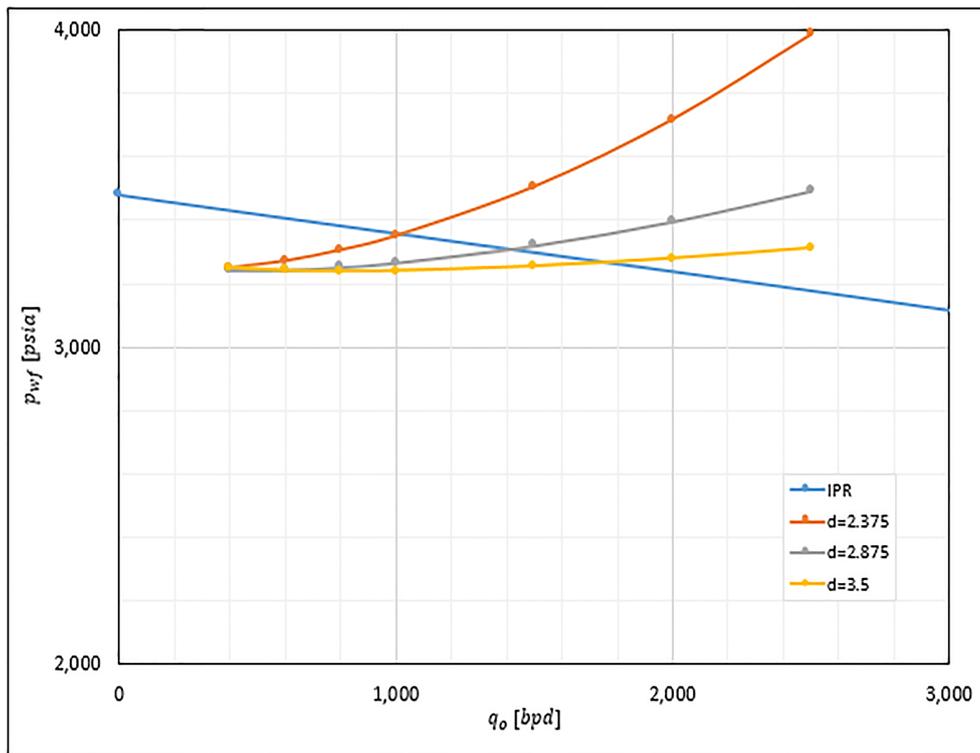


Fig. 7.8: Acercamiento de las curvas VLP del Ejercicio 1

**Paso 31:**

**Condiciones de producción:**

- $\phi_{2\ 3/8} \longrightarrow p_{wf} = 3,350$  y  $q_o = 1,000$
- $\phi_{2\ 7/8} \longrightarrow p_{wf} = 3,300$  y  $q_o = 1,450$
- $\phi_{3\ 1/2} \longrightarrow p_{wf} = 3,250$  y  $q_o = 1,800$

**Conclusiones y recomendaciones del ejercicio:**

En el comportamiento de la curva VLP para  $\phi = 2\ 3/8$  [pg], se puede observar que existe una caída de presión muy alta, en comparación con los otros diámetros. La cual es ocasionada debido a las altas pérdidas de presión por fricción y elevación.

Por otra parte, en la curva VLP para  $\phi = 2\ 7/8$  [pg], se observa una menor caída de presión y un mayor gasto de producción.

Para el caso de la curva VLP para  $\phi = 3\ 1/2$  [pg], se observa que aunque el gasto de producción es más alto que en los casos anteriores, la caída de presión es muy grande en comparación de con el incremento que se tendría en producción. Lo que ocasionaría una rápida declinación de la presión del yacimiento.

Con base en los anterior, se puede determinar que el diámetro óptimo del aparejo es el de  $\phi = 2\ 7/8$  [pg]; ya que permite reducir las caídas de presión, produciendo con un gasto adecuado que permitiría optimizar la presión del yacimiento.

SECCIÓN 7.3

## Nodo solución en cabeza

Es otro de los nodos que comúnmente se emplean en el análisis nodal. En estas condiciones el sistema se divide en dos partes: separador, línea de descarga y estrangulador; constituyen la curva *Outflow*, y el yacimiento y la tubería de producción la curva *Inflow*.

- Para construir la curva *Inflow* se proponen varios gastos, esto se hace obteniendo las presiones de fondo fluyente ( $p_{wf}$ ) asociadas a cada gasto.
- Ya que se calcularon dichas presiones se deberá calcular la caída de presión que se da en la tubería de producción para ser restado a la  $p_{wf}$  y así obtener un valor de  $p_{wh}$  para cada gasto propuesto, tal y como se muestra en la siguiente ecuación:

$$p_{wh} = p_{ws} - \Delta p_{Tp} \quad (7.7)$$

- Graficar los valores de  $p_{wh}$  junto con su gasto de aceite asociado
- Para realizar la curva *Outflow* se requiere tener una presión conocida para comenzar a hacer el análisis desde ahí, es decir, podemos ocupar la presión del separador ( $p_{sep}$ ) que es constante y se deberá calcular el gradiente de presión que se da en la línea de descarga.
- Se utilizará la siguiente ecuación para calcular la presión en la cabeza ( $p_{wh}$ ):

$$p_{wh} = p_{sep} + \Delta p_{LDD} + \Delta p_{est} \quad (7.8)$$

*Nota:* Para calcular  $\Delta p_{Tp}$  y  $\Delta p_{LDD}$  se pueden utilizar cualquiera de las correlaciones vistas en el Capítulo 4 y Capítulo 5 respectivamente.

- El punto de intersección entre curvas es el punto de operación, es decir, las condiciones a las cuales se encuentra operando el pozo.

### 7.3.1. Ejercicio resuelto (Nodo solución en cabeza)

1.- Con base en la información proporcionada, determinar el diámetro óptimo entre una línea de descarga de 2 y 3 [pg]. Los datos del pozo son los siguientes:

$\bar{p}$ = 2,400 [psia]	$T_{Tp}$ = 150 [°F]
$p_b$ = 2,400 [psia]	$T_{LDD}$ = 100 [°F]
$p_{sep}$ = 100 [psia]	°API = 35°
$Prof.$ = 4,000 [ft]	$\gamma_g$ = 0.65 [adim]
$LLD$ = 3,000 [ft]	$\epsilon$ = 0.0006 [pg]
$RGA$ = 800 [ft <sup>3</sup> /bl]	$\phi_{ID_{Tp}}$ = 2.441 [pg]
$\sigma$ = 1.6541 [dinas/cm]	$\phi_{ID_{LDD}}$ = 2 [pg]

Datos de la prueba presión - producción:

$q_o$ = 710 [bpd]
$p_{wf}$ = 2,000 [psia]
$EF$ = 1

---

*Nota: Considerar que el pozo fluye sin estrangulador.*

### **Solución:**

Como el yacimiento se encuentra a la misma presión que la presión de burbuja ( $p_b$ ), entonces ya es un yacimiento saturado.

#### **Paso 1:**

Lo primero que se tiene que hacer es plantear las expresiones para *Inflow* y *Outflow* como se explica en las ecuaciones (7.1) y (7.2) respectivamente para determinar la presión en el nodo solución ( $p_{wh}$ )

##### ■ **Inflow**

$$\bar{p}_{ws} - \Delta p_{Tp} = p_{wh}$$

Si la presión estática menos la caída de presión debida a los disparos es igual a la presión de fondo fluuyente:

$$\bar{p}_{ws} - \Delta p_{yac} = p_{wf}$$

Entonces:

$$p_{wh} = p_{ws} - \Delta p_{yac} - \Delta p_{Tp}$$

##### ■ **Outflow**

$$p_{sep} + \Delta p_{LDD} = p_{wh}$$

#### **Paso 2:**

Como se observa en las ecuaciones anteriores, en este problema será necesario hacer el cálculo del gradiente de presión en la línea de descarga y el gradiente de presión en la tubería de producción, por lo tanto, se hará uso de las correlaciones para flujo multifásico en tuberías vertical y horizontal, para ello se requiere previamente el cálculo de las propiedades de los fluidos a dos presiones y temperaturas de interés. En este caso particular se calcularán las propiedades de los fluidos a  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F] para el caso de tubería vertical y a  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F] para el caso de tubería horizontal.

#### **Paso 3:**

Calcular las propiedades del gas a 2,400 [psia],  $T = 150$  [°F] y a 200 [psia],  $T = 100$  [°F]:

##### ■ **Factor de compresibilidad ( $z$ )**

Utilizar las ecs. (1.3) y (1.2) para calcular la presión y temperatura pseudocrítica, en ambos casos se sustituye el valor de  $\gamma_g$ :

$$p_{pc} = 706 + 15(0.65) - 37.5(0.65)^2$$

$$p_{pc} = 699.90 \text{ [psia]}$$

$$T_{pc} = 168 + 325(0.65) - 12.5(0.65)^2$$

$$T_{pc} = 373.97 \text{ [°R]}$$

Utilizar las ecs. (1.13) y (1.14) para calcular la presión y temperatura pseudoreducida, sustituyendo los valores de  $p_{pc}$  y  $T_{pc}$  respectivamente:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$p_{pr} = \frac{2400}{699.90}$$

$$p_{pr} = 3.4290$$

$$T_{pr} = \frac{150 + 460}{373.97}$$

$$T_{pr} = 1.6311$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$p_{pr} = \frac{200}{699.90}$$

$$p_{pr} = 0.2857$$

$$T_{pr} = \frac{100 + 460}{373.97}$$

$$T_{pr} = 1.4974$$

Utilizar el método de Papay, J. con la ec. (1.15) sustituyendo los valores de  $p_{pr}$  y  $T_{pr}$  respectivamente:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$z = 1 - \frac{3.52(3.42)}{10[(0.9813)(1.63)]} + \frac{0.274(3.42)^2}{10[(0.8157)(1.63)]}$$

$$z = 0.847$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$z = 1 - \frac{3.52(0.28)}{10[(0.9813)(1.49)]} + \frac{0.274(0.2857)^2}{10[(0.8157)(1.49)]}$$

$$z = 0.967$$

■ **Factor de volumen de gas ( $B_g$ )**

Utilizar la ec. (1.22) sustituyendo el factor  $z$ , la presión y temperatura de interés:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.847)(150 + 460)}{2,400}$$

$$B_g = 0.00609 \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$B_g = 0.02827 \frac{(0.967)(100 + 460)}{200}$$

$$B_g = 0.07656 \left[ \frac{ft^3_{@c.y.}}{ft^3_{@c.s.}} \right]$$

■ **Densidad del gas ( $\rho_g$ )**

Utilizar la ec. (1.33) sustituyendo  $\gamma_g$ ,  $z$  y la presión y temperatura de interés:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$\rho_g = \frac{2.7(2,400)(0.65)}{(0.847)(150 + 460)}$$

$$\rho_g = 8.1447 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\rho_g = \frac{2.7(200)(0.65)}{(0.967)(100 + 460)}$$

$$\rho_g = 0.6480 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ Viscosidad del gas ( $\mu_g$ )

Utilizar la ec. (1.25) sustituyendo la temperatura y el peso molecular del gas:

$$M = (28.97 * 0.65) \rightarrow \text{Para obtener la masa molar del gas}$$

$$M = 18.8305 \left[ \frac{lb_m}{lb_m \cdot mol} \right]$$

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$X = 3.5 + \frac{986}{150 + 460} + 0.01(18.83)$$

$$X = 5.3046$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{100 + 460} + 0.01(18.83)$$

$$X = 5.4490$$

Utilizar la ec. (1.26) sustituyendo el valor de X obtenido anteriormente:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$Y = 2.4 - 0.2(5.3046)$$

$$Y = 1.3390$$

$$Y = 2.4 - 0.2(5.4490)$$

$$Y = 1.3101$$

Utilizar la ec. (1.24) sustituyendo la temperatura y la masa molar del gas:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$K = \frac{(9.4 + 0.02(18.83))(150 + 460)^{1.5}}{209 + 19(18.83) + (150 + 460)}$$

$$K = 125.1664$$

$$K = \frac{(9.4 + 0.02(18.83))(100 + 460)^{1.5}}{209 + 19(18.83) + (100 + 460)}$$

$$K = 114.9824$$

Utilizar la ec. (1.23) sustituyendo los valores de X, Y, K y la densidad del gas en [gr/cm<sup>3</sup>]:

- $\rho_{g@2,400} = 0.13044$  [gr/cm<sup>3</sup>]
- $\rho_{g@200} = 0.01037$  [gr/cm<sup>3</sup>]
- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\mu_g = \frac{(125.1664)e^{[(5.3046)(0.13044)^{(1.3390)]}}}{10^4}$$

$$\mu_g = 0.01770$$
 [cp]

$$\mu_g = \frac{(114.9824)e^{[(5.4490)(0.01037)^{(1.3101)]}}}{10^4}$$

$$\mu_g = 0.01165$$
 [cp]

**Paso 4:**

Calcular las propiedades del aceite:

▪ **Relación de solubilidad ( $R_s$ )**

En este caso se hará uso de la correlación de Standing, M.B. de la ec. (1.56):

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$R_s = (0.65) \left[ \left( \frac{2,400}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(35) - 0.00091(150)} \right]^{1.2048}$$

$$R_s = 543.78 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$R_s = (0.65) \left[ \left( \frac{200}{18.2} + 1.4 \right) 10^{0.0125(35) - 0.00091(100)} \right]^{1.2048}$$

$$R_s = 35.25 \left[ \frac{ft^3}{bl} \right]$$

▪ **Factor de volumen del aceite ( $B_o$ )**

En este caso se hará uso de la correlación de Standing, M.B. de la ec. (1.70):

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$B_o = 0.9759 + 0.00012 \left[ 543.78 \left( \frac{0.65}{0.85} \right)^{0.5} + 1.25(150) \right]^{1.2}$$

$$B_o = 1.2676 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$B_o = 0.9759 + 0.00012 \left[ 35.25 \left( \frac{0.65}{0.85} \right)^{0.5} + 1.25(100) \right]^{1.2}$$

$$B_o = 1.0272 \left[ \frac{bl_{@c.y.}}{bl_{@c.s.}} \right]$$

▪ **Densidad del aceite ( $\rho_o$ )**

Para determinar la densidad del aceite previamente es necesario hacer el cálculo de la gravedad específica del aceite y la gravedad específica del gas disuelto con la ec. (1.114):

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 35}$$

$$\gamma_o = 0.85$$

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + 35}{50} - 3.5715 \times 10^{-6} (35)(543.78)$$

$$\gamma_{gd} = 0.882$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\gamma_{gd} = \frac{12.5 + 35}{50} - 3.5715 \times 10^{-6} (35)(35.25)$$

$$\gamma_{gd} = 0.946$$

Utilizar la ec. (1.113) sustituyendo los valores de  $\gamma_o$ ,  $\gamma_{gd}$ ,  $R_s$  y  $B_o$ :

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\rho_o = \frac{350(0.85) + 0.0764(0.882)(543.78)}{5.615(1.2676)}$$

$$\rho_o = \frac{350(0.85) + 0.0764(0.946)(35.25)}{5.615(1.0272)}$$

$$\rho_o = 46.936 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

$$\rho_o = 52.011 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ **Viscosidad del aceite ( $\mu_o$ )**

Para calcular la viscosidad del aceite primero se requiere hacer el cálculo de la viscosidad del aceite muerto con la ec. (1.97).

Utilizar la ec. (1.98) para obtener  $x$ :

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$x = \frac{10^{[3.0324 - 0.02023(35)]}}{150^{1.163}}$$

$$x = \frac{10^{[3.0324 - 0.02023(35)]}}{100^{1.163}}$$

$$x = 0.6216$$

$$x = 0.9962$$

Utilizar la ec. (1.97) para obtener la viscosidad del aceite muerto:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\mu_{od} = 10^{0.6216} - 1$$

$$\mu_{od} = 10^{0.9962} - 1$$

$$\mu_{od} = 3.1846 \text{ [cp]}$$

$$\mu_{od} = 8.9130 \text{ [cp]}$$

Calcular  $b$  con la ec. (1.105) sustituyendo la relación de solubilidad:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]
- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$b = 5.44(543.78 + 150)^{-0.338}$$

$$b = 5.44(35.25 + 150)^{-0.338}$$

$$b = 0.5960$$

$$b = 0.9313$$

Utilizar la ec. (1.104) para obtener la viscosidad del aceite saturado:

- Para  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F]

$$\mu_{ob} = [10.715(543.78 + 100)^{-0.515}]3.1846^{0.5960}$$

$$\mu_{ob} = 0.7644 \text{ [cp]}$$

- Para  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

$$\mu_{ob} = [10.715(35.25 + 100)^{-0.515}]3.1846^{0.9313}$$

$$\mu_{ob} = 6.5645 \text{ [cp]}$$

**Paso 5:**

Como se observó en el **Paso 1**, para realizar la curva Inflow se requiere conocer la  $p_{wf}$  y para ello se ocupará la ecuación de Vogel (2.9) para calcular el gasto máximo:

$$q_{o_{max}} = \frac{710}{1 - 0.2 \left( \frac{2,000}{2,400} \right) - 0.8 \left( \frac{2,000}{2,400} \right)^2}$$

$$q_{o_{max}} = 2556 \text{ [bpd]}$$

---

**Paso 6:**

Para formar la curva *Inflow* se tabulan los datos de  $p_{wf}$  con su  $q_o$  asociado. En este caso se proponen los siguientes gastos  $q_o$ : 600, 900, 1200, 1500 [bpd].

Resolver la ec (2.8) para cada gasto.

- Para  $q_o = 600$ [bpd]:

$$p_{wf} = 0.125(2400) \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{600}{2556} \right)} \right]$$
$$p_{wf} = 2066.40 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 900$ [bpd]:

$$p_{wf} = 0.125(2400) \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{900}{2556} \right)} \right]$$
$$p_{wf} = 1880.55 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 1200$ [bpd]:

$$p_{wf} = 0.125(2400) \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{1200}{2556} \right)} \right]$$
$$p_{wf} = 1677.30 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 1500$ [bpd]:

$$p_{wf} = 0.125(2400) \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \left( \frac{1500}{2556} \right)} \right]$$
$$p_{wf} = 1450.61 \text{ [psia]}$$

**Tabla 7.22: Cálculo de  $q_o$  vs  $p_{wf}$  para determinar la IPR**

$q_o$ [bpd]	$p_{wf}$ [psia]	$\Delta p_{yac}$ [psia]
0	2,400	0
600	2,066.40	333.6
900	1,880.55	519.45
1,200	1,677.30	722.7
1,500	1,450.61	949.39
2,556	0	2,400

**Paso 7:**

Ya que se conocen las  $p_{wf}$  para los gastos propuestos, ahora es necesario determinar el gradiente de presión que se da en la tubería de producción haciendo uso de las correlaciones de flujo multifásico en tubería vertical. En este se hará uso de la correlación de Duns & Ros debido a

las características del aceite. Para dicho cálculo se ocupan las propiedades de los fluidos a las condiciones de  $p = 2,400$  [psia] y  $T = 150$  [°F].

**Tabla 7.23: Propiedades de los fluidos en la Tubería de Producción**

Propiedad	Tubería de producción $p = 2,400$ [psia] y $T = 150$ [°F]	Unidades
$z$	0.847	[adim]
$B_g$	0.00609	$[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$
$\rho_g$	8.1447	$[lb_m/ft^3]$
$\mu_g$	0.01770	[cp]
$R_s$	543.78	$[ft^3/bl]$
$B_o$	1.2676	$[bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}]$
$\gamma_o$	0.85	[adim]
$\gamma_{gd}$	0.882	[adim]
$\rho_o$	46.936	$[lb_m/ft^3]$
$\mu_{od}$	3.1846	[cp]
$\mu_{ob}$	0.7644	[cp]

**Paso 8:**

Calcular el área transversal de la tubería con la ec. (3.22):

$$\phi_{Tp} = \frac{2.441}{12}$$

$$\phi_{Tp} = 0.2034 [ft]$$

$$A_{Tp} = \left(\frac{\pi}{4}\right) (0.2034)^2$$

$$A_{Tp} = 0.0324 [ft^2]$$

**Paso 9:**

Calcular los gastos de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (600 \cdot 1.2676)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0494 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (900 \cdot 1.2676)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0741 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (1,200 \cdot 1.2676)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0988 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (1,500 \cdot 1.2676)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.1235 [ft^3/s]$$

Tabla 7.24: *Gastos a condiciones de flujo en la Tubería de Producción*

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
600	0.0494
900	0.0741
1,200	0.0988
1,500	0.1235

**Paso 10:**

Calcular las velocidades superficiales del líquido con la ec. (3.33), sustituyendo el gasto de aceite, ( $q_o$ ) :

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0494}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 1.5210 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0741}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 2.2815 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0988}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 3.0420 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.1235}{0.0324}$$

$$v_{SL} = 3.8025 \text{ [ft/s]}$$

Tabla 7.25: *Velocidad superficial del líquido para cada gasto en la Tubería de Producción*

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_{SL}$ [ft/s]
600	0.0494	1.5210
900	0.0741	2.2815
1,200	0.0988	3.0420
1,500	0.1235	3.8025

**Paso 11:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.37):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [600 \cdot (800 - 543.78)] \cdot (0.00609)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0108 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [900 \cdot (800 - 543.78)] \cdot (0.00609)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0162 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [1,200 \cdot (800 - 543.78)] \cdot (0.00609)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0216 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [1,500 \cdot (800 - 543.78)] \cdot (0.00609)$$

$$q_{g@c.f.} = 0.0270 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

**Tabla 7.26: Gastos de gas a condiciones de flujo en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
600	0.0494	0.0108
900	0.0741	0.0162
1,200	0.0988	0.0216
1,500	0.1235	0.0270

**Paso 12:**

Calcular las velocidades superficiales del gas con la ec. (3.35), sustituyendo el gasto de gas ( $q_g$ ) y el área de la tubería:

- Para  $q_g = 0.0108$  [ft<sup>3</sup>/s]

$$v_{Sg} = \frac{0.0108}{0.0324}$$

$$v_{Sg} = 0.3335 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_g = 0.0162 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{0.0162}{0.0324}$$

$$v_{Sg} = 0.5002 [ft/s]$$

- Para  $q_g = 0.0216 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{0.0216}{0.0324}$$

$$v_{Sg} = 0.6670 [ft/s]$$

- Para  $q_g = 0.0270 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{0.0270}{0.0324}$$

$$v_{Sg} = 0.8337 [ft/s]$$

**Tabla 7.27: Velocidad superficial del gas para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_{Sg}$ [ft/s]
600	0.0108	0.3335
900	0.0162	0.5002
1,200	0.0216	0.6670
1,500	0.0270	0.8337

**Paso 13:**

Calcular las velocidades de la mezcla con la ec. (3.38), sustituyendo la velocidad superficial del líquido ( $v_{SL}$ ) y la velocidad superficial del gas ( $v_{Sg}$ ) para cada gasto:

- Para  $q_o = 600 [bpd]$

$$v_m = 1.5210 + 0.3335$$

$$v_m = 1.8545 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 900 [bpd]$

$$v_m = 2.2815 + 0.5002$$

$$v_m = 2.7817 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 1,200 [bpd]$

$$v_m = 3.0420 + 0.6670$$

$$v_m = 3.7090 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 1,500 [bpd]$

$$v_m = 3.8025 + 0.8337$$

$$v_m = 4.6362 [ft/s]$$

**Tabla 7.28: Velocidades de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_m$ [ft/s]
600	0.0108	1.8545
900	0.0162	2.7817
1,200	0.0216	3.7090
1,500	0.0270	4.6362

**Paso 14:**

Calcular  $\lambda_L$  con la ec. (3.28), sustituyendo el gasto de aceite ( $q_o$ ) y el gasto de gas ( $q_g$ ):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0494}{0.0494 + 0.0108}$$

$$\lambda_L = 0.8201 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0741}{0.0741 + 0.0162}$$

$$\lambda_L = 0.8201 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.0988}{0.0988 + 0.0216}$$

$$\lambda_L = 0.8201 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\lambda_L = \frac{0.1235}{0.1235 + 0.0270}$$

$$\lambda_L = 0.8201 \text{ [adim]}$$

**Paso 15:**

Calcular  $N_{gv}$  con la ec. (4.4), sustituyendo la velocidad superficial de gas ( $v_{Sg}$ ), densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$N_{gv} = 1.938 (0.3335) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 4.5849$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$N_{gv} = 1.938 (0.5002) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 6.8774$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$N_{gv} = 1.938 (0.6670) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 9.1699$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$N_{gv} = 1.938 (0.8337) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{gv} = 11.4624$$

**Tabla 7.29: Número de la velocidad del gas para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$N_{gv}$ [adim]
600	0.0108	4.5849
900	0.0162	6.8774
1,200	0.0216	9.1699
1,500	0.0270	11.4624

**Paso 16:**

Calcular  $N_{Lv}$  con la ec. (4.3), sustituyendo la velocidad superficial del aceite ( $v_{SL}$ ), densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

▪ Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$N_{Lv} = 1.938 (1.5210) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 20.9107$$

▪ Para  $q_o = 900$  [bpd]  
 $A_t = 0.0217$  [ft<sup>2</sup>]

$$N_{Lv} = 1.938 (2.2815) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 31.3660$$

▪ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$N_{Lv} = 1.938 (3.0420) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_{Lv} = 41.8214$$

▪ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]  
 $A_t = 0.0324$  [ft<sup>2</sup>]

$$N_{Lv} = 1.938 (3.8025) \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}$$

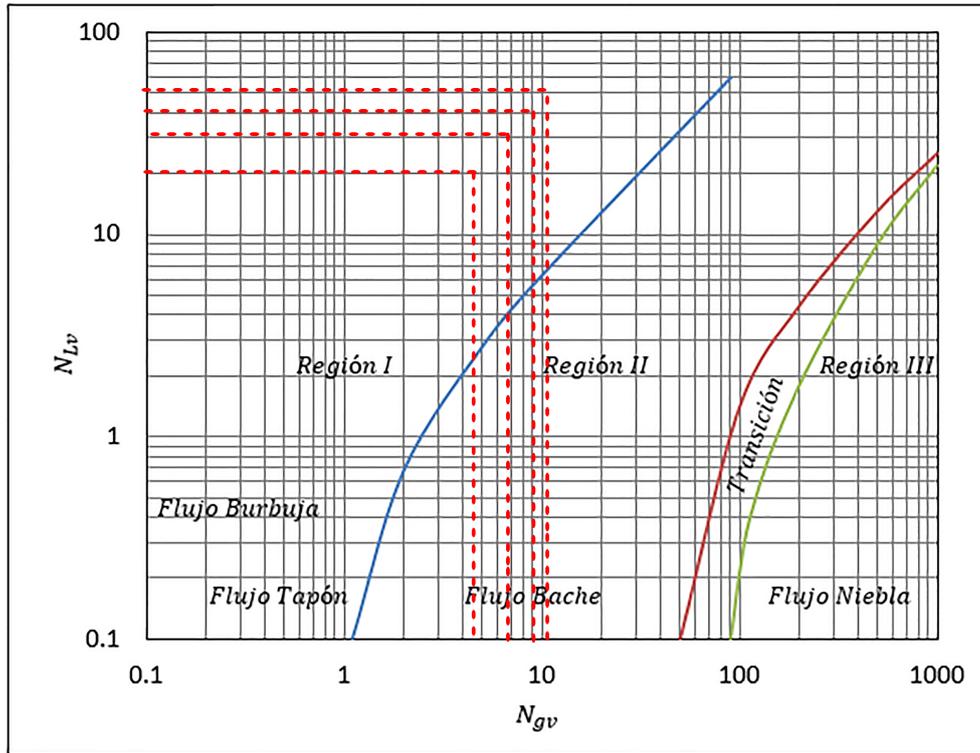
$$N_{Lv} = 52.2768$$

**Tabla 7.30: Número de la velocidad del líquido para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$N_{Lv}$ [adim]
600	0.0108	20.9107
900	0.0162	31.3660
1,200	0.0216	41.8214
1,500	0.0270	52.2768

**Paso 17:**

Con los valores obtenidos de  $N_{gv}$  y  $N_{Lv}$ , ingresar en la **Fig. 4.5**:



**Fig. 7.9: Patrón de flujo en la Tubería de Producción del Ejercicio 2**

$\therefore$  Existe flujo burbuja

**Paso 18:**

Calcular  $N_L$  con la ec. (4.6), sustituyendo la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ), la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

$$N_L = (0.15726)(0.7644) \sqrt[4]{\frac{1}{(46.936)(1.6541^3)}}$$

$$N_L = 0.0314$$

*Nota: No es necesario repetir el mismo procedimiento para los demás gastos ; debido a que  $N_L$  depende de ( $\mu_o$ ), ( $\rho_o$ ) y ( $\sigma$ ) y estos no dependen del gasto.*

**Paso 19:**

Con la **Fig. 4.7**, determinar los valores de  $F_1, F_2, F_3$  y  $F_4$ ; el procedimiento es el siguiente:

- 1.- Con el valor de  $N_L$  obtenido en el paso 18, se traza una línea vertical que intercepte con las 4 curvas.
- 2.- Leer el valor de  $F_1, F_2$  y  $F_3$  con el eje del lado izquierdo.
- 3.- Leer el el valor de  $F_4$  con el eje del lado derecho.

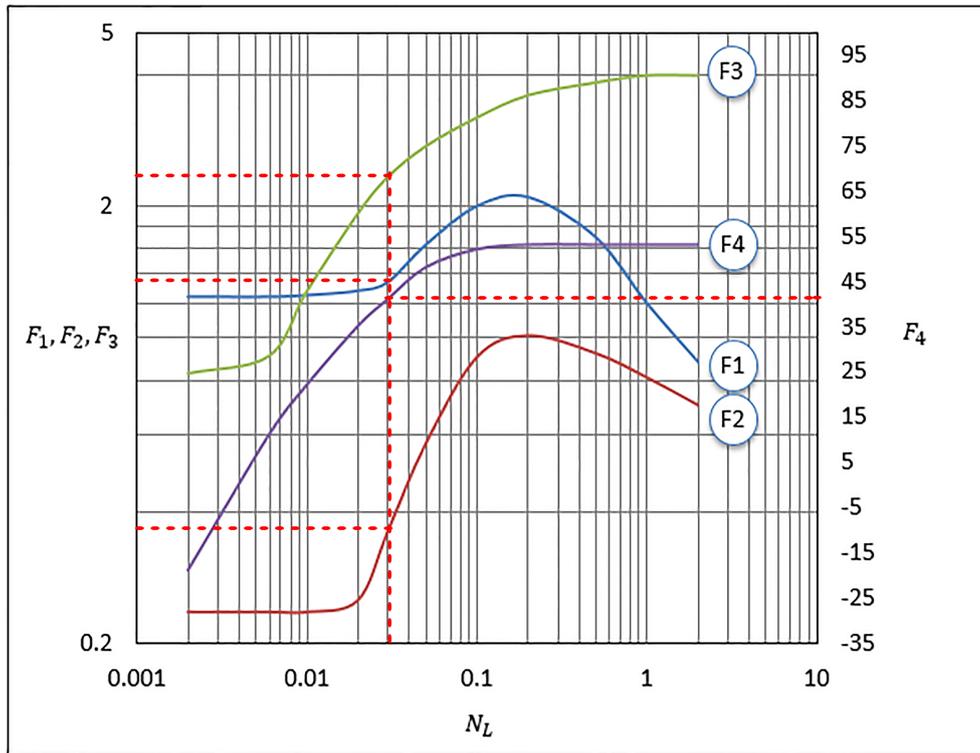


Fig. 7.10: Resultado de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  del Ejercicio 2

$$\therefore F_1 = 1.35, F_2 = 0.37, F_3 = 2.45 \text{ y } F_4 = 40$$

**Paso 20:**

Calcular  $N_d$  con la ec. (4.5), sustituyendo el diámetro de la tubería en  $[ft]$ , la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

- Para  $\phi = 0.2034 [ft]$

$$N_d = 120.872 (0.2034) \sqrt{\frac{46.936}{1.6541}}$$

$$N_d = 130.9738$$

**Paso 21:**

Calcular  $F_3^*$  con la ec. (4.20), sustituyendo el valor de  $F_3$ ,  $F_4$  y  $N_d$ :

- Para  $\phi = 0.2034 [ft]$

$$F_3^* = 2.45 - \frac{40}{130.9738}$$

$$F_3^* = 2.1445$$

**Paso 22:**

Calcular  $S$  para flujo burbuja con la ec. (4.18), sustituyendo el valor de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $N_{Lv}$ ,  $F_3^*$ ,  $N_{gv}$ :

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$S = 1.35 + (0.37)(20.9107) + 2.1445 \left( \frac{4.5849}{1 + 20.9107} \right)^2$$

$$S = 9.1808 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$S = 1.35 + (0.37)(31.3660) + 2.1445 \left( \frac{6.8774}{1 + 31.3660} \right)^2$$

$$S = 13.0522 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$S = 1.35 + (0.37)(41.8214) + 2.1445 \left( \frac{9.1699}{1 + 41.8214} \right)^2$$

$$S = 16.9222 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$S = 1.35 + (0.37)(52.2768) + 2.1445 \left( \frac{11.4624}{1 + 52.2768} \right)^2$$

$$S = 20.7916 \text{ [adim]}$$

**Tabla 7.31: Número de resbalamiento para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$S$ [adim]
600	0.0108	9.1808
900	0.0162	13.0522
1,200	0.0216	16.9222
1,500	0.0270	20.7916

**Paso 23:**

Calcular  $v_s$  con la ec. (4.22), sustituyendo el número de resbalamiento ( $S$ ) para cada gasto, la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) y la tensión interfacial ( $\sigma$ ):

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$v_s = \frac{9.1808}{1.938 \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}}$$

$$v_s = 2.0525 \text{ [ft/s]}$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$v_s = \frac{13.0522}{1.938 \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}}$$

$$v_s = 2.9180 \text{ [ft/s]}$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]  $A_t = 0.0488$  [ft<sup>2</sup>]

$$v_s = \frac{16.9222}{1.938 \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}}$$

$$v_s = 3.7883 \text{ [ft/s]}$$

■ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$v_s = \frac{20.7916}{1.938 \sqrt[4]{\frac{46.936}{1.6541}}}$$

$$v_s = 4.6483 \text{ [ft/s]}$$

**Tabla 7.32: Velocidad de resbalamiento para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$S$ [adim]	$v_s$ [ft/s]
600	9.1808	2.0525
900	13.0522	2.9180
1,200	16.9222	3.7883
1,500	20.7916	4.6483

**Paso 24:**

Calcular el colgamiento  $H_L$  con la ec. (4.23), sustituyendo la velocidad de resbalamiento ( $v_s$ ), la velocidad de la mezcla ( $v_m$ ) y la velocidad superficial del líquido ( $v_{SL}$ ):

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$H_L = \frac{2.0525 - 1.8545 + \sqrt{(1.8545 - 2.0525)^2 + 4(2.0525)(1.5210)}}{2(2.0525)}$$

$$H_L = 0.910 \text{ [adim]}$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$H_L = \frac{2.9180 - 2.7817 + \sqrt{(2.7817 - 2.9180)^2 + 4(2.9180)(2.2815)}}{2(2.9180)}$$

$$H_L = 0.908 \text{ [adim]}$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$H_L = \frac{3.7883 - 3.7090 + \sqrt{(3.7090 - 3.7883)^2 + 4(3.7883)(3.0420)}}{2(3.7883)}$$

$$H_L = 0.907 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$H_L = \frac{4.6483 - 4.6362 + \sqrt{(4.6362 - 4.6483)^2 + 4(4.6483)(3.8025)}}{2(4.6483)}$$

$$H_L = 0.906 \text{ [adim]}$$

**Tabla 7.33: Colgamiento para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_L$ [adim]
600	0.910
900	0.908
1,200	0.907
1,500	0.906

**Paso 25:**

Calcular la densidad de la mezcla  $\rho_m$  con la ec. (3.44), sustituyendo la densidad del aceite ( $\rho_o$ ), la densidad del gas ( $\rho_g$ ) y el colgamiento para cada gasto:

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\rho_m = (46.936)(0.910) + (8.1447)(1 - 0.910)$$

$$\rho_m = 43.4613 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\rho_m = (46.936)(0.908) + (8.1447)(1 - 0.908)$$

$$\rho_m = 43.3630 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\rho_m = (46.936)(0.907) + (8.1447)(1 - 0.907)$$

$$\rho_m = 43.3116 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\rho_m = (46.936)(0.906) + (8.1447)(1 - 0.906)$$

$$\rho_m = 43.2801 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

**Tabla 7.34: Densidad de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_L$ [adim]	$\rho_m$ [lb <sub>m</sub> /ft <sup>3</sup> ]
600	0.910	43.4613
900	0.908	43.3630
1,200	0.907	43.3116
1,500	0.906	43.2801

**Paso 26:**

Calcular la viscosidad de la mezcla ( $\mu_m$ ) con la ec. (3.51), sustituyendo la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ), la viscosidad del gas ( $\mu_g$ ) y el colgamiento ( $H_L$ ) para cada gasto:

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\mu_m = (0.7644)(0.910) + (0.0177)(1 - 0.910)$$

$$\mu_m = 0.6975 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\mu_m = (0.7644)(0.908) + (0.0177)(1 - 0.908)$$

$$\mu_m = 0.6956 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\mu_m = (0.7644)(0.907) + (0.0177)(1 - 0.907)$$

$$\mu_m = 0.6946 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

■ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\mu_m = (0.7644)(0.906) + (0.0177)(1 - 0.906)$$

$$\mu_m = 0.6940 \left[ \frac{lb_m}{ft^3} \right]$$

**Tabla 7.35: Viscosidad de la mezcla para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$H_L$ [adim]	$\mu_m$ [cp]
600	0.910	0.6975
900	0.908	0.6956
1,200	0.907	0.6946
1,500	0.906	0.6940

**Paso 27:**

Calcular el Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ) de la mezcla con la ec. (3.16), sustituyendo la densidad de la mezcla ( $\rho_m$ ), la viscosidad de la mezcla ( $\mu_m$ ), la velocidad de la mezcla ( $v_m$ ) para cada gasto y el diámetro de la tubería:

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(43.4613)(1.8545)(0.2034)}{0.6975} \right]$$

$$N_{Re} = 34,974.88 \text{ [adim]}$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(43.3630)(2.7817)(0.2034)}{0.6956} \right]$$

$$N_{Re} = 52,486.06 \text{ [adim]}$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(43.3116)(3.7090)(0.2034)}{0.6946} \right]$$

$$N_{Re} = 69,998.01 \text{ [adim]}$$

■ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$N_{Re} = 1,488 \left[ \frac{(43.2801)(4.6362)(0.2034)}{0.6940} \right]$$

$$N_{Re} = 87,510.28 \text{ [adim]}$$

**Tabla 7.36: Número de Reynolds para cada gasto en la Tubería de Producción**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$N_{Re}$ [adim]
600	0.0108	34,974.88
900	0.0162	52,486.06
1,200	0.0216	69,998.01
1,500	0.0270	87,510.28

**Paso 28:**

Calcular el factor de fricción ( $f$ ) con el método de **Colebrook & White** de la ec. (3.14) para cada gasto.

*Nota: Para calcular  $f$ , en este caso, se requiere de un proceso iterativo.*

Pasos para calcular  $f$ :

- 1.- Suponer una  $f$  inicial, utilizar un valor de  $f = 0.01$  y sustituir en la ec. (3.14)
- 2.- Con el valor de  $f$  obtenido en el paso 1, volver a sustituir en la ec. (3.14)
- 3.- Realizar el mismo procedimiento hasta converger con un porcentaje de error de 0.0001

- Para  $q_o = 600$  [bpd]  
 $N_{Re} = 34,974.88$  [adim]

Iteración [adim]	$f_{supuesto}$ [adim]	Ec. de Colebrook & White	$f_{calculado}$ [adim]
1	0.01	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.01}} \right) \right]^{-2}$	0.025928
2	0.025039	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.025928}} \right) \right]^{-2}$	0.023093
3	0.022538	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.023093}} \right) \right]^{-2}$	0.023405
4	0.022797	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.023405}} \right) \right]^{-2}$	0.023368
5	0.022768	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.023368}} \right) \right]^{-2}$	0.023372
6	0.022772	$f = \left[ -2 \log \left( \frac{0.0006}{3.715(2.441)} + \frac{2.514}{34,974.88\sqrt{0.023372}} \right) \right]^{-2}$	0.023372

*Realizar el mismo procedimiento para los demás gastos; se obtienen los siguientes valores:*

Tabla 7.37: *Factor de fricción para cada gasto en la Tubería de Producción*

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$N_{Re}$ [adim]	$f$ [adim]
600	34,974.88	0.02337
900	52,486.06	0.02155
1,200	69,998.01	0.02043
1,500	87,510.28	0.01965

**Paso 29:**

Calcular el gradiente de presión por efecto de la fricción y la elevación con la ec. (4.14):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\Delta p_{Tp} = \left( \frac{(43.4613)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02337)(43.4613)(1.8545)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{4,000}{144} \right)$$

$$\Delta p_{Tp} = 1,214.66 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\Delta p_{Tp} = \left( \frac{(43.3630)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02155)(43.3630)(2.7817)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{4,000}{144} \right)$$

$$\Delta p_{Tp} = 1,219.85 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\Delta p_{Tp} = \left( \frac{(43.3116)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.02043)(43.3116)(3.7090)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{4,000}{144} \right)$$

$$\Delta p_{Tp} = 1,228.91 \text{ [psia]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\Delta p_{Tp} = \left( \frac{(43.2801)(32.2)}{32.2} + \frac{(0.01965)(43.2801)(4.6362)^2}{2(0.2034)(32.2)} \right) \left( \frac{4,000}{144} \right)$$

$$\Delta p_{Tp} = 1,240.98 \text{ [psia]}$$

Tabla 7.38: *Gradiente de presión para cada gasto den la Tubería de Producción*

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\Delta p_{TP}$ [psia]
600	1,214.66
900	1,219.85
1,200	1,228.91
1,500	1,240.98

**Paso 30:**

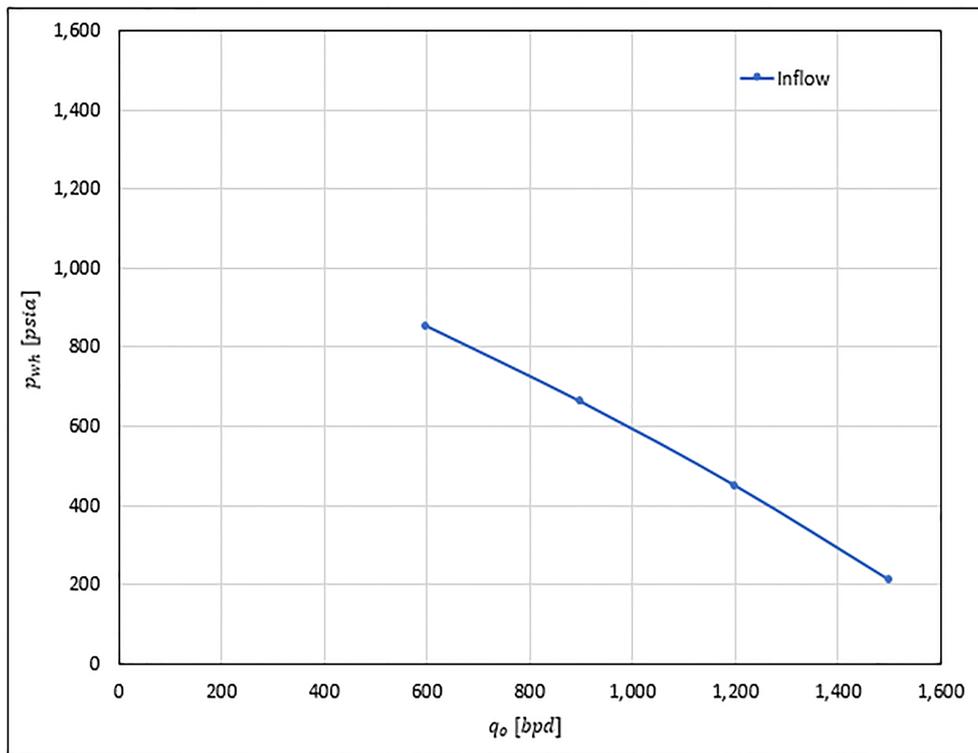
Ya que se conocen los valores de  $p_{wf}$  (Tabla 7.22) y  $\Delta p_{Tp}$  (Tabla 7.38) para cada gasto, ya se puede calcular la presión en el nodo solución ( $p_{wh}$ ) para fabricar la curva *Inflow*. Los valores se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 7.39: Presión en la cabeza para curva *Inflow***

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$p_{ws}$ [psia]	- $\Delta p_{yac}$ [psia]	- $\Delta p_{Tp}$ [psia]	= $p_{wh}$ [psia]
600	2,400	333.60	1,214.66	851.74
900	2,400	519.45	1,219.85	660.70
1,200	2,400	722.70	1,228.91	448.39
1,500	2,400	949.39	1,240.98	209.63

**Paso 31:**

Para formar la curva *Inflow* se graficará el gasto ( $q_o$ ) y la presión en la cabeza ( $p_{wh}$ ) que se muestran en la **Tabla (7.39)**.



**Fig. 7.11: Curva inflow del Ejercicio 2**

**Paso 32:**

Ya que se tiene la curva *Inflow* se continua con el proceso para formar la curva *Outflow*. Como se observa en el **Paso 1**, para dicho cálculo es necesario determinar del gradiente de presión en la tubería horizontal ( $\Delta p_{LDD}$ ) para ser sumada a la presión de separador ( $p_{sep}$ ) que ya es conocida, por lo que se hará uso de la correlación de Lockhart & Martinelli.

Se utilizarán los mismos gastos propuestos: 600, 900, 1200 y 1500 [bpd] y las propiedades de los fluidos a las condiciones de  $p = 200$  [psia] y  $T = 100$  [°F]

**Tabla 7.40: Propiedades de los fluidos en la Línea de Descarga**

Propiedad	Línea de Descarga $p = 200$ [psia] y $T = 100$ [°F]	Unidades
$z$	0.067	[ <i>adim</i> ]
$B_g$	0.07656	[ $ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}$ ]
$\rho_g$	0.6480	[ $lb_m/ft^3$ ]
$\mu_g$	0.01165	[ <i>cp</i> ]
$R_s$	35.25	[ $ft^3/bl$ ]
$B_o$	1.0272	[ $bl_{@c.y.}/bl_{@c.s.}$ ]
$\gamma_o$	0.85	[ <i>adim</i> ]
$\gamma_{gd}$	0.946	[ <i>adim</i> ]
$\rho_o$	52.011	[ $lb_m/ft^3$ ]
$\mu_{od}$	8.9130	[ <i>cp</i> ]
$\mu_o$	6.5645	[ <i>cp</i> ]

**Paso 32:**

Calcular el área transversal de la línea de descarga con la ec. (3.22):

$$\phi_{LDD} = \frac{2}{12}$$

$$\phi_{LDD} = 0.1667 [ft]$$

$$A_{LDD} = \left(\frac{\pi}{4}\right) (0.1667)^2$$

$$A_{LDD} = 0.0218 [ft^2]$$

**Paso 33:**

Calcular los gastos de aceite a condiciones de flujo con la ec. (3.34):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (600 \cdot 1.0272)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0400 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (900 \cdot 1.0272)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0600 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (1,200 \cdot 1.0272)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.0801 [ft^3/s]$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$q_{L@c.f.} = 6.4988x10^{-5} (1,500 \cdot 1.0272)$$

$$q_{L@c.f.} = 0.1001 [ft^3/s]$$

**Tabla 7.41: Gastos a condiciones de flujo en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
600	0.0400
900	0.0600
1,200	0.0801
1,500	0.1001

**Paso 34:**

Calcular las velocidades superficiales del líquido con la ec. (3.33), sustituyendo el gasto de aceite, ( $q_o$ ):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0400}{0.0218}$$

$$v_{SL} = 1.8359 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0600}{0.0218}$$

$$v_{SL} = 2.7539 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.0801}{0.0218}$$

$$v_{SL} = 3.6719 \text{ [ft/s]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$v_{SL} = \frac{0.1001}{0.0218}$$

$$v_{SL} = 4.5899 \text{ [ft/s]}$$

**Tabla 7.42: Velocidad superficial del líquido para cada gasto en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_{SL}$ [ft/s]
600	0.0400	1.8359
900	0.0600	2.7539
1,200	0.0801	3.6719
1,500	0.1001	4.5899

---

**Paso 35:**

Calcular el gasto de gas a condiciones de flujo con la ec. (3.37):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [600 \cdot (800 - 35.2587)] \cdot (0.0765)$$
$$q_{g@c.f.} = 0.4065 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

---

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [900 \cdot (800 - 35.2587)] \cdot (0.0765)$$
$$q_{g@c.f.} = 0.6098 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

---

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [1,200 \cdot (800 - 35.2587)] \cdot (0.0765)$$
$$q_{g@c.f.} = 0.8131 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

---

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$q_{g@c.f.} = 1.1574 \times 10^{-5} [1,500 \cdot (800 - 35.2587)] \cdot (0.0765)$$
$$q_{g@c.f.} = 1.0164 \text{ [ft}^3/\text{s]}$$

---

**Tabla 7.43: Gastos de gas a condiciones de flujo en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_o$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]
600	0.0400	0.4065
900	0.0600	0.6098
1,200	0.0801	0.8131
1,500	0.1001	1.0164

**Paso 36:**

Calcular las velocidades superficiales del gas con la ec. (3.35), sustituyendo el gasto de gas ( $q_g$ ) y el área de cada tubería:

- Para  $q_g = 0.4065$  [ft<sup>3</sup>/s]

$$v_{Sg} = \frac{0.4065}{0.0218}$$
$$v_{Sg} = 18.6367 \text{ [ft/s]}$$

---

- Para  $q_g = 0.6098 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{0.6098}{0.0218}$$

$$v_{Sg} = 27.9551 [ft/s]$$

- Para  $q_g = 0.8131 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{0.8131}{0.0218}$$

$$v_{Sg} = 37.2734 [ft/s]$$

- Para  $q_g = 1.0164 [ft^3/s]$

$$v_{Sg} = \frac{1.0164}{0.0218}$$

$$v_{Sg} = 46.5918 [ft/s]$$

**Tabla 7.44: Velocidad superficial del gas para cada gasto en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_{Sg}$ [ft/s]
600	0.4065	18.6367
900	0.6098	27.9551
1,200	0.8131	37.2734
1,500	1.0164	46.5918

**Paso 37:**

Calcular las velocidades de la mezcla con la ec. (3.38), sustituyendo la velocidad superficial del líquido ( $v_{SL}$ ) y la velocidad superficial del gas ( $v_{Sg}$ ) para cada gasto:

- Para  $q_o = 600 [bpd]$

$$v_m = 1.8359 + 18.6367$$

$$v_m = 20.4727 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 900 [bpd]$

$$v_m = 2.7539 + 27.9551$$

$$v_m = 30.7090 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 1,200 [bpd]$

$$v_m = 3.6719 + 37.2734$$

$$v_m = 40.9454 [ft/s]$$

- Para  $q_o = 1,500 [bpd]$

$$v_m = 4.5899 + 46.5918$$

$$v_m = 51.1817 [ft/s]$$

Tabla 7.45: *Velocidades de la mezcla para cada gasto en la Línea de Descarga*

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	Gasto ( $q_g$ ) [ft <sup>3</sup> /s]	$v_m$ [ft/s]
600	0.4065	20.4727
900	0.6098	30.7090
1,200	0.8131	40.9454
1,500	1.0164	51.1817

**Paso 38:**

Calcular el Número de Reynolds para gas y líquido respectivamente con la ec. (3.16)

**Gas**

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$N_{Re_g} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(18.6367)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_g} = 256,939.36 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$N_{Re_g} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(27.9551)(1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_g} = 385,409.04 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$N_{Re_g} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(37.2734)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_g} = 513,878.72 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$N_{Re_g} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(46.5918)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_g} = 642,348.40 \text{ [adim]}$$

**Líquido**

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$N_{Re_L} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(1.8359)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_L} = 3,607.53 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$N_{Re_L} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(2.7539)(1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_L} = 5,411.29 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$N_{Re_L} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(3.6719)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_L} = 7,215.06 \text{ [adim]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$N_{Re_L} = 1,488 \left[ \frac{(52.011)(4.5899)(0.1667)}{6.5645} \right]$$

$$N_{Re_L} = 9,018.82 \text{ [adim]}$$

**Tabla 7.46: Número de Reynolds para gas y líquido en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$N_{Re_g}$ [adim]	$N_{Re_L}$ [adim]	Régimen de flujo Tabla (3.1)	Subíndice Tabla (5.3)
600	256,939.36	3,607.53	turbulento	tt
900	385,409.04	5,411.29	turbulento	tt
1,200	513,878.73	7,215.06	turbulento	tt
1,500	642,348.40	9,018.82	turbulento	tt

**Paso 39:**

Calcular el factor de fricción ( $f$ ) para gas ( $f_g$ ) y para líquido ( $f_L$ ) con el método de **Colebrook & White** de la ec. (3.14) para cada gasto. *Nota: Para calcular  $f_g$  y  $f_L$ , se realiza el mismo procedimiento visto en el Paso 28.*

**Tabla 7.47: Factor de fricción para gas y líquido en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$N_{Re_g}$ [adim]	$N_{Re_L}$ [adim]	$f_g$ [adim]	$f_L$ [adim]
600	256,939.36	3,607.53	0.0172	0.0414
900	385,409.04	5,411.29	0.0165	0.0369
1,200	513,878.73	7,215.06	0.0162	0.0341
1,500	642,348.40	9,018.82	0.0160	0.0321

**Paso 40:**

Calcular el gradiente de presión debido a la fricción para cada fase con las ecuaciones (5.21) y (5.22):

**Gas**

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \frac{(0.0172)(0.6480)(18.6367)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = 0.3613 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \frac{(0.0165)(0.6480)(27.9551)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = 0.07829 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \frac{(0.0162)(0.6480)(37.2734)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = 1.3619 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

■ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = \frac{(0.0160)(0.6480)(46.5918)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g = 2.0979 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

## Líquido

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{(0.0414)(52.011)(1.8359)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = 0.6772 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{(0.0369)(52.011)(2.7539)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = 1.3567 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{(0.0341)(52.011)(3.6719)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = 2.2302 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = \frac{(0.0321)(52.011)(4.5899)^2}{(2)(32.2)(0.1667)}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L = 3.2865 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

**Tabla 7.48: Gradiente de presión para la fase gaseosa y la fase líquida en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ )	$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_g$	$\left(\frac{\Delta p}{\Delta X}\right)_L$
[bpd]	[lb <sub>f</sub> /ft <sup>2</sup> /ft]	[lb <sub>f</sub> /ft <sup>2</sup> /ft]
600	0.3613	0.6772
900	0.7829	1.3567
1,200	1.3619	2.2302
1,500	2.0979	3.2865

**Paso 41:**

Calcular el factor  $X$  con la ec. (5.23):

- Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$X = [0.6772/0.3613]^{0.5}$$

$$X = 1.369$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$X = [1.3567/0.7829]^{0.5}$$

$$X = 1.316$$

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$X = [2.2302/1.3619]^{0.5}$$

$$X = 1.280$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$X = [3.2865/2.0979]^{0.5}$$

$$X = 1.252$$

Tabla 7.49: Factor  $X$  para cada gasto en la Línea de Descarga

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$X$ [adim]
600	1.369
900	1.316
1,200	1.280
1,500	1.252

**Paso 42:**

Ingresar a la correlación gráfica (Fig.5.11) para obtener  $\phi_g$  y  $\phi_L$ , seguir el procedimiento que se muestra en el **Capítulo 5**.

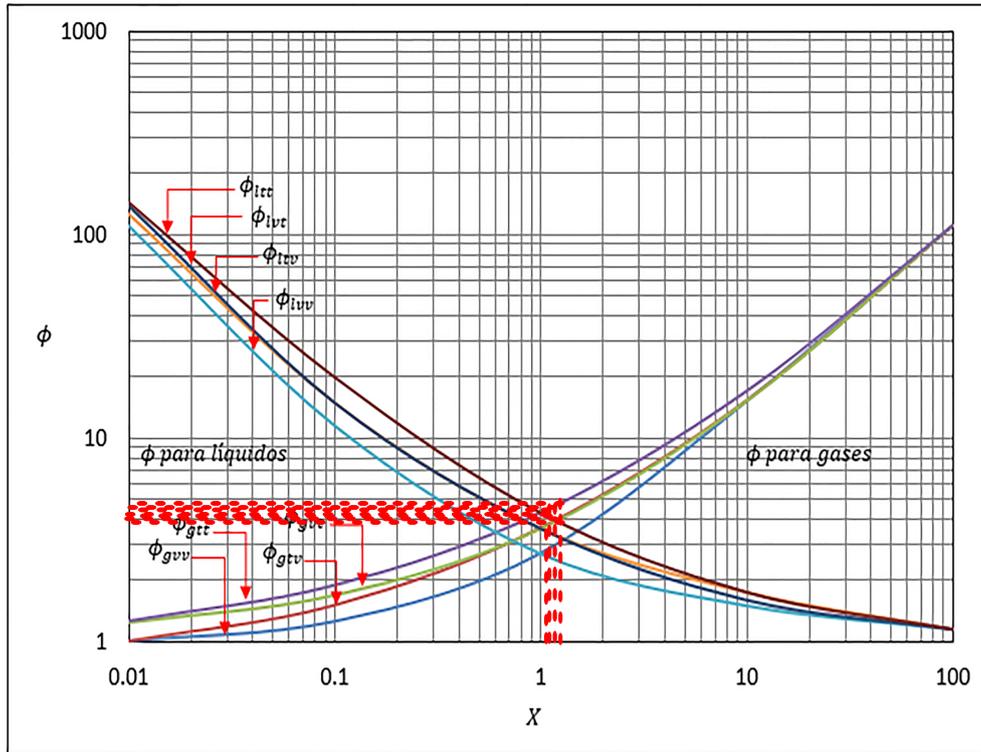


Fig. 7.12: Resultado gráfico para obtener el valor de  $\phi$  del Ejercicio 2

■ Para  $q_o = 600$  [bpd]

$$\phi_{gtt} = 4.8$$

$$\phi_{Ltt} = 3.9$$

■ Para  $q_o = 900$  [bpd]

$$\phi_{gtt} = 4.65$$

$$\phi_{Ltt} = 4$$

■ Para  $q_o = 1,200$  [bpd]

$$\phi_{gtt} = 4.5$$

$$\phi_{Ltt} = 4.2$$

■ Para  $q_o = 1,500$  [bpd]

$$\phi_{gtt} = 4.45$$

$$\phi_{Ltt} = 4.25$$

---

**Paso 43:**

Calcular el gradiente de presión total por efecto de la fricción con la ec. (5.20) utilizando los valores para gas o para líquido, para este caso en particular se utilizarán los valores de líquido:

*Nota: El gradiente de presión total se calcula de acuerdo con la ec. (5.1); sin embargo, debido a que el gradiente de presión por aceleración es pequeño en comparación con el de fricción, se despreciará, por lo que el gradiente de presión total será igual al gradiente de presión por fricción.*

- Para  $q_o = 600$  [bpd] y  $\phi_{Ltt} = 3.9$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (3.9)^2(0.6772)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 214.59 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

- Para  $q_o = 900$  [bpd] y  $\phi_{Ltt} = 4$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (4)^2(1.3567)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 452.25 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

---

- Para  $q_o = 1,200$  [bpd] y  $\phi_{Ltt} = 4.2$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (4.2)^2(2.2302)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 819.61 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

- Para  $q_o = 1,500$  [bpd] y  $\phi_{Ltt} = 4.25$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (4.25)^2(3.2865)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = 1,179.23 \text{ [lb}_f\text{/ft}^2\text{/ft]}$$

**Tabla 7.50: Caída de presión en la Línea de Descarga**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$\Delta p_{LDD}$ [psia]
600	214.59
900	452.25
1,200	819.61
1,500	1,179.23

**Paso 44:**

Ya que se conocen los valores de  $p_{sep}$  (que es un dato conocido) y  $\Delta p_{LDD}$  (Tabla 7.50) para cada gasto, se puede calcular la presión en el nodo solución ( $p_{wh}$ ) para fabricar la curva *Outflow*. Los valores se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 7.51: Presión en la cabeza para curva de Outflow en una línea de 2 [pg]**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$p_{sep}$ [psia]	+	$\Delta p_{LDD}$ [psia]	=	$p_{wh}$ [psia]
600	100		214.59		314.59
900	100		452.25		552.25
1,200	100		819.61		919.61
1,500	100		1,179.23		1,279.23

---

Nota: Debido a que el pozo no cuenta con estrangulador, no se considera su caída de presión. Sin embargo, en caso de tener un estrangulador instalado, se deberá de tomar en cuenta su  $\Delta p_{est}$  para formar la curva de *Outflow*.

**Paso 45:**

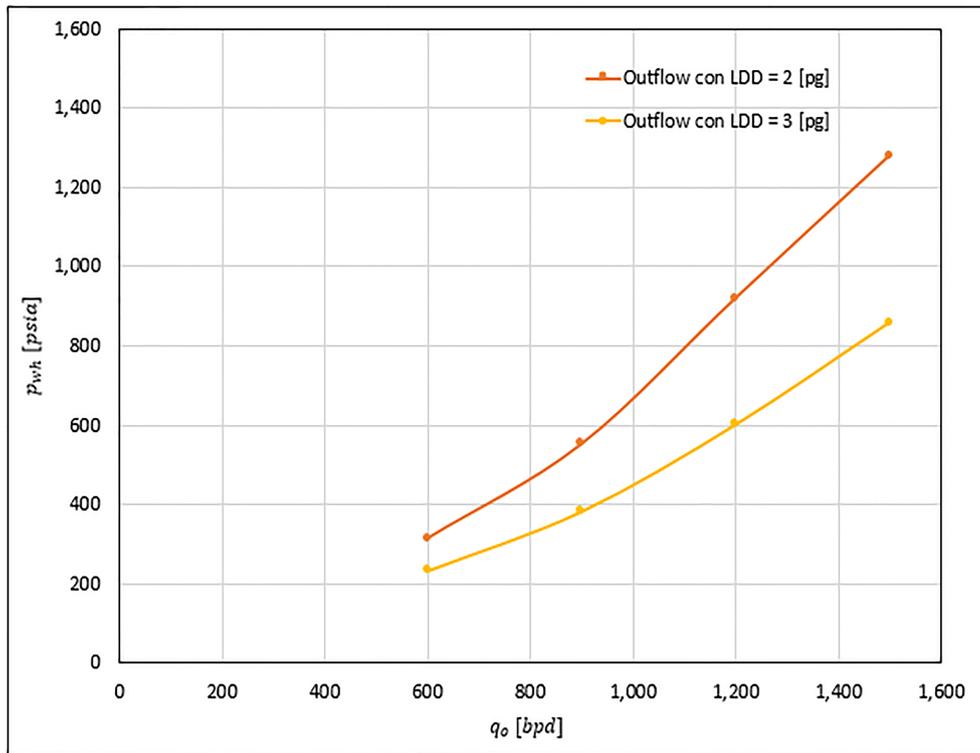
El mismo procedimiento que se utilizó para determinar las caídas de presión para la línea de descarga de 2 [pg], se empleará para una la línea de descarga de 3 [pg].

**Tabla 7.52: Presión en la cabeza para curva de *Outflow* en una línea de 3 [pg]**

Gasto ( $q_o$ ) [bpd]	$p_{sep}$ [psia]	+ $\Delta p_{LDD}$ [psia]	= $p_{wh}$ [psia]
600	100	133.58	233.58
900	100	282.73	382.73
1,200	100	501.17	601.17
1,500	100	757.99	857.99

**Paso 46:**

Para fabricar la curva *Outflow* se graficará el gasto ( $q_o$ ) y la presión en la cabeza ( $p_{wh}$ ) que se muestran en las Tablas (7.51) y (7.52).



**Fig. 7.13: Curva outflow del Ejercicio 2**

**Paso 47:**

Por último para determinar las condiciones de operación se realiza la gráfica de la curva *Inflow* y *Outflow* mostradas en las Fig. (7.11) y (7.13) y el punto donde interceptan son las condiciones óptimas de producción.

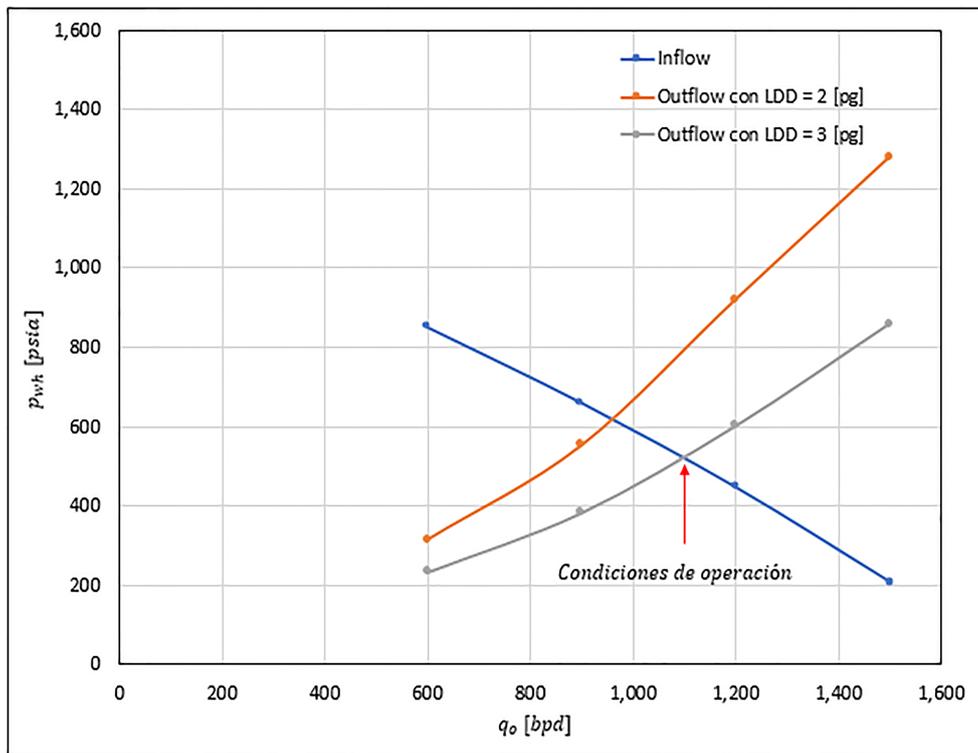


Fig. 7.14: *Condiciones de operación del Ejercicio 2*

Paso 48:

**Condiciones de producción:**

- $\phi_2 \rightarrow p_{wh} = 630$  y  $q_o = 960$
- $\phi_3 \rightarrow p_{wh} = 520$  y  $q_o = 1,100$

**Conclusiones y recomendaciones del ejercicio:**

En el comportamiento de la curva *Outflow* para  $\phi = 2$  [pg], se observa que aporta un menor gasto y a su vez se tiene una  $p_{wh}$  alta, en comparación con el otro diámetro.

Por otra parte, en la curva *Outflow* para  $\phi = 3$  [pg], se observa un mayor aporte de gasto y  $p_{wh}$  no es tan alta, por lo que la diferencia entre la presión del separador y la presión en la cabeza, no será tan abrupta.

Con base en los anterior, se determina que el diámetro óptimo de la línea de descarga es el de  $\phi = 3$  [pg]; ya que se obtiene un mayor gasto y una  $p_{wh}$  considerable.





## CAPÍTULO 8

### NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidades
$A_{est}$	Área transversal del orificio del estrangulador	$[pg^2] [ft^2]$
$A_L$	Área de líquido en la sección transversal de la tubería	$[pg^2] [ft^2]$
$A_p$	Área transversal de la línea de descarga	$[pg^2] [ft^2]$
$A_t$	Área transversal de la tubería	$[pg^2] [ft^2]$
$^{\circ}API$	Gravedad del aceite según <i>AmericanPetroleumInstitute</i>	
$B_g$	Factor de volumen del gas	$[ft^3_{@c.y.}/ft^3_{@c.s.}]$
$B_o$	Factor de volumen del aceite	$[bl^3_{@c.y.}/bl^3_{@c.s.}]$
$B_{ob}$	Factor de volumen del aceite a la presión de burbuja	$[bl^3_{@c.y.}/bl^3_{@c.s.}]$
$B_t$	Factor de volumen total	$[bl^3_{@c.y.}/bl^3_{@c.s.}]$
$C_D$	Coefficiente de descarga	$[adim]$
$C_o$	Compresibilidad isotérmica del aceite	$[psi^{-1}]$
$C_1$	Metano	
$C_2$	Etano	
$C_3$	Propano	
$C_4$	Butano	
$C_5$	Pentano	
$C_6$	Hexano	
$C_7$	Heptano	
$C_{7+}$	Heptanos y más pesados	
$CO_2$	Dióxido de carbono	
$d$	Diámetro	$[ft] [pg]$
$d_{est}$	Diámetro del estrangulador	$[1/64pg]$
$E$	Energía por unidad de masa	$[lb_f \cdot ft/lb_m]$
$E_e$	Energía de expansión	$[lb_f \cdot ft/lb_m]$
$E_k$	Energía de cinética	$[lb_f \cdot ft/lb_m]$
$E_p$	Energía de potencial	$[lb_f \cdot ft/lb_m]$
$EF$	Eficiencia de flujo	
$f$	Factor de fricción	$[adim]$
$f_g$	Factor de fricción para la fase gaseosa	$[adim]$
$f_L$	Factor de fricción para la fase líquida	$[adim]$
$f_c$	Factor de fricción crítico	$[adim]$
$f_s$	Factor de fricción supuesto	$[adim]$
$f_w$	Corte de agua	$[\%]$
$G_g$	Flujo másico del gas	$[lb_m/hr \cdot ft^2]$
$G_L$	Flujo másico del líquido	$[lb_m/hr \cdot ft^2]$
$g_c$	Constante gravitacional	$[lb_m \cdot ft/lb_f \cdot s^2]$
$H_g$	Colgamiento de gas	$[adim]$

Símbolo	Descripción	Unidades
$H_L$	Colgamiento de líquido	[ <i>adim</i> ]
$H_2S$	Acido sulfídrico	
$h$	Altura	[ <i>ft</i> ]
$J$	Índice de productividad	[ <i>bpd/psia</i> ]
$J_F^*$	Índice de productividad futuro	[ <i>bpd/psia</i> ]
$J_P^*$	Índice de productividad presente	[ <i>bpd/psia</i> ]
$L$	Longitud de la tubería	[ <i>ft</i> ]
$M$	Peso molecular	[ <i>lb<sub>m</sub>/lb<sub>m</sub> · mol</i> ]
$M_{C_{7+}}$	Peso molecular de los heptanos y más pesados	[ <i>lb<sub>m</sub>/lb<sub>m</sub> · mol</i> ]
$m_o$	Masa de aceite por unidad de masa de la mezcla	[ <i>adim</i> ]
$N_d$	Número del diámetro de la tubería	[ <i>adim</i> ]
$N_{Fr}$	Número de Froude	[ <i>adim</i> ]
$N_{gv}$	Número de la velocidad del gas	[ <i>adim</i> ]
$N_L$	Número de viscosidad del líquido	[ <i>adim</i> ]
$N_{Lv}$	Número de la velocidad del líquido	[ <i>adim</i> ]
$N_{Re}$	Número de Reynolds	[ <i>adim</i> ]
$N_{Re_g}$	Número de Reynolds para gas	[ <i>adim</i> ]
$N_{Re_L}$	Número de Reynolds para líquido	[ <i>adim</i> ]
$N_2$	Nitrógeno	
$n$	Número de moles	[ <i>lb<sub>m</sub> · mol</i> ]
$Prof$	Profundidad	[ <i>ft</i> ]
$p$	Presión	[ <i>psia</i> ]
$\bar{p}$	Presión promedio	[ <i>psia</i> ]
$p_{atm}$	Presión atmosférica	[ <i>psia</i> ]
$p_b$	Presión de burbuja	[ <i>psia</i> ]
$p_c$	Presión crítica	[ <i>psia</i> ]
$p_{pc}$	Presión pseudocrítica	[ <i>psia</i> ]
$p_{pc_{C_{7+}}}$	Presión pseudocrítica de los heptanos y más pesados	[ <i>psia</i> ]
$p_{pc_M}$	Presión pseudocrítica de la mezcla	[ <i>psia</i> ]
$p_{pr}$	Presión pseudoreducida	[ <i>adim</i> ]
$p_{sep}$	Presión del separador	[ <i>psia</i> ]
$p_{wf}$	Presión de fondo fluente	[ <i>psia</i> ]
$p_{wf}^*$	Presión de fondo fluente ideal	[ <i>psia</i> ]
$p_{wh}$	Presión de en la cabeza	[ <i>psia</i> ]
$p_{ws}$	Presión estática del yacimiento	[ <i>psia</i> ]
$\bar{p}_{ws}$	Presión promedio del yacimiento	[ <i>psia</i> ]
$p_{@c.s}$	Presión a condiciones estándar	[ <i>psia</i> ]
$q_g$	Gasto de gas	[ <i>MPCD</i> ] [ <i>ft<sup>3</sup>/s</i> ]
$q_L$	Gasto de líquido	[ <i>bpd</i> ] [ <i>ft<sup>3</sup>/s</i> ]
$q_{L@c.f.}$	Gasto de líquido a condiciones de flujo	[ <i>bpd</i> ] [ <i>ft<sup>3</sup>/s</i> ]
$q_{gmax}$	Gasto de aceite máximo	[ <i>MPCD</i> ] [ <i>ft<sup>3</sup>/s</i> ]
$q_o$	Gasto de aceite	[ <i>bpd</i> ]
$q_{o@c.s.}$	Gasto de aceite a condiciones estándar	[ <i>bpd</i> ]
$q_{ob}$	Gasto de aceite a la presión de burbuja	[ <i>bpd</i> ]
$q_{o,max}$	Gasto de aceite máximo	[ <i>bpd</i> ]
$R$	Constante universal del gas	[ <i>psia · ft<sup>3</sup>/lb<sub>m</sub> · mol<sup>o</sup>R</i> ]
$RGA$	Relación gas- aceite	[ <i>ft<sup>3</sup><sub>@c.s.</sub>/bl<sub>@c.s.</sub></i> ]
$R_{sb}$	Relación de solubilidad a la presión de burbuja	[ <i>ft<sup>3</sup>/bl</i> ]

Símbolo	Descripción	Unidades
$R_s$	Relación de solubilidad	$[ft^3/bl]$
$R_{si}$	Relación de solubilidad a presión inicial	$[ft^3/bl]$
$r$	Relación gas libre - aceite	$[ft^3_{gas}/ft^3_{aceite}]$
$r_h$	Radio hidráulico	$[ft]$
$r_e$	Radio de drene	$[ft] [pg]$
$r_w$	Radio de pozo	$[ft] [pg]$
$S$	Número de la velocidad de resbalamiento	$[adim]$
$T$	Temperatura	$[°F][°R]$
$\bar{T}$	Temperatura promedio	$[°F][°R]$
$T_c$	Temperatura crítica	$[°R]$
$T_{pc}$	Temperatura pseudocrítica	$[°R]$
$T_{pcC_{7+}}$	Temperatura pseudocrítica de los heptanos y más pesados	$[°R]$
$T_{pcM}$	Temperatura pseudocrítica de la mezcla	$[°R]$
$T_{pr}$	Temperatura pseudoreducida	$[adim]$
$T_{sep}$	Temperatura del separador	$[°F]$
$T_{@c.s}$	Temperatura a condiciones estándar	$[°F]$
$V$	Volumen	$[ft^3]$
$V_g$	Volumen del gas	$[ft^3]$
$V_o$	Volumen específico del aceite	$[ft^3]$
$v$	Velocidad	$[ft/s]$
$v_b$	Velocidad de burbuja	$[ft/s]$
$v_g$	Velocidad de real del gas	$[ft/s]$
$v_L$	Velocidad de real del líquido	$[ft/s]$
$v_m$	Velocidad de la mezcla	$[ft/s]$
$v_{Sg}$	Velocidad superficial de gas	$[ft/s]$
$v_{SL}$	Velocidad superficial de líquido	$[ft/s]$
$v_s$	Velocidad de resbalamiento	$[ft/s]$
$WOR$	Relación agua - aceite	$[ft^3_{@c.s.}/bl_{@c.s.}]$
$w_g$	Gasto másico del gas	$[lb_m/s]$
$w_m$	Gasto másico de la mezcla	$[lb_m/s]$
$w_o$	Gasto másico del aceite	$[lb_m/s]$
$y_i$	Fracción molar	
$z$	Factor de compresibilidad	$[adim]$
$\Delta W_f$	Pérdidas de energía por fricción	
$\Delta W_s$	Pérdidas de energía por trabajo externo	
$\varepsilon$	Rugosidad absoluta	$[pg]$
$\Gamma$	Coefficiente de distribución de líquido	$[adim]$
$\gamma_g$	Gravedad específica del gas	$[adim]$
$\gamma_{g100}$	Gravedad específica del gas corregida a 100 $[psia]$	$[adim]$
$\gamma_o$	Gravedad específica del aceite	$[adim]$
$\gamma_w$	Gravedad específica del agua	$[adim]$
$\lambda_g$	Colgamiento sin resbalamiento de gas $[adim]$	
$\lambda_L$	Colgamiento sin resbalamiento de líquido $[adim]$	
$\phi$	Diámetro interno de la tubería	$[pg]$
$\mu_g$	Viscosidad del gas	$[cp]$
$\mu_{gi}$	Viscosidad del componente $i$	$[cp]$
$\mu_L$	Viscosidad del líquido	$[cp]$
$\mu_{ns}$	Viscosidad de la mezcla sin resbalamiento	$[cp]$

---

Símbolo	Descripción	Unidades
$\mu_o$	Viscosidad del aceite	[cp]
$\mu_s$	Viscosidad de la mezcla con resbalamiento	[cp]
$\mu_{ob}$	Viscosidad del aceite saturado	[cp]
$\mu_{od}$	Viscosidad del aceite muerto	[cp]
$\rho_g$	Densidad del gas	[lb/ft <sup>3</sup> ] [gr/cm <sup>3</sup> ]
$\rho_k$	Densidad cinética de la mezcla	[lb/ft <sup>3</sup> ]
$\rho_L$	Densidad del líquido	[lb/ft <sup>3</sup> ]
$\rho_{ns}$	Densidad de la mezcla sin resbalamiento	[lb/ft <sup>3</sup> ]
$\rho_o$	Densidad del aceite	[lb/ft <sup>3</sup> ]
$\rho_s$	Densidad de la mezcla con resbalamiento	[lb/ft <sup>3</sup> ]
$\sigma_L$	Tensión superficial del líquido	[dinas/cm]
$\theta$	Inclinación de la tubería [°]	
$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$	Gradiente de presión total	[psia/ft]
$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e$	Gradiente de presión debido a la elevación	[psia/ft]
$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac}$	Gradiente de presión debido a la aceleración	[psia/ft]
$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$	Gradiente de presión debido a la fricción	[psia/ft]



---

## CAPÍTULO 9

---

### BIBLIOGRAFÍA

- Avendaño, C. (2015). *Apuntes de Productividad de Pozos*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Bánzer S., C. (1996). *Correlaciones Numéricas P.V.T.* Maracaibo, Venezuela: Instituto de Investigaciones Petroleras.
- Beggs, H.D. (1984). *Gas Production Operations*. Tulsa, Oklahoma: OGCI Publications.
- Beggs, H.D. (2003). *Production Optimization Using Nodal Analysis*. (2ª ed.) Tulsa, Oklahoma: OGCI and Petroskills Publications.
- Brill, J. P., Mukherjee, H. (1999). *Multiphase Flow in Wells*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers Inc.
- Garaicochea Petreirena, F., Bernal Huicochea, C., López Ortíz, O. (1991). *Transporte de Hidrocarburos por ductos*. Colegio de Ingenieros Petroleros de México.
- Golan, M., Whitson, C. H. (1995). *Well Performance*. (2ª ed.) Noruega: Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología
- Gómez Cabrera, J. A. (1985). *Apuntes de Productividad de Pozos*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- López Hernández, V.J. (2015). *Apuntes de Productividad de Pozos*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- López Hernández, V.J., Reyes Ruiz, M.G. (2015). *Apuntes de Flujo Multifásico en Tuberías*. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- McCain, W.D Jr. (1990). *The Properties of Petroleum Fluids*. (2ª ed.) Tulsa, Oklahoma: PennWell Books.
- Nájera, M. (2006). *Conceptos Básicos para la Técnica de Análisis Nodal*. Villahermosa, Tabasco: PEMEX Exploración y Producción, Región Sur
- Torres Coria, J. M., Trauwvitz Rosas, E. F. (2008). *Flujo Multifásico en tuberías*. Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México.