



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS

Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.

El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.

Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.

Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.

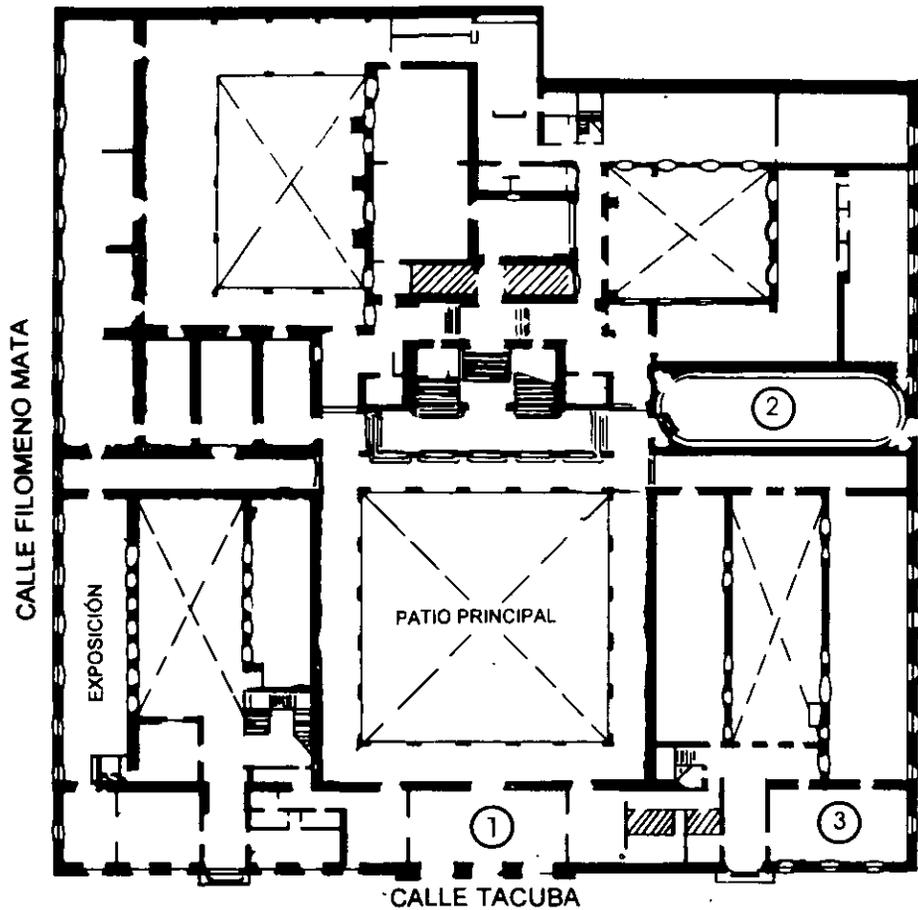
Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.

Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.

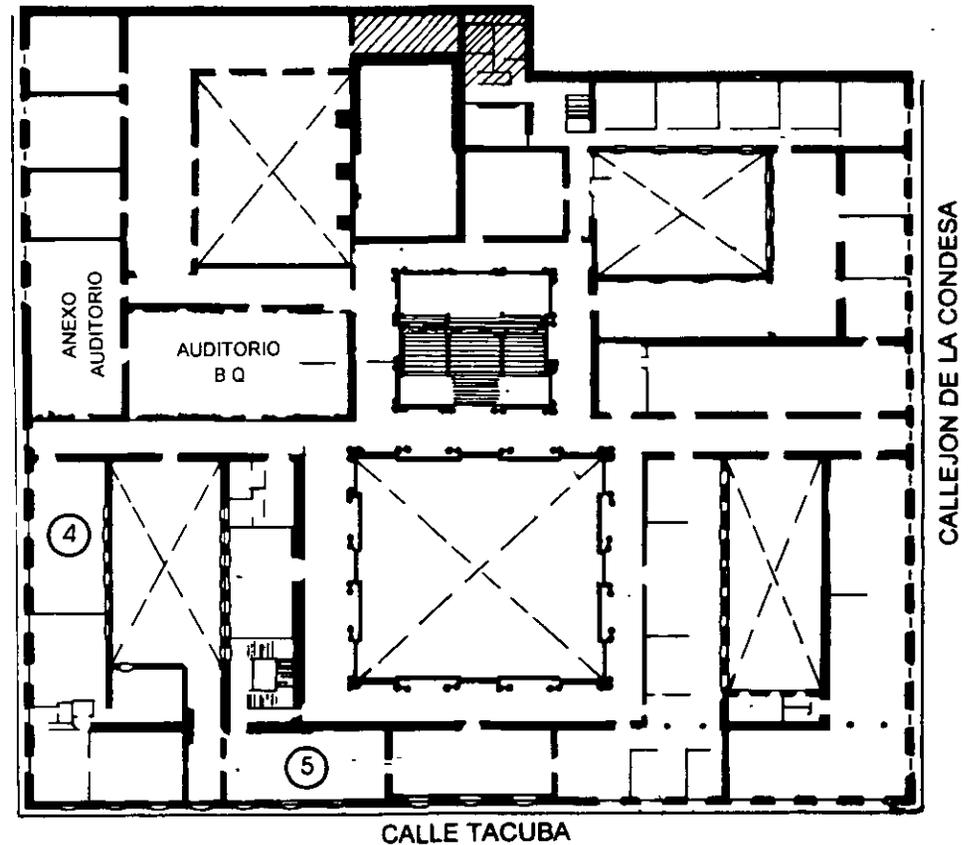
Atentamente

División de Educación Continua.

PALACIO DE MINERIA

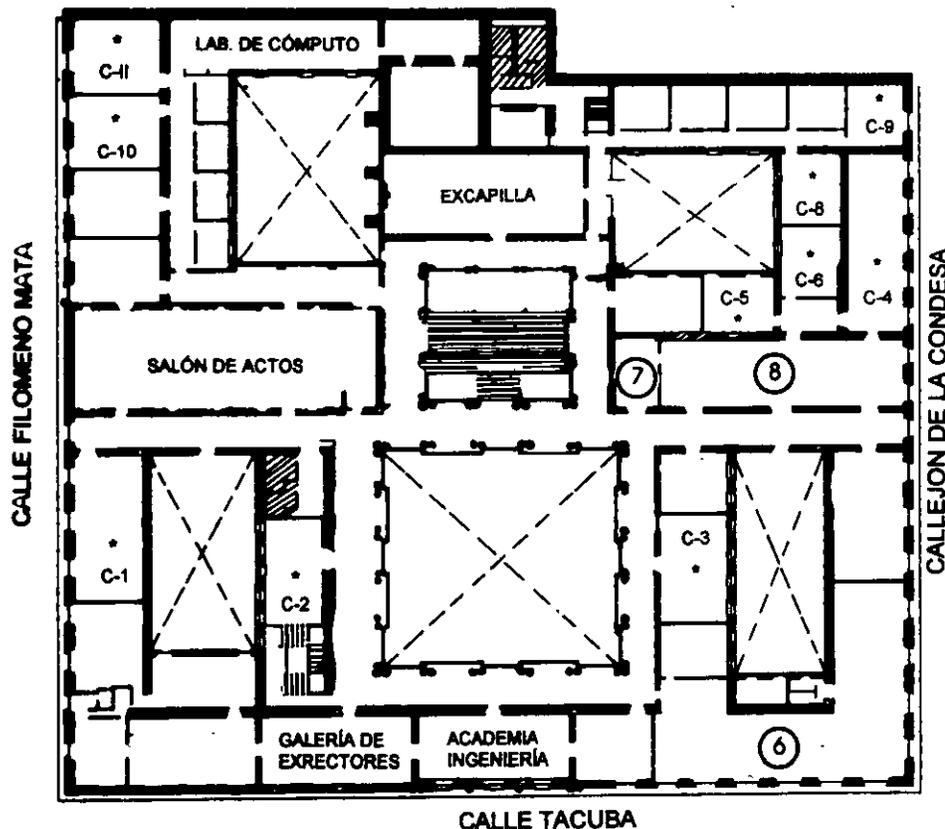


PLANTA BAJA



MEZZANINNE

PALACIO DE MINERÍA



GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

SANITARIOS

* AULAS

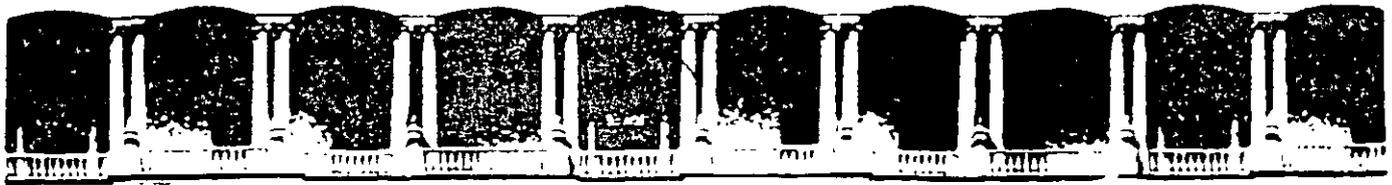
1er. PISO



DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
CURSOS ABIERTOS

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

“Tres décadas de orgullosa excelencia” 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

CALCULO DE FALLAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

**EXPOSITOR: ING. RAFAEL GUERRERO C.
PALACIO DE MINERIA
JULIO DEL 2001**

Cálculo de fallas en sistemas de potencia

Ing. Rafael Guerrero C.

Prólogo Ing. Jesús Flores Valle

PROLOGO

CONSCIENTES DE LA gran responsabilidad que Comisión Federal de Electricidad tiene comprometida con el pueblo de México en la importante función de operar de manera económica y confiable el sistema eléctrico nacional, proporcionando un servicio público de energía eléctrica de la más alta calidad y convencidos de nuestra responsabilidad compartida en este objetivo, el Centro Editorial de la Dirección General de CFE, con los mejores deseos de proporcionarle al personal técnico los elementos de información actualizada para su desarrollo profesional, ha hecho la impresión de esta obra titulada *CALCULO DE FALLAS EN SISTEMAS DE POTENCIA*, preparada por el señor Ing. Rafael Guerrero Cepeda, a quien de manera especial agradecemos su valiosa colaboración y alabamos su gran esfuerzo puesto en la preparación de la misma, reconociendo su ardua y productiva labor en el campo del análisis de las redes eléctricas y sus protecciones, así como su gran dedicación e interés por la enseñanza, pues justo es decir, que este trabajo es fruto de su experiencia y de la aplicación de sus conocimientos en la solución de los problemas reales del sistema eléctrico nacional.

Desde la aparición de la computadora digital como una herramienta sumamente eficaz y el principio de la era de los sistemas como un nuevo método sintético de pensamiento en la década de los cuarenta, la planeación, el análisis y la operación de los sistemas eléctricos de potencia han tenido una serie de cambios importantes en cuanto a su concepto y en cuanto a las

metodologías y tecnologías empleadas. Es por esto que en la actualidad los profesionales de ingeniería que laboran en estas áreas, deben manejar y dominar no sólo los aspectos conceptuales, sino tener los conocimientos y dominio necesarios sobre las herramientas y metodologías más adecuadas para el análisis óptimo de los sistemas eléctricos y también sobre el desarrollo constante de los mismos con el fin de afrontarlos de manera más eficiente en el futuro.

Existe una gran cantidad de información técnica sobre esta temática, que permite conocer las investigaciones más recientes, desde la elaboración de algoritmos hasta los conceptos más actualizados sobre la utilización de la computadora y la teoría de los sistemas en el control en tiempo real, de los sistemas eléctricos y toda la problemática que su operación económica y confiable involucra.

Varios libros tratan en formas muy variadas y diversas los temas que nos ocupan, algunos por su calidad se consideran como excelentes referencias para el análisis de fallas en sistemas eléctricos. En esta obra se han tomado como referencias las publicaciones anotadas en el capítulo 2, con el fin de sustentarla de manera cualitativa y cuantitativa en su contenido, y además se ha considerado indispensable darle un enfoque más práctico y realista, tanto en el planteamiento como en la solución de los problemas acorde a las necesidades específicas de los ingenieros de Comisión Federal de Electricidad y de las necesidades de la empresa misma, basadas fundamentalmente en la sucesiva experimentación de sucesos y problemas reales en nuestras propias instalaciones. Esto hace posible presentar los temas de una manera clara, realista y comprensible.

En el capítulo 1 se dan explicaciones sobre la terminología y los conceptos utilizados en el texto, con el fin de lograr una cultura homogénea, así como una breve descripción general del contenido del mismo.

En el capítulo 2 titulado "Referencias" se enumeran las obras de los autores más serios en esta materia, consultadas y tomadas como base científica para complementar de manera efi-

ciente el objetivo fundamental de este trabajo.

El objetivo del capítulo 3 titulado "Conceptos Generales" es el de proporcionar una explicación y reafirmación de los conceptos y teoremas, técnicos y metodológicos para el análisis de fallas en sistemas de potencia, como lo es la útil y necesaria representación del diagrama unifilar con los elementos pasivos y activos de un sistema eléctrico.

El capítulo 4 titulado "Circuitos Equivalentes de Transformadores" explica la teoría y aplicación de las componentes simétricas, herramienta matemática muy útil para el análisis de circuitos equivalentes, tratando la teoría fundamental de la manera más sencilla y accesible.

En el capítulo 5 se trata el tema "Comportamiento de la Máquina Síncrona Durante Fallas", teniendo en cuenta que los sistemas de potencia operan a frecuencia constante, y que la capacidad de generación se obtiene con máquinas síncronas. Esto hace necesario explicar de manera sencilla y clara la temática respectiva; como en la velocidad de sincronismo, reactancia síncrona, reactancia de secuencia negativa, reactancias transitorias y subtransitoria, así como también el análisis de diagramas vectoriales.

En el capítulo 6 se ejemplifican las soluciones por el método manual de tres problemas reales de cálculo de corto circuito del Sistema Tampico.

El objetivo del capítulo 7 titulado "Asimetría de la Corriente de Falla" es el de explicar de manera sencilla los conceptos técnicos de máxima y mínima asimetría de una corriente de falla, así como el concepto práctico y su aplicación.

En el apéndice "A" del capítulo 8 se trata el tema "Análisis Progresivo de los Equivalentes de Secuencia Cero", teniendo como objetivo presentar y explicar de una manera sencilla y práctica la forma de graduar en forma descendente el uso de los circuitos equivalentes de transformadores, cuando éstos están bajo la acción de la componente simétrica que no tiene secuencia (secuencia cero). Así como también la solución de 7 problemas prácticos y reales con el fin de lograr una mejor com-

prensión y aplicación de los fundamentos teóricos.

En el apéndice "B" se explica el concepto "Transitorio" en un circuito RL desde el punto de vista teórico y su aplicación a casos concretos.

En el apéndice "C", se proporciona una explicación de los métodos para seleccionar los bancos de tierra y la finalidad principal de su aplicación con el fin de reducir las sobretensiones ocurridas durante las fallas.

En el apéndice "D" se ejemplifica la solución del problema de polarización de relés de tierra cuando la fuente de secuencia cero es un autotransformador.

El objetivo que se persigue en el capítulo 9 es explicar el análisis por el método de mallas para el cálculo de corrientes de falla, haciendo énfasis en la utilización de la ley de Kirchhoff para voltajes, mostrando claramente cada una de las etapas de este método, como son la construcción de la matriz de conexión, obtención de la Z Loop, así como el artificio para la medición de la impedancia de Thevenin.

Es de suma importancia hacer resaltar que en el apéndice "E" del mismo capítulo se explica con claridad la aplicación del instructivo y listados de los programas para computadora denominados Hawk 01, Hawk 02, Hawk 03 y Hawk 04, diseñados para el cálculo de fallas por el método de Z Loop en problemas específicos del sistema eléctrico nacional.

En el capítulo 10, se trata el tema "Análisis por el Método de Nodos para el Cálculo de Corrientes de Falla", haciendo énfasis en la aplicación de las leyes de Kirchhoff para corrientes. Así como la explicación y uso del algoritmo para la formación de la matriz Z Bus.

En el apéndice "F" se explican en forma clara la aplicación de los instructivos y listados de los programas para computadora denominados Trifa y Monofa diseñados para el cálculo de cortos circuitos trifásicos y monofásicos.

En el apéndice "G" del capítulo 11 se tiene como objetivo el de presentar una comparación de los dos métodos matriciales empleados en el cálculo de fallas, así como proporcionar

una serie de conclusiones consideradas más relevantes.

En los apéndices "H-I", se tratan el método de simplificación de Z Loop, y los métodos matriciales de cálculo de fallas aplicados en un sistema de dos nodos.

El capítulo 12 tiene como objetivo presentar y explicar los conceptos generales de las "Redes Equivalentes" y su empleo en componentes lineales y no lineales, así como un ejemplo numérico para lograr un dominio eficiente en su aplicación. Incluye también una explicación y ejemplos numéricos para la comprobación de estos procedimientos.

Esperamos y deseamos a todos los que consulten esta obra, que les proporcione eficaz ayuda para la obtención de los mejores resultados en la aplicación directa de la solución de sus problemas respectivos.

Promoveremos seguramente más elementos de información para que persista y se lleve adelante la continuidad institucional de capacitar, adiestrar y actualizar permanentemente a nuestro personal y a preocupados e interesados, a profesionales y estudiosos de las cuestiones de la industria eléctrica.

ING. JESUS FLORES VALLE

1.- INTRODUCCION

Como una consecuencia de la aplicación práctica que se da a los valores de falla, es usual aceptar al iniciar el cálculo, las siguientes simplificaciones:

- 1.- Todos los "shunts", como cargas, capacitancia de líneas, etc. se desprecian.
- 2.- Todos los transformadores se suponen en tap nominal.
- 3.- Todas las máquinas se representan por un voltaje constante - - atrás de su reactancia equivalente ($x'd$ ó $x''d$).
- 4.- El flujo de corrientes en la red previo a la falla, es cero. - Lo anterior quiere decir que todos los voltajes de generación son iguales en magnitud (pu) y ángulo.
- 5.- Las líneas de transmisión se suponen balanceadas, excepto para secuencia cero, los acoplamientos mutuos son cero.

En la literatura no reciente era usual encontrar tabulaciones como la que se indica a continuación de donde se podían obtener los "factores de asimetría" por los que debían multiplicarse los valores simétricos para obtener la capacidad interruptiva a especificar.

	TIEMPO DE APERTURA	FACTOR
APLICACION GENERAL	2 ciclos	1.4
	3 ciclos	1.2
	5 ciclos	1.1
	8 ciclos	1.0
APLICACION ESPECIAL (GENERADORES)	2 ciclos	1.5
	3 ciclos	1.3
	5 ciclos	1.20
	8 ciclos	1.1
ESFUERZOS MOMENTANEOS		1.60

Como puede observarse tales factores se hacían depender fundamentalmente de la rapidez de apertura y de la cercanía a las fuentes generadoras (Relación X/R grande).

La mayoría de los interruptores que se instalan en México en líneas de alta tensión son de manufactura europea, por lo que las recomendaciones de la CEI (Comisión Internacional Electrotécnica) adquieren interés especial.

Tales recomendaciones anexas, definen términos tales como:

"Rated short-circuit breaking current" como la corriente más grande - que el interruptor debe ser capaz de interrumpir bajo las condiciones previas establecidas en las recomendaciones. Dicha corriente está caracterizada por dos valores:

- a) El valor RMS de la componente de alterna denominada "Rated -- short-circuit current"
- b) El porcentaje de la componente de directa.

En la página 50 de las recomendaciones se establece la nomenclatura en la pág. 51 se define el porcentaje de CD en función del tiempo. Si -- las tablas señalaban para interruptores de 2 ciclos y aplicación general factores de 1.40, para tiempo de 33.33 m seg. el porcentaje de CD, según las curvas es de 48%, valores muy cercanos y siempre sujetos al juicio de la persona que prepara las especificaciones.

En la mayoría de los casos los interruptores abren en 3 ciclos o más, es sensato aceptar que en ese instante las constantes que limitan o definen el valor de las contribuciones de las máquinas son las reactancias transitorias ($x'd$), sin embargo, es procedimiento tradicional establecido emplear $x'd$ para especificar capacidades interruptivas; los valores calculados con reactancias subtransitorias ($x''d$) se utilizan también para especificar "esfuerzos momentáneos"; sin embargo, deberá aceptarse que todo el procedimiento queda sujeto a juicio y que debe contarse con valores calculados con $x'd$ y $x''d$ para fundamentarlo.

Deben puntualizarse dos hechos:

- 1) Los interruptores que conectan circuitos radiales, son los -- únicos que manejan toda la potencia de corto circuito: en el resto de los interruptores la capacidad es siempre menor.
- 2) Los estudios de fallas suponen disponibilidad 100% de máquinas, lo cual es un criterio pesimista.

Respecto a los procedimientos de cálculo descritos en este volumen, -- proceden de la aplicación de la teoría de componentes simétricas del algoritmo para formar Z_{loop} y del algoritmo para formar Z_{bus} y dan -- como resultado: el valor RMS de la componente de alterna denominada - "Rated short-circuit current"

Dos procedimientos se describen:

- 1) Cálculo a mano para sistemas pequeños.

El cálculo a mano tiene sus limitaciones; su aplicación procede si se acepta que: la obtención de los valores de falla puede complicarse tanto como se quiera, siempre en detrimento de la rapidez para obtener resultados. En ocasiones se emprenden discusiones sobre si un transformador trifásico repre

sentado en un circuito monofásico adelanta o atrasa 90° la corriente o el voltaje, sabiendo de antemano que tal defasamiento puede ser sólo de 30° ó 0° dependiendo de la conexión. Cuando el estudio se orienta para "estimar" capacidades interruptivas da lo mismo que el valor final sea 300 ó 320 ó 280, de todos modos el interruptor que se va a adquirir es de 500 MVA.; en ocasiones el concepto de "bus infinito" es suficiente para sacar conclusiones. Si el cálculo es para coordinación de relés, la mayoría de los fabricantes acotan las curvas de operación a 20 veces el tap; que el valor de corriente sea 2180, 2240 amperes o algún otro valor cercano, carece de importancia. Los parámetros de líneas se calculan tomando la separación entre conductores más repetida; los parámetros del hilo de guarda varían con la magnitud de corriente, las longitudes de las líneas son generalmente aproximadas, el valor de la resistividad ζ es un promedio, etc.

Por otra parte, para una línea de transmisión de 115 KV y 75 Km:

$$\begin{aligned} Z &= 5.588 + j 32.2554 \text{ ohms} \\ &= 32.73 \angle 80.17 \text{ ohms} \end{aligned}$$

Llevar a cabo cálculos con la parte compleja de Z dará resultados aceptables, pues con respecto a la magnitud compleja la variación aparece en las décimas y es de 1.45%.

El procedimiento de cálculo a mano, trata con los conceptos necesarios, presenta un método que organiza la información y ofrece a "golpe de vista" resultados, evitando repetición en los cálculos, usando la parte compleja de la impedancia (reactancias) y de la admitancia (susceptancias).

- 2) La 2a. y 3a. partes hacen un análisis matricial del problema, son métodos abundantes en artificios y que deben aplicarse -- cuando el procedimiento "a mano" ofrece dificultades. Evidentemente si el cálculo es por computadora trabajar con valores complejos resulta conveniente. Existen los inevitables Apéndices donde aparecen los listados de los programas para computadora que corresponden a los métodos descritos en las partes 2 y 3 y algunos temas de interés aplicables en redes eléctricas.

Finalmente, si bien es obvio, debe recalcar que la intención de estas notas es buscar soluciones prácticas, es ésta la razón por la que se acepta como resultado único del cálculo de fallas, a las corrientes que son las que emplean para seleccionar capacidades interruptivas y para coordinar protecciones. Los voltajes,

cantidades fáciles de calcular mediante conceptos similares, - no se tratan en los apuntes. Todo el contenido, por último, - pretende a partir de soluciones particulares, generalizar los procedimientos, los conceptos generales se incluyen en los programas para el cálculo digital de fallas.

El crédito del método de cálculo manual de fallas corresponde al Ing. Sergio Guerrero Alcázar (8). Y el crédito de la elaboración de los programas para el cálculo de fallas por el método de Zbus (TRIFA y MONOFA) es para el Ing. Alfredo Chi Azamar.

R. GUERRERO C.
DEPTO. DE ANALISIS DE
REDES ELECTRICAS. CFE

2.- REFERENCIAS

- (1) Stagg G. W. y El-Abiad: "Computer Methods in Power System Analysis" Mc-Graw -Hill Book - Company.
- (2) Byerly R.T., Long R.W., Beldwin C. J., y King C. W.: "Digital Calculation of Power System Networks Under Faulted Conditions". AIEEE -- Transactions Febrero 1959; pág. 1296-1307.
- (3) Brown H.E., Person C.E., Kirchmayer L.K. y Stagg G.W. "Digital Calculation of 3-Phase - Short Circuits by Matrix Method". AIEE Transactions, Febrero 1961; pág. 1277-1282.
- (4) Byerly R.T., Long R.W., y King C.W.; "Logic - for Applying Topological Methods to Electric Networks" AIEE Transactions, Noviembre 1958,- pág. 657-667.
- (5) El-Abiad A. H.; "Digital Calculation of Line to Ground Short Circuits by Matrix Method" -- AIEE Transactions, Junio 1960, pág. 323-332.
- (6) Brown H.E. y Person C.E.: "Short Circuit Studies of Large Systems". Power Systems Computations Conference, Stockholm, Junio 27 - Julio 1 de 1966.
- (7) Freris L. L., Sasson A.M. "Investigation of - the Load-Flow Problem. Proc. IEE, Vol. 115,- No. 10, Octubre 1968, pág. 1459-1470.

- (8) Guerrero Sergio A., Guerrero Rafael C.; "Estudios de Fallas en Sistemas pequeños." Publicación CFE 1963.
- (9) Guillemin Ernst A.; "Introductory Circuit Theory." Wiley Edición 1953.
- (10) Purdue Energy Research and Education Center; "A - - Network Representation and Reduction Study. User's Manual." Purdue University Lafayette. Indiana.

Cálculo de fallas en sistemas de potencia

3.- CONCEPTOS GENERALES

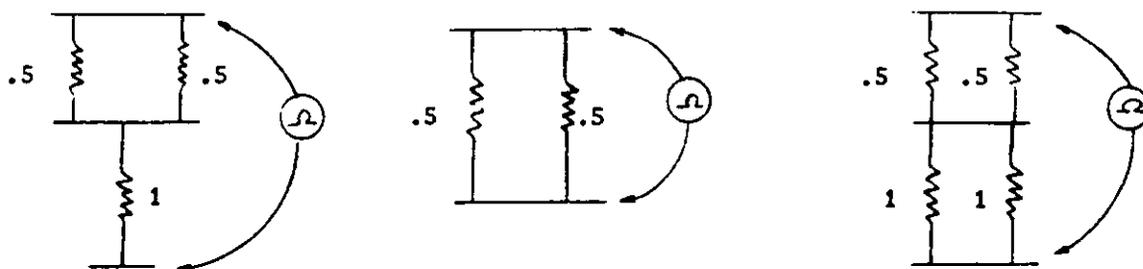
El sistema eléctrico representado en el diagrama unifilar está formado por elementos pasivos y elementos activos. En realidad el sistema así representado es un sistema trifásico o sea que la transmisión de energía de los centros de generación a los centros de carga se hace utilizando un sistema de tres fases y neutro modo convencional de transmitir energía; lo anterior, sin embargo, no impide su representación monofásicamente. Los elementos llamados pasivos como transformadores, líneas de transmisión, reactores, etc. son sumamente fáciles de representar. Los elementos activos como generadores, condensadores síncronos, motores de inducción, motores síncronos, requieren del comentario de una serie de conceptos para entender plenamente su representación.

Pretendemos por principio de cuentas obtener las magnitudes de las --- corrientes y voltajes cuando un nodo de la malla se conecta en corto - circuito al nodo de referencia. El procedimiento de siempre para calcular dichas corrientes y voltajes es la aplicación de los teoremas de Thevenin y Norton.

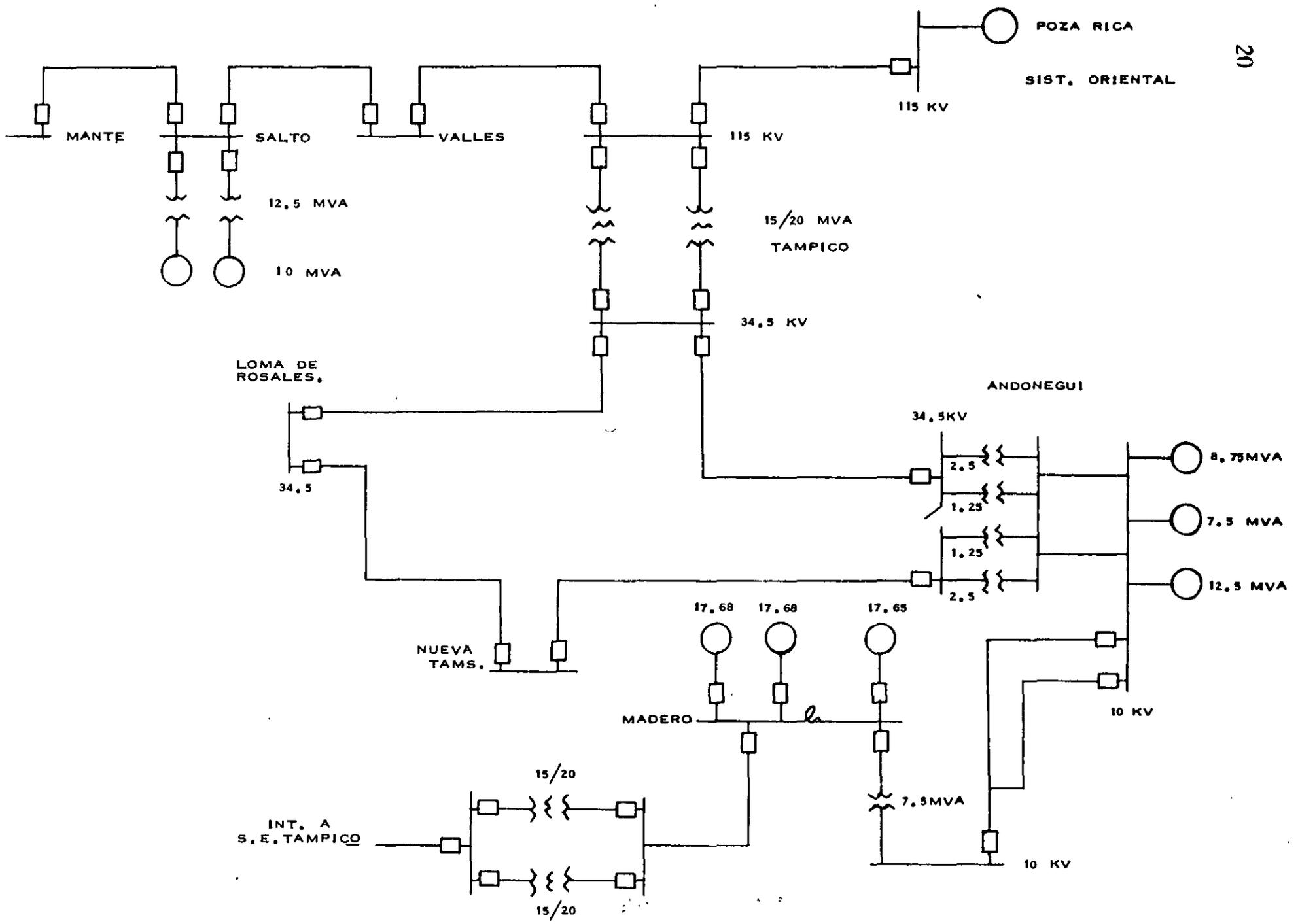
El teorema de Thevenin dice textualmente "Para un par de terminales, - una red activa lineal se puede substituir por una fuente generadora de voltaje y una impedancia en serie con dicha fuente" Para medir la impedancia de Thevenin en dos puntos de la malla, uno de ellos el de referencia, deberán ponerse en corto circuito todas las fuentes generadoras de tensión, pero deben retenerse las impedancias internas, el voltaje de Thevenin es el voltaje que se mediría en esas mismas dos terminales con la red en condiciones normales.

Se puede afirmar que el teorema de Norton es complementario del anterior y textualmente dice: "Para un par de terminales, una red activa lineal se puede substituir por una fuente generadora de corriente y -- una impedancia en paralelo" Dicha impedancia se mide exactamente - -- igual que como se hizo en el primer teorema y la corriente de Norton - sería la que circularía si nosotros uniéramos sólidamente los puntos - A y B en el equivalente de Thevenin.

Lo anterior se explica de la siguiente manera: para nosotros no representa ninguna dificultad entender que en las cuatro siguientes figuras mediríamos sucesivamente 1.25, 0.25 y 0.75 ohms

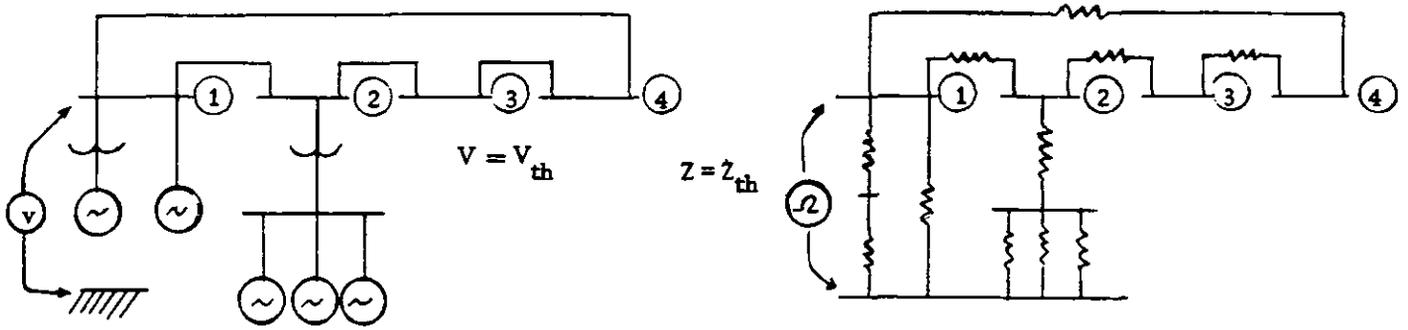


Asociando el procedimiento con el diagrama unifilar mencionado en primer término, cada uno de los elementos pasivos quedarán substituidos - por sus impedancias correspondientes, todas las fuentes generadoras --

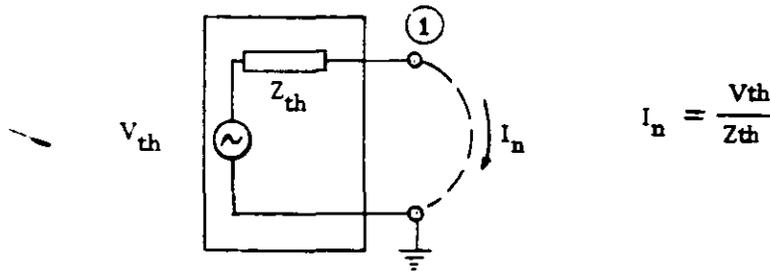


SISTEMA TAMPICO SIMPLIFICADO.

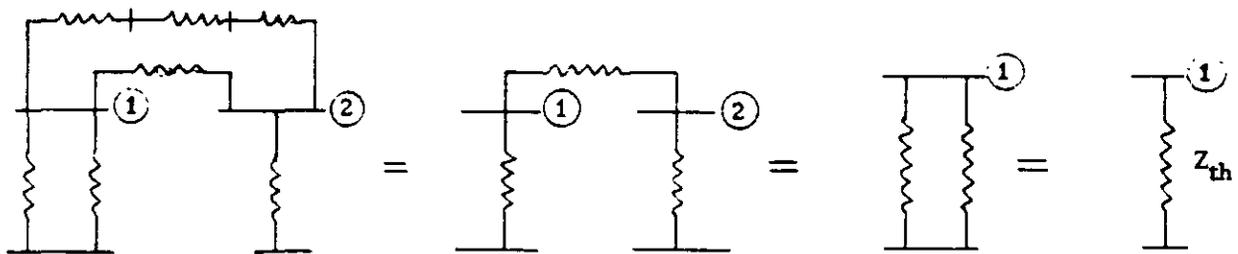
de tensión desaparecen y en su lugar se colocan las impedancias propias o internas



Abundando en lo anterior, si nos interesara conocer el comportamiento de la red para un corto circuito en el nodo 1, mediríamos la impedancia de Thevenin entre dicho nodo y la referencia. Para conocer el voltaje de Thevenin, con un voltmetro mediríamos la tensión entre los puntos 1 y referencia. Llevadas a cabo estas dos mediciones, podemos dibujar el circuito equivalente de Thevenin y aplicando el teorema de Norton, conocer la corriente total de corto circuito.



Ante la imposibilidad de medir directamente la impedancia de Thevenin (nadie se atrevería a medir con un ohmetro la impedancia entre el bus de 400 KV de la Subestación Puebla 2 y tierra) se dibuja en el papel una red equivalente y mediante aritmética simple, transformación serie-paralelo y delta-estrella, dicho valor puede ser calculado.



Selección de Bases.

La información disponible respecto a los parámetros de la red equivalente viene dada en dimensiones distintas, puede ser en ohms, en porcentaje o en por-unidad, inclusive los voltajes nominales de operación son diferentes. Es entonces evidente la necesidad de hacer homogénea la información disponible. Si decidimos que todos los valores se manejen en --

22

por ciento, debe considerarse que el producto de dos cantidades deberá dividirse entre 100 y la división de dos cantidades deberá multiplicarse por 100; si la decisión del análisis es en ohms, deberá arrastrarse a lo largo del procedimiento un multiplicador igual a la relación de vueltas al cuadrado $(V_1/V_2)^2$. El método en por-unidad ofrece definitivamente más ventajas no sólo porque los datos de placa de generadores y transformadores pueden ser usados casi directamente, sino porque la información para estudios de flujos de potencia y estabilidad se hace en la totalidad de los casos manejando cantidades en por-unidad.

Consideramos por lo anterior, como único método conveniente el que maneje cantidades en por-unidad.

Como datos o como resultados del problema tendremos potencias, voltajes, corrientes e impedancias, por lo anterior, necesitamos bases o referencias de potencias, voltajes, corrientes e impedancias. Usualmente sólo una de estas cantidades se escoge con entera libertad, la potencia base; el resto de las bases o referencias es obligada. Puede afirmarse que el voltaje base es cantidad sujeta a selección lo cual es falso, ya que en el momento de plantear el problema o dibujar la --malla equivalente los voltajes base ya están escogidos y son los nominales de operación.

Mediante el siguiente desarrollo se puede concluir que la afirmación anterior es válida y se puede concluir también que las mismas relaciones son válidas si se usan cantidades monofásicas o trifásicas.

Circuito Monofásico: Se escoge: KVA_{base}
 Se conoce: KV_{base}

$$I_{base} = \frac{KVA_{base}}{KV_{base}}$$

$$Z_{base} = \frac{KV_{base} \times 10^3}{I_{base}} = \frac{(KV_{base})^2 \times 10^3}{KVA_{base}} = \frac{(KV_{base})^2}{MVA_{base}}$$

Circuitos Trifásicos: Se escoge: KVA_{base}
 Se conoce: KV_{base}

Se obtiene: 1) $I_{base} = \frac{KVA_{base}}{\sqrt{3} KV_{base}}$ $KVA = \sqrt{3} KV \times I$

Un individuo de 1.75 m. de estatura representa 10/1 es la referencia el individuo de 1.80 m. es --comparado con la referencia 1.0285% y otro de 1.90 será 1.085%.

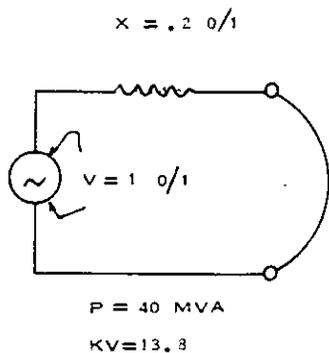
$$2) \quad Z_{base} = \frac{\left(\frac{KV_{base}}{\sqrt{3}}\right) \times 10^3}{I_{base}} = \frac{\left(\frac{KV_{base}}{\sqrt{3}}\right) \times 10^3}{\frac{KVA_{base}}{\sqrt{3} \times KV_{base}}}$$

$$= \frac{\left(\frac{KV_{base}}{\sqrt{3}}\right) \sqrt{3} KV_{base} \times 10^3}{KVA_{base}}$$

$$= \frac{(KV_{base})^2}{\frac{KVA_{base}}{10^3}} = \frac{(KV_{base})^2}{MVA_{base}}$$

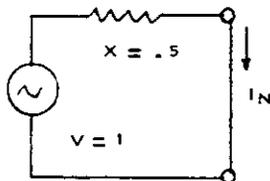
En realidad, como afirmación final, se dice que existe una potencia base única, tantos voltajes base como voltajes de generación, transmisión y distribución tenga la red; lo anterior nos lleva como consecuencia, a aceptar tantas impedancias y corrientes base como voltajes base tenga la red; de esta manera se toman en cuenta las relaciones de transformación.

A la potencia base se le asigna cualquier valor, generalmente la potencia más veces repetida o una fácil para las operaciones, y como se demuestra en el cálculo sencillo que se lleva a cabo enseguida, si bien los valores de I_N en por unidad son distintos, los resultados finales en amperes siempre son iguales ($I = 8377.31$ amps.)



$P_{BASE} = 100$
 $KV_{BASE} = 13.8$
 $I_{BASE} = 4188.66$

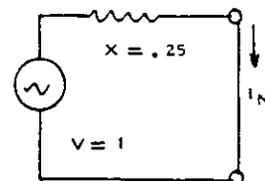
$P_{BASE} = 50$
 $KV_{BASE} = 13.8$
 $I_{BASE} = 2094.33$



$$I_N = \frac{1}{.5} = 2 \text{ o/1}$$

$$I_{CC} = 2 \times 4188.66$$

$$= 8377.31 \text{ AMPS}$$



$$I_N = \frac{1}{.25} = 4 \text{ o/1}$$

$$I_{CC} = 4 \times 2094.33$$

$$= 8377.31 \text{ AMPS}$$

4.- CIRCUITOS EQUIVALENTES DE TRANSFORMADORES

Componentes Simétricas.

El circuito equivalente de un transformador trifásico, dependiendo de sus conexiones, es diferente cuando se intercala en una red de secuencia positiva o cuando se intercala en una red de secuencia cero. Es por lo tanto oportuno, recordar los fundamentos respecto a la teoría de las componentes simétricas.

La parte fundamental de teoría es sumamente sencilla y como tal, deberá entenderse sin pretender buscarle complicaciones.

La separación de un vector en componentes para simplificar procedimientos de cálculo es de uso común, así un voltaje o corriente de alterna formado por dos componentes en cuadratura, se expresa como:

$$\bar{v} = v_1 + j v_2$$

El número de componentes pudiera ser, evidente, mayor que dos. Así:

$$E = IZ = (I_1 + I_2)Z \quad \text{es válido si:}$$

$$I_1 + I_2 = I$$

$$E = IZ = (I_1 + I_2 + I_3)Z \quad \text{se cumple si:}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = I$$

En las relaciones anotadas arriba podríamos decir en primer lugar que I_1 e I_2 son "componentes" de la corriente I , y también que I_1 , I_2 e I_3 son "componentes" de la corriente I .

Con un criterio similar se establece que:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

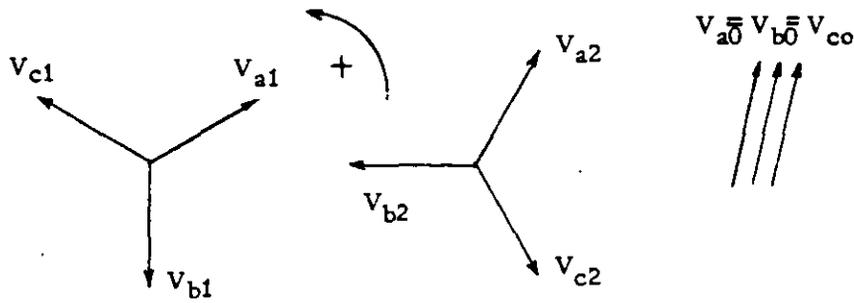
o sea, en un sistema trifásico desbalanceado el vector voltaje de cada fase será igual a la suma de tres componentes llamados de secuencia positiva, negativa y cero.

Las componentes de secuencia positiva, acompañadas con índice 1, son tres vectores de igual magnitud y separación angular de 120° entre ellas con secuencia normal ABC.

Las componentes de secuencia negativa, acompañadas con índice 2, son tres vectores de igual magnitud y separación angular de 120° , con secuencia ACB.

Las componentes de secuencia cero, acompañadas con índice 0 serán tres vectores de la misma magnitud y de la misma dirección.

Podemos considerar que las componentes simétricas de determinado sistema trifásico desbalanceado son las que se anotan enseguida:



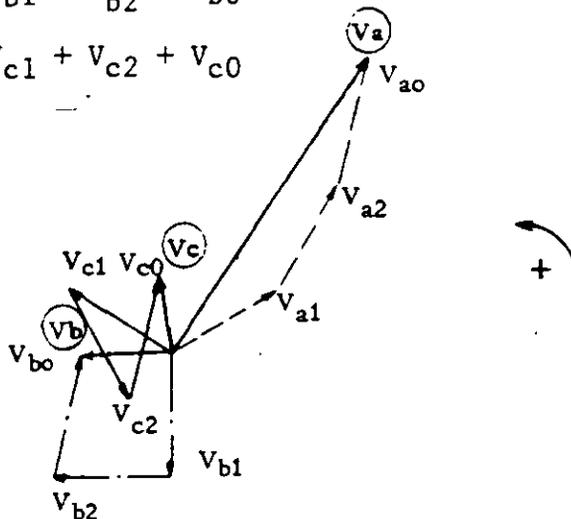
El sistema trifásico desbalanceado es fácil de graficar, si aplicamos las relaciones:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

y será el que se anota enseguida:



OPERADOR a

El operador "a" es un vector de magnitud unitaria y dirección 120°, - puesto en forma cartesiana será:

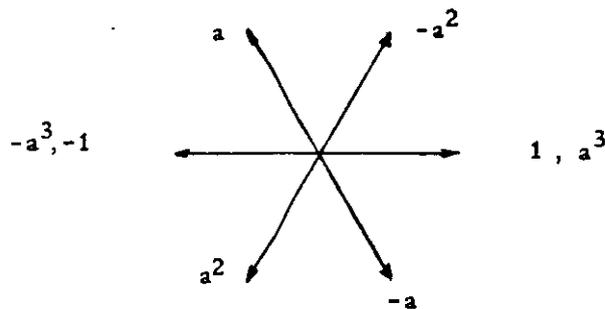
$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

De la misma manera el operador a^2 será un vector de magnitud unitaria y dirección 240° o 120° que puesto en forma cartesiana será:

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Y finalmente el operador a^3 será un vector de magnitud unitaria y ángulo cero grados.

Aplicando el operador "a" a un vector particular, este vector no -- cambiará su magnitud solamente su dirección que será "adelantada" de acuerdo con el ángulo asociado con el operador "a".



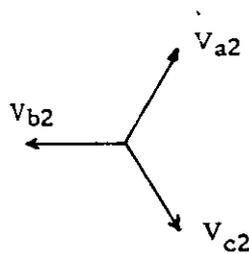
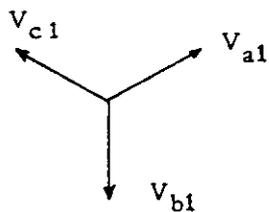
La propiedad de uso más general en el desarrollo de relaciones entre componentes simétricas será la anotada enseguida:

$$a = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a + a^2 = -1 \implies \underline{a^2 + a + 1 = 0}$$

El operador "a" aplicado a las componentes simétricas del sistema -- trifásico desbalanceado da las siguientes relaciones:



$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$$



$$V_{b1} = a^2 V_{a1}$$

$$V_{c1} = a V_{a1}$$

$$V_{b2} = a V_{a2}$$

$$V_{c2} = a^2 V_{a2}$$

$$V_{b0} = V_{a0}$$

$$V_{c0} = V_{a0}$$

Por lo que las relaciones:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

Se modifican y quedan:

27

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_b = V_{a0} + a^2 V_{a1} + a V_{a2}$$

$$V_c = V_{a0} + a V_{a1} + a^2 V_{a2}$$

Que expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

Si denominamos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

La inversa de A será:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Puesto que se cumple que $A A^{-1} = I$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

entonces: $V_\phi = A V_s$

Wentz
 $A^{-1} V_\phi = V_s$

Vectores de secuencia
→
Vectores de fase

Que equivale a:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

o bien

$$3V_{a0} = V_a + V_b + V_c$$

$$3V_{a1} = V_a + aV_b + a^2V_c$$

$$3V_{a2} = V_a + a^2V_b + aV_c$$

Estamos pues en posibilidad de:

- a).- Calcular las cantidades de fase conocidas las componentes simétricas
- b).- Calcular las componentes simétricas en función de las cantidades de fase.

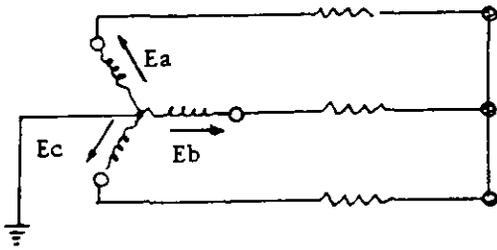
Siempre y cuando se respeten estrictamente las reglas que limitan el uso de las componentes simétricas.

- 1).- Voltajes de secuencia positiva, negativa o cero inducen únicamente corrientes de secuencia positiva, negativa o cero respectivamente.
- 2).- Corrientes de determinada secuencia sólo podrán producir voltajes de esa misma secuencia.
- 3).- Los puntos 1 y 2 se resumen diciendo que: no existe interacción entre secuencias distintas.
- 4).- Los elementos activos de la red, sólo generarán voltaje de secuencia positiva. Lo anterior es obvio; para que una máquina genere tensiones de secuencia negativa tendría que girar en sentido contrario. Sería así mismo imposible que V_a , V_b , V_c fueran iguales en magnitud y estuvieran en fase, característica de las cantidades de secuencia cero.
- 5).- Los voltajes de secuencia negativa y cero se consideran generados en el punto de falla; disminuyen en magnitud tan pronto nos alejamos de ese punto.
- 6).- El voltaje de secuencia positiva es cero en el punto de falla y máximo en los puntos de generación.
- 7).- Como las corrientes de secuencia cero, están en fase y son del mismo tamaño, necesitan el neutro, 4o. conductor, conexión a tierra, para poder circular.

Para establecer la consistencia de este recurso y las interconexiones entre redes para distintos tipos de fallas, consideremos que la máquina de la figura está en vacío, pero excitada de tal modo que $I_a, I_b, I_c = 0$; en el instante t_0 se produce un corto circuito que podrá ser:

Interconexión de mallas para distintos tipos de falla.

Trifásico



Tomando Ia como referencia

para secuencia positiva:

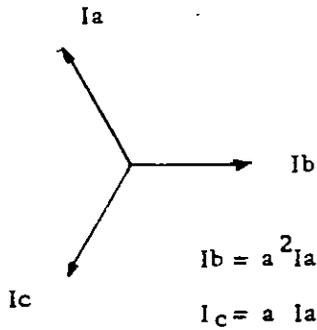
$$3I_{a1} = I_a + aI_b + a^2I_c$$

como:

$$I_b = a^2I_a$$

$$I_c = aI_a$$

$$3I_{a1} = 3I_a \quad \delta \quad I_{a1} = I_a$$



para secuencia negativa:

$$3I_{a2} = I_a + a^2I_b + aI_c$$

$$= I_a + aI_a + a^2I_a$$

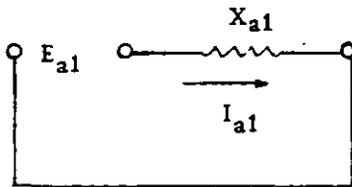
$$= I_a (1 + a + a^2) = 0$$

para secuencia cero:

$$3I_{a0} = I_a + I_b + I_c$$

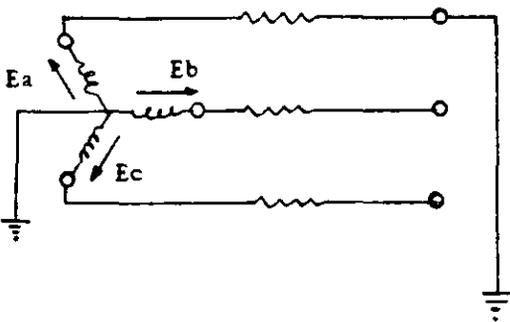
$$= 0$$

El resultado es consistente: en condiciones trifásicas balanceadas sólo existe secuencia positiva, y la red de secuencia (+) será:



$$I_{a1} = I_{cc} = \frac{E_a}{X_{a1}}$$

De Fase a tierra:



Evidentemente

$$V_a = 0$$

$$I_b = 0$$

$$I_c = 0$$

$$\text{como } I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0} = 0$$

$$\text{e: } I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0} = 0$$

$$\underline{(I_b - I_c) = (a^2 - a)I_{a1} + (a - a^2)I_{a2} = 0}$$

o bien

$$I_{a1} = I_{a2}$$

$$\text{como } I_b = a^2 I_{a1} - a I_{a1} + (I_{a1} - I_{a1}) + I_{a0} = 0$$

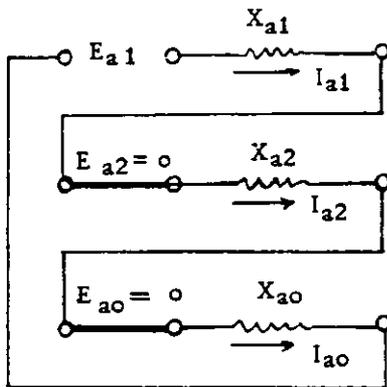
$$(a^2 + a + 1)I_{a1} - I_{a1} + I_{a0} = 0$$

de donde

$$I_{a1} = I_{a0}$$

$$\text{o sea: } I_{a1} = I_{a2} = I_{a0}$$

Las redes dibujadas enseguida deberán conectarse en serie para cumplir con esta condición:



$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0}$$

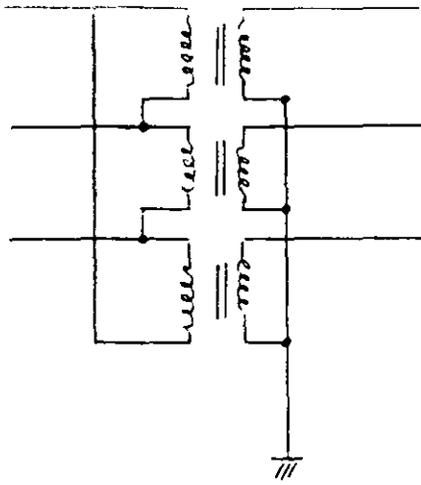
$$= \frac{E_a}{X_{a1} + X_{a2} + X_{a0}}$$

Entre fases:

Por ser de poca aplicación, los resultados de un análisis de fallas de 2 Fases - tierra y entre fases, se excluye de estas notas.

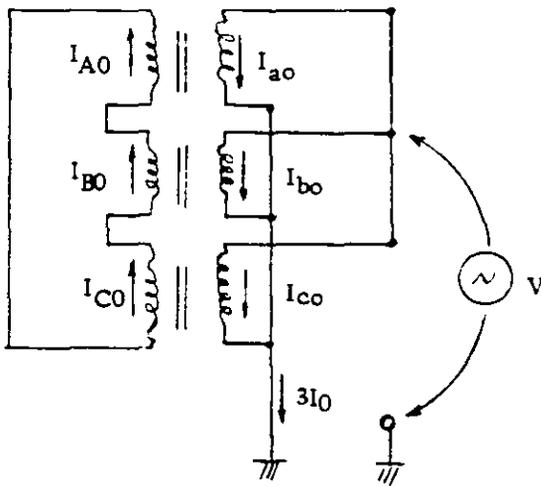
El circuito equivalente.

Respecto a los equivalentes para líneas, generadores y transformadores, el interesante al análisis para ser intercalado en la red de secuencia cero es este último. Vistas las conexiones, Delta o estrella de cada devanado, su comportamiento es radicalmente distinto y radicalmente cambia el aspecto de la red de secuencia cero. Así, deduzcamos el equivalente del transformador delta-estrella de la figura.

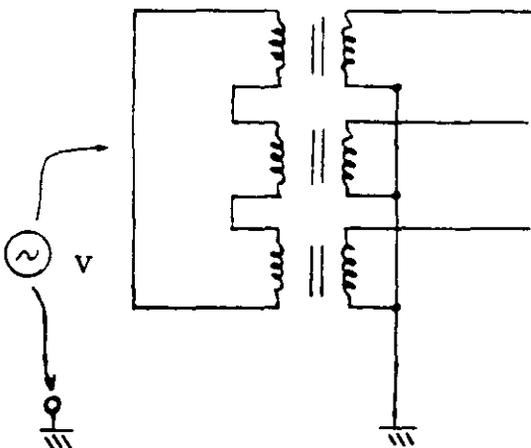


Se trata de hacer circular por él, corrientes de secuencia cero - (en fase e iguales en tamaño). De acuerdo con los párrafos (1), - (5) y (7) que restringen el uso de las componentes simétricas se nos ocurre, poner en corto el devanado en estrella y alimentar con un voltaje monofásico aplicado entre el corto circuito y tierra -- (4° conductor) en estas condiciones, por el devanado en estrella fluyen tres corrientes iguales en ángulo y magnitud que se suman en el neutro de tal modo que por él circula

$$3I_{a0} = I_{a0} + I_{b0} + I_{c0}$$

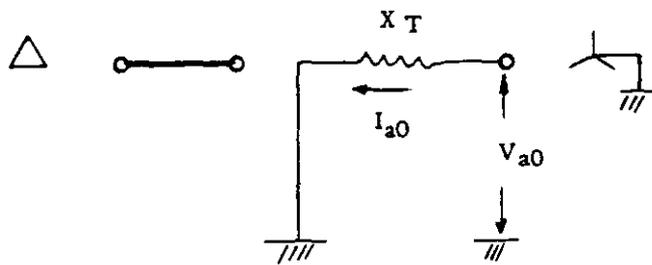


Cada corriente induce en la delta I_{A0} , I_{B0} e I_{C0} que por ser iguales y en fase circularán en la delta. Si el procedimiento se repite para la delta:

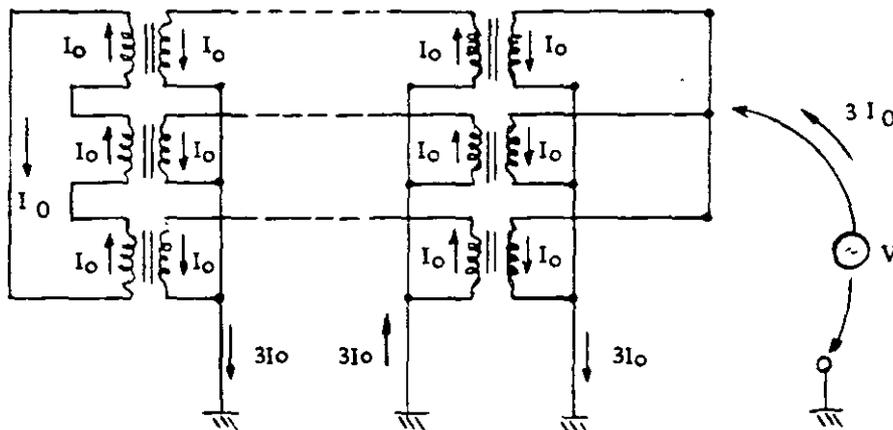


la corriente vale cero, lo que indica que $Z = \infty$ o sea el circuito para secuencia cero, está abierto.

El equivalente monofásico será

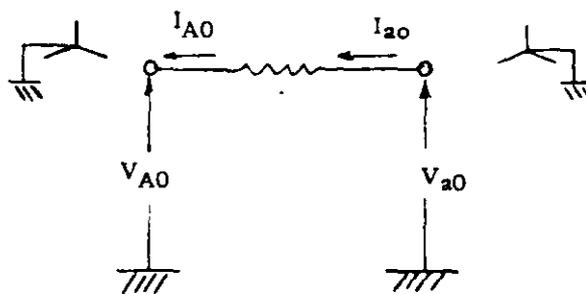


El otro equivalente interesante es el que corresponde al transformador con neutro aterrizado. La inyección de corriente ($3I_{a0}$) que se intenta en cualesquiera de los dos devanados, tendrá éxito sólo si el otro devanado termina a través de conexiones externas en otro transformador (ver figura)



Bastaría con abrir cualquier neutro para que el circuito se comportara como si $Z = \infty$

El equivalente monofásico sería el de la figura, y se dice que - - "deja pasar la secuencia cero"



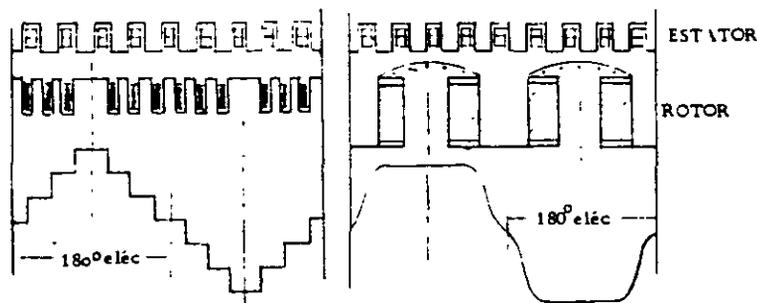
5.- COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA SINCRONA DURANTE FALLAS

Todos los sistemas de potencia operan a frecuencia constante, y la capacidad de generación se obtiene mediante máquinas síncronas. La relación que existe entre la velocidad de sincronismo N_s , la frecuencia f y el número de polos p del rotor es:

$$N_s \text{ rev/min} = 120 \cdot f/p$$

Ocasionalmente parte de la capacidad de generación se obtiene mediante generadores asíncronos y con bastante más frecuencia el exceso o falta de potencia reactiva se cubre con condensadores síncronos.

Los generadores son en su gran mayoría de dos tipos, dependiendo de la velocidad de la turbina. Con turbinas de vapor, son posibles altas velocidades 3600, 1800 revs/min para 60 ciclos con dos y cuatro polos respectivamente; debido a la gran velocidad periférica se requiere que el rotor sea cilíndrico o sea fabricado de una sola pieza de acero forjado con ranuras longitudinales en donde se aloja el devanado de los polos.



Con turbinas hidráulicas la velocidad varía en un rango de 150 a 600 rpm, dependiendo del tipo de rueda móvil de la turbina y de la carga hidrostática; debido a que la velocidad periférica es pequeña, se requiere que el estator sea de gran diámetro con un número grande de polos. Estas máquinas tienen polos laminados sujetos al "spider" razón por la cual se designan como de "polos salientes"

En cualquiera de las dos la fem inducida por fase está dada por la relación:

$$E = 2k_1 k_2 k_3 \phi Z f$$

donde: ϕ es el flujo por polo
 Z es el número de conductores en serie por fase
 f es la frecuencia
 $k_1 k_2$ y k_3 combinados dan 1.05 aproximadamente para

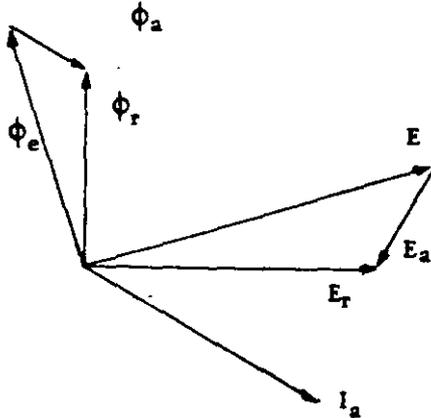
Y si bien, los flujos están bien lejos de una forma senoidal, el voltaje terminal sí lo es, mediante el proceso de sumar los voltajes generados en los conductores individuales.

Desde el punto de vista eléctrico, existen dos diferencias entre las máquinas de polos lisos (rotor cilíndrico) y los de polos salientes; la primera: las variaciones cíclicas del rotor con respecto a la velocidad síncrona se amortiguan mediante la producción de corrientes parásitas en el rotor. La máquina de polos salientes (polos laminados) no es autosuficiente para amortiguar esas desviaciones, es por esto que generalmente se adiciona el "devanado amortiguador" que no es otra cosa que una jaula de ardilla ubicada en la superficie de los polos, donde las corrientes inducidas pueden circular. La segunda y más importante diferencia es que la reluctancia del entrehierro en la de rotor-liso es casi uniforme en toda la circunferencia del rotor; en la de polos salientes varía enormemente de un valor máximo entre polos (eje q) a un valor mínimo frente a la superficie del polo (eje d); es por esta razón que los dos tipos de máquinas tienen para el análisis de regulación diagramas vectoriales distintos.

Reactancia Síncrona

Una máquina de rotor liso podrá ser representada mediante un circuito equivalente previa aceptación de los siguientes razonamientos:

El flujo en el entrehierro se considera como la suma vectorial de dos flujos, uno producido por el campo y otro por la reacción de armadura (la corriente del estator produce este último); estos flujos se pueden traducir también como fmm generadas y así:

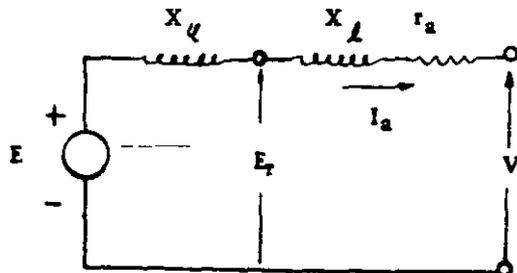


E_r , voltaje en el entrehierro es la suma vectorial de E , voltaje de excitación y E_a generado por la reacción de armadura. Entonces:

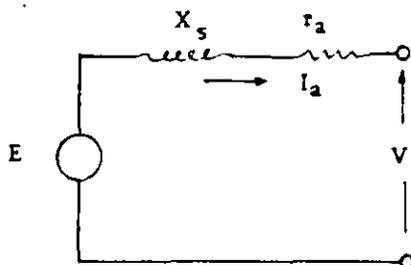
$$E - jI_a X_\psi = E_r$$

X_ψ es una constante de proporcionalidad relacionando E_a con I_a y se denomina como "reactancia magnetizante"

E_r , el voltaje en el entrehierro difiere de voltaje terminal (V) sólo por la caída en la resistencia y la reactancia de dispersión de la armadura o sea:



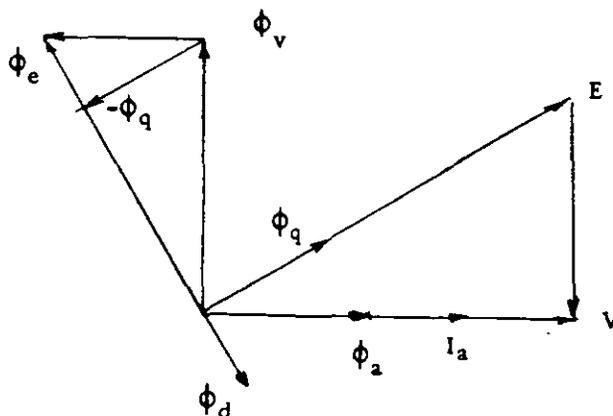
Si $X_s = X_\varphi + X_\ell$



NOTA: X_ℓ - involucra no sólo el flujo de dispersión sino también el flujo asociado con las armónicas creadas debido a que el flujo no es senoidal

X_s - se conoce como reactancia síncrona y en este caso (rotor liso) $X_d = X_s$

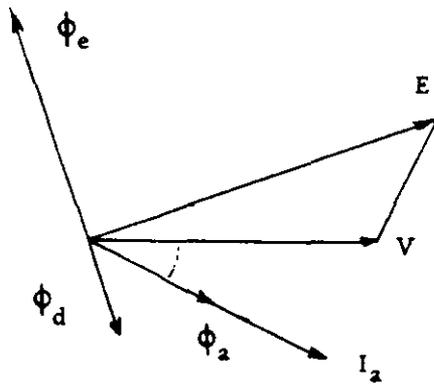
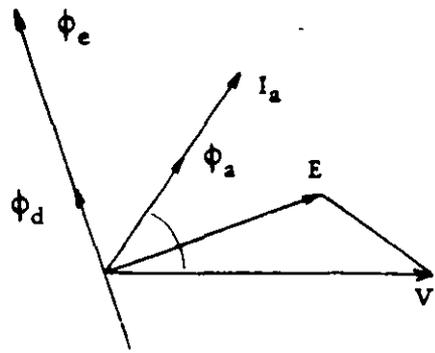
Para la máquina de polos salientes, los conceptos anteriores no son aplicables por las siguientes razones: el flujo ϕ_e (con la máquina en vacío produce la fem E) se modifica por el flujo ϕ_a - - (reacción de armadura) de tal modo que el flujo resultante ϕ_v genera el voltaje terminal V.



Este voltaje se obtiene si ϕ_a se resuelve en dos componentes, una en fase con E (eje en cuadratura q) y otra a 90° (eje directo d). ϕ_q causa un defasamiento de ϕ_v ; ϕ_d refuerza o debilita a ϕ_e , dependiendo del factor de potencia. Evidentemente, la reluctancia en eje en cuadratura (trayectoria en aire) es mayor que la reluctancia en eje directo (trayectoria en hierro) y como cualitativamente

$$\begin{aligned} \text{Flujo} &= \frac{\text{fmm}}{\text{Reluctancia}} \\ \text{inductancia} &= \frac{\text{flujo}}{\text{corriente}} \end{aligned}$$

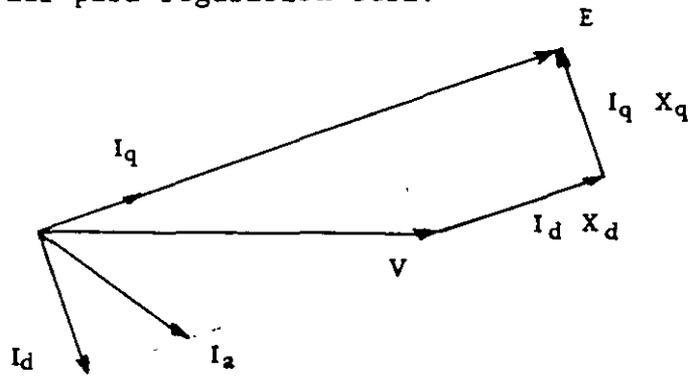
$$\begin{aligned} X_d &> X_q \\ X_d &= X_\ell + X_{\ell d} \\ X_q &= X_\ell + X_{\ell q} \end{aligned}$$



refuerza

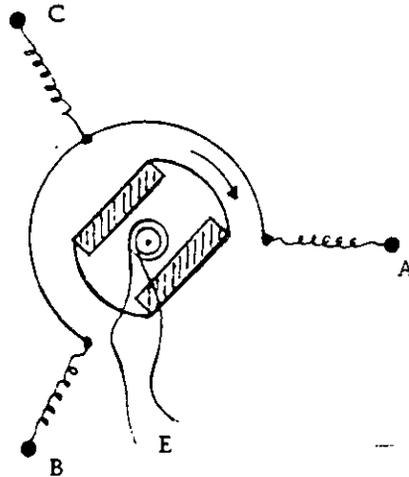
desmagnetiza

El diagrama vectorial para regulación será:



Reactancia de Secuencia Negativa

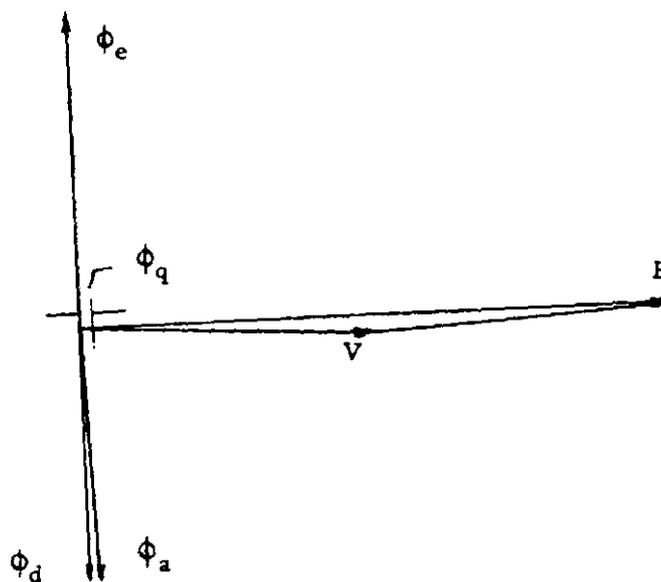
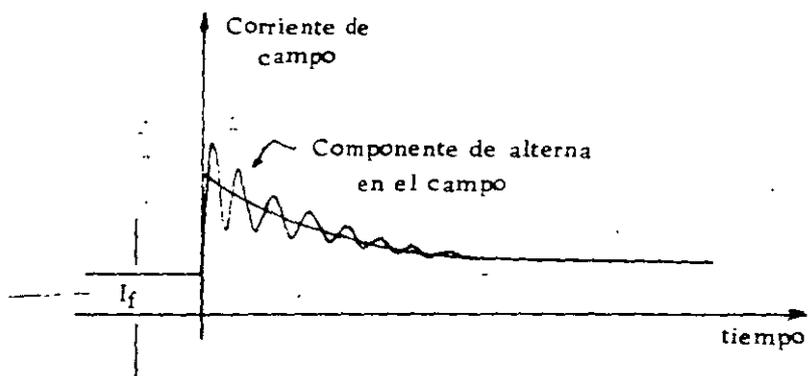
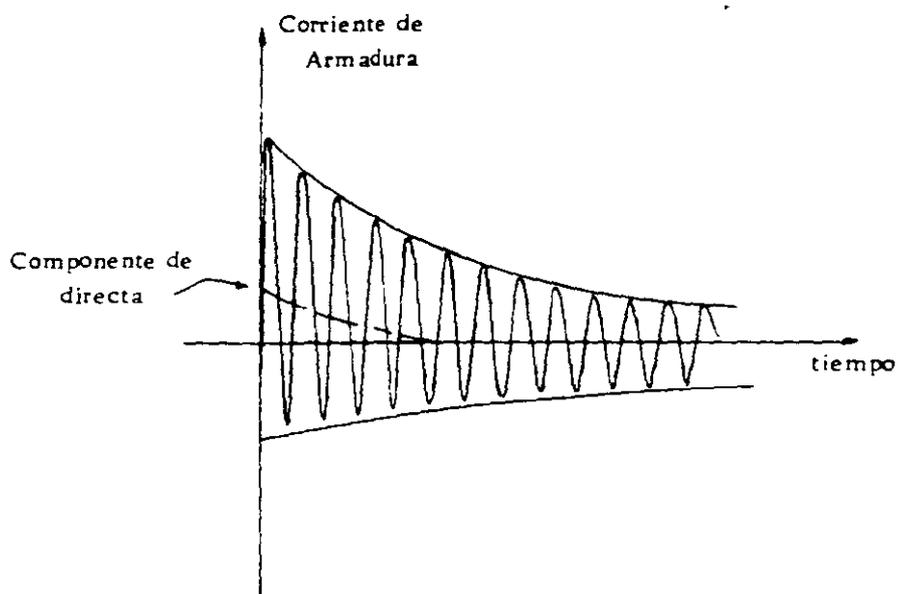
Cuando el rotor gira para generar el valor máximo de voltajes en orden abc se dice que la secuencia es abc. Aceptado que el rotor gira a velocidad síncrona, que el voltaje presente en las terminales abc gira a velocidad síncrona también, no habrá movimiento relativo entre el rotor y el campo producido por el estator y por lo tanto, no habrá fem inducida en campo ni corrientes parásitas en el hierro del rotor.



Si invertimos la secuencia del estator, existirá una frecuencia relativa entre el campo del estator y los conductores y metal del rotor de 120 ciclos; la máquina se comporta como un transformador con secundario en corto-circuito, operando a 120 ciclos cuya reactancia se llama de secuencia negativa; es generalmente más pequeña que X_d o X_q en las máquinas de polos lisos, es igual a $(X_q^* + X_d^*)/2$ en la de polos salientes.

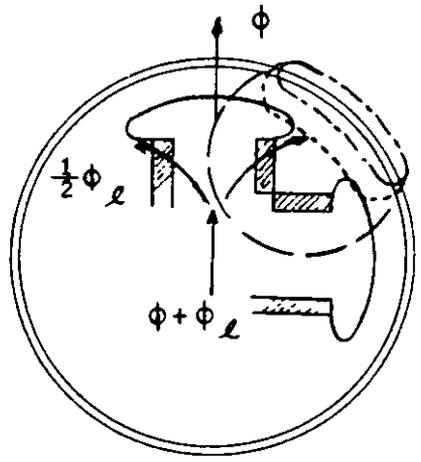
Reactancia transitoria y subtransitoria

Si suponemos que el oscilograma de la figura fue registrado cuando a una máquina en vacío y excitada para tener en sus terminales voltaje nominal, le aplicamos súbitamente un corto circuito trifásico en el instante t_0 y que los trazos pertenecen a la corriente de campo y a la corriente de armadura, notaremos que: la corriente de armadura crece y dado que el factor de potencia de ésta es atrasado y es muy pequeño, el efecto de la reacción de armadura es netamente desmagnetizante (razón por la que sólo se usan para el cálculo de fallas reactancias en eje directo).



Sin embargo, el flujo en los polos, debido a la inductancia grande - del circuito del campo, no puede cambiar instantáneamente y como res puesta natural, se induce una corriente en el campo que se opone al cambio y que tendrá la misma dirección que la corriente I_f , antes de aplicar el corto circuito. Al final de cuentas, la reacción de armadura logra modificar el flujo principal, no sólo en el entrehierro - sino también en el hierro, de tal modo que la corriente de armadura decrece exponencialmente hasta estabilizarse en un valor.

Las distintas trayectorias que emplea la reacción de armadura en va rios instantes, se muestran en la siguiente figura y definen el com portamiento subtransitorio y transitorio



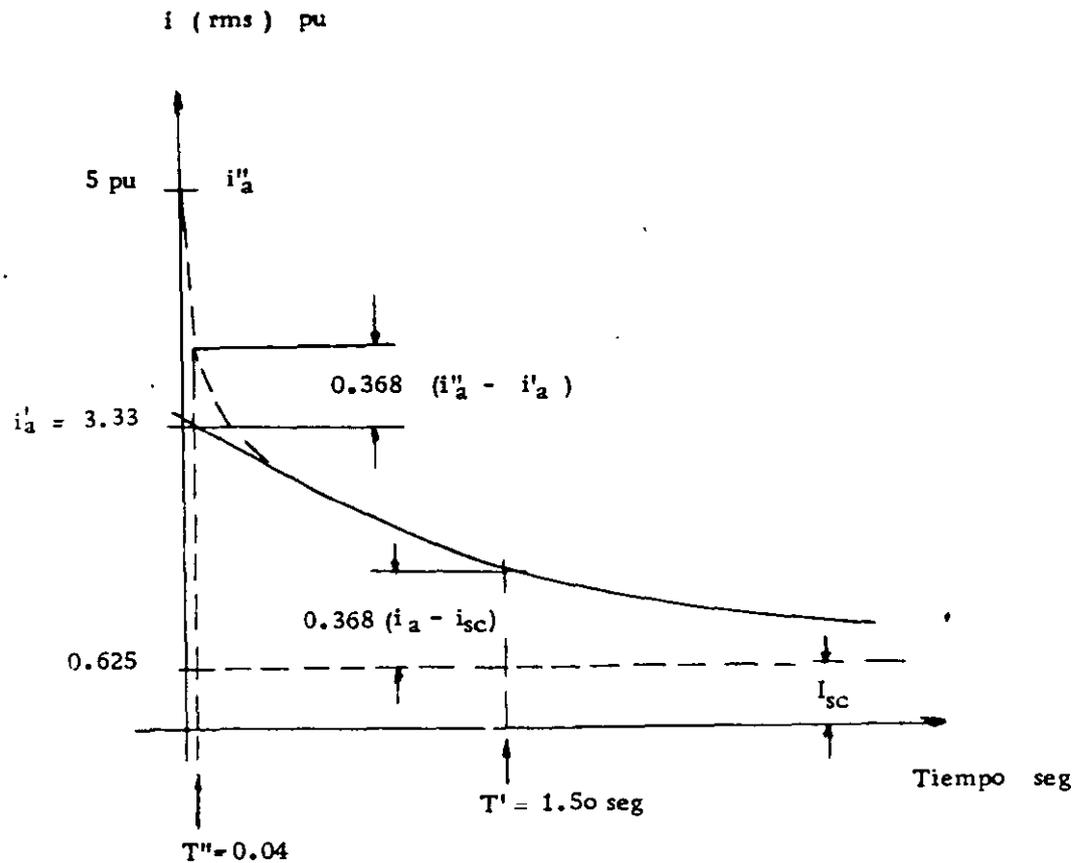
Trayectoria de flujos
 Subtransitorio ————
 Transitorio - - - - -
 Estado estable ————

En resumen: durante el período subtransitorio, el flujo está confi nado totalmente a una trayectoria en aire, debido a las corrientes - inducidas en las caras del polo y devanados amortiguadores. Estas - corrientes decaen rápidamente debido a la inductancia pequeña de sus trayectorias. La componente en eje ϕ_q es pequeña debido al bajo fac tor de potencia, por lo que la importancia de X_q es secundaria.

Durante el período transitorio el cambio rápido de ϕ_a en eje direc to puede ocurrir, dado que la trayectoria incluye sólo aire y los ex tremos del polo. El valor estable del flujo se alcanza en poco tiem po y termina cuando ϕ_a modifica $\phi + \phi_l$

Observando la gráfica:

$$i_t = (\dot{\lambda}_a'' - \dot{\lambda}_a') e^{-t/T''} + (\dot{\lambda}_a' - I_{sc}) e^{-t/T'} + I_{sc}$$



Por lo tanto, la representación de la máquina se lleva a cabo mediante el uso de $X'd$ o $X''d$, dependiendo de la aplicación del estudio (capacidades interruptivas o coordinación de relés) y si a eso agregamos las simplificaciones siguientes, la dificultad del problema se reduce sensiblemente.

- 1) Todos los "shunts": cargas, efecto capacitivo se desprecian
- 2) Todos los transformadores se suponen en tap nominal
- 3) Todas las máquinas se representan por un voltaje constante atrás de su reactancia transitoria o subtransitoria
- 4) El flujo de corriente en la red previo a la falla, es cero; o sea, todos los voltajes de generación son iguales en magnitud y ángulo.
- 5) Las líneas de transmisión se suponen balanceadas, los acoplamientos mutuos son cero, excepto en secuencia cero.

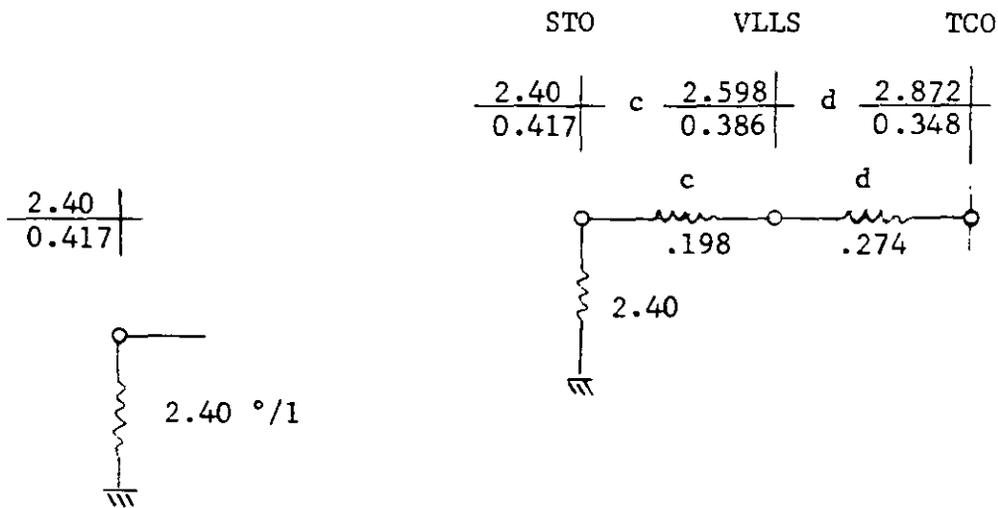
6.- SOLUCION DE UN PROBLEMA REAL POR EL METODO MANUAL.

71

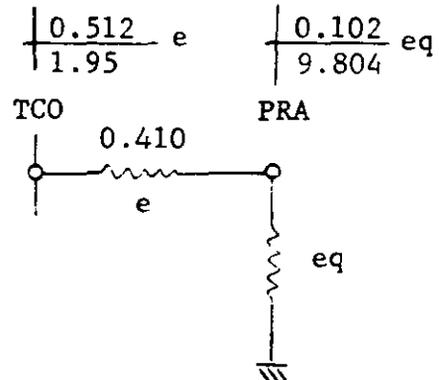
Partiendo de la información generalmente disponible, buscamos, tomando como base los conceptos anteriores, la solución para cortos - circuitos del sistema mostrado en el diagrama unifilar. El procedimiento a seguir aprovecha al máximo la información útil y se basa en lo siguiente:

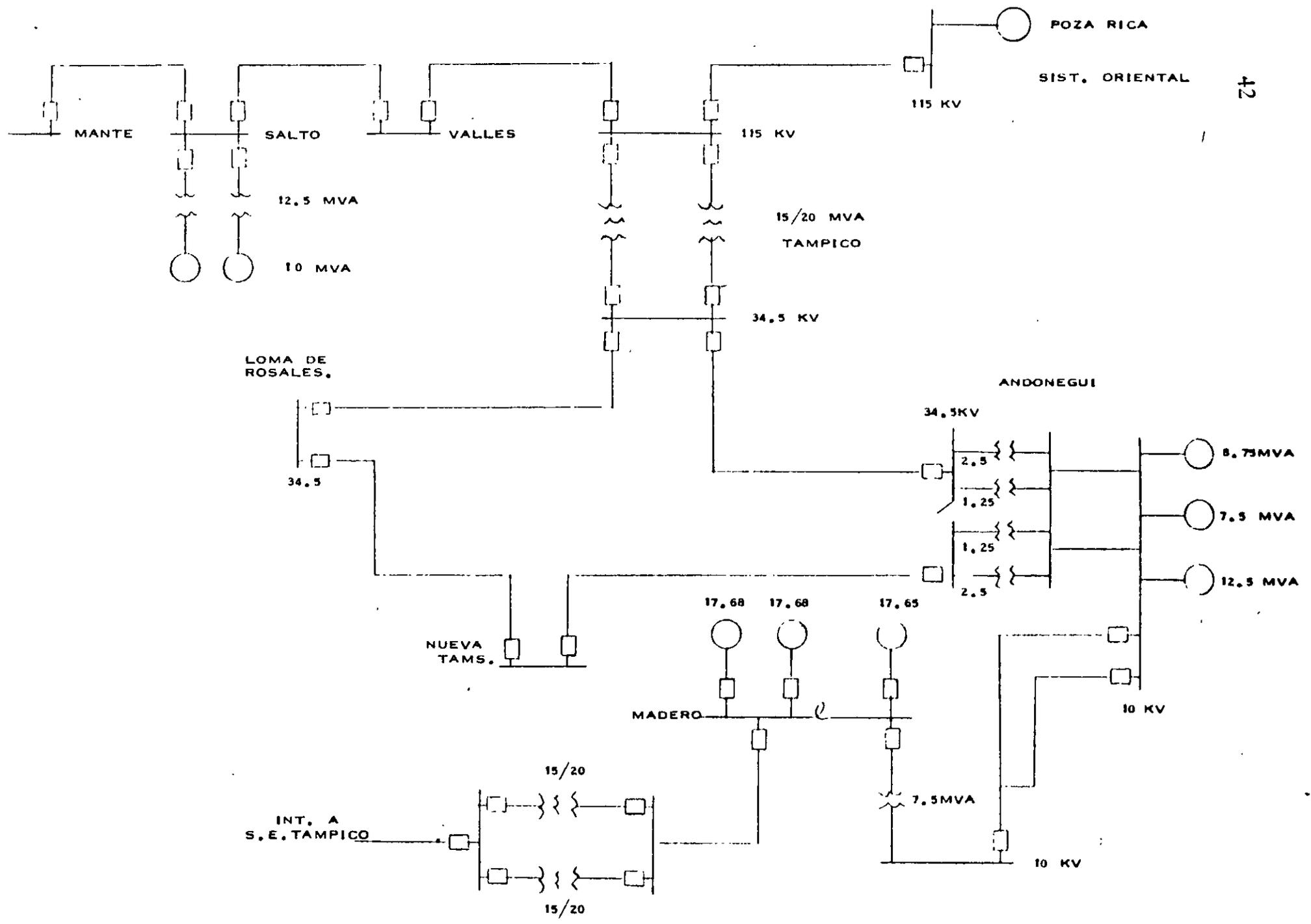
- 1) Todos los elementos de la red se identifican con una letra.

El análisis se empieza por un extremo y se contabilizan las sumas y las reducciones en paralelo, mediante un quebrado; en la parte superior se anota la reactancia y en la inferior la susceptancia, así:



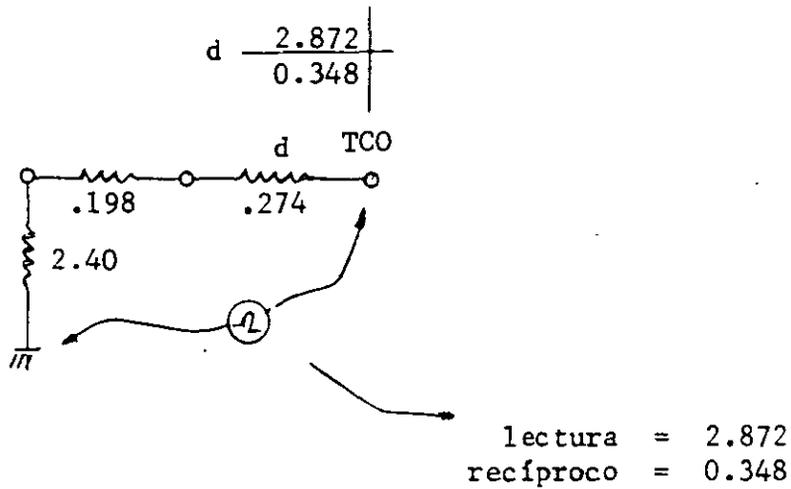
o también:



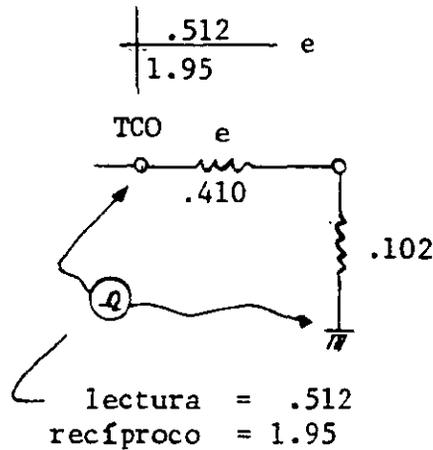


SISTEMA TAMPICO SIMPLIFICADO.

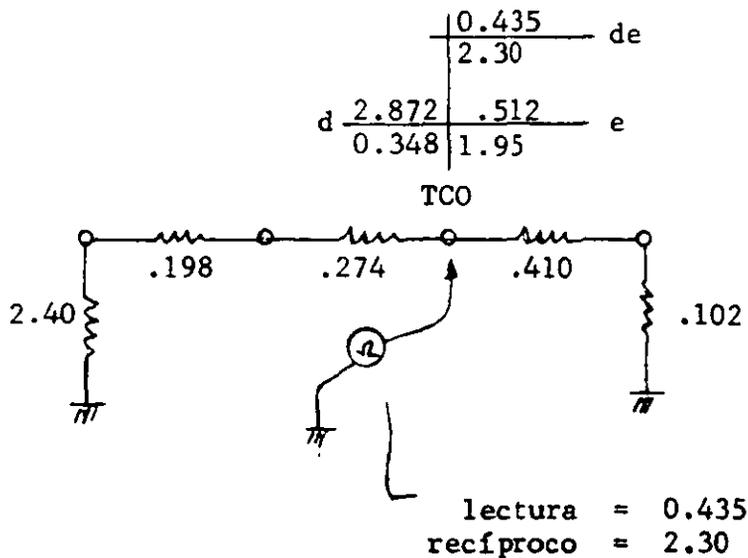
Lo anotado en las "antenas" indica por ejemplo: en Tampico (TCO) la reactancia equivalente hacia d es 2.872.



Hacia e la reactancia equivalente es:



La medición total de d y e en paralelo será:



En realidad de se calcula sumando las susceptancias parciales - - -
 (.348 + 1.95 = 2.30) que se anotan en el sitio adecuado; su recípro
 co dará la reactancia total $X = 1/2.30 = 0.435$

Evidentemente, cuando es necesario llevar a cabo transformaciones - -
 delta-estrella el método fracasa, por lo que su uso se limita a siste
 mas pequeños; para grandes redes se usan invariablemente procedimien
 tos matriciales.

Aplicando este procedimiento racionalmente se forman las redes de se
 cuencia positiva y cero (secuencia (-) igual a secuencia (+) general
 mente) mismas que se muestran en las páginas siguientes.

El aprovechamiento de la información lograda se ejemplifica enseguida:

Problema Núm. 1

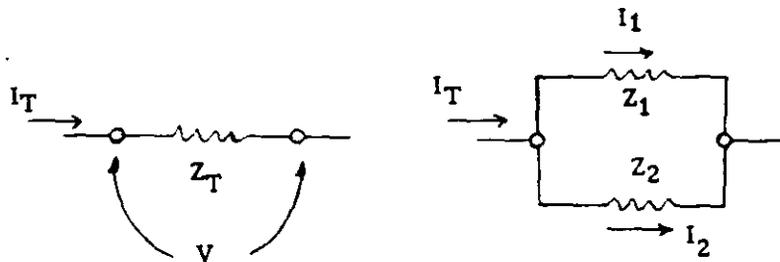
El valor de la falla trifásica en el bus de Valles (VLLS) será:

la impedancia (reactancia) de Thevenin = .4201

$$I_{cc} = \frac{V_{th}}{Z_{th}} = \frac{1}{.4201} = 2.38 \text{ } ^\circ/1$$

2.38 es un valor que ya estaba anotado como .4201/2.38; lo anterior
 quiere decir que a simple vista se conocen los valores de falla en to
 dos los nodos de la red.

Las aportaciones tradicionalmente se calculan considerando que:



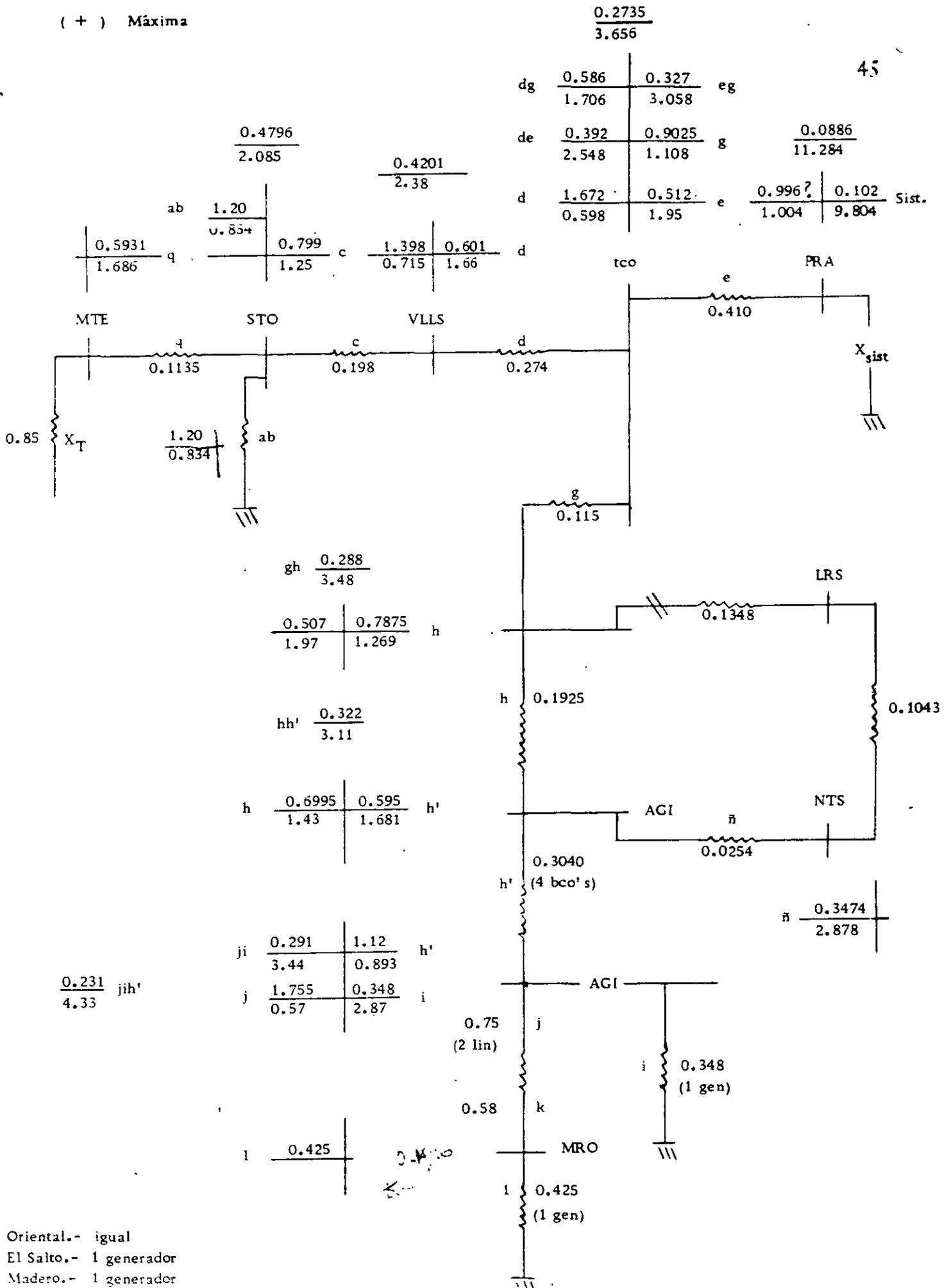
$$V = I_T Z_T = I_1 Z_1 = I_2 Z_2$$

son conocidas I_T , Z_T , Z_1 y Z_2 por lo tanto:

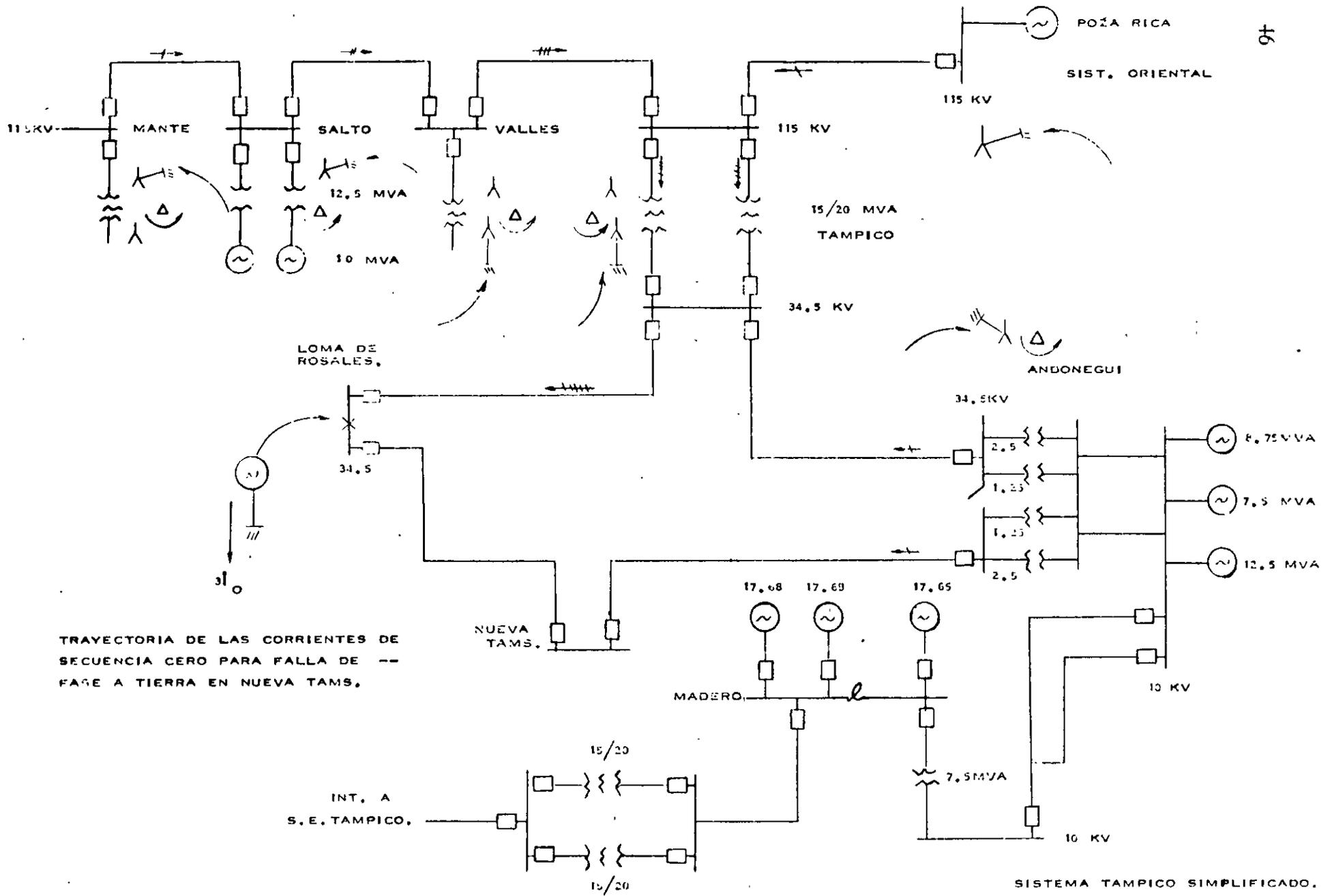
$$I_1 = \frac{I_T Z_T}{Z_1} = I_T \frac{Y_1}{Y_T}$$

$$I_2 = \frac{I_T Z_T}{Z_2} = I_T \frac{Y_2}{Y_T}$$

(+) Máxima



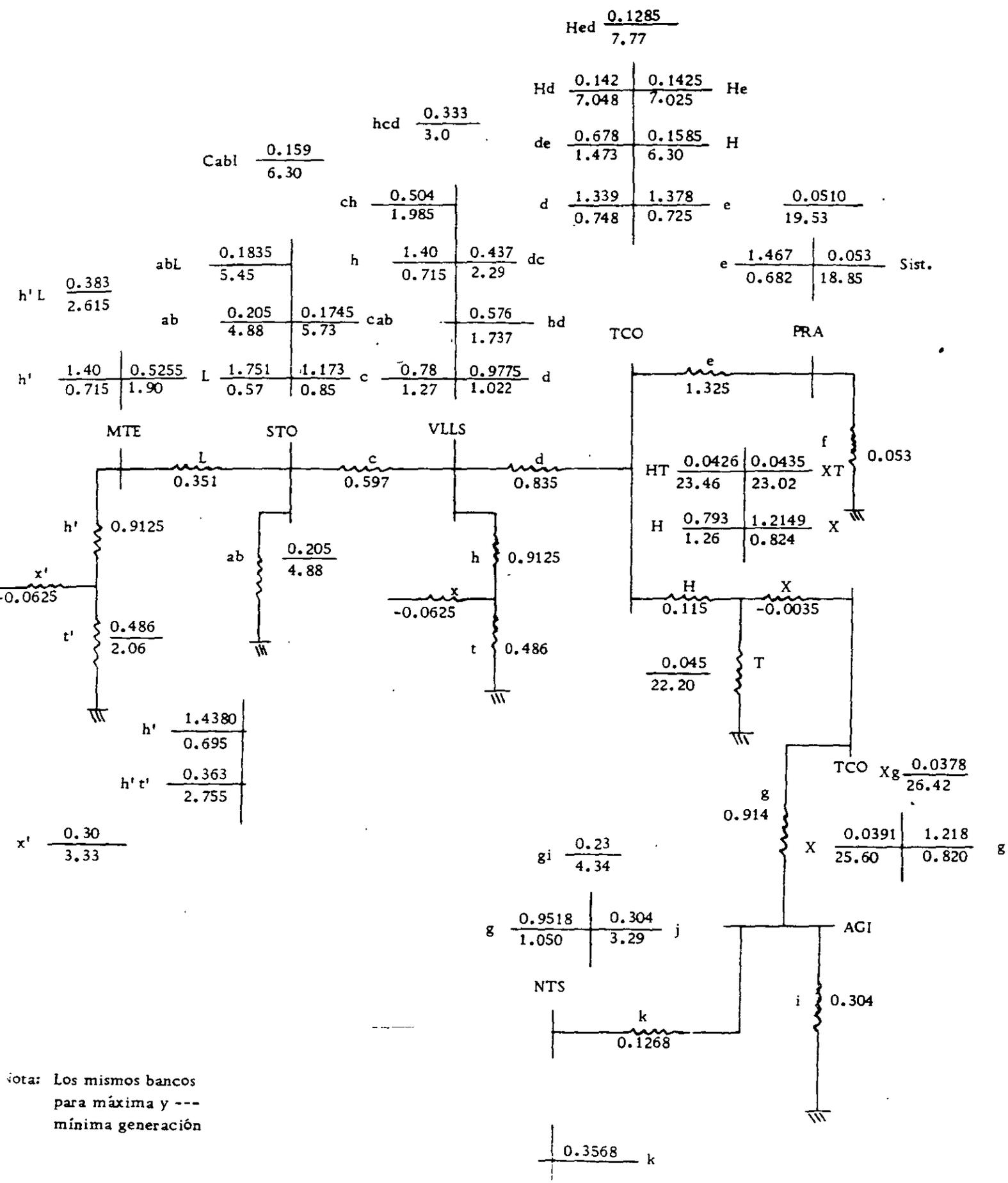
Oriental.- igual
El Salto.- 1 generador
Madero.- 1 generador



TRAYECTORIA DE LAS CORRIENTES DE SECUENCIA CERO PARA FALLA DE -- FASE A TIERRA EN NUEVA TAMS.

SISTEMA TAMPICO SIMPLIFICADO.

(O) MAXIMA GEN.
(O) MINIMA GEN.



Nota: Los mismos bancos para máxima y --- mínima generación

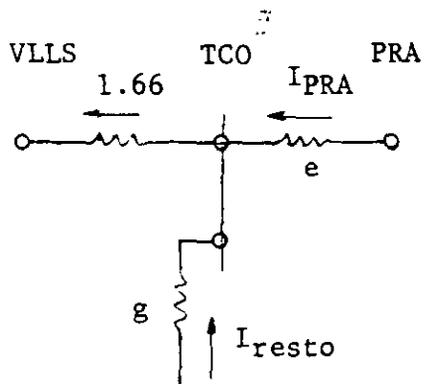
Para la falla total en Valles, es la suma de dos contribuciones, una procedente del Salto (STO) y la otra de Tampico (TCO)

$$I_{STO} = I_T \frac{Y_{STO}}{Y_T} = 2.38 \frac{0.715}{2.38} = 0.715 \text{ pu}$$

$$I_{TCO} = I_T \frac{Y_{TCO}}{Y_T} = 2.38 \frac{1.66}{2.38} = 1.66 \text{ pu}$$

Los dos valores 0.715 y 1.66 pueden leer directamente de la malla de secuencia positiva.

Si se desea saber qué porcentaje de la aportación de Tampico da Poza Rica (PRA) y qué tanto Andonegui, se procede de la siguiente manera:



$$I_{PRA} = 1.66 \frac{1.95}{3.058} = 1.058 \text{ pu}$$

$$I_{\text{resto}} = 1.66 \frac{1.108}{3.058} = 0.601 \text{ pu}$$

$$\sum I's = 1.659 \text{ pu}$$

eg	.327	
	3.058	
g	.9025	0.512
	1.108	1.95

Problema Núm. 2

Determinar el valor de la falla de fase a tierra en el bus de Valles (VLLS)

Para fallas de fase a tierra la obtención, desafortunadamente, no es tan simple como cuando sólo se maneja secuencia (+), la complicación se observa enseguida:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

como generalmente $Z_1 = Z_2$ $I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{2Z_1 + Z_0}$

para Valles: $X_1 = .4201$ $X_0 = 0.333$

por lo tanto $I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{1.1732} = .8524$ pu

Para el punto de falla $I_a = 3 I_{a0} = 2.557$
 $I_b = 0$
 $I_c = 0$

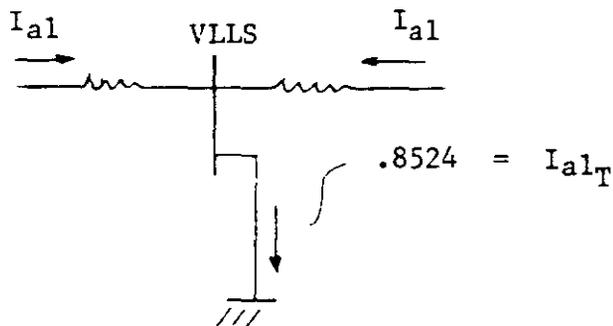
Se desea así mismo conocer qué porcentaje de la corriente total (I_a) da o aporta Poza Rica y qué tanto el resto. Así:

$$I_{a_{PRA}} = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0}$$

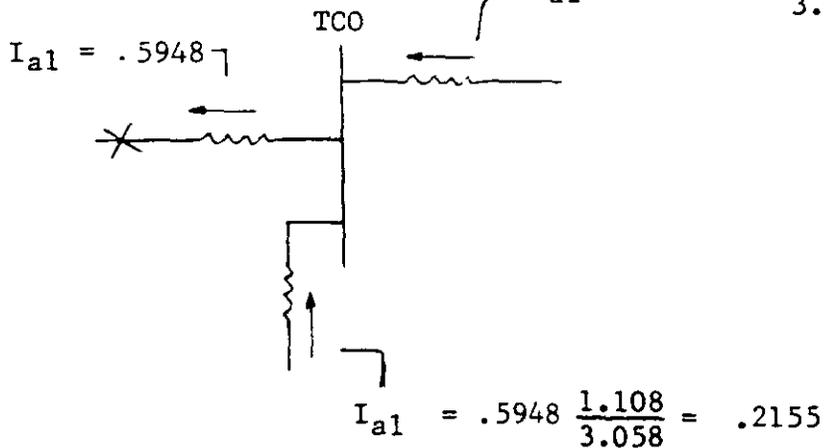
I_{a1} debe ser determinada a partir de la red de secuencia positiva;
 I_{a0} debe ser determinada a partir de la red de secuencia cero.

Para $I_{a1} = I_{a2}$

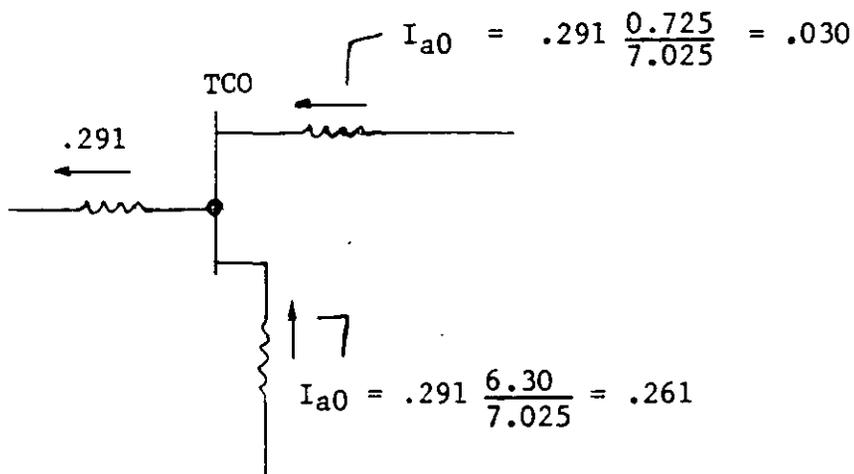
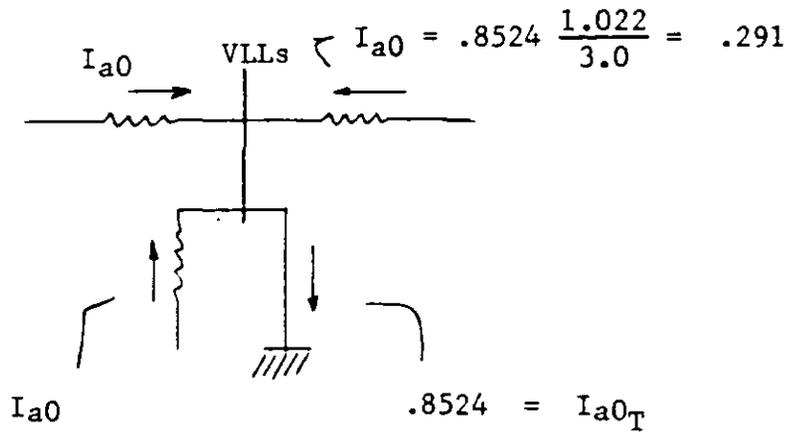
$$.8524 \frac{0.715}{2.38} = \quad \quad \quad .8524 \frac{1.66}{2.38} = .5948$$



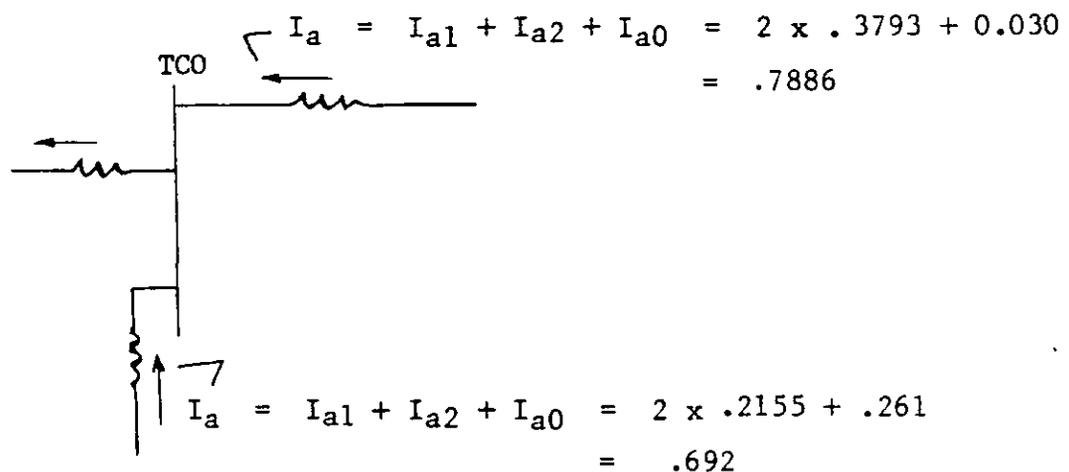
$$I_{a1} = .5948 \quad \quad \quad I_{a1} = .5948 \frac{1.95}{3.058} = .3793$$



Para I_{a0}



Finalmente:

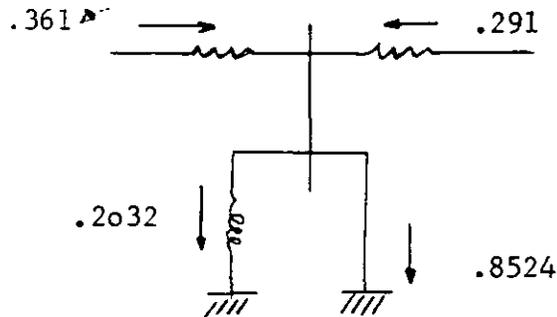


Cuando se trata de distribuir corrientes residuales, el problema se simplifica, ya que $3I_{a0} = I_a + I_b + I_c$ se distribuye usando solamente la red de secuencia cero.

Problema Núm. 3

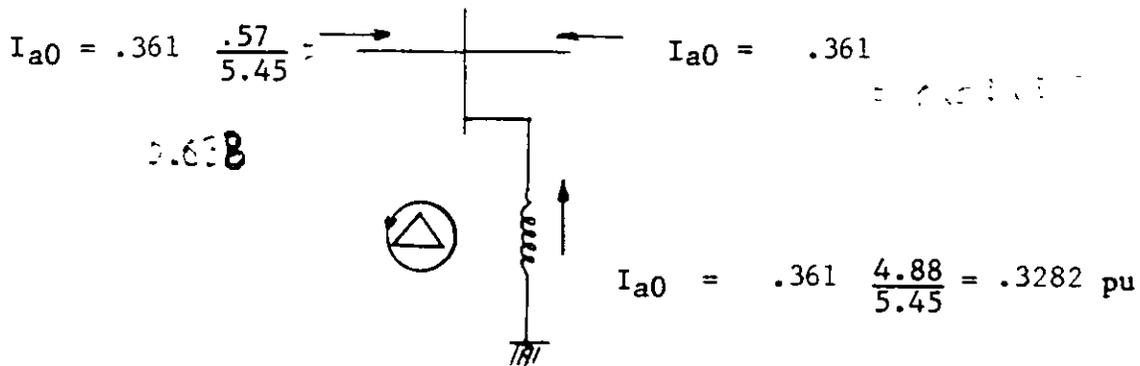
Qué valor de corriente residual se mide en el neutro del transformador del Salto (STO) para la falla en Valles?

$$0.5524 \frac{1.27}{3.0} = 0.231 \text{ VLLS}$$

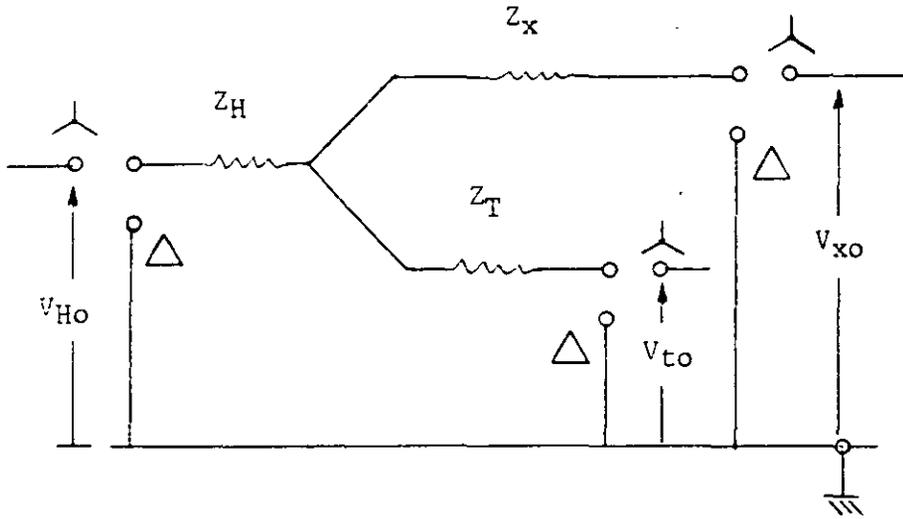


Finalmente:

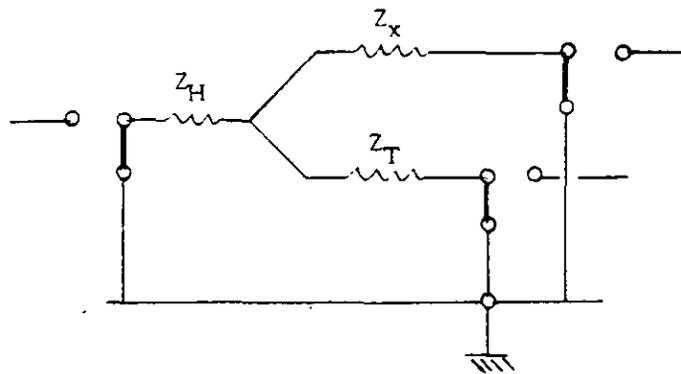
STO



Resulta sensato pensar que el equivalente de un transformador de tres devanados (autotransformador con terciario) es una combinación de los transformadores con conexión delta-estrella y estrella-estrella. Los textos dibujan el equivalente en forma general, de tal modo que pueda obtenerse para cualquier combinación de conexiones. La siguiente figura así lo indica



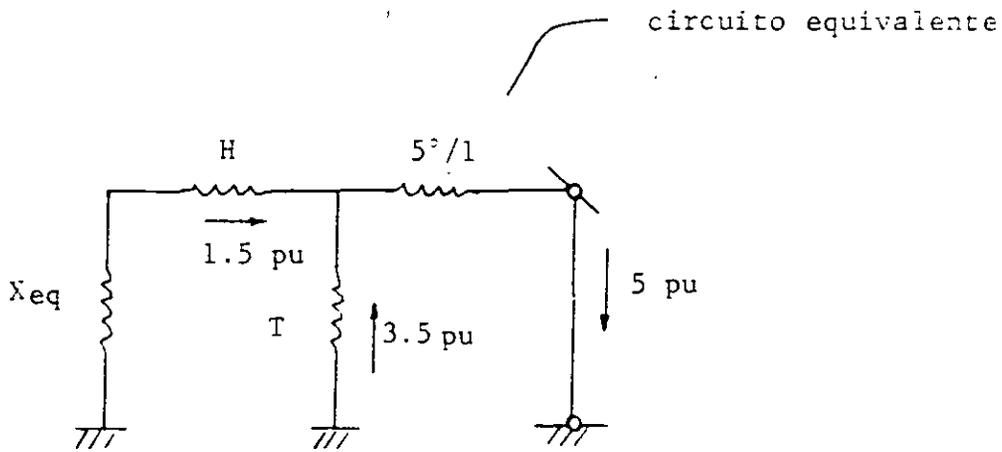
Este diagrama si se quiere puede obtenerse mediante una aplicación razonada del teorema de la superposición. Así, si todos los devanados estuvieran conectados en delta el equivalente tendría visto desde la red $Z_0 = \infty$



Cuando el equivalente corresponde a un autotransformador con terciario, se presenta la siguiente peculiaridad con respecto a la interpretación de los resultados obtenidos. Supongamos que la solución dio como resultado lo siguiente:

* NOTA: Z_H , Z_X , Z_T provienen de la solución de un sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas. -- Las variables por determinar a partir de los datos de placa Z_{HX} , Z_{HT} , Z_{XT} (en pu y a la misma -- P_{base}) son precisamente Z_H , Z_X y Z_T . El resultado es:

$$Z_H = (Z_{HX} + Z_{HT} - Z_{XT}) / 2. \quad Z_X = (Z_{HX} + Z_{XT} - Z_{HT}) / 2. \quad Z_T = (Z_{HT} + Z_{XT} - Z_{HX}) / 2.$$



El cálculo se lleva a cabo con:

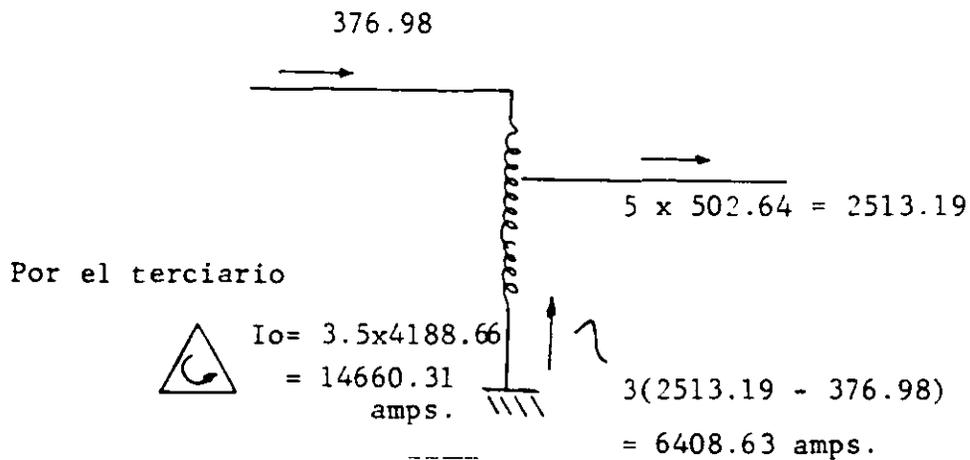
$$P_b = 100 \text{ MVA}$$

$$I_{base_H} = \frac{100 \times 10^3}{3 \times 230} = 251.32 \text{ amps.}$$

$$I_{base_X} = \frac{100 \times 10^3}{3 \times 115} = 502.64 \text{ amps.}$$

$$I_{base_T} = \frac{100 \times 10^3}{3 \times 13.8} = 4188.66 \text{ amps.}$$

o sea que por los devanados del auto y por el neutro circularán:



La corriente de neutro ($3I_o = 6408.63$ amps.) en este caso circula de neutro hacia los devanados; es frecuente que circule de los devanados hacia el neutro o sea es de dirección incierta, por esta razón no se puede usar para polarizar relés direccionales a menos que se compruebe su sentido para fallas en cualquier sitio y con cualquier configuración. La corriente de terciario ($I_o = 14660.31$ amps.) tendrá siempre el mismo sentido y puede ser usada para fines de polarización.

7.- ASIMETRIA DE LA CORRIENTE DE FALLA.

Si suponemos que de manera instantánea aplicamos un C.C. trifásico en las terminales de una máquina síncrona con excitación constante y cero carga, la onda de corriente resultante consistirá de dos componentes:

- 1.- componente de ca
- 2.- componente unidireccional o componente de cd

La explicación clara respecto al tipo de onda viene considerando que estamos en presencia de un circuito RL predominantemente inductivo ($X \gg R$) para el cual es válido escribir:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_{pk} \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

o bien
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V_{pk}}{L} \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

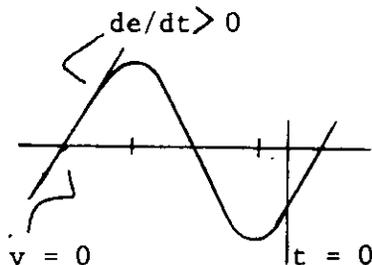
con i como variable dependiente y t como variable independiente. Esta ecuación admite como solución:

$$i = \frac{V_{pk}}{Z} \text{ sen } (\omega t + \alpha - \gamma) - \frac{V_{pk}}{Z} \text{ sen } (\alpha - \gamma) e^{-Rt/L}$$

Donde $\frac{V_{pk}}{Z} \text{ sen } (\omega t + \alpha - \gamma)$ será la componente en estado permanente

$\frac{V_{pk}}{Z} \text{ sen } (\alpha - \gamma) e^{-Rt/L}$ será la componente en estado transitorio

γ - es el desplazamiento angular expresado en radianes o grados entre el punto $v = 0$ y $t = 0$ medido positivamente o sea -- cuando $v = 0$ y de/dt es positiva



$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \alpha = \text{ang tan}^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

Ahora bien; para que no exista asimetría

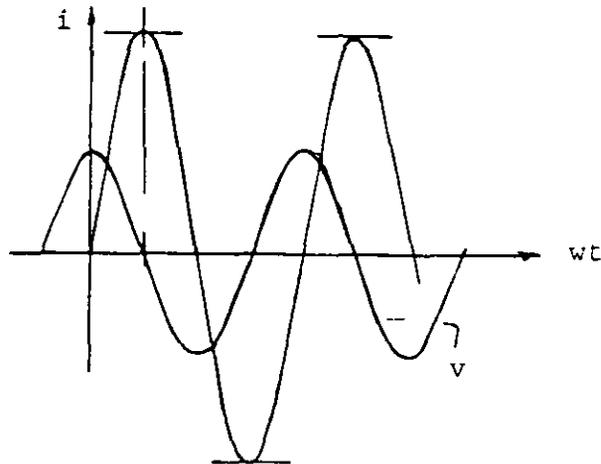
$$\frac{V_{pk}}{Z} \text{ sen } (\alpha - \gamma) e^{-Rt/L} = 0$$

esto sucede si $(\alpha - \gamma) = 0$

Si el circuito como se dijo en un principio es predominantemente inductivo, $\omega L/R$ es grande de tal manera que $\gamma \doteq 90^\circ$

$$(\alpha - \gamma) = 0 \quad \text{si } \gamma = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$$

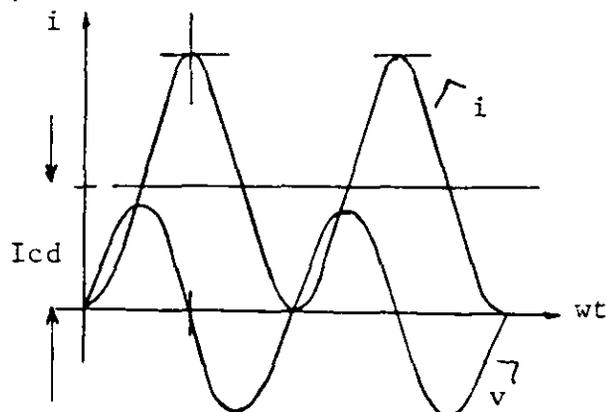
Esto quiere decir que el transitorio es mínimo en circuitos inductivos -- cuando el corto ocurre en el punto de máximo voltaje.



Para máxima asimetría $\alpha - \gamma = 90^\circ$ o sea $\gamma = 0, \pi, 2\pi$

De hecho, el transitorio es máximo si $\text{sen}(\alpha - \gamma)$ es 1 ó -1 esto por supuesto no implica que \underline{i} sea máxima

La gráfica ilustra claramente el caso de máxima asimetría dependiendo en este caso de que la falla ocurra cuando $v = V_{\text{máx.}}$



El valor rms de una onda no-senoidal es:

$$I = \sqrt{I_c^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}$$

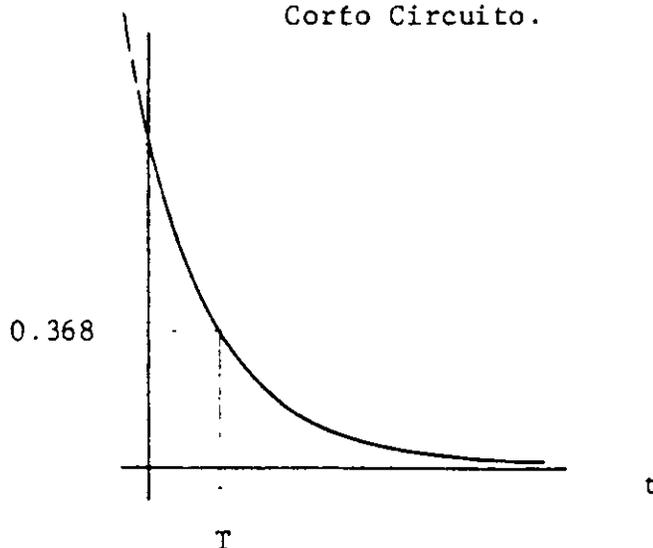
El valor rms de la corriente en cualquier instante es igual a la -- raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes de ac y dc

El valor máximo de Icd es $\sqrt{2}$ Irms

$$\begin{aligned} I_{cc} &= \sqrt{I_{cd}^2 + I_{rms}^2} = \sqrt{(\sqrt{2} I_{rms})^2 + I_{rms}^2} = \sqrt{3} I_{rms} = \\ &= 1.73 I_{rms} \end{aligned}$$

No existe que sostenga Icd; esta componente de directa se disipa en I^2R de hecho si R no existiera Icd sería constante hasta el libramiento del C.C.; al existir R se presenta el decremento, exponencial mente, de la envolvente:

constante de tiempo Se refiere a la rapidez del decremento. Es el tiempo requerido por Icd para verse reducida - al 37% de su valor original en el instante del Corfo Circuito.

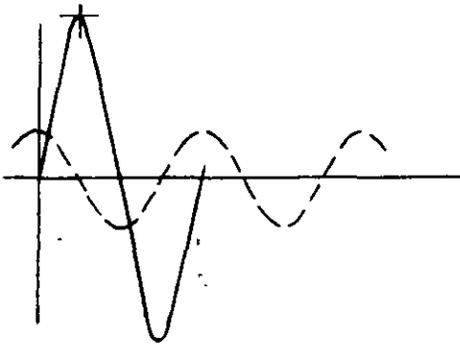


Dicho de otro modo: cuando $t = T =$ constante de tiempo el valor de factor exponencial vale:

$$e^{-t/T} = e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2.718} = 0.368$$

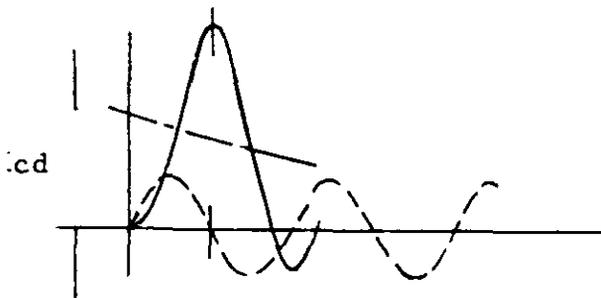
Otra forma, más simple, de entender el concepto sería la siguiente: La corriente de falla es de frecuencia igual a la frecuencia fundamental de la red. Consideremos una máquina en vacío girando excitada y súbitamente aplicamos un corto-circuito en sus terminales; lo único que limite su valor será la reactancia de máquina. Considerando que la corriente de falla estará 90° atrás del voltaje (circuito 100% inductivo) podemos analizar los extremos, ocurrencia de máxima y mínima asimetría.

1o. La falla ocurre cuando el voltaje es máximo (asimetría cero).



En forma natural la corriente queda 90° atrás del voltaje, sus máximos ocurren cuando $v = 0$ y se puede dibujar la onda con eje de simetría coincidente con el eje t .

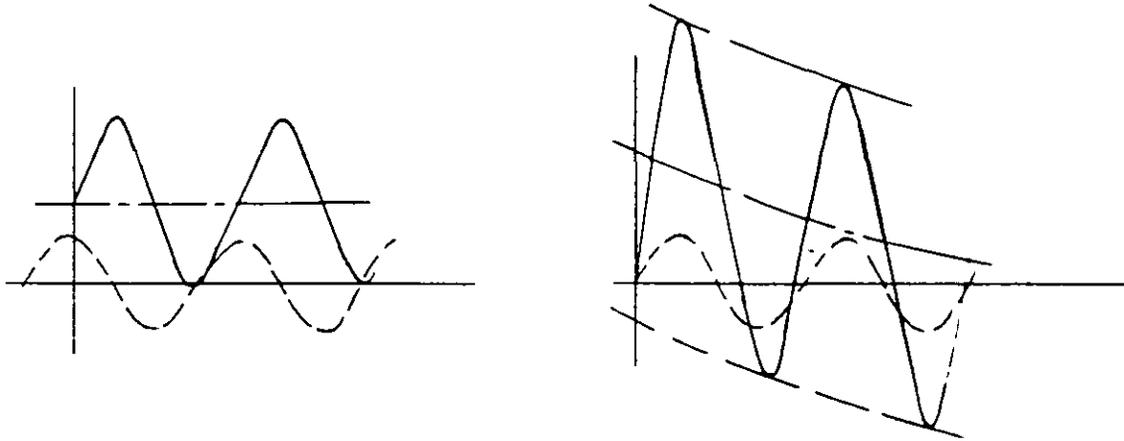
2o. La falla ocurre cuando el voltaje es mínimo (máxima asimetría).



En $t_0(-)$ i vale cero, -- transcurrido medio ciclo, i deberá alcanzar su máximo positivo 90° atrás de la tensión; como la frecuencia es igual a la frecuencia fundamental

el máximo negativo ocurre medio ciclo después, el resultado es que el eje de simetría de la corriente queda a una distancia I_{cd} del eje t (Fig. 3)

Si el circuito no tuviera resistencia ($R = 0$) la componente de directa no decae; en el caso real R si existe y el producto $I_{cd}^2 R$ - que hace que la componente disminuya exponencialmente (Fig.4) se disipa en pérdidas.



APENDICE A.-

Con objeto de graduar en forma ascendente el uso de los circuitos equivalentes de transformadores, cuando éstos están bajo la acción de la -- componente simétrica que no tiene secuencia (secuencia cero) o dicho de otro modo, la que se representa mediante tres fasores iguales en magnitud y dirección, procederemos como sigue:

Para todos los casos o configuraciones, como primer paso, vamos a recurrir al juego de reglas que deben respetarse cuando se hace uso de las componentes simétricas, una que resulta para este análisis excepcionalmente útil, dice: "El voltaje de secuencia cero es máximo en el punto de falla y disminuye conforme nos alejamos de él". Su interpretación práctica es como sigue: si aplicamos en un punto dado (F por ejemplo) un voltaje de secuencia cero de 1 pu, esto equivale a decidir que en ese punto ocurre una falla de fase a tierra, dicho de otro modo:

Para cuando ocurra una falla de fase a tierra en F ¿Cuál será la configuración de la malla de secuencia cero?

Si F es el punto de falla, habrá que aplicar ahí un voltaje $V_{a0} = 1$ pu y tratar de hacer circular por el banco corrientes con la identidad de la secuencia cero (iguales en magnitud y dirección). Si I_{a0} encuentra una trayectoria cerrada, Z_{a0} vale:

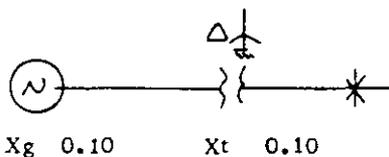
$$Z_{a0} = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$

conocer Z_{a0} equivale a conocer la conformación de la malla.

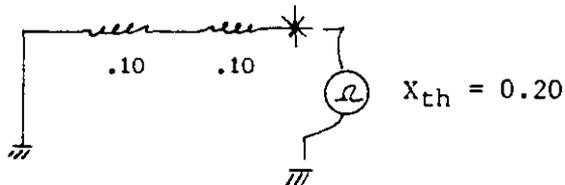
Ejemplo Núm. 1

En el diagrama se señalan parámetros y conexiones. ¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} e I_{a0} ?

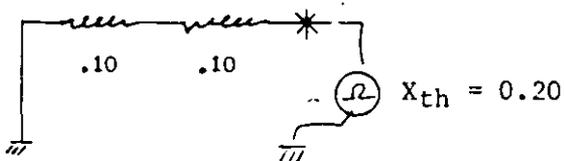
Sistema:



Red de secuencia (+)



Red de secuencia (-)

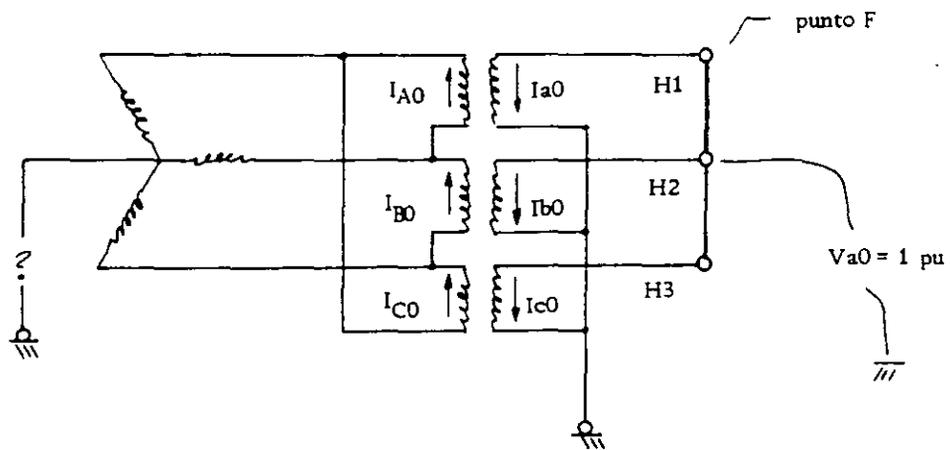


Red de secuencia (o).

Para obtenerla recurrirémos a la siguiente figura , aplicamos $V_{a0} = 1$ pu en F y con objeto de hacer circular corrientes iguales en magnitud y dirección por los devanados de la estrella, ponemos en corto circuito H_1 , H_2 y H_3 . Resulta evidente que $I_{A0} = I_{B0} = I_{C0}$ existen, es evidente también que I_{A0} , I_{B0} e I_{C0} son inducidos y se cumple que -

$$I_{A0} = I_{B0} = I_{C0}$$

igualdad que lleva a la conclusión de que tales corrientes circulan forzosamente dentro de la delta.

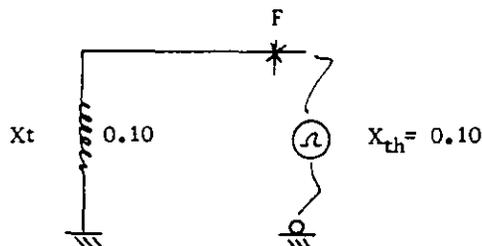


Finalmente:

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z_{a0}} = \frac{V_{a0}}{Z_t}$$

$Z_t = Z_{a0}$ = reactancia de dispersión del transformador.

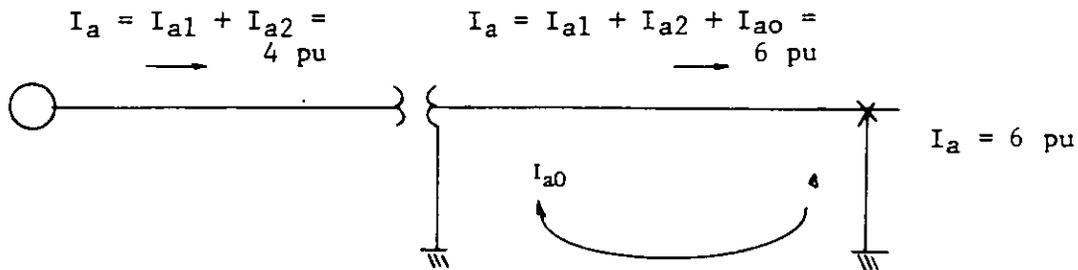
Red de secuencia cero:



Y:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{2X_1 + X_0} = \frac{1}{0.50} = 2 \text{ pu}$$

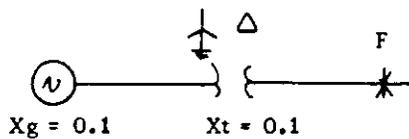
Distribución de las corrientes:



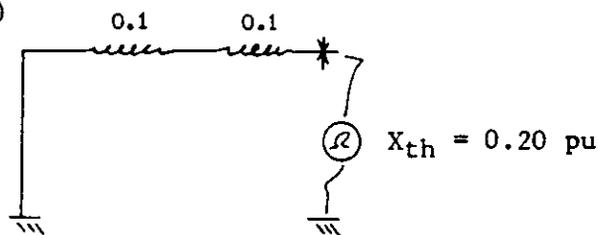
Ejemplo Núm. 2

En el diagrama se señalan parámetros, conexiones y el sitio donde ocurre la falla. ¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} e I_{a0} ?

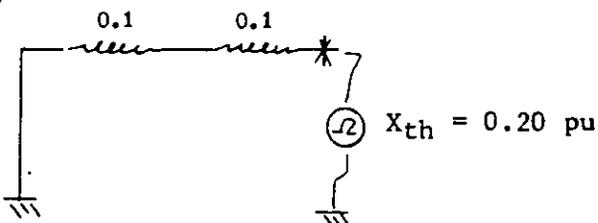
Sistema:



red de secuencia (+)

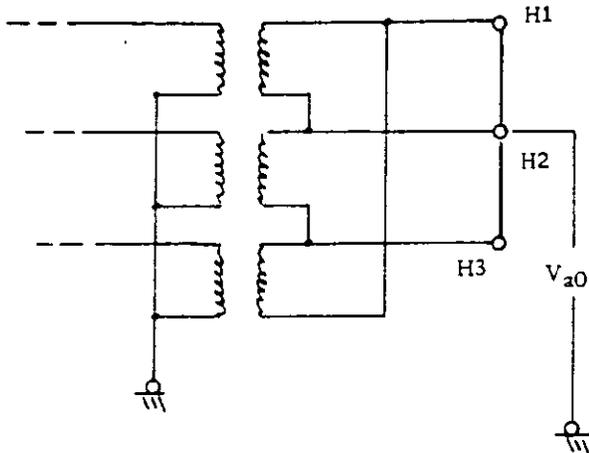


red de secuencia (-)



red de secuencia (o)

Circuito de prueba para medir Z_{ao} :



Como: $I_{ao} = 0$

$Z_{ao} = \infty$

Y:

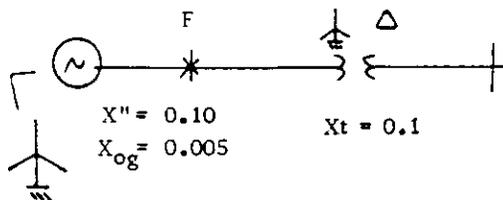
$I_{a1} = I_{a2} = I_{ao}$

$$= \frac{1}{2X_1 + \infty} = 0$$

Ejemplo Núm. 3

En el diagrama se señalan parámetros, conexiones y sitio de falla.
¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} e I_{ao} ?

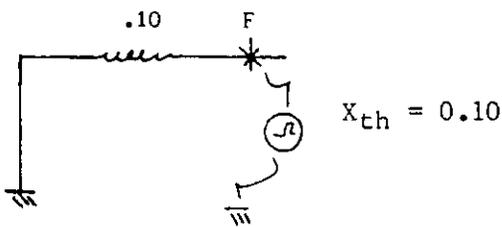
Sistema:



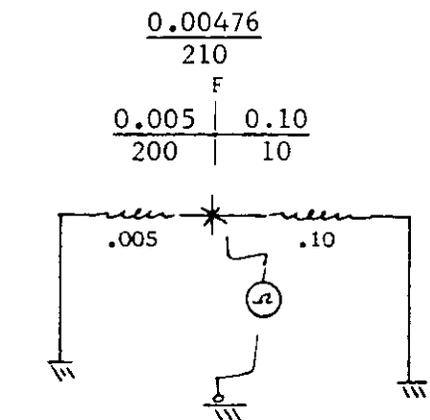
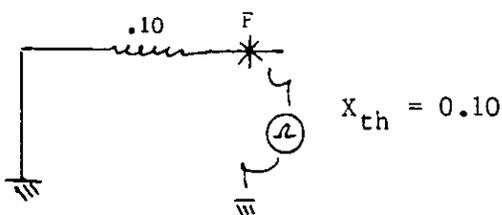
Aprovechando los resultados del ejemplo Núm. 1 podemos dibujar la red de secuencia cero.

Red de secuencia (o)

Red de secuencia (+)



Red de secuencia (-)



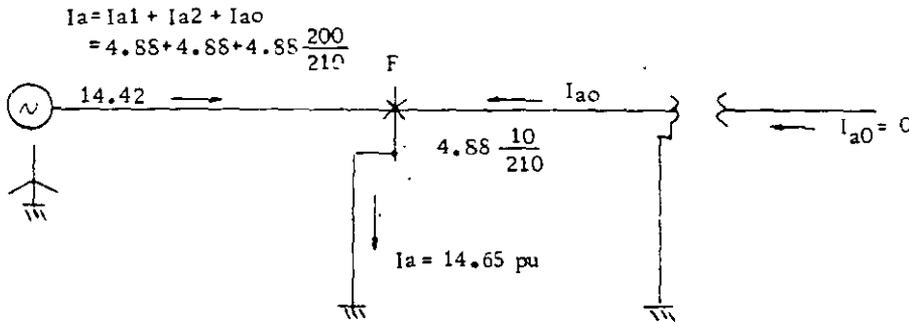
$$X_{tho} = \frac{(0.10)(0.005)}{0.105} =$$

0.00476 pu

Entonces:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{2X_1 + X_0} = \frac{1}{0.20 + 0.00476} = 4.8838 \text{ pu}$$

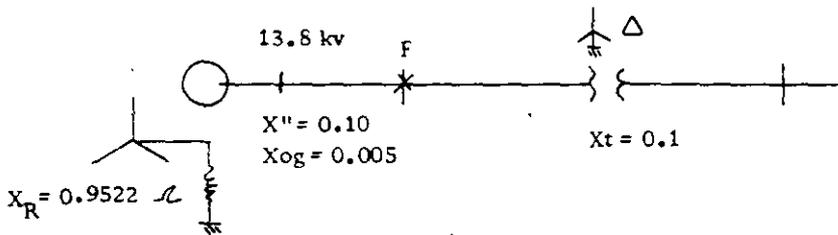
Y la distribución de las corrientes se muestra enseguida:



Ejemplo Núm. 4

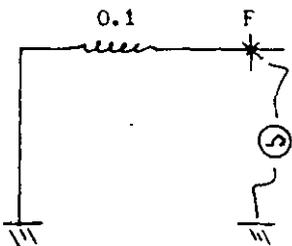
En el diagrama se señalan parámetros, conexiones y sitio donde ocurre la falla. ¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} e I_{a0} ? (Nótese que el neutro del generador está conectado a tierra a través de reactor).

Sistema:

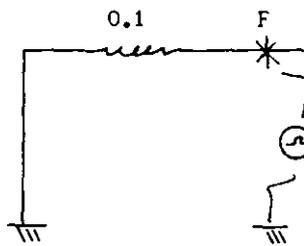


$$X_R = 0.9522 \frac{100}{13.8^2} = 0.50 \text{ pu}$$

Red de secuencia (+)

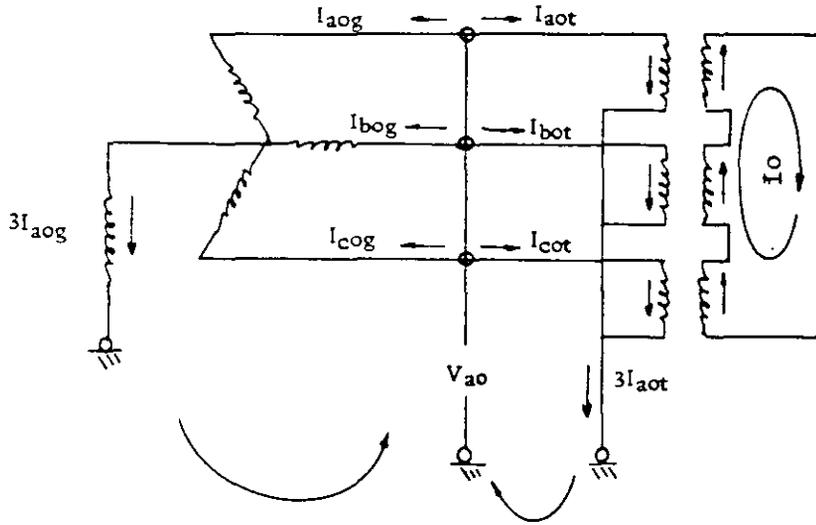


Red de secuencia (-)

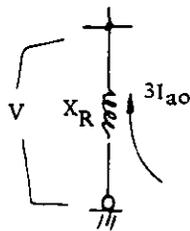


Red de secuencia (o)

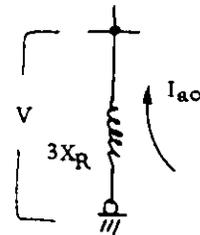
Circuito de prueba para medir Z_{a0} . En este caso, como consecuencia de la aplicación de V_{a0} la corriente total será la suma de dos aportaciones, una proveniente del transformador y otra proveniente del generador



Es de primordial importancia destacar el siguiente hecho: por la impedancia de la fase 'a' del transformador (Z_{aot}) circula I_{aot} , por la impedancia de la fase 'a' del generador (Z_{aog}) circula I_{aog} , en cambio -- por la impedancia del reactor de neutro (X_R) circula $3I_{aog}$. Los tres elementos deben aparecer en la red de secuencia cero (red monofásica) - red que sirve para observar la circulación de I_{a0} no de $3I_{a0}$. Para lograr consistencia en los resultados se modifica la conexión de neutro - de la siguiente manera:



$$V = (X_R) 3I_{a0}$$



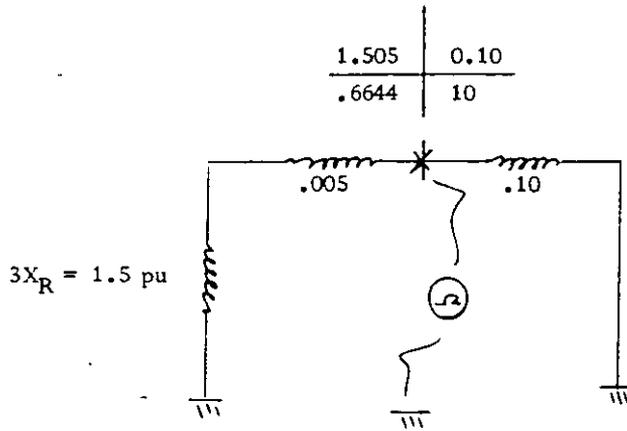
$$V = (3X_R) I_{a0}$$

O sea que la red de secuencia cero se dibuja como sigue:

$$\frac{0.09377}{10.6644}$$

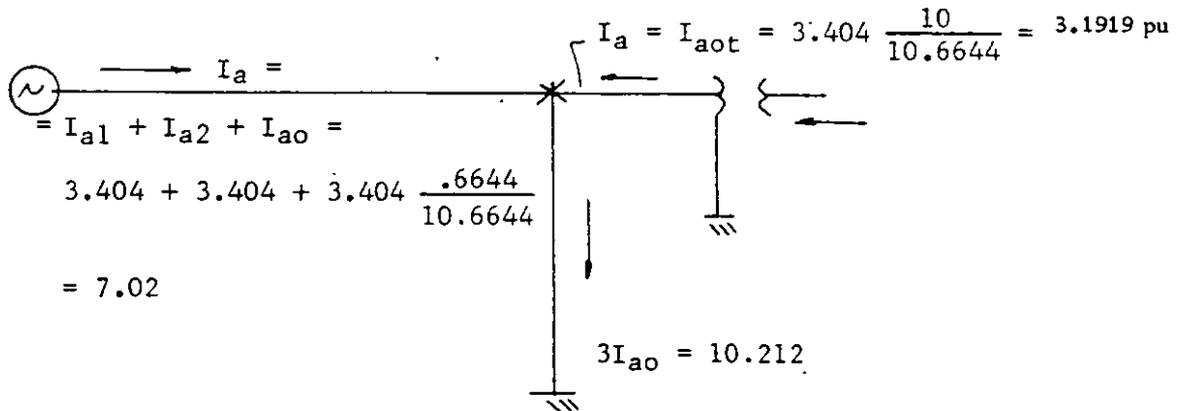
A-7

67



Y: $I_{a1} = I_{a2} = I_{ao} = \frac{1}{2X_1 + X_0} = \frac{1}{0.20 + .09377} = 3.404 \text{ pu}$

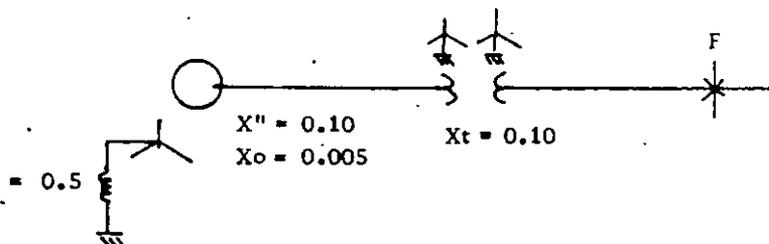
Y las aportaciones valen:



Ejemplo Núm. 5

En el diagrama se señalan conexiones, parámetros y sitio donde ocurre la falla. ¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} , I_{a0} e I_a ?

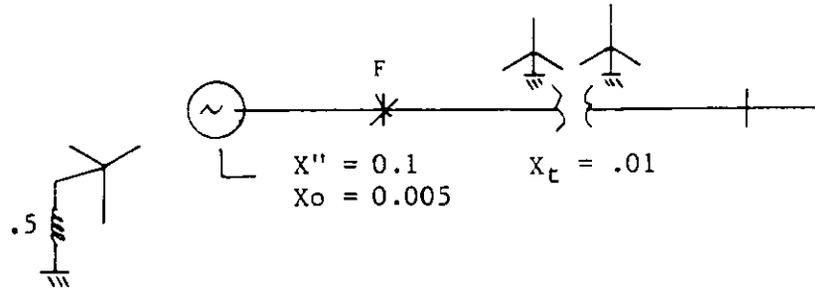
Sistema:



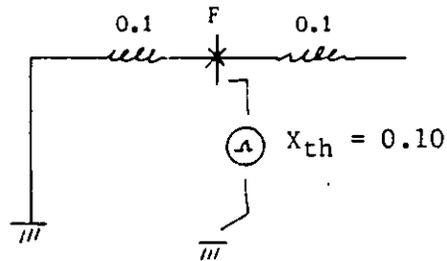
Ejemplo Núm. 5a

Se cambia, con respecto al problema Núm. 5, el sitio donde ocurre la fa lla.

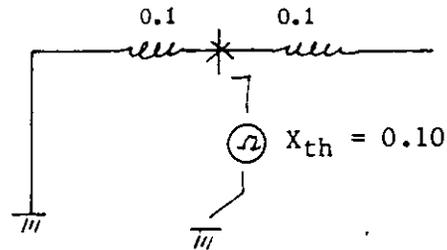
Diagrama del sistema:



Malla de secuencia (+)

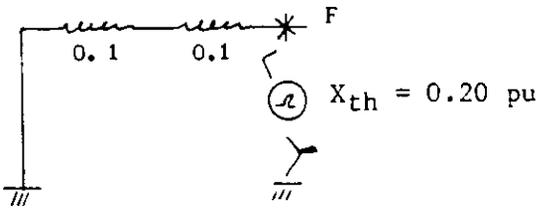


Malla de secuencia (-)

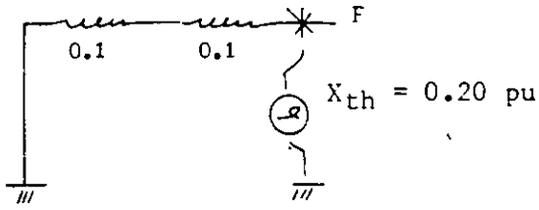


*** este espacio se deja en blanco intencionalmente ***

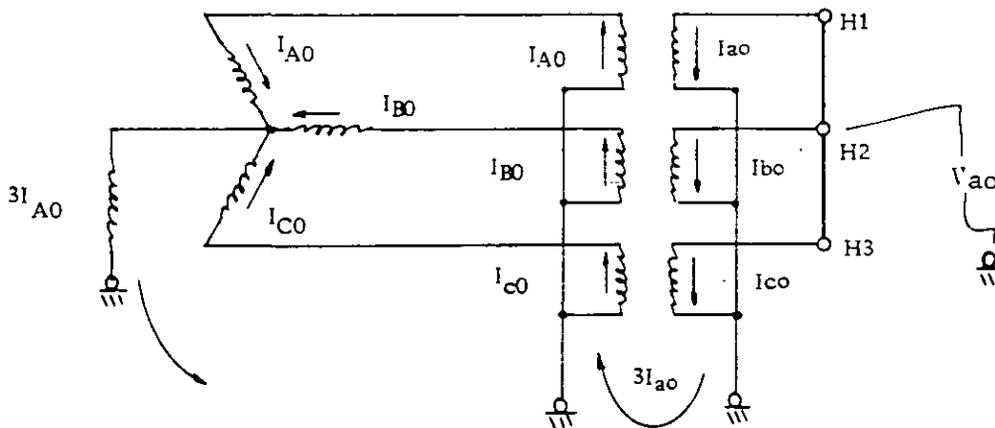
Red de secuencia (+)



Red de secuencia (-)

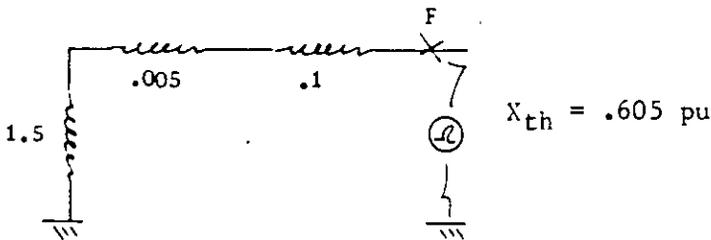


Circuito de prueba para medir Z_{a0}



Aprovechando los resultados de los problemas Núm. 1 y Núm. 4 podemos -- concluir:

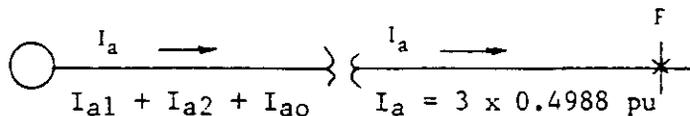
Red de secuencia cero:

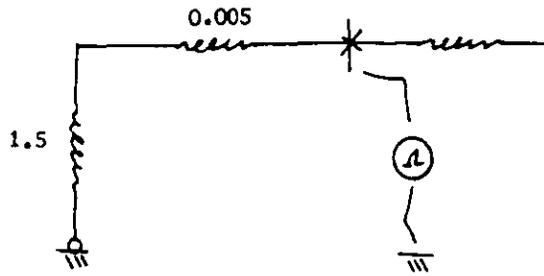


Como:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{0.4 + 1.605} = 0.4988 \text{ pu}$$

La distribución de las corrientes es como sigue:





Por lo tanto:

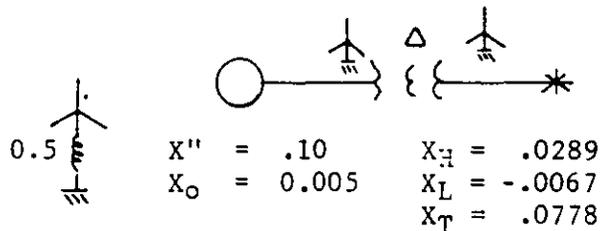
$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{0.20 + 1.505} = .5865 \text{ pu}$$

Resulta evidente que el transformador estrella-estrella queda representado en esta malla como un circuito abierto.

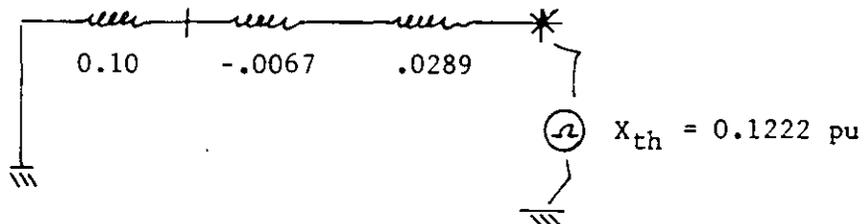
Ejemplo Núm. 6

El diagrama, las conexiones del transformador de tres devanados y el sitio de la falla se indican en la Fig. ¿Cuánto valen I_{a1} , I_{a2} , I_{a0} e I_a ?

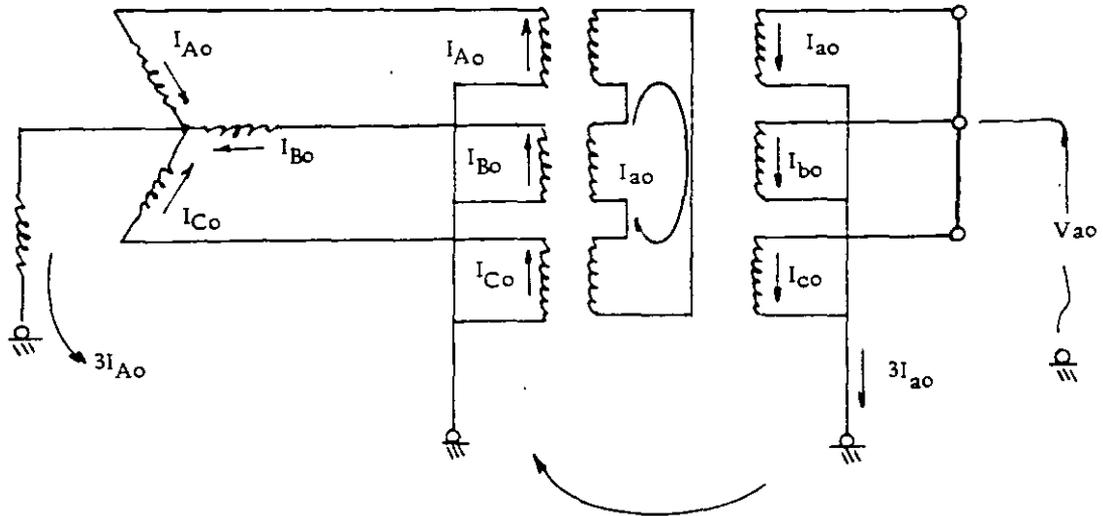
Sistema:



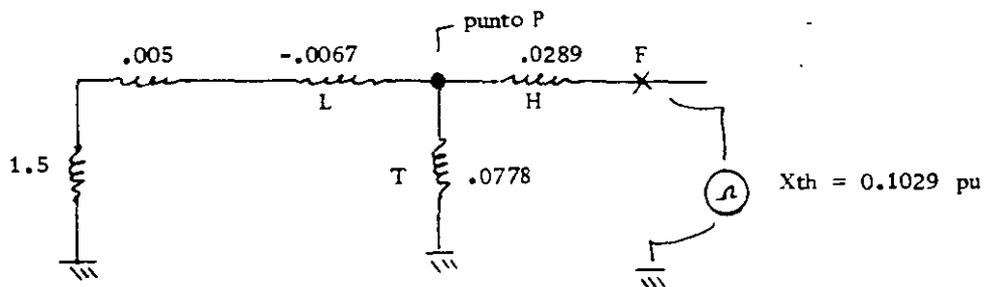
Redes de secuencia (+) y secuencia (-) (iguales)



Para obtener la red de secuencia cero, aplicaremos los conceptos anteriormente dichos en el siguiente circuito de prueba:



Los resultados son una superposición del ejemplo Núm. 1 y del Núm. 5, - dicho de otro modo, es el comportamiento simultáneo de un banco delta - estrella y de uno estrella-estrella. Por lo tanto, puede dibujarse la _malla de secuencia cero como sigue:



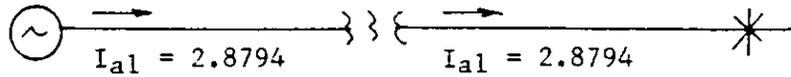
punto p	
LT	$\begin{array}{c c} 0.074 & .0778 \\ \hline 13.5209 & 12.8535 \end{array} T$
L	$\begin{array}{c c} 1.498 & \\ \hline 0.6674 & \end{array}$

De donde:

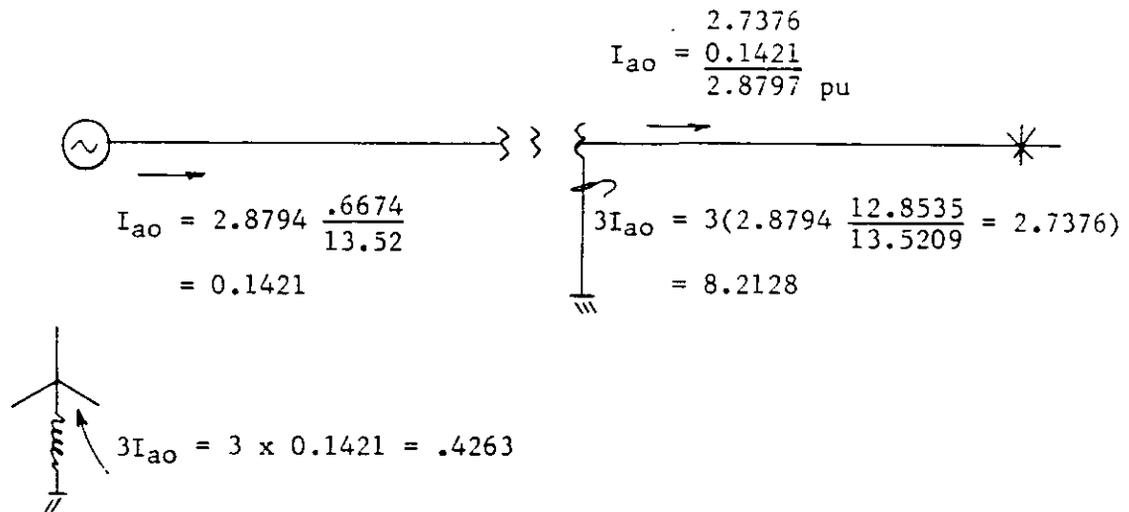
$$I_{a1} = I_{a2} = I_{ao} = \frac{1}{2 \times 0.1222 + 0.1029} = 2.8794 \text{ pu}$$

La distribución de las corrientes, ahora para cada secuencia, es como sigue:

secuencia positiva y negativa:



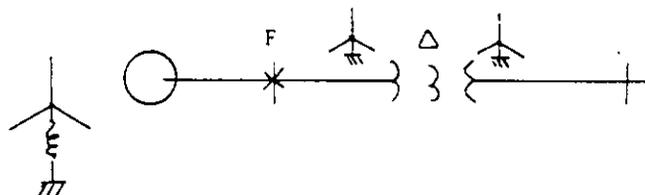
secuencia cero:



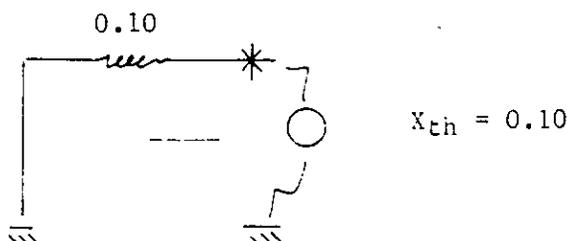
Ejemplo Núm. 6a

El mismo sistema que se empleó en el ejemplo Núm. 6, pero ubicando la falla en un sitio distinto.

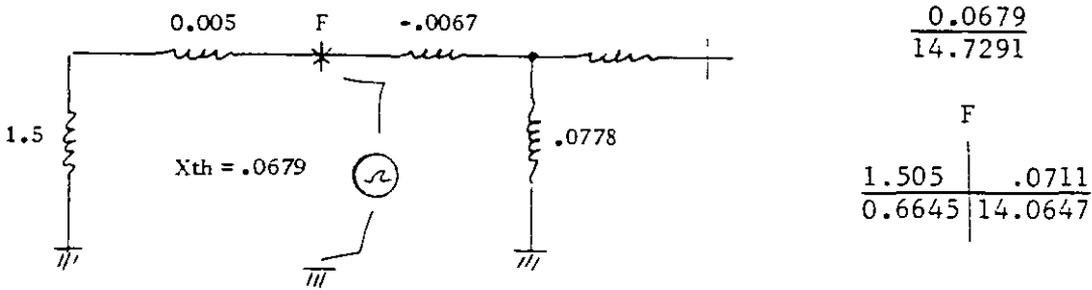
Sistema:



Red de secuencia positiva (igual a negativa):



Red de secuencia cero:

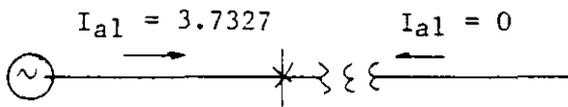


Por lo tanto:

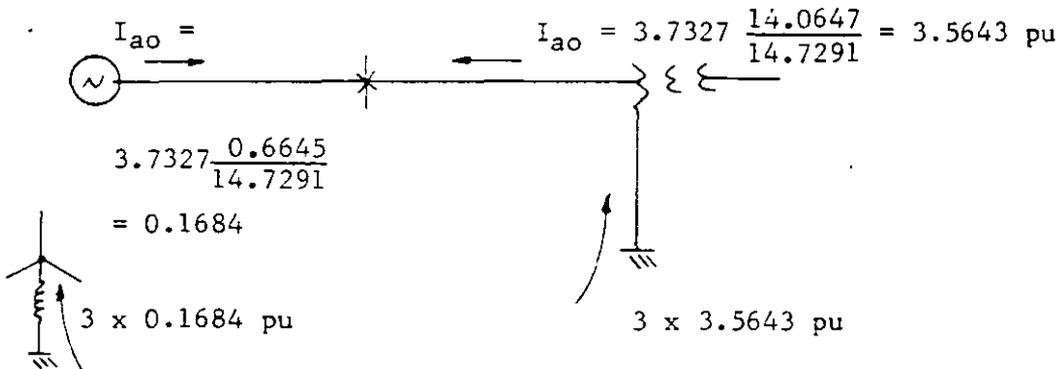
$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{1}{.20 + .0679} = 3.7327 \text{ pu}$$

La distribución de las corrientes en cada malla es como sigue:

secuencia positiva y negativa:



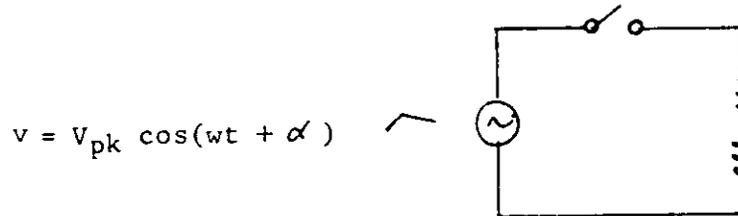
secuencia cero:



APENDICE B .- Transitorio en un circuito RL

En nuestro caso:

El switch puede cerrarse en cualquier instante por lo que α puede tener valores entre $0 - 2\pi$ rad/seg.



Obviamente: $Ri + \frac{Ldi}{dt} = V_{pk} \cos(\omega t + \alpha)$

O bien: $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V}{L} \cos(\omega t + \alpha)$

Ecuación de la forma:

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q(x)$$

Multiplicando por:

$$e^{\int Pdx} \left(\frac{dy}{dx} + Py \right) = e^{\int Pdx} Q(x)$$

El término de la izquierda es la derivada:

$$\frac{d}{dx} \left(e^{\int Pdx} y \right) \quad \text{por lo que:}$$

$$\frac{d}{dx} \left(ye^{\int Pdx} \right) = e^{\int Pdx} Q(x)$$

En nuestro caso:

$$\frac{d}{dt} \left(ie^{\int Pdt} \right) = e^{\int Pdt} \frac{V_{pk}}{L} \cos(\omega t + \alpha)$$

Integrando obtenemos:

$$ie^{\int Pdt} = \frac{V_{pk}}{L} \int e^{\int Pdt} \cos(\omega t + \alpha) dt + c$$

Multiplicado por $e^{-\int P dt}$ se obtiene

$$i = c e^{-\int P dt} + \frac{V_{pk}}{L} e^{-\int P dt} \int e^{\int P dt} \cos(\omega t + \alpha)$$

La integral $\int e^{\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt$ se resuelve por partes

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Solución:

$$u = e^{\int P dt} \quad dv = \cos(\omega t + \alpha) dt$$

$$du = P e^{\int P dt} dt \quad v = \frac{1}{\omega} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \alpha) \omega$$

Entonces:

$$\int e^{\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt =$$

$$\frac{1}{\omega} e^{\int P dt} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{P}{\omega} \int e^{\int P dt} \sin(\omega t + \alpha) dt$$

2a. APLICACION:

$$u = e^{\int P dt} \quad dv = \sin(\omega t + \alpha) dt$$

$$du = P e^{\int P dt} dt \quad v = \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \alpha)$$

Entonces:

$$\int e^{\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt = \frac{1}{\omega} e^{\int P dt} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{P}{\omega} \left[-e^{\int P dt} \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{P}{\omega} \int e^{\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt \right]$$

De donde:

$$\int e^{-\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt \left[1 + \frac{P^2}{\omega^2} \right] = e^{-\int P dt} \left[\frac{P}{\omega^2} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

$$\int e^{-\int P dt} \cos(\omega t + \alpha) dt = \frac{\omega^2}{\omega^2 + P^2} e^{-\int P dt} \left[\frac{P}{\omega^2} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

$$= \frac{e^{-\int P dt}}{\omega^2 + P^2} \left[P \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

Sustituyendo el valor de la integral en la ecuación original

$$i = c e^{-\int P dt} + \frac{V_{pk}}{L} e^{-\int P dt} \frac{e^{\int P dt}}{\omega^2 + P^2} \left[P \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sin(\omega t + \alpha) \right] =$$

$$c e^{-\int P dt} + \frac{V_{pk}}{L(\omega^2 + P^2)} \left[P \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

como $P = R/L$

$$i = c e^{-(R/L)t} + \frac{V_{pk}}{L(\omega^2 L^2 + R^2)} L^2 \left[\frac{R}{L} \cos(\omega t + \alpha) + \sin(\omega t + \alpha) \right] =$$

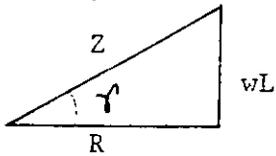
$$i = c e^{-(R/L)t} + \frac{V_{pk}}{\omega^2 L^2 + R^2} \left[R \cos(\omega t + \alpha) + \omega L \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

B-4

$$\text{si } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad Z^2 = \omega^2 L^2 + R^2$$

$$i = c e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_{pk}}{(R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2}} \left[\frac{R}{Z} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\omega L}{Z} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

Como:



$$\frac{R}{Z} = \cos \gamma' ; \quad \frac{\omega L}{Z} = \sin \gamma'$$

Entonces:

$$\cos(\omega t + \alpha) \cos \gamma' + \sin(\omega t + \alpha) \sin \gamma' = \cos(\omega t + \alpha - \gamma')$$

$$i = c e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t + \alpha - \gamma')$$

Sólo resta conocer el valor de c

$$\text{si } t = 0 \quad i = 0 \quad 0 = c + \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\alpha - \gamma')$$

Entonces:

$$c = -\frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\alpha - \gamma')$$

Finalmente:

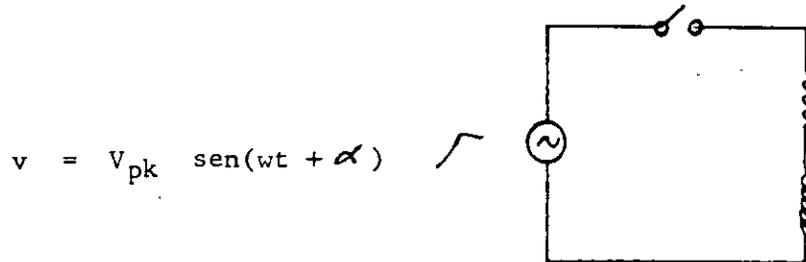
$$i = \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t + \alpha - \gamma') - e^{-\frac{R}{L}t} \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\alpha - \gamma')$$

Resulta evidente que:

$$\alpha - \gamma' = n\pi \quad \text{para } n = 0, 1, 2, 3 \quad \text{la componente de CD es máxima}$$

$$\alpha - \gamma' = (1 + 2n)\pi \quad \text{para } n = 0, 1, 2, 3 \quad \text{la componente de CD es cero}$$

Si al principio hubiésemos aplicado una tensión senoidal (en el desarrollo anterior fue coseno) tal como se indica enseguida:



El resultado sería:

$$i = \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \text{ sen}(\omega t + \alpha - \gamma) - e^{-(R/L)t} \frac{V_{pk}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \text{ sen}(\alpha - \gamma)$$

$$\begin{aligned} d \text{ sen } u &= \text{cos } u \, du \\ d \text{ cos } u &= - \text{sen } u \, du \end{aligned}$$

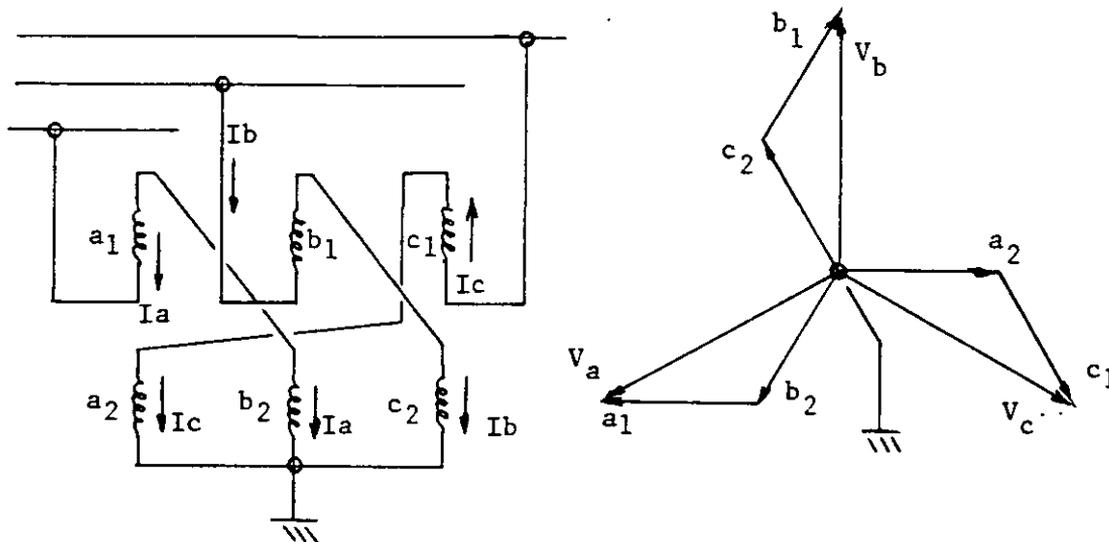
$$\begin{aligned} \int \text{sen } u \, du &= - \text{cos } u + c \\ \int \text{cos } u \, du &= \text{sen } u + c \end{aligned}$$

APENDICE CSELECCION DE BANCOS DE TIERRA.

La conexión del banco de tierra a un "bus" o nodo tiene como finalidad principal reducir las sobretensiones que ocurren durante fallas monofásicas en un sistema sin referencia de tierra.

La reducción de las sobretensiones es mas efectiva si la relación X_0/X_1 es pequeña.

Las conexiones son las siguientes:



La peculiaridad de la conexión consiste en que:

Para sec (+) y (-) $Z = \infty$ (La impedancia de excitación)

Para sec (o) $Z = Z_l$ (La impedancia de dispersión)

Los valores que deben especificarse son:

Datos	KV	del sistema	{	soportado permanentemente
		I		
	short time			

C-2

Análisis desde el punto de vista de componentes simétricas.

Es cierto que:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = -j \frac{1}{2X_1 + X_0}$$

Asimismo:

$$V_{a0} = -I_{a0} Z_0 = \frac{X_0}{2X_1 + X_0} \quad ; \quad V_{a2} = -\frac{X_1}{2X_1 + X_0}$$

Y:

$$V_{a1} = -(V_{a0} + V_{a2}) = \frac{X_1 + X_0}{2X_1 + X_0}$$

Entonces si:

$$\begin{aligned} V_b &= V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \\ &= a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \\ &= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) V_{a1} + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) V_{a2} + V_{a0} \\ &= -\frac{1}{2} V_{a1} - \frac{1}{2} V_{a2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} V_{a1} + j\frac{\sqrt{3}}{2} V_{a2} + V_{a0} \\ V_b &= -\frac{1}{2} (V_{a1} + V_{a2}) - j\frac{\sqrt{3}}{2} (V_{a1} - V_{a2}) + V_{a0} \end{aligned}$$

$$\text{Como: } V_a = 0 = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \quad ;$$

$$-V_{a0} = V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_b = +\frac{1}{2} V_{a0} + V_{a0} - j\frac{\sqrt{3}}{2} (V_{a1} - V_{a2})$$

$$V_b = \frac{3}{2} V_{a0} - j\frac{\sqrt{3}}{2} (V_{a1} - V_{a2})$$

$$\text{Si } V_{a1} = \frac{X_1 + X_0}{2X_1 + X_0} \text{ y } V_{a2} = -\frac{X_1}{2X_1 + X_0} \text{ entonces } V_{a1} - V_{a2} = 1$$

$$\text{Y: } V_b = \sqrt{\frac{9}{4} |V_{a0}|^2 + \frac{3}{4}} \quad |V_{a0}| = \frac{2}{3} \sqrt{|V_b|^2 - \frac{3}{4}} \quad (1)$$

$$\text{O bien} \quad |V_{a0}| = \frac{X_0}{2X_1 + X_0} \quad (2)$$

$$\text{De donde: } X_0 = \frac{2X_1 |V_{a0}|}{1 - |V_{a0}|} \quad (3)$$

Problema: Si $KV = 34.5$; $MVA = 100$ y $X = 0.20$ pu

Se pregunta:

a).- Cual es el valor de X_0 del banco de tierra para que el voltaje de las fases no fallados sea cuando mucho

$$1.25 \text{ veces } V_N = 34.5/\sqrt{3}$$

b).- Especificar la capacidad "SHORT TIME"

c).- Cual será la reactancia (X) del banco en ohms

Solución:

$$a).- \text{ De } (B_1) \quad V_{a_0} = \frac{2}{3} \sqrt{(1.25)^2 - 0.75} = 0.601 \text{ pu}$$

$$\text{De } (B_2) \quad X_0 = \frac{2 \times 0.20 \times 0.601}{1 - 0.601} = 0.603 \text{ pu}$$

Como:

$$b).- \quad I_{a_1} = I_{a_2} = I_{a_0} = -j \frac{1.0}{2(0.20) + 0.603} = 0.997 \text{ pu}$$

$$I_{\text{Max}} = I_{a_0} = 0.997 \frac{100000}{\sqrt{3} \times 34.5} = 1670.44 \text{ amps}$$

$$c).- \quad \text{De}(B_3) \quad X_0 = \frac{0.603 \times (34.5)^2 \times 10^3}{100000} = 7.177$$

* Nota. Para determinar las capacidades de un banco de tierra se recomienda consultar el "Electrical Transmission and Distribution Reference Book de Westinghouse" Edición 1964 pág. 120

APENDICE D. Solución al problema de polarización de relés de tierra cuando la fuente de secuencia cero es un autotransformador.

Existe un problema con la protección de tierra de líneas debido a la incertidumbre de la dirección de $3I_0$ en el neutro de los Autotransformadores y debido a que $3V_0$ no está usualmente disponible por las siguientes razones.

Sabemos que el voltaje de polarización del relevador varía con la distancia al punto de falla; es máximo para falla cercana y disminuye para falla remota. Si a esto agregamos el hecho de que los transformadores de potencial suelen estar conectados al bus de baja tensión y las líneas por proteger salen del bus de alta, deducimos que para una falla alejada, la polarización resulta insegura. Con el siguiente arreglo logramos reproducir, en circuito secundario, la corriente del devanado terciario que adopta siempre para fallas a tierra la misma dirección y es por lo tanto, buena referencia para polarizar.

Arreglo:

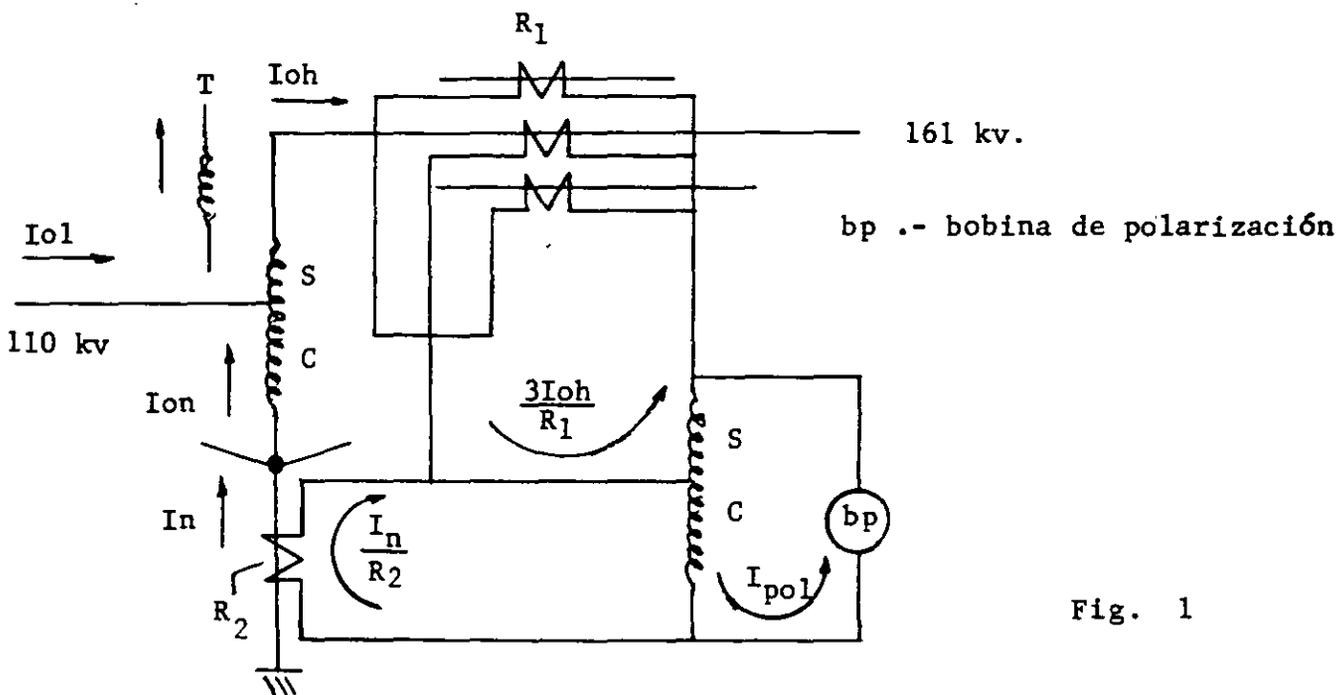


Fig. 1

T-S-C son las vueltas de los devanados terciario, serie y común

La suma de los amperes-vuelta de secuencia cero es:

$$SI_{oh} + CI_{on} + TI_{ot} = 0$$

$$0: \quad I_{o1} + I_{on} - I_{oh} = 0 \text{ (por pierna)}$$

Podemos, a partir de estas relaciones, obtener la corriente del terciario en función de las corrientes de los otros devanados.

$$I_{ot} = -(S I_{ol} + S I_{on} + C I_{on})/T$$

pero: $I_{ol} + I_{on} = I_{oh}$

$$I_{ot} = -(S I_{oh} + C I_{on})/T \quad \dots\dots\dots(1)$$

Dadas o conocidas las relaciones de los transformadores de corriente R_1 y R_2

De la figura 1 podemos concluir que $3I_{oh}/R_1$, I_n e I_{pol} están relacionadas por el TC auxiliar de la siguiente manera:

$$\frac{3S I_{oh}}{R_1} - S I_{pol} = C I_{pol} - \frac{C I_n}{R_2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(S+C) I_{pol} = \frac{3S I_{oh}}{R_1} - \frac{C I_n}{R_2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

De la relación (1) obtenemos:

$$S I_{oh} = C I_{on} - T I_{ot}$$

$$3S I_{oh} = 3C I_{on} - 3T I_{ot}$$

$$\text{Por lo que} \quad I_{pol} = \frac{3C I_{on} - 3T I_{ot}}{R_1 (S+C)} - \frac{C I_n}{R_2 (S+C)}$$

Como: $3C I_{on} = C I_n$

$$I_{pol} = -\frac{3T I_{ot}}{R_1 (S+C)} + \frac{C I_n}{R_1 (S+C)} - \frac{C I_n}{R_2 (S+C)}$$

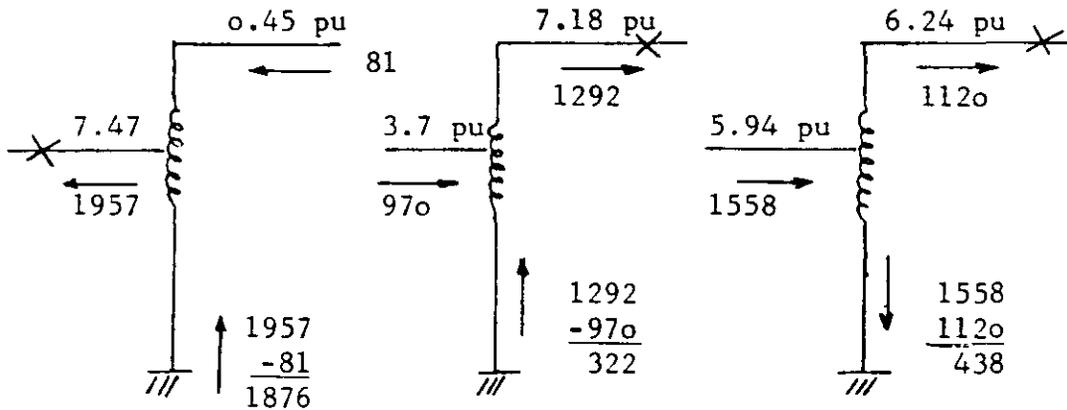
$$\text{Si: } R_1 = R_2 \quad I_{pol} = \frac{-3T}{R(S+C)} I_{ot}$$

Si: $R_2 = 0.5R_1$

$$I_{pol} = \frac{-3T I_{ot}}{R (S+C)} + \frac{C I_n}{(S+C)} \frac{1}{R_1} - \frac{1}{0.5R_1}$$

$$I_{pol} = \frac{3T I_{ot} - C I_n}{R_1 (S+C)}$$

Supuestos los flujos de corriente que se señalan enseguida, obtenidos tal vez de un estudio de fallas, puede observarse que para (a) y (b) existe una dirección de I_{ot} , para (c) existe dirección contra ria



$$I_{ot} = \frac{1839}{3} \frac{110}{\sqrt{3} \times 13.8} =$$

$$= 2820 \text{ amps}$$

(a)

$$I_{ot} = \frac{626}{3} \frac{161}{\sqrt{3} \times 13.8} =$$

$$= 1410 \text{ amps}$$

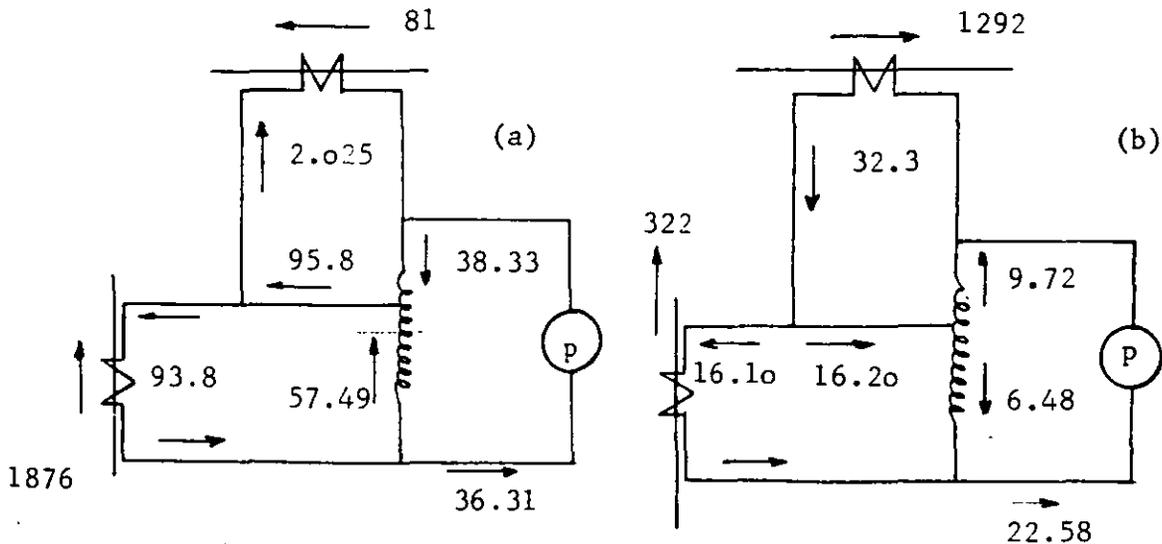
(b)

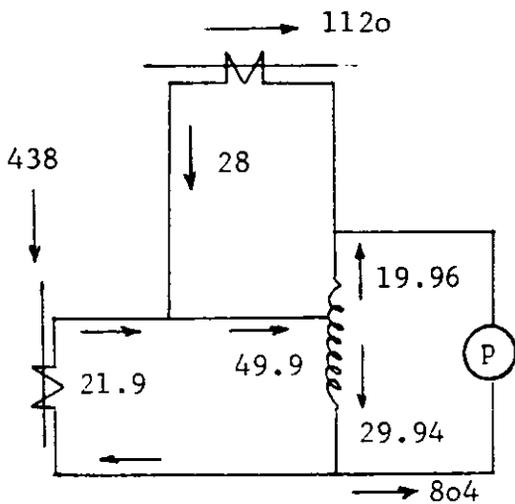
$$I_{ot} = \frac{54}{3} \frac{161}{\sqrt{3} \times 13.8} =$$

$$= 121 \text{ amps}$$

(c)

Analizando el comportamiento del arreglo propuesto, se observa para los tres casos:





(c)

La operación es correcta.

$$\text{Relación} = \frac{161}{115} = \frac{.60}{.40}$$

$$S = \quad C =$$

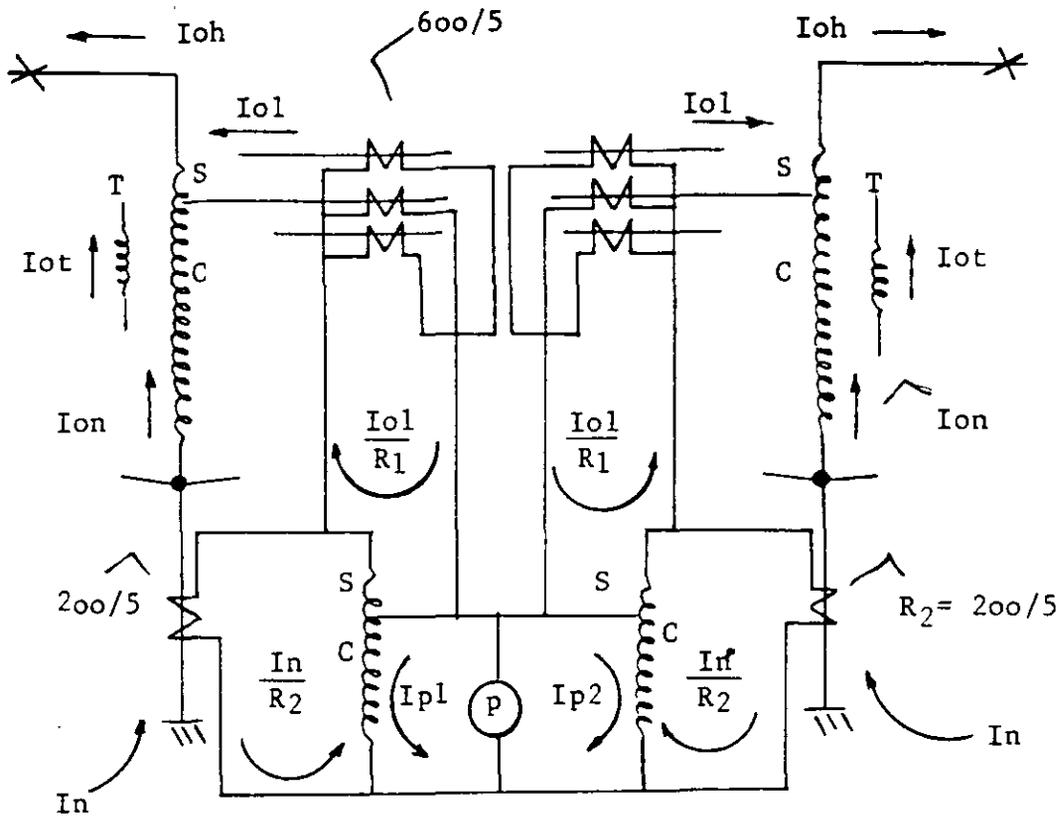
Comprobación:

$$\begin{aligned} \text{Para (b).- } I_{pol} &= \frac{3T_{lot} - C_{In}}{R_1(S+C)} = \\ &= \frac{-3\sqrt{3} \times 13.8 \times 1410 - 110 \times 322}{40(138 + 23)} = \\ &= 21.18 \text{ amps.} \end{aligned}$$

Un caso interesante y real es el siguiente:

En Poza Rica se necesita polarizar los relevadores de las líneas a Tampico (long=198 km) y Teziutlán con corriente. Existe el problema de que los autos no sirven para polarizar. Podríamos intentar llevar a cabo el siguiente arreglo:

$$\begin{aligned} \text{Donde: } R_1 &= 600/5 \\ R_2 &= 200/5 \end{aligned} \quad R_2 = \frac{R_1}{3}$$



Las corrientes de acuerdo con la figura anterior, guardan la siguiente relación:

$$\frac{3SI_{ol}}{R_1} + \frac{SI_n}{R_2} = CI_p - \frac{CI_n}{R_2}$$

$$CI_p = \frac{3SI_{ol}}{R_1} + \frac{(S+C)}{R_2} I_n \dots\dots\dots(1)$$

Pero: $I_{ot} = -(SI_{ol} + SI_{on} + CI_{on})/T$

$$TI_{ot} = -SI_{ol} - SI_{on} + CI_{on}$$

$$3TI_{ot} = -3SI_{ol} - 3I_{on}(S+C)$$

$$3TI_{ot} = -3TI_{ot} - (S+C)I_n$$

Substituyendo en 1:

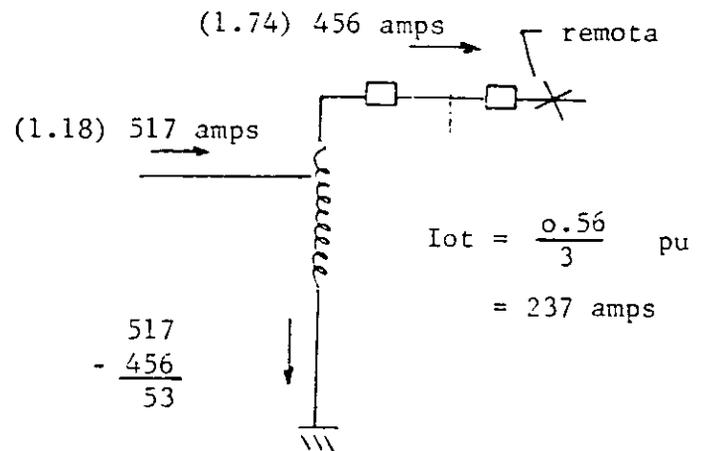
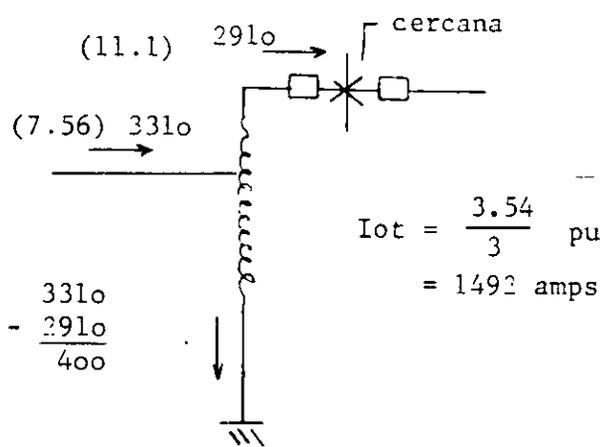
$$CI_p = -\frac{3TI_{ot}}{R_1} - \frac{(S+C)I_n}{R_1} + \frac{(S+C)I_n}{R_2}$$

Si: $R_1 = R_2$ $CI_p = \frac{-3T}{R_1} I_{ot}$

Si: $R_2 = \frac{R_1}{3}$ $CI_p = \frac{-3T}{R_1} I_{ot} + \frac{-(S+C)I_n + 3(S+C)I_n}{R_1}$

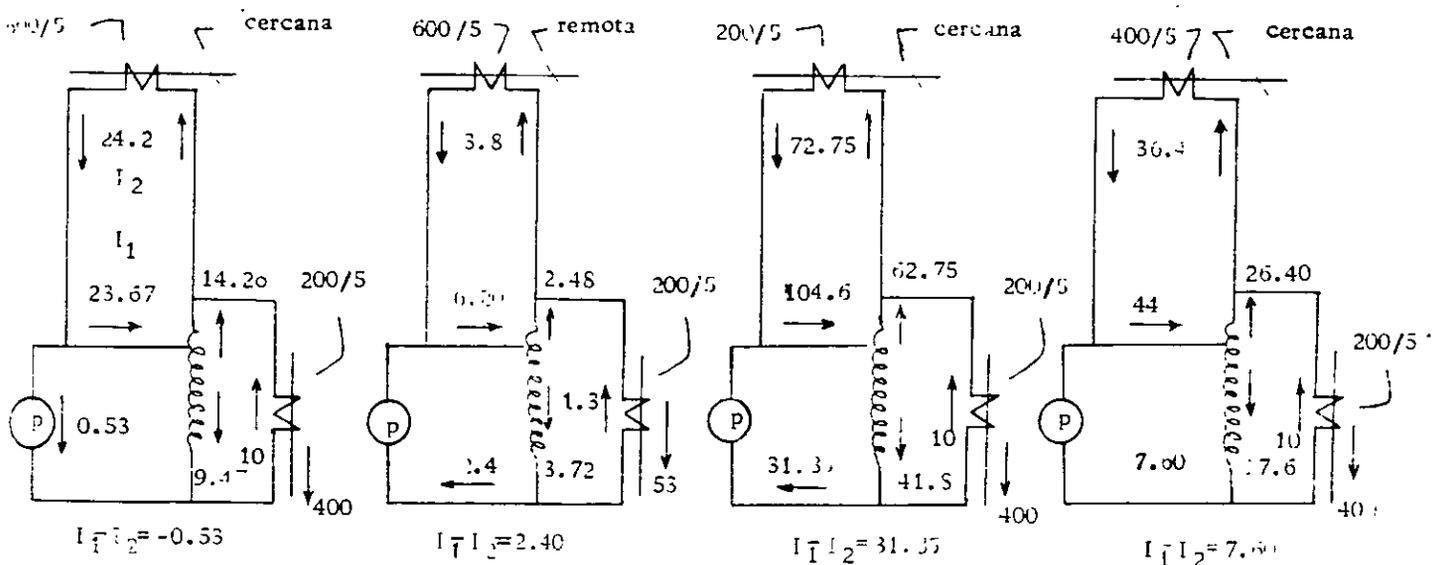
$CI_p = \frac{-3T}{R_1} I_{ot} + \frac{2(S+C)}{CR_1} I_n$

Para fallas; cercana y remota, tendríamos en circuito primario que:



Nota: entre paréntesis se anotan valores en pu.

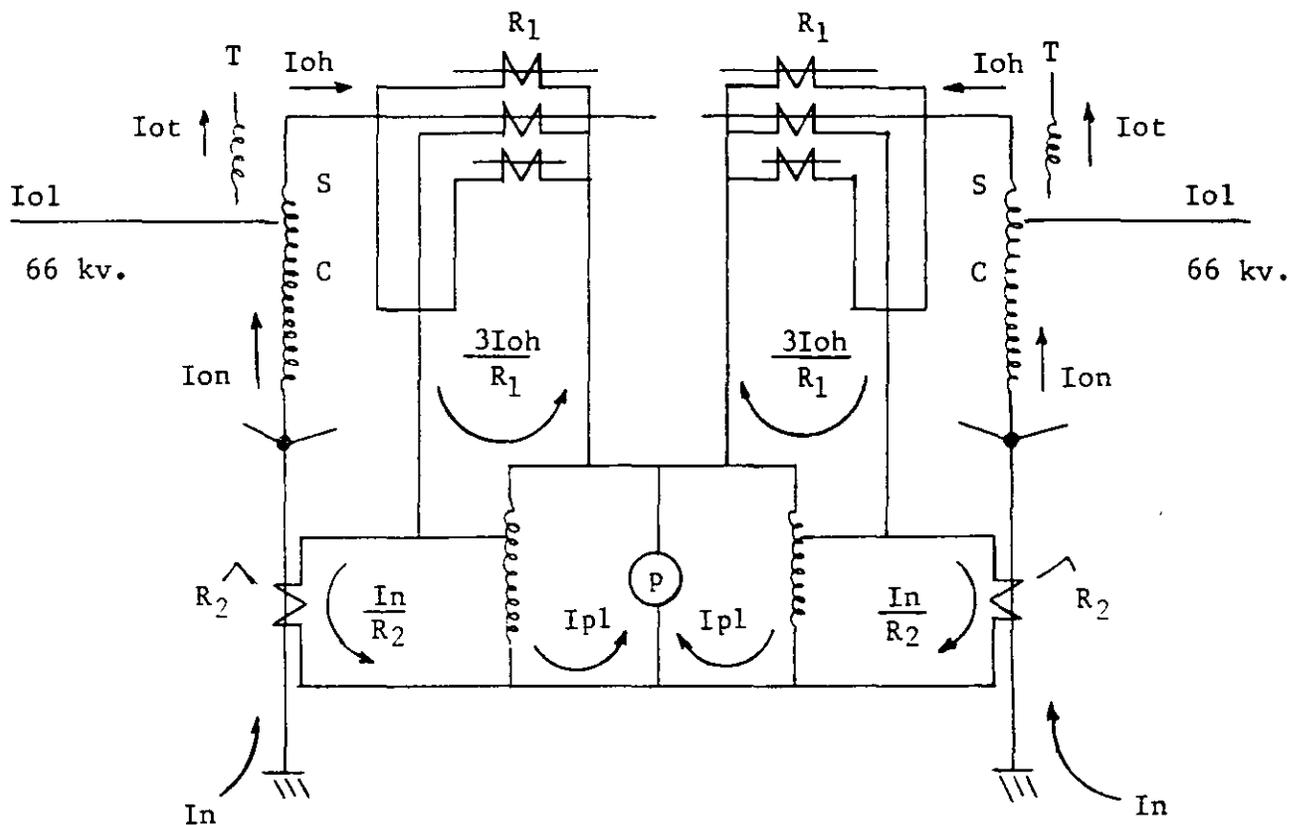
Y en el circuito de polarización tendríamos que:



La diferencia $I_1 - I_2$ deberá ser positiva para obtener polarización correcta, por lo que para la figura 1, los TC=600/5 no sirven. Con TC=200/5 el esquema manejaría corrientes muy elevadas tal y como se muestra en la figura 3. El más adecuado es el de la figura 4 con TC=400/5

CONCLUSION:

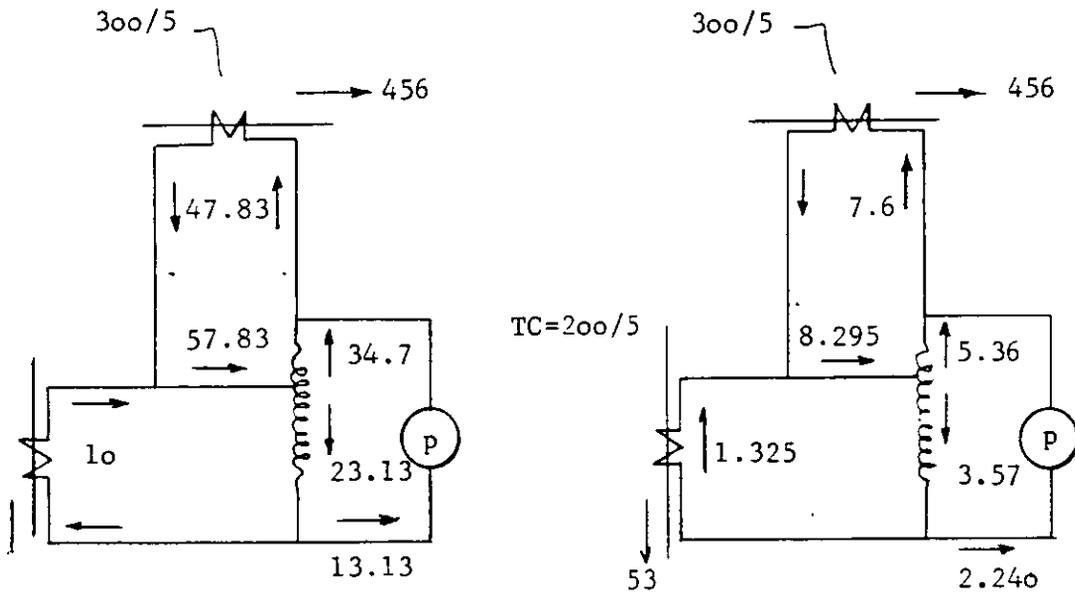
El arreglo con TC's en el lado de baja tensión no puede llevarse a cabo, pues la relación requerida es 400/5. Modificar el actual de 600/5 involucraría cambios en los circuitos de corriente de las protecciones 87B y 87T lo cual no es conveniente. Podríamos usar el arreglo propuesto para Puebla II con los TC=300/5 instalados en el lado de alta tensión, con los siguientes resultados:



En este caso:

$$I_{p1} = \frac{-3T_{iot} - 0.5C_{In}}{R_1(S+C)}$$

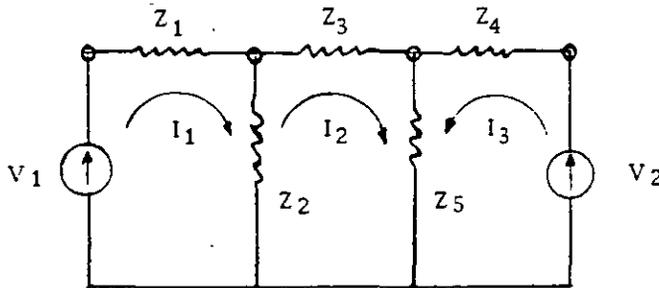
Y en el circuito de polarización:



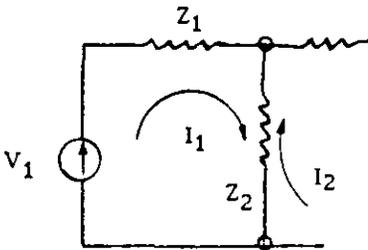
Como puede observarse, este esquema opera correctamente (faltaría únicamente verificar para falla en BT).

Antecedentes

El análisis por mallas consiste en la aplicación de la Ley de Kirchoff para voltajes; una vez seleccionadas las trayectorias cerradas por donde circularán las corrientes de malla, se plantean las ecuaciones considerando que la suma de voltajes a lo largo de la malla es cero.

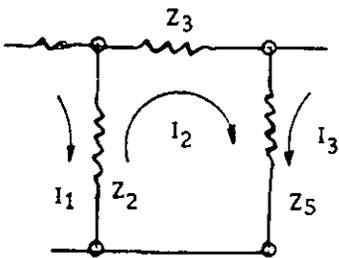


Evidentemente para la malla 1



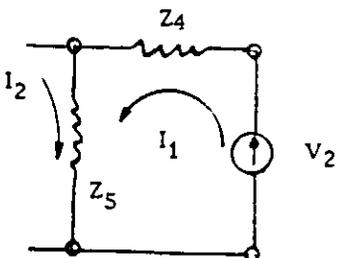
$$I_1 Z_1 + (I_1 - I_2) Z_2 = V_1$$

para la malla 2



$$I_2 Z_3 + (I_2 + I_3) Z_5 + (I_2 - I_1) Z_2 = 0$$

para la malla 3



$$I_3 Z_4 + (I_3 + I_2) Z_5 = V_2$$

Agrupando estas ecuaciones obtenemos:

$$\begin{aligned}(Z_1 + Z_2)I_1 - Z_2 I_2 &= V_1 \\ - Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3 + Z_5)I_2 + (Z_5)I_3 &= 0 \\ Z_5 I_2 + (Z_4 + Z_5)I_3 &= V_2\end{aligned}$$

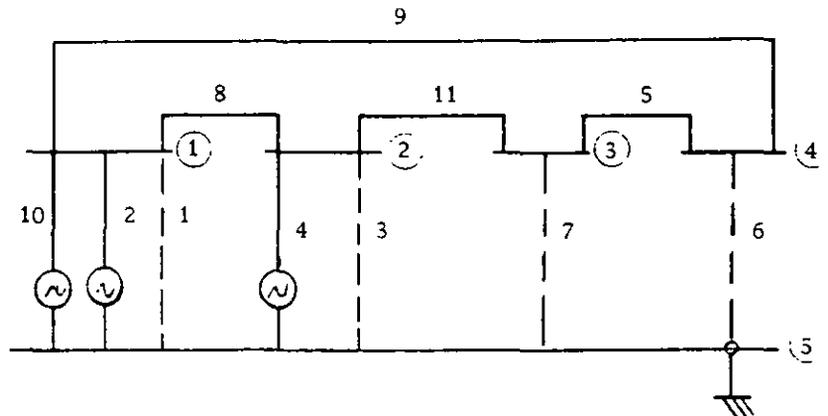
Generalizando $V = Z_{loop} I$

$$\delta \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

De lo anterior podrá concluirse:

- a).- El número de mallas es: No. elementos - (No. nodos - 1)
- b).- La dirección de I_1 , I_2 e I_3 se escoge arbitrariamente
- c).- Z_{11} es la impedancia propia de la malla 1 y es la suma de todas las impedancias por donde circula I_1
 Z_{12} es la impedancia mutua entre las mallas 1 y 2, si por un elemento común a dos mallas las corrientes circulan en el mismo sentido el signo del elemento es positivo. Si por un elemento común a dos mallas las corrientes circulan en sentido contrario el signo del elemento es negativo.
- d).- Z_{loop} contiene los coeficientes de las ecuaciones de malla.
- e).- La matriz Z_{loop} puede formarse por inspección

Ejemplo: Se desea formar por inspección la matriz Z_{loop} del sistema eléctrico simplificado de la siguiente figura al cual se le han agregado conexiones con $Z = 0$ de cada nodo a referencia.
 La numeración de nodos (5) y la de elementos (11) se ha escogido en forma arbitraria.

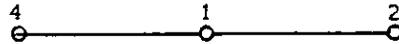


Elementos	Reactancia
1 - 2	0.1925
1 - 4	0.1348
1 - 5	0.1250
1 - 5	0.0
1 - 5	0.5070
2 - 3	0.0250
2 - 5	0.0
2 - 5	0.595
3 - 4	0.1043
3 - 5	0.0
4 - 5	0.0

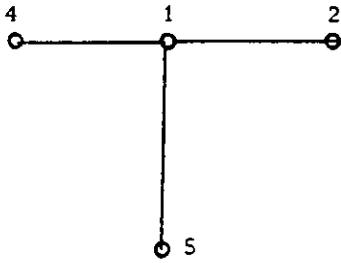
Elemento 1 - 2 no forma malla



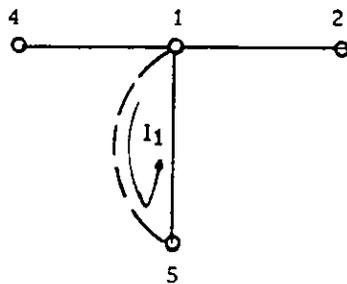
Elemento 1 - 4 no forma malla



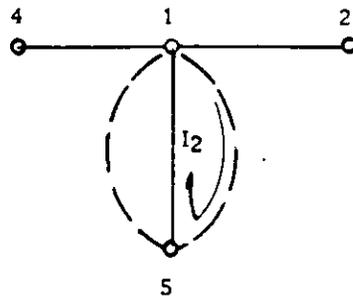
Elemento 1 - 5 no cierra malla



Elemento 1 - 5 forma la malla
(Se indica con línea punteada)
1,5,5,1

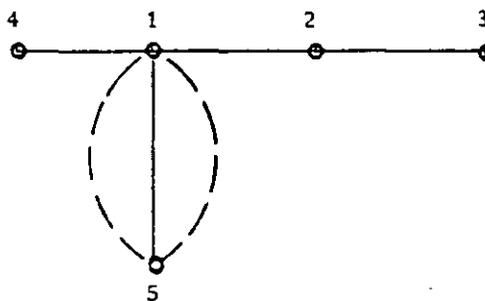


Se agrega el elemento 1 - 5
Forma la malla 1,5,5,1

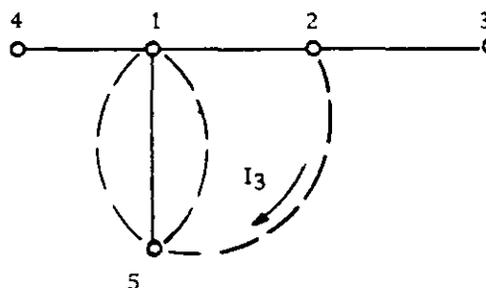


94

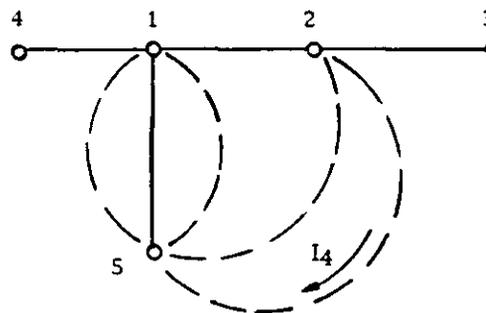
Se agrega el elemento 2 - 3
No forma malla



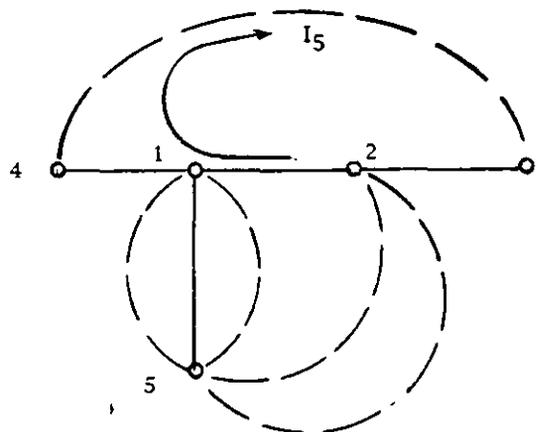
Se agrega el elemento 2 - 5
Forma la malla 2,5,1,2



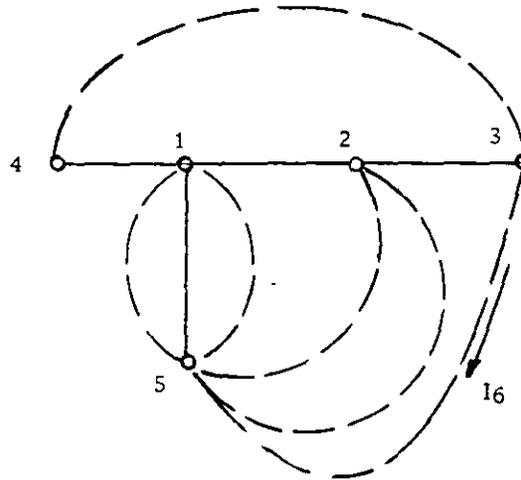
Se agrega el elemento 2 - 5
Forma la malla 2,5,1,2



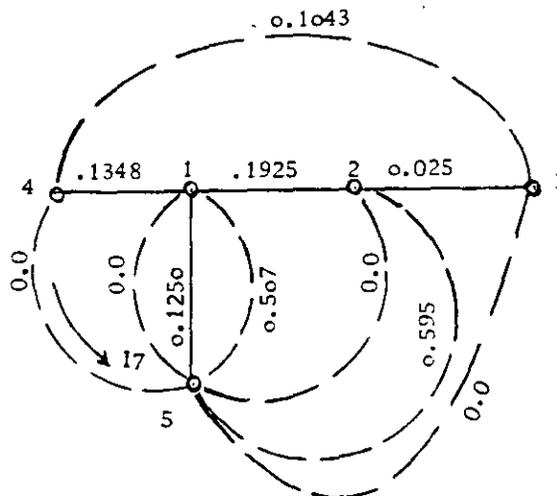
El elemento 3 - 4
Forma la malla 3,4,1,2,3



El elemento 3 - 5
 Forma la malla 3,5,1,2,3



El último elemento 4 - 5
 Cierra malla 4,5,1,4



El resultado da: Mallas = 7 # Elementos = 11
 # Nodos = 5
 Mallas = 11-(5-1) = 7

De este análisis básico debe notarse lo siguiente: los elementos --
 1 - 2, 1 - 5, 1 - 4 y 2 - 3 son compartidos por varias mallas, o
 sea que por ellos podrán circular una o varias de las corrientes de
 I_1 a I_7 . Por los elementos (con línea quebrada) 1 - 5, 1 - 5, 2 - 5
 2 - 5, 3 - 4, 4 - 5 y 3 - 5 que fueron los últimos en ser agregados
 para formar la trayectoria cerrada, sólo circula una corriente de --
 malla siempre de número menor a mayor que queda definido como senti-
do positivo.

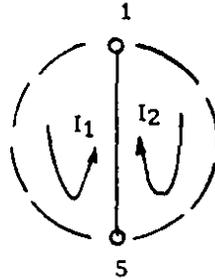
Con base en lo anterior, podemos aventurarnos para formar por inspección Z_{loop}

Z_{11} = suma de impedancias (en nuestro caso reactancias) por las que circula I_1

$$Z_{11} = 0.1250 + 0.0 = 0.1250$$

Z_{12} = impedancia común a I_1 e I_2 ; positiva si ambas corrientes circulan en el mismo sentido, negativa si el sentido es contrario

$$Z_{12} = 0.1250$$



Aplicando los mismos conceptos se obtienen sucesivamente

$$\begin{aligned} Z_{13} &= 0.1250 \\ Z_{14} &= 0.1250 \\ Z_{15} &= 0.0 \\ Z_{16} &= 0.1250 \\ Z_{17} &= 0.1250 \end{aligned}$$

lo que da completo el primer renglón de la matriz Z_{loop}

Finalmente, la matriz completa se anota enseguida:

0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.1250
0.1250	0.6320	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.1250
0.1250	0.1250	0.3175	0.3175	0.1925	0.1250	0.3175
0.1250	0.1250	0.3175	0.9125	0.1925	0.1250	0.3175
0.0	0.0	0.1925	0.1925	0.4566	-0.1348	0.2175
0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	-0.1348	0.2598	0.1250
0.1250	0.1250	0.3175	0.3175	0.2175	0.1250	0.3425

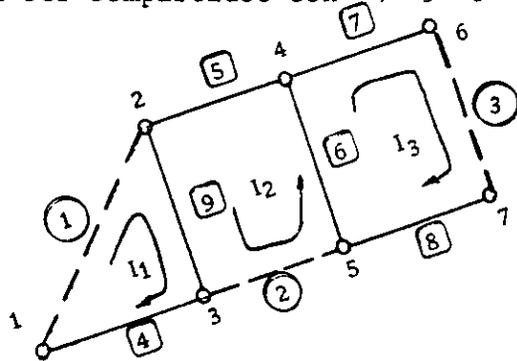
Cuando la red es compleja las posibilidades de éxito al formar Z_{loop} por inspección disminuyen sensiblemente.

Para formar esta matriz en forma mecanizada, se procede con base en los siguientes soportes teóricos:

Matriz de Conexión

Es una matriz cuyos elementos son unos o ceros y que informan sobre la configuración de la red a la cual pertenece.

La red de la siguiente figura contiene tres mallas. Los elementos -- que contienen una sola corriente de malla son 1 2 y 3. Los elementos que pueden ser compartidos son 4 5 6 7 8 y 9



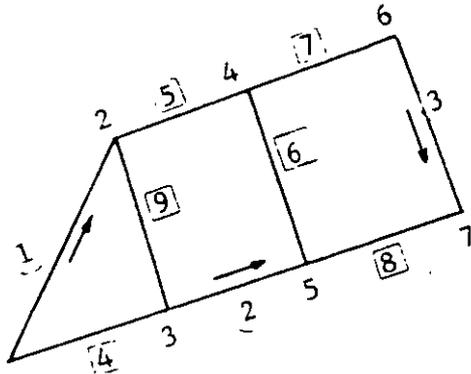
Los primeros llamados "links" en número son iguales al número de mallas independientes, por lo que la corriente en el "link" es igual a la corriente de malla. La convención de signos es válida para ambos; positivo si la corriente va de número menor a mayor y negativo si sucede lo contrario. Por lo tanto: podemos obtener por inspección las corrientes de los elementos en función de las corrientes de malla

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Simplificando $[I_b] = [T'] [I_m]$

La matriz de unos y ceros así formada es la transpuesta de la matriz de conexión $[T]$

Para tensiones: si llamamos como V a las caídas de voltaje en los elementos y E a los voltajes generados, obtenemos:



para la malla 1

$$V_1 + V_9 - V_4 = E_1 + E_9 - E_4$$

para la malla 2

$$V_2 - V_6 - V_5 + V_9 = E_2 - E_6 - E_5 + E_9$$

para la malla 3

$$V_3 - V_8 - V_6 + V_7 = E_3 - E_8 - E_6 + E_7$$

o, si se quiere:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \\ E_8 \\ E_9 \end{bmatrix}$$

Simplificando $T V_b = T E_b$

T es la matriz de conexiones y su transpuesta coincide con T' obtenida anteriormente.

Si Z_b contiene las impedancias propias y mutuas de todos los elementos que configuran la red, entonces:

$$V_b = Z_b I_b$$

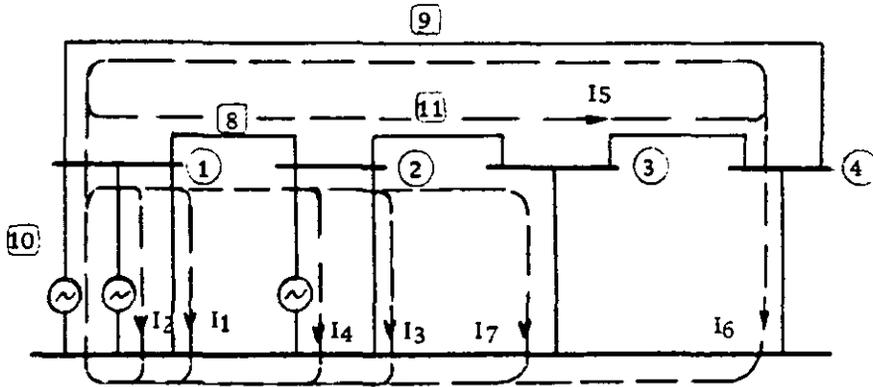
premultiplicando por T obtenemos: $T V_b = T Z_b I_b$ como: $I_b = T' I_\ell$

entonces:

$$\begin{aligned} T V_b &= T Z_b T' I_\ell \\ &= (T Z_b T') I_\ell \end{aligned}$$

$(T Z_b T')$ es la matriz de coeficiente de las ecuaciones de malla que se obtuvo anteriormente por inspección.

Para la red simplificada, obtendremos la matriz T por inspección, - con objeto de comparar este resultado con el obtenido mediante un -- proceso mecanizado. Así:



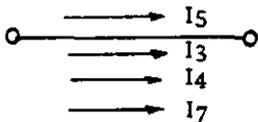
como $I_b = T' I_l$

$$\begin{bmatrix} I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \end{bmatrix} = T' \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix}$$

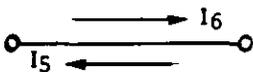
Si I_b es de 4×1
 I_l es de 7×1
 T' es de 4×7

$$4 \times 1 = 4 \times 7 \times 7 \times 1$$

por el elemento # 8 circulan $+I_3, +I_4, +I_5, +I_7$



por el elemento # 9 circulan $-I_5 +I_6$



por el elemento # 10 circulan $-I_1, -I_2, -I_3, -I_4, -I_6 -I_7$

y por el elemento # 11 circulan $+I_5, +I_7$

por lo tanto:

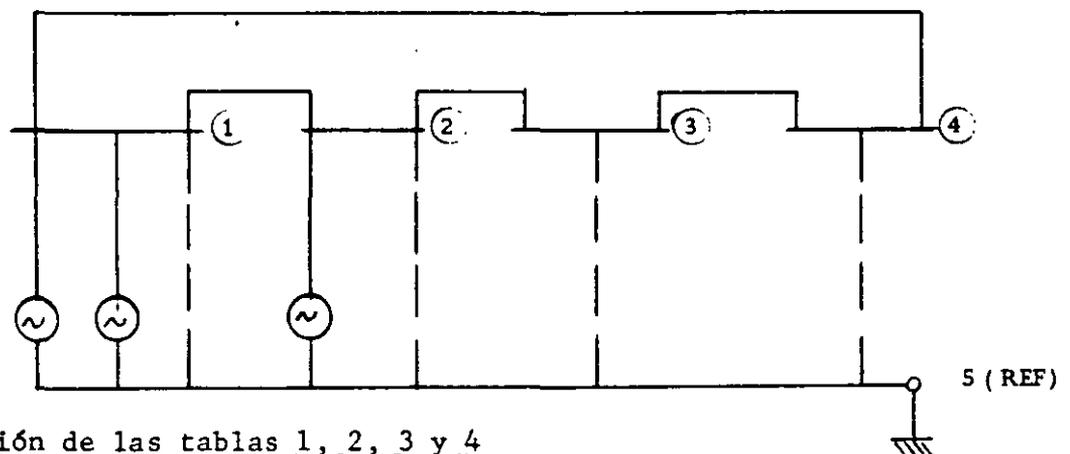
$$\begin{bmatrix} I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix}$$

por lo tanto $[T_s]$ es:

$$[T_s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Procedimiento topológico para obtener Z_{1loop}

En el diagrama simplificado de la red se numeran los buses en forma arbitraria, cuidando que el número mayor corresponda al nodo de referencia. En el caso actual hemos hecho coincidir la numeración con la previamente escogida para poder llevar a cabo la comparación requerida.



Formación de las tablas 1, 2, 3 y 4

La tabla 1 se forma de manera disciplinada, anotando consecutivamente los elementos que salen de bus 1, de bus 2, de bus 3, etc. (números menores que el bus considerado no se anotan en la tabla)

NOTA: $[T_s]$ es sub-matriz ó parte de la matriz $[T]$. En realidad para obtener $[T]$ a partir de $[T_s]$ habría que agregar a $[T_s]$ la matriz identidad I

<u>TABLA 1</u>			<u>TABLA 2</u>			<u>TABLA 3</u>		
ele	ns	ne	link	ns	ne	branch	ns	ne
1	1	2	1	1	5	8	1	2
2	1	4	2	1	5	9	1	4
3	1	5	3	2	5	10	1	5
4	1	5	4	2	5	11	2	3
5	1	5	5	3	4			
6	2	3	6	4	5			
7	2	5	7	3	5			
8	2	5						
9	3	4						
10	3	5						
11	4	5						

<u>TABLA 4</u>		
2	4	5

A partir de la tabla 1 se forman las tablas 2 y 3, de la siguiente manera:

elemento 1 une 1 con 2

Por ser el primer elemento, es necesariamente un branch y va a la tabla 3.

elemento 2 une 1 con 4

Se compara el nodo 4 con los nodos anotados en la tabla 3, dado que es distinto, es un branch y se anota en la tabla 3.

elemento 3 une 1 con 5

Se compara el nodo 5 con los nodos anotados en la tabla 3, dado que es distinto a 2 y 4, es un branch y se anota en la tabla 3.

elemento 4 une 1 con 5

Se compara el nodo 5 con los nodos anotados en la tabla 3, dado que ya existe 5 en el tercer renglón este elemento es link y se anota en la tabla 2.

elemento 5 une 1 con 5

Por estar contabilizado 5 en la tabla 3, este nuevo elemento es link y se anota en la tabla 2.

En este momento se termina de analizar el nodo 1 en la tabla 1, o sea, se terminaron los elementos que conectan el nodo 1 con la red. En este momento las tablas 2 y 3 contienen la siguiente información:

tabla 2	tabla 3	tabla 4
1 - 5 1 - 5	1 - (2) 1 - (4) 1 - (5)	(2, 4, 5)

La tabla auxiliar 4 se forma con los elementos de la derecha de la tabla 3 y se procede a buscar las conexiones del primer nodo de la tabla 4 con el resto de la red.

elemento 1 une 1 con 2

El nodo 2 es mayor que 1 lo que indica que ya fué analizado.

elemento 6 une 2 con 3

El nodo 3 no aparece en la tabla 4, lo que indica que es primera vez que se menciona; por lo tanto, es branch y se anota en la tabla 3 y en la tabla 4

elemento 7 une 2 con 5

El nodo 5 aparece a la derecha de 2 en la tabla 4, por lo tanto es link y se anota en la tabla 2.

elemento 8 une 2 con 5

Por lo dicho en el párrafo anterior, se anota en la tabla 2.

En este momento la búsqueda del nodo 2 en la tabla 1 finaliza y las tablas 2, 3 y 4 aparecen con la siguiente información:

Tabla 2	Tabla 3	Tabla 4
1 - 5	1 - 2	2, 4, 5, 3
1 - 5	1 - 4	
2 - 5	1 - 5	
2 - 5	2 - 3	

El siguiente nodo será el indicado en forma consecutiva por la tabla 4 o sea 4

elemento 2 une 1 con 4

El número 4 es mayor que 1, lo que indica que ya fue contabilizado

elemento 9 une 3 con 4

En la tabla 4 el nodo 3 aparece a la derecha de el nodo 4, por lo tanto debe ser link y anotado en la tabla 2.

elemento 11 une 4 con 5

En la tabla 4 el nodo 5 está a la derecha del nodo 4, por lo tanto es link; se contabiliza en la tabla 2.

Termina la búsqueda del nodo 4, las tablas 2 y 3 aparecen como:

Tabla 2	Tabla 3	Tabla 4
1 - 5	1 - 2	2, 4, 5, 3
1 - 5	1 - 4	
2 - 5	1 - 5	
3 - 4	2 - 3	
4 - 5		

El siguiente nodo será 5 tal como lo indica la tabla 4.

Los elementos 3, 4, 5 no interesan

elemento 7 une 2 con 5
 elemento 8 une 2 con 5

En la tabla 4 el nodo 2 aparece a la izquierda de 5, lo que indica que ya fue analizado.

elemento 10 une 3 con 5

En la tabla 4 el nodo 3 aparece a la derecha de 5, por lo que será link

elemento 11 une 4 con 5

En la tabla 4 el nodo 4 aparece a la izquierda de 5, lo que indica que ya fue analizado.

Finalmente, el resultado de la aplicación del procedimiento da:

11 elementos
 7 links
 4 branches

números que coinciden con los obtenidos por inspección.

El procedimiento continúa con la formación de las tablas 5 y 6 a partir de 2 y 3 con la siguiente filosofía:

<u>TABLA 2</u>			<u>TABLA 3</u>			<u>TABLA 5</u>		<u>TABLA 6</u>	
ele	ns	nr	ele	ns	nr	nodos	links	nodos	branches
1	1	5	8	1	2	2	3 4	2	-8, 11
2	1	5	9	1	4	3	5 7	3	-11
3	2	5	10	1	5	4	-5 6	4	-9
4	2	5	11	2	3	5	-1-2-3-4-6-7	5	-10
5	3	4							
6	4	5							
7	3	5							

La tabla 5 corresponde a la tabla 2, se excluye en la lista de nodos el número 1. En la tabla 2 se inicia una búsqueda del nodo 2, aparece en los renglones correspondientes a los elementos 3 y 4 en ambos como nodo de salida (ns), por lo tanto el nodo 2 contiene los links 3, 4.

Tabla 5	
nodo	links
2	3, 4

De la búsqueda del nodo 3 se concluye que contiene a los links 5 y 7 y en ambos como nodo de salida (ns)

Tabla 5	
nodo	link
3	5, 7

De la búsqueda del nodo 4, se concluye que forma parte de la conexión de los links 5 y 7, en el primero figura como nodo de llegada (nr) y en el segundo como nodo de envío (ns), por lo tanto:

Tabla 5	
nodo	link
4	-5, 6

El signo - porque aparece como (nr)

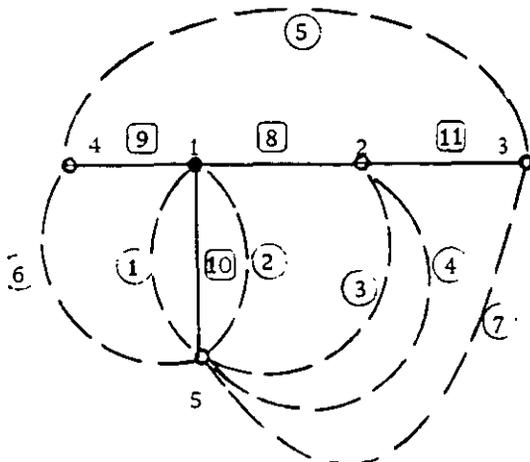
Finalmente, el nodo 5 forma parte de los links 2, 3, 4, 6 y 7 en todos como nodo de llegada (nr), por lo tanto

Tabla 5	
nodo	link
5	-1,-2,-3,-4,-6,-7

Este procedimiento se repite para la tabla 3 que da como resultado la número 6.

NOTA:

Si observamos la gráfica de la red, notaremos que:



del nodo 2 emanan los links 3 y 4
 del nodo 3 emanan los links 5 y 7
 del nodo 4 emanan los links -5 y 6
 y del nodo 5 -1,-2,-3,-4,-6 y -7

Así mismo: del nodo 2 emanan los branches -8 y 11
 del nodo 3 -11
 del nodo 4 -9
 y del nodo 5 -10

o sea que conocida la gráfica se pueden obtener directamente las -
 tablas 5 y 6

Obtención de la matriz T por columnas

Si se desea formar la columna # 8 de la matriz T se procede como -
 sigue: se explora la tabla 6, buscando el ele 8 que deberá apa-
 recer en primer término; lo encontraremos en el renglón correspon-
 diente al nodo 2 junto con 11, el número 8 ya no aparece en la -
 tabla, el número 11 aparece en el renglón correspondiente al nodo -
 3 pero está solo. Si se respetan las siguientes reglas:

- ✓ Si el primer número de rama en la tabla 6 es negativo, el --
 primer nodo será suprimido, así como los números de nodo re-
 petidos y los "links" obtenidos de la tabla 5 serán puestos -
 con 1 ó -1 en la columna de la matriz T sin cambio de signo.
- ✓ Si el primer número de rama en la tabla 6 es positivo, el se -
 gundo nodo obtenido de la tabla 3, será suprimido, así como -
 las repeticiones, sacamos los "links" de la tabla 5 y les --
 cambiamos signo antes de anotarlos en la columna de la matriz
 T.

Para 8 el signo es negativo

-8 11
 11 solo

8 une { - 2
 11 une { - 3

quedan 2, 3 que según la tabla 5
 contienen

2 a 3 y 4
 3 a 5 y 7

por lo tanto

8
 0
 0
 1
 1
 1
 0
 1

Para 9 signo negativo

-9 solo

9 una $\left\{ \begin{array}{l} -4 \\ 4 \end{array} \right.$ queda $\left\{ \begin{array}{l} -4 \\ 4 \end{array} \right.$ que contiene (tabla 5) a -5 y 6

por lo tanto

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

Para 10 signo negativo

-10 solo

10 una $\left\{ \begin{array}{l} -5 \\ 5 \end{array} \right.$ queda $\left\{ \begin{array}{l} -5 \\ 5 \end{array} \right.$ que contiene a -1,-2,-3,-4,-6,-7

por lo tanto

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{array}$$

La submatriz de Ts será:

$$Ts = \begin{array}{c} \textcircled{8} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{10} \quad \textcircled{11} \\ \left| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right| \end{array}$$

que es idéntica a la obtenida por inspección.

La matriz Z LOOP resultado del programa HAWK03 es la que se muestra enseguida:

MATRIZ Z BUS.

0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.1250
0.1250	0.0520	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.1250
0.1250	0.1250	0.3175	0.3175	0.1925	0.1250	0.3175
0.1250	0.1250	0.3175	0.9125	0.1925	0.1250	0.3175
0.0	0.0	0.1925	0.1925	0.4566	-0.1348	0.2175
0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	-0.1348	0.2598	0.1250
0.1250	0.1250	0.3175	0.3175	0.2175	0.1250	0.3425

En esta última matriz (Z primitiva) deben anotarse en el orden establecido, las impedancias propias y mutuas de todos los elementos de la red, las propias ocuparán la diagonal principal.

La matriz Z_{loop} resultado del producto $[TZ_bT']$ es:

$$Z_{loop} = \begin{bmatrix} 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.0 & 0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & 0.6320 & 0.1250 & 0.1250 & 0.0 & 0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.3175 & 0.3175 & 0.1925 & 0.1250 & 0.3175 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.3175 & 0.9125 & 0.1925 & 0.1250 & 0.3175 \\ 0.0 & 0.0 & 0.1925 & 0.1925 & 0.4566 & -0.1348 & 0.2175 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1348 & 0.2598 & 0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.3175 & 0.3175 & 0.2175 & 0.1250 & 0.3425 \end{bmatrix}$$

Artificio para la medición de la impedancia de Thevenin.

Según quedó establecido, el comportamiento de la red se puede resumir en la solución de:

$$[V] = [Z_{loop}][I_{\ell}]$$

Dado que como consecuencia de la aplicación del Teorema de Thevenin - los voltajes de la red son cero (se trata de una red pasiva) entonces:

$$0 = [Z_{loop}][I_{\ell}]$$

Puesto que son 7 mallas, Z_{loop} contiene los coeficientes de 7 ecuaciones independientes. Si el cálculo es para una falla a la vez, digamos en bus 1, necesariamente las corrientes en los elementos restantes - de reactancia cero son:

$$I_3 = I_6 = I_7 = 0$$

Entonces si conocemos 3 de las 7 incógnitas por determinar el sistema original se reduce a uno de 4 ecuaciones, la nueva matriz de coeficientes, si las combinaciones de 3, 6 y 7 desaparecen será: (elementos -- ashurados en la matriz Z_{loop} de la página)

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{14} & Z_{15} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{24} & Z_{25} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = 0$$

La corriente de la malla 1 es igual a la corriente del link 1, el link 1 es de falla ($Z = 0$); la determinación de I_1 equivale a la de terminación de la corriente total de falla, la determinación de I_2 I_3

e I_5 dará las contribuciones en los elementos 2, 3 y 5 (links reales del sistema)

Si calculamos de Z_{loop} la submatriz que contiene únicamente los elementos ashurados y hacemos $I_1 = 1 \text{ } ^\circ/1$ (artificio) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{24} & Z_{25} \\ Z_{42} & Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{52} & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{21} \times 1 \\ Z_{41} \times 1 \\ Z_{51} \times 1 \end{bmatrix}$$

o bien simplificando:

$$\begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{41} \\ Z_{51} \end{bmatrix}$$

despejando: para falla en el nodo 1

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{41} \\ Z_{51} \end{bmatrix}$$

NOTA:

para falla en el nodo 2 (asociada con el link 3)

$$I_1 = I_6 = I_7 = 0 \quad I_3 = 1$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{23} \\ Z_{43} \\ Z_{53} \end{bmatrix}$$

para falla en el nodo 3 (asociada con el link 7)

$$I_1 = I_3 = I_6 = 0 \quad I_7 = 1 \text{ } ^\circ/1$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{27} \\ Z_{47} \\ Z_{57} \end{bmatrix}$$

para falla en el bus 4 (asociadas con el link 6)

$$I_1 = I_3 = I_7 = 0 \quad I_6 = 1 \text{ pu}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = -[Z_{LL}]^{-1} \begin{bmatrix} Z_{26} \\ Z_{46} \\ Z_{56} \end{bmatrix}$$

$[Z_{LL}]^{-1}$ no cambia ya durante el proceso de cálculo o sea que la inversa de Z_{LL} sólo se calcula una vez.

Obtención del Inverso del Z LL

$$\begin{bmatrix} 0.632 & 0.1250 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.1250 & 0.9125 & 0.1925 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1925 & 0.4566 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8878 & 0.1925 & -0.1978 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1925 & 0.4566 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4173 & 0.0429 & -0.2168 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.0429 & 1.6264 & -0.2228 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.6308 & -0.2451 & 0.1028 \\ 0 & 1 & 0 & -0.2451 & 1.2390 & -0.5195 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$

en nuestro caso:

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1.6308 & -0.2451 & 0.1028 \\ -0.2451 & 1.2390 & -0.5195 \\ 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1250 \\ 0.1250 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Llevando a cabo operaciones:

$$I_1 = 1$$

$$I_2 = -.2038 + .0306 = -.1732$$

$$I_4 = +.0306 - .1548 = -.1242$$

$$I_5 = -.01285 + .06493 = .05208$$

$$I_3 = 0$$

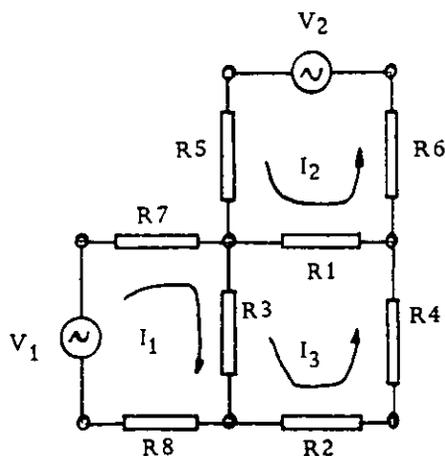
$$I_6 = 0$$

$$I_7 = 0$$

Quando se inyecta en la malla una corriente $I_1 = 1$ pu, ésta se distribuye en la red en proporción a las reactancias de cada elemento. Los valores de I_2 , I_4 e I_5 así obtenidos dan los factores de distribución, pero ni I_1 ni I_2 , I_4 e I_5 son los valores reales de falla.

Si recurrimos a la siguiente explicación, entenderemos la filosofía del uso de este artificio que al final da directamente Z_{Th}

Para resolución de la malla de la figura formaríamos las siguientes ecuaciones:



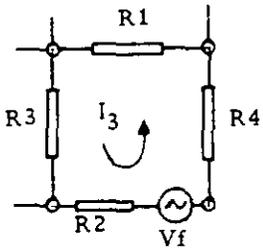
$$V_1 = I_1 R_7 + (I_1 + I_3) R_3 + I_1 R_8$$

$$V_2 = I_2 R_5 + (I_2 - I_3) R_1 + I_2 R_6$$

$$0 = I_3 (R_4 + R_2) + (I_3 + I_1) R_3 + (I_3 - I_2) R_1$$

El tercer renglón es igual a cero por no existir fuentes de voltaje en la malla 3. Si hacemos $I_3 = 1$ pu., la ecuación ya no será igual a cero y se puede suponer que se ha agregado a la malla 3 un voltaje ficticio V_f que fuerza el valor de I_3

El tercer renglón queda:

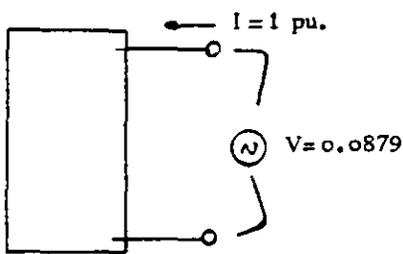


$$V_f = 1 \times R_4 + 1 \times R_2 + (I_1 + 1) R_3 + (1 - I_2) R_1$$

En nuestro caso, si sustituimos los valores de I en el primer renglón de Z_{Loop} (primer renglón porque la falla es en el bus 1 asociado con el link 1) obtenemos:

$$\begin{aligned} I_1 \times Z_{11} + I_2 \times Z_{12} + I_4 \times Z_{13} + I_5 \times Z_{15} &= \\ 0.1250 - 0.0216 - 0.0155 + 0.0 &= 0.0879 \end{aligned}$$

Por lo tanto:



$$V_{th} = 1 \times Z_{th} = 0.0879$$

$$Z_{th} = 0.0879$$

$$FC = \frac{1}{0.0879} = 11.39 \text{ pu.}$$

$$I_2 = -.1732 \times 11.39 = -1.97 \text{ pu}$$

$$I_4 = -.1242 \times 11.39 = -1.415 \text{ pu}$$

$$I_5 = .05208 \times 11.39 = 0.594 \text{ pu}$$

Conocidas todas las corrientes en los links, mediante el producto $I_b = T; I_l$ obtenemos las corrientes en los branches, resultados que se anotan enseguida:

VALORES DE CORTO CIRCUITO DIVISION TAMPICO

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS ASOCIADO CON FL 1 = 11.38813 EN PU

I 2 = - 1.97239 EN PU

I 4 = - 1.41574 EN PU

I 5 = 0.59687 EN PU

I 8 = - 0.81887 EN PU

I 9 = - 0.59687 EN PU

I 10 = - 8.00001 EN PU

I 11 = 0.59687 EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS ASOCIADO CON FL 3. = 6.40612 EN PU

I 2 = - 0.93462 EN PU

I 4 = - 1.68067 EN PU

I 5 = - 1.99222 EN PU

I 8 = 2.73323 EN PU

I 9 = 1.99222 EN PU

I 10 = - 3.79083 EN PU

I 11 = - 1.99222 EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS ASOCIADO CON FL 6 = 6.07238 EN PU

I 2 =	- 0.96710	EN PU
I 4 =	- 1.18273	EN PU
I 5 =	2.29135	EN PU
I 8 =	1.10862	EN PU
I 9 =	3.78102	EN PU
I 10 =	- 3.92255	EN PU
I 11 =	2.29135	EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS ASOCIADO CON FL 7 = 6.09589 EN PU

I 2 =	- 0.90511	EN PU
I 4 =	- 1.51963	EN PU
I 5 =	- 2.26309	EN PU
I 8 =	2.31317	EN PU
I 9 =	2.26309	EN PU
I 10 =	- 3.67115	EN PU
I 11 =	3.83280	EN PU

APENDICE E.- Instructivo y listados de los programas HAWK01, HAWK02
HAWK03 y HAWK04 para el cálculo de fallas por el método de Zloop

HAWK 01

DETERMINACION DE LINKS Y BRANCHES

Datos:

1).-Una tarjeta con NL y NB en Format (214) donde

NL= No. de elementos del sistema

NB= No. de Buses incluyendo el de referencia

2).-n tarjetas con FORMAT (20F4.0) conteniendo la tabla No. 1 en forma corrida o sea:

<u>elé #</u>	<u>ns</u>	<u>ne</u>
1	1	1
2	1	4
3	1	5

Aparece en la tarjeta de la siguiente manera:

1. 1. 2. 2. 1. 4. 3. 1. 5. etc.

(Format (20F4.0)).

NOTA: Al final de los datos va una tarjeta en blanco y una con /*

Resultados: 1) Impresos

A). Los datos de entrada

a) No. de líneas y No. de Buses

b) Tabla de Elementos (Numerados)

B). La selección de links y ramas sin que en la malla se consideren links de falla ó ficticios

c) Tabla de links

d) Tabla de ramas

C). Las tablas de links y ramas considerando que en la red existen los links de falla.

e) Tabla de links incluyendo los de falla -- (Renumerados)

- f) Tabla de branches de sistema (Renumerados)
- g) No. de links incluyendo los de falla (KPl)
- h) No. de branches de sistema (JPl)

2) En Tarjetas Perforadas

- A). Las tablas e) y f) de Resultados impresos - en forma corrida
(Datos para HAWK 02)

HAWK 02

FORMACION DE LA MATRIZ DE CONEXIONES O DE TRANSFORMACION.

Datos:

- 1) (KPl) No. de links incluyendo los de fallas
- 2) (JPl) No. de branches de sistema
- 3) (BN) No. de buses

(Estos 3 datos van en una tarjeta y con Format (2I4, F6.0) y son datos que imprime el HAWK 01 pero no perfora)

- 4) Tarjetas resultado de HAWK 01

NOTA: Al final de los datos póngase una tarjeta en blanco. ^o

Resultados:

- 1) Impresos

A). Datos

- a) KPl, JPl, BN
- b) Links y Branches de Sistemas (Renumerados)

B). Resultados

- c) Matriz C
- d) Matriz C con Matriz I a su izquierda

2) En Tarjetas Perforadas

- A). Matriz C (Datos para HAWK 04 ó HAWK 05)
- B). Matriz IC (Datos para HAWK 03)

HAWK 03

FORMACION DE LA MATRIZ Z LOOP

Datos:

- 1) Tarjeta con NL (No. de Elementos) y KPl (No. de links incluyendo los de falla) en Format (2I4)
- 2) Matriz IC = Matriz T (De transformación) (salida de HAWK 02)
- 3) Diagonal de la Matriz de Impedancia, ("Z") o Primitiva que contiene las impedancias de los elementos de la red reales y ficticios (en Format - 10F8.4)

NOTA: Al final de los datos lleva una tarjeta en blanco.

Resultados:

- 1) Impresos
 - A). Datos
 - a) NL, KPl
 - b) Matriz transpuesta de IC (TT)
 - B). Resultados
 - c) Matriz Z'
 - (MZ' = MZ más Links de falla)
 - d) Matriz Z Loop
 - (Datos para HAWK 04)

HAWK 04DETERMINACION DE LOS VALORES DE CORTO CIRCUITO EN CADA BUS MOSTRANDO LAS COLABORACIONES DE CADA ELEMENTO.

Datos:

- 1) KPl, N. NL (Links incluyendo los de falla, Links de Sistema y elementos respectivamente) en una tarjeta y Format (3I4)

- 2) Lista de links de falla o ficticios (número que - les corresponde en las tablas) FØRMAT (20I4).
- 3) Lista de links de Sistema ó reales (número que -- les corresponde en la lista) FØRMAT (20I4)
- 4) Lectura de Z Loop tal como salió de HAWK 03
- 5) Matriz (TTS) salida de HAWK 02

NOTA: Al final de los datos lleva una tarjeta en blanco

Resultados: 1) Impresos

A). Datos

- a) KP1, N, NL
- b) LF (Links de Falla)
- c) LS (Links de Sistema)
- d) Z Loop

B). Resultados

- a) TTS (Submatriz de TT para obtener I de - Branch en función de I de Link)
- b) Valores de C.C. en P.U. por Bus mostran do las colaboraciones de cada elemento.


```

C     FORMACION DE LA MATRIZ DE CONEXION C  I=(I,C)
0001     DIMENSION R(120),X(120),Y(120),XD(120),YD(120),XT(120),YT(120)
0002     DIMENSION DRS(120),TRES(120),YC(120)
0003     1 READ(5,201),IAC(=319)  NL,NB
0004     IF(NE .EQ. 0) GO TO 319
0005     200 FORMAT (2I4)
0006     WRITE(6,400) NL,NB
0007     400 FORMAT (I1,' ',15,2I4)
0008     READ(5,201)(R(I),X(I),Y(I),I=1,NL)
0009     201 FORMAT (20F4,0)
C     FORMACION DE LAS TABLAS 2,3 Y 4
0010     XT(1)=X(1)
0011     YT(1)=Y(1)
0012     I=1
0013     K=1
0014     M=1
0015     KCF=1
0016     2 I=I+1
0017     J=1
0018     IF(X(I)-X(J)) 7,3,7
0019     3 IF(Y(I)-Y(J)) 5,4,5
0020     4 X(K)=X(I)
0021     YC(K)=Y(I)
0022     K=K+1
0023     KCF=KCF+1
0024     GO TO 2
0025     5 J=J+1
0026     IF(J=I) 3,3,6
0027     6 X(J)=X(I)
0028     Y(J)=Y(I)
0029     M=M+1
0030     KCF=KCF+1
0031     GO TO 2
0032     7 J=1
0033     I=I
0034     41 YC(I)=Y(J)
0035     I=I+1
0036     J=J+1
0037     IF(J=I) 41,41,8
0038     8 M=1
0039     I=M+1
0040     J=J+1
0041     M=M+1
0042     9 I=8
0043     10 IF(YC(I)-Y(I)) 11,14,11
0044     11 IF(YC(I)-Y(I)) 10,12,10
0045     12 VAR=X(I)
0046     13 GO TO 17

```

```

0047      14 VAF=Y(I)
0048      15 GO TO 17
0049      16 I=I+1
0050      17 IF(I-(N+1)) 17,21,21
0051      18 I=M
0052      19 L=I+1
0053      20 IF(L-UM) 19,22,19
0054      21 IF(VAR-YC(L)) 18,20,18
0055      22 X(K)=X(I)
0056      23 Y(K)=Y(I)
0057      24 K=K+1
0058      25 KFN=KFN+1
0059      26 I=I+1
0060      27 GO TO 31
0061      28 M=M+1
0062      29 I=I+1
0063      30 GO TO 31
0064      31 I=M
0065      32 I=I-1
0066      33 IF(L) 27,27,24
0067      34 IF(VAR-YC(L)) 23,26,23
0068      35 GO TO 30
0069      36 I= I+1
0070      37 GO TO 30
0071      38 L=M
0072      39 YC(L)=VAF
0073      40 XT(J)=X(I)
0074      41 YT(J)=Y(I)
0075      42 J=J+1
0076      43 KFN=KFN+1
0077      44 I=I+1
0078      45 MV=MV+1
0079      46 M=M+1
0080      47 IF(I-(N+1)) 29,29,30
0081      48 M=M+1
0082      49 I=M
0083      50 IF(KFN-NL) 9,31,9
0084      51 I=1
0085      52 DCS(I)=1.0
0086      53 DCS(I+1)=DCS(I)+1.0
0087      54 I=I+1
0088      55 IF(I-(K-1)) 33,34,34
0089      56 I=1
0090      57 TRFS(I)=K
0091      58 TRFS(I+1)=TRFS(I)+1.0
0092      59 I=I+1
0093      60 IF(I-N) 36,40,40
0094      61 JP1=J-1

```

```

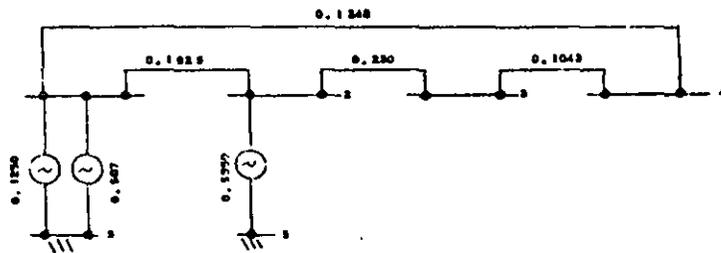
0095         KP1=K-1
0096         WRITE(6,213) KP1
0097         WRITE(6,214) JP1
0098         IF(KP1-JP1) 305,303,300
0099         213 FORMAT(11,' ',T15,'NUMERO DE LINKS = ',T33,I3/)
0100         214 FORMAT(11,' ',T12,'NUMERO DE BRANCHES = ',T33,I3//)
0101         300 WRITE(6,202)(R(I),X(I),Y(I),DOS(I),XD(I),YD(I),TRES(I),XT(I),YT(I)
           1,I=1,JP1)
0102         202 FORMAT(11,' ',T10,3F4.0,F6.0,2F4.0,F6.0,2F4.0)
0103         301 WRITE(6,203)(R(I),X(I),Y(I),DOS(I),XD(I),YD(I),I=J,KP1)
0104         203 FORMAT(11,' ',T10,3F4.0,F6.0,2F4.0)
0105         202 WRITE(6,204)(R(I),X(I),Y(I),I=K,NL)
0106         204 FORMAT(11,' ',T10,3F4.0)
0107         GO TO 310
0108         303 WRITE(6,202)(R(I),X(I),Y(I),DOS(I),XD(I),YD(I),TRES(I),XT(I),YT(I)
           1,I=1,JP1)
           GO TO 310
0109
0110         305 WRITE(6,202)(R(I),X(I),Y(I),DOS(I),XD(I),YD(I),TRES(I),XT(I),YT(I)
           1,I=1,KP1)
0111         306 WRITE(6,205)(R(I),X(I),Y(I),TRES(I),XT(I),YT(I),I=K,JP1)
0112         205 FORMAT(11,' ',T10,3F4.0,F20.0,2F4.0)
0113         307 WRITE(6,204)(R(I),X(I),Y(I),I=J,NL)
0114         310 DO 312 I=1,KP1
0115             K9=(NB-1)+I
0116             X(I,K9)=X(I)
0117             Y(I,K9)=Y(I)
0118         312 DOS(K9)=DOS(I)
0119             K6=NB-1
0120             DO 320 I=1,K6
0121                 XD(I)=0.0
0122                 YD(I)=0.0
0123         220 DOS(I)=0.0
0124             DO 321 I=1,K6
0125                 HT=I
0126                 XD(I)=HI
0127                 DOS(I)=HI
0128         321 YD(I)=4H
0129             K5=NB+(KP1-1)
0130             DO 322 I=NB,K5
0131         322 DOS(I)=I
0132             K4=NB+KP1
0133             DO 323 I=1,JP1
0134         323 TRES(I)=(K4-1)+I
0135             WRITE(6,209)
0136         209 FORMAT(11,' ',I1)
0137         315 WRITE(6,208)(DOS(I),XD(I),YD(I),TRES(I),XT(I),YT(I),I=1,JP1)
0138         208 FORMAT(11,' ',T10,3F4.0,F6.0,2F4.0)
0139         JP2=JP1+1

```

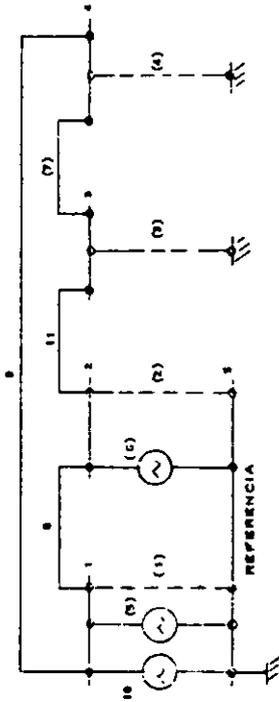
```
0140      KP2=KP1*(NB-1).
0141      316 WRITE(6,204) (COS(I),XD(I),YD(I),I=JP2,KP2)
0142      WRITE(6,213) KP2
0143      WRITE(6,214) JP1
0144      317 WRITE(7,201)(COS(I),XD(I),YD(I),I=1,KP2)
0145      219 WRITE(7,201)(TKFS(I),XT(I),YT(I),I=1,JP1)
0146      GO TO 1
0147      219 WRITE(6,330)
0148      320 FORMAT(11,'1')
0149      331 STOP
0150      END
```

NUMERO DE LINKS = 3
 NUMERO DE BRANCHES = 4

1.	1.	2.	1.	1.	5.	4.	1.	2.
2.	1.	4.	2.	2.	5.	5.	1.	4.
3.	1.	5.	3.	3.	4.	6.	1.	5.
4.	1.	5.				7.	2.	3.
5.	2.	3.						
6.	2.	5.						
7.	3.	4.						



- 1. 1. 5.
- 2. 2. 5.
- 3. 3. 5.
- 4. 4. 5.
- 5. 5. 1.
- 6. 6. 2.
- 7. 7. 3.
- 8. 8. 2.
- 9. 9. 4.
- 10. 10. 5.
- 11. 11. 3.




```

0001      DIMENSION COS(94),XD(94),YD(94),TRES(54),XT(54),YT(54),XSE(54)
0002      DIMENSION TL6(54,94),XSI(54),TB7(54,94),GAMA(80),RAMA(80),T8(80)
0003      DIMENSION AT(14,14E)
0004      290 FORMAT(2I4,F6.0)
0005      291 FORMAT(20F4.0)
0006      207 FORMAT(' ',2X,32F4.0)
0007      208 FORMAT(T1,'1',T10,'EXISTE ERROR')
0008      601 FORMAT(1H0,26H( 'DIMENSION TL6 INSUFICIENTE)
0009      701 FORMAT(1H0,35H( 'EXISTE ERROR 1 EN DIMENSION DE RAMA)
0010      801 FORMAT(1H0,35H( 'EXISTE ERROR 2 EN DIMENSION DE RAMA)
0011      215 FORMAT(/T1,'1',T5,'MATRIZ ( C )'//)
0012      10 READ(5,290,END=122) KP1,JP1,BN
0013          IF(KP1.EQ.0) GO TO 122
0014          WRITE(6,390) KP1,JP1,BN
0015      390 FORMAT(T1,'1',T5,2I4,F6.0)
0016          READ(5,291) (COS(I),XD(I),YD(I),I=1,KP1)
0017          WRITE(6,351)(COS(I),XD(I),YD(I),I=1,KP1)
0018          READ(5,291) (TRES(I),XT(I),YT(I),I=1,JP1)
0019          WRITE(6,391)(TRES(I),XT(I),YT(I),I=1,JP1)
0020      391 FORMAT(/T1,' ',T5,20F4.0)
C      FORMACION DE TABLA 6
C      FORMACION DE LA MATRIZ DE CONEXION C T=(I,C)
0021      45 I=1
0022          XSE(I)=2.
0023      46 J=1
0024          KN=1
0025      47 IF(XD(KN)-XSE(I)) 48,51,48
0026      48 IF(YD(KN)-XSE(I)) 49,52,49
0027      49 KN=KN+1
0028      50 IF(KN-KP1) 47,47,54
0029      51 TL6(I,J)=COS(KN)
0030          J=J+1
0031          GO TO 46
0032      52 TL6(I,J)= -COS(KN)
0033          J=J+1
0034          GO TO 46
0035      54 TL6(I,J)=0.
0036          I=I+1
0037          XSE(I)=XSE(I-1)+1.
C      BN=NUMERO DE BUSES (NODOS)
0038      IF(XSE(I)-BN) 46,46,58
C      FORMACION DE TABLA 7
0039      58 I=1
0040          XSI(I)=2.
0041      59 J=1
0042          KN=1
0043      60 IF(XT(KN)-XSI(I)) 61,65,61
0044      61 IF(YT(KN)-XSI(I)) 62,66,62

```

```

0045      62 KA=KN+1
0046      64 IF(KA-JP1) 60,60,67
0047      65 TB7(I,J)=TRES(KN)
0049      J=J+1
0049      GO TO 62
0050      66 TB7(I,J)= -TRES(KN)
0051      J=J+1
0052      GC TO 62
0053      67 TB7(I,J)= 0.0
0054      I=I+1
0055      XSI(I)=XSI(I-1)+1.
0056      IF(XSI(I)-BN) 59,59,68
C      FORMACION DE LA RAMA (EJ -9,-13,16)
0057      68 KL=1
0058      69 I=1
0059      L=1
0060      N=1
0061      J=1
0062      FV=0.0
0063      NR=RN
0064      GAMA(N)=TRES(KI)
0065      70 IF(GAMA(N)-ABS(TB7(I,J))) 71,72,71
0066      71 I=I+1
0067      IF(I-NR) 70,8C,8C
0068      72 IF(PV) 75,73,75
0069      73 PV=1.
0070      74 RAMA(L)=TB7(I,J)
0071      75 J=J+1
0072      76 IF(TB7(I,J)) 77,78,77
0073      77 L=L+1
0074      GO TO 74
0075      78 I=I+1
0076      J=1
0077      IF(I-NR) 70,8C,80
0078      80 N=N+1
0079      I=1
0080      J=1
0081      IF(N-L) 81,81,82
0082      81 GAMA(N) =ABS(RAMA(N))
0083      GO TO 70
C      NODOS ASOCIADOS CON LA RAMA
0084      82 N=1
0085      J=1
0086      I=1
0087      83 IF(GAMA(N)-TRES(J)) 84,85,84
0088      84 J=J+1
0089      GO TO 83
0090      85 TB(I)=XT(J)

```

```
0091      TB(I+1)=YT(J)
0092      I=I+2
0093      J=J+1
0094      N=N+1
0095      86 IF(N-L) 83,83,87
0096      87 TB(I)=0.0
0097      IA=I-1
0098      I=2
0099      L=1
0100      KI=3
0101      IF(IA-I) 150,150,88
0102      88 IF(RAMA(L)) 90,700,89
0103      700 WRITE(6,701)
0104      89 PCS=-1.
0105      TB(I)=TB(I-1)
0106      GO TO 91
0107      90 PCS=1.
0108      91 IF(TB(I)-TB(KI)) 93,92,93
0109      92 TB(KI)=0.0
0110      93 KI=KI+1
0111      IF(KI-IA) 91,91,94
0112      94 I=I+1
0113      IF(I-IA) 95,97,95
0114      95 IF(TB(I)) 96,94,96
0115      96 KI=I+1
0116      GO TO 91
0117      150 IF(RAMA(L)) 152,800,151
0118      800 WRITE(6,801)
0119      151 POS=-1.
0120      TB(I)=TB(I-1)
0121      GO TO 97
0122      152 POS=1.
0123      GO TO 97
C      CEROS EN LAS COLUMNAS DE LA MATRIZ T
0124      97 I=2
0125      I6=1
0126      KN=1
0127      98 AT(KN,KL)=0.
0128      KN=KN+1
0129      IF(KN-(KPI+1)) 98,99,98
0130      99 IF(TB(I)) 100,110,100
0131      100 IF(TB(I)-XSE(I6)) 101,102,101
0132      101 I6=I6+1
0133      GO TO 100
C      FORMACION DE LAS CCLUMNAS
0134      102 J=1
0135      KN=1
0136      103 IF(TL6(I6,J)) 104,110,104
```

132
-B-16

```

0137      104 IF(KN) = ABS(TL6(I6,J)) 105,106,105
0138      105 KN=KN+1
0139          IF(KN-(KP1+1)) 104,500,104
0140      106 IF(T(S(I6,J)) 107,600,108
0141      600 WRITE(6,601)
0142      500 WRITE(6,208)
0143          GO TO 122
0144      107 IF(AT(KN,KL)) 201,200,201
0145      200 AT(KN,KL)=-POS
0146          GO TO 109
0147      201 AT(KN,KL)=0.0
0148          GO TO 102
0149      108 IF(AT(KN,KL)) 201,202,201
0150      202 AT(KN,KL)=POS
0151      109 J=J+1
0152          IF(TL6(I6,J)) 105,110,105
0153      110 I=I+1
0154          IF(I-IA) 111,111,113
0155      111 I6=1
0156          GO TO 59
0157      113 KL =KL+1
0158          IF(KL-(JP1+1)) 69,120,69
0159      120 WRITE(6,215)
0160          DO 330 KN=1,KP1
0161      330 WRITE(6,207)(AT(KN,KL),KL=1,JP1)
0162          WRITE(7,291)((AT(KN,KL),KL=1,JP1),KN=1,KP1)
0163          KN=1
0164      114 KL=1
0165      115 KA=KP1+KL
0166          AT(KN,KA)=AT(KN,KL)
0167          KL=KL+1
0168          IF(KL-JP1)115,115,117
0169      117 KN=KN+1
0170          IF(KN-KP1)114,114,119
0171      119 DO 301 KN=1,KP1
0172          DO 301 KL=1,KP1
0173          IF(KN-KL)304,305,304
0174      305 AT(KN,KL)=1.0
0175          GO TO 310
0176      304 AT(KN,KL)=0.0
0177      310 CONTINUE
0178      301 CONTINUE
0179          KP2=KP1+JP1
0180          WRITE(6,228)
0181      220 FORMAT(/T1,'1',T5,'MATRIZ (C), CON MATRIZ IDENTIDAD A SU IZQUIERDO
1A'//)
0182          WRITE(6,207)((AT(KN,KL),KL=1,KP2),KN=1,KP1)
0183          WRITE(7,291)((AT(KN,KL),KL=1,KP2),KN=1,KP1)

```

PROGRAM IN G LEVEL 21

MAIN

DATE = 75105

20/29/50

PAGE 0005

```
01P4      GO TO 10
01P5      122 WRITE(6,202)
01P6      203 FORMAT(T1,'1')
01P7      123 STCP
01P8      END
```

PROBLEMA (C), CON MATRIZ INVERSA DE LA SECUENCIA

$$\begin{array}{cccccccccccc|cccccccccccccccc}
 1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. & -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. & -1 \\
 1. & 1. & 0. & 0. & 1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. & 0. & 0. & -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. & -1 \\
 -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 1. & -1. & 0. & 1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & -1. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc|cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1
 \end{array}$$

```

HH      PH      AAAAAAAAAA  WW      VW  FF      KK      00000000      33333333
HH      HH      AAAAAA  AA  WW      WV  FF      KK      00000000      3333333333
HH      HH      AA      AA  VW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00      00      33      33
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00000000      3333333333
HH      HH      AA      AA  WW      WV  FF      KK      00000000      3333333333
  
```

```

AAAAAAAAAA
AAAAAAAAAA
AA      AA
AA      AA
AA      AA
AAAAAAAAAA
AAAAAAAAAA
AA      AA
AA      AA
AA      AA
AA      AA
AA      AA
  
```

```

C      FORMACION DE LA MATRIZ Z LCOP
0001      DIMENSION T(15,30),7(30,30),C(15,30),TT(30,15),ZBUS(20,20)
0002      5 READ(5,100,END=10) NL,KP1
0003      IF(NL.EQ.0) GO TO 10
0004      100 FORMAT(2I4)
0005      101 FCFMAT(2CF4.0)
0006      102 FORMAT(10F8.4)
0007      WRITE(6,105) NL,KP1
0008      READ(5,101)((T(I,J),J=1,NL),I=1,KP1)
0009      105 FCFMAT(///T1,'1',T10,2I4)
0010      WRITE(6,106)((T(I,J),J=1,NL),I=1,KP1)
0011      106 FCFMAT(T1,' ',T10,2CF4.0)
0012      DO 15 I=1,NL
0013      DO 16 J=1,NL
0014      Z(I,J)=0.
0015      16 CONTINUE
0016      15 CONTINUE
0017      READ(5,107)((Z(I,J),J=1,NL),I=1,KP1)
0018      WRITE(6,107)((Z(I,J),J=1,NL),I=1,KP1)
0019      107 FORMAT(T1,' ',T10,1CF8.4)
0020      4 DO 20 J=1,NL
0021      DO 20 I=1,KP1
0022      C(I,J)=0.0
0023      DO 20 K=1,NL
0024      20 C(I,J)=C(I,J)-T(I,K)*Z(K,J)
0025      DO 40 I=1,NL
0026      DO 40 J=1,KP1
0027      40 TT(I,J)=T(J,I)
0028      23 DO 30 J=1,KP1
0029      DO 30 I=1,KP1
0030      ZBUS(I,I)=0.0
0031      DO 30 K=1,NL
0032      30 ZBUS(I,J)=ZBUS(I,J)+C(I,K)*TT(K,J)
0033      WRITE(6,103)
0034      103 FORMAT(///T1,'1',T15,'MATRIZ Z LCOP'////)
0035      WRITE(6,104)((ZBUS(I,J),J=1,KP1),I=1,KP1)
0036      104 FORMAT(' ',2X,10F8.4)
0037      WRITE(7,102)((ZBUS(I,J),J=1,KP1),I=1,KP1)
0038      GO TO 5
0039      10 WRITE(6,11)
0040      11 FORMAT(T1,'1')
0041      12 STCP
0042      END

```


MATRIZ Z LOOP

0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.3175	0.3175
0.1250	0.1250	0.3175	0.1250	0.1250	0.3175	0.3425	0.1250	0.1250	0.3175
0.2175	0.1250	0.1250	0.1250	0.2598	0.1250	0.1250	0.1348	0.1250	0.1250
0.1250	0.1250	0.1757	0.1250	0.0	0.1250	0.3175	0.3175	0.1250	0.1250
0.9125	0.1925	0.0	0.1250	0.2175	-0.1348	0.0	0.1925	0.4566	

RESULTADO DEL PROGRAMA HAWK03

0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.0
0.1250	0.3175	0.3175	0.1250	0.1250	0.3175	0.1925
0.1250	0.3175	0.3425	0.1250	0.1250	0.3175	0.2175
0.1250	0.1250	0.1250	0.2598	0.1250	0.1250	-0.1348
0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1757	0.1250	0.0
0.1250	0.3175	0.3175	0.1250	0.1250	0.9125	0.1925
0.0	0.1925	0.2175	-0.1348	0.0	0.1925	0.4566

RESULTADO DE LAS NOTAS

```

HH      HH      AAAAAAAAAA  WW      WW  KY      KK      00000000      444
HH      HH      AAAAAAAAAA  hh      hw  KK      KK      0000000000      4444
HH      HH      AA          AA  ww      ww  KK      KK      00          00      44 44
HH      HH      AA          AA  ww      ww  KK      KK      00          00      44 44
HH      HH      AA          AA  ww      ww  KK      KK      00          00      44 44
F-FHHHHHHHHHHH  AAAAAAAAAA  WW      WW  KKKKKKKK  00          00      444444444444
HHHHHHHHHHHHH  AAAAAAAAAA  ww      ww  KKKKKKKK  00          00      444444444444
HH      HH      AA          AA  hh  hhhw  ww  KK      KK      00          00      44
HH      HH      AA          AA  hw  hw  ww  ww  KK      KK      00          00      44
HH      HH      AA          AA  hhh  www  KK      KK      00          00      44
HH      HH      AA          AA  hww  www  KK      KK      0000000000      44
HH      HH      AA          AA  ww      ww  KK      KK      00000000      44

```

```

AAAAAAAAAA
A.AAAAAAAAA
AA          AA
AA          AA
AA          AA
AAAAAAAAAA
AAAAAAAAAA
AA          AA
AA          AA
AA          AA
AA          AA
AA          AA
AA          AA

```

```

0001      COMMON ZLL(24,24),ZLLI(24,24),IPIVOT(24),INDEA(24,10),PIVOT(24),
        1ZIL(65,65),ADI(88,45),ZBUS(64,64),LF(41),LS(24),TTS(65,45)
0002      10 JJ=0
0003      READ(5,1000,FID=530) KPI,N,NL
0004      1000 FCPMAT(3I4)
0005          IF(KPI.EQ.0) GO TO 930
0006      WRITE(6,1010)KPI,N,NL
0007      1010 FORMAT(/T1,' ',T5,3I4)
0008      NN=KPI-N
0009      READ(5,1001)(LF(I),I=1,NN)
0010      1001 FOPMAT(20I4)
0011      WRITE(6,1011)(LF(I),I=1,NN)
0012      1011 FOPMAT(T1,' ',T5,20I4)
0013      READ(5,1001)(LS(I),I=1,N)
0014      WRITE(6,1011)(LS(I),I=1,N)
0015      READ(5,1003)((ZBUS(I,J),J=1,KPI),I=1,KPI)
0016      1003 FORMAT(10F8.4)
0017      WRITE(6,1013)((ZBUS(I,J),J=1,KPI),I=1,KPI)
0018      1013 FORMAT(T1,' ',T5,10F8.4)
0019      MM=N-KPI
0020      READ(5,1004)((TTS(I,J),J=1,MM),I=1,KPI)
0021      1004 FORMAT(20F4.0)
0022      WRITE(6,1014)((TTS(I,J),J=1,MM),I=1,KPI)
0023      1014 FORMAT(/T1,' ',T5,20F4.0)
0024      I=1
0025      J=1
0026      2 K=LS(I)
0027      L=LS(J)
0028      ZLL(I,J)=ZBUS(K,L)
0029      J=J+1
0030      IF(N-J) 3,2,2
0031      3 I=I+1
0032      IF(N-I) 5,4,4
0033      4 J=1
0034      GO TO 2
0035      5 WRITE(6,1020)
0036      1020 FORMAT(T1,' ',T5,'VALORES DE CGRTO CIRCUITO',
        1/)
0037      CALL RAPH(N)
0038      KON=1
0039      800 J=KON
0040      DO 801 I=1,N
0041      K=LS(I)
0042      L=LF(KON)
0043      801 ZIL(I,J)=ZBUS(K,L)
0044      CALL PMMO(N,KON,KPI)
0045      MO=LF(KON)
0046      CALL PMMI(MO,KPI,KON,FC)

```

```
0047      DO 807 I=1,KP1
0048      807 ACF(I,J)=FC*ACF(I,J)
0049          K=LF(KCN)
0050          IF(JJ) 920,808,806
0051      806 WRITE(6,1006)
0052      1006 FCPMAT(T1,'1')
0053      808 WRITE(6,1005) LF(KCN),ADF(K,J)
0054      1005 FORMAT(T1,' ',T14,'VALOR DE LA FALLA EN EL BUS NUMERO',
        1T50,I3,T54,'=',T56,F10.5,T69,'EN PU')
0055          COSX1=2./ADF(K,J)
0056          WRITE(7,1100)COSX1
0057      1100 FORMAT(F10.5)
0058          JJ=JJ+1
0059          CALL PFM2(KP1,MM,KCN)
0060          MMP=MM
0061          HNL=NL
0062          II=(NL-MMP)/2
0063          AII=II
0064          AIII=(HNL-HMM)/2.
0065          DO 609 I=1,II
0066          K=MM+I
0067          III=MM+I+II
0058          WRITE(6,1007) K,ADF(K,J),III,ADF(III,J)
0069      1007 FORMAT(T1,'0',T13,'1',T15,I3,T19,'=',T22,F10.5,T34,'EN PU'
        1T63,'1',T65,I3,T69,'=',T72,F10.5,T84,'EN PU')
0070          IF(K.EQ.70) WRITE(6,1006)
0071      609 CONTINUE
0072          IF(AIII-AII) 918,918,915
0073          919 WRITE(6,1008) NL,ADF(NL,J)
0074      1008 FORMAT(T1,'0',T63,'1',T65,I3,T69,'=',T72,F10.5,T84,'EN PU')
0075          918 KCN=KCN+1
0076          IF(INN-KCN) 920,800,800
0077          920 GC TC 10
0078          930 WRITE(6,999)
0079          999 FORMAT(T1,'1')
0080          STOP
0081          END
```

```

      C   PRIMEPA SUBROUTINA RAPH(IN)
0001     SUPRCITINE RAPH(N)
0002     COMMON  A(24,24),ATNV(24,24),IPIVOT(24),INDEA(24,10),PIVOT(24),
      IZIL(65,65),ADF(66,45),ZBUS(64,64),IF(4),LS(24),TTS(65,45)
0003     10 DETERM=1.0
0004     15 DO 20 J=1,N
0005     20 IPIVOT(J)=0
0006     30 DO 50 I=1,N
0007     40 AMAX=0.0
0008     45 DO 105 J=1,N
0009     50 IF(IPIVOT(J)-1) 60,105,60
0010     60 DO 100 K=1,N
0011     70 IF(IPIVOT(K)-1) 80,100,100
0012     80 IF(ABS(AMAX)-ABS(A(J,K))) 85,100,100
0013     85 IRCW=J
0014     90 ICCLUM=K
0015     95 AMAX=A(J,K)
0016     100 CONTINUE
0017     105 CONTINUE
0018     110 IPIVOT(ICCLUM)=IPIVOT(ICCLUM)+1
0019     130 IF(IRCW-ICCLUM) 140,260,140
0020     140 DETERM=-DETERM
0021     150 DO 200 L=1,N
0022     160 SWAP= A(IRCW,L)
0023     170 A(IRCW,L)=A(ICCLUM,L)
0024     200 A(ICCLUM,L)=SWAP
0025     260 INDEA(I,1)=IRCW
0026     270 INDEA(I,2)=ICCLUM
0027     310 PIVOT(I)=A(ICCLUM,ICCLUM)
0028     320 DETERM=DETERM*PIVOT(I)
0029     330 A(ICCLUM,ICCLUM)=1.0
0030     340 DO 350 L=1,N
0031     350 A(ICCLUM,L)=A(ICCLUM,L)/PIVOT(I)
0032     390 DO 550 L1=1,N
0033     390 IF(L1-ICCLUM) 400,550,400
0034     400 T=A(L1,ICCLUM)
0035     420 A(L1,ICCLUM)=0.0
0036     430 DO 450 L=1,N
0037     450 A(L1,L) = A(L1,L)-A(ICCLUM,L)*T
0038     550 CONTINUE
0039     600 DO 710 I=1,N
0040     610 L=N+1-I
0041     620 IF(INDEA(L,1)-INDEA(L,2)) 630,710,630
0042     630 JRCW=INDEA(L,1)
0043     640 JCCLUM=INDEA(L,2)
0044     650 DO 705 K=1,N
0045     660 SWAP=A(K,JRCW)
0046     670 A(K,JRCW)=A(K,JCCLUM)

```

```
0047     700 A(K,JCOLUM)=SWAP
0048     705 CONTINUE
0049     710 CONTINUE
0050         CO 740 J=1,N
0051         CO 740 I=1,N
0052     740 AINV(I,J)=-1.*A(I,J)
0053     RETURN
0054     END
```

```

C      SEGUNDA SUBROTINA PPMQ(N,KCN,KP1)
0001  SUBROUTINE PPMQ(N,KCN,KP1)
0002  COMMON ZLL(24,24), A(24,24), IPIVOT(24), IIDEA(24,10), PIVOT(24),
      1  B(65,65), C(88,45), ZBUS(64,64), LF(41), LS(24), TTS(65,45)
0003      M=KCN
0004      DO 850 I=1,KP1
0005 850 C(I,M)=0.0
0006      DO 851 I=1,N
0007      K=LS(I)
0008      DO 851 KM=1,N
0009 851 C(K,M)=C(K,M)+A(I,KM)*B(KM,M)
0010      IK=LF(KCN)
0011      C(IK,M)=1.0
0012      RETURN
0013      END
    
```

```
0001      C      TFRERA SUBROUTINE PMM1(K0,K1,K2,CF)
0002      SLARCLTINE PMM1(K0,K1,K2,CF)
          COMMON ZLL(24,24),ZLLJ(24,24),IPIVOT(24),INDEA(24,10),PIVOT(24),
          IZIL(65,65), B(66,45), A(64,64),LF(41),LS(24),TTS(65,45)
0003      I=K0
0004      M=K0
0005      J=K2
0006      CFI=0.0
0007      DO 901 K=1,K1
0008      901 CFI=CFI+A(M,K)*B(K,J)
0009      CF=1.0/CFI
0010      RETURN
0011      END
```

```
      C   CUARTA SUBROUTINA PAM2(KP1,MM,KON)
0001     SUPROUTINE PAM2(KP1,MM,KON)
0002     COMMON ZLL(24,24),ZLLI(24,24),IPIVOT(24),INDEA(24,10),PIVOT(24),
      I7IL(65,65),ADF(60,45),ZBUS(64,64),LF(41),LS(24),TTS(65,45)
0003     J=KON
0004     DO 820 I=1,MM
0005     II=KP1+I
0006     ADF(II,J)=0.0
0007     DO 820 K= 1,KP1
0008     B20 ADF(II,J)=ADF(II,J)+TTS(K,I)*ADF(K,J)
0009     RETURN
0010     END
```

7	3	11										
1	2	3	4									
5	6	7										
0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.0	0.1250	0.3175	0.3175		
0.1250	0.1250	0.3175	0.1925	0.1250	0.3175	0.3425	0.1250	0.1250	0.3175	0.3175		
0.2175	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.2578	0.1250	0.1250	-0.1348	0.1250	0.1250		
0.1250	0.1250	0.1757	0.1250	0.0	0.1250	0.3175	0.3175	0.1250	0.1250	0.1250		
0.5125	0.1925	0.0	0.1925	0.2175	-0.1348	0.0	0.1925	0.4566				

C. 0. -1. 0. 1. 0. -1. 0. 1. 0. -1. 1. 0. 1. -1. 0. 0. 0. -1. 0.

1. 0. -1. 0. 1. -1. 0. 1.

VALORES DE CORTO (CIRCUITO)

VALOR DE LA FALLA EN EL EJS NUMERO	I = 29.13959	EN PU
I 5 =	-19.72385	EN PU
I 6 =	-1.41574	EN PU
I 7 =	0.59687	EN PU
I 8 =	-0.81887	EN PU
I 9 =	-0.59687	EN PU
I 10 =	-8.00000	EN PU
I 11 =	0.59687	EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL PUNTO NÚMERO 2 = 3.45452 EN PU

I 5 =	-4.82616	EN PU	I 8 =	3.92571	EN PU
I 6 =	-1.63067	EN PU	I 9 =	2.85995	EN PU
I 7 =	-2.85995	EN PU	I 10 =	-1.95749	EN PU
			I 11 =	-2.85995	EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS NUMERO) 3 = 8.01729 EN PU

I 5 = -4.65225 EN PU

I 6 = -1.47609 EN PU

I 7 = -3.19586 EN PU

I 8 = 3.34335 EN PU

I 9 = 3.19586 EN PU

I 10 = -1.68695 EN PU

I 11 = 4.82144 EN PU

VALOR DE LA FALLA EN EL BUS NUMERO 4 = 8.37101 EN PU

I 5 = -5.21074 EN PU

I 6 = -1.04755 EN PU

I 7 = 2.91323 EN PU

J 8 = 1.86564 EN PU

I 9 = 5.45858 EN PU

I 10 = -2.11347 EN PU

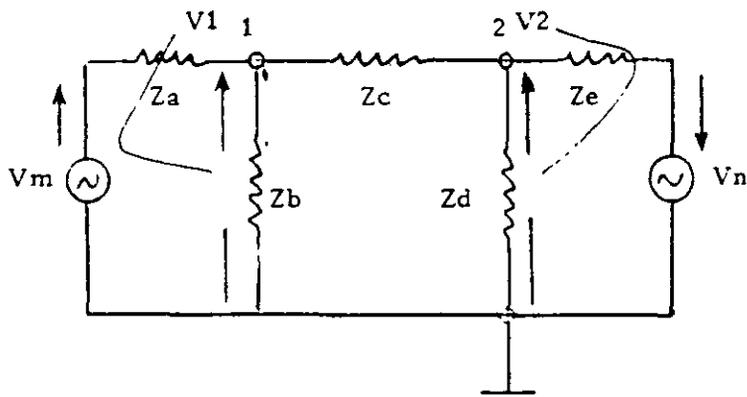
J 11 = 2.91323 EN PU

10.- ANALISIS POR EL METODO DE NODOS.

Antecedentes.

El análisis por nodos consiste en la aplicación de la ley de Kirchhoff para corrientes; la suma de corrientes en un nodo es cero.

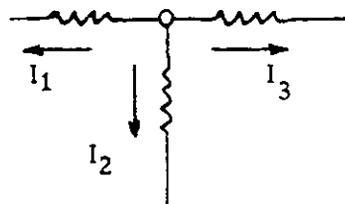
Un nodo es un punto de la malla donde se conectan dos o más elementos y los voltajes en cada nodo se miden con respecto a uno llamado de referencia. Con objeto de establecer tácitas las convenciones, analicemos la red elemental dibujada enseguida: Por ejemplo, V_{12} es el voltaje entre los nodos 1 y 2. $V_{12} = V_1 - V_2$. V_1, V_2 se miden con respecto a la referencia en ese orden.



para el nodo 1, si consideramos que las tres corrientes salen del nodo la suma será cero. O sea:

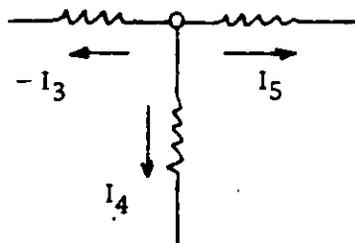
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_1 - V_m}{Z_a} + \frac{V_1}{Z_b} + \frac{V_1 - V_2}{Z_c} = 0$$



de manera similar para el nodo 2

$$\frac{V_2 - V_1}{Z_c} + \frac{V_2}{Z_d} + \frac{V_2 + V_n}{Z_e} = 0$$



Ordenando términos en 1 y 2 obtenemos:

$$\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} \right) V_1 - \frac{1}{Z_c} V_2 = \frac{1}{Z_a} V_m$$

$$- \frac{1}{Z_c} V_1 + \left(\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_d} + \frac{1}{Z_e} \right) V_2 = - \frac{1}{Z_e} V_n$$

Dado que $1/Z = Y$ podemos escribir:

$$- (Y_a + Y_b + Y_c) V_1 - Y_c V_2 = Y_a V_m$$

$$- Y_c V_1 + (Y_c + Y_d + Y_e) V_2 = - Y_e V_n$$

Las conclusiones interesantes serán las siguientes:

- 1.- El número de ecuaciones es igual a número de nodos menos 1.
- 2.- El término $(1/Z_a)V_m$ es positivo y corresponde a una inyección de corriente en el nodo.

El término $(1/Z_e)V_n$ es negativo y corresponde a una extracción de corriente del nodo.

- 3.- La solución se puede generalizar y condensar de la siguiente manera:

$$Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 = I_1$$

$$- Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 = I_2$$

Y_{11} es la admitancia propia del nodo 1 y es la suma de todas las admitancias que inciden en ese nodo.

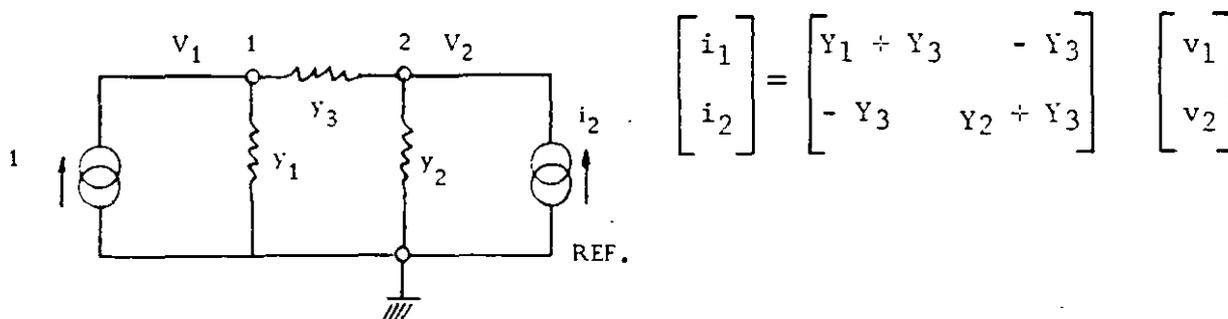
Y_{12} es la admitancia "mutua" entre 1 y 2 y es la suma de las admitancias que conectan directamente 1 y 2.

Y_{22} es la admitancia propia del nodo 2 y es la suma de las admitancias que inciden en ese nodo.

Y_{21} es la admitancia mutua entre 2 y 1 y es la suma de las admitancias que conectan directamente los nodos 2 y 1

- 4.- Todas las admitancias propias tienen signo positivo. Todas las

Buscando ya una orientación hacia la solución del problema que nos interesa, podemos asociar a la red de la Fig. las siguientes ecuaciones:

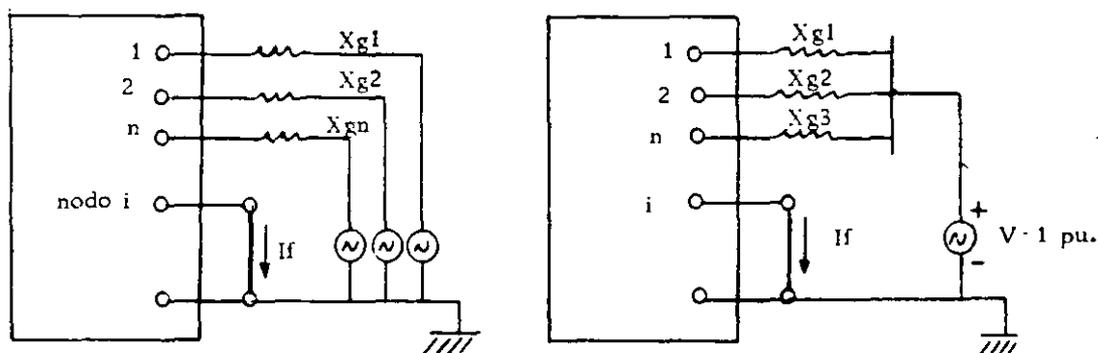


Generalizando:
$$[I] = [Y \text{ bus}] [V]$$

multiplicando por $[Y \text{ bus}]^{-1}$ ambos términos de la ecuación

$$[V] = [Y \text{ bus}]^{-1} [I] = [Z_{\text{bus}}] [I]$$

El problema se plantea para falla en el nodo i de la siguiente manera:



entonces las ecuaciones asociadas serán:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2i} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{ni} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -I_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los voltajes son medidos con respecto al bus auxiliar, son todos desconocidos excepto v_i que de acuerdo con la Fig. vale -1 p.u. Las corrientes todas valen cero, excepto la del nodo i que es $-I_f$; el signo menos debido a que es una corriente que se extrae del nodo.

Resolviendo para el nodo i

$$v_1 = Z_{1i}(-I_f)$$

$$v_2 = Z_{2i}(-I_f)$$

$$v_i = Z_{ii}(-I_f)$$

$$v_n = Z_{ni}(-I_f)$$

$$\text{como en } v_i = Z_{ii}(-I_f) \quad v_i = -1$$

entonces

$$-I_f = \frac{-1}{Z_{ii}} =$$

$$I_f = \frac{1}{Z_{ii}}$$

Lo que indica que Z_{ii} es forzosamente la impedancia de Thevenin medida en el nodo i .

$$v_1 = - \frac{Z_{1i}}{Z_{ii}}$$

$$v_2 = - \frac{Z_{2i}}{Z_{ii}}$$

·
·
·

$$v_n = - \frac{Z_{ni}}{Z_{ii}}$$

Para calcular sistemáticamente los voltajes:

$$\text{Para } j = 1, n \quad (j \neq i) \quad v_j = 1 + v_j$$

$$\text{o sea:} \quad v_j = 1 - \frac{Z_{ji}}{Z_{ii}}$$

ya que el bus de referencia (bus auxiliar) está a potencial 1 pu. -- con respecto a tierra.

Para el cálculo sistemático de la corriente en algún elemento o en todos de la red para falla en el bus i :

$$I_{M-N} = \frac{V_M - V_N}{Z_{M-N}} = - \frac{Z_{Mi}}{Z_{ii}} + \frac{Z_{Ni}}{Z_{ii}}$$

$$I_{M-N} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Ni}}{Z_{ii} Z_{MN}}$$

Z_{ii} , Z_{Mi} , Z_{Ni} elementos de la matriz Z bus.

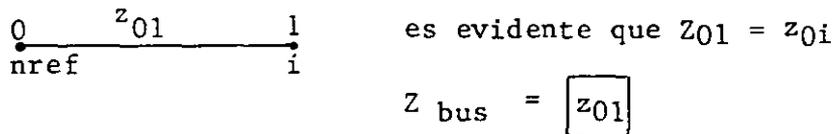
Z_{M-N} impedancia propia del elemento que conecta los buses M - N

Si observamos cualquiera de las relaciones que se usarían para el cálculo de voltajes o corrientes, notaremos que en todos intervienen únicamente impedancias propias o elementos de la matriz Z bus. Lo anterior quiere decir que la matriz Z bus contiene toda la información que se necesita para el cálculo de Cortos-circuitos.

Resumiendo el procedimiento empleado: Se formó Y bus por inspección, a partir de Y bus mediante una inversión se obtuvo Z bus, usando los elementos de Z bus y el artificio para poner el nodo de referencia a potencial 1 pu., se obtuvieron las corrientes y voltajes en la red. Cuando la malla es compleja (compleja en cuanto a tamaño y en cuanto a impedancias con parte real e imaginaria) es desde todos puntos de vista ventajoso usar el algoritmo que se fundamenta y describe enseguida para formar Z bus.

Cuando el elemento es radial existen tres posibilidades:

- 1) Si se inicia el procedimiento o ensamble de la red a partir del nodo de referencia

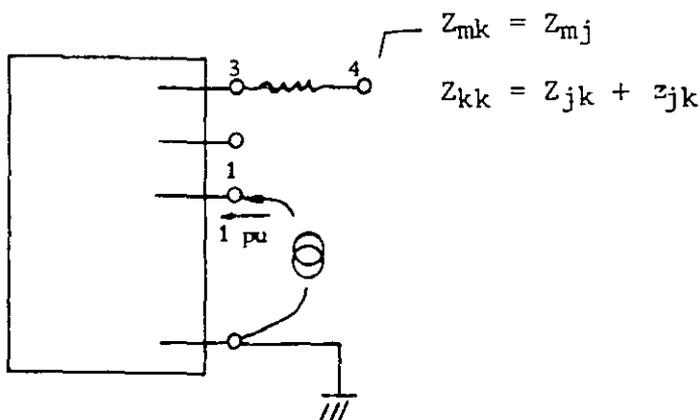


tal relación se usará una sola vez e implica que necesariamente el bus 1 está conectado a tierra (shunt)

- 2) Si j y k como subíndices definen los nodos de conexión y m es el renglón del elemento calculado, entonces la relación

$$Z_{mk} = Z_{mj} \quad j = k - 1$$

Se usará para calcular los elementos no diagonales de Z bus. Lo anterior se explica si consideramos que a una red existente le agregamos el elemento 3 - 4



<	<	Z_{13}	Z_{14}
<	<	Z_{23}	Z_{24}
<	<	Z_{33}	Z_{34}
			Z_{44}

↑ elementos conocidos
↙ elementos calculados

$$\begin{aligned}
 Z_{mk} &= Z_{mj} \\
 Z_{14} &= Z_{13} \\
 Z_{24} &= Z_{23} \\
 Z_{34} &= Z_{33}
 \end{aligned}$$

$$\text{Dado que } \begin{bmatrix} \bar{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z} \text{ bus} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \text{ bus} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

Para $I_1 = 1 \text{ pu.}$ $I_2 = I_3 = I_4 = 0$ y:

$$E_4 = Z_{41} \times I_1$$

$$E_3 = Z_{31} \times I_1$$

como $E_4 = E_3 = Z_{41} = Z_{31}$ ó $Z_{13} = Z_{14}$

3) Para los elementos diagonales, si inyectamos $I_4 = 1 \text{ pu.}$ en 4 entonces

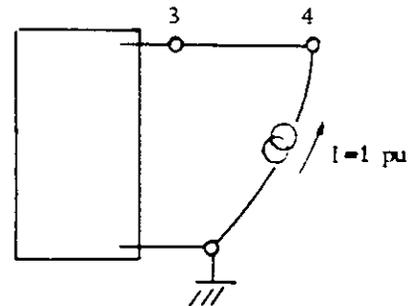
$I_1 = I_2 = I_3 = 0$ e $I_4 = 1 \text{ pu.}$ y:

$$E_1 = Z_{14} I_4$$

$$E_2 = Z_{24} I_4$$

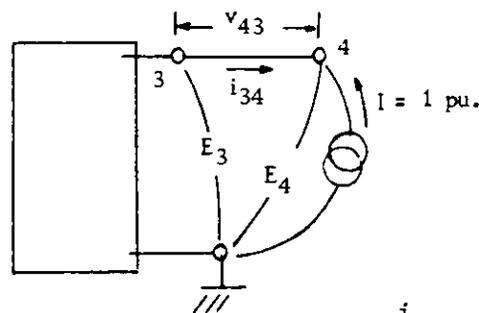
$$E_3 = Z_{34} I_4$$

$$E_4 = Z_{44} I_4$$



como $I_4 = 1 \text{ pu.}$ $Z_{44} = E_4$

y E_4 vale:



$$i_{34} = -1 = v_{34} y_{34}$$

entonces $v_{34} = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$

Si: $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_4 = E_3 + \frac{1}{y_{34}}$

como $E_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + Z_{34}I_4$

$E_3 = Z_{34}$

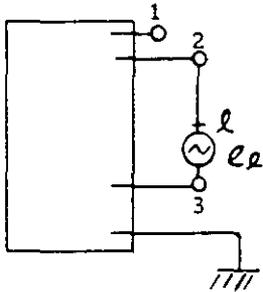
entonces y:

como $Z_{34} = Z_{33}$

$E_4 = Z_{34} + z_{34}$

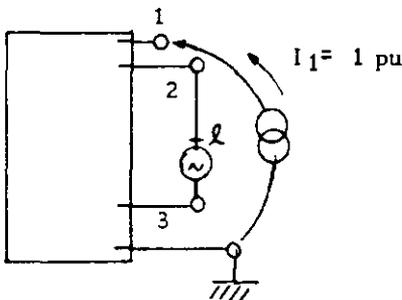
$E_4 = Z_{33} + z_{34}$

Cuando un elemento conecta dos nodos ya existentes, se hace necesario el uso de un nodo ficticio o postizo "l" que más adelante se elimina. El procedimiento es el siguiente: supongamos que el elemento -- por conectar una los nodos 2 y 3; a este elemento le agregamos -- cercana al nodo 3 una fuente peculiar de tensión e_l que hará que la corriente en el elemento agregado sea cero.



Como $E_{Bus} = Z_{Bus} I_{Bus}$

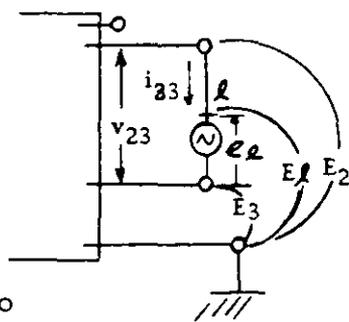
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{1l} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{2l} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{3l} \\ Z_{l1} & Z_{l2} & Z_{l3} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_l \end{bmatrix}$$



Si inyectamos en el nodo 1 $I_1 = 1 pu$

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_{11} I_1 \\ E_2 &= Z_{21} I_1 \\ E_3 &= Z_{31} I_1 \\ e_l &= Z_{l1} I_1 \end{aligned}$$

Como $I_1 = 1 pu$ entonces $Z_{l1} = e_l$



Si suponemos que el elemento - 2-l es radial, consideración - que puede hacerse dado que --- $i_{2l} = 0$, entonces:

$i_{2l} = y_{2l} v_{2l}$ como $i_{2l} = 0$

$v_{2l} = 0$

$e_l = E_2 - E_3$

$Z_{l1} = Z_{21} - Z_{31}$

Por lo tanto

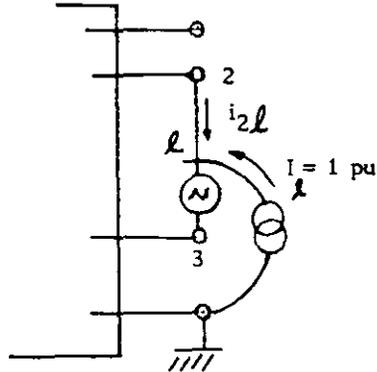
Generalizando

$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$

Para obtener el elemento Z_{ll} , inyectamos $I_l = 1 \text{ pu.}$ en el nodo l

Evidentemente $I_1 = I_2 = I_3 = 0 \quad I_l = 1$

Obtenemos por lo tanto:



$$E_1 = Z_{1l} I_l$$

$$E_2 = Z_{2l} I_l$$

$$E_3 = Z_{3l} I_l$$

$$E_l = Z_{ll} I_l$$

como $I_l = 1 \text{ pu.} \quad E_l = Z_{ll}$

$$\text{Si } i_{2l} = -I_l = -1 = y_{2l} v_{2l} \quad v_{2l} = -\frac{1}{y_{2l}}$$

Dado que la fuente de tensión se conecta vecina al nodo 3 la totalidad de la admitancia 2 - 3 queda entre los nodos 2, l por lo que

$$v_{2l} = \frac{1}{y_{23}} = z_{23}$$

$$\text{Como } E_l = E_2 - E_3 - v_{2l} = Z_{2l} - Z_{3l} + z_{23} = Z_{ll}$$

$$\text{Generalizando } \boxed{Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}}$$

Si p es nodo de referencia $Z_{pl} = 0$ y:

$$\boxed{Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq}}$$

El procedimiento termina cuando se elimina el nodo l poniendo en corto-circuito la fuente peculiar E_l . Es evidente que:

$$\bar{E}_{\text{bus}} = \bar{Z}_{\text{bus}} \bar{I}_{\text{bus}} + \bar{Z}_{il} I_l$$

$$\text{y que: } E_l = \bar{Z}_{lj} \bar{I}_{\text{bus}} + Z_{ll} I_l = 0$$

$$I_l = -\frac{\bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \bar{I}_{\text{bus}}$$

$$\bar{E}_{\text{bus}} = \left(\bar{Z}_{\text{bus}} - \frac{\bar{Z}_{il} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \right) \bar{I}_{\text{bus}}$$

La matriz Z_{bus} requerida será:

$$Z(\text{bus nueva}) = Z(\text{bus vieja}) - \frac{\bar{Z}_{il} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

y hablando de elementos

$$\boxed{Z_{ij(n)} = Z_{ij(v)} - \frac{\bar{Z}_{il} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

OBTENCION DE LA MATRIZ "Z bus" AGREGANDO ELEMENTO "pq"

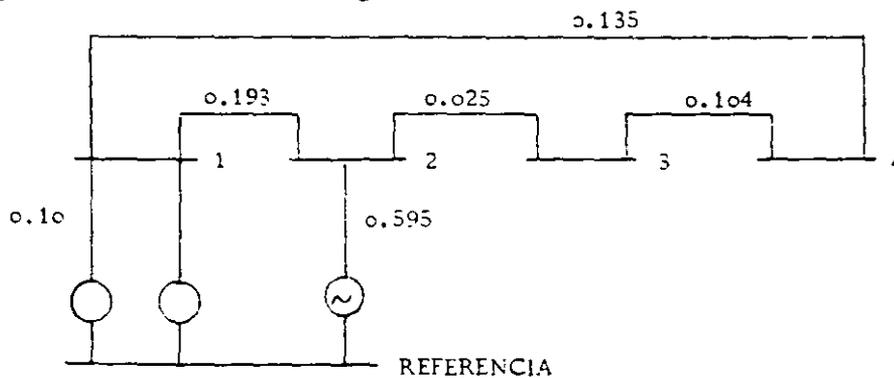
La tabla que se anota enseguida condensa las fórmulas o recetas que se necesitan para formar Z bus; puede extenderse por supuesto, para tomar en cuenta acoplamientos mutuos; se pretende sin embargo, mostrar su uso en la forma más sencilla posible. "p" deberá ser siempre el nodo de salida, "q" siempre el de llegada. Cada vez que se agrega una rama, la matriz aumenta de rango; cada vez que se agrega una cuerda se usa un nodo postizo "l" que se elimina enseguida, sin aumentar el rango de la matriz.

	"p" No es Nodo de Referencia	"p" Si es Nodo de Referencia
RAMA (Agrega -- Nuevo Nodo)	$Z_{qi} = Z_{pi}$ $i \neq q$	$Z_{qi} = 0$ $i \neq q$
	$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq}$ $i = q$	$Z_{qq} = z_{pq}$ $i = q$
CUERDA (No Agrega Nuevo Nodo)	$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$ $i \neq l$	$Z_{li} = - Z_{qi}$ $i \neq l$
	$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$	$Z_{ll} = - Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$

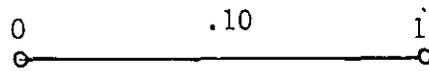
Modificación de Elementos para Eliminar Nodo "l"

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

La red por resolver es la siguiente:



NOTA.- Se toma como referencia el número menor



Agrega nuevo bus

$$p = 0 \text{ (nodo de salida)}$$

$$q = 1 \text{ (nodo de llegada)}$$

$$i = 0, 1$$

"p" Si es nodo de referencia

$$Z_{qi} = 0$$

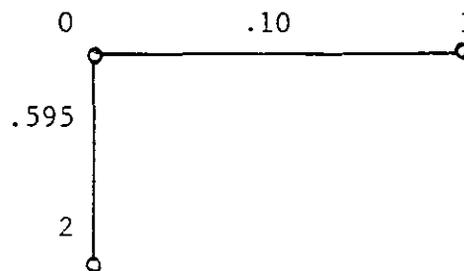
$$Z_{10} = 0$$

$$Z_{qq} = z_{pq}$$

$$Z_{11} = z_{01} = 0.10$$

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & .10 \\ \hline \end{array}$$

Puesto que todos los elementos del renglón 0 y todos los de la columna 0 son ceros en la matriz Z_{bus} , para simplificar no se escribirán de aquí en adelante.



Agrega nuevo bus:

$$p = 0$$

$$q = 2$$

$$i = 0, 1, 2$$

"p" Si es nodo de referencia

$$Z_{qi} = 0$$

$$Z_{20} = 0$$

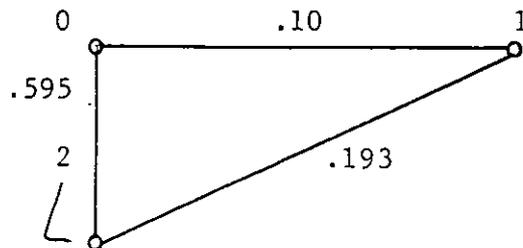
$$Z_{21} = 0$$

$$Z_{qq} = z_{pq}$$

$$Z_{22} = z_{02} = .595$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \hline \hline \end{array}$$

1	2
.10	0
0	.595



No agrega nuevo bus:

$$p = 1$$

$$q = 2$$

$$i = 0, 1, 2$$

"p" No es nodo de referencia

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$Z_{l0} = Z_{10} - Z_{20} = 0$$

$$Z_{l1} = Z_{11} - Z_{21} = 0.10$$

$$Z_{l2} = Z_{12} - Z_{22} = -0.595$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + Z_{pq} = Z_{1l} - Z_{2l} + Z_{12}$$

$$Z_{ll} = .10 + .595 + .193 = .888$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ l \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & l \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array}$$

1	2	l
.10	0	.10
0	.595	-.595
.10	-.595	.888

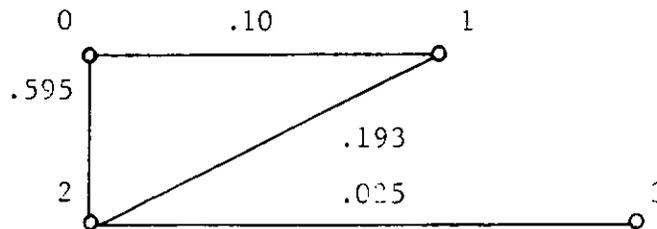
Eliminación del nodo auxiliar "l"

$$Z_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \quad Z_{11} = .10 - \frac{(.10)(.10)}{.888} = .10 - .0113 = .0887$$

$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{12} = 0 - \frac{(.10)(-.595)}{.888} = .0673$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{22} = .595 - \frac{(-.595)(-.595)}{.888} = .595 - .398 = .197$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline .0887 & .0673 \\ \hline .0673 & .197 \\ \hline \end{array} \end{array}$$


Agrega nuevo bus

$$p = 2$$

$$q = 3$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

"p" No es nodo de referencia

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

$$Z_{30} = 0$$

$$Z_{31} = Z_{21} = .0673$$

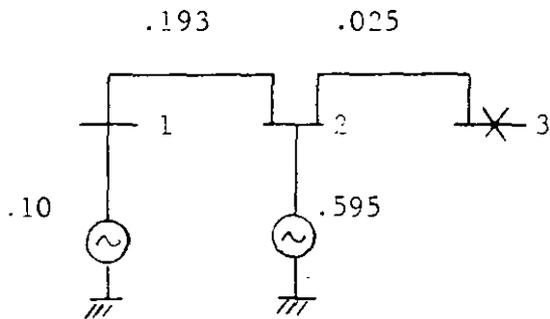
$$Z_{32} = Z_{22} = .197$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq} = Z_{23} + z_{23}$$

$$Z_{33} = .197 + .025 = .222$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline .0887 & .0673 & .0673 \\ \hline .0673 & .197 & .197 \\ \hline .0673 & .197 & .222 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

probación: Zbus contiene información de la red configurada como sigue (nodos 1, 2, 3)



.193	.595
3.41297	1.68067
.1963	
5.09364	

Calculado a mano el corto en 3 vale:

$$\frac{1}{X_F} = \frac{1}{.22132} = 4.51828$$

la máquina de .10 aporta

$$I = 4.518 \frac{3.41297}{5.09364} = 3.02745 \text{ pu}$$

La de reactancia de .595 aporta

$$I = 4.518 \frac{1.68067}{5.09364} = 1.49083 \text{ pu}$$

partir de Zbus:

	1	2	3
Z _{bus} = 1	.0887	.0673	.0673
2	.0673	.197	.197
3	.0673	.197	.222

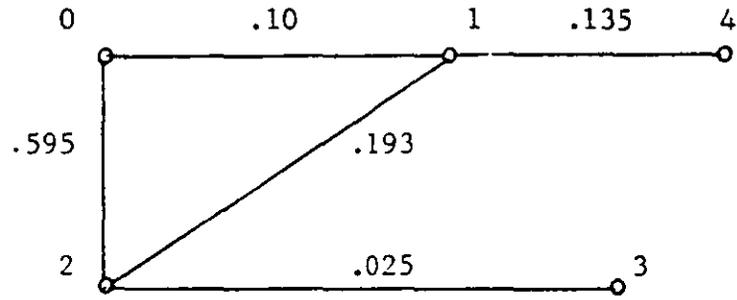
Obtenemos:

$$I_F = \frac{1}{Z_{33}} = \frac{1}{.222} = 4.50$$

Como: $I_{Mx} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Xi}}{Z_{ii} - Z_{Mx}}$

$$I_{01} = \frac{-Z_{03} + Z_{13}}{Z_{33} - Z_{01}} = \frac{-0 + .0673}{.222 - .10} = 3.03 \text{ pu}$$

$$I_{02} = \frac{-Z_{03} + Z_{23}}{Z_{33} - Z_{02}} = \frac{-0 + .197}{.222 - .595} = 1.49 \text{ pu}$$



Agrega nuevo bus:

$p = 1$

$q = 4$

$i = 0, 1, 2, 3, 4$

"p" No es nodo de referencia

$Z_{qi} = Z_{pi}$

$Z_{40} = Z_{10} = 0$

$Z_{41} = Z_{11} = .0887$

$Z_{42} = Z_{12} = .0673$

$Z_{43} = Z_{13} = .0673$

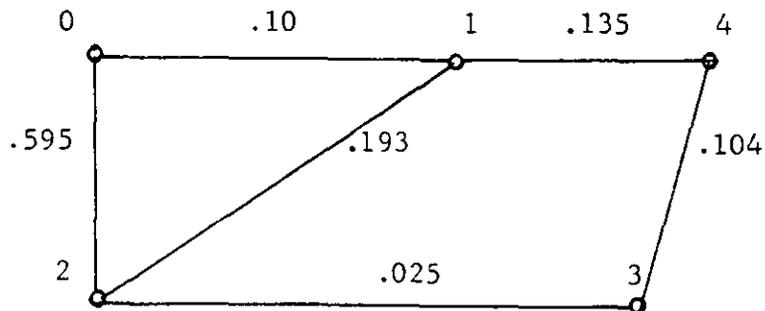
$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq}$

$Z_{44} = Z_{14} + z_{14}$

$Z_{44} = .0887 + .135 = .2237$

$Z_{bus} =$

	1	2	3	4
1	.0887	.0673	.0673	.0887
2	.0673	.197	.197	.0673
3	.0673	.197	.222	.0673
4	.0887	.0673	.0673	.2237



No agrega nuevo bus

"p" no es nodo de referencia

$$p = 3$$

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$q = 4$$

$$Z_{l0} = Z_{30} - Z_{40} = 0$$

$$i = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$Z_{l1} = Z_{31} - Z_{41} = .0673 - .0887 = -.0214$$

$$Z_{l2} = Z_{32} - Z_{42} = .197 - .0673 = .1297$$

$$Z_{l3} = Z_{33} - Z_{43} = .222 - .0673 = .1547$$

$$Z_{l4} = Z_{34} - Z_{44} = .0673 - .2237 = -.1564$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq} = Z_{3l} - Z_{4l} + z_{34}$$

$$Z_{ll} = .1547 + .1564 + .104 = .4151$$

	1	2	3	4	l
1	.0887	.0673	.0673	.0887	-.0214
2	.0673	.197	.197	.0673	.1297
3	.0673	.197	.222	.0673	.1547
4	.0887	.0673	.0673	.2237	-.1564
l	-.0214	.1297	.1547	-.1564	.4151

Eliminación del nodo auxiliar " l "

$$Z_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

$$i = 1, j = 1 \quad Z_{11} = .0887 - \frac{(-.0214)(-.0214)}{.4151} = .0887 - .0011 = .0876$$

$$i = 1, j = 2 \quad Z_{12} = .0673 - \frac{(-.0214)(.1297)}{.4151} = .0673 + .00669 = .074$$

$$i = 1, j = 3 \quad Z_{13} = .0673 - \frac{(-.0214)(.1547)}{.4151} = .0673 + .00798 = .0753$$

$$i = 1, j = 4 \quad Z_{14} = .0887 - \frac{(-.0214)(-.1564)}{.4151} = .0887 - .0080 = .0807$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{22} = .197 - \frac{(.1297)(.1297)}{.4151} = .197 - .0405 = .1565$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 3 \end{array} \quad Z_{23} = .197 - \frac{(.1297)(.1547)}{.4151} = .197 - .0482 = .1488$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{24} = .0673 - \frac{(.1297)(-.1564)}{.4151} = .0673 - .0488 = .1161$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 3 \end{array} \quad Z_{33} = .222 - \frac{(.1547)(.1547)}{.4151} = .222 - .0575 = .1645$$

$$\begin{array}{l} i = 4 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{44} = .2237 - \frac{(-.1564)(-.1564)}{.4151} = .2237 - .0590 = .1647$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{34} = .0673 - \frac{(.1547)(-.1564)}{.4151} = .0673 + .0582 = .1255$$

	1	2	3	4
1	.0876	.074	.0753	.0807
2	.074	.1565	.1488	.1161
3	.0753	.1488	.1645	.1255
4	.0807	.1161	.1255	.1647

Z bus =

En esta matriz quedó comprendida la información total de la red, mediante la aplicación sistemática de la fórmula:

$$I_{M-N} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Ni}}{Z_{ii} \quad Z_{MN}}$$

se podrán obtener los valores totales de falla y las contribuciones.

APENDICE FINSTRUCTIVO Y LISTADO DEL PROGRAMA: TRIFA

Este programa sirve para calcular cortos circuitos trifásicos e impedancia de Thevenin en cada uno de los nodos de la red dato, así como también las contribuciones de los buses adyacentes al fallado.

Se basa en el método de formación directa de Z bus.

Para su utilización, tras llamarlo por medio del comando

GET - TRIFA

se le deben dar las siguientes líneas de datos:

A).-De datos generales:

6000 DATA NREF, NBUSES, NLINEAS

donde:

NREF es el número del bus de referencia (normalmente cero)

NBUSES es el número de buses de la red considerada

NLINEAS es el número de líneas que constituyen la red

B).-De datos de nodos:

6010 DATA N1, N2, N3, N4, N5

6020 DATA N6, N7

.

.

.

Hasta la línea 6990

donde:

N1, N2... son los números de los buses dados en el orden_ en que se desea que aparezcan en la salida

C).-De datos de líneas:

7010 DATA NENV(1), NREC(1), X(1)

7020 DATA NENV(2), NREC(2), X(2)

.

.

.

Hasta la línea 7990

donde:

- NENV es el número del nodo de envío de cada línea
- NREC es el número del nodo de recepción de cada línea
- X es la reactancia serie de la línea de la que se acaban de dar los nodos terminales.

Durante la ejecución del programa, al terminar de imprimir los resultados, el programa pregunta si se desea cinta perforada con los valores de impedancia de Thevenin secuencia positiva, ya duplicados (para usarse en el programa de cortos circuitos monofásicos). Una respuesta afirmativa hará que se solicite al usuario que encienda el perforador de cinta, el cual deberá ser apagado al finalizar la cinta.

TRIFA

```

1000 REM ***** T R I F A *****
1020 REM
1040 REM
1060 REM ESTE PROGRAMA CALCULA EL CORTO CIRCUITO TRIFASICO
1080 REM Y LA IMPEDANCIA DE THEVENIN Y PERFORA ESTA ULTIMA
1100 REM PARA ENCADENARSE (SI SE DESEA) CON MONOFA.
1120 REM     LOS DATOS SON:
1140 REM     6000 DATA NREF,NBUSES, NLINEAS
1160 REM     6010 DATA NODOS EN EL ORDEN QUE SE DESEA PARA LA SALIDA
1180 REM     '
1200 REM     '
1220 REM     6990 COMO LINEA FINAL PERMISIBLE
1240 REM     7010 DATA NENV(1),NREC(1),REACT(1)
1260 REM     7020 DATA NENV(2),NREC(2),REACT(2)
1280 REM     '
1300 REM     '
1320 REM     7990 COMO LINEA FINAL PERMISIBLE
1340 REM EMPIEZA EL PROGRAMA-----
1360 REM
1380 REM
1400 DIM Z[30,30],I[30],K[30],P[50],Q[50],X[50],A$[10]
1420 REM [Z], [I] Y [K] NECESITAN DIMENSION DE NBUSES
1440 REM [P], [Q] Y [X] NECESITAN DIMENSION DE NLINEAS
1460 REM
1480 REM EMPIEZA LA EJECUCION DEL PROGRAMA
1500 REM
1520 READ I4,N2,N1
1540 FOR I=1 TO N2
1560 D=5
1580 READ K[I]
1600 NEXT I
1620 FOR I=1 TO N1
1640 READ P[I],Q[I],X[I]
1660 NEXT I
1680 L=1
1700 FOR I=1 TO N1
1720 L1=L-1
1740 GOSUB 3000
1760 NEXT I
1780 GOSUB 5000
1800 PRINT ""
1820 FOR A=1 TO 70
1840 PRINT "-";
1860 NEXT A
1880 PRINT "- "
1900 PRINT "";TAB(20);"COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD"
1920 PRINT TAB(20);"OFICINA DE INGENIERIA PRELIMINAR"
1940 PRINT TAB(24);"CORTO CIRCUITO TRIFASICO"
1960 PRINT TAB(26);"FALLA TOTAL (P.U.)      EN EL BUS      'XTH+ '"
1980 PRINT "DEL BUS      VIENEN (P.U.)"

```

F-4

TRIFA

```
2000 FOR I=1 TO N2
2020 C1=1/Z[I,I]
2040 PRINT ""
2060 FOR A=1 TO 29
2080 PRINT ">";
2100 NEXT A
2120 PRINT SGN(C1)*INT(ABS(C1*10000)+.5)*.0001;
2140 PRINT TAB(51);K[I];TAB(60);
2160 PRINT SGN(Z[I,I])*INT(ABS(Z[I,I]*1.E+06)+.5)*.000001
2180 FOR J=1 TO N1
2200 IF I=P[J] THEN 2280
2220 IF I#Q[J] THEN 2460
2240 I5=P[J]
2260 GOTO 2300
2280 I5=Q[J]
2300 IF I5=0 THEN 2400
2320 C2=(1-Z[I,I5]*C1)/X[J]
2340 PRINT " ";I[I5];TAB(11);
2360 PRINT SGN(C2)*INT(ABS(C2*10000)+.5)*.0001
2380 GOTO 2460
2400 C2=1/X[J]
2420 PRINT " ";I5;TAB(11);
2440 PRINT SGN(C2)*INT(ABS(C2*10000)+.5)*.0001
2460 NEXT J
2480 NEXT I
2500 PRINT ""
2520 FOR A=1 TO 71
2540 PRINT "-";
2560 NEXT A
2600 PRINT "QUIERES QUE PERFORE LAS IMPEDANCIAS ";
2620 INPUT A$
2640 IF A$="NO" THEN 2920
2660 PRINT "PRENDE LA PERFORADORA POR FAVOR ";
2680 ENTER D,D1,D2
2700 PRINT ""
2720 FOR I=1 TO 15
2740 PRINT "";
2760 NEXT I
2780 FOR I=1 TO N2
2800 PRINT 6000+10*I;"DATA";K[I];",,";2*Z[I,I]
2820 NEXT I
2840 FOR I=1 TO 15
2860 PRINT "";
2880 NEXT I
2900 ENTER D,D1,D2
2920 PRINT ""
2940 STOP
```

TRIFA

```

3000  REM   S U B R U T I N A   - - -   ' Z - B U S '   - - -
3020  FOR J=1 TO L
3040  Z[L,J]=Z[J,L]=0
3060  NEXT J
3080  IF Q[I]#I4 THEN 3180
3100  P=Q[I]
3120  Q[I]=P[I]
3140  P[I]=P
3160  GOTO 3720
3180  IF P[I]=I4 THEN 3720
3200  IF L1 <= 0 THEN 3720
3210  B=0
3220  A=1
3240  FOR J=1 TO L1
3260  IF I[J]=P[I] THEN 3640
3280  NEXT J
3300  IF B=0 THEN 3500
3320  IF I+A>N1 THEN 3600
3340  P=P[I+A]
3360  P[I+A]=P[I]
3380  P[I]=P
3400  P=Q[I+A]
3420  Q[I+A]=Q[I]
3440  Q[I]=P
3460  A=A+1
3470  B=0
3480  GOTO 3240
3500  P=Q[I]
3520  Q[I]=P[I]
3540  P[I]=P
3560  B=1
3580  GOTO 3240
3600  PRINT "ERROR. HAY DOS O MAS REDES AISLADAS"
3620  STOP
3640  LET M=J
3660  FOR J=1 TO L
3680  Z[J,L]=Z[L,J]=Z[L,J]+Z[J,M]
3700  NEXT J
3720  Z[L,L]=Z[L,L]+X[I]
3740  IF L1 <= 0 THEN 3820
3760  FOR J=1 TO L1
3780  IF I[J]=Q[I] THEN 3880
3800  NEXT J
3820  I[L]=Q[I]
3840  L=L+1
3860  RETURN
3880  N=J
3900  FOR J=1 TO L1
3920  Z[J,L]=Z[L,J]=Z[L,J]-Z[N,J]
3940  NEXT J
3960  IF P[I]=I4 THEN 4020
3980  Z[L,L]=Z[M,L]-Z[N,L]+X[I]

```

TRIFA

```
4000 GOTO 4040
4020 Z[L,L]=-Z[N,L]+X[I]
4040 FOR J=1 TO L1
4060 FOR K=1 TO L1
4080 Z[J,K]=Z[J,K]-Z[J,L]*Z[K,L]/Z[L,L]
4100 NEXT K
4120 NEXT J
4140 RETURN
```

TRIFA

```
5000  REM   S U E R U T I N A   - - -   ' G R D E N '   - - -
5020  FOR I=1 TO N2
5040  FOR K=1 TO N2
5060  IF I[K]=K[I] THEN 5120
5080  NEXT K
5100  GOTO 9000
5120  K2=I[I]
5140  I[I]=I[K]
5160  I[K]=K2
5180  FOR J=1 TO N2
5200  Y=Z[I,J]
5220  Z[I,J]=Z[K,J]
5240  Z[K,J]=Y
5260  NEXT J
5280  FOR J=1 TO N2
5300  Y=Z[J,I]
5320  Z[J,I]=Z[J,K]
5340  Z[J,K]=Y
5360  NEXT J
5380  NEXT I
5400  RETURN
```

F-8

TRIFA

```
6000 DATA 0,3,4
6010 DATA 1,2,3
7010 DATA 0,1,.1
7020 DATA 0,3,.2
7030 DATA 1,2,.5
7040 DATA 2,3,.4
9000 PRINT "EL NODO ";K(11);"ES UN NODO AISLADO"
9999 END
```


F-10

QUIERES QUE PERFORE LAS IMPEDANCIAS ?SI
PRENDE LA PERFORADORA POR FAVOR

6010	DATA 1	, .183333
6020	DATA 2	, .6
6030	DATA 3	, .333333

DONE

INSTRUCTIVO Y LISTADO DEL PROGRAMA MONOFA.

Este programa sirve para calcular cortos circuitos monofásicos e impedancia de Thevenin en cada uno de los nodos de la red dato, así - como también las contribuciones de los buses adyacentes al fallado.

Se basa en el método de formación directa de Z bus

Para su utilización, tras llamarlo por medio del comando

GET - MONOFA

se le deben dar las siguientes líneas de datos:

A).- De datos generales:

6000 DATA NREF, NBUSES, NLINEAS

donde:

NREF	es el número del bus de referencia -- (normalmente cero)
NBUSES	es el número de buses de la red consi- derada
NLINEAS	es el número de líneas que constitu- yen la red

B).- De datos de nodos:

6010 DATA NODO(1), 2XPOS(1)

6020 DATA NODO(2), 2XPOS(2)

.

.

.

Hasta la línea 6990

donde:

NODO(1),NODO(2) ... son los números de los buses dados en el orden en que se desea que aparez-- can en la salida

2XPOS(1),2XPOS(2)... son las impedancias de Thevenin de se- cuencia positiva correspondientes a - cada nodo y duplicadas (generalmente_ estos datos de nodos vienen en la sa- lida en cinta que arrojó "TRIFA")

F-12

C).- De datos de líneas:

7010 DATA NENV(1), NREC(1), XO(1)

7020 DATA NENV(2), NREC(2), XO(2)

.

.

.

Hasta la línea 7990

donde:

NENV es el número del nodo de envío de cada línea

NREC es el número del nodo de recepción de cada -
líneaXO es la reactancia serie de secuencia cero de
la línea de la que se acaban de dar los no--
dos terminales.

MONOFA

```

1000 REM ***** M O N O F A *****
1020 REM
1040 REM ESTE PROGRAMA CALCULA EL CORTO CIRCUITO MONOFASICO
1060 REM Y LA IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO Y LAS CONTRIBUCIO-
1080 REM NES A LA FALLA EN LAS RAMAS VECINAS AL NODO FALLADO.
1100 REM   LOS DATOS SON:
1120 REM     6000 DATA NREF, NBUSES, NLINEAS
1140 REM     6010 DATA NODO(1), 2X+(1)
1160 REM     6020 DATA NODO(2), 2X+(2)
1180 REM     '
1200 REM     '
1220 REM     6990 COMO LINEA FINAL PERMISIBLE
1240 REM   ---LOS DATOS DE NODOS NORMALMENTE VIENEN DE LA
1260 REM   ---SALIDA EN CINTA QUE ARROJO "TRIFA".
1280 REM     7010 DATA NENV(1), NREC(1), X0(1)
1300 REM     7020 DATA NENV(2), NREC(2), X0(2)
1320 REM     '
1340 REM     '
1360 REM     7990 COMO LINEA FINAL PERMISIBLE
1380 REM   EMPIEZA EL PROGRAMA -----
1400 REM
1420 REM
1440 DIM Z[30,30],I[30],K[30],S[30],P[50],Q[50],X[50]
1460 REM   [Z], [I], [K] Y [S] NECESITAN DIMENSION NBUSES
1480 REM   [P], [Q] Y [X] NECESITAN DIMENSION NLINEAS
1500 REM
1520 REM   EMPIEZA LA EJECUCION DEL PROGRAMA
1540 REM
1560 READ I4,N2,N1
1580 FOR I=1 TO N2
1600 READ K[I],S[I]
1620 NEXT I
1640 FOR I=1 TO N1
1660 READ P[I],Q[I],X[I]
1680 NEXT I
1700 L=1
1720 FOR I=1 TO N1
1740 LI=L-1
1760 GOSUB 3000
1780 NEXT I
1800 GOSUB 5000
1820 PRINT ""
1840 FOR A=1 TO 70
1860 PRINT "-";
1880 NEXT A
1900 PRINT "-"
1920 PRINT "";TAB(20);"COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD"
1940 PRINT TAB(20);"OFICINA DE INGENIERIA PRELIMINAR"
1960 PRINT TAB(24);"CORTO CIRCUITO MONOFASICO"
1980 PRINT TAB(26);"FALLA TOTAL (P.U.) EN EL BUS 'XTH0'"

```

MONOFA

```
2300 PRINT "DEL BUS VIENEN (P.U.)"
2320 FOR I=1 TO N2
2340 C1=3/(Z[I,1]+S[I])
2360 PRINT ""
2380 FOR A=1 TO 29
2400 PRINT "<";
2420 NEXT A
2440 PRINT SGN(C1)*INT(ABS(C1*10000)+.5)*.0001;
2460 PRINT TAB(51);K[I];TAB(60);
2480 PRINT SGN(Z[I,1])*INT(ABS(Z[I,1]*1.E+06)+.5)*.000001
2500 FOR J=1 TO N1
2520 IF I=P[J] THEN 2300
2540 IF I#Q[J] THEN 2480
2560 I5=P[J]
2580 GOTO 2320
2600 I5=Q[J]
2620 IF I5=0 THEN 2420
2640 C2=(Z[I,1]-Z[I,I5])/X[J]*C1
2660 PRINT " ";I[I5];TAB(11);
2680 PRINT SGN(C2)*INT(ABS(C2*10000)+.5)*.0001
2700 GOTO 2480
2720 C2=C1*Z[I,1]/X[J]
2740 PRINT " ";I5;TAB(11);
2760 PRINT SGN(C2)*INT(ABS(C2*10000)+.5)*.0001
2780 NEXT J
2800 NEXT I
2820 PRINT ""
2840 FOR A=1 TO 70
2860 PRINT "-";
2880 NEXT A
2900 PRINT "-"
2920 PRINT ""
2940 STOP
```

10NCFA

```

3000  REM  S U B R U T I N A  'ZBUSCERO'  - - - - -
3020  FOR J=1 TO L
3040  Z[L,J]=Z[J,L]=0
3060  NEXT J
3080  IF Q[I]#14 THEN 3180
3100  P=Q[I]
3120  Q[I]=P[I]
3140  P[I]=P
3160  GOTO 3720
3180  IF P[I]=14 THEN 3720
3200  IF LI <= 0 THEN 3720
3210  B=0
3220  A=1
3240  FOR J=1 TO LI
3260  IF I[J]=P[I] THEN 3640
3280  NEXT J
3300  IF B=0 THEN 3500
3320  IF I+A>N1 THEN 3600
3340  P=P[I+A]
3360  P[I+A]=P[I]
3380  P[I]=P
3400  P=Q[I+A]
3420  Q[I+A]=Q[I]
3440  Q[I]=P
3460  A=A+1
3470  B=0
3480  GOTO 3240
3500  P=Q[I]
3520  Q[I]=P[I]
3540  P[I]=P
3560  B=1
3580  GOTO 3240
3600  PRINT "ERROR. HAY DOS O MAS REDES AISLADAS"
3620  STOP
3640  LET M=J
3660  FOR J=1 TO L
3680  Z[J,L]=Z[L,J]=Z[L,J]+Z[J,M]
3700  NEXT J
3720  Z[L,L]=Z[L,L]+X[I]
3740  IF LI <= 0 THEN 3820
3760  FOR J=1 TO LI
3780  IF I[J]=Q[I] THEN 3880
3800  NEXT J
3820  I[L]=Q[I]
3840  L=L+1
3860  RETURN
3880  N=J
3900  FOR J=1 TO LI
3920  Z[J,L]=Z[L,J]=Z[L,J]-Z[N,J]
3940  NEXT J
3960  IF P[I]=14 THEN 4020
3980  Z[L,L]=Z[M,L]-Z[N,L]+X[I]

```

F-16

:MONCFA

```
4000 GOTO 4040
4020 Z[L,L]=-Z[N,L]+X[I]
4040 FOR J=1 TO L1
4060 FOR K=1 TO L1
4080 Z[J,K]=Z[J,K]-Z[J,L]*Z[K,L]/Z[L,L]
4100 NEXT K
4120 NEXT J
4140 RETURN
```

MONOFA

```
5000  REM   S U B R U T I N A   'ORDEN-CERO'   - - - - -
5020  FOR I=1 TO N2
5040  FOR K=1 TO N2
5060  IF I[K]=K[I] THEN 5120
5080  NEXT K
5100  GOTO 5420
5120  K2=I[I]
5140  I[I]=I[K]
5160  I[K]=K2
5180  FOR J=1 TO N2
5200  Y=Z[I,J]
5220  Z[I,J]=Z[K,J]
5240  Z[K,J]=Y
5260  NEXT J
5280  FOR J=1 TO N2
5300  Y=Z[J,I]
5320  Z[J,I]=Z[J,K]
5340  Z[J,K]=Y
5360  NEXT J
5380  NEXT I
5400  RETURN
5420  PRINT "EL NODO ";K[I];"ES UN NODO AISLADO"
5440  STOP
```

F-18

MONOFA

```
6000 DATA 0,3,4
6010 DATA 1,.183333
6020 DATA 2,.6
6030 DATA 3,.333333
7010 DATA 0,1,.1
7020 DATA 0,3,.2
7030 DATA 1,2,.5
7040 DATA 2,3,.4
9999 END
```


APENDICE G.- COMPARACION DE METODOS.

Si decidimos hacer una comparación de los dos métodos matriciales empleados en el cálculo de fallas, se puede concluir lo siguiente:

- a) El tiempo de máquina no es un factor crítico en la selección del método puesto que, tanto el método de Z bus como el de Z loop durarán mas o menos tiempo dependiendo de la manera en que se elabore el programa.
- b) La "memoria" requerida por la computadora para Z bus es menor principalmente por que el rango de la matriz Z - loop es mayor que el de Z bus.
- c) Si se emplea el método de Z loop será necesario invertir matrices; en el de Z bus se requerirá la inversión sólo en el caso de existir líneas con acoplamientos mutuos, siendo estas matrices generalmente de rango reducido.
- d) Si se emplea el método Z loop, el agregar una línea al sistema hace necesario el cálculo de una nueva Z loop.- Se requiere solo un mínimo de operaciones para modificar la matriz Z bus.
- e) En el método de Z loop así como en el de Z bus no se requieren muchas operaciones para eliminar líneas.
- f) A partir de la matriz Z bus se pueden obtener equivalentes de una o varias secciones de la red bajo estudio, - esto hace posible el análisis de mallas de un número -- grande de nodos.

CONCLUSION: Se recomienda el método de Z bus para el análisis de fallas con el fin de aprovechar a su máximo el tiempo y - la memoria de computadora, al mismo tiempo se tendrá un programa que pueda adaptarse a futuras expansiones de - la red y a otros estudios de investigación. El método Z loop es de gran utilidad didáctica, en su desarrollo se hace uso de artificios y teoremas de redes que lo hacen interesante.

APENDICE HSIMPLIFICACION DE Z LOOP.

Supongamos un sistema con $N + 1$ nodos (n buses y nodo de referencia) " k " links en el sistema de transmisión y " n " links que contengan generadores. Los links y ramas que escogen según el procedimiento programado. Las ecuaciones de malla que describen al sistema tienen la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} E_{kk} \\ \\ \\ E_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{kk} & & Z_{kq} \\ & & \\ & & \\ Z_{qk} & & Z_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_k \\ \\ \\ I_q \end{bmatrix}$$

donde el subíndice " k " corresponde a variables de las mallas correspondientes a los links del sistema de transmisión, y " q " corresponde a las mallas definidas por los links de fuentes. Z_{kk} es de rango k y Z_{qq} es de rango $(q-n + m)$

Efectuando el producto matricial se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$E_{kk} = Z_{kk} \quad I_k + Z_{kq} \quad I_q \quad (1)$$

$$E_{qq} = Z_{qk} \quad I_k + Z_{qq} \quad I_q \quad (2)$$

La matriz columna E_k , es una matriz nula debido a que las mallas que contienen "links" que se encuentran dentro del sistema de transmisión no tiene generadores. Por lo tanto (1) queda como sigue:

$$0 = Z_{kk} \quad I_k + Z_{kq} \quad I_q$$

Despejando I_k ,

$$I_k = - Z_{kk}^{-1} \quad Z_{kq} \quad I_q$$

Substituyendo en ec (2)

$$E_{qq} = Z_{qk} \quad (-Z_{kk}^{-1} \quad Z_{kq} \quad I_q) + Z_{qq} \quad I_q$$

Si hacemos:

$$(Z_{qq} + Z_{qk} Z_{kk}^{-1} Z_{kq}) = Z'_{qq}$$

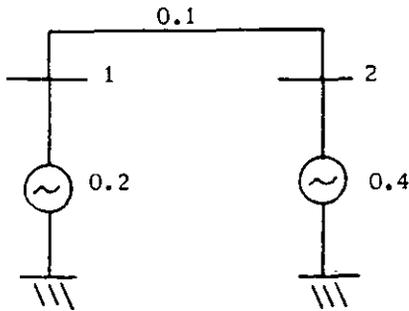
Entonces

$$E = Z'_{qq} I_q$$

Donde el rango la matriz Z'_{qq} es igual al número de buses más el número de generadores menos uno.

$$\text{rango de } Z'_{qq} = \text{No. de buses} + \text{No. de generadores} - 1$$

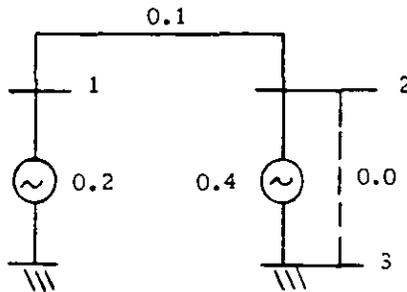
METODOS MATRICIALES DE CALCULO DE FALLAS
 APLICADOS EN UN SISTEMA DE DOS NODOS



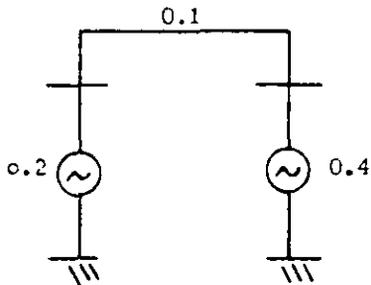
El objeto es obtener una idea de los procedimientos matriciales (Z_{loop} y Z_{bus}) para el cálculo de fallas. Se analiza el sistema de la figura -- primero empleando el método por mallas y más adelante por nodos.

El sistema elemental (2 nodos) es el de la Fig. 1

La aplicación del método por mallas (Z_{loop}) requiere desde el planteamiento del problema, que en la red aparezca un elemento de impedancia -cero que conecte el bus o nodo con falla a la referencia. Lo anterior se ilustra en la siguiente figura:



La red es de dos mallas y aplicando conocimientos de circuitos eléctricos podrán formarse las ecuaciones de malla por inspección:



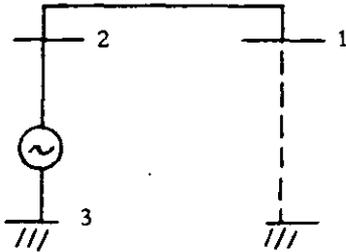
Se forma de la siguiente manera:

Se dibujan sucesivamente los elementos 3-1, 1-2 y 2-3. La malla se formó en el momento de conectar el elemento 2-3 -- por esta razón, los elementos 3-1 y 1-2 se denominan como "BRANCHES".

I-2

Y el elemento que formó la malla 2-3 recibe el nombre de "link".

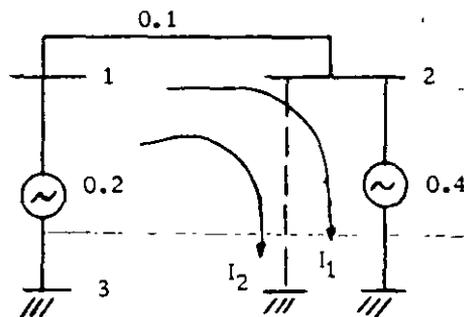
Malla 2



(3-2) y (2-1) BRANCHES

(1-0) LINK

Superponiendo las 2 mallas se obtiene lo siguiente:



Por los elementos catalogados como branches pueden circular una o más corrientes de malla; por los elementos catalogados como links sólo puede circular una.

Corriente de malla

Como consecuencia de lo anterior siempre resultará que la corriente de alguna malla será igual a la corriente del link que la cerró.

A partir de este momento se adopta como signo positivo de las corrientes, el de la que fluye de número menor a mayor (número de nodo).

Formación de las ecuaciones de malla

Para el caso particular actual, para las mallas (1) y (2) respectivamente podemos escribir:

$$V_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12}$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22}$$

La ecuación matricial se puede escribir como:

$$[V] = [Z][I]$$

Donde $[Z]$ es de la forma:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Se le denomina Z_{loop} y contiene los coeficientes de las ecuaciones de malla, siendo simétrica y pudiéndose formar por inspección de la siguiente manera:

Z_{11} es la impedancia propia de la malla 1 y es la suma de la impedancia de los elementos por donde circula I_1 .

Z_{12} impedancia mutua entre las mallas 1 y 2 y es la suma de las impedancias comunes a ambas mallas. Este elemento de la matriz será negativo si las corrientes circulan en sentidos contrarios y positivos si las corrientes circulan en la misma dirección.

Por ser matriz simétrica

$$Z_{12} = Z_{21}$$

Z_{22} impedancia propia de la malla 2 y es la suma de la impedancia de los elementos por donde circula I_2

Aplicando los conceptos anteriores se concluye que Z vale:

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Y la ecuación matricial $[V] = [Z] [I]$ es:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

La finalidad del procedimiento es medir la impedancia de Thevenin lo que implica la aplicación de dicho teorema para lo cual se requiere que los voltajes generados internos se pongan en corto circuito conservando la resistencia interna de la fuente.

Por lo anterior el sistema de dos ecuaciones puede escribirse en la siguiente forma:

$$0 = 0.7I_1 + 0.3I_2 \quad - \quad 1$$

$$0 = 0.3I_1 + 0.3I_2 \quad - \quad 2$$

I-4

Artificio.

Se supone conocida I_2 y se le asigna un valor de 1 pu. El sistema original de dos ecuaciones con dos incógnitas se reduce a un sistema de una ecuación con una incógnita.

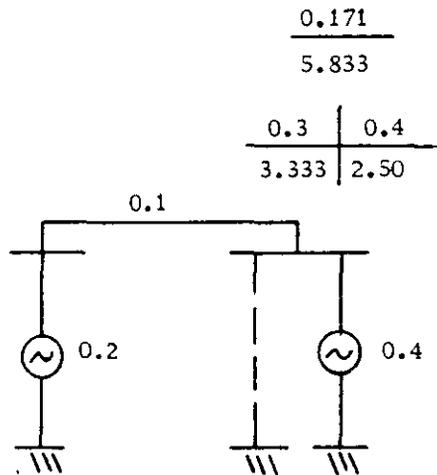
En 1

$$0 = 0.7I_1 + 0.3 \quad \text{ya que } I_2 = 1 \text{ pu.}$$

Por lo tanto:

$$I_1 = -\frac{0.3}{0.7} \text{ pu}$$

Este valor de I_1 se pudo obtener porque se supuso $I_2 = 1$ pu. (si $I_2 = 1$ pu como $I_{2-3} = I_2 = 1$ pu la I_{cc} se supuso conocida e igual a 1 pu). Lo más probable es que la solución final del problema dé $I_2 \neq 1$ ($I_2 = 5.833$ pu)



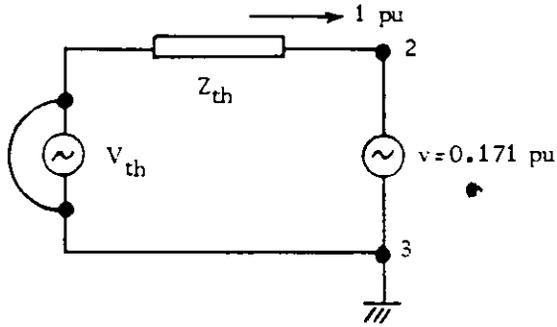
Si en la ecuación de la malla 2 sustituimos los valores reales de I_1 e I_2 debe cumplirse la igualdad con cero.

Si en la ecuación de la malla 2 sustituimos los valores supuestos (no reales) la igualdad no se cumple.

$$0.3 \times \left[-\frac{0.3}{0.7} \right] + 0.3(1) = 0.171$$

0.171 puede considerarse como una fuente de voltaje que debe intercalarse en la malla Núm. 2 para que I_2 sea 1 p.u.

Lo anterior se explica mediante el siguiente diagrama:



De aquí se puede obtener

$$Z_{th} = 0.171/1$$

De donde $Z_{th} = 0.171$

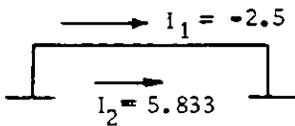
$$\text{Y por lo tanto } I_{cc} = \frac{1}{0.171}$$

$$I_{cc} = 5.833$$

Al suponer $I_2 = 1$ p.u., tácitamente se inyectó en la malla una corriente de 1 p.u., que al circular por ella da los factores de distribución, por lo tanto, la corriente de la malla 1 vale

$$I_1 \text{ real} = 5.833 \left(-\frac{0.3}{0.7} \right) = -2.5 \text{ p.u.}$$

Si queremos calcular la corriente en el branch que une los nodos 1 - 2 procederemos como sigue:

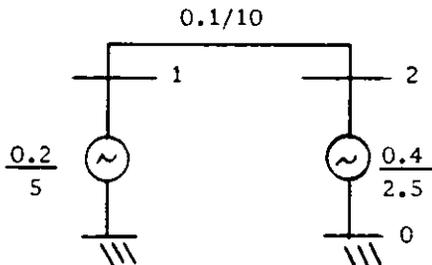


$$I_{1-2} = 5.833 - 2.5 = 3.333$$

y el problema quedó resuelto.

La aplicación del análisis por nodos (Z_{bus}) consistirá en lo siguiente:

- 1) Formación por inspección de la matriz Y_{bus} del sistema propuesto. Así:



Y_{11}	Y_{12}
Y_{21}	Y_{22}

Donde Y_{11} es la admitancia propia del nodo 1, y la suma de las admitancias de los elementos que inciden en 1

I-6

Y_{12} es la admitancia mutua entre 1 y 2 (que tienen signo negativo) y es la suma de la admitancia de los elementos que conectan 1 con 2

$Y_{12} = Y_{21}$ ∴ Y_{bus} es una matriz simétrica

Por lo tanto:

15	-10
-10	12.5

Generalizando:

$$[I] = [Y_{bus}][V]$$

o bien

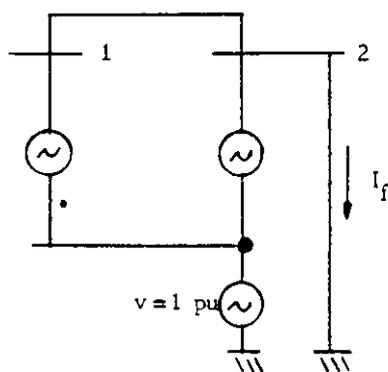
$$[Y_{bus}]^{-1} [I] = [Y_{bus}]^{-1} [Y_{bus}][V]$$

Finalmente:

$$[Y_{bus}]^{-1} [I] = [V] \quad [Z_{bus}][I] = [V]$$

Artificio

En la red elemental original aplicaremos entre el neutro y tierra una fuente generadora cuyo voltaje es 1 p.u. con la polaridad indicada.



La ecuación matricial:

$$[Z_{bus}][I] = [V]$$

podrá escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Donde I_1 e I_2 son extracciones o inyecciones de corrientes en el nodo que identifica el índice. El nodo 1 no tiene extracciones ni inyecciones, el 2, tiene una extracción que es $-I_f$

Por lo tanto la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_f \end{bmatrix}$$

Respecto a los voltajes, no sabemos cuánto vale V_1 , pero conocemos el valor V_2

$$V_2 = -1 \text{ p.u.}$$

Valor justificado por el voltaje de la fuente indicada entre neutro y tierra. Por tanto, la ecuación queda como sigue:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_f \end{bmatrix} .$$

De donde podemos obtener que:

$$-1 = 0 + Z_{22}(-I_f) \quad I_f = \frac{1}{Z_{22}}$$

Concluyéndose que los elementos diagonales de Z_{bus} son las impedancias de Thevenin.

De la misma última ecuación matricial podemos obtener:

$$V_1 = Z_{11} \times 0 + Z_{12}(-I_f); \quad I_f = \frac{1}{Z_{22}}$$

$$y \quad V_1 = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

Si deseamos calcular contribuciones, por ejemplo en la rama que une 1 con 2, hacemos lo siguiente:

$$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{z_{12}} = \frac{-\frac{Z_{12}}{Z_{22}} - (-1)}{z_{12}} = \frac{Z_{22} - Z_{12}}{Z_{22} z_{12}}$$

Este resultado puede conducir a una fórmula general para el cálculo de contribuciones

$$I_{MN} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Ni}}{Z_{ii} z_{MN}}$$

Donde: M = nodo de salida
N = nodo de llegada
i = nodo fallado

I-8

Solución final:

De $[Y_{bus}]$ deberá obtenerse $[Z_{bus}]$.

$$\begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 12.5 \end{bmatrix}^{-1} = [Z_{bus}] \quad [Z_{bus}] = \begin{bmatrix} \frac{12.5}{87.5} & \frac{10}{87.5} \\ \frac{10}{87.5} & \frac{15}{87.5} \end{bmatrix}$$

De Z_{bus} podrán obtenerse directamente corrientes de falla en cualquier nodo y las contribuciones aplicando la formula: ---

$$I_{MN} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Ni}}{Z_{ii} + z_{MN}}$$

Asi: en el nodo 2 la falla total vale:

$$I_f = \frac{1}{Z_{22}} = \frac{1}{\frac{15}{87.5}} = 5.833 \text{ pu.}$$

Y las contribuciones:

$$I_{1-2} = \frac{-Z_{12} + Z_{22}}{Z_{22} + z_{12}} = \frac{-\frac{10}{87.5} + \frac{15}{87.5}}{\frac{15}{87.5} \times 0.10} = 3.333 \text{ pu.}$$

$$I_{0-2} = \frac{Z_{22}}{Z_{22} + z_{02}} = \frac{15/87.5}{(15/87.5) + 0.40} = \frac{1}{0.4} = 2.500 \text{ pu.}$$

Que conciden con los resultados obtenidos anteriormente.

12.-REDES EQUIVALENTES

CONCEPTOS GENERALES

El uso de equivalentes es tan frecuente, que inclusive se llega a pensar que la representación usual de los distintos elementos que conforman una red se basan en un concepto preciso, esto por supuesto es falso. Los equivalentes se emplean para:

Componentes lineales:

1.-Líneas.

Representadas mediante el circuito equivalente que contiene una resistencia serie R , una reactancia serie X y una admitancia en paralelo Y , todos ellos elementos constantes, lineales y bilaterales.

2.-Transformadores.

Representados mediante la reactancia de dispersión, despreciando la rama magnetizante de su circuito equivalente y si el tap está en otra posición que no sea la nominal se emplea un transformador ideal.

Componentes no-lineales:

1.-Generadores.

El elemento más complejo de la red, se suele representar mediante un voltaje constante atrás de una impedancia equivalente, o mediante una fuente de corriente constante. Por ser la fuente generadora de potencia su comportamiento está lejos de ser o corresponder al de una fuente de voltaje o corriente constantes.

2.-Cargas.

Las cargas suelen representarse como impedancias constantes o como corriente constante para la parte real e impedancia constante para la parte reactiva. Debe aceptarse sin embargo que, como tal, está compuesta por una infinidad de elementos diversos -máquinas inclusive- que se apartan del concepto del equivalente usado generalmente.

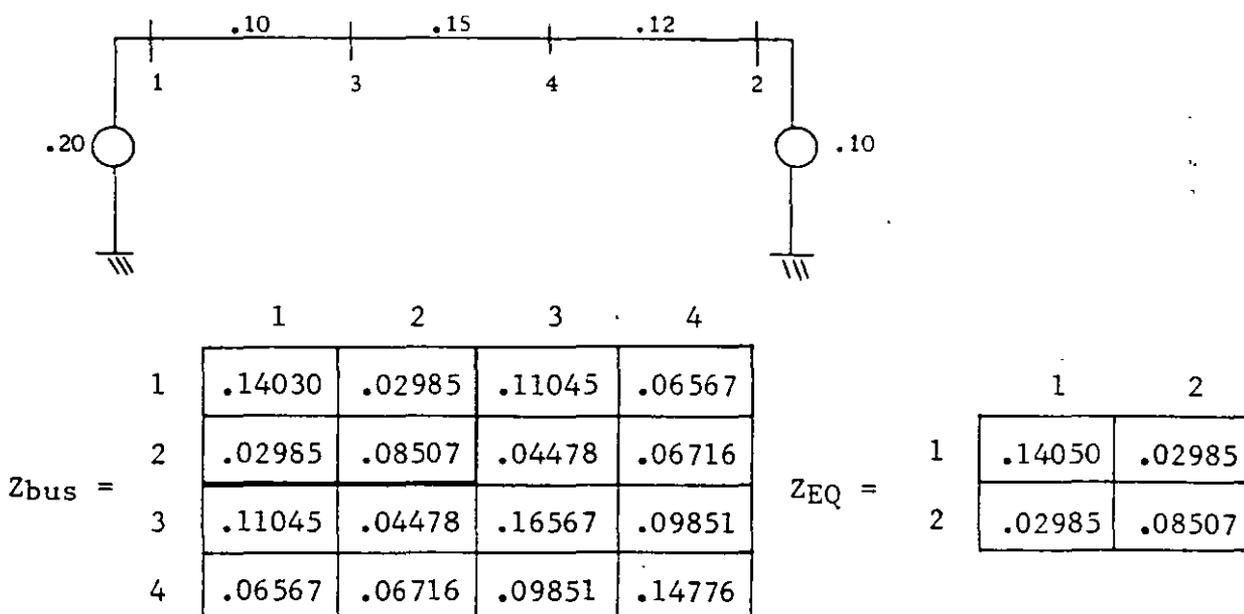
O sea que todos los elementos que usualmente conforman una red, se representan mediante circuitos equivalentes. Puede afirmarse que todos ellos se soportan en la generalización de los teoremas de Thevenin y Norton.

En algunos casos no sólo es conveniente sino necesario, reducir el tamaño de la red. Esto puede ser por limitaciones de cálculo o por no requerirse en ciertas regiones de la misma gran precisión.

El procedimiento que se indica enseguida, es tal vez el más rudimentario para la obtención de redes equivalentes, pero ha podido ser aplicado con buenos resultados en estudios de cortos circuitos, flujos y estabilidad.

Bien sabido es que la matriz Z_{bus} formada para una red o sistema contiene las impedancias de entrada en la diagonal principal y las de transferencia en los elementos no-diagonales. Como una partición de Z_{bus} , se puede obtener Z_{EQ} que contiene impedancias de entrada (driving point) y de transferencia sólo de los buses retenidos. Lo anterior se explica enseguida con un ejemplo:

Para el sistema de cinco nodos de la figura, cuyos parámetros se anotan en el diagrama Z_{bus} y Z_{EQ} para los nodos 1 y 2 valen:



* Leer páginas 92-97 de este mismo capítulo.

La inversión de Z_{EQ} contiene las admitancias propias y de transferencia de la red por reducir, pero sólo para los nodos retenidos. Por lo tanto:

$$Y_{EQ} = Z_{EQ}^{-1} = \begin{bmatrix} 7.70262 & -2.70274 \\ -2.70274 & 12.70325 \end{bmatrix}$$

Nota: Otro modo de obtener Y_{EQ} , es mediante una reducción de la matriz Y_{bus} aplicando el algoritmo

$$Y_{ij(\text{nueva})} = Y_{ij(\text{vieja})} - \left[\frac{Y_{iL} Y_{Lj}}{Y_{LL}} \right]$$

O sea: Para el sistema propuesto: Y_{bus} vale:

		1	2	3	4
$Y_{bus} =$	1	15.0	-0	-10.0	-0
	2		18.3333	-0	-8.3333
	3			16.66667	-6.6667
	4				15.0000

Si eliminamos los nodos 3 y 4 obtenemos, en dos pasos:

1er. paso: Eliminación del nodo 4 para: $i = 1$ $j = 1, 2, 3$ $L = 4$

$$Y_{11} = Y_{11} - (Y_{14} \times Y_{41}) / Y_{44} = 15.0$$

$$Y_{12} = Y_{12} - (Y_{14} \times Y_{42}) / Y_{44} = 0$$

$$Y_{13} = Y_{13} - (Y_{14} \times Y_{43}) / Y_{44} = -10$$

para: $i = 2$ $j = 2, 3$ $L = 4$

$$Y_{22} = Y_{22} - (Y_{24} \times Y_{42}) / Y_{44} = 13.70370$$

$$Y_{23} = Y_{23} - (Y_{24} \times Y_{43}) / Y_{44} = -3.70370$$

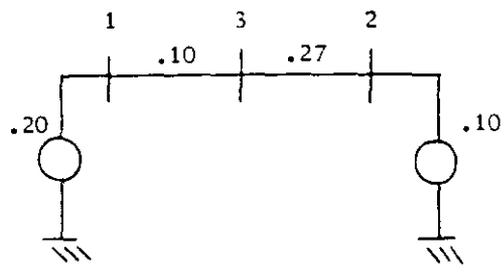
para: $i = 3$ $j = 3$

$$Y_{33} = Y_{33} - (Y_{34} \times Y_{43}) / Y_{44} = 13.70370$$

Lo que resumido queda:

		1	2	3
$Y_{bus 1} =$	1	15	0	-10
	2		13.70370	-3.70370
	3			13.70370

$Y_{bus(1)}$ no es partición de Y_{bus} sino la matriz que corresponde a una red equivalente de la primera -- donde no aparece el nodo 4 y que puede verificarse (para este caso sencillo) por inspección.



$Y_{bus} =$

	1	2	3
1	15	0	-10
2	0	13.70370	-3.70370
3	-10	-3.70370	13.70370

2o. paso: Eliminación del nodo 3 para: $i = 1$ $j = 1, 2$ $L = 3$

$$Y_{11} = Y_{11} - (Y_{13} \times Y_{31}) / Y_{33} = 7.70270$$

$$Y_{12} = Y_{12} - (Y_{13} \times Y_{32}) / Y_{33} = -2.70270$$

para: $i = 2$ $j = 2$

$$Y_{22} = Y_{22} - (Y_{23} \times Y_{32}) / Y_{33} = 12.70270$$

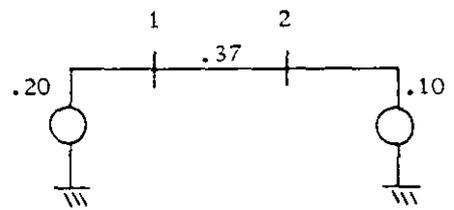
De donde

$Y_{bus(2)} =$

7.7027	-2.70270
-2.70270	12.70270

$Y_{bus(2)}$ puede verificarse por inspección si se asocia a un sistema donde no aparecen los nodos (3) y (4)

Así:



$Y_{bus} =$

	1	2
1	7.7027	-2.7027
2	-2.70270	12.7027

Como se observa el procedimiento es consistente.

Conocida Y_{EQ} se podrá obtener Y_{EL} matriz cuadrada de orden igual al número de buses retenidos, en ella, los elementos diagonales representan la admitancia del nodo correspondiente a la referencia y los elementos no-diagonales representan la admitancia entre los nodos correspondientes. Para calcular los elementos de Y_{EL} ("y" minúsculas) se parte del hecho de que se conocen los elementos de Y_{EQ} ("Y" mayúsculas) y se procede como sigue:

$$y_{ii} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \quad y_{ij} = -Y_{ij}$$

Por lo tanto:

$$y_{11} = \sum_{j=1}^2 Y_{ij} = 7.7027 - 2.70270 = 5.0$$

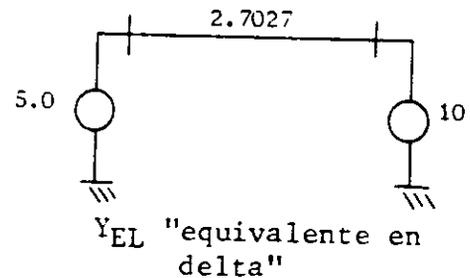
$$y_{ij} = + 2.7027$$

$$y_{22} = \sum_{j=1}^2 Y_{ij} = -2.7027 + 12.7027 = 10.0$$

Debe resaltarse el hecho de que al formar Y_{bus} , las admitancias propias son la suma de todas las admitancias que inciden en el nodo y las admitancias mutuas la suma de admitancias que conectan los nodos correspondientes. La sumatoria $\sum_{j=1}^n Y_{ij}$ resta a la propia todas las mutuas por lo que Y_{ii} da directamente el "shunt" conectado al nodo correspondiente.

Por último:

$$Y_{EL} = \begin{array}{|c|c|} \hline 5.0 & 2.7027 \\ \hline 2.7027 & 10.0 \\ \hline \end{array}$$



El circuito o red equivalente que se desea deberá contener impedancias, no admitancias, para poder ser usado en forma inmediata. La matriz que contiene esa información será Z_{EL} y sus elementos se calculan del siguiente modo (a partir de Y_{EQ})

$$z_{ii} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n Y_{ij}} \quad z_{ij} = \frac{-1}{Y_{ij}}$$

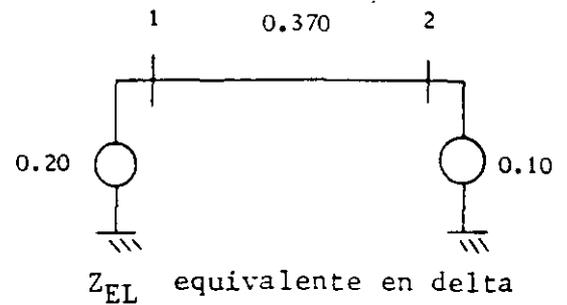
Efectuando las operaciones sugeridas se obtiene:

$$z_{11} = \frac{1}{7.7027 - 2.7027} = \frac{1}{5.0} = 0.20$$

$$z_{12} = \frac{-1}{-2.7027} = 0.370$$

$$z_{22} = \frac{1}{-2.7027 + 12.7027} = \frac{1}{10}$$

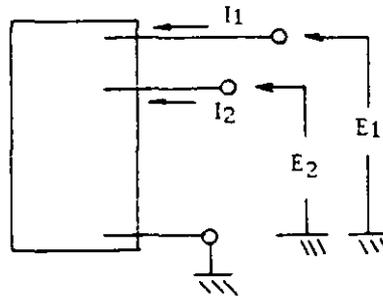
y por lo tanto Z_{EL} vale:

$$Z_{EL} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|cc|} \hline 0.20 & 0.370 \\ \hline 0.370 & 0.10 \\ \hline \end{array} \end{array}$$


Si algún elemento de Y_{EQ} es cero o muy pequeño, tal hecho significará que no existe conexión entre los buses correspondientes.

Generalización del Procedimiento:

En la red de la figura (red pasiva) se aplican E_1 y E_2 y fluyen I_1 e I_2 , como la red es pasiva todos los demás voltajes valen cero.



Podremos escribir las ecuaciones de malla de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

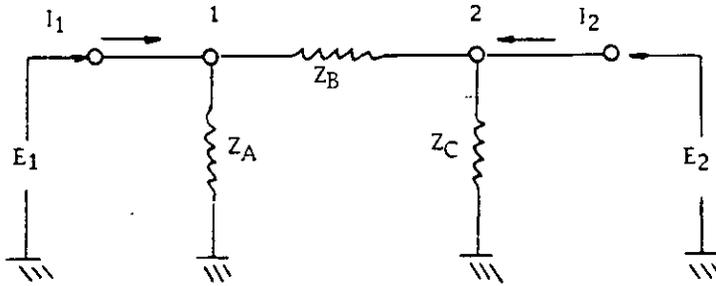
De donde:
$$I_1 = E_1 \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z} + E_2 \frac{\Delta_{21}}{\Delta Z}$$

$$I_2 = E_1 \frac{\Delta_{12}}{\Delta Z} + E_2 \frac{\Delta_{22}}{\Delta Z}$$

Que pueden escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z} & \frac{\Delta_{21}}{\Delta Z} \\ \frac{\Delta_{12}}{\Delta Z} & \frac{\Delta_{22}}{\Delta Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Esta matriz pudiera ser similar a Y_{bus} correspondiente a la red de la figura siguiente:



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} & -\frac{1}{Z_B} \\ -\frac{1}{Z_B} & \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{bus}] [E] = [I]$$

$$\text{Si: } Y_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z} \quad (1)$$

$$Y_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta Z} \quad (2)$$

$$-Y_{21} = -Y_{12} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta Z} \quad (3)$$

El resultado indica que una transformación o reducción a un equivalente en estrella o delta es siempre posible aunque los elementos de la red equivalente no sean realizables físicamente.

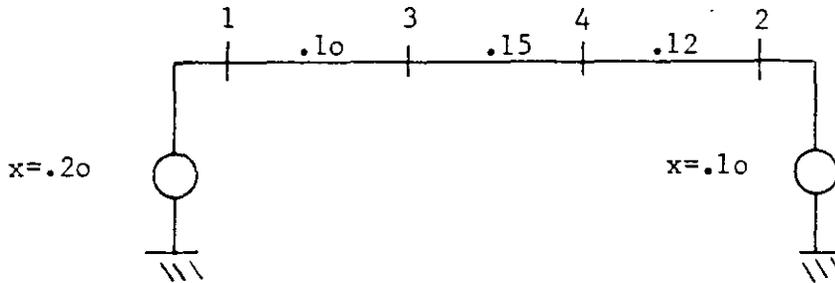
Por último, resulta obvio que para reducir una red de gran tamaño, en la cual los parámetros son números complejos, se deberá diseñar un programa para computadora. Nos permitimos sugerir como procedimiento más lógico el siguiente:

- 1o. Formar Y_{bus}
- 2o. Obtener a partir de Y_{bus} , Y_{EQ}
- 3o. A partir de Y_{EQ} obtener Z_{EL}

Con esto se evita el tener que invertir una matriz compleja (Z_{EQ}) que si bien es simétrica complica la labor de programación.

Obtención para el sistema propuesto como ejemplo, de Z_{bus} y sus comprobaciones.

El sistema propuesto es el siguiente:



La formación de Z_{bus} se hará usando la tabla de la pág. 75

Elemento	"p" No es Nodo de Referencia	"p" Si es Nodo de Referencia
RAMA (Agrega nuevo nodo)	$Z_{qi} = Z_{pi} \quad i \neq q$ $Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq} \quad i = q$	$Z_{qi} = 0 \quad i \neq q$ $Z_{qq} = z_{pq} \quad i = q$
CUERDA (No agrega nuevo nodo)	$Z_{Li} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad i \neq L$ $Z_{LL} = Z_{pL} - Z_{qL} + z_{pq} \quad i = L$	$Z_{Li} = -Z_{qi} \quad i \neq L$ $Z_{LL} = -Z_{qL} + z_{pq} \quad i = L$

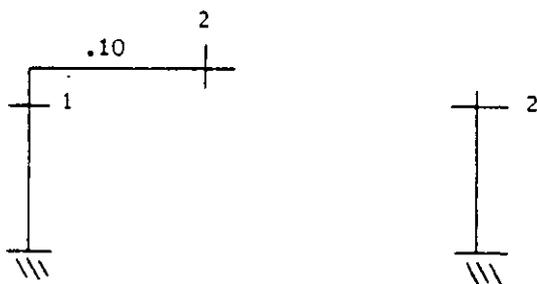
Y se inicia como sigue; primeros elementos que se adicionan:



Z_{bus} vale:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .20 & 0 \\ 0 & .10 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Se adiciona enseguida el elemento 1 - 3



Aplicando el algoritmo:

$$p = 1$$

"p" no es nodo de referencia

$$q = 3$$

$$Z_{qi} = Z_{pi} \quad i \neq q$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

$$Z_{31} = Z_{11} = .20$$

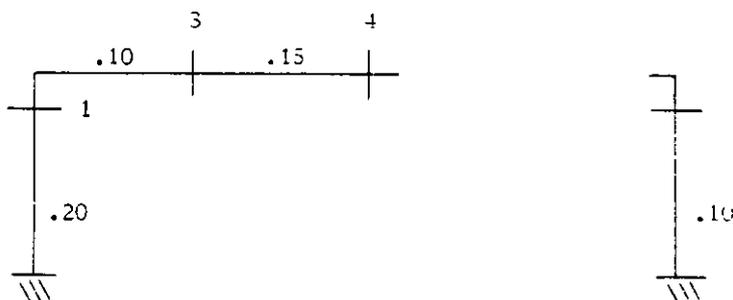
$$Z_{32} = Z_{12} = 0$$

$$Z_{33} = Z_{13} + z_{pq} = .20 + .10 = .30$$

Se obtiene:

		1	2	3	
Z_{bus}	=	1	.20	0	.20
		2	0	.10	0
		3	.20	0	.30

Se adiciona ahora el elemento 3 - 4



Se aplica el algoritmo

$$p = 3$$

"p" no es nodo de referencia

$$q = 4$$

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$Z_{41} = Z_{31} = .20$$

$$Z_{42} = Z_{32} = 0$$

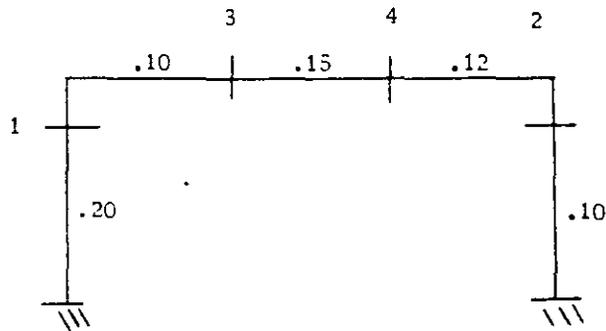
$$Z_{43} = Z_{33} = .30$$

$$Z_{44} = Z_{34} + z_{pq} = .30 + .15 = .45$$

y Z_{bus} vale:

	1	2	3	4
1	.20	0	.20	.20
2	0	.10	0	0
3	.20	0	.30	.30
4	.20	0	.30	.45

Se completa el sistema mediante la conexión o adición del elemento ---
2 - 4



Se aplica el algoritmo (no agrega nuevo bus o nodo)

$$p = 2$$

$$Z_{Li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$q = 4$$

$$Z_{L1} = Z_{21} - Z_{41} = 0 - .20 = -.20$$

$$i = 1, 2, 3, 4,$$

$$Z_{L2} = Z_{22} - Z_{42} = .10 - 0 = .10$$

$$Z_{L3} = Z_{23} - Z_{43} = 0 - .30 = -.30$$

$$Z_{L4} = Z_{24} - Z_{44} = 0 - .45 = -.45$$

$$\begin{aligned}
 Z_{LL} &= Z_{pL} - Z_{qL} + z_{pq} \\
 &= Z_{2L} - Z_{4L} + .12 = .10 + .45 + .12 = 0.670
 \end{aligned}$$

Y se obtiene:

	1	2	3	4	L
1	.20	0	.20	.20	-.20
2	0	.10	0	0	.10
3	.20	0	.30	.30	-.30
4	.20	0	.30	.45	-.45
L	-.20	.10	-.30	-.45	.67

Enseguida y como paso final, se procede a la eliminación del nodo ficticio "L"

El algoritmo es:

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{iL} * Z_{Lj}}{Z_{LL}}$$

para: $i = 1$

$j = 1, 2, 3, 4$

$$Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{1L} * Z_{L1}}{Z_{LL}} = .20 - \frac{(-.20)(-.20)}{.67} = .14030$$

$$Z'_{12} = Z_{12} - \frac{Z_{1L} * Z_{L2}}{Z_{LL}} = 0 - \frac{(-.20)(.10)}{.67} = .02985$$

$$Z'_{13} = Z_{13} - \frac{Z_{1L} * Z_{L3}}{Z_{LL}} = .20 - \frac{(-.20)(-.30)}{.67} = .11045$$

$$Z'_{14} = Z_{14} - \frac{Z_{1L} * Z_{L4}}{Z_{LL}} = .20 - \frac{(-.20)(-.45)}{.67} = .06567$$

para: $i = 2$

$j = 2, 3, 4$

$$Z'_{22} = Z_{22} - \frac{Z_{2L} * Z_{L2}}{Z_{LL}} = .10 - \frac{(.10)(.10)}{.67} = .08507$$

$$Z'_{23} = Z_{23} - \frac{Z_{2L} * Z_{L3}}{Z_{LL}} = 0 - \frac{(.10)(-.30)}{.67} = .04478$$

$$Z'_{24} = Z_{24} - \frac{Z_{2L} * Z_{L4}}{Z_{LL}} = 0 - \frac{(.10)(-.45)}{.67} = .06716$$

para: $i = 3$

$j = 3, 4$

$$Z'_{33} = Z_{33} - \frac{Z_{3L} * Z_{L3}}{Z_{LL}} = .30 - \frac{(-.30)(-.30)}{.67} = .16567$$

$$Z'_{34} = Z_{34} - \frac{Z_{3L} * Z_{L4}}{Z_{LL}} = .30 - \frac{(-.30)(-.45)}{.67} = .09851$$

para: $i = 4$

$j = 4$

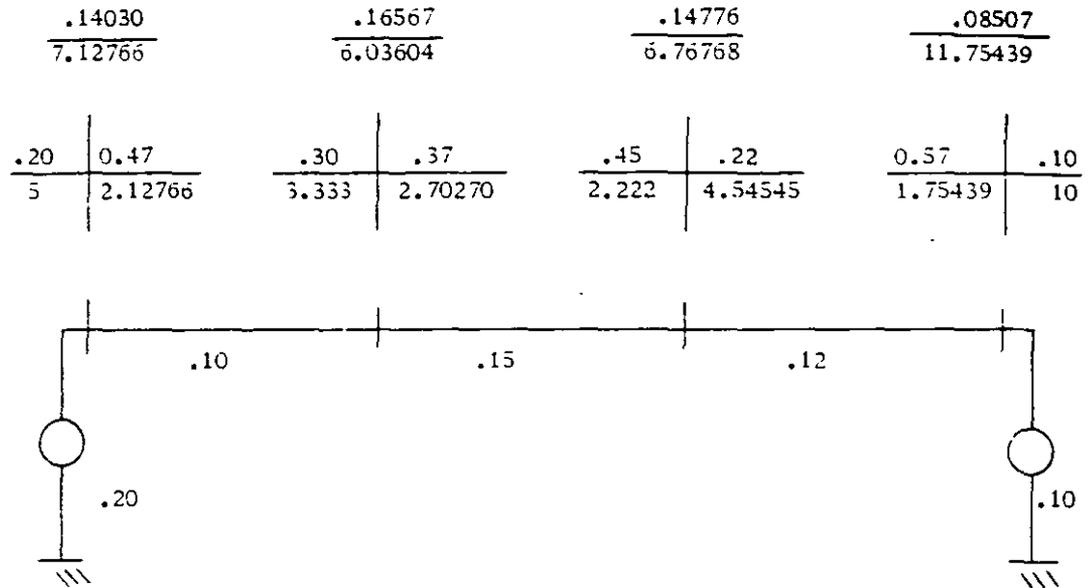
$$Z'_{44} = Z_{44} - \frac{Z_{4L} * Z_{L4}}{Z_{LL}} = .45 - \frac{(-.45)(-.45)}{.67} = .14776$$

Por lo tanto:

	1	2	3	4
1	.14030	.02985	.11045	.06567
2	.02985	.08507	.04478	.06716
3	.11045	.04478	.16567	.09851
4	.06567	.06716	.09851	.14776

$Z_{bus} =$

Comprobación mediante el cálculo de fallas.



Información que coincide con la que contiene Z_{bus} que merece por lo tanto el visto bueno.

Z_{EQ} es partición de Z_{bus} , implica información de los nodos 1 y 2 solamente. Por lo tanto:

$$Z_{EQ} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .1403 & .02985 \\ .02985 & .08507 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

De donde podrá obtenerse $Y_{LQ} = Z_{EQ}^{-1}$

$$Y_{EQ} = \begin{bmatrix} 7.70262 & -2.70274 \\ -2.70274 & 12.70325 \end{bmatrix}$$

INDICE

PROLOGO	5
1.—INTRODUCCION	11
2.—REFERENCIAS	15
3.—CONCEPTOS GENERALES	19
—Teorema de Thevenin	19
—Selección de Bases	21
4.—CIRCUITOS EQUIVALENTES DE TRANSFORMADORES	
—Componentes simétricas	24
—Restricciones al uso de los componentes	28
—Interconexión de mallas para distintos tipos de falla.....	29
—El circuito equivalente	30
5.—COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA SINCRONA DURANTE FALLAS	
—Reactancia sincrónica y diagrama de regulación	34
—Reactancia de secuencia negativa	37
—Reactancia $x'd$ y $x'd'$	37
6.—SOLUCION DE UN PROBLEMA REAL POR EL METODO MANUAL	
—Método empleado para la medición de la impedancia de Thevenin	41
—Problema 1 Cálculo de fallas trifásicas	44
—Problema 2 Cálculo de fallas de fase a tierra	48
—Problema 3 Corrientes de secuencia cero en neutros y terciario	51
7.—ASIMETRIA DE LA CORRIENTE DE FALLA	
—Conceptos de máxima y mínima asimetría	55
—Concepto práctico de la asimetría	58
8.—APENDICES	
—Apéndice A Análisis progresivo de los equivalentes de	

	secuencia cero	61
—Apéndice B	Transitorio en un circuito R L	74
—Apéndice C	Selección de bancos de tierra	79
—Apéndice D	Solución al problema de polarización de relés de tierra cuando la fuente de secuencia cero es un autotransformador	82

9.—ANÁLISIS POR EL MÉTODO DE MALLAS

—Antecedentes y planteamiento del ejemplo	91
—Formación de la matriz de coeficiente de las ecuaciones de malla Zloop por inspección	92
—Matriz de conexión	97
—Procedimiento topológico para obtener Zloop	100
—Artificio para medición de la impedancia de Thevenin....	109
—Apéndice E Instructivo y listados de los programas HAWK01, HAWK02, HAWK03, HAWK04 para el cálculo de falla por el método de Zloop	116

10.—ANÁLISIS POR EL MÉTODO DE NODOS

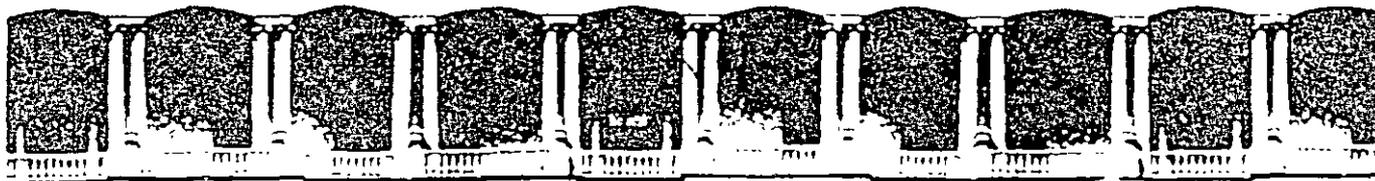
—Antecedentes	157
—Algoritmo para la formación de ZBUS	161
—Formulario, planteamiento y solución del ejemplo.....	165
—Comprobación	169
—Apéndice F Instructivo y listado de los programas TRI-FA y MONOFA para el cálculo de fallas por el método de ZBUS	175

11.—APÉNDICES

—Apéndice G Comparación de métodos	195
—Apéndice H Simplificaciones posibles al método de Zloop	196
—Apéndice I Métodos matriciales de cálculo de fallas aplicados en un sistema de dos modos	198

12.—REDES EQUIVALENTES

—Conceptos generales	206
—Ejemplo numérico	207
—Generalización del procedimiento	211
—Comprobaciones	214



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

MÁQUINAS SÍNCRONAS Y ESTABILIDAD

**EXPOSITOR: ING. RAFAEL GUERRERO CEPEDA
PALACIO DE MINERIA
JULIO DEL 2001**

Apéndice:

El sistema de la figura es uno de corriente directa, que contiene tres buses; el nodo 3 es de carga y su valor debe especificarse, el nodo 2 es de generación, la potencia real y el voltaje son valores especificados, el nodo 1 es el nodo suelto con generación abierta, pero con el voltaje especificado o fijo.

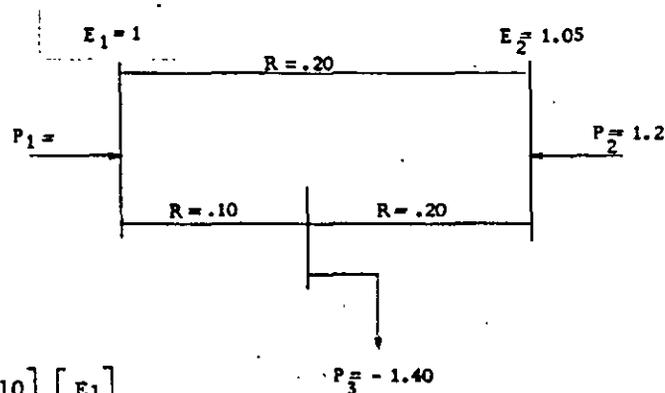
La solución se condensa en:

$$[E] = [Z][I]$$

o bien

$$[I] = [Y][E]$$

Usando admitancias:



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10 \\ -5 & 10 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

Para el bus 2;

$$I_2 = Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3$$

o bien:

$$E_2 = \frac{1}{Y_{22}} (I_2 - (Y_{21}E_1 + Y_{23}E_3))$$

como:

$$I_2 = \frac{P_2}{E_2}$$

$$E_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left(\frac{P_2}{E_2} - (Y_{21}E_1 + Y_{23}E_3) \right)$$

Se justifica la fórmula clásica (pág. 253 Olle I. Elgerd)

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - Q_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^n Y_{iu} V_u \right) \quad \begin{array}{l} i = 2 \dots \dots \dots n \\ \text{si } 1 \text{ es el suelto} \end{array}$$

Que es una ecuación no lineal para E_2 . Numéricamente el valor es:

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.2}{E_2} + 5 \times 1.0 + 5E_3 \right) \quad \text{---} \quad 8.1$$

y del mismo modo

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{E_3} + 10 \times 1.0 + 5E_2 \right) \quad \text{---} \quad 8.2$$

Las ecuaciones 8.1 y 8.2 suelen resolverse de dos maneras:

I).- Método de Gauss - Seidel

- 1.- Se asigna un valor estimado a E_2 y E_3
- 2.- Se calcula nuevo valor de E_2 a partir de los valores estimados
- 3.- Se calcula nuevo valor de E_3 usando el valor estimado de E_3 , pero el valor recientemente calculado de E_2 .
- 4.- Se repite el proceso usando cada vez el valor más recientemente calculado de E_2 y E_3 hasta que se logra la solución. Cada vez que se calculan E_2 y E_3 se completa una iteración.

En general, para la iteración número m

$$E_2^m = \frac{1}{10} \left(\frac{1.2}{E_2^{m-1}} + 5 \times 1 + 5 \times E_3^{m-1} \right)$$

$$E_3^m = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.5}{E_3^{m-1}} + 10 + 5 \times E_2^m \right)$$

Numéricamente: Si $E_2 = E_3 = 1$ (valores estimados)

1a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0} + 5 \times 1 + 5 \times 1.0 \right) = 1.1200$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{1.0} + 10 \times 1.0 + 5 \times 1.120 \right) = 0.9466$$

2a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.12} + 5 \times 1 + 5 \times 0.9466 \right) = 1.0804$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{0.9466} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0804 \right) = .9282$$

3a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0804} + 5 \times 1 + 5 \times .9282 \right) = 1.0751$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9282} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0751 \right) = 0.9245$$

4a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0751} + 5 \times 1 + 5 \times .9245 \right) = 1.0738$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9245} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0738 \right) = 0.9236$$

5a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0738} + 5 \times 1 + 5 \times .9236 \right) = 1.0735$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9236} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0735 \right) = 0.9234$$

6a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0735} + 5 \times 1 + 5 \times .9234 \right) = 1.0735$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{0.9234} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0735 \right) = 0.9234$$

Se dice que la solución para los voltajes converge cuando por cada iteración los valores son más y más cercanos cada vez; es necesario tomar una decisión de cuando el valor calculado está lo suficientemente cerca de la solución deseada; el criterio para fijar ese límite es el criterio de convergencia. El "mismatch" de potencias compara la potencia calculada con la especificada, así si para el bus i se obtiene un "mismatch" máximo el criterio se establece como:

$$\Delta P_{\max} = \Delta P_i = \left| P_i - E_i \left(\sum_{k=1}^n Y_{ik} E_k \right) \right| < \epsilon_p$$

ϵ_p vale generalmente .01 - .0001 pu

Otro criterio de convergencia es el que compara el valor de las tensiones en pasos consecutivos de tal modo que:

$$\Delta E_{\max} = \Delta E_i = \left| E_i^{n-1} - E_i^n \right| < \epsilon_E$$

ϵ_E vale generalmente .0001

La acotación por tensiones depende de qué tan rápido converja el sistema, por lo que no es tan seguro como el de Potencias; sin embargo, la comprobación por potencia $\Delta P_i < \epsilon_p$ hasta que $\Delta E_i < \epsilon_E$

Una solución híbrida consistirá en no calcular ΔP_i hasta que $\Delta E_i < \epsilon_E$

La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos hasta la sexta iteración.

It	E ₂	E ₃	E _{máx}	P ₂	P ₃	P _{máx}
1	1.1200	0.9466	0.12	1.64304	-1.32618	.44304
2	1.0804	0.9282	0.0396	1.55512	-1.37280	.25512
3	1.0751	0.9245	0.0053	1.21235	-1.39414	.01235
4	1.0738	0.9236	0.0013	1.20265	-1.39925	.00265
5	1.0735	0.9234	0.0003	1.20017	1.40033	.00033
6	1.0735	0.9234	-	-	-	-

$$P_1 = E_1 \sum_{k=1}^n Y_{1k} E_k$$

$$P_2 = 1.12 \left[Y_{21} E_1 + Y_{22} E_2 + Y_{23} E_3 \right]$$

$$it\ 1 = 1.12 (-5 \times 1 + 10 \times 1.12 - 5 \times 0.9466) = 1.64304$$

$$it\ 2 = 1.0804 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0804 - 5 \times 0.9282) = 1.55512$$

$$it\ 3 = 1.0751 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0751 - 5 \times 0.9245) = 1.21325$$

$$it\ 4 = 1.0738 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0738 - 5 \times 0.9236) = 1.20265$$

$$it\ 5 = 1.0735 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0735 - 5 \times 0.9234) = 1.20017$$

$$P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

it 1	=	0.9466(-10 x 1 - 5 x 1.12 + 15 x 0.9466)	=	-1.32618
it 2	=	0.9282(-10 x 1 - 5 x 1.0804 + 15 x 0.9282)	=	-1.37280
it 3	=	0.9245(-10 x 1 - 5 x 1.0751 + 15 x 0.9245)	=	-1.39414
it 4	=	0.9236(-10 x 1 - 5 x 1.0738 + 15 x 0.9236)	=	-1.39925
it 5	=	0.9234(-10 x 1 - 5 x 1.0735 + 15 x 0.9234)	=	-1.40033

Es de notarse en este resumen de resultados que el voltaje está dentro de una tolerancia de 1% en la tercera iteración, no así las potencias, ya que para que $|\Delta P_{\max}| < .001$ se requiere llegar hasta la quinta iteración.

II.- Método de Newton - Raphson

Las potencias se expresan como:

$$P_1 = E_1 \sum_{k=1}^n Y_{1k} E_k$$

En el sistema nuestro de tres buses, si:

$$P_1 = E_1(Y_{11}E_1 + Y_{12}E_2 + Y_{13}E_3)$$

$$P_2 = E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3)$$

$$P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

se puede afirmar que las potencias son una función no lineal de los voltajes.

$$P = P(E_1, E_2, E_3)$$

variaciones pequeñas en los voltajes (ΔE) producirán pequeñas variaciones en las potencias (ΔP). Linealizando y puesto en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial E_1} & \frac{\partial P_1}{\partial E_2} & \frac{\partial P_1}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_2}{\partial E_1} & \frac{\partial P_2}{\partial E_2} & \frac{\partial P_2}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial E_1} & \frac{\partial P_3}{\partial E_2} & \frac{\partial P_3}{\partial E_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta E_1 \\ \Delta E_2 \\ \Delta E_3 \end{bmatrix}$$

Simbólicamente

$$[\Delta P] = [J] \times [\Delta E]$$

El Jacobiano (J) contiene las derivadas parciales de la potencia con respecto a los voltajes para un valor particular de E_1 , E_2 y E_3 . Cuando los voltajes cambian el Jacobiano también.

En el caso actual E_1 no varía, por lo tanto $\Delta E_1 = 0$ y dado que ΔP_1 no interviene en el proceso, la ecuación original se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial E_2} & \frac{\partial P_2}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial E_2} & \frac{\partial P_3}{\partial E_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta E_2 \\ \Delta E_3 \end{bmatrix}$$

Simbólicamente

$$[\Delta E] = [J]^{-1} [\Delta P]$$

La solución consiste de los siguientes pasos:

1.- Se asignan valores estimados a E_2 y E_3

2.- Se calculan las potencias usando:

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^n Y_{ik} E_k$$

3.- Se calculan las diferencias (ΔP) entre los valores calculados y especificados

$$\Delta P_2 = P_{2c} - P_{2e}$$

$$\Delta P_3 = P_{3c} - P_{3e}$$

4.- Si $\Delta P \neq 0$, el error lo causan los voltajes, cuyo error se supone -- aproximado a ΔE como se calcula en:

$$[\Delta E] = [J]^{-1} [\Delta P]$$

por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{actual}} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{viejo}} - [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

5.- Dado que existen nuevas tensiones se deberá calcular e invertir un nuevo Jacobiano. Se calculan nuevas potencias y se prosigue cíclicamente hasta que ΔP_2 y ΔP_3 son menores que ϵ_p

Aplicando el procedimiento a nuestro sistema de CD obtendremos:

1a. ITERACION

$$\text{Si } P_2 = E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = Y_{21}E_1 + 2Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = Y_{23}E_2$$

$$\text{Si } P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = Y_{32}E_3$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + 2Y_{33}E_3$$

Suponiendo que $E_2 = E_3 = 1.0$ y que Y_{bus} vale:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10 \\ -5 & 10 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + 2 \times 10 \times 1 - 5 \times 1 = 10$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1 = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 1 = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1 + 2 \times 15 \times 1 = 15$$

Por lo tanto: $[J] = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix}$

Las diferencias entre las potencias calculadas y especificadas son:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3) - P_{2e} \\ &= 1(-5 + 10 - 5) - 1.2 = -1.20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_3 &= E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3) - P_{3e} \\ &= 1(-10 - 5 + 15) + 1.40 = +1.40 \end{aligned}$$

$$\text{si } [J]^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{como } \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{actual}} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{viejo}} - [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.20 \\ +1.40 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -3.60 + 1.40 \\ -1.20 + 2.80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -2.20 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -.088 \\ +.064 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix}$$

2a. ITERACION

Cálculo del Jacobiano:

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + 2 \times 10 \times 1.088 - 5 \times 0.936 = 12.080$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1.088 = -5.44$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 0.936 = -4.68$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1.088 + 2 \times 15 \times 0.936 = 12.64$$

$$\text{Por lo tanto } [J] = \begin{bmatrix} 12.08 & -5.44 \\ -4.68 & 12.64 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las ΔP

$$\Delta P_2 = 1.088(-5 + 10 \times 1.088 - 5 \times 0.936) - P_{2e} = .1056$$

$$\Delta P_3 = 0.936(-10 \times 1 - 5 \times 1.088 + 15 \times 0.936) + P_{3e} = .0896$$

El inverso del Jacobiano vale:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} .099343 & .042754 \\ .03678 & .09494 \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .099343 & .042754 \\ .03678 & .09494 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .1056 \\ .0896 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .01049 + .00383 \\ .003883 + .008506 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix}$$

3a. ITERACION

Cálculo del Jacobiano

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + .2 \times 10 \times 1.07368 - 5 \times 0.9236 = 11.8556$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1.07368 = -5.3684$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 0.9236 = -4.618$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1.07368 + 2 \times 15 \times 0.9236 = 12.3396$$

Por lo tanto $[J] = \begin{bmatrix} 11.8556 & -5.3684 \\ -4.618 & 12.3396 \end{bmatrix}$

$$\Delta P_2 = 1.07368(-5 + 10 \times 1.07368 - 5 \times 0.9236) - P_{2e} = .001233$$

$$\Delta P_3 = 0.9236(-10 \times 1 - 5 \times 1.07368 + 15 \times 0.9236) + P_{3e} = .0013$$

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} .10156 & .044186 \\ .0380 & .09758 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .10156 & .044186 \\ .0380 & .09758 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .001233 \\ .0013 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .0001252 & + & .0000574 \\ .0000468 & + & .0001268 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .0001826 \\ .0001736 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07349 \\ 0.9234 \end{bmatrix}$$

4a. ITERACION

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} =$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} =$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} =$$

Lectura Núm.
hoja Núm. 74

UNAM
Máq. Síncronas y
Estabilidad
Ing. Rafael Guerrero

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} =$$

$$\Delta P_2 = 1.07349(-5 + 10 \times 1.07349 - 5 \times 0.9234) - P_{2e} = .0001$$

$$\Delta P_3 = 0.9234(-10 \times 1 - 5 \times 1.07349 + 15 \times 0.9234) + P_{3e} = .00029$$

$$|\Delta P_{\max}| < .001$$

En realidad el Jacobiano no se invierte sino que se usa un método de eliminar variables por triangularización (ver referencia manuscrita)