



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Apuntes de Amplificadores Sintonizados

MATERIAL DIDÁCTICO

Que para obtener el título de

Ingeniera en Telecomunicaciones

P R E S E N T A

Valentina Luisa Souza Rodríguez

ASESOR DE MATERIAL DIDÁCTICO

M.I. Juventino Cuellar González



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

Índice

Objetivo	1
Justificación	2
1. Introducción	4
1.1 Parámetros de un circuito resonante.....	4
1.1.1 Frecuencia de resonancia.....	4
1.1.2 Ancho de Banda.....	7
1.1.3 Factor de calidad.	9
2.- Circuitos resonantes.....	13
2.1 Clasificación de circuitos resonantes	13
2.1.1 Circuitos de frecuencia fija o ajustable.	13
2.1.2 Circuito de sintonización simple o múltiple.	14
2.1.3 Circuitos de banda ancha y de banda angosta.....	14
2.1.4 Circuitos sintonizados en serie o en paralelo.....	15
2.2 Componentes de un circuito resonante.....	16
2.2.1 Capacitor	16
2.2.2 Inductor	17
2.3 Circuito resonante en paralelo.....	20
2.3.1 Impedancia del circuito tanque con pérdidas.....	21
2.3.2 Ejemplos	27
2.4 Circuitos resonantes en serie	28
2.4.1 Factor de calidad del circuito resonante en serie	32
2.4.2 Ejemplos	32
2.5 Circuito sintonizado acoplado	33
2.5.1 Acoplamiento	33
2.5.2 Ancho de banda de un transformador.....	35
3.- Técnicas para ajustar el ancho de banda de un circuito sintonizado	37
3.1 Reducción del factor de calidad en circuitos sintonizados.....	37
3.2 Ajuste del ancho de banda con circuito de derivación capacitiva	38
3.3 Ajuste del ancho de banda con circuito de derivación inductiva.....	40

3.4 Ejemplos	43
4.- Sintonización múltiple con circuitos resonantes.....	47
5.- Amplificadores sintonizados	50
5.1 Amplificadores sintonizados de baja frecuencia.....	50
5.2 Amplificadores sintonizados de alta frecuencia.....	52
6.- Sintonía de señales no sinusoidales	54
7.- Ejercicios propuestos	56
8. Prácticas de laboratorio	61
8.1 Amplificadores sintonizados.....	61
8.2 Amplificadores doblemente sintonizados.....	66
Conclusiones.....	70
Bibliografía.....	71
Glosario de términos	72

Objetivo

El presente material didáctico tiene el objetivo principal de mejorar la experiencia de aprendizaje de los alumnos de la carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones que cursan la asignatura de “Circuitos de Radiofrecuencia”, perteneciente al área de sistemas de radiofrecuencia, particularmente a aquellos que buscan profundizar su conocimiento en el tema de los amplificadores sintonizados.

Parte de la motivación para el desarrollo de estos apuntes para la asignatura de Circuitos de Radio Frecuencia, es justificada por el reconocimiento de las dificultades que comúnmente puede atravesar un estudiante en el estudio específico de estos temas.

Como consecuencia de que gran parte de la bibliografía del curso se encuentra únicamente en inglés y las explicaciones proporcionadas puede ser difíciles de comprender, se busca acercar a los alumnos material de estudio enfocado en amplificadores sintonizados. Partiendo desde los conceptos más básicos relacionados con el proceso de sintonización, incluyendo también ejemplos prácticos, ejercicios y dos prácticas de laboratorio para complementar el proceso de aprendizaje teórico-práctico de este tema. Cabe mencionar que estos apuntes están enfocados principalmente a los circuitos de sintonización, ya que el tema de amplificación se estudia con detenimiento en asignaturas previas.

Justificación

El presente material didáctico representa una contribución al proyecto PE104915, “Laboratorio experimental de Circuitos de Radiofrecuencia”, Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza, PAPIIME, DGAPA, UNAM.

El proyecto tiene como objetivo mejorar la calidad educativa en los laboratorios del área de Sistemas de Radiofrecuencia de la carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones, fomentar la vinculación teoría-práctica a través del desarrollo de estrategias de enseñanza y aprendizaje basadas en el uso de las TIC, del diseño y elaboración de materiales didácticos tales como:

- Cursos y notas
- Prácticas de laboratorio
- Circuitos de uso práctico
- Bancos de reactivos

En este sentido el presente material didáctico contribuye particularmente con:

- a. Revisión de la bibliografía sobre el tema de amplificadores sintonizados para la elaboración de notas de apoyo al estudiante.
- b. Diseño, elaboración y propuesta de dos prácticas de laboratorio sobre el tema de amplificadores sintonizados.
- c. Construcción de un banco de reactivos sobre el tema de amplificadores sintonizados para emplearse como cuestionario previo al desarrollo de prácticas de laboratorio de este mismo tema.

En la estructura de este material didáctico encontramos una introducción en la que se incluyen conceptos que serán utilizados a lo largo de los temas siguientes. Posteriormente, en el capítulo 2, “Circuitos Resonantes”, se presentan las bases de la sintonización, los elementos que componen un circuito resonante y los distintos tipos de circuitos resonantes que existen. En el siguiente capítulo, “Técnicas para ajustar el ancho de banda de un circuito

sintonizado”, encontramos la explicación de tres técnicas de ajuste de ancho de banda. En los capítulos subsecuentes, se habla sobre la sintonía múltiple, los amplificadores sintonizados y la sintonía de señales no sinusoidales. A lo largo del escrito se encuentran algunos ejemplos, así como dos ejercicios de autoevaluación que se encuentran en el capítulo de “Ejercicios Propuestos”. Hacia el final de los apuntes hay dos prácticas, la primera enfocada a los amplificadores sintonizados y en las técnicas de ajuste de ancho de banda; la segunda, enfocada en los efectos de la doble sintonización.

1. Introducción

1.1 Parámetros de un circuito resonante.

Existen parámetros que nos ayudan a definir el comportamiento de un circuito resonante, tales como la frecuencia de resonancia, el ancho de banda y el factor de calidad. Para explicarlos, partiremos de un clásico circuito resonante, el circuito RLC en paralelo, como el que se muestra en la Figura 1.

Este circuito se compone de tres elementos, un resistor, R, un inductor, L, y un capacitor, C, conectados en paralelo, todos considerados como ideales. A partir de este ejemplo, podremos observar el efecto de tener un elemento con una reactancia positiva, el inductor, un elemento con una reactancia negativa, el capacitor, y un elemento no posee reactancia, solo resistencia, un resistor.

1.1.1 Frecuencia de resonancia

La resonancia de un circuito sucede cuando la amplitud de su función de transferencia alcanza el valor máximo. Esto se debe a que se busca que la energía no se almacene en los elementos pasivos, sino que se disipe, tal como sucedería con la radiación de una antena.

En un circuito resonante en paralelo sucede cuando la impedancia de entrada alcanza su valor máximo. Esto ocurre cuando la parte imaginaria de la impedancia de entrada, la reactancia, se vuelve 0. Esto implica que las reactancias de los elementos que lo componen se anulan entre sí. La frecuencia de resonancia es aquella frecuencia en la que esta condición se cumple, y se puede expresar como f_0 [1].

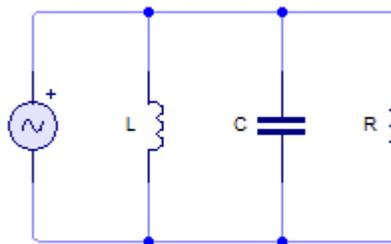


Figura 1. Circuito RLC en paralelo ideal

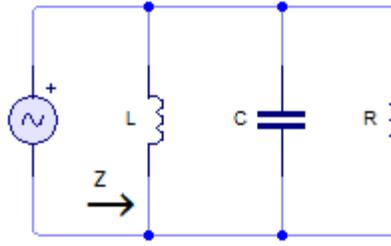


Figura 2. Impedancia de entrada del circuito RLC.

La impedancia de entrada Z del circuito RLC que se muestra en la Figura 2 es

$$Z = L || C || R = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R}} = \frac{R\omega L}{j\omega^2 CRL + \omega L - jR} \quad (1)$$

Dónde ω es la frecuencia angular que equivale a $2\pi f$, $\frac{1}{j\omega C}$ es la impedancia del capacitor y $j\omega L$ es la impedancia del inductor.

Para encontrar la frecuencia de resonancia, se debe considerar que la reactancia de entrada es igual a cero, por ello se iguala a cero la parte imaginaria de la impedancia de entrada, como se muestra a continuación.

$$\text{Im}|Z| = \frac{R^2\omega L(CL\omega^2 - 1)}{C^2L^2R^2\omega^4 - 2CLR^2\omega^2 + L^2\omega^2 + R^2} = 0 \quad (2)$$

Al despejar el denominador y multiplicarlo por cero, obtenemos

$$R^2\omega L(CL\omega^2 - 1) = 0$$

Ahora consideramos que $R^2\omega L$ es distinto de 0 y lo despejamos, dividiendo $0/R^2\omega L$ que es igual a 0, por lo que tenemos

$$CL\omega^2 - 1 = 0$$

Para obtener la frecuencia angular de resonancia, donde $\omega = \omega_0$, se resuelve la Ecuación 2 obteniendo los siguientes resultados

$$\omega_0 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ -\frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$

Descartamos la frecuencia negativa, quedándonos con

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

Donde ω_0 es la frecuencia angular de resonancia y sus unidades son rad/s . Ahora, queremos expresar la frecuencia de resonancia en términos de f_0 , cuyas unidades son los Hz , consideramos que $\omega_0 = 2\pi f_0$, por lo tanto

$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (4)$$

Si sustituimos la frecuencia de la Ecuación 4, en la impedancia de la Ecuación 1, el módulo de la impedancia es igual a R , lo que nos indica que está en resonancia.¹

Otra manera de llegar a este resultado es igualando la reactancia capacitiva X_C y la reactancia inductiva, X_L .

Al igualar ambas reactancias, tenemos que

$$\begin{aligned} X_L &= X_C \\ 2\pi f_0 L &= \frac{1}{2\pi f_0 C} \end{aligned}$$

¹ El desarrollo matemático fue realizado con MAPLE.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5)$$

Si la queremos expresar como frecuencia angular, tendremos

$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

1.1.2 Ancho de Banda.

La selectividad de un circuito resonante es la capacidad de aceptar las frecuencias en una determinada banda de frecuencias y de rechazar todas las demás. [2] El ancho de banda de un circuito es el rango de frecuencias entre dos puntos en la curva de la selectividad, a cada lado de la frecuencia resonante en la que la respuesta del circuito es una fracción específica de la respuesta a la frecuencia de resonancia, como se puede observar en la Figura 3. Por lo general, el ancho de banda está comprendido por aquellos puntos en la curva de selectividad en los que la potencia es la mitad de la potencia que se produce en la frecuencia de resonancia. Esta medida se conoce como el ancho de banda de media potencia. También se puede transformar a decibeles, $10\log\frac{1}{2} = -0.3 \text{ dB}$, por lo que resultara el ancho de banda de -3 decibeles.

Otra forma equivalente de medir el ancho de banda es calcular el ancho, ya sea a través de la curva de voltaje, de corriente o de impedancia, en los puntos en que el valor es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ó 0.707 veces el valor máximo. Ya que la potencia es proporcional al cuadrado tanto del voltaje como de la corriente cuando se emplea una carga o impedancia unitaria, es decir, $P = I * V = \frac{V^2}{R} = I^2 * R$, el punto de 0.707 es también la mitad de la potencia ($0.707^2 = 0.5$), y es equivalente a los -3 dB. Dónde P es la potencia, I es la corriente, V es el voltaje y R es la carga o impedancia [1].

Al restar dichas frecuencias reales y positivas, se obtiene el ancho de banda BW del circuito ²:

$$BW = \frac{1}{2} \frac{L + \sqrt{4LCR^2 + L^2}}{RLC} - \left(-\frac{1}{2} \frac{L - \sqrt{4LCR^2 + L^2}}{RLC} \right)$$

$$BW = \frac{1}{RC} \quad (9)$$

1.1.3 Factor de calidad.

El ancho de banda de un circuito resonante está determinado por un parámetro llamado factor de calidad, definido por la literal Q. Dicho parámetro es utilizado para describir la selectividad de un circuito resonante.

El factor de calidad compara la cantidad de energía promedio almacenada con la energía disipada durante un ciclo [4, 5]. Una definición básica puede ser

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energía promedio almacenada}}{\text{Energía disipada por ciclo}} \quad (10)$$

Para obtener el factor de calidad del circuito RLC ideal con el que se ha estado trabajando, debemos tomar en cuenta la energía almacenada en el inductor, la energía almacenada en el capacitor y las pérdidas generadas por la resistencia.

La energía magnética promedio almacenada en un inductor en el circuito RLC es

$$W_m = \frac{1}{4} |V|^2 \frac{1}{\omega^2 L} \quad (11)$$

La energía eléctrica promedio almacenada en un capacitor en el circuito RLC es

$$W_e = \frac{1}{4} |V|^2 C \quad (12)$$

² Es importante mencionar que esta expresión únicamente es válida para el circuito resonante RLC sin pérdidas, sin embargo, se puede realizar el mismo procedimiento para cualquier circuito resonante partiendo de su impedancia de entrada.

La potencia disipada por el resistor es

$$P_{Loss} = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{R} \quad (13)$$

Por lo tanto, el factor de calidad de nuestro circuito RLC es

$$Q = 2\pi \frac{W_e + W_m}{P_{Loss} * T} \quad (14)$$

Dónde T es el periodo, que puede sustituirse como $T = \frac{1}{f}$. De igual forma, en la resonancia $W_e = W_m$, por lo que

$$Q = 2\pi \frac{2W_m}{P_{Loss} * \frac{1}{f}} = 2\pi f \frac{2W_m}{P_{Loss}} = \omega \frac{2W_m}{P_{Loss}} \quad (15)$$

Si sustituimos W_m y P_{Loss} con las ecuaciones 11 y 13 respectivamente, tendremos

$$Q = \omega \frac{2 \left(\frac{1}{4} |V|^2 \frac{1}{\omega^2 L} \right)}{\frac{1}{2} \frac{|V|^2}{R}} = \omega \frac{\frac{1}{2} |V|^2 \frac{1}{\omega^2 L}}{\frac{1}{2} \frac{|V|^2}{R}} = \omega \frac{\frac{1}{\omega^2 L}}{\frac{1}{R}} = \omega \frac{R}{\omega^2 L} = \frac{R}{\omega L} \quad (16)$$

Si consideramos que $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ tendremos

$$Q = \frac{R}{\frac{1}{\sqrt{LC}} L} = \frac{\sqrt{C} R}{\sqrt{L}} \quad (17)$$

Por lo que finalmente

$$Q = \frac{\sqrt{C} R}{\sqrt{L}} \quad (18)$$

En los circuitos resonantes se utiliza también la relación entre la frecuencia de resonancia y el ancho de banda para obtener el factor de calidad. Si queremos obtener el factor de calidad del circuito RLC, utilizamos la siguiente expresión³

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} \quad (19)$$

Si sustituimos ω_0 con la Ecuación 4 y BW con la Ecuación 10, tendremos ⁴

$$Q = \frac{1}{\frac{\sqrt{LC}}{RC}} = \frac{\sqrt{C}R}{\sqrt{L}} \quad (20)$$

Que, podemos observar, es igual al resultado obtenido en la Ecuación 18 [4].

Es importante mencionar también, que mientras más grande sea el factor de calidad de un circuito resonante, el ancho de banda será más angosto, cómo se puede observar si despejamos el ancho de banda BW de la Ecuación 15. ⁵

$$BW = \frac{f_0}{Q} \quad (21)$$

Dónde f_0 es la frecuencia de resonancia y BW es el ancho de banda. En la Figura 4 se muestra un ejemplo de la relación entre el factor de calidad y el ancho de banda. Se le asignaron valores al circuito RLC de la Figura 1 y se experimentó con cuatro factores de calidad distintos [3, 4, 5].

Los valores utilizados fueron $L = 1$ mH, $C = 1$ μ F y los valores de R necesarios para obtener cada factor de calidad se muestran en la Tabla 1.

³ En este caso, el ancho de banda y la frecuencia de resonancia están en términos de la frecuencia angular, ω_0 . Se debe tener cuidado en que ambos parámetros estén en los mismos términos, ya sea en términos de la frecuencia f_0 o de la frecuencia angular ω_0 .

⁴ Al igual que con el ancho de banda, esta expresión únicamente es válida para el circuito resonante RLC sin pérdidas, sin embargo, se puede realizar el mismo procedimiento para cualquier circuito resonante partiendo de su impedancia de entrada.

⁵ Considerando que el ancho de banda está en términos de la frecuencia, f_0 .

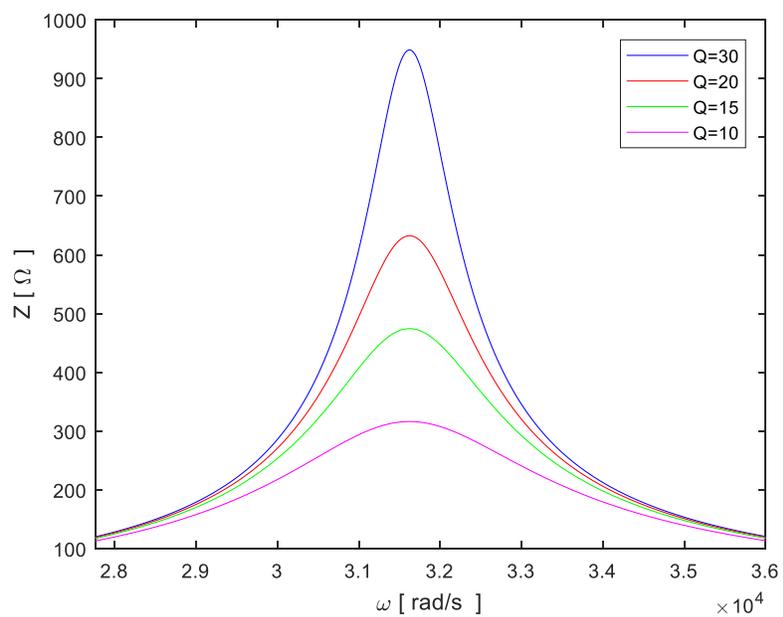


Figura 4: Relación entre el ancho de banda y el factor de calidad. [3].

Q	R
30	948.68 Ω
20	632.45 Ω
15	474.34 Ω
10	316.23 Ω

Tabla 1. Relación de valores de Q y R.

2.- Circuitos resonantes

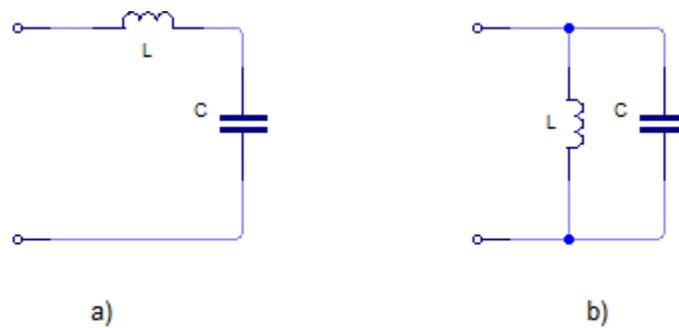


Figura 5. Configuración básica de circuitos resonantes. a) Circuito resonante en serie. b) Circuito resonante en paralelo

Un circuito resonante se refiere a una combinación de reactancias inductivas y capacitivas, de tal forma que la impedancia de dicha combinación cambia de manera notable en una frecuencia específica, la frecuencia de resonancia, al anularse ambas reactancias entre ellas dejando solo la parte real de la impedancia. También puede ser definido como circuito sintonizado, circuito tanque o circuito LC.

Su estructura más simple es el arreglo en serie o en paralelo de un capacitor con un inductor, como se observa en la Figura 5. En los amplificadores sintonizados, es la parte del circuito que se encarga de aceptar una banda de frecuencias, atenuando todas las demás, para su posterior amplificación [3, 6].

2.1 Clasificación de circuitos resonantes

2.1.1 Circuitos de frecuencia fija o ajustable.

Los circuitos resonantes de frecuencia fija, como su nombre lo indica, están sintonizados solo a una frecuencia. Existen diversas aplicaciones en equipos electrónicos en los que se desea una respuesta a una frecuencia predeterminada y conocida, ya sea para aumentar la respuesta a esta frecuencia o para generar un rechazo a la misma. A pesar de ser de frecuencia fija, estos circuitos pueden ser ligeramente ajustables. Esto se refiere al hecho de que uno o más de los elementos reactivos del circuito resonante pueden variarse en un rango pequeño. Este ajuste es usado, por lo general, para compensar las pequeñas

variaciones o imperfecciones de los elementos del circuito, ya que estas podrían modificar, en menor o mayor medida, la frecuencia de resonancia del circuito con respecto a la frecuencia esperada [3].

Por otro lado, los que poseen ajuste de frecuencia, como su nombre lo indica, puede responder a frecuencias variadas, con una cierta selectividad. Un ejemplo muy claro de este tipo de circuitos son los sintonizadores de radio comercial, los cuales pueden sintonizar las distintas estaciones existentes.

2.1.2 Circuito de sintonización simple o múltiple.

Esta distinción se refiere a ciertos detalles de la configuración y ajuste de los circuitos resonantes con respecto a si poseen un solo circuito resonante, o si tienen dos o más circuitos resonantes, sintonizados simultáneamente a dos o más frecuencias.

La sintonización múltiple se realiza por diversas razones, pero la principal es para obtener una respuesta de banda ancha sin sacrificar otras características de los circuitos, por ejemplo, la selectividad [3].

2.1.3 Circuitos de banda ancha y de banda angosta.

Otra forma de clasificar los circuitos resonantes es como circuitos de “banda ancha” o circuitos de “banda angosta”. Se considera que un circuito es de banda ancha cuando su ancho de banda es igual a dos veces la frecuencia de resonancia, en el caso de ser menor, se considera que es de banda angosta.

El hecho de que un circuito resonante sea de banda ancha o de banda angosta, depende principalmente de la aplicación para la que esté diseñado. Por ejemplo, en un receptor de radio, los circuitos que determinan cual de todas las estaciones se está recibiendo es un circuito de banda angosta, para que esa estación pueda recibirse claramente sin la interferencia que podría generarse debido a otras estaciones transmitidas en frecuencias cercanas.

Por otro lado, receptores de televisión, radares y otros deben trabajar con un amplio rango de bandas, por lo tanto, los receptores están elaborados de tal forma que sean capaces de

responder efectivamente a las señales transmitidas en una cierta banda ancha, a ambos lados de la frecuencia central en la que el circuito es resonante [3].

2.1.4 Circuitos sintonizados en serie o en paralelo

En esta clasificación la diferencia se encuentra en la conexión de los elementos resonantes, que pueden ser conectados en serie o en paralelo, obteniendo distintos resultados dependiendo de cada caso, ya que el arreglo de sus elementos modifica sus propiedades, tales como el factor de calidad y el ancho de banda.

Gran parte de la diferencia entre estos radica en la forma en que fluyen tanto el voltaje como la corriente del generador a través de ambos circuitos. Como se puede observar en la Figura 5 a), en el circuito en serie toda la corriente del generador, representado por V_g , fluye por todos los componentes de éste, mientras que el voltaje se divide entre las ramas que contienen a cada elemento; en el circuito en paralelo, tal como se muestra en la Figura 5 b), la corriente se divide entre las ramas que contienen a cada elemento y el voltaje se mantiene igual en ambas ramas [3].

Es importante mencionar que es una de las clasificaciones más utilizadas y por eso, nos enfocaremos en ella más adelante.

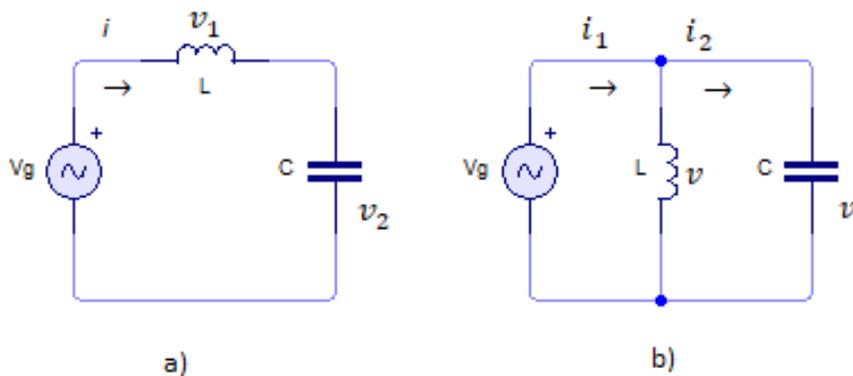


Figura 6. Flujo de corriente y voltaje en los circuitos resonantes serie y paralelo.

2.2 Componentes de un circuito resonante.

2.2.1 Capacitor

Es un elemento compuesto por 2 superficies conductoras, en las cuales todas las líneas de campo eléctrico que salen de una llegan a la otra. Dichas superficies pueden estar separadas por un material dieléctrico o por vacío. Su función es almacenar energía potencial con respecto al campo eléctrico por un periodo de tiempo determinado, para después liberarla paulatinamente.

Las pérdidas del capacitor dependen tanto de la frecuencia como de la temperatura, sin embargo, estas comúnmente son despreciadas debido a su mínimo efecto en los circuitos resonantes con respecto a las pérdidas generadas por el inductor. La razón de esto se puede observar en la Figura 7 a), donde R_C representa las pérdidas del capacitor en su modelado en paralelo. Al ser R_C considerablemente mayor a la reactancia capacitiva descrita por X_C , la impedancia resultante del paralelo de ambos será muy cercana a la reactancia capacitiva.

Factor de calidad del capacitor

Partiendo de la definición del factor de calidad de la Ecuación 10, podemos hacer un análisis sobre la máxima energía almacenada y la energía disipada de un capacitor.

La máxima energía almacenada en un capacitor está descrita por

$$W_{emax} = \frac{1}{2} \frac{|I_m|^2}{\omega^2 C} \quad (22)$$

Dónde C es la capacitancia, R_{CS} es la resistencia efectiva del capacitor en su modelado en serie, tal como se muestra en la Figura 7b), ω es la frecuencia angular, W_{emax} es la máxima energía almacenada e I_m es el máximo valor de corriente que pasa a través de C y R_{CS} .

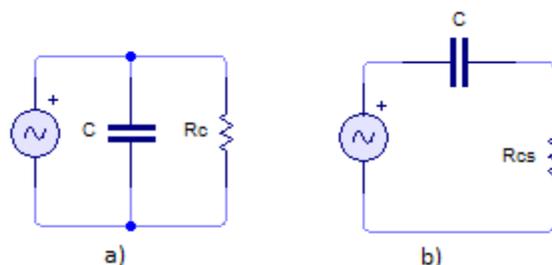


Figura 7. Modelado de un capacitor con pérdidas en a) paralelo y b) serie.

Mientras que la energía disipada está descrita por la potencia multiplicada por el periodo de un ciclo que es

$$P_C \cdot T = \left(\frac{|I_m|}{\sqrt{2}} \right)^2 R_{CS} \cdot T = \left(\frac{|I_m|}{\sqrt{2}} \right)^2 R_{CS} \cdot \frac{1}{f} \quad (23)$$

Dónde P_C es la potencia promedio disipada por la resistencia R_{CS} y T es el periodo.

De ahí, que la relación entre la energía almacenada y la potencia promedio disipada en un ciclo del capacitor, el factor de calidad será

$$Q_C = 2\pi \frac{W_{emax}}{P_C \cdot T} = 2\pi \frac{\frac{|I_m|^2}{\omega^2 C}}{\frac{|I_m|^2 R_C}{2f}} = \frac{2\pi f}{\omega^2 C R_{CS}}$$

Dónde $\omega = 2\pi f$. Por lo tanto

$$Q_C = \frac{1}{\omega C R_{CS}} = \frac{X_C}{R_{CS}} \quad (24)$$

Como se observa en la Ecuación 24, el factor de un capacitor también se puede definir como la relación entre la reactancia capacitiva y la resistencia efectiva del capacitor. La resistencia efectiva del capacitor puede ser generada por el efecto piel o puede ser el resultado de las pérdidas internas del capacitor.

2.2.2 Inductor

Es un elemento constituido por una o varias espiras metálicas enrolladas alrededor de un material que puede ser magnético o no, por ejemplo, hierro, ferrita o incluso, vacío. Este elemento almacena energía potencial con respecto al campo magnético.

Este elemento es el que genera más pérdidas en un circuito resonante. Esto puede deberse a diversos factores, entre ellos, que el inductor tenga una resistencia finita, efectos de proximidad, el efecto de los campos magnéticos e incluso la radiación existente en los alrededores. Las pérdidas en un inductor pueden modelarse como una resistencia en serie, definida como R_s , conectada a dicho elemento, como se muestra en la Figura 8.

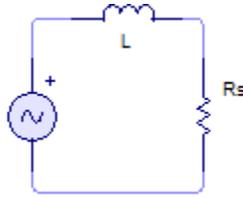


Figura 8. Modelado de un inductor con pérdidas.

2.2.2.1 Factor de calidad del inductor

El factor de calidad compara la energía que se acumula en un inductor con la energía que se disipa debido a las pérdidas de dicho inductor en un ciclo. Las pérdidas de un inductor se representan como una resistencia en serie a este, denominada R_s , como se observa en la Figura 8.

Para obtener el factor de calidad del inductor partimos también de la relación de energía de la Ecuación 10, para lo que necesitamos primero obtener la energía máxima almacenada y la energía disipada en un ciclo, como se muestra a continuación. La máxima energía almacenada en un inductor está descrita por

$$W_{mmax} = \frac{1}{2} L |I_m|^2 \quad (25)$$

Dónde W_{mmax} es la máxima energía almacenada en el inductor, L es la inductancia e I_m es la máxima corriente que pasa a través del inductor.

La energía disipada en un inductor P_L está descrita por la multiplicación de la potencia promedio disipada por el periodo T de un ciclo, como se muestra a continuación

$$P_L \cdot T = \left(\frac{|I_m|}{\sqrt{2}} \right)^2 R_s \cdot T = \left(\frac{|I_m|}{\sqrt{2}} \right)^2 R_s \cdot \frac{1}{f} \quad (26)$$

Ahora, partiendo de la Ecuación 10, tendremos que

$$Q_L = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L |I_m|^2}{\frac{|I_m|^2}{2} R_s \cdot \frac{1}{f}} = \frac{2\pi f L}{R_s} \quad (27)$$

Si $\omega = 2\pi f$

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{X_L}{R_s} \quad (28)$$

Dónde X_L representa la reactancia inductiva, R_s representa las pérdidas generadas por el inductor, L es la inductancia y ω es la frecuencia angular a la que se está trabajando. Como se observa en la Ecuación 28, el factor de calidad de un inductor también se puede expresar como la relación entre la reactancia inductiva y las pérdidas [5].

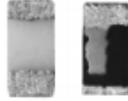
Un inductor ideal, sin ningún tipo de pérdidas, tendría una Q infinitamente alta. Ya que esto no es posible debido a las pérdidas que poseen los inductores reales, siempre existirá un valor finito para el factor de calidad.

En teoría, un inductor debería tener un mayor factor de calidad si se utiliza en circuitos de alta frecuencia. Sin embargo, llegará un punto en el que la frecuencia será tan alta que el inductor ya no será funcional debido al efecto de las características físicas propias del inductor. Por ejemplo, a altas frecuencias las terminales de un inductor generan capacitancias parásitas, de igual forma lo hace la separación entre espiras, por lo que el modelo discreto que se propone a bajas frecuencias deja de ser funcional.⁶

Sin embargo, para cada inductor existe un rango de frecuencias en las que el valor de Q_L se mantiene relativamente constante, el cual debe ser indicado por el fabricante, como se muestra en la Figura 9. Cuando se utiliza un inductor en un circuito resonante, el rango de frecuencias de interés es, por lo general, un rango pequeño, por lo que la resistencia de pérdidas se puede considerar constante. En circuitos dedicados a las comunicaciones los valores típicos de Q_L que se utilizan se encuentran entre 20 y 150, mismos que dependen del tipo de inductor [5].

⁶ Teoría de parámetros distribuidos. Pertenece a la asignatura de Medios de Transmisión, incluida en el plan de la carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones.

Thin Film Chip Inductors



STANDARD ELECTRICAL SPECIFICATIONS							
L 500 MHz (nH)	L TOL.	Q TYPICAL			SRF TYP. (MHz)	DCR MAX. (Ω)	RATED DC CURRENT (mA)
		100 MHz	800 MHz	1700 MHz			
1.0	0.3 nH	7	21	33	12 000	0.15	700
1.2	0.3 nH	7	21	33	12 000	0.15	700
1.5	0.3 nH	7	21	33	10 000	0.25	700
1.8	0.3 nH	7	21	33	10 000	0.25	560
2.2	0.3 nH	7	21	33	8000	0.35	440
2.7	0.3 nH	7	21	33	8000	0.35	440
3.3	0.3 nH	7	21	28	6000	0.45	380
3.9	0.3 nH	7	21	28	6000	0.55	340
4.7	0.3 nH	7	21	28	6000	0.65	320
5.6	0.3 nH	7	21	28	6000	0.85	280
6.8	0.3 nH	7	21	28	6000	1.05	260
8.2	0.3 nH	7	21	28	5500	1.25	220
10	2 %, 5 %	7	21	26	4500	1.35	200
12	2 %, 5 %	5	21	26	3700	1.55	180
15	2 %, 5 %	5	21	26	3300	1.75	130
18	2 %, 5 %	5	21	21	3100	2.15	100
22	2 %, 5 %	5	21	19	2800	2.65	90

Note

- Test equipment: HP-4287 and Agilent 16196B

FEATURES

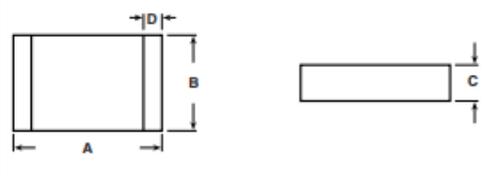
- Tight tolerance
- Self-resonant frequency controlled within 10 %
- Stable inductance over high frequencies
- Compatible with reflow or flow soldering
- Temperature range: - 40 °C to + 125 °C (no load)
- 40 °C to + 85 °C (full rated current)
- Compliant to RoHS directive 2002/95/EC



APPLICATIONS

- Cellular telephone, pagers and GPS products
- Wireless LAN and other communication appliances
- VCO, TCXO circuit and RF transceiver module

DIMENSIONS in inches [millimeters]



MODEL	A	B	C	D
IFCB-0402	0.039 ± 0.002 [1.00 ± 0.05]	0.020 ± 0.002 [0.50 ± 0.05]	0.013 ± 0.002 [0.32 ± 0.05]	0.008 ± 0.004 [0.20 ± 0.10]

Figura 9. Ejemplo de hoja de especificaciones de un inductor obtenida del sitio del fabricante Vishay [7].

2.3 Circuito resonante en paralelo

El circuito resonante en paralelo se conoce como “circuito tanque”. Se compone de un inductor conectado en paralelo con un capacitor. Ambos elementos generan pérdidas, sin embargo, como se indicó anteriormente, las pérdidas del capacitor se descartan debido a su mínimo efecto en comparación a la reactancia capacitiva, mientras que las pérdidas del inductor se representan como una resistencia conectada en serie con el inductor, tal como se muestra en la Figura 10 [3, 5].

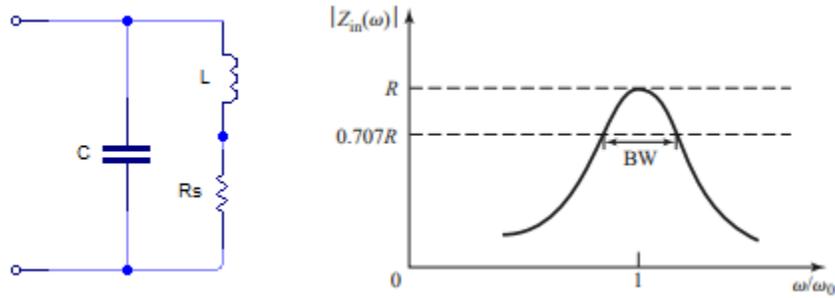


Figura 10. Circuito resonante en paralelo sin carga y con pérdidas en el inductor y su respuesta en frecuencia [4].

2.3.1 Impedancia del circuito tanque con pérdidas

La impedancia del circuito tanque de la Figura 10 es una función compuesta por L, C y R_s , cuya expresión es:

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \parallel (R_s + j\omega L) = \frac{R_s + j\omega L}{-\omega^2 CL + j\omega R_s C + 1} \quad (29)$$

Si al circuito de la Figura 10 le añadimos una carga, como se observa en la Figura 11, la impedancia ahora será

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \parallel (R \parallel R_s + j\omega L) = -\frac{(j\omega L + R_s)R}{\omega^2 CRL - jCR_s R\omega - j\omega L - R_s - R} \quad (30)$$

Para poder observar el efecto de las pérdidas con más claridad, se le asignan valores numéricos a C, R, L y R_s . En este caso $C=1 \mu\text{F}$, $R=1 \text{ k}\Omega$, $L=1 \text{ mH}$ y se le dieron 4 valores distintos a R_s , 0Ω , 0.1Ω , 0.5Ω y 1Ω , respectivamente.

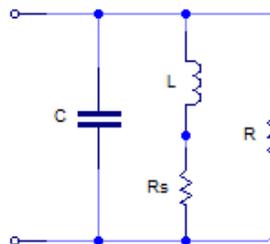


Figura 11. Circuito resonante en paralelo con pérdidas y con carga resistiva

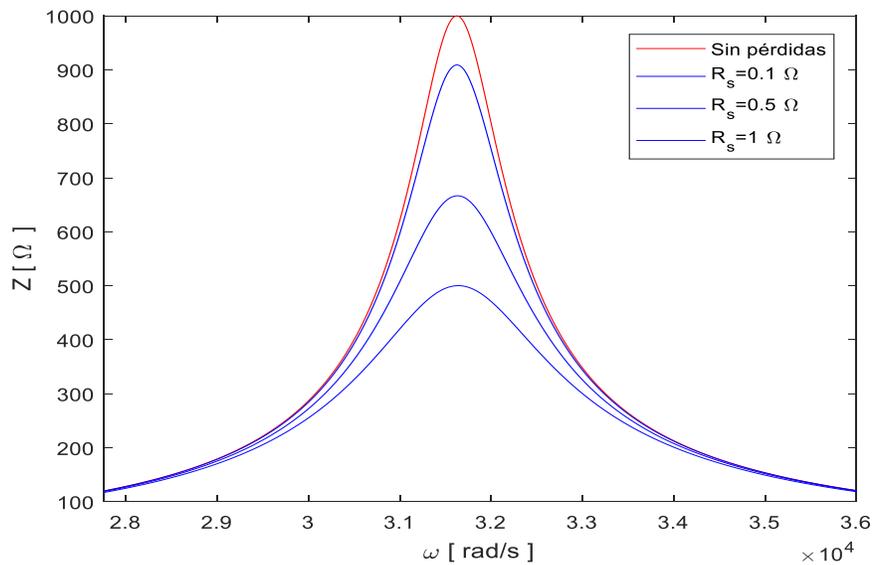


Figura 12. Magnitud de la impedancia en función de la frecuencia.⁷

En la Figura 12 observamos 4 curvas. La roja es el resultado del circuito sin pérdidas. Las azules representan los resultados con pérdidas. A mayor resistencia de pérdidas, menor es la impedancia resultante.

La magnitud de la impedancia alcanza su punto máximo cuando la parte imaginaria de la impedancia es igual a cero. Por eso, para encontrar la frecuencia de resonancia, hacemos lo siguiente

$$\text{Im}|Z| = \frac{1}{j\omega C} || (R || R_s + j\omega L) = 0$$

(31)

$$\text{Im}|Z| = \frac{-(R^2\omega(CL^2\omega^2 + CR_s^2 - L))}{C^2L^2R^2\omega^4 + C^2R_s^2R^2\omega^2 - 2CLR^2\omega^2 + L^2\omega^2 + R_s^2 + 2R_sR + R^2} = 0$$

Si despejamos la frecuencia angular ω de la Ecuación 31, obtendremos la frecuencia de resonancia angular, que es⁸

⁷ Gráficos realizados utilizando Matlab

⁸ Cálculos realizados utilizando Maple

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{-C(CR_s^2 - L)}}{CL} \quad (32)$$

Podemos observar en la Ecuación 32 que si R_s es igual a cero, la frecuencia de resonancia es igual a la que se obtiene en un circuito ideal. Para mostrar el efecto de R_s en la frecuencia angular de resonancia, graficamos la Ecuación 32, considerando que $C= 1 \mu\text{F}$, $L=1\text{mH}$ y R_s toma valores de 0Ω a 30Ω .

En la Figura 13 se observa que para valores muy pequeños de R_s muy pequeños, la frecuencia de resonancia tiene una variación mínima y es prácticamente igual a la frecuencia de resonancia ideal. Por lo que, en términos generales, se considera a la frecuencia de resonancia como $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Si sustituimos la frecuencia de resonancia en la impedancia, obtendremos la impedancia de entrada en la frecuencia de resonancia Z_0 , que será⁹

$$Z_0 = \frac{RL}{CR_{s0}R + L} \quad (33)$$

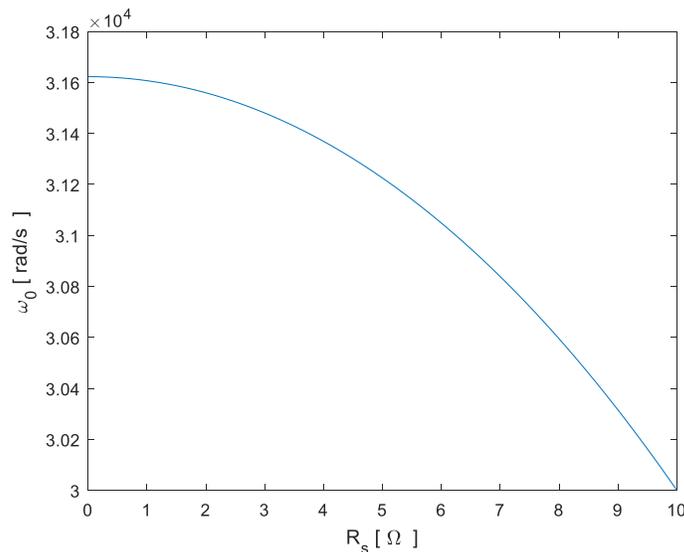


Figura 13. Relación entre R_s y ω_0

⁹ Si R_{s0} es 0, la impedancia de entrada del circuito sería igual a la impedancia de la carga.

Donde se sustituye R_s por R_{s0} , ya que estamos hablando de las pérdidas en la frecuencia de resonancia.¹⁰

Si quisiéramos obtener la impedancia en la frecuencia de resonancia de un circuito LC en paralelo sin carga y con pérdidas, tendríamos que eliminar a R . Matemáticamente esto se resuelve obteniendo el límite de R en el infinito y dividiendo tanto el numerador como el denominador por R . Donde

$$Z_0 = \frac{RL}{CR_{s0}R + L} * \frac{R}{R} = \frac{L}{CR_{s0} + \frac{L}{R}}$$

Si $\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{L}{R} = 0$, nuestra expresión quedaría como:

$$Z_0 = \frac{L}{CR_{s0}} \quad (34)$$

La Ecuación 34 se puede simplificar aún más si ahora sustituimos C utilizando la siguiente expresión, considerando que la frecuencia de resonancia es prácticamente la misma que la del circuito ideal:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} \quad (35)$$

Obteniendo finalmente, la impedancia en la frecuencia de resonancia para un circuito con pérdidas y sin carga:

$$Z_0 = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_{s0}} \quad (36)$$

¹⁰ Las pérdidas del inductor dependen de la frecuencia, sin embargo, para ciertos rangos de frecuencia, el valor de la resistencia de pérdidas R_s se mantiene constante.

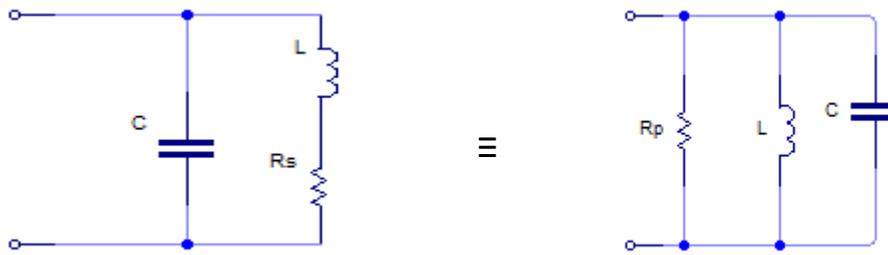


Figura 14. Circuito equivalente en la frecuencia de resonancia

Como se indicó anteriormente, se considera que las pérdidas del capacitor son nulas, razón por la cual el factor de calidad de un circuito resonante en paralelo sin carga, definido por Q_0 , es igual al factor de calidad del inductor. Por lo que

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R_{s0}} \quad (37)$$

Si sustituimos $\frac{\omega_0^2 L^2}{R_{s0}}$ por Q_0 en la expresión anterior, obtendremos

$$Z_0 = Q_0^2 R_{s0} \quad (38)$$

Las pérdidas en serie también pueden representarse como una resistencia en paralelo al inductor. Para esto, se utiliza la equivalencia de la Figura 14.

En este circuito, las pérdidas representadas por R_p deben ser equivalentes a las representadas por R_s .

Los circuitos representados en la Figura 14 indicada son equivalentes únicamente cerca de la frecuencia de resonancia, que es, por lo general, el rango de frecuencias de nuestro interés. Esto se debe a que la equivalencia de impedancias depende de la frecuencia. La forma de realizar esta equivalencia consiste en igualar las impedancias en la frecuencia de resonancia. Partiendo de la Ecuación 38, observando el circuito inicial y considerando que $Z_0 = R_p$, tendremos que

$$R_p = Q_0^2 R_{s0} \quad (39)$$

Con este valor de R_p en el circuito equivalente, ambos son equivalentes en la resonancia.

Es importante mencionar que los fabricantes de inductores comúnmente especifican el factor de calidad del embobinado en lugar de la resistencia de pérdidas R_s , como se observa en la Figura 13, por ello, otra forma de calcular R_p puede ser sustituyendo R_{s0} por $\frac{\omega_0 L}{Q_0}$, obteniendo:

$$R_p = Q_0^2 \left(\frac{\omega_0 L}{Q_0} \right)$$

$$R_p = \omega_0 L Q_0 \quad (40)$$

Por lo que, si despejamos Q_0 , tendremos

$$Q_0 = \frac{R_p}{\omega_0 L} \quad (41)$$

Si se conecta una carga resistiva en paralelo al circuito tanque, como se muestra anteriormente en la Figura 11, el valor efectivo del factor de calidad va a variar directamente con el valor de la resistencia. El nuevo valor que toma el factor de calidad se conoce como factor de calidad efectivo, Q_{eff} .

$$Q_{eff} = \frac{R_p || R}{\omega_0 L} \quad (42)$$

Dónde Q_{eff} es la relación entre las pérdidas, que ahora son generadas por el paralelo de R_p y R , y la reactancia inductiva X_L que es igual a $\omega_0 L$. El paralelo de todos los elementos que generan pérdidas se representa como R_{sh} , que en este caso es el paralelo entre R_p y R .

Por lo tanto

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L} = \frac{\frac{R_p * R}{R_p + R}}{\omega_0 L} \quad (43)$$

Al ser el factor de calidad de un inductor considerablemente menor al de un capacitor, éste es el factor que se utiliza para definir el comportamiento de un circuito LC.

2.3.2 Ejemplos

1.- Calcular la capacitancia necesaria para alcanzar una frecuencia de resonancia de 920 kHz, así como la resistencia de pérdidas del inductor, considerando un factor de calidad de 22 y un inductor de 80 μ H.

Para C:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 920\text{kHz})^2 \cdot 80\mu\text{H}} = 374 \text{ pF}$$

Para R_s

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R_s}$$
$$R_s = \frac{\omega_0 L}{Q_0} = \frac{(2\pi \cdot 920\text{kHz}) \cdot 80\mu\text{H}}{22} = 21.02 \Omega$$

2.- Si en el problema anterior se modificara el factor de calidad resonante a 18.5 y la frecuencia de resonancia a 800 kHz, ¿Cuál sería el valor de R_p ? Si se le agregara una carga R de 40 k Ω , ¿Cuál sería su Q_{eff} ?

Para obtener R_p , necesitamos obtener primero la nueva R_s , entonces:

$$R_s = \frac{\omega_0 L}{Q_0} = \frac{(2\pi \cdot 800\text{kHz}) \cdot 80\mu\text{H}}{18.5} = 21.74 \Omega$$
$$R_p = Q_0^2 R_s = (18.5)^2 \cdot 21.74 \Omega = 7.44 \text{ k}\Omega$$

Para Q_{eff} :

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L} = \frac{R || R_p}{\omega_0 L} = \frac{R \cdot R_p}{R + R_p}$$

Dónde R_{sh} representa el total de las pérdidas en paralelo que existen en el circuito tanque.

$$Q_{eff} = \frac{40 \text{ k}\Omega \cdot 7.44 \text{ k}\Omega}{40 \text{ k}\Omega + 7.44 \text{ k}\Omega}$$

$$Q_{eff} = 15.60$$

2.4 Circuitos resonantes en serie

El circuito resonante en serie, a diferencia del circuito resonante en paralelo, alcanza el valor máximo en su función de transferencia cuando la impedancia de entrada llega a su valor mínimo, lo que sucede cuando las reactancias capacitivas e inductivas se anulan entre sí. Es por eso que se utiliza en los filtros que requieren de una impedancia mínima cuando alcanzan su punto de resonancia. Mientras que el circuito tanque por lo general se utiliza en circuitos de comunicaciones, el circuito resonante en serie tiene otro tipo de aplicaciones, por ejemplo, puede ser utilizado como un filtro supresor de banda en un sistema de televisión analógica para recuperar de forma efectiva la señal de video que recibe. La configuración más sencilla de un circuito resonante en serie se muestra en la Figura 14.

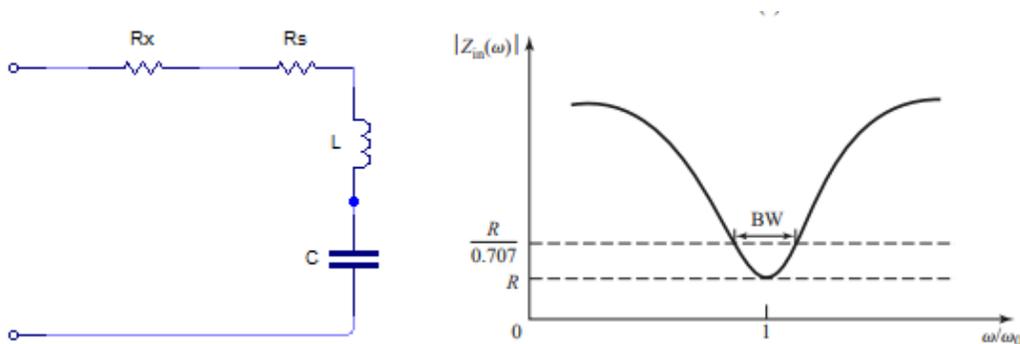


Figura 15. Circuito resonante en serie y su respuesta en frecuencia [4]

Donde R_x es cualquier carga externa, R_s representa las pérdidas del inductor y está en función de la frecuencia.

La impedancia del circuito de la Figura 15 se expresa como

$$Z = R_x + R_s + j\omega_0 L - j\frac{1}{\omega_0 C} \quad (44)$$

Podemos simplificar la expresión anterior si consideramos la resistencia total R_T como la suma de $R_x + R_{s0}$, así como si factorizamos j como se muestra a continuación

$$Z = R_T + j\left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right] \quad (45)$$

En el caso del ancho de banda, se obtiene de la misma manera que en el circuito en paralelo, lo cual se muestra en la Ecuación 21.

En la frecuencia de la resonancia, donde $R_T = R_{T0}$ esta expresión se puede escribir como:

$$Z = R_{T0} \left(1 + j\left[\frac{\omega L}{R_{T0}} - \frac{1}{\omega C R_{T0}}\right]\right) \quad (46)$$

Que, expresada de otra manera, se convierte en

$$Z = R_{T0} \left(1 + jQ_{eff} \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]\right) \quad (47)$$

La magnitud de la impedancia cerca de la resonancia es:

$$|Z| = R_{T0} \left(1 + Q_{eff}^2 \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]^2\right)^{1/2} \quad (48)$$

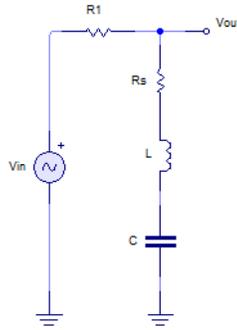


Figura 16. Filtro supresor de banda.

En teoría, un circuito resonante en serie podría utilizarse como filtro pasobanda tanto como filtro supresor de banda, dependiendo de dónde se tome la salida del circuito, sin embargo, para muchas aplicaciones prácticas, la suma de la impedancia de la fuente y de la impedancia de carga tienden a ser mucho más grandes que la resistencia de pérdidas, por lo que en el filtro pasobanda el factor de calidad efectivo es muy pequeño para ser útil. Por esto, se utiliza más comúnmente como un filtro supresor de banda como el de la Figura 16. Donde el valor de R_1 debe ser más grande que R_s para una supresión efectiva [3, 5, 6].

Para obtener el ancho de banda de rechazo, se deben considerar los puntos en los que la impedancia es igual a $\sqrt{2}$ ó $\frac{1}{0.707}$ veces el valor de la impedancia mínima, como se observa en la gráfica de la Figura 15. Esto sucede cuando la magnitud de la parte imaginaria de la Ecuación 45 es igual a la magnitud de su parte real, esto es $R_T = \omega L - \frac{1}{\omega C}$, ya que tendremos

$$Z = R_T + jR_T$$

$$|Z| = \sqrt{R_T^2 + R_T^2} = \sqrt{2R_T^2}$$

$$|Z| = \pm\sqrt{2}R_T \quad (49)$$

De ahí, resolvemos $\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R_T$ con respecto a ω para obtener la frecuencia de rechazo superior e inferior. Al hacerlo obtendremos dos frecuencias en cada caso, de las que sólo tomaremos en cuenta las frecuencias positivas como se muestra a continuación

Para $\omega L - \frac{1}{\omega C} = R_T$, dónde $\omega = \omega_2$

$$\omega_2 = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{CR_T + \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} \\ \frac{1}{2} \frac{CR_T - \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} \end{cases}$$

Para $\omega L - \frac{1}{\omega C} = -R_T$, dónde $\omega = \omega_1$

$$\omega_1 = \begin{cases} -\frac{1}{2} \frac{CR_T - \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} \\ -\frac{1}{2} \frac{CR_T + \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} \end{cases}$$

Tomando sólo las frecuencias positivas y restando $\omega_2 - \omega_1$ tendremos

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{2} \frac{CR_T + \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} - \left(-\frac{1}{2} \frac{CR_T - \sqrt{C^2 R_T^2 + 4CL}}{CL} \right)$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad (50)$$

Si ahora lo expresamos en términos de la frecuencia, tomando en cuenta que $\omega = 2\pi f$, finalmente tendremos

$$BW_{rej} = \frac{R_T}{2\pi L} \quad (51)$$

Dónde R_T es igual a la parte real de la impedancia del circuito resonante en serie.

2.4.1 Factor de calidad del circuito resonante en serie

En el caso del circuito resonante en serie, si no hay ninguna carga resistiva además de la resistencia de pérdidas del inductor, considerando que se descartan las pérdidas causadas por el capacitor, el factor de calidad del circuito resonante es igual al factor de calidad del inductor, tal como sucede en el circuito resonante en paralelo que se muestra en la Ecuación 37. En caso de que se añada una carga externa R_X , se consideraría de la siguiente manera:

$$Q_{eff} = \frac{\omega_0 L}{R_X + R_{S0}} = \frac{\omega_0 L}{R_{T0}} \quad (52)$$

	Serie	Paralelo
ω_0	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$
Q_0	$\frac{\omega_0 L}{R_{S0}}$	$\frac{R_p}{\omega_0 L}$

Tabla 2. Relación entre circuitos resonantes en serie y paralelo. [6]

2.4.2 Ejemplos

Si en el circuito de la Figura 17 quisiéramos obtener una frecuencia de rechazo de 4.5 MHz con una $Q_0 = 80$, ¿Cuál debería ser el valor del capacitor? ¿Cuál sería la resistencia R necesaria para una banda de rechazo de 1.2 MHz?

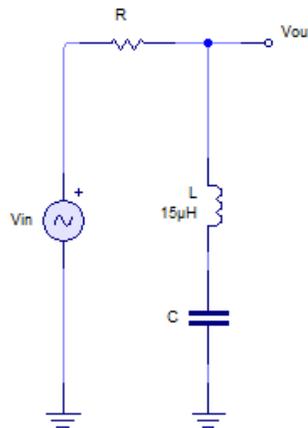


Figura 17 Filtro supresor.

Para C:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 4.5 \text{ MHz})^2 \cdot 15 \mu\text{H}}$$
$$C = 83.39 \text{ pF}$$

Para R:

$$BW_{rej} = \frac{R}{2\pi L}$$
$$R = BW_{rej} \cdot 2\pi L = 1.2 \text{ MHz} \cdot 2\pi \cdot 15 \mu\text{H}$$
$$R = 113.09 \Omega$$

2.5 Circuito sintonizado acoplado

2.5.1 Acoplamiento

En algunas aplicaciones de circuitos sintonizados, en lugar de tener circuitos individuales aislados uno del otro por medio de amplificadores, son acoplados deliberadamente de tal forma que puedan interactuar directamente entre ellos.

En la Figura 18 podemos observar un ejemplo general de dos circuitos resonantes en paralelo acoplados. El símbolo M describe la inductancia mutua que existe entre dos circuitos acoplados inductivamente. Matemáticamente, esta inductancia se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (53)$$

Donde M es la inductancia mutua, L_1 y L_2 son las inductancias respectivas de cada parte del circuito acoplado y k es el coeficiente de acoplamiento, el cual se encarga de medir que tantas líneas de flujo se ligan entre el circuito primario y el secundario. Este coeficiente tiene un valor entre 0 y 1.

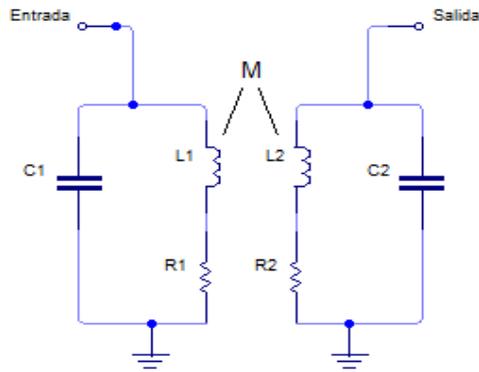


Figura 18. Circuito sintonizado acoplado. [3]

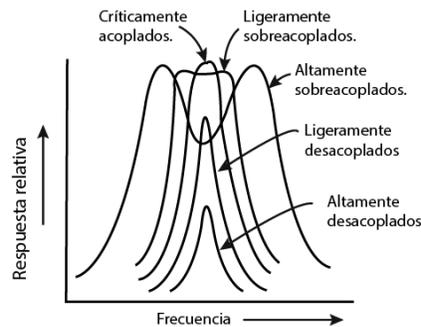


Figura 19. Tipos de acoplamiento [3]

Existe también, el coeficiente de acoplamiento crítico, representado por k_c , el cual indica cual es el valor de k que producirá una máxima corriente en la bobina secundaria del circuito acoplado.

Otra manera de explicar el acoplamiento crítico es como la condición de máxima transferencia de energía entre los circuitos acoplados primario y secundario. Además, es el máximo valor de acoplamiento en el que dos circuitos sintonizados a la misma frecuencia pueden mostrar una respuesta de un único pico, como se observa en la Figura 19 [1, 3].

Para obtener el acoplamiento crítico de forma matemática, se utiliza la siguiente expresión.

$$k_c = \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \quad (54)$$

Dónde, k_c es el coeficiente crítico de acoplamiento, Q_1 y Q_2 son, los factores de calidad de cada uno de los circuitos.

Es importante mencionar que, con los valores usuales de Q , el coeficiente crítico de acoplamiento suele ser pequeño.

Así como el coeficiente de acoplamiento se incrementa, el ancho de banda general también se incrementa, cuando el coeficiente de acoplamiento se encuentra en el valor crítico, este es tan ancho como se puede, sin dejar de verse como la respuesta de un solo pico, pero si el coeficiente aumenta a un valor mayor que el crítico, el ancho de banda general aumenta, pudiendo llegar hasta una respuesta de dos picos. Es importante mencionar que este tipo de respuesta no afecta de manera significativa en el rendimiento del circuito. En estos casos se prioriza el ancho de banda mayor que se obtiene gracias al sobreacoplamiento, por encima de la mínima disminución en el rendimiento, al tener una respuesta que no es completamente plana [3].

2.5.2 Ancho de banda de un transformador.

Un circuito importante es el transformador sintonizado, en el que ambas bobinas están sintonizadas a la misma frecuencia, dicho de otro modo, se encuentran acopladas. El ancho de banda de un transformador sintonizado variará dependiendo del grado de acoplamiento entre la Q del circuito primario, secundario y de la carga. El modelo de un transformador se puede observar en la Figura 20.

En términos generales, si el factor de calidad de ambas bobinas es alto, el ancho de banda tiende a ser angosto, si el circuito primario y secundario están críticamente acoplados, el ancho de banda es mayor que cuando está débilmente acoplado, por esto, si se desea un ancho de banda angosto, las bobinas deben acoplarse a menos del valor crítico, como se observa en la Figura 19 [1].

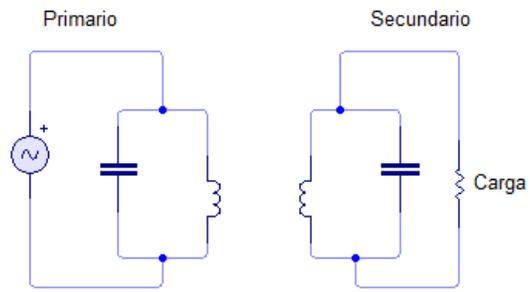


Figura 20. Transformador.

3.- Técnicas para ajustar el ancho de banda de un circuito sintonizado

En ocasiones, cuando se modifica la carga del circuito resonante implícitamente cambia el factor de calidad efectivo, Q_{eff} , y consecuentemente el ancho de banda. En estos casos, se emplean algunas técnicas de ajuste del ancho de banda, disminuyendo o aumentando el factor de calidad.

Si lo que se desea es disminuir el factor de calidad, se coloca una carga resistiva en paralelo al circuito resonante. En cambio, si lo que se desea es aumentar el factor de calidad, se utilizan circuitos conocidos como de derivación, que pueden ser de tipo inductivo o capacitivo. Sin embargo, es importante mencionar que a pesar de aumentar la Q_{eff} , el valor del voltaje de salida resultará atenuado después de pasar por el circuito tanque.

3.1 Reducción del factor de calidad en circuitos sintonizados

Cuando se añade una carga en paralelo al circuito tanque, disminuye el factor de calidad. Esta disminución es cuantificada en un factor de calidad efectivo, representado por Q_{eff} . La carga se representa como una resistencia R_1 que se encuentra en paralelo a la resistencia de pérdidas del circuito tanque R_p , por lo que la resistencia total se puede escribir como

$$R_{sh} = R_1 || R_p \quad (55)$$

Y el factor de calidad efectivo se expresa como

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L} \quad (56)$$

Debido a esto, el ancho de banda aumenta y se representa de la siguiente forma

$$BW = \frac{f_0}{Q_{eff}} \quad (57)$$

3.2 Ajuste del ancho de banda con circuito de derivación capacitiva

Mediante la técnica de derivación capacitiva se procura evitar la disminución del factor de calidad de un circuito tanque. Consiste en dividir el capacitor resonante en dos capacitores y reubicar la carga R_L . La carga se conecta entre los dos capacitores. Para calcular el valor de los dos capacitores y el de la carga total R_T del circuito resonante, se utiliza una serie de equivalencias mostradas en la Figura 21. En este caso se trabaja con un inductor ideal, por lo que no hay pérdidas en serie causadas por el inductor [5].

Para calcular el valor C_{eq} y R_t , hacemos lo siguiente.

En primer lugar, obtenemos la resistencia equivalente en serie de R_L . Como se muestra en la Ecuación 39, el equivalente en paralelo de una resistencia en serie es igual a la resistencia multiplicada por el cuadrado del factor de calidad, que, en este caso, es

$$R_L = R_s Q_C^2$$

$$R_s = \frac{R_L}{Q_C^2}$$

Ahora, el factor de calidad del capacitor en paralelo con R_L es $Q_C = \omega R_L C$. Si lo sustituimos, tendremos

$$R_s = \frac{1}{R_L \omega^2 C^2} \quad (58)$$

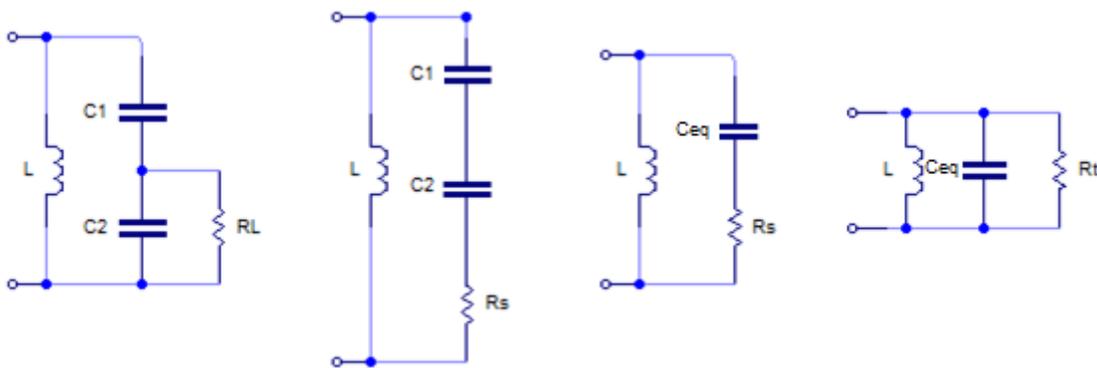


Figura 21. Proceso de derivación capacitiva. [5]

La capacitancia C_{eq} del circuito resonante es la combinación en serie de los capacitores C_1 y C_2 .

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (59)$$

Ahora que tenemos tanto la capacitancia equivalente como la resistencia R_s , el factor de calidad es $Q_s = \frac{1}{\omega R_s C_{eq}}$. Podemos transformar a R_s a su forma paralela partiendo de

$$R_t = Q_s^2 R_s \quad (60)$$

Que es equivalente a la Ecuación 39. Si sustituimos Q_s por $\frac{1}{\omega R_s C_{eq}}$ tendremos

$$R_t = \frac{1}{R_s \omega^2 C_{eq}^2} \quad (61)$$

Si en la expresión anterior sustituimos R_s por la Ecuación 58 obtenemos

$$R_t = \frac{1}{\frac{1}{R_L \omega^2 C_2^2} \omega^2 C_{eq}^2} = R_L \left(\frac{C_2^2}{C_{eq}^2} \right) = R_L \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 \quad (62)$$

En este punto, se puede asumir que tanto el capacitor C_{eq} como el resistor R_t están en paralelo con el inductor, por lo que la frecuencia de resonancia f_0 será

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{eq}}} \quad (63)$$

Y el factor de calidad efectivo Q_{eff}

$$Q_{eff} = \frac{R_t}{\omega L} \quad (64)$$

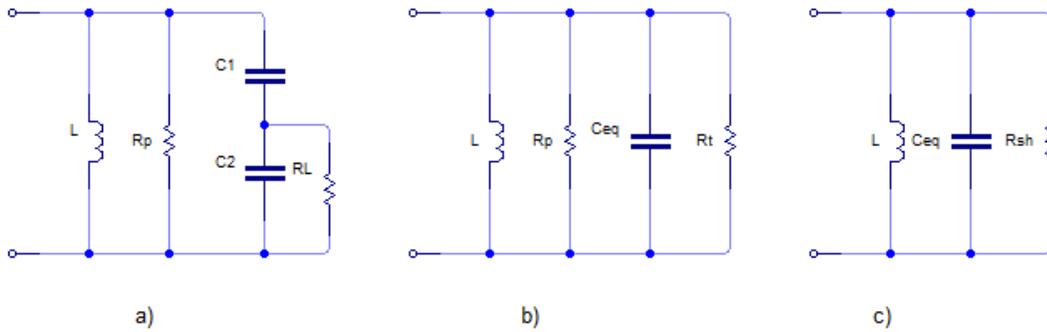


Figura 22. Derivación capacitiva incluyendo las pérdidas del inductor. a) Circuito inicial. b) Circuito con derivación. c) Circuito final

Si se desea trabajar con un inductor real, se deberán incluir las pérdidas generadas por el inductor de la siguiente manera:

A R_t , se deberán añadir las pérdidas en paralelo obteniendo así R_{sh} .

$$R_{sh} = R_t || R_p \quad (65)$$

Dónde R_p representa las pérdidas del inductor en paralelo. En la Figura 22 observamos la equivalencia de R_{sh} .¹¹

3.3 Ajuste del ancho de banda con circuito de derivación inductiva

La derivación inductiva puede utilizarse para llevar la impedancia general del circuito resonante a un nivel adecuado y ajustar el ancho de banda a un valor deseado. Consiste en dividir el inductor resonante en dos inductores y reubicar la carga R_L la cual se conecta entre los dos inductores. En este caso se está trabajando con un inductor ideal, por lo que no hay pérdidas en serie causadas por el inductor. En la Figura 23 se observa el proceso de derivación inductiva [5].

El primer paso, tal como se realizó en la derivación capacitiva, es obtener el equivalente en serie de la carga R_L . Para esto, se hace lo siguiente

¹¹ En R_{sh} , el subíndice "sh" viene de la abreviación de la palabra "shunt", que significa paralelo. Por eso, se utiliza para simbolizar el total de las resistencias en paralelo de los circuitos resonantes.

$$R_L = R_s Q_L^2$$

$$R_s = \frac{R_L}{Q_L^2}$$

Ahora, el factor de calidad del inductor L_2 , que es al que está conectado en paralelo la resistencia R_L , será $Q_L = \frac{\omega L_2}{R_s}$. Si lo sustituimos, tendremos

$$R_s = \frac{R_L}{\left(\frac{\omega L_2}{R_s}\right)^2} = \frac{R_L R_s^2}{\omega^2 L_2^2}$$

$$R_s = \frac{\omega^2 L_2^2}{R_L} \quad (66)$$

La inductancia equivalente L_{eq} del circuito resonante es la suma de los inductores L_1 y L_2 .

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \quad (67)$$

Ahora que tenemos tanto la inductancia equivalente L_{eq} como la resistencia R_s , el factor de calidad del inductor equivalente es $Q_{Leq} = \frac{\omega L_{eq}}{R_s}$. Podemos transformar a R_s a su forma paralela partiendo de

$$R_t = Q_{Leq}^2 R_s \quad (68)$$

Si sustituimos Q_{Leq} por $\frac{\omega L_{eq}}{R_s}$ tendremos

$$R_t = \left(\frac{\omega L_{eq}}{R_s}\right)^2 R_s = \frac{\omega^2 L_{eq}^2 R_s}{R_s^2} = \frac{\omega^2 L_{eq}^2}{R_s}$$

Si en la expresión anterior sustituimos R_s por la Ecuación 66 obtenemos:

$$R_t = \frac{\omega^2 L_{eq}^2}{\frac{\omega^2 L_2^2}{R_L}} = \frac{R_L L_{eq}^2}{L_2^2} \quad (69)$$

Si ahora sustituimos L_{eq} por $L_1 + L_2$ tendremos finalmente

$$R_t = R_L \left(\frac{L_1 + L_2}{L_2} \right)^2 \quad (70)$$

En este punto, se puede asumir que tanto el capacitor L_{eq} como el resistor R_t están en paralelo con el capacitor, por lo tanto la frecuencia de resonancia del circuito será

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{eq}C}} \quad (71)$$

Y su factor de calidad será

$$Q_{eff} = \frac{R_t}{\omega L} \quad (72)$$

Ambos tipos de derivación cumplen con la misma función, que es aumentar el factor de calidad para disminuir el ancho de banda. La razón para inclinarse por alguna de estas técnicas tiene que ver con los valores comerciales a los que se tiene acceso para realizar las derivaciones y no con la efectividad del proceso de derivación.

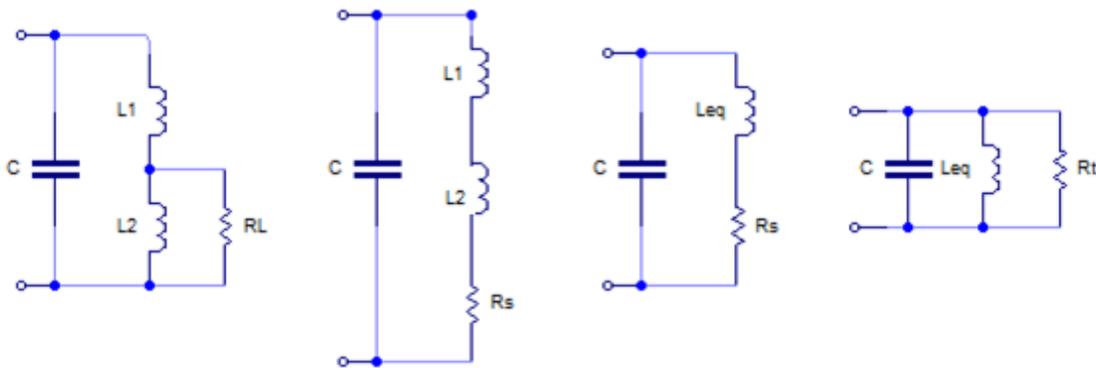


Figura 23. Proceso de derivación inductiva. [5]

3.4 Ejemplos

1.- Si en el problema 1 de la sección "Circuitos resonantes en paralelo" se modificara el factor de calidad resonante a 18.5 y la frecuencia de resonancia a 800 kHz, ¿Cuál sería el valor de R_p ? Si se le agregara una carga R de 40 k Ω , ¿Cuál sería su Q_{eff} ?

Para obtener R_p , necesitamos obtener primero la nueva R_s , entonces

$$R_s = \frac{\omega_0 L}{Q_0} = \frac{(2\pi \cdot 800 \text{ kHz}) \cdot 80 \mu\text{H}}{18.5} = 21.74 \Omega$$

$$R_p = Q_0^2 R_s = (18.5)^2 \cdot 21.74 \Omega = 7.44 \text{ k}\Omega$$

Para Q_{eff} :

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L} = \frac{R || R_p}{\omega_0 L} = \frac{R \cdot R_p}{R + R_p}$$

$$Q_{eff} = \frac{40 \text{ k}\Omega \cdot 7.44 \text{ k}\Omega}{40 \text{ k}\Omega + 7.44 \text{ k}\Omega} \cdot \frac{1}{(2\pi \cdot 800 \text{ kHz}) \cdot 80 \mu\text{H}}$$

$$Q_{eff} = 15.60$$

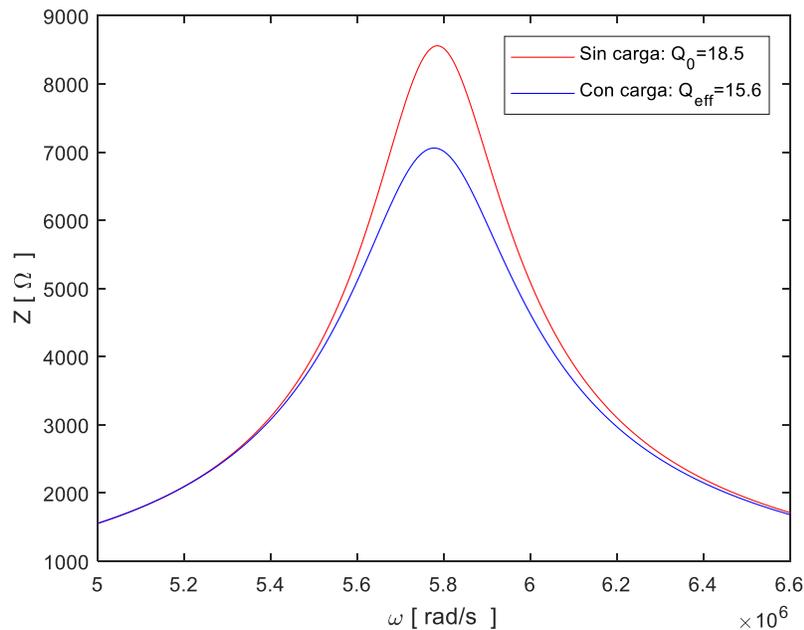


Figura 24. Comparación de circuito sin carga y con carga.

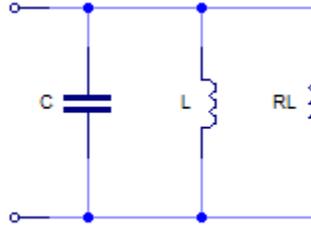


Figura 25. Circuito resonante en paralelo

En la Figura 24 se graficaron ambas respuestas, cuando $Q_0 = 18.5$, que es el circuito sin carga, y cuando $Q_{eff} = 15.60$, que es con la carga de $40 \text{ k}\Omega$ conectada en paralelo. Así, podemos observar que, en efecto, al colocar una resistencia en paralelo se disminuye el factor de calidad, aumentando así el ancho de banda.

2.- Adaptar el circuito resonante en paralelo de la Figura 25 utilizando derivación capacitiva y derivación inductiva para ajustar el ancho de banda a 100 kHz sin modificar la frecuencia de resonancia.

Donde $C=1 \text{ nF}$, $L= 1 \text{ }\mu\text{H}$ y $R_L=1 \text{ k}\Omega$.

a) Derivación capacitiva

Para la derivación capacitiva, debemos obtener el valor de los capacitores C_1 y C_2 que sustituirán al capacitor C , así como el valor de la resistencia total equivalente R_T . En principio, con los valores propuestos, obtenemos la frecuencia de resonancia del circuito resonante, f_0 , su factor de calidad Q_0 y su ancho de banda BW. Para esto:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1 \text{ }\mu\text{H})(1 \text{ nF})}} = 5.033 \text{ MHz}$$

$$Q_0 = \frac{R_L}{\omega_0 L} = \frac{1 \text{ k}\Omega}{(2\pi(5.033 \text{ MHz}))(1 \text{ }\mu\text{H})} = 31.62$$

$$\text{BW} = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{5.033 \text{ MHz}}{31.62} = 159.17 \text{ kHz}$$

Como se desea mantener la frecuencia de resonancia, debemos considerar que, en el diseño final, $C_{eq} = 1 \text{ nF}$.

El siguiente paso es obtener el factor de calidad efectivo Q_{eff} . Para esto, utilizamos el nuevo valor del ancho de banda $BW_2 = 100$ kHz.

$$Q_{eff} = \frac{f_0}{BW_2} = \frac{5.033 \text{ MHz}}{100 \text{ kHz}} = 50.33$$

Con este valor de Q_{eff} podemos obtener el valor de la resistencia total equivalente en paralelo R_t .

$$Q_{eff} = \frac{R_t}{\omega_0 L}$$

$$R_t = Q_{eff} \omega_0 L = (50.33)(2\pi(5.033 \text{ MHz}))(1\mu\text{H}) = 1.591 \text{ k}\Omega$$

Si partimos de $R_t = R_L \left(\frac{C_2^2}{C_{eq}^2} \right)$, podemos despejar C_2 , ya que $C_{eq} = 1 \text{ nF}$

$$C_2^2 = \frac{R_t C_{eq}^2}{R_L}$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{R_t C_{eq}^2}{R_L}} = \sqrt{\frac{(1.591 \text{ k}\Omega)(1 \text{ nF})^2}{1 \text{ k}\Omega}} = 1.26 \text{ nF}$$

Finalmente, para obtener el valor de C_1 , lo despejamos de $C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$, tal que

$$C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{1 \text{ nF}} - \frac{1}{1.26 \text{ nF}}} = 4.84 \text{ nF}$$

b) Derivación inductiva

El procedimiento para realizar la derivación inductiva es muy similar. Se obtiene el valor de f_0 , Q_0 y BW , para después obtener la nueva Q_{eff} y la resistencia equivalente en paralelo R_t de la misma forma que en el punto anterior. Considerando que $Q_{eff} = 50.33$, $R_t = 1.519 \text{ k}\Omega$, $R_t = R_L \left(\frac{L_{eq}^2}{L_2^2} \right)$ y que, como en el punto anterior, al no querer modificar el valor de la frecuencia de resonancia f_0 , $L_{eq} = L = 1 \mu\text{H}$, podemos despejar L_2 de la siguiente forma

$$L_2 = \sqrt{\frac{R_L L_{eq}^2}{R_t}} = \sqrt{\frac{(1 \text{ k}\Omega)(1 \text{ }\mu\text{H})^2}{1.519 \text{ k}\Omega}} = 792.65 \text{ nH}$$

Finalmente, para obtener el valor de L_1 , lo despejamos de $L_{eq} = L_1 + L_2$

$$L_1 = L_{eq} - L_2 = 1 \text{ nH} - 792.65 \text{ nH} = 207.34 \text{ nH}$$

En la siguiente Figura se observa la gráfica de la respuesta del circuito inicial y del circuito después del procedimiento de derivación. El efecto de ambas derivaciones, tanto inductiva como capacitiva es el mismo en el circuito, por lo que la respuesta es la misma. Podemos observar como al aumentar el factor de calidad, se reduce el ancho de banda.

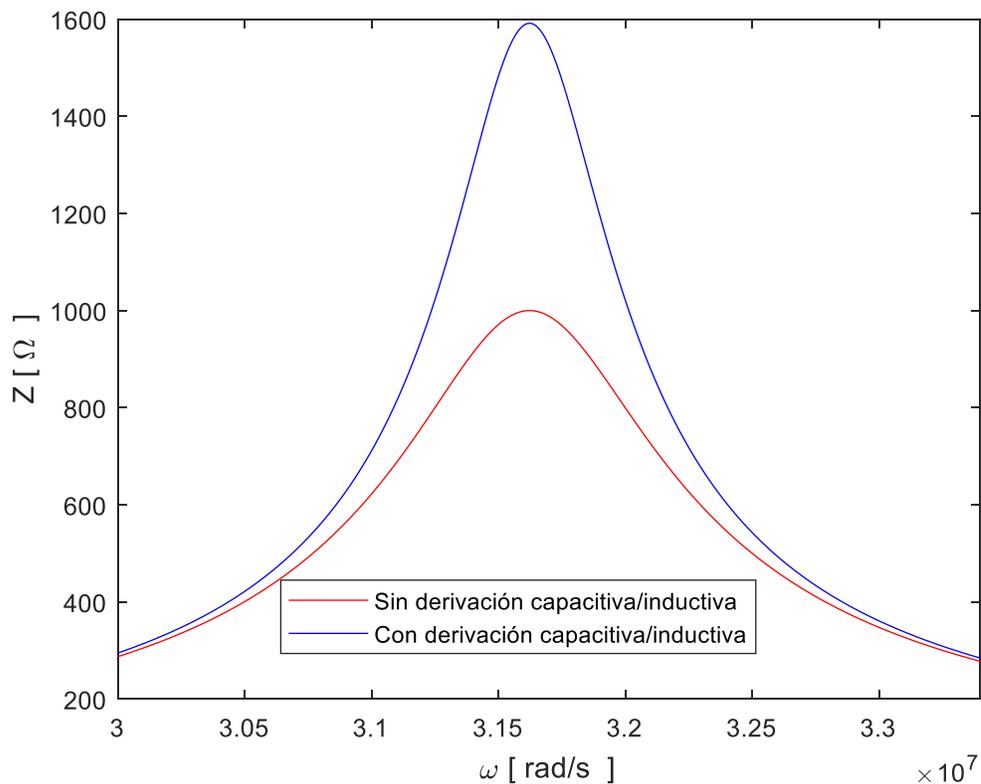


Figura 26. Respuesta del circuito sin derivación capacitiva y con derivación capacitiva.

4.- Sintonización múltiple con circuitos resonantes

Existen aplicaciones de circuitos sintonizados en las que el circuito debe de responder a un ancho de banda de frecuencias relativamente grande, por ejemplo, una antena receptora Ultra Wide-Band. En tales aplicaciones, una solución es el empleo de circuitos doblemente sintonizados, mejor conocidos como circuitos de múltiple sintonía.

Los circuitos doblemente sintonizados o de múltiple sintonía son combinaciones de dos o más circuitos en los cuales cada circuito individual o etapa, es sintonizada ligeramente a diferente frecuencia, con el propósito de producir una respuesta con el ancho de banda deseado. La Figura 27 ilustra una posible configuración del circuito doblemente sintonizado. En la Figura 27 se observa como los circuitos sintonizados se encuentran separados uno del otro por etapas de amplificación. La separación entre los circuitos sintonizados no tiene que ser necesaria si los circuitos interactúan entre ellos directamente, esto es si están acoplados, aunque las características de la respuesta es algo diferente comparada con los no acoplados.

Las respuestas producidas por cada uno de los circuitos sintonizados de la Figura 27 y la respuesta combinada son mostradas en la Figura 28. Se dice que la respuesta tiene buena selectividad, si el circuito tiene la capacidad de rechazar las frecuencias no deseadas, aún aquellas que se encuentran en los límites de la banda de paso.

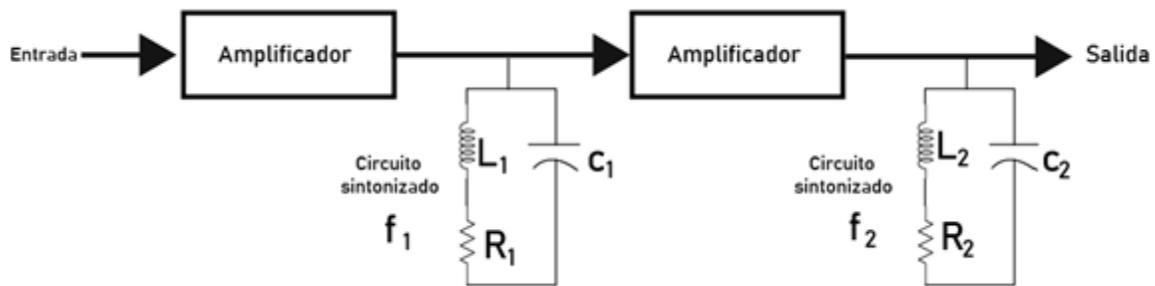


Figura 27. Circuito amplificador doblemente sintonizado [3]

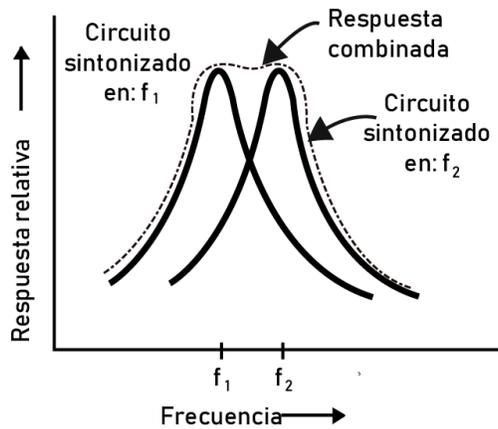


Figura 28 Respuesta en frecuencia de un circuito doblemente sintonizado [3]

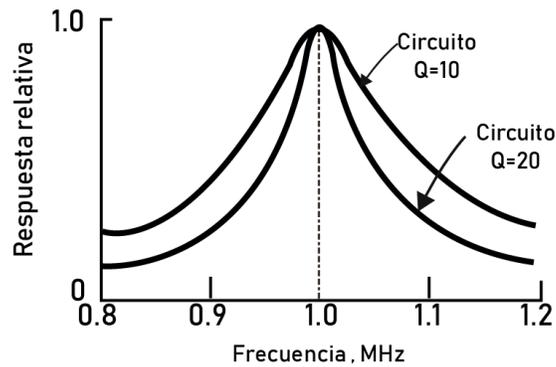


Figura 29. Respuesta en frecuencia de un circuito de sintonía simple [3]

La ventaja de los circuitos de múltiple sintonía, en términos de la selectividad, se aprecia al comparar la respuesta total de la Figura 28, con la curva más ancha de la Figura 29, la cual corresponde a la selectividad de un circuito de sintonía simple, donde el ancho de banda se logra a través de reducir la Q del circuito.

Puede existir el caso para el cual el ancho de banda requerido es tan grande que dos circuitos usados en una configuración de doble sintonía no son adecuados. Esto es porque el espacio entre las frecuencias en que los circuitos son sintonizados se incrementa a lo largo del ancho de banda total y una muesca o valle se produce entre las frecuencias de sintonía de cada circuito. La solución a este problema es el empleo de un circuito de triple sintonía, en el cual el tercer circuito se sintoniza en la frecuencia central justo donde es

posible que aparezca la muesca o valle debido a la distancia entre las frecuencias del circuito original de doble sintonía. La Figura 30 muestra la respuesta de un circuito de triple sintonía [3, 8].

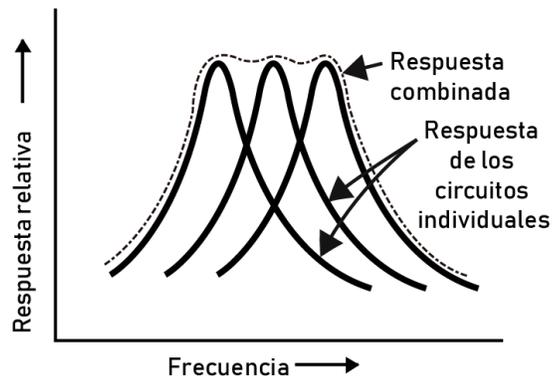


Figura 30. Respuesta de un circuito de triple sintonía [3]

5.- Amplificadores sintonizados

Un amplificador sintonizado se compone de un circuito tanque conectado a la salida de un amplificador y su función es amplificar frecuencias predefinidas. El amplificador tiene una ganancia propia, sin embargo, el circuito sintonizado hace que se modifique. La ganancia es proporcional a la magnitud de la impedancia del circuito sintonizado, por lo que, mientras más cerca se esté de la frecuencia de resonancia, la ganancia será mayor.

Para seleccionar la frecuencia de operación, el amplificador sintonizado cuenta con una etapa de sintonización, cuyas características principales son la sensibilidad y la selectividad.

5.1 Amplificadores sintonizados de baja frecuencia

Cuando el circuito tanque se añade al colector de un amplificador, tal como se muestra en la Figura 31 y en la Figura 32, la resistencia de salida del transistor r_{out} y la carga R_1 quedan en paralelo con las pérdidas del inductor representadas por la resistencia R_p . El paralelo equivalente del circuito tanque en la frecuencia de resonancia será:

$$R_{sh} = R_p || R_1 || r_{out} \quad (73)$$

La Q_{eff} es menor que la Q_L debido a estas pérdidas adicionales. La magnitud de la impedancia de la carga Z_L mostrará un pico resonante en ω_0 , pero el ancho de banda será más angosto que para el circuito LC por sí solo debido a la Q_{eff} pequeña.

La ganancia de voltaje se representa como

$$A = \frac{-\beta Z_L}{r_{\pi} + \beta r_x + R_g} \quad (74)$$

Dónde R_g es la impedancia del generador de señales que está en función de la frecuencia, r_{π} es el equivalente a βr_e en el modelo r_e , donde r_e es la resistencia dinámica de la unión base-emisor y r_x es la resistencia interna de base del transistor.

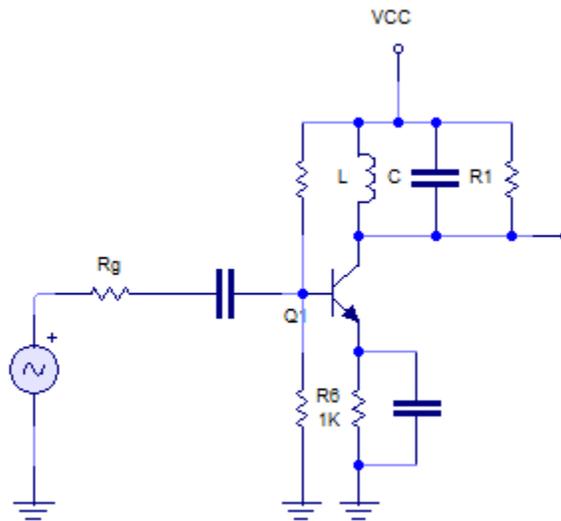


Figura 31. Amplificador sintonizado

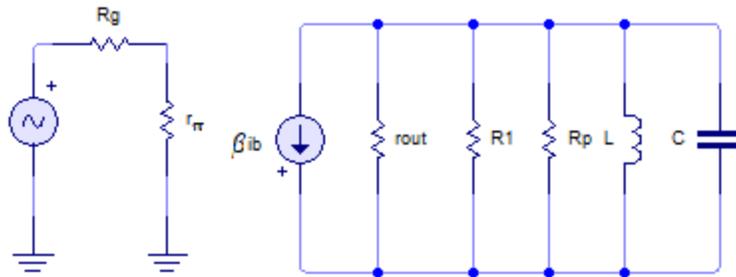


Figura 32. Modelo π de señal pequeña a bajas frecuencias.

La magnitud de la ganancia es¹²

$$|A| = \frac{\beta |Z_L|}{r_\pi + r_x + R_g} \quad (75)$$

La ganancia del amplificador sintonizado tiene una respuesta en frecuencia proporcional a la respuesta en frecuencia del circuito tanque. Ya que la ganancia del circuito es proporcional a la magnitud del circuito sintonizado con carga, la ganancia en la frecuencia de resonancia se puede expresar como

¹² La resistencia del emisor no se toma en cuenta debido al capacitor de bypass que está conectado en paralelo a esta resistencia.

$$A_{res} = \frac{-\beta\omega_0 L Q_{eff}}{r_\pi + r_x + R_g} = \frac{-\beta R_{sh}}{r_\pi + r_x + R_g} \quad (76)$$

5.2 Amplificadores sintonizados de alta frecuencia

Por lo general, asumimos que la impedancia de salida del transistor es real y que el transistor equivalente simple se aplica al amplificador sintonizado. Para las aplicaciones de banda angosta a altas frecuencias, el transistor suele ser una opción complicada debido a las bajas impedancias de entrada y salida asociadas con el transistor y su tendencia a la inestabilidad, relacionada con la retroalimentación positiva generada por el capacitor colector-base. La Figura 33 muestra un amplificador sintonizado con el circuito equivalente π -híbrido usado por el transistor para altas frecuencias.

El valor de la resistencia de salida del transistor r_{out} puede despreciarse si hay una carga de baja resistencia, sin embargo, el circuito resonante de banda angosta no siempre satisface este requerimiento. En la resonancia, la impedancia del circuito sintonizado puede variar de kilohms a megaohms, dependiendo del componente usado. Partiendo de que la impedancia de salida del transistor puede ser de menos de 50 K Ω , puede disminuir la Q efectiva y generar una selectividad menor.

Si no se añade una resistencia externa al circuito tanque, la resistencia en paralelo resulta ser $R_{sh} = R_p || r_{out}$. Por lo general r_{out} es considerablemente menor que R_p , lo que significa que Q_{eff} es considerablemente menor que Q_0 y que la selectividad es más pobre que en el circuito sin carga. Por esto, para una buena selectividad, la carga del circuito tanque debida a la impedancia de salida del transistor debe minimizarse.

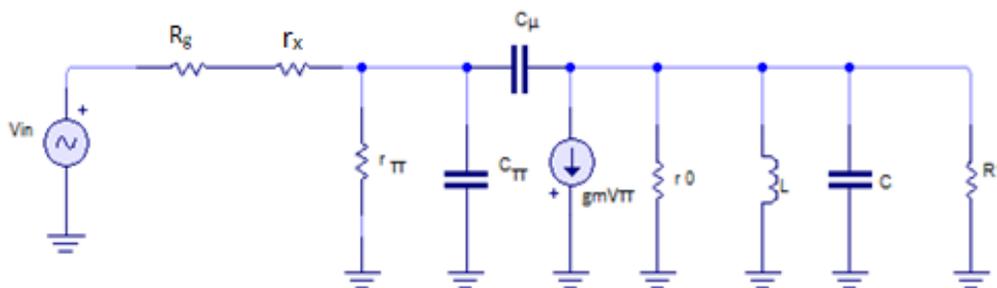


Figura 33. Modelo π de señal pequeña altas frecuencias.

La capacitancia interna del transistor C_{μ} que se muestra en la Figura 33 genera una baja impedancia en la salida del transistor a altas frecuencias. Los problemas de inestabilidad del transistor también se deben a la presencia de C_{μ} . En las frecuencias que se encuentran por debajo de la resonancia, la impedancia de carga es alta y ligeramente inductiva. Una porción del voltaje de salida se retroalimenta a través de C_{μ} hacia la entrada. Bajo estas condiciones, el voltaje de retroalimentación puede ser mayor que el aplicado inicialmente. Esto podría generar oscilaciones, lo que significa que podría existir un voltaje de salida aún si no hay señal de entrada. En resumen, la presencia de C_{μ} es la responsable de las dificultades generadas por los amplificadores sintonizados basados en BJT.

Para anular los efectos generados por C_{μ} , se puede añadir una corriente opuesta de la misma magnitud. Como se observa en la Figura 34, el transformador invierte la fase del voltaje de salida, y ya que la impedancia neutralizadora tiene la misma magnitud que la impedancia de salida, la corriente neutralizadora es igual en magnitud, pero opuesta con respecto a la corriente de retroalimentación. De esta manera, la corriente de malla de la salida hacia la entrada es aproximadamente cero, eliminando así el efecto de C_{μ} [5].

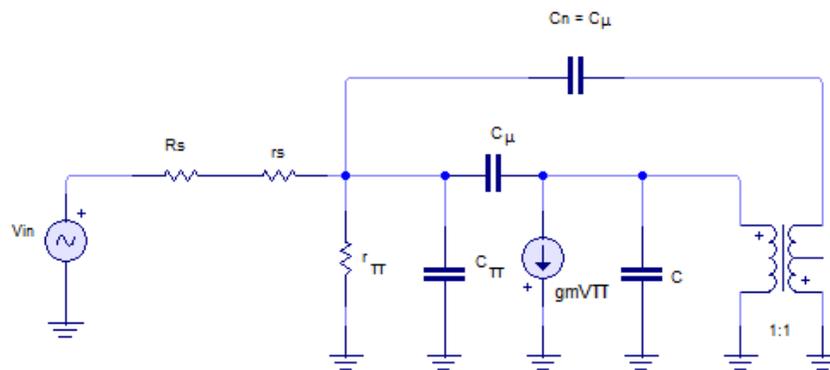


Figura 34. Amplificador sintonizado con transformador

6.- Sintonía de señales no sinusoidales

Una señal periódica se puede expresar en términos de su Serie de Fourier, que es la suma infinita de señales armónicas que tienen una frecuencia de múltiplo entero a su frecuencia, además de una componente de DC si llegara existir. Por ejemplo, la serie de Fourier de una señal cuadrada de corriente puede expresarse como

$$i = \frac{I_{pico}}{2} + \frac{2I_{pico}}{\pi} \left(\text{sen } \omega_c t - \frac{1}{3} \text{sen } \omega_c t + \frac{1}{5} \text{sen } \omega_c t - \dots \right) \quad (77)$$

En la Figura 35 se observa un ejemplo de una señal de corriente a 1 A, con una periodo de $1\mu\text{s}$ y su espectro.

Si esta corriente pasara a través de una impedancia, cada componente desarrollaría un voltaje dependiente de la amplitud de cada componente y de la magnitud de la impedancia en la frecuencia de dicho componente. Si la impedancia es únicamente resistencia, presentando la misma impedancia en todas las frecuencias, resultaría una señal cuadrada de voltaje. Cuando esta corriente se introduce en un circuito tanque con un factor de calidad grande, sintonizado a uno de los componentes de AC de la señal, solo este

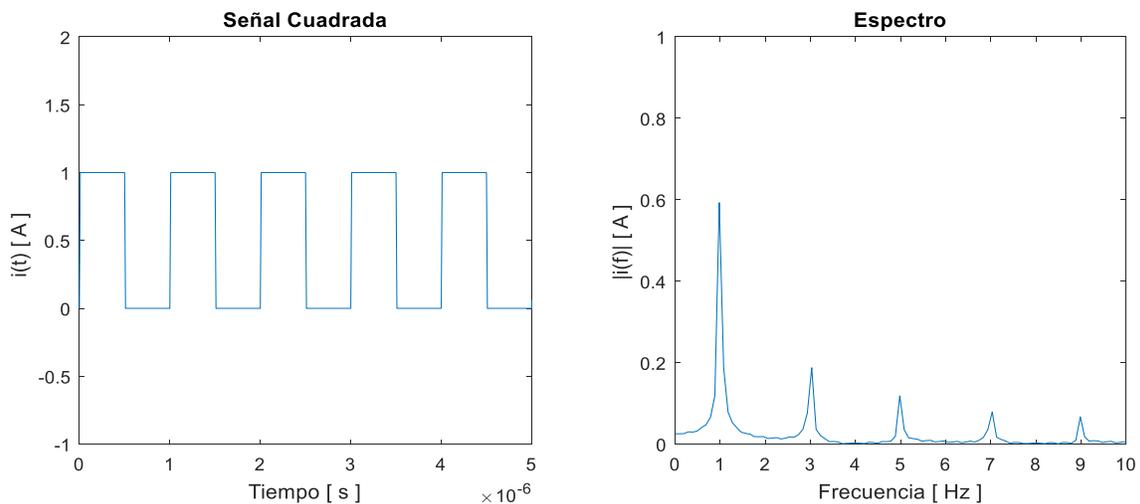


Figura 35. Ejemplo de una señal cuadrada en el dominio del tiempo y de la frecuencia.¹³

¹³ Gráficos realizados utilizando MATLAB

componente generará un voltaje alrededor del circuito tanque. Ya que el circuito sintonizado entregará impedancias despreciables para DC y los demás componentes, voltajes despreciables se generarán en todas las demás frecuencias. Esto se observa en la siguiente Figura, si la señal anterior entra a un circuito sintonizado a 1 MHz, la respuesta que se obtendría sería la que se observa en la Figura 36.

Las señales periódicas no sinusoidales se pueden ocupar en la etapa de amplificación, sin embargo, la forma de onda de salida puede ser sinusoidal si el circuito resonante está sintonizado adecuadamente. Esta señal tendrá una frecuencia igual a la frecuencia fundamental o igual a la frecuencia de alguno de los armónicos, dependiendo de la frecuencia resonante del circuito sintonizado. Es importante mencionar que, si el transistor alcanza el estado de saturación en el pico de la señal de salida, sucede un efecto limitante de amplitud.

Existen diversas aplicaciones en las que las señales periódicas no sinusoidales se ocupan durante la etapa de sintonización. Por ejemplo, en los amplificadores clase C en las que la corriente del colector es sinusoidal por menos de medio periodo e igual a cero durante el resto del periodo.

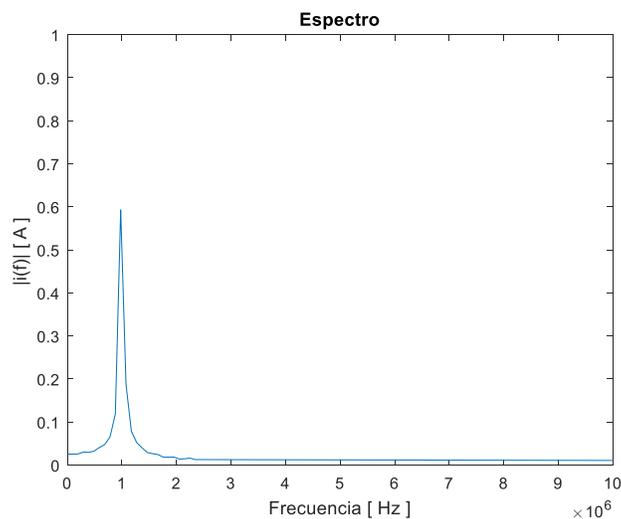


Figura 36. Respuesta en frecuencia.

7.- Ejercicios propuestos

Ejemplo

Utilizando el circuito de la siguiente Figura 37 y considerando que $L=35 \mu\text{H}$, $C=64.5 \text{ pF}$,

$Q_L=70$, $r_o=100 \text{ k}\Omega$, calcular:

- La frecuencia de resonancia
- El factor de calidad efectivo, Q_{eff} y su ancho de banda, BW.
- Modificar el diseño del circuito para que su ancho de banda sea 15% mayor al ancho de banda obtenido en inciso anterior.

Resolución:

a.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(35 \mu\text{H})(64.5 \text{ pF})}} = 3.349 \text{ MHz}$$

b. Para obtener Q_{eff} , se utiliza la siguiente expresión:

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L}$$

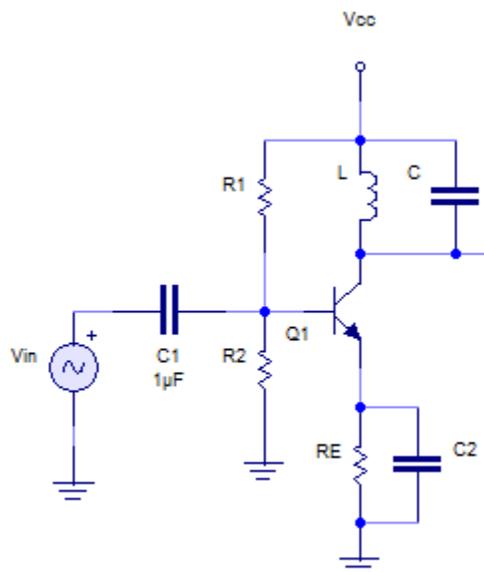


Figura 37. Amplificador sintonizado

Por eso, primero debemos obtener la resistencia de pérdidas del inductor, R_p , lo que se hace de la siguiente forma:

$$R_p = \omega_0 L Q_L = (2\pi(3.349 \text{ MHz})(35 \mu\text{H})(70)) = 51.55 \text{ k}\Omega$$

Posteriormente, debemos obtener la resistencia equivalente en paralelo, R_{sh} .

$$R_{sh} = R_p || r_0 = \frac{R_p \cdot r_0}{R_p + r_0} = \frac{(51.55 \text{ k}\Omega * 100 \text{ k}\Omega)}{(51.55 \text{ k}\Omega + 100 \text{ k}\Omega)} = 34.01 \text{ k}\Omega$$

Ahora sí, podemos calcular Q_{eff} .

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L} = \frac{34.01 \text{ k}\Omega}{2\pi(3.349 \text{ MHz})(35 \mu\text{H})} = 46.59$$

Para obtener el ancho de banda BW:

$$BW = \frac{f_0}{Q_{eff}} = \frac{3.349 \text{ MHz}}{46.58} = 71.88 \text{ kHz}$$

c. Un BW 15% mayor a 71.8 kHz sería:

$$BW_2 = BW * 1.15 = (71.88) * (0.90) = 82.662 \text{ kHz}$$

Para obtenerlo, se debe conectar una resistencia de carga R, cuyo valor se calcula a continuación:

Si $BW_2=82.662 \text{ kHz}$, su Q_{eff} sería de:

$$Q_{eff2} = \frac{f_0}{BW_2} = \frac{3.349 \text{ MHz}}{82.662 \text{ kHz}} = 40.51$$

Para obtener el valor de R, debemos primero obtener el nuevo valor de la resistencia equivalente en paralelo, R_{sh2} , para después poder despejar R y obtener su valor.

$$Q_{eff} = \frac{R_{sh}}{\omega_0 L}$$

$$R_{sh} = Q_{eff} \omega_0 L = 40.51 * 2\pi(3.349 \text{ MHz})(35 \mu\text{H}) = 29.835 \text{ k}\Omega$$

Ahora, despejamos R de la siguiente expresión

$$R_{sh2} = R_p || r_o || R = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{R}}$$

Al despejar R de R_{sh2} , tenemos

$$R = \frac{R_{sh2}}{1 - \frac{R_{sh2}}{R_p} - \frac{R_{sh2}}{r_o}} = \frac{29.835 \text{ k}\Omega}{1 - \frac{29.835 \text{ k}\Omega}{51.55 \text{ k}\Omega} - \frac{29.835 \text{ k}\Omega}{100 \text{ k}\Omega}} = 242.77 \text{ k}\Omega$$

Ejercicio 1

1.- Partiendo del circuito de la Figura 38 y considerando que $R_1= 56\text{ k}\Omega$, $R_2= 8.2\text{ k}\Omega$, $R_E=1.5\text{ k}\Omega$, $\beta =90$, $r_0=100\text{ k}\Omega$ y $V_{CC} = 22\text{ V}$, calcular:

a. El valor de la capacitancia C requerida para una frecuencia de resonancia de 10 MHz si la inductancia es de $40\text{ }\mu\text{H}$ y tiene una Q_L de 75 .

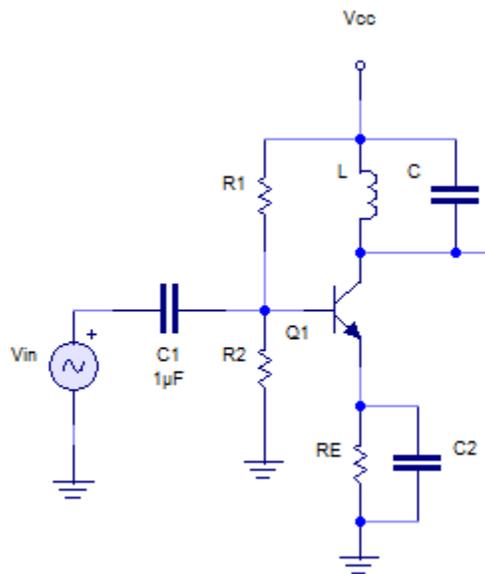
b. El factor de calidad efectivo del circuito, Q_{eff}

c. El ancho de banda BW

d. El voltaje V_{out} de salida cuando se le aplica una señal de entrada V_{in} de 5 mV .

Resultados:

$C=6.33\text{ pF}$, $Q_{eff}=25.99$, $BW=384.76\text{ kHz}$, $V_{out}= 17.67\text{ V}$.



Ejercicio 2

2. El circuito mostrado en la Figura 39, tiene una inductancia $L = 50\mu\text{H}$, los límites de la banda de paso del circuito resonante sin carga son $f_1 = 4.96\text{MHz}$ y $f_2 = 5.03\text{ MHz}$, considerando

$V_{CC} = 25\text{ V}$, $V_E = 2.5\text{V}$, $I_{CQ} = 1.5\text{ mA}$, $r_0 = 100\text{ k}\Omega$ y $\beta = 100$, determinar:

- Frecuencia de resonancia.
- Factor de calidad del inductor.
- Valor del capacitor C .
- Factor de calidad efectivo Q_{eff} y ancho de banda considerando $R = 70\text{k}\Omega$.
- El valor de las resistencias R_1 , R_2 y R_E .
- Modificar el valor de R para tener un ancho de banda de 220 kHz ,

Resultados:

$f_0 = 4.995\text{ MHz}$, $Q_L = 71.35$, $C = 20.30\text{ pF}$, $Q_{eff} = 19.18$, $\text{BW} = 260.43\text{ kHz}$, $R_1 = 113.77\text{ k}\Omega$, $R_2 \leq 16.7\text{ k}\Omega$, $R_E = 1.67\text{ k}\Omega$, $R = 109.38\text{ k}\Omega$.

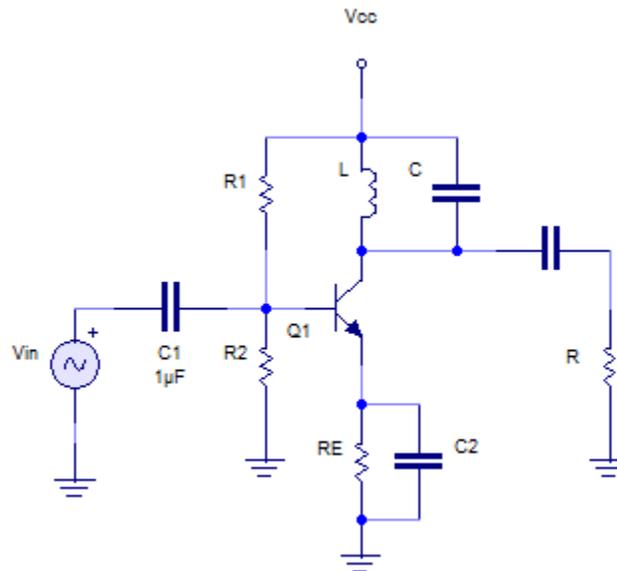


Figura 38. Amplificador sintonizado con carga

¹⁴ El valor de R_1 se obtuvo considerando $R_2 = 16.7\text{k}\Omega$

8. Prácticas de laboratorio

8.1 Amplificadores sintonizados

Objetivo

Que el alumno ponga en práctica los conocimientos adquiridos acerca de las configuraciones básicas de los amplificadores sintonizados y las técnicas de ajuste del factor de calidad, familiarizándose así con su funcionamiento y participando en el desarrollo de los circuitos.

Cuestionario Previo

- 1.- ¿Cuál es la función de un amplificador sintonizado?
- 2.- ¿Cómo se compone un amplificador sintonizado?
- 3.- Mencione 3 técnicas para ajustar el ancho de banda.
- 4.- Si lo que se desea es disminuir el ancho de banda, ¿cuál es la técnica más recomendada?

Nota:

En la práctica hay 3 casos distintos. El profesor se encargará de asignar los casos a cada equipo.

Trabajo Previo

- 1.- Basado en el diseño presentado en la Figura 40, calcule los valores de R_1 , R_2 , C_1 y C_2 para el correcto funcionamiento del circuito, considerando que $V_{CC} = 15V$.
- 2.- Calcule la frecuencia de resonancia, el factor de calidad del inductor, el factor de calidad efectivo y el ancho de banda, con los datos correspondientes al caso que se le asignó.

Equipo y material

Equipo

- Generador de funciones
- Osciloscopio
- Fuente de alimentación DC
- Analizador de espectros

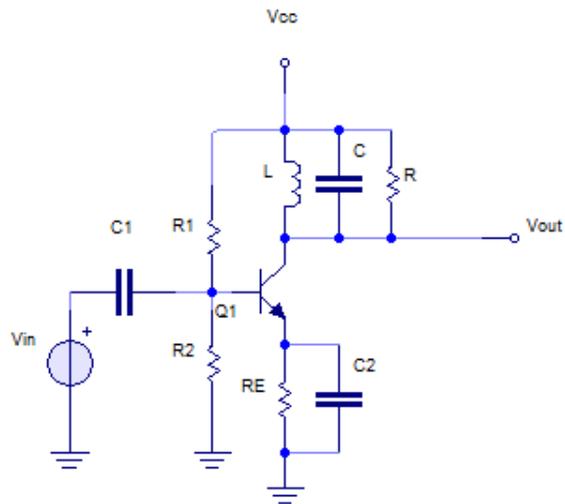


Figura 39. Amplificador sintonizado

Material

- Cables BNC-caimán
- Cables Banana-caimán
- Cables caimán-caimán
- Inductores
 - Para Caso A: $47\mu\text{H}$
 - Para Caso B: $220\mu\text{H}$
 - Para Caso C: $33\mu\text{H}$

- Capacitores

Para C1 y C2, los capacitores de los valores obtenidos según el trabajo previo.

Para C, Ca y Cb:

- Para Caso A: 2.2 nF, 3.3 nF, 6.8 nF
- Para Caso B: 68 pF, 100 pF, 220 pF
- Para Caso C: 47 pF, 68 pF, 150 pF.

- Resistores

Para R1 y R2, los resistores de los valores obtenidos según el Trabajo previo.

Para R, la resistencia de carga será:

- Para Caso A: 180 Ω
- Para Caso B: 2.2 k Ω
- Para Caso C: 1k Ω

Adicional a dicho resistor, incluya uno de mayor valor y uno de menor valor.

- Transistores
1 BC547

Desarrollo

Experimento 1

1.1- Arme el circuito de la siguiente Figura:

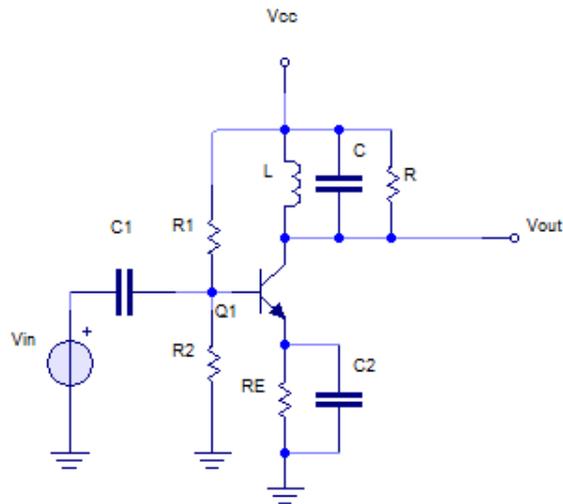


Figura 40. Amplificador sintonizado

Caso	f_0	L	C	R	BW
A	495kHz	47 μ H	2.2nF	180 Ω	410.24 kHz
B	1.3MHz	220 μ H	68pF	2.2 k Ω	1.0835 MHz
C	4MHz	33 μ H	47pF	1 k Ω	3.3975 MHz

Tabla 3. Valores de L, C y R en cada caso

1.2.- Introduzca una señal cuadrada con la amplitud y frecuencia indicada en la siguiente tabla:

Caso	Amplitud	Frecuencia de señal cuadrada
A	$0.09V_{pp}$	99 kHz
B	$0.09V_{pp}$	260 kHz
C	$0.09V_{pp}$	800 kHz

Tabla 4. Valores de amplitud y frecuencia en cada caso

1.3.- Visualice el espectro de entrada y salida del circuito.

1.4.- Cambie el resistor R de la Figura 41 por uno de menor valor y visualice el espectro a la salida.

1.5.- Cambie el resistor R de la Figura 41 por uno de mayor valor y visualice el espectro a la salida.

1.6.- Compare los resultados del punto 1.4 y 1.5.

Experimento 2

2.1.- Arme el circuito de la Figura 42 con los valores según la práctica:

Práctica	C_a	C_b
A	3.3 nF	6.8 nF
B	100 pF	220 pF
C	68 pF	150 pF

Tabla 5. Valores de capacitancia en cada caso

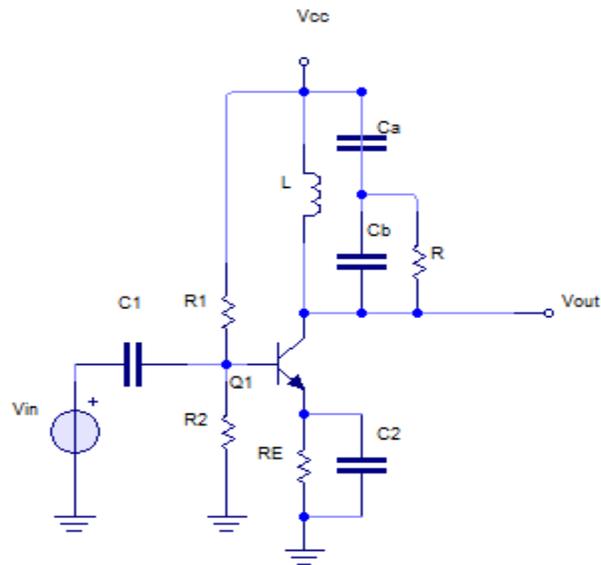


Figura 41. Circuito con derivación capacitiva

- 2.2.- Visualice el espectro de entrada y salida del circuito.
- 2.3.- Invierta los valores de C_a y C_b .
- 2.4.- Visualice el espectro de salida.
- 2.5.- Compare los resultados con los obtenidos en el punto 2.2
- 2.6.- Compare ambos métodos de ajuste de ancho de banda.

8.2 Amplificadores doblemente sintonizados

Objetivo

Que el alumno se familiarice con el funcionamiento práctico de los amplificadores doblemente sintonizados, utilizando para su diseño los conocimientos obtenidos en clase.

Cuestionario Previo

- 1.- ¿Para qué se utilizan los amplificadores doblemente sintonizados?
- 2.- ¿Cuál es la diferencia entre un circuito resonante en serie y uno en paralelo?
- 3.- ¿Cómo se obtiene la frecuencia de resonancia de un circuito en serie y de un circuito en paralelo, respectivamente?
- 4.- ¿Cómo se obtiene la frecuencia de resonancia de un circuito en paralelo?
- 5.- ¿Cómo afecta en la ganancia la doble sintonización?
- 6.- ¿En qué caso conviene utilizar un amplificador doblemente sintonizado sobre uno sencillo?

Trabajo Previo

- 1.- Basado en el siguiente diseño, calcule los valores de R_1 , R_2 , C_1 y C_2 para la correcta polarización del circuito. Considere $V_{CC} = 15V$.

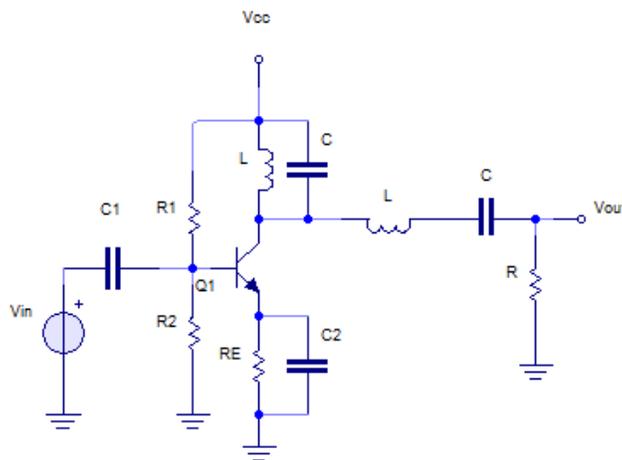


Figura 42. Amplificador doblemente sintonizado

2.- Calcule los valores del capacitor e inductor necesarios para obtener las siguientes frecuencias:

- 500 kHz
- 2.7 MHz
- 5.5 MHz
- 6.8 MHz

Equipo y material

Equipo

- Generador de funciones
- Osciloscopio
- Fuente de alimentación DC
- Analizador de espectros

Material

- Cables BNC-caimán
- Cables Banana-caimán
- Cables caimán-caimán

Inductores

- 2 de 47 μH
- 2 de 2.2 μH
- 2 de 1.8 μH

Capacitores:

- 2 de 47 nF
- 2 de 2.2 nF
- 2 de 1.5 nF
- 2 de 300 pF
- 4 de 47 μF

Resistencias:

- 2 de 15 KOhms
- 2 de 100 Ohms
- 2 de 820 Ohms
- 2 de 330 Ohms

Transistores:

- 2 BC547

Desarrollo

Experimento 1

- 1.1 Verifique la frecuencia de resonancia de los circuitos resonantes. Para esto realice el alambrado del circuito incluyendo únicamente el circuito resonante en paralelo. Conecte a la entrada una señal sinusoidal de 2 Vpp, para posteriormente realizar un barrido de frecuencias. La frecuencia de resonancia será en la que se obtenga la mayor amplitud de la onda.
- 1.2 Alambre el circuito amplificador doblemente sintonizado mostrado en la Figura 44 utilizando los valores obtenidos en el trabajo previo. Ambos circuitos resonantes se sintonizarán a la misma frecuencia.

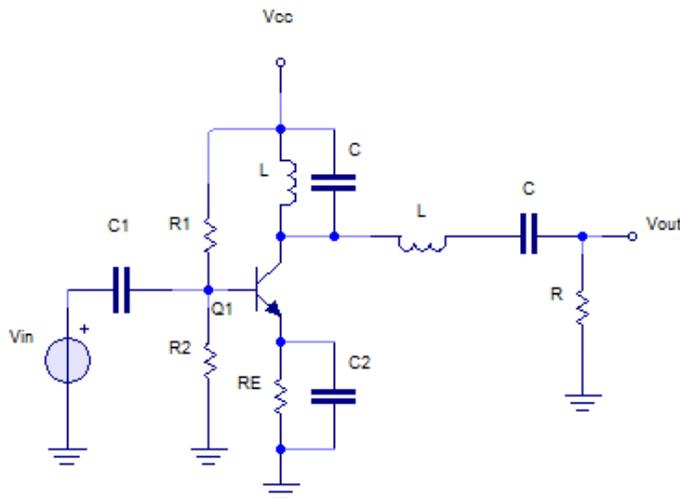


Figura 43. Amplificador doblemente sintonizado.

- 1.3 Introduzca una señal sinusoidal de 0.05 Vp.
- 1.4 Mediante la variación de la frecuencia de la señal de entrada, compruebe la frecuencia de resonancia de ambos circuitos.
- 1.5 Encuentre el ancho de banda, así como el factor de calidad de ambos circuitos.
- 1.6 Dibuje la señal de salida.
- 1.7 Compare los resultados con los obtenidos en la práctica anterior.

Experimento 2

- 2.1 Utilizando el circuito anterior, sintonice los circuitos resonantes en las frecuencias distintas. Nota: Utilice los valores calculados en el trabajo previo.
- 2.2 Introduzca una señal sinusoidal de 0.05 Vp.
- 2.3 Mediante la variación de la frecuencia de la señal de entrada, compruebe la frecuencia de resonancia de ambos circuitos.
- 2.4 Encuentre el ancho de banda, así como el factor de calidad de ambos circuitos.
- 2.5 Dibuje la señal de salida.
- 2.6 Compare los resultados con los obtenidos en la práctica anterior.

Conclusiones

Tras haber desarrollado estos apuntes, puedo agregar que considero que incentivar el uso de las Tecnologías de la Información como herramientas de estudio tiene un efecto positivo en los alumnos. En una época en la que todo el tiempo los alumnos están expuestos a los distintos bombardeos tecnológicos, utilizar dichas herramientas con un enfoque educativo parece una estrategia acertada. Es por eso que este material se planea difundir en medios electrónicos, a través del proyecto PE104915, “Laboratorio experimental de Circuitos de Radiofrecuencia”.

Es importante mencionar que estas herramientas no pueden, de ninguna manera, sustituir la función del profesor, sin embargo, pueden ser utilizadas en conjunto para mejorar la comprensión de los temas que en este trabajo se incluyen. Las notas no deben ser un pretexto para no asistir a clase o para dejar de prestar atención, deben ser una herramienta para complementar los conocimientos adquiridos en el aula.

Dentro de los resultados esperados tras presentar estas notas a los estudiantes, se encuentra mejorar su capacidad de abstracción del tema, así como su capacidad de resolución de ejercicios. De igual forma, se pretende motivar su capacidad de diseño al proponer prácticas en las cuales, si bien hay un primer diseño propuesto basado en los esquemas básicos de los amplificadores sintonizados, en este no se encuentran asignados los valores de los elementos que lo forman, se espera que el alumno, con los conocimientos obtenidos previamente, sea capaz de diseñar los circuitos para que sean funcionales en el laboratorio.

En conjunto, se desea integrar de una manera más eficiente la teoría con la práctica del tema estudiado, para que el estudiante pueda comprobar con mayor claridad que los resultados obtenidos en la teoría pueden ser alcanzados también en la práctica, y en caso de no ser así, que sea capaz de encontrar los puntos en los que pudo haber cometido algún error, para posteriormente, corregirlo.

Bibliografía

- [1] R. L. Shrader, *Electronic Communication*, USA: McGraw-Hill, 2005.
- [2] W. Tomasi, *Sistemas de comunicaciones electrónicas*, México : Pearson Education, 2003.
- [3] M. Kaufman y A. H. Seidman, *Handbook for Electronics Engineering Technicians*, USA: McGraw-Hill , 1976.
- [4] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th Edition ed., USA: John Wiley & Sons Inc., 2012.
- [5] D. Comer y D. Comer, *Advanced Electronic Circuit Desing*, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [6] J. Smith, *Modern Communication Circuits*, New York: McGraw-Hill , 1986.
- [7] «Vishay,» Vishay, [En línea]. Available: <https://www.vishay.com/docs/34174/ifcb0402.pdf>. [Último acceso: 19 06 2018].
- [8] P. H. Young, *Electronic Communication Techniques*, Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 2004.

Otro material de consulta recomendado:

- I. **Ludwing, Reinhold y Bogdanov, Gene.** *RF Circuit Desing: Theory & Applications*. 2nd Edition, Prentice Hall, 2009.
- II. **Chi-Hsi Li, Fichare.** *RF Circuit Desing*, 2nd Edition, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2012.
- III. **Hagen, Jon B.** *Radio-Frequency Electronics: Circuits and Applications*. 2nd Edition, United Kingdom: Cambridge University Press, 2009.
- IV. **Davis, W. Alan.** *Radio Frequency Circuit Design*, 2nd Edition, Wiley-IEEE Press, 2010
- V. **Everard, Jeremy.** *Fundamentals of RF Circuit Design: with Low Noise Oscillators*, Wiley, 2001.
- VI. **Boylestad, Robert L y Nashelsky, Louis.** *Teoría de Circuitos y Dispositivos Electrónicos*. 10^a Edición, México: Pearson Educación, 2009.

Glosario de términos

A .- Ganancia

β .- Eficiencia del transistor, parámetro beta.

BW .- Ancho de banda

C .- Capacitor / Capacitancia.

f .- Frecuencia

f_0 .-Frecuencia de resonancia

i/I .- Corriente

k .- Coeficiente de acoplamiento

k_c .- Coeficiente de acoplamiento crítico

L .- Inductor / Inductancia

M .- Inductancia mutua

P .- Potencia

Q .- Factor de calidad

Q_C .- Factor de calidad del capacitor

Q_L .- Factor de calidad del inductor

Q_0 .- Factor de calidad del circuito resonante sin carga

Q_{eff} .- Factor de calidad efectivo

R .- Resistor / Resistencia

R_C .- Resistencia de pérdidas del capacitor

R_g .- Resistencia del generador

R_p .- Resistencia de pérdidas del inductor en paralelo

R_s .- Resistencia de pérdidas del inductor en serie

R_{sh} .- Resistencia total en paralelo del circuito resonante en paralelo.

R_{s0} .- Resistencia de pérdidas del inductor en serie en la frecuencia de resonancia.

R_T .- Resistencia total en serie del circuito resonante en serie.

r_e .- Resistencia dinámica de la unión base emisor

r_o .- Resistencia intrínseca del transistor.

r_{out} .- Resistencia de salida del transistor.

r_x .- Resistencia interna del transistor

r_π .- Equivalente a βr_e en el modelo π .

v/V .- Voltaje

ω .- Frecuencia angular

ω_0 .- Frecuencia de resonancia angular

X_C .- Reactancia capacitiva

X_L .- Reactancia inductiva

Z .- Impedancia

Z_0 .- Impedancia en la frecuencia de resonancia.