# **CAPÍTULO 3** FUNCIONES DE RECEPTOR S (*FRS*)

En este capítulo describimos la técnica empleada en este trabajo, funciones de receptor S (*FRS*). En general las funciones de receptor son una herramienta para el estudio de la corteza y las interfases del manto. Esto es posible gracias al contraste de impedancias que existe entre cada una de las capas que las compone; las funciones de receptor se obtienen de registros telesísmicos de banda ancha, después de quitar efectos de trayectoria y de fuente. Las funciones de receptor representarán la respuesta de la estructura por debajo de la estación. El procedimiento de obtención de las funciones de receptor consiste principalmente en una rotación de ejes y una deconvolución; la manera en que se llevarán a cabo la rotación y deconvolución depende del objetivo de la investigación, así como del nivel de ruido presente en la señal.

Empezamos con una revisión de la metodología de las funciones de receptor, primero con una descripción de las funciones de receptor P (*FRP*), debido a su fácil comprensión; continuamos con la metodología de las *FRS*. Mientras que la técnica de *FRP* ya ha sido ampliamente estudiada y empleada (por ejemplo, Langston, 1979; Owens et al., 1984; Ammon, 1991), la técnica de *FRS* aún continúa en estudio debido a una serie de modificaciones técnicas. Sin embargo el método ha sido mejorado, un ejemplo de ello es la introducción del apilamiento de funciones de receptor individuales de acuerdo a su localización geográfica, con énfasis en mapear la frontera litosfera-astenosfera (Li et al. 2004; Kumar, 2005; Kumar et al., 2005a, 2005b).

## 3.1 Metodología de las funciones de receptor P (FRP)

Las *FRP* son series de tiempo en cuya señal se encuentran registradas las diferentes discontinuidades de la corteza y el manto superior, esto es posible debido al contraste de impedancias existente en el medio. La señal de las *FRP* está compuesta por fases convertidas P a S que reverberan en las estructuras por debajo de la estación (Figura 3.1) y puede ser interpretada como un sismograma (Langston, 1979).



Figura 3.1. Diagrama idealizado de una *FRP* (izquierda) y las trayectorias de los rayos de las fases convertidas P a S (derecha) que componen la señal de la *FRP*. Modificada de http://eqseis.geosc.psu.edu (izquierda) y\_Sodoudi (2005) (derecha).

Como parte del tratamiento previo a la obtención de las *FRP* se lleva a cabo una rotación de ejes, de los cardinales ZNE (vertical, Norte-Sur y Este-Oeste) al sistema ZRT (vertical, radial y transversal), con la finalidad de identificar con mayor claridad el arribo de la onda P.

En el sistema ZRT el movimiento o polarización de las ondas se puede distinguir mejor; observando un sismo en planta, la ubicación de sus componentes cardinales y las del sistema ZRT estarían descritas en la Figura 3.2.



Figura 3.2. Sistema de referencia cardinal de un sismo visto en planta, en el origen del sistema se encuentra la ubicación de la estación. El ángulo  $\varphi$  es el azimut inverso, se mide desde el norte en dirección de las manecillas del reloj. Modificada de Havskov & Ottemöller (2010).

Haciendo uso de una matriz de rotación realizamos la rotación de ejes del sistema ZNE al sistema ZRT mediante:

$\int \cos \varphi$	$sen \varphi_{[-NS]}$	[ Radial ]	2	1
[−sen <i>φ</i>	$\cos\varphi \left[ -EW \right]^{-}$	[Transversal] '	5.	· T

donde  $\varphi$  es el ángulo entre la dirección norte y la dirección radial hacia la fuente, a este ángulo se le conoce como azimut inverso (Figura 3.2). *EW* y *NS* son las amplitudes en las direcciones este-oeste y norte-sur, respectivamente.

Calcular funciones de receptor implica llevar a cabo un método de deconvolución con el propósito de eliminar efectos de fuente y trayectoria presentes en los registros. Tales efectos son considerados ruido en el cálculo de funciones de receptor; Langston (1979) propuso un método para eliminar dichos efectos.

El cálculo de la deconvolución se puede realizar en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia, a continuación describiremos la deconvolución en el dominio de la frecuencia, expondremos la deconvolución en el dominio del tiempo en el apartado destinado para la metodología de las *FRS*.

## 3.1.1 Deconvolución en el dominio de la frecuencia

Suponiendo que las componentes de desplazamiento inciden de forma vertical en capas planas, dichas componentes pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$D_{Z}(t) = I(t) * S(t) * P(t) * E_{Z}(t),$$
  

$$D_{R}(t) = I(t) * S(t) * P(t) * E_{R}(t),$$
  

$$D_{T}(t) = I(t) * S(t) * P(t) * E_{T}(t),$$
  
3.2

Donde I(t) es la respuesta al impulso unitario del instrumento, S(t) es la función de la fuente, P(t) es la contribución del trayecto entre la fuente y la base de la estructura local, y  $E_Z(t)$ ,  $E_R(t)$  y  $E_T(t)$  son las funciones de transferencia de la estructura local de propagación en las direcciones vertical, radial y transversal, respectivamente.

Continuando con el método de Langston (1979), se propone que la respuesta vertical de la corteza es aproximadamente igual a

$$E_V(t) \approx \delta(t),$$
 3.3

donde  $\delta(t)$  representa a la función delta de Dirac, de esta manera tenemos que el desplazamiento vertical puede reescribirse como:

$$D_Z(t) = I(t) * P(t) * S(t).$$
 3.4

La aproximación descrita en la Ecuación 3.4 será más precisa en la proporción en que no se tengan contrastes de velocidad en interfaces intermedias mayores a 2 km/s (Langston, 1979); también mediante esta aproximación nos es posible obtener la respuesta de la estructura por debajo de la estación en las direcciones radial y tangencial ( $E_R$  y  $E_T$ ) al calcular la deconvolución entre I(t), P(t) y S(t) de sus respectivas expresiones, en el dominio de la frecuencia quedarían expresadas como

$$E_{R}(\omega) = \frac{D_{R}(\omega)}{I(w)S(\omega)} \approx \frac{D_{R}(\omega)}{D_{Z}(\omega)},$$
  

$$E_{T}(\omega) = \frac{D_{T}(\omega)}{I(w)S(\omega)} \approx \frac{D_{T}(\omega)}{D_{Z}(\omega)}.$$
3.5

Con el propósito de filtrar el ruido de alta frecuencia se convoluciona el cociente espectral con una campana de Gauss, de tal manera que para las ecuaciones 3.5 se tendría:

$$E_{R}(\omega) \approx E'_{R}(\omega) = \frac{D_{R}(\omega)}{D_{Z}(\omega)} G(\omega),$$
  

$$E_{T}(\omega) \approx E'_{T}(\omega) = \frac{D_{T}(\omega)}{D_{Z}(\omega)} G(\omega),$$
3.6

 $E_R(\omega)$  representa a la función de receptor radial,  $E_T(\omega)$  es la función de receptor transversal y  $G(\omega)$  es el espectro de la campana Gaussiana utilizada como filtro.

El cociente mostrado en las Ecuaciones 3.5 puede llegar a ser inestable si el denominador es cero o tiende a serlo, para evitar este problema se introduce en el cálculo un procedimiento planteado por Clayton & Wiggins (1976) llamado nivel de agua:

$$E'_{R}(\omega) = \frac{D_{R}(\omega)\overline{D}_{Z}}{\Phi_{SS}(\omega)}G(\omega),$$

donde

$$\Phi_{SS}(\omega) = \max\{D_Z(\omega)\overline{D}_Z(\omega), c \max[D_Z(\omega)\overline{D}_Z(\omega)]\}.$$
3.7

3.6

La constante *c* es el nivel de agua y  $\overline{D}_Z(\omega)$  es el complejo conjugado de  $D_Z(\omega)$ . Este procedimiento ha demostrado dar muy buenos resultados cuando la calidad de los datos es buena (nivel de ruido bajo). El nivel de agua reemplaza los valores pequeños en el denominador con una fracción del máximo valor del denominador (para todas las frecuencias). Este método se ejemplifica en la Figura 3.3.

El nivel de agua se elige mediante prueba y error, los valores típicos son: 0.0001, 0.001, 0.01 y 0.1. Aunque normalmente el parámetro *c* toma el valor de 0.01 (Langston, 1979).



Figura 3.3. Representación de la aplicación del nivel de agua. Modificado de http://eqseis.geosc.psu.edu/~cammon/HTML/RftnDocs/seq01.html.

En el cálculo de las *FRP* suele emplearse la técnica de deconvolución en el dominio de la frecuencia; sin embargo, también se han calculado *FRP* en el dominio del tiempo (por ejemplo, Gurrola et al., 1995; Sheehan et al., 1995), haciendo uso de la teoría inversa lineal; también Ligorria & Ammon (1999) emplearon un método que llamaron método de deconvolución iterativa cuyo fundamento es el de aproximar en términos de mínimos cuadrados la diferencia entre la componente horizontal del sismograma (puede ser la componente radial o transversal) y una señal generada a partir de la convolución de un tren de impulsos actualizado con la componente vertical del sismograma (Ligorría & Amomon, 1999).

#### 3.2 Metodología de las funciones de receptor S

Las funciones de receptor S tienen mucho en común con las bien conocidas funciones de receptor P, que para llevar a cabo su análisis se hace uso de las fases convertidas Ps, estas fases para las discontinuidades del manto llegan en un intervalo en donde la cantidad de

reflexiones múltiples y dispersión es grande; por el contrario, para las *FRS*, dado que para su estudio se emplean las fases convertidas Sp<sup>13</sup> (Figura 3.4), las fases que se originan en las discontinuidades del manto llegan antes que las reverberaciones de la corteza, es por esta razón que las *FRS* no están contaminadas por el ruido proveniente de múltiples. Para una estación en particular, la fase convertida Sp llega primero que la fase directa S (por ejemplo, Faber & Müller, 1980; Buck, 1991; Farra & Vinnik, 2000; Li et al., 2004; Kumar et al., 2005a). Esta característica tan particular de las *FRS* representa una ventaja de dichas funciones sobre las *FRP* en el estudio de interfases del manto superior; la elección acerca de cuál de los dos métodos emplear está definida por el objetivo de estudio, o bien, también es posible utilizar ambos métodos con el propósito de complementar uno al otro.



Figura 3.4. Trayectoria de la fase convertida Sp.

Sin embargo, las *FRS* tiene ciertas limitaciones, por ejemplo las ondas S no son los primeros arribos y algunas veces pueden llegar dentro de la coda de la onda P, por lo que ésta podría contribuir con ruido en la ventana de datos seleccionada; además, las ondas S están caracterizadas por sus bajas frecuencias, con respecto a las ondas P, lo que trae como resultado una menor resolución espacial, de tal manera que no permiten definir estructuras finas dentro del manto o de la corteza; por último, para evitar ángulos de incidencia posteriores al ángulo crítico, la fase Sp debe ser observada en distancias telesísmicas. También se ha observado que la fase convertida Sp de discontinuidades someras (corteza-manto y frontera litosfera-astenosfera) se observa mejor en distancias epicentrales entre 60°-85° (Faber & Müller, 1980), tal y como lo podemos observar en la Figura 3.5.

El cálculo de *FRS* implica principalmente una rotación de ejes y un método de deconvolución, en el siguiente apartado describimos el procedimiento de rotación empleado en este trabajo y continuamos con el método de deconvolución iterativa que anteriormente habíamos dejado pendiente.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> La fase Sp se genera cuando una onda S atraviesa una discontinuidad sísmica por debajo de la estación y es convertida en una onda P.



Figura 3.5. Posibles trayectorias de la fase convertida Sp a diferentes distancias epicentrales. Para estos diagramas se supone que la fuente está en la superficie, en el eje horizontal se tienen las distancias epicentrales y en el eje vertical, la profundidad. a) Distancias epicentrales en las que se observa la fase Sp para el Moho. b) Distancias epicentrales en las que se observa la fase Sp para el Moho. b) Distancias y modificada de Yuan et al. (2006).

#### 3.2.1 Rotación de ejes

El método de rotación utilizado para rotar las *FRP* también puede ser utilizado para las *FRS*. Las tres componentes originales del sismograma ZNE (vertical, Norte-Sur, Este-Oeste) son rotadas al sistema ZRT (vertical, radial, transversal) esta rotación se lleva a cabo porque la propagación de las ondas sísmicas es diferente a las direcciones cardinales; en seguida, las componentes ZRT son rotadas a las componentes LQT (longitudinal, perpendicular y transversal), en esta rotación, la componente Q es perpendicular a la componente L, que se localiza en la dirección de la onda incidente S que está en dirección positiva de la fuente, donde el ángulo de incidencia está definido por la dirección en la que se tenga la mínima energía S en la componente L.

Existen varias formas de llevar a cabo la rotación de ejes del sistema ZRT al sistema LQT, un método consiste en realizarla mediante el ángulo de incidencia teórico, esta rotación se realiza de una manera similar a la rotación ZNE a ZRT, con la diferencia de que ahora en la matriz de rotación el ángulo que estará incluido será el ángulo de incidencia teórico. Sin embargo, el más pequeño error en el cálculo del ángulo de incidencia teórico puede repercutir de manera negativa en las funciones de receptor, pues se tendrán remanentes de energía de la onda S en la componente L. Otra alternativa para llevar a cabo dicha rotación es haciendo uso de un método que llamaremos "rotación de mínima energía", este método obtiene la matriz de rotación de la varianza y covarianza de las componentes, minimizando la energía S de la componente L con el uso de eigen-vectores. La desventaja de este método radica en que no garantiza que la polaridad obtenida de las FRS sea la correcta. En la Figura 3.6 mostramos los resultados de emplear los dos métodos de rotación de ejes anteriormente descritos y podemos ver que la diferencia entre uno y otro es realmente mínima.

En la sección 3.3.2 mostramos mediante un diagrama de flujo paso a paso el método de rotación de ejes que hemos tenido a bien llamarle método de rotación de energía mínima.



Figura 3. 6. Registro del 30 de agosto de 2005 de la estación NE73; sus componentes fueron rotadas al sistema LQT tanto con el método de rotación de energía mínima (línea continua) como con el método de ángulo de incidencia teórico (línea discontinua), observe que la diferencia entre ellos es muy pequeña; sin embargo, la energía de la onda S en L ha sido minimizada con el método de rotación de energía mínima.

#### 3.2.2 Deconvolución en el dominio del tiempo

Cuando el ruido en las señales es bajo, los resultados obtenidos utilizando diferentes métodos de deconvolución, ya sea en el dominio del tiempo o de la frecuencia, son mínimos (Ligorría & Ammon, 1999). Sin embargo, en la práctica éste sería un caso ideal, y la elección de un método de deconvolución adecuado puede hacer la diferencia en los resultados, es por ello que la búsqueda de alternativas de métodos de deconvolución se vuelve indispensable.

La deconvolución iterativa en el dominio del tiempo fue empleada en 1999 por Ligorría & Ammon para la obtención de *FRP*, obteniendo buenos resultados. El método es el siguiente: de las tres componentes del sismograma, se utilizarán dos de ellas (la radial y la vertical para el caso de las *FRP*, la longitudinal y la perpendicular para el caso de las *FRS*) y, con la finalidad de calcular la similitud entre ellas y un primer retraso, se realiza una correlación cruzada de ellas. Se tiene entonces una primera estimación de la función de receptor, la cual se convoluciona con la componente correspondiente (en el caso de las *FRP*, con la vertical; en el caso de las *FRS* con la perpendicular). El resultado representaría una primera estimación de la otra componente (en el caso de las *FRP*, la radial; en el caso de las *FRS*, la longitudinal), es con esta nueva componente que se realiza nuevamente el ciclo de correlación-convolución. Éste terminará cuando la diferencia entre la señal estimada y la señal original sea la deseada, de acuerdo con un criterio de semejanza. Con cada iteración, la señal estimada es más parecida a la señal original y al mismo tiempo cada iteración contribuye con nuevos pulsos a la generación de la función de receptor.

Adaptando el algoritmo a las funciones de receptor S, quedaría de la siguiente manera: se realiza una correlación cruzada entre las componentes L y Q, esta correlación cruzada encuentra las similitudes entre dichas señales y un primer retraso, que constituirá nuestra primer estimación  $FRS_1$ ; después se realiza la convolución entre  $FRS_1$  y Q. A continuación se realiza la diferencia en términos de mínimos cuadrados entre el resultado de la convolución y L. Debido a que es la primera iteración, la señal estimada  $L_1$  será diferente a la componente original observada; sin embargo, iteraciones sucesivas lograran una diferencia mínima entre las señales (Figura 3.7). Cada iteración proveerá de nuevos pulsos a la nueva función de receptor (Figura 3.8). Al final del ciclo se tendrá la función de receptor calculada (Figura 3.9).



Figura 3.7. Comparación de la componente L observada (continua) y la estimación de la componente L (discontinua) que se realiza durante el cálculo de la deconvolución iterativa. Observe que la aproximación de la señal generada es muy buena.

En el Apartado 3.3.3 de este capítulo presentamos un diagrama de flujo donde los pasos de la deconvolución iterativa son mostrados con mayor detalle.

La deconvolución iterativa en el dominio del tiempo presenta algunas ventajas sobre la deconvolución en el dominio de la frecuencia descrita en el Apartado 3.1.1 (Ligorría & Ammon, 1999), estas son:

1.- No incluye una parte no causal a la función de receptor obtenida.

2.- El espectro de amplitud no incluye valores falsos (altos), para determinadas frecuencias.

Sin embargo, la deconvolución iterativa en el dominio del tiempo requiere más tiempo de cómputo para llevar a cabo el procesamiento de las funciones de receptor.



Figura 3.8. Contribución de cada iteración del método de deconvolución iterativa a la *FRS*. En los paneles, de arriba hacia abajo, observamos la manera en que cada iteración contribuye con un nuevo pulso.



Figura 3.9. Apariencia final de una *FRS* después del ciclo de iteraciones que implica el método de deconvolución.

Hemos realizado pruebas con nuestros registros con la finalidad de observar las diferencias que existen entre los métodos de deconvolución anteriormente descritos (deconvolución en el dominio de la frecuencia mediante el uso de un nivel de agua y la deconvolución iterativa en el dominio del tiempo), dichas pruebas nos han permitido observar que los pulsos de las *FRS* que fueron obtenidas mediante la técnica de deconvolución iterativa son diferenciables entre ellos, hablando en términos de interpretación, mientras que en las *FRS* calculadas en el

dominio de la frecuencia el pulso de interés no es fácilmente distinguible, esto lo podemos observar en la Figura 3.10.



Figura 3.10. Panel superior: función de receptor obtenida en el dominio de la frecuencia, el valor del nivel de agua empleado fue de 0.1. Panel inferior: función de receptor calculada mediante deconvolución iterativa en el dominio del tiempo. Observe la parte no causal que introduce la deconvolución en el dominio de la frecuencia, por otra parte es difícil establecer la diferencia entre cada uno de los pulsos (con fines de interpretación), debido a la similitud de sus amplitudes; a diferencia de la función de receptor obtenida en el dominio del tiempo.

# 3.3 Procesamiento de los datos

De las 16 estaciones de la red sismológica NARS-Baja, descrita en el Capítulo 2, se seleccionó un conjunto de 398 eventos (Figura 3.11), el catálogo comprende del 18 de marzo de 2002 al 22 de octubre de 2008 (Apéndice B).

Los eventos utilizados en el proceso de obtención de las *FRS* cumplieron los siguientes tres prerrequisitos:

- Magnitud  $M_w$  mayor o igual que 5.8, porque de esta manera es posible tener una mejor relación señal/ruido en el sismograma.
- Distancias epicentrales entre 60° y 85°, para evitar fases difractadas y fases del núcleo y reverberaciones de la corteza.
- Arribo de la fase S claramente identificable en las componentes horizontales N-S y E-W, dado que en dichas componentes queda principalmente registrado el movimiento de la onda S.

## 3.3.1 Pre-procesamiento

Antes de empezar a describir el procesamiento propio de las *FRS* calculadas en este trabajo (rotación al sistema LQT y deconvolución en el dominio del tiempo) expondremos el tratamiento previo aplicado a nuestros registros. Primero obtuvimos registros de una hora de los eventos previamente seleccionados, mostramos en la Figura 3.12 un ejemplo de dichos registros correspondiente al evento del 30 de junio de 2002.



Figura 3.11. Distribución global de los eventos utilizados (estrellas). El triángulo invertido indica la ubicación de la red NARS-Baja.



Figura 3.12. Registro de una hora de la estación NE77, del 30 de junio de 2002. En línea punteada está marcado el arribo de la onda P; y en línea continua, la onda S directa.

Una vez obtenidos todos los registros, de manera manual identificamos el arribo de la fase S, posteriormente mediante una macro (shell en SAC<sup>14</sup>) se llevó a cabo de manera automática el corte de las ventanas de tiempo. La ventana seleccionada tendrá una longitud de 120 s, incluyendo 90 s antes del arribo de la onda S directa y 30 s después. Se continuó con la remoción de tendencia y media, además de la rotación de ejes del sistema ZNE al sistema ZRT. En la Figura 3.13 mostramos un diagrama de flujo que muestra el pre-procesamiento realizado a cada uno de los registros.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> De sus siglas en inglés *Seismic Analysis Code*, fue desarrollado en el Laboratorio Nacional Lawrence Livermore con el objetivo de analizar registros sísmicos.

A continuación en la Figura 3.14 presentamos el registro de la Figura 3.12 después del preprocesamiento, descrito en la Figura 3.13.



Figura 3.13. Diagrama de flujo de la macro escrita en SAC que realiza el pre-procesamiento.



Figura 3.14. Apariencia de la ventana de S del evento registrado en la estación NE77 del 30 de junio de 2002 (Figura 3.12) después de aplicar pre-procesamiento comentado en la Figura 3.13.



Figura 3.15. Diagrama de flujo en el que se muestran los pasos seguidos para realizar la rotación del sistema ZRT al sistema LQT.

## 3.3.2 Rotación de ejes del sistema ZRT al sistema LQT

En el apartado anterior, como parte del pre-procesamiento de los registros se realizó la rotación del sistema cardinal ZNE al sistema ZRT, una vez efectuado este tratamiento previo es posible continuar con el proceso de obtención de las *FRS*. El procedimiento que sigue es la rotación de ejes del sistema ZRT al sistema LQT, basado en el método de Kanesewich (1973) y descrito en la Figura 3.14.

La apariencia de las componentes rotadas del sistema ZRT al sistema LQT se observa en la Figura 3.16.



Figura 3.16. Aspecto del evento de la estación NE77 rotado al sistema LQT con el método de energía mínima, registrado el 30 junio de 2002.

### 3.3.3 Descripción del método de deconvolución iterativa en el dominio del tiempo utilizado

Anteriormente comentábamos las ventajas y desventajas de los métodos de deconvolución con base en ello optamos por la deconvolución iterativa en el dominio del tiempo. El diagrama de flujo de la Figura 3.17 muestra tal procedimiento, donde:

L, Q y T  $\rightarrow$  son respectivamente las componente L, Q y T.

 $ESL_1 \rightarrow Es$  la 1° estimación de la componente L.

 $ESL_i \rightarrow$  Representa las sucesivas estimaciones de la componente L.

 $FTR_{IM} \rightarrow$  Representa la 1a estimación de la *FRS*.

 $FTR_{IMi} \rightarrow$  Representa las sucesivas estimaciones de la *FRS*.

 $DI \rightarrow Es$  la diferencia entre la componente L original y la componente L estimada.





En la Figura 3.18 mostramos las trazas de *FRS* de la estación NE82, a la izquierda ordenadas por distancias epicentrales y a la derecha por azimuts inversos. La razonable "alineación" de los pulsos de las *FRS* se interpreta como un contraste de impedancias debido a una discontinuidad. Considerando la forma en que presentamos las *FRS*, los pulsos positivos representan un cambio de impedancia positivo. Los pulsos positivos localizados entre los 3 y 5 s los correlacionamos con el Moho, en tanto que los pulsos negativos (cambio de impedancia negativo) que se encuentran entre los 8 y 11 s los hemos relacionado con la frontera litosfera-astenosfera.



Figura 3.18. Izquierda: trazas de las *FRS* ordenadas por distancias epicentrales, en el panel superior observamos las distancias epicentrales a la que corresponde cada una de las *FRS* mostradas. Derecha: trazas de las *FRS* ordenadas por azimuts inversos y en el panel superior tenemos los azimuts inversos correspondientes a las *FRS*. En línea discontinua gruesa está marcado el Moho y en línea discontinua delgada la frontera litosfera-astenosfera.