

Fundamentos de Fotogrametría

M.C. Gualterio Luthe García

PROFESOR DE INGENIERIA
TOPOGRAFICA Y GEODESICA

UNAM Primera edición
mayo de 1979

FUNDAMENTOS DE FOTOGRAMETRIA

CONTENIDO

Prefacio	2
1. Introducción.....	4
2. Cámara aérea.....	17
3. Mediciones en fotografías	32
4. Fotogrametría de imagen unitaria	46
5. Estereoscopia	63
Apéndice.	
A. Análisis de la bibliografía.....	83
B. Ejemplo de ajustes por mínimos cuadrados.	96
C. Compensación de un triángulo.....	104
D. Compensación de un levantamiento híbrido.	107
E. Ortofotomapas	116

PREFACIO

A pesar de que actualmente la Fotogrametría tiene un amplio campo de aplicaciones en diferentes ramas científicas como son: Medicina, - Arquitectura, Agricultura, Ingeniería, etc., su principal uso sigue siendo en la elaboración de mapas topográficos. Por eso debemos considerar a la Fotogrametría como un componente importante del complejo sistema de la Topografía y Cartografía modernas.

Las personas que se dedican a la Fotogrametría pueden ser agrupadas en 3 categorías que son:

1. Técnicos fotogrametristas.
2. Fotogrametristas profesionales.
3. Fotogrametristas graduados.

Pertenecen a la categoría de técnicos fotogrametristas los operadores de instrumentos fotogramétricos a los cuales el profesor que los instruyó siempre les enfatizó el "que" y "como".

En la categoría de fotogrametristas profesionales están todas las personas que llevaron cursos de Fotogrametría a nivel universitario y -- que además de entender el "que" y "como", también saben el "porque".

Son fotogrametristas graduados aquellos que tienen títulos de -- maestría o doctorado en Fotogrametría. A este nivel, ambos, el profesor y el alumno son estudiantes que se dedican a la investigación y a la enseñanza.

Estos apuntes están enfocados para los estudiantes que quieren ser fotogrametristas profesionales.

Los temas que deben cubrir los cursos de Fotogrametría se pueden integrar siguiendo varios criterios:

A. Siguiendo las secuencias de trabajo los temas se pueden agrupar así:

1. Adquisición de datos.
2. Procesamiento de datos.
3. Análisis de datos y aplicaciones.

Desde mi punto de vista, este criterio es demasiado teórico y se aparta de la técnica tradicional para enseñar Fotogrametría.

B. Siguiendo el desarrollo histórico de la Fotogrametría, en:

1. Gráfica.
2. Analógica.
3. Analítica.

Este es un criterio conservador seguido por muchas instituciones educativas.

C. De acuerdo al desarrollo progresivo de las matemáticas que intervienen, en:

1. Fotografía unitaria.
2. Dos fotografías (estereo).
3. Múltiples fotografías (aerotriangulación).

Este último es el criterio usado en la elaboración de estos apuntes.

1. Introducción.

1.1 Definición y clasificación.....	5
1.2 Antecedentes históricos.....	8
1.3 Campo de aplicaciones.....	11
1.4 Organizaciones profesionales.....	14

1.1 DEFINICION Y CLASIFICACION

La palabra Fotogrametría tuvo su origen en Europa y se deriva de tres palabras griegas que son:

Photos - que significa "Luz"

Gramma - que significa "Aquello que es dibujado o escrito"

Metron - que significa "Medir".

El significado de la palabra Fotogrametría de acuerdo a las raíces de las tres palabras griegas que la forman es: "medición gráfica mediante la luz".

Sin embargo este significado de la palabra Fotogrametría no se puede considerar como una definición de lo que la Fotogrametría es actualmente. Desde sus inicios y principalmente durante las dos guerras mundiales, la Fotogrametría ha experimentado un sinnúmero de contribuciones en instrumentos, técnicas y aplicaciones que han obligado a ampliar y modificar las definiciones en más de una ocasión. En el Manual de Fotogrametría se define a la Fotogrametría como la ciencia o arte de obtener mediciones confiables, por medio de fotografías. Esta definición la amplían para incluir la interpretación de fotografías.

La Sociedad Americana de Fotogrametría define a la Fotogrametría como el arte, la ciencia y la tecnología para obtener información fidedigna de objetos físicos, y del medio ambiente a través de procesos de grabación, medición e interpretación de imágenes, fotografías y patrones de energía electromagnética radiante y otros fenómenos.

La Fotogrametría se puede dividir o clasificar según el aspecto que se considere. Por ejemplo en la definición de Fotogrametría se habla de obtener

información; si la información que se obtiene es cualitativa, entonces estamos en el campo de la Fotogrametría Interpretativa, que implica el reconocimiento e identificación de objetos. Si la información que se obtiene es cuantitativa -- entonces corresponde al campo de la Fotogrametría Métrica, que es donde se terminan con precisión los tamaños y formas de los objetos. La Percepción Remota es una rama relativamente nueva de la Fotogrametría Interpretativa.

Si consideramos la posición de la cámara se puede clasificar a la Fotogrametría en: aérea, terrestre y espacial. Es aérea, cuando las fotografías se toman desde un vehículo aéreo, como por ejemplo un avión; mientras que recibe el nombre de terrestre, cuando las fotografías se toman con la cámara apoyada en el terreno. Se considera espacial cuando las fotografías se toman desde un vehículo espacial como son los satélites.

De acuerdo a la técnica que se emplee para tratar y resolver los problemas fotogramétricos, la Fotogrametría se clasifica en: gráfica, analógica y analítica. La Fotogrametría Gráfica es la menos precisa y es donde se emplean dibujos y gráficas para encontrar las soluciones a los problemas. La Fotogrametría Analógica es la de uso más generalizado y resuelve los problemas fotogramétricos mediante los múltiples instrumentos analógicos que existen en el mercado.

En la Fotogrametría Analítica todos los problemas se resuelven numéricamente. Anteriormente la Fotogrametría Analítica tenía muy poco uso por lo tardado y complicado de las operaciones numéricas que implicaba; pero actualmente, con el desarrollo de las computadoras modernas, el uso de la Fotogrametría Analítica se está extendiendo rápidamente y día con día adquiere mayor importancia.

Según el sistema que se emplee, la Fotogrametría también se puede clasificar como convencional y no-convencional. Se habla de Fotogrametría Con-

vencional cuando el equipo y sistema que se usa es convencional, como por ejemplo: una cámara normal de proyección central en la cual se emplea película que registra la intensidad de los rayos luminosos. La Fotogrametría no-convencional es aquella en donde se usa otro tipo de cámaras que hacen uso de película que no registra la intensidad de los rayos luminosos, como por ejemplo: la película -férica que registra la temperatura de los cuerpos y objetos fotografiados.

CUADRO RESUMEN

	<u>Aspecto</u>	<u>Clasificación</u>
Fotogrametría	Información	<ul style="list-style-type: none"> Cualitativa (Interpretativa) Cuantitativa (Métrica)
	Posición	<ul style="list-style-type: none"> Espacial Aérea Terrestre
	Técnica	<ul style="list-style-type: none"> Gráfica Analógica Analítica
	Sistema	<ul style="list-style-type: none"> Convencional No-Convencional

1.2 ANTECEDENTES HISTORICOS

La base de la Fotogrametría son las fotografías, sin embargo hay hechos que ocurrieron antes de la invención de las fotografías y que podemos considerarlos como antecedentes históricos de la Fotogrametría.

- 350 años A.C. Aristóteles habla sobre la proyección óptica de imágenes.
- Siglo XVIII A principios de este siglo el Dr. Brook Taylor publicó su tratado sobre perspectiva lineal.
- En 1759 J.H. Lambert sugiere el empleo de la geometría perspectiva en la elaboración de mapas. La fotogrametría no se pudo llevar a la práctica sino hasta que se inventó y perfeccionó la fotografía.
- En 1839 Se origina la fotografía inventada por el parisino Louis Daguerre. Las exposiciones las hace en placas metálicas que son sensibles a la luz debido a la capa de yoduro de plata que las cubre.
- En 1840 El francés Arago demostró el uso de la fotografía en los levantamientos topográficos.
- En 1849 El coronel francés Aimé Laussedat hizo los primeros experimentos usando fotografías en los levantamientos topográficos. Se auxilió de globos para tomar fotografías aéreas. Tomó fotografías aéreas de la ciudad de París. Debido a las dificultades para tomar fotografías aéreas, sus experimentos se concentraron en fotografías terrestres en combinación con un teodolito (fototeodolito).

En 1859 El coronel Laussedat presento ante la Academia de -
Ciencias en París los resultados de sus experimentos-
que demostraron el uso exitoso de fotografías en la -
elaboración de mapas.

En 1867 Laussedat exhibe publicamente el primer fototeodoli-
to que se conoce, así como un plano de París elabo-
rado a partir de fotografías. Su trabajo, esfuerzo y
dedicación le valieron el título de "Padre de la Fo-
togrametría".

En 1892 El alemán - suizo F. Stolze descubre el punto flotan-
te.

En 1893 El Dr. A. Meydenbauer que fue el primero en prestar
le atención a los mapas a partir de fotografías, publi-
co en Alemania un escrito al respecto, en el cual --
usa por primera vez la palabra Fotogrametría.

En 1901 El alemán Dr. Carl Pulfrich encuentra una manera --
práctica para usar la marca flotante en mediciones.
Inventa un Estereocomparador en Jena (Alemania).
Su trabajo es la base de muchas técnicas actuales en
la elaboración de mapas.

En 1902 Los hermanos Wright inventan el aeroplano, lo que -
propicia el desarrollo de la Fotogrametría Aérea Mo-
derna.

En 1913 El avión se usa por primera vez para tomar fotografías
aéreas con fines Cartográficos.

En 1916 El alemán Gasser desarrolló un instrumento similar al
actual Multiplex y el cual se usaba con anaglifos.

De 1920 a 1940 Gruber y un grupo de científicos desarrollan las mate-
máticas usadas en Fotogrametría.

En 1940 Kelsh inventó un instrumento que lleva su nombre.

En 1960 Empieza a generalizarse el uso de las computadoras,
lo que propicia el desarrollo de la Fotogrametría Ana-
lítica.

De 1950 a 1970 E. Church realizó trabajos de investigación en la Uni-
versidad de Chio, E.U. sobre la Fotogrametría Numé-
rica o Analítica.

1.3 CAMPO DE APLICACIONES.

Indiscutiblemente que la principal aplicación mundial de la Foto-
grafía es en la elaboración de cartas topográficas, pero también se le usa
en las siguientes áreas:

Geología. En esta rama de la ciencia la Fotogrametría se emplea
en investigaciones de recursos hidrológicos, estudios estructurales, ela-
boración de cartas geológicas, estudios geomorfológicos, estudio de --
eventos catastróficos como erupciones, inundaciones y terremotos.

Agricultura. Aquí la Fotogrametría juega un papel muy importan-
te en el control de plagas, estudio del tipo de suelo y conservación del --
mismo.

Diseño y Construcción. Su aplicación principal es en el diseño y

construcción de caminos y carreteras, así como presas, puentes y líneas rurales.

Tenencia de la tierra. En este aspecto la Fotogrametría es indispensable para la elaboración de planos catastrales, tanto urbanos como rurales.

Planeación. En este renglón tan descuidado en México, la Fotogrametría es un auxiliar valiosísimo para planear el crecimiento urbano de las ciudades, proyectar mejoramientos urbanos, como son centros comerciales, áreas verdes, parques deportivos, agua potable, circulación de vehículos, etc.

Arquitectura. Para la arquitectura la Fotogrametría es un valioso auxiliar cuando se tiene que restaurar o reconstruir edificios o para trasladar un edificio de un lugar a otro, así como para elaborar maquetas a escala de fachadas de edificios existentes.

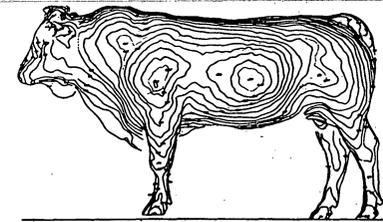
Arqueología. En México hay muchas zonas arqueológicas que pueden ser estudiadas y reconstruídas con la ayuda de la Fotogrametría.

Inteligencia Militar. La Fotogrametría experimentó un fuerte impulso durante las dos guerras mundiales debido a su uso práctico en la inteligencia militar, como por ejemplo, en el reconocimiento del terreno enemigo.

Medicina. Aquí se emplea para determinar la posición exacta de cuerpos extraños dentro del cuerpo humano, usando fotografías de rayos X. También se pueden localizar fracturas o tumores. En Odontología es

muy conveniente su uso para corrección de defectos bucales.

Ganadería y Genética. Cuando a un ganadero le proponen en venta a una becerria, antes de comprarla se fija en la estructura osea de las patas, en la curva del lomo, tamaño de la ubre, etc., porque toda esa información la considera indispensable para juzgar si será una buena vaca lechera o si dará mejor rendimiento como productora de carne. La decisión del ganadero se fundamenta en su experiencia personal acumulada a través de los años, por medio de la observación y en la experiencia heredada de sus antecesores. Este tipo de conocimiento empírico muchas veces no dá la mejor decisión.



Representación de un toro con líneas a una equidistancia horizontal de 2.5 cm.

En la Universidad Estatal de Ohio, Estados Unidos, se están elaborando mapas con curvas de nivel de varias vacas, para determinar cual es la estructura geométrica ideal para una vaca productora de leche. También se están estudiando las relaciones genéticas basadas en la forma y tamaño del ganado, para lo cual se están elaborando mapas de la

descendencia de un mismo toro con diferentes vacas. De todos los becerros descendientes se saca una forma promedio, la cual ^{se} compara con la forma del toro progenitor para posteriormente analizar las desviaciones individuales.

Anteriormente los estudios genéticos se limitaban a analizar el color y textura de la piel ó la presencia de cuernos, pero no se podía hablar de forma y tamaño porque no se sabía como compararlos. Ahora con el empleo de la Fotogrametría Terrestre en la elaboración de los mapas, se podrán obtener datos estadísticos muy importantes.

Varios. La Fotogrametría también se emplea en Astronomía, observaciones meteorológicas, Criminología, accidentes de tránsito, Hidrología. Se le ha llegado a emplear hasta para hacer trajes a la medida.

1.4 ORGANIZACIONES PROFESIONALES

La principal finalidad de estas organizaciones profesionales de fotogrametristas, es la de mantener la comunicación entre las personas que tienen algo que ver con la fotogrametría. Las organizaciones con mayores posibilidades económicas promueven la investigación mediante premios, subsidios y becas. Existen organizaciones de fotogrametristas en casi todos los países del mundo y frecuentemente se llevan a cabo congresos nacionales e internacionales para propiciar el diálogo e intercambio de ideas. La mayoría de las organizaciones cuenta con un órgano informativo que publica revistas.

En Estados Unidos existen varias organizaciones fotogramétricas profesionales; pero la de mayor importancia y prestigio es indudablemente "The American Society of Photogrammetry" (ASP). La ASP fue fundada en 1934 y ha publicado las siguientes manuales:

- Manual of Photogrammetry
- Manual of Photographic Interpretation
- Manual of Color Aerial Photography
- Manual of Remote Sensing

Estas publicaciones han sido una valiosa contribución que fue posible gracias a la colaboración de varios autores quienes han sido unas autoridades en sus especialidades. La ASP publica mensualmente una revista titulada -- "Photogrammetric Engineering and Remote Sensing".

Como la Topografía y la Fotogrametría están íntimamente ligadas, menciono aquí a una organización avocada a la Topografía, pero que también se interesa por temas de Fotogrametría. Me refiero a la "American Congress on-

CUADRO RESUMEN

<u>País</u>	<u>Nombre de la organización</u>	<u>Publicaciones</u>	<u>Dirección</u>
E. U.	American Society of Photogrammetry	Manual of Photogrammetry Manual Photographic Interpretation Manual of Color Aerial Photography Manual of Remote Sensing Photogrammetric Eng. & Remote Sensing (mensual)	105 Virginia Ave. Falls Church, Virginia 22046 U.S.A.
E. U.	American Congress on Surveying and Mapping	Surveying and Mapping (trimestral) The American Cartographer (trimestral) ACSM Bulletin (trimestral)	210 Little Falls Street Falls Church, Virginia 22046 U.S.A.
Canadá	The Canadian Institute of Surveying	The Canadian Surveyor (mensual)	512 Rochester Street Ottawa, Ontario Canada K1S 4 L9
México	Sociedad Mexicana de Fotogrametría, Fotointerpretación y Geodesia.	Fotogrametría, Fotointerpretación y Geodesia	Apartado Postal 25-447 México 13, D.F.
Inglaterra	The Photogrammetric Society, London	The Photogrammetric Record (semestral)	University College London Gower Street London WC1E 6BT, England
Francia	Societe Francaise de Photogrammetrie	Bulletin de la Societe Francaise de Photogrammetrie	2, avenue Pasteur 94160 Saint Man de France
Francia	Institute Geographique National de France	Bulletin d'information de l'institut geographique national	136 bis, rue de Grenelle 75700, Paris Francia
	International Society of Photogrammetry	Photogrammetria	Prof. A. Van der Weele I.T.C. Enschede The Netherlands.

Surveying and Mapping" (ACSM). Esta organización fue fundada en 1941. La ACSM publica una revista trimestral llamada "Surveying and Mapping". Cada año la ASP y la ACSM unen sus esfuerzos para organizar un congreso que reúne a un gran número de personas .

En Canadá existe la "Canadian Institute of Surveying" (CIS), que es la organización de fotogrametristas más conocida y publica la revista -- "The Canadian Surveyor".

En México se fundó la Sociedad Mexicana de Fotogrametría, Fotointerpretación y Geodesia que teóricamente publica una revista bimestral.

En Inglaterra se edita la revista semestral "The Photogrammetric Record", que es la revista oficial de la "English Photogrammetric Society".

En muchos países existen organizaciones similares a la ASP y todas ellas son miembros de la "International Society of Photogrammetry", que es una sociedad internacional que cada cuatro años organiza un congreso internacional. Fue fundada en 1910 y publica la revista bimestral "Photogrammetria".

A continuación se enlistan los años y ciudades en que se han llevado a cabo los congresos internacionales de la I. S. P.

1910, Viena	1956, Estocolmo
1926, Berlin	1960, Londres
1930, Zurich	1964, Lisboa
1934, París	1968, Lausana
1938, Roma	1972, Ottawa
1948, La Haya	1976, Helsinki
1952, Washington	1980, Hamburgo

2. Cámara aérea.

2.1	Elementos de diseño.....	18
2.2	Clasificación de las cámaras.....	22
2.3	Equipo asociado auxiliar.....	27
2.4	Orientación interior.....	29
2.5	Métodos de calibración.....	30

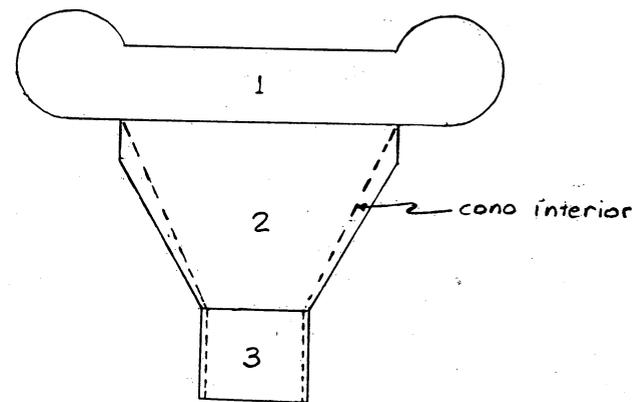
2.- Cámara Aérea

Existen muchos instrumentos importantes en fotogrametría y sería difícil decir cual de ellos es el más importante. Sin embargo podemos afirmar que la cámara es uno de los más importantes ya que es el instrumento usado para tomar las fotografías que son de las cuales depende la fotogrametría.

2.1 Elementos de Diseño

Los elementos de diseño de las cámaras son esencialmente los siguientes tres:

1) almacén de película. 2) cuerpo. 3) lente.

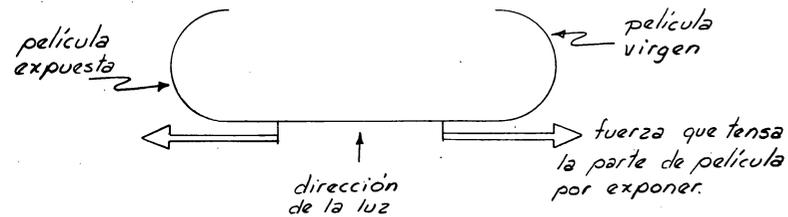


2.1.1 Almacén de película.

El almacén de película en una cámara aérea es un compartimento en donde va enrollada la película antes y después de ser expuesta. Este compartimento debe ser grande para poder llevar suficiente película para toda la misión si es posible. Los almacenes de película son la mayoría de las veces módulos fácilmente intercambiables para no tener que interrumpir misiones que requieren de más de un rollo de película.

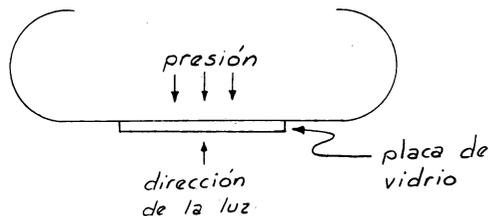
En este compartimiento se encuentra el mecanismo de avance de la película y el mecanismo para aplanar la fracción de película que va a ser expuesta. Aplanar la parte de la película por exponer es una operación de suma importancia porque si la película no está perfectamente plana se originan desplazamientos en las imágenes. Para aplanar la película se puede aplicar cualquiera de los siguientes métodos:

1) Aplicando tensión a la película al exponerla:



Este método tiene el inconveniente de que la película sufre estiramientos que desplazan las imágenes.

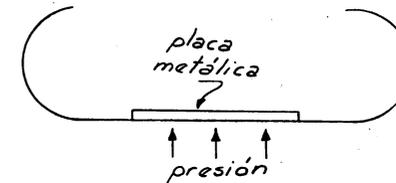
2) Presionando la película contra una placa de vidrio colocada debajo de la película.



Este método tiene los siguientes inconvenientes:

- a) la placa de vidrio se puede romper
- b) la emulsión de la película se puede rayar al estar en contacto con la placa de vidrio
- c) la placa de vidrio ocasiona distorsiones
- d) pueden quedar burbujas de aire entre la placa de vidrio y la película.

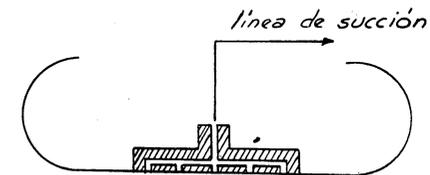
3) presionando (con aire) la película contra una placa metálica colocada detrás de la película



Con este sistema ya no se raya la película y al eliminar la placa de vidrio se elimina la distorsión.

El inconveniente de este método es que pueden quedar burbujas de aire entre la placa y la película.

4) succionando la película contra una placa metálica perforada.



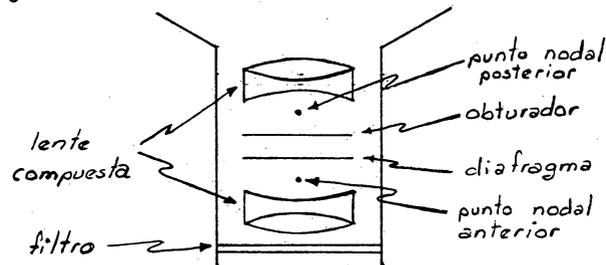
Este es el método que ha dado los resultados más satisfactorios y por lo tanto es el método más usado por los productores de cámaras aéreas.

2.1.2 Cuerpo.

En el cuerpo de la cámara se encuentran los mecanismos que generan el movimiento y controlan el funcionamiento de algunas partes de la cámara, como son el obturador, el avance de la película y el sistema de vacío. El cuerpo es el soporte del almacén de la película.

2.1.3 Lente

En esta sección además de la lente también se localizan el filtro, el obturador y el diafragma.



La lente empleada es generalmente una lente compuesta. La lente es la parte más importante y valiosa de una cámara. La función de la lente es recoger todos los rayos luminosos del exterior y llevarlos a foco en el plano focal detrás de la lente.

La lente está unida firmemente al plano focal por medio de un cono interior.

Este cono interior está hecho con una aleación especial que tiene un bajo coeficiente de expansión térmica para que los elementos de orientación interior no se alteren con los cambios de temperatura. Los elementos de orientación interior se determinan por medio de una calibración a la que se somete la cámara y son de vital importancia para poder usar las fotografías con fines métricos. No todas las cámaras tienen un cono interior y en esos casos el cuerpo de la cámara cumple la función de unir firmemente la lente con el plano focal. Todas las cámaras aéreas están enfocadas al infinito.

El filtro además de filtrar la luz, distribuye la luz uniformemente en todo el formato y protege a la lente del polvo.

El diafragma y el obturador sirven para regular la cantidad de luz que entra a través de la lente. Ambos se encuentran colocados normalmente en los espacios que quedan entre los elementos que integran la lente compuesta.

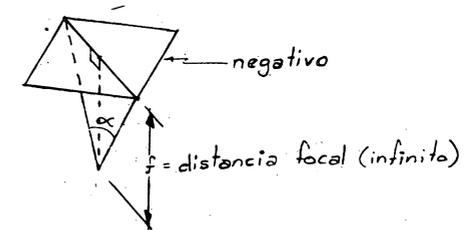
Con el obturador se controla el tiempo que pasa la luz y con el diafragma se regula la cantidad de luz que pasa.

2.2 Clasificación de las cámaras.

Las cámaras aéreas se pueden clasificar de acuerdo a su tipo en: 1) cámaras de marco 2) cámaras de franja 3) cámaras panorámicas 4) otras (infrarroja, microonda)

Dentro de las cámaras de marco existen las que tienen una lente (que son las de uso más generalizado) y las que tienen más de una lente.

De acuerdo a su campo angular las cámaras aéreas se pueden clasificar en: 1) angosta ($\alpha \leq 45^\circ$) 2) normal ($45^\circ < \alpha \leq 75^\circ$) 3) gran angular o standard ($75^\circ < \alpha \leq 100^\circ$) 4) super gran angular ($\alpha > 100^\circ$)



Tomando en cuenta la distancia focal las cámaras aéreas se clasifican en: 1) corta ($f \leq 6$ in) 2) normal (6 in $< f \leq 12$ in) 3) larga ($f > 12$ in).

Considerando el uso que se les destine, las cámaras se pueden clasificar en:

1) de reconocimiento (para fines militares) 2) para elaborar cartas 3) para propósitos especiales.

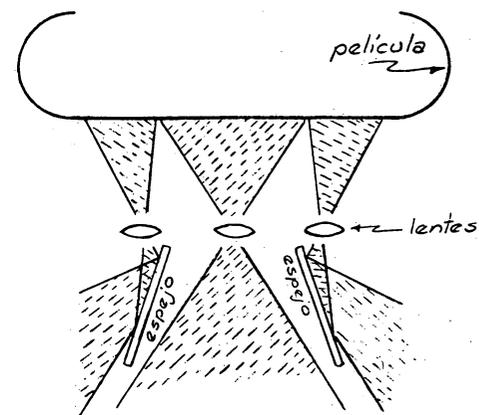
2.2.1 Cámaras de Marco de una lente.

Las características de este tipo de cámara son las que se explicaron en la sección 2.1. Las fotografías que se obtienen con estas cámaras son para fines cartográficos por sus cualidades geométricas. El formato de los negativos es un formato cuadrado de 23 cm (9 in) por lado. Las distancias focales pueden variar desde 90 mm (3 1/2 in) hasta 300 mm (12 in) aunque la tradicional es de 150 mm (6 in).

Su almacén de película tiene capacidad para aproximadamente 120 metros de película. Dentro de este grupo de cámaras se encuentran entre otras la Zeiss RMK 15/23, la Fairchild KC-6A y la Wild RC-10.

2.2.2 Cámaras de Marco de más de una lente.

Las características básicas de este tipo de cámaras es similar a las del grupo anterior y lo único en lo que realmente difieren es en que cuentan con más de una lente para imprimir dos o más negativos simultáneamente y así cubrir una extensión de terreno mayor. Un ejemplo de este tipo de cámaras es la cámara de nueve lentes de la U.S. Coast & Geodetic Survey que logra un cubrimiento angular de 130°.

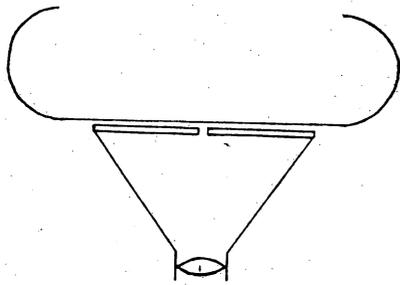


Dentro de este grupo se encuentran también los sistemas multicámaras que son aquellos en los que se acoplan varias cámaras. Estos sistemas están siendo de gran utilidad en fotointerpretación, ya que si todas las cámaras fotografían la misma área simultáneamente pero cada cámara con un filtro diferente, se pueden aplicar patrones en la identificación de los objetos fotografiados.

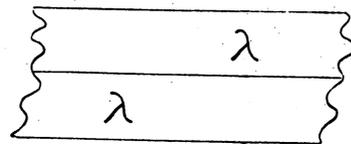
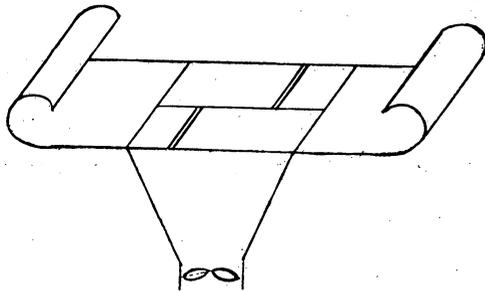
Las cámaras convergentes son un caso particular de los sistemas multicámaras. Con las cámaras convergentes se puede obtener un traslape longitudinal del 100%, con lo que se reduce la cantidad de control terrestre requerido.

2.2.3 Cámaras de franja.

Con estas cámaras se logra una fotografía continua del terreno. Esto es posible si en el plano focal solamente se deja pasar luz a través de una ranura angosta y si la película se desplaza a la misma velocidad a la que se desplazan las imágenes.



Para poder tener un cubrimiento estereoscópico del terreno con este tipo de cámaras se usan dos lentes en vez de uno. Uno de los lentes debe apuntar hacia adelante (dirección de vuelo) unos 20° y el otro otros 20° hacia atrás:

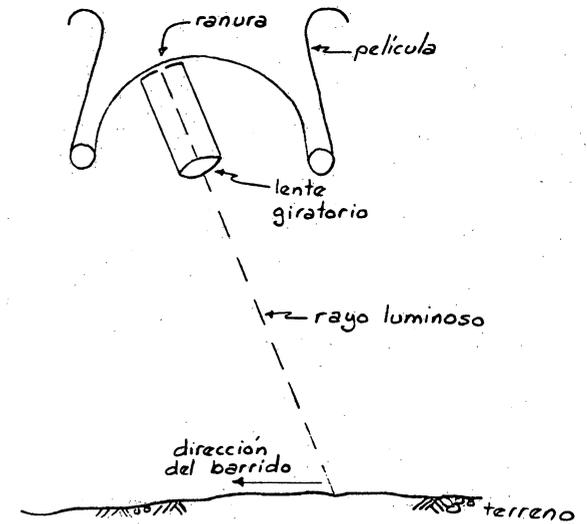


El mismo detalle aparece en dos partes diferentes y con un aparato especial se puede ver estereoscópicamente.

Las fotografías que se obtienen con el método de franja no son recomendables para elaborar mapas precisos pero si son de utilidad en estudios geológicos y de bosques y en general para trabajos de fotointerpretación.

2.2.4. Cámaras Panorámicas.

Con estas cámaras se toman fotografías que cubren franjas de terreno de un horizonte a otro horizonte. Estas franjas son perpendiculares a la línea de vuelo. Para lograr estas fotografías el lente de las cámaras panorámicas es giratorio como se ilustra en el esquema siguiente:



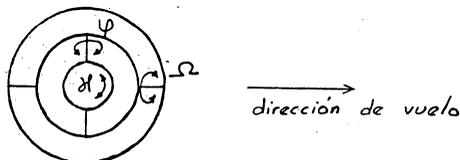
Existe otro tipo de cámaras panorámicas en donde el lente permanece fijo pero le anteponen un prisma giratorio. Como el barrido no es instantaneo la película se va desplazando hacia atrás mientras se efectúa el barrido, para así compensar el desplazamiento de imágenes debido al avance del avión.

La geometría involucrada en las fotografías panorámicas es compleja y por eso su principal uso es en trabajos de fotointerpretación.

2.3 Equipo asociado auxiliar

2.3.1 Montura

La cámara aérea se fija a una montura la que a su vez se fija al fuselaje del avión. Esta montura permite girar la cámara en 3 ejes (x, y, z) para contrarrestar los movimientos del avión.



La montura consiste esencialmente de 3 aros. El aro exterior es el que queda fijo al fuselaje. El aro intermedio está unido al aro exterior pero permitiéndole girar sobre un eje que sigue la trayectoria del avión sea el eje x. El aro central que soporta una plataforma sobre la que se coloca la cámara queda unido al aro intermedio permitiéndole girar alrededor de un eje perpendicular al eje x, o sea el eje y; y finalmente la cámara puede girar alrededor del eje z. El giro alrededor del eje de las x se denomina omega (Ω), el giro alrededor del eje de las y se conoce por Psi (ψ); y el giro alrededor del eje z se llama Kappa (κ).

Es muy importante el orden en que se consideren los giros ya que analíticamente no es lo mismo que Omega sea primario, Psi secundario y Kappa terciario, a que se tomen en otro orden.

2.3.2 Visor

Este aditamento permite al operador ver continuamente el terreno que queda cubierto por cada fotografía.

2.3.3 Intervalómetro

Este aparato permite obtener el traslape deseado en las fotografías ya que controla el intervalo entre cada disparo de la cámara. Esto se logra haciendo que una cadena (que se ve en el visor) se mueva a la misma velocidad a la que se desplazan las imágenes en el visor. El movimiento de la cadena se regula con un reostato. Es común que el visor y el intervalómetro integren una sola unidad.

2.3.4 Telemandos (controles remotos)

Cuando los vuelos se hacen con un solo hombre, todos los aparatos se conectan a telemandos instalados en la cabina del piloto para que el piloto pueda regular su funcionamiento.

2.3.5 Telescopio de navegación

Mediante este telescopio se puede comparar la franja del terreno que se está volando con la línea de vuelo preseleccionada en el mapa de vuelo y así se lleva un control del traslape lateral.

2.3.6 Exposímetro aerofotogramétrico

Con el exposímetro se mide la intensidad luminosa, lo que sirve para determinar y ajustar la abertura correcta del lente en función del tiempo de exposición, la sensibilidad de la película y el filtro preestablecido. Esos ajustes pueden ser manuales o automáticos.

2.3.7 Estatoscopio

Con este aparato se lleva una nivelación aérea pues mide y registra las variaciones inevitables de la altura de vuelo. Altímetros eléctricos no se prestan

para tales mediciones porque solo determinan la distancia al suelo, que es afectada tanto por las diferencias buscadas de la altura de vuelo como por el perfil del suelo sobrevolado. El estatoscopio se sirve de la presión atmosférica ambiente para medir la altura.

2.4 Orientación Interior

La orientación interior de una cámara fotográfica es la posición relativa de ciertos elementos que integran esa cámara.

En una cámara con fines métricos es indispensable conocer su orientación interior - para poder reconstruir geoméricamente los rayos entre los objetos y la lente a partir de las imágenes de dichos objetos.

La principal diferencia entre una cámara fotogramétrica y una cámara cualquiera - es que de la cámara fotogramétrica conocemos su orientación interior y dicha orientación permanece estable.

Los elementos mínimos que definen la orientación interior de una cámara son:

- a) la distancia focal de la lente de la cámara
- b) la distorsión radial de la lente
- c) la resolución de la lente
- d) las coordenadas del punto principal (X_0 , Y_0), con respecto a los ejes fiduciales.
- e) distancia entre marcas fiduciales opuestas
- f) ángulo de intersección entre ejes fiduciales
- g) planura del plano focal

El valor de los elementos de orientación interior se obtienen calibrando la cámara.

2.5 Métodos de calibración

El principio de la calibración consiste en fotografiar un conjunto de marcas cuya posición es conocida con exactitud. Después se comparan las posiciones que tienen las imágenes de las marcas en la fotografía con las que teóricamente deberían tener y en función a las diferencias que se encuentren se determinan las constantes que definen la orientación interior de esa cámara.

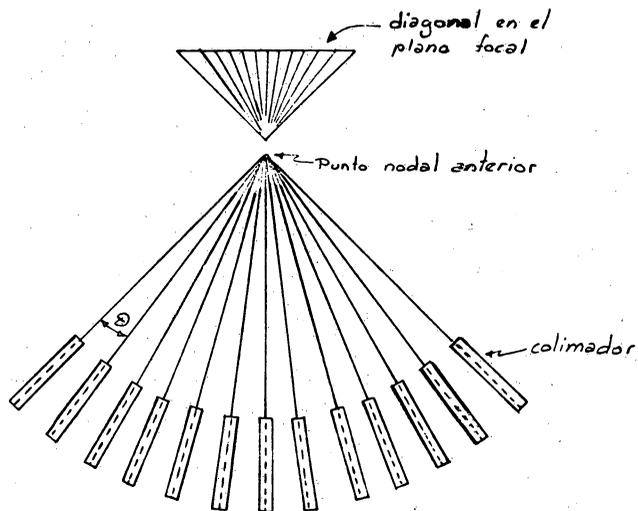
Los métodos de calibración se pueden clasificar como sigue:

- a) de laboratorio
- b) de campo
- c) Estelares

Hay dos métodos de laboratorio. Uno de ellos es el de colimadores y el otro es el del goniómetro.

Un colimador es un tubo con una lente y una cruz marcada en el plano de foco - infinito de esa lente; una fuente luminosa en la parte posterior proyecta la cruz a través de la lente.

El método de colimadores consiste en colocar colimadores en dos planos perpendiculares. Los colimadores se ponen en forma de abanico, de tal manera que sus ejes ópticos se intersecten en un solo punto y que ejes contiguos formen un ángulo ϑ conocido. La cámara se coloca de tal manera que el plano focal sea perpendicular al eje del colimador central y que el punto donde se intersectan todos los ejes de los colimadores coincida con el punto nodal anterior del lente de la cámara. Se toma una placa de las cruces proyectadas por los colimadores. En la placa se miden las distancias entre las cruces y en función a esas mediciones se calculan los valores de los elementos de orientación interior.



Otro método de laboratorio es el del goniómetro. Este método consiste en colocar una placa con orificios en el plano focal de la cámara. Una fuente luminosa colocada detrás de la placa proyecta los rayos luminosos que pasan por los orificios, a través del lente. Con el goniómetro se miden los ángulos a los que emergen los rayos luminosos. Comparando los ángulos medidos con los valores que teóricamente deberían tener, se determinan los elementos de orientación interior.

Los métodos de laboratorio tienen la desventaja de que requieren equipo muy preciso y costoso el cual no es necesario en los métodos de campo y estelares.

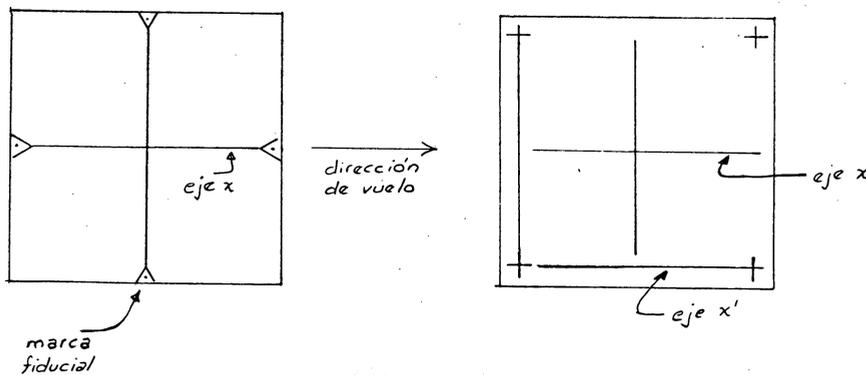
Para los métodos de campo se requiere fotografiar un terreno premarcado con marcas artificiales cuyas coordenadas se determinan con mucha precisión. En los métodos estelares se toman fotografías del firmamento, se registra el instante de la exposición y las coordenadas de las estrellas identificables en las fotografías se obtienen de los efemérides correspondiente.

3. Mediciones en fotografías.

3.1	Sistema coordinado	33
3.2	Escalfmetro	34
3.3	Método de trilateración	34
3.4	Monocomparador	37
3.5	Condición de colinealidad	38
3.6	Deformación de película	39
3.7	Distorsión por lente	41
3.8	Refracción atmosférica	42
3.9	Curvatura terrestre	44

3.1 SISTEMA COORDENADO

Muchos de los cálculos que se hacen en fotogrametría son a base de coordenadas y por eso primero hay que definir el sistema coordenado de una fotografía. Las cámaras fotogramétricas cuentan con unas muescas (conocidas como marcas fiduciales) en el marco focal que quedan impresas en los márgenes de las fotografías. La intersección de las rectas que unen marcas opuestas señala el centro de la fotografía y para fines prácticos se considera que ese punto coincide con el punto principal de la fotografía. Las rectas que unen marcas fiduciales opuestas reciben el nombre de ejes fiduciales. El eje fiducial que es más ó menos paralelo a la línea de vuelo es a su vez el eje x de la fotografía. El punto donde se intersectan los dos ejes fiduciales es el origen del sistema coordenado. El eje "y" es un eje perpendicular al eje "x" y que pasa por el origen. En algunas cámaras las marcas fiduciales se localizan en las esquinas. En esos casos el centro de la fotografía se encuentra en la intersección de las rectas que unen marcas en esquinas opuestas. El eje "x" es una paralela a la línea que une las marcas de las esquinas inferiores y que pasa por el centro de la foto. El eje "y" es una perpendicular al eje "x" que pasa por el centro de la foto.



3.2 Escalímetro

La forma más simple de medir coordenadas de puntos en una fotografía es mediante una regla graduada ó escalímetro. Sin embargo antes de poder efectuar las mediciones es necesario marcar los ejes de la fotografía, para lo cual se puede usar un lápiz duro, un alfiler, ó una navaja de rasurar. Existen escalímetros que mediante un sistema de vernier permiten hacer mediciones de 0.1 mm. Algunos escalímetros vienen provistos con lentes amplificadores que permiten leer décimas de milímetro y apreciar las centésimas de milímetro.

3.3 Método de Trilateración

Este método permite calcular las coordenadas sin medirlas directamente. El método consiste en medir radiaciones a los puntos desde las marcas fiduciales. Es indispensable conocer las coordenadas de las marcas fiduciales para formar triángulos de los cuales se conocen sus tres lados. Aplicando la ley de los cosenos se calcula uno de los ángulos interiores del triángulo, el cual sirve para deducir el ángulo que la radiación forma con uno de los ejes. Con este último ángulo se calculan las proyecciones en los ejes de la radiación que permiten calcular las coordenadas del punto considerado. Para ilustrar este método consideremos el siguiente ejemplo:

Ejemplo.- Las coordenadas calibradas de las marcas fiduciales

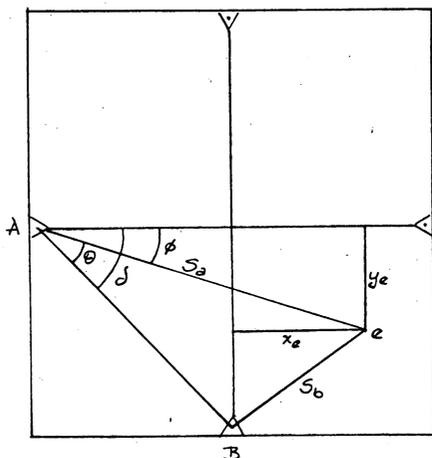
$$A \text{ y } B \text{ son } X_A = -113.00 \text{ mm} \quad Y_A = 0.00 \text{ mm}$$

$$X_B = 0.00 \text{ mm} \quad Y_B = -113.00 \text{ mm}$$

Calcula las coordenadas de un punto e. cuyas distancias radiales se midieron de:

$$S_a = 189.89 \text{ mm y}$$

$$S_b = 100.47 \text{ mm.}$$



Aplicando el teorema de Pitágoras

$$AB = \sqrt{113.00^2 + 113.00^2}$$

$$AB = 159.81 \text{ mm}$$

Según la ley de los cosenos

$$\cos \theta = \frac{S_a^2 + (AB)^2 - S_b^2}{2 (S_a) (AB)}$$

$$\cos \theta = \frac{189.89^2 + 159.81^2 - 100.47^2}{2 (189.89) (159.81)}$$

$$\cos \theta = 0.848591$$

$$\theta = 31^\circ 56' 28''$$

por geometría

$$\delta = 45^\circ$$

calculando ϕ

$$\phi = \delta - \theta$$

$$\phi = 45^\circ - 31^\circ 56' 28''$$

$$\phi = 13^\circ 03' 32''$$

- 35 -

calculando las proyecciones

$$P_x = S_a \cos \phi$$

$$= 189.89 (0.974138)$$

$$P_y = S_a \sin \phi$$

$$= 189.89 (0.225952)$$

$$= 42.90$$

calculando las coordenadas

$$X_e = P_x + X_A \quad y_e = -P_y$$

$$= 71.98 \text{ mm} \quad = -42.90$$

Para obtener resultados confiables al usar este método, los triángulos que se formen deben ser lo más apegados a un equilátero. Los resultados se pueden mejorar si en vez de considerar 2 radiaciones para cada punto se miden las 4 y se hace un ajuste por mínimos cuadrados.

- 36 -

3.4 Monocomparador

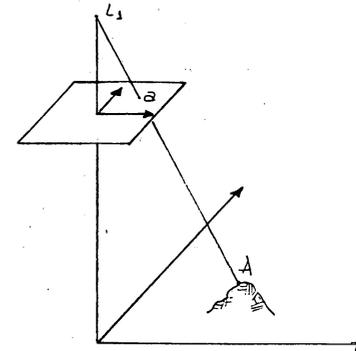
El monocomparador es un instrumento que permite obtener coordenadas fotográficas con gran precisión. La mayoría de estos instrumentos permiten mediciones -- longitudinales de 0.001 mm (1 micrón) para lo cual están equipados con binoculares de gran poder amplificador.

Como los ejes coordenados del monocomparador son independientes del sistema coordinado de las fotografías, es necesario que a las coordenadas medidas en el monocomparador se les aplique una rotación y traslación (transformación de coordenadas) para reducirlas al sistema coordinado fotográfico. Para poder hacer esa -- transformación de coordenadas es indispensable conocer algunos puntos en ambos sistemas coordinados. Normalmente los puntos que se usan para resolver los parámetros de las ecuaciones de la transformación de coordenadas, son las marcas fiduciales, ya que conocemos sus coordenadas fotográficas de la calibración y medimos sus respectivas coordenadas en el monocomparador. Debido a lo laborioso y repetitivo de los -- cálculos de las transformaciones, los monocomparadores se usan en combinación con una computadora.

Hay otro tipo de monocomparadores que no mide coordenadas directamente, sino que mide distancias desde un punto pivote. En este tipo de monocomparador la fotografía se gira 90° y se vuelve a medir la distancia al punto deseado, o sea que -- se forman triángulos de los cuales se conocen sus lados y en un proceso similar al -- explicado en el inciso 3.3 se calculan las coordenadas fotográficas.

3.5 Condición de Colinearidad

Para que esta condición se cumpla, la estación de exposición (L_1), cualquier punto objeto (A) y su respectiva imagen fotográfica (a) deben estar en una misma recta.



En las fotografías aéreas esta condición no se cumple debido a ciertos factores e influencias físicas que son:

- la curvatura terrestre
- la refracción atmosférica
- la distorsión por lente
- la deformación de película

Estos factores físicos introducen errores sistemáticos a las fotocoordenadas de cualquier punto que consideremos exceptuando el punto principal. Los errores sistemáticos -- pueden ser eliminados aplicando correcciones a las fotocoordenadas medidas a partir del -- punto principal. Las correcciones se aplican solo que la precisión del trabajo así lo requiera. En trabajos no muy precisos se ignoran totalmente o se aplican las más significativas. Solamente en trabajos muy precisos como en algunos casos de investigación, se aplican todas. Cuando se aplican todas las correcciones deben aplicarse en el orden en que

los elementos físicos afectaron la trayectoria del rayo o en el orden inverso.

Si consideramos el orden inverso primero aplicamos la corrección por deformación de película, enseguida la corrección por distorsión del lente, después la corrección por refracción atmosférica y finalmente la corrección por curvatura terrestre.

3.6 Deformación de Película

Las películas deben conservarse en un almacén que reúna las condiciones de humedad y temperatura estipuladas por los fabricantes. Al sacar las películas del almacén para usarlas en la misión fotográfica, la emulsión se ve afectada por la humedad y temperatura reinante en el exterior. En el proceso de revelado la película se tiene que sumergir en sustancias químicas y esto origina estiramientos y encogimientos en las bases.

Las deformaciones que sufre la película desde que se imprime el negativo hasta que se hacen mediciones sobre él, siguen siendo la fuente de error más grande a pesar de que las bases de las emulsiones las han perfeccionado notoriamente para que permanezcan lo más estables posible.

Las deformaciones de la película no son iguales a lo largo de los ejes "x" e "y" y esto se explica ya que por ejemplo en un rollo de película, las orillas son las que primero se ven afectadas por los cambios de temperatura y humedad, en cambio en el centro la película permanece más estable.

La magnitud de la deformación a lo largo de los ejes se puede conocer si medimos la distancia entre las marcas fiduciales en la fotografía y las comparamos con sus respectivas distancias calibradas.

Supongamos que X_m es la distancia medida entre marcas fiduciales opuestas o-

bre el eje fiducial X y que X_c es la misma distancia calibrada, entonces si X_a es la abscisa medida de cualquier punto en la foto, su abscisa corregida será

$$X'_a = \left(\frac{X_c}{X_m} \right) X_a$$

Para las ordenadas la fórmula es

$$Y'_a = \left(\frac{Y_c}{Y_m} \right) Y_a$$

Ejemplo: En una fotografía la distancia entre marcas fiduciales en el eje X se midió de 233.85 mm y en el eje "y" de 233.46 mm. Sus correspondientes valores calibrados son de 232.60 mm y 232.62 mm. Calcular las coordenadas corregidas de los siguientes puntos:

Punto	Coordenadas Medidas	
	X(mm)	Y(mm)
a	-102.57	95.18
b	16.28	-36.06

calculando el factor de escala

$$\text{factor de escala en X} = \frac{X_c}{X_m} = \frac{232.60}{233.85} = 0.99465$$

$$\text{factor de escala en Y} = \frac{Y_c}{Y_m} = \frac{232.62}{233.46} = 0.99640$$

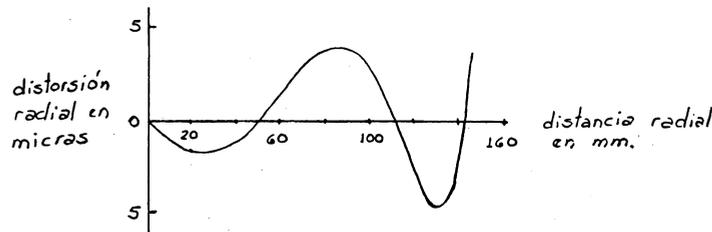
multiplicando las abscisas medidas por el factor de escala en X y las ordenadas por el factor de escala en Y obtengo las coordenadas corregidas

Punto	Coordenadas Corregidas	
	X(mm)	Y(mm)
a	-102.02	94.84
b	16.19	-35.93

Analizando los resultados podemos observar que la magnitud de la corrección se incrementa cuando el punto se aleja del origen. Notamos también que la corrección para la abscisa del punto a es de .55 mm., o sea que si las mediciones las hacemos con un aparato que mida centésimas de mm., esta corrección es muy significativa.

3.7 Distorsión por lente

El desplazamiento de las imágenes originado por el lente de la cámara se debe a que los productores de lentes no le pueden dar la forma ideal al lente. El desplazamiento que ocasionan las lentes tiene dos componentes, una radial y otra tangencial. En lentes finos, la componente tangencial es en promedio una séptima parte de la componente radial. En términos generales la componente radial es pequeña y por lo tanto la componente tangencial se ignora en la mayoría de los casos. La gráfica de la distorsión por lente la proporcionan los fabricantes y se obtiene al calibrar la cámara. La magnitud de las correcciones se saca directamente de una gráfica o cuando la corrección se hace con una computadora, primero se calcula la ecuación de la curva y las correcciones se obtienen substituyendo en la ecuación los valores medidos. A continuación se ilustra la curva de distorsión radial de una cámara Zeiss.



Ejemplo: Supongamos que las mediciones del inciso anterior se hicieron con la cámara cuya gráfica de distorsión radial del lente es la que se muestra en la figura de arriba. Calcular las coordenadas corregidas del punto b.

Primero se calcula la distancia radial al punto b.

$$r = \left[(16.19)^2 + (-35.93)^2 \right]^{1/2}$$

$$r = 39.40915$$

con este valor se busca en la figura cual es la corrección la que en este caso es de 2 micras (.002 mm).

como en la gráfica la distorsión es negativa, la corrección debe ser positiva

$$r^1 = r + \Delta r$$

$$r^1 = r + .002 = 39.411$$

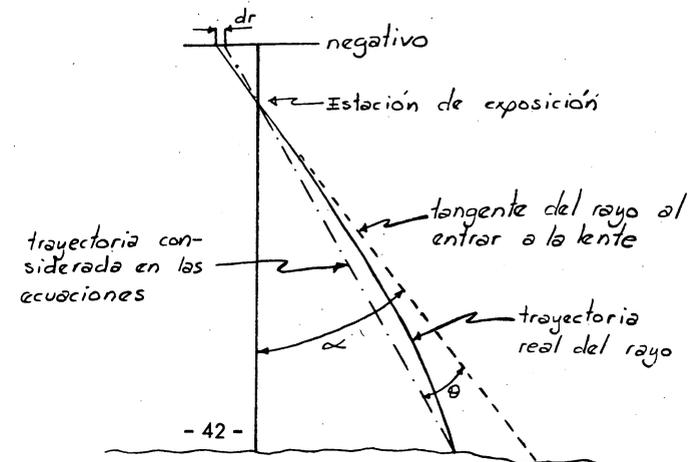
las coordenadas corregidas se calculan proporcionalmente a la relación $\frac{r^1}{r}$

$$X'' = \left(\frac{39.411}{39.409} \right) (16.19) = 16.1908$$

$$Y'' = \left(\frac{39.411}{39.409} \right) (-35.93) = -35.9318$$

3.8 Refracción atmosférica

Los rayos luminosos se refractan cuando pasan de un medio a otro cuyas densidades no son iguales. A la atmosfera la podemos considerar como una serie de copas superpuestas de diferentes densidades y debido a eso los rayos luminosos no viajan en línea recta a través de la atmósfera, sino que siguen una trayectoria curva de acuerdo con la ley de Snell.



De la figura nos damos cuenta que los puntos sufren un desplazamiento radial hacia adentro. El desplazamiento es radial con respecto al punto nadir. La magnitud del desplazamiento se puede calcular con la siguiente fórmula:

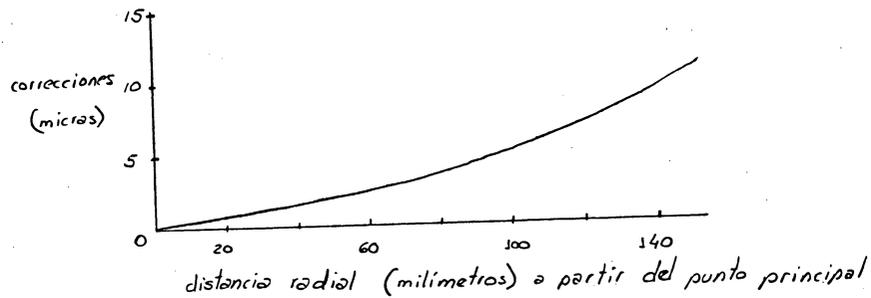
$$dr = \frac{f \theta}{\cos^2 \alpha}$$

En una fotografía vertical la magnitud del desplazamiento aumenta entre más lejos del centro se encuentren los puntos. El único punto que está libre de este desplazamiento es el punto nadir que en fotografías verticales coincide con el punto principal.

En fotografías verticales la magnitud del error en los casos más desfavorables, o sea vuelos muy altos (ej. 30 000 ft sobre NMM) y puntos en las orillas de las fotografías, no excede de 20 micras.

Es frecuente obtener la magnitud de las correcciones de nomogramas que se elaboran con datos promedio.

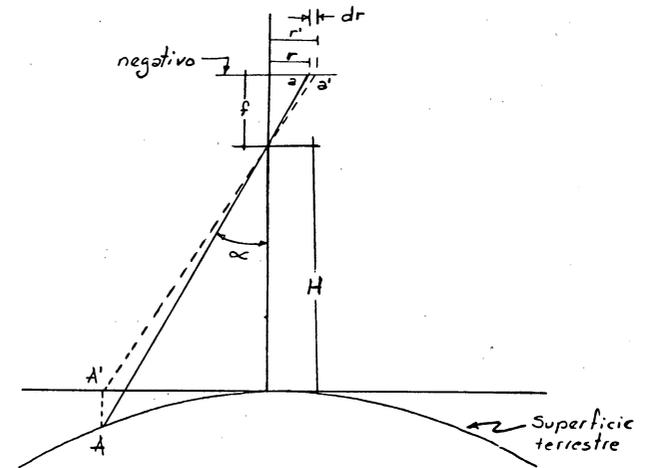
En el siguiente nomograma se consideró una distancia focal de 6 pulgadas, fotografía vertical, una atmósfera standard y un vuelo a 10 000 ft sobre el NMM.



Nota: El desplazamiento hacia adentro se considera negativo y por eso la corrección es positiva.

3.9 Curvatura terrestre

En las fotografías aéreas, la superficie fotografiada es curva pero el negativo es plano y esto origina que las imágenes estén desplazadas.



El desplazamiento es radial con respecto al punto nadir, pero hacia afuera, o sea que contraresta al desplazamiento por refracción atmosférica.

El desplazamiento de los puntos imagen se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$dr = r \frac{h}{2R} \tan^2 \alpha = \frac{H r^3}{2R f^2}$$

en donde:

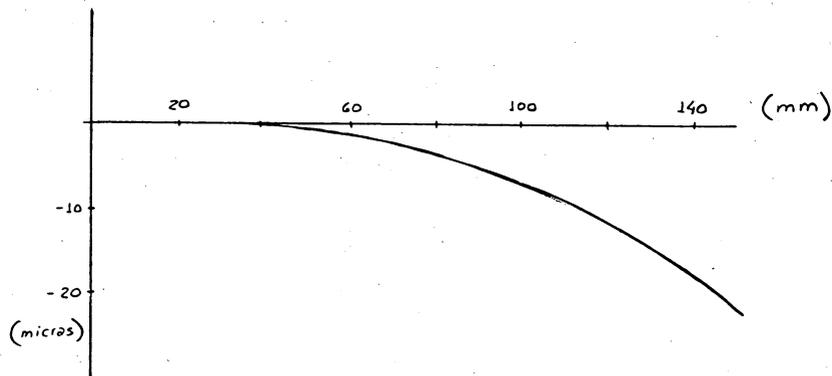
H = altura de vuelo sobre el terreno

r = distancia radial al punto imagen

R = radio terrestre

f = distancia focal

La magnitud de las correcciones se puede obtener de nomogramas. Para el siguiente nomograma se considero una distancia focal de 6 pulgadas, fotografía vertical y una altura de vuelo de 6 000 pies sobre el terreno.



El desplazamiento hacia afuera es positivo y por eso las correcciones en la gráfica son negativas.

Los desplazamientos se incrementan al incrementar la altura de vuelo o al disminuir la distancia focal, pero es evidente que dichos desplazamientos se acentúan en las orillas de las fotografías.

4. Fotogrametría de imagen unitaria.

4.1	Tipos de fotografías.....	47
4.2	Geometría de una fotografía aérea vertical.	48
4.3	Escala de una fotografía vertical.....	50
4.4	Desplazamiento por relieve.....	52
4.5	Coordenadas terrestres a partir de coordenadas fotográficas.....	55
4.6	Desplazamiento por inclinación.....	57
4.7	Rectificación de fotografías.....	58
4.8	Orientación exterior.....	61

4.1 Tipos de Fotografías.

En Fotogrametría se clasifica a las fotografías básicamente en terrestre y aéreas.

Las fotografías terrestres son aquellas que se obtienen con cámaras apoyadas en el terreno. El fototeodolito es una combinación de una cámara y un teodolito que se monta en un tripié y con el cual se toman fotografías terrestres. Otro tipo de cámaras terrestres son las cámaras balísticas. Con estas cámaras se fotografían los satélites artificiales teniendo como fondo las estrellas del firmamento. Conociendo la posición de las estrellas a la hora de la exposición se puede calcular la trayectoria del satélite, la posición de la cámara, el tamaño, forma y gravedad de la tierra. Estas cámaras se están usando para establecer una red mundial de puntos de control terrestres.

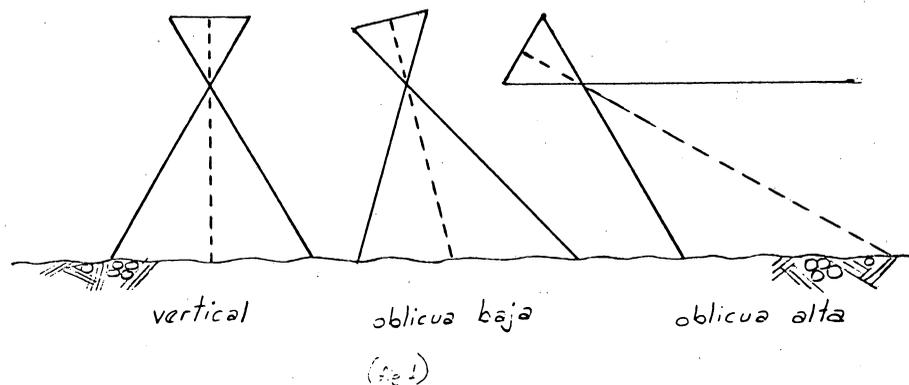
Las fotografías aéreas son las que se toman desde vehículos aéreos como son aviones y helicópteros; se clasifican en verticales, inclinadas, oblicuas bajas y -- oblicuas altas. (fig 1)

Una fotografía vertical es aquella que fue tomada estando el eje óptico de la cámara perfectamente vertical o sea que el plano del negativo era paralelo al plano de referencia. En condiciones normales es casi imposible obtener fotografías verticales debido a los inevitables movimientos de los vehículos ^{aéreos} ~~mismos~~.

Cuando la desviación del eje óptico de la cámara con respecto a la vertical no es intencional y es menor que tres grados, entonces las fotografías así obtenidas se clasifican como inclinadas. En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las -

fotografías inclinadas se tratan como fotografías verticales sin que esto traiga consecuencias notables.

Las fotografías que se toman habiendo desviado intencionalmente el eje óptico de la cámara de la vertical se denominan oblicuas. Si en la fotografía oblicua aparece la línea del horizonte se le clasifica como oblicua alta y en el caso en que no aparece la línea del horizonte recibe el nombre de oblicua baja.



4.2 Geometría de una fotografía aérea vertical.

El área del modelo que queda registrada en el negativo de una cámara aérea, depende de la distancia focal, el formato del marco del negativo y la altura de vuelo. En el negativo las imágenes y los tonos aparecen invertidas como se puede apreciar en la figura (2) en donde el cono aparece registrado en la esquina anterior izquierda del negativo mientras que en el modelo se encuentra en la esquina posterior-derecha.

El positivo (dispositiva) es una fotografía que muestra la misma posición y tonos del modelo y que geoméricamente se localiza frente al punto nodal anterior del

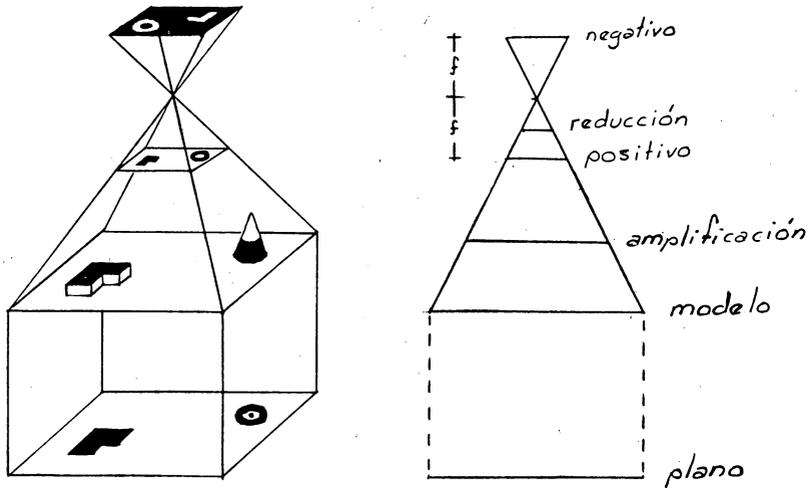


fig 2.

lente de la cámara separado de este por una distancia menor, igual o mayor a la distancia focal.

Si el positivo se encuentra a una distancia menor que la distancia focal, entonces se denomina "reducción". Cuando el positivo está a la misma distancia focal, las dimensiones del positivo y del negativo son las mismas. A este positivo se le conoce como "positivo" o también como "positivo de contacto", ya que se puede obtener mediante una copia de contacto del negativo como se muestra en la siguiente figura:

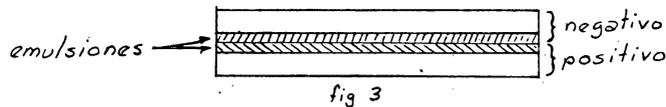


fig 3

En el caso en que el positivo está a una distancia mayor que la distancia focal, se le llama "amplificación". Las reducciones y ampliaciones se obtienen por métodos de proyección.

4.3 Escala de una fotografía vertical.

En un mapa la escala es la relación que existe entre una distancia medida en el mapa y la distancia correspondiente en el terreno. Por ejemplo si una distancia medida en el terreno es de 100 metros y la misma distancia medida en el mapa es de 1 cm., entonces la escala del mapa es 1: 10,000 (uno a diez mil).

En un mapa en proyección ortogonal la escala es uniforme pero en una fotografía la escala no es uniforme debido a que la fotografía es una proyección cónica y en esta proyección las diferentes elevaciones de los objetos fotografiados origina desplazamientos radiales en las imágenes de las fotografías. Es fácil comprender que la escala de una fotografía no es uniforme ya que las imágenes de los objetos que estén más cerca de la lente aparecen más grandes que los objetos que estén más retirados.

La escala de una fotografía es uniforme solamente en el caso de que la superficie fotografiada esté perfectamente plana y sea paralela al plano focal.

Basándonos en la figura (2) podemos establecer las fórmulas para calcular la escala en los puntos A y B.

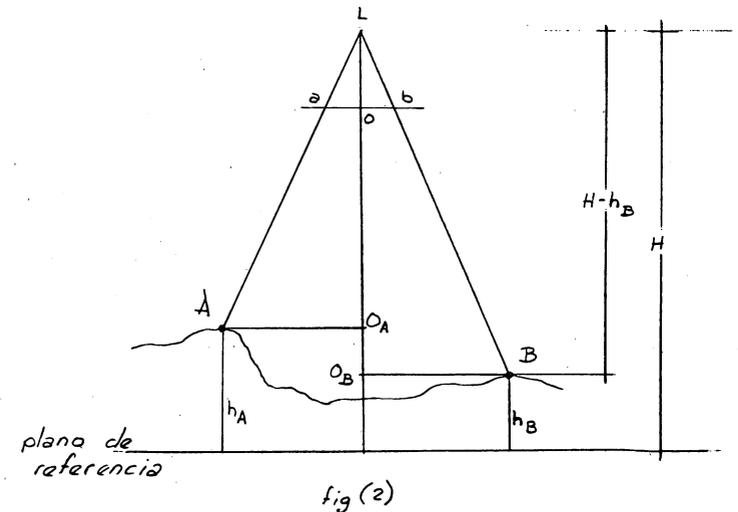


fig (2)

Considerando los triángulos semejantes: Loo y LAO_A

$$\frac{ao}{AO_A} = \frac{f}{H - h_A} \dots\dots 1$$

por definición, la escala de la fotografía a la altura del punto A es la relación $\frac{ao}{AO_A}$

La escala de la fotografía a la altura del punto B es la relación $\frac{ob}{O_B B}$

Considerando los triángulos semejantes LOB y $LO_B B$

$$\frac{ob}{O_B B} = \frac{f}{H - h_B} \dots\dots 2$$

Después de analizar las ecuaciones 1, y 2 podemos deducir que en una misma fotografía la escala depende de la elevación de los puntos y por lo tanto una fotografía de terreno irregular no puede tener una escala uniforme. La fórmula general se puede expresar así:

$$S_N = \frac{f}{H - h_N}$$

en donde S_N = escala para cualquier punto N

f = distancia focal de la cámara

H = altura de vuelo sobre el plano de referencia

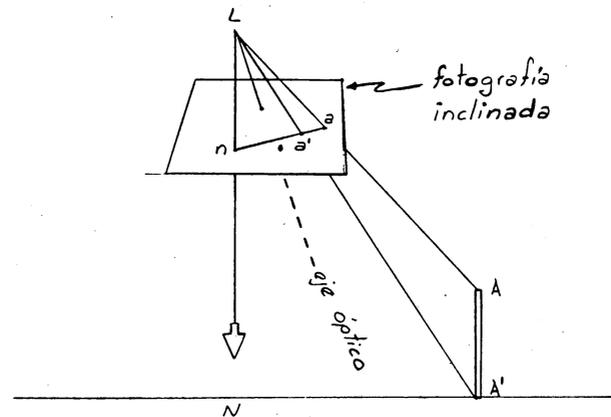
h_N = altura del punto N sobre el plano de referencia

La escala de una fotografía varía conforme varien las elevaciones del terreno fotografiado pero normalmente se adopta la escala media o sea, se determina la escala máxima para el punto más alto, la escala mínima para el punto más bajo y con el promedio de las alturas máxima y mínima se determina la escala media usando la siguiente fórmula:

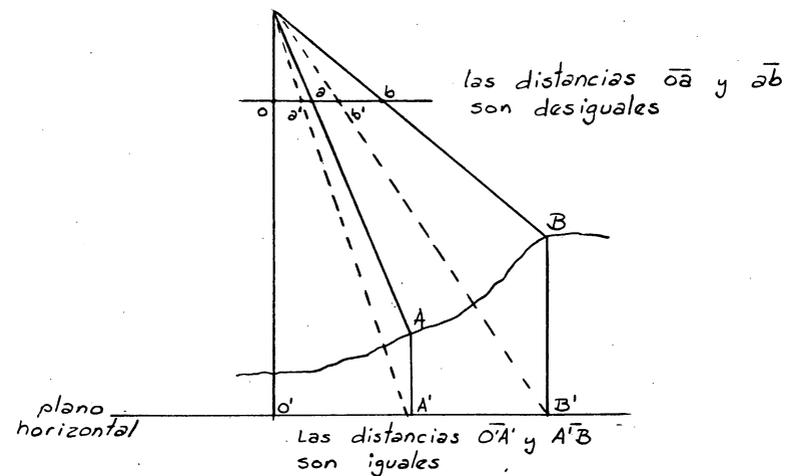
$$S_{prom} = \frac{f}{H - h_{promedio}}$$

4.4 Desplazamiento por relieve

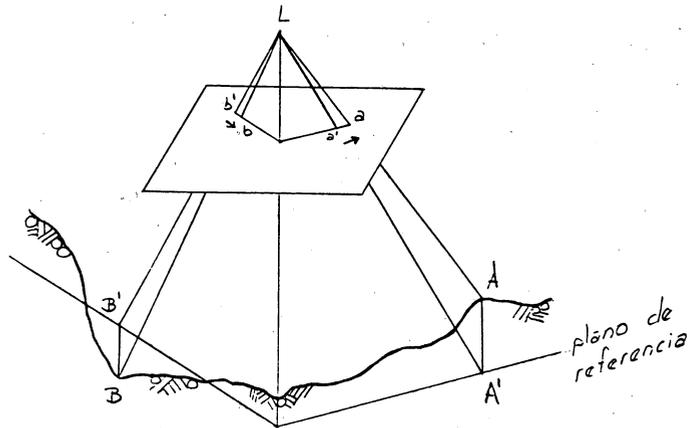
Debido a la proyección cónica de las fotografías, el relieve del terreno ocasiona que las imágenes se encuentren desplazadas radialmente con respecto al punto nadir.



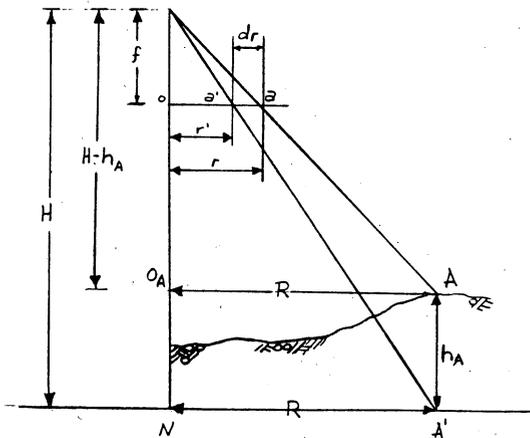
La magnitud del desplazamiento se incrementa a medida que las imágenes se alejan del centro de la fotografía.



Estos desplazamientos radiales son hacia afuera si el punto considerado esta arriba del plano de referencia y hacia adentro si el punto esta abajo del plano de referencia.



La magnitud del desplazamiento por relieve en una fotografía vertical se puede calcular mediante el siguiente razonamiento: (ver figura 2)



$$d_r = r - r' \quad \text{..... (1)}$$

De los triángulos semejantes L o a y LC_AA

$$\frac{f}{H - h_A} = \frac{r}{R}$$

$$r = \frac{Rf}{H - h_A} \quad \text{..... (2)}$$

De los triángulos semejantes L o a' y LNA'

$$\frac{f}{H} = \frac{r'}{R}$$

$$r' = \frac{Rf}{H} \quad \text{..... (3)}$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1

$$d_r = \frac{Rf}{H - h} - \frac{Rf}{H}$$

$$d_r = \frac{HRf - Rf(H - h)}{H(H - h)}$$

$$d_r = \frac{Rfh}{H(H - h)}$$

Sustituyendo $\frac{Rf}{H - h_A}$ por r

$$d_r = \frac{rh}{H}$$

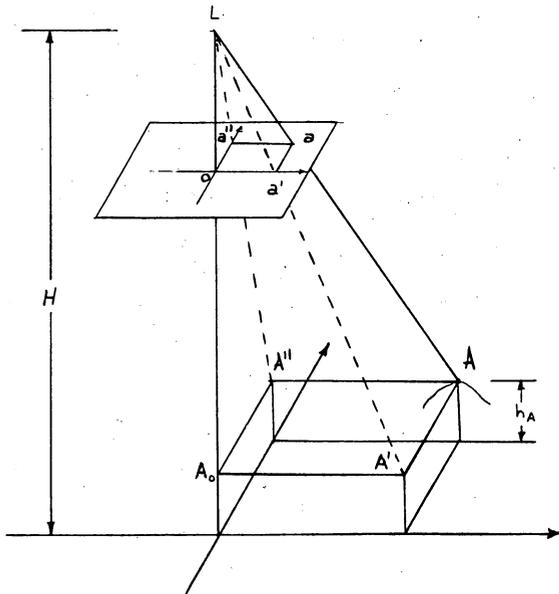
Si en la fórmula anterior despejamos h podremos calcular las alturas de edificios si el plano de referencia lo consideramos a la altura de las bases de los edificios.

$$h = \frac{d_r H}{r}$$

4.5 Coordenadas terrestres a partir de coordenadas fotográficas.

Al hacer este cálculo estamos transformando una proyección cónica en una proyección ortogonal numericamente, o sea es una restitución analítica de una fotografía aislada.

Para efectuar este cálculo primero se tienen que medir las coordenadas fotográficas de los puntos que se van a restituir. Estas mediciones se obtienen haciendo uso de aparatos llamados monocomparadores (ver sección 3.4). A las coordenadas fotográficas se les aplican las correcciones que se estimen pertinentes, según la precisión que se requiera (ver secciones 3.6 a 3.9) y luego se aplican las fórmulas cuya deducción se presenta a continuación:



De los triángulos semejantes Lao y $LA'A_0$

$$\frac{oa'}{A_0A'} = \frac{f}{H - h_A} = \frac{xa}{X_A}$$

despejando X_A

$$X_A = xa \frac{(H - h_A)}{f}$$

De los triángulos semejantes $La'b$ y $LA''A_0$

$$\frac{a'a}{A''A} = \frac{f}{H - h_A} = \frac{ya}{Y_A}$$

despejando Y_A

$$Y_A = ya \frac{(H - h_A)}{f}$$

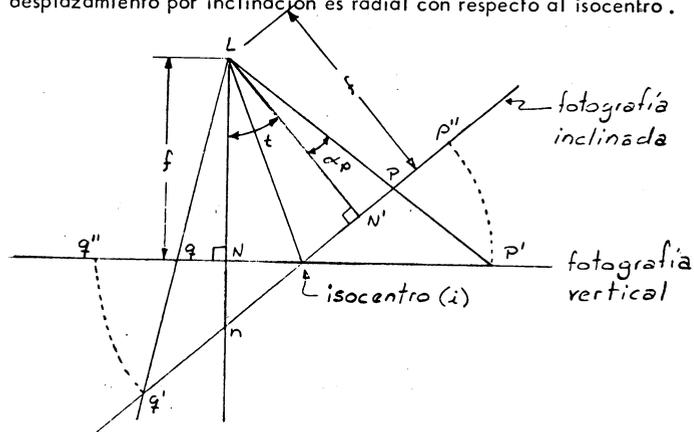
Analizando las fórmulas obtenidas notamos que para obtener las coordenadas terrestres de un punto solo hay que multiplicar las coordenadas fotográficas por el inverso de la escala de la fotografía en ese punto.

Obviamente las coordenadas terrestres están en un sistema coordenado arbitrario pero si tenemos puntos de control terrestre podemos hacer una transformación de coordenadas y pasar del sistema coordenado arbitrario al sistema coordenado de los puntos de control.

4.6 Desplazamiento por inclinación.

Las fotografías aéreas perfectamente verticales son casi imposibles de obtener debido a los movimientos y vibraciones inevitables del avión. La inclinación de las fotografías ocasiona que las imágenes estén desplazadas con respecto a una fotografía vertical equivalente. Se entiende por fotografía vertical equivalente la fotografía imaginaria perfectamente vertical tomada desde la misma estación de exposición y con la misma cámara con que se tomó la fotografía inclinada.

El desplazamiento por inclinación es radial con respecto al isocentro.



De la figura se puede concluir que el desplazamiento es hacia adentro para imágenes arriba del eje de inclinación y hacia afuera para imágenes abajo del eje de inclinación.

Para imágenes del lado alto de la fotografía.

$$Np' = Ni + ip''$$

$$dp = \frac{Np'}{f} - \frac{(Ni + iN' + N'p)}{f}$$

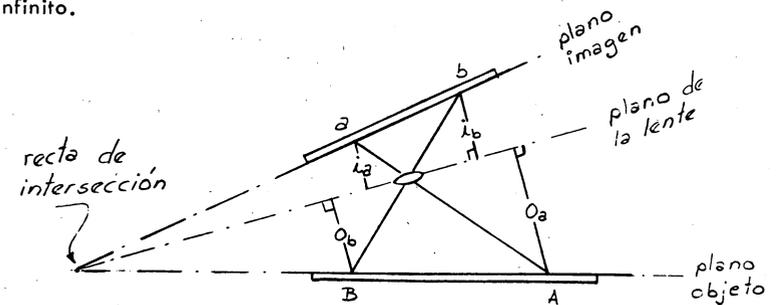
$$dp = \overline{pp''} = f \left[\tan(t + \alpha p) - 2 \tan(t/2) - \tan \alpha p \right]$$

similarmente para el lado bajo de la fotografía

$$dq = \overline{qq''} = -f \left[\tan(\alpha q - t) + 2 \tan(t/2) - \tan \alpha q \right]$$

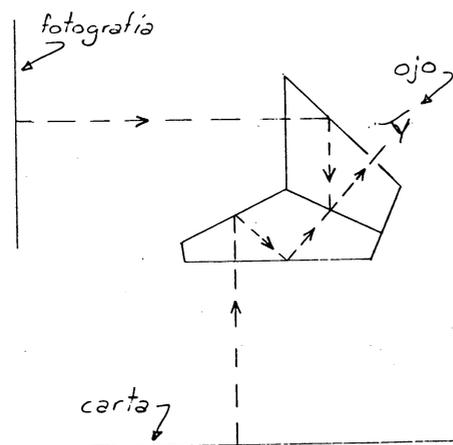
4.7 Rectificación de fotografías.

Por rectificar una fotografía se entiende transformar la perspectiva de una fotografía inclinada en la perspectiva de una fotografía perfectamente vertical. Esto se logra mediante procesos óptico-gráficos u óptico-fotográficos, si se cuenta con un mínimo de 3 puntos de control o si se conoce la orientación exterior de la fotografía (ver 4.8). En estos procesos es necesario inclinar el plano imagen con respecto al plano objeto con lo que se pierde el enfoque si no se toma en cuenta la condición Scheimpflug. Para mantener el enfoque (que en estos casos es crítico debido a que las distancias objeto son relativamente cortas) la fórmula de los lentes ($\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$) debe satisfacerse para todas las imágenes, lo cual se logra inclinando la lente; cumpliendo así con la condición Scheimpflug que dice que el plano imagen, el plano objeto y el plano del lente (plano que pasa por el centro óptico de la lente y es perpendicular al eje óptico) deben intersectarse a lo largo de una recta común. Cuando los planos imagen y objeto son paralelos, el plano del lente también debe ser paralelo a esos planos, en cuyo caso la línea de intersección de los 3 planos se encuentra en el infinito.



En las rectificadoras automáticas la condición Scheimplung se cumple automáticamente. Las fotografías rectificadas se usan principalmente para elaborar mosaicos rectificadas. Algunas rectificadoras como el Sketchmaster y el Rectoplanígrafo se usan para actualizar mapas existentes.

A este proceso de actualización de mapas se le puede considerar como una restitución analógica aproximada, ya que los desplazamientos por relieve no se pueden eliminar de las fotografías rectificadas.

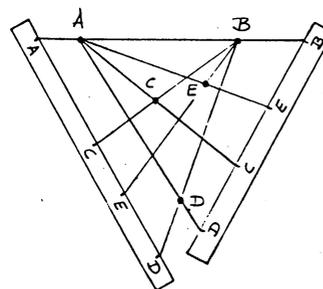


El observador mira simultáneamente la fotografía y el plano.

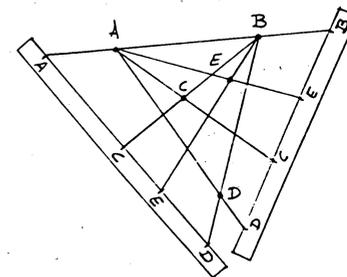
La actualización de mapas también se puede hacer gráficamente mediante el método de las tiras de papel, basado en las propiedades de las proyecciones.

Supongamos que cuatro puntos de una carta (A, B, C, D) se pueden identificar en una fotografía (A', B', C', D'). Entonces podemos transferir la posición de un quinto punto (E') de la fotografía a la carta (restitución gráfica) de la siguiente manera:

En la fotografía:



En la carta:



Desde dos de los puntos (Por ejemplo A y B) en la fotografía se trazan líneas radiales a los demás puntos, incluyendo al que se va a transferir. Se colocan 2 tiras de papel como se muestra en la figura y se marcan en las tiras de papel las intersecciones de las líneas radiales con las tiras de papel. En el mapa también se trazan líneas radiales desde A a los puntos B, C y D y desde B a los puntos A, C y D. La tira de papel izquierda se coloca en el mapa de tal manera que las marcas coinciden con las líneas radiales respectivas y se dibuja en el mapa la marca correspondiente a la línea radial-fotográfica del quinto punto (E). Esta marca en la carta se une con el punto B. Lo mismo se hace con la tira de papel derecha, excepto que la marca del punto E se une con el punto A. La intersección de las líneas \overline{BE} y \overline{AE} nos marcan la posición del punto E en la carta.

V.V.V

4.8 Orientación Exterior.

La orientación exterior de una fotografía queda definida por 6 elementos que son $X, Y, Z, w, \varphi, \delta$.

X, Y, Z son las coordenadas terrestres del punto nodal anterior de la lente de la cámara en el instante de exponer la fotografía.

w, φ, δ son los ángulos de giro sobre los ejes x, y, z respectivamente, que definen la orientación angular de la fotografía con respecto al sistema coordinado terrestre.

Para determinar el valor de los 6 elementos de orientación exterior se requiere un mínimo de 3 puntos de control. Si estos 3 puntos se grafican, mediante una rectificadora podemos inclinar la fotografía hasta que los puntos proyectados y los dibujados coincidan, y luego se leen los ángulos w, φ, δ directamente de la rectificadora. El punto central proyectado se marca en el dibujo y luego se miden sus coordenadas.

Los procedimientos analíticos para determinar los 6 elementos son largos y repetitivos debido a que se hacen por aproximaciones sucesivas y por lo tanto se recomienda hacer uso de las computadoras electrónicas. Un método analítico es el de resección espacial por colinearidad con el cual obtenemos los 6 elementos simultáneamente. Los datos de los 3 puntos de control se sustituyen en las ecuaciones de colinearidad con lo cual se establece un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas y después de linealizar las ecuaciones y resolver el sistema, la solución es única. Si se cuenta con más de 3 puntos de control se puede hacer un ajuste por mínimos cuadrados (ver apéndice B).

Para fines bélicos no es conveniente tener que establecer control terrestre en el terreno enemigo y por eso las instituciones militares de E.U. han investigado y desarrollado equipos fotogramétricos que permiten conocer los 6 elementos de orientación exterior sin necesidad de los 3 puntos de control terrestre. La mayoría de estas investigaciones y equipos especializados aún son secretos militares, pero ya existen en el mercado algunos aparatos que nos ayudan como son:

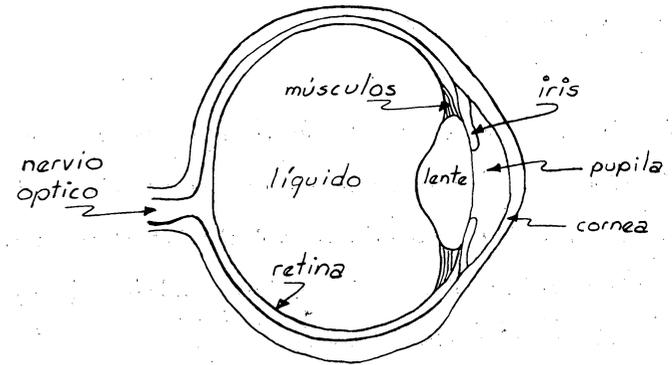
a) el periscopio solar que determina la dirección del sol en relación a la fotografía. Mediante efemérides astronómicas y conocidas la latitud y longitud geográfica con una aproximación de $\pm 2^\circ$ así como la hora de exposición, podemos calcular la inclinación longitudinal y lateral de la fotografía.

b) el estatómetro que determina las diferencias de altura entre estaciones de exposición sucesivas a lo largo de una franja de vuelo.

5. Estereoscopia.

5.1	El ojo humano.	64
5.2	Visión estereoscópica natural.	64
5.3	Percepción de profundidad con un ojo.	66
5.4	Visión estereoscópica con fotografías.	68
5.5	Estereoscopio de bolsillo.	72
5.6	Ejercicios para observación con el estereoscopia de bolsillo.	74
5.7	Estereoscopio de espejos.	75
5.8	Paralaje en y.	76
5.9	Causas que originan la paralaje en y.	76
5.10	Estereoscopia por colores complementarios.	79
5.11	Estereoscopia por luz polarizada.	80
5.12	Estereoscopia por fotos alternadas.	81

5.1 El ojo humano.



En el ojo existe un sistema óptico y un sistema receptor. El sistema óptico consiste de una lente cristalina y del iris. La lente puede cambiar su forma para enfocar objetos lejanos y cercanos, y el iris tiene la propiedad de dilatarse o encogerse, con lo que se amplía o reduce la apertura circular de la lente, regulando así la luz que pasa por la lente.

El sistema receptor está integrado por la retina que es donde se forma la imagen. En la retina existen células diminutas que son muy sensibles a la luz y que están unidas al cerebro al través del nervio óptico.

5.2 Visión estereoscópica natural.

Todos los humanos con vista normal (dos ojos sanos), captamos el ambiente que nos rodea en 3 dimensiones, o sea nos damos cuenta de la profundidad, lo que nos permite juzgar las distancias relativas entre

los objetos que nos rodean para determinar que objetos se encuentran más cerca de nosotros. Esto se debe a que al observar simultáneamente con los dos ojos (visión binocular) un cierto punto A (ver figura 1), hacemos que los ejes ópticos de nuestros ojos se intersecten en el punto A, formando el ángulo paraláctico θ_A . Si observamos un punto B más alejando de nosotros que el punto A, el ángulo paraláctico θ_B será menor que θ_A . Nuestro cerebro relaciona automáticamente la distancia d_A con el ángulo θ_A y la distancia d_B con el ángulo θ_B y nosotros percibimos la distancia entre A y B como una diferencia entre los ángulos paralácticos.

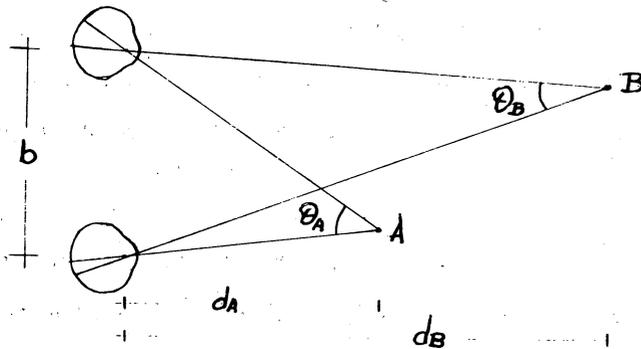


figura 1

La distancia entre los ojos derecho e izquierdo esta marcada en la figura 1 con la letra b y en la persona adulta promedio varía entre 63 y 69 mm. Esta distancia se denomina base ocular. En general las personas perciben la profundidad hasta una distancia máxima de 600m. En distancias mayores los ángulos paralácticos se vuelven muy pequeños y

nuestro cerebro no es capaz de discernir los cambios en los ángulos paralácticos, cuando estos son muy pequeños. Todo lo que se encuentre a una distancia mayor de 600 m. lo vemos en un solo plano. La mínima distancia a la que se percibe la profundidad es de 25 cm. aproximadamente. En distancias menores perdemos el enfoque de lo observado.

La condición para tener una visión estereoscópica es poder observar un mismo punto desde dos estaciones diferentes para que exista un ángulo paraláctico.

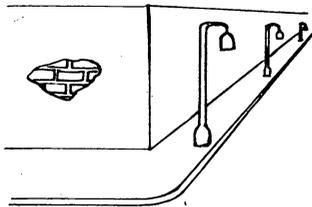
En los humanos las dos estaciones diferentes son los dos ojos, ya que en la retina de cada ojo se forma una imagen (independiente la una de la otra) del mismo objeto.

De la condición anterior podemos concluir que una persona tuerta no puede ver en 3 dimensiones, sino en 2 dimensiones o sea en un plano. Sin embargo, aún mirando con un solo ojo podemos razonar la distancia entre los objetos, como sigue:

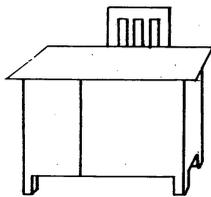
5.3 Percepción de profundidad con un ojo.

1. Relacionando tamaños de objetos conocidos o sea si sabemos que el objeto A es del mismo tamaño que el objeto B, pero el objeto A lo vemos más grande y claro que el objeto B, entonces concluimos que el objeto A se encuentra más cerca de nosotros que el objeto B, ya que debido a la perspectiva, a medida que se alejan los objetos de nosotros, parecen disminuir de tamaño y además pierden nitidez debido a la conta-

minación del aire.



2. Si un objeto A cubre parcialmente a un objeto B concluimos - que el objeto A esta más cerca de nosotros.

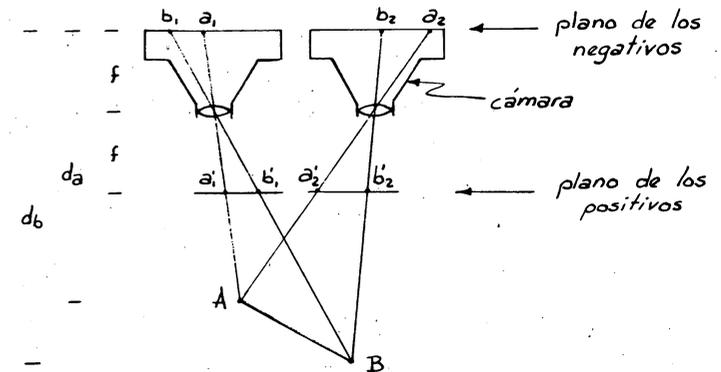


Razonamos que la silla esta detrás del escritorio porque el escritorio cubre a la silla parcialmente.

3. Mediante cambios de enfoque o sea: Si observamos dos objetos simultáneamente, estando uno de ellos más cerca de nosotros que el otro, al enfocar el objeto cercano (por ejemplo nuestro dedo), perdemos el enfoque del objeto lejano (por ejemplo un apagador) y viceversa, si enfocamos el objeto lejano perdemos el enfoque del objeto cercano.

5.4 Visión Estereoscópica con fotografías.

Si imprimimos dos fotografías de un mismo objeto pero desde estaciones separadas, la imagen del objeto aparecerá en ambas fotografías.



Los puntos b_1, b_2 , son puntos homólogos, lo mismo que los puntos a_1, a_2 .

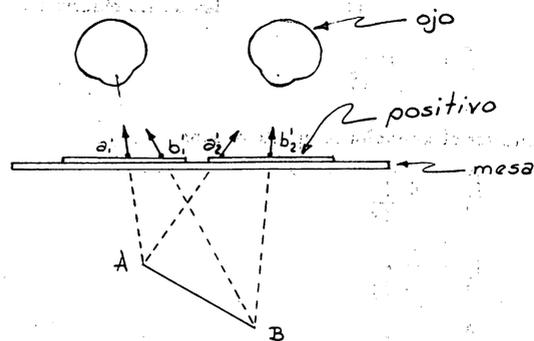
Nótese en la figura que la distancia $\overline{b_1 a_1}$ y $\overline{b_2 a_2}$ no son iguales. La diferencia de longitud se conoce como paralaje horizontal o paralaje en x o paralaje x (px)

$$Px = \overline{b_1 a_1} - \overline{b_2 a_2}$$

Esta paralaje, como se verá posteriormente, nos sirve para calcular las elevaciones de puntos del terreno con respecto a un plano de referencia, lo que nos permitirá conocer por ejemplo las alturas de edificios.

Si de los negativos obtenemos positivos y con el ojo izquierdo miramos exclusivamente el positivo izquierdo a la vez que con el ojo derecho miramos el positivo derecho, no vemos dos imágenes del objeto en un plano bidimensional, sino que vemos una sola imagen tridimensional que

ilusoriamente se forma debajo de las fotografías.

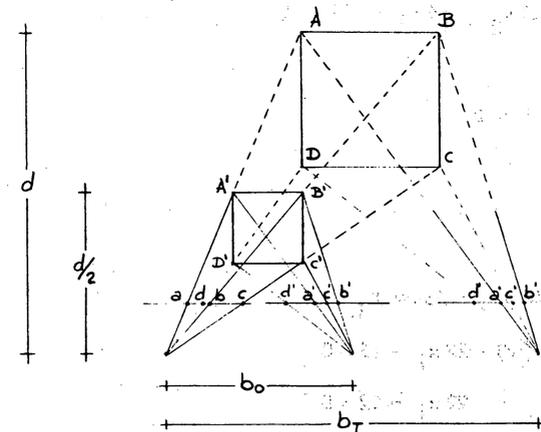


Esto se debe a que nuestro cerebro prolonga por costumbre los rayos que parten de puntos homólogos, hasta su intersección, lo que ocasiona que en vez de ver dos puntos bidimensionalmente veamos uno solo pero tridimensional.

Las condiciones para que la imagen este a la misma escala que el objeto son:

1. La separación de las cámaras al tomar las fotos (base de toma) debe ser igual a la separación interpupilar del observador (base ocular).
2. La distancia de observación (d_o) debe ser igual a la distancia focal (f) de la lente con que se tomaron las fotografías.

Si alteramos algunas de las dos o ambas condiciones sucede lo siguiente:



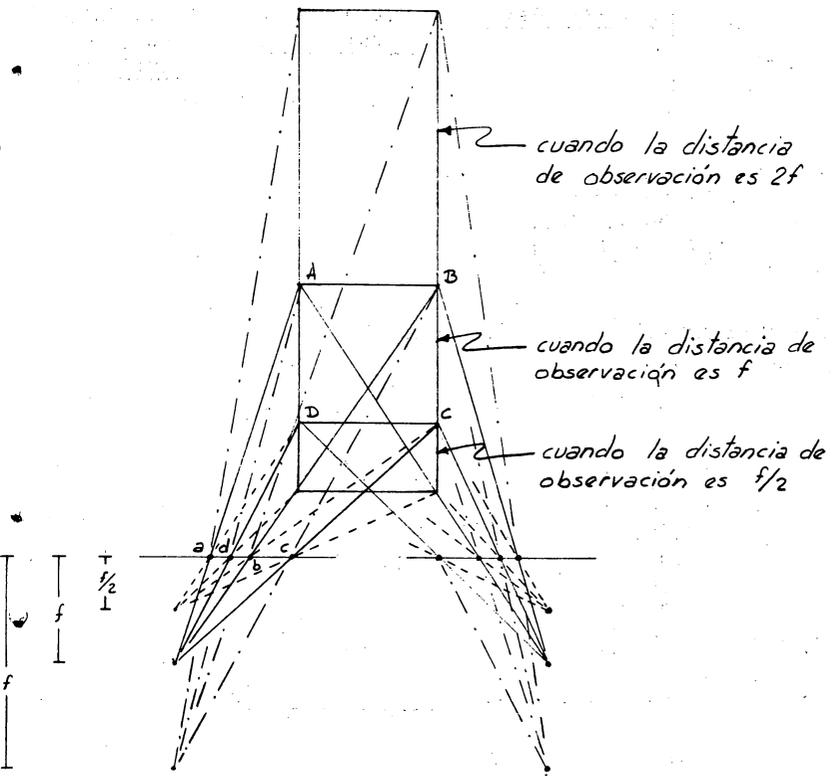
Supongamos que la base de toma es b_T y que la base de observación (b_o), la reducimos a la mitad. Esto ocasiona que el modelo tenga la mitad del tamaño que el original, pero a su vez lo miramos más cerca y más nítido.

La reducción de la base esta dada por la siguiente relación:

$$\frac{b_o}{b_T} = \frac{1}{n}$$

Esta es la misma relación con que se acerca la imagen a la base.

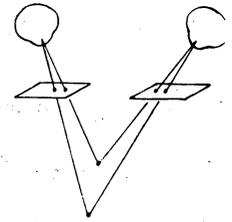
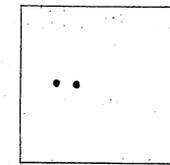
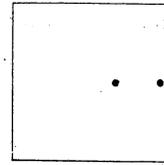
Al mirarlo más cerca podemos apreciar mejor las diferencias de profundidad.



En el dibujo se pueden apreciar las deformaciones de la imagen duplicar o reducir a la mitad las distancias de observación con relación a la distancia focal de toma.

En la siguiente figura se muestran dos cuadros con dos puntos cada uno. Si observamos el cuadro izquierdo con el ojo izquierdo y el cuadro derecho con el ojo derecho, veremos dos puntos tridimensionalmente estando uno de ellos más cerca de nosotros que el otro. Para lograr esto se requiere cierta práctica, ya que nuestra tendencia natural-

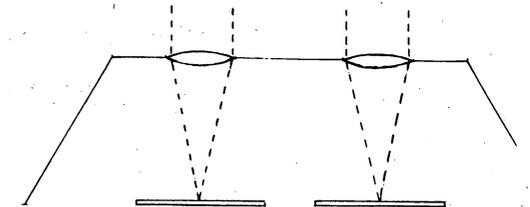
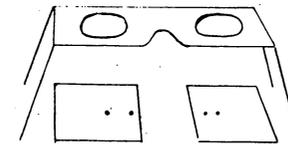
es ver los dos cuadros con cada ojo.



Existen aparatos que nos facilitan la observación tridimensional a partir de pares fotográficos, como es el estereoscopio de bolsillo que se explica a continuación.

5.5 Estereoscopio de bolsillo.

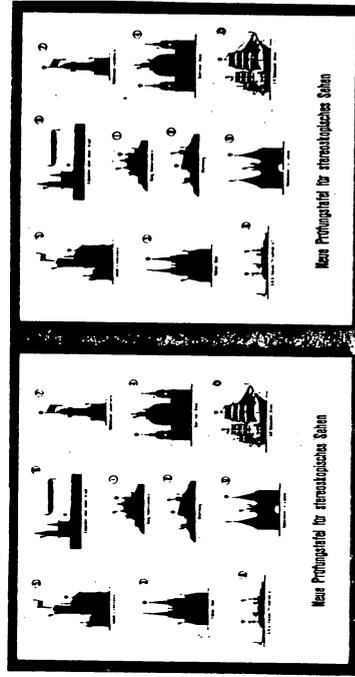
El estereoscopio de bolsillo es esencialmente un armazón que sostiene 2 lentes convexas, como se puede apreciar en el siguiente dibujo.



Este sencillo instrumento facilita la observación tridimensional - al dirigir la visión de cada ojo hacia la respectiva fotografía del par. Además la imagen tridimensional es mas clara porque los lentes captan una mayor gama de rayos provenientes de cada punto de las fotografías y amplifican las imágenes. Se les denomina estereoscopios de bolsillo por que sus patas se pueden doblar de tal manera que se pueden llevar facilmente en los bolsillos. La distancia entre las lentes se puede ajustar a la separación interpupilar del observador. Son muy usados para fotointerpretación en el campo, sin embargo, tienen la desventaja de que los pares fotográficos deben de ser de un formato pequeño (los lados no pueden ser mayores que la base de observación), como se puede apreciar en los ejercicios del inciso 5. 6.

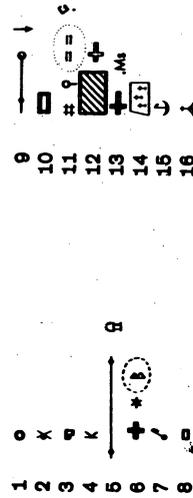
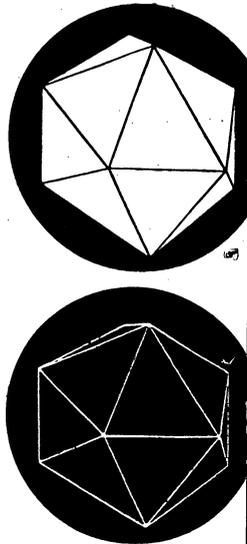
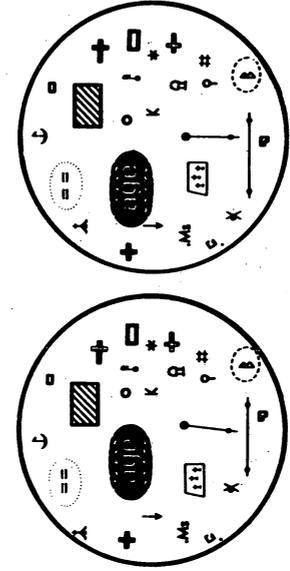
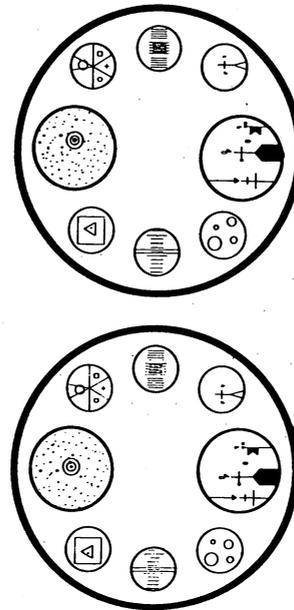
Para observar fotografías aéreas con un formato de 23 cm por la do y un traslape frontal del 60% mediante el estereoscopio de espejos es necesario levantar la orilla de una de las fotos del par para hacer visibles los puntos homólogos por observar. Este inconveniente se puede superar ampliando la base de observación, lo cual es posible con el estereoscopio de espejos, el cual se describe en el inciso 5.7.

5. 6 Ejercicios para observación con el estereoscopio de bolsillo.



ESPB
BOEY
VESOD
PSAT
RLPM
GMID
EMLE
NMS
ENT
YU
CO
GIP
MMTF
BGS
OP
GAL
ZGJP
BOT
HP
P
R
E
L
M
Y
J
T
C
P
F
A
P
R
O
A
N
T
O
F
L
T
S
F
L
P
T
A
N
T
O
Q
B
E
R
P
F
L
A
E
Y
J
L
G
O
E
C
P
H
E
A
Z
G
A
Z

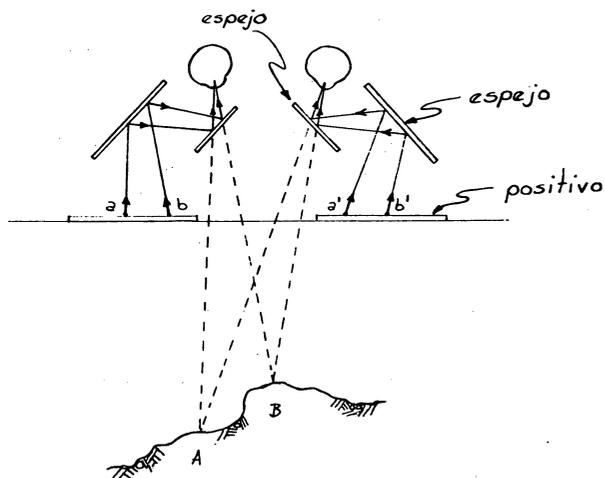
BOEY
VESOD
PSAT
RLPM
GMID
EMLE
NMS
ENT
YU
CO
GIP
MMTF
BGS
OP
GAL
ZGJP
BOT
HP
P
R
E
L
M
Y
J
T
C
P
F
A
P
R
O
A
N
T
O
F
L
T
S
F
L
P
T
A
N
T
O
Q
B
E
R
P
F
L
A
E
Y
J
L
G
O
E
C
P
H
E
A
Z
G
A
Z



5.7 Estereoscopio de espejos.

El que primero concibió la idea del estereoscopio de espejos fue Wheatstone en 1838, pero el que lo desarrolló en forma práctica fue -- Helmholtz en 1857.

El estereoscopio de espejos amplifica la base de observación, lo que nos permite separar las fotografías en observación, de tal manera que podemos observar todo el modelo simultáneamente. El principio básico de operación de este estereoscopio se ilustra en el siguiente diagrama:



Algunos estereoscopios de espejos vienen adaptados con binoculares, con los cuales se pueden amplificar las imágenes observadas varias veces. Naturalmente que al amplificar las imágenes no se puede ver todo el modelo simultáneamente.

Para poder observar un modelo estereoscópicamente mediante un estereoscopio de espejos, es necesario orientar las fotografías para eliminar un paralaje en y hasta donde sea posible.

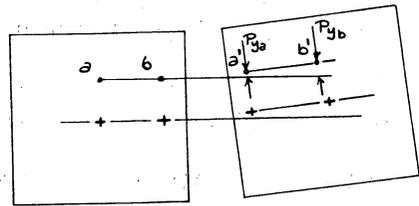
5.8 Paralaje en "y".

La paralaje en y es un desplazamiento que sufren las imágenes en una dirección perpendicular a la línea de vuelo. Es importante eliminar la paralaje en y en la zona del modelo que se está observando porque si la paralaje en "y" es extremadamente grande, no se ve estereoscopia; si no es muy grande, el modelo estereo no se ve nítido y después de observar durante algún tiempo duele la cabeza. Trabajando con el estereoscopio de espejos sobre una mesa no se puede eliminar la paralaje en "y" en todo el modelo, debido a que las fotografías las podemos girar, juntar o separar, pero siempre en el plano de la superficie de la mesa. Con esos movimientos sólo podemos eliminar la paralaje en "y" en zonas pequeñas del modelo cada vez, pero no podemos dejar libre de paralaje en "y" a todo el modelo simultáneamente, porque para ello sería necesario poder elevar o bajar una foto con respecto a la otra. Estos conceptos quedarán más claros después de conocer las causas que originan la paralaje en "y" y las cuales se explican a continuación.

5.9 Causas que originan la paralaje en "y".

La paralaje en "y" se origina si el par de fotografías que esta--

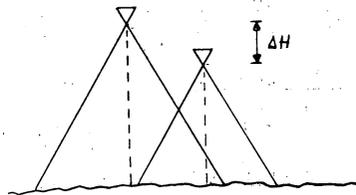
mos observando no esta alineado con respecto a la línea de vuelo (fig. 1)



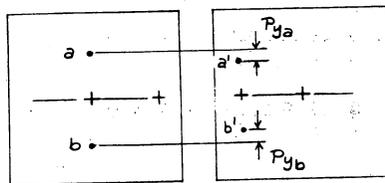
Esto se corrige marcando la línea de vuelo en cada fotografía y alineandolas mediante giro y desplazamiento de una de ellas.

Una paralaje en "y" similar se origina si la línea que une los centros de las lentes de observación del estereoscopio de espejos no es paralela a la línea de vuelo.

Si al tomar las fotografías la altura de vuelo fue diferente, (fig)

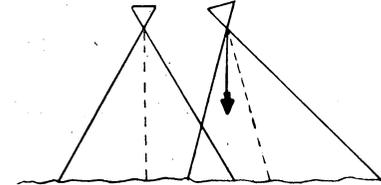


La escala en ambas fotografías es distinta y los puntos extremos (a, b) de una recta se verían en ambas fotografías como se muestra en la fig

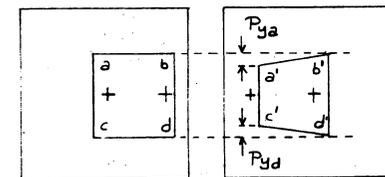


Las distancias P_{ya} y P_{yb} son las paralajes en y para los puntos extremos de la recta. Para eliminar la paralaje en el punto a es necesario mover la foto derecha hacia arriba ó la foto izquierda hacia abajo. Al hacer esto la paralaje "y" en el punto b se incrementa al doble y por lo tanto lo más probable es que se pierda la visión estereoscópica en esa zona. O sea que podemos ver estereoscópicamente la zona alrededor -- del punto a ó alrededor del punto b pero no las dos zonas simultáneamente.

La paralaje en "y" también se origina, si al tomar las fotografías alguna de ellas no fue vertical (fig. 2).



La paralaje en "y" que se origina se puede apreciar en la siguiente figura:



La paralaje no nada más existe para los puntos a, c marcados en la figura anterior, sino para todos los puntos a lo largo de las rectas \overline{ab} y \overline{cd} .

5.10 Estereoscopia por colores complementarios.

La estereoscopia artificial también se puede lograr mediante el uso de un filtro rojo y otro azul - verde, según los experimentos de Rollmann en 1853. El método consiste en imprimir una de las fotografías del par en rojo y sobreponerle la impresión de la otra fotografía del par en azul - verde, de tal manera que la fotografía resultante es una mezcla de ambas. Al observar esa fotografía resultante con unos anteojos llamados anaglifos (en los cuales una de las lentes es roja y la otra azul-verde) volvemos a separar los componentes de la fotografía mezcla por medios ópticos. Lo que sucede es que por la lente roja nada más se puede percibir la fotografía impresa en azul - verde y por la lente azul - verde nada más se percibe la fotografía impresa en rojo o sea que al ver con un ojo una sola fotografía y con el otro la otra fotografía nuestro cerebro percibe el modelo estereo que ilusoriamente se forma sobre las fotografías observadas.

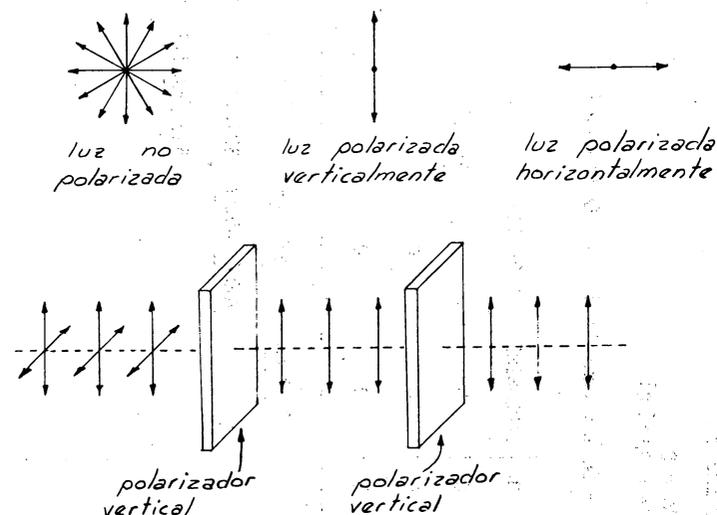
En 1858 d'Almeida demostró que se logra el mismo efecto si en vez de imprimir las fotografías, proyectamos las dos fotografías en blanco y negro sobreponiendo las proyecciones pero anteponiéndole a un proyector un filtro rojo y al otro un filtro azul-verde. Si las dos imágenes superpuestas las observamos con anaglifos también percibimos un modelo tridimensional.

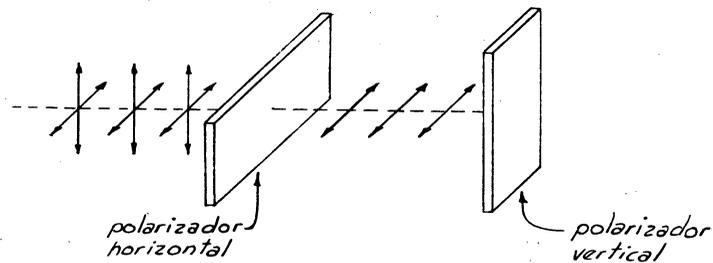
En ambos casos el modelo tridimensional formado es en blanco y negro debido a que los colores de los filtros de proyección o impresión y los colores usados en el anaglifo se complementan. Es importante --

que los tonos y colores de los filtros de proyección o impresión sean -- iguales a los de observación porque si no, no se forma un modelo tridimensional nítido y esto ocasiona molestias al observar.

5.11 Estereoscopia por luz polarizada.

Una de las ventajas de este método es que se pueden observar modelos tridimensionales en blanco y negro o en color. El método consiste en proyectar las fotografías del par, con luz polarizada lineal de tal manera que la dirección de polarización de una fotografía sea vertical y la de la otra horizontal. La proyección-mezcla que se obtiene al sobreponer las proyecciones de ambas fotografías del par, se observa al través de los correspondientes filtros polarizados, con lo que se logra volver a separar las proyecciones de tal manera que, al mirar con cada ojo la correspondiente proyección, se forma un modelo tridimensional.





5.12 Estereoscopia por fotografías alternadas.

Este método permite la observación de modelos en blanco y negro o en colores, pero tiene la ventaja de que al no tener que proyectar y observar al través de filtros, no hay pérdidas de luz y por lo tanto el modelo se ve más luminoso y claro.

El método consiste en proyectar la fotografía izquierda de un par mientras se obstruye la proyección de la fotografía derecha y luego se proyecta la fotografía derecha y se obstruye la proyección de la fotografía izquierda. El alternado de las proyecciones se hace a gran velocidad, por medio de una placa giratorio o de persianas que se abren y cierran y estos movimientos están sincronizados con un sistema de observación que también tiene una placa giratoria, de tal manera que cuando se proyecta la foto izquierda la vemos con un solo ojo y cuando se proyecta la foto derecha la vemos con el otro ojo.

El período de alternado es tan pequeño que antes de que se alcance a borrar la imagen en la retina de cada ojo volvemos a ver las fotografías o sea que aunque la foto izquierda y derecha se están proyectando alternadamente, nosotros no percibimos esas alternaciones y --

vemos la foto izquierda con un ojo en forma continua y la foto derecha también en forma continua de tal manera que se forma un modelo tridimensional.

ANÁLISIS DE LA BIBLIOGRAFÍA EN INGLÉS PARA LA ENSEÑANZA Y

APRENDIZAJE DE LA FOTOGRAMETRÍA Y GEODESIA

M.C. Gualterio Luthe García

El propósito de esta conferencia es dar a conocer algunas de las experiencias y conclusiones a las que se llegaron en la IX Conferencia Nacional de Profesores de Topografía, celebrada del 20 al 24 de Junio de 1977, en la Universidad de New Brunswick en Canadá.

FOTOGRAMETRÍA

El campo de conocimientos que abarca la Fotogrametría queda comprendida en 21 capítulos que constituyen el modelo standard; a cada capítulo se le asignó un número de páginas requerido para su presentación en un libro idóneo.

Al elaborar el modelo standard se consideró lo suficientemente amplio para incluir todos los temas que normalmente están comprendidos dentro de la definición de Fotogrametría.

Se excluyó la fotointerpretación y la percepción remota por considerarse tan amplios que deben tratarse por separado.

Nota.- Ver tabla 1.

Se consideraron 3 modelos de cursos:

Modelo 1.- Elemental. Introdutorio. Es donde se omiten los capítulos -

- 9, 10, 16-20. Los otros capítulos se cubren sin irse a mucho detalle.

MODELO STANDARD PARA FOTOGRAMETRÍA

CAPITULO	Páginas
1.- Óptica	40
2.- Materiales Fotográficos	30
3.- Cámara Métrica	40
4.- Geometría de Fotografía Vertical	25
5.- Estereoscopía y Paralaje	50
6.- Procedimientos Planimétricos Simples	45
7.- Medida y Corrección de Coordenadas de Imágenes	40
8.- Geometría de Fotografía General	60
9.- Resección Espacial e Intersección	40
10.- Orientación de un Modelo Estereo	60
11.- Instrumentos Graficadores Estereoscópicos	75
12.- Rectificación	45
13.- Ortofotografía	40
14.- Planeación y Control de Fotografía Aérea	55
15.- Triangulación Fotogramétrica	100
16.- Fotogrametría Terrestre	50
17.- Fotogrametría de Rango Corto	70
18.- Fotografía Oblicua	55
19.- Fotografía Dinámica	50
20.- Sistemas Automatizados	45
21.- Antecedentes Generales	40
	<u>1055</u>

tabla 1

Modelo 2.- Cubrimiento general. Se cubren todos los capítulos, pero algunos muy someramente. Es un curso que se recomienda para ingenieros civiles y se puede impartir en uno o dos semestres

Modelo 3.- Avanzado. Cubre a fondo la mayoría de los capítulos y es un curso propio para ingenieros topógrafos. Este curso se puede impartir en dos o tres semestres. Este curso es un requisito para estudios de especialización en el área de Fotogrametría.

Los libros considerados se evaluaron para cada modelo de curso, de acuerdo a la siguiente simbología:

- C Completo requiere de muy poca información adicional
- P Primario requiere de información adicional
- R Referencia libro de consulta

Nota.- Ver Tabla 2.

Conclusiones.- Se concluye que hay libros adecuados para los modelos I y II. Para el modelo III hay bastantes referencias que pueden complementarse con la información que aportan las revistas especializadas. Por lo tanto el área de Fotogrametría esta adecuadamente cubierta.

AUTOR/TITULO	MODELO			COMENTARIOS
	I	II	III	
Albertz, J. & Kreiling, W. <u>Photogrammetric Guide.</u> 2nd. edition, 1972.				Buen libro para profesores; no es un texto o referencia.
American Society of Photogrammetry <u>Manual of Photogrammetry.</u> 3rd. edition, 1968.	R	R	R	Manual, no texto, excelente referencia.
Baker, W.H. <u>Elements of Photogrammetry.</u> 1960.	P			Fuera de impresión.
Crone, D.R. <u>Elementary Photogrammetry.</u> 1963.	P	R	R	Sin fotografías
Eichler, John & Tubis, H. <u>Photogrammetry Lab Kit.</u> 1972	R			Texto para preparatoria
Ghosh, S.K. <u>Theory of Stereo Photogrammetry.</u> 1968.		R	R	Unicamente un área.
Ghosh, S.K. <u>Phototriangulation.</u> 1975		R		Adolece de técnicas modernas.
Hallert, B. <u>Photogrammetry.</u> 1960.	R	R	R	Fuera de impresión.
I.T.C. <u>I.T.C. Textbook.</u> various years.	R	R	R	Buena referencia.
Kilford, W.K. <u>Elementary Air Survey</u> 1963.	P	R		Actualmente en revisión
Moffitt, F. <u>Photogrammetry.</u> 1967.	C	P	R	En revisión.
Schwidersky, K <u>An Outline of Photogrammetry</u> 1958.	R	R	R	Versión revisada en alemán, disponible.
Williams, J.C.C. <u>Simple Photogrammetry.</u> 1969.		R		Como referencia para algunos temas.
Wolf, P. <u>Elements of Photogrammetry</u> 1974.	C	C	R	Bien escrito.

tabla 2

PERCEPCION REMOTA

Aquí se estableció el contenido del curso básico como se muestra en la tabla 3.

Nota.- Ver Tabla 3.

Los 3 modelos considerados cubren todos los temas, pero a diferente profundidad.

Los libros y sus respectivas evaluaciones se muestran en la tabla 4.

Conclusiones.- No es de sorprender la falta de libros adecuados pues Percepción Remota es un campo en continuo y rápido desarrollo, lo que provoca que los libros se vuelvan obsoletos en poco tiempo.

GEODESIA

Se propuso subdividir a la Geodesia en 3 partes:

- a) Posicionamiento
- b) Campo Gravitacional Terrestre
- c) Variación en tiempo de posiciones y campo gravitacional.

En los tres modelos se deben tratar las tres partes, pero a diferente profundidad.

Los libros y sus evaluaciones se muestran en la Tabla 5.

Conclusiones.- No hay ningún libro adecuado para ninguno de los modelos.

MODELO STANDARD PARA PERCEPCION REMOTA

1.- Principios Fundamentales

- Historia
- Corriente de energía
- Características de fuentes de energía
- Características de propagación de energía
- Interacción energía-materia
- Sensitometría
- Principios de fotografía
- Características de imagen fotográfica
- Resolución geométrica y espectral
- Estereoscopia

2.- Adquisición de Datos

- Plataformas sensoriales
- Sistemas sensoriales
- Aberraciones
- Planeación de proyecto
- Control radiométrico
- Recursos

3.- Procesamiento de Datos

- Conversión analógica a digital y viceversa
- Mejoramiento de imagen
- Compactación de datos
- Procesamiento estadístico
- Almacenamiento y retiro

4.- Interpretación de Imágenes (Análisis)

- Principios de interpretación
- Claves de interpretación
- Características de imagen
- Imágenes multi-datos
- Imágenes multi-bandas
- Densitometría
- Reconocimiento de patrones numéricos
- Evaluación estadística

5.- Aplicaciones

Ejemplos selectos.

Tabla 3

AUTOR/TITULO	MCDELO			COMENTARIOS
	I	II	III	
American Society of Photogrammetry <u>Manual of Photographic Interpretation</u> 1960	R	R	R	
American Society of Photogrammetry <u>Manual of Remote Sensing</u> 1965	R	P	P	No es un libro de texto. Se requiere la guía del profesor.
Barrett, E.C. & Curtis, L.F. <u>Environmental Remote Sensing: Applications & Achievements.</u> 1974	R			Orientado a la aplicación; es una colección de documentos.
Branch, M.C. <u>City Planning and Aerial Information.</u> 1971.	P			Un tratamiento no-riguroso - para aquellos que no tienen antecedentes matemáticos.
Estes, J.E. & Senger, L.W. <u>Remote Sensing, Techniques for Environmental Analysis.</u> 1974	R			Colección de documentos; buena bibliografía.
Harper, D. <u>Eye in the Sky - Introduction to Remote Sensing</u> 1976	R			Lectura suplementaria. Tratamiento popular del tema. Hace referencia a proyectos canadienses.
Holz, R.K. <u>The Surveillant Science - Remote Sensing of the Environment,</u> 1973	P	P		Colección de documentos. Orientado a la aplicación. La profundidad del tratamiento varía. No se incluye el procesamiento de datos.
National Academy of Sciences <u>Remote Sensing with Special Reference to Agriculture & Forestry.</u> 1970	R	R	R	Orientado a la aplicación. Una buena sección de microondas.
Rudd, R.D. <u>Remote Sensing - A Better View</u> 1974	R			Lectura suplementaria. Tratamiento popular del tema.

• Tabla 4

AUTOR/TITULO	MCDELO			COMENTARIOS
	I	II	III	
Bamford, G. <u>Geodesy.</u> 3rd edition, 1971	R	R	R	Citación deficiente. Debe usarse con guía del profesor en el modelo 1.
Caputo M. <u>The Gravity Field of the Earth</u> 1967			R	
Clark, D. <u>Plane & Geodetic Surveying for Engineers.</u> 6th edition, 1969	R			La cuarta y quinta edición son las más exitosas.
Ewing, C.E. & Mitchell <u>Introduction to Geodesy</u> 1970				Selección de temas deficiente y graves defectos en tratamiento; errores de concepto.
Gass, I.G. Smith, P. & Wilson <u>Understanding The Earth</u> 1973				No aplicable a cursos de Geodesia.
Heiskanen, W.A. & Moritz, H. <u>Physical Geodesy.</u> 1967.	R	R	P	Debe usarse con guía del profesor en el modelo 1.
Hosmer, G.L. <u>Geodesy</u> 2nd edition, 1930				Libro obsoleto.
Jeffreys, H. <u>The Earth.</u> 5th edition, 1970			R	
Kaula, W. <u>Theory of Satellite Geodesy</u> 1966		R	R/P	Muy difícil de leer, pensado como una monografía.
Molodenskij, M.S., Eremeev, V., & Yurkina, M.I. <u>Methods for Study of the External Gravitational Field & Figure of the Earth.</u> 1962			R	Leer con cuidado, errores debido a la traducción.
Mueller, I.I. <u>Introduction to Satellite Geodesy</u> 1964		R		Debe ser actualizado.
Mueller, I.I. <u>Spherical and Practical Astronomy</u> 1969	R	P	P	Muy útil y a tiempo.
Hotine, M. <u>Mathematical Geodesy</u> 1969			R	Se requieren conocimientos de cálculo tensorial como requisito.
Pick, M., Picha, J. & Vyskoci <u>Theory of the Earth Gravity Field</u> 1973			R	
Richardus, P. & Adler, R.K. <u>Map Projections,</u> 2nd edition, 1972				No aplicable a cursos de Geodesia.
Robbins, A.R. <u>Field and Geodetic Astronomy</u> (1976)	R	R	R	No hubo tiempo de evaluarlo porque acaba de publicarse.
United States Air Force. <u>Geodesy for the Layman.</u> 1964	R			Únicamente como lectura de antecedente.

Tabla 5

AJUSTES

El curso de ajustes consiste de 17 capítulos que se muestran en la tabla 6.

En el modelo 1 se cubren los capítulos 1 a 12. En el modelo 2 se cubren todos, excepto el 17. En el modelo 3 se cubren todos.

Los libros y sus respectivas ecuaciones se muestran en la tabla 7.

Conclusiones.- Se requieren libros completos y primarios para el Modelo 1. Deben ser textos que enfatizen aplicaciones prácticas en el amplio dominio de los ajustes.

CARTOGRAFIA

En esta área nada más se estableció el contenido que deben de cubrir los libros de texto de Cartografía como se muestra en la tabla 8.

Los libros y sus respectivas evaluaciones se muestran en la tabla 9.

Conclusiones.- Se detectó una falta de libros adecuados, pero esto tal vez se remedie pronto pues se sabe que hay varios libros en proceso.

MODELO STANDARD PARA AJUSTES

- 1.- Concepto de Observaciones y Modelo
- 2.- Retroalimentación de Conceptos Estadísticos
- 3.- Clasificación de Errores
- 4.- Medidas de dispersión
- 5.- Técnicas de propagación
- 6.- Ejemplos de estimación de variantes y covariantes de observaciones
- 7.- Pesos
- 8.- Introducción al Ajuste por Mínimos Cuadrados
- 9.- Método de Ecuaciones de Observación
- 10.- Método de Ecuaciones de Condición
- 11.- Representación de residuos
- 12.- Estadísticas
- 13.- Consideraciones
- 14.- Técnicas adicionales en el método de Ecuaciones de Observación
- 15.- Combinación de ecuaciones de Observación y ecuaciones de Condición
- 16.- Discusión de técnicas y análisis avanzados
- 17.- Temas avanzados

Tabla 6

MODELO STANDARD PARA CARTOGRAFIA

AUTOR/TITULO	MODELO			COMENTARIOS
	I	II	III	
Barry, A. <u>Engineering Measurements.</u> 1964	R			Usese con cuidado. Es cuestión de rigor.
Bjerhammer, Arne <u>Theory of Errors & Generalized Matrix Inverses.</u> 1973		R	R	Caro. Sus dos partes son incompatibles. Util en investigaciones especializadas
Deutsch, R. <u>Estimation Theory.</u> 1965			R	
Gelb, A. (ed.) <u>Applied Optimal Estimation.</u> 1974.			R	
Hamilton, W.C. <u>Statistics in Physical Science: Estimation, Hypothesis Testing & Least Squares.</u> 1964		R	R	En general, sirve de referencia.
Hirvonen, R.A. <u>Adjustment by Least Squares in Geodesy & Photogrammetry.</u> 1971	R	R	R	Barato. Buenos ejemplos prácticos. Usa dos anotaciones: Gaussiana/matricial
Lewis, T.C. & Odell, P.L. <u>Estimation in Linear Models.</u> 1971			R	
Liebelt, P.B. <u>An Introduction to Optimal Estimation.</u> 1967		R	R	
Mikhail, E.M. <u>Observations and Least Squares</u> 1976	R	C	P	Un excelente referencia para el modelo I. Un libro largamente esperado. Las pruebas estadísticas están integradas a la metodología de ajustes por mínimos cuadrados.
Rainsford, H.F. <u>Survey Adjustments and Least Squares.</u> 1958	R			Algo obsoleto. Contiene algunos errores de concepto.
Rao, C.R. <u>Linear Statistical Inference and Its Applications.</u> 1973			R	
Richardus, P. <u>Project Surveying.</u> 1966	R	R		Una buena referencia para algunos proyectos prácticos. Usa dos notaciones: Gaussiana/matricial.
Thiel, H. <u>Principles of Econometrics.</u> 1971			R	
Tienstra, J.M. <u>Theory of Adjustment of Normally Distributed Observations</u> 1966.		R	R	Usa la notación Ricci.

Tabla 7

- 1.- Definición de la Cartografía
- 2.- Historia de la Cartografía
- 3.- Clasificación de mapas
- 4.- Bases Geográficas y Geodésicas
- 5.- Bases de datos Digitales y Gráficos; Documentos.
- 6.- Proyección de Mapas.
- 7.- Expresiones Cartográficas y presentación de detalles
- 8.- Cartografía Topográfica.
- 9.- Sistema Cartográfico Nacional
10. Técnicas Cartográficas
11. Cartometría
12. Cartografía temática
13. Productos relacionados con Mapas
14. Almacenamiento, manejo y distribución.

Tabla 8

AUTOR/TITULO	COMENTARIOS
<u>General Cartographic Texts:</u> Raisz, Erwin <u>Principles of Cartography</u> 1962	Obsoleto.
Robinson, A.H. & Sale, R.D. <u>Elements of Cartography</u> 3rd edition, 1969	Técnicamente obsoleto. Orientado fuertemente a la geografía. Se recomienda como referencia.
Tyner, J. The World of Maps and Mapping 1974	Elemental pero claro, bien ilustrado. Como referencia pero no como texto.
United Kingdom Ministry of Defence Military Engineering, Vol. XIII. 1971	Le faltan consideraciones históricas y temáticas. Como referencia. No siempre disponible.
<u>Design and Production:</u> Keates, J. <u>Cartographic Design and Production.</u> 1973	Muy bueno. Se recomienda como texto principal o como referencia.
<u>Reproduction:</u> Eastman Kodak Publications <u>Basic Photography for the Graphic Arte.</u> 1972	Como texto para parte del curso. Económico.
United Kingdom Ministry of Defence Military Engineering, vol XIII, Pt. XII 1971	Como referencia. No siempre disponible.
<u>Map Projections:</u> Maling, D.H. <u>Coordinate Systems and Map Projections.</u> 1973	Buen texto. Se recomienda como referencia.
Roblin, H.S. <u>Map Projections.</u> 1969	Elemental en naturaleza. Se recomienda como referencia.

Tabla 9

EJEMPLO DE AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS EMPLEANDO EL METODO

TRADICIONAL Y EL METODO MATRICIAL por M. en C. Gualterio Luthe

Cuando efectuamos más observaciones que las indispensables el modelo matemático consiste de un número mayor de ecuaciones que de parámetros.

Supongamos el siguiente modelo matemático:

$$f_1 = 3x_1 + x_2$$

$$f_2 = 2x_1 + x_2$$

$$f_3 = 3x_1 + 2x_2$$

en donde f_1, f_2, f_3 , son observaciones o mediciones y

x_1, x_2 , son los parámetros desconocidos.

O sea que tenemos un sistema de 3 ecuaciones con dos incógnitas.

Supongamos que los valores observados son:

$$f_1 = 4$$

$$f_2 = 2$$

$$f_3 = 1$$

Substituyendo estos valores en el modelo matemático obtenemos:

$$\textcircled{1} \quad 4 = 3x_1 + x_2$$

$$\textcircled{2} \quad 2 = 2x_1 + x_2$$

$$\textcircled{3} \quad 1 = 3x_1 + 2x_2$$

Si consideramos únicamente las primeras dos ecuaciones obtenemos los siguientes valores para los parámetros:

$$x_1 = 2 \quad y \quad x_2 = -2$$

Si consideramos las últimas dos ecuaciones los valores para los parámetros son:

$$x_1 = 3 \quad y \quad x_2 = -4$$

Considerando la primera y la última ecuación el resultado es:

$$X_1 = 2 \frac{1}{3}$$

$$X_2 = -3$$

El haber obtenido 3 valores diferentes para cada uno de los parámetros se debe a que las observaciones no fueron perfectas. Para obtener un solo valor para cada parámetro, es necesario sumarle (con su propio signo) el valor del error cometido en cada una de las observaciones. Asignándoles las letras e_1, e_2, e_3 a los errores, obtenemos el siguiente sistema:

$$f_1 + e_1 = 3x_1 + X_2$$

$$f_2 + e_2 = 2x_1 + X_2$$

$$f_3 + e_3 = 3x_1 + 2x_2$$

En la realidad no podemos saber la magnitud de los errores cometidos en las observaciones pero sí podemos calcular los residuos. Es por eso que en las 3 ecuaciones anteriores sustituimos el valor de los errores que no podemos conocer por el de los residuos. Si le asignamos las letras v_1, v_2, v_3 a los residuos tenemos:

$$f_1 + v_1 = 3x_1 + X_2$$

$$f_2 + v_2 = 2x_1 + X_2$$

$$f_3 + v_3 = 3x_1 + 2x_2$$

Si sustituimos el valor de las observaciones nos queda un sistema de 3 ecuaciones con 5 incógnitas.

$$(4) \quad 4 + v_1 = 3x_1 + X_2$$

$$(5) \quad 2 + v_2 = 2x_1 + X_2$$

$$(6) \quad 1 + v_3 = 3x_1 + 2x_2$$

Para obtener el mejor resultado para los parámetros según la teoría de los mínimos cuadrados, la suma de los cuadrados de los residuos debe ser mínima ($\sum v^2 = \text{mínima}$)

Para obtener el cuadrado de los residuos, despejamos los residuos y luego los elevamos al cuadrado.

$$v_1^2 = (3x_1 + X_2 - 4)^2$$

$$v_2^2 = (2x_1 + X_2 - 2)^2$$

$$v_3^2 = (3x_1 + 2x_2 - 1)^2$$

Efectuando los cuadrados y sumando las tres ecuaciones:

$$V_1^2 = 9x_1^2 + X_2^2 + 16 + 6x_1x_2 - 24x_1 - 8x_2$$

$$V_2^2 = 4x_1^2 + X_2^2 + 4 + 4x_1x_2 - 8x_1 - 4x_2$$

$$V_3^2 = 9x_1^2 + 4x_2^2 + 1 + 12x_1x_2 - 6x_1 - 4x_2$$

$$\sum V^2 = 22x_1^2 + 6x_2^2 + 21 + 22x_1x_2 - 38x_1 - 16x_2$$

Como la ecuación resultante es de segundo grado, es necesario linearizarla para lo cual la derivamos parcialmente con respecto a cada una de los parámetros. Las derivadas parciales las igualamos a cero para que la $\sum V^2$ sea mínima.

$$(7) \quad \frac{\partial \sum V^2}{\partial x_1} = 44x_1 + 22x_2 - 38 = 0$$

$$(8) \quad \frac{\partial \sum V^2}{\partial x_2} = 12x_2 + 22x_1 - 16 = 0$$

Las dos ecuaciones anteriores se conocen con el nombre de Ecuaciones Normales. Dichas ecuaciones se resuelven en forma simultánea. Aplicando el método de suma y resta podemos multiplicar la ecuación 8 por -2.

$$\textcircled{9} \quad -24x_2 - 44x_1 + 32 = 0$$

sumando 7 y 9

$$-2x_2 - 6 = 0$$

despejando x_2

$$\textcircled{10} \quad x_2 = -3$$

substituyendo 10 en 8 y despejando x_1

$$12(-3) + 22x_1 - 16 = 0$$

$$22x_1 - 52 = 0$$

$$x_1 = \frac{26}{11}$$

Substituyendo los valores de x_1 y x_2 en las ecuaciones 4, 5 y 6 podemos

calcular los valores para v_1 , v_2 , v_3 .

$$v_1 = \frac{3(26)}{11} + (-3) - 4$$

$$v_2 = \frac{2(26)}{11} + (-3) - 2$$

$$v_3 = \frac{3(26)}{11} + 2(-3) - 1$$

efectuando las operaciones indicadas

$$v_1 = \frac{1}{11}$$

$$v_2 = -\frac{3}{11}$$

$$v_3 = \frac{1}{11}$$

sumándole los valores de v_1 , v_2 , v_3 a las observaciones originales obtenemos los valores ajustados (por el método de mínimos cuadrados) de dichas observaciones.

$$\hat{f}_1 = 4 + \frac{1}{11}$$

$$\hat{f}_2 = 2 - \frac{3}{11}$$

$$\hat{f}_3 = 1 + \frac{1}{11}$$

Nota.- El símbolo $\hat{}$ sobre las letras f e para diferenciar las observaciones originales de las observaciones ajustadas.

finalmente las observaciones ajustadas son:

$$\hat{f}_1 = 4 + \frac{1}{11}$$

$$\hat{f}_2 = 2 - \frac{3}{11}$$

$$\hat{f}_3 = 1 + \frac{1}{11}$$

Ahora vamos a resolver el mismo ejemplo pero usando fórmulas matriciales.

Las fórmulas a emplear son:

$$\hat{X} = (A'PA)^{-1} A'PF$$

$$V = AX - F$$

$$\hat{F} = F + V = A\hat{X}$$

En donde:

\hat{X} = matriz de los parámetros ajustados

A = matriz de los coeficientes de los parámetros

P = matriz de los pesos. Como en este ejemplo todas las observaciones

tienen el mismo peso, esta matriz P es la matriz identidad.

F = matriz de las observaciones

V = matriz de los residuos

\hat{F} = matriz de las observaciones ajustadas.

El modelo matemático es:

$$\begin{aligned} 4 &= 3x_1 + x_2 \\ 2 &= 2x_1 + x_2 \\ 1 &= 3x_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

Formando las matrices:

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \hat{F} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \\ \hat{f}_3 \end{bmatrix}$$

Calculando los residuos:

$$\hat{A}\hat{X} - F = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} \\ \frac{1}{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = V$$

Calculando los parámetros ajustados:

$$A'PA = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 11 \\ 11 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(A'PA)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{6}{11} & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Nota.- Para invertir matrices de 4 x 4 o mayores
es conveniente hacer uso de las computadoras electrónicas.

$$A'PF = \begin{bmatrix} 19 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$(A'PA)^{-1} A'PF = \begin{bmatrix} \frac{26}{11} \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \hat{X}$$

Calculando las observaciones ajustadas:

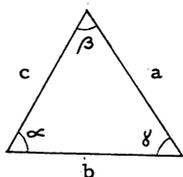
$$\hat{A}\hat{X} = \begin{bmatrix} 4 & \frac{1}{11} \\ 1 & \frac{8}{11} \\ 1 & \frac{1}{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \\ \hat{f}_3 \end{bmatrix} = \hat{F}$$

COMPENSACION DE UN TRIANGULO

Calculó : M. en C. Gualterio Luthe

Problema.- De un triángulo se midieron sus 3 lados y sus 3 --
ángulos interiores. Se quiere compensar los lados
y ángulos del triángulo usando todas las observacio-
nes. El peso en las mediciones angulares y de dis-
tancias es la unidad. No se considera el exceso --
esférico.

Croquis y Nomenclatura:



Observaciones:

$$L_b = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70^\circ 28' 13'' \\ 52^\circ 51' 50'' \\ 56^\circ 39' 48'' \\ 11\ 278.\ 050\ \text{m} \\ 9\ 539.\ 803\ \text{m} \\ 9\ 997.\ 540\ \text{m} \end{bmatrix}$$

Número de Ecuaciones de Condición:

$$\begin{aligned} r &= n - u & \text{donde: } r &= \text{número de ecuaciones de condición} \\ r &= 6 - 3 & n &= \text{número de observaciones} \\ r &= 3 & u &= \text{número mínimo de observaciones} \end{aligned}$$

Modelo Matemático

$$F_1 = \alpha + \beta + \gamma - 180 = 0$$

$$F_2 = \frac{a \operatorname{sen} \beta}{b \operatorname{sen} \alpha} - 1 = 0$$

$$F_3 = \frac{a \operatorname{sen} \gamma}{c \operatorname{sen} \alpha} - 1 = 0$$

Fórmulas a Emplear

$$M = BP^{-1} B^1$$

$$K = -M^{-1} W$$

$$V = P^{-1} B^1 K$$

$$L_a = L_b + V$$

Estructura de la Matriz B :

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} & \frac{\partial F_1}{\partial a} & \frac{\partial F_1}{\partial b} & \frac{\partial F_1}{\partial c} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_2}{\partial \beta} & \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} & \frac{\partial F_2}{\partial a} & \frac{\partial F_2}{\partial b} & \frac{\partial F_2}{\partial c} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_3}{\partial \beta} & \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} & \frac{\partial F_3}{\partial a} & \frac{\partial F_3}{\partial b} & \frac{\partial F_3}{\partial c} \end{bmatrix}$$

Efectuando las derivadas parciales y substituyendo:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\cot \alpha & \cot \beta & 0 & \frac{1}{a} S'' & = \frac{1}{b} S'' & 0 \\ -\cot \alpha & 0 & \cot \gamma & \frac{1}{a} S'' & 0 & -\frac{1}{c} S'' \end{bmatrix}$$

Nota.- Los términos en donde intervienen las distancias, se multiplicaron por S'' para homogeneizar las unidades dentro de la Matriz B

$$S'' = 1 \text{ radian en segundos} = \frac{180 \times 3600}{\pi}$$

Calculando los errores de cierre y formando la Matriz W:

Substituyendo los valores observados, en las ecuaciones de condición tenemos:

$$F_1 = \alpha + \beta + \gamma - 180 = -9''$$

$$F_2 = \frac{a \operatorname{sen} \beta}{b \operatorname{sen} \alpha} - 1 = -0.000\ 006\ 560\ 6$$

$$F_3 = \frac{a \operatorname{sen} \gamma}{c \operatorname{sen} \alpha} - 1 = -0.000\ 005\ 391\ 4$$

Nota.- Para formar la matriz W, los valores de F_2 y F_3 se multiplicaron por ζ''

$$W = \begin{bmatrix} -9 \\ -1.353\ 220\ 88 \\ -1.112\ 064\ 94 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones Normales.-

$$MK + W = 0$$

$$\text{donde } M = BP^{-1}B^1$$

Nota.- En este caso $P=I$ = Matriz Identidad =

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 0.4025828 & 0.30309121 \\ 802.6776602 & 334.615118 & \\ & 760.7089127 & \end{bmatrix}$$

Nota.- La recta debajo de los números de la diagonal es para indicar que M es una Matriz simétrica

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0.333359\ 0428 & -0.0001369368 & -0.0000725863 \\ & 0.0015256334 & -0.00067103 \\ & & 0.00160976 \end{bmatrix}$$

$$K = -M^{-1}W$$

$$K = \begin{bmatrix} 2.999965359 \\ 0.0000858588 \\ 0.0002288291 \end{bmatrix}$$

Calculando la Matriz de las variaciones

$$V = P^{-1}B^1 K$$

$$V = \begin{bmatrix} 2.999 \\ 3.000 \\ 3.000 \\ 0.0057 \\ -0.0018 \\ -0.0047 \end{bmatrix}$$

Encontrando la Matriz de las Observaciones Compensadas

$$L_a = L_b + V$$

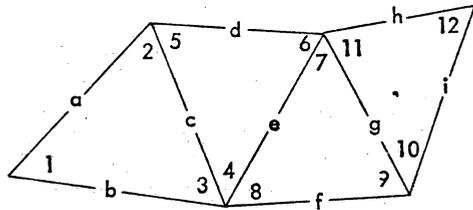
$$L_a = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70^\circ 28' 16'' \\ 52^\circ 51' 53'' \\ 56^\circ 39' 51'' \\ 11\ 278.056\ m \\ \gamma\ 539.811\ m \\ 9\ 997.535\ m \end{bmatrix}$$

COMPENSACION EN BLOQUE DE UN LEVANTAMIENTO HIBRIDO
(TRIANGULACION-TRILATERACION)

Calculo: M. en C. Gualterio Luthe

Problema. - En una cadena de 4 triángulos se midieron los ángulos interiores de cada triángulo y sus respectivos lados. Se requiere compensar los lados y ángulos de toda la cadena, usando todas las observaciones simultáneamente. El peso en las mediciones angulares y de distancias es la unidad. No se considera el exceso esférico.

Croquis y Nomenclatura



Matriz de Observaciones

$L_b =$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70^\circ 28' 13'' \\ 52^\circ 51' 50'' \\ 56^\circ 39' 48'' \\ 61^\circ 22' 42'' \\ 74^\circ 30' 28'' \\ 44^\circ 06' 43'' \\ 31^\circ 19' 05'' \\ 58^\circ 55' 18'' \\ 89^\circ 45' 32'' \\ 42^\circ 35' 43'' \\ 86^\circ 02' 49'' \\ 51^\circ 21' 34'' \\ 9997.510 \text{ m} \\ 9539.803 \text{ m} \\ 11278.050 \text{ m} \\ 14222.682 \text{ m} \\ 15613.824 \text{ m} \\ 8115.857 \text{ m} \\ 13372.965 \text{ m} \\ 11587.718 \text{ m} \\ 17080.522 \text{ m} \end{bmatrix}$
---------	---

Número de Ecuaciones de Condición:

$r = n - u$ donde: r = número de ecuaciones de condición
 $r = 21 - 9$ n = número de observaciones
 $r = 12$ u = número mínimo de observaciones

Modelo Matemático

$F_1 = 1 + 2 + 3 - 180 = 0$
 $F_2 = 4 + 5 + 6 - 180 = 0$
 $F_3 = 7 + 8 + 9 - 180 = 0$
 $F_4 = 10 + 11 + 12 - 180 = 0$
 $F_5 = \frac{c \operatorname{sen} 2}{b \operatorname{sen} 1} - 1 = 0$
 $F_6 = \frac{c \operatorname{sen} 3}{a \operatorname{sen} 1} - 1 = 0$
 $F_7 = \frac{c \operatorname{sen} 4}{d \operatorname{sen} 6} - 1 = 0$
 $F_8 = \frac{c \operatorname{sen} 5}{e \operatorname{sen} 6} - 1 = 0$
 $F_9 = \frac{g \operatorname{sen} 7}{f \operatorname{sen} 8} - 1 = 0$
 $F_{10} = \frac{g \operatorname{sen} 9}{e \operatorname{sen} 8} - 1 = 0$
 $F_{11} = \frac{g \operatorname{sen} 10}{h \operatorname{sen} 12} - 1 = 0$
 $F_{12} = \frac{g \operatorname{sen} 11}{i \operatorname{sen} 12} - 1 = 0$

NOTA: Los términos en donde intervienen las distancias, se multiplicaron por ρ'' para homogeneizar las unidades dentro de la matriz B .

$$\rho'' = 1 \text{ radian en segundos} = \frac{180 \times 3600}{\pi}$$

Calculando los errores de cierre y formando la Matriz W:

Substituyendo los valores observados en las ecuaciones de condición tenemos:

$$F_1 = 1 + 2 + 3 - 180 = -9''$$

$$F_2 = 4 + 5 + 6 - 180 = -7''$$

$$F_3 = 7 + 8 + 9 - 180 = -5''$$

$$F_4 = 10 + 11 + 12 - 180 = +6''$$

$$F_5 = \frac{c \operatorname{sen} 2}{b \operatorname{sen} 1} - 1 = -0.000 \ 006 \ 560 \ 5$$

$$F_6 = \frac{c \operatorname{sen} 3}{a \operatorname{sen} 1} - 1 = -0.000 \ 002 \ 390 \ 5$$

$$F_7 = \frac{c \operatorname{sen} 4}{d \operatorname{sen} 6} - 1 = +0.000 \ 001 \ 839$$

$$F_8 = \frac{c \operatorname{sen} 5}{e \operatorname{sen} 6} - 1 = +0.000 \ 007 \ 754$$

$$F_9 = \frac{g \operatorname{sen} 7}{f \operatorname{sen} 8} - 1 = +0.000 \ 026 \ 678$$

$$F_{10} = \frac{g \operatorname{sen} 9}{\operatorname{sen} 8} - 1 = +0.000 \ 014 \ 518$$

$$F_{11} = \frac{g \operatorname{sen} 10}{h \operatorname{sen} 12} - 1 = +0.000 \ 011 \ 918$$

$$F_{12} = \frac{g \operatorname{sen} 11}{i \operatorname{sen} 12} - 1 = +0.000 \ 006 \ 188 \ 4$$

Nota.- Para formar la matriz W, los valores de: F_5 a F_{12} se multiplicaron por $\rho'' = 206 \ 264.8062$.

$$W = \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ -5 \\ +6 \\ -1.35200 \ 261 \\ -0.493 \ 076 \ 0193 \\ +0.379 \ 320 \ 9787 \\ +1.599 \ 377 \ 308 \\ +5.502 \ 732 \ 501 \\ +2.994 \ 552 \ 457 \\ +2.458 \ 263 \ 961 \\ -1.276 \ 449 \ 127 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones Normales

$$MK + W = 0$$

$$M = BP^{-1}B^T$$

Nota.- En este caso $P = I =$ Matriz Identidad

3	0	0	0	.40258280	.30309121	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	-.48578121	-.75431121	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1.04082117	-.59851471	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.28822266	-.73034555	0
				<u>802.67766</u>	334.6151179	334.48334	334.489304	0	0	0	0	0
					<u>760.7114673</u>	334.489304	334.489304	0	0	0	0	0
						<u>546.1443138</u>	335.5532748	0	0	0	0	0
							<u>510.1446788</u>	0	174.514762	0	0	0
								<u>886.888843</u>	238.2634985	237.9002236	237.9002236	0
									<u>412.7780924</u>	237.9002236	237.9002236	0
										<u>556.5728971</u>	238.5393424	0
											<u>384.3744912</u>	0

- 113 -

Nota: La recta debajo de los números de la diagonal es para indicar que M es una Matriz simétrica

$$K = -M^{-1}W$$

Nota: La inversa de M se calculó con la computadora

K =

3.000 36
2.334 5
1.668 41
-1.997 59
-0.000 906
-0.002 313
0.000 852
0.004 072
-0.003 722
-0.006 445
-0.000 979
0.009 520

Calculando la Matriz de las variaciones

$$V = P^{-1}B^T K$$

V =

3.00
2.99
2.99
2.33
2.33
2.33
1.65
1.68
1.67
-1.99
-1.99
-2.00
0.048
0.020
0.031
-0.012
+0.031
0.222
-0.102
0.017
-0.115

Encontrando la Matriz de las Observaciones Compensadas

$$L_a = L_b + V$$

1	70° 28' 16"
2	52° 51' 53"
3	56° 39' 51"
4	61° 22' 44.33
5	74° 30' 30."33
6	44° 06' 45."33
7	31° 19' 06."65
8	58° 55' 19."68
9	89° 45' 33."67
10	42° 35' 41
11	86° 02' 47
12	51° 21' 32
$L_a =$ a	= 9997.558 m
b	9539.823 m
c	11278.081 m
d	14222.670 m
e	15613.855 m
f	8116.079 m
g	13372.863 m
h	11587.735 m
i	17080.407 m

ORTOFOTOMAPAS

La cada vez mayor difusión que experimentan las ortofotografías, así como su creciente uso, hace indispensable que todas las personas que elaboran o trabajan con mapas esten familiarizadas con las ventajas y limitaciones de éstas.

En una fotografía vertical proyectiva no se pueden tomar medidas planimétricas precisas y las mediciones que se hagan serán meras aproximaciones, ya que al ser la fotografía una proyección cónica, casi la totalidad de los puntos que forman las imágenes experimentan desplazamientos y la escala no es uniforme a lo largo de toda la fotografía, debido a la configuración irregular del terreno.

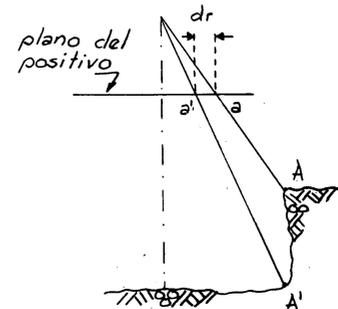


Fig. 1 desplazamiento por relieve (dr) originado por la configuración del terreno.

Para pasar de la proyección cónica de una fotografía a la proyección ortogonal de las cartas o mapas se siguen, desde hace muchos años, procedimientos de restitución analógicos, que con el tiempo se

han ido perfeccionando.

Recientemente y gracias al desarrollo y evolución de las computadoras, también se usan procedimientos de restitución analíticos, que en ciertos casos son más ventajosos que los analógicos.

En una carta de proyección ortogonal, sí podemos tomar medidas planimétricas precisas, como son ángulos, distancias y áreas, porque los objetos representados mediante líneas y símbolos se muestran en su verdadera posición ortográfica. Sin embargo, en una carta no se puede vaciar toda la riqueza informativa de las fotografías, ya que la simbología empleada en las cartas es, hasta cierto punto, y por razones de claridad, legibilidad y percepción, muy limitada.

Desde principios de este siglo ya algunos investigadores y científicos, como Scheimpflug, contemplaba la idea de producir ortofotografías a partir de fotografías perspectivas. En Francia se dió a conocer en 1930 la máquina Gallus-Ferber que, además de ser un instrumento-restituidor, podía producir ortofotografías; pero no fue sino hasta 1950 que resurgió la idea de la ortofotografía debido a las investigaciones hechas en los EE UU por Russel Bean, y cuyos experimentos y trabajo fueron fundamentales para el desarrollo del instrumento actualmente conocido como ortofotoscopio, que se dió a conocer por primera vez en 1953.

Una ortofotografía u ortofoto es una fotografía rectificada que tiene las características geométricas de una carta o sea, es un documento

en donde se reúne la exactitud métrica de una carta y la riqueza informativa de una fotografía.

La diferencia principal que existe entre una ortofoto y una carta es que la primera está compuesta por las imágenes de los detalles, mientras que en la segunda se emplean líneas y símbolos para representar los detalles.

Si una ortofoto se complementa con líneas, símbolos y colores para hacer resaltar los detalles importantes, se obtendrá lo que se conoce con el nombre de ortofotomapa.

Una ortofoto no ofrece información de elevación por sí misma, pero se puede complementar con curvas de nivel, siendo el producto final un ortofotomapa topográfico.

Una ortofoto se produce a partir de una fotografía vertical, mediante un proceso de rectificación diferencial que elimina los desplazamientos por relieve. Al eliminar dichos desplazamientos se pasa de una proyección cónica a una proyección ortogonal y, por consiguiente, se obtiene una escala común uniforme.

Una ortofoto también se puede producir a partir de una fotografía inclinada, pero entonces, además de tener que eliminar los desplazamientos por relieve, hay que eliminar primero los desplazamientos por inclinación.

El principio de rectificación diferencial usado en un ortofotoscopio es el que a continuación se explica: primero se forma un modelo

tridimensional a partir de dos fotografías aéreas verticales que tengan una zona común de traslape. En vez de mesa trazadora el instrumento cuenta con un soporte para película. En dicho soporte se coloca una hoja de película virgen, la cual se cubre con una cortina opaca. La cortina está provista con una pequeña ranura de aproximadamente 5 mm. de ancho, misma que se hace coincidir con el punto flotante, o, mejor dicho, se convierte en el punto flotante.

El operador barre el modelo estéreo en la dirección X manteniendo la ranura siempre en contacto con el terreno, para lo cual tiene que subir y bajar continuamente el plano de la película, de acuerdo a la topografía del terreno. Cuando la ranura alcanza la orilla del modelo, se le da un incremento Y cuyo valor es igual al del ancho de la ranura. Después de darle el incremento, se barre el modelo en dirección opuesta y al llegar a la orilla se le vuelve a dar un incremento Y .

Este proceso se continúa hasta haber barrido totalmente el modelo, o sea, se empieza en una esquina del modelo y se continúa el proceso sin interrupción hasta haberlo cubierto completamente. Durante todo este proceso de barrido, la película se expone simultáneamente a la luz proyectada a través de una sola de las diapositivas y que pasa por la ranura en movimiento.

A este proceso de rectificación se le llama diferencial porque se hace, pedacito por pedacito, conforme va avanzando la pequeña ranura. No se puede obtener una rectificación diferencial perfecta, porque para

ello la ranura debería ser un punto sin dimensiones, lo cual sólo puede considerarse en teoría, pero no en la práctica.

Los instrumentos que son capaces de producir ortofotografías y que actualmente existen en el mercado se pueden clasificar en dos grandes grupos. En un primer grupo están aquellos instrumentos que producen imágenes por proyección óptica directa y, en el segundo grupo, los instrumentos que producen las imágenes electrónicamente.

Los del segundo grupo son automáticos y requieren de una mínima intervención del ser humano. Son capaces de generar automáticamente la información para dibujar curvas de nivel a la vez que producir la ortofotografía. La única limitante de estos equipos es que son sumamente costosos y debido a ello son contados los que existen en uso.

Los del primer grupo no son más que versiones modificadas de los estereograficadores de proyección óptica directa. Para su funcionamiento requieren de un operador y pueden subdividirse en dos grupos: los -- llamados en línea (on-line) y los denominados fuera de línea (off-line).

Los instrumentos en línea son aquellos en los que, al recorrer el modelo con la marca flotante, simultáneamente se expone el ortonegativo. Las desventajas de estos instrumentos son que el operador no puede suspender el trabajo sino hasta que termina de recorrer todo el modelo y que, si no mantiene el punto flotante sobre el terreno constantemente, las imágenes en la ortofoto aparecerán borrosas y no estarán en su posición ortográfica correcta.

Los instrumentos fuera de línea son aquellos en los que el recorrido del modelo no es simultáneo con la exposición del ortonegativo, sino que constituyen dos operaciones separadas. Primero se recorre el modelo y las coordenadas XYZ del punto flotante se van almacenando digitalmente en cinta magnética o disco, a lo largo del recorrido. Esto -- permite volver a recorrer las zonas abruptas y difíciles del modelo tantas veces como sea necesario. En una segunda etapa se usan las coordenadas almacenadas para subir o bajar el plano del ortonegativo y hacer la exposición automáticamente. Algunos instrumentos pueden trabajar en línea y fuera de línea.

Como ejemplo de instrumento en línea actualmente existentes se puede mencionar el Ortofotoscopio T - 64, el Ortoscan Kelsh K - 320, el Ortofoto Wild PPO - 8 y el Orto-3 Projector. Entre los instrumentos fuera de línea igualmente existentes en la actualidad, están el Ortoscan Kelsh K - 320, el Ortofotomat U. S. G. S. y el Ortoproyector Gigas-Zeiss GZ - 1.

Los ortofotomapas han demostrado que ofrecen más ventajas que las fotografías aéreas y que los mapas tradicionales, y esto no es de sorprender, puesto que aquellos poseen las cualidades de las fotos y las cualidades de los mapas.

Dentro de las muchas ventajas de los ortofotomapas destaca el hecho de que representan una reducción en el costo y tiempo de realización respecto a la restitución normal. Según A. Florence, en su artículo

lo "La Ortofotografía y sus Aplicaciones", dicha reducción en costo y tiempo es de un 30 por ciento.

Los ortofotomapas son un medio de comunicación muy efectivo entre personas con diferentes niveles de educación (ej. ingenieros y campesinos), ya que como en él se pueden relacionar las imágenes que allí aparecen con lo que se observa en el terreno, cualquier persona entiende en general un ortofotomapa, mientras que la simbología empleada en las cartas puede confundir a más de un ejidatario.

Los ortofotomapas pueden emplearse ventajosamente para identificar y medir propiedades y permiten hacer revisiones y reediciones más frecuentemente y a un menor costo.

En España se han venido usando exitosamente para planeamiento urbano, proyectos de autopistas y catastro rústico. En catastro rústico los resultados comparativos de los métodos fotogramétricos y ortofotográficos siempre han sido favorables a la ortofotografía.

Estas y otras ventajas de la ortofotografía hacen pensar que, en un futuro próximo, el sistema ortofotográfico deberá implantarse, entre otras, en la Secretaría de la Reforma Agraria para la elaboración de la cartografía de la nación.