



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Programa Computacional  
para Calcular Gradientes de  
Presión en Pozos Petroleros  
que Producen Aceite, Agua y  
Gas**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A**

Rodríguez Jiménez José Luis

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018**

Este trabajo de tesis se realizó gracias al Programa UNAM-DGAPA-PAPIIT, en el marco del proyecto con clave IA107817: "Estudio sobre la inestabilidad del flujo en pozos petroleros que producen aceite pesado y operan con bombeo neumático continuo".

Asimismo, se agradece al Grupo de Investigación en Ingeniería Multifásica y Aseguramiento de Flujo (GIIMAF) de la Facultad de Ingeniería, por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.

# Resumen

En general los fluidos de yacimientos petroleros son mezclas complejas de hidrocarburos que pueden presentarse en fase líquida, gaseosa, o una mezcla de ambas, dependiendo de su composición y de las condiciones de presión y temperatura. De esta manera, en su trayecto hacia la superficie ocurre indefectiblemente el flujo simultáneo de gas y aceite en los pozos. Aún más, en muchos yacimientos también hay producción de agua, dando lugar a un flujo trifásico.

Considerando que la hidrodinámica del flujo depende de cuántas fases estén presentes y de cómo se encuentren distribuidas (patrones de flujo), el estudio de los principales aspectos hidrodinámicos de los flujos bifásico y trifásico en tuberías verticales es importante para los ingenieros petroleros. Asimismo, son de interés las herramientas computacionales que les permitan realizar cálculos de gradientes de presión en pozos operando bajo tales condiciones.

Por lo tanto, el objetivo de esta tesis es *“desarrollar una herramienta computacional que permita calcular gradientes de presión en pozos petroleros que producen aceite, agua y gas, mediante métodos de flujo bifásico (gas - líquido) y flujo trifásico (gas – líquido - líquido)”*. Para tal efecto, se utilizarán los modelos mecanicistas de Zhang et al. (2003), y Zhang et al. (2006), respectivamente.

El trabajo comienza con una revisión de los principales conceptos requeridos en el estudio del flujo multifásico. Se describen los patrones del flujo gas-líquido más comunes en tuberías verticales, así como del flujo gas-líquido-líquido. Se presentan algunas de las correlaciones empíricas más utilizadas en la industria para predecir los patrones de flujo gas-líquido y para calcular gradientes de presión correspondientes. Asimismo, se describen detalladamente los modelos mecanicistas de flujo gas-líquido y de gas-líquido-líquido que serán implementados en la herramienta computacional objeto de este trabajo.

Posteriormente, se describe el programa computacional desarrollado y se discute cómo se validaron los resultados obtenidos. Finalmente, se presentan estudios paramétricos para determinar los efectos de la viscosidad y densidad del aceite, el corte de agua y el diámetro de la tubería sobre las fronteras de transición entre los patrones de flujo y en los gradientes de presión, tanto para el flujo gas-líquido, como gas-líquido-líquido.

# Agradecimientos

A mi madre Rosa Guadalupe por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

A mi padre José Luis por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizan y que me ha infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor.

A mi hermana Valeria por ser parte importante de mi vida, por su apoyo incondicional en todo momento y siempre hacerme sonreír en buenos y malos momentos.

A mis maestros que marcaron cada etapa de mi camino universitario e impulsaron el desarrollo de mi formación profesional.

Al Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia por su gran apoyo, motivación y por brindarme las facilidades para la elaboración de esta tesis. Por brindarme de su tiempo y paciencia para completar este trabajo.

A todos mis amigos, sin excluir a ninguno, pero en especial a Edna, Lili, Robles, Andrés y Oscar por ser parte significativa de mi vida, gracias por su apoyo, comprensión, por los momentos que hemos pasado juntos, porque siempre han estado conmigo y sobre todo su amistad.

# Contenido

<b>Resumen</b> .....	II
<b>Agradecimientos</b> .....	IV
<b>Contenido</b> .....	V
<b>Nomenclatura</b> .....	VII
<b>Lista de figuras</b> .....	X
<b>Lista de tablas</b> .....	XII
<b>Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo 1. Antecedentes</b> .....	6
1.1 Conceptos y Definiciones.....	6
1.2 Patrones de Flujo Multifásico.....	12
1.2.1 Patrones de flujo Gas-Líquido.....	13
1.2.2 Patrones de flujo Gas-Líquido-Líquido.....	15
1.3 Métodos de Predicción de Flujo Multifásico.....	18
1.3.1 Modelos Físico-Matemáticos.....	18
1.3.2 Correlaciones Empíricas.....	19
<b>Capítulo 2. Métodos de Flujo Gas-Líquido</b> .....	20
2.1 Métodos Empíricos.....	20
2.1.1 Correlación Duns y Ros.....	22
2.1.2 Correlación de Hagerdorn y Brown.....	31
2.1.3 Correlación Orkiszewski.....	35

2.1.4	Correlación Aziz, Govier y Forgarasi.....	41
2.1.5	Correlación Beggs y Brill.....	45
2.2	Modelo Unificado de Zhang et. al. (2003).....	51
<b>Capítulo 3. Método de Flujo Gas-Líquido-Líquido.....</b>		<b>64</b>
3.1	Descripción del Modelo.....	64
3.2	Modelo Unificado de Zhang et. al. (2006).....	65
<b>Capítulo 4. Programa Computacional.....</b>		<b>77</b>
4.1	Descripción del programa.....	77
4.2	Visualización de resultados.....	81
4.3	Verificación de resultados.....	82
<b>Capítulo 5. Estudios Paramétricos.....</b>		<b>84</b>
5.1	Estudios para flujo bifásico.....	84
5.1.1	Efecto de la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ).....	84
5.1.2	Efecto de la densidad del aceite ( $\rho_o$ ).....	87
5.1.3	Efecto del diámetro de la tubería.....	89
5.2	Estudios para flujo trifásico.....	92
5.2.1	Efecto del corte de agua.....	92
5.2.2	Efecto de la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ).....	95
5.2.3	Efecto del diámetro de la tubería.....	99
<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>		<b>103</b>
<b>Referencias.....</b>		<b>106</b>

# Nomenclatura

$A$ , área transversal dentro de la tubería

$C$ , coeficiente

$C_e$ , coeficiente

$d$ , diámetro de la tubería

$E_k$ , energía cinética adimensional

$F_E$ , fracción de arrastre del líquido en el gas

$Fr$ , número de Froude

$f$ , fracción de volumen sin deslizamiento, adimensional

$f$ , factor de fricción

$g$ , gravedad

$g_c$ , factor de conversión

$H$ , colgamiento de líquido

$H_{LF}$ , colgamiento de líquido en la película de flujo bache

$H_{OF}$ , colgamiento de aceite en la película de flujo bache

$H_{WF}$ , colgamiento de agua en la película de flujo bache

$H_{WGS}$ , colgamiento de agua con gas atrapado en el cuerpo del bache

$h$ , altura

$\bar{h}_F$ , altura de película líquida con interfase plana

$k$ , relación de velocidades

$l$ , longitud

$\dot{m}$ , gasto másico

$N$ , Número adimensional

$N_{Lv}$ , Número de la velocidad de líquido, adimensional

$N_{gv}$ , Número de la velocidad de gas, adimensional



$N_d$ , Número de diámetro de la tubería, adimensional  
 $N_L$ , Número de la viscosidad de líquido, adimensional  
 $p$ , presión  
 $Re$ , número de Reynolds  
 $S$ , perímetro  
 $S$ , número de velocidad de resbalamiento  
 $T$ , temperatura  
 $v$ , velocidad  
 $v_{bf}$ , velocidad de la burbuja en ascenso  
 $v_r$ , velocidad relativa o de resbalamiento  
 $We$ , número Weber  
 $z$ , longitud axial  
 $\alpha_{OS}$ , fracción de volumen de gas en el aceite del cuerpo del bache  
 $\alpha_{WS}$ , fracción de volumen de gas en el agua del cuerpo del bache  
 $\beta$ , exponentes  
 $\varepsilon$ , rugosidad  
 $\lambda$ , colgamiento sin resbalamiento  
 $\Theta$ , fracción de pared mojada  
 $\theta$ , ángulo de inclinación  
 $\mu$ , viscosidad  
 $\nu$ , frecuencia del bache  
 $\rho$ , densidad  
 $\rho_s$ , densidad basada en el colgamiento de líquido  
 $\rho_{GO}$ , densidad  
 $\sigma$ , tensión superficial  
 $\tau$ , esfuerzo cortante

## **Subíndice**

*C, núcleo del gas*

*D, deriva*

*F, película de líquido*

*g, gas*

*I, interfacial*

*IO, interfase aceite/agua*

*I1, interfase gas/aceite en la película de la región del bache*

*I2, interfase aceite/agua en la película de la región del bache*

*L, líquido*

*m, mezcla*

*n, variable considerando el no resbalamiento*

*o, aceite*

*os, aceite en el cuerpo del bache*

*s, variable basada en el colgamiento*

*S, bache*

*SG, gas superficial*

*SO, aceite superficial*

*SW, agua superficial*

*SL, líquido superficial*

*T, total*

*t, transición*

*U, unidad de bache*

*W, pared*

*w, agua*

*ws, agua en el cuerpo del bache*

# Lista de figuras

<b>Fig. 1.1</b> Esquema de una propiedad intensiva en un sistema bifásico.....	7
<b>Fig. 1.2</b> Esquema del gasto volumétrico. ....	8
<b>Fig. 1.3</b> Esquema de resbalamiento y relación del colgamiento de líquidos (Shoham, 2005).....	9
<b>Fig. 1.4</b> Patrones de flujo en tuberías verticales (Shoham, 2005).....	14
<b>Fig. 1.5</b> Flujo anular y flujo bache para una mezcla trifásica a) dominado por la fase agua y b) dominado por la fase aceite (Shean, 1976) .....	15
<b>Fig. 1.6</b> Regímenes de flujo trifásico dominados por aceite (OD): 1 a 4, y dominados por agua (WD): 5 a 8 (Woods et al.,1998). ....	17
<b>Fig. 2. 1</b> Mapa de patrones de flujo de Duns y Ros (1964).....	23
<b>Fig. 2. 2</b> Parámetros $L_1$ y $L_2$ de la correlación de Duns y Ros (1963).....	24
<b>Fig. 2. 3</b> Parámetros $F_1$ , $F_2$ , $F_3$ y $F_4$ de la correlación de Duns y Ros (1963) .....	26
<b>Fig. 2. 4</b> Parámetros $F_5$ , $F_6$ y $F_7$ de la correlación de Duns y Ros (1963) .....	27
<b>Fig. 2. 5</b> Factor $f_2$ de la correlación de Duns y Ros (1963).....	29
<b>Fig. 2. 6</b> Correlación para $CN_L$ en la correlación de Hagedorn y Brown (1965) ....	32
<b>Fig. 2. 7</b> Correlación para $HL/\psi$ en la correlación de Hagedorn y Brown (1965) .	32
<b>Fig. 2. 8</b> Correlación $\psi$ en la correlación de Hagedorn y Brown (1965).....	33
<b>Fig. 2. 9</b> Diagrama de Moody.....	34
<b>Fig. 2. 10</b> Coeficiente $C_1$ de Griffith-Wallis .....	37
<b>Fig. 2. 11</b> Coeficiente $C_2$ de Griffith-Wallis .....	37
<b>Fig. 2. 12</b> Mapa de patrones de flujo de Aziz, Govier y Fogarasi (1972) .....	41
<b>Fig. 2. 13</b> Volumen de control utilizado por Zhang et al. (2003).....	52
<b>Fig. 2. 14</b> Sección transversal de un flujo estratificado con una interfaz curva. (Zhang et al. 2003) .....	60
<b>Fig. 3. 1</b> Volumen de control de la región del núcleo de gas y el cuerpo del bache. .....	65
<b>Fig. 4. 1</b> Captura de pantalla del módulo principal del programa. ....	78

<b>Fig. 4. 2</b> Captura de pantalla de los módulos “Frontera_FlujoBache y Frontera_FlujoBurbuja” .....	79
<b>Fig. 4. 3</b> Captura de pantalla del módulo “Modelos_Hidrodinamicos” .....	79
<b>Fig. 4. 4</b> Captura de pantalla del módulo “Mezcla_Líquidos” .....	80
<b>Fig. 4. 5</b> Captura de pantalla del módulo “Gradientes_Presión y Mapa_Patrones” .....	80
<b>Fig. 4. 6</b> Capturas de pantalla del programa desarrollado: descripción, entrada de datos, resultados y mapa de patrones de flujo .....	81
<b>Fig. 4. 7</b> Mapa de patrones de flujo bifásico vertical (Zhang et al., 2003) .....	83
<b>Fig. 5. 1</b> Efecto de la viscosidad del aceite sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas - líquido .....	86
<b>Fig. 5. 2</b> Efecto de la viscosidad del aceite y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	87
<b>Fig. 5. 3</b> Efecto de la densidad del aceite sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido.....	88
<b>Fig. 5. 4</b> Efecto de la densidad del aceite y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	89
<b>Fig. 5. 5</b> Efecto del diámetro de la tubería sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas - líquido .....	90
<b>Fig. 5. 6</b> Efecto del diámetro de la tubería y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	91
<b>Fig. 5. 7</b> Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido.....	93
<b>Fig. 5. 8</b> Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	94
<b>Fig. 5. 9</b> Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido para una viscosidad del aceite de 10 cp .....	96
<b>Fig. 5. 10</b> Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido para una viscosidad del aceite de 100 cp.....	96
<b>Fig. 5. 11</b> Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para una viscosidad de aceite de 10 cp ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	97

<b>Fig. 5. 12</b> Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para una viscosidad de aceite de 100 cp ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) ....	98
<b>Fig. 5. 13</b> Mapas de patrones de flujo para distintos cortes de agua para un diámetro de tubería de 2 pg .....	100
<b>Fig. 5. 14</b> Mapas de patrones de flujo para distintos cortes de agua para un diámetro de tubería de 7 pg .....	100
<b>Fig. 5. 15</b> Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para un diámetro de tubería de 2 pg ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	101
<b>Fig. 5. 16</b> Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para un diámetro de tubería de 7 pg ( $v_{sl} = 0.1$ m/s) .....	102

## Lista de tablas

Tabla 2. 1 Constantes para el cálculo del colgamiento por patrón de flujo .....	47
Tabla 2. 2 Constantes para el cálculo del colgamiento por condición de flujo .....	48
Tabla 4. 1 Datos de entrada (Shoham, 1982).....	83
Tabla 5. 1 Parámetros de entrada para analizar el efecto de la viscosidad del aceite	85
Tabla 5. 2 Parámetros de entrada para analizar el efecto de la densidad del aceite .....	87
Tabla 5. 3 Parámetros de entrada para analizar el efecto del diámetro .....	89
Tabla 5. 4 Parámetros de entrada para analizar el efecto del corte de agua .....	92
Tabla 5. 5 Parámetros de entrada para analizar el efecto de la viscosidad del aceite.....	95
Tabla 5. 6 Parámetros de entrada para analizar el efecto del diámetro .....	99

# Introducción

Los fluidos de los yacimientos petroleros son mezclas complejas de hidrocarburos que se pueden presentar en fase líquida, gaseosa o una mezcla de ambas, dependiendo de la composición, presión y temperatura a la que se encuentren. Durante la extracción de los fluidos del yacimiento, éstos experimentan reducciones de presión y temperatura generando circunstancialmente el flujo simultáneo de gas y aceite en el sistema de producción.

Aún más, en campos maduros puede presentarse el flujo trifásico en los pozos y líneas superficiales con la producción de agua. En este sentido, cabe mencionar que alrededor del 50% de la producción mundial de hidrocarburos proviene actualmente de este tipo de campos. Éstos tienen en común una baja presión de yacimiento y la entrada de grandes volúmenes de agua y gas libre, en detrimento de la producción de aceite. Dependiendo del corte de agua que se esté produciendo en los pozos, el flujo puede tratarse como bifásico (gas - líquido) o trifásico (gas - líquido - líquido).

La relevancia del estudio del flujo multifásico en tuberías radica en que las caídas de presión en pozos y ductos dependen del número de fases presentes y la estructura morfológica que adquieran (denominadas patrones de flujo). Así, al pasar los fluidos provenientes del yacimiento a través de la tubería de producción, se consume la mayor parte de energía disponible para llevarlos a la superficie. Por lo tanto, es de suma importancia realizar una evaluación precisa de la distribución de la presión en el pozo mediante modelos o correlaciones de flujo multifásico en tuberías. Al hacerlo conjuntamente a un análisis integral del sistema de producción es posible (Garaicochea, 1991):

- a) Minimizar las pérdidas de energía en el flujo de fluidos del pozo a la superficie.
- b) Diseñar las tuberías de producción y líneas de descarga.
- c) Proyectar la implementación de sistemas artificiales de producción.
- d) Estimar la presión de fondo fluyendo a partir de mediciones de la presión en la cabeza del pozo.
- e) Calcular el efecto de los estranguladores sobre el gasto.
- f) Determinar la vida fluyente de los pozos.
- g) Seleccionar y calibrar métodos de flujo multifásico, a partir de su evaluación con datos medidos de presión - producción.

Considerando los puntos anteriores, el estudio de la hidrodinámica de los flujos bifásico y trifásico es fundamental para los ingenieros petroleros para optimizar el diseño de la tubería de producción (TP) y de las líneas superficiales de transporte; de esta manera, se busca obtener la máxima producción de aceite con las menores pérdidas de energía. Por lo tanto, se requieren herramientas computacionales que les permitan predecir el patrón de flujo, estimar las fracciones volumétricas de cada fase, y calcular las caídas de presión correspondientes.

En la literatura pueden encontrarse estudios experimentales y teóricos para comprender la hidrodinámica de los patrones de flujo bifásico gas - líquido en tuberías verticales, e identificar o predecir las condiciones de operación en que se presentan, así como para estimar los gradientes de presión resultantes. Para tal efecto, se han propuesto diversas correlaciones empíricas y modelos mecanicistas. En el primer rubro pueden mencionarse las correlaciones de Poettmann y Carpenter (1952); Hagedorn y Brown (1965); Beggs y Brill (1973); Duns y Ros (1963); Orkiszewski (1967); y Aziz, Govier y Fogarasi (1972). En cuanto a los modelos mecanicistas en el contexto de la industria petrolera, destacan los trabajos de: Hasan y Kabir (1988); Ansari et al. (1994); Gomez et al. (1999); y Zhang et al. (2003).

Por otra parte, en el caso de los flujos trifásicos gas – líquido – líquido solo se dispone de un número limitado de estudios publicados. Dada la complejidad de la hidrodinámica de tales sistemas multifásicos, la mayoría de ellos están orientados a la observación experimental de los distintos patrones de flujo (Woods et al., 1998). Ahora bien, cabe destacar el trabajo de Zhang et al. (2006), quienes desarrollaron un modelo mecanicista para la predicción de la transición de patrones de flujo, así como para calcular las variables hidrodinámicas más relevantes en cada caso.

Considerando todos los aspectos antes mencionados, en este trabajo de tesis se presenta el desarrollo de un programa computacional que permite identificar las condiciones en que se presentan los diversos patrones de flujo bifásico (gas – líquido), y de flujo trifásico (gas – líquido – líquido) en tuberías verticales, así como para calcular los gradientes de presión de acuerdo con el patrón de flujo. Para tal efecto, se considerará el modelo mecanicista de Zhang et al. (2003) para el flujo bifásico, y de Zhang et al. (2006) para caso trifásico. A continuación, se indican los objetivos general y específicos de la tesis.

## **Objetivo general**

Desarrollar una herramienta computacional que permita calcular gradientes de presión en pozos petroleros que producen aceite, agua y gas, mediante métodos de flujo bifásico (gas - líquido) y flujo trifásico (gas – líquido - líquido).

## **Objetivos específicos**

- a) Realizar una revisión a la literatura pertinente a métodos empíricos y modelos mecanicistas de flujo multifásico en tuberías verticales que permitan predecir el patrón de flujo y calcular el colgamiento y el gradiente de presión resultantes.



- b) Describir los modelos seleccionados que permitan predecir la distribución de las fases, estimar sus fracciones volumétricas y calcular los gradientes de presión.
- c) Desarrollar un programa computacional que permita predecir los patrones de flujo bifásico (gas - aceite) y flujo trifásico (gas – aceite - agua), estimar las fracciones volumétricas de las fases, y calcular los gradientes de presión resultantes.
- d) Realizar estudios paramétricos con variables selectas del sistema, para analizar su efecto sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo y en los gradientes de presión, en condiciones de flujo bifásico y flujo trifásico.

## **Contenido de la tesis**

En el capítulo 1 se presenta un resumen de los conceptos y definiciones fundamentales en el estudio del flujo multifásico. Se describen los patrones del flujo gas-líquido más comunes en tuberías verticales, así como de flujo gas-líquido-líquido. Finalmente, se hace referencia a los distintos métodos de predicción del flujo multifásico.

Algunos de los métodos empíricos más conocidos en la industria petrolera para realizar cálculos de flujo gas-líquido en tuberías verticales se presentan en el capítulo 2. Asimismo, se describe el modelo mecanicista de flujo bifásico (Zhang et al., 2003) que será implementado en el programa computacional objeto del presente trabajo.

Por otra parte, en el capítulo 3 se describe el modelo mecanicista seleccionado (Zhang et al., 2006) para predecir patrones de flujo trifásico gas-líquido-líquido en tuberías verticales. Se describen las ecuaciones que integran el modelo para predecir los patrones de flujo y calcular las principales variables hidrodinámicas que les caracterizan.

De acuerdo con los alcances del presente trabajo, en el capítulo 4 se describe el programa computacional desarrollado para la predicción de patrones de flujo bifásico (gas-líquido) y trifásico (gas-líquido-líquido) en tubería verticales, así como para calcular los gradientes de presión correspondientes, a partir de los modelos mecanicistas seleccionados.

En el capítulo 5 se presentan y discuten los efectos de variables seleccionadas sobre las fronteras de transición entre los distintos patrones de flujo bifásico y trifásico, y sobre los gradientes de presión correspondientes.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

## Capítulo 1

# Antecedentes

En este capítulo se presenta un resumen de los conceptos y definiciones fundamentales con relación al estudio del flujo multifásico. Se presenta una descripción de los patrones del flujo gas-líquido en tuberías verticales, así como de flujo gas-líquido-líquido. Finalmente, se abordan los distintos métodos de predicción del flujo multifásico.

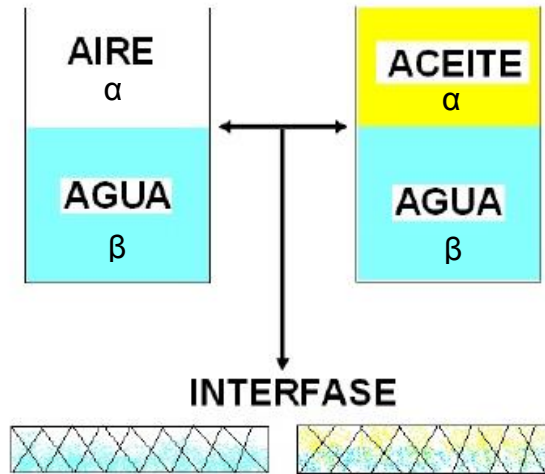
## 1.1 Conceptos y definiciones

### Fase

Porción de un sistema que es microscópicamente homogénea tanto en su composición química como en sus propiedades físicas. Se encuentra separada de otras porciones del sistema por superficies de frontera bien definidas, llamadas interfases. Existen 3 tipos de fases: sólida, líquida y gaseosa. Una sustancia puede cambiar de una fase a otra en función de su composición, la presión y la temperatura.

### Interfase

Se denomina interfase a la región tridimensional de contacto entre dos fases  $\alpha$  y  $\beta$ , en la que sus propiedades varían desde las correspondientes a la fase  $\alpha$  hasta las de la fase  $\beta$  (**Figura 1.1**).



**Fig. 1.1** Esquema de una propiedad intensiva en un sistema bifásico.

**Gasto másico**

Cantidad de fluido (en masa) que atraviesa una sección transversal de tubería en una unidad de tiempo.

$$\dot{m} = \rho v A = \rho q . \quad \text{.....} \quad 1.1$$

Se diferencian en:

$$\dot{m}_L = \rho_L v_L A_L = \rho_L q_L, \quad \text{.....} \quad 1.2$$

$$\dot{m}_g = \rho_g v_g A_g = \rho_g q_g, \quad \text{.....} \quad 1.3$$

$$\dot{m}_{total} = \dot{m}_L + \dot{m}_g. \quad \text{.....} \quad 1.4$$

## Gasto volumétrico

Volumen de fluido que pasa por una superficie transversal de la tubería en un tiempo determinado.

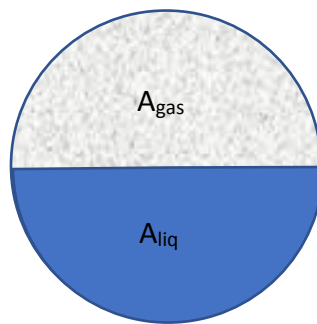
$$q = vA. \quad \dots\dots\dots 1.5$$

Se diferencian:

$$q_L = v_L A_L, \quad \dots\dots\dots 1.6$$

$$q_g = v_g A_g, \quad \dots\dots\dots 1.7$$

$$q_{total} = q_g + q_L. \quad \dots\dots\dots 1.8$$



**Fig. 1.2** Esquema del gasto volumétrico.

## Fenómeno de resbalamiento y colgamiento

Durante el flujo simultáneo de gas y líquido, generalmente las fases no se desplazan a la misma velocidad. Este fenómeno se origina debido a las diferencias en las fuerzas de fricción, la densidad y la compresibilidad de las fases. Por un lado, los esfuerzos cortantes son menores en la fase gas, por lo que ésta experimenta una menor resistencia al flujo y tiende a fluir a una mayor velocidad que el líquido; por otra parte, las fases tienden a segregarse por la acción de la gravedad; finalmente, la mayor compresibilidad del gas promueve que éste se desplace a una mayor velocidad. Así, en términos coloquiales se habla de que el gas “resbala” y el líquido

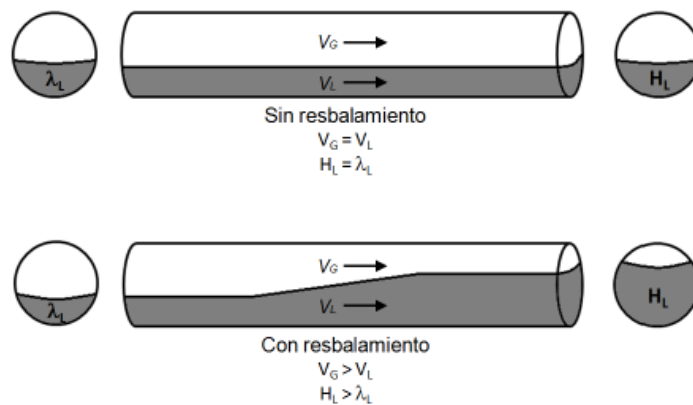
se “cuelga”. Si las fases tienen la misma velocidad, se dice que el flujo es homogéneo.

Una de las consecuencias de que las fases viajen a diferente velocidad es que el área transversal que ocupa cada una de ellas cambia a lo largo de la tubería (**Figura 1.3**). De esta manera, surge uno de los parámetros fundamentales de flujo multifásico: el colgamiento.

### Colgamiento de líquido

Es la razón del área transversal de la tubería ocupada por el líquido con respecto al área total. Varía a partir de cero para flujo monofásico de gas hasta uno para cuando se tiene flujo de líquido únicamente.

$$\alpha_L \text{ ó } H_L = \frac{\text{área ocupada por el líquido}}{\text{área total de la sección transversal de la tubería}} \dots\dots\dots 1.9$$



**Fig. 1.3** Esquema de resbalamiento y relación del colgamiento de líquidos (Shoham, 2005)

### **Fracción de vacío**

Es el área transversal de la tubería que está ocupada por el gas, entre el área total; es igual a la unidad menos el colgamiento de líquido:

$$\alpha_g \text{ ó } (1 - H_L). \quad \dots\dots\dots 1.10$$

### **Colgamiento de líquido sin resbalamiento**

El colgamiento sin resbalamiento o contenido de líquido de entrada se define como la razón del gasto de líquido entre el gasto total de fluidos en la tubería:

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_{total}}. \quad \dots\dots\dots 1.11$$

Tal definición es equivalente a decir que el colgamiento sin resbalamiento es el cociente del volumen de líquido en un segmento de tubería entre el volumen de la misma, considerando que las fases viajaran a la misma velocidad.

Por otra parte, la fracción volumétrica de gas de entrada es:

$$\lambda_g = 1 - \lambda_L = \frac{q_g}{q_{total}}. \quad \dots\dots\dots 1.12$$

### **Velocidad superficial**

Es la velocidad que tendría una fase (líquido o gas) si fluyera sola ocupando la totalidad de la sección transversal de la tubería. A las velocidades superficiales también se les denomina flujos volumétricos (gasto volumétrico por unidad de área de la sección transversal).

$$v_{SL} = \frac{q_L}{A_T}, \quad \dots\dots\dots 1.13$$

$$v_{SG} = \frac{q_g}{A_T}. \quad \dots\dots\dots 1.14$$

A partir de las velocidades superficiales puede calcularse la denominada velocidad de la mezcla:

$$v_m = v_{SL} + v_{SG}. \quad \dots\dots\dots 1.15$$

**Velocidad real**

Aplicando el concepto de colgamiento, se puede obtener la velocidad real correspondiente a cada fase, como se indica con las siguientes relaciones.

Velocidad real del líquido ( $v_L$ )

$$v_L = \frac{q_L}{A_L} = \frac{q_L}{A_T H_L} = \frac{v_{SL}}{H_L}. \quad \dots\dots\dots 1.16$$

Velocidad real del gas ( $v_g$ )

$$v_g = \frac{q_g}{A_g} = \frac{q_g}{A_T(1 - H_L)} = \frac{v_{SG}}{1 - H_L}. \quad \dots\dots\dots 1.17$$

**Relación de velocidades**

Se define como el cociente de la velocidad del gas entre la velocidad del líquido.

$$k = \frac{v_g}{v_L}. \quad \dots\dots\dots 1.18$$



## Velocidad relativa o de resbalamiento

Es la diferencia de velocidades entre el gas y el líquido.

$$v_r = v_g - v_L. \quad \dots\dots\dots 1.19$$

## Densidad de la mezcla

La densidad de la mezcla se obtiene a partir del colgamiento como:

$$\rho_m = \rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L). \quad \dots\dots\dots 1.20$$

También es posible calcular la densidad la mezcla sin tomar en cuenta el resbalamiento:

$$\rho_{ns} = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_g). \quad \dots\dots\dots 1.21$$

## **1.2 Patrones de flujo multifásico**

Los patrones de flujo multifásico hacen referencia a la forma en cómo se encuentran distribuidas las fases en una tubería, y están determinados por la forma de la interfase. La existencia de los patrones de flujo depende principalmente de las siguientes variables:

- Gastos de gas y líquidos (agua y/o aceite)
- Diámetro de la tubería y ángulo de inclinación
- Propiedades físicas de las fases: densidad, viscosidad y tensión interfacial.

La determinación de los patrones de flujo es uno de los problemas principales en el análisis del flujo multifásico, ya que la hidrodinámica y la transferencia de calor en los pozos y ductos dependen de ellos.

### 1.2.1 Patrones de flujo gas-líquido

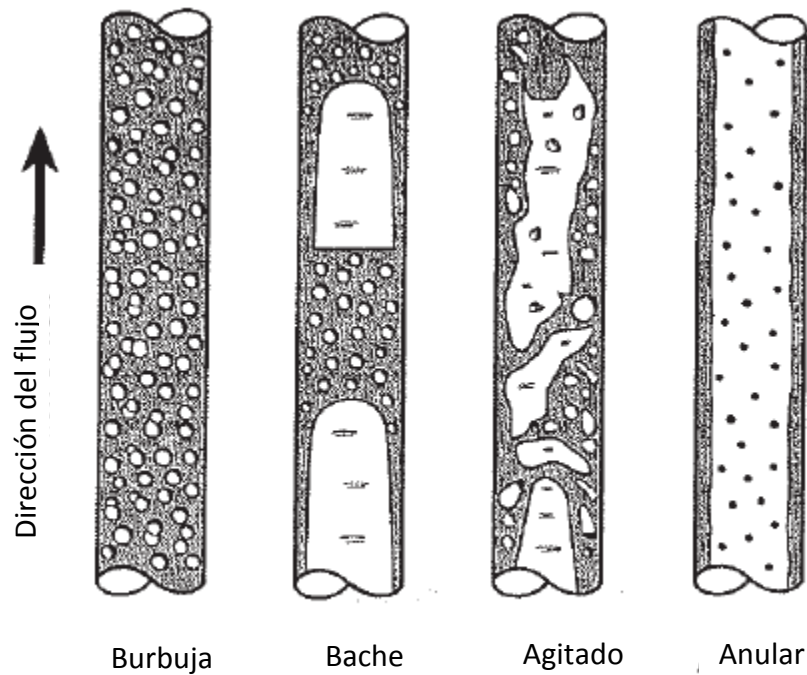
Para el flujo vertical ascendente de gas-líquido en tuberías, los patrones de flujo son esencialmente simétricos respecto a la dirección axial, y casi no son afectados por la fuerza de gravedad. Los patrones de flujo típicos en este tipo de sistemas se describen a continuación.

a) **Flujo burbuja**. Este patrón se caracteriza porque la fase gaseosa se encuentra dispersa en forma de burbujas discretas dentro de una fase líquida continua. Suelen diferenciarse dos casos: el flujo burbuja simple se presenta a gastos bajos de gas y líquido, y se caracteriza por el resbalamiento entre las fases; por otra parte, se habla de flujo burbuja dispersa cuando la fase líquida arrastra las burbujas de gas impidiendo el resbalamiento, y se presenta a velocidades de líquido altas.

b) **Flujo bache**. El flujo bache en tuberías verticales es simétrico respecto al eje de la tubería. La mayor parte de la fase gaseosa se localiza en una burbuja de gas en forma de bala denominada “burbuja de Taylor”, cuyo diámetro es casi igual al diámetro interno de la tubería. El flujo consiste en baches de líquido alternados con burbujas de Taylor. En el cuerpo de la burbuja de Taylor se produce una película de líquido delgada que fluye en sentido descendente.

c) **Flujo agitado**. Este régimen de flujo se caracteriza por su movimiento oscilatorio. Es parecido al flujo bache, pero su apariencia es mucho más caótica, sin una frontera bien definida entre las fases. Su ocurrencia se da a velocidades de gas más altas, para las cuales los tapones de líquido se hacen más pequeños y turbulentos. Los tapones de líquido son penetrados por el flujo de gas, el cual los rompe provocando un contraflujo de líquido que se adiciona al tapón siguiente. Como resultado, las burbujas de Taylor y los tapones de líquido se distorsionan provocando un flujo “agitado”.

d) **Flujo anular**. En este patrón, el gas viaja por el centro de la tubería a alta velocidad. En cuanto a la fase líquida, ésta se encuentra distribuida como una película en contacto con las paredes de la tubería y como gotas dispersas en el núcleo de gas. Por la simetría del flujo vertical, el espesor de la película tiende a ser bastante uniforme. En este tipo de patrón de flujo los esfuerzos interfaciales son considerables.

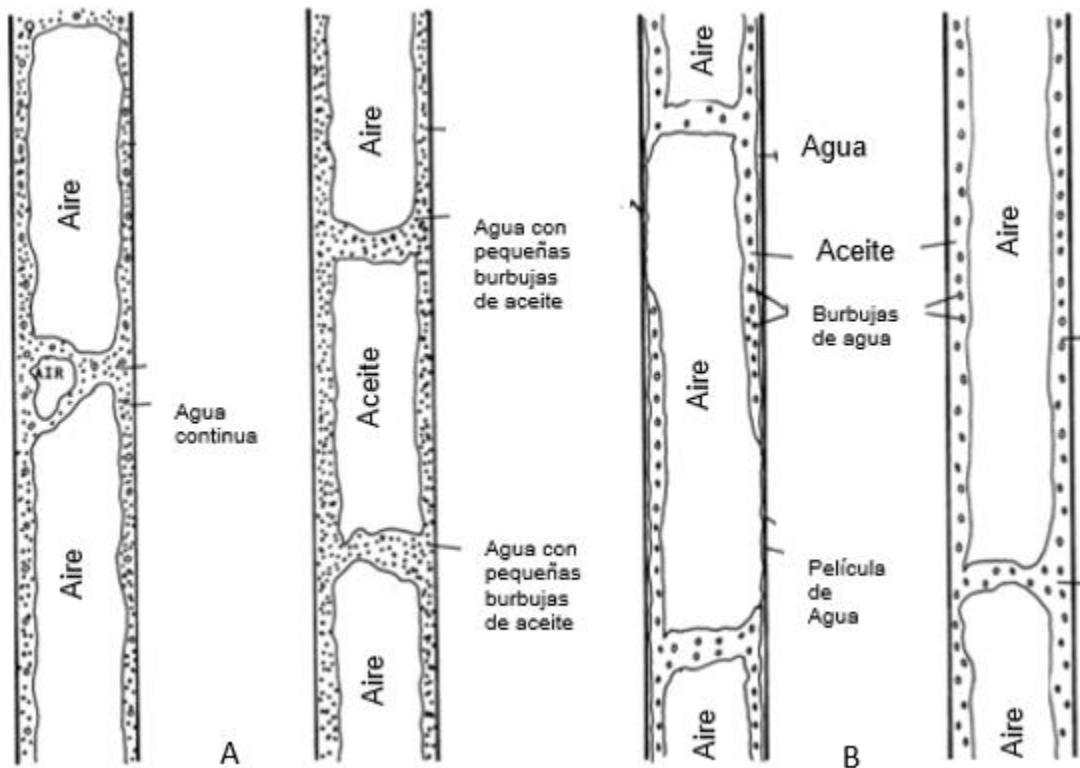


**Fig. 1.4** Patrones de flujo en tuberías verticales (Shoham, 2005)

## 1.2.2 Patrones de flujo gas-líquido-líquido

En la literatura existen pocos estudios en relación con los patrones de flujo gas – líquido – líquido en tuberías, entre los cuales pueden mencionarse los trabajos experimentales de Shean (1976) y de Woods et al. (1998).

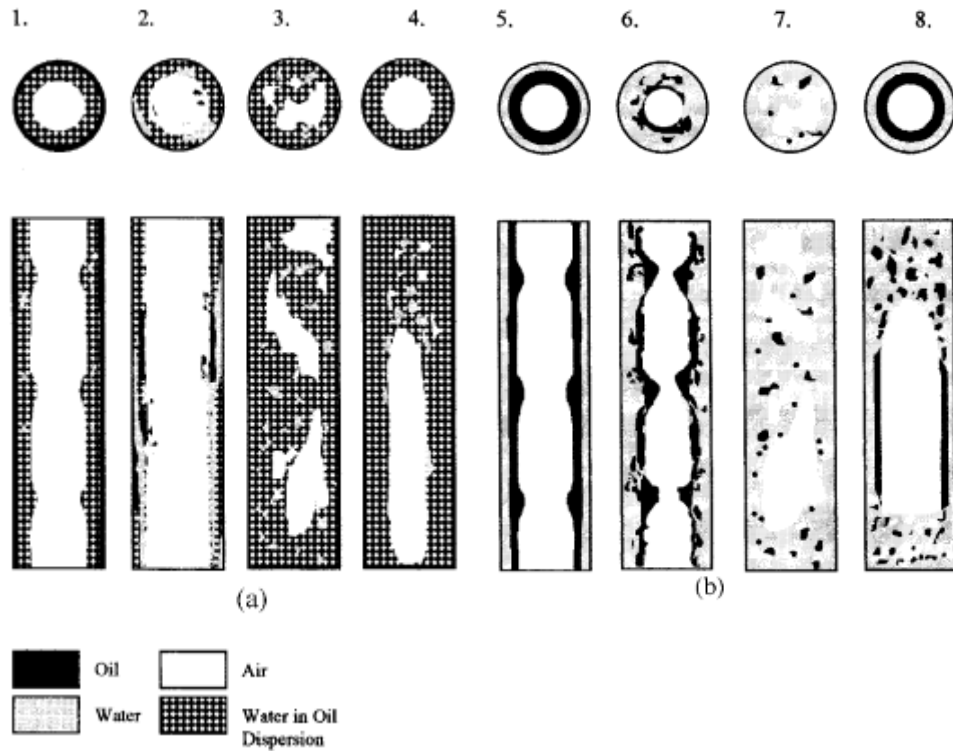
Por una parte, Shean (1976) realizó experimentos de flujo trifásico en tubería de 19 mm de diámetro, con la finalidad de estudiar los patrones de flujo burbuja y bache. Presentó las transiciones entre los patrones de flujo trifásicos en mapas como el mostrado en la **Figura 1.5**.



**Fig. 1.5** Flujo anular y flujo bache para una mezcla trifásica a) dominado por la fase agua y b) dominado por la fase aceite (Shean, 1976)

Con respecto a Woods et al. (1998), estos autores identificaron experimentalmente cuatro regímenes de flujo dominados por la fase aceite (OD), y cinco dominados por la fase agua (WD), como se muestra en la **Figura 1.6**. Utilizaron aceites minerales con una viscosidad de 20 y 150 cp, y una tubería de una pulgada de diámetro. Los patrones de flujo que identificaron fueron los siguientes:

- a) **OD, anillo de aceite / anillo anular disperso.** El aceite forma una película anular sobre la pared interior de la tubería, la cual es superpuesta por una dispersión anular de gotas de agua, que se interconecta con el núcleo de gas. El aumento del flujo de gas y/o agua causa un adelgazamiento progresivo del anillo de aceite hasta que una dispersión completa de agua en aceite forma el régimen anular disperso.
- b) **OD, anillo roto.** Cuando la velocidad del agua está cerca del punto de inversión de fases, el anillo próximo a la pared comienza a descomponerse y es gradualmente reemplazado por un anillo de agua.
- c) **OD, agitado disperso.** El régimen es similar al flujo agitado de dos fases; aquí la fase líquida es una dispersión de gotas de agua en aceite que poseen un movimiento oscilatorio vertical.
- d) **OD, bache disperso.** El régimen es similar al flujo bache bifásico en el que la fase líquida es una dispersión de gotas de agua en aceite. Sin embargo, hay poco o ningún flujo contracorriente de líquido en la pared del tubo en el anillo que rodea la burbuja de gas ascendente.



**Fig. 1.6** Regímenes de flujo trifásico dominados por aceite (OD): 1 a 4, y dominados por agua (WD): 5 a 8 (Woods et al.,1998).

**e) WD, anillo de agua / aceite anular.** Cuando la velocidad del agua está más allá del punto de inversión, la conversión al flujo dominado por agua (WD) ocurre con la formación de un anillo de agua en contacto con la pared de la tubería y que presenta una película anular superpuesta de aceite.

**f) WD, anillo anular disperso / anular de aceite.** En este régimen se produce un mayor grado de mezcla en las fases líquidas que forman una dispersión parcial de gotas de aceite en el anillo de agua.

**g) WD, agitado disperso.** El régimen es similar al flujo agitado de dos fases; la fase líquida está constituida por una dispersión de gotas de aceite en agua, y posee un movimiento oscilatorio vertical.

**h) WD, bache disperso.** El régimen es similar al flujo bache de dos fases; la fase líquida consiste de una dispersión de gotas de aceite en agua.

**i) WD, bache de aceite.** El aceite es transportado por un bache de movimiento rápido dentro de un anillo de agua. Se observan capas separadas de agua y aceite en la región de la película alrededor de la burbuja de gas a bajas frecuencias de baches. Sin embargo, la separación no es aparente a frecuencias altas.

Para finalizar, cabe destacar los avances presentados por Zhang et al. (2006), con relación al desarrollo de un modelo teórico de flujo trifásico que permite predecir las transiciones entre patrones de flujo considerando diferentes ángulos de inclinación. Estos autores describieron la distribución de las fases y los principales aspectos hidrodinámicos de los sistemas trifásicos realizando modificaciones en un modelo previo de flujo bifásico gas-líquido presentado por Zhang et al. (2003).

## **1.3 Métodos de predicción de flujo multifásico**

### **1.3.1 Modelos físico-matemáticos**

- **Enfoque riguroso.** Este enfoque consiste en el planteamiento y resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas pueden resolverse analítica o numéricamente mediante métodos de la mecánica de fluidos computacional (CFD, por su siglas en inglés). La resolución analítica de las ecuaciones de conservación representa el enfoque más preciso, sin embargo solo se dispone de algunas cuantas soluciones para casos idealizados. Por otra parte, los estudios de CFD demandan tiempos de cómputo extraordinariamente grandes para el análisis del flujo multifásico en pozos y ductos, lo cual ha limitado su uso en la industria petrolera.

- **Modelos basados en variables promedio.** Plantean las ecuaciones de conservación en forma diferencial para cada fase, considerando únicamente la variación de las propiedades termodinámicas e hidrodinámicas en la dirección del flujo. Así, las propiedades locales de cada fase se promedian sobre el área transversal de la tubería. Cabe destacar que el patrón de flujo se involucra mediante ecuaciones constitutivas vinculadas con los términos fuente o sumidero en las ecuaciones. Puede mencionarse los modelos de flujo homogéneo, de dos fluidos, de deriva, y de campos múltiples.
- **Modelos mecanicistas.** Estos modelos son específicos para cada patrón de flujo y parten de las ecuaciones de conservación en forma integral. En el planteamiento, se hacen simplificaciones importantes en la descripción geométrica del patrón de flujo. Para obtener un sistema cerrado de ecuaciones, involucran ecuaciones constitutivas que depende de estos.

### 1.3.2 Patrones de flujo gas-líquido

#### Correlaciones empíricas

Debido a la complejidad del modelado del flujo multifásico, en la industria petrolera se han desarrollado a lo largo del tiempo correlaciones empíricas para determinar el patrón de flujo y calcular las principales variables hidrodinámicas durante el transporte de gas y aceite en pozos y ductos. Dado su carácter empírico, es claro que su margen de aplicación está limitado por los rangos de variación de las variables utilizadas por los autores en su desarrollo. Entre las correlaciones de flujo gas - líquido en tuberías verticales más utilizadas en la práctica de la ingeniería petrolera pueden mencionarse: Duns y Ros (1963), Hagedorn y Brown (1965), Orkiszewski (1967), Aziz, Govier y Fogarasi (1972), y Beggs y Brill (1973), mismas que se describen en el capítulo 2.



## Capítulo 2

# Métodos de flujo gas-líquido

Este capítulo se discuten diversos métodos para realizar cálculos de flujo bifásico gas – líquido en tuberías verticales. Se comienza con la clasificación de los métodos empíricos. Posteriormente, se presentan aquellas correlaciones más utilizadas en la industria petrolera. Finalmente, se describe el modelo mecanicista unificado de Zhang et al. (2003), el cual será implementado en un programa computacional de acuerdo con los objetivos de este trabajo.

### 2.1 Métodos empíricos

Al pasar los fluidos provenientes del yacimiento a través de la tubería de producción para llevarlos a las instalaciones superficiales, se consume la mayor parte de la energía disponible. Por lo tanto, es de suma importancia realizar una evaluación precisa de los gradientes de presión a lo largo de la tubería.

El gradiente de presión total está constituido por tres términos: el hidrostático, el asociado a la fricción, y el correspondiente a la aceleración (Brill y Mukherjee, 1999):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_t = \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_f + \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_a.$$

En tuberías verticales, las pérdidas de presión por la carga hidrostática representan más del 80% de la caída de presión total; debido a que el gradiente hidrostático es función de la densidad de la mezcla, es importante evaluar de manera precisa el

colgamiento, ya que aquélla depende de este parámetro. La caída de presión causada por la aceleración del fluido generalmente es despreciable y sólo se calcula cuando existen cambios abruptos de velocidad. En cuanto a las pérdidas de presión por fricción, se han propuesto diversos métodos para calcularlas ya que la presencia de dos fases no permite la aplicación directa de las correlaciones comúnmente utilizadas en flujo monofásico.

Considerando la complejidad del flujo multifásico, en las décadas de los años 60 y 70 se desarrollaron un gran número de correlaciones empíricas para estimar los gradientes de presión en pozos petroleros. Así, en los primeros trabajos se atribuían las discrepancias entre los gradientes de presión calculados con respecto a los datos medidos a un factor de pérdida de energía. Posteriormente, las correlaciones se fueron sofisticando al involucrar la predicción del patrón de flujo y el cálculo del colgamiento.

Las correlaciones empíricas pueden clasificarse en las siguientes categorías:

- **Categoría A.** Se considera que no existe resbalamiento entre las fases, y no se diferencian patrones de flujo. La densidad de la mezcla se calcula en función del colgamiento sin resbalamiento. Cada autor define la forma del término de pérdidas de presión por fricción, y presenta correlaciones para calcularlo. En esta categoría pueden mencionarse las correlaciones de: Poettman y Carpenter (1952), Baxendell y Thomas (1961), y Fancher y Brown (1963).
- **Categoría B.** Consideran que existe resbalamiento entre las fases, pero no diferencian patrones de flujo. La densidad de la mezcla se calcula en función del colgamiento. El factor de fricción se correlaciona con las propiedades combinadas del gas y el líquido. Se presentan correlaciones para calcular el colgamiento y el término de pérdidas de presión por fricción. Como ejemplo, puede mencionarse el método de Hagedorn y Brown (1965).

- **Categoría C.** Se considera el resbalamiento entre las fases y la existencia de diferentes patrones de flujo. Los autores presentan una metodología y correlaciones para predecir el patrón de flujo. En función de éste, se presentan correlaciones para determinar el colgamiento y el término de pérdidas por fricción. Las correlaciones en este rubro más utilizadas en la práctica son las de: Duns y Ros(1963), Orkiszewski (1967), Aziz, Govier y Fogarasi (1972), y Beggs y Brill (1973), las cuales se presentan a continuación.

### 2.1.1 Correlación de Duns y Ros

El método de Duns y Ros (1963) es el resultado de un extenso estudio de laboratorio, en el cual se midieron el colgamiento y gradientes de presión. Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en una tubería vertical de 185 pies, con diámetros de 1.26 y 5.6 pg, incluyendo una configuración anular. El colgamiento de líquido se midió mediante técnicas con trazadores radioactivos.

En el desarrollo de su metodología, los autores identificaron los siguientes cuatro números adimensionales como los más importantes en la caracterización del flujo gas-líquido, y los cuales son utilizados como parámetros de correlación:

$$N_{gv} = \text{número de velocidad del gas} = v_{SG} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g\sigma}},$$

$$N_{Lv} = \text{número de velocidad del líquido} = v_{SL} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g\sigma}},$$

$$N_d = \text{número del diámetro} = d \sqrt{\frac{\rho_L g}{\sigma}},$$

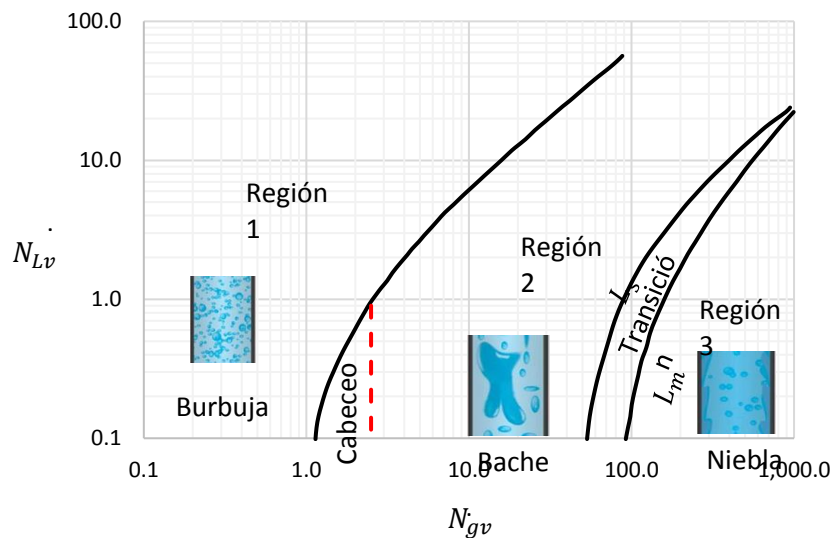
$$N_L = \text{número de viscosidad del líquido} = \mu_L^4 \sqrt{\frac{g}{\rho_L \sigma^3}}$$

### Predicción del régimen de flujo

Los autores identificaron tres regímenes de flujo multifásico, como se muestra en la **Figura 2.1** en términos de los números de velocidad del líquido y del gas (definidos más adelante):

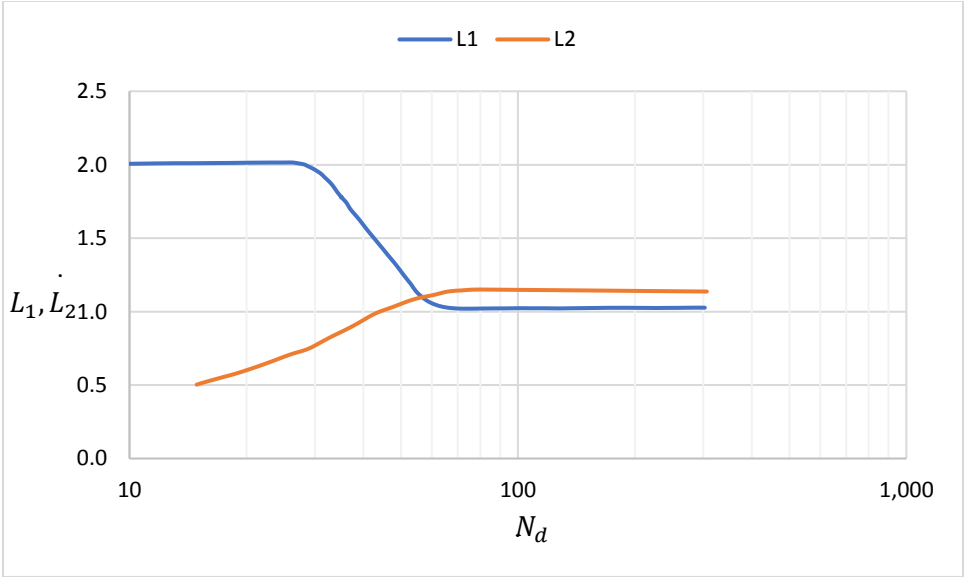
- **Región 1:** La fase líquida es continua; incluye los flujos burbuja, burbuja elongada y parte del flujo bache.
- **Región 2:** Esta región corresponde al patrón de flujo bache.
- **Región 3:** En esta región el gas es la fase continua, y corresponde a los flujos anular y niebla.

Cabe señalar que los autores identificaron adicionalmente una región de flujo inestable (cabeceo) y otra de transición entre las regiones 2 y 3 (correspondiente al patrón de flujo agitado).



**Fig. 2. 1** Mapa de patrones de flujo de Duns y Ros (1964)

Para determinar las fronteras de transición entre las diferentes regiones de flujo, Duns y Ros desarrollaron un conjunto de parámetros adimensionales que dependen de  $N_{gv}$ ,  $N_{Lv}$ , y  $N_d$ , referidas como  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_s$ , y  $L_m$ . Por una parte,  $L_1$  y  $L_2$  se obtienen a partir de la **Figura 2.2**, como función de  $N_d$ .



**Fig. 2. 2** Parámetros  $L_1$  y  $L_2$  de la correlación de Duns y Ros (1963)

Con respecto a los parámetros  $L_s$  y  $L_m$ , estos se calculan mediante las siguientes ecuaciones:

$$L_s = 50 + 36N_{Lv}, \quad \dots\dots\dots 2.1$$

$$L_m = 75 + 84N_{Lv}^{.75}. \quad \dots\dots\dots 2.2$$

Los criterios para identificar el régimen de flujo son:

- *Región 1:* Si  $0 \leq N_{gv} \leq L_1 + L_2 N_{Lv}$
- *Región 2:* Si  $L_1 + L_2 N_{Lv} \leq N_{gv} \leq L_s$
- *Región 3:* Si  $N_{gv} > L_m$
- *Transición:* Si  $L_s < N_{gv} < L_m$

### Cálculo del colgamiento

Duns y Ros presentaron correlaciones para calcular una velocidad de resbalamiento adimensional ( $S$ ) en función del patrón de flujo identificado, y a partir de la cual puede obtenerse la velocidad de resbalamiento ( $v_s$ ) y el colgamiento. Se tienen las siguientes relaciones:

$$S = v_s \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L g} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad \dots\dots\dots 2.3$$

$$v_s = v_g - v_L = \frac{v_{SG}}{1 - H_L} - \frac{v_{SL}}{H_L}, \quad \dots\dots\dots 2.4$$

$$y \quad H_L = \frac{v_s - v_m + [(v_m - v_s)^2 + 4v_s v_{SL}]^{1/2}}{2v_s}. \quad \dots\dots\dots 2.5$$

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

1. Calcular  $S$ , usando la correlación adecuada según el patrón de flujo identificado.
2. Calcular  $v_s$  a partir de la ec. 2.4
3. Calcular  $H_L$  con base en la ec. 2.5
4. Calcular  $\rho_m = \rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L)$

5. Calcular el gradiente de presión hidrostático:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{el} = \frac{g}{g_c} \rho_m. \quad \dots\dots\dots 2.6$$

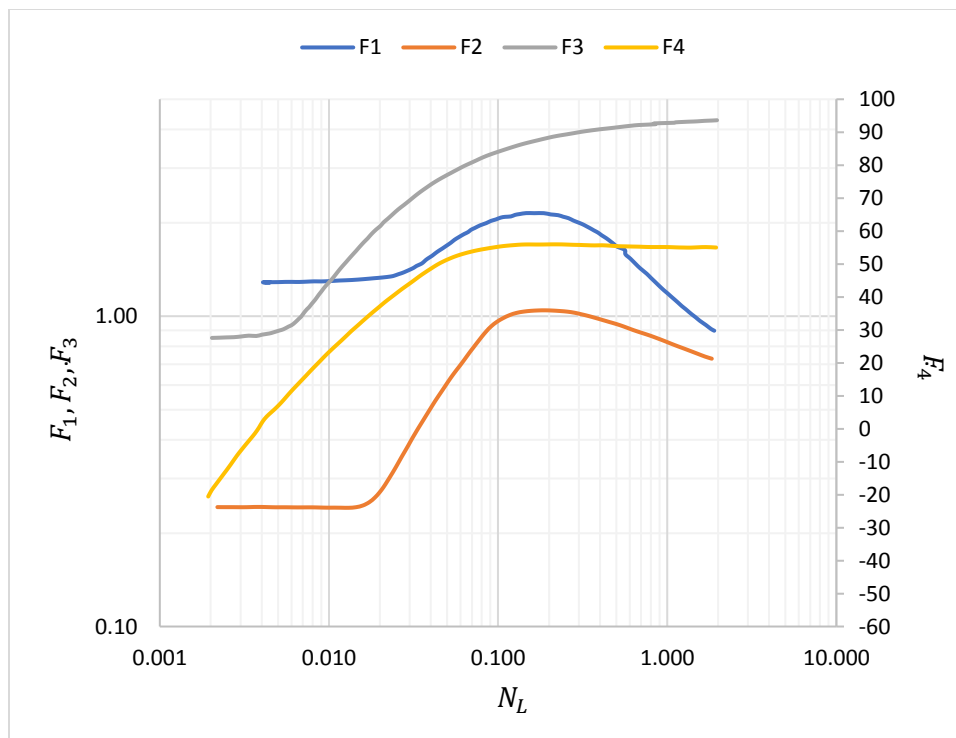
• Para la región 1:

$$S = F_1 + F_2 N_{Lv} + F_3 \left(\frac{N_{gv}}{1 + N_{Lv}}\right)^2, \quad \dots\dots\dots 2.7$$

donde

$$F_3' = F_3 + \frac{F_4}{N_d}. \quad \dots\dots\dots 2.8$$

Los parámetros  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  se obtienen de la **Figura 2.3**, en función de  $N_L$ .



**Fig. 2. 3** Parámetros  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  de la correlación de Duns y Ros (1963)

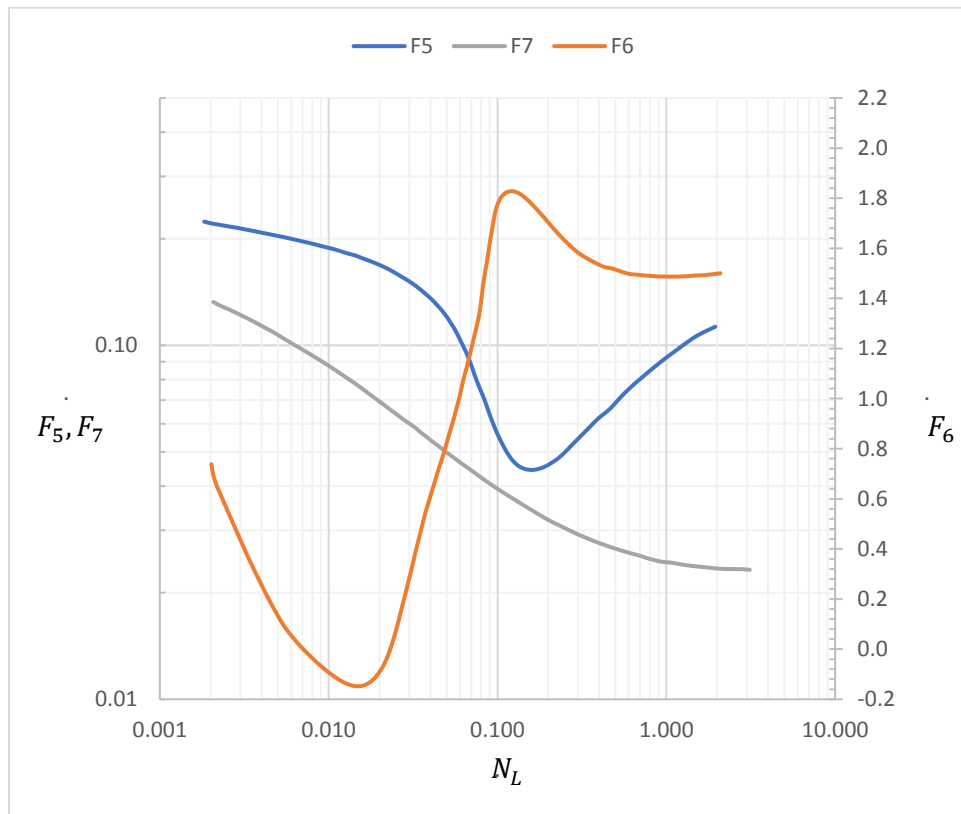
- Para la región 2:

$$S = (1 + F_5) \frac{(N_{gv})^{0.982} + F'_6}{(1 + F_7 N_{Lv})^2}, \quad \dots\dots\dots 2.9$$

donde

$$F'_6 = 0.029 N_d + F_6. \quad \dots\dots\dots 2.10$$

Los parámetros  $F_5$ ,  $F_6$  y  $F_7$  se obtienen de la **Figura 2.4** como una función de  $N_L$ .



**Fig. 2. 4** Parámetros  $F_5$ ,  $F_6$  y  $F_7$  de la correlación de Duns y Ros (1963)



- Para la región 3:

Duns y Ros consideraron una condición de no resbalamiento en la región 3; por lo tanto,  $H_L = \lambda_L$

### Cálculo del factor de fricción

- Para las regiones 1 y 2:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f_m \rho_L v_{SL} v_m}{2g_c d}, \quad \dots\dots\dots 2.11$$

donde:

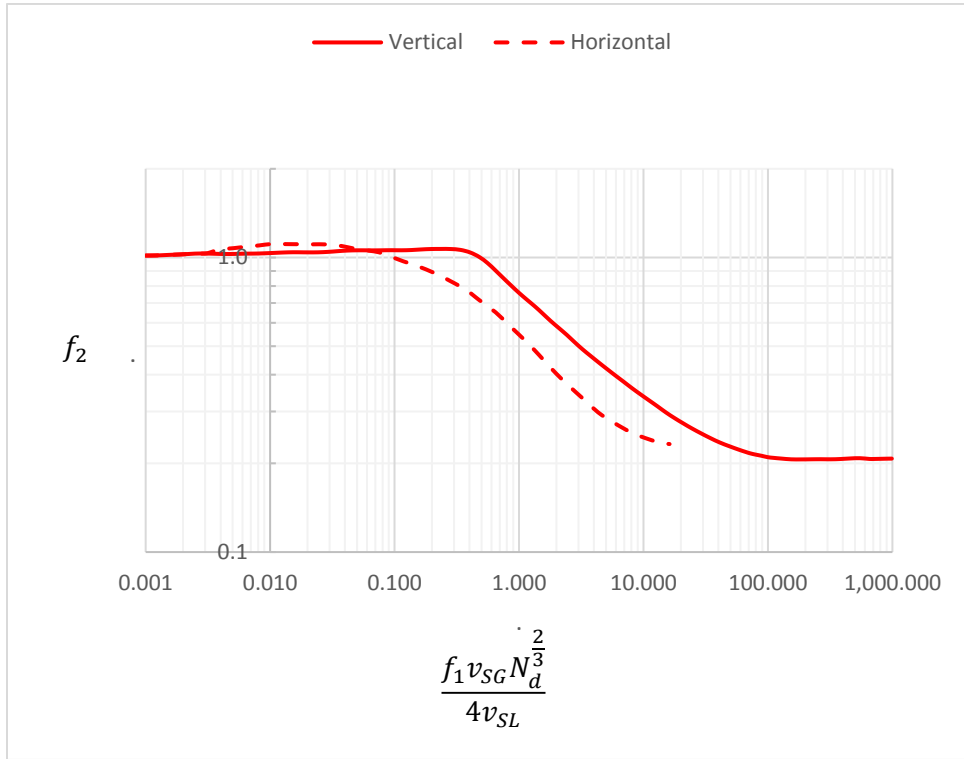
$$f_m = \frac{f_1 f_2}{f_3}. \quad \dots\dots\dots 2.12$$

$f_1$  se obtiene del diagrama de Moody como función del número de Reynolds de la fase líquida:

$$Re = \frac{\rho_L v_{SL} d}{\mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.13$$

El factor  $f_2$  se obtiene de la **Figura 2.5** como una función del grupo  $f_1 \left(\frac{v_{SG}}{v_{SL}}\right) N_d^{2/3} / 4$ , en tanto que  $f_3$  se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$f_3 = 1 + f_1 \sqrt{\frac{v_{SG}}{50 v_{SL}}}. \quad \dots\dots\dots 2.14$$



**Fig. 2. 5** Factor  $f_2$  de la correlación de Duns y Ros (1963)

- Para la región 3:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f \rho_g v_{SG}^2}{2g_c d} \quad \dots\dots\dots 2.15$$

Puesto que no se considera el resbalamiento, el factor de fricción puede calcularse en función del número de Reynolds para la fase gas.

$$Re = \frac{\rho_g v_{SG} d}{\mu_g} \quad \dots\dots\dots 2.16$$

Ahora bien, Duns y Ros sugieren calcular una rugosidad aparente para tomar en cuenta el efecto de la película de líquido, a partir de las siguientes relaciones:

$$WeN_L \leq 0.005: \frac{\varepsilon}{d} = \frac{\sigma_L}{\rho_g v_{SG}^2 d'} \quad \dots\dots\dots 2.17$$

$$We > 0.005: \frac{\varepsilon}{d} = \frac{\sigma_L}{\rho_g v_{SG}^2 d} (WeN_L)^{0.302}, \quad \dots\dots\dots 2.18$$

donde

$$We = \frac{\rho_g v_{SG}^2 \varepsilon}{\sigma_L} \quad \dots\dots\dots 2.19$$

$$y \quad N_L = \frac{\mu_L^2}{\rho_L \sigma_L \varepsilon} \quad \dots\dots\dots 2.20$$

Si la rugosidad relativa calculada es menor de la original de la tubería, debe tomarse esta última. Por otra parte, si es mayor de 0.05 el factor de fricción se calcula a partir de:

$$f = \left[ \frac{1}{\left[ 4 \log_{10} \left( \frac{0.27\varepsilon}{d} \right) \right]^2} + 0.067 \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)^{1.73} \right] * 4. \quad \dots\dots\dots 2.21$$

Finalmente, Duns y Ros sugieren refinar el cálculo del gradiente por fricción con la sustitución de  $d - \varepsilon$  por  $d$  y  $\frac{v_{sg} d^2}{(d-\varepsilon)^2}$  por  $v_{sg}$ .

- Para la región de transición:

En la zona de transición entre las regiones 1 y 2, Duns y Ros sugirieron interpolar linealmente los gradientes de presión calculados en cada una de ellas, con base en  $N_{gv}$ ,  $L_s$  y  $L_m$ , de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dp}{dz} = A \left( \frac{dp}{dz} \right)_{bache} + B \left( \frac{dp}{dz} \right)_{niebla} \quad \dots\dots\dots 2.22$$

donde

$$A = \frac{L_m - N_{gv}}{L_m - L_s} \quad y \quad B = \frac{N_{gv} - L_s}{L_m - L_s} = 1 - A.$$

En Brill y Mukherjee (1999) se menciona que el cálculo del gradiente de presión en la región de transición puede refinarse si se utiliza la siguiente modificación de la densidad del gas cuando se hacen los cálculos correspondientes para la región 3:

$$\rho'_g = \frac{\rho_g N_{gv}}{L_m}.$$

### 2.1.2 Correlación de Hagedorn y Brown

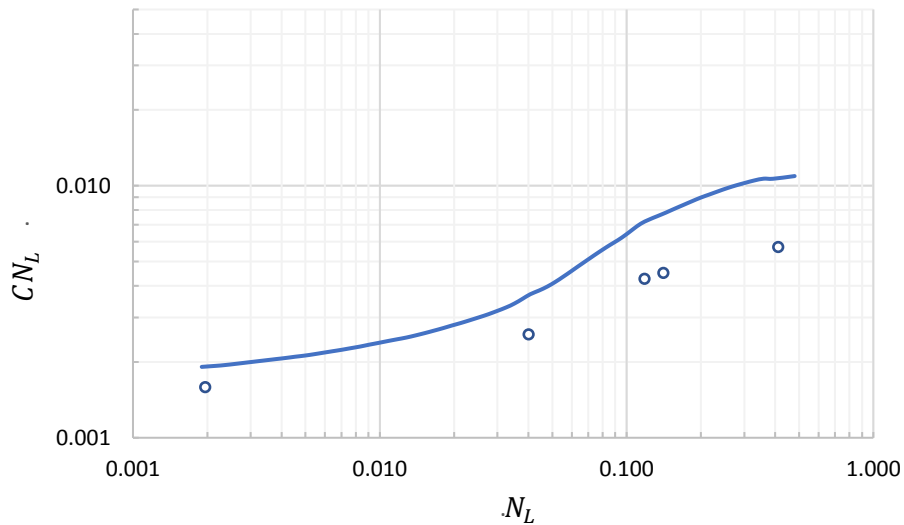
Hagedorn y Brown (1965) desarrollaron su correlación de flujo multifásico a partir de datos experimentales obtenidos en un pozo vertical de 1500 pies. Emplearon aire como fase gaseosa, así como agua y aceites de 10, 30 y 110 cp. Los diámetros de tubería utilizados fueron de 1.0, 1.25 y 1.5 pg. Los autores propusieron un método para calcular el término de pérdidas de presión por la fricción, y utilizaron el colgamiento como un parámetro de correlación para reproducir los gradientes de presión medidos. No se consideran patrones de flujo.

#### Cálculo del colgamiento

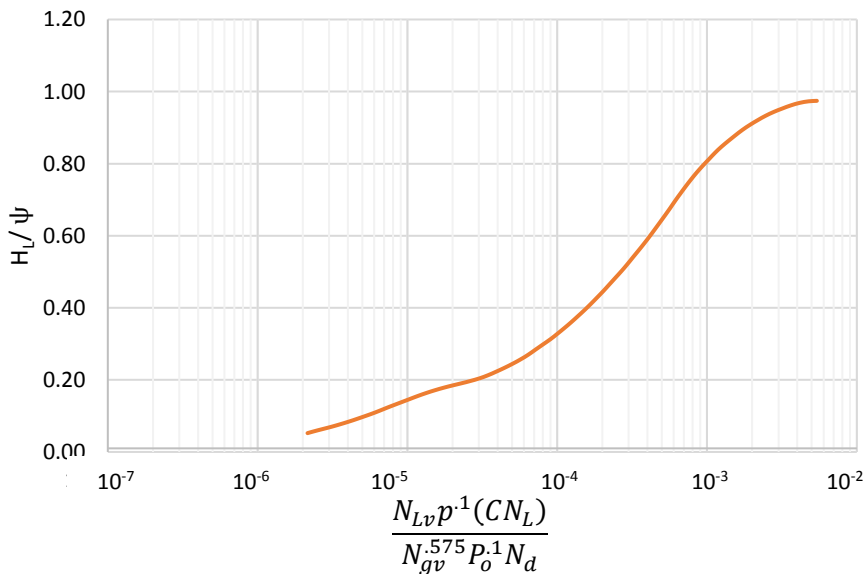
Hagedorn y Brown desarrollaron tres correlaciones para calcular el colgamiento en función de los números adimensionales desarrollados por Duns y Ros. Estas correlaciones se presentan en la **Figura 2.6**, la **Figura 2.7** y la **Figura 2.8**.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

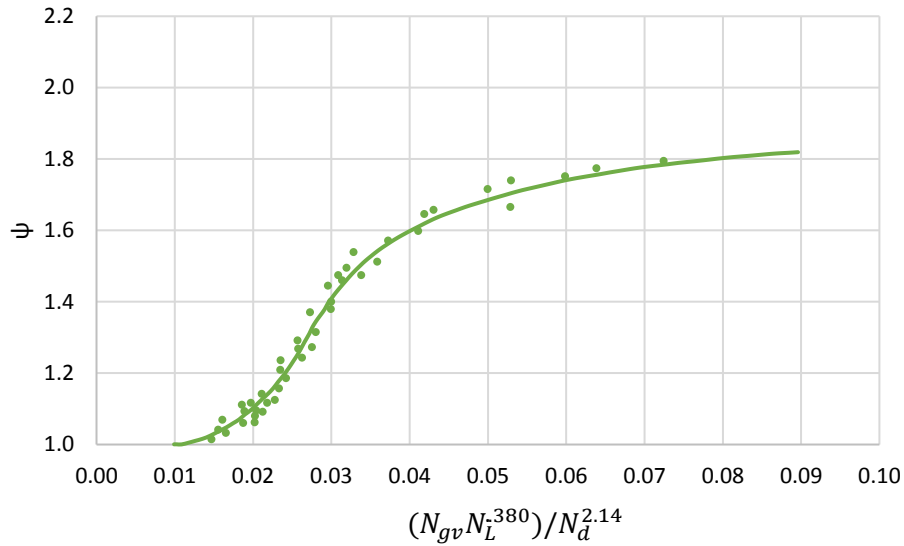
1. Calcular el parámetro  $CN_L$  de la Figura 2.6
2. Calcular el cociente  $(H_L/\psi)$  a partir de Figura 2.7
3. Calcular  $\psi$  de la Figura 2.8
4. Calcular  $H_L$  con base en los valores calculados de  $(H_L/\psi)$  y  $\psi$



**Fig. 2. 6** Correlación para  $CN_L$  en la correlación de Hagedorn y Brown (1965)



**Fig. 2. 7** Correlación para  $H_L/\psi$  en la correlación de Hagedorn y Brown (1965)



**Fig. 2. 8** Correlación  $\psi$  en la correlación de Hagedorn y Brown (1965)

**Cálculo del factor de fricción**

El gradiente de presión debido a la fricción se obtiene a partir de:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f \rho_f v_m^2}{2g_c d} \quad \dots\dots\dots 2.23$$

donde

$$\rho_f = \frac{\rho_{ns}^2}{\rho_m}$$

Los autores calcularon el factor de fricción con base en un diagrama de Moody estándar (**Figura 2.9**), utilizando la siguiente expresión para el número de Reynolds de las dos fases:

$$Re = \frac{\rho_n v_m d}{\mu_s}, \quad \dots\dots\dots 2.24$$

donde

$$v_m = v_{sL} + v_{sg}$$

$$y \quad \mu_s = \mu_L^{H_L} \times \mu_g^{H_g}.$$

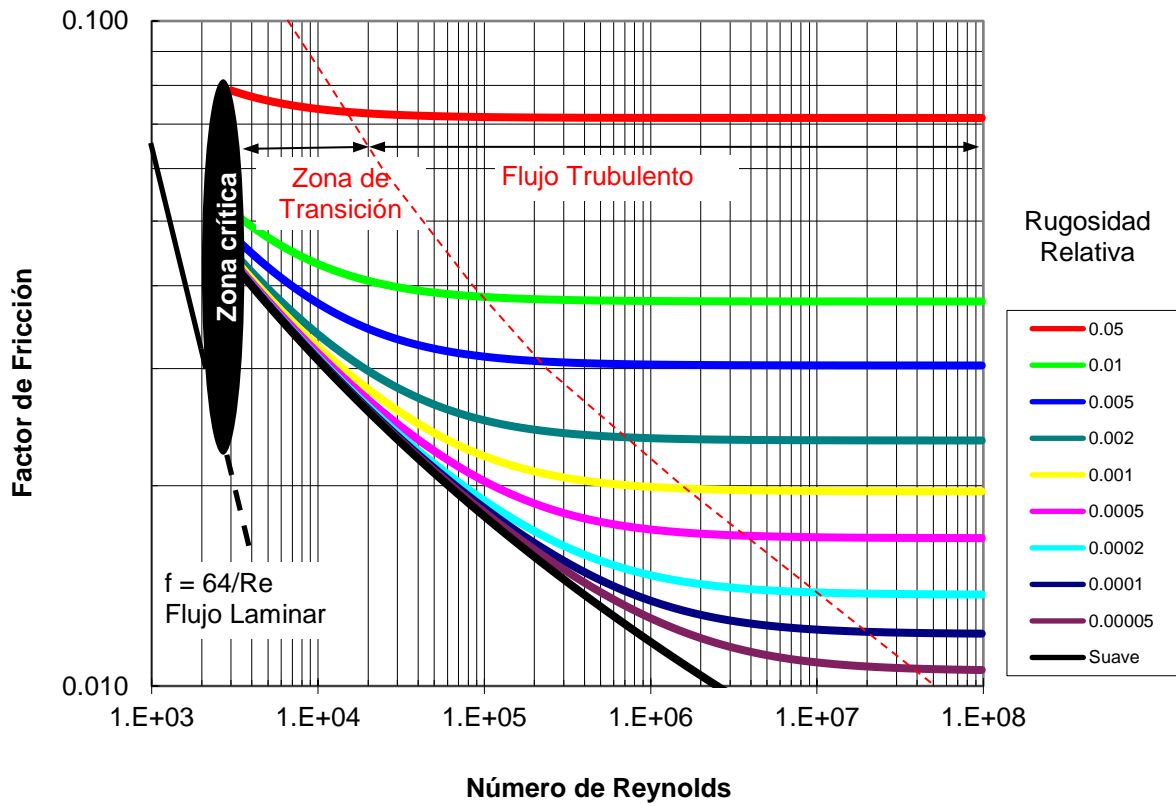


Fig. 2. 9 Diagrama de Moody

### 2.2.3 Correlación Orkiszewski

Orkiszewski (1967) evaluó las correlaciones existentes en su momento con datos de presión-producción medidos en diversos pozos, y concluyó que ninguna era lo suficientemente precisa para todos los regímenes de flujo. Consideró cuatro patrones de flujo: burbuja, bache, agitado y anular. Determinó que la correlación de Griffith y Wallis era la mejor en el caso del flujo burbuja, y la de Duns y Ros para el flujo anular. En el caso del flujo bache, este autor desarrollo una nueva correlación a partir de la base de datos de Hagedorn y Brown.

#### Predicción del régimen de flujo

Los criterios para identificar el régimen de flujo son:

- *Flujo burbuja:* Si  $\frac{v_{SG}}{v_m} < L_B$ .
- *Flujo bache:* Si  $\frac{v_{SG}}{v_m} > L_B$ ,  $N_{gv} < L_S$
- *Flujo anular:* Si  $N_{gv} > L_m$
- *Flujo agitado:* Si  $L_S < N_{gv} < L_m$

donde

$$L_B = 1.071 - \left( \frac{0.2218 v_m^2}{d} \right), \quad \dots\dots\dots 2.25$$

con  $v_m \left( \frac{pie}{s} \right)$ ,  $v_{SG} \left( \frac{pie}{s} \right)$ , y  $d(pie)$ , y el valor de  $L_B$  está limitado por:  $L_B \geq 0.13$ .  $L_S$  y  $L_m$  se calculan como en el método de Duns y Ros.

A continuación, se describe cómo se calcula el colgamiento y el término de pérdidas de presión por fricción para los flujos burbuja y bache. En el caso de los flujos anular y agitado, debe procederse como en la correlación de Duns y Ros.



## Cálculo del colgamiento

- Para el flujo burbuja:

$$H_L = 1 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{v_m}{v_s} - \sqrt{\left(1 + \frac{v_m}{v_s}\right)^2 - \frac{4v_{SG}}{v_s}} \right], \quad \dots\dots\dots 2.26$$

donde  $v_s = 0.8$  pie/s.

- Para el flujo bache:

Orkiszewski definió la densidad de la mezcla para el flujo bache como:

$$\rho_m = \frac{\rho_L(v_{SL} + v_b) + \rho_g v_{sg}}{v_m + v_b} + \rho_L \delta. \quad \dots\dots\dots 2.27$$

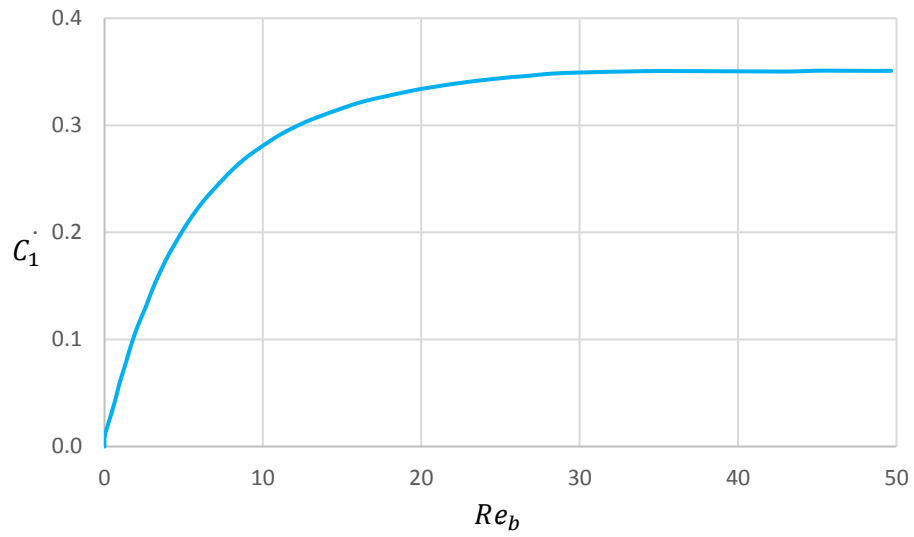
donde

$$v_b = C_1 C_2 \sqrt{gd}, \quad \dots\dots\dots 2.28$$

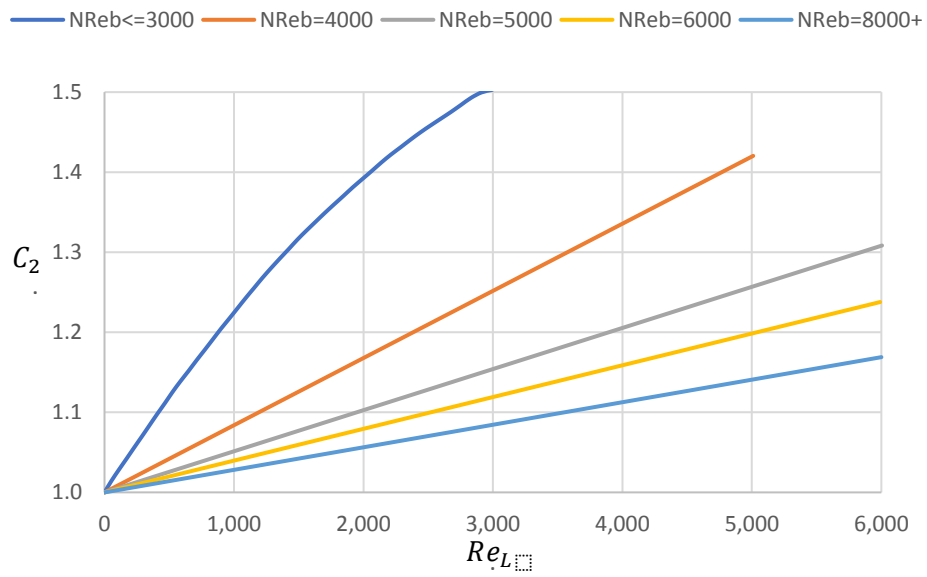
y  $C_1$  y  $C_2$  se obtienen de la **Figura 2.10** y **Figura 2.11** en función de  $Re_b$  y  $Re_L$ , definidos como:

$$Re_b = \frac{\rho_L v_b d}{\mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.29$$

$$Re_L = \frac{\rho_L v_m d}{\mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.30$$



**Fig. 2. 10** Coeficiente C<sub>1</sub> de Griffith-Wallis



**Fig. 2. 11** Coeficiente C<sub>2</sub> de Griffith-Wallis

Orkiszewski extrapoló la gráfica del coeficiente de Griffith-Wallis para que  $v_b$  pudiera ser evaluada para números de Reynolds del líquido altos. Cuando  $C_2$  no puede obtenerse de la gráfica,  $v_b$  debe ser calculado por las siguientes ecuaciones dependiendo del valor de  $Re_b$ . Mientras  $v_b = f(Re_b)$  y  $Re_b = f(v_b)$ , la valoración de  $v_b$  requiere un procedimiento iterativo utilizando la Figura 2.10 o las siguientes ecuaciones. El procedimiento a seguir es:

1. Estimar un valor para  $v_b$ . Por ejemplo  $v_b = 0.5\sqrt{gd}$ .
2. Calcular  $Re_b$  utilizando el valor obtenido de  $v_b$ .
3. Calcular  $v_b$ .
4. Comparar los valores obtenidos de  $v_b$  obtenidos en los pasos 1 y 3. Si no son lo suficientemente cercanos, se debe usar el valor calculado en el paso 3 como el valor supuesto en el paso 2.

$$Re_b \leq 3000: v_b = (0.546 + 8.74 \times 10^{-6} Re_L) \sqrt{gd}. \quad \dots\dots\dots 2.31$$

$$Re_b \geq 8000: v_b = (0.35 + 8.74 \times 10^{-6} Re_L) \sqrt{gd}. \quad \dots\dots\dots 2.32$$

$$3000 < Re_b < 8000: v_b = \frac{1}{2} \left[ \xi + \sqrt{\xi^2 + \frac{13.59 \mu_L}{\rho_L \sqrt{d}}} \right]. \quad \dots\dots\dots 2.33$$

donde  $\xi = (0.251 + 8.74 \times 10^{-6} Re_L) \sqrt{gd}$ .

El valor de  $\delta$  es calculado de una de las siguientes ecuaciones dependiendo de qué fase líquida es continua cuando se tiene flujo de aceite y agua, y del valor de la velocidad de la mezcla. Orkiszewski no definió criterios para establecer qué fase líquida es la fase continua. Los datos de la literatura indican que una inversión de fase entre aceite y agua se produce con un corte de agua de aproximadamente del 75% en una emulsión.

- Agua como fase continua para  $v_m < 10$ :

$$\delta = \frac{0.013 \log \mu_L}{d^{1.38}} - 0.681 + 0.232 \log v_m - 0.428 \log d. \quad \dots\dots\dots 2.34$$

- Agua como fase continua para  $v_m > 10$ :

$$\delta = \frac{0.045 \log \mu_L}{d^{0.799}} - 0.709 - 0.162 \log v_m - 0.888 \log d. \quad \dots\dots\dots 2.35$$

- Aceite como fase continua para  $v_m < 10$ :

$$\delta = \frac{0.0127 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.415}} - 0.284 + 0.167 \log v_m + 0.113 \log d. \quad \dots\dots\dots 2.36$$

- Aceite como fase continua para  $v_m > 10$ :

$$\delta = \frac{0.0274 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.371}} - 0.161 + 0.569 \log d + X, \quad \dots\dots\dots 2.37$$

$$X = -\log v_m \left[ \left( \frac{0.01 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.571}} \right) + 0.397 + 0.63 \log d \right],$$

donde  $\mu_L(cp)$ ,  $d(pie)$  y  $v_m \left( \frac{pie}{s} \right)$ .

El valor de  $\delta$  está limitado por:

a) Si  $v_m < 10$ :  $\delta \geq -0.065 v_m$ .

b) Si  $v_m > 10$ :  $\delta \geq -\frac{v_b}{v_m + v_b} \left( 1 - \frac{\rho_g}{\rho_L} \right)$ .

## Cálculo del factor de fricción

- Para el flujo burbuja:

El término de fricción se calcula como:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = \frac{f \rho_L \left(\frac{v_{SL}}{H_L}\right)^2}{2g_c d}. \quad \dots\dots\dots 2.38$$

El factor de fricción se obtiene del diagrama de Moody, con base en el número de Reynolds definido como:

$$Re = \frac{\rho_L d v_{SL}}{H_L \mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.39$$

- Para el flujo bache:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f \rho_L v_m^2}{2g_c d} \left[ \left(\frac{v_{SL} + v_b}{v_m + v_b}\right) + \delta \right], \quad \dots\dots\dots 2.40$$

donde f se obtiene del diagrama de Moody utilizando el número de Reynolds definido como:

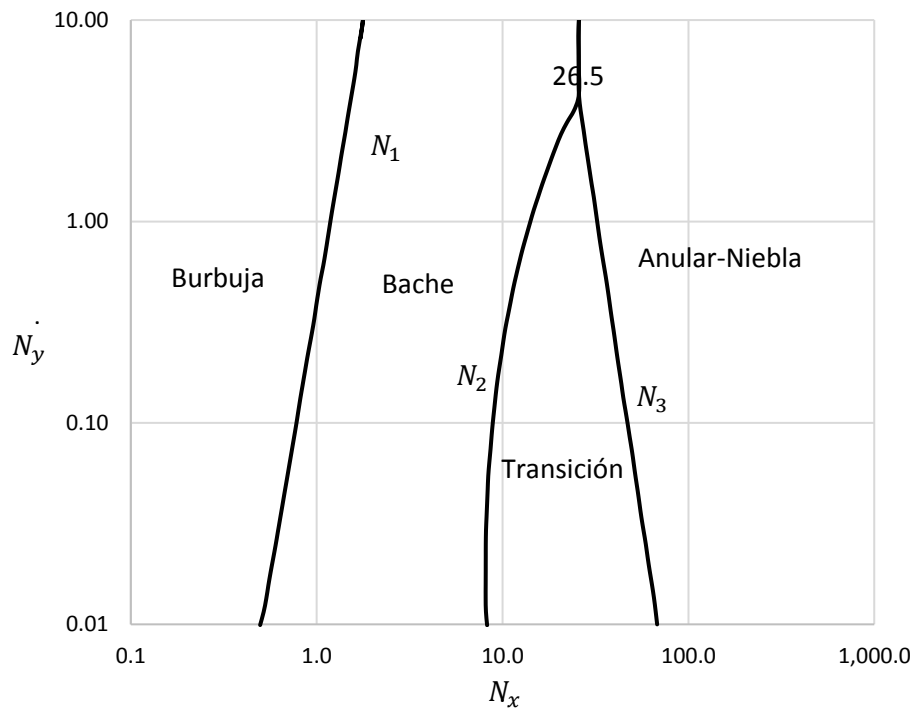
$$Re = \frac{\rho_L d v_m}{\mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.41$$

### 2.1.4 Correlación Aziz, Govier y Fogarasi

Aziz, Govier y Fogarasi propusieron en 1972 un método de flujo multifásico que dependía del régimen de flujo y presentaron nuevas correlaciones para el flujo burbuja y el flujo bache. Para los flujos transición y anular, los autores utilizan las correlaciones de Duns y Ros. En la **Figura 2.12** se muestra un mapa típico de patrones de flujo generado con el método de Aziz et al., donde definieron las siguientes velocidades superficiales adimensionales:

$$N_x = v_{SG} \left( \frac{\rho_g}{0.0764} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{72\rho_L}{62.4\sigma_L} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad \dots\dots\dots 2.42$$

$$N_y = v_{SL} \left( \frac{72\rho_L}{62.4\sigma_L} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad \dots\dots\dots 2.43$$



**Fig. 2. 12** Mapa de patrones de flujo de Aziz, Govier y Fogarasi (1972)

## Predicción del patrón de flujo

Los criterios para identificar los patrones de flujo son:

- *Flujo burbuja:* Si  $N_x < N_1$
- *Flujo bache:* Si  $N_1 < N_x < N_2$  para  $N_y < 4$   
 $N_1 < N_x < 26.5$  para  $N_y \geq 4$
- *Flujo anular:*  $N_x > N_3$  para  $N_y < 4$   
 $N_x > 26.5$  para  $N_y > 4$
- *Flujo agitado*  $N_2 < N_x < N_3$  para  $N_y < 4$

donde

$$N_1 = 0.51(100N_y)^{0.172}, \quad \dots\dots\dots 2.44$$

$$N_2 = 8.6 + 3.8N_y, \quad \dots\dots\dots 2.45$$

$$N_3 = 70(100N_y)^{-0.152}. \quad \dots\dots\dots 2.46$$

donde  $v_{sL}$  ( $\frac{pie}{s}$ ),  $v_{sg}$  ( $\frac{pie}{s}$ ),  $\rho_g$  ( $\frac{lbm}{pie^3}$ ),  $\rho_L$  ( $\frac{lbm}{pie^3}$ ) y  $\sigma_L$  ( $\frac{dina}{cm}$ ).

## Cálculo del colgamiento

- Para el flujo burbuja:

$$H_L = 1 - \frac{v_{SG}}{v_{bf}}. \quad \dots\dots\dots 2.47$$

donde

$$v_{bf} = 1.2v_m + v_{bs} \quad \dots\dots\dots 2.48$$

$$y \quad v_{bs} = 1.41 \left[ \frac{\sigma_L g (\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad \dots\dots\dots 2.49$$

• Para el flujo bache:

$$H_L = 1 - \frac{v_{SG}}{v_{bf}},$$

donde

$$v_{bf} = 1.2v_m + v_{bs},$$

$$v_{bs} = C \left[ \frac{gd(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \dots\dots\dots 2.50$$

$$C = 0.345 [1 - \exp(-0.029N_v)] \left[ 1 - \exp\left(\frac{3.37 - N_E}{m}\right) \right], \quad \dots\dots\dots 2.51$$

$$N_E = \frac{gd^2(\rho_L - \rho_g)}{\sigma_L}, \quad \dots\dots\dots 2.52$$

$$N_v = \frac{[d^3 g \rho_L (\rho_L - \rho_g)]^{\frac{1}{2}}}{\mu_L}. \quad \dots\dots\dots 2.53$$



los valores para “m” son:

$$N_v \geq 250 \qquad m = 10$$

$$250 > N_v > 18 \qquad m = 69N_v^{-0.35}$$

$$N_v \leq 18 \qquad m = 25$$

### Cálculo del factor de fricción

- Para el flujo burbuja:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f \rho_s v_m^2}{\rho_L^2} \qquad \dots\dots\dots 2.54$$

donde f se obtiene a partir del diagrama de Moody utilizando el número de Reynolds definido como:

$$Re = \frac{\rho_L v_m d}{\mu_L} \qquad \dots\dots\dots 2.55$$

- Para el flujo bache:

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_f = \frac{f \rho_L H_L v_m^2}{2g_c d} \qquad \dots\dots\dots 2.56$$

Donde f se obtiene a partir del diagrama de Moody utilizando el número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho_L v_m d}{\mu_L} \qquad \dots\dots\dots 2.57$$

- Para la región de transición:

El gradiente de presión se calcula mediante interpolación lineal, como en la correlación de Duns, pero en términos de  $N_x$ ,  $N_2$  y  $N_3$ :

$$\frac{dp}{dZ} = A \left( \frac{dp}{dZ} \right)_{bache} + B \left( \frac{dp}{dZ} \right)_{niebla} \quad \dots\dots\dots 2.58$$

donde

$$A = \frac{N_3 - N_x}{N_3 - N_2},$$

$$B = \frac{N_x - N_2}{N_3 - N_2} = 1 - A.$$

### 2.1.5 Correlación de Beggs y Brill

La correlación de Beggs y Brill se desarrolló a partir de datos experimentales obtenidos en una instalación de ensayo a pequeña escala. Presentaron diferentes correlaciones para el colgamiento del líquido para cada uno de los tres regímenes de flujo horizontal. La acumulación de líquido que existiría si el tubo fuera horizontal se calcula primero y después se corrige para el ángulo de inclinación real del tubo. Encontraron que el colgamiento era mínimo a aproximadamente  $-50^\circ$  grados de la horizontal y un máximo a aproximadamente  $+50^\circ$  grados. El factor de fricción de dos fases se calcula utilizando ecuaciones independientes del régimen de flujo, pero dependen del colgamiento.



## Cálculo del colgamiento

$$H_{L(\theta)} = H_{L(0)} \psi. \quad \dots\dots\dots 2.59$$

Donde  $H_{L(0)}$  es el colgamiento que existe a las mismas condiciones en una tubería horizontal. Este es calculado con la siguiente ecuación:

$$H_{L(0)} = \frac{a\lambda_L^b}{Fr^c}. \quad \dots\dots\dots 2.60$$

Donde a, b y c son determinados para cada patrón de flujo (**Tabla 2.1**):

**Tabla 2. 1** Constantes para el cálculo del colgamiento por patrón de flujo

Patrón de flujo	a	b	c
<b>Segregado</b>	0.98	0.4846	0.0868
<b>Intermitente</b>	0.845	0.5351	0.0173
<b>Distribuido</b>	1.065	0.5824	0.0609

Con la restricción que  $H_{L(0)} \geq \lambda_L$ .

El factor para corregir el colgamiento por el efecto de la inclinación de la tubería está dado por:

$$\psi = 1 + C[\sin(1.8\theta) - 0.333 \sin^3(1.8\theta)]. \quad \dots\dots\dots 2.61$$

Donde  $\theta$  es el ángulo real de la tubería.

Para el flujo ascendente vertical,  $\theta = 90^\circ$  y  $\psi$  se vuelve:

$$\psi = 1 + 0.3 C. \quad \dots\dots\dots 2.62$$

donde

$$C = (1 - \lambda_L) \ln(d' \lambda_L^e N_{Lv}^f Fr^g), \quad \dots\dots\dots 2.63$$

d, e, f, y g son determinados para cada condición de flujo (**Tabla 2.2**):

**Tabla 2. 2** Constantes para el cálculo del colgamiento por condición de flujo

Patrón de flujo vertical	d	e	f	g
<b>Segregado ascendente</b>	0.011	-3.768	3.539	-1.614
<b>Intermitente ascendente</b>	2.96	0.305	-0.4473	0.0978
<b>Distribuido ascendente</b>	Sin corrección $C = 0, \quad \psi = 1, \quad H_L \neq f(\theta)$			
<b>Todos los patrones de flujo descendentes</b>	4.7	-0.3692	0.1244	-0.5056

Con la restricción de que  $C \geq 0$ .

Cuando el flujo cae en el régimen de transición, el colgamiento de líquido debe ser calculado usando las ecuaciones de flujo segregado e intermitente, e interpolado usando los siguientes factores de ponderación.

$$H_L(\text{transicion}) = A \times H_L(\text{segregado}) + B \times H_L(\text{intermitente}).$$

Donde

$$A = \frac{L_3 - Fr}{L_3 - L_2},$$

$$B = 1 - A.$$

Las mismas ecuaciones se utilizan para calcular el colgamiento del líquido para todos los regímenes. Los coeficientes y exponentes utilizados en las ecuaciones son diferentes para cada régimen de flujo.

## Cálculo del factor de fricción

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = \frac{f_{tp}\rho_m v_m^2}{2g_c d}. \quad \dots\dots\dots 2.64$$

Donde

$$\rho_m = \rho_L \lambda_L + \rho_g \lambda_g,$$

$$f_{tp} = f_n \frac{f_{tp}}{f_n}. \quad \dots\dots\dots 2.65$$

El factor de fricción de no resbalamiento se determina a partir de la curva de tubería lisa en un diagrama de Moody o de:

$$f_n = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{Re}{4.5223 \log Re - 3.8215}\right)\right]^2}. \quad \dots\dots\dots 2.66$$

Obteniendo el número de Reynolds de:

$$Re = \frac{\rho_m v_m d}{\mu_m}. \quad \dots\dots\dots 2.67$$

Donde

$$\mu_m = \mu_L \lambda_L + \mu_g \lambda_g.$$

La relación entre el factor de fricción de dos fases y el de no resbalamiento se calcula a partir de

$$\frac{f_{tp}}{f_n} = e^s. \quad \dots\dots\dots 2.68$$

donde

$$S = \frac{[\ln(y)]}{\{-0.0523 + 3.182 \ln(y) - 0.8725[\ln(y)]^2 + 0.01853[\ln(y)]^4\}} \quad \dots\dots\dots 2.69$$

y

$$y = \frac{\lambda_L}{[H_{L(\phi)}]^2} \quad \dots\dots\dots 2.70$$

El valor de “S” se hace ilimitado en un punto del intervalo  $1 < “y” < 1,2$ ; y para “y” en este intervalo, la función “S” se calcula a partir de:

$$S = \ln(2.2y - 1.2). \quad \dots\dots\dots 2.71$$

**Cálculo del factor de fricción de aceleración**

Aunque el gradiente de presión de aceleración es muy pequeño excepto para el flujo de alta velocidad, debe ser incluido para mayor precisión.

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{acc} = \frac{\rho_s v_m v_{SG}}{g_{cp}} \frac{dp}{dZ}$$

Si se define el factor de aceleración como

$$E_k = \frac{\rho_s v_m v_{SG}}{g_{cp}} \quad \dots\dots\dots 2.72$$

El gradiente de presión total puede ser calculado de:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{el} + \left(\frac{dp}{dZ}\right)_f}{1 - E_k} \quad \dots\dots\dots 2.73$$

donde

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{el} = \frac{g}{g_c} \rho_s. \quad \dots\dots\dots 2.74$$

## 2.2 Modelo unificado de Zhang et al. (2003)

Zhang et al. (2003) realizaron un modelo teórico para predecir la transición entre patrones de flujo gas-líquido, así como para calcular las variables hidrodinámicas más relevantes de cada uno, a partir del planteamiento y resolución de las ecuaciones integrales de continuidad y de cantidad de movimiento aplicadas en volúmenes de control característicos. Este modelo mecanicista considera el ángulo de inclinación de la tubería, de tal forma que es aplicable para flujos ascendentes y descendentes; de allí que se le clasifique como modelo unificado.

De manera innovadora, los autores formularon la transición entre los diferentes patrones de flujo, partiendo del análisis de la hidrodinámica del flujo bache. A continuación, se describen los detalles del modelo.

### Ecuaciones de continuidad

La **Figura 2.13** muestra el volumen de control considerado en el planteamiento de las ecuaciones de conservación; como puede observarse, los autores parten del análisis hidrodinámico de la zona de la película y la burbuja de gas, característica del flujo bache. Las ecuaciones de continuidad se formulan con respecto a un sistema de coordenadas que se mueve con la velocidad de traslación,  $v_T$ .

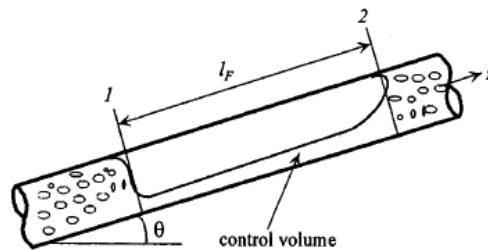


Realizando balances másicos para el líquido y el gas en la zona de la película, se obtiene respectivamente que:

$$H_{LS}(v_T - v_m) = H_{LF}(v_T - v_F) + H_{LC}(v_T - v_C), \quad \dots\dots\dots 2.75$$

$$(1 - H_{LS})(v_T - v_m) = (1 - H_{LF} - H_{LC})(v_T - v_C), \quad \dots\dots\dots 2.76$$

donde  $H_{LF}$  y  $H_{LC}$  son el colgamiento de líquido en la película y en el núcleo de gas, respectivamente; con respecto a este último punto, los autores consideran que no hay deslizamiento entre el gas y las gotas de líquido en la burbuja.



**Fig. 2. 13** Volumen de control utilizado por Zhang et al. (2003)

Sumando las ecuaciones 2.75 y 2.76 se obtiene:

$$v_S = H_{LF}v_F + (1 - H_{LF})v_C. \quad \dots\dots\dots 2.77$$

Considerando el paso de una unidad del bache en un punto de observación, las siguientes relaciones se mantienen para las fases líquida y gas, respectivamente:

$$l_U v_{SL} = l_S H_{LS} v_m + l_F (H_{LF} v_F + H_{LC} v_C), \quad \dots\dots\dots 2.78$$

$$l_U v_{SG} = l_S (1 - H_{LS}) v_m + l_F (1 - H_{LF} - H_{LC}) v_C. \quad \dots\dots\dots 2.79$$

Ahora bien, la longitud de la unidad del bache está dada por:

$$l_U = l_S + l_F. \quad \dots\dots\dots 2.80$$

Es importante notar que solo deben utilizarse dos de las ecuaciones 2.78 a 2.80, ya que no son independientes.

La fracción del líquido arrastrado en el núcleo de gas se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$F_E = \frac{H_{LC}v_C}{H_{LF}v_F + H_{LC}v_C}. \quad \dots\dots\dots 2.81$$

**Ecuaciones de momento**

Las ecuaciones de momento se formulan para la película y para el núcleo de gas de forma separada. Para un flujo bache completamente desarrollado, el gasto másico de entrada y salida en los límites izquierdo y derecho de la película líquida son iguales a:

$$\rho_L H_{LF} A (v_F - v_T).$$

Por lo tanto, en la dirección *z* mostrada en la Figura 2.13, el intercambio de momento por unidad de tiempo entre el cuerpo del bache y la película líquida es:

$$\rho_L H_{LF} A (v_T - v_F)(v_m - v_F).$$

Las fuerzas deben estar en equilibrio para que el flujo bache esté completamente desarrollado. Bajo esta premisa, la ecuación de momento para la película puede expresarse como:

$$\frac{p_2 - p_1}{l_F} = \frac{\rho_L (v_T - v_F)(v_m - v_F)}{l_F} - \frac{\tau_I S_I + \tau_F S_F}{H_{LF} A} - \rho_L g \sin \theta, \quad \dots\dots\dots 2.82$$

donde

$-\tau_F S_F l_F =$  La fuerza de fricción de la película líquida en la pared opuesta a z,

$\tau_I S_I l_F =$  La fuerza de fricción de la película líquida en la interfase,

$-\rho_L H_{LF} A l_F g \sin \theta =$  fuerza gravitacional.

De manera similar, la ecuación de momento para el núcleo de gas es:

$$\frac{p_2 - p_1}{l_F} = \frac{\rho_C (v_T - v_C)(v_m - v_C)}{l_F} - \frac{\tau_I S_I + \tau_C S_C}{(1 - H_{LF})A} - \rho_C g \sin \theta, \quad \dots\dots\dots 2.83$$

donde la densidad representativa del núcleo de gas se define como:

$$\rho_C = \frac{\rho_G (1 - H_{LF} - H_{LC}) + \rho_L H_{LC}}{1 - H_{LF}}. \quad \dots\dots\dots 2.84$$

Igualando la caída de presión en las ecuaciones 2.82 y 2.83, se obtiene la ecuación de momento combinada:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_L (v_T - v_F)(v_m - v_F) - \rho_C (v_T - v_C)(v_m - v_C)}{l_F} - \frac{\tau_F S_F}{H_{LF} A} \quad \dots\dots\dots 2.85 \\ & + \frac{\tau_C S_C}{(1 - H_{LF})A} + \tau_I S_I \left( \frac{1}{H_{LF} A} + \frac{1}{(1 - H_{LF})A} \right) \\ & - (\rho_L - \rho_C) g \sin \theta = 0. \end{aligned}$$

El primer término en la ecuación 2.85 se debe al intercambio de momento entre el cuerpo del bache y la zona de la película. Las características de la película líquida se rigen por las ecuaciones de continuidad y momento.

### Ecuaciones para flujo anular

La ecuación combinada del momento para el flujo anular es la misma que la ecuación del momento combinado para el flujo bache si los términos de intercambio del momento se eliminan, ya que no hay contacto entre el núcleo de gas y la pared del tubo. Por lo tanto, la ecuación 2.85 entonces se convierte en:

$$-\frac{\tau_F S_F}{H_{LF} A} + \tau_I S_I \left( \frac{1}{H_{LF} A} + \frac{1}{(1 - H_{LF}) A} \right) - (\rho_L - \rho_C) g \sin \theta = 0. \quad \dots\dots\dots 2.86$$

La ecuación 2.86 se puede resolver junto con las ecuaciones 2.78 y 2.79 para flujo anular.

$$v_{SL} = H_{LF} v_F + H_{LC} v_C, \quad \dots\dots\dots 2.87$$

$$v_{SG} = (1 - H_{LF} - H_{LC}) v_C \quad \dots\dots\dots 2.88$$

y la ecuación 2.81.

### Ecuaciones para flujo burbuja

El flujo burbuja incluye flujo burbuja dispersa y flujo burbuja. El colgamiento de líquido y el gradiente de presión del flujo burbuja dispersa se calculan considerando que el gas y el líquido se mezclan homogéneamente. Para el flujo burbuja, la velocidad de ascenso de la burbuja,  $v_{bs}$ , con respecto al líquido puede determinarse mediante la correlación de Harmathy:

$$v_{bs} = 1.53 \left( \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right)^{1/4} \quad \dots\dots\dots 2.89$$

## Evaluación de esfuerzos cortantes

Los esfuerzos cortantes en las ecuaciones de momento combinado se evalúan como

$$\tau_F = f_F \frac{\rho_L v_F^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 2.90$$

$$\tau_C = f_C \frac{\rho_G v_C^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 2.91$$

$$\tau_I = f_I \frac{\rho_C (v_C - v_F) |v_C - v_F|}{2}, \quad \dots\dots\dots 2.92$$

Para una película de líquido en flujo laminar, el esfuerzo cortante en la pared de la tubería puede relacionarse con el esfuerzo cortante en la interfase gas - líquido, de la siguiente manera:

$$\tau_F = \frac{3\mu_L v_F}{h_F} - \frac{\tau_I}{2}, \quad \dots\dots\dots 2.93$$

La altura media de la película líquida  $h_F$  se define como:

$$h_F = \frac{2AH_{LF}}{S_F + S_I}, \quad \dots\dots\dots 2.94$$

Los factores de fricción  $f_F$  y  $f_C$ , en la pared en contacto con la película líquida o la bolsa de gas se calculan a partir de la ecuación de Blasius para flujo en una tubería lisa:

$$f = CRe^{-n}, \quad \dots\dots\dots 2.95$$

donde  $C = 16$  y  $n = 1$  para el flujo laminar ( $Re < 2000$ ). Por otra parte,  $C = 0.046$  y  $n = 0.2$  para el flujo turbulento ( $Re > 3000$ ). En condiciones de flujo crítico, el factor de fricción debe interpolarse para evitar una discontinuidad. Para el flujo

turbulento en una tubería rugosa, se debe seleccionar una correlación alternativa para el factor de fricción.

Los números de Reynolds para la película y el núcleo de gas se definen como:

$$Re_F = \frac{4A_F v_F \rho_L}{S_F \mu_L}, \quad \dots\dots\dots 2.96$$

$$Re_C = \frac{4A_C v_C \rho_G}{(S_C + S_I) \mu_G}, \quad \dots\dots\dots 2.97$$

donde,  $A_F$  y  $A_C$  son las áreas en sección transversal ocupada por la película de líquido y el núcleo de gas, respectivamente:

$$A_F = H_{LF} A, \quad \dots\dots\dots 2.98$$

$$A_C = (1 - H_{LF}) A. \quad \dots\dots\dots 2.99$$

**Transiciones entre patrones de flujo**

- Flujo bache a flujo anular

Cuando ocurre la transición del flujo bache al flujo anular, la longitud de la película  $l_F$  se hace infinitamente larga. El término de intercambio de momento en la ecuación de momento combinado, ecuación 2.85, es cero. Dada la velocidad superficial del gas,  $v_{SG}$ , y haciendo una suponiendo un valor para la velocidad superficial del líquido,  $v_{SL}$ , el colgamiento de líquido correspondiente a la película se puede resolver a partir de las ecuaciones (2.75, 2.81, 2.87 y 2.88), de donde:

$$H_{LF} = \frac{(H_{LS}(v_T - v_m) + v_{SL})(v_{SG} + v_{SL} F_E) - v_T v_{SL} F_E}{v_T v_{SG}}, \quad \dots\dots\dots 2.100$$

Simultáneamente,  $v_F$ ,  $H_{LC}$  y  $v_C$  se pueden expresar como:

$$v_F = \frac{v_{SL}(1 - F_E)}{H_{LF}}, \quad \dots\dots\dots 2.101$$

$$H_{LC} = \frac{v_{SL}F_E(1 - H_{LF})}{v_m - v_{SL}(1 - F_E)}, \quad \dots\dots\dots 2.102$$

$$v_C = \frac{v_m - v_{SL}(1 - F_E)}{1 - H_{LF}}. \quad \dots\dots\dots 2.103$$

Estos parámetros son necesarios para calcular algunas de las relaciones de cierre antes de resolver el momento combinado. Un nuevo valor de  $v_F$  se puede calcular a partir de la ecuación 2.85, y finalmente  $v_{SL}$  se obtiene por:

$$v_{SL} = \frac{v_F H_{LF}}{(1 - F_E)}. \quad \dots\dots\dots 2.104$$

- Flujo bache al flujo burbuja dispersa

Si se da una longitud de película,  $l_F$ , tan pequeña como la mitad del diámetro de la tubería, se puede predecir la transición del flujo bache al flujo burbuja dispersa usando el momento combinado ecuación 2.85.

Para fines más prácticos se utiliza la ecuación 2.122 considerando que en el flujo burbuja las fases de gas y líquido se mezclan homogéneamente. En el límite de transición entre flujo bache y flujo burbuja dispersa, la zona de película de flujo bache desaparece. Por lo tanto, el término de mezcla en la ecuación 2.123 se convierte en cero. El colgamiento de líquido en el bache es entonces el colgamiento de líquido del flujo burbuja dispersa, que se calcula considerando que las fases de gas y líquido fluyen con la misma velocidad.

- Flujo bache a flujo burbuja.

El flujo burbuja ocurre en la fracción de vacío de gas baja cuando la velocidad de la burbuja de Taylor es mayor que la velocidad ascendente de las pequeñas burbujas (ecuación 2.89) para un flujo ascendente vertical. En la transición se cumple que:

$$v_{SG} = \frac{v_{SL} + 1.15 \left( \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma_{ow}}{\rho_L^2} \right)^{0.25}}{3} \quad \dots\dots\dots 2.105$$

**Relaciones de cierre**

- Factor de fricción interfacial

$f_I$  para el flujo anular. Asali propuso una correlación para el factor de fricción interfacial en el flujo anular.

$$f_I = f_G \left( 1 + 13.8 We_G^{0.2} Re_G^{-0.6} \left( h_F^+ - 200 \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \right) \right), \quad \dots\dots\dots 2.106$$

donde el número de Weber,  $We_G$ , y el número de Reynolds,  $Re_G$ , se definen como

$$We_G = \frac{\rho_G v_C^2 d}{\sigma} \quad \dots\dots\dots 2.107$$

y

$$Re_G = \frac{\rho_G v_C d}{\mu_G}. \quad \dots\dots\dots 2.108$$

$h_F^+$  es el grosor adimensional de la película líquida,

$$h_F^+ = \frac{\rho_G h_F v_C^*}{\mu_G}, \quad \dots\dots\dots 2.109$$



donde

$$v_C^* = \sqrt{\frac{\tau_I}{\rho_G}}, \quad \dots\dots\dots 2.110$$

$f_G$  en la ecuación 2.106 es el factor de tubería lisa que define como

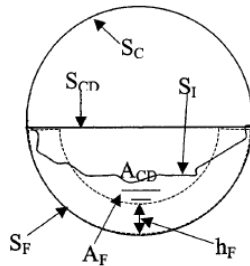
$$f_G = 0.046Re_G^{-0.2}. \quad \dots\dots\dots 2.111$$

- Perímetro interfacial

El perímetro mojado interfacial se calcula mediante la siguiente ecuación

$$S_I = \frac{S_F(A_{CD} - A_F) + S_{CD}A_F}{A_{CD}}, \quad \dots\dots\dots 2.112$$

donde  $S_F$  es el perímetro de la pared mojada,  $S_{CD}$  es la longitud de la cuerda correspondiente a la fracción de pared mojada, y  $A_{CD}$  es el área de la sección transversal abrazada por la pared mojada y su acorde, como se muestra en la **Figura 2.14**.



**Fig. 2. 14** Sección transversal de un flujo estratificado con una interfaz curva. (Zhang et al. 2003)

$$S_F = \pi d\theta, \quad \dots\dots\dots 2.113$$

$$S_{CD} = d \sin(\pi\theta), \quad \dots\dots\dots 2.114$$

$$A_{CD} = \frac{d^2}{4} \left( \pi\theta - \frac{\sin(2\pi\theta)}{2} \right). \quad \dots\dots\dots 2.115$$

donde  $\theta$ , el perímetro fraccional interfacial se calcula mediante la correlación de Grolman:

$$\theta = \theta_0 \left( \frac{\sigma_{agua}}{\sigma} \right)^{0.15} \dots\dots\dots 2.116$$

$$+ \frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \frac{1}{\cos \theta} \left( \frac{\rho_L v_{SL}^2 d}{\sigma} \right)^{0.25} \left( \frac{v_{SG}^2}{(1 - H_{LF})^2 g d} \right)^{0.8},$$

donde  $\theta_0$  es la fracción mínima de pared mojada correspondiente a una interfase plana.

- Fracción de líquido arrastrado en el núcleo de gas

Los autores utilizan la correlación de Oliemans (1986)

$$\frac{F_E}{1 - F_E} = 0.003 W e_{SG}^{1.8} Fr_{SG}^{-0.92} Re_{SL}^{0.7} Re_{SG}^{-1.24} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.38} \left( \frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.97}. \quad \dots\dots\dots 2.117$$

donde

$$W e_{SG} = \frac{\rho_G v_{SG}^2 d}{\sigma}, \quad \dots\dots\dots 2.118$$

$$Fr_{SG} = \frac{v_{SG}}{\sqrt{g d}}, \quad \dots\dots\dots 2.119$$

$$Re_{SL} = \frac{\rho_L v_{SL} d}{\mu_L}, \quad \dots\dots\dots 2.120$$

$$Re_{SG} = \frac{\rho_G v_{SG} d}{\mu_G} \quad \dots\dots\dots 2.121$$

- Colgamiento de la fase líquida en el flujo bache.

$$H_{LS} = \frac{1}{1 + \frac{T_{sm}}{3.16[(\rho_L - \rho_G)g\sigma]^{1/2}}}, \quad \dots\dots\dots 2.122$$

donde

$$T_{sm} = \frac{1}{C_e} \left( \frac{f_S}{2} \rho_m v_m^2 + \frac{d \rho_L H_{LF} (v_T - v_F) (v_m - v_F)}{4 l_S} + \frac{d \rho_C (1 - H_{LF}) (v_T - v_C) (v_m - v_C)}{4 l_S} \right) \quad \dots\dots\dots 2.123$$

y

$$C_e = \frac{2.5 - |\sin(\theta)|}{2} \quad \dots\dots\dots 2.124$$

$$\rho_m = \rho_L H_{LS} + \rho_G (1 - H_{LS}), \quad \dots\dots\dots 2.125$$

y el factor de fricción,  $f_m$ , se calcula de la misma manera que para  $f_F$  con un número de Reynolds del bache dado por

$$Re_m = \frac{\rho_m v_m d}{\mu_L} \quad \dots\dots\dots 2.126$$

La predicción del colgamiento del líquido en el bache se mejora significativamente considerando el intercambio de momento entre bache líquido y la zona de la película en una unidad de bache. Este modelo también puede usarse para la predicción del límite de transición entre los flujos burbuja y burbuja dispersa. El colgamiento del líquido del bache se fija en 0.24 si el modelo predice un valor más bajo.

Antes de resolver la ecuación de momento combinado, se debe estimar el colgamiento de líquido del bache para calcular diferentes relaciones de cierre. Para tal efecto, se utiliza la correlación de Gregory et al. (1978):

$$H_{LS} = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_m}{8.66}\right)^{1.39}}, \quad \dots\dots\dots 2.127$$

donde  $v_m$  está en  $m/s$ .

- Velocidad de traslación y longitud del bache

La velocidad de traslación del bache puede expresarse en función de la velocidad de mezcla,  $v_m$ ,

$$v_T = C_S v_m + v_D, \quad \dots\dots\dots 2.128$$

donde  $v_D$  es la velocidad de deriva (o la velocidad de la burbuja alargada en el límite de  $v_m \rightarrow 0$ ). Para flujo turbulento el parámetro  $C_S$  tiene un valor de 1.2 y para flujo laminar,  $C_S$  es aproximadamente 2. Para la velocidad de deriva se sugiere utilizar la correlación de Bendiksen:

$$V_D = 0.54\sqrt{gd} \cos \theta + 0.35\sqrt{gd} \sin \theta. \quad \dots\dots\dots 2.129$$

La longitud del bache se calcula mediante la siguiente correlación:

$$l_S = (32.0 \cos^2 \theta + 16.0 \sin^2 \theta)d. \quad \dots\dots\dots 2.130$$

## Capítulo 3

# Método de flujo gas-líquido-líquido

En este capítulo se describe el modelo mecanicista unificado de flujo trifásico gas-líquido-líquido en tuberías de Zhang et al. (2006), el cual será implementado en un programa computacional de acuerdo con los objetivos de este trabajo. Inicialmente se resumen sus aspectos generales. Posteriormente, se describen las ecuaciones que integran el modelo para predecir los patrones de flujo y calcular las principales variables hidrodinámicas que les caracterizan, así como las ecuaciones de cierre respectivas propuestas por los autores.

### 3.1 Descripción del Modelo

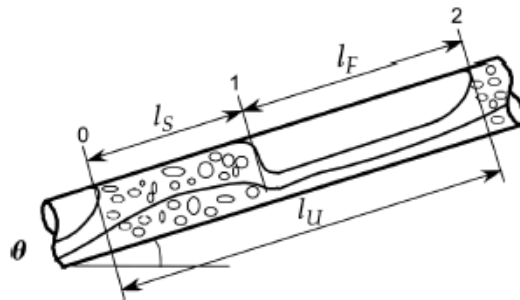
Zhang et al. (2006) desarrollaron un modelo unificado de flujo trifásico gas – líquido – líquido para la predicción de la transición entre patrones de flujo, así como para calcular los principales parámetros hidrodinámicos durante la producción y transporte de gas, aceite y agua en pozos y ductos petroleros. En su formulación partieron de un análisis hidrodinámico similar al empleado para el flujo bache en un sistema bifásico gas-líquido, descrito en el capítulo 2.

De acuerdo con los autores, el flujo trifásico de gas, aceite y agua puede ser tratado como un flujo bifásico gas – líquido si el aceite y el agua están mezclados de manera homogénea. Bajo tales condiciones, las propiedades físicas de la fase líquida se pueden calcular con base en las propiedades físicas individuales del aceite y el agua. Por otra parte, los patrones de flujo bifásico gas – líquido pueden utilizarse

para describir el flujo trifásico gas – aceite – agua, agregando correlaciones pueden ser usadas para describir la distribución entre las fases del líquido, la mezcla y su punto de inversión de fase.

### 3.2 Modelo mecanicista trifásico unificado

En la Figura 3.1 se muestra el volumen de control utilizado por los autores en el desarrollo de su modelo mecanicista unificado, para el caso trifásico.



**Fig. 3. 1** Volumen de control de la región del núcleo de gas y el cuerpo del bache.

#### Ecuaciones de continuidad

De acuerdo con la **Figura 3.1**, se utiliza como volumen de control la zona de película (película de líquido y núcleo de gas). Las ecuaciones de continuidad se derivan con respecto a un sistema de coordenadas que se mueve con la velocidad de traslación,  $v_t$ . Los autores hacen las siguientes consideraciones:

- El flujo trifásico en estado estacionario, los gastos de entrada y salida de masa en los límites izquierdo y derecho de la región de la película deben ser las mismas para cada fase.
- No hay arrastre de líquido en el núcleo de gas a un gasto relativamente bajo. Por lo tanto, las ecuaciones de continuidad para las fases de aceite, agua y gas en la zona de película se pueden obtener, respectivamente, como:

$$(1 - H_{WGS})(1 - \alpha_{OS})(v_T - v_{OS}) = H_{OF}(v_T - v_{OF}), \quad \dots\dots\dots 3.1$$

$$H_{WGS}(1 - \alpha_{WS})(v_T - v_{WS}) = H_{WF}(v_T - v_{WF}). \quad \dots\dots\dots 3.2$$

$$\begin{aligned} y \quad (1 - H_{WGS})\alpha_{OS}(v_T - v_{OS}) & \quad \dots\dots\dots 3.3 \\ & + H_{WGS}\alpha_{WS}(v_T - v_{WS}) \\ & = (1 - H_{OF} - H_{WF})(v_T - v_G). \end{aligned}$$

- La velocidad de la mezcla se calcula como:

$$v_m = v_{SG} + v_{SO} + v_{SW}. \quad \dots\dots\dots 3.4$$

- La velocidad de la mezcla está relacionada con las velocidades locales en el cuerpo del bache y la zona de la película como:

$$v_m = (1 - H_{WGS})v_{OS} + H_{WGS}v_{WS}, \quad \dots\dots\dots 3.5$$

$$v_m = H_{OF}v_{OF} + H_{WF}v_{WF} + (1 - H_{OF} - H_{WF})v_G. \quad \dots\dots\dots 3.6$$

- El paso de una porción de un bache de gas en un punto de observación, las siguientes relaciones se mantienen para las fases de aceite, agua y gas, respectivamente:

$$l_U v_{SO} = l_S(1 - H_{HWS})(1 - \alpha_{OS})v_{OS} + l_F H_{OF} v_{OF}, \quad \dots\dots\dots 3.7$$

$$l_U v_{SW} = l_S H_{WGS}(1 - \alpha_{WS})v_{WS} + l_F H_{WF} v_{WF} \quad \dots\dots\dots 3.8$$

$$\begin{aligned} y \quad l_U v_{SG} & = l_S[(1 - H_{WGS})\alpha_{OS}v_{OS} + H_{WGS}\alpha_{WS}v_{WS}] \quad \dots\dots\dots 3.9 \\ & + l_F(1 - H_{OF} - H_{WF})v_G. \end{aligned}$$

- El tamaño de bache está dado por:

$$l_U = l_S + l_F. \quad \dots\dots\dots 3.10$$

**Ecuaciones de momento**

Aplicando la ecuación de continuidad de la fase aceite (ecuación 3.1), el intercambio de momento por unidad de tiempo entre la fase de aceite en el cuerpo del bache y la fase de aceite en la región de película es:

$$\rho_O H_{OF} A (v_T - v_{OF}) (V_{OS} - v_{OF}).$$

Todas las fuerzas que actúan sobre las películas de agua y de aceite (esta última en contacto con la pared de la tubería), deben estar en equilibrio para que el flujo bache esté completamente desarrollado. De esta manera, la ecuación de momento para la película de aceite es:

$$\frac{p_2 - p_1}{l_F} = \frac{\rho_O (v_T - v_{OF}) (v_{OS} - v_{OF})}{l_F} + \frac{\tau_{I1} S_{I1} - \tau_{I2} S_{I2} - \tau_{OF} S_{OF}}{H_{OF} A} \dots\dots\dots 3.11$$

$$- \rho_O g \sin(\theta).$$

donde

$$- \tau_{OF} S_{OF} l_F = \text{fuerza de fricción entre la película de aceite y la pared,}$$

$$\tau_{I1} S_{I1} l_F = \text{fuerza de fricción de la película en la interfase gas - aceite,}$$

$$- \tau_{I2} S_{I2} l_F = \text{fuerza de fricción de la película en la interfase aceite,}$$

$$- \rho_O H_{OF} A l_F g \sin(\theta) = \text{fuerza gravitacional .}$$

De manera similar, la ecuación de momento para la película de agua es:

$$\frac{p_2 - p_1}{l_F} = \frac{\rho_W (v_T - v_{WF}) (v_{WS} - v_{WF})}{l_F} + \frac{\tau_{I2} S_{I2} - \tau_{WF} S_{WF}}{H_{WF} A} \dots\dots\dots 3.12$$

$$- \rho_O g \sin(\theta).$$

El intercambio de momento entre el cuerpo del bache y el núcleo de gas es despreciable porque la densidad del gas es mucho menor que la densidad del



líquido. De este modo, la ecuación de momento para el núcleo de gas puede escribirse como:

$$\frac{p_2 - p_1}{l_F} = - \frac{\tau_{I1}S_{I1} + \tau_G S_G}{(1 - H_{OF} - H_{WF})A} - \rho_G g \sin(\theta). \quad \dots\dots\dots 3.13$$

De las ecuaciones de momento para las películas de aceite y agua (ecuaciones 3.11 y 3.12 respectivamente revisa números) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{p_2 - p_1}{l_F} & \dots\dots\dots 3.14 \\ &= \frac{\rho_O H_{OF}(v_T - v_{OF})(V_{OS} - v_{OF}) + \rho_W H_{WF}(v_T - v_{WF})(v_{WS} - v_{WF})}{l_F(H_{OF} + H_{WF})} \\ &+ \frac{\tau_{I1}S_{I1} - \tau_{OF}S_{OF} - \tau_{WF}S_{WF}}{(H_{OF} + H_{WF})A} - \frac{(\rho_O H_{OF} + \rho_W H_{WF})g \sin \theta}{H_{OF} + H_{WF}}. \end{aligned}$$

Entonces, se puede obtener una ecuación de momento combinado para las corrientes de gas y líquido a partir de las ecuaciones de momento anteriores:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_O H_{OF}(v_T - v_{OF})(v_{OS} - v_{OF}) + \rho_W H_{WF}(v_T - v_{WF})(v_{WS} - v_{WF})}{l_F(H_{OF} + H_{WF})} \quad \dots\dots\dots 3.15 \\ & - \frac{\tau_{OF}S_{OF} + \tau_{WF}S_{WF}}{(H_{OF} + H_{WF})A} \\ & + \frac{\tau_{I1}S_{I1}}{A} \left( \frac{1}{H_{OF} + H_{WF}} + \frac{1}{1 - H_{OF} - H_{WF}} \right) \\ & + \frac{\tau_G S_G}{(1 - H_{OF} - H_{WF})A} \\ & - \left( \frac{\rho_O H_{OF} + \rho_W H_{WF}}{H_{OF} + H_{WF}} - \rho_G \right) g \sin \theta = 0. \end{aligned}$$

Por otra parte, se puede obtener otra ecuación de momento combinada para flujo de aceite y agua a partir de las ecuaciones de momento, las ecuaciones 3.11 y 3.12:

$$\frac{\rho_W(v_T - v_{WF})(v_{WS} - v_{WF}) - \rho_O(v_T - v_{OF})(v_{OS} - v_{OF})}{l_F} \dots\dots\dots 3.16$$

$$- \frac{\tau_{WF}S_{WF}}{H_{WF}A} + \frac{\tau_{OF}S_{OF} - \tau_{I1}S_{I1}}{H_{OF}A} + \frac{\tau_{I2}S_{I2}}{A} \left( \frac{1}{H_{WF}} + \frac{1}{H_{OF}} \right)$$

$$- (\rho_W - \rho_O)g \sin \theta = 0.$$

Para flujos de aceite y agua estratificados en el flujo bache, las ecuaciones de momento pueden expresarse como:

$$\frac{p_1 - p_0}{l_S} = \frac{\rho_O(v_T - v_{OS})(v_{OF} - v_{OS})}{l_S} - \frac{\tau_{I0}S_{I0} + \tau_{OS}S_{OS}}{(1 - H_{WGS})A} \dots\dots\dots 3.17$$

$$- \rho_O g \sin \theta.$$

y

$$\frac{p_1 - p_0}{l_S} = \frac{\rho_W(v_T - v_{WS})(v_{WF} - v_{WS})}{l_S} - \frac{\tau_{I0}S_{I0} + \tau_{WS}S_{WS}}{(1 - H_{WGS})A} \dots\dots\dots 3.18$$

$$- \rho_W g \sin \theta.$$

De esta manera, la ecuación de momento combinado para el cuerpo del bache puede obtenerse a partir de las ecuaciones 3.17 y 3.18:

$$\frac{\rho_W(v_T - v_{WS})(v_{WF} - v_{WS}) - \rho_O(v_T - v_{OS})(v_{OF} - v_{OS})}{l_S} - \frac{\tau_{WS}S_{WS}}{H_{WGS}A} \dots\dots\dots 3.19$$

$$+ \frac{\tau_{OS}S_{OS}}{(1 - H_{WGS})A} + \frac{\tau_{I0}S_{I0}}{A} \left[ \frac{1}{H_{WGS}} + \frac{1}{1 - H_{WGS}} \right]$$

$$- (\rho_W - \rho_O)g \sin \theta = 0.$$

Como puede observarse, en el planteamiento anterior existen siete incógnitas:  $H_{WGS}, v_{WS}, l_F, H_{OF}, H_{WF}, v_{OF}$  y  $v_{WF}$ . Estas se pueden calcular resolviendo siete ecuaciones independientes: cuatro de las seis ecuaciones de continuidad (dos de las ecuaciones 3.1 a 3.3, y dos de las ecuaciones 3.7 a 3.9) y las tres ecuaciones de momento combinadas (ecuaciones 3.15, 3.16, y 3.19).

### **Ecuaciones para el flujo estratificado de tres capas**

Las dos ecuaciones de momento combinadas para el flujo estratificado de tres capas (gas, aceite y agua) son las mismas que las dos ecuaciones de momento combinadas para la región de las películas de aceite y agua en el flujo bache, si los términos de intercambio de momento se eliminan de las ecuaciones 3.15 y 3.16:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\tau_{OF}S_{OF} + \tau_{WF}S_{WF}}{(H_{OF} + H_{WF})A} + \frac{\tau_{I1}S_{I1}}{A} \left( \frac{1}{H_{OF} + H_{WF}} + \frac{1}{1 - H_{OF} - H_{WF}} \right) \dots\dots\dots 3.20 \\
 & + \frac{\tau_G S_G}{(1 - H_{OF} - H_{WF})A} \\
 & - \left( \frac{\rho_O H_{OF} + \rho_W H_{WF}}{H_{OF} + H_{WF}} - \rho_G \right) g \sin \theta = 0
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\tau_{WF}S_{WF}}{H_{WF}A} + \frac{\tau_{OF}S_{OF} - \tau_{I1}S_{I1}}{H_{OF}A} + \frac{\tau_{I2}S_{I2}}{A} \left( \frac{1}{H_{WF}} + \frac{1}{H_{OF}} \right) \dots\dots\dots 3.21 \\
 & - (\rho_W - \rho_O) g \sin \theta = 0.
 \end{aligned}$$

Los colgamientos correspondientes al aceite y agua se pueden calcular a partir de las ecuaciones 3.20 y 3.21, respectivamente.

### **Ecuación para el flujo estratificado aceite-agua**

La ecuación de momento combinado para el flujo estratificado aceite-agua (con posible entrampamiento de gas) se obtiene eliminando el término de intercambio de momento en la ecuación 3.19:

$$-\frac{\tau_{WS}S_{WS}}{H_{WG}(1-\alpha_{WS})A} + \frac{\tau_{OS}S_{OS}}{H_{OG}(1-\alpha_{OS})A} + \frac{\tau_{IO}S_{IO}}{A} \left[ \frac{1}{H_{WGS}} + \frac{1}{1-H_{WGS}} \right] \dots\dots\dots 3.22$$
$$- (\rho_W - \rho_O)g \sin \theta = 0.$$

### **Flujo bache con aceite y agua completamente mezclados**

Las ecuaciones de continuidad y momento son las mismas que para el flujo bifásico gas-líquido. Las propiedades físicas efectivas o aparentes del líquido se calculan a partir de las correspondientes al aceite y agua, ponderadas con el corte de agua. Debido a que esta condición normalmente se presenta a altas velocidades de gas y líquido, será necesario considerar el arrastre de líquido en el núcleo de gas.

### **Flujo anular**

En el flujo anular, se puede suponer que el aceite y el agua están completamente mezclados debido a la alta turbulencia. Por lo tanto, también se puede usar la ecuación combinada de momento para el flujo bifásico de gas y líquido. Debe considerarse el entrampamiento de gotas de líquido en el núcleo de gas.

## Flujo burbuja con aceite y agua completamente mezclados

El colgamiento de líquido y el gradiente de presión para el flujo burbuja dispersa se calculan considerando que las tres fases se mezclan homogéneamente. Con respecto al flujo burbuja, la velocidad de ascenso de la burbuja,  $v_{bs}$ , se calcula considerando las propiedades ponderadas del líquido.

Incluso para el flujo burbuja dispersa de aceite-agua, las velocidades promedio del aceite y agua pueden no ser las mismas debido a su distribución a través de una sección de tubería. Generalmente, la fase continua tiende a desplazarse más lento debido a su contacto con la pared de la tubería.

## Esfuerzos cortantes

Los esfuerzos cortantes en las ecuaciones de momento combinado se evalúan como:

$$\tau_{OF} = f_{OF} \frac{\rho_O v_{OF}^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.23$$

$$\tau_{WF} = f_{WF} \frac{\rho_W v_{WF}^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.24$$

$$\tau_G = f_G \frac{\rho_G v_G^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.25$$

$$\tau_{OS} = f_{OS} \frac{\rho_O v_{OS}^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.26$$

$$\tau_{WS} = f_{WS} \frac{\rho_W v_{WS}^2}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.27$$

$$\tau_{I1} = f_{I1} \frac{\rho_G(v_G - v_{OF})|v_G - v_{OF}|}{2}, \quad \dots\dots\dots 3.28$$

$$\tau_{I2} = f_{I2} \frac{\rho_O(v_{OF} - v_{WF})|v_{OF} - v_{WF}|}{2} \quad \dots\dots\dots 3.29$$

$$y \quad \tau_{I0} = f_{I0} \frac{\rho_O(v_{OS} - v_{WS})|v_{OS} - v_{WS}|}{2}. \quad \dots\dots\dots 3.30$$

Los factores de fricción,  $f_{OF}$ ,  $f_{WF}$ ,  $f_G$ ,  $f_{OS}$ , y  $f_{WS}$ , en la pared en contacto con el aceite, el agua o el gas en la región de la película y el cuerpo del bache, se estiman con la correlación desarrollada por Churchill (1977) para los regímenes de flujo laminar y turbulento:

$$f = 2 \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(D + E)^3} \right]^{\frac{1}{12}}. \quad \dots\dots\dots 3.31$$

donde

$$D = \left[ 2.457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)} \right]^{16}, \quad E = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16}.$$

El factor de fricción interfacial en la interfase gas – líquido,  $f_{WS}$ , se estima con las mismas correlaciones utilizadas por Zhang et al. (2003) para el flujo anular bifásico gas-líquido (ver capítulo 2). Los factores de fricción interfaciales entre la película de aceite y agua, y el cuerpo del bache se consideran constantes, e iguales a 0.0142.

**Relaciones de cierre**

Cuando el arrastre de líquido en el núcleo de gas es significativo, el aceite y el agua pueden tratarse como un líquido pseudo-monofásico. Así, puede utilizarse la correlación propuesta por Oliemans et al. (1986) para calcular  $Fe$ , como se describió en el capítulo 2.

La concentración de pequeñas burbujas en la capa de aceite y agua en la zona del cuerpo del bache puede variar. Ahora bien, sólo se necesita una fracción de vacío de gas si el aceite y el agua en el cuerpo del bache se mezclan completamente. En ambos casos, el enfoque mecanicista propuesto por Zhang et al. (2003) puede extenderse para determinar las fracciones de vacío correspondientes.

Para determinar la velocidad de traslación del bache y su longitud, los autores proponen utilizar las mismas correlaciones para el caso bifásico gas-líquido, como se describió en el capítulo 2.

### **Transiciones de patrón de flujo**

Los patrones de flujo trifásico y las estructuras se pueden describir a partir de los patrones de flujo de gas - líquido y considerando el estado de mezclado del aceite y el agua.

- *Transiciones de patrón de flujo gas – líquido*

El aceite y el agua se tratan como una fase pseudo-líquida. Así, los criterios de transición entre los patrones de flujo son similares a los utilizados por Zhang et al. (2003), en el caso bifásicos gas-líquido (capítulo 2). Por lo tanto, la longitud de la película  $l_F$  se hace infinita cuando ocurre la transición del flujo bache al flujo anular. El término de intercambio de momento en las ecuaciones de momento combinado (ecuaciones 3.15 y 3.16) es cero. Dada la velocidad superficial del gas y el corte de agua, la velocidad superficial del aceite correspondiente al límite de transición puede calcularse de forma iterativa.

Por otra parte, si la longitud de la película,  $l_F$ , es tan pequeña como la mitad del diámetro del tubo, se puede predecir la transición del flujo bache al flujo burbuja dispersa usando las ecuaciones de momento combinadas.

- Mezclado aceite – agua.

Zhang et al. (2003) propusieron un modelo para la predicción de la fracción de vacío de gas en el flujo bache sobre la base del equilibrio entre la energía turbulenta total de las burbujas de gas dispersadas en el bache. El mismo concepto se puede usar para modelar el estado del mezclado del aceite y agua en el caso trifásico. Se puede considerar que el agua (o el aceite) se dispersa en el aceite (o agua) cuando la energía turbulenta total es mayor que la energía total libre de la superficie. Por lo tanto, un criterio para determinar cuando uno de los líquidos se dispersa en el otro está dado por la siguiente ecuación:

$$v_{LM} > \left\{ \frac{6.325 C_e \phi_{Int} [\sigma_{OW} (\rho_W - \rho_O) g]^{1/2}}{f_{LM} \rho_{LM}} \right\}^{1/2}, \quad \dots\dots\dots 3.32$$

donde  $v_{LM}$ ,  $f_{LM}$  y  $\rho_{LM}$  son la velocidad de la mezcla, el factor de fricción y la densidad de la mezcla, respectivamente;  $\rho_{OW}$  es la tensión interfacial aceite – agua; finalmente,  $\phi_{Int}$  es la fracción volumétrica de la fase interna.

- Viscosidad de mezcla aceite – agua

Los autores propusieron utilizar la correlación de Brinkman (1952) para calcular la viscosidad aparente de la mezcla líquida:

$$\frac{\mu_{LM}}{\mu_C} = (1.0 - \phi_{Int})^{-2.5}, \quad \dots\dots\dots 3.33$$

donde  $\mu_C$  y  $\mu_{LM}$  son las viscosidades de la fase continua y de la mezcla líquida, respectivamente.



- Inversión de fase

Para la estimación de la viscosidad aparente de la mezcla líquida se requiere un criterio para identificar el punto de inversión de fases. En el estudio de Brauner y Ullmann (2002), el criterio de la energía mínima libre de sistema se combinó con un modelo de tamaño de gota en las dispersiones densas (Brauner 2001) para predecir las condiciones críticas para la inversión de fase,  $\phi_{OI} = \frac{\tilde{\rho}^{0.6}\tilde{\mu}^{0.4}}{1+\tilde{\rho}^{0.6}\tilde{\mu}^{0.4}}$ , donde  $\phi_{OI}$ , es la retención de aceite crítico en la mezcla de aceite – agua, que corresponde a la inversión de aceite continuo a agua continua o viceversa.  $\tilde{\rho}$  y  $\tilde{\mu}$  son la relación de densidad y la relación de viscosidad entre el aceite y el agua,  $\tilde{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho_w}$  y  $\tilde{\mu} = \frac{\mu_o}{\mu_w}$ .

La predicción del punto de inversión está relacionada con el cálculo de la viscosidad de las dispersiones. Considerando que la viscosidad es continua en el punto de inversión, la fracción de la fase correspondiente a la inversión puede determinarse donde las viscosidades de las dispersiones con fase continua aceite y fase continua agua, son idénticas. Sobre la base de este razonamiento, la correlación de viscosidad de Brinkman puede utilizarse para obtener una correlación para la fracción de inversión:

$$\phi_{OI} = \frac{\tilde{\mu}^{0.4}}{1 + \tilde{\mu}^{0.4}}. \quad \dots\dots\dots 3.34$$

## Capítulo 4

# Programa computacional

En este capítulo se describen las características del programa computacional desarrollado para la predicción de patrones de flujo bifásico (gas-líquido) y trifásico (gas-líquido-líquido), así como calcular los gradientes de presión correspondientes. Para tal efecto, se utilizaron los modelos mecanicistas de Zhang et al. (2003) y Zhang et al. (2006), para sistemas bifásicos y trifásicos, respectivamente.

### 4.1 Descripción del programa

De acuerdo con los objetivos del presente trabajo, se desarrolló un programa computacional que permite predecir patrones de flujo y calcular los correspondientes gradientes de presión en tuberías verticales que transportan mezclas bifásicas de gas y líquido, o mezclas trifásicas de gas, aceite y agua. Se utilizaron los modelos mecanicistas de flujo bifásico y flujo trifásico de Zhang et al. (2003) y de Zhang et al. (2006), respectivamente. Como lenguaje de programación se utilizó Visual Basic para macros en Excel.

El programa está integrado por ocho módulos. El módulo principal (**Figura 4.1**) está reservado fundamentalmente para la lectura e impresión de resultados, y está vinculado a los módulos para la identificación de patrones de flujo y para los cálculos de gradientes de presión.

```

Microsoft Visual Basic para Aplicaciones - Trifasico.xlsm - [Main (Código)]
Archivo Edición Ver Insertar Formato Depuración Ejecutar Herramientas Complementos Ventana Ayuda
Proyecto - VBAProject (General) Trifasico
Solver (SOlVER.MAN)
VBAProject (Trifasico.xlsm)
  Microsoft Excel Objetos
  Formularios
  Módulos
    Frontera_FlujoBache_Anular
    Fronteras_FlujoBurbuja
    Gradientes_Presion
    Main
    Mapa_Patrones
    Mezcla_Liquidos
    Modelos_Hidrodinamicos
    Propiedades
  Propiedades - Main
  Main Módulo
  Alfabetica | Por categorías
  (Name) Main

Public vslr, vsgr, rho1, rho2, Tenow, Tenow, mul, Cs, mug, dm As Double
Public vsr, vgr, rho, Pgt As Double 'datos de salida para el patron de flujo
Sub Trifasico()
Call Propiedades
Call BurbujaDispersa 'Cálculo de la frontera Burbuja Dispersa-Burbuja
If vslr > vsr Then
Hojas.Cells(1, 3 + 2) = "Burbuja Dispersa"
Call PerdidaBurbujaD 'Cálculo de la perdida de presion debido al flujo Burbuja Dispersa
Hojas.Cells(1, 3) = -Pgt
GoTo 2:
Else
Call Burbuja 'Cálculo de la frontera Burbuja-Bache
If vsgr < vgr Then
Hojas.Cells(1, 3 + 2) = "Burbuja"
Call PerdidaBurbuja 'Cálculo de la perdida de presion debido al flujo Burbuja
Hojas.Cells(1, 3) = -Pgt
GoTo 2:
Else
Call Anularfinal 'Cálculo de la frontera Anular-Bache
If vsgr > vgr Then
Hojas.Cells(1, 3 + 2) = "Anular"
Call Mezcladeliquidos 'Condiciones de mezcla para liquidos
If Hojas.Cells(3, 10) = "1 Fase" Then
Call PerdidaAnular 'Cálculo de la perdida de presion debido al flujo Anular
Hojas.Cells(1, 3) = -Pgt
GoTo 2:
Else GoTo 1
End If
Else
Hojas.Cells(1, 3 + 2) = "Bache"
Call Mezcladeliquidos 'Condiciones de mezcla para liquidos
Call PerdidaBache 'Cálculo de la perdida de presion debido al flujo Bache
Hojas.Cells(1, 3) = -Pgt
GoTo 2:
End If
End If
1:
Hojas.Cells(1, 3 + 1) = mul
Next 1
Next 3
Call Fronteras
End Sub

```

**Fig. 4. 1** Captura de pantalla del módulo principal del programa.

En los módulos “Frontera\_FlujoBache y Frontera\_FlujoBurbuja” se resuelve la ecuación de momento combinado para el cálculo de velocidades superficiales de líquido y del gas en las fronteras de acuerdo al patrón de flujo (**Figura 4.2**).

En el módulo “Modelos\_Hidrodinamicos” se calcula el gradiente de presión de acuerdo con el patrón de flujo y a la mezcla de líquidos (**Figura 4.3**).

En el módulo “Mezcla\_Líquidos” se implementó el criterio de Zhang et al. (2006) para determinar si los líquidos pueden manejarse como una mezcla homogénea (agua-aceite) o si se debe considerar la existencia de dos fases líquidas separadas (**Figura 4.4**).

Finalmente, en los módulos “Gradientes\_Presión y Mapa\_Patrones” se genera la gráfica de los gradientes de presión contra la velocidad superficial del gas y el mapa de patrones de flujo (**Figura 4.5**).



```

Public rho0, rho, vsor, vsvr, Cortew, d As Double

Sub Mezcladeliquidos()
    Mezcla de liquidos o no
    If Cortew > 0 And Cortew < 100 Then
        fracVo = 1 - Cortew
        fracVw = Cortew
        NRe = dm * vslr * zhol / (mul * 10 ^ -3)
        If NRe < 2300 Then
            fr = 64 / NRe
        ElseIf NRe > 3100 Then
            fr = (-2 * Log(rug / (3.71 * d))) ^ -2
        Else
            wa = 0
            wb = 10
            Do While Abs(wa - wb) > 0.001
                wr = (wa + wb) / 2
                fro = ((NRe - 2300) / 2300) * (1.3521 / (2.3026 * Log(rug / (3.71 * d)) + (2.514 / (3100 * wr ^ 0.5)))) + 0.032 - wr
                wb = wr
            Else
                wa = wr
            End If
        Loop
        fr = wr
    End If
    Ce = 0.75
    algo = ((6.325 * Ce * fracVo * ((Tenow * 10 ^ -3) * (zhow - rho0) * 9.81) ^ 0.5) / (fr * zhol)) ^ 0.5
    Else
        algo = 0
    End If
    If vslr > algo Then
        Hoja1.Cells(3, 10) = "1 Fase"
    Else
        Hoja1.Cells(3, 10) = "2 Fase"
    End If
    Hoja1.Cells(4, 10) = algo
    Hoja1.Cells(5, 10) = vslr
End Sub

```

Fig. 4. 4 Captura de pantalla del módulo “Mezcla\_Líquidos”

```

Tenow = Tenow / 1000
mug = mug / 1000
mul = mul / 1000
rho0 = dro * 62.4 * 16.0185
rho = drg * 0.0764 * 16.0185
rho = drw * 62.4 * 16.0185
zhol = rho0 * (vsor / vslr) + zhow * (vsvr / vslr)
dm = d * 0.0254

Hoja1.Cells(18, 5) = vsor
Hoja1.Cells(19, 5) = vsvr
Hoja1.Cells(20, 5) = Tenowg
Hoja1.Cells(21, 5) = mul
Hoja1.Cells(22, 5) = zhol

For i = 3 To 75
    vsqr = Hoja5.Cells(i, 1)
    Call BurbujaDispersa
    Hoja5.Cells(i, 2) = vsl
    Next i
    For i = 3 To 75
        vslr = Hoja5.Cells(i, 4)
        Call Burbuja
        Hoja5.Cells(i, 3) = vsq
        Call Anularfinal
        Hoja5.Cells(i, 5) = vsq
    Next i
End Sub

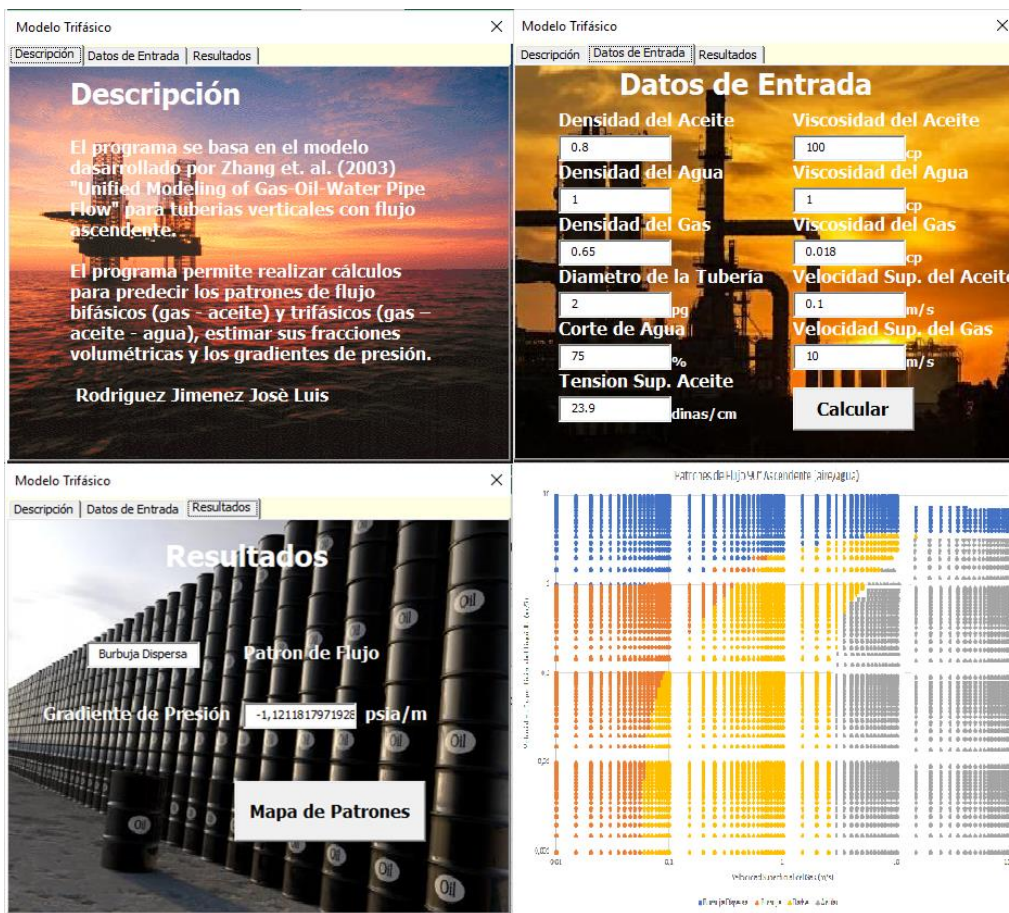
j = Hoja2.Cells(1, 4)
n = Hoja2.Cells(1, 7)
m = Hoja2.Cells(1, 10)
vnr = vslr + vsqr
Call BurbujaDispersa
If vslr > vsl Then
    Hoja2.Cells(4, 1) = vsqr
    Hoja2.Cells(4, 2) = vslr
    i = i + 1
    GoTo 1
Else
    Call Burbuja
    If vsqr < vsq Then
        Hoja2.Cells(5, 4) = vsqr
        Hoja2.Cells(5, 5) = vslr
        j = j + 1
        GoTo 1
    Else
        Call Anularfinal

```

Fig. 4. 5 Captura de pantalla del módulo “Gradientes\_Presión y Mapa\_Patrones”

## 4.2 Visualización de resultados

Para visualizar los resultados del programa en Excel, se desarrollaron subrutinas que permiten generar mapas de patrones de flujo, así como gráficas del comportamiento del gradiente de presión en función de las velocidades superficiales de las fases. Adicionalmente se elaboró una interfaz gráfica para un fácil manejo de los datos de entrada, así como para visualizar los resultados obtenidos para la predicción del patrón de flujo, el cálculo del gradiente de presión y la generación de mapas de patrones de flujo (**Figura 4.6**).



**Fig. 4. 6** Capturas de pantalla del programa desarrollado: descripción, entrada de datos, resultados y mapa de patrones de flujo

### 4.3 Verificación de resultados

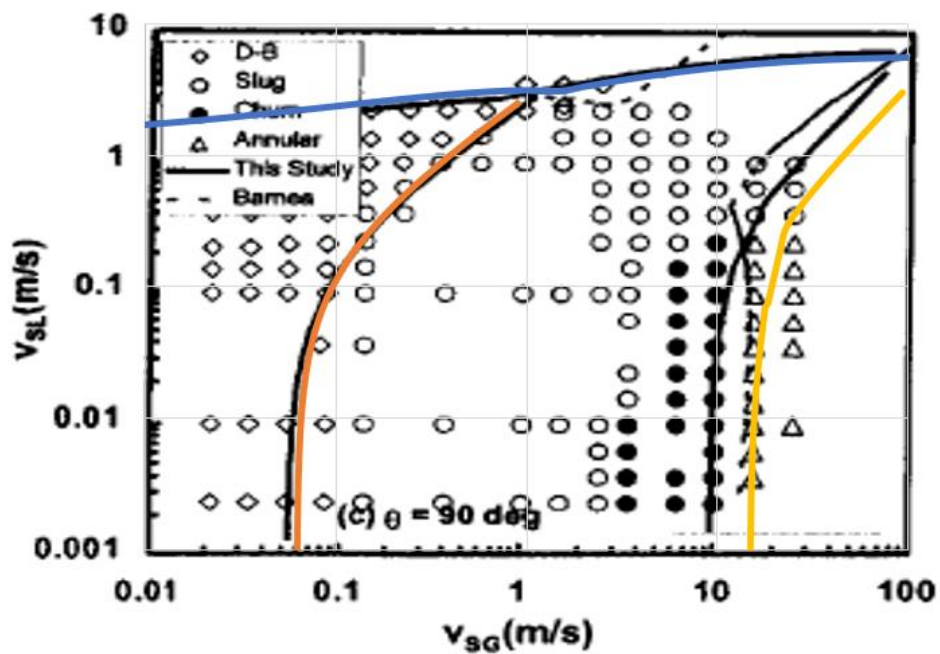
Los resultados del programa en cuanto a la predicción de los patrones de flujo bifásicos se verificaron con los datos presentados por Zhang et al. (2003). En la **Figura 4.7** se muestra la comparación de las fronteras de transición entre los patrones de flujo bifásico calculadas con el programa desarrollado, y aquellas presentadas por estos autores. Los datos de entrada utilizados se indican en la **Tabla 4.1**.

Como puede observarse en la Figura 4.7, en general existe un buen acuerdo de los resultados del programa con el mapa presentado por los autores referidos, particularmente en las fronteras de transición a flujo burbuja dispersa y burbuja-bache. Por otra parte, se observa que el programa reproduce bien la forma de la frontera de transición bache-anular, pero ésta se encuentra sesgada ligeramente a la derecha con respecto a la presentada por Zhang; en este sentido, cabe destacar que primeramente se verificó que se cumplieran todas las ecuaciones que integran el modelo; por otra parte, se realizaron diversos estudios paramétricos para identificar el origen de tal discrepancia; como conclusión, se determinó que tales diferencias pueden atribuirse al tratamiento que dieron los autores a las ecuaciones de cierre correspondientes.

Para finalizar, es importante mencionar Zhang et al. (2006) no presentaron mapas de patrones de flujo trifásicos con los cuales pudiera realizarse la evaluación de los resultados del programa. Sin embargo, esto no debe considerarse como una limitación del mismo, ya que las fronteras de transición propuestas por Zhang et al., son similares para los casos bifásico y trifásico.

**Tabla 4. 1** Datos de entrada (Shoham, 1982)

Propiedad	Valor
Fluidos	aire – agua
Método de observación	visual
Longitud de la tubería	10 (m)
Diámetro	50.8 (mm)
Presión	~3.0 (bar)
Densidad del líquido	998.7 (kg/m <sup>3</sup> )
Viscosidad del líquido	1 (cp)
Viscosidad del gas	0.018 (cp)
Tensión interfacial	73.1 (dinas/cm)



**Fig. 4. 7** Mapa de patrones de flujo bifásico vertical (Zhang et al., 2003)



## Capítulo 5

# Estudios paramétricos

En este capítulo se presentan y discuten los efectos de variables seleccionadas sobre las fronteras de transición entre los distintos patrones de flujo bifásico y trifásico, y en los gradientes de presión correspondientes. Las variables consideradas para este análisis son la viscosidad del aceite, la densidad del aceite, el diámetro de la tubería y el corte de agua.

### 5.1 Estudios para flujo bifásico

En esta sección se presentan y discuten los efectos de las velocidades superficiales de las fases, la viscosidad y densidad del aceite, así como del diámetro de la tubería, sobre las fronteras de transición entre los patrones de flujo gas-líquido y los correspondientes gradientes de presión.

#### 5.1.1 Efecto de la viscosidad del aceite ( $\mu_o$ )

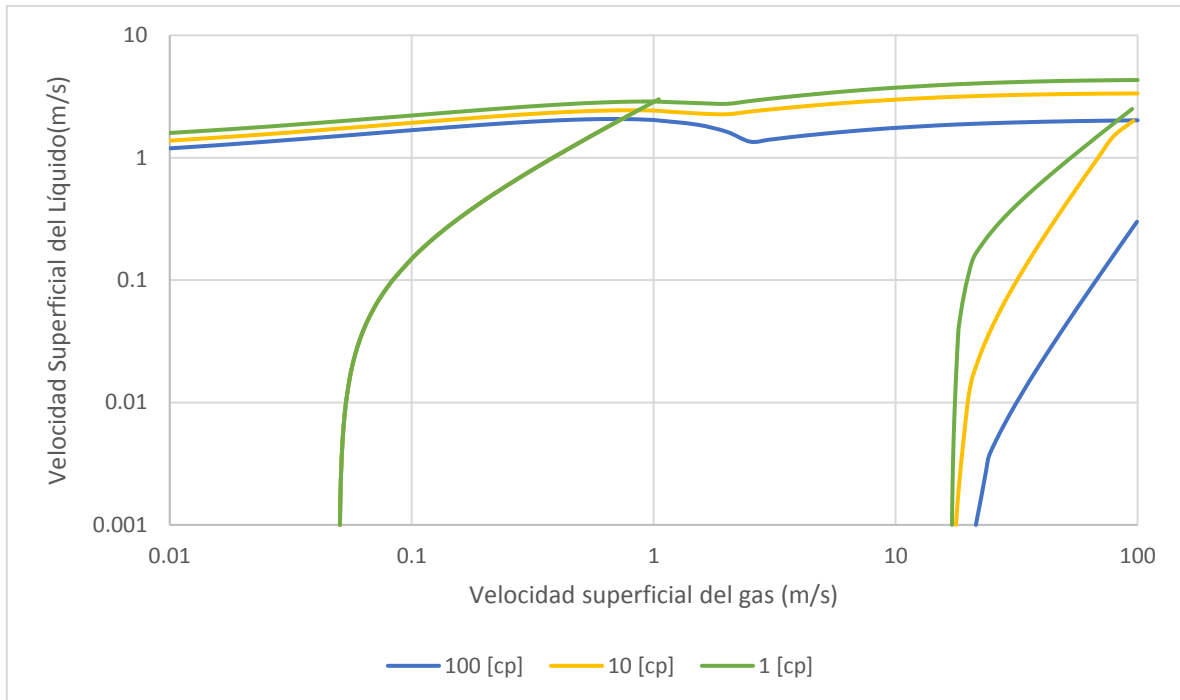
En la **Tabla 5.1** se indican los datos utilizados para estudiar el efecto de la viscosidad del aceite sobre los mapas de patrones de flujo. Se consideraron valores de viscosidad de 1, 10 y 100 cp.

**Tabla 5. 1** Parámetros de entrada para analizar el efecto de la viscosidad del aceite

Propiedad	Valores	Unidades
Densidad relativa del aceite	0.8	-
Densidad relativa del gas	0.65	-
Diámetro de la tubería	2	pg
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dina/cm
Viscosidad del gas	0.018	cp

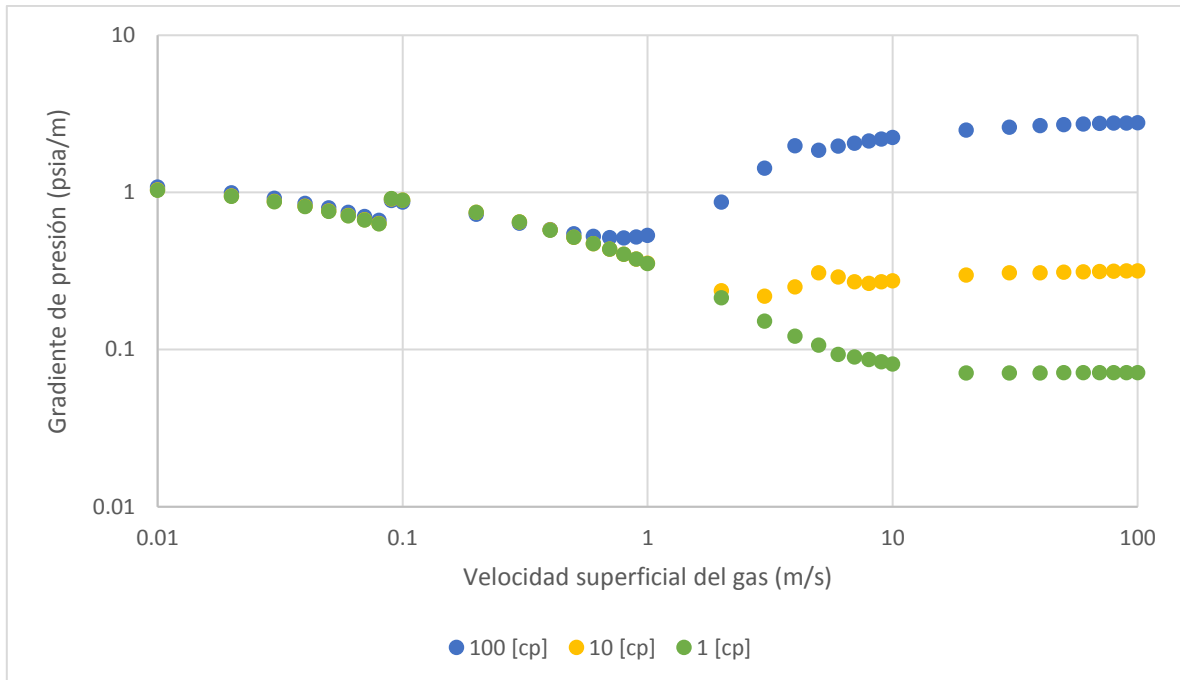
En la **Figura 5.1** se comparan las fronteras de transición obtenidas entre los patrones de flujo para los tres valores considerados de viscosidad del aceite. Como es de esperar (ecuación 2.105), la frontera burbuja - bache no depende de la viscosidad del aceite. Por otra parte, la transición a flujo burbuja dispersa a bajas velocidades superficiales del gas (menores de 1 m/s) se presenta a velocidades superficiales del aceite ligeramente más bajas con el aumento de la viscosidad; este efecto se hace más pronunciado a valores mayores de velocidad superficial del gas.

Por otra parte, se ve que la región de flujo bache aumenta considerablemente con el incremento de la viscosidad del aceite debido a que la frontera bache-anular se presenta a velocidades superficiales del gas cada vez mayores si se mantiene constante la velocidad superficial del aceite.



**Fig. 5. 1** Efecto de la viscosidad del aceite sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas - líquido

Con respecto al gradiente de presión, al analizar la **Figura 5.2** se observa que el gradiente de presión no depende de la viscosidad del aceite a velocidades superficiales del gas menores de 1 m/s; ahora bien, éste disminuye conforme aumenta la velocidad del gas. Por otra parte, a velocidades superficiales del gas de entre 1 y 10 m/s, se observa que el gradiente de presión puede incrementarse notablemente conforme aumenta la viscosidad del aceite; estudios realizados indican que este efecto se debe al cambio del régimen de flujo en el núcleo del bache. Finalmente, a velocidades superficiales del gas mayores de 10 m/s, el gradiente de presión aumenta con la viscosidad del aceite, pero prácticamente ya no depende de la velocidad superficial del gas.



**Fig. 5.2** Efecto de la viscosidad del aceite y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión ( $v_{sl} = 0.1$  m/s)

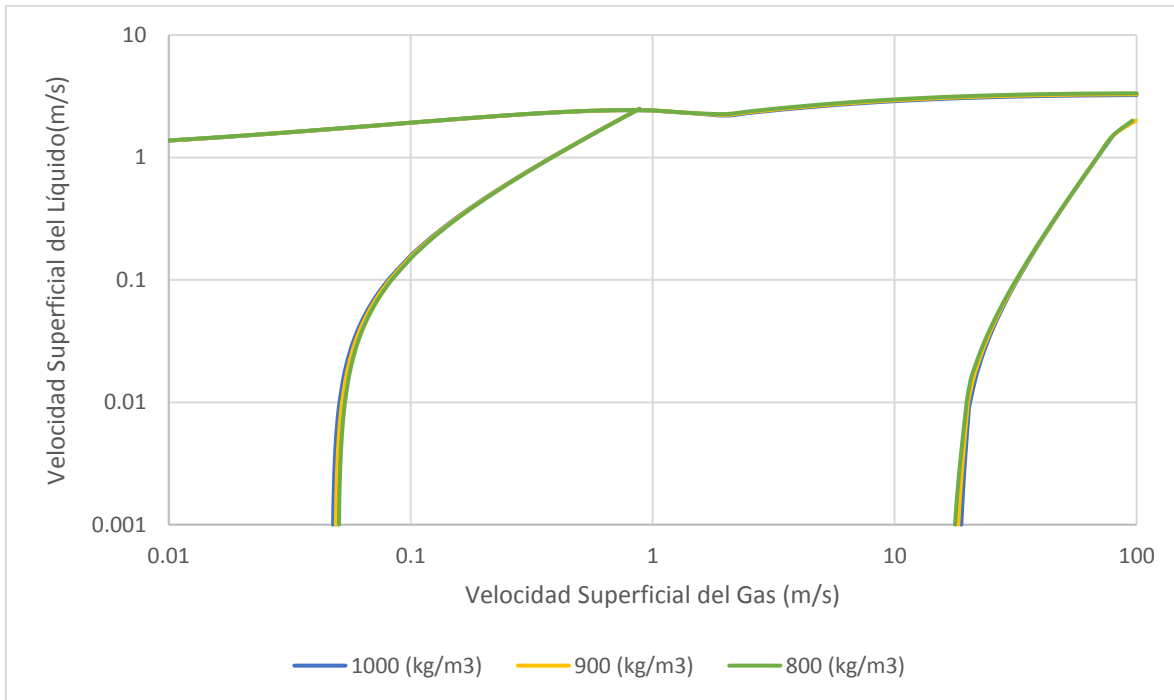
### 5.1.2 Efecto de la densidad del aceite ( $\rho_o$ )

En la **Tabla 5.2** se indican los datos utilizados para estudiar el efecto de la densidad del aceite sobre los mapas de patrones de flujo y los gradientes de presión. Se consideraron valores de densidad de 800, 900 y 1000  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ .

**Tabla 5.2** Parámetros de entrada para analizar el efecto de la densidad del aceite

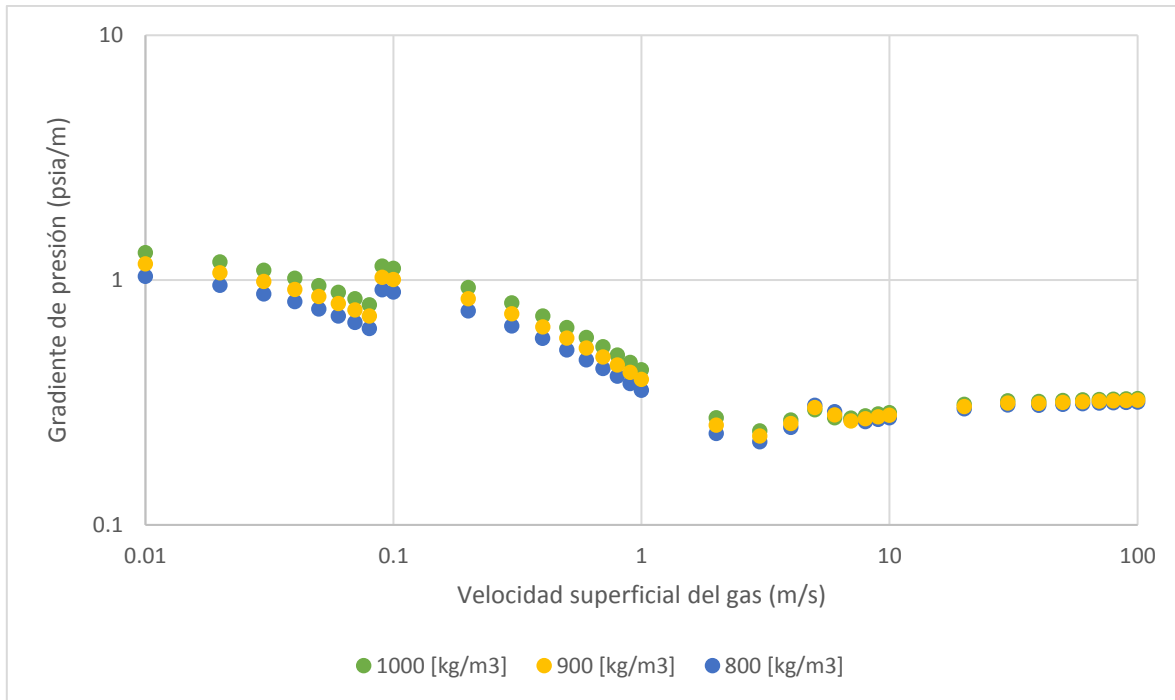
Propiedad	Valor	Unidad
Densidad relativa del gas	0.65	-
Diámetro de la tubería	2	pg
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dinas/cm
Viscosidad del aceite	10	cp
Viscosidad del gas	0.018	cp

Al analizar la **Figura 5.3** puede observarse que la variación en la densidad del aceite no afecta las fronteras de transición entre los distintos patrones de flujo.



**Fig. 5.3** Efecto de la densidad del aceite sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido

Con respecto al efecto de la densidad del aceite sobre los gradientes de presión a bajas velocidades superficiales del gas (menores de 1 m/s), en la **Figura 5.4** se puede observar que éste disminuye conforme aumentan la velocidad superficial del gas, y aumenta con la densidad del aceite. A mayores velocidades superficiales del gas, el gradiente de presión aumenta conforme ésta aumenta, pero no depende de la densidad del aceite.



**Fig. 5. 4** Efecto de la densidad del aceite y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión (vsl = 0.1 m/s)

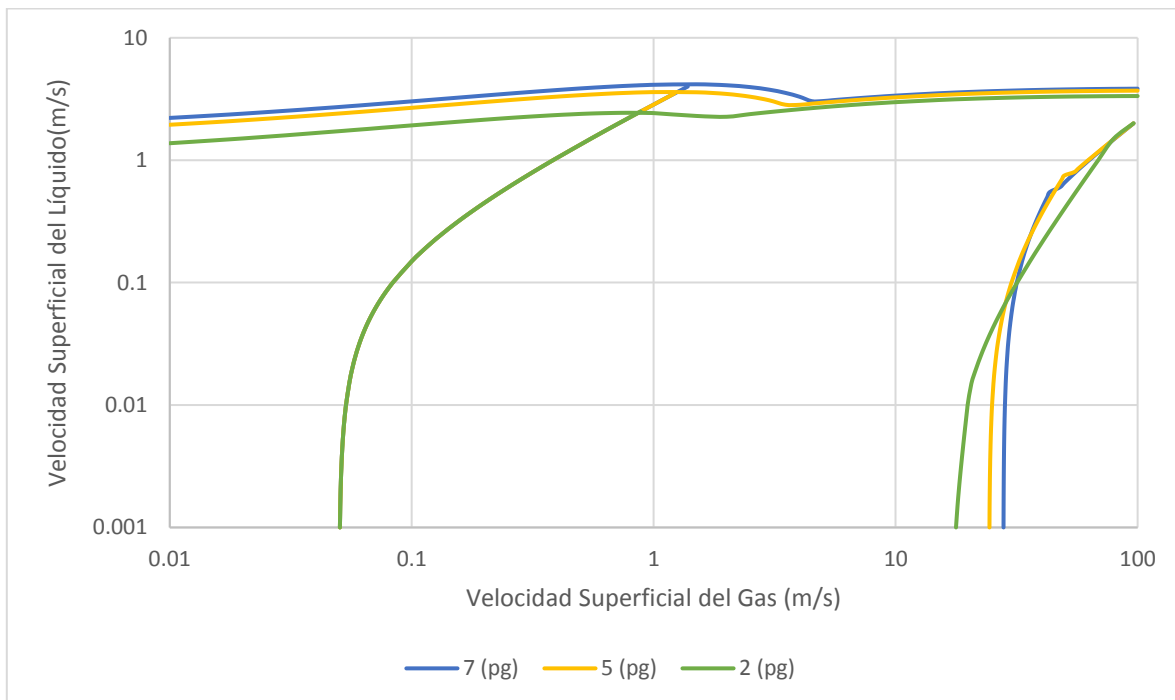
### 5.1.3 Efecto del diámetro de la tubería

En la **Tabla 5.3** se indican los datos utilizados para estudiar el efecto del diámetro de la tubería sobre los mapas de patrones de flujo y los gradientes de presión. Se consideraron diámetros de tubería de 2, 5 y 7 pg.

**Tabla 5. 3** Parámetros de entrada para analizar el efecto del diámetro

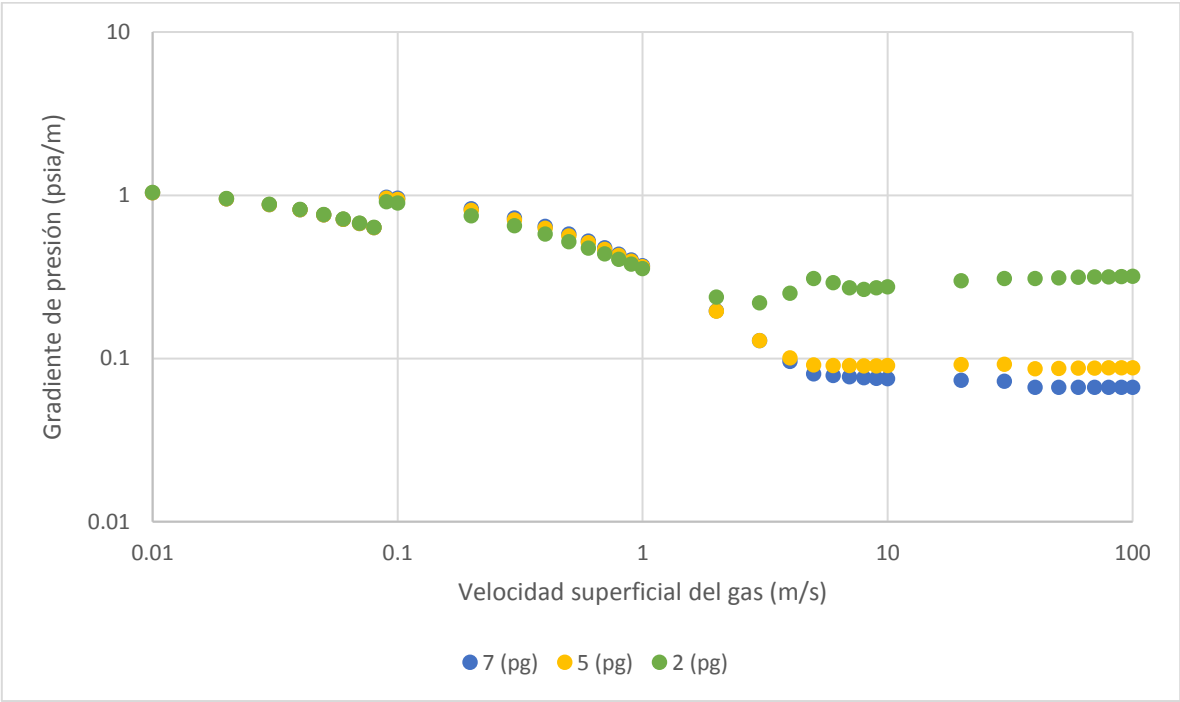
Propiedad	Valor	Unidad
Densidad relativa del aceite	0.8	-
Densidad relativa del gas	0.65	-
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dinas/cm
Viscosidad del aceite	10	cp
Viscosidad del gas	0.018	cp

De acuerdo con la **Figura 5.5**, la frontera burbuja-bache no depende del diámetro de la tubería, al menos para los valores considerados; en este sentido, cabe destacar que el flujo burbuja puede no existir si el diámetro es pequeño. Por otra parte, a velocidades superficiales del gas menores de 1 m/s, se observa que la transición a flujo burbuja dispersa se presenta a una mayor velocidad superficial del aceite conforme aumenta el diámetro de la tubería; a valores mayores de velocidad superficial del gas, esta transición prácticamente no depende del diámetro. Finalmente, a bajas velocidades superficiales del líquido (menores de 0.1 m/s), la transición a flujo anular se presenta a valores mayores de velocidad superficial del gas conforme aumenta el diámetro de la tubería debido al efecto de éste sobre la longitud de los baches.



**Fig. 5.5** Efecto del diámetro de la tubería sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas - líquido

Como se muestra en la **Figura 5.6**, el gradiente de presión prácticamente no depende del diámetro de la tubería si la velocidad superficial del gas es menor de 1 m/s. A velocidades mayores, se observa que el gradiente de presión aumenta conforme disminuye el diámetro; ahora bien, el efecto más importante se presenta cuando éste es de 2 pg debido a que los esfuerzos cortantes en la película de líquido pueden incrementarse de 3 a 5 veces con respecto a los que se tiene con tuberías de 5 y 7 pg.



**Fig. 5. 6** Efecto del diámetro de la tubería y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión (vsl = 0.1 m/s)



## 5.2 Estudios para flujo trifásico

En esta sección se presentan y discuten los efectos de las velocidades superficiales de las fases, el corte de agua, la viscosidad del aceite, así como del diámetro de la tubería, sobre las fronteras de transición entre los patrones de flujo gas-líquido-líquido y los correspondientes gradientes de presión.

### 5.2.1 Efecto del corte de agua

En la **Tabla 5.4** se indican los datos utilizados para estudiar el efecto del corte de agua sobre los mapas de patrones de flujo y los gradientes de presión en flujo trifásico. Se consideraron cortes de agua de 0%, 50% y 100%.

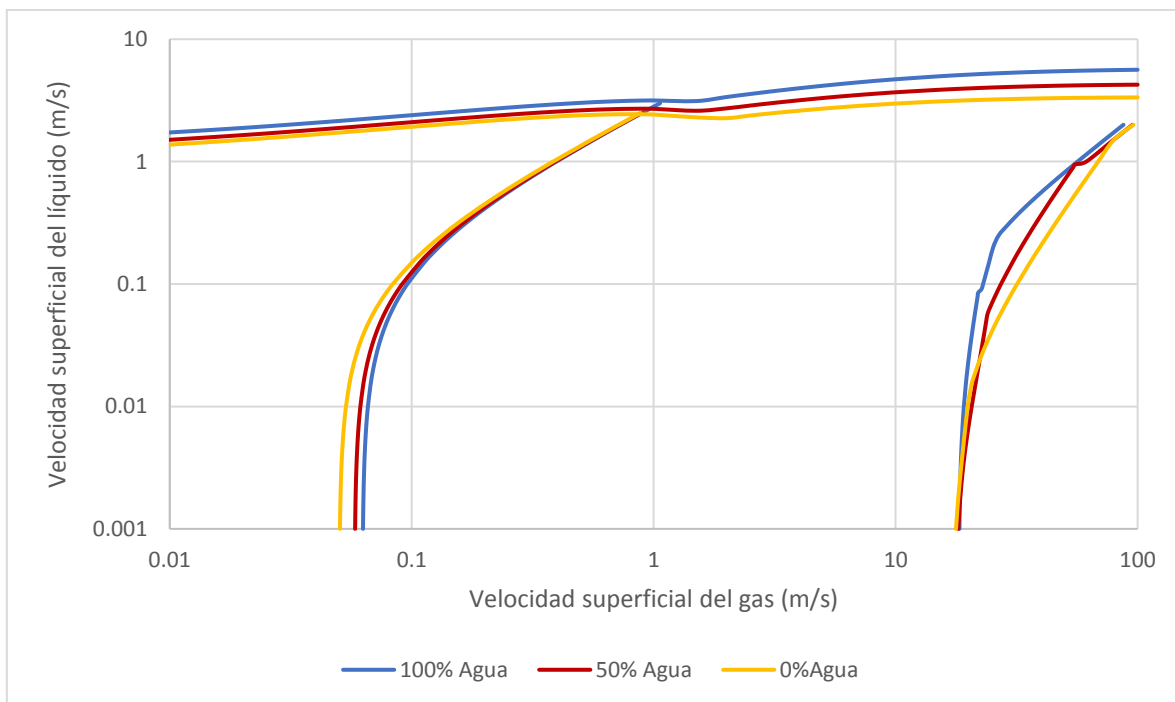
**Tabla 5. 4** Parámetros de entrada para analizar el efecto del corte de agua

Propiedad	Valor	Unidad
Densidad relativa del aceite	0.8	-
Densidad relativa del agua	1	-
Densidad relativa del gas	0.65	-
Diámetro de la tubería	2	pg
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dinas/cm
Tensión interfacial agua – gas	72.3	dinas/cm
Viscosidad del aceite	10	cp
Viscosidad del agua	1	cp
Viscosidad del gas	0.018	cp

Con relación a la frontera burbuja-bache, en la **Figura 5.7**, se observa que ésta no depende del corte de agua si la velocidad superficial del líquido es mayor de 0.1 m/s; a velocidades menores, se requiere un mayor flujo volumétrico de gas para que se presente el flujo bache si aumenta el corte de agua.

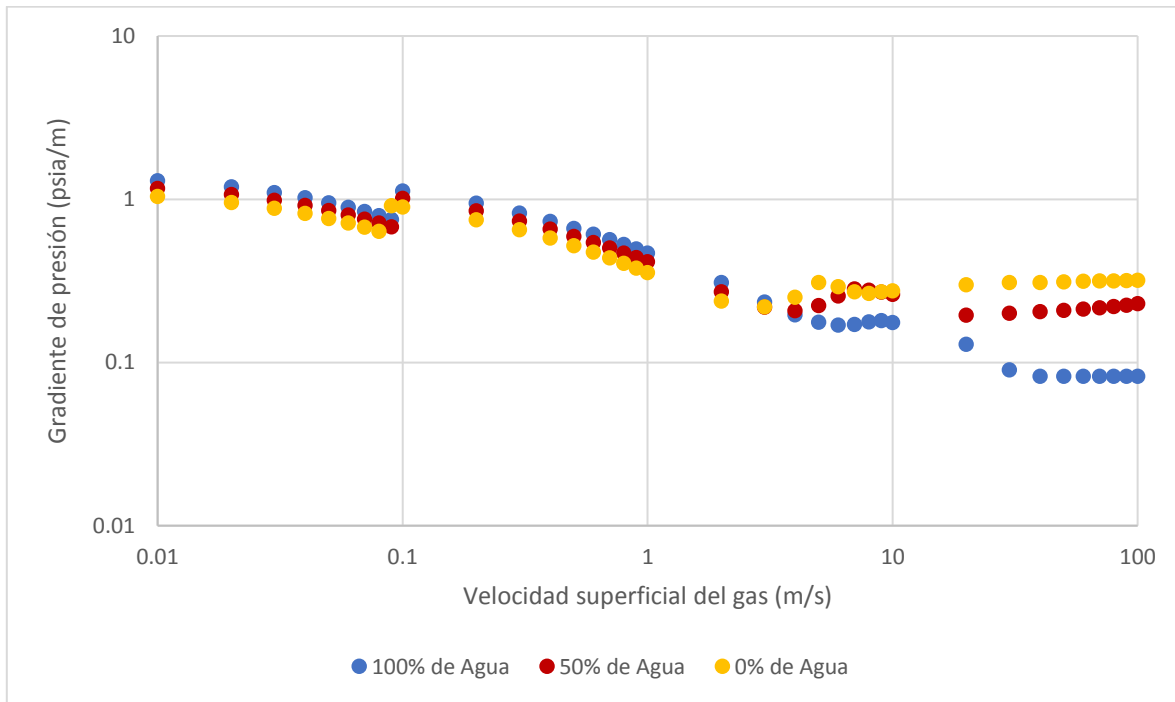
Para la frontera a flujo burbuja dispersa, se observa que ésta se presenta a valores mayores de velocidad superficial de líquido si aumenta el corte de agua y se mantiene constante la velocidad superficial del gas. Este efecto es más notorio a velocidades superficiales del gas mayores de 1 m/s.

La frontera bache - anular a bajas velocidades superficiales de líquido (menores de 0.01 m/s), prácticamente no depende del corte de agua; en otras condiciones, se observa que esta transición se presenta a mayores velocidades superficiales del gas si disminuye el corte de agua y aumenta la velocidad superficial del líquido.



**Fig. 5. 7** Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido

En la **Figura 5.8**, se muestra el efecto del corte de agua sobre los gradientes de presión, considerando un flujo volumétrico constante de 0.1 m/s de líquido. A velocidades superficiales del gas menores de 1 m/s, se observa que el gradiente de presión aumenta ligeramente si la el corte de agua aumenta y se mantiene constante la velocidad superficial del gas. El efecto contrario ocurre a velocidades superficiales del gas mayores de 1 m/s; de esta manera, el gradiente de presión se incrementa notablemente si disminuye el corte de agua.



**Fig. 5. 8** Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión (vsl = 0.1 m/s)

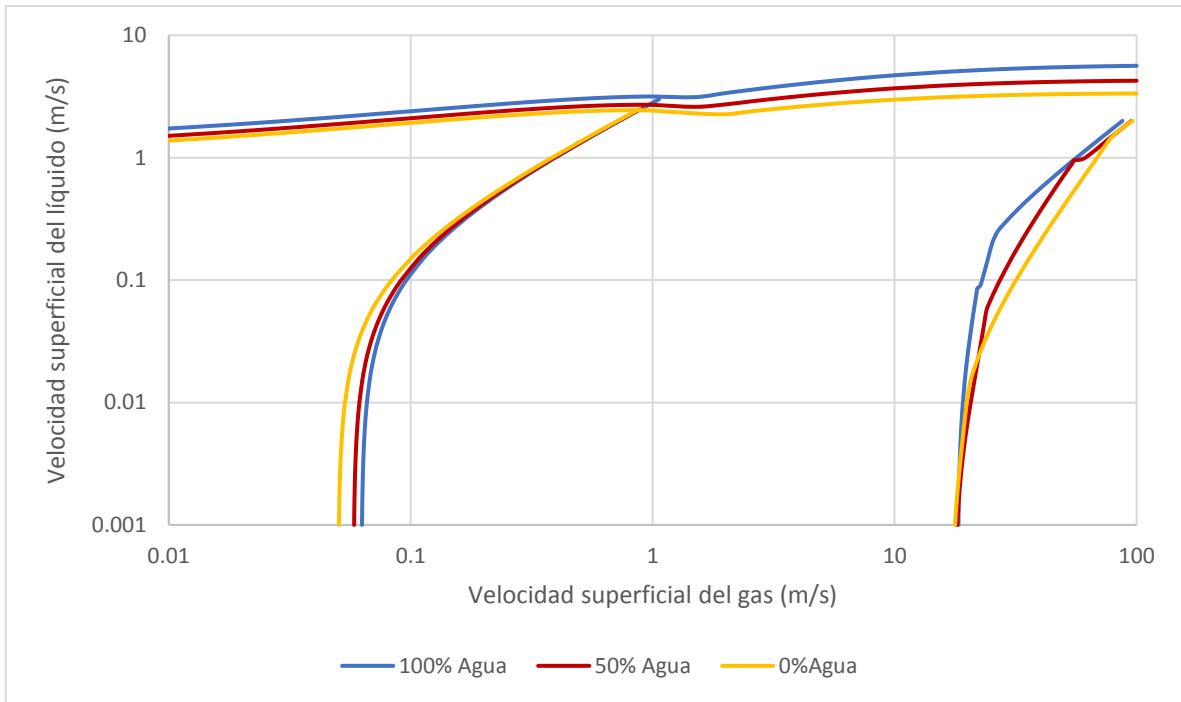
## 5.2.2 Efecto de la viscosidad del aceite

En la **Tabla 5.5** se indican los datos utilizados para estudiar el efecto la viscosidad sobre los mapas de patrones de flujo y los gradientes de presión en el flujo trifásico. Se consideraron valores de viscosidad del aceite de 10 y 100 cp, y cortes de agua de 0%, 50% y 100%.

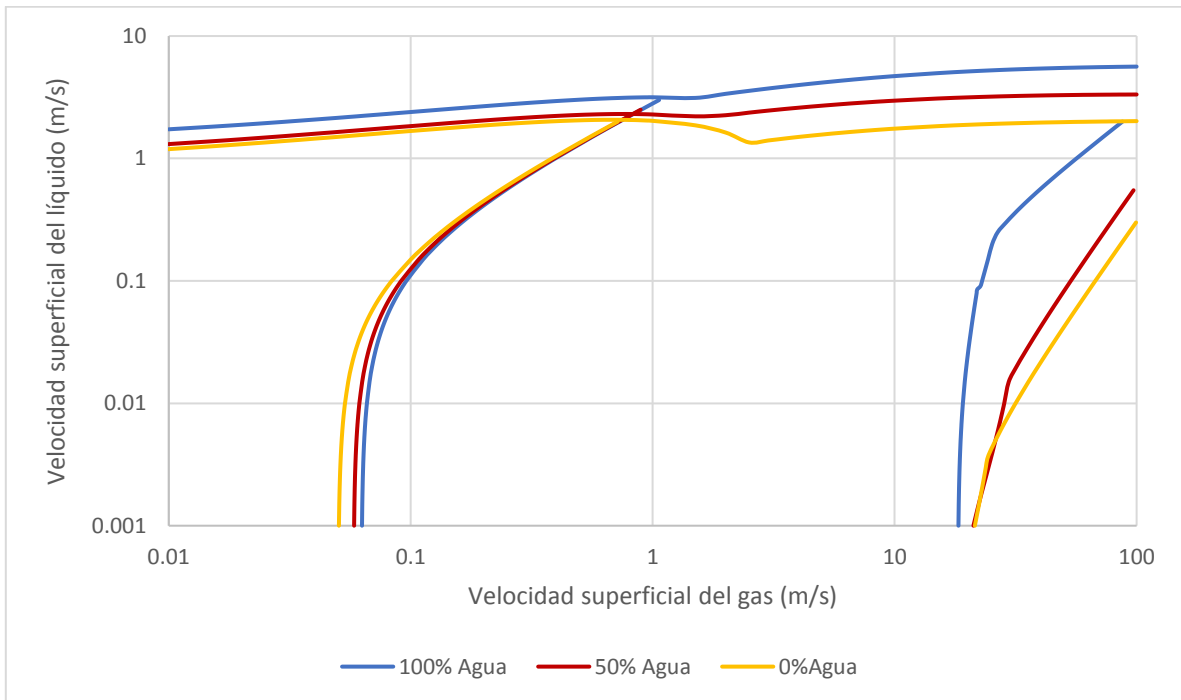
**Tabla 5. 5** Parámetros de entrada para analizar el efecto de la viscosidad del aceite

Propiedad	Valor	Unidad
Densidad relativa del aceite	0.8	-
Densidad relativa del agua	1	-
Densidad relativa del gas	0.65	-
Diámetro de la tubería	2	pg
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dinas/cm
Tensión interfacial agua – gas	72.3	dinas/cm
Viscosidad del agua	1	cp
Viscosidad del gas	0.018	cp

Con base en la comparación de las **Figuras 5.9** y **5.10**, no se observa ningún efecto de la viscosidad del aceite sobre la transición burbuja-bache. Con relación a la frontera de transición a flujo burbuja dispersa, el incremento de la viscosidad del aceite tiene un efecto relativamente pequeño sobre ésta a bajas velocidades superficiales del gas (menores de 1 m/s); por otra parte, se ve que la viscosidad del aceite tiene un efecto importante sobre las fronteras bache-burbuja dispersa y bache-anular. De esta manera, se requiere un menor flujo volumétrico de líquido para que ocurra la transición de flujo bache a flujo burbuja dispersa si la viscosidad del aceite se incrementa, para un mismo corte de agua y velocidad superficial del gas. Asimismo, se requieren mayores velocidades superficiales del gas para que el flujo bache cambie a anular si la viscosidad del aceite aumenta y se mantienen constantes el corte de agua y la velocidad superficial del líquido.

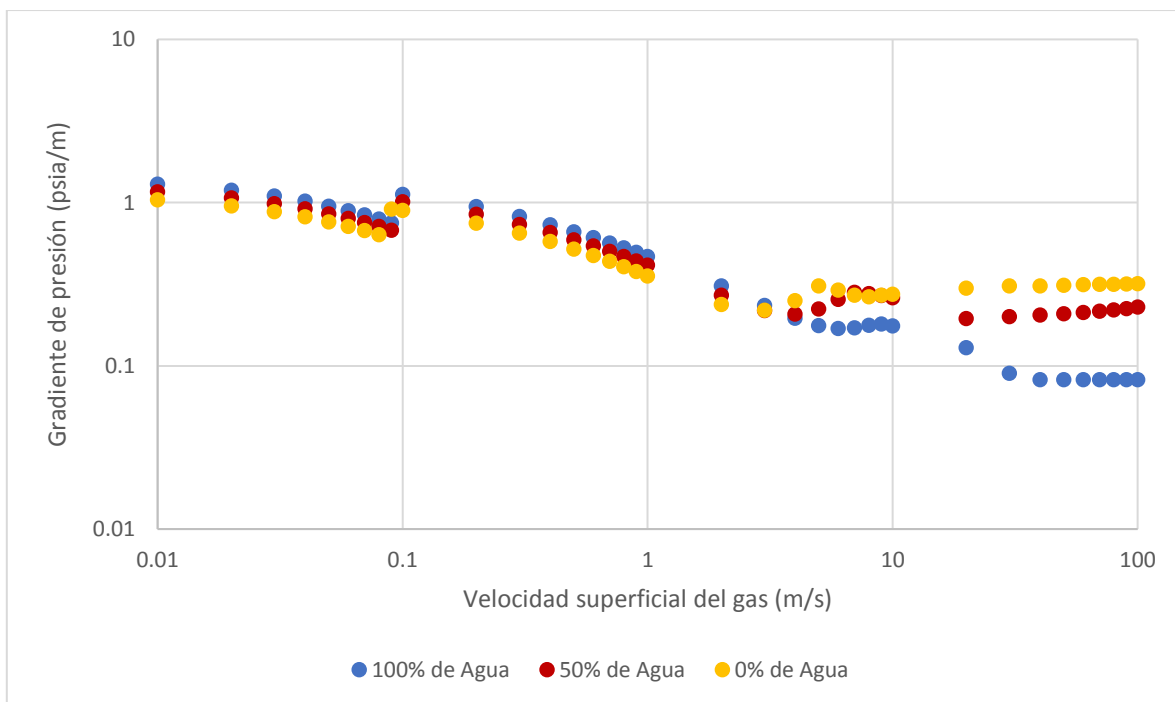


**Fig. 5.9** Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido para una viscosidad del aceite de 10 cp

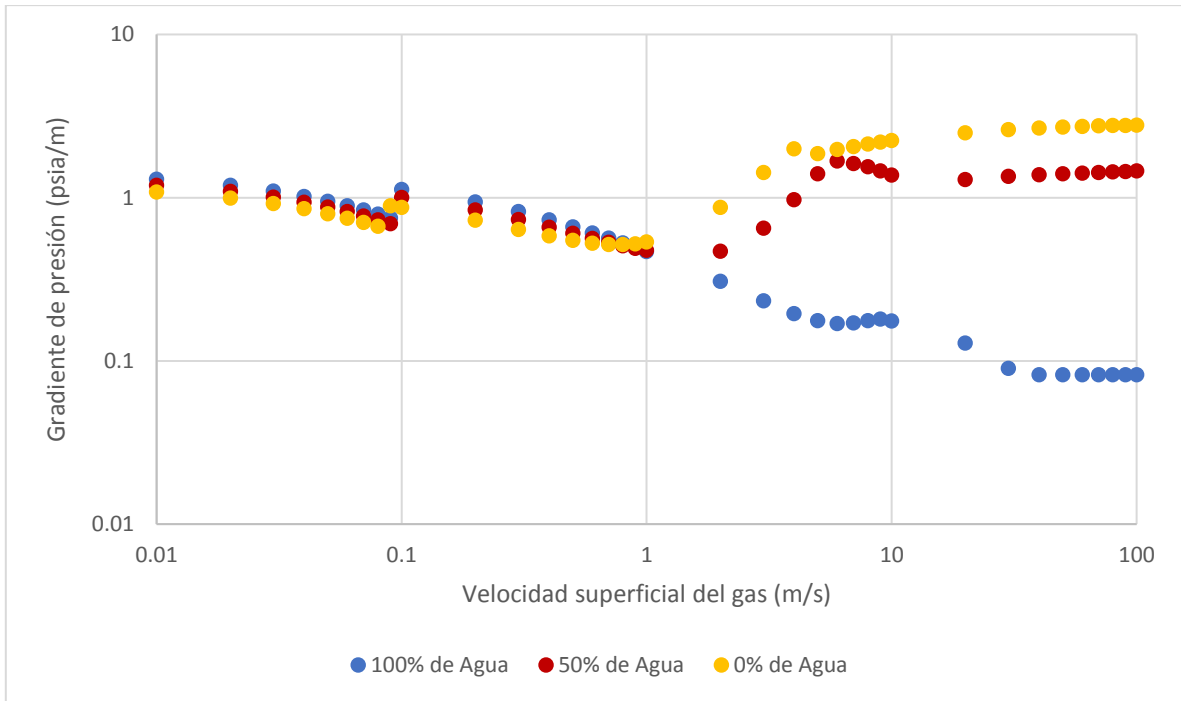


**Fig. 5.10** Efecto del corte de agua sobre las fronteras de transición entre patrones de flujo gas – líquido - líquido para una viscosidad del aceite de 100 cp

Con respecto al efecto del viscosidad del aceite sobre los gradientes de presión a velocidades superficiales del gas menores de 1 m/s, en las **Figuras 5.11 y 5.12** se observa que éste aumenta ligeramente con el incremento de la viscosidad del aceite considerando un mismo corte de agua y velocidad superficial del gas. Por otra parte, el efecto más importante se observa a velocidades superficiales mayores del gas; bajo tales condiciones el gradiente de presión puede incrementarse hasta en un orden de magnitud con el incremento de la viscosidad del aceite, de 10 a 100 cp. Finalmente, se ve que el gradiente de presión prácticamente no depende del flujo volumétrico de gas, si éste es mayor de 10 m/s.



**Fig. 5.11** Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para una viscosidad de aceite de 10 cp ( $v_{sl} = 0.1$  m/s)



**Fig. 5. 12** Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para una viscosidad de aceite de 100 cp ( $v_{sl} = 0.1$  m/s)

### 5.2.3 Efecto del diámetro de la tubería

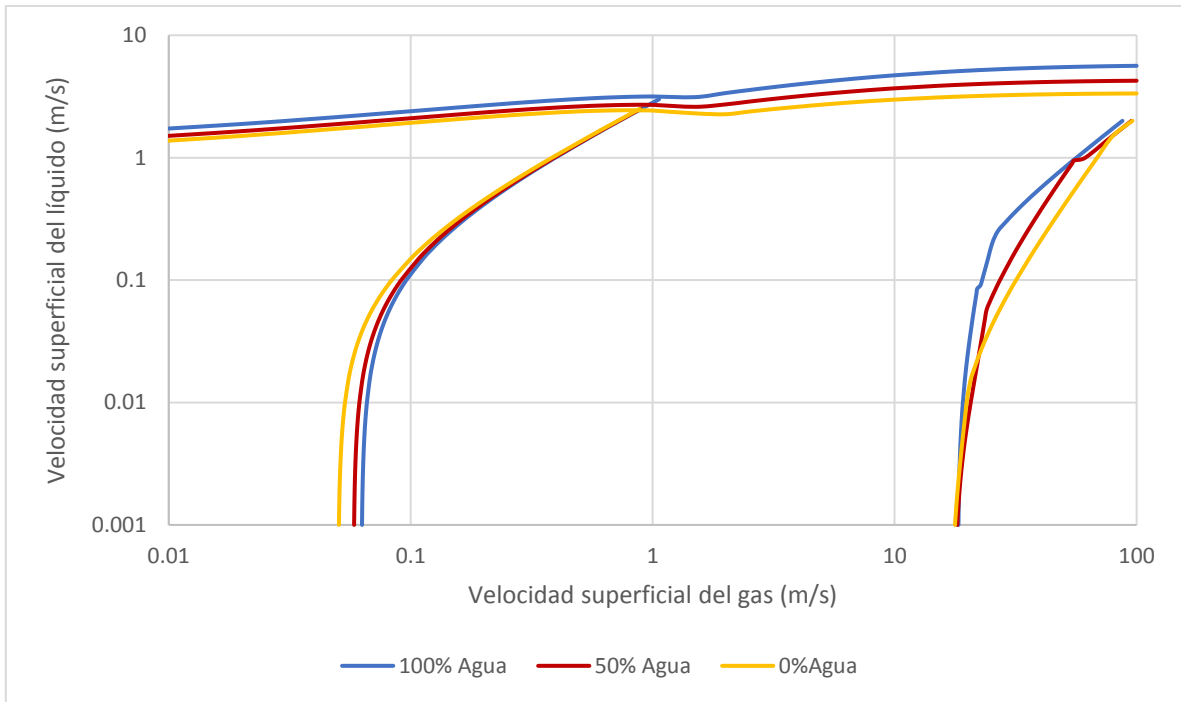
En la **Tabla 5.6** se indican los datos utilizados para analizar el efecto del diámetro de la tubería sobre los mapas de patrones de flujo y los gradientes de presión en flujo trifásico. Se consideraron diámetros de la tubería de 2 y 7 pg, y cortes de agua de 0%, 50% y 100%.

**Tabla 5. 6** Parámetros de entrada para analizar el efecto del diámetro

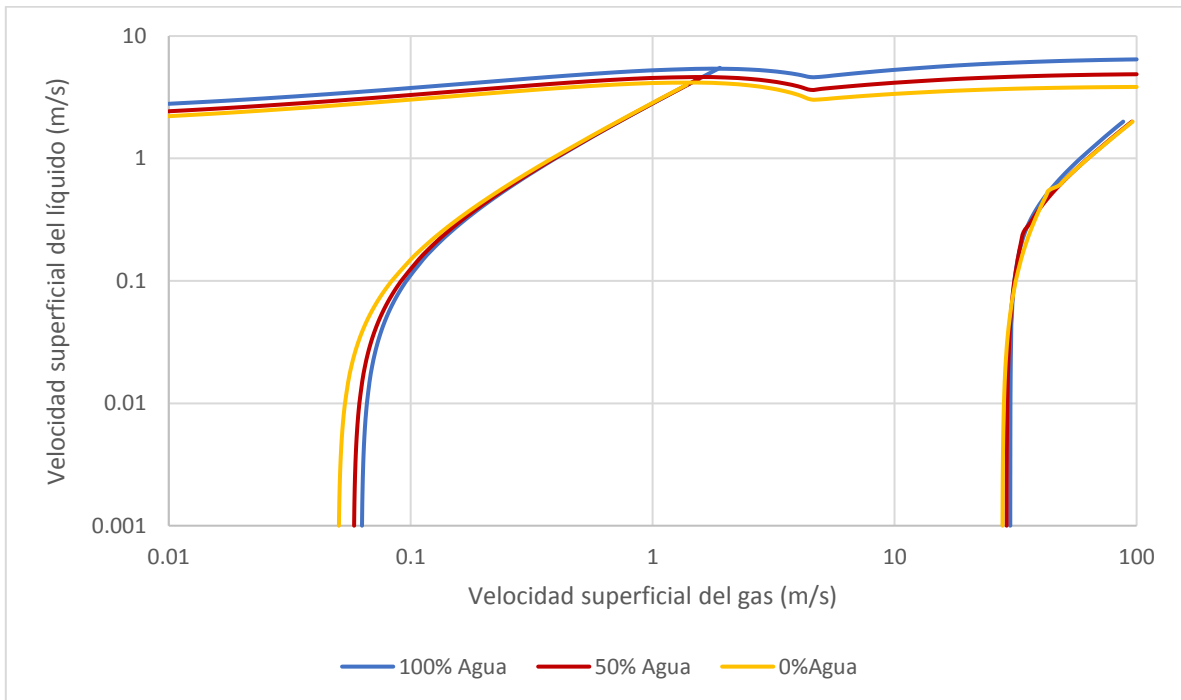
Propiedad	Valor	Unidad
Densidad relativa del aceite	0.8	-
Densidad relativa del agua	1	-
Densidad relativa del gas	0.65	-
Tensión interfacial aceite – gas	23.9	dinas/cm
Tensión interfacial agua – gas	72.3	dinas/cm
Viscosidad del aceite	10	cp
Viscosidad del agua	1	cp
Viscosidad del gas	0.018	cp

De acuerdo a los resultados mostrados en las **Figuras 5.13** y **5.14**, se puede observar que la frontera burbuja-bache no depende del diámetro de la tubería. Por otra parte, se ve que se requieren flujos volumétricos de líquido ligeramente mayores para que ocurra la transición a flujo burbuja dispersa si aumenta el diámetro y se mantienen constantes el corte de agua y la velocidad superficial del gas. Se observa que la velocidad superficial del gas correspondiente la transición bache-anular aumenta con el incremento del diámetro de la tubería, para un mismo valor de velocidad superficial del líquido; también se ve que el corte de agua no afecta esta transición si el diámetro de la tubería es grande.



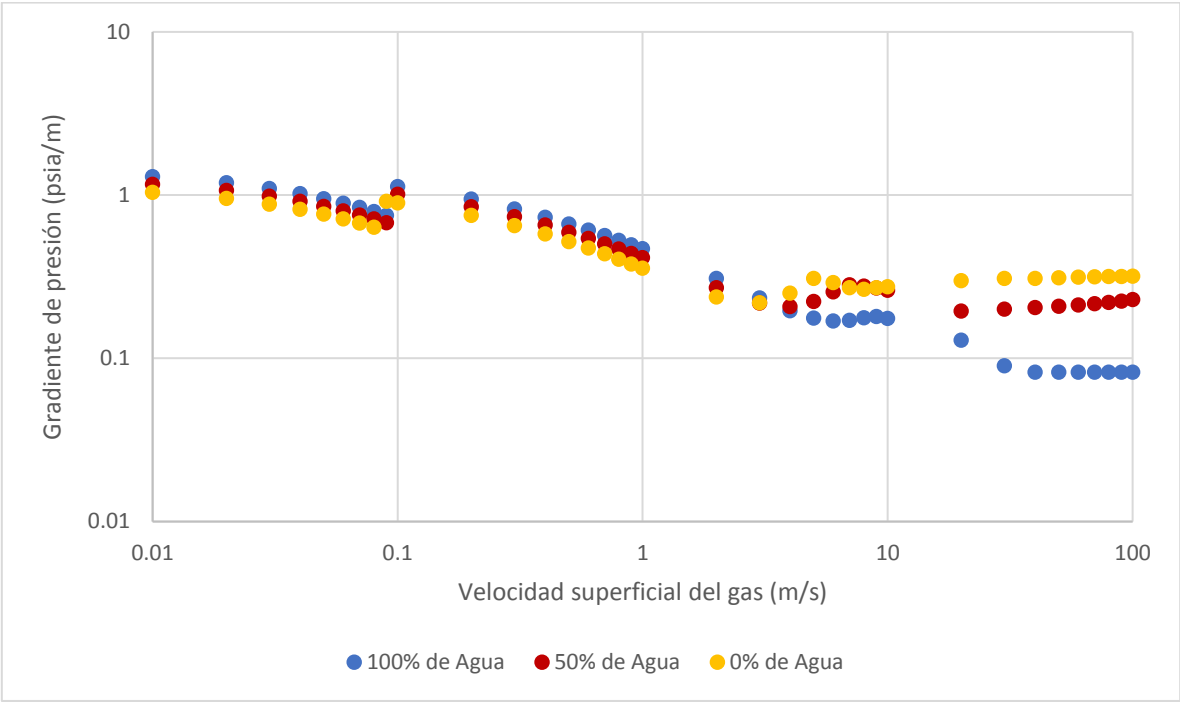


**Fig. 5. 13** Mapas de patrones de flujo para distintos cortes de agua para un diámetro de tubería de 2 pg

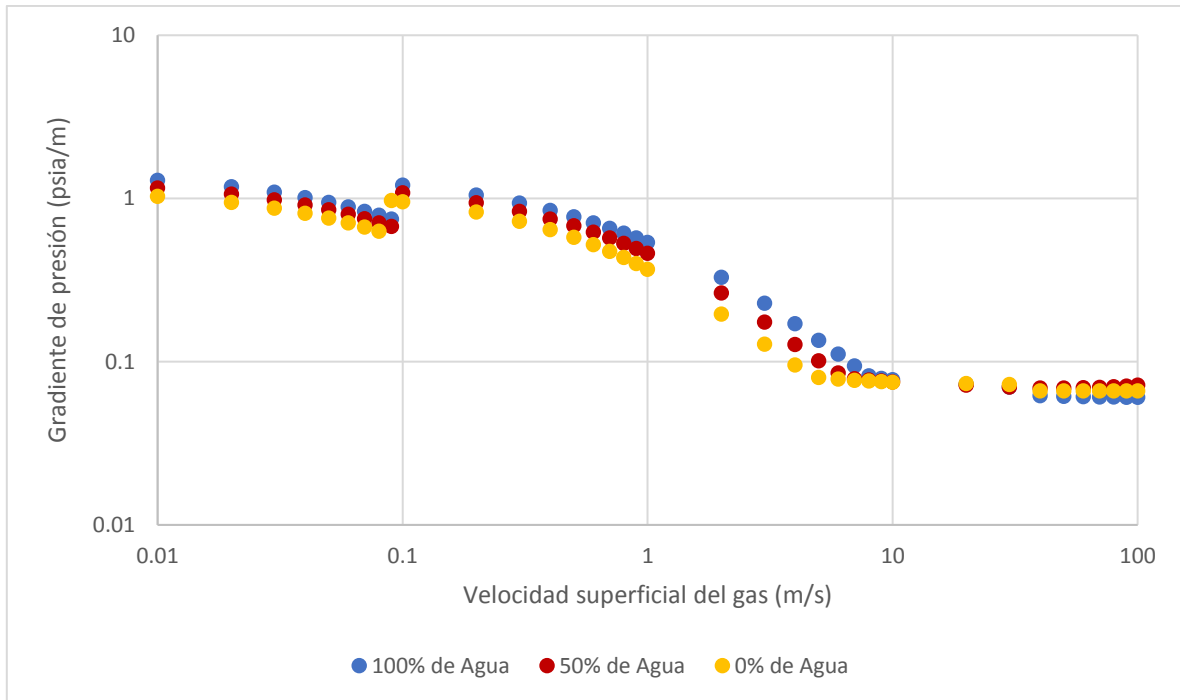


**Fig. 5. 14** Mapas de patrones de flujo para distintos cortes de agua para un diámetro de tubería de 7 pg

En las Figuras 5.15 y 5.16 se observa que el incremento del diámetro prácticamente no afecta el gradiente de presión si la velocidad superficial del gas es menor de 1 m/s. A velocidades mayores, se ve que el gradiente de presión disminuye sustancialmente cuando el diámetro de la tubería es relativamente grande; en tales casos, el gradiente de presión ya no depende del corte de agua.



**Fig. 5.15** Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para un diámetro de tubería de 2 pg ( $v_{sl} = 0.1$  m/s)



**Fig. 5. 16** Efecto del corte de agua y la velocidad superficial del gas sobre el gradiente de presión, para un diámetro de tubería de 7 pg ( $v_{sl} = 0.1$  m/s)

# Conclusiones y recomendaciones

## Conclusiones

1. Conforme a los objetivos del presente trabajo, se desarrolló una herramienta computacional para predecir patrones de flujo en tuberías verticales mediante modelos mecanicistas de flujo bifásico (gas y líquido) y de flujo trifásico (gas, aceite y agua). La herramienta permite calcular los gradientes de presión según el patrón de flujo identificado. Como lenguaje de programación se utilizaron macros en Visual Basic para macros en Excel. Los resultados de la herramienta se verificaron satisfactoriamente con datos publicados por los autores de los modelos mecanicistas implementados.
2. Se realizó una revisión de los principales conceptos del flujo multifásico, así como de los patrones de flujo bifásico gas – líquido y de flujo trifásico gas - líquido – líquido en tuberías verticales. Asimismo, se describieron de una manera sistematizada los métodos empíricos más utilizados en la industria petrolera para identificar los patrones de flujo gas – líquido, y para calcular el colgamiento y gradiente de presión resultantes.
3. Se describieron detalladamente los modelos mecanicistas de flujo gas – líquido y de flujo gas – líquido – líquido implementados en la herramienta computacional desarrollada.
4. Se realizaron estudios paramétricos para analizar el efecto de la viscosidad y densidad del aceite, el diámetro de la tubería y el corte de agua sobre las fronteras de transición entre los patrones de flujo bifásico y trifásico, y sobre los gradientes de presión correspondientes. Algunos de los resultados más relevantes fueron los siguientes:

Para el flujo bifásico:

- a) La frontera burbuja-bache no depende de la densidad ni la viscosidad del aceite, ni del diámetro de la tubería.
- b) La densidad del aceite prácticamente no afecta las fronteras entre patrones de flujo. Ahora bien, el gradiente de presión se incrementa si aumenta la densidad del aceite, pero solo si la velocidad superficial del gas es relativamente baja (menor de 1 m/s). A velocidades mayores, el gradiente de presión no depende de la densidad del aceite.
- c) Si la viscosidad del aceite aumenta, la velocidad superficial del líquido en la transición a flujo burbuja dispersa disminuye, y se requiere un flujo volumétrico mayor de gas para que ocurra la transición de flujo bache a flujo anular.
- d) El gradiente de presión puede incrementarse sustancialmente si la viscosidad del aceite aumenta o el diámetro se reduce, y la velocidad superficial del gas es mayor de 1 m/s.

Para el flujo triifásico:

- a) El corte de agua y la viscosidad del aceite prácticamente no afectan las fronteras de transición entre los patrones de flujo a velocidades superficiales del gas menores de 1 m/s.
- b) Si el corte de agua se incrementa, la transición bache – anular con flujos volumétricos de líquido mayores de 0.1 m/s se presenta a valores menores de velocidad superficial del gas, y el gradiente de presión puede disminuir sustancialmente para flujos volumétricos de gas mayores de 1 m/s.

- c) Si la viscosidad del aceite aumenta, la velocidad superficial del líquido en la transición bache-burbuja dispersa disminuye, en tanto que la velocidad superficial del gas en la frontera bache-anular puede incrementarse sustancialmente.
- d) El gradiente de presión puede aumentar de manera importante si la viscosidad del aceite se incrementa y el diámetro disminuye, con flujos volumétricos de gas mayores de 1 m/s.

## **Recomendaciones**

1. Complementar el programa computacional desarrollado con funcionalidades para calcular las propiedades de los fluidos en función de la presión, temperatura y composición.
2. Implementar otros modelos mecanicistas para predecir patrones de flujo y realizar un estudio comparativo al respecto.
3. Incorporar otros modelos mecanicistas de flujo multifásico en la herramienta, que sean aplicables para tuberías inclinadas u horizontales.

# Referencias

Ansari, A.M., Sylvester, N.D., Sarica, C., Shoham, O., y Brill, J.P. "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores". SPE Production and Facilities, 1994, 143 – 151

Asali, J.C. "Entrainment in Vertical Gas-Liquid Annular Flow". Ph.D. Dissertation, Dept of Chem. Engineer, University of Illinois, Urbana, 1984.

Aziz, K., Govier, G.W. y Fogarasi, M. "Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas". Journal of Petroleum Technology, 1972, 38-48.

Baxendell, P.B., y Thomas, R. "The Calculation of Pressure Gradients in High-Rate Flowing Wells", Journal of Petroleum Technology, 1961, 1023-1028.

Beggs, H.D., y Brill, J.P. "A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes". Trans. AIME, 1973, 607.

Bendisken, K.H. "An Experimental Investigation of The Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes". International Journal of Multiphase Flow, 1984, 467-483.

Brill, J.P., y Beggs, H.D. "Two-Phase Flow in Pipes". Ed. 6<sup>th</sup>, 1991.

Brill, J.P., y Mukherjee, H. "Multiphase flow in wells". Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME, Society of Petroleum Engineers, Richardson, Texas, 1999.

Brinkman, H.C. "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions". Journal of Chemical Physics, 1952.

Chen, X.T., Cai, X.D., y Brill, J.P. "Gas-Liquid Stratified-Wavy Flow in Horizontal Pipelines". ASME Journal of Energy Resource Technology, 1997, 209-215.

Churchill, S.W. "Frictional Equation Spans All Fluid Flow Regions". Chem. Engineer, 1997.

Duns, H., y Ros, N.C., "Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells". Proceedings of the 6<sup>th</sup> World Petroleum Congress, 1963, 451.

Fancher, G.H., Jr. y Brown, K.E. "Prediction of Pressure Gradients for Multiphase Flow in Tubing". Society of Petroleum Engineer Journal, 1963, 59-69.

Garaicochea Petrirena, F., Bernal Huicochea, C., y López Ortiz, O. "Transporte de Hidrocarburos por Ductos". Instituto Mexicano del Petróleo, Ciudad de México, 1991.

Gómez, L.E., Shoham, O., Schmidt, Z., Chokshi, R.N., Brown, A., y Northug, T. "A Unified Mechanistic Model for Steady-State Two-Phase Flow in Wellbores and Pipelines". SPE 56520 (1999).

Gregory, G.A., Nicholson, M.K., y Aziz, K. "Correlation of the Liquid Volume Fraction in the Slug for Horizontal Gas-Liquid Slug Flow", International Journal of Multiphase Flow, 1978, 33-39.

Grolman, E. y Fortuin J.M.H. "Gas-Liquid Flow in Slightly Inclined Pipes". Department of Chemical Engineering, University of Amsterdam, The Netherlands, 1997.

Hagedorn, A.R. y Brown, K.E. "Experimental Study of Pressure Gradient Occurring Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits". Journal of Petroleum Technology, 1965, 475-484.

Harmathy, T.Z. "Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent". Aiche Journal, 1960, 281.

Hasan, A.R. y Kabir, C.S. "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Wells". SPE Production and Facilities, 1988, 263 - 272.

Nicklin, D.J. "Two-phase bubble flow". Chemical Engineering Science, 1962, 693-702.

Oliemans, R.V., Pots, B.F.M., y Trompe, N. "Modeling of Annular Dispersed Two-Phase Flow in Vertical Pipes". International Journal of Multiphase Flow, 1986, 711-730.

Orkiszewski, J. "Predicting Two-Phase Pressure Drops in Vertical Pipe". Journal of Petroleum Technology, 1967, 829-838.

Poettman, F.H., y Carpenter, P.G. "The Multiphase Flow of Gas, Oil and Water Through Vertical Flow Strings with Application to the Desing of Gas-Lift Installations". Drill and Prod. Prac., API, 1952, 257-317.

Shean, A.R. "Pressure Drop and Phase Fraction in Oil-Water-Air Vertical Pipe Flow". M.S. Thesis, MIT, Cambridge, MA, 1976.



Shoham, O. "Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes". Society of Petroleum Engineers, Richardson, Texas, 2006.

Taitel, Y., Barnea, D., y Dukler, A.E. "Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes". Aiche Journal, 1980, 345-354.

Woods, G.S., Spedding, P.L., Watterson, J.K., y Raghunathan, R.S. "Three-Phase Oil/Water/Air Vertical Flow". Chemical Engineering Research and Design, 1998, 571-584.

Zhang, H.Q., Wang, Q., Sarica, C., y Brill, J.P. "Unified Model for Gas-Liquid Pipe Flow via Slug Dynamics—Part 1: Model Development". Journal of Energy Resources Technology, 2003, 266 - 273.

Zhang, H.Q., Wang, Q., Sarica, C., y Brill, J.P. "Unified Model for Gas-Liquid Pipe Flow via Slug Dynamics—Part 2: Model Validation". Journal of Energy Resources Technology, 2003, 274 - 283.

Zhang, H.Q., y Sarica, C. "Unified Modeling of Gas/Oil/Water Pipe Flow - Basic Approaches and Preliminary Validation". SPE Projects, Facilities & Construction, 2006, 1-7.

Zhang, H.Q., Wang, Q., Sarica, C., y Brill, J.P. "A unified mechanistic model for slug liquid holdup and transition between slug and dispersed bubble flows". International Journal of Multiphase Flow, 2003, 97-107.

Zhang, H.Q., Jayawardena, S., Redus, C., & Brill, J.P. "Slug Dynamics in Gas-Liquid Pipe Flow". Journal of Energy Resources Technology, 2000, 14-21.