



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

EVOLUCIÓN DEL MÉTODO DE LA MATRIZ DE
TRANSFORMACIÓN PARA DETECCIÓN DE DAÑO
ESTRUCTURAL: MARCOS PLANOS ASIMÉTRICOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

MANUEL IVÁN SALMERÓN BECERRA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ



Ciudad Universitaria, 2018



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
COMITÉ DE TITULACIÓN
FING/DICyG/SEAC/UTIT/006/18

Señor
MANUEL IVÁN SALMERÓN BECERRA
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

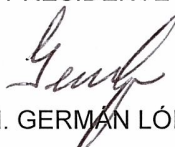
"EVOLUCIÓN DE MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN PARA DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL: MARCOS PLANOS ASIMÉTRICOS"

- INTRODUCCIÓN
- I. ANTECEDENTES
- II. MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN, MMT
- III. MMT PARA CONDICIONES DE ASIMETRÍA
- IV. APLICACIÓN
- V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 13 de febrero del 2018.
EL PRESIDENTE


M.I. GERMAN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH*gar.

A mi familia, con infinito cariño y gratitud.

*Yo, Nezhualcóyotl, lo pregunto:
¿Acaso de veras se vive con raíz en la Tierra?
No para siempre en la Tierra:
sólo un poco aquí.
Aunque sea de jade se quiebra,
aunque sea de oro se rompe,
aunque sea plumaje de quetzal se desgarrá.
No para siempre en la Tierra:
sólo un poco aquí.*

Nezhualcóyotl, Cantares mexicanos

Agradecimientos

La elaboración de una tesis se asemeja bastante a un proyecto de ingeniería civil: se identifica un problema, se deciden directrices para abordarlo, se diseña una solución y se prueba su viabilidad. Esta descripción minimalista no incluye la enorme cantidad de replanteamientos, iteraciones y, dicho con franqueza, de atolladeros en que el ingeniero (o tesista) incurre para finalizar dicho proyecto (o tesis). Desarrollar una tarea de tales proporciones en la soledad es, por lo tanto, imposible. Cualquier tipo de apoyo, sea de carácter académico, económico e incluso moral, se vuelve indispensable. Por ello, agradezco en estas líneas la colaboración de las entidades y personas que me acompañaron en la consecución de este trabajo.

Agradezco a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por recibirme y cobijarme durante casi cinco años. Las herramientas para desarrollar esta tesis provienen en buena medida de sus aulas.

Mi gratitud al Instituto de Ingeniería por la beca otorgada durante la mayor parte de mis estudios de licenciatura. Asimismo, por la oportunidad de utilizar sus instalaciones y recursos bibliográficos.

Gracias a mi director de tesis, el doctor José Alberto Escobar Sánchez, por su paciente y entusiasta guía, por brindarme la valiosísima oportunidad de contribuir en sus investigaciones y, sobre todo, por enseñarme, mediante la convivencia y la colaboración, la tremenda importancia de concatenar la academia, la práctica y el sentido común.

Asimismo, agradezco a mis sinodales: al ingeniero Gonzalo López de Haro, por recordarme, a través de sus clases y ejemplo, que la práctica de la ingeniería debe estar ligada al humanismo y la cultura; al ingeniero Heriberto Esquivel Castellanos, por alentarme a seguir estrictos principios de calidad y ética en cualquier ámbito en el que me desempeñe; al doctor Mauro Pompeyo Niño Lázaro, por su sincero interés en verme superar cada reto que aparece en mi camino; y al maestro Yahvé Abdul Ledezma Rubio, por mostrarme que, en este mundo, son nuestra disciplina, esfuerzo y constancia los que definen si somos ingenieros *Alfa*, *Beta* o *Gamma*.

Mi reconocimiento al doctor Héctor Guerrero Bobadilla por su apoyo en la programación del Método de la Matriz de Transformación y por motivarme a seguir el ejemplo de diligente servicio al prójimo que lo caracteriza.

Gracias al ingeniero Salvador García Burgos por proporcionarme el material bibliográfico necesario para implementar métodos numéricos en la resolución de los numerosos problemas surgidos durante el desarrollo del programa de cómputo.

Finalmente, gracias al matemático Luis Alberto Vázquez Maison por las útiles e iluminadoras discusiones sobre sistemas de ecuaciones lineales que ayudaron a desenmarañar el misterio detrás de los edificios «anchos y chaparros».

Resumen

La detección de daño es la última parte del proceso de Seguimiento de Salud Estructural, que busca evaluar el desempeño en el tiempo y la situación de sistemas estructurales. El Método de la Matriz de Transformación es un algoritmo de detección de daño basado en vibraciones que logra localizar y cuantificar el daño de los miembros que forman un sistema. Su uso en el ámbito académico ha crecido en los últimos años, pero tiene ciertas restricciones que impiden emplearlo para cierto tipo de estructuras. En esta tesis, se busca determinar los límites de su aplicación y proponer una solución para generalizar su utilización para cualquier estructura.

Abstract

Damage detection is the last step in the Structural Health Monitoring process, which looks forward to evaluate the behavior in the time and the status of structural systems. The Transformation Matrix Method is a damage detection algorithm based in vibrations that locates and quantifies the analyzed structural system's members. Its usage in the academic environment has experienced a steady growth in the last years, but it has certain constraints that prevents its application for some kind of structures. This thesis seeks to determine the method's application limits and to propose a solution to generalize its utilization for any kind of structure.

Índice

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Detección de daño estructural | 3 |
| 1.2. Alcances y objetivos | 4 |
| 2. Antecedentes | 6 |
| 2.1. Proceso del Seguimiento de Salud Estructural, SSE | 6 |
| 2.1.1. Evaluación operativa | 7 |
| 2.1.2. Instrumentación y mediciones | 9 |
| 2.1.3. Extracción de características | 11 |
| 2.1.4. Método de detección de daño | 13 |
| 2.2. Condensación estática | 17 |
| 2.3. Reconstrucción de la matriz de rigidez | 19 |
| 3. Método de la Matriz de Transformación, MMT | 21 |
| 3.1. Definición de daño | 22 |
| 3.2. Descripción del algoritmo | 23 |
| 3.3. Análisis del MMT | 28 |
| 3.4. Soluciones existentes | 31 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 3.4.1. | Daño simétrico | 31 |
| 3.4.2. | Factorización de elementos semejantes | 32 |
| 3.4.3. | Eliminación de elementos inspeccionados <i>a priori</i> | 32 |
| 4. | MMT para condiciones de asimetría | 34 |
| 4.1. | Metodología | 35 |
| 4.1.1. | Definición de los estados de la estructura | 35 |
| 4.1.2. | Proceso del SSE en campo | 36 |
| 4.1.3. | Proceso del SSE analítico | 37 |
| 4.2. | Algoritmo propuesto | 40 |
| 4.3. | Formulación | 42 |
| 5. | Aplicación | 43 |
| 5.1. | Descripción de la estructura | 44 |
| 5.2. | Condiciones ideales | 45 |
| 5.2.1. | Solución tradicional | 47 |
| 5.2.2. | Solución propuesta | 50 |
| 5.3. | Condiciones no ideales | 53 |
| 5.3.1. | Ruido | 54 |
| 5.3.2. | Información modal incompleta | 69 |
| 6. | Conclusiones y recomendaciones | 74 |
| 7. | Referencias | 77 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 2.1. Tipos de instrumentación sísmica (Çelebi, 2000): (a) recomendación del UBC-1997; (b) caso «ideal». | 11 |
| 2.2. De izquierda a derecha: primer, segundo y tercer modos de vibración (Espinoza, 1999). | 12 |
| 4.1. Estados de la estructura con sus respectivas propiedades físicas. . . | 35 |
| 4.2. Proceso de detección de daño. | 37 |
| 4.3. Clasificación de los estados de la estructura. | 38 |
| 4.4. Proceso de simulación de daño y detección del mismo. | 39 |
| 4.5. Idealización de un sistema estructural con un grado de libertad por piso: (a) Croquis de edificio a analizar, (b) modelo de edificio discretizado, (c) oscilador equivalente. | 41 |
| 4.6. Idealización de un sistema estructural con un grado de libertad por nodo: (a) Modelo del edificio discretizado con los grados de libertad expandidos, (b) modelo de osciladores correspondiente. | 42 |
| 5.1. Medidas del marco analizado y numeración de sus elementos estructurales. | 44 |
| 5.2. Daño simulado (%). | 47 |
| 5.3. Formas modales del marco plano al considerar cuatro grados de libertad. | 49 |
| 5.4. Resultados del MMT con condensación a un GDL por piso. | 50 |

| | |
|---|----|
| 5.5. Primera forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad. | 51 |
| 5.6. Segunda forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad. | 52 |
| 5.7. Tercera forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad. | 53 |
| 5.8. Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5 %. 54 | |
| 5.9. Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5 %. 55 | |
| 5.10. Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5 %. 55 | |
| 5.11. Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 0.5 %. | 56 |
| 5.12. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 0.5 % de ruido instrumental. | 56 |
| 5.13. Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0 %. 57 | |
| 5.14. Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0 %. 58 | |
| 5.15. Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0 %. 58 | |
| 5.16. Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 1.0 %. | 59 |
| 5.17. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 1.0 % de ruido instrumental. | 59 |
| 5.18. Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0 %. 60 | |
| 5.19. Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0 %. 61 | |
| 5.20. Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0 %. 61 | |
| 5.21. Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 3.0 %. | 62 |
| 5.22. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 3.0 % de ruido instrumental. | 62 |
| 5.23. Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0 %. 63 | |

| | |
|--|----|
| 5.24. Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0 %. | 64 |
| 5.25. Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0 %. | 64 |
| 5.26. Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 5.0 %. | 65 |
| 5.27. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 5.0 % de ruido instrumental. | 65 |
| 5.28. Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0 %. | 66 |
| 5.29. Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0 %. | 67 |
| 5.30. Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0 %. | 67 |
| 5.31. Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 10.0 %. | 68 |
| 5.32. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 10.0 % de ruido instrumental. | 68 |
| 5.33. Estado de daño calculado con tres formas modales recuperadas. | 69 |
| 5.34. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado tres formas modales recuperadas. | 70 |
| 5.35. Estado de daño calculado con dos formas modales recuperadas. | 71 |
| 5.36. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con dos formas modales recuperadas. | 71 |
| 5.37. Estado de daño calculado con una forma modal recuperada. | 72 |
| 5.38. Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con una forma modal recuperada. | 73 |

Capítulo 1

Introducción

La corrupción en un sistema, entendida como la introducción de daño en el mismo, es inevitable. Es entonces deseable, e incluso obligatorio, establecer una metodología que permita conocer la situación en la que el sistema se encuentra después de determinado tiempo de funcionamiento o de un fenómeno que comprometa su integridad. En el caso de los sistemas estructurales, dicha integridad está directamente ligada con la seguridad de los usuarios: he ahí la importancia de una constante supervisión de su estado.

Los procedimientos que permiten verificar que un sistema continúa funcionando adecuadamente y sin alteraciones en sus características no son nuevos. Por citar un ejemplo, están los *visitadores*: trabajadores de las vías ferroviarias cuya labor consistía en golpear las ruedas de los trenes con el propósito de identificar elementos fisurados o abollados basándose en el sonido que producían. Sin embargo, diversos autores (Cross et al., 2013; Boller, 2009) coinciden en que fue durante los años 80 cuando se formalizó el Seguimiento de la Salud Estructural (SSE) como disciplina de estudio.

De acuerdo con Cross et al. (2013), el SSE es «cualquier práctica de seguimiento automatizada que busca evaluar la condición o la salud de una estructura». No se trata únicamente de técnicas de evaluación no destructiva: el SSE busca hacer una recopilación continua de datos para mantener al usuario al tanto del estado de la estructura analizada. Tampoco debe ser confundido con métodos de detección de daño, si bien estos últimos ocupan un lugar importante en los procedimientos de seguimiento.

Regresando al ejemplo de los visitadores, la idea intuitiva de que una rueda

sana produce un sonido distinto al de una dañada ha evolucionado a toda una gama de técnicas de detección de daño basadas en acústica, vibraciones o las novedosas ondículas. Sin embargo, la esencia sigue siendo la misma: para determinar la existencia de daño en un sistema, se deben comparar dos estados temporales del mismo. Los visitantes comparaban un *estado no dañado o de referencia* contra un estado *dañado*. Esto último constituye lo que Cross et al. definieron como el segundo axioma del SSE. Estos axiomas, derivados de años de desarrollo práctico en esta disciplina, establecen la base sobre la cual se fundamenta la misma (Worden et al., 2007):

- I. Todos los materiales tienen fallas o defectos inherentes [a su fabricación].
- II. La evaluación de daño requiere una comparación entre dos estados del sistema.
- III. La identificación de la existencia y la localización del daño pueden hacerse mediante aprendizaje no supervisado, pero generalmente la identificación del tipo de daño presente y de su severidad puede hacerse solamente mediante aprendizaje supervisado.
- IV. En la captura de datos:
 - a. Los sensores no pueden determinar la magnitud del daño. Para ello, se requieren tanto la extracción de las características de la estructura mediante procesamiento de señales como clasificaciones estadísticas para convertir los datos del sensor en información de daño.
 - b. Sin una extracción de características inteligente, mientras más sensible al daño sea una medición, más sensible será a condiciones ambientales y operacionales cambiantes.
- V. Las escalas de longitud y tiempo asociadas con el inicio y la evolución del daño dictan las propiedades requeridas para el sistema de sensores del SSE.
- VI. Existe una compensación entre la sensibilidad al daño de un algoritmo y su capacidad de rechazo al ruido.
- VII. La magnitud [mínima] del daño que puede detectarse a partir de cambios en las propiedades dinámicas del sistema es inversamente proporcional al intervalo de la frecuencia de la excitación.

El mayor auge en el desarrollo del SSE se dio en el seno de la ingeniería aeronáutica. Numerosas técnicas de identificación de parámetros y de detección de daño que

han sido desarrolladas dentro de este campo en los últimos años se han convertido en tecnologías aplicadas a la industria (NAS3-25455, 1996; Staszewski et al., 2004), situación que no tiene paralelo en el campo de la ingeniería civil. Cross et al. (2013) señalan como posible causa de este «atraso» a la falta de un organismo que regule la operación y mantenimiento de obras civiles: los propietarios son, en la mayoría de los casos, entidades privadas sin más regulación que la de los reglamentos y manuales locales. Además, a diferencia de lo que ocurre en la industria aeroespacial, cada obra de ingeniería civil es una «pieza única», por lo que intentar establecer técnicas estandarizadas de seguimiento es impráctico.

Debido a lo anterior, la aproximación al SSE desde el punto de vista de la ingeniería civil debe sujetarse a ciertas restricciones e incertidumbres. Con la tecnología disponible, es prácticamente imposible establecer una metodología que permita identificar daño con precisión a nivel elemento (agrietamientos, por ejemplo), por lo que las propuestas actuales se centran en modelos globales. Tampoco se ha llegado a un procedimiento que permita un auténtico seguimiento de la integridad estructural en tiempo real. A pesar de dichas complicaciones, la investigación del SSE en infraestructura civil experimenta un continuo y acelerado desarrollo (Balageas et al., 2006).

1.1. Detección de daño estructural

Párrafos arriba se hizo hincapié en evitar confundir un programa de seguimiento de salud estructural con un método de detección de daño. El primero, como se ha descrito, es un procedimiento integral que continuamente capta y analiza datos de una estructura instrumentada para después extraer información relevante sobre la misma. El segundo consiste en una formulación matemática, experimental o híbrida que busca determinar, a partir de la información medida, la existencia, localización y magnitud de daño que alberga el sistema analizado, así como el tiempo de vida remanente. A estos cuatro parámetros se les conoce como *niveles de detección de daño* (Rytter, 1993).

No todos los métodos de detección de daño cubren los cuatro niveles mencionados en el párrafo anterior: su alcance está supeditado a la cantidad y calidad de la información de la que se dispone y a las limitaciones propias de su formulación. Sohn et al. (2004) brindan una clasificación basada en dichas restricciones. Por ejemplo, cuando el método es estadístico o basado en «aprendizaje de máquina», se llama de *aprendizaje supervisado* a los que emplean datos tanto del estado dañado como del

estado sin daño, y de *aprendizaje no supervisado* a los que trabajan sin contar con datos del estado dañado de la estructura. También se puede clasificar a los métodos de detección de acuerdo con su nivel de detalle (modelos *globales* o modelos *simplificados*) o con el tipo de datos de entrada. Dentro de esta última clasificación, se encuentran los métodos basados en vibraciones, que se apoyan en el cambio de las características dinámicas de la estructura (masa, rigidez, amortiguamiento) entre un estado y otro para obtener información referente a los niveles de daño de la misma.

1.2. Alcances y objetivos

A la fecha, se han desarrollado numerosos algoritmos de detección de daño estructural. En la bibliografía abundan los trabajos de recopilación y revisión sobre el tema (véase, por ejemplo, Haldar, 2013; Balageas et al., 2006; Boller et al., 2009; Ettouney y Alampalli, 2011); sin embargo, todos ellos tienen diferentes alcances y limitaciones: no hay un algoritmo general para detectar daño, el paradigma no se ha resuelto.

Esta tesis se enfoca en el método de la Matriz de Transformación (MMT) (Escobar et al., 2001), un algoritmo de detección de daño basado en vibraciones y aplicado a modelos globales. Como se describirá más adelante, este método toma como dato de entrada la matriz de rigideces lateral de una estructura, que a su vez ha sido reconstruida a partir de las formas modales medidas en campo. Por otra parte, el dato de salida es un vector que contiene los índices de daño (definidos como porcentaje de degradación de rigidez) correspondientes a los elementos que integran el sistema estructural.

Se ha observado (Fierro, 2002; Guerrero, 2007; Salmerón y Escobar, 2017) que, si bien el MMT es preciso para cierto tipo de estructuras, tiene altos índices de error en otras. Generalmente, el error es mínimo o inexistente para edificios «altos y esbeltos», en contraste con los «bajos y anchos». Se demostrará a lo largo de este documento que dicha coincidencia deriva de la relación entre el número de elementos del sistema estructural y la cantidad de grados de libertad que se consideran para el ensamble de la matriz de rigidez lateral.

El primer objetivo del presente documento es mostrar de manera formal la causa de la imprecisión en estructuras con un mayor número de elementos que de términos independientes en su matriz de rigidez lateral asociada. Esto se realizará mediante un análisis matemático de la ecuación fundamental del algoritmo.

El segundo objetivo es encontrar una nueva solución al problema identificado. Pese a que ya existen diversas soluciones, estas tienen restricciones que las vuelven inaplicables en estructuras con daño asimétrico o que requieren hacer consideraciones y suposiciones no siempre válidas sobre el comportamiento de los materiales y los fenómenos que las dañan. En el mejor de los casos, se necesita hacer una evaluación previa de la estructura, situación que no siempre es posible o que introduce subjetividad en la determinación del daño.

El comportamiento de la solución propuesta se evaluará mediante un estudio comparativo: se simulará daño a múltiples modelos analíticos y se contrastarán los resultados del método tradicional contra los de la solución presentada. Primero, las simulaciones se harán bajo condiciones ideales, es decir, con información modal completa y sin ruido, con el propósito de demostrar su validez matemática. Posteriormente, se simulará ruido en las matrices de modos del estado de daño simulado analíticamente.

Con los resultados y las conclusiones obtenidas, se espera concientizar a los diferentes actores que intervienen en la planeación, diseño, construcción y mantenimiento de infraestructura civil sobre la importancia de instrumentarla e implementar un plan de seguimiento de salud estructural.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Proceso del Seguimiento de Salud Estructural, SSE

Además de los axiomas enumerados en la sección anterior, el SSE se basa en un proceso compuesto por cuatro etapas: evaluación operativa; adquisición, combinación y depuración de datos; extracción de características y condensación de la información; y desarrollo de modelos estadísticos para discriminación de características. La instauración exitosa de un método de SSE implica la ejecución de estas cuatro etapas. A lo largo de este capítulo se da una descripción detallada de cada etapa, pero se definen de manera general a continuación (Sohn et al., 2004):

Evaluación operativa: se establecen las directrices económicas, la definición de daño, las condiciones de operación y las limitaciones para la adquisición de datos de la estructura supervisada.

Adquisición, combinación y depuración de datos: se seleccionan las magnitudes a medir y el tipo de sensores que se emplearán, así como su localización, número, resolución, ancho de banda y equipo a emplear para tal propósito.

Extracción de características y condensación de la información: haciendo uso de la respuesta medida, se caracterizan las propiedades potencialmente indicadoras de daño. Esto se hace para el estado de referencia y para el estado temporal deseado.

Desarrollo de modelos estadísticos para discriminación de características:

se utilizan algoritmos para cuantificar el estado de daño de la estructura a partir de los cambios identificados en el paso previo, de acuerdo con los niveles de daño establecidos por Rytter (1993).

2.1.1. Evaluación operativa

El primer paso del proceso de SSE busca establecer límites y directrices para el resto de las etapas del proyecto. De acuerdo con Farrar y Worden (2013), una evaluación operativa completa responde a cuatro preguntas:

- ¿Cuáles son las justificaciones económicas y de seguridad para instaurar un proceso de SSE?
- ¿Cómo se define el daño para el sistema estudiado y qué casos son los más preocupantes?
- ¿Cuáles son las condiciones operacionales y ambientales en las cuales se dará seguimiento al sistema?
- ¿Cuáles son las limitaciones para la adquisición de datos en el ambiente de operación?

Una respuesta adecuada a estas preguntas requiere la participación de un equipo multidisciplinario: analistas financieros, responsables de protección civil, personal de operación y mantenimiento y especialistas en sistemas informáticos son algunos de los perfiles que podrían integrarlo.

Justificación económica y de seguridad

Una revisión de la bibliografía revela que la mayoría de investigaciones sobre SSE no considera los principios económicos que regirían a la metodología estudiada si se aplicara a una estructura real. Los artículos existentes abundan en detalles técnicos para condiciones ideales, pero ignoran que los recursos financieros disponibles para la ejecución de cualquier método automáticamente imponen nuevas «condiciones de frontera» al mismo (véanse, por ejemplo, Cha y Buyukozturk, 2015, Wang et al., 2018 o Civera et al., 2017). Por ejemplo, la calidad de la señal recibida de un edificio instrumentado depende de la cantidad y calidad de los instrumentos

colocados, lo que a su vez está en función del presupuesto asignado para el proceso de seguimiento.

Dado que ninguna entidad gubernamental o privada invierte en un proyecto sin justificaciones del posible gasto, se recomienda exponer claramente a los potenciales inversionistas cuáles son los límites de la metodología empleada, sus ventajas frente a otros tipos de seguimiento, el costo y tiempo de desarrollo e instalación y, finalmente, el costo de mantenimiento una vez instalado.

Es más complicado demostrar las ventajas en cuanto a seguridad, dado que es un rubro no cuantificable. Sin embargo, haciendo uso de herramientas tales como los análisis costo-beneficio y exponiendo casos de éxito previos, se puede concientizar al dueño para que instrumente y mantenga supervisado su inmueble.

Definición de daño

Sohn et al. (2004) definen el daño como «...cambios introducidos en un sistema que afectan de manera adversa su comportamiento actual o futuro». Lo general de esta definición permite dividir el concepto en múltiples categorías: en los sistemas mecánicos y aeroespaciales, se puede considerar dañada a una pieza fisurada, a un eje mal alineado o a una superficie corroída; en los sistemas oleohidráulicos, a una sección víctima de cavitación o con la pared adelgazada. Dentro de los sistemas civiles existe también una gran variedad de definiciones. Por ejemplo, la empresa Kinemetrics desarrolló una aplicación para el seguimiento de la salud estructural del Burj Khalifa (Ciudad-Real et al., 2017). Su definición de daño fueron las distorsiones de entepiso: cuando estas exceden un límite establecido, alerta a los ocupantes y les brinda indicaciones específicas para el piso en el que se encuentran.

Se debe elegir cuidadosamente el modelo de daño a emplear, pues de ello dependerá la elección de instrumentos de medición, técnicas de procesamiento y método de detección adecuados. Por otro lado, si ya se cuenta con recursos materiales y técnicos para desarrollar una metodología en específico, debe cuidarse que dentro de la formulación de la misma la definición de daño sea compatible con el sistema al que se planea aplicar.

Condiciones de operación

Un edificio situado en el seno de una gran urbe no está expuesto a las mismas condiciones ambientales que una plataforma petrolera ubicada costa afuera; un puente vehicular no recibe al mismo tipo de vibraciones que una turbina eólica. La documentación de las circunstancias de funcionamiento de la estructura que se desea inspeccionar proporciona información valiosa que permite tomar decisiones adecuadas acerca del tipo de sensores que se instalarán, así como un mejor manejo de las incertidumbres y el ruido instrumental.

Limitaciones en la adquisición de la información

En infraestructura civil, la limitación más usual es la cantidad de sensores disponibles para instrumentar la estructura (situación usualmente derivada de los motivos económicos expuestos antes), pero esta no es la única restricción. En ocasiones, los puntos de instrumentación óptimos son inaccesibles, situación común en grandes puentes; en otras, hay maquinaria funcionando en determinado piso de un edificio, lo que introduciría gran cantidad de ruido en la medición. Una exploración de campo permitirá al analista determinar cómo enfrentar mejor estos y otros posibles obstáculos sin afectar el proceso de seguimiento.

2.1.2. Instrumentación y mediciones

La información recolectada en el paso anterior se aprovecha para determinar qué magnitudes físicas se requieren y con qué tipo de red instrumental se obtendrán. Ello incluye el tipo y cantidad de instrumentos y su distribución en la estructura. Respecto al intervalo de tiempo en que se medirá, debe recordarse que el segundo axioma del SSE indica que una valoración de daño puede hacerse a partir de la comparación de, como mínimo, dos estados del sistema. No obstante, esto no debe ser restrictivo: sería ideal que los instrumentos se mantuvieran en posición durante largos intervalos de tiempo e ininterrumpidamente.

Los principios físicos que rigen el funcionamiento de los instrumentos de medición, así como sus especificaciones técnicas, quedan fuera del alcance de este documento. Sin embargo, a continuación se da un panorama general de los criterios para la distribución de los instrumentos «clásicos» para edificios: los acelerómetros.

Criterios de instrumentación para edificios

Çelebi (2000) indica que un programa de este tipo debe proveer detalles suficientes como para comparar la respuesta de la estructura instrumentada con su correspondiente modelo matemático. Posteriormente, hace énfasis en el hecho de que «la información [obtenida] debería hacer posible explicar las razones [que originaron] cualquier [tipo de] daño a la estructura». Asimismo compara la instrumentación sugerida por el reglamento de construcciones estadounidense y una instrumentación extensiva. De acuerdo con el autor, la primera tiene propósitos de supervisión, mientras que la segunda implica un análisis más detallado con miras, quizá, a un proyecto de investigación.

La instrumentación basada en las recomendaciones del reglamento UBC-1997 establece el uso de tres acelerómetros: uno en el sótano o en la planta baja, otro en el piso central y el tercero en el último piso (1997 Uniform Building Code, 1997) . La instrumentación considerada ideal por Rojahn y Matthiesen (1977) consiste en la colocación de, al menos, tres acelerómetros horizontales por piso para captar dos traslaciones y la torsión del mismo. Si se pretende identificar el balanceo vertical, se colocan tres acelerómetros verticales en el sótano. Para la interacción suelo-estructura, se habilita un dispositivo más en campo libre. La distribución de los aparatos debe coincidir con los niveles de cambio súbito de rigidez o en los que los modos superiores tienen mayor contribución. En las imágenes de la figura 2.1, las flechas simples representan acelerómetros uniaxiales y las flechas triples, triaxiales.

Como se desprende de lo anterior, la respuesta dinámica de la estructura tiene un papel protagónico en la determinación del sitio de cada acelerómetro. Entonces, se debe buscar puntos en los que su variación sea la máxima posible con un número mínimo de instrumentos disponibles. Las formas modales del modelo analítico son una herramienta indispensable para ello, pues proporcionan una guía «gráfica» del comportamiento dinámico. Por ejemplo, hay estudios en los que la forma modal correspondiente al período fundamental es el único dato requerido. De acuerdo con Espinoza (1999), es conveniente colocar los acelerómetros a dos tercios de la altura en tales casos, porque el segundo modo se anula en tal posición. El mismo autor recomienda que se sitúen los acelerómetros a un tercio de la altura para captar los modos superiores, pues ahí se minimiza la influencia del modo fundamental.

Los criterios expuestos arriba se consideran básicos y son incluso intuitivos. La complejidad del problema de instrumentación lo ha convertido en una disciplina en sí misma, dentro de la cual se han desarrollado numerosas técnicas de mayor refinamiento y precisión que las que aquí se enumeran. Ejemplos de procedimientos más detallados son descritos por Heredia (1998) y Escobar y García (1997).

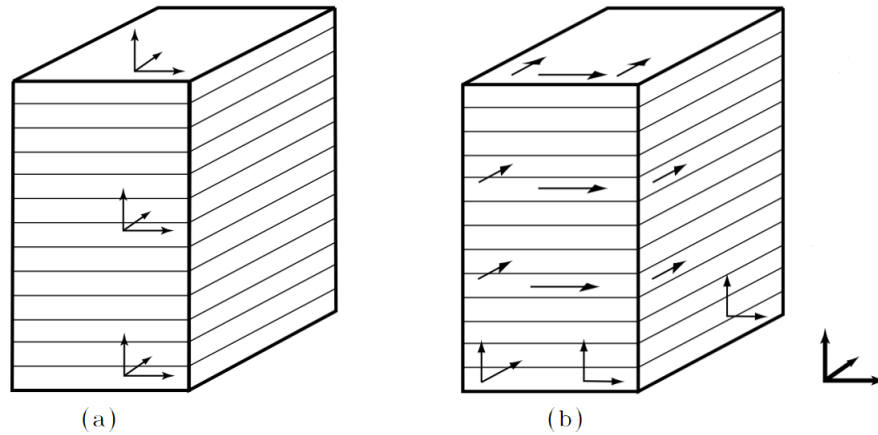


Figura 2.1: Tipos de instrumentación sísmica (Çelebi, 2000): (a) recomendación del UBC-1997; (b) caso «ideal».

2.1.3. Extracción de características

El tercer paso del proceso de SSE suele causar confusión por sus poco definidas fronteras dentro del ámbito de la ingeniería civil. El término proviene del campo de las ciencias de la computación, específicamente del área de aprendizaje de máquina. Debido a que dicho campo ha permeado en prácticamente todas las disciplinas científicas, es natural que cierta jerga, otrora exclusiva de él, ahora se use de manera extendida, si bien con algunas adaptaciones.

Por ejemplo, el vocablo *característica* (del inglés *feature*) es, de acuerdo con Guyon et al. (2006), «sinónimo de variable de entrada o atributo». En el entorno del aprendizaje de máquina, se refiere a las componentes de los vectores con la información inicial (también llamados *vectores patrón*, *muestras*, *ejemplos* o *instancias*; Nilsson, 1996). Entonces, «extraer características» de un sistema se refiere, en general, a *reconstruir* las condiciones iniciales del sistema.

Análogamente a la definición de daño, se pueden definir múltiples características dependiendo del ámbito en el que se trabaje. Por ejemplo, Farrar y Worden (2013) exponen el caso de un engrane al que se le da seguimiento: después de colocar un acelerómetro y recolectar suficientes pares de datos, se podría condensar la información en un espectro, del cual a su vez se extraerían las líneas espectrales de interés para determinar su estado de salud. Particularmente en ingeniería civil,

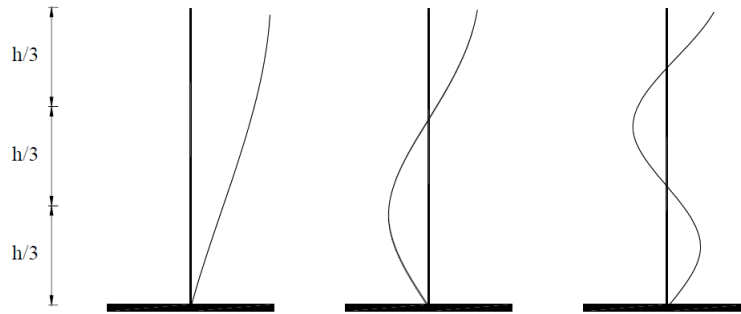


Figura 2.2: De izquierda a derecha: primer, segundo y tercer modos de vibración (Espinoza, 1999).

esta técnica es descrita por Loh et al. (2010) como «(...) el proceso de extracción de características a partir de vibraciones medidas», definición que es, curiosamente, una recurrencia como las empleadas en las ciencias de la computación.

Aunque sean metodologías estrechamente ligadas, no deben confundirse la extracción de características y la identificación de sistemas. La segunda, según Avilés (2001), «es la obtención de modelos dinámicos [y] ecuaciones para describir el comportamiento de un sistema a través del estudio de las señales de entrada y salida. Podría definirse entonces como el campo de construir modelos a partir de datos experimentales(...)». Se deduce entonces que la extracción de características es un «paso previo» o una herramienta importante en la identificación de sistemas.

Una buena parte de la literatura está dedicada a los métodos de detección de daño basados en vibraciones (Doebbling et al., 1998, Peeters et al., 2001, Rucka y Wilde, 2006). En correspondencia con este hecho, existen numerosos algoritmos de reconstrucción o extracción de características que utilizan como dato vibraciones experimentales medidas para obtener, por ejemplo, las propiedades dinámicas de un sistema estructural. Las matrices de rigideces y de masas suelen ser las características objetivo en estos métodos de recuperación. Es tan amplia su «demanda» para fines de SSE, que se ha propuesto una clasificación en métodos *directos* e *iterativos* (Henning, 1998).

Los primeros consisten en utilizar fórmulas obtenidas a partir de métodos matemáticos para determinar la propiedad dinámica deseada; las variables requeridas por dichas fórmulas son las matrices de rigidez y masa analíticas y las formas modales obtenidas experimentalmente. Ejemplos de este primer rubro son la fórmula de Baruch y Bar Itzhack (1978), derivada de la solución a un problema de optimización con los multiplicadores de Lagrange; el método de la mezcla de matrices, que supone

un conocimiento completo de las formas modales experimentales añadiendo las analíticas en los espacios faltantes; y el método de la matriz de error, que se sirve de la matriz de pseudoflexibilidad de la estructura estudiada y de una suposición de error mínimo entre el modelo analítico y experimental para obtener las matrices de masa y rigidez (Sidhu y Ewins, 1984). Como menciona (Henning, 1998), la efectividad de estos métodos disminuye cuando la calidad de los datos de entrada es baja, es decir, en presencia de ruido y de formas modales incompletas. Además, los patrones de conectividad se pierden en el proceso. Consúltese el trabajo hecho por Acevedo (2005) para un análisis detallado de este tipo de métodos.

Mientras que los métodos directos se formulan a partir de modelos globales (razón por la cual se obtienen matrices de masa y rigidez ensambladas), los métodos iterativos se centran en los elementos locales de un modelo de elementos finitos (EF). El proceso, en general, consiste en actualizar el modelo de EF del sistema en cuestión con información experimental para un grupo de parámetros de diseño (propiedades geométricas y materiales). Estos parámetros de diseño se agrupan en un vector, $\boldsymbol{\phi}$, y se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (Henning, 1998):

$$\mathbf{S} \cdot \Delta\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.1.1)$$

en el cual \mathbf{S} es una matriz de sensibilidad, $\Delta\boldsymbol{\phi}$ es el vector con los cambios en los parámetros de diseño y $\boldsymbol{\epsilon}$ es un vector que contiene la diferencia entre las propiedades dinámicas medidas y propuestas. El sistema se resuelve para $\Delta\boldsymbol{\phi}$ y se actualiza el modelo de EF hasta que $\boldsymbol{\epsilon}$ sea mínimo. Estos métodos son más complejos y detallados que los directos, pero tienen la ventaja de preservar los patrones de conectividad de las matrices ensambladas.

Finalmente, debe resaltarse que la extracción de características no detecta daño en la estructura: de lo que se encarga este proceso es de obtener la «materia prima» con la que trabajará el algoritmo de detección. Ciertamente es que los datos extraídos ya contienen información sobre la corrupción del sistema, pero todavía no son procesados.

2.1.4. Método de detección de daño

Aunque la literatura para este paso del proceso implica el uso de la estadística, la realidad es que muy pocos modelos hacen uso de ella (Sohn et al., 2004). Al

autor de esta tesis le parece más general y descriptivo el título *método de detección de daño*.

En algún punto de la infancia, todos los niños hacen un experimento con «tinta invisible», una preparación casera a base de limón o vinagre que es imperceptible en el papel hasta que se le aplica calor. Lo mismo sucede con el último paso del SSE: el daño permanece oculto dentro de las características recuperadas hasta que se aplica el método de detección de daño que lo revela.

Debido a la estrecha relación entre las frecuencias de vibración de una estructura con sus características y respuesta dinámicas, los algoritmos de detección más investigados en la actualidad son aquellos basados en vibraciones. Además, los avances en el desarrollo de sensores cada vez más sofisticados han coadyuvado a mejorar notablemente esta práctica, lo cual aumenta la confiabilidad en los resultados.

En la introducción se mencionaron tres clasificaciones existentes basadas en el tipo de modelo, los datos disponibles y el tipo de datos (características) empleados por el método. Doebling et al. (1998) presentan, en una revisión histórica hasta 1998, los principales grupos pertenecientes a esta última categoría, todos ellos relacionados con la medición de vibraciones en campo. En esta sección se hace una breve explicación de cada uno de ellos. Si bien los cinco grupos que se muestran forman una sólida base para comprender el último paso del SSE, no son una lista exhaustiva de todas las características que pueden ser empleadas. Para una lista más completa, consúltese Sohn et al. (2004).

Cambios en la frecuencia

De acuerdo con la teoría de la dinámica estructural, un cambio en cualquiera de las propiedades dinámicas (rigidez, masa, amortiguamiento) de una estructura modifica el valor de sus frecuencias. El recíproco también es válido: si dos frecuencias naturales pertenecientes al mismo sistema estructural en estados temporales distintos son diferentes, entonces alguna de sus propiedades dinámicas debe haber cambiado. Esta aproximación a la detección de daño es, quizá, la más antigua de todas.

La frecuencia tiene baja sensibilidad ante el daño: se requieren mediciones de extrema precisión o altas concentraciones de daño para que el cambio de propiedades dinámicas se vea reflejado en ella. Por estos mismos motivos, su uso se limita al

nivel uno en la escala de (Rytter, 1993). Es prácticamente inutilizable en estructuras civiles, pues las frecuencias medidas en campo, además de imprecisas, son limitadas; en todo caso, se requeriría un análisis de las frecuencias superiores para localizar el daño a nivel elemento, situación imposible con los instrumentos y las técnicas actuales. Sin embargo, en ambientes controlados y para estructuras de menor tamaño, el método resulta bastante práctico por su simplicidad, lo que vuelve su aplicación loable en un taller de aeronáutica o un fábrica de piezas mecánicas, por ejemplo.

Formas modales

Aunque derivadas de las frecuencias del sistema, las formas modales han demostrado ser una herramienta más eficaz que estas, sobre todo después del surgimiento del *criterio de correlación modal* (*MAC*, por sus siglas en inglés) a inicios de los años 80 (Allemang, 2003). Conceptualmente, se trata de un escalar que indica el grado de dependencia lineal que hay entre dos formas modales. A mayor «grado de dependencia», el escalar tiende a uno, y se acerca a cero en caso contrario. La ecuación es la siguiente:

$$MAC_{cd}^{(i)} = \frac{(\Phi_c^{i T} \Phi_d^{i T})^2}{\Phi_c^{i T} \Phi_c^i \Phi_d^{i T} \Phi_d^i} \quad (2.1.2)$$

En ella, Φ_c^i y Φ_d^i representan a la i -ésima forma modal de los estados c y d , respectivamente. Como se ve, se compara la misma forma modal para dos instantes de tiempo diferentes, pretendiendo encontrar su índice de «parecido» o «coincidencia». La fórmula incluso recuerda a la tradicional del álgebra lineal para encontrar la proyección de un vector sobre otro.

El *MAC* ha permitido el desarrollo de numerosas técnicas que comparan formas modales análogas entre dos estados de un sistema. La más famosa de ellas es, quizá, la primera que se implementó (Doebbling et al., 1998): West (1986) lo usó para determinar el daño en el mamparo del orbitador del transbordador espacial de la NASA sometido a carga acústica. Lo hizo mediante la «partición» de las formas modales de dicha sección de la nave y su comparación con el *MAC*.

Derivaciones de las formas modales

El desarrollo del cómputo científico durante la segunda mitad del siglo pasado incrementó la aplicabilidad de técnicas basadas en el análisis modal. Se descubrió que no solo las formas modales son útiles: también ciertas características derivadas de ellas, como la *curvatura* y la *energía de deformación modal*.

La primera se deriva del concepto similar en la mecánica de materiales, en donde la curvatura de una viga en un punto cualquiera x es función del momento en dicho punto y de sus propiedades mecánicas y geométricas, involucrados en términos del módulo de elasticidad del material y el momento de inercia; una mayor curvatura implica mayor daño. Pandey et al. (1991) propusieron emplear el mismo concepto en el «espacio modal», definiendo al daño como el cambio entre la curvatura de una forma modal entre un estado de referencia y un estado posterior. Calcularon la curvatura modal con la siguiente ecuación:

$$\kappa = \frac{\Phi_{j+1}^i - 2\Phi_j^i + \Phi_{j-1}^i}{l^2} \quad (2.1.3)$$

donde Φ_j^i es el j -ésimo grado de libertad de la i -ésima forma modal y l es la longitud de la viga. Este enfoque fue aprovechado por Dawari y Vesmawala (2013) para determinar daño en trabes de concreto reforzado.

La energía de deformación modal también se formula por analogía, esta vez con el análisis estructural, que cuantifica la energía producida por la deformación de una estructura mediante los desplazamientos y la matriz de rigideces de la misma. En el espacio modal, se reformula sustituyendo a dichos desplazamientos con las formas modales:

$$U_i = \frac{1}{2} \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i \quad (2.1.4)$$

De este concepto surgieron múltiples propuestas para identificar daño. Seyedpoor (2012), por ejemplo, lo combina con un método de optimización de enjambre de partículas para detectar daño en vigas y armaduras.

Flexibilidad

Algunos autores (Doebbling et al., 1998) señalan que la matriz de flexibilidades tiene mayor sensibilidad al daño por su relación inversa con los cuadrados de las frecuencias naturales: las frecuencias bajas se capturan con mayor facilidad que las altas. Sin embargo, las técnicas basadas en esta perspectiva enfrentan dificultades similares a los enfoques de rigidez, como las formas modales incompletas, el ruido instrumental y las restricciones de los algoritmos de reconstrucción.

Actualización de modelos

El principio subyacente en estos métodos de detección es bastante simple: se modifican las propiedades dinámicas de la estructura de tal suerte que la respuesta del modelo actualizado se aproxime lo suficiente a la del modelo experimental como para considerar que es representativo del mismo. La cuantificación de daño puede obtenerse de la comparación entre el modelo del estado de referencia y el modelo actualizado. Todo ello se logra mediante un problema de optimización restringido resuelto para un vector, conjunto o matriz que represente el daño. La mayoría de propuestas basadas en actualización de modelos siguen este esquema, con variaciones en la función objetivo manejada, las restricciones impuestas y el método numérico usado para resolver el problema.

Usualmente, los modelos se hacen mediante técnicas de elementos finitos. La naturaleza discretizada de dicha modelación permite a estos métodos alcanzar el nivel 3 de Rytter (1993), la cuantificación de daño. Paradójicamente, esta es también la mayor desventaja de estos modelos, pues requieren una calibración cuidadosa del modelo analítico y una fidelidad de datos de entrada alta, esto es, de características extraídas precisas.

2.2. Condensación estática

En los inicios del uso de la computadora como herramienta para labores de ingeniería, se buscaba con mayor ahínco la optimización de la memoria disponible para almacenar matrices. Con el fin de reducir el tamaño de la matriz de rigidez en cálculos de análisis estructural, Guyan (1964) desarrolló un método para obtener una *matriz de transformación* que, aplicada a la matriz de rigidez completa, genera

una matriz de rigidez reducida a los grados de libertad más representativos o dominantes. A continuación se reproduce su derivación (Sosa, 1998).

Sean \mathbf{F} el vector de fuerzas aplicadas al sistema estructural, \mathbf{K} la matriz de rigidez del mismo sistema y \mathbf{d} el vector de desplazamientos provocados por dichas fuerzas. Se puede expresar la relación entre ellos como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

en donde \mathbf{F}_1 y \mathbf{d}_1 son particiones de los vectores \mathbf{F} y \mathbf{d} con las fuerzas y desplazamientos de los grados de libertad dominantes, \mathbf{F}_2 y \mathbf{d}_2 las de los no dominantes y la matriz de rigidez \mathbf{K} se divide en cuatro submatrices siguiendo el mismo principio. Si las fuerzas \mathbf{F}_2 de los grados de libertad secundarios son lo suficientemente pequeñas como para ser despreciadas, entonces se pueden obtener los desplazamientos secundarios en función de los primarios:

$$\mathbf{d}_2 = -\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{d}_1 \quad (2.2.2)$$

Sustituir la ecuación 2.2.2 en la relación de fuerzas primarias de 2.2.1 lleva a

$$\mathbf{F}_1 = \bar{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{d}_1 \quad (2.2.3)$$

en donde $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21}$ es la matriz de rigidez *condensada* de la estructura.

Es conveniente obtener una matriz que, aplicada a \mathbf{K} , permita obtener su equivalente condensada. Para tal fin, se expresan los desplazamientos mediante la ecuación 2.2.2:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{d}_1 \quad (2.2.4)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad. La matriz que multiplica al vector \mathbf{d}_1 se designa, por comodidad, como \mathbf{T} , así que 2.2.4 se puede reescribir como:

$$\mathbf{d} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{d}_1 \quad (2.2.5)$$

Se procede a sustituir la ecuación 2.2.5 en el equilibrio estático expresado en 2.2.1:

$$\mathbf{F} = \mathbf{KT} \cdot \mathbf{d}_1 \quad (2.2.6)$$

Si se premultiplica la relación de arriba por la transpuesta de la matriz de transformación, se obtiene:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{T}^T \mathbf{KT} \cdot \mathbf{d}_1 \quad (2.2.7)$$

Al comparar 2.2.7 con 2.2.3, se ve que $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^T \mathbf{KT}$. El mismo resultado se obtiene si se desarrollan las relaciones matriciales de esta última expresión. Por lo tanto, \mathbf{T} está definida como

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

y es la matriz de transformación que se buscaba.

2.3. Reconstrucción de la matriz de rigidez

Una de las características extraídas con mayor frecuencia de los datos de vibración medidos es la matriz de rigidez. Para ello, tal y como se mencionó en la sección correspondiente, han surgido numerosos métodos. Uno de ellos, la ortogonalización pesada óptima de formas modales medidas, conocida comúnmente como *algoritmo de Baruch y Bar-Itzhack* ha ganado renombre por su relativa sencillez de aplicación.

Los autores de dicho método se basan en la solución a un problema de optimización: establecen que la distancia euclideana entre una matriz de rigidez analítica de un estado de referencia, \mathbf{K} , y la matriz de rigidez experimental de un estado posterior, \mathbf{K}_X , debía minimizarse (Baruch y Bar Itzhack, 1978):

$$\text{mín} \{ f_k = \|\mathbf{M}_a^{-1/2} \cdot (\mathbf{K}_X - \mathbf{K}_a) \cdot \mathbf{M}_a^{-1/2}\| \} \quad (2.3.1)$$

donde f_k es la función objetivo a minimizar; M_a y K_a son las matrices analíticas de masa y rigidez del estado de referencia; y K_X es la matriz de rigidez del estado posterior (experimental). El problema se restringe con las siguientes condiciones:

$$K_X \Phi_X - M_X \Phi_X \Omega_X^2 = 0 \quad \Phi_X^T K_X \Phi_X = \Omega_X^2 \quad K_X - K_X^T = 0 \quad (2.3.2)$$

donde Φ_X , Ω_X^2 y M_X son las matrices de formas modales, frecuencias cuadradas y masas del estado posterior. El conjunto 2.3.2 representa el problema de valores y vectores característicos, la normalización de la matriz de rigidez respecto a la matriz de frecuencias cuadradas y la simetría de dicha matriz de rigidez (Chopra, 2001).

Al resolver 2.3.1 mediante el teorema de Lagrange, los autores llegan a la siguiente expresión de aplicación directa:

$$K_X = K_a - K_a \Phi_X \Phi_X^T M_X - M_X \Phi_X \Phi_X^T K_a + M_X \Phi_X \cdot (\Phi_X^T K_a \Phi_X + \Omega_X^2) \cdot \Phi_X^T M_X \quad (2.3.3)$$

Si, como es usual, se supone que los cambios en la matriz de masas son despreciables de un estado a otro, M_X se vuelve M_a y 2.3.3 cambia a:

$$K_X = K_a - K_a \Phi_X \Phi_X^T M_a - M_a \Phi_X \Phi_X^T K_a + M_a \Phi_X \cdot (\Phi_X^T K_a \Phi_X + \Omega_X^2) \cdot \Phi_X^T M_a \quad (2.3.4)$$

Como se ve, la matriz de rigidez del estado posterior queda definida en función de las matrices de masa y rigidez del estado analítico y de la matriz de formas modales obtenida de vibraciones medidas.

Capítulo 3

Método de la Matriz de Transformación, MMT

El objeto de estudio de este trabajo es determinar las condiciones en las que el Método de la Matriz de Transformación (MMT) es resoluble. Dicho algoritmo encaja dentro del cuarto paso del proceso del SSE descrito en la sección anterior, específicamente en la categoría de la actualización de modelos.

Se presenta ahora una descripción detallada de este procedimiento que inicia con la definición de daño de la que se vale. Después de detallar sus pasos, se hace un breve recuento de las modificaciones que han sido propuestas para mejorar los resultados que produce.

En lo que sigue, se llamará *no dañado* al estado de referencia y *dañado* a un estado de tiempo posterior. Se hará referencia al estado de daño con el subíndice d en vectores o matrices; el estado no dañado no tendrá ningún indicativo adicional. La información obtenida de manera experimental se diferenciará del resto mediante el subíndice X , sea representada en forma de vector o de matriz. Análogamente, la información obtenida mediante el MMT se indicará con un subíndice C (*calculada*). Una barra encima de una matriz, por ejemplo \bar{K} , indica que esta está condensada mediante el método de Guyan (véase la section 2.2). El número de elementos que componen a un sistema estructural se denotará con m ; su número de grados de libertad, con D ; el número de grados de libertad remanentes después de una condensación estática, con N .

3.1. Definición de daño

El MMT fue desarrollado (Escobar et al., 2001) con el propósito de detectar daño en estructuras civiles modeladas mediante elementos finitos. Cada uno de los elementos que integran a un modelo ensamblado global aportan sus características para representar a la totalidad del problema. Una de dichas características es la rigidez, capacidad de los cuerpos para resistirse al desplazamiento.

La idea de que un cuerpo dañado tiene menor rigidez que uno íntegro es intuitiva. Baste pensar en un accióna común en la escuela o la oficina: para cortar un papel cuando no se tienen tijeras a la mano, se dobla en repetidas ocasiones sobre el vértice deseado, lo que causa que la «línea de falla» que se forma al rasgar el papel siga la trayectoria de debilidad que se ha generado. Se dice que, en dicho vértice, la rigidez se *degradó*. Esta es precisamente la idea que toma el MMT: el daño se expresa en términos de pérdida de rigidez. Esto concuerda con el cálculo teórico de dicha magnitud física, que en elementos sujetos a flexión, carga axial o cortante depende del módulo de elasticidad, el área transversal y el momento de inercia: una columna o trabe fisurada ha perdido área transversal e inercia, por lo tanto, rigidez.

Para representar esta pérdida en los modelos desarrollados, se define un *vector de daño*:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_m]^T \quad (3.1.1)$$

donde \mathbf{x} es un vector que contiene el porcentaje de degradación de rigidez para los m elementos estructurales que forman al sistema, expresados en las correspondientes x_i . Usando a \mathbf{x} , se puede definir un *vector de factores de daño* como sigue:

$$\mathbf{f} = \mathbf{1} - \mathbf{x} = [f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_m]^T \quad (3.1.2)$$

donde $\mathbf{1}$ es un vector de tamaño m formado por unos y \mathbf{f} es un vector que contiene los factores de daño que corresponden a cada elemento estructural.

Una vez calculados \mathbf{x} y \mathbf{f} , se pueden aplicar al elemento para obtener el estado dañado. Esto se hace multiplicando la matriz de rigidez del i -ésimo elemento, $K^{(i)}$,

por su respectivo factor de daño para obtener la matriz del mismo elemento en el estado de daño, $K_d^{(i)}$:

$$K_d^{(i)} = (1 - x_i) \cdot K^{(i)} = f_i \cdot K^{(i)} \quad (3.1.3)$$

3.2. Descripción del algoritmo

El algoritmo propuesto por Escobar et al. (2001) busca hacer una comparación del estado dañado obtenido experimentalmente con el de referencia. Se condensa sucesivamente la matriz de rigidez de referencia con la matriz de transformación del estado de daño, lo que actualiza el modelo de referencia. Cuando la matriz de rigidez calculada se aproxima lo suficiente a la experimental, se detiene el algoritmo y el vector de daño aplicado se supone como representativo del estado de la estructura. Para obtener dicho vector, se resuelve un sistema de ecuaciones que expresa a la diferencia de rigideces entre el estado dañado experimental y el calculado como una combinación lineal de las rigideces de cada elemento y las componentes del vector de daño. Este sistema es la función objetivo que se busca optimizar:

$$S_k \cdot \mathbf{x} = \bar{\mathbf{k}}_{dC} - \bar{\mathbf{k}}_{dX} \quad (3.2.1)$$

con la restricción

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (3.2.2)$$

que viene dada por la definición de daño en forma de porcentaje. Las ecuaciones 3.2.1 y 3.2.2 son la columna vertebral del método. La matriz S_k es particularmente importante para determinar las condiciones en las que el método converge a una solución correcta. Más adelante se especificará la naturaleza de su ensamblado.

Ahora se describen los pasos del método tradicional a partir de la formulación original de Escobar et al. (2001). El dato de entrada requerido es la matriz de

rigideces recuperada experimentalmente, $\bar{\mathbf{K}}_{dX}$:

$$\bar{\mathbf{K}}_{dX} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{dX_{11}} & \bar{k}_{dX_{12}} & \cdots & \bar{k}_{dX_{1N}} \\ \bar{k}_{dX_{21}} & \bar{k}_{dX_{22}} & \cdots & \bar{k}_{dX_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{k}_{dX_{N1}} & \bar{k}_{dX_{N2}} & \cdots & \bar{k}_{dX_{NN}} \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

Nótese que esta matriz se encuentra condensada. Además, se sabe de la teoría del elemento finito que es simétrica positiva (Zienkiewicz y Taylor, 2000). Se denotará con $\bar{\mathbf{k}}_{dX}$ a un vector con los términos del triángulo superior de la matriz, con la diagonal incluida. Se referirá a él con el nombre de *vector de términos independientes* de la matriz $\bar{\mathbf{K}}_{dX}$:

$$\bar{\mathbf{k}}_{dX} = [\bar{k}_{dx_{11}} \quad \bar{k}_{dx_{12}} \quad \cdots \quad \bar{k}_{dx_{1N}} \quad \bar{k}_{dx_{22}} \quad \bar{k}_{dx_{23}} \quad \cdots \quad \bar{k}_{dx_{2N}} \quad \cdots \quad \bar{k}_{dx_{NN}}]^T \quad (3.2.4)$$

Su dimensión es directamente dependiente de la dimensión de la matriz simétrica de la que proviene, y puede calcularse con la siguiente expresión:

$$n = \frac{N(N+1)}{2} \quad (3.2.5)$$

1. Matriz de rigideces del estado no dañado

El primer paso es la elaboración del modelo analítico del estado de referencia del cual se utilizará la matriz de rigidez global ensamblada, \mathbf{K} . El método de rigidez directo es la herramienta usual para esta tarea: la matriz global es el resultado de la contribución de la rigidez de cada uno de los elementos del sistema estructural, lo cual puede interpretarse como

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \mathbf{K}^{(i)} \quad (3.2.6)$$

siendo \mathbf{K} , por lo tanto, de orden $D \times D$.

2. Inicialización del vector de daño

Se asigna un valor inicial al vector de daño \mathbf{x} , generalmente el vector $\mathbf{0}$; su dimensión es m .

3. Matriz de rigideces del estado dañado

Empleando el mismo principio que para el estado no dañado, se ensambla la matriz de rigideces del estado dañado, esta vez mediante el producto de la matriz de rigidez de cada elemento y el correspondiente factor de daño:

$$K_{dC} = \sum_{i=1}^m f_i \cdot K^{(i)} \quad (3.2.7)$$

Si en la primera iteración se definió a \mathbf{x} como $\mathbf{0}$, la matriz K_{dC} coincide con K . La dimensión de K_{dC} es $D \times D$.

4. Matriz de transformación

Se calcula la matriz de transformación para la matriz de rigidez del estado dañado calculado en cada iteración, K_{dC} (véase la sección 2.2):

$$T_{dC} = \begin{bmatrix} [I] \\ [-K_{dC}^{-1} \quad BB] \quad [K_{dC} \quad BA] \end{bmatrix} \quad (3.2.8)$$

La matriz T_{dC} tiene dimensión $D \times N$.

5. Condensación estática

Una vez calculada la matriz, se procede a condensar estáticamente la matriz de rigidez **del estado de referencia** de la estructura, K :

$$\overline{K}_{dC} = T_{dC}^T K T_{dC} \quad (3.2.9)$$

La dimensión de $\bar{\mathbf{K}}_{dC}$ es $N \times N$.

Se hace hincapié en que se emplea la matriz de transformación calculada a partir del estado **dañado** para condensar a la matriz de rigidez **no dañada**. Por lo tanto, \mathbf{T}_{dC} cambia en cada iteración, mientras que \mathbf{K} permanece constante. Es en este punto del ciclo en el que el modelo se actualiza con «tentativas» de daño.

En este paso también se extrae de la matriz condensada $\bar{\mathbf{K}}_{dC}$ un vector de términos independientes, $\bar{\mathbf{k}}_{dC}$, de manera análoga al que se extrajo de la matriz recuperada experimentalmente.

6. Ensamble de la matriz \mathbf{S}_k

Se mencionó antes que esta matriz, de gran relevancia en el algoritmo, relaciona al vector de daño que se busca con la diferencia de rigidez entre el estado de daño experimental y el calculado. Como primer paso, se usa la matriz de transformación calculada en el paso cuatro, \mathbf{T}_{dC} , para condensar estáticamente la matriz de rigidez en coordenadas globales de cada elemento:

$$\bar{\mathbf{K}}_{dC}^{(i)} = \mathbf{T}_{dC}^T \mathbf{K}^{(i)} \mathbf{T}_{dC} \quad (3.2.10)$$

Después, se extraen los vectores de términos independientes de cada una de estas matrices condensadas y se colocan como columnas en la matriz \mathbf{S}_k .

Formalmente, se expresa como sigue: sea $\bar{\mathbf{k}}_{dC}^{(i)}$ el vector de términos independientes de la matriz de rigidez condensada, $\bar{\mathbf{K}}_{dC}^{(i)}$, del i -ésimo elemento de una estructura. La matriz \mathbf{S}_k de dicha estructura se define como:

$$\mathbf{S}_k = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \bar{\mathbf{k}}_{dC}^{(1)} & \vdots & \cdots & \vdots & \bar{\mathbf{k}}_{dC}^{(i)} & \vdots & \cdots & \vdots & \bar{\mathbf{k}}_{dC}^{(m)} \end{array} \right] \quad (3.2.11)$$

de donde se desprende que su dimensión es $n \times m$.

7. Solución para \mathbf{x}

El sistema de ecuaciones fundamental 3.2.1 puede resolverse, pues $\bar{\mathbf{k}}_{dC}$ se obtuvo en el paso cinco, y $\bar{\mathbf{k}}_{dX}$ es un valor de entrada. Siendo la matriz \mathbf{S}_k rectangular,

no puede procederse con las técnicas comunes, como la eliminación de Gauss o el cálculo de la inversa. Este problema se analizará con mayor detenimiento más adelante, baste ahora con decir que los procedimientos usuales para resolver sistemas rectangulares están basados en aproximaciones por mínimos cuadrados (Kahaner et al., 1989). Sea cual sea el método de solución empleado, el producto final de este paso es un vector de daño aproximado \mathbf{x} . Recuérdese aplicar las restricciones establecidas en 3.2.2.

Al finalizar este paso, se regresa al paso tres, en el que se aproxima una nueva matriz de rigidez del estado de daño empleando el vector \mathbf{x} que se acaba de obtener. Se repiten los pasos tres a siete en un esquema iterativo hasta que se alcanza un número de iteraciones predefinido o la diferencia entre $\bar{\mathbf{k}}_{dC}$ y $\bar{\mathbf{k}}_{dX}$ es menor que una tolerancia establecida. En esta tesis, se optó por la primera condición. El algoritmo suele converger a la solución correcta en menos de cinco iteraciones cuando el problema está bien condicionado.

Mal comportamiento

Como se mencionó antes, se ha identificado que el MMT presenta «mal comportamiento» para estructuras con mayor número de crujías que de niveles: los porcentajes de daño detectados tienden a tener índices de error mucho mayores que los de estructuras con más niveles que claros (Salmerón y Escobar, 2017).

En la siguiente sección se analiza a detalle la formulación de la ecuación fundamental del MMT con el propósito de establecer, con formalidad matemática, el motivo de dicho comportamiento.

La matriz *pseudoinversa*

Se describió, en el paso seis del algoritmo, la formación de una matriz rectangular S_k , que representa un sistema de ecuaciones con diferente número de incógnitas y de ecuaciones. Estos sistemas no tienen solución exacta, por lo que se recurre a diversas técnicas matemáticas para aproximar una respuesta. La inversa generalizada Moore-Penrose es una de dichas técnicas. La también llamada *pseudoinversa* de una matriz A puede definirse en términos de su descomposición en valores singulares como:

$$A^\dagger = V\Sigma U^T \quad (3.2.12)$$

Como muestra Watkins (2004), el uso de la pseudoinversa para resolver sistemas de ecuaciones sobre o subdeterminados produce exactamente los mismos resultados que la aproximación por mínimos cuadrados con solución de norma mínima. Por ende, pueden utilizarse indistintamente. e usó un algoritmo de cálculo rápido de la pseudoinversa propuesto por Courrieu (2005) para Matlab; se programó una adaptación para Fortran.

3.3. Análisis del MMT

Se presenta un análisis de la ecuación fundamental del MMT con el propósito de establecer formalmente la causa de su mal comportamiento para ciertas estructuras. El análisis se sustenta en la solución del sistema mediante la aproximación por mínimos cuadrados.

Sean n el número de términos independientes en la matriz de rigidez global condensada de un elemento y m el número de elementos estructurales en un marco plano. De la descripción dada en el capítulo anterior, se sigue que $S_k \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Se puede definir la descomposición en valores singulares (DVS) de S_k como $S_k = U\Sigma V^T$, donde $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices ortogonales y $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ es una matriz de «escalamiento» con forma

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & & & \\ & \sigma_2 & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & \sigma_r & & & \\ & & & & 0 & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

cuyos términos son los *valores singulares* de la matriz S_k , tales que $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_r < 0$. El escalar r es el rango de S_k .

Ahora, sean $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ y $\bar{\mathbf{k}}_{dC}, \bar{\mathbf{k}}_{dX} \in \mathbb{R}^n$. Si se define un vector que represente la diferencia entre estos dos últimos como

$$\tilde{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{k}}_{dC} - \bar{\mathbf{k}}_{dX} \quad (3.3.2)$$

se puede reescribir la ecuación fundamental 3.2.1:

$$S_k \cdot \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{k}} \quad (3.3.3)$$

El término del lado derecho de la ecuación 3.3.3 es la diferencia que existe entre el estado de daño experimental y el estado de daño que se calcula y actualiza con cada iteración con el propósito de que iguale al experimental. Para encontrar la solución, se puede minimizar la norma de la diferencia entre los dos lados de la ecuación:

$$\|\tilde{\mathbf{k}} - S_k \cdot \mathbf{x}\|^2 = 0 \quad (3.3.4)$$

El operador $\|\cdot\|$ es la norma euclídeana para un espacio n -dimensional.

Si se hacen dos nuevas definiciones adicionales, $\mathbf{c} = U^T \cdot \tilde{\mathbf{k}}$ y $\mathbf{y} = V^T \cdot \mathbf{x}$, podemos expresar la ecuación 3.3.4 como

$$\|\mathbf{c} - \Sigma \cdot \mathbf{y}\|^2 = 0 \quad (3.3.5)$$

lo cual es posible gracias a la propiedad de ortogonalidad de las matrices U y V , pues rotan los vectores a los que son aplicados sin modificar su norma.

Defínanse dos vectores más, $\hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^r$. Entonces, los vectores \mathbf{c} y \mathbf{y} pueden representarse en forma particionada:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{c}} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (3.3.6)$$

donde $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n-r}$ y $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{m-r}$.

Con estas definiciones, el problema de minimización puede replantearse en términos del rango de la matriz, incluso sin hacer suposiciones sobre su magnitud respecto a la de m y n :

$$\left\| \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{c}} - \hat{\Sigma} \cdot \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{d} \end{pmatrix} \right\|^2 = 0 \quad (3.3.7)$$

El vector \mathbf{z} «desaparece» porque no alcanza a ser multiplicado por ninguno de los valores singulares contenidos en Σ .

Se recuerda ahora la naturaleza del ensamble de S_k : como se estableció antes, sus columnas son los vectores de términos independientes de la matriz de rigidez global de cada elemento. Dos elementos pueden tener las mismas características físicas, resultando en la misma matriz de rigidez a nivel local, pero la conectividad de la estructura garantiza que cada uno de ellos ocupe una posición única en el plano, por lo que su correspondiente matriz ensamblada global es independiente de otras. Por lo tanto, S_k será considerada de rango completo, suponiendo también que no existen errores computacionales de redondeo. Lo anterior implica que $r = \min \{n, m\}$.

La expresión principal del problema (3.3.7) tiene dos casos. El *sobredeterminado* ocurre cuando $n \geq m$ (la igualdad incluye el caso crítico, el determinado) y el *subdeterminado* tiene lugar cuando $n < m$.

Cuando el sistema es sobredeterminado, r es igual a m , y el vector \mathbf{y} puede expresarse únicamente como $\hat{\mathbf{y}}$, pues \mathbf{z} no es necesario, la dimensión se reduce a m . Entonces, la matriz Σ alberga m valores singulares y adopta la forma

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (3.3.8)$$

donde \mathbf{O} es la matriz cero. Todo el vector \mathbf{c} , incluyendo la partición del vector \mathbf{d} , se toma en cuenta para el cálculo de la respuesta. Nótese que \mathbf{c} viene de la transformación ortogonal de $\hat{\mathbf{k}}$, así que su uso representa «más información» disponible para el sistema. Existe una solución única, que es la mejor aproximación al estado de daño.

La situación contraria ocurre cuando $n < m$. El vector \mathbf{y} permanece igual, pero ahora la subpartición \mathbf{d} desaparece de \mathbf{c} como consecuencia de la igualdad entre n y r . La forma de la matriz Σ es ahora

$$\Sigma = [\hat{\Sigma} \quad \mathbf{O}] \quad (3.3.9)$$

Únicamente la parte $\hat{\mathbf{c}}$ del vector \mathbf{c} se considera en la solución, reduciendo la cantidad de información que se aporta al sistema de ecuaciones. Además, en este caso el vector \mathbf{z} debe proponerse. Dado que no hay condiciones adicionales en

el problema que puedan proveer información para elegir una \mathbf{z} racionalmente, cualquiera que sea la elección introducirá error en la respuesta. Normalmente, se elige al vector cero, lo que conduce a la llamada «solución de norma mínima». Aunque el algoritmo converge a una solución \mathbf{x} , esta, en general, no coincide con el estado de daño que se busca.

3.4. Soluciones existentes

Se enumeran a continuación algunas propuestas de solución al problema de sub-determinación descrito arriba.

3.4.1. Daño simétrico

Los autores del método original consideran que si un edificio se diseña de manera simétrica, podía concluirse que el daño también lo sería (Escobar et al., 2001). Aprovechando esta hipótesis, analizaron uno de los marcos de un edificio de concreto reforzado dañado por el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México. La estructura contaba con cuatro crujías de nueve metros y diez pisos de 3.75 metros en promedio, además de dos sótanos de 3.32 metros cada uno.

Escobar et al. (2001) construyeron un modelo analítico del edificio, al cual sometieron a un análisis no lineal paso a paso. La excitación sísmica usada fue el acelerograma del sismo mencionado captado en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, dirección E-W. Calibraron el modelo para que el período coincidiese con el medido en campo, usaron su matriz de rigidez como matriz experimental. Una vez determinada esta última, se procedió a determinar el daño con el MMT.

En condiciones de información modal completa y sin ruido instrumental, el algoritmo fue capaz de identificar correctamente los elementos dañados (se compararon los resultados con una inspección física hecha para el edificio). La introducción de ruido instrumental no varió significativamente los resultados. Por otra parte, se demostró la necesidad de, al menos, el 80% de las formas modales para tener resultados confiables en el nivel de localización.

Pese a los buenos resultados, esta alternativa de solución tiene la desventaja de ser aplicable únicamente en estructuras diseñadas simétricamente. Además, las

incertidumbres propias del proceso constructivo y la aleatoriedad de los eventos sísmicos no garantizan que los elementos se dañarán con simetría.

3.4.2. Factorización de elementos semejantes

Fierro (2002) identificó que el problema residía en el número de ecuaciones e incógnitas en la matriz S_k . Sin embargo, terminó atribuyendo la ineficacia del método a un mal condicionamiento en dicha matriz, situación que no es exclusiva de problemas subdeterminados y que es más bien una cuestión computacional (Kahaner et al., 1989).

Pese al ligero desvío en las causas, proporciona una solución correcta para el problema: reducir la cantidad de incógnitas en el sistema mediante una factorización de elementos semejantes. Su propuesta consiste en dar por hecho que elementos con las mismas propiedades geométricas y materiales deberán recibir la misma cantidad de daño. Así, propone la siguiente expresión para sustituir a 3.2.7:

$$K_d = \sum_{g=1}^{N_g} f_g \cdot K^{(g)} \quad (3.4.1)$$

donde f_g y $K^{(g)}$ representan el parámetro de daño y la aportación de rigidez al g -ésimo grupo, respectivamente, y N_g es el número de grupos en los que se ha subdividido la estructura.

Al igual que la primera propuesta, esta idea enfrenta las limitaciones de la incertidumbre constructiva y los diseños asimétricos.

3.4.3. Eliminación de elementos inspeccionados *a priori*

Después de un sismo, lo más común es que los edificios se inspeccionen físicamente. Un equipo de especialistas en ingeniería estructural los evalúa y emite una opinión sobre su situación basados en su conocimiento y experiencia. La propuesta que hace Guerrero (2007) se basa en estos protocolos, aprovechando la información adicional que una revisión física proporciona. Así, propone eliminar de la matriz S_k las columnas de los elementos que la revisión visual cataloga como no dañados. Además, sugiere continuar eliminando columnas si se observa que el

daño correspondiente a sus elementos va convergiendo a cero en cada iteración. Matemáticamente, esto representa una reducción en el número de incógnitas del sistema, transformándolo en uno determinado o sobredeterminado.

La única desventaja de esta propuesta es que requiere una evaluación «humana», volviéndose dependiente entonces de la experiencia del revisor e introduciendo subjetividad al estudio.

Capítulo 4

MMT para condiciones de asimetría

Habiendo discutido tanto el MMT tradicional como las modificaciones que se le realizaron para mejorar su comportamiento frente a estructuras limitadas por matrices S_k subdeterminadas, se propone un nuevo método que no depende de valoraciones subjetivas ni suposiciones sobre el comportamiento de los materiales. Primero, se presenta la metodología que se sigue en campo para aplicar los pasos tres y cuatro del proceso del SSE. Después, se describe una metodología analítica con la que se simulará dicho proceso. La simulación incluye condiciones *ideales* y *no ideales*, considerándose estas últimas aquellas en las que intervienen el ruido instrumental y la información modal incompleta.

Como el propósito de esta tesis es evaluar un método de detección de daño, el MMT, únicamente se estudiarán los pasos tres y cuatro del SSE, por lo que se supone que la evaluación operativa y la instrumentación de la estructura han sido dados previamente. Las incertidumbres provenientes de la instrumentación se simulan mediante un factor de ruido (Sohn y Law, 1997) e incompletitud de formas modales (Escobar et al., 2006).

En las siguientes secciones, se plantea el algoritmo propuesto y se hace su correspondiente formulación.

4.1. Metodología

La definición de tantos «estados» y la abundante terminología introducida para describir tanto el SSE como el MMT pueden causar confusión sobre el orden en el que deben desarrollarse estas técnicas. En la presente sección se busca unificar y consolidar los conceptos previamente expuestos, así como describir la metodología que se sigue en campo y la que se empleará para simularla analíticamente.

4.1.1. Definición de los estados de la estructura

Antes de proceder con la descripción de las metodologías, se considera conveniente esclarecer los conceptos referentes al estado de la estructura. Ya se mencionó en otra sección que la generalización de «estado no dañado» es «estado de referencia». Para definirse como tal, hay dos requisitos: deben conocerse sus características estructurales y debe ser anterior, en términos temporales, al estado del cual se quiere determinar la situación de daño. El «estado dañado» es, entonces, un estado posterior al de referencia que ha sufrido degradación de propiedades, las cuales no son conocidas y se determinarán mediante el proceso de extracción de características correspondiente, para después obtener el estado de daño a través del método de detección apropiado.

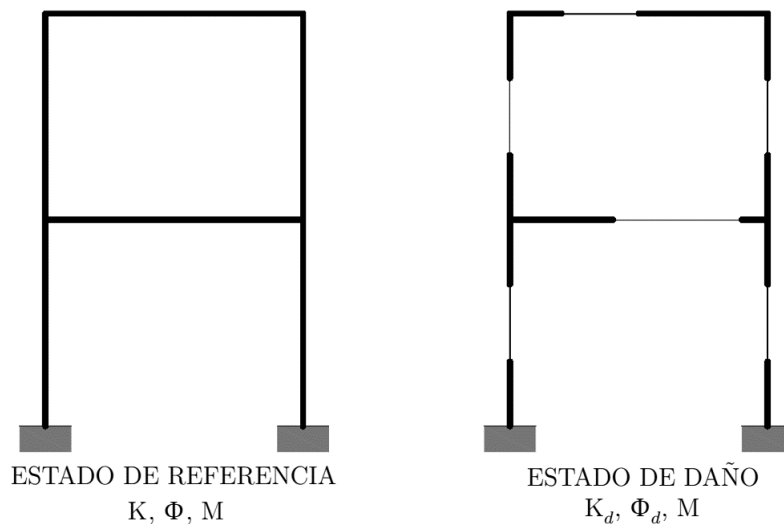


Figura 4.1: Estados de la estructura con sus respectivas propiedades físicas.

En la figura 4.1 se muestran ambos. Siendo consistentes con la definición de

daño hecha para el MMT antes (degradación de rigidez), se muestra el estado de daño con elementos que han perdido área transversal. Se respetan las reglas de notación propuestas antes, indicando las variables pertenecientes al estado de daño con el subíndice d y sin anotaciones adicionales para las del estado de referencia. Las variables K , Φ y M son conocidas; se busca determinar el valor de K_d y Φ_d , particularmente del vector \mathbf{x} que las modifica. Se resalta que la matriz de inercias o masas, M , tiene mínimas variaciones de un estado a otro, por lo que se supone constante en el tiempo.

4.1.2. Proceso del SSE en campo

Definidos los estados temporales que se trabajarán, puede iniciarse el análisis de daño. Supóngase que, después de evaluar operativamente e instrumentar, se ha recopilado una base de datos con registros de aceleraciones de la estructura: dado que los métodos de extracción y detección que se emplearán están basados en vibraciones, se deben transformar dichos registros de aceleración del dominio del tiempo al de la frecuencia. Sin embargo, debe recordarse que la fórmula de Baruch requiere como dato de entrada la matriz de formas modales. El cambio de frecuencias a modos de vibrar se logra mediante uno de varios procesos de identificación de sistemas desarrollados para este fin. Entre los más socorridos, se pueden citar al Análisis Espectral Convencional (AEC) y la Descomposición en el Dominio de la Frecuencia (DDF) (Brincker et al., 2000). Ambos toman como dato de entrada un registro de respuesta de la estructura (en este caso, aceleración) en el dominio del tiempo y brindan como dato de salida las formas modales de la misma. Los detalles de estas dos técnicas quedan fuera del alcance de este trabajo, por lo que se tratarán como una «caja negra» (para una explicación sintetizada de su funcionamiento, véase Rodríguez, 2007). Después de obtener los modos de vibrar de la estructura, se reconstruye su matriz de rigidez con la fórmula de Baruch, alimentada también por las características físicas del estado de referencia. Con ella, se puede arrancar el MMT.

El proceso descrito anteriormente se sintetiza en la figura 4.2. La primera imagen representa a una estructura dañada e instrumentada con acelerómetros. Debajo de ella, se muestran sus funciones de respuesta en el dominio del tiempo y de la frecuencia. El AEC o el DDF permiten transitar a los modos de vibrar que aparecen en la segunda imagen, expresados en la matriz de formas modales medida en campo del estado de daño. Después, la fórmula de Baruch proporciona una reconstrucción de la matriz de rigidez basada en las formas modales de campo y las propiedades físicas del estado de referencia. Finalmente, se determina la

existencia, localización y magnitud de daño que albergan los elementos mediante el MMT, para el cual también se requieren los datos del estado de referencia.

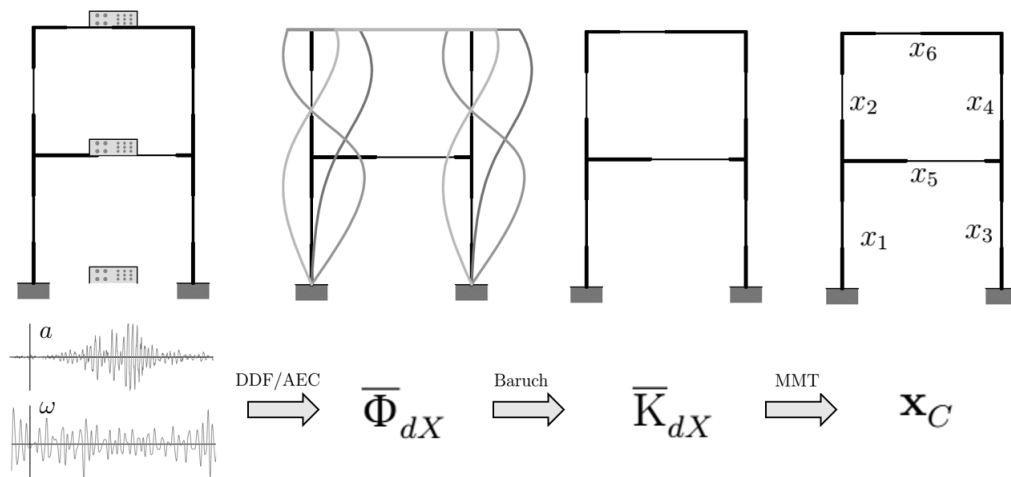


Figura 4.2: Proceso de detección de daño.

4.1.3. Proceso del SSE analítico

El desarrollo descrito arriba es el que se sigue para determinar las condiciones de una estructura a partir de mediciones en campo. Sin embargo, en esta tesis no se harán mediciones de campo ni experimentales: se optará por simularlas. Por lo tanto, el estado de daño descrito antes se clasificará en dos: el *simulado* y el *calculado*. El primero comprenderá todas las variables derivadas o afectadas directamente por un vector de daño propuesto, al que se denominará \mathbf{x}_S ; este es el daño «real» o de control. El segundo estará integrado por todas las variables y expresiones derivadas de un vector de daño calculado mediante el MMT, \mathbf{x}_C ; se busca que este estado de daño se aproxime al simulado. Como ya se estableció en el capítulo 3, los subíndices de las variables del estado simulado afectado por ruido o información modal incompleta serán dX ; los de las variables del estado de daño calculado serán dC . El subíndice S indicará una variable simulada cuyo valor es, por lo tanto, conocido. En la figura Figure 4.3 se condensan estas definiciones.

Para simular un estado dañado, se deben determinar, en primer lugar, las propiedades físicas de la estructura en estado no dañado y definir un vector de daño simulado arbitrario, \mathbf{x}_S . Las propiedades del estado íntegro se afectan por este último

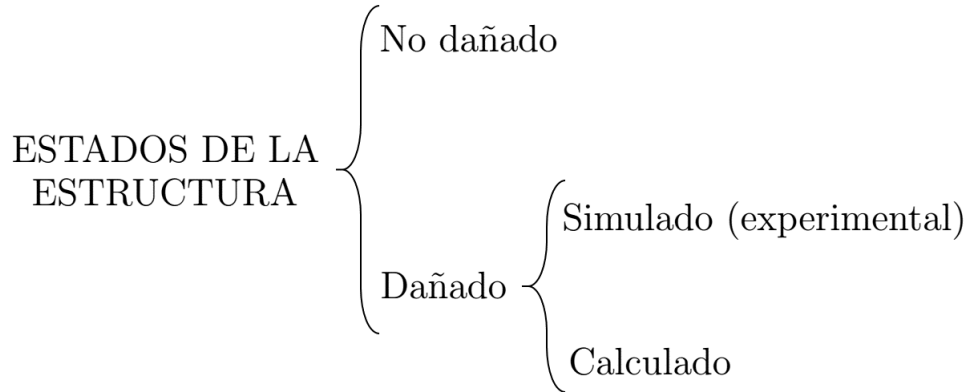


Figura 4.3: Clasificación de los estados de la estructura.

vector, originando así un estado de daño simulado conocido. Para simular el ruido instrumental que afecta a todo acelerómetro, se multiplican las formas modales sin daño por un factor R , cuya definición matemática se hará más adelante. Además, se eliminan columnas de la matriz de modos para emular información modal incompleta (IMI). De la información experimental simulada (es decir, la afectada por ruido e incompletitud), se extrae la matriz de rigidez que se usará para calcular el estado de daño con el MMT. En la figura 4.4 se resume el proceso de simulación y detección.

La matriz de rigidez del estado no dañado, K , se degrada durante el proceso de ensamblaje multiplicando la matriz de rigidez de cada elemento por su respectiva componente del vector de daño simulado \mathbf{x}_S , y se condensa para obtener \bar{K}_{dS} . Nótese que el vector de daño simulado no afecta a la matriz de masas: en la segunda etapa, ésta no cuenta con subíndice de daño, solamente fue «condensada»; aquí se empleará la matriz de masa concentrada, que es diagonal (Chopra, 2001)). La matriz de modos con daño simulado, $\bar{\Phi}_{dS}$, se obtiene mediante un análisis modal (AM) en el que se resuelve el problema de valores característicos para \bar{K}_{dS} y \bar{M} :

$$[\bar{K}_{dS} - \omega_i^2 \bar{M}] \Phi_{dS}^i = \mathbf{0} \quad (4.1.1)$$

donde ω_i^2 es la i -ésima frecuencia natural de vibración al cuadrado del sistema estructural y Φ_{dS}^i es su forma modal. Se obtienen así N vectores característicos,

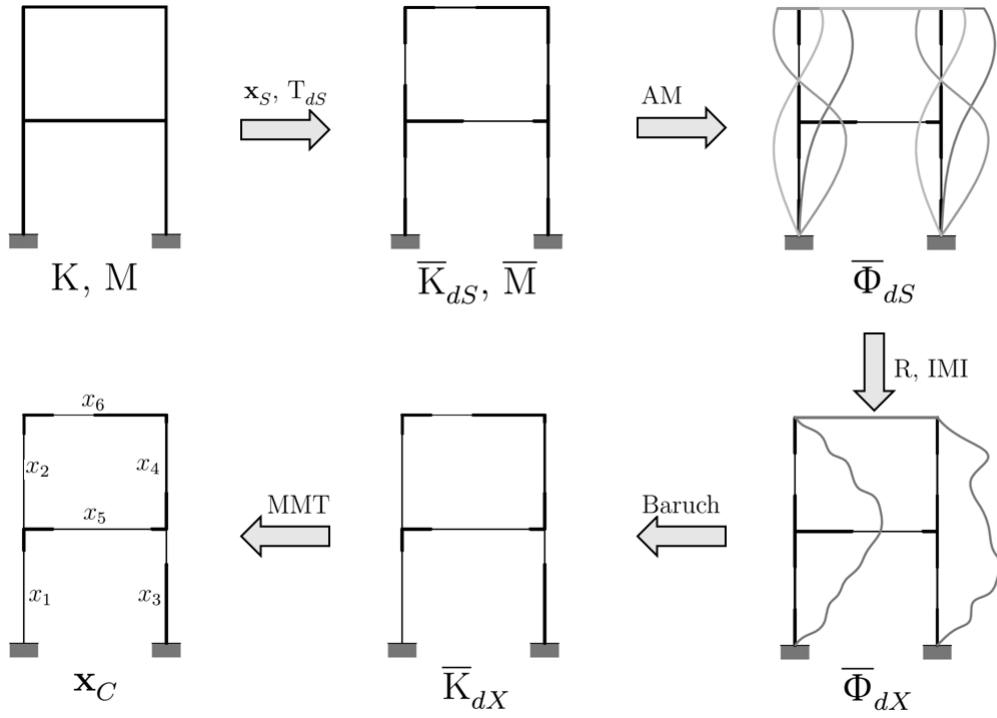


Figura 4.4: Proceso de simulación de daño y detección del mismo.

uno por cada grado de libertad restante después de la condensación que integrarán la matriz de modos con daño simulado, $\bar{\Phi}_{dS}$.

El estado simulado corrompido por ruido e IMI de la matriz de modos se genera multiplicando por un factor de ruido (Sohn y Law, 1997):

$$\bar{\Phi}_{dX} = R \cdot \bar{\Phi}_{dS} \quad (4.1.2)$$

en donde el factor de ruido, R , se define:

$$R = \left(1 + \frac{N_L}{100} R_{nd} \right) \quad (4.1.3)$$

donde el escalar N_L es el nivel de ruido en porcentaje y R_{nd} es un número aleatorio normalmente distribuido con media cero y varianza uno. Finalmente, se truncan ciertas columnas de la matriz de modos del estado de daño simulado para representar la información modal incompleta (Escobar et al., 2006).

Con la generación de $\bar{\Phi}_{dX}$ termina la etapa de simulación y puede comenzarse

la extracción de características. Se operan esta última matriz y las necesarias del estado no dañado en la ecuación de Baruch y Bar Itzhack para reconstruir la matriz de rigidez, que contendrá necesariamente tanto el estado de daño que se simuló como los vicios por ruido e IMI que se introdujeron en el sistema. Por lo tanto, dicha matriz es simulada y afectada con ruido e IMI, así que se escribe como \bar{K}_{dX} .

Por último, se ejecuta el algoritmo del MMT para determinar el factor de daño, x_i , que afecta a cada elemento estructural. En general, solo podrá obtenerse una aproximación a los valores simulados. Esto se debe, primero, a la naturaleza de la solución de S_k , que está basada en mínimos cuadrados o problemas de optimización, si bien se busca que estas soluciones sean únicas; y segundo, por la inevitable presencia de ruido y la IMI de los datos de entrada. El objetivo es, entonces, emplear el MMT de tal forma que sus resultados se acerquen lo máximo posible a la realidad.

4.2. Algoritmo propuesto

En la práctica de la ingeniería civil se suele abordar el problema dinámico en edificios tratándolo como un oscilador con múltiples grados de libertad. Así, un complejo sistema estructural queda reducido a otro equivalente compuesto de masas y resortes. Lo más común es tratar a cada piso como un solo grado de libertad, independientemente del número de crujías que tenga. Esto se deriva de la relativamente alta rigidez axial que tienen las losas, pues permite suponer que el desplazamiento de todos sus puntos será igual entre ellos.

En la figura 4.5, se muestra un edificio de cuatro pisos con sistema de losa rígida con su respectivo modelo discretizado, cada flecha representa un grado de libertad. El oscilador correspondiente tiene, como se aprecia, cuatro masas. Esta consideración de piso rígido implica una condensación de la matriz de rigideces de la estructura únicamente a sus grados de libertad laterales.

Supóngase que el edificio de la figura 4.5 se someterá a un estudio de detección de daño empleando el MMT. El número de elementos, m , es 36; el número de grados de libertad después de condensar, N , siguiendo el patrón descrito párrafos arriba, es 4, uno por piso. Empleando la ecuación 3.2.5, se tiene que el número de términos independientes, n , en la matriz de rigidez condensada es, entonces, 10. Por lo tanto, la matriz S_k tiene diez filas y 36 columnas: es subdeterminada.

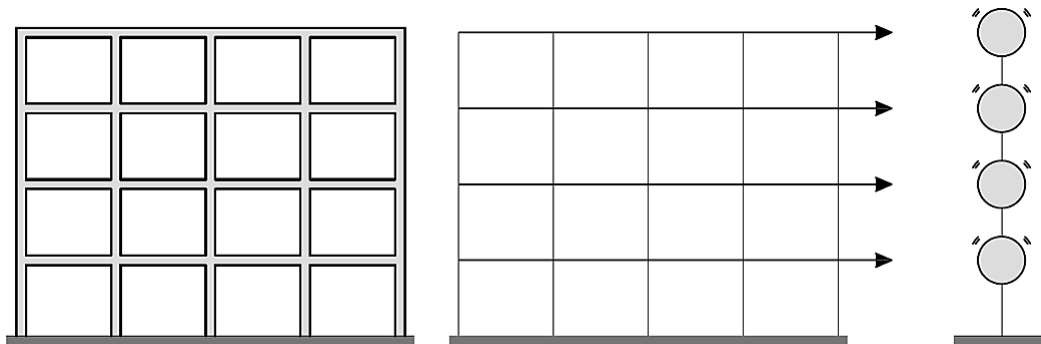


Figura 4.5: Idealización de un sistema estructural con un grado de libertad por piso: (a) Croquis de edificio a analizar, (b) modelo de edificio discretizado, (c) oscilador equivalente.

Se creería que esta situación acontece únicamente en edificios bajos, pero si se hacen algunos cálculos para edificios con diferente número de pisos y crujiás, se ve que es bastante común. De hecho, la mayoría de los edificios presentan sistemas S_k subdeterminados. Por ejemplo, para que un edificio con dos crujiás y configuración de marco tenga un sistema determinado, requeriría nueve pisos; uno de tres crujiás, trece pisos; uno de cuatro crujiás, 17 pisos; uno de cinco crujiás, 21 pisos... el patrón es claro en este punto. Por lo tanto, la mayoría de las edificaciones convencionales que existen y que cumplen con las justificaciones económicas y de seguridad para ser instrumentadas quedarían descartadas para un análisis de daño con el MMT original.

Un método de detección de daño no persigue el mismo objetivo que uno de análisis estructural. En ambos el modelado de la estructura analizada es de suma importancia, pero la función que cumplen es diferente. El primero, como se ha mencionado, pretende determinar la existencia, localización y cantidad de daño que tiene un sistema estructural; el segundo busca determinar las fuerzas internas y los desplazamientos que tiene una estructura sometida a cierto sistema de cargas. Aprovechando que en el algoritmo de detección de daño no influyen dichas respuestas, se propone ampliar el número de grados de libertad por piso colocando uno por crujiá. Esto representa, numéricamente, un incremento en las dimensiones de la matriz de rigidez condensada y, por lo tanto, de su número de términos independientes, n . En la figura 4.6 se muestra esta propuesta aplicada al edificio anteriormente descrito.

En el modelo discretizado, el número de elementos permanece constante, 36; y N es ahora 20, pues hay un grado de libertad por nodo. Usando de nuevo la ecuación 3.2.5, se tiene que n es 210, resultando S_k una matriz de 210×36 : representa un

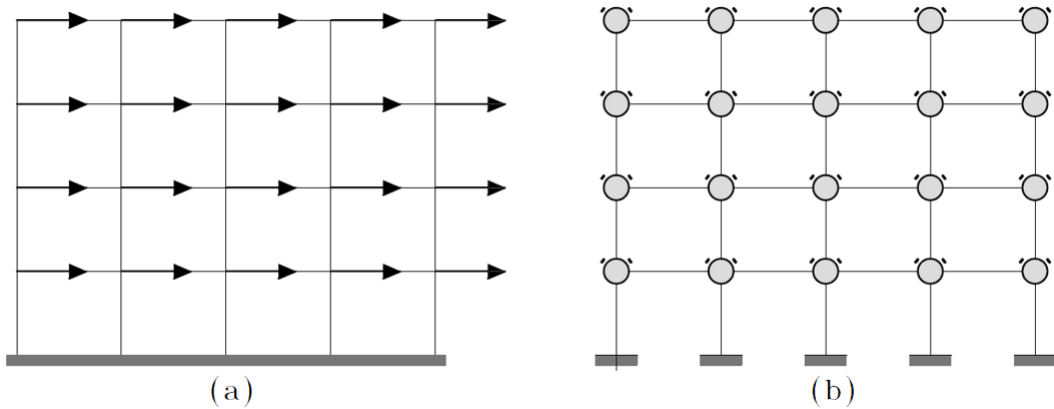


Figura 4.6: Idealización de un sistema estructural con un grado de libertad por nodo: (a) Modelo del edificio discretizado con los grados de libertad expandidos, (b) modelo de osciladores correspondiente.

sistema sobredeterminado con una solución aproximada única.

4.3. Formulación

Supóngase un marco plano rígido asimétrico con m elementos y n términos independientes en su matriz de rigidez correspondiente. Se considera que los grados de libertad totales del marco, D , se definieron de manera tal que $n \geq m$, siguiendo las ideas de la sección previa.

La desigualdad anterior lleva inmediatamente al caso del sistema de ecuaciones sobredeterminado, en el que el rango de la matriz S_k , r , es igual a m , por lo que se garantiza una solución única.

Capítulo 5

Aplicación

En este capítulo se emplearán los procesos descritos en apartados anteriores para simular el proceso del SSE en un marco plano asimétrico. El análisis estará enfocado en los pasos tres y cuatro del SSE, es decir, la extracción de características y el método de detección de daño.

Se busca, en primer lugar, demostrar la validez matemática de la modificación al algoritmo presentada en la sección capítulo 4 mediante su evaluación en condiciones ideales, esto es, sin interferencia de ruido o IMI. Posteriormente, se evalúa la propuesta con diferentes niveles de ruido y variando el número de formas modales disponibles.

Para realizar los cálculos, se elaboró un programa en el lenguaje de programación Fortran 95. Dicho programa consiste en una serie de subrutinas que ejecutan el método directo de rigidez, el análisis modal y el MMT sobre una estructura con un estado de daño simulado. Además, genera un número aleatorio en cada ejecución para simular el ruido instrumental definido anteriormente. Se programaron también ciertas rutinas matemáticas auxiliares, como la descomposición en valores singulares, la obtención de valores y vectores característicos de una matriz y las descomposiciones LU y de Cholesky. Para resolver el sistema S_k , se usó un algoritmo de cálculo rápido de la pseudoinversa propuesto por Courrieu (2005) para Matlab, que se adaptó a Fortran 95. Se utilizó una precisión cuádruple para minimizar problemas de rango incompleto en las matrices generadas.

5.1. Descripción de la estructura

Se propone un marco plano de concreto reforzado con cinco crujeías de medidas variables, tres pisos y un apéndice en la azotea. Como se puede observar en la figura 5.1, el marco está compuesto por 38 elementos. Se supondrá hecho de concreto reforzado clase I. De acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) en sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-Concreto-2017) dicha clase de concreto tiene un peso volumétrico de 22 kN/m^3 , por lo que su densidad, ρ , es $2,240 \text{ kg/m}^3$. Se eligió una resistencia, f'_c , de 28 MPa. De acuerdo con la misma sección del RCDF mencionada, el módulo de elasticidad del concreto puede calcularse con la siguiente expresión:

$$E_c = 4400\sqrt{f'_c} \quad (5.1.1)$$

donde E_c es el módulo de elasticidad del concreto en MPa. Entonces, para el marco mostrado, E_c es de 23,283 MPa.

Todos los elementos estructurales del marco propuesto son rectangulares. Sus propiedades se resumen en la tabla 5.1.

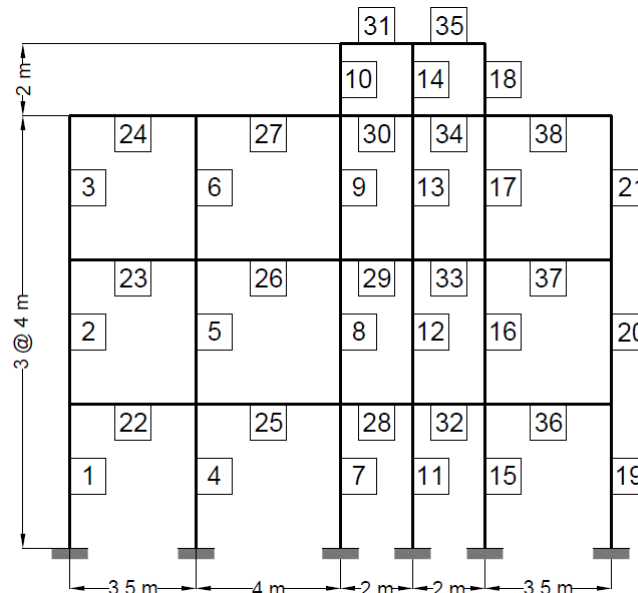


Figura 5.1: Medidas del marco analizado y numeración de sus elementos estructurales.

Tabla 5.1: Dimensiones de las columnas y las vigas del marco analizado.

| COLUMNAS | | | VIGAS | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| PISO | b [m] | h [m] | PISO | b [m] | h [m] |
| PB | 0.40 | 0.60 | PB | 0.30 | 0.50 |
| 1 | 0.40 | 0.50 | 1 | 0.30 | 0.50 |
| 2 | 0.40 | 0.50 | 2 | 0.30 | 0.50 |
| AZ | 0.40 | 0.50 | AZ | 0.30 | 0.40 |

5.2. Condiciones ideales

Se procede a evaluar el comportamiento del MMT en condiciones ideales con el fin de demostrar su validez matemática. Se seguirá la metodología indicada en el capítulo capítulo 4. Particularmente, sirva al lector como guía el esquema mostrado en la figura 4.4.

Se contrastarán el método original de condensación y la solución propuesta. Ambos caminos tienen en común el primer paso: la obtención de las matrices globales de rigidez y masas en el estado de referencia, que en este ejemplo es el no dañado. Para K , se sumará la contribución de rigidez de cada elemento estructural expresada mediante sus matrices de rigidez propias, $K^{(i)}$. Se tomarán en cuenta seis grados de libertad por barra, tres en cada nodo: desplazamiento horizontal, desplazamiento vertical y giro. La plantilla para cada matriz de rigidez se muestra

en la ecuación 5.2.1.

$$K_L^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & \text{SIMÉ} & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \\ & \text{TRICO} & & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \\ & & & & & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (5.2.1)$$

El módulo de elasticidad (E), el momento de inercia (I) y el área (A) indicados en 5.2.1 son los propios de cada elemento:

$$E = E^{(i)} \quad I = I^{(i)} \quad A = A^{(i)} \quad (5.2.2)$$

donde $E = E_c$; se considera constante para todos los miembros. I y A son calculados a partir de las características geométricas detalladas en la tabla ???. Las matrices locales deben convertirse a coordenadas globales y ser ensambladas en la matriz de rigidez global usando la ecuación 3.2.6. Hay tres grados de libertad por nodo y 21 nodos sin restricción. Entonces, las matrices K y M son de 63×63 . Dado que sus dimensiones no se ajustan al espacio disponible, no serán reproducidas aquí.

El daño simulado en ambos casos será el mismo, se muestra en la figura 5.2 en forma de porcentajes de degradación de rigidez distribuidos asimétricamente. Los valores fueron asignados de manera arbitraria, no se siguió ningún patrón o modelo de distribución de daño. Los porcentajes de degradación de rigidez se indican al centro de los elementos en la figura 5.2, pero se consideran uniformemente distribuidos a lo largo de los mismos.

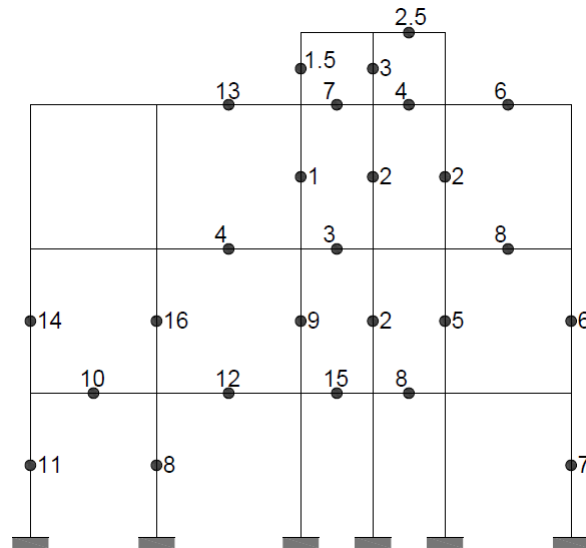


Figura 5.2: Daño simulado (%).

Se determina entonces el vector representativo del estado de daño simulado, \mathbf{x}_G . Dicho vector tendrá un número de componentes, m , igual a la cantidad de elementos de la estructura dañada, es decir, 38; los porcentajes de degradación se colocan en el mismo orden que la numeración de los elementos estructurales.

$$\mathbf{x}_G^T = [0.11 \quad 0.14 \quad 0.0 \quad \cdots \quad 0.025] \quad (5.2.3)$$

5.2.1. Solución tradicional

Después de definir el daño simulado y de calcular las matrices de masa y rigidez del estado no dañado, se condensa esta última. Para ello, se obtiene la matriz de transformación especificada en el proceso de condensación de Guyan (1964). La matriz de masas, que no es afectada por el daño, únicamente se ensambla para un número menor de grados de libertad. Como se usan masas concentradas en los extremos de cada elemento, la matriz de masa será diagonal. También se resuelve el problema de vectores característicos de 4.1.1 para obtener la matriz de modos. En la solución tradicional se define un grado de libertad por piso, así que se tendrán matrices globales de 4×4 :

$$\bar{K}_{dS} = \begin{bmatrix} 30.5427 & -11.8760 & -6.06120 & -17.0959 \\ -11.8760 & 36.9144 & -9.53301 & -12.7706 \\ -6.06120 & -9.53301 & 17.3034 & 0.311181 \\ -17.0959 & -12.7706 & 0.311181 & 31.8618 \end{bmatrix} \times 10^8 \text{ N/m}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1.72032 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6128 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2096 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.24192 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ kg}$$

$$\bar{\Phi}_{dS} = \begin{bmatrix} 0.005051 & 0.001609 & 0.003588 & 0.004141 \\ 0.004319 & 0.001186 & 0.000803 & -0.006426 \\ 0.004194 & -0.000243 & -0.007862 & 0.001792 \\ 0.004425 & -0.019628 & 0.002903 & -0.000286 \end{bmatrix}$$

Ahora, la matriz de formas modales simulada del estado dañado se afecta por ruido y se trunca para representar información modal incompleta. Dado que este es el caso ideal, el nivel de ruido, N_L es cero y no se modifican las formas modales. En la figura 5.3 se muestran las tres formas modales dominantes. La segunda forma modal no resultó dominante, posiblemente por la influencia del apéndice del cuarto piso. En el estado sin daño, la primera tiene un período de 0.1 s, la tercera, de 0.015 s y la cuarta, de 0.011 s.

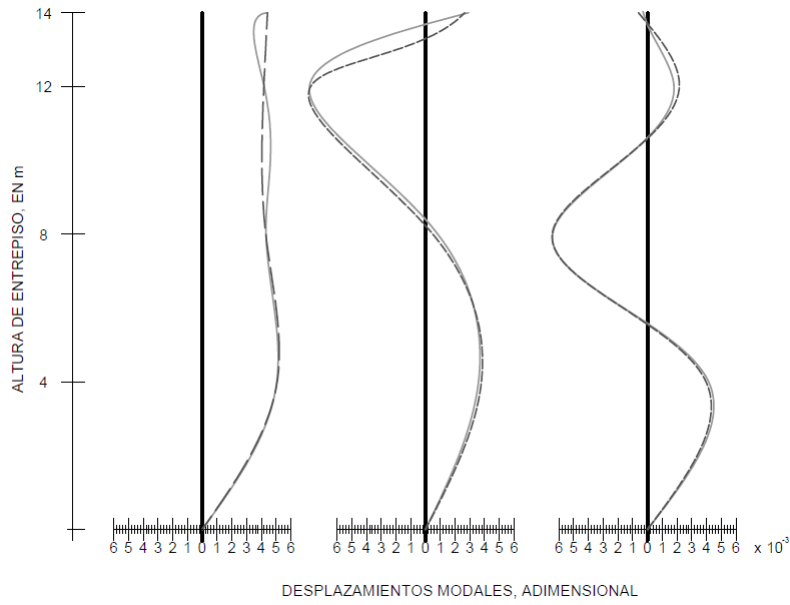


Figura 5.3: Formas modales del marco plano al considerar cuatro grados de libertad.

La fórmula de Baruch y Bar Itzhack (1978) es exacta cuando se ingresan datos precisos, así que la matriz de rigidez simulada tampoco será influida por ruido e IMI. Por lo tanto, se tiene:

$$\bar{\Phi}_{dX} = \bar{\Phi}_{dS} \quad \bar{K}_{dX} = \bar{K}_{dS}$$

Por último, se obtiene \mathbf{x}_C con el MMT. En la figura 5.4 se muestran los índices de daño calculados para cada miembro de la estructura. Con el propósito de estandarizar, se establecieron cinco iteraciones, por lo que los resultados mostrados pertenecen a esa condición. Sin embargo, se probó con 10, 100 y 400 iteraciones sin que el resultado se volviera más preciso. De hecho, a partir de 100 iteraciones, el error comenzó a aumentar.

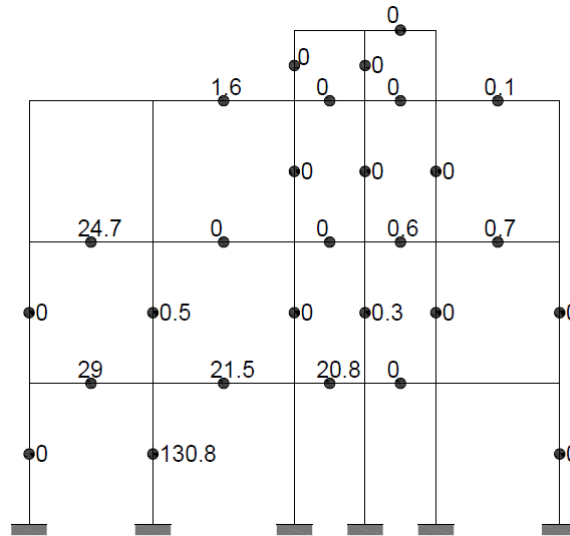


Figura 5.4: Resultados del MMT con condensación a un GDL por piso.

Para medir el error entre el estado de daño simulado y el calculado, se optó por calcular el error relativo basado en la norma euclídeana:

$$E(\%) = \frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\|\mathbf{x}_C\|} \quad (5.2.4)$$

Para este caso, el error relativo resultó de 94 %: el método original resulta, por lo tanto, impreciso y poco confiable.

5.2.2. Solución propuesta

Se condensará ahora a un grado de libertad por nodo, es decir, a 21 grados de libertad. Salvo el orden de la condensación, se siguen las mismas consideraciones hechas para la solución tradicional. Las matrices condensadas son ahora de 21×21 (sus dimensiones no permiten reproducirlas aquí). Las matrices de modos y rigideces experimentales son iguales a las simuladas por la ausencia de ruido y el conocimiento de todas las formas modales. En las figuras 5.5, 5.6 y 5.7 se muestran las formas modales dominantes; en este caso, sí coinciden con los primeros tres modos. Sus períodos en el estado no dañado son, respectivamente, 0.21, 0.07 y 0.04 s.

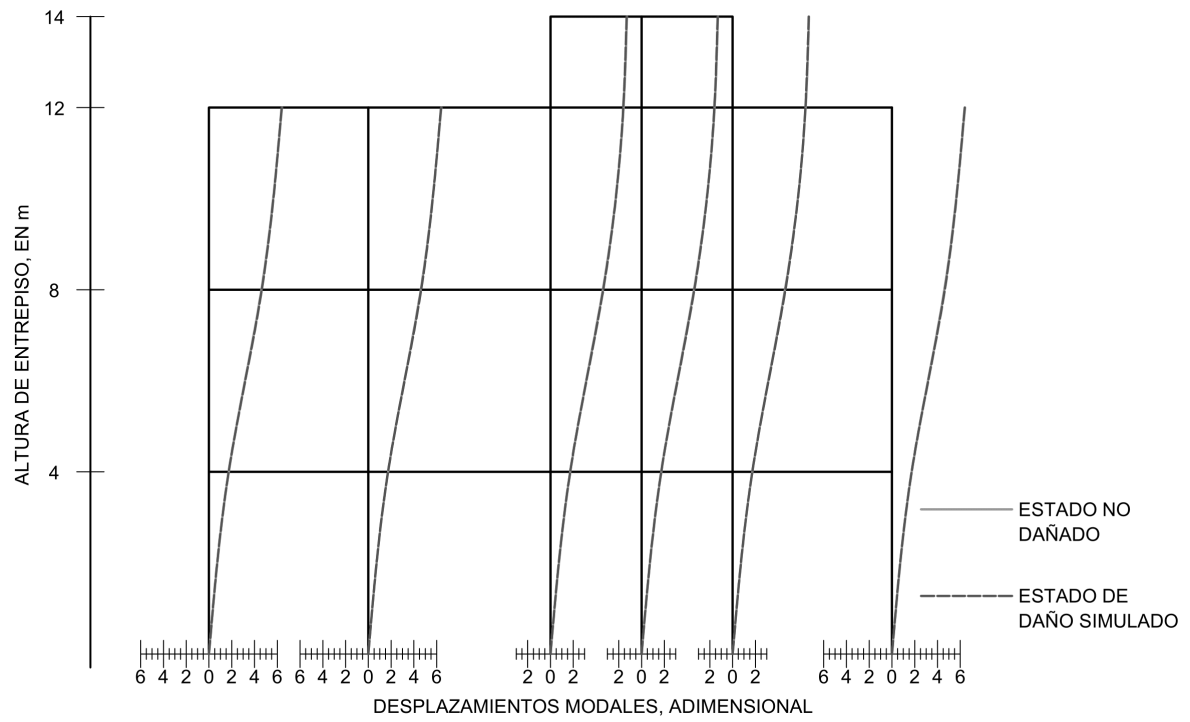


Figura 5.5: Primera forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad.

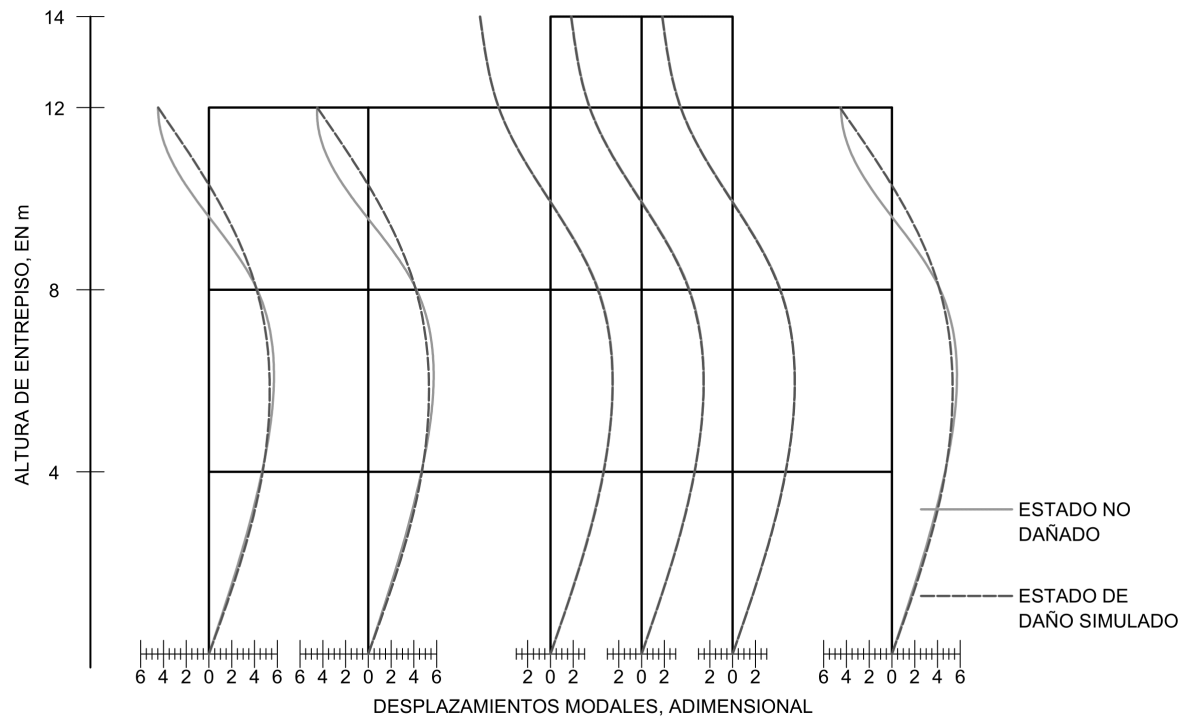


Figura 5.6: Segunda forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad.

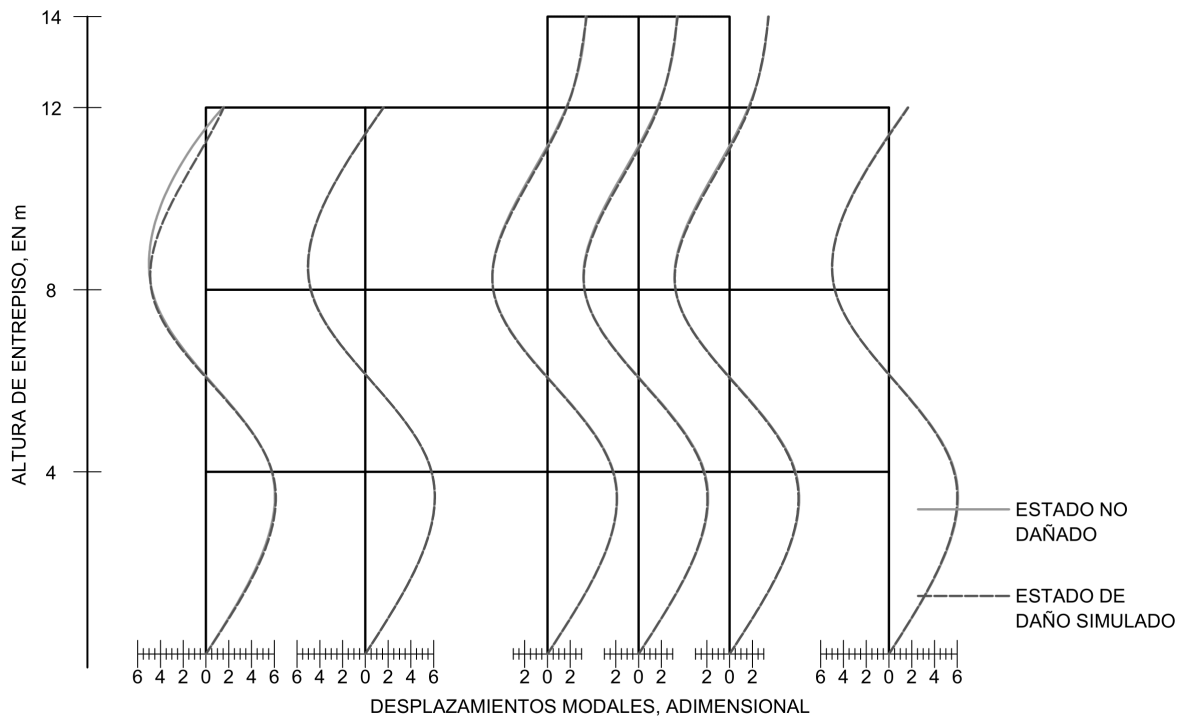


Figura 5.7: Tercera forma modal del marco plano al considerar 21 grados de libertad.

Se usa el MMT para calcular \mathbf{x}_C . Los resultados fueron exactos, todos los elementos fueron identificados con magnitudes precisas. El error relativo fue de 0%.

5.3. Condiciones no ideales

Se aplicará el MMT para el mismo marco estructural descrito antes, esta vez en condiciones de ruido e información modal incompleta (estudiados por separado). Los resultados obtenidos en condiciones ideales justifican utilizar únicamente el método de solución propuesto.

5.3.1. Ruido

La matriz de formas modales con daño simulado fue multiplicada por el factor de ruido descrito en la metodología. Los niveles de ruido elegidos son 0.5, 1, 3, 5 y 10%. Las matrices de rigidez se reconstruyeron con la ecuación de Baruch y Bar Itzhack usando como dato de entrada la matriz de modos del estado de daño simulado, afectada por el factor de ruido correspondiente a cada caso. Se muestran, en las figuras 5.11 a 5.32, los estados de daño calculados y el error absoluto entre estos y el estado de daño simulado. También se indican la norma del estado de daño calculado, el error absoluto con respecto al simulado y el error relativo entre ambos.

Nivel de ruido: 0.5%

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.36$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.07$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 0.21$

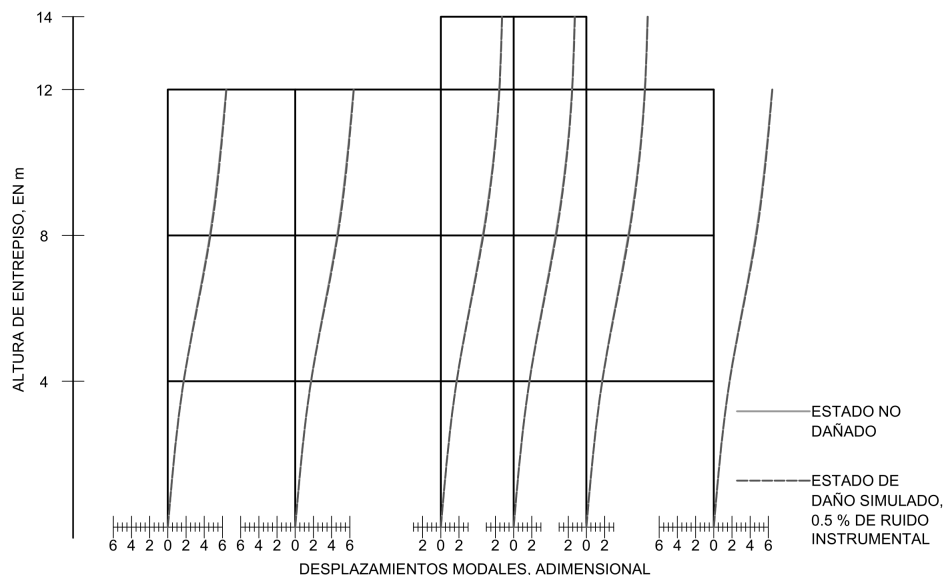


Figura 5.8: Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5%.

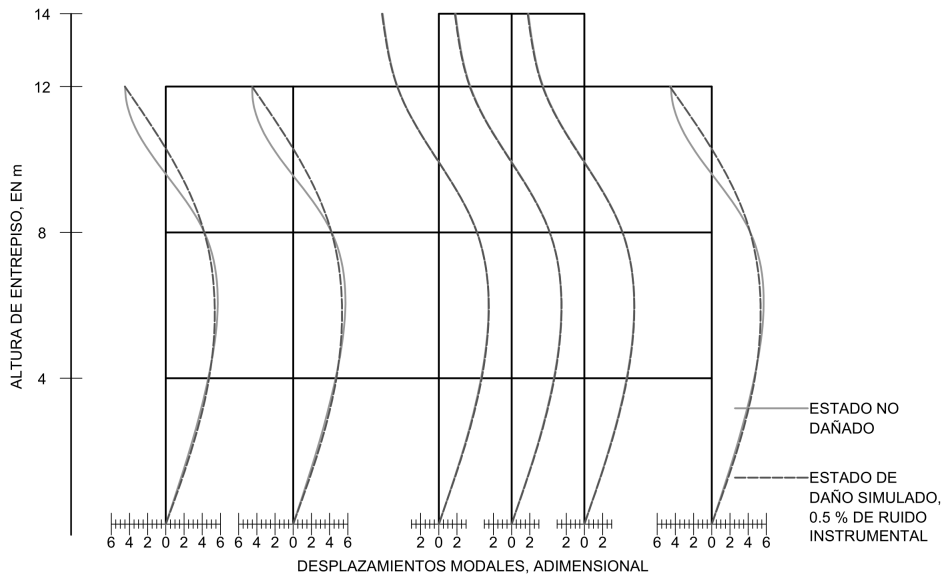


Figura 5.9: Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5%.

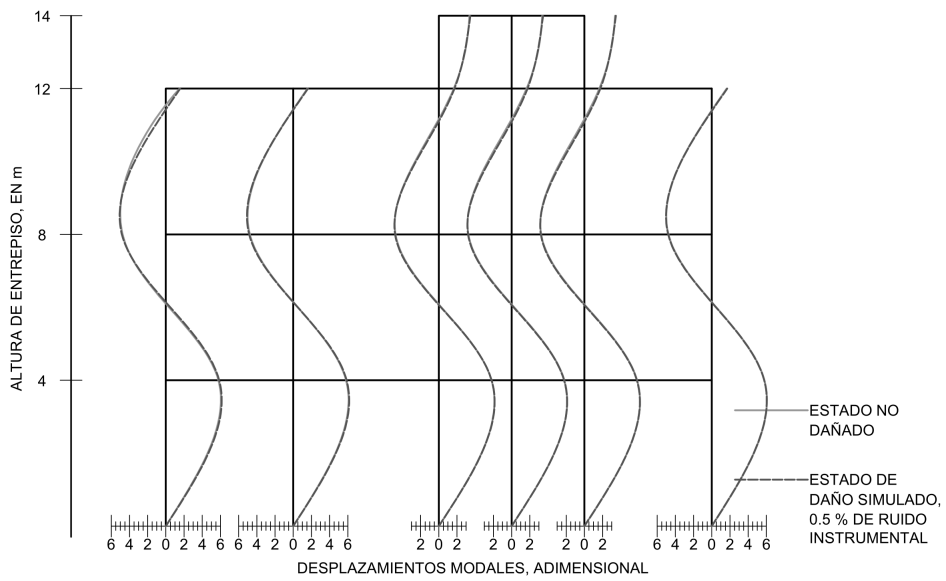


Figura 5.10: Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 0.5%.

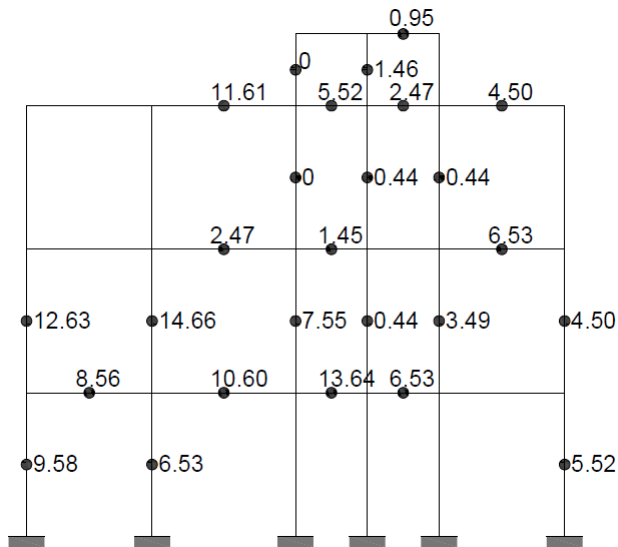


Figura 5.11: Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 0.5%.

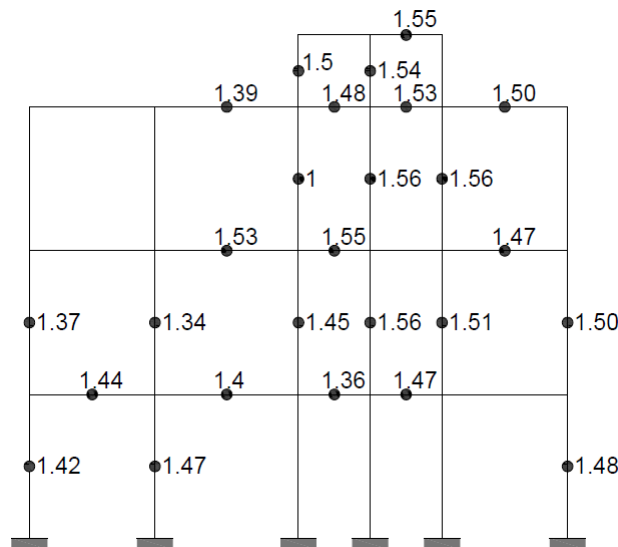


Figura 5.12: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 0.5% de ruido instrumental.

En la figura 5.11 se aprecia que el algoritmo fue capaz de localizar el daño correctamente en los elementos. Las magnitudes tienen cierto grado de imprecisión, que se muestra mediante el error absoluto de la figura 5.12. En ningún elemento el error absoluto es mayor de 1.6% de degradación de rigidez.

Nivel de ruido: 1.0 %

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.36$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.07$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 0.21$

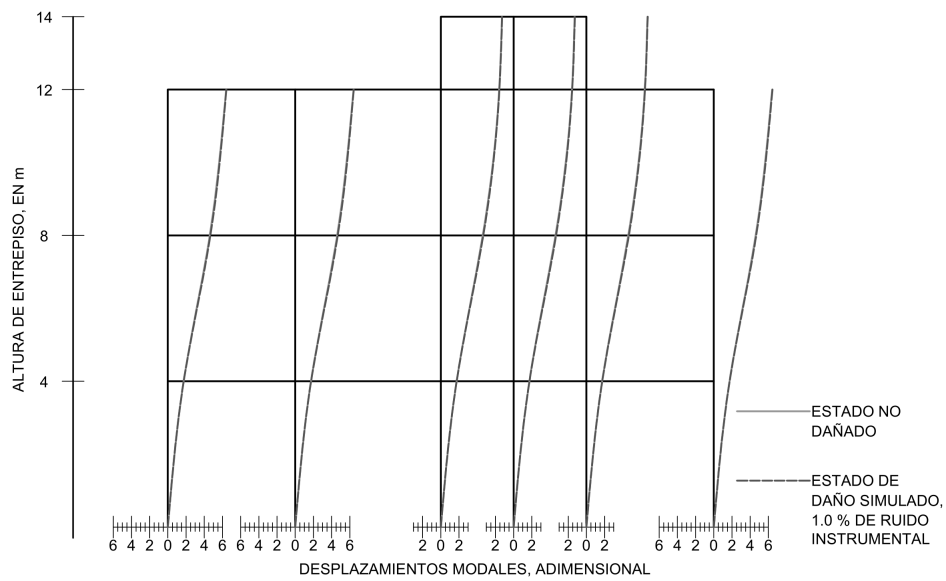


Figura 5.13: Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0 %.

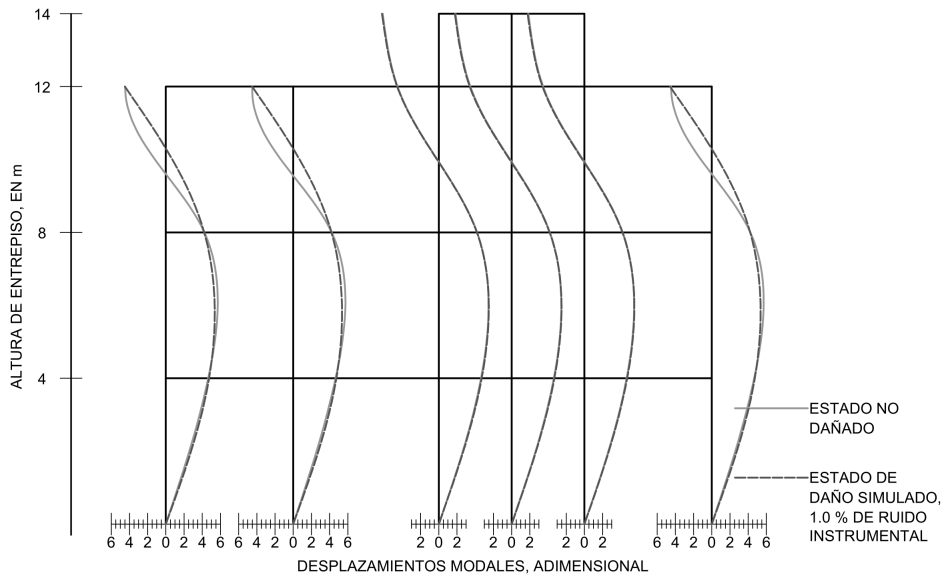


Figura 5.14: Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0%.

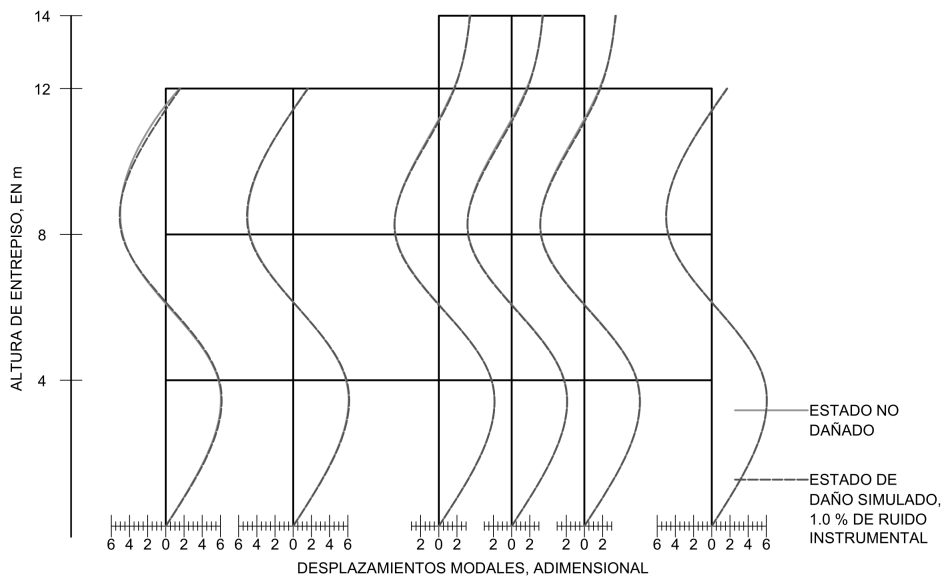


Figura 5.15: Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 1.0%.

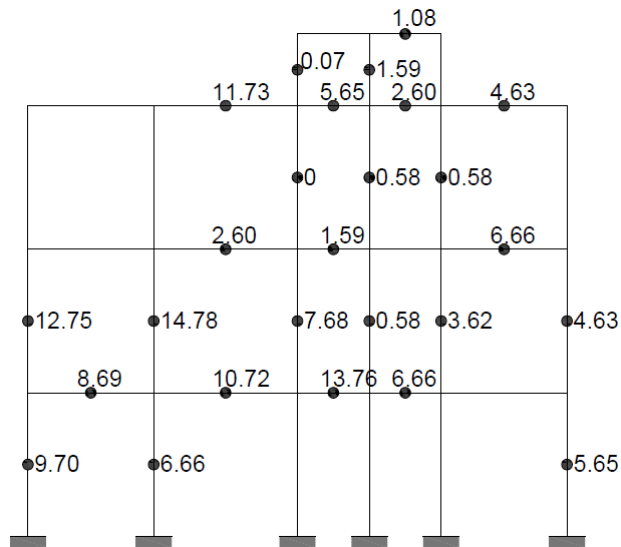


Figura 5.16: Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 1.0%.

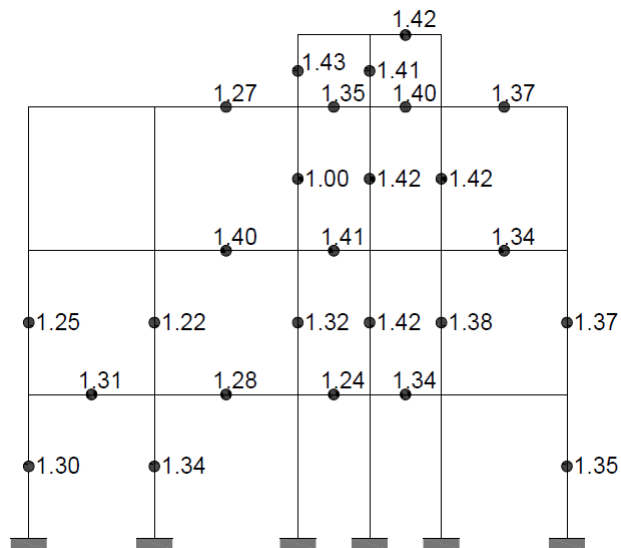


Figura 5.17: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 1.0% de ruido instrumental.

Con un porcentaje de ruido del 1%, el algoritmo propuesto sigue siendo capaz de localizar correctamente los elementos dañados. El error absoluto sigue estando por debajo de 1.6%.

Nivel de ruido: 3.0 %

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.52$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.14$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 0.26$

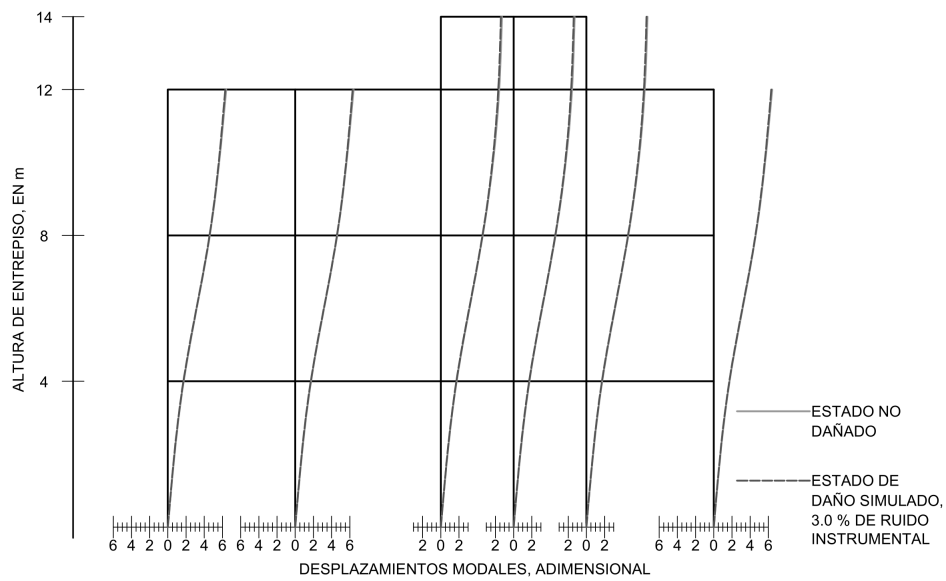


Figura 5.18: Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0 %.

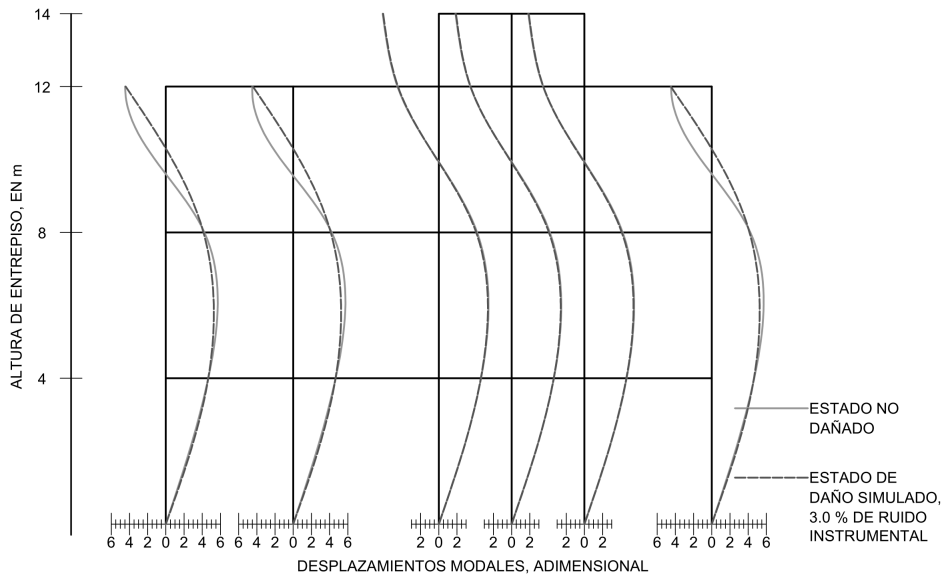


Figura 5.19: Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0%.

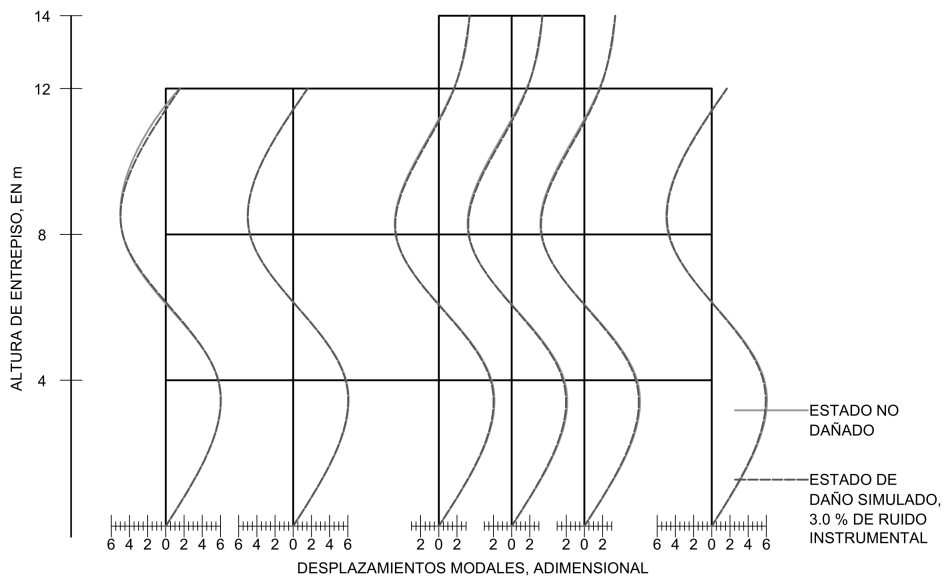


Figura 5.20: Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 3.0%.

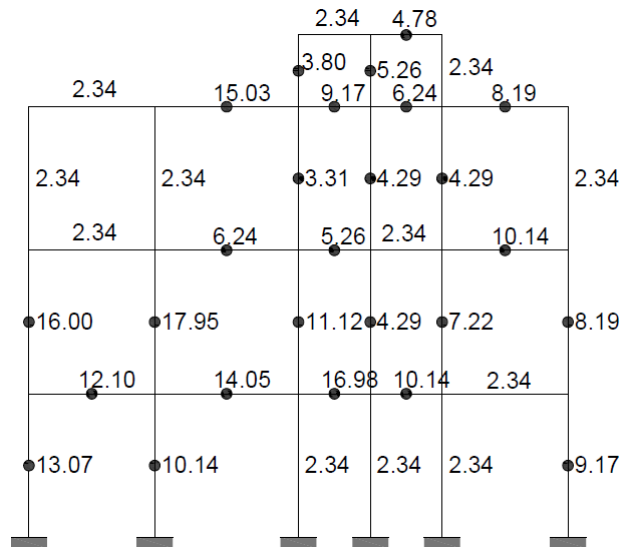


Figura 5.21: Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 3.0%.

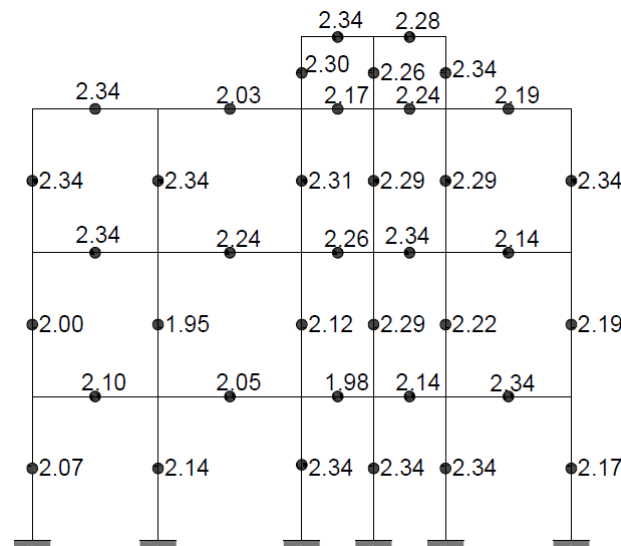


Figura 5.22: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 3.0% de ruido instrumental.

Para un ruido de 3%, el algoritmo localiza daño en todos los elementos del marco. Sin embargo, se puede ver en las figura 5.21 y 5.22 que el porcentaje de daño asignado a los elementos originalmente íntegros se «estandarizó» en 2.34%. Con este número como referencia, se puede determinar cuáles elementos fueron incorrectamente detectados como dañados.

Nivel de ruido: 5.0 %

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.62$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.26$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 0.42$

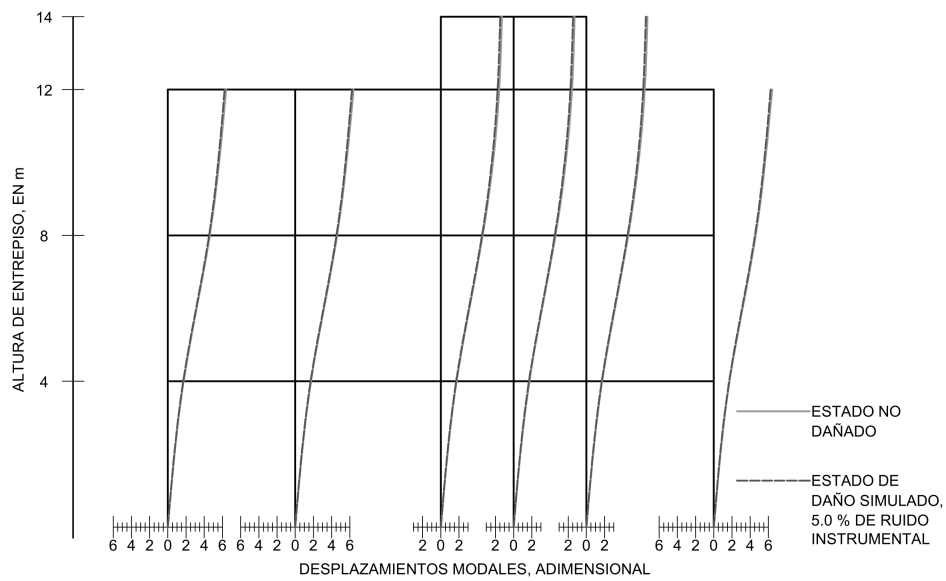


Figura 5.23: Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0 %.

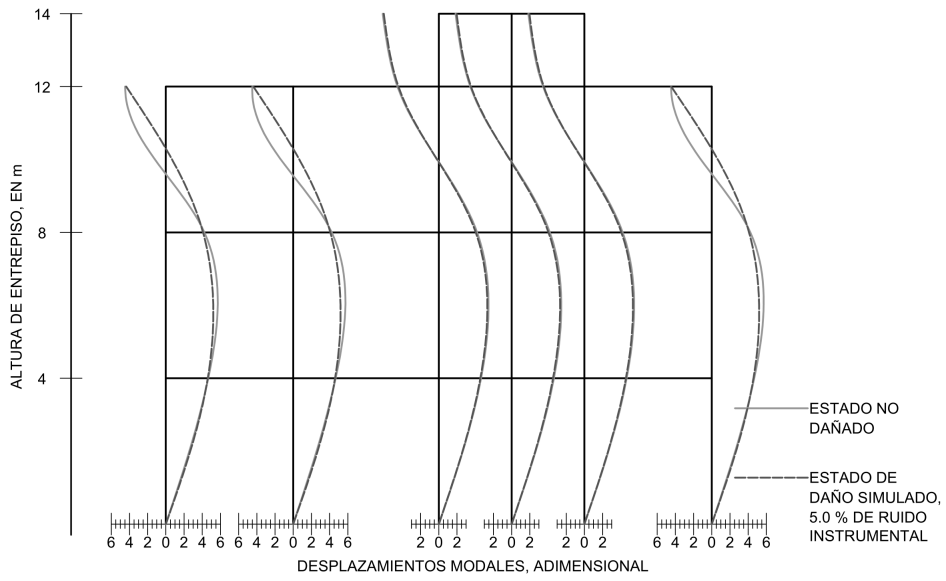


Figura 5.24: Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0%.

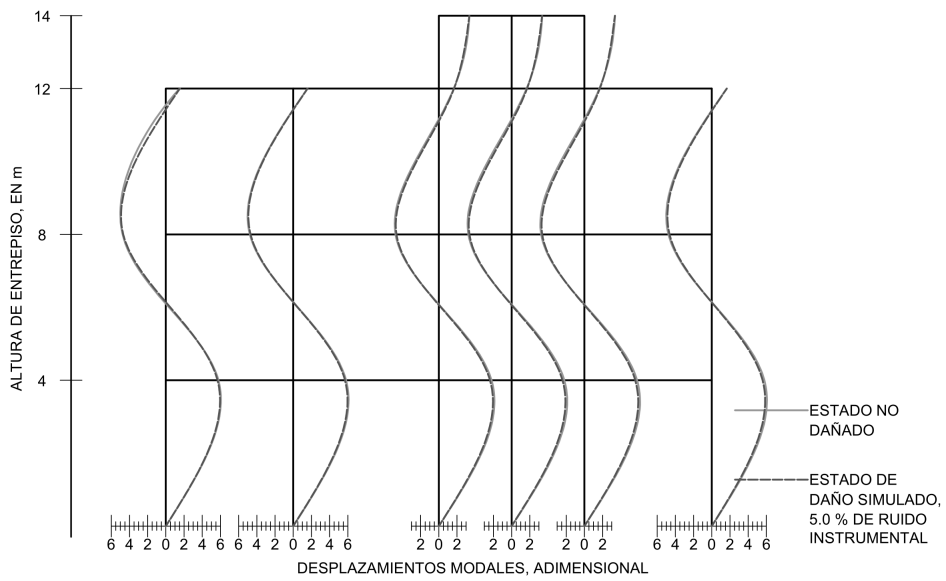


Figura 5.25: Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 5.0%.

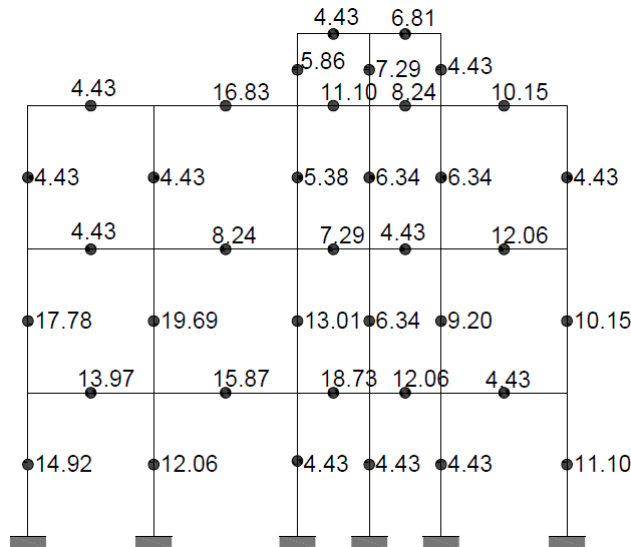


Figura 5.26: Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 5.0%.

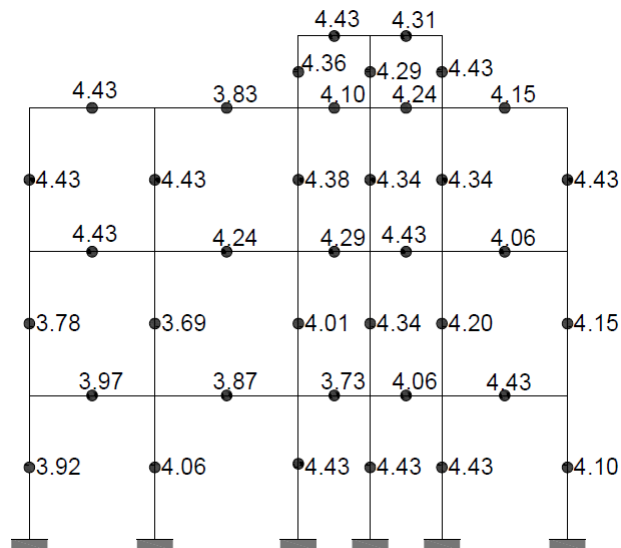


Figura 5.27: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 5.0% de ruido instrumental.

Con 5% de ruido instrumental se repite el mismo fenómeno que con 3%, pero la magnitud errónea estándar es ahora mayor: 4.43%. El error absoluto en el resto de los elementos incrementó, pero se mantiene debajo de 4.5%.

Nivel de ruido: 10.0 %

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.37$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.06$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 0.17$

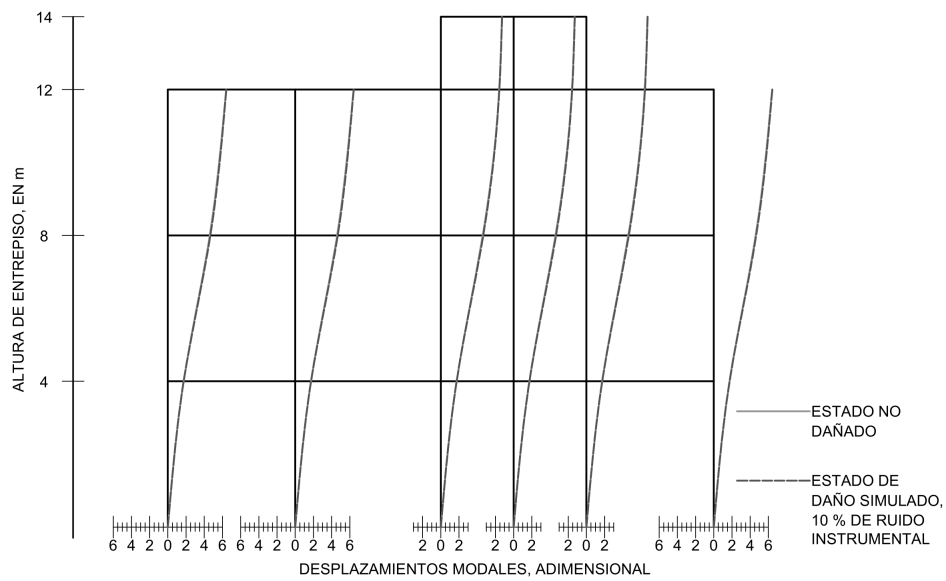


Figura 5.28: Primera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0 %.

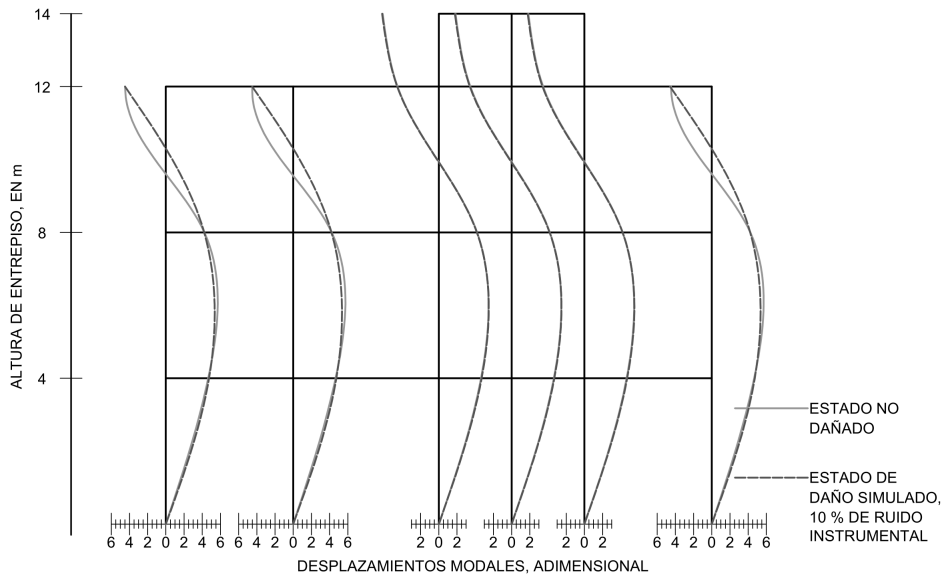


Figura 5.29: Segunda forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0%.

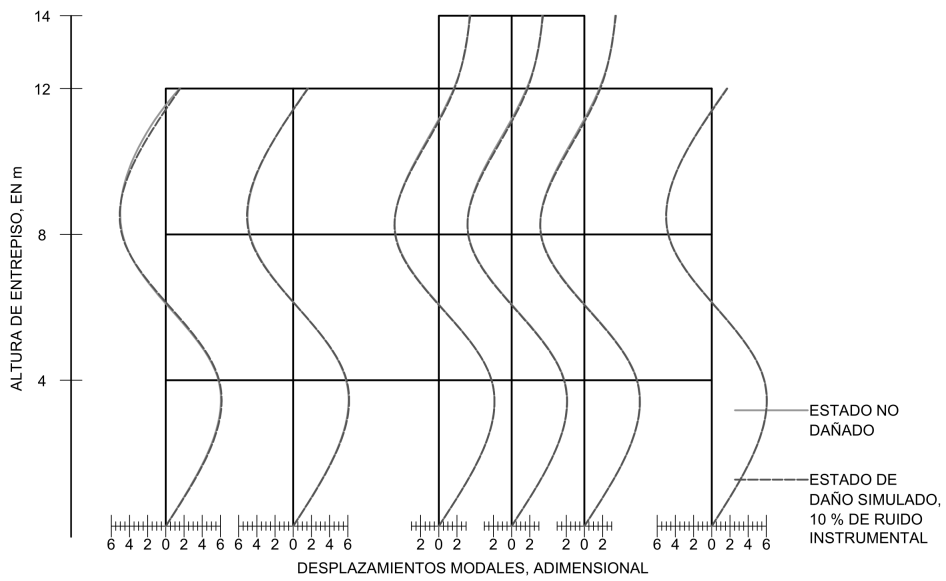


Figura 5.30: Tercera forma modal para un nivel de ruido instrumental de 10.0%.

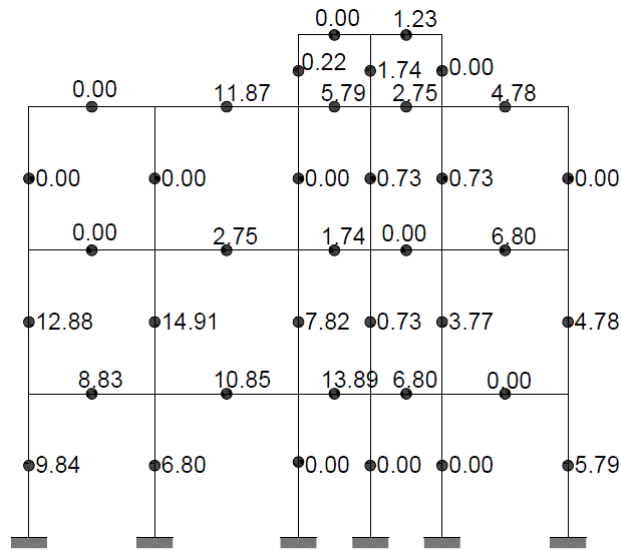


Figura 5.31: Estado de daño calculado para un nivel de ruido instrumental de 10.0%.

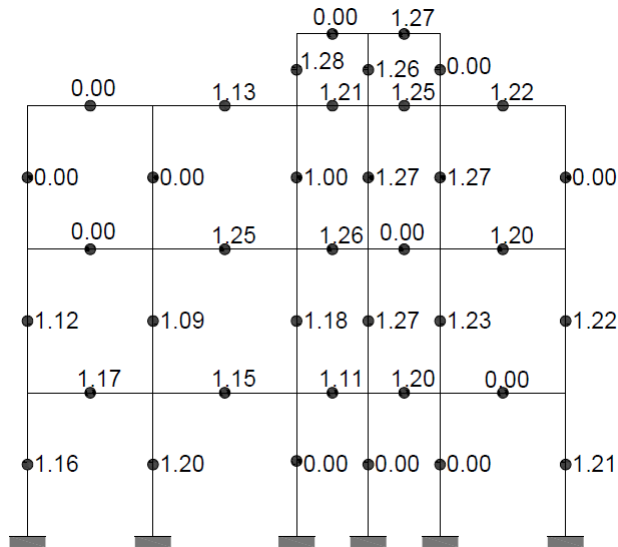


Figura 5.32: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con 10.0% de ruido instrumental.

Hasta este punto, existía un patrón entre el nivel de ruido instrumental y el error absoluto: a mayor ruido instrumental, mayor error. Sin embargo, para un nivel de ruido de 10 %, el patrón se revierte: el algoritmo localiza correctamente el daño y el error absoluto no pasa de 1.3 %.

5.3.2. Información modal incompleta

En la práctica, es imposible recuperar la totalidad de las frecuencias de un edificio instrumentado. Se suelen captar, una, dos o, con mucha suerte, tres frecuencias. Por lo tanto, la matriz de formas modales nunca está completa: se restringe a los primeros modos, emparejados con las frecuencias captadas. Aquí se simula dicha situación eliminando columnas de la matriz de formas modales del estado de daño simulado. Se presentan los datos en el mismo formato que en la sección anterior.

Tres formas modales recuperadas

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.15$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.36$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 2.33$

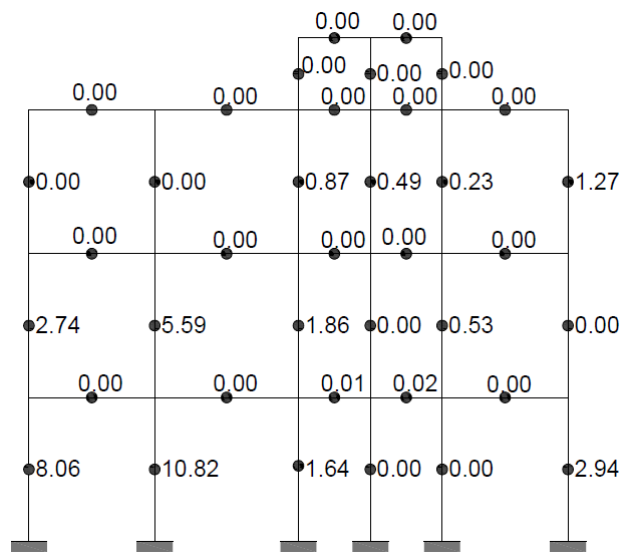


Figura 5.33: Estado de daño calculado con tres formas modales recuperadas.

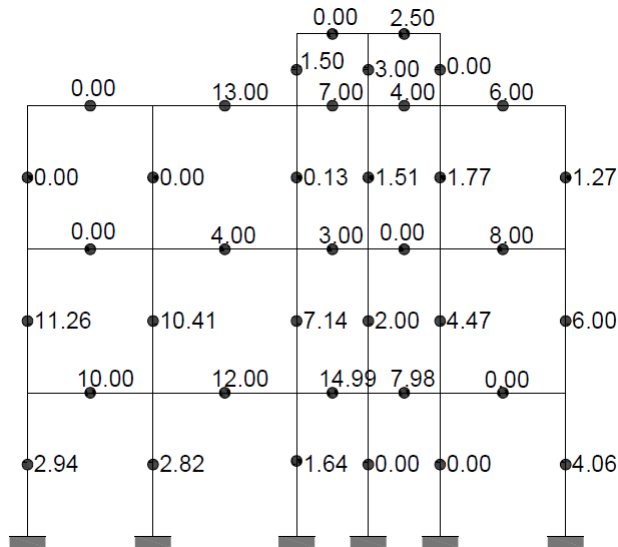


Figura 5.34: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado tres formas modales recuperadas.

Para tres formas modales recuperadas, el algoritmo falla en la localización y en la magnitud. Se resalta el hecho de que fue prácticamente incapaz de detectar daño en las trabes y en los elementos estructurales del apéndice del último piso. Aunque detectó daño en algunas columnas, en la mayoría de los casos su cuantificación fue pobre.

Dos formas modales recuperadas

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.06$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.40$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 6.44$

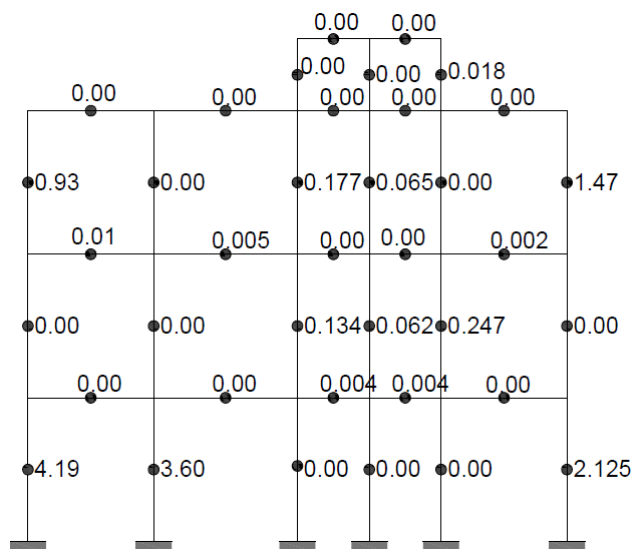


Figura 5.35: Estado de daño calculado con dos formas modales recuperadas.

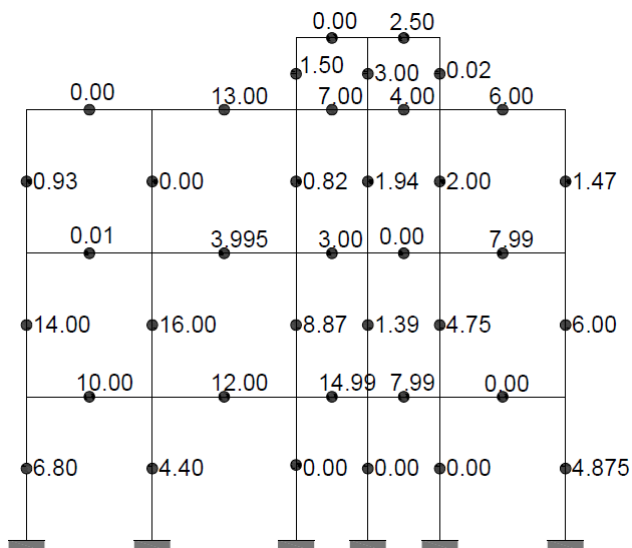


Figura 5.36: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con dos formas modales recuperadas.

Como era de esperarse, el panorama empeora para dos formas modales recuperadas. Tanto localización como cuantificación son poco certeras. Las columnas del primer nivel son las que cuentan con un mejor diagnóstico.

Una forma modal recuperada

Norma del vector de daño calculado: $\|\mathbf{x}_C\| = 0.01$

Error absoluto: $\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\| = 0.41$

Error relativo: $\frac{\|\mathbf{x}_C - \mathbf{x}_S\|}{\mathbf{x}_C} = 45.88$

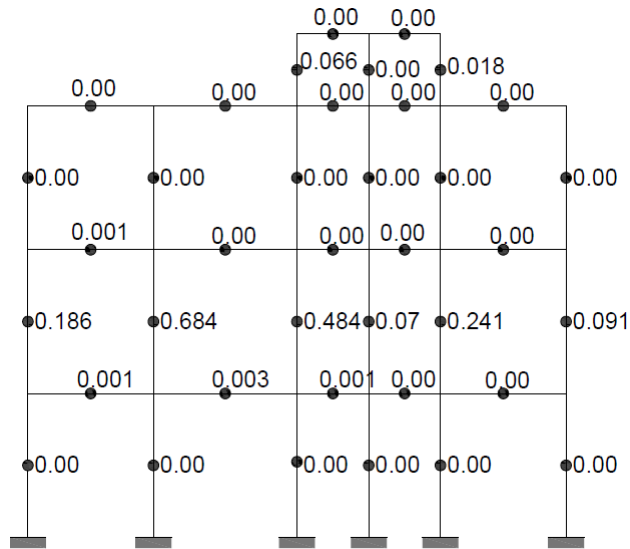


Figura 5.37: Estado de daño calculado con una forma modal recuperada.

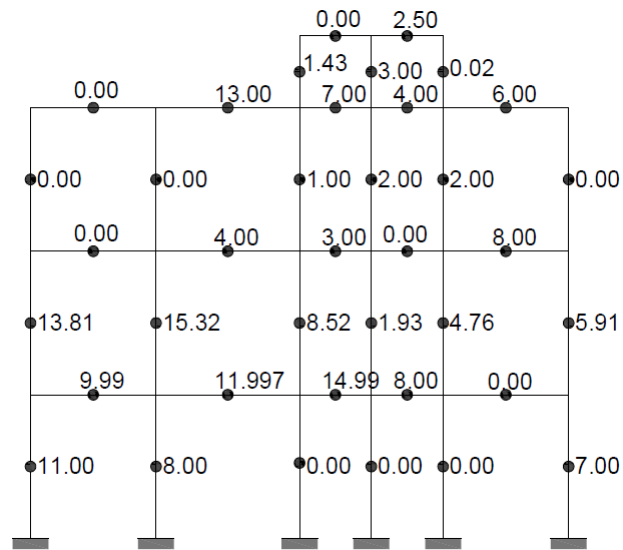


Figura 5.38: Error absoluto por elemento para el estado de daño calculado con una forma modal recuperada.

Una forma modal recuperada implica un altísimo índice de error. No se logra determinar qué elementos estructurales tienen daño, pues las magnitudes obtenidas son tan bajas que bien podrían considerarse errores numéricos.

Capítulo 6

Conclusiones y recomendaciones

El Método de la Matriz de Transformación es un procedimiento eficaz para localizar y cuantificar daño en estructuras civiles. Sin embargo, no era viable aplicarlo en estructuras cuya relación entre el número de elementos y de términos independientes de su respectiva matriz de rigidez fuera subdeterminado. En esta tesis, se demostró este hecho con rigor mediante un estudio desde el enfoque de mínimos cuadrados. Además, se estableció una manera de identificar la cantidad de grados de libertad que deben ser modelados para que una estructura sea susceptible de ser analizada con el MMT, esto es, forzarla a tener un sistema sobredeterminado.

Aunado al recuento histórico de las soluciones previamente propuestas y de sus alcances, se formuló una propuesta de solución basada en el número de grados de libertad modelados: se busca que estos sean tales que el sistema de ecuaciones fundamental sea siempre sobredeterminado.

La solución propuesta se evaluó mediante su aplicación a un marco plano con diseño y distribución de daño asimétricos. No contando con información experimental sobre marcos planos, se simuló un estado de daño para el objeto de estudio basándose en los pasos tres y cuatro del proceso de SSE: se «dañaron» los elementos estructurales de un modelo analítico, se obtuvieron sus formas modales y se afectaron estas últimas con ruido e información modal incompleta para emular condiciones experimentales.

Se compararon dos opciones de condensación: la «tradicional», basada en la alta rigidez axial de los sistemas de piso convencionales, que condensa a un grado de libertad por nivel; y la solución propuesta, que condensa a un grado de libertad

por nodo. En circunstancias ideales, es decir, sin ruido instrumental y con todas las formas modales de la estructura capturadas, la solución tradicional falló tanto en localización como en cuantificación de daño. Por otro lado, la solución propuesta presentó resultados precisos.

Después de demostrar la mayor eficacia de la solución propuesta, se estudió su comportamiento en presencia de ruido y con formas modales incompletas. Como era de esperarse, la precisión del algoritmo para determinar la magnitud de daño disminuyó en presencia de ruido instrumental. Sin embargo, la exactitud en la localización se mantuvo: por ejemplo, para niveles de ruido de 0.5 y 1 %, el método detectó exclusivamente los elementos con daño simulado. Para los dos niveles de ruido posteriores, 3 y 5 %, se detectó daño en elementos a los que no se le simuló originalmente, pero este es fácilmente identificable, pues adquiere valores constantes: para 3 %, a todos los elementos sin daño se les asignó un porcentaje de degradación de rigidez de 2.34; para 5 %, de 4.43 %. El patrón se detiene para 10 % de ruido instrumental, pero esto es atribuible a la fórmula empleada para calcular el factor de ruido, que emplea un número aleatorio.

La información parcial sobre formas modales experimentales de la estructura, por otro lado, perjudica más al algoritmo. Las magnitudes asignadas distan de las simuladas y muchos elementos dañados pasan completamente desapercibidos. Por ende, la capacidad para localizar correctamente elementos dañados es baja o nula.

Se concluye que el desempeño del algoritmo con la condensación propuesta mejora. Si bien en presencia de ruido e incompletitud de formas modales los resultados tienen alteraciones de cuidado, el hecho de que funcione bien en circunstancias idóneas indica que el problema yace en la extracción de características. En esta tesis se usó la fórmula de Baruch y Bar Itzhack, que tiene la desventaja de no preservar los patrones de conectividad entre los elementos del modelo. Esto no se hace patente cuando se tienen datos exactos, pero se pone de manifiesto cuando faltan formas modales. Dado que la ecuación principal del MMT está basada, precisamente, en las relaciones de rigidez entre los miembros de la estructura, la conservación de la conectividad se vuelve una propiedad deseable. Se recomienda hacer estudios futuros usando métodos indirectos para reconstruir la matriz de rigidez. También se sugiere hacer un estudio estadístico sobre el comportamiento del método ante ruido, dado que en la definición empleada interviene un número aleatorio.

La investigación efectuada durante esta tesis pone luz sobre dos hechos incontrovertibles: la dificultad de establecer procesos de seguimiento de la salud estructural

en obras civiles y, salvo notables excepciones, la falta de investigación e interés sobre esta área en nuestro país. México es un país con alta ocurrencia de sismos y huracanes, por lo que la integridad de su infraestructura es comprometida constantemente. Existen numerosos esfuerzos por preparar a las obras civiles para afrontar el embate de dichos fenómenos pero, ya lo dijo Nezahualcóyotl, inevitablemente el daño ocurre. Mantener instrumentadas las estructuras de importancia crucial debe arraigarse en la cultura ingenieril al punto de volverse una acción tan «automática» como considerar a las escuelas y hospitales edificaciones de gran importancia. Y no solo la instrumentación es importante: el desarrollo de métodos extractivos y de detección merece mayor atención. Todo lo anterior es posible únicamente mediante la cooperación de las diferentes entidades que intervienen en la preservación de nuestro patrimonio: diseñadores, constructores, investigadores y dueños. Desde el lado académico, convendría comenzar a profundizar más en la evaluación operativa con miras a justificar el gasto en un sistema de seguimiento a los dueños de los inmuebles. Además, sería ideal comenzar a trabajar interdisciplinariamente con otras áreas de la ingeniería, como la eléctrica-electrónica y de sistemas computacionales, para reducir los altos costos de los instrumentos de medición que se requieren para obtener datos de calidad.

Capítulo 7

Referencias

- Acevedo, H. (2005). *Reconstrucción de la matriz de rigideces de marcos a partir de sus parámetros modales experimentales* (Tesis de Master no publicada). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Allemang, R. J. (2003). The modal assurance criterion: twenty years of use and abuse. *Sound and vibration*, 37(8), 14–23.
- Avilés, O. F. (2001). Identificación de sistemas. *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 11, 75–79.
- Balageas, D., Fritzen, C.-P., y Güemes, A. (2006). *Structural Health Monitoring*. ISTE Ltd.
- Baruch, M., y Bar Itzhack, I. Y. (1978). Optimal Weighted Orttiogonalization of Measured Modes. *AIAA journal*, 16(4), 346–351.
- Boller, C. (2009). Structural Health monitoring - An Introduction and Definitions. En M. Abe et al. (Eds.), *Encyclopedia of Structural Health Monitoring* (cap. 1). Wiley Online Library.
- Boller, C., Chang, F.-K., y Fujino, Y. (2009). *Encyclopedia of Structural Health Monitoring*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Brincker, R., Zhang, L., y Andersen, P. (2000). Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. En *Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*. San Antonio, TX.
- Cha, Y.-J., y Buyukozturk, O. (2015). Structural damage detection using modal strain energy and hybrid multiobjective optimization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 30(5), 347–358.
- Chopra, A. K. (2001). *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*. Prentice-Hall.
- Ciudad-Real, M., Skolnik, D., Swanson, D., y Bishop, E. (2017, 11). Earthquake business continuity for United Arab Emirates buildings using Structural

- Health Monitoring and performance-based earthquake engineering rapid evaluation. En *6th Structural Engineers World Congress*. Cancún, México.
- Civera, M., Zanotti Fragonara, L., y Surace, C. (2017). A novel approach to damage localisation based on bispectral analysis and neural network.
- Courrieu, P. (2005). Fast computation of Moore-Penrose inverse matrices. *Journal of Neural Information Processing*, 8(2), 25–29.
- Cross, E. J., Worden, K., y Farrar, C. R. (2013). Structural Health Monitoring for Civil Infrastructure. En A. Haldar (Ed.), *Health assessment of engineered structures: bridges, buildings and other infrastructures* (cap. 1). World Science Publishing Co., Pte., Ltd.
- Dawari, V., y Vesmawala, G. (2013). Modal curvature and modal flexibility methods for honeycomb damage identification in reinforced concrete beams. *Procedia Engineering*, 51, 119–124.
- Dickson, B., Cronkhite, J., Bielefeld, L., Killian, L., y Hayden, R. (1996, February). *Feasibility study of a rotorcraft health and usage monitoring system (HUMS): Usage and structural life monitoring evaluation* (Inf. Téc. n.º 198447). Bell Helicopter Textron Inc., Fort Worth, TX: Lewis Research Center.
- Doebbling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., y cols. (1998). A summary review of vibration-based damage identification methods. *Shock and vibration digest*, 30(2), 91–105.
- Escobar, J. A., y García, J. (1997). Ubicación de instrumentos sísmicos en estructuras para evaluar cambios en sus características dinámicas. En *XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*. Veracruz, México.
- Escobar, J. A., Rodríguez, R., y Gómez, R. (2006). Effect of limited modal and noise information on structural damage detection. *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, 3(7), 1247–1252.
- Escobar, J. A., Sosa, J. J., y Gómez, R. (2001). Damage detection in framed buildings. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 28(1), 35–47.
- Espinoza, F. (1999). *Determinación de características dinámicas de estructuras* (Tesis Doctoral no publicada). España.
- Ettouney, M. M., y Alampalli, S. (2011). *Infrastructure Health in Civil Engineering*. CRC Press.
- Farrar, C. R., y Worden, K. (2013). *Structural Health Monitoring: A Machine Learning Perspective*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Fierro, N. F. (2002). *Identificación de daño estructural en modelos edificios usando parámetros modales* (Tesis de Master no publicada). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Guerrero, H. (2007). *Localización y cuantificación de daño estructural aplicado a elementos finitos* (Tesis de Master no publicada). Universidad Nacional

- Autónoma de México.
- Guyan, R. J. (1964). Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA journal*, 3(2), 380.
- Guyon, I., Gunn, S., Nikraves, M., y Zadeh, L. (2006). *Feature Extraction: Foundations and Applications*. Springer.
- Haldar, A. (2013). *Health assessment of engineered structures: Bridges, buildings, and other infrastructures*. World Scientific Publishing Co. doi: 10.1142/8628
- Henning, G. (1998). *Model updating of large structural dynamics models using measured response functions* (Tesis Doctoral no publicada). Inglaterra.
- Heredia, E. (1998). Optimal instrumentation of uncertain structural systems subject to earthquake ground motions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27, 343-362.
- International Code Council. (1997). *1997 Uniform Building Code*.
- Kahaner, D., Moler, C., y Nash, S. (1989). *Numerical methods and software*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989.
- Loh, C.-H., Mao, C. H., Chao, S.-H., y Weng, J.-H. (2010). Feature extraction and system identification of reinforced concrete structures considering degrading hysteresis. *Structural Control and Health Monitoring*, 17. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1002/stc.405> doi: 10.1002/stc.405
- Nilsson, N. (1996). *Introduction to machine learning*. Standord, CA. (Unpublished manuscript)
- Pandey, A., Biswas, M., y Samman, M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*, 145(2), 321–332.
- Peeters, B., Maeck, J., y De Roeck, G. (2001). Vibration-based damage detection in civil engineering: excitation sources and temperature effects. *Smart materials and Structures*, 10(3), 518.
- Rodríguez, R. (2007). *Seguimiento y detección de daño estructural en edificios sin parámetros modales base* (Tesis Doctoral no publicada). México, D.F..
- Rojahn, C., y Matthiesen, R. B. (1977). Earthquake response and instrumentation of buildings. *Journal of the Technical Councils of ASCE*, 103(1), 1–12.
- Rucka, M., y Wilde, K. (2006). Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates. *Journal of Sound and Vibration*, 297(3-5), 536–550.
- Rytter, A. (1993). *Vibrational based inspection of civil engineering structures* (Tesis Doctoral no publicada). Denmark. (Ph.D.-Thesis defended publicly at the University of Aalborg, April 20, 1993 PDF for print: 206 pp.)
- Salmerón, M., y Escobar, J. A. (2017, 11). Analysis of the convergence of the Transformation Matrix algorithm for asymmetrically damaged structures. En *6th Structural Engineers World Congress*. Cancún, México.

- Seyedpoor, S. (2012). A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(1), 1–8.
- Sidhu, J., y Ewins, D. J. (1984). Correlation of finite element and modal testing studies of a practical structure. En *International Modal Analysis Conference, 2 nd, Proceedings*. Orlando, FL.
- Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Shunk, D. D., Stinemates, D. W., Nadler, B. R., y Czarnecki, J. J. (2004). *A review of structural health monitoring literature : 1996-2001*.
- Sohn, H., y Law, K. H. (1997). A bayesian probabilistic approach for structure damage detection. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(12), 1259–1281.
- Sosa, J. J. (1998). *Detección de daño en modelos tridimensionales de edificios* (Tesis de Master no publicada). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Staszewski, W. J., Boller, C., y Tomlinson, G. R. (2004). *Health Monitoring of Aerospace Structures. Smart Sensor Technologies and Signal Processing*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Wang, Y., Thambiratnam, D., Chan, T., y Nguyen, A. (2018). Damage detection in asymmetric buildings using vibration-based techniques. *Structural Control and Health Monitoring*.
- Watkins, D. S. (2004). *Fundamentals of matrix computations* (Vol. 64). John Wiley & Sons.
- West, W. M. (1986). Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen.
- Worden, K., Farrar, C. R., Manson, G., y Park, G. (2007). The fundamental axioms of structural health monitoring. En *Proceedings of the Royal Society of London: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* (Vol. 463, pp. 1639–1664).
- Zienkiewicz, O. C., y Taylor, R. L. (2000). *The Finite Element Method* (5th ed., Vol. 1). Butterworth Heinemann.
- Çelebi, M. (2000, April). *Seismic instrumentation of buildings* (Inf. Téc. n.º 2000-157). 345 Middlefield Road, Menlo Park, CA: U.S. Geological Survey.