



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Desarrollo de una herramienta
computacional para el ajuste
automático de curvas tipo a datos
de pruebas de presión mediante
algoritmos basados en métodos de
gradiente**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Darío Bonifacio Altamirano del Razo

Oscar Héctor Guajardo Ochoa

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

Agradecimientos

A mi madre, porque todas las enseñanzas, consejos, regaños, atenciones, charlas, desvelos y sobre todo amor, hoy se traducen en este logro de los dos. Te amo y te agradezco el cariño y apoyo incondicional en todo momento; todo logro en mi vida es el resultado de tu esfuerzo como mamá.

A Fátima Quiroz, porque sin duda alguna eres parte esencial en mi vida. Eres mi mayor inspiración y mi respaldo en los momentos más difíciles, gracias por estar conmigo siempre, apoyarme en todo momento, consentirme, amarme y enseñarme a ser mejor persona cada día; la vida es mucho más fácil a tu lado, te amo mucho.

A mi tía Soco y mi tío Migue, por su apoyo y cariño durante todo mi crecimiento personal y académico. Son parte de todo éxito en mi vida.

A mis hermanos y familia que siempre han sido un apoyo y fuente de inspiración para lograr mis objetivos.

A mis amigos y compañeros con los cuales compartí agradables experiencias durante toda mi formación. A Oscar Guajardo, por su colaboración en el desarrollo de este trabajo.

Al Ing. Gallardo, inicialmente por su gran compromiso con la Universidad, y particularmente por su apoyo y confianza a lo largo de todo mi proceso universitario.

A mi alma máter, la Universidad Nacional Autónoma de México, sus profesores, investigadores, alumnos y todas las personas comprometidas con la formación de profesionistas al servicio del país, siempre estaré orgulloso de haber formado parte de la máxima casa de estudios del país.

Darío B. Altamirano del Razo

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y hermanas que me han apoyado incondicionalmente en cada etapa de mi desarrollo profesional y personal, inculcando en mi los valores que rigen mi vida.

A mis compañeros y amigos con quienes compartí mi carrera universitaria, llena de experiencias y aprendizajes inolvidables.

A mis profesores y sinodales por su dedicación, tiempo y compromiso con la educación de nuestro país.

A mi director de tesis el Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera por guiarme durante este proceso y ayudarme a cerrar un ciclo importante de mi carrera.

A mi alma máter, la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme formar parte de esta sobresaliente y grandiosa casa de estudios de la cual siempre estaré orgulloso.

Oscar Héctor Guajardo Ochoa

Resumen

La evolución en el análisis e interpretación de pruebas de presión ha encaminado a estos procesos al uso de herramientas computacionales que optimicen las metodologías involucradas y brinden certeza en los resultados obtenidos. En cuanto al análisis de pruebas de presión, una herramienta ampliamente usada en la industria es el ajuste automático de datos de presión.

Existen distintos softwares comerciales que permiten realizar el ajuste a distintos modelos de yacimiento, condiciones de flujo y bajo distintos efectos de pozo; estos realizan una regresión no lineal multivariable que permite determinar la combinación de parámetros de yacimiento y pozo que mejor representen la respuesta de nuestro yacimiento. A pesar de que estos cuentan con un amplio catálogo de modelos, existen casos en donde el programa puede quedar limitado en la representación de los modelos. Por tal motivo, el conocer la metodología de ajuste a datos de pruebas de presión a través de modelos analíticos, puede ayudar en su análisis e interpretación.

El presente trabajo busca mostrar el algoritmo general de ajuste para modelos de yacimiento a gasto constante, explicarlo a detalle y evaluarlo bajo distintos esquemas de optimización propuestos por dos autores. Se presenta también, una herramienta computacional basada en dichos algoritmos que permite realizar el análisis e interpretación de datos de presión.

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
Índice general	VII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIII
1. Revisión de la literatura	1
1.1. Evolución del análisis de pruebas de presión	1
1.2. Evolución del uso de herramientas computacionales	3
2. Problemática	7
2.1. Modelos de flujo	8
2.2. Objetivos de los problemas de flujo en los yacimientos	8
2.2.1. Predicción del comportamiento de un yacimiento	9
2.2.2. Caracterización de los parámetros de un yacimiento	9
2.2.3. La Deconvolución como herramienta de filtrado de datos	10
2.3. Modelos de pruebas de presión	10
2.4. Uso de Curvas Tipo en la caracterización del yacimiento	11
2.5. Planteamiento de la problemática	12
3. Marco Conceptual	15

3.1. Curvas Tipo	15
3.2. Identificación y selección del modelo de flujo	17
3.2.1. Interpretación de Pruebas de Presión	17
3.2.2. Métodos de inversión numérica en el dominio de Laplace	17
3.3. Ajuste automático de pruebas de presión	17
3.3.1. Función objetivo	18
3.3.2. Funciones de penalidad	19
3.3.3. Algoritmo Levenberg-Marquardt	20
3.3.4. Derivada de la función del modelo	24
3.3.5. Resolución del sistema de ecuaciones	24
3.4. Intervalos de Confianza	25
4. Desarrollo de la herramienta	27
4.1. Lenguaje computacional	27
4.2. Estructura del programa	28
4.2.1. Generación del sistema de ecuaciones	30
4.2.2. Algoritmo de Rosa y Horne	31
4.2.3. Algoritmo de Abbaszadeh y Kamal	33
4.3. Interfaz del programa	35
5. Análisis de Resultados	39
5.1. Errores relativos	39
5.2. Análisis de casos sintéticos	40
5.2.1. Variación en el número de parámetros	41
5.2.2. Variación en la estimación inicial	44
5.2.3. Variación en el factor de relajación e interpolación	45
5.2.4. Resultados: Sensibilidad de variables de ajuste	47
5.2.5. Variación de parámetros del modelo	49
5.2.6. Resultados: Sensibilidad de parámetros del modelo	49
5.3. Análisis de casos reales	51
5.3.1. Caso real 1: Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño	51

5.3.2. Caso real 2: Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño	54
Conclusiones	57
A. Algoritmo de Bourdet	63
B. Algoritmos de Inversión Numérica	64
B.1. Método de Gaver-Stehfest	64
B.2. Método de Schapery	66
C. Algoritmo de Gauss-Seidel	67
D. Método del politopo	69
E. Casos reales	71
E.1. Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño.	71
E.2. Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño.	74
Referencias	77

Índice de figuras

2.1. Solución a problemas de flujo por la Transformada de Laplace. ³⁵	10
2.2. Ejemplo de regímenes de flujo representados en una curva tipo. ⁶	11
2.3. Proceso de análisis automático de datos de presión asistido por computadora. ⁵	12
3.1. Modelo de yacimiento radial infinito elaborado con la herramienta desarrollada.	16
3.2. Distribución t Student.	26
4.1. Algoritmo general del programa.	29
4.2. Algoritmo para generar el sistema de ecuaciones.	30
4.3. Algoritmo de Rosa y Horne	32
4.4. Algoritmo de Abbaszadeh y Kamal	34
4.5. Interfaz inicial del programa.	35
4.6. Ingreso de la presión inicial.	36
4.7. Selección de modelo y parámetros iniciales.	36
4.8. Ventana de ajuste.	37
4.9. Tabla de resultados.	38
5.1. Caso sintético 1: Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño.	40
5.2. Caso sintético 2: Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño.	40
5.3. Sensibilidad de variables de ajuste.	48
5.4. Sensibilidad de variables de ajuste.	48
5.5. Sensibilidad de parámetros del modelo - Rosa.	49
5.6. Sensibilidad de parámetros del modelo - Abbaszadeh.	50
5.7. Parámetros iniciales y rangos - Caso real 1.	51

5.8. Ajuste a caso real 1 - Rosa.	53
5.9. Ajuste a caso real 1 - Abbaszadeh.	53
5.10. Parámetros iniciales y rangos - Caso real 2.	54
5.11. Ajuste a caso real 2 - Rosa.	55
5.12. Ajuste a caso real 2 - Abbaszadeh.	56
A.1. Algoritmo de Bourdet. ²²	63
B.1. Algoritmo de Stehfest. ³⁵	65
B.2. Algoritmo de Schapery. ³⁵	66
C.1. Algoritmo de Gauss-Seidel.	68

Índice de tablas

1.1. Síntesis de la evolución del análisis de pruebas de presión (modificado) ¹ . . .	2
1.2. Principales autores de las metodologías usadas en el análisis computacional de pruebas de presión (modificado) ³	4
2.1. Objetivos de un estudio de flujo de fluidos en un yacimiento.	9
5.1. Ajuste de tres parámetros simultáneamente - Caso sintético 1.	41
5.2. Ajuste de diez parámetros simultáneamente - Caso sintético 1.	42
5.3. Ajuste de tres parámetros simultáneamente - Caso sintético 2.	43
5.4. Ajuste de once parámetros simultáneamente - Caso sintético 2.	43
5.5. Análisis con suposición alejada al valor real (1/1).	44
5.6. Análisis con suposición alejada al valor real (2/2).	44
5.7. Análisis con suposición cercana al valor real (1/1).	45
5.8. Análisis con suposición cercana al valor real (2/2).	45
5.9. Sensibilidad del parámetro ρ	46
5.10. Sensibilidad del parámetro λ	46
5.11. Ajuste óptimo variando ρ y λ - Rosa.	47
5.12. Ajuste óptimo variando ρ y λ - Abbaszadeh.	47
5.13. Resultados caso real 1 (1/2).	52
5.14. Resultados caso real 1 (2/2).	52
5.15. Resultados caso real 2 (1/2).	54
5.16. Resultados caso real 2 (2/2).	55
E.1. Parámetros iniciales propuestos - Caso real 1.	71

E.2. Caso real 1 - Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño (1/2).	72
E.3. Caso real 1 - Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño (2/2).	73
E.4. Parámetros iniciales propuestos - Caso real 2.	74
E.5. Caso real 2 - Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño (1/2).	75
E.6. Caso real 2 - Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño (2/2).	76

Capítulo 1

Revisión de la literatura

En este capítulo se hace una revisión de los avances en las metodologías de interpretación y análisis de pruebas de presión, que se encamina específicamente al uso de herramientas computacionales.

1.1. Evolución del análisis de pruebas de presión

Las pruebas de presión son estudios controlados mediante las cuales se crea un registro de datos de presión a lo largo de un determinado periodo de tiempo. Este tipo de registros cuantitativos tienen como principal utilidad el permitir generar un análisis de las características dinámicas del yacimiento, llegando así a interpretaciones que hacen posible optimizar la explotación de un yacimiento.

Los resultados obtenidos del proceso de interpretación de una prueba son una función de la calidad de los datos medidos y la eficiencia de las metodologías disponibles. Estas evolucionan en forma permanente de acuerdo a los recursos de hardware, software, herramientas matemáticas y modelos representativos disponibles. Existen diferentes autores que muestran el estado del arte de los diferentes aspectos que se involucran en el diseño, instrumentación e interpretación de una prueba de presión^{1,2}.

El desarrollo en la interpretación se ha dado de manera paulatina; por ejemplo, durante los años 1960 y principios de 1970; los temas de investigación se centraban en efectos en la vecindad del pozo, cuestiones que no cubrían los métodos de líneas rectas en ese momento. La **Tabla 1.1** muestra la evolución en la interpretación de pruebas de presión.

Tabla 1.1: Síntesis de la evolución del análisis de pruebas de presión (modificado)¹

Años	Método	Herramientas	Énfasis
1950	Líneas Rectas	Transformada de Laplace	Yacimiento homogéneo
Finales 1960 Principios 1970	Análisis de Curvas Tipo	Funciones de Green	Efectos en las vecindades del pozo
Finales 1970	Curvas Tipo con Variables	Metodología integrada Algoritmo de Stehfest	Doble porosidad
Principios 1980	Derivadas	Análisis computacional	Yacimiento heterogéneo y fronteras
1990		Análisis computacional Medidas de gasto en fondo de pozo Integración con modelos de interpretación de otros datos	Yacimientos multi-capa
Principios 2000		Deconvolución	Radio de investigación mejorado

Considerando lo anterior, puede concluirse que en la actualidad los avances se han centrado en los siguientes puntos:

- 1) La generación de nuevos modelos que cubran más tipos y condiciones de yacimientos (sistemas fracturados, flujo multifásico, yacimientos de gas, etc.).
- 2) La evaluación de distintos periodos de flujo que permitan un mejor ajuste a lo largo de todo el tiempo de la prueba.
- 3) El desarrollo de herramientas computacionales que faciliten los procesos y brinden resultados más confiables apoyados en algoritmos matemáticos de ajuste.

1.2. Evolución del uso de herramientas computacionales

Si bien la automatización computacional revolucionó el análisis y la interpretación de las pruebas de pozo debido a que ha permitido análisis más complejos con un mayor número de parámetros desconocidos y ha disminuido el margen de error humano presente en los procedimientos asociados, el desarrollo de metodologías gráfico-analíticas asistidas por computadora aún enfrentan los siguientes aspectos:

- 1) Manejo y preparación de datos.
- 2) Análisis de datos bajo diferentes metodologías (gráficos especializados, gráficos de diagnóstico, curvas tipo).
 - a) Visualización y vectorización de la información.
 - b) Automatización del ajuste de modelos de flujo.
 - c) Automatización del diagnóstico del modelo de flujo.
- 3) Ajuste mediante el uso de simulación (algoritmos matemáticos).

La **Tabla 1.2** muestra un compendio de las diferentes metodologías utilizadas para la construcción de análisis asistidos computacionalmente de pruebas de pozo^{3,4}.

Tabla 1.2: Principales autores de las metodologías usadas en el análisis computacional de pruebas de presión (modificado)³.

Metodología	Herramienta	Autores
Deconvolución	Transformada de Laplace	van Everdingen y Hurts (1949) ⁵
	Transformada inversa de Laplace	Stehfest (1970) ⁶
Derivada de presión	Algoritmos de la función derivada	Bourdet (1983) ⁷ Manrique (1991) ⁸
	Representación simbólica	Allain y Horne (1990) ⁹
Reconocimiento del modelo	Redes neuronales	Al-Kaabi y Lee (1993) ¹⁰
	Enfoque híbrido	Allain y Houze (1992) ¹¹
Regresión no lineal	Método de gradiente	Rosa y Horne (1983) ¹² Abbazadeh y Kamal (1988) ¹³
	Método de búsqueda directa	Chang y Ershaghi (1986) ¹⁴ Carroll y Horne (1990) ¹⁵
Intervalos de Confianza	Evaluación cuantitativa de datos	Rosa y Horne (1983) ¹²
	Examen de la matriz solución	Abbazadeh y Kamal (1988) ¹³

Como se observa, los avances a lo largo de la historia se han centrado en resolver los siguientes aspectos:

- 1) **El manejo y preparación de datos:** Mediante algoritmos para reducir ruido, como aquellos basados en transformadas tipo Wavelets¹⁶, la modificación de parámetros utilizando la transformación Cartesiana¹⁷ o la inclusión de metodologías basadas en la deconvolución de datos para incrementar los periodos de análisis.¹⁸.
- 2) **Interpretación del modelo de flujo:** A través del uso de gráficos de diagnóstico basados en la función derivada, la función derivada en el espacio de Laplace¹⁹ o el uso de

la segunda derivada²⁰. El desarrollo de métodos para calcular las derivadas de la presión a partir de datos medidos ha recibido especial atención²¹, siendo los algoritmos más utilizados aquellos basados en el método de Bourdet²².

- 3) **Identificación del modelo de flujo:** Al momento de definir el sistema se requieren bases teóricas y una cierta intuición o experiencia para identificar adecuadamente el modelo representado. Actualmente, los principales avances en este tema han sido realizados considerando al proceso como un problema de inteligencia artificial²³, principalmente utilizando metodologías basadas en el reconocimiento de patrones²⁴ o basadas en el uso de redes neuronales artificiales²⁵.
- 4) **Regresión no lineal:** Basada en métodos de gradiente y búsqueda directa²⁶. Cabe señalar que estos dependen fuertemente de los parámetros iniciales propuestos debido a que las regresiones realizadas presentan problemas de unicidad en la solución⁴.
- 5) **Definición de intervalos de confianza:** Existen diferentes autores que hablan acerca de los diferentes factores que pueden causar incertidumbre al momento de analizar una prueba de pozo^{27,28}. La presencia de incertidumbre en el análisis computacional es una constante, principalmente por la falta de unicidad en la solución obtenida en la regresión no lineal. Mediante la estimación de rangos en los que es probabilísticamente aceptable encontrar una solución real, se encuentran regiones en las cuales los parámetros analizados son cercanos a la solución esperada¹², este análisis puede realizarse utilizando datos de presión o incluso de la función derivada de presión²⁹.

En este trabajo los esfuerzos se orientan al estudio de los métodos de regresión no lineal y los intervalos de confianza utilizando datos de presión.

Capítulo 2

Problématica

El comportamiento de un yacimiento puede ser representado a través de diversos modelos, que a su vez dependen de parámetros característicos para su evaluación, y que pueden ser expresados a través de un vector β como:

$$\beta(k, \mu, \phi, C_t, S, \dots), \dots \dots \dots (2.1)$$

es importante señalar que este vector se define para cada problema en función de las particularidades geológicas, petrofísicas y de los fluidos del sistema estudiado. Además, los modelos también describen el comportamiento de las variables de producción involucradas en un vector α :

$$\alpha(p, q, N_p, G_p, \dots), \dots \dots \dots (2.2)$$

que son calculadas para un conjunto de variables independientes δ que se especifican en los puntos de interés

$$\delta(X, t), \dots \dots \dots (2.3)$$

donde X es el conjunto de coordenadas para el dominio espacial del problema para un tiempo t determinado. Las soluciones a α pueden ser obtenidas en forma analítica o numérica.³⁰

En este capítulo se plantean los diferentes tipos de problemas y modelos de flujo que pueden ser abordados por la ingeniería de yacimientos, haciendo especial hincapié en el uso de modelos de pruebas de presión para el ajuste automático de sus parámetros.

2.1. Modelos de flujo

El estudio del flujo macroscópico en un yacimiento parte de la integración de diferentes principios y expresiones que permiten plantear los problemas de interés. Para los estudios subsecuentes se parte de soluciones a la ecuación de difusividad sujeta a diferentes condiciones iniciales y de frontera.

$$\nabla^2 P = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial t}, \dots \dots \dots (2.4)$$

Los problemas clásicos de flujo pueden ser categorizados de acuerdo a los modelos obtenidos como³¹:

- 1) Pruebas de presión: cuando se definen condiciones controladas durante un período de flujo limitado, para el que es válido considerar que $\frac{\partial \beta}{\partial t}$ es cero.
- 2) Análisis de datos de presión-producción: cuando se definen condiciones de análisis para un período de flujo extendido, para el que se estudia el comportamiento promedio β a un momento dado.
- 3) Simulación: cuando las condiciones de análisis consideran el cambio continuo de las condiciones del sistema en forma discreta.

2.2. Objetivos de los problemas de flujo en los yacimientos

Independientemente del tipo de aproximación realizada para la solución a la ecuación de difusividad, el análisis de la información a través de los modelos obtenidos puede esquematizarse como³¹:

$$E \rightarrow S \rightarrow R, \dots \dots \dots (2.5)$$

donde E es un estímulo que se aplica sobre un sistema S , y R la respuesta que éste emite. La **Tabla 2.1** muestra los diferentes objetivos que pueden ser planteados con las soluciones a la **Ec. 2.5**, mismos que se explican a continuación.

Tabla 2.1: Objetivos de un estudio de flujo de fluidos en un yacimiento.

Estímulo (E)	Sistema (S)	Respuesta (R)	Problema	Tipo
Conocido	Conocido	Desconocido	Pronóstico	Directo
Conocido	Desconocido	Conocido	Caracterización	Inverso
Desconocido	Conocido	Conocido	Deconvolución	Inverso

2.2.1. Predicción del comportamiento de un yacimiento

Las predicciones o pronósticos son problemas de tipo directo, pues al tener modelos suficientes para poder estimar el comportamiento de un fenómeno en el futuro, basta con evaluarlos a las condiciones de interés, esto además facilita la obtención de solución única en todos los casos para el conjunto de expresiones seleccionadas.

Las relaciones que se utilizan para complementar los modelos de flujo y predecir el comportamiento de un sistema son³²:

- 1) Relaciones gas-aceite y gas-condensado instantáneas.
- 2) Relación de permeabilidades relativas al gas y aceite en función de la saturación, ya sea de líquido o aceite.
- 3) Relación general de saturación de hidrocarburos.

2.2.2. Caracterización de los parámetros de un yacimiento

Los problemas de caracterización son inversos, pues involucran la determinación y ajuste de un modelo a una serie de valores medidos para el sistema (α_m), de tal manera que se cumpla la siguiente condición³²:

$$g(\alpha) = \alpha - \alpha_m = 0, \dots \dots \dots (2.6)$$

Debido al conjunto de variables que pueden ser modificadas en un modelo para satisfacer la **Ec. 2.6**, los problemas de caracterización carecen de una solución única.

2.2.3. La Deconvolución como herramienta de filtrado de datos

La deconvolución refiere a un problema inverso en el que se requiere filtrar la respuesta del sistema para eliminar el ruido existente derivado de errores humanos en la medición o asociados a la herramienta. Busca obtener un estímulo equivalente que permita ampliar la ventana de estudio y refinar los valores de los parámetros del modelo estudiado^{8,33,34}. Al ser un problema inverso, la deconvolución carece también de soluciones únicas.

2.3. Modelos de pruebas de presión

La mayoría de los modelos de análisis de pruebas de presión son resueltos con ayuda de herramientas matemáticas como la transformada de Laplace, cuyo proceso de uso se describe en la **Figura 2.1**³⁵. Como se observa, su implementación no siempre deriva en soluciones analíticas, siendo necesario utilizar métodos de inversión numérica, como el de Stehfest⁶, para poder hacer uso del modelo en procesos de caracterización.

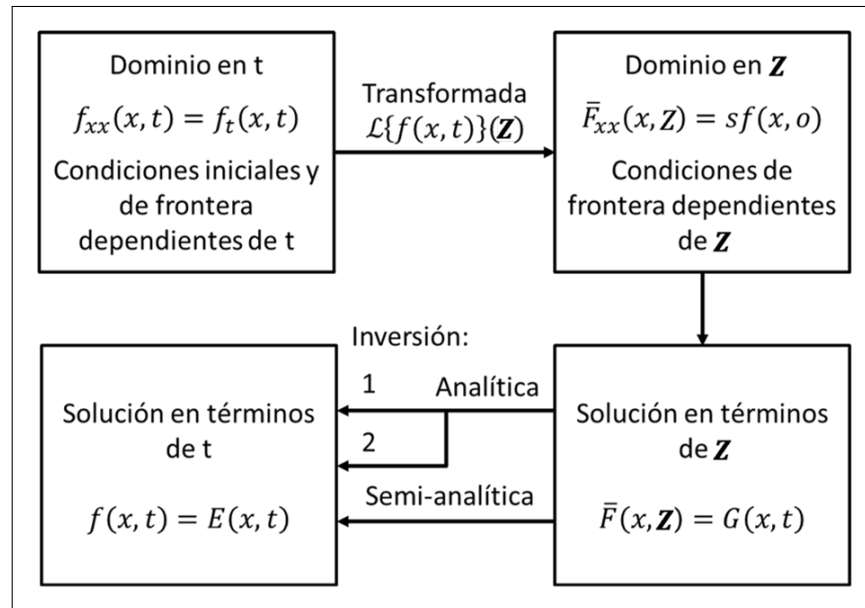


Figura 2.1: Solución a problemas de flujo por la Transformada de Laplace. En la trayectoria de la solución analítica: 1 indica la inversión completa de la ecuación obtenida en el espacio de Laplace, y 2 las aproximaciones asintóticas por tramos.³⁵

2.4. Uso de Curvas Tipo en la caracterización del yacimiento

Una curva tipo es una representación gráfica de la respuesta teórica del yacimiento durante una prueba de pozo. Las curvas tipo se derivan de las soluciones a las ecuaciones de flujo sobre condiciones iniciales y de frontera específicas. El análisis de curvas tipo es una práctica en la que se busca un comportamiento gráfico que ajuste con la respuesta del pozo y del yacimiento estudiado durante una prueba de pozo. Algunos parámetros como la permeabilidad, el factor de daño, entre otros, pueden ser calculados a partir de los parámetros adimensionales que definen a la curva tipo. La **Figura 2.2** muestra un ejemplo de interpretación a través de curvas tipo.

Una ventaja de las curvas tipo sobre el examen convencional es que permiten realizar un análisis que no se encuentre sujeto a un solo tipo de régimen de flujo. Las Curvas Tipo están sujetas a un modelo que describe el comportamiento teórico general del yacimiento; esto permite eliminar la ambigüedad que pueda generarse al examinar un determinado periodo de flujo durante un análisis convencional utilizando métodos de línea recta.

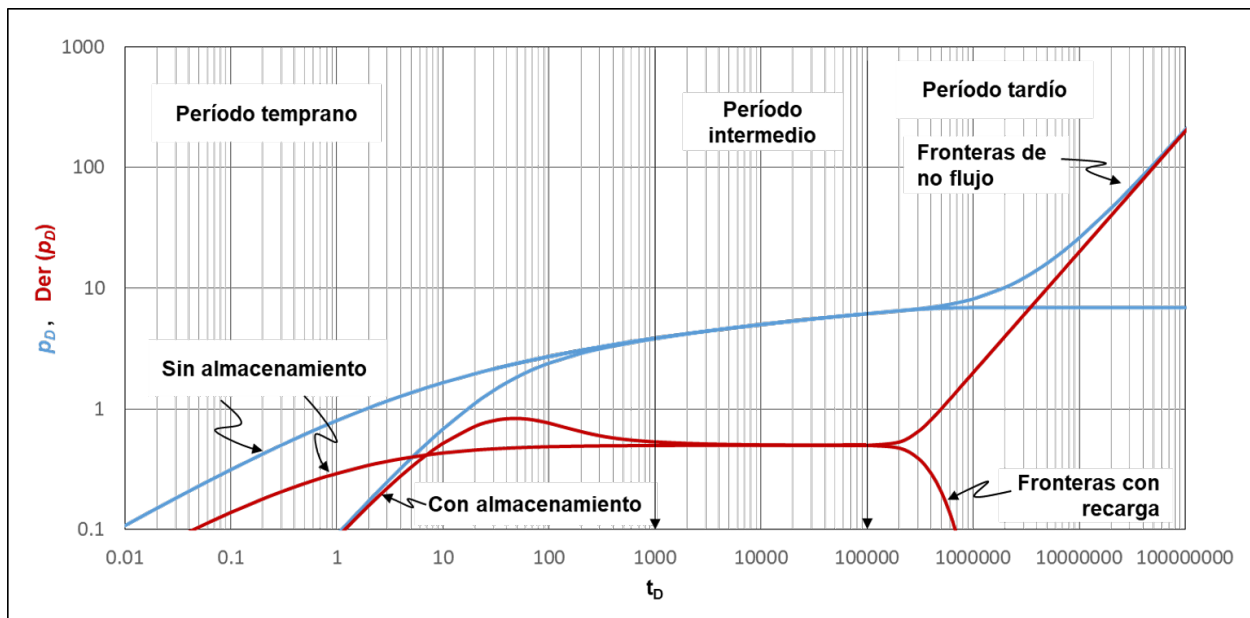


Figura 2.2: Ejemplo de regímenes de flujo representados en una curva tipo.⁶

El ajuste de las curvas tipo puede generarse a partir de métodos gráficos en los que se superpone los datos de la prueba de pozo con los modelos de interés, hasta encontrar el mejor ajuste³⁶. De manera alternativa, se recomienda utilizar una técnica de ajuste automático que involucre una regresión lineal o no lineal, con la finalidad de eliminar la ambigüedad humana y de agilizar el proceso.

2.5. Planteamiento de la problemática

El proceso del análisis automático de datos de presión se encuentra descrito en la **Figura 2.3**. De los procesos incluidos en la misma, este trabajo se centra en el ajuste automático de modelos no-lineales mediante algoritmos numéricos y en su correspondiente generación de intervalos de confianza. Para ello se requiere de procedimientos gráfico-analíticos asistidos por computadora que permitan el análisis de la presión y su función derivada, tanto con valores medidos, como con los que serán estimados por el modelo de interés.

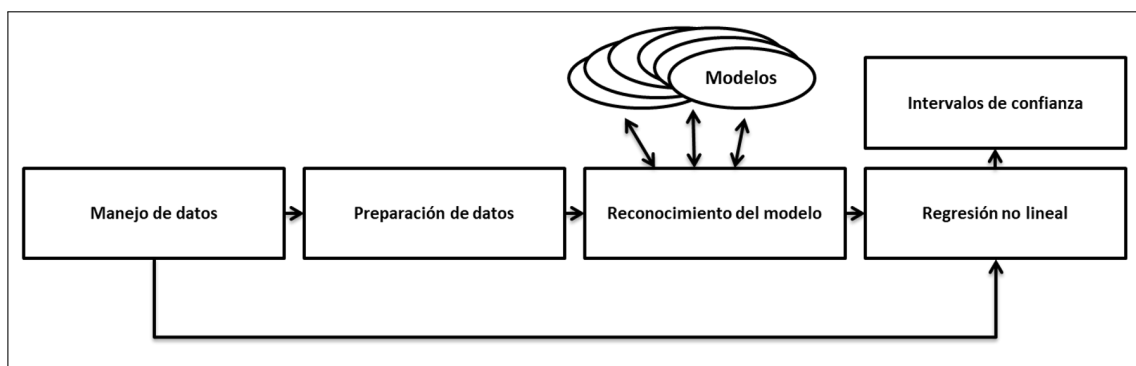


Figura 2.3: Proceso de análisis automático de datos de presión asistido por computadora.⁵

Este trabajo surgió a partir de la necesidad de explorar distintos procesos de automatización computacional en el área del análisis de pruebas de presión, siendo su objetivo general el desarrollar una herramienta computacional basada en los trabajos publicados por Rosa y Horne¹² y Abbaszadeh y Kamal¹³. Se busca que la herramienta sea capaz de realizar un análisis de prueba de presión asistido computacionalmente, haciendo énfasis en el ajuste automático de curvas tipo a través de métodos de regresión no lineal y en la asignación de intervalos de confianza a los resultados obtenidos.

Las metas específicas del trabajo se presentan a continuación:

- Diseñar, construir y probar una herramienta computacional capaz de realizar un análisis de una prueba de pozo, haciendo énfasis en los procesos de regresión no lineal e intervalos de confianza.
- Ajustar datos de pruebas de presión con distintos modelos de yacimiento.
- Estudiar los efectos de distintos métodos de solución a problemas de regresión no lineal en el área de ajuste automático de pruebas de presión.
- Resaltar las aportaciones de los algoritmos de ajuste automático de Rosa y Abbazadeh en el ajuste automático de pruebas de presión.
- Estudiar los efectos de la calidad y manejo de los datos utilizados al momento de realizar un ajuste automático.
- Determinar las variables sensibles de los modelos de yacimiento y las del ajuste automático para definir su impacto en el ajuste.
- Estudiar los efectos de los factores de interpolación ρ y relajación λ iniciales en el proceso de optimización y al determinar la certidumbre de los resultados obtenidos.

Capítulo 3

Marco Conceptual

En este capítulo se explican de manera detallada los procedimientos planteados en busca de cumplir los objetivos del presente trabajo. La metodología general del ajuste automático de pruebas de presión descrita, está basada en los trabajos desarrollados por Rosa y Horne en 1983¹² y Abbaszadeh y Kamal en 1988¹³. Los procedimientos abarcan el procesamiento de datos, el uso de modelos en el espacio de Laplace, una regresión no lineal para el ajuste automático y la determinación de intervalos de confianza. Nos centraremos principalmente en los métodos utilizados en la regresión no lineal y en la generación de intervalos de confianza.

3.1. Curvas Tipo

Los gráficos de diagnóstico son una parte fundamental dentro de la metodología general de análisis. Ofrecen una mayor claridad en la interpretación pues en ellos se pueden identificar distintos periodos de flujo presentes en las pruebas de presión. El uso de la función derivada como herramienta dentro de las curvas tipo permite un mayor detalle en la transición e identificación de los periodos de flujo.

En este trabajo se utiliza la derivada de la presión obtenida a partir del algoritmo de Bourdet²², la cual esencialmente es una representación gráfica de los datos. Actualmente el estándar se basa en el gráfico de diagnóstico, que combina los comportamientos de la caída presión y su respectiva función derivada. La **Figura 3.1** muestra un ejemplo de este gráfico

a través de la herramienta desarrollada en este trabajo.

Bourdet propone una aproximación diferencial central ponderada como:

$$\left(\frac{dP}{d \ln|t|} \right) = a\Delta P_{i-1} + b\Delta P_i + c\Delta P_{i+1}, \dots \dots \dots (3.1)$$

donde los pesos a , b y c están dados por:

$$a = \frac{\ln|\frac{t_{i+1}}{t_i}|}{\ln|\frac{t_i}{t_{i-1}}| \ln|\frac{t_{i+1}}{t_{i-1}}|}; \quad b = \frac{\ln|\frac{t_{i+1}t_{i-1}}{t_i^2}|}{\ln|\frac{t_{i+1}}{t_i}| \ln|\frac{t_i}{t_{i-1}}|}; \quad c = \frac{\ln|\frac{t_i}{t_{i-1}}|}{\ln|\frac{t_{i+1}}{t_i}| \ln|\frac{t_{i+1}}{t_{i-1}}|}, \dots \dots \dots (3.2)$$

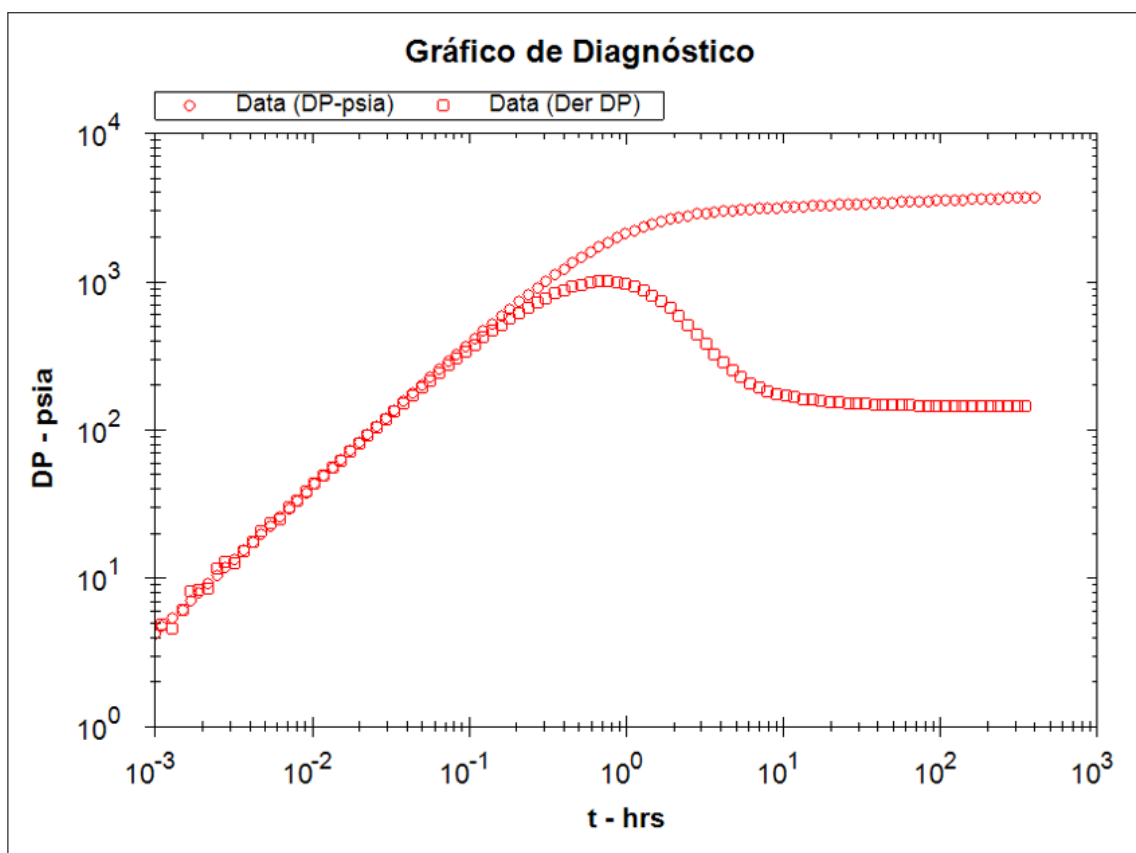


Figura 3.1: Modelo de yacimiento radial infinito elaborado con la herramienta desarrollada.

El Apéndice A muestra un algoritmo computacional basado en el método de Bourdet para obtener la función derivada de la presión cuando se tiene una serie de datos de presión y tiempo.

3.2. Identificación y selección del modelo de flujo

Una vez que los datos de presión se han procesado y se tiene el gráfico de diagnóstico como el mostrado en la **Figura 3.1**, se continúa con la identificación del modelo de flujo.

3.2.1. Interpretación de Pruebas de Presión

El modelo depende de los patrones y comportamientos que los datos muestren en el gráfico de diagnóstico. Economides³⁷ discute el comportamiento de la presión transitoria para distintos modelos de yacimiento utilizando la derivada de Bourdet. Para nuestro caso en particular, el usuario debe seleccionar el modelo a través de la interpretación del mismo.

3.2.2. Métodos de inversión numérica en el dominio de Laplace

Posterior a la interpretación de los datos, es necesario buscar el modelo de flujo que mejor los represente. En este trabajo se utilizarán soluciones a la ecuación de difusividad en el espacio de Laplace⁵. Gajdica³⁸ presenta un compendio de estos modelos, para flujo lineal, radial y esférico; considerando soluciones para producción a gasto constante y presión de fondo constante. De manera general, la función de presión transitoria se resuelve en el dominio de Laplace y se invierte al dominio del tiempo mediante un inversor numérico, de acuerdo al procedimiento indicado en la **Figura 2.1**. El **Apéndice B** muestra los algoritmos computacionales de los inversores de Stehfest y de Schapery para el cálculo de la presión y su función derivada utilizados en el desarrollo del programa.

3.3. Ajuste automático de pruebas de presión

En el planteamiento de la problemática se mencionó cómo las pruebas de presión pueden representarse como un problema de procesamiento de señal donde los datos de entrada son los gastos de producción y los de salida las respuestas de presión generadas por el sistema yacimiento.

Es por esto que utilizando leyes físicas³⁹, la respuesta de presión del yacimiento P puede ser representada como una función del gasto y los parámetros del mismo como:

$$P = P(\bar{x}, \bar{t}), \dots \dots \dots (3.3)$$

donde \bar{x} es el vector que representa los parámetros del sistema y \bar{t} es el vector que almacena los distintos tiempos de la prueba.

Es importante notar que la transmisión es un proceso difusivo relativamente insensible a las heterogeneidades locales, por lo que aun cuando algunos parámetros puedan ser heterogéneos por naturaleza (p.e., porosidad, permeabilidad), se elige utilizar valores significativos que representen el promedio de todo el yacimiento¹⁷.

El problema descrito puede representarse como un procedimiento inverso, en el cual se desea obtener el valor del vector de parámetros \bar{x} a través del análisis de un conjunto de datos de presión.

3.3.1. Función objetivo

El ajuste automático mencionado con anterioridad es un problema no lineal. Existen diferentes métodos para resolver problemas no lineales²⁶, sin embargo este trabajo se enfoca en los dos trabajos previamente mencionados, los cuales tienen como condición de convergencia la técnica de análisis de mínimos cuadrados. La **Ec. 3.4** muestra la función objetivo del problema.

$$E(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{i=1}^n [P^*(\bar{x}, t_i) - P(t_i)]^2, \dots \dots \dots (3.4)$$

donde n representa el número de datos de la prueba, P y t las presiones y tiempos de la prueba respectivamente y P^* el modelo de ajuste seleccionado.

La minimización de la función objetivo presentada puede encontrarse mediante un proceso iterativo. Es decir, partiendo de un vector inicial \bar{x}^0 , se hace una estimación \bar{x}^1 ; esta posiblemente reduce el valor de la función objetivo, convirtiéndose en el nuevo vector \bar{x}^0 . El procedimiento se repite hasta encontrar el mínimo de la función objetivo $E(\bar{x}, \bar{t})$, lo cual se logra cuando \bar{x}^m converge al valor óptimo \bar{x}^* tal que la suma de las diferencias de la presión del modelo menos la presión de la prueba elevadas al cuadrado sea mínima.

3.3.2. Funciones de penalidad

Todos los parámetros del yacimiento tienen límites físicos en los que sus valores se encuentran contenidos⁴. La mayoría de ellos por ejemplo, no pueden tener valores negativos o estar en órdenes de magnitud diferentes. El proceso iterativo y de convergencia puede ser optimizado mediante la contención de los valores del vector de incógnitas a través de estos límites físicos o bien mediante un intervalo de incertidumbre definido previamente por la información disponible. Esto se logra a través de la utilización de funciones de penalidad.

En este trabajo se exploran las funciones de penalidad propuestas inicialmente por Carroll⁴⁰ y retomadas por Rosa y Abbaszadeh.

La **Ec. 3.5** muestra la nueva función objetivo con la implementación de las funciones de penalidad, la cual involucra las fronteras o límites mencionados y las variables de ajuste:

$$E^t(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{i=1}^n [P^*(\bar{x}, t_i) - P(t_i)]^2 + R \sum_{j=1}^{N_{rp}} \left[\frac{r_{1j}}{x_j - u_j} + \frac{r_{2j}}{v_j - x_j} \right], \quad \dots \quad (3.5)$$

donde N_{rp} representa el número de incógnitas en el vector de parámetros; u_j y v_j son los límites anterior y posterior respectivamente de un determinado parámetro; y x_j^0 el valor inicial propuesto para un j parámetro desconocido. Los valores de r_1 y r_2 se definen de la siguiente manera:

$$r_{1j} = x_j^0 - u_j, \quad \dots \quad (3.6)$$

$$r_{2j} = v_j - x_j^0, \quad \dots \quad (3.7)$$

y para el caso de R , su valor será definido en cada iteración por la **Ec. 3.4** de la siguiente manera:

$$R = E^m(\bar{x}, \bar{t}) * 10^{-4}, \quad \dots \quad (3.8)$$

donde m representa el número de iteración.

3.3.3. Algoritmo Levenberg-Marquardt

El esquema de optimización o regresión usado en ambos algoritmos de ajuste es el propuesto en un principio por Levenberg en 1944⁴¹ y complementado por Marquardt en 1963⁴². La discusión del algoritmo general Levenberg-Marquardt y sus implicaciones se muestran a continuación.

Algoritmo de Levenberg

Debido a que las ecuaciones de la función objetivo presentan un problema no lineal, el método de Gauss, usado por Levenberg⁴¹, propone la resolución del problema mediante la linealización de la función objetivo utilizando una expansión con la serie de Taylor. De esta manera, expandiendo con Taylor para un punto \bar{x}^0 hasta la derivada de primer orden y descartando las de orden superior, se tiene que la **Ec. 3.5** puede expresarse como:

$$E^t(\bar{x}, \bar{t}) = E^t(\bar{x}^0, \bar{t}) + \frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j} (\bar{x} - \bar{x}^0), \dots \dots \dots (3.9)$$

donde el término con la derivada representa el vector de derivadas parciales de la función E^t respecto a los distintos parámetros del vector \bar{x} .

El problema de optimización consiste en la minimización de la función objetivo, es decir:

$$\frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j} = \bar{0}, \dots \dots \dots (3.10)$$

De tal manera que al realizar la derivada y reacomodando términos, la **Ec. 3.9** puede expresarse como:

$$\frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j \partial x_k} \Delta \bar{x}^0 = -2 \frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j}, \dots \dots \dots (3.11)$$

donde:

$$\Delta \bar{x}^0 = (\bar{x} - \bar{x}^0), \dots \dots \dots (3.12)$$

La **Ec. 3.11** representa un sistema lineal de ecuaciones del tipo $Ax = b$. En donde se puede definir la matriz del sistema de ecuaciones como:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_1 \partial x_{N_{rp}}} \\ \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_2 \partial x_{N_{rp}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_{N_{rp}} \partial x_1} & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_{N_{rp}} \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_{N_{rp}} \partial x_{N_{rp}}} \end{pmatrix}, \dots \dots \dots (3.13)$$

Y el vector del lado derecho de la igualdad como:

$$\bar{b} = \left[\frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_1}, \frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_{N_{rp}}} \right]^T \dots \dots \dots (3.14)$$

La resolución de este sistema implica que la estimación del siguiente vector de parámetros \bar{x}^1 se obtiene despejando \bar{x} de la **Ec. 3.12**.

$$\bar{x}^1 = (\Delta \bar{x}^0 - \bar{x}^0), \dots \dots \dots (3.15)$$

Los valores de las derivadas expresadas en la **Ec. 3.13** y **Ec. 3.14** son los siguientes:
Para la primera derivada:

$$\frac{\partial E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j} = -2 \sum_{i=1}^n \left[f_i \frac{\partial P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j} \right] + R \left(\frac{r_{1j}}{(x_j^0 - u_j)^2} - \frac{r_{2j}}{(v_j - x_j^0)^2} \right), \dots \dots (3.16)$$

Para la segunda derivada, cuando $j = k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j \partial x_k} &= -2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_k} \frac{\partial P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j} + f_i \frac{\partial^2 P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j \partial x_k} \right] \\ &+ R \left(\frac{r_{1j}}{(x_j^0 - u_j)^3} + \frac{r_{2j}}{(v_j - x_j^0)^3} \right), \dots \dots \dots (3.17) \end{aligned}$$

Y cuando $j \neq k$:

$$\frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j \partial x_k} = -2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_k} \frac{\partial P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j} + f_i \frac{\partial^2 P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j \partial x_k} \right], \dots \dots \dots (3.18)$$

donde $f_i = P^*(\bar{x}^0, t_i) - P(t_i)$

Bajo el principio de mínimos cuadrados, el valor del término f_i es muy pequeño; esto se debe a que los valores del modelo deben de estar muy próximos a los reales. Con base en esta premisa, los términos con derivadas de segundo orden pueden despreciarse y por lo tanto, la **Ec. 3.17** y **Ec. 3.18** quedarían de la siguiente manera:

Para $j = k$:

$$\frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j \partial x_k} = -2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_k} \frac{\partial P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j} \right] + R \left(\frac{r_{1j}}{(x_j^0 - u_j)^3} + \frac{r_{2j}}{(v_j - x_j^0)^3} \right), \quad \dots \quad (3.19)$$

Y para $j \neq k$:

$$\frac{\partial^2 E^t(\bar{x}^0, \bar{t})}{\partial x_j \partial x_k} = -2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_k} \frac{\partial P(\bar{x}^0, t_i)}{\partial x_j} \right], \dots \dots \dots (3.20)$$

La validez de esta consideración requiere que el primer estimado de parámetros propuesto sea muy cercano al real. Asumiendo esto, se asegura que la matriz Hessiana A sea definida positiva. A esta suposición se le conoce como el método de Gauss-Newton.

Algoritmo de Marquardt

El algoritmo propuesto por Marquardt⁴² es una ampliación del algoritmo de Levenberg; parte del sistema de ecuaciones lineales generado a partir de la serie de Taylor y de la minimización de la función objetivo. Busca asegurar la convergencia de la regresión, así como su aceleración mediante esquemas de escalamiento, relajación e interpolación.

Los coeficientes de la matriz presentada en la **Ec. 3.13** y el vector de la **Ec. 3.14** tienen variaciones de escala debido a que sus valores son términos derivados de gradientes respecto a distintas variables. Por tal motivo, Marquardt propone un escalamiento en donde define la matriz A y el vector \bar{b} , de la siguiente manera:

$$A_s = \frac{A_{jk}}{\sqrt{A_{jj}} \sqrt{A_{kk}}}, \quad \dots \dots \dots (3.21)$$

$$\bar{b}_s = \frac{b_j}{\sqrt{A_{jj}}}, \quad \dots \dots \dots (3.22)$$

Al tener los términos escalados, el sistema de ecuaciones generado sería el siguiente:

$$A_s \Delta \bar{x}_s = \bar{b}_s, \quad \dots \dots \dots (3.23)$$

donde $\Delta\bar{x}_s$ es equivalente al vector de la **Ec. 3.12**, pero escalado. Al quitar el escalamiento se tendría que el vector solución de la **Ec. 3.23** sería el siguiente:

$$\Delta\bar{x}_j = \frac{\Delta\bar{x}_{sj}}{\sqrt{A_{jj}}}, \dots \dots \dots (3.24)$$

El escalamiento del sistema mejora aspectos numéricos de los procedimientos, el bajar con valores de magnitudes equivalentes reduce la demanda computacional. En cuanto la aceleración de convergencia, se plantea un procedimiento de relajación combinado con un método de interpolación. Inicia definiendo una constante de relajación λ que usualmente tiene un valor inicial de 0.01. Con esta constante, se modifican los elementos de la diagonal principal de la matriz A_s de la siguiente manera:

$$A_s^* = (A_s + \lambda I), \dots \dots \dots (3.25)$$

donde I es la matriz identidad.

Después se replantea el sistema de ecuaciones y se sustituye la matriz de la **Ec. 3.23** por la de la **Ec. 3.25**. De esta manera, el sistema a resolver sería el siguiente:

$$A_s^* \Delta\bar{x}_s = \bar{b}_s, \dots \dots \dots (3.26)$$

Al determinar el vector $\Delta\bar{x}_s$, se calcula el nuevo vector de parámetros \bar{x}^1 con la **Ec. 3.15** y si al sustituir \bar{x}^1 en la **Ec. 3.4** resulta que $E(\bar{x}^1)$ es menor a $E(\bar{x}^0)$, se reduce el factor de relajación λ y se sustituye en la **Ec. 3.25**. Se asigna el vector \bar{x}^1 al vector \bar{x}^0 y se repite el procedimiento hasta que se cumpla el criterio de convergencia planteado. En caso contrario, cuando $E(\bar{x}^1)$ es mayor que $E(\bar{x}^0)$, se realiza el método de interpolación. Para dicho método se define un factor ρ tal que:

$$\bar{x}^1 = \bar{x}^0 + \rho \Delta\bar{x}^1, \dots \dots \dots (3.27)$$

resulte en que $E(\bar{x}^1)$ sea menor que $E(\bar{x}^0)$. Cuando esto ocurra, el factor de relajación se incrementará y se sustituirá en la **Ec. 3.25**, iniciando nuevamente el procedimiento de relajación e interpolación.

Los procedimientos de relajación-interpolación se verán con más detalle en el **Capítulo 4**.

3.3.4. Derivada de la función del modelo

En los análisis de pozo, la solución a la ecuación de difusividad que describe el comportamiento de la caída de presión en el pozo, usualmente está dada en el espacio de Laplace. Para el caso de este trabajo solo se utilizan modelos en términos de este dominio, es por esto que los gradientes de los parámetros se determinan primero en el espacio de Laplace utilizando uno de los teoremas de la Transformada de Laplace:

$$\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}} = L^{-1} \left\{ \frac{\partial F(\bar{x}, Z)}{\partial \bar{x}} \right\}, \dots \dots \dots (3.28)$$

donde F es la transformada de Laplace de la función f y L^{-1} es la operación de inversión de Laplace¹². Como ya ha sido mencionado, estos gradientes junto con los datos de presión, son invertidos utilizando el algoritmo de Stehfest.

De acuerdo con Abbaszadeh¹³, para modelos complejos, las derivadas de la presión respecto a los parámetros desconocidos son calculadas utilizando un esquema de diferencias finitas progresivas:

$$\frac{\partial P^*(x_j, \bar{t})}{\partial x_j} = \frac{P^*(x_j + \Delta x_j, \bar{t}) - P^*(x_j, \bar{t})}{\Delta x_j}, \dots \dots \dots (3.29)$$

donde el valor recomendado para $\Delta \bar{x}$ es $0.001\bar{x}$.

Es importante notar que los errores introducidos por el método de diferencias finitas pueden incrementar el número de iteraciones requeridas en el programa; sin embargo, se recomienda su utilización debido a su simplicidad y generalidad.

3.3.5. Resolución del sistema de ecuaciones

Una vez que el problema no lineal presentado anteriormente se convierte en uno lineal, es necesario resolver el sistema de ecuaciones lineal del tipo $Ax = b$. En este trabajo se utiliza el método de Gauss-Seidel con el objetivo de encontrar un nuevo valor del vector de parámetros desconocidos \bar{x}^1 tal que la función objetivo presente un resultado menor al de una iteración anterior.

Es importante notar que este método puede ser utilizado para cualquier matriz con elementos diferentes a 0 en su diagonal principal; sin embargo, la convergencia del algoritmo solo puede garantizarse si la matriz es diagonalmente dominante o si esta es simétrica

y definida-positiva. Muchos de los pasos descritos anteriormente, tienen como objetivo garantizar que se cumplan los criterios necesarios para asegurar la convergencia del algoritmo. Un diagrama del algoritmo que describe al método de Gauss-Seidel puede encontrarse en el **Apéndice C**. La solución del algoritmo obtiene el desplazamiento del argumento, representado por $\Delta\bar{x}$ por lo que el nuevo vector solución es encontrado a través de la **Ec. 3.15**.

3.4. Intervalos de Confianza

La falta de unicidad en el vector solución de parámetros genera incertidumbre en cuanto a si el estimado final es el real o no. Aun cuando el ajuste es correcto, existe una cantidad infinita de posibles combinaciones de los parámetros del vector que pueden generar el mismo ajuste o incluso uno mejor. Por tal motivo, el tener plena certeza de algunos parámetros puede asegurar un ajuste más cercano a la realidad. Una herramienta que nos permite determinar el rango de variación probable de nuestras propiedades son los intervalos de confianza; en ellos se puede ver el intervalo de cada parámetro desconocido para el cual se tiene una cierta probabilidad de contener el valor real. Para determinar estos intervalos, se define inicialmente el Error Cuadrático Medio (ECM) como:

$$ECM = \frac{E(\bar{x}^*, \bar{t})}{n - N_{rp}}, \quad \dots \dots \dots (3.30)$$

donde $E(\bar{x}^*, \bar{t})$ es la función objetivo presentada en la **Ec. 3.4** valuada en el vector de parámetros final \bar{x}^* y $n - N_{rp}$ son los grados de libertad del problema.

Como se mencionó previamente, los intervalos de confianza tienen asociada una distribución de probabilidad. En este caso se utiliza la distribución de tipo t Student propuesta por Rosa¹² representada en la **Figura 3.2**.

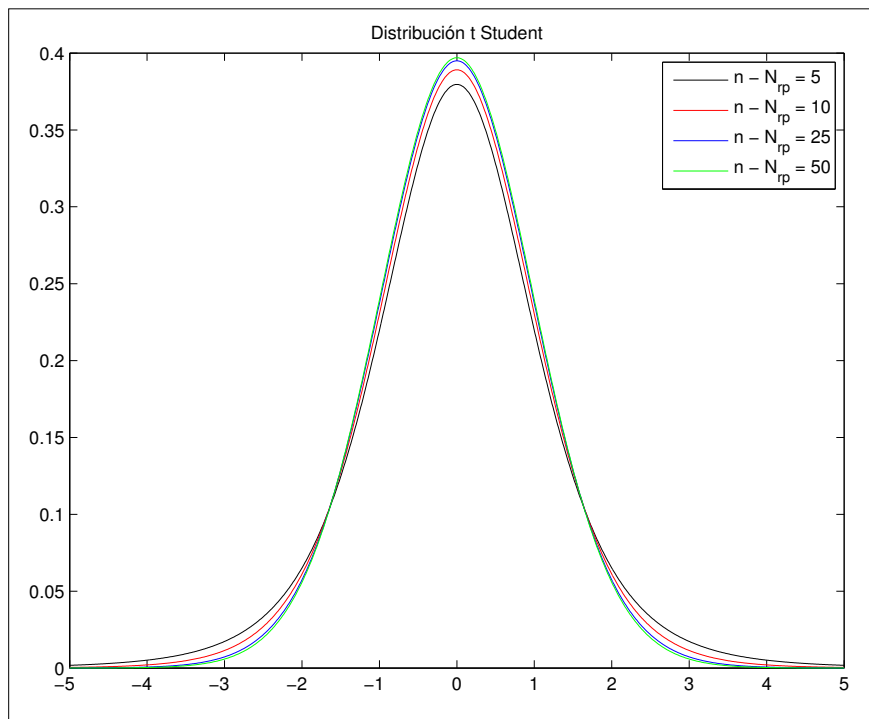


Figura 3.2: Distribución t Student.

Considerando esto para un nivel de confianza del 95 %, se tiene que el nivel de significancia entre dos es:

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\left(1 - \frac{95}{100}\right)}{2}, \dots \dots \dots (3.31)$$

De tal manera que el intervalo de confianza $[L, U]$ resulta en:

$$L = \bar{x}^* - t_{\frac{\alpha}{2}; n - N_{rp}} EE, \dots \dots \dots (3.32)$$

$$U = \bar{x}^* + t_{\frac{\alpha}{2}; n - N_{rp}} EE, \dots \dots \dots (3.33)$$

donde $t_{\frac{\alpha}{2}; n - N_{rp}}$ es el valor de probabilidad obtenido de la distribución *t - Student* para los grados de libertad $n - N_{rp}$ y el nivel de significancia entre dos $\frac{\alpha}{2}$ previamente señalado; \bar{x}^* el vector final obtenido de la optimización; y EE es el error estándar definido a continuación:

$$EE = ECM(A_{jj}^{-1} + \lambda^*), \dots \dots \dots (3.34)$$

donde A_{jj}^{-1} representa el elemento jj de la matriz inversa de A , definida en la **Ec. 3.17**; y λ^* es el último valor de la constante de relajación usado en el ajuste.

Capítulo 4

Desarrollo de la herramienta

El objetivo general de este trabajo es crear una herramienta computacional capaz de realizar un análisis de pruebas de presión asistido por computadora. El propósito de este capítulo es explicar la metodología utilizada en el desarrollo del software, así como aclarar su estructura e interfaz.

4.1. Lenguaje computacional

El software fue desarrollado utilizando el ambiente de *Visual Studio* y se eligió el lenguaje de programación C#, por su facilidad para integrar interfaces gráficas, versatilidad, simplicidad, modernidad y su optimización en el uso de recursos computacionales. En el desarrollo de este programa se definieron las siguientes clases, las cuales agrupan los métodos necesarios para el funcionamiento del mismo:

- ***Datos globales***: Clase que abarca un compendio de variables de tipo estático que son utilizados en distintas clases del programa.
- ***Variables adimensionales***: Clase que incluye funciones de transformación de variables reales a variables adimensionales y viceversa.
- ***Funciones auxiliares***: Clase que contiene los algoritmos auxiliares para la solución a sistemas de ecuaciones lineales, inversión de matrices, la distribución de probabilidad t y el cálculo del factorial de un número.

- **Derivada:** Clase que alberga distintos algoritmos computacionales para el cálculo de la función derivada de presión, en el caso de este programa se utiliza el algoritmo de Bourdet.
- **Stehfest:** En esta clase se tiene el algoritmo de inversión numérica para los modelos obtenidos en el espacio de Laplace propuesto por Stehfest, y que es utilizado para obtener en forma semi-analítica tanto a la presión adimensional como su función derivada.
- **Modelos:** Clase que incluye los modelos de flujo en el dominio de Laplace utilizados para el proceso de inversión numérica.
- **Funciones de Bessel:** Contiene los polinomios utilizados para determinar las funciones modificadas de Bessel de primer y segundo tipo, usadas en los modelos de flujo obtenidos en el espacio de Laplace.
- **Función de mínimos cuadrados:** En esta clase se tienen los algoritmos para la generación del sistema de ecuaciones presentado en la **Sección 3.3.3**. Incluye los algoritmos propuestos por Rosa y Abbazadeh para la optimización de la función objetivo. Dichos algoritmos se explican con más detalle en la **Sección 4.2**.

4.2. Estructura del programa

La estructura general del programa está representada en el diagrama de la **Figura 4.1**. Este comienza con la intervención del usuario aportando un conjunto de datos de presión y tiempo, después el programa se encarga de calcular la derivada de presión utilizando la clase *Derivada*, para posteriormente representar los datos en un gráfico de diagnóstico. A través de la interpretación de la gráfica de diagnóstico, el usuario debe identificar el modelo de flujo del problema e ingresar los datos iniciales propuestos de los parámetros del yacimiento. Utilizando los datos aportados anteriormente, se calcula A y \bar{b} empleando la clase *Función de mínimos cuadrados*. La creación de la matriz se explica de manera detallada en la **Sección 4.2.1** de este capítulo. Una vez que se obtienen las matrices, éstas son escaladas siguiendo el procedimiento descrito en la **Sección 3.3.3**.

El siguiente paso consiste en tomar los parámetros ingresados por el usuario y el sistema de ecuaciones generado para calcular un vector x^* que mejor ajuste al comportamiento de los datos de la prueba. Para lograr esto, se utiliza el algoritmo de Rosa o de Abbazadeh contenidos en la clase *Función de mínimos cuadrados*, explicados de manera más detallada en la **Sección 4.2.2** y **Sección 4.2.3** respectivamente.

Para finalizar el programa, se evalúan los resultados obtenidos mediante el método de intervalos de confianza discutido en la **Sección 3.4**.

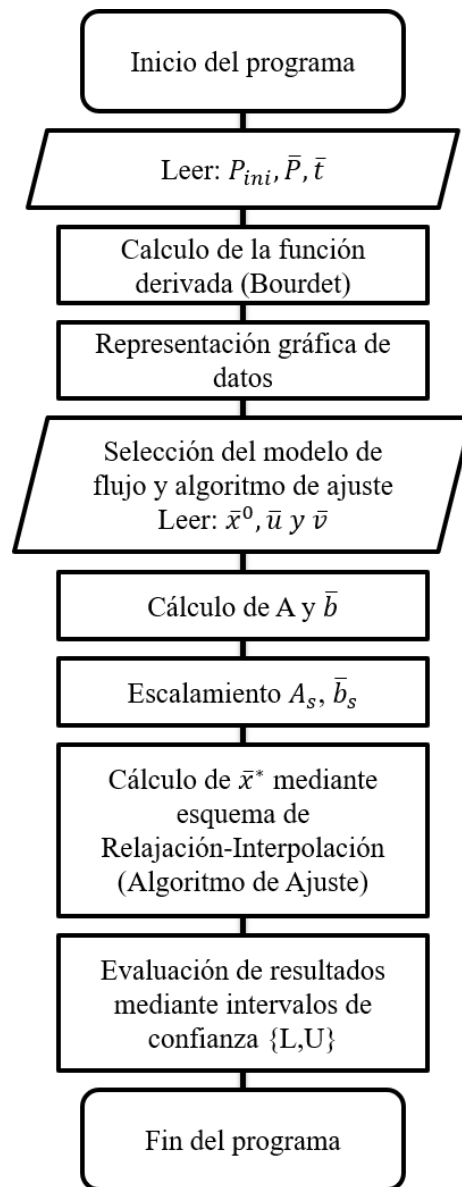


Figura 4.1: Algoritmo general del programa.

4.2.1. Generación del sistema de ecuaciones

El cálculo de matrices sigue el procedimiento descrito la **Figura 4.2**, el cual se basa en la metodología presentada en la **Sección 3.3.3**. De manera general, se toman los valores de la prueba y el vector inicial propuesto junto con sus límites. Se genera la función $E^t(\bar{x}^0, \bar{t})$ y se realiza su primera y segunda derivada para los N_{rp} valores del vector de parámetros. Con los valores de la primera derivada se genera el vector b_j y con estos junto con los de la segunda derivada se arma la matriz A_{jk} .

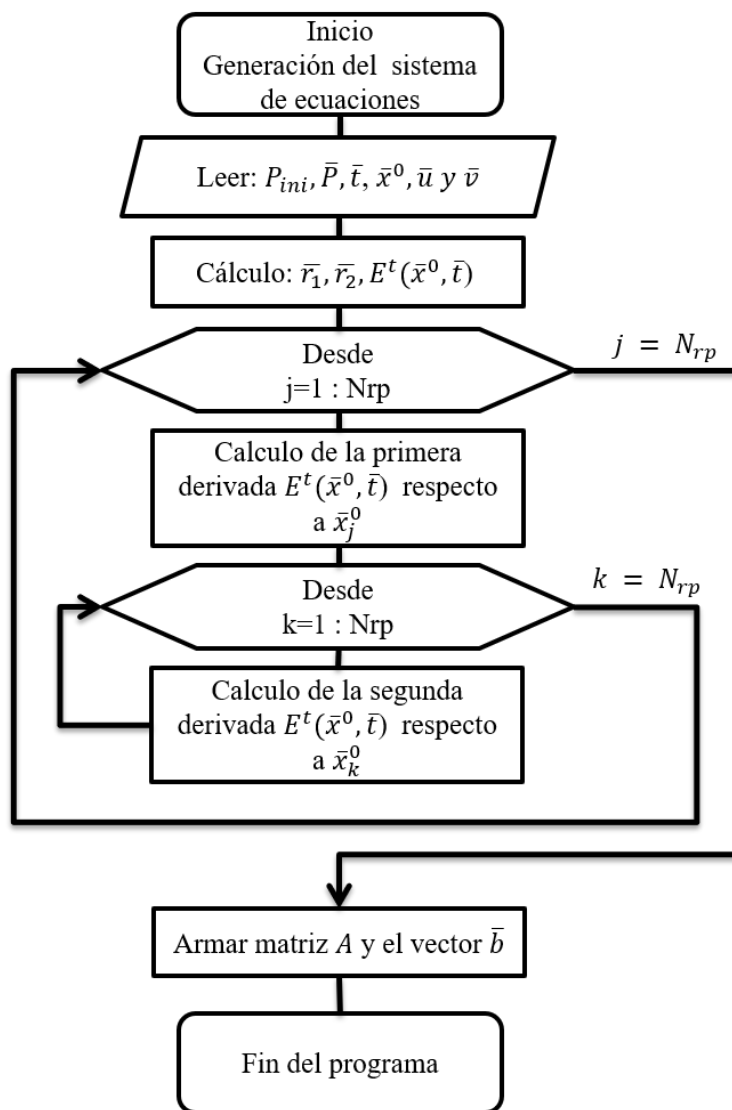


Figura 4.2: Algoritmo para generar el sistema de ecuaciones.

4.2.2. Algoritmo de Rosa y Horne

El método de Rosa y Horne se describe en el diagrama de la **Figura 4.3**. El primer paso consiste en leer el sistema de ecuaciones, el primer vector propuesto y los términos de relajación e interpolación iniciales. Después se realiza el escalamiento de la matriz y el vector del sistema. Con el sistema escalado, se resuelve éste y se obtiene el valor de \bar{x}^1 como se observa en la **Sección 3.3.3**. Se prueba el criterio de convergencia en donde si $|E^t(\bar{x}^0) - E^t(\bar{x}^1)|$ es menor a una tolerancia de 1×10^{-6} , se encuentra el vector solución \bar{x}^* ; en caso contrario, se asigna el vector \bar{x}^1 al vector \bar{x}^0 y se arma la nueva matriz afectando la diagonal principal con el término de relajación obteniendo así un nuevo valor de \bar{x}^1 . Si la función objetivo E^t valuada en el nuevo vector \bar{x}^1 es mayor a la función valuada en \bar{x}^0 , se procede al método de interpolación; si no, cambia el valor del término de relajación $\lambda = 0.1\lambda$ y se determina el criterio de convergencia para iniciar de nuevo. En cuanto al método de interpolación, se reduce el valor de ρ en la **Ec. 3.27** hasta que se tenga que $E^t(\bar{x}^0) < E^t(\bar{x}^1)$, una vez que esto se consigue, se redefine λ y ρ como $\lambda = 10\lambda$ y $\rho = 0.1$ para que finalmente se determine el criterio de convergencia y comience de nuevo el ciclo.

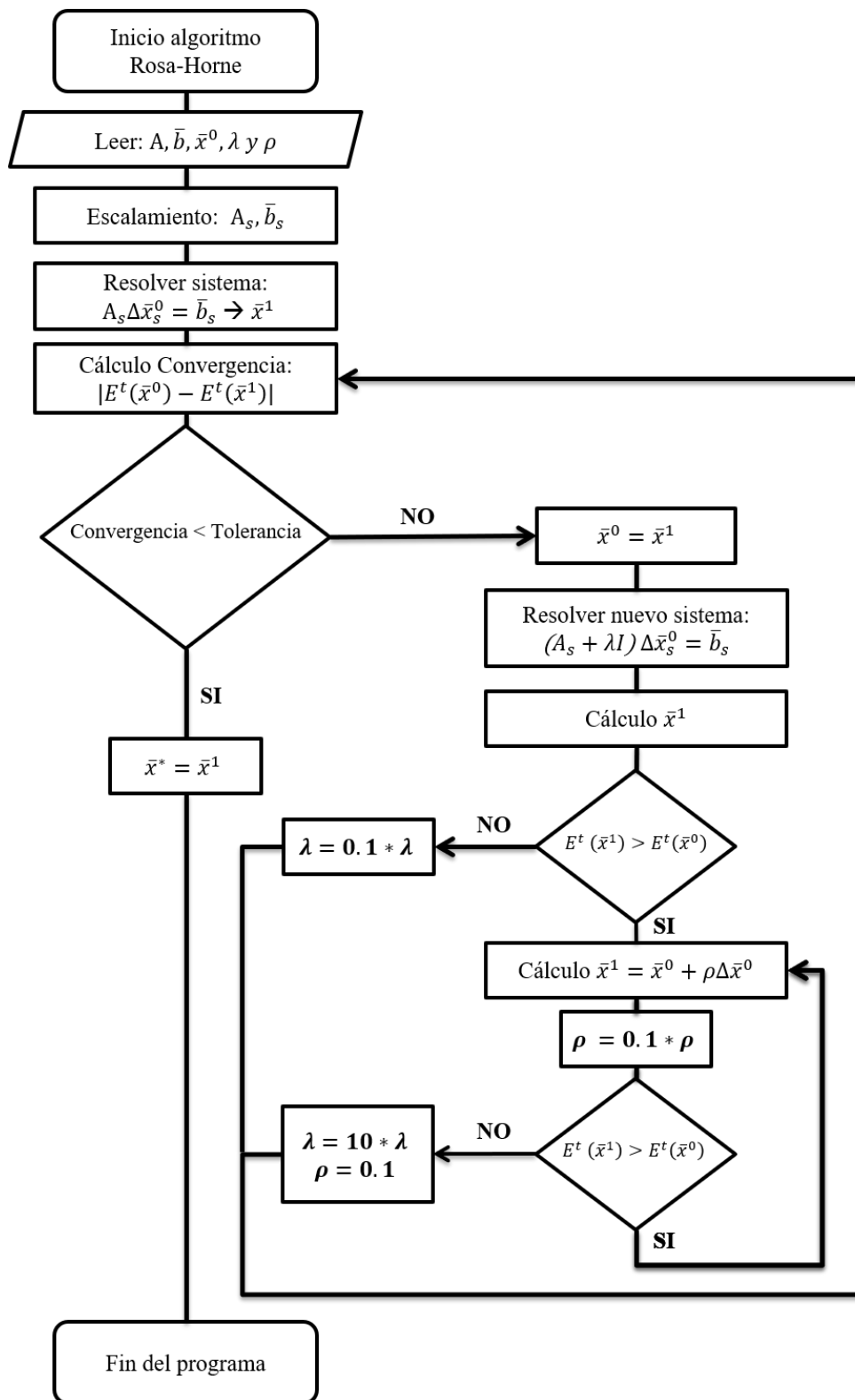


Figura 4.3: Algoritmo de Rosa y Horne

4.2.3. Algoritmo de Abbaszadeh y Kamal

El método presentado por Abbaszadeh, es muy similar al de Rosa; la diferencia está en el criterio de convergencia y la condición para entrar al método de interpolación. Se inicia recibiendo el sistema de ecuaciones, el primer vector propuesto \bar{x}^0 , los términos de relajación e interpolación iniciales, un término constante φ que afectará en cada iteración al término de relajación y cuyo valor es de 10, la constante $\xi = 1 \times 10^{-3}$ y el vector $\bar{\tau}$ de magnitud N_{rp} cuyos términos varían entre 1×10^{-4} y 1×10^{-2} dependiendo de la tolerancia que se le quiera dar a cada parámetro de ajuste. Se escala el sistema y se obtiene un valor de \bar{x}^1 ; con este vector junto con el vector $\bar{\tau}$ y la constante ξ , se determina el criterio de convergencia $|E^t(\bar{x}^0) - E^t(\bar{x}^1)| - |\bar{\tau} \cdot \bar{x}^0 + \xi|$, si la convergencia es menor a una tolerancia, se encontró el vector solución \bar{x}^* ; en caso de que no se cumpla, se sigue el procedimiento de relajación de tal manera que se obtenga un nuevo valor de \bar{x}^1 ; si con este valor, la función objetivo es mayor a la función objetivo valuada en el vector \bar{x}^0 , se estima nuevamente el criterio de convergencia y el ciclo inicia de nuevo; de lo contrario, se estima el ángulo entre los vectores $\Delta \bar{x}_s^0$ y \bar{b}_s . Cuando el ángulo entre vectores es mayor a 0.79 rad , se inicia el ciclo de nuevo con el nuevo vector \bar{x}_0 . Si no se cumple esta condición, se pasa al procedimiento de interpolación, el cual al igual que en el algoritmo de Rosa, se busca el valor de ρ tal que $E^t(\bar{x}^0) < E^t(\bar{x}^1)$. Una vez finalizado el procedimiento de interpolación, se calcula el criterio de convergencia y se inicia nuevamente el ciclo.

La discusión de los resultados obtenidos en cada algoritmo, así como sus ventajas y desventajas se muestran en el **Capítulo 5**.

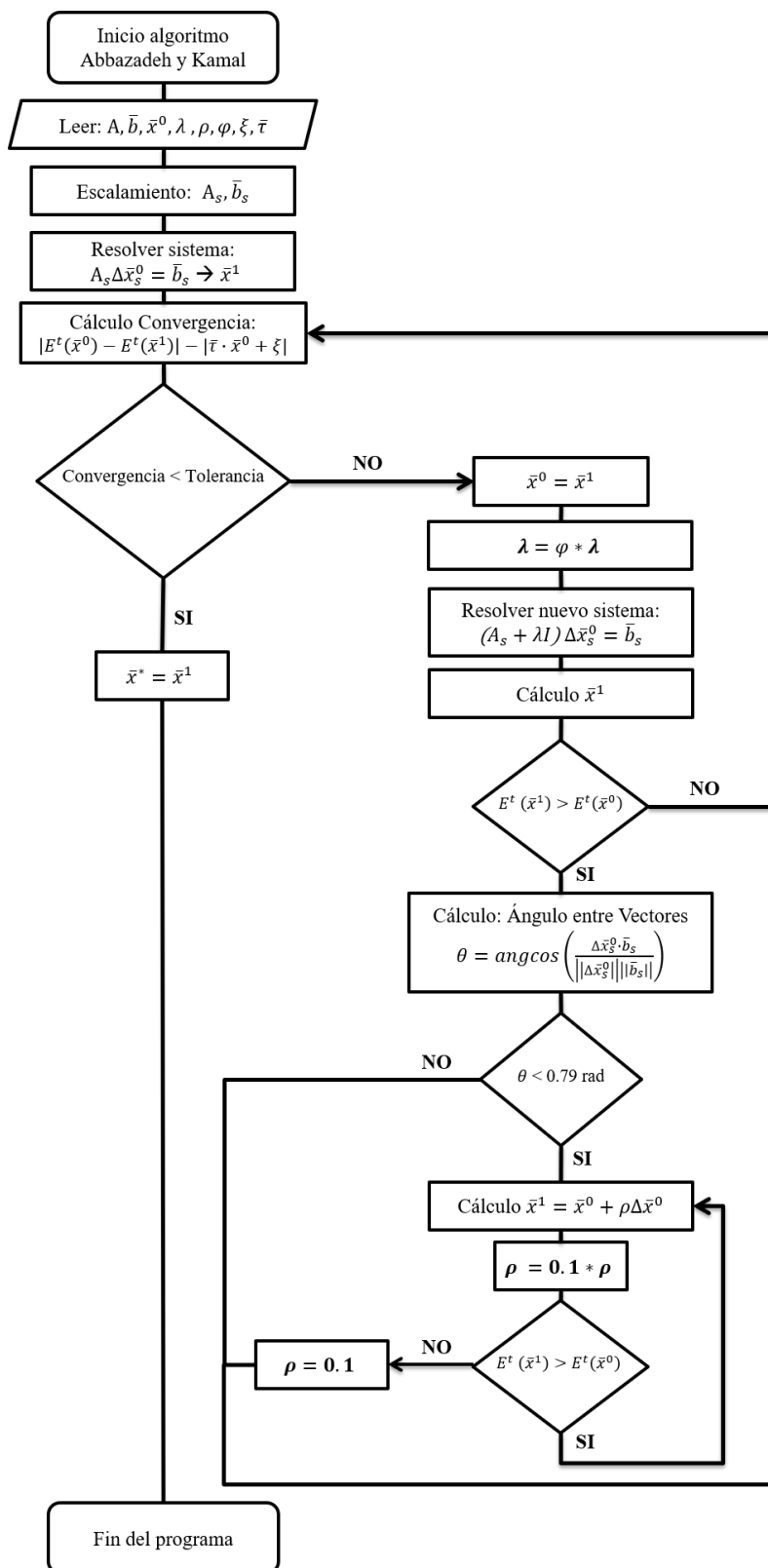


Figura 4.4: Algoritmo de Abbazadeh y Kamal

4.3. Interfaz del programa

Como se mencionó en la sección anterior, la interfaz gráfica del programa fue desarrollada en "Visual Studio". La primera ventana es la representada en la **Figura 4.5**; en ella se puede observar un botón para importar datos de una prueba de presión (en formato .txt); se tiene otro botón para limpiar los datos en caso de necesitar cargar un nuevo conjunto de datos y un tercer botón para graficar los datos en el espacio del lado derecho.

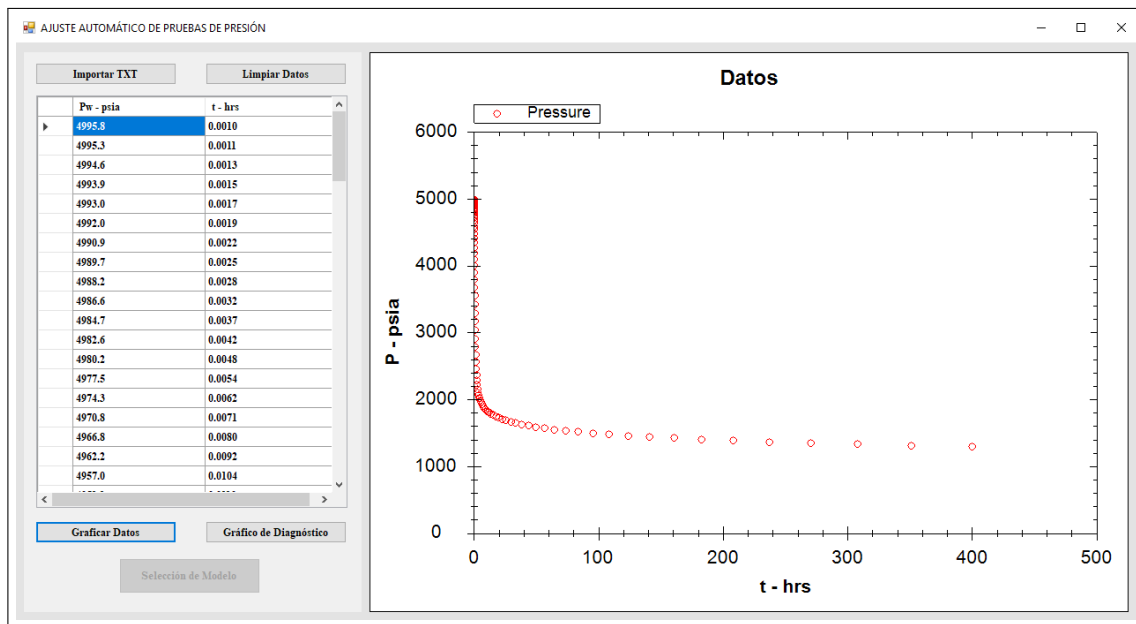


Figura 4.5: Interfaz inicial del programa.

Una vez que los datos se visualizan gráficamente, se tiene un botón que muestra el gráfico de diagnóstico de los datos. Para poder generar dicho gráfico es necesario ingresar la presión inicial como se muestra en la **Figura 4.6**.

Al tener el gráfico, se habilita la opción de *Selección de modelo* con la cual se le permite avanzar al usuario a la próxima pantalla de la herramienta, representada en la **Figura 4.7**. En la nueva ventana se elige el modelo de flujo, se proporcionan los parámetros iniciales y se grafica el modelo seleccionado con base a las propiedades ingresadas. Después se habilita la opción *Guardar valores* con la cual se avanza a la pestaña de ajuste automático.

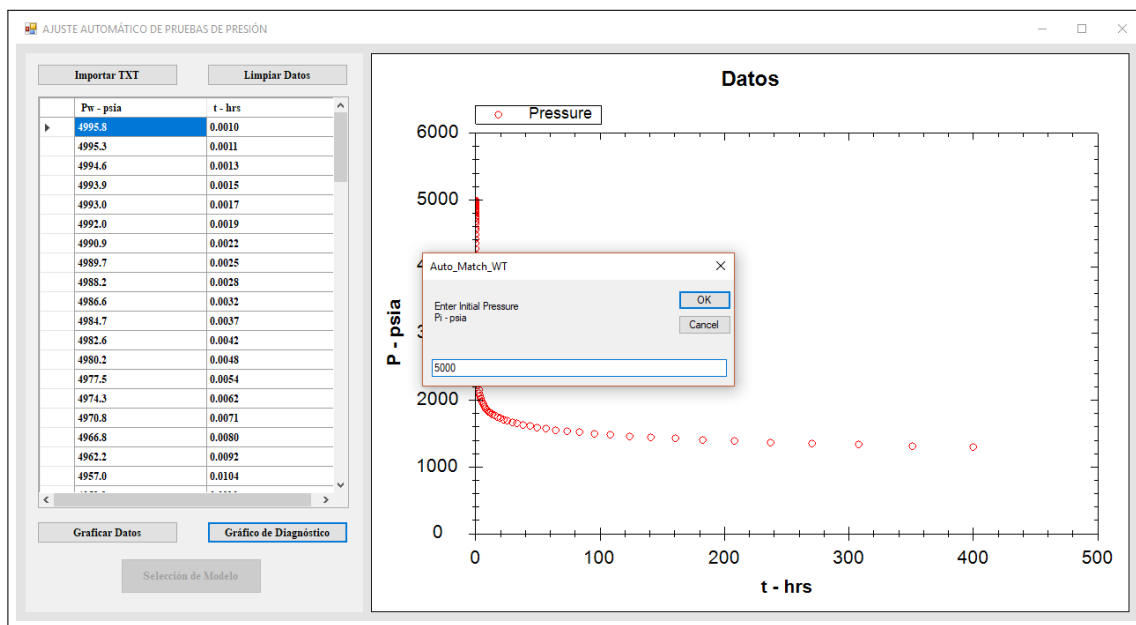


Figura 4.6: Ingreso de la presión inicial.

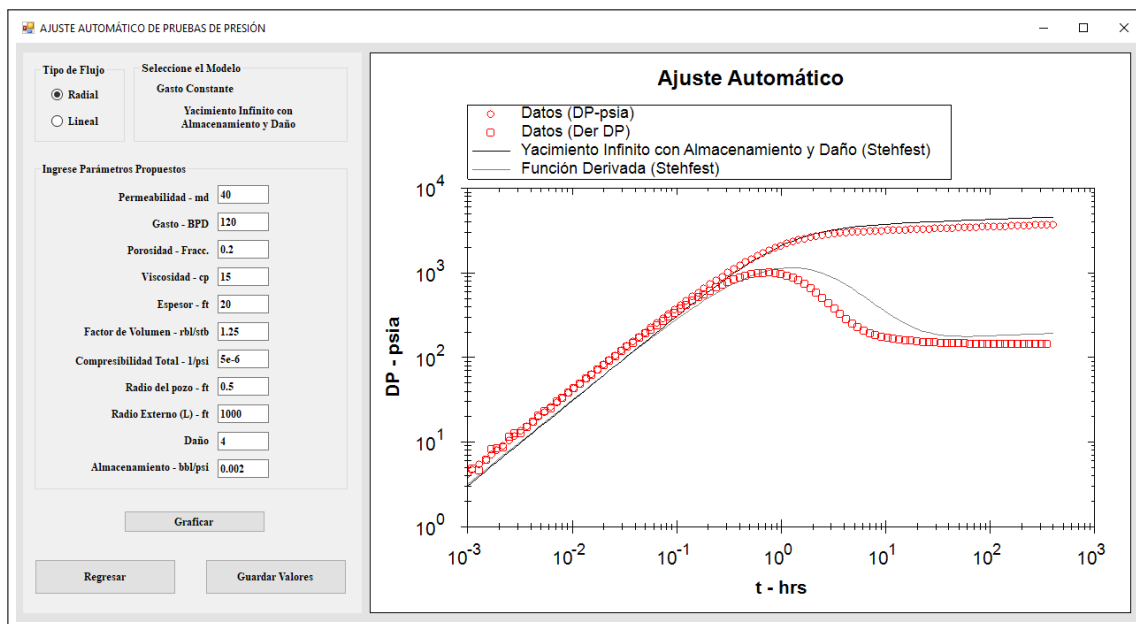


Figura 4.7: Selección de modelo y parámetros iniciales.

En la ventana de ajuste automático presentada en la **Figura 4.8**, se eligen los parámetros con mayor incertidumbre del modelo y el algoritmo que se utilizará para la regresión no lineal. Realizado el ajuste, dentro de la misma ventana se muestra la representación gráfica del ajuste y su porcentaje de error relativo con respecto a los datos de presión y de su derivada.

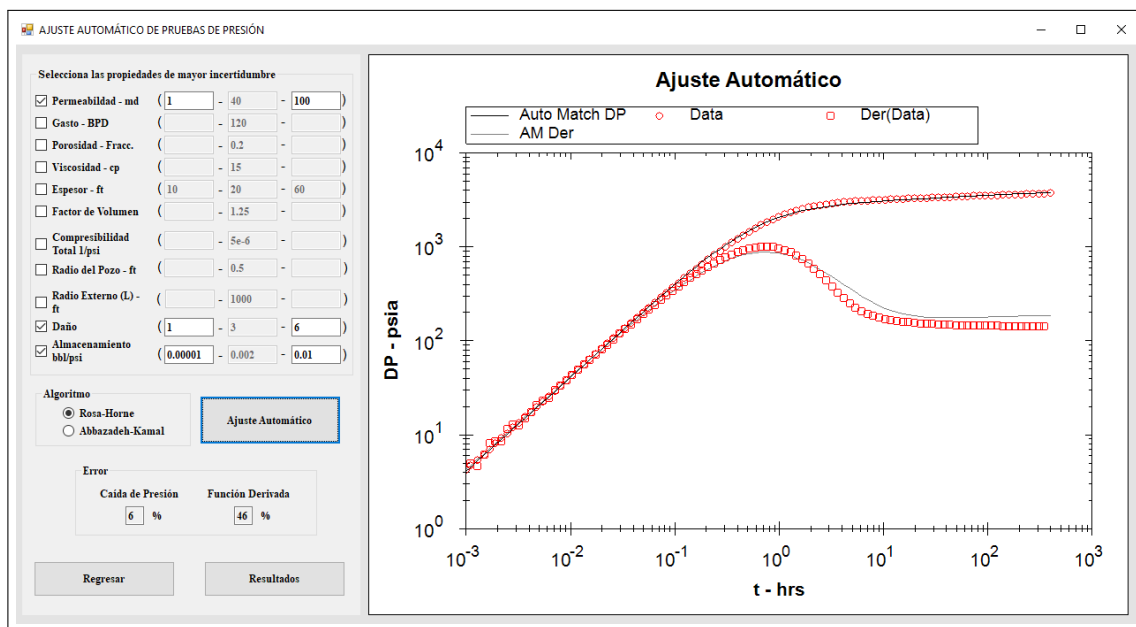


Figura 4.8: Ventana de ajuste.

Es importante señalar que el ajuste se realiza únicamente a los datos de presión y no a la función derivada. Por tal motivo, el error porcentual de la derivada siempre será mayor y gráficamente su comportamiento se observará más alejado de los datos.

Por último el botón de *Resultados* abre una nueva pestaña representada en la **Figura 4.9** donde se muestran los resultados del ajuste. Se pueden ver los *Parámetros del modelo* a los cuales se llega mediante la regresión no lineal o también se pueden mostrar los *Intervalos de confianza* de los parámetros ajustados.

The figure displays two windows from a software application, both titled "PARÁMETROS AJUSTADOS" and "ROSA-HORNE".

The left window has two buttons: "Parámetros del Modelo" (active) and "Intervalos de Confianza". It contains a table with the following data:

Propiedad	Valor
Permeabilidad - md	40
Gasto - BPD	120
Porosidad - Fracc.	0.2
Viscosidad - cp	15
Espesor - ft	21.0514178659258
Factor de Volumen - 1	1.25
Compresibilidad total - 1/psi	5E-06
Radio del Pozo - ft	0.5
Radio/Longitud externa - ft	1000
Daño - 1	2.61236258526702
Almacenamiento - bbl/psi	0.0014911197118372

The right window has two buttons: "Intervalos de Confianza" (active) and "Parámetros del Modelo". It contains a table with the following data:

95% de Certeza	Limite Inferior	Limite Superior
Permeabilidad - md	0	0
Gasto - BPD	0	0
Porosidad - Fracc.	0	0
Viscosidad - cp	0	0
Espesor - ft	19.529222675372	22.5736130564796
Factor de Volumen - 1	0	0
Compresibilidad total - 1/psi	0	0
Radio del Pozo - ft	0	0
Radio/Longitud externa - ft	0	0
Daño - 1	1.91268613319648	3.31203903733755
Almacenamiento - bbl/psi	0.00139615701108372	0.00158608241259067

Figura 4.9: Tabla de resultados.

Capítulo 5

Análisis de Resultados

En este capítulo se analizan casos de pruebas de presión sintéticas (generadas computacionalmente) y reales. Para los casos sintéticos, se estudian las variaciones en los parámetros de los modelos de ajuste, el número de parámetros desconocidos, la cercanía inicial del vector de ajuste a sus respectivos valores reales y los cambios en los valores iniciales del factor de relajación λ y el factor de interpolación ρ . En cuanto a los casos reales, en los cuales los datos presentan distintos niveles de ruido, se muestran los ajustes obtenidos con la herramienta desarrollada.

5.1. Errores relativos

La sensibilidad de parámetros de los modelos y las variables de ajuste será determinada a través de dos distintos errores relativos; uno corresponde a la variación de cada j parámetro de ajuste respecto a su valor real:

$$\epsilon_j = \frac{x_j^{real} - x_j}{x_j^{real}} * 100, \dots \dots \dots (5.1)$$

mientras que el otro con el error máximo presente en los datos de presión o de la función derivada respecto a los valores generados en el ajuste:

$$\epsilon = MAX \left(\frac{P(\bar{t}) - P^*(\bar{x}, \bar{t})}{P(\bar{t})} \right) * 100, \dots \dots \dots (5.2)$$

5.2. Análisis de casos sintéticos

En esta sección se presenta los distintos análisis realizados a los datos sintéticos, generados a través del software *PanSystem 2011*. Se evalúa la sensibilidad de las variables asociadas al algoritmo de regresión, es decir: la variación en el número de parámetros, la cercanía del estimado inicial a los valores reales y la variación de los factores de relajación e interpolación.

La **Figura 5.1** y **5.2** muestran los casos sintéticos generados para un yacimiento infinito y uno cerrado respectivamente; ambos casos con almacenamiento y daño.

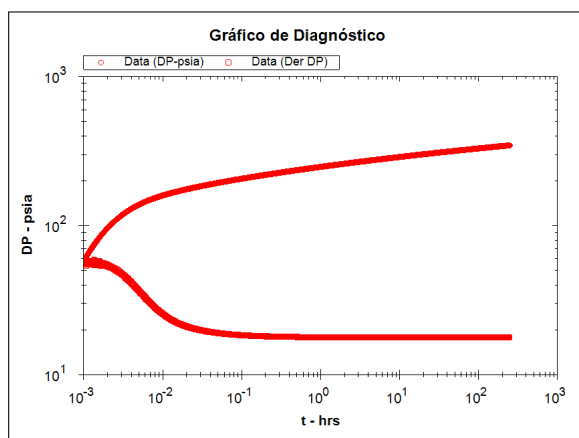


Figura 5.1: Caso sintético 1: Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño.

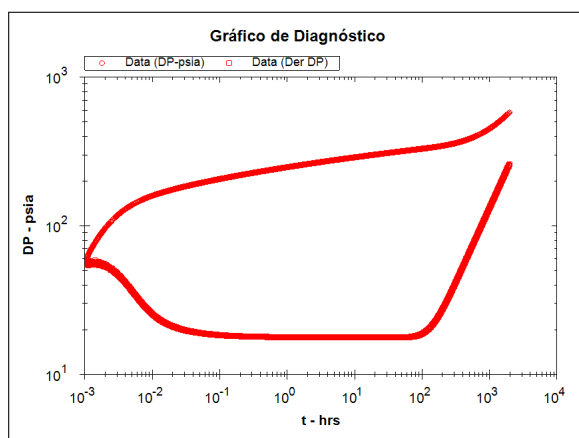


Figura 5.2: Caso sintético 2: Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño.

5.2.1. Variación en el número de parámetros

Se realizó un análisis variando el número de incógnitas en el ajuste; estudiando los casos en los que se trabaja con tres parámetros de manera simultánea y en los cuales se utilizan todos los parámetros posibles del modelo utilizado. Para este análisis en específico, se utilizaron los dos casos sintéticos previamente mostrados.

CASO SINTÉTICO 1

La **Tabla 5.1** y **5.2** muestran el valor de los parámetros ajustados para su correspondiente valor inicial propuesto. Asimismo, se muestra la variación de los parámetros obtenidos respecto a los valores reales.

Tabla 5.1: Ajuste de tres parámetros simultáneamente - Caso sintético 1.

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
	Inicial	Real	Solución	Error	Solución	Error
k - md	21	20	20.47	2.13 %	20.21	1.06 %
S - 1	1.26	1.20	1.41	17.89 %	1.26	5.17 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.21E-4	20.08 %	1.20E-4	20.50 %
Iteraciones:	Rosa	5		Abbaszadeh	6	

Tabla 5.2: Ajuste de diez parámetros simultáneamente - Caso sintético 1.

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
	Inicial	Real	Solución	Error	Solución	Error
k - md	21	20	21.50	7.50 %	21.50	7.50 %
Q - bpd	262.50	250	256.95	2.78 %	256.95	2.78 %
ϕ - fracc.	0.105	0.1	0.099	0.41 %	0.099	0.41 %
μ - cp	1.05	1	1.02	2.50 %	1.02	2.50 %
h - ft	52.50	50	53.54	7.08 %	53.54	7.08 %
B_o - scf/stb	1.05	1	1.028	2.78 %	1.028	2.78 %
C_t - 1/psi	10.5E-6	10E-6	9.96E-6	0.41 %	9.96E-6	0.41 %
r_w - ft	0.346	0.330	0.337	2.06 %	0.337	2.06 %
S - 1	1.26	1.20	1.29	7.90 %	1.29	7.90 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.458E-4	47.70 %	1.458E-4	47.70 %
Iteraciones:	Rosa	2	Abbaszadeh		2	

Se observa que el algoritmo de Abbaszadeh presenta mejores resultados al comparar los parámetros estimados con la solución real de la prueba. También se obtienen mejores resultados al variar una cantidad menor de parámetros, además de que, aun cuando el número de iteraciones es menor en el caso de múltiples parámetros, el programa requiere más tiempo para llevar a cabo estas iteraciones.

Por otro lado, los errores en el almacenamiento y daño presentan porcentajes más altos; esto se debe a ligeras diferencias con el modelo utilizado para generar las pruebas respecto al empleado en el ajuste.

CASO SINTÉTICO 2

De manera análoga al caso anterior, la **Tabla 5.3** y **5.4** muestran el análisis para un yacimiento cerrado con almacenamiento y daño.

Tabla 5.3: Ajuste de tres parámetros simultáneamente - Caso sintético 2.

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
	Inicial	Real	Solución	Error	Solución	Error
k - md	21	20	21.68	8.42 %	20.68	8.42 %
S - 1	1.26	1.20	1.843	53.58 %	1.843	53.58 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.50E-4	50 %	1.50E-4	50 %
Iteraciones:	Rosa	3	Abbaszadeh		2	

Tabla 5.4: Ajuste de once parámetros simultáneamente - Caso sintético 2.

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
	Inicial	Real	Solución	Error	Solución	Error
k - md	21	20	21.44	7.23 %	21.25	6.26 %
Q - bpd	262.50	250	258.07	3.23 %	259.97	3.99 %
ϕ - fracc.	0.105	0.1	0.106	6 %	0.106	5.90 %
μ - cp	1.05	1	1.03	2.70 %	1.04	3.75 %
h - ft	52.50	50	53.33	6.66 %	52.86	5.72 %
B_o - scf/stb	1.05	1	1.032	3.20 %	1.039	3.90 %
C_t - 1/psi	10.5E-6	10E-6	10.65E-6	6.50 %	10.63E-6	6.30 %
r_w - ft	0.346	0.330	0.337	2.06 %	0.337	2.06 %
r_e - ft	1575	1500	1588	5.92 %	1575	5.03 %
S - 1	1.26	1.20	1.27	6.25 %	1.30	8.18 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.46E-4	45.90 %	1.27E-4	26.80 %
Iteraciones:	Rosa	3	Abbaszadeh		9	

En este caso podemos observar que, similar al caso pasado, el algoritmo de Abbaszadeh obtiene mejores resultados. Al utilizar múltiples parámetros, se observa que el algoritmo de

Rosa es más eficiente que el de Abbaszadeh, debido a que requiere un menor número de iteraciones para lograr la convergencia.

Es recalable notar que los errores al ajustar s y C continúan.

5.2.2. Variación en la estimación inicial

Para el estudio de la variación en la proximidad de la estimación inicial se utilizó el **Caso sintético 1**, se estudiaron los resultados obtenidos tras variar el supuesto inicial en un 35 y 2.5 %, siendo estas consideradas como una suposición lejana y cercana respectivamente.

La **Tabla 5.5** y **5.6** muestran los resultados obtenidos para la suposición alejada del valor real.

Tabla 5.5: Análisis con suposición alejada al valor real (1/1).

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
	Inicial	Real	Solución	Error	Solución	Error
k - md	27	20	21.74	8.69 %	21.26	6.29 %
S - 1	1.26	1.20	2.838	136.50 %	1.624	35.33 %
C - bls/psi	1.35E-4	1E-4	1.28E-4	28 %	1.35E-4	35 %

Tabla 5.6: Análisis con suposición alejada al valor real (2/2).

	Rosa	Abbaszadeh
Iteraciones	4	7
Error en Presión	22 %	4 %
Error en Derivada	71 %	37 %

En el caso de la suposición inicial alejada, podemos ver como sus porcentajes de error por parámetro y general son considerablemente altos. El número de iteraciones se mantiene dentro del promedio en ambos algoritmos, con la distinción de que el algoritmo de Abbaszadeh necesita más iteraciones para lograr la convergencia. De igual manera, en este caso en específico, el algoritmo de Abbaszadeh obtiene mejores resultados en la regresión.

La **Tabla 5.7** y **5.8** muestran los resultados obtenidos para la suposición cercana del valor real.

Tabla 5.7: Análisis con suposición cercana al valor real (1/1).

Parámetros	Suposición	Solución	Rosa		Abbaszadeh	
			Solución	Error	Solución	Error
k - md	20.5	20	20.09	0.45 %	20.22	1.12 %
S - 1	1.23	1.20	1.32	10 %	1.25	4.83 %
C - bls/psi	1.02E-4	1E-4	1.35E-4	35 %	1.19E-4	19 %

Tabla 5.8: Análisis con suposición cercana al valor real (2/2).

	Rosa	Abbaszadeh
Iteraciones	3	6
Error en Presión	4 %	38 %
Error en Derivada	10 %	30 %

Para este caso, el error tanto general como de cada parámetro disminuye de manera significativa. Cabe señalar que el algoritmo de Rosa obtiene mejores resultados que el de Abbaszadeh cuando la estimación inicial es cercana a los valores reales, requiriendo además una menor cantidad de iteraciones para lograr la convergencia.

5.2.3. Variación en el factor de relajación e interpolación

Para el estudio de la variación en los factores de relajación y de interpolación se utilizaron los valores de $\lambda = 0.001, 0.01$ y 0.1 , y $\rho = 0.01, 0.1$ y 1 . Se comparan los dos algoritmos de ajuste presentados en el trabajo y se obtiene el error general relativo junto con el número de iteraciones involucradas en cada ajuste. En este análisis se utilizaron los datos correspondientes a el **Caso sintético 1**.

La **Tabla 5.9** y **5.10** muestran los resultados obtenidos.

Para $\lambda = 0.01$.

Tabla 5.9: Sensibilidad del parámetro ρ .

ρ	Rosa			Abbaszadeh		
	Iteraciones	Error	Error	Iteraciones	Error	Error
		Presión	Derivada		Presión	Derivada
0.01	3	4 %	44 %	487	10 %	30 %
0.1	5	12 %	29 %	55	10 %	30 %
1	6	14 %	29 %	6	10 %	30 %

Para $\rho = 0.1$.

Tabla 5.10: Sensibilidad del parámetro λ .

λ	Rosa			Abbaszadeh		
	Iteraciones	Error	Error	Iteraciones	Error	Error
		Presión	Derivada		Presión	Derivada
0.001	5	12 %	29 %	51	10 %	30 %
0.01	5	12 %	29 %	55	10 %	30 %
0.1	2	4 %	44 %	50	10 %	30 %

En las tablas anteriores podemos observar cómo los errores generales para el algoritmo de Abbaszadeh se mantienen constantes sin importar las variaciones en los factores. Sin embargo, el número de iteraciones cambia obteniendo mejores resultados cuando se utiliza un factor de interpolación pequeño. Por otro lado, el algoritmo de Rosa presenta un número bajo de iteraciones en todos los casos, pero con variaciones en los porcentajes de errores generales relativos. Para el caso de este algoritmo, se considera que las mejores estimaciones se obtienen cuando se utilizan los valores estándar de $\lambda = 0.01$ y $\rho = 0.1$.

Después de realizar el estudio general, se realizó un estudio específico en donde además de considerar el error general, se consideró el error por parámetro para s , C y k . Adicionalmente, se analizaron todas las combinaciones que surgen al variar los factores ρ y λ anteriormente mencionados.

La **Tabla 5.11** muestra los resultados obtenidos con el algoritmo de Rosa para un valor de $\lambda = 0.01$ y $\rho = 0.1$, mientras que los obtenidos con el algoritmo de Abbaszadeh con un valor de $\lambda = 0.001$ y $\rho = 1$ se muestran en la **Tabla 5.12**.

Tabla 5.11: Ajuste óptimo variando ρ y λ - Rosa.

Parámetros	Suposición	Solución	Solución	Error
	Inicial	Real	Rosa	
k - md	21	20	20.41	2.06 %
S - 1	1.26	1.20	1.41	17.83 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.2E-4	20 %

Tabla 5.12: Ajuste óptimo variando ρ y λ - Abbaszadeh.

Parámetros	Suposición	Solución	Solución	Error
	Inicial	Real	Abbaszadeh	
k - md	21	20	20.20	0.98 %
S - 1	1.26	1.20	1.257	4.75 %
C - bls/psi	1.05E-4	1E-4	1.2E-4	20 %

Como podemos observar, el algoritmo de Rosa se comporta de manera más eficiente cuando se utilizan los valores de los factores de interpolación y relajación estándar. Sin embargo el algoritmo de Abbaszadeh obtiene mejores resultados cuando se utiliza una λ inicial de 0.001 y un ρ de 1, además de que conserva un número de iteraciones necesarias para converger relativamente bajo.

5.2.4. Resultados: Sensibilidad de variables de ajuste

Como resultado del análisis descrito en esta sección, la **Figura 5.3** y **5.4** muestran las variables de ajuste más sensibles para el algoritmo de Rosa y Abbaszadeh correspondientemente.

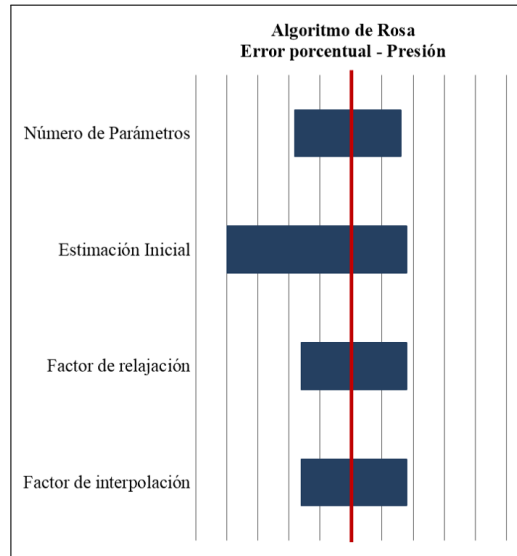


Figura 5.3: Sensibilidad de variables de ajuste.

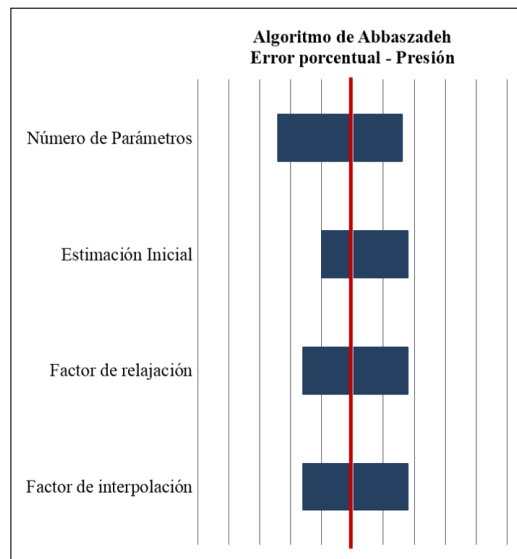


Figura 5.4: Sensibilidad de variables de ajuste.

Se observa como el algoritmo de Rosa tiene una mayor sensibilidad en general, siendo la variable más sensible la cercanía a la estimación inicial. Para el caso de Abbaszadeh, el número de parámetros de ajuste para la regresión es la variable más sensible.

5.2.5. Variación de parámetros del modelo

En cuanto a la sensibilidad de los parámetros correspondientes a los modelos de yacimiento empleados, la evaluación se realizó con el **Caso sintético 2**, debido a la cantidad de parámetros de ajuste que este caso involucra. Se definió como escenario base las propiedades reales con las que se generó la prueba y para los escenarios alto y bajo, se determinaron los valores con base a los ordenes de magnitud y rangos de variación para cada propiedad.

5.2.6. Resultados: Sensibilidad de parámetros del modelo

La **Figura 5.5** muestra el análisis de sensibilidad para el algoritmo de Rosa.

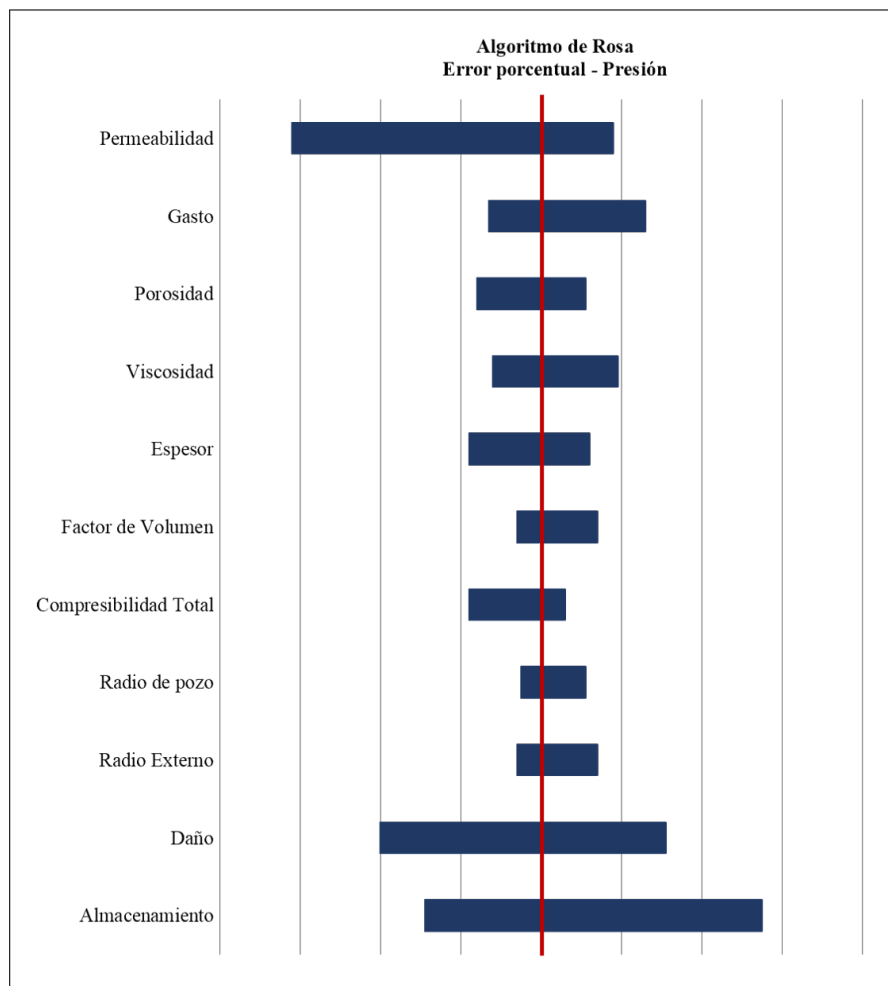


Figura 5.5: Sensibilidad de parámetros del modelo - Rosa.

Se puede observar como el algoritmo de Rosa es sensible a la permeabilidad, el gasto, el daño y el almacenamiento. Estas cuatro variables representan más del 50 % de la variación total del análisis.

La **Figura 5.6** muestra los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad del algoritmo de Abbaszadeh.

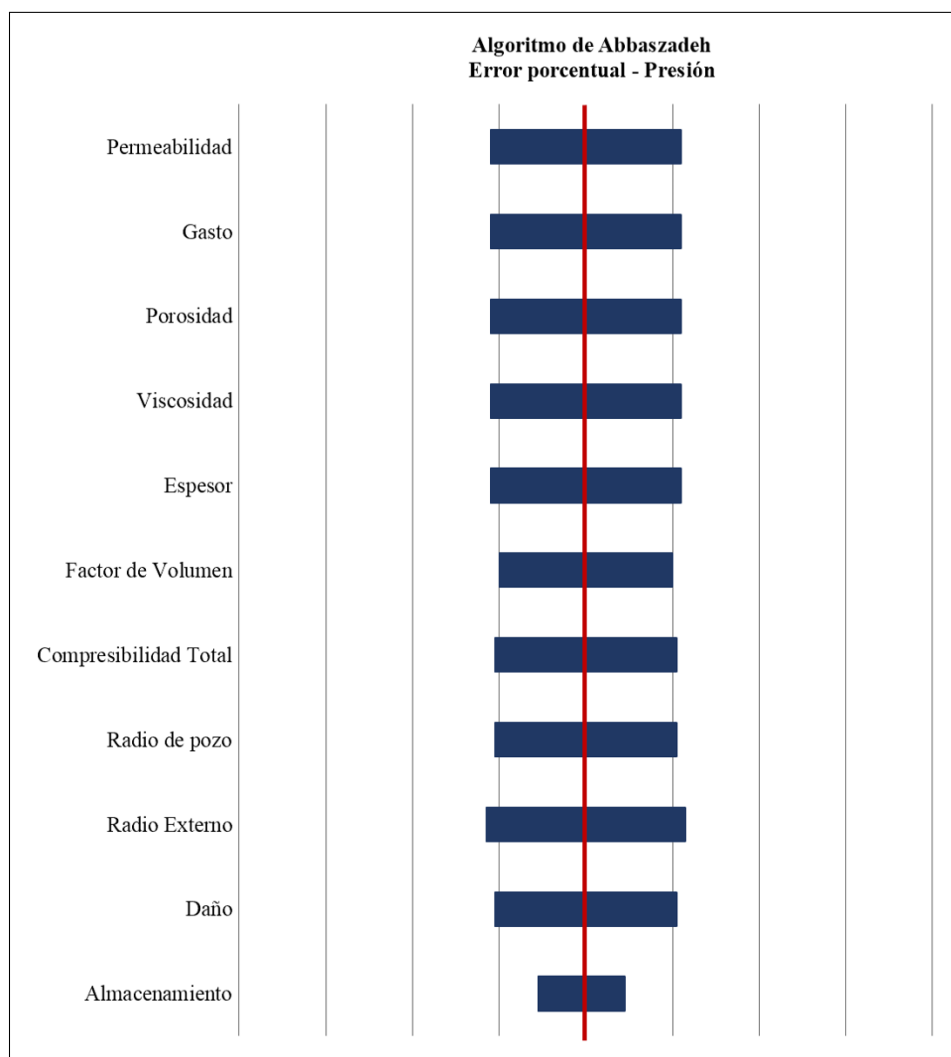


Figura 5.6: Sensibilidad de parámetros del modelo - Abbaszadeh.

Los resultados en este algoritmo mostraron una baja sensibilidad en general. Todos los parámetros, a excepción del almacenamiento, mostraron casi la misma variación en el error porcentual de presión para los escenarios bajo y alto previamente mencionados.

5.3. Análisis de casos reales

En esta sección se muestran casos reales correspondientes a pruebas de presión cuyos datos fueron tratados y filtrados con el fin de lograr una mejor estimación. En estos casos se utilizaron los factores de relajación e interpolación que arrojaron mejores resultados en la **Sección 5.2.3** del presente capítulo, tanto para el algoritmo de Rosa como para el de Abbaszadeh. Las estimaciones iniciales de algunos de los parámetros de estas pruebas fueron obtenidas a partir de métodos convencionales de línea recta. Al no tratarse de pruebas sintéticas y no contar con los valores reales de nuestros parámetros, se muestran solo los errores generales relativos y se hace uso de los intervalos de confianza. El **Apéndice E** presenta los datos de las pruebas analizadas en esta sección, así como los valores de los parámetros utilizados como estimación inicial.

5.3.1. Caso real 1: Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño

La **Figura 5.7** muestra los parámetros de ajuste iniciales propuestos, para el caso de un yacimiento infinito con almacenamiento y daño. Adicional a los parámetros, se ingresan las propiedades con mayor incertidumbre que para nuestro caso serán k , S y C .

Selecciona las propiedades de mayor incertidumbre

<input checked="" type="checkbox"/> Permeabilidad - md	(15 - 56 - 250)
<input type="checkbox"/> Gasto - BPD	(200 - 600 - 300)
<input type="checkbox"/> Porosidad - Fracc.	(0.005 - 0.12 - 0.2)
<input type="checkbox"/> Viscosidad - cp	(0.5 - 15 - 2)
<input type="checkbox"/> Espesor - ft	(45 - 170 - 55)
<input type="checkbox"/> Factor de Volumen	(0.8 - 1.2 - 1.2)
<input type="checkbox"/> Compresibilidad Total l/psi	(0.000001 - 0.000004 - 0.001)
<input type="checkbox"/> Radio del Pozo - ft	(0.2 - 0.25 - 0.5)
<input type="checkbox"/> Radio Externo (L) - ft	(1000 - 1000 - 2000)
<input checked="" type="checkbox"/> Daño	(0.5 - 1 - 5)
<input checked="" type="checkbox"/> Almacenamiento bbl/psi	(0.00001 - 0.001 - 0.01)

Figura 5.7: Parámetros iniciales y rangos - Caso real 1.

La **Tabla 5.13** y **5.14** muestran los resultados obtenidos con los parámetros ingresados mostrados en la **Figura 5.7**.

Tabla 5.13: Resultados caso real 1 (1/2).

Parámetros	Suposición Inicial	Rosa		Abbaszadeh	
		Solución	Intervalo de confianza	Solución	Intervalo de confianza
k - md	56	73.67	71.5-75.5	85.89	84.3-87.4
S - 1	1	2.35	2.1-2.5	3.79	3.6-3.9
C - bls/psi	10E-4	9.49E-4	(8.2-10)E-4	13.14E-4	(12-14)E-4

Tabla 5.14: Resultados caso real 1 (2/2).

	Rosa	Abbaszadeh
Iteraciones	3	2
Error en Presión	23 %	4 %
Error en Derivada	16 %	47 %

Las tablas reflejan mejores resultados utilizando el algoritmo de Rosa; este muestra errores generales y número de iteraciones bajos. Gráficamente, esto puede observarse en las **Figura 5.8** y **5.9**. Se puede observar como ambos algoritmos realizan un buen ajuste de presión. En cuanto a la función derivada, el algoritmo de Abbaszadeh muestra variaciones más grandes en todo el periodo evaluado.

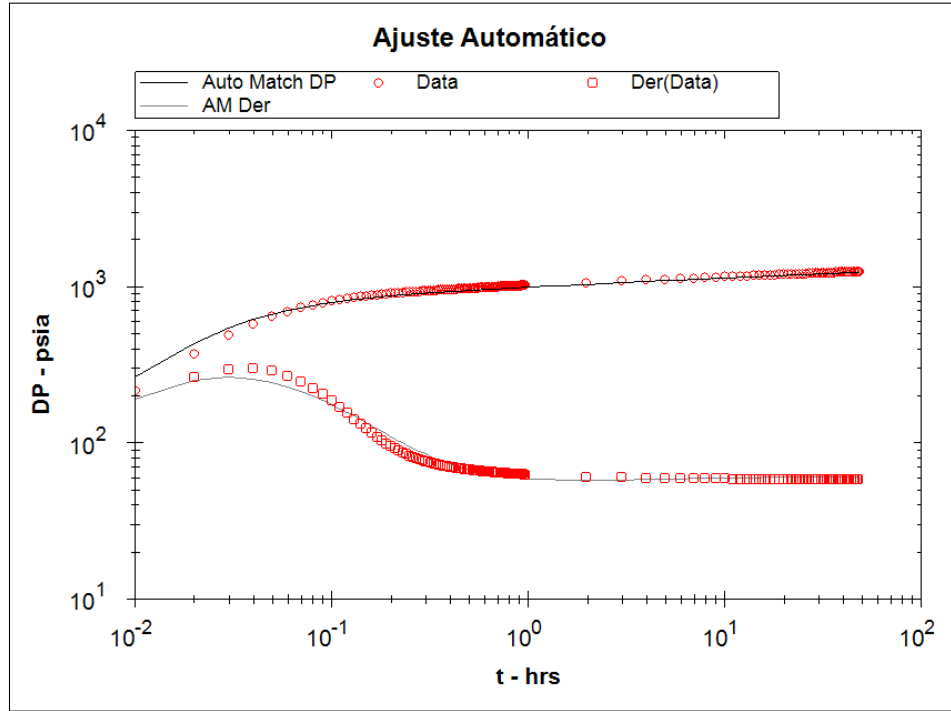


Figura 5.8: Ajuste a caso real 1 - Rosa.

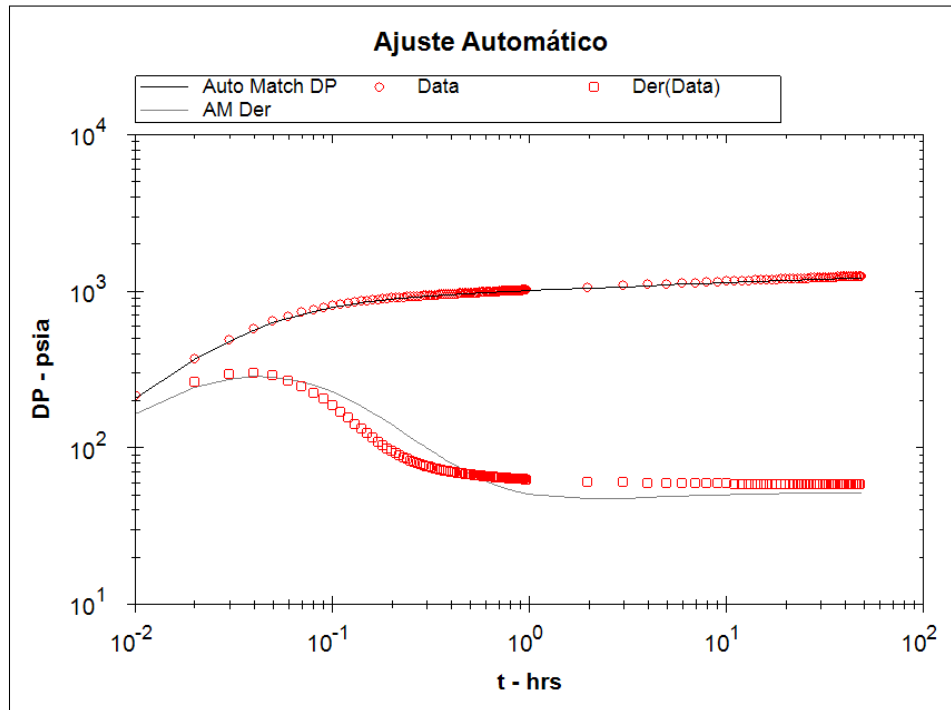


Figura 5.9: Ajuste a caso real 1 - Abbaszadeh.

5.3.2. Caso real 2: Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño

Para el caso de yacimiento cerrado, los parámetros y los intervalos de incertidumbre se muestran en la **Figura 5.10**. De igual manera que en el caso anterior, las propiedades con mayor incertidumbre empleadas para el ajuste fueron k , S y C .

Selecciona las propiedades de mayor incertidumbre			
<input checked="" type="checkbox"/>	Permeabilidad - md	(170 - 185 - 250)	
<input type="checkbox"/>	Gasto - BPD	(200 - 5000 - 300)	
<input type="checkbox"/>	Porosidad - Fracc.	(0.005 - 0.17 - 0.2)	
<input type="checkbox"/>	Viscosidad - cp	(0.5 - 0.75 - 2)	
<input type="checkbox"/>	Espesor - ft	(45 - 60 - 90)	
<input type="checkbox"/>	Factor de Volumen	(0.8 - 1.2 - 1.2)	
<input type="checkbox"/>	Compresibilidad Total l/psi	(0.000001 - 0.00002 - 0.001)	
<input type="checkbox"/>	Radio del Pozo - ft	(0.2 - 0.31 - 0.5)	
<input type="checkbox"/>	Radio Externo (L) - ft	(850 - 1500 - 2000)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Daño	(0.5 - 1 - 5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Almacenamiento bbl/psi	(0.00001 - 0.0015 - 0.01)	

Figura 5.10: Parámetros iniciales y rangos - Caso real 2.

La **Tabla 5.15** y **5.16** muestran los resultados obtenidos con los parámetros mostrados en la **Figura 5.10**.

Tabla 5.15: Resultados caso real 2 (1/2).

Parámetros	Suposición Inicial	Rosa		Abbaszadeh	
		Solución	Intervalo de confianza	Solución	Intervalo de confianza
k - md	185	214	209-220	233	229-237
S - 1	1	2.617	2.4-2.8	3.33	3.2-3.5
C - bls/psi	15E-4	17.8E-4	(16-19)E-4	20.7E-4	(19-22)E-4

Tabla 5.16: Resultados caso real 2 (2/2).

	Rosa	Abbaszadeh
Iteraciones	3	2
Error en Presión	6 %	7 %
Error en Derivada	53 %	72 %

En este caso, el ajuste no obtuvo resultados del todo satisfactorios en ambos algoritmos. Los errores en la función derivada de presión son grandes debido al ruido asociado a la prueba. Sin embargo, en la **Figura 5.11** y **5.12** podemos apreciar gráficamente que el ajuste es satisfactorio en cuanto a la presión y aceptable para la función derivada. Los intervalos de confianza arrojan resultados similares en los dos casos con los cuales podemos delimitar nuestros valores de yacimiento.

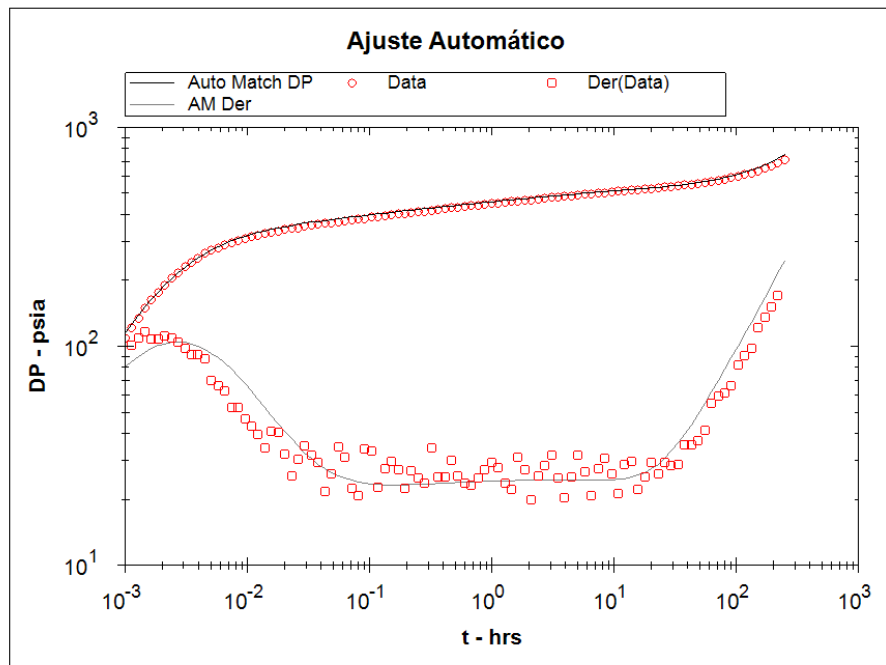


Figura 5.11: Ajuste a caso real 2 - Rosa.

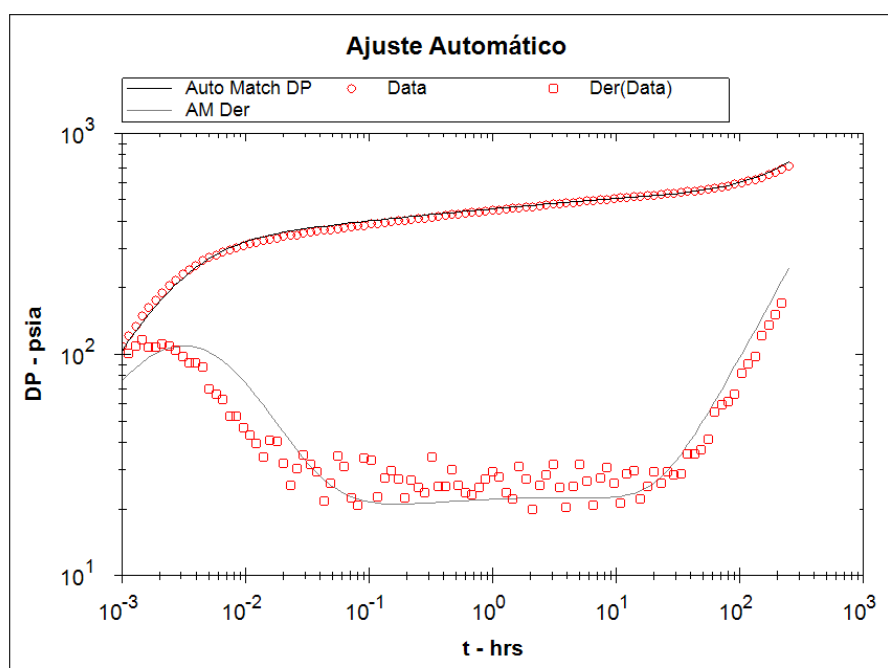


Figura 5.12: Ajuste a caso real 2 - Abbaszadeh.

Conclusiones

Con base en el estudio desarrollado, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- 1) Se desarrolló una herramienta que permite realizar ajustes de curvas tipo para pruebas de presión mediante algoritmos basados en el método de Levenberg-Marquardt.
- 2) El programa elaborado permite realizar ajustes a diferentes casos mediante los algoritmos de Rosa y Abbaszadeh, con lo que es posible comparar su eficiencia y precisión en búsqueda del mejor ajuste.
- 3) En general, los ajustes realizados fueron satisfactorios y con un número de iteraciones relativamente pequeño; encontrándose que, para los casos estudiados, las variables del modelo de solución que más impacto tienen en el ajuste son la permeabilidad, el daño y el almacenamiento.
- 4) Para las variables del modelo de solución que mayor impacto tienen en el ajuste, los valores de permeabilidad obtenidos son los que resultan más cercanos a los valores esperados en los casos sintéticos, mientras que tanto el daño como el almacenamiento muestran una diferencia mayor respecto a los datos suministrados. Esto se debe a la forma en la que se incluye a estos parámetros en los modelos con los que opera el programa, que es diferente a los que utiliza el software con los que se generaron los datos sintéticos.
- 5) El factor de relajación λ e interpolación ρ , tienen un impacto directo en la eficiencia de los algoritmos y en la precisión del ajuste. Para el caso estudiado, el algoritmo de Rosa muestra mejores resultados utilizando los valores estándar. Por otro lado, el algoritmo de Abbaszadeh obtiene mejores resultados cuando se utiliza un λ menor al estándar y un ρ mayor a él.

- 6) Se observó que el ajuste a través del algoritmo de Rosa es sensible a la estimación inicial del vector solución pues conforme el primer supuesto sea más cercano al resultado esperado, el ajuste a los datos de presión será más preciso.
- 7) Para el caso del algoritmo de Abbaszadeh, el número de parámetros a ajustar es un factor sensible en el ajuste final de los datos. Un mayor número de parámetros incrementa la incertidumbre asociada y exige una mayor cantidad de recursos computacionales, pues el sistema lineal de ecuaciones generado es más grande.
- 8) Se observó que el criterio de convergencia propuesto por Abbaszadeh brinda un mejor ajuste al comparar parámetro por parámetro. Los valores finales obtenidos con este método se acercan más a los valores conocidos de las pruebas sintéticas en comparación con los estimados por el método de Rosa.
- 9) Generalmente el algoritmo de Abbaszadeh requiere de más iteraciones debido a que su criterio de convergencia evalúa cada parámetro para determinar la convergencia.
- 10) En los casos estudiados, el postulado de que la matriz Hessiana en el procedimiento de ajuste debe ser definida positiva para dar un correcto ajuste se cumple. Sin embargo, cuando no se cumple esta condición, se puede obtener un ajuste aceptable en términos prácticos.
- 11) En términos prácticos, el algoritmo de Rosa brinda mejores resultados cuando la incertidumbre de parámetros es mayor. Su esquema de optimización permite examinar el estimado inicial de parámetros para evitar caer en ajustes matemáticamente correctos, pero fuera de la realidad física de nuestro yacimiento.
- 12) En cuanto al algoritmo de Abbaszadeh, el esquema de regresión genera estabilidad en el ajuste final de los parámetros; la variación del estimado inicial de los parámetros del modelo no afectan significativamente en el estimado final. Esto es conveniente cuando se tiene una alta certidumbre del estimado inicial, pues se asegura una convergencia estable de la regresión; sin embargo, incrementa el problema de unicidad en el ajuste pues permite un mayor rango de solución para cada parámetro.

- 13) En el estudio de los casos donde los valores reales de los parámetros no son conocidos; el uso de los intervalos de confianza aporta un método cuantitativo que brinda certidumbre a los valores obtenidos en el ajuste.

Recomendaciones

- 1) Se recomienda extender la investigación realizada con la finalidad de abarcar más soluciones a la ecuación de difusividad, para condiciones de gasto y presión constante.
- 2) Se propone expandir la herramienta para cubrir modelos y análisis de datos de producción mediante curvas de declinación.
- 3) En cuanto a la regresión no lineal, es conveniente realizar una transformación cartesiana a los parámetros¹⁷ con la finalidad de revelar ambigüedades en la interpretación de datos, mejorar la rapidez del proceso e incrementar la probabilidad de convergencia con estimados iniciales pobres.
- 4) En casos donde no es posible proporcionar un vector de parámetros inicial aceptable; se propone utilizar métodos híbridos¹⁴. El **Apéndice D** presenta un método de búsqueda directa que permite encontrar un estimado inicial cuantitativamente razonable para el método de Levenberg-Marquardt.
- 5) Para el tratamiento de datos, lo ideal es implementar un método de procesamiento con la finalidad de comprimir y limpiar datos de manera automática. La transformada de Wavelet¹⁷ es un método de procesamiento que ayuda a mejorar la probabilidad de convergencia y a reducir los rangos de los intervalos de confianza.
- 6) En el área de interpretación de datos, definir una metodología de identificación automática de modelos de flujo a partir de gráficos de diagnóstico, reducirían la incertidumbre del ajuste¹¹.

Apéndice A

Algoritmo de Bourdet

El método de Bourdet²² emplea una aproximación de diferencia central ponderada para calcular la derivada. La derivada se calcula utilizando puntos hacia la derecha y la izquierda del punto de interés. A continuación se muestra un diagrama que plantea su implementación dentro del programa computacional desarrollado.

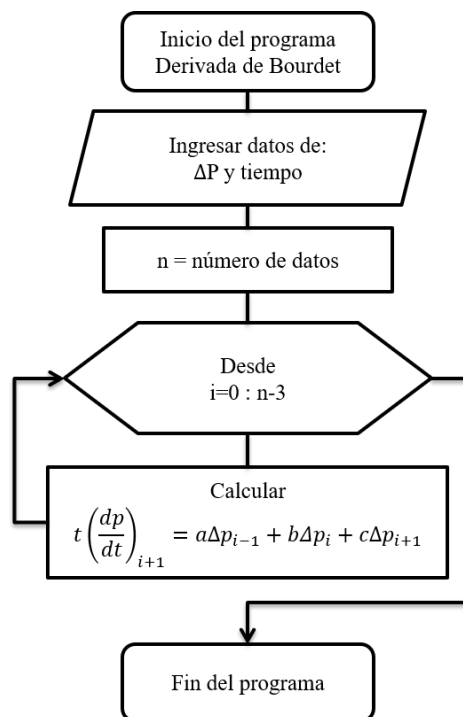


Figura A.1: Algoritmo de Bourdet.²²

Apéndice B

Algoritmos de Inversión Numérica

Los métodos de inversión utilizados dependen de la sensibilidad del procedimiento, pudiendo haber casos de divergencia por errores de precisión³⁵. En este apéndice se explorarán los inversores numéricos basados en los métodos de Gaver-Stehfest y de Shapery.

B.1. Método de Gaver-Stehfest

El inversor numérico desarrollado por Stehfest⁶ surgió como una modificación al trabajo de Gaver. El inversor de Harold Stehfest está representado por la siguiente ecuación:

$$f(t) = \frac{\ln(2)}{t} \sum_{i=1}^{2n} \left[V_j \bar{F} \left(j \frac{\ln(2)}{t} \right) \right], \dots \dots \dots \quad (\text{B.1})$$

donde:

$$V_j = (-1)^{n+j} \sum_{k=\left(\frac{j+1}{2}\right)}^{\min(j,n)} \left[\frac{k^{n+1}(2k)!}{(n-k)!k!(k-1)!(2k-j)!} \right], \dots \dots \dots \quad (\text{B.2})$$

y n es el parámetro de ajuste del método. La **Figura B.1** presenta un diagrama de flujo que muestra el algoritmo computacional del método de Stehfest.

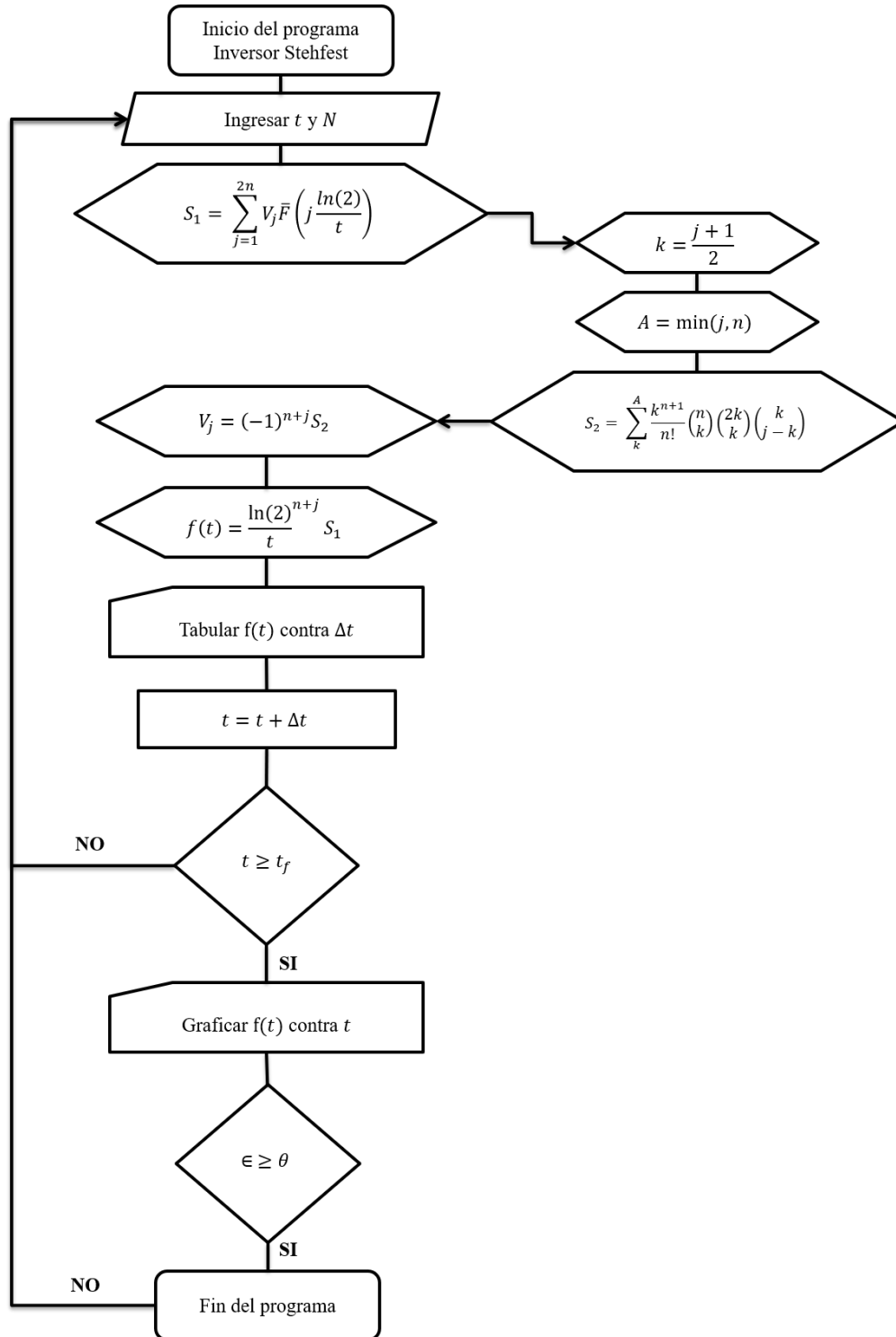


Figura B.1: Algoritmo de Stehfest.³⁵

B.2. Método de Schapery

El método de inversión de Shapery⁴³ es un método numérico alternativo al de Stehfest. La fórmula de inversión esta descrita por:

$$f(t) \approx \frac{\gamma}{t} \bar{F} \left(\frac{\gamma}{t} \right), \dots \dots \dots (B.3)$$

donde γ es el parámetro de ajuste del método. La **Figura B.2** presenta un diagrama de flujo que muestra el algoritmo computacional del método de Shapery.

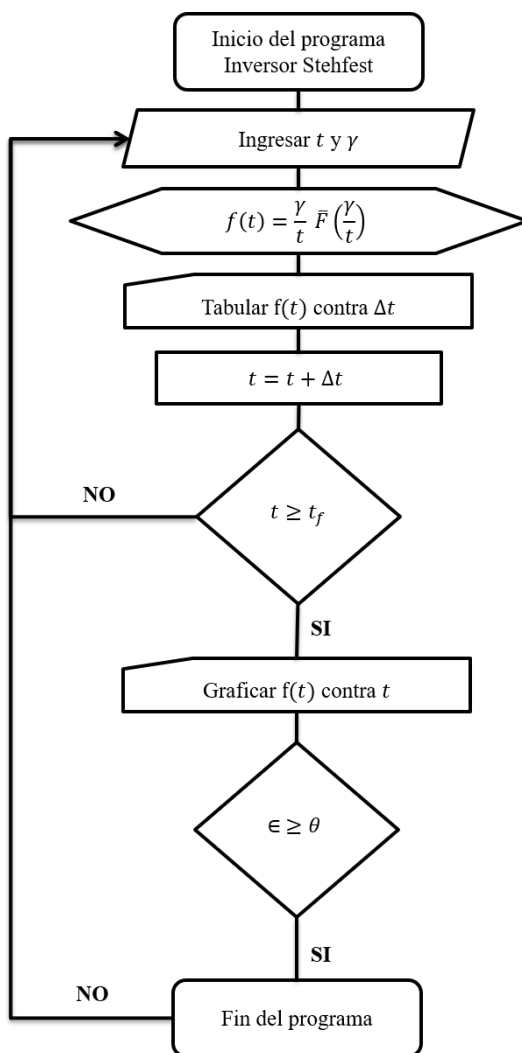


Figura B.2: Algoritmo de Schapery.³⁵

Apéndice C

Algoritmo de Gauss-Seidel

El método de Gauss-Seidel es un método utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales. El proceso consiste en realizar una serie de iteraciones a partir de un vector inicial y repitiendo el proceso hasta encontrar una solución que cumpla con el criterio de convergencia deseado. La **Figura C.1** presenta un diagrama que muestra la implementación del algoritmo computacional del método.

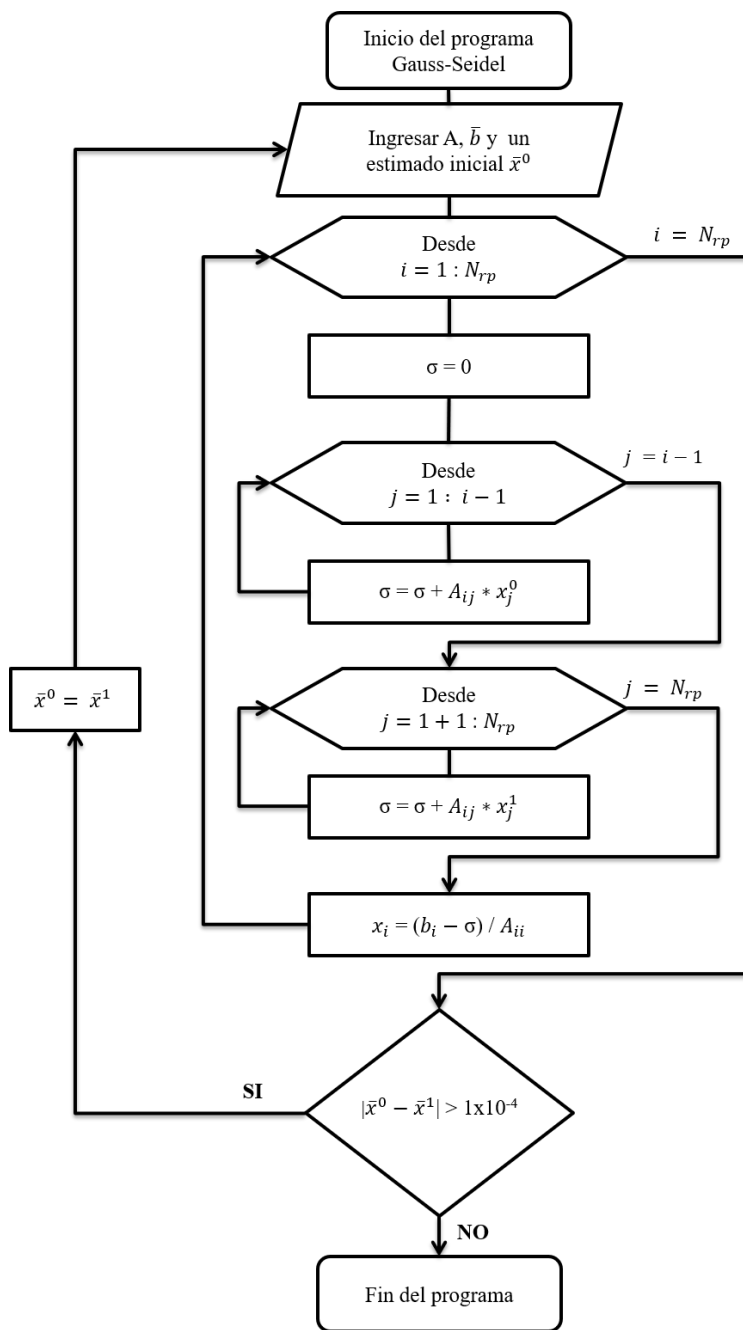


Figura C.1: Algoritmo de Gauss-Seidel.

Apéndice D

Método del politopo

El método del politopo es un método de búsqueda directa²⁶ que consiste en retener una cantidad $n + 1$ de puntos $(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})$ junto con una función F valuada en dichos puntos de tal manera que cumplan que:

$$F(x_{n+1}) \geq F(x_n) \geq \dots \geq F(x_2) \geq F(x_1), \dots \dots \dots \quad (\text{D.1})$$

Estos puntos pueden ser considerados como los vértices de un politopo en el espacio n . En cada iteración, un nuevo politopo será generado produciendo un punto nuevo para reemplazar el punto en el que la función presente el mayor valor, es decir, minimizar la función. Al principio de cada iteración se genera un paso de reflexión en el que se construye el punto:

$$x_r = c + \alpha(c - x_{n+1}), \dots \dots \dots \quad (\text{D.2})$$

donde α es el coeficiente de reflejo cuyo valor debe ser mayor a cero; normalmente $\alpha = 1$, y c es el centroide de los puntos definido de la siguiente manera:

$$c = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \dots \dots \dots \quad (\text{D.3})$$

La función es evaluada en x_r obteniendo así $F(x_r)$. Existen tres casos principales a considerar:

- 1) Si $F(x_1) \leq F(x_r) \leq F(x_n)$, se reemplaza x_{n+1} por x_r y la siguiente iteración comienza.
- 2) Si $F(x_r) < F(x_1)$, se asume que la dirección de la reflexión es buena y se expande el politopo en esa dirección, definiendo un punto expandido x_e tal que $x_e = c + \beta(x_r - c)$, donde β es el coeficiente de expansión y su valor debe ser mayor a 1; normalmente β es igual a 2. Si $F(x_e) < F(x_r)$ la expansión es exitosa y x_e reemplaza a x_{n+1} . De otra forma, la expansión falla y x_{n+1} es reemplazado por x_r .
- 3) Si $F(x_r) > F(x_n)$, se asume que el politipo es muy grande y debe contraerse. El paso de contracción se lleva a cabo definiendo:

$$x_c = \begin{cases} c + \gamma(x_{n+1} - c); & F(x_r) \geq F(x_{n+1}) \\ c + \gamma(x_r - c); & F(x_r) < F(x_{n+1}) \end{cases}, \dots \dots \dots \quad (\text{D.4})$$

Donde γ ($0 < \gamma < 1$) es el coeficiente de contracción; normalmente toma un valor de 0.5. Si $F(x_c) < \min(F(x_r), F(x_{n+1}))$, el paso de contracción fue exitoso y x_c reemplaza a x_{n+1} , de lo contrario, se realiza otra contracción.

Existen varias modificaciones al método general del politopo; por ejemplo, de manera ocasional el politopo más reciente es reemplazado por un politopo regular en un proceso llamado reinicio. Este proceso es utilizado para prevenir que el politopo se desbalancee después de varias expansiones sucesivas; en este caso, se retienen los dos mejores puntos y su diferencia vectorial determina el largo del lado del nuevo politopo.

Otra modificación es la reducción; este proceso se realiza si el paso de contracción no es exitoso o si el mejor punto permanece sin cambios tras varias iteraciones. El método consiste en reducir al politopo moviéndolo hacia el mejor punto y tomando en cuenta que el mejor punto puede cambiar durante el proceso de encogimiento.

Apéndice E

Casos reales

E.1. Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño.

Tabla E.1: Parámetros iniciales propuestos - Caso real 1.

k - md	56
Q - bpd	600
ϕ - fracc.	0.12
μ - cp	15
h - ft	170
B_o - scf/stb	1.2
C_t - 1/psi	4E-06
r_w - ft	0.25
S - 1	1
C - bls/psi	0.001

Tabla E.2: Caso real 1 - Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño (1/2).

T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]
0	2700	0.25	1779	0.5	1728
0.01	2485	0.26	1775	0.51	1727
0.02	2329	0.27	1772	0.52	1725
0.03	2213	0.28	1770	0.53	1724
0.04	2125	0.29	1767	0.54	1723
0.05	2059	0.3	1764	0.55	1722
0.06	2008	0.31	1762	0.56	1720
0.07	1968	0.32	1759	0.57	1719
0.08	1936	0.33	1757	0.58	1718
0.09	1911	0.34	1755	0.59	1717
0.1	1891	0.35	1753	0.6	1716
0.11	1874	0.36	1751	0.61	1715
0.12	1860	0.37	1749	0.62	1714
0.13	1848	0.38	1747	0.63	1713
0.14	1838	0.39	1745	0.64	1712
0.15	1829	0.4	1743	0.65	1711
0.16	1822	0.41	1742	0.66	1710
0.17	1815	0.42	1740	0.67	1709
0.18	1809	0.43	1738	0.68	1708
0.19	1803	0.44	1737	0.69	1707
0.2	1798	0.45	1735	0.7	1706
0.21	1794	0.46	1734	0.71	1705
0.22	1790	0.47	1732	0.72	1704
0.23	1786	0.48	1731		
0.24	1782	0.49	1729		

Tabla E.3: Caso real 1 - Yacimiento Infinito con almacenamiento y daño (2/2).

T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]
0.73	1703	1.97	1642	26.97	1487
0.74	1702	2.97	1617	27.97	1485
0.75	1701	3.97	1600	28.97	1483
0.76	1701	4.97	1587	29.97	1481
0.77	1700	5.97	1576	30.97	1479
0.78	1699	6.97	1567	31.97	1477
0.79	1698	7.97	1559	32.97	1476
0.8	1697	8.97	1552	33.97	1474
0.81	1697	9.97	1546	34.97	1472
0.82	1696	10.97	1540	35.97	1471
0.83	1695	11.97	1535	36.97	1469
0.84	1694	12.97	1530	37.97	1467
0.85	1694	13.97	1526	38.97	1466
0.86	1693	14.97	1522	39.97	1464
0.87	1692	15.97	1518	40.97	1463
0.88	1691	16.97	1514	41.97	1462
0.89	1691	17.97	1511	42.97	1460
0.9	1690	18.97	1508	43.97	1459
0.91	1689	19.97	1505	44.97	1458
0.92	1689	20.97	1502	45.97	1456
0.93	1688	21.97	1499	46.97	1455
0.94	1687	22.97	1497	47.97	1454
0.95	1687	23.97	1494	48	1454
0.96	1686	24.97	1492		
0.97	1685	25.97	1490		

E.2. Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño.

Tabla E.4: Parámetros iniciales propuestos - Caso real 2.

k - md	185
Q - bpd	5000
ϕ - fracc.	0.17
μ - cp	0.75
h - ft	60
B_o - scf/stb	1.2
C_t - 1/psi	2E-05
r_w - ft	0.31
r_e - ft	1500
S - 1	1
C - bls/psi	0.0015

Tabla E.5: Caso real 2 - Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño (1/2).

T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]
0.001	4892	0.02307	4656
0.00113	4879	0.02616	4654
0.00129	4867	0.02966	4649
0.00146	4852	0.03363	4645
0.00165	4838	0.03813	4641
0.00187	4825	0.04323	4637
0.00212	4811	0.04901	4635
0.00241	4797	0.05556	4631
0.00273	4783	0.06300	4627
0.00310	4771	0.07142	4623
0.00351	4759	0.08098	4621
0.00398	4748	0.09181	4618
0.00451	4736	0.10409	4613
0.00512	4726	0.11802	4610
0.00580	4718	0.13380	4607
0.00658	4709	0.15170	4603
0.00745	4703	0.17199	4599
0.00845	4696	0.19500	4596
0.00958	4690	0.22109	4594
0.01086	4684	0.25066	4589
0.01232	4679	0.28419	4588
0.01396	4675	0.32221	4583
0.01583	4670	0.36531	4579
0.01795	4664	0.41417	4577
0.02035	4660	0.46958	4573

Tabla E.6: Caso real 2 - Yacimiento Cerrado con almacenamiento y daño (2/2).

T[hrs]	Presion [psi]	T[hrs]	Presion [psi]
0.53239	4569	12.28	4489
0.60361	4566	13.93	4484
0.68436	4563	15.79	4481
0.77590	4560	17.90	4479
0.87969	4557	20.30	4475
0.99737	4554	23.01	4471
1.131	4550	26.09	4468
1.282	4547	29.58	4464
1.454	4544	33.54	4461
1.648	4541	38.03	4457
1.868	4536	43.11	4453
2.118	4534	48.88	4448
2.402	4531	55.42	4443
2.723	4528	62.83	4437
3.087	4524	71.24	4430
3.500	4520	80.76	4423
3.969	4518	91.57	4414
4.499	4515	103.82	4406
5.101	4511	117.70	4394
5.784	4507	133.45	4383
6.557	4505	151.30	4369
7.434	4502	171.54	4353
8.429	4498	194.49	4335
9.557	4494	220.50	4315
10.83	4491	250.00	4293

Referencias

- [1] Alain C Gringarten et al. From straight lines to deconvolution: The evolution of the state of the art in well test analysis. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 11(01):41–62, 2008.
- [2] HJ Ramey Jr et al. Advances in practical well-test analysis (includes associated paper 26134). *Journal of Petroleum Technology*, 44(06):650–659, 1992.
- [3] Roland N Horne et al. Advances in computer-aided well test interpretation. *Journal of Petroleum Technology*, 46(07):599–606, 1994.
- [4] Fikri J Kuchuk, Mustafa Onur, and Florian Hollaender. *Pressure transient formation and well testing: convolution, deconvolution and nonlinear estimation*, volume 57. Elsevier, 2010.
- [5] AF Van Everdingen, William Hurst, et al. The application of the laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, 1(12):305–324, 1949.
- [6] Harald Stehfest. Remark on algorithm 368: Numerical inversion of laplace transforms. *Communications of the ACM*, 13(10):624, 1970.
- [7] Dominique Bourdet, TM Whittle, AA Douglas, and YM Pirard. A new set of type curves simplifies well test analysis. *World oil*, 196(6):95–106, 1983.
- [8] J. Manrique. Algorithms for smoothing noisy well test data and the generation of continuous pressure derivatives. Master’s thesis, U. of Tulsa, 1991.
- [9] Olivier F Allain, Roland N Horne, et al. Use of artificial intelligence in well-test interpretation. *Journal of Petroleum Technology*, 42(03):342–349, 1990.

- [10] AU Al-Kaabi, W John Lee, et al. Using artificial neural networks to identify the well test interpretation model (includes associated papers 28151 and 28165). *SPE formation evaluation*, 8(03):233–240, 1993.
- [11] Olivier Allain, OP Houze, et al. A practical artificial intelligence application in well test interpretation. In *European petroleum computer conference*. Society of Petroleum Engineers, 1992.
- [12] AJ Rosa, RN Horne, et al. Automated type-curve matching in well test analysis using laplace space determination of parameter gradients. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 1983.
- [13] Maghsood Abbaszadeh, Medhat M Kamal, et al. Automatic type, curve matching for well test analysis. *SPE formation evaluation*, 3(03):567–577, 1988.
- [14] J Chang, I Ershaghi, et al. An improved microcomputer approach to well test interpretation. In *SPE Eastern Regional Meeting*. Society of Petroleum Engineers, 1986.
- [15] James Aubrey Carroll. *Multivariate production systems optimization*. PhD thesis, Stanford University, 1990.
- [16] MY Soliman, J Ansah, S Stephenson, B Mandal, et al. Application of wavelet transform to analysis of pressure transient data. In *SPE annual technical conference and exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2001.
- [17] Aysegul Dastan, Roland Horne, et al. Robust well-test interpretation by using nonlinear regression with parameter and data transformations. *SPE Journal*, 16(03):698–712, 2011.
- [18] Mustafa Onur, Murat Cinar, Dilhan Ilk, Peter P Valko, Thomas A Blasingame, Peter S Hegeman, et al. An investigation of recent deconvolution methods for well-test data analysis. *SPE Journal*, 13(02):226–247, 2008.
- [19] M Bourgeois, Roland N Horne, et al. Well test model recognition using laplace space type curves. *SPE formation evaluation*, 8(01):17–25, 1993.

-
- [20] Hassan Bahrami, Reza Rezaee, Akim Humayun Kabir, Jamal Siavoshi, Rochdi Jammazi, et al. Using second derivative of transient pressure in welltest analysis of low permeability gas reservoirs. In *SPE Production and Operations Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2010.
- [21] Freddy Humberto Escobar, Juan Miguel Navarrete, Hernán Dario Losada, et al. Evaluation of pressure derivative algorithms for well-test analysis. In *SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium and Western Regional Meeting*. Society of Petroleum Engineers, 2004.
- [22] Dominique Bourdet, JA Ayoub, YM Pirard, et al. Use of pressure derivative in well test interpretation. *SPE Formation Evaluation*, 4(02):293–302, 1989.
- [23] AC Gringarten et al. Computer-aided well test analysis. In *International Meeting on Petroleum Engineering*. Society of Petroleum Engineers, 1986.
- [24] Shahab D Mohaghegh et al. Reservoir simulation and modeling based on pattern recognition. In *SPE Digital Energy Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2011.
- [25] Ahmad M AlMaraghi, Ahmed H El-Banbi, et al. Automatic reservoir model identification using artificial neural networks in pressure transient analysis. In *SPE North Africa Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2015.
- [26] Philip E Gill, Walter Murray, and Margaret H Wright. Practical optimization. 1981.
- [27] Ali Cherif Azi, Alain Gbo, T Whittle, Alain C Gringarten, et al. Evaluation of confidence intervals in well test interpretation results. In *Europec/EAGE Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2008.
- [28] AH Dogru, TN Dixon, TF Edgar, et al. Confidence limits on the parameters and predictions of slightly compressible, single-phase reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 17(01):42–56, 1977.
-

- [29] Mustafa Onur, Albert C Reynolds, et al. Nonlinear regression: the information content of pressure and pressure-derivative data. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2001.
- [30] Erick Gallardo. Apuntes de comportamiento de yacimientos. *Universidad Nacional Autónoma de México*, 2014.
- [31] Alain C Gringarten, Dominique P Bourdet, Pierre A Landel, Vladimir J Kniazeff, et al. A comparison between different skin and wellbore storage type-curves for early-time transient analysis. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 1979.
- [32] Bashbush Garaicochea. Apuntes de comportamiento de yacimientos. *Universidad Nacional Autónoma de México*, 1984.
- [33] Dilhan Ilk, Peter P Valko, Thomas Alwin Blasingame, et al. A deconvolution method based on cumulative production for continuously measured flowrate and pressure data. In *Eastern Regional Meeting*. Society of Petroleum Engineers, 2007.
- [34] Thomas von Schroeter, Florian Hollaender, Alain C Gringarten, et al. Analysis of well test data from permanent downhole gauges by deconvolution. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2002.
- [35] Eduardo Reyes. Aplicaciones de métodos de inversión numérica para la generación de curvas tipo mediante la transformada de laplace. *Universidad Nacional Autónoma de México*, 2016.
- [36] Robert C Earlougher. *Advances in well test analysis*. Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME New York, NY, USA, 1977.
- [37] CA Ehlig-Economides, JA Joseph, RW Ambrose Jr, Cathy Norwood, et al. A modern approach to reservoir testing (includes associated papers 22220 and 22327). *Journal of Petroleum Technology*, 42(12):1–554, 1990.

- [38] R.J. Gadjica. Solutions of the diffusivity equation by the method of laplace transform. *Society of Petroleum Engineers*, 1985.
- [39] Albert Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, volume 89. siam, 2005.
- [40] Charles W Carroll. The created response surface technique for optimizing nonlinear, restrained systems. *Operations research*, 9(2):169–184, 1961.
- [41] Kenneth Levenberg. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of applied mathematics*, 2(2):164–168, 1944.
- [42] Donald W Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963.
- [43] Hassan Hassanzadeh and Mehran Pooladi-Darvish. Comparison of different numerical laplace inversion methods for engineering applications. *Applied mathematics and computation*, 189(2):1966–1981, 2007.