



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“SISTEMA OPTOELECTRÓNICO DE DETECCIÓN
DE FASE EN MOVIMIENTOS CÍCLICOS Y
SINCRONIZACIÓN PARA ADQUISICIÓN DE
IMÁGENES EN SISTEMAS DE AGITACIÓN
MECÁNICA”**

TESIS

Que para obtener el título de

INGENIERO MECATRÓNICO

P R E S E N T A

Adrián Enrique Romo Ríos

DIRECTOR DE TESIS

Dra. María Soledad Córdova Aguilar



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

Jurado Asignado

Presidente	Dr. Gabriel Ascanio Gasca
Vocal	Dra. María Soledad Córdova Aguilar
Secretario	Dr. Carlos Alberto Palacios Morales
1er. Suplente	Fís. Luis Enrique Quintanar Cortés
2do. Suplente	M.I. Miguel Ángel Bazán Ramírez

El proyecto se desarrolló en:

Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT) en el Laboratorio de Ingeniería de Proceso de la Universidad Nacional Autónoma de México bajo la dirección de la Dra. María Soledad Córdova Aguilar.

Asesor del Tema:

Dra. María Soledad Córdova Aguilar _____

Sustentante

Adrián Enrique Romo Ríos _____

Se agradece al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT), al Instituto de Investigaciones Biomédicas y al Centro de Ciencias de la Atmósfera por el uso de sus instalaciones y préstamo de material para el desarrollo del presente trabajo; especialmente a la Dra. María Soledad Córdova Aguilar, Dr. Gabriel Ascanio Gasca, Dr. Carlos Palacios Morales, Dr. Mauricio A. Trujillo Roldán y Dr. Ángel Ruiz Angulo por el apoyo dentro de cada institución. Se agradece el soporte técnico del M.I. Juan Manuel Gómez C., Dr. Miguel Ángel Bazán R., M.I. Jennyfer Zapata F. e Ing. Jorge Isaac García L.

Agradecimientos

Primeramente agradezco a la Dra. Marisol por permitirme ser parte del grupo de ingeniería de proceso del ICAT he aprendido mucho en el instituto, he conocido a personas extraordinarias incluyéndola a usted y he tenido grandes experiencias. Le agradezco mucho por todo el apoyo.

A mis padres Ruth y Sergio, el día de hoy concluyo mis estudios de licenciatura y lo dedico a ustedes dos por todo el esfuerzo que han invertido tanto en mi como en mis hermanos. Sin duda son un gran equipo que ha logrado formar a partir de tres hijos, tres profesionistas íntegros y responsables. Han sido padres ejemplares quienes siempre me han apoyado en cualquier situación. No hay manera de agradecerles todo lo que han hecho por mí. Ustedes son la base de todos mis éxitos gracias a su trabajo incansable. Los amo.

Mamá gracias por todo el cariño y amor que me has dado, por cada rico desayuno y comida que me dieron la energía para estudiar y seguir mis metas, gracias por tu dedicación, tu constancia y tu interés por llevarme por el buen camino.

Papá gracias por todo el apoyo y amor que me has dado, por cada consejo tuyo que me guía en la vida, gracias por tu sabiduría y experiencia. Tú fuiste mi inspiración para convertirme en ingeniero, y cada día quiero ser como tú.

A mis hermanos María Guadalupe y Sergio Alfonso, no todo el trabajo de educarme fue de mis padres, ustedes me han enseñado muchas cosas importantes, he aprendido de sus experiencias, y he vivido muchísimas cosas inolvidables junto a ustedes. Me siento muy orgulloso de ustedes y deseo que en el futuro trabajemos como equipo. Los amo.

Lupita gracias a ti aprendí lo que es esforzarse cuando algo se quiere, recuerdo con cariño que me decías cuanto me faltaba para alcanzarte cada vez que te preguntaba, pues hoy después de muchos años termino mi licenciatura y sigo tratando de alcanzarte.

Checo gracias a ti aprendí a creer en las ideas y a planear el futuro, realizar proyectos contigo es muy interesante y descubrimos muchas cosas nuevas. Trabajaremos juntos para hacerlos realidad. Gracias por ser mi mejor amigo.

A mi novia Nazanin (Melody) eres mi motivación desde el día en que te conocí, eres una persona increíble, gracias por todos los momentos a mi lado y todo lo que has hecho por mí, me has hecho madurar y ver el mundo de otra perspectiva, me haces muy feliz, te amo. Asheghetam.

A todos mis tíos y tías (tanto paternos, como maternos) en especial Javier, Jaime, José Luis, Guadalupe, Susana y Teresa, a todos mis primos en especial Andrea, Javier, Elisa, Alfonso, Lourdes, Fátima, Braulio, Adir y todos los que me falta mencionar, les agradezco su apoyo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería por permitirme ser un estudiante que representa a México, por darme la oportunidad de ser parte de su comunidad y aprovechar sus instalaciones, por hacerme crecer día a día, año tras año, por forjarme como un profesionista con deseos de mejorar el país, por el prestigio que es estudiar en esta universidad y por el orgullo azul y oro que ahora forma parte de mí.

Adrián Enrique Romo Ríos

Índice

RESUMEN.....	ix
INTRODUCCIÓN	x
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES	1
1.1 Sistemas de agitación mecánica.....	1
1.1.1 Movimiento circular y rotación.....	2
1.1.2 Fase de un movimiento circular.....	3
1.2 Detección de fase y sincronización.....	4
1.2.1 Sistemas de sincronización.....	5
1.3 Descripción del Problema	6
1.3.1 Propuesta	8
1.4 Objetivos.....	10
CAPÍTULO 2. SISTEMA DE DETECCIÓN DE FASE Y SINCRONIZACIÓN.....	11
2.1 Descripción del sistema	11
2.1.1 Descripción electrónica	12
2.1.2 Principio de operación.....	16
2.2 Descripción del comportamiento del láser infrarrojo al atravesar diferentes medios ópticos.....	18
2.3 Caracterización del sistema.....	28
2.3.1 Calibración del sistema de detección de fase.....	28
2.3.2 Prueba de concepto.....	31
CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA.....	39
3.1 Aplicación como tacómetro	39
3.2 Sincronizador para captura de imágenes en equipos de análisis de Velocimetría de Imágenes por Partículas (PIV).....	41
3.2.1 Detección de fase y sincronización para la adquisición de imágenes en un biorreactor de tanque agitado con turbinas tipo Rushton.....	43
3.2.2 Detección de fase y sincronización para la adquisición de imágenes en un agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios	48
3.3 Discusión	52
CONCLUSIONES	53
BIBLIOGRAFÍA.....	54
ANEXOS	55
Anexo 1. Movimiento circular de una partícula.....	55
Anexo 2. Hoja de datos láser 808 [nm] 300 [mW] TO-18.....	57
Anexo 3. Hoja de datos del regulador de voltaje LM317	58
Anexo 4. Cálculos de regulación de potencia del láser infrarrojo con el regulador LM317.....	59
Anexo 5. Hoja de datos fotodiodo BPV22NF.....	61
Anexo 6. Acondicionamiento de la señal del fotodiodo.	63
Anexo 7. Planos de piezas para direccionar láser.	65
Anexo 8. Óptica geométrica.	68
Anexo 9. Análisis geométrico en superficies planas.....	72
Anexo 10. Análisis geométrico en superficies curvas (circunferencia).	75
Anexo 11. Análisis geométrico en una superficie plana y una superficie curva (circunferencia).....	82
Anexo 12. Señal de detección a diferentes velocidades.....	92
Anexo 13. Pruebas con diferentes medios ópticos.....	94
Anexo 14. Dispositivo de sincronización para un proceso en agitación orbital.....	99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de sistema de agitación mecánica.	1
Figura 2. Relación entre movimiento circular y movimiento armónico simple.	3
Figura 3. Distintos tipos de sensores para detección de posición angular. a) Codificador. b) Sensor inductivo. c) Sensor resistivo. d) Sensor magnético.	4
Figura 4. Biorreactor Applikon Biotechnology®.	7
Figura 5. a) Vista frontal del sistema de detección de fase y sincronización b) Vista lateral del sistema de detección de fase y sincronización.	11
Figura 6. Diagrama electrónico realizado en Eagle.	12
Figura 7. Láser infrarrojo 808 [nm] 300 [mW].	12
Figura 8. Regulador de voltaje LM317.	13
Figura 9. Fotodiodo BPV22NF.	14
Figura 10. Amplificador operacional LM324.	15
Figura 11. a) Eje de aluminio b) Buje superior de latón c) Buje inferior de latón. (Medidas en mm)	16
Figura 12. Rodamiento diámetro externo 5/8 [in] diámetro interno ¼ [in] y grosor 5[mm].	17
Figura 13. Piezas para sujetar espejos al eje a) 1 fase b) 2 fases c) 3 fases d) 4 fases e) 5 fases f) 6 fases g) 7 fases h) 8 fases i) 9 fases j) 10 fases	17
Figura 14. Pieza para espejo para una fase a) unión del espejo b) montaje en un eje de rotación.	18
Figura 15. Vista superior del sistema de detección de fase y sincronización con sistema de referencia.	19
Figura 16. Diagrama para análisis óptico con una barrera plana.	20
Figura 17. Diagrama para análisis óptico con una barrera circular.	22
Figura 18. Diagrama para análisis óptico con una barrera plana y una barrera circular.	25
Figura 19. Altura de referencia para la utilización del sistema.	29
Figura 20. Altura del láser y fotodiodo en el sistema de detección de fase y sincronización.	29
Figura 21. Altura para calibrar el sistema en el biorreactor.	30
Figura 22. Calibración del ángulo del sistema de sincronización.	31
Figura 23. Pruebas de detección de fase con motor a pasos.	31
Figura 24. Tacómetro optoreflexivo.	32
Figura 25. Experimento de velocidad de detección.	34
Figura 26. Equipo de detección de fase con medidor de ángulo.	35
Figura 27. Simulación en Matlab para la trayectoria del láser.	35
Figura 28. Detección del láser a través de dos medios ópticos.	36
Figura 29. Ángulo del láser a través de dos medios ópticos.	36
Figura 30. Experimentos con diferentes tanques cilíndricos y medios ópticos.	37
Figura 31. Programa del microcontrolador para utilizar el sistema de detección de fase como tacómetro.	39
Figura 32. Utilización del sistema de sincronización como tacómetro.	40
Figura 33. Valores de velocidad angular obtenidas por el sistema de detección de fase usado como tacómetro.	40
Figura 34. Sistema completo de análisis PIV ofrecido por DANTEC DYNAMICS ®. a) Cámaras CMOS b) Láser c) Fuente de Alimentación para Láser.	41
Figura 35. Arreglo experimental para un análisis de PIV.	42
Figura 36. Arreglo experimental para el biorreactor.	43
Figura 37. Experimento del biorreactor a 300 [rpm]. a) Imagen 0 a 300 [rpm] b) Imagen 49 a 300 [rpm] c) Imagen 99 a 300 [rpm] d) Imagen 149 a 300 [rpm] e) Imagen 199 a 300 [rpm].	44
Figura 38. Imagen 0 a 300 [rpm] recortada en la parte de interés.	45
Figura 39. Imágenes a) 0 b) 49 c) 99 d) 149 y e) 199 a 300 [rpm] recortadas en la parte de interés.	46
Figura 40. Imágenes a) 0 b) 49 c) 99 d) 149 y e) 199 a 300 [rpm] delimitando los bordes de las paletas del agitador Rushton.	47
Figura 41. Arreglo experimental para el agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios.	48

Figura 42. Experimento del agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios a 10 [rpm]. a) Imagen 0 b) Imagen 1 c) Imagen 2 d) Imagen 3 e) Imagen 4.....	49
Figura 43. Experimento del agitador de paletas con el mecanismo de engranes planetarios a 10 [rpm] delimitando las paletas de agitación. a) Imagen 0 b) Imagen 1 c) Imagen 2 d) Imagen 3 e) Imagen 4.....	51
Figura 44. Comparación de imágenes a) sin detección de fase y b) con detección de fase.....	52
Figura A 45. Ejemplo de sistema de agitación mecánica.....	55
Figura A 46. Pines de conexión láser infrarrojo.....	57
Figura A 47. LM317 modo regulador de corriente.....	59
Figura A 48. Amplificador operacional conversor de corriente a voltaje.....	63
Figura A 49. Amplificador operacional comparador.....	63
Figura A 50. Amplificador operacional modo seguidor.....	64
Figura A 51. Configuración final de los amplificadores operacionales.....	64
Figura A 52. Interacción de la luz con la materia.....	68
Figura A 53. Reflexión de la luz.....	69
Figura A 54. Reflectividad de espejos metálicos plata, oro, cobre y aluminio.....	70
Figura A 55. Refracción de la luz.....	71
Figura A 56. Imágenes del osciloscopio con la señal de detección. a) 10 [rpm] b) 20 [rpm] c) 30 [rpm] d) 40 [rpm] e) 50 [rpm] f) 60 [rpm] g) 70 [rpm] h) 80 [rpm] i) 90 [rpm] j) 100 [rpm] k) 110 [rpm] l) 120 [rpm] m) 130 [rpm] n) 140 [rpm] o) 150 [rpm] p) 160 [rpm] q) 170 [rpm] r) 180 [rpm] s) 190 [rpm] t) 200 [rpm].....	93

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Matriz de evaluación de conceptos para sistemas de detección de fase.	9
Tabla 2. Matriz de selección para emisor infrarrojo.....	13
Tabla 3. Matriz de selección para el receptor.....	14
Tabla 4. Comparación en frecuencia entre el sistema de sincronización y el tacómetro digital.....	33
Tabla 5. Ángulos de detección del láser con diferentes medios ópticos y diferentes tanques.....	38
Tabla A 6. Índices de refracción de distintas sustancias para $\lambda = 589 [nm]$ en el vacío.	70

RESUMEN

La sincronización de una señal con un movimiento cíclico es de gran utilidad en sistemas de agitación como en el caso de los bioprocesos, fundamentalmente para la adquisición de imágenes para la caracterización de los procesos cíclicos a través de técnicas de análisis de imágenes y de velocimetría de partículas por imágenes (PIV). En estos casos, es relevante garantizar la adquisición de la imagen sin comprometer el desarrollo del bioproceso. Por ello es necesario implementar sistemas no intrusivos que permitan un análisis eficiente de los perfiles de velocidad o el análisis detallado del comportamiento de los fluidos, donde es determinante definir la fase de rotación o la posición angular de adquisición. Comercialmente este tipo de dispositivos no existe y por lo general se diseña un dispositivo *ad hoc* para cada aplicación o experimento. Una forma de desarrollar un sistema de sincronización para la adquisición de imágenes sin contacto son los fenómenos optoeléctricos. Con estos sistemas es posible prescindir de un mecanismo complejo para la instalación y operación de flechas de agitación. Este tipo de sistemas permite detectar una fase cíclica considerando como base una emisión de luz (p. ej. tipo láser), un medio reflectante, y un sensor, la cual se transforma por medio de una interfaz en una señal digital y es compatible con sistemas de adquisición de imágenes como las de los equipos PIV. El sistema propuesto para tanques de agitación mecánica, fue caracterizado sin carga y con carga así como con diferentes barreras ópticas. El dispositivo es no intrusivo, adaptable, ajustable y puede utilizarse para sincronizar otras operaciones.

INTRODUCCIÓN

El contenido de este trabajo presenta el desarrollo de un sistema de detección de fase optoelectrónico para movimientos cíclicos que genera una señal digital de 0 o 5 [V] para ser utilizada en la sincronización con otros sistemas por ejemplo en sistemas de agitación mecánica.

En el primer capítulo se presentan los antecedentes, se describe que son los sistemas de agitación mecánica, la teoría del movimiento circular y a que se refiere la fase de un movimiento circular. Se explica cuáles son las formas de detectar fases en movimientos cíclicos, se explica qué relación hay entre la detección de fase y la sincronización y se ejemplifican algunos sistemas de sincronización. Se describe un problema presente en la detección de fase en sistemas de agitación, se plantea una solución y se describen los objetivos de la tesis.

En el segundo capítulo se describe detalladamente el sistema de detección de fase y sincronización desarrollado, cada uno de los componentes electrónicos y las funciones en el sistema. Se describe el principio de operación, se desarrolla teóricamente un análisis geométrico del comportamiento del sistema en diferentes condiciones. Se explica cómo se calibra el sistema para su utilización y se muestran los resultados de algunas pruebas para mostrar el desempeño del sistema.

En el tercer capítulo se muestra la implementación del sistema de detección de fase en dos aplicaciones particulares la primera de ellas es como tacómetro digital donde el resultado se muestra en rpm, la señal de sincronización del sistema de detección de fase se complementó con un Arduino UNO para esta aplicación. En una segunda aplicación se utilizó para complementar el sistema utilizado para hacer un análisis de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) resuelto en fase, se describe detalladamente este análisis y cómo se utilizó el sistema de detección de fase en este tipo de experimentos, se muestran la dos pruebas en diferentes sistema de agitación donde se hizo PIV complementando con al sistema de detección de fase y sincronización.

En el mismo capítulo se muestran los resultados obtenidos y se realiza una comparación visual en *Matlab* de la efectividad de la implementación, además se hace una discusión sobre las diferencias que hay entre utilizar el sistema de detección de fase y de no utilizarlo. Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo, y algunas propuestas para mejorar el sistema en un trabajo a futuro.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

1.1 Sistemas de agitación mecánica

La agitación de fluidos consiste en inducir movimiento a un fluido por medios mecánicos para que circule en el interior de un recipiente, tiene aplicaciones a pequeña y gran escala. La agitación se utiliza para procesos como mezclado de líquidos miscibles, disolución de sólidos en líquidos, dispersión de un gas en un líquido, suspensión de partículas sólidas en fluidos y/o transferencia de calor. (Geankoplis, 1998)

Generalmente la agitación se lleva a cabo en un tanque o recipiente cilíndrico y un motor eléctrico impulsa un propulsor que está montado a un eje, el propulsor induce el movimiento al fluido en agitación. Los propulsores son conocidos también como agitadores y de estos hay de paletas, turbinas entre otros, cada uno tiene aplicaciones específicas.

Un sistema de agitación se compone de todos los elementos mencionados anteriormente: Un recipiente cilíndrico, cerrado o abierto, un motor eléctrico que induce el movimiento al fluido a través del eje y un propulsor (Figura 1), la característica principal de estos agitadores es que presentan un movimiento circular. El movimiento circular se caracteriza por su tipo de trayectoria, el cual traza una circunferencia, la cinemática es la rama de mecánica clásica que estudia este tipo de movimientos.

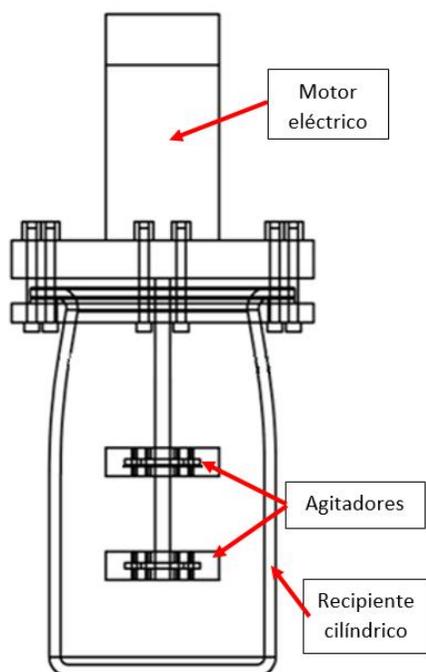


Figura 1. Ejemplo de sistema de agitación mecánica.

1.1.1 Movimiento circular y rotación

Un objeto rígido que gira en torno a un eje fijo por ejemplo un agitador se puede representar en coordenadas polares (r, θ) , donde r es la distancia desde el origen a una partícula P que pertenece al agitador y θ se mide en sentido antihorario desde una línea de referencia. El ángulo θ cambia con respecto al tiempo mientras que r permanece constante. A medida que la partícula se mueve a lo largo del círculo desde la línea de referencia, se mueve a través de una longitud de arco s . La longitud de arco s se relaciona con el ángulo θ mediante

$$s = r\theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Por lo general, a θ se le da la unidad radián [rad], donde un radian es el ángulo subtendido por una longitud de arco igual al radio del arco. Ya que la circunferencia de un círculo es $2\pi r$ éste corresponde a 2π [rad]. Para hacer la conversión de grados a radianes:

$$\theta [\text{rad}] = \frac{2\pi}{360^\circ} \theta [\text{grados}] = \frac{\pi}{180^\circ} \theta [\text{grados}]$$

Se puede asociar el ángulo θ con todo el agitador, θ define la posición angular con respecto a un sistema de referencia usualmente se utiliza el eje x . En el Anexo 1 se encuentran ecuaciones adicionales al movimiento circular.

Cuando una partícula se desplaza en su movimiento rotacional de una posición inicial a otra posición en un tiempo Δt , la partícula gira un ángulo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$, esta cantidad es conocida como desplazamiento angular. La rapidez a la que se presenta este movimiento puede variar. La rapidez angular promedio ω_{prom} es la relación entre el desplazamiento $\Delta\theta$ y el intervalo de tiempo Δt .

$$\omega_{prom} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

De igual forma existe la rapidez angular instantánea ω que es:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Las unidades de rapidez angular son [rad/s] las cuales se pueden escribir como $[s^{-1}]$ ya que los radianes son adimensionales. La velocidad angular ω se considera positiva cuando θ aumenta (sentido antihorario) y negativa cuando θ disminuye (sentido horario).

Si la rapidez angular instantánea cambia de ω_i a ω_f en el intervalo de tiempo Δt , el objeto tiene aceleración angular. La aceleración angular promedio α_{prom} se define como la relación entre cambio de rapidez angular $\Delta\omega$ y el intervalo de tiempo Δt .

$$\alpha_{prom} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

De igual forma existe la aceleración angular instantánea α que es:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Las unidades de aceleración angular son $[\text{rad}/\text{s}^2]$ se pueden escribir como $[\text{s}^{-2}]$. α se considera positivo cuando ω aumenta (sentido antihorario) y negativa cuando ω disminuye (sentido horario).

Estrictamente hablando ω y α son las magnitudes de los vectores de velocidad angular y aceleración angular $\vec{\omega}$ y $\vec{\alpha}$ y siempre deben ser positivos. Como se considera la rotación respecto a un eje fijo se puede utilizar la notación no vectorial para indicar las direcciones de los vectores al asignarles signos positivo o negativo. La única dirección que especifica el movimiento rotacional es la dirección a lo largo de su eje de rotación. Por convención se utiliza la regla de la mano derecha para establecer el sentido de giro positivo o negativo.

1.1.2 Fase de un movimiento circular

Existe una relación entre un movimiento circular y el movimiento armónico simple, es posible representar un movimiento armónico simple a lo largo de una recta mediante la proyección de movimiento circular uniforme a lo largo de un diámetro de un círculo de referencia (Figura 2).

Un movimiento armónico simple es un movimiento periódico que se caracteriza por regresar a una posición de equilibrio después de un intervalo de tiempo fijo. Se representa con una función coseno en función del tiempo:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Donde A , ω y φ son constantes. La cantidad $(\omega t + \varphi)$ se denomina fase del movimiento. En el movimiento circular la fase se refiere al ángulo de la partícula respecto al eje de rotación y esa fase es periódica cada 2π [rad].

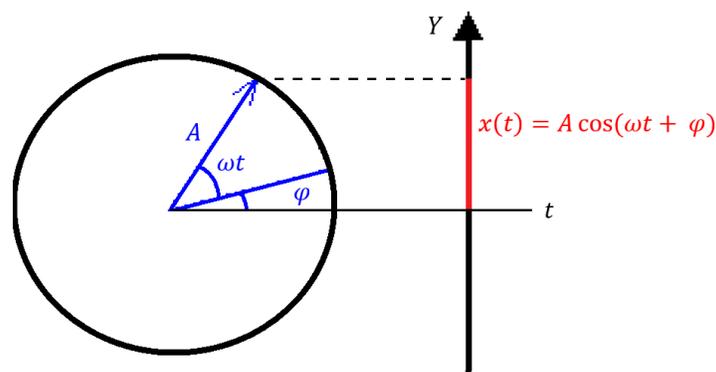


Figura 2. Relación entre movimiento circular y movimiento armónico simple.

La constante ω es la frecuencia angular y tiene unidades de [rad/s] y es la misma que la rapidez angular ω del movimiento circular. El ángulo constante φ se llama constante de fase y A es la amplitud. Un periodo T es el intervalo de tiempo requerido para que la partícula pase a través de un ciclo completo del movimiento.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

La frecuencia f se define como el inverso del periodo T , por lo tanto:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

(Serway & Jewett, 2005)

1.2 Detección de fase y sincronización

La detección de fase (posición angular) en un movimiento circular se puede llevar a cabo de distintas maneras, existen sensores que detectan una o más fases de un movimiento rotatorio, por mencionar algunos ejemplos: codificadores (encoder), sensores de posición angular inductivos (RVDT), sensores de posición angular resistivos (potenciómetro), magnéticos y ópticos (Figura 3).

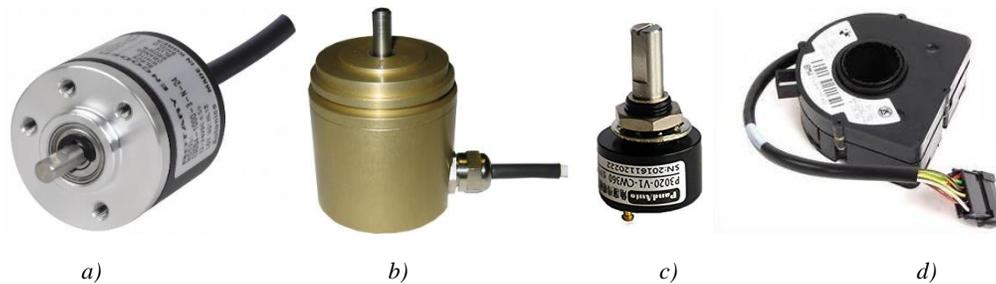


Figura 3. Distintos tipos de sensores para detección de posición angular. a) Codificador. b) Sensor inductivo. c) Sensor resistivo. d) Sensor magnético.

Un codificador (encoder) genera pulsos electrónicos al bloquear y desbloquear una fuente de luz con un disco ranurado que está unido al eje. Un sensor óptico genera una serie de pulsos electrónicos que se utilizan para medir la velocidad de giro.

Un transformador diferencial de rotación variable (RVDT) consiste en un devanado primario y dos devanados secundarios. La fuerza electromotriz (fem) inducida en los devanados secundarios está en función del movimiento rotatorio, los dos devanados secundarios generan fem desfasadas 180° grados entre sí, la diferencia entre las fem genera una señal en voltaje que indica un cambio en el ángulo de rotación.

Un potenciómetro es una resistencia variable que está en función de la posición angular de la perilla que tiene, al ser alimentado con un voltaje la corriente circula a través de la resistencia variable y existe un incremento o decremento en el valor de voltaje en la señal de salida al reducir

o incrementar el valor de resistencia, es posible determinar la posición angular de un potenciómetro en función del voltaje en su salida.

Un ejemplo de sensor magnético para detectar la posición angular es el sensor CKP, este se utiliza en la mecánica automotriz para detectar la posición angular del cigüeñal mediante una serie de pulsos digitales generados por un sensor de efecto Hall y una rueda fónica (dentada).

Todos los sensores mencionados anteriormente generan una señal electrónica que permite encontrar la posición angular de un eje de giro. El propósito principal de estas señales es la sincronización, la sincronización se utiliza en todos los sistemas para realizar acciones simultáneas, indicar el inicio o fin de un proceso, realizar operaciones automáticas etc...

1.2.1 Sistemas de sincronización

Se define como sistema de sincronización a una serie de elementos que interactúan entre sí con tareas específicas e independientes que en conjunto coordinan eventos para llevar a cabo una acción determinada en un periodo temporal establecido. Un sistema es más que la suma de sus partes ya que aparecen características especiales como un conjunto. (Ramírez, 1999)

Para poder sincronizar es necesario determinar una fase o estado de interés en la cual se realizara una acción particular simultánea y así ejecutar una acción general como sistema. Como se mencionó anteriormente fase se refiere a la situación instantánea en un ciclo periódico con respecto a una referencia. En un ciclo existen una infinidad de fases y no se repiten hasta que la situación inicial vuelve a suceder.

Se pueden mencionar ejemplos de sistemas de sincronización. Como primer ejemplo en los motores de combustión interna, las válvulas de admisión y de escape se sincronizan con el ciclo termodinámico que sucede dentro de los cilindros mediante una correa que mueve los árboles de levas y el cigüeñal; de igual forma los sensores CMP para la posición del árbol de levas y CKP para la posición del cigüeñal sincronizan la bobina generadora de la chispa.

Un segundo ejemplo está en los procesadores de cómputo donde los elementos electrónicos síncronos llamados *flip-flop* están sincronizados con un pulso de reloj para cambiar de estado lógico y procesar información en forma binaria. La arquitectura de un CPU es un ejemplo de un sistema de sincronización, en el modelo de Von Neumann se tiene una memoria, una unidad aritmética lógica, unidad de control del programa y equipos de entrada y salida, en conjunto son elementos que tienen la capacidad de procesar información, realizar cálculos y almacenar datos el cual es su propósito final del sistema.

El concepto de sistema es muy general y para acotarlo dentro del marco general de esta tesis es necesario hablar de un sistema de sincronización para movimientos rotatorios generados por motores. Los motores son utilizados en la industria por su amplia gama de aplicaciones que van desde bombas, generadores, mecanismos, ventiladores y hasta robots, un caso particular es la agitación de fluidos, para algunos procesos de agitación es relevante tener una sincronía con el

agitador que desplaza a un fluido ya sea para el estudio del fluido o para controlar los parámetros de agitación al modificar el giro del motor o al indicar a otro elemento del sistema que debe iniciar una acción. La importancia de implementar nuevas formas de sincronizar componentes es un tema de interés debido a la amplia variedad de sistemas de agitación que existen y las restricciones que algunos de estos presentan.

1.3 Descripción del Problema

Existen sistemas de agitación mecánica que presentan restricciones para la detección de fase sin embargo, es importante realizar esta acción para el estudio de las propiedades de los fluidos, cálculos de energía de disipación, caracterización de flujos turbulentos, mezclados entre otras. Estos estudios se realizan con adquisición de imágenes.

Anteriormente se han realizado experimentos donde la detección de fase es importante para el estudio de fluidos, por ejemplo en el análisis de los campos de flujo en un tanque agitado con turbinas Rushton (Li, Bao, & Gao, 2011) un codificador (*encoder*) sujeto al eje del agitador se utilizó para detectar doce fases las cuales se midieron cada 5°. Otros autores utilizaron la misma técnica con un *encoder* para medir la disipación de energía de turbulencia en un tanque agitado (Baldi & Yianneskis, 2003).

La utilización de un fototransistor de barrera tipo interruptor modelo H21A1 fue propuesta (Martínez, 2012) para obtener una señal digital en un ángulo específico del eje con el que se agita un fluido utilizando una aleta rectangular flexible, el uso de un sensor de este tipo fue posible ya que el eje del agitador se encontraba al exterior del tanque de agitación.

El método utilizado por (Sucosky, Osorio, Brown, & Neitzel, 2004) para obtener fases en un biorreactor de tanque agitado donde se simulan las condiciones para producir cartílago y se estudian los patrones de flujo fue utilizando una señal de un tacómetro, el cual es un sensor óptico.

El uso de bloqueo de fase (en inglés *phase locking*) con sensores ópticos para obtener una fase ha sido utilizado para estudiar y describir flujos en frascos agitados con diferentes geometrías en un agitador orbital. (Palacios-Morales et al., 2016).

En un trabajo previo (Romo & Gómez & Córdova, 2016) se desarrolló un sistema sencillo y adaptable, con pocos elementos y un software compatible con la mayoría de sistemas de cómputo actuales. Se utilizaron sensores magnéticos de efecto Hall modelo A3144 e imanes en cuatro posiciones de un agitador orbital, se logró obtener la señal de sincronización y se facilitó la adquisición de imágenes en todo el proceso de agitación permitiendo reconstruir los perfiles de velocidad en varios planos. La sincronización de una o dos cámaras con el ciclo de agitación permitió observar con mayor claridad el comportamiento de un fluido durante todo el ciclo, cada cámara captura un plano de visualización en cada instante que se adquieren las imágenes. Sin embargo el sistema está limitado a la aplicación específica de la mesa de agitación orbital debido al montaje utilizado. (Ver Anexo 14)

Además de estos métodos se mencionaron anteriormente diferentes formas de detectar una fase de un movimiento cíclico que son los sensores ópticos, inductivos, resistivos y magnéticos, sin embargo el uso de estos sensores no es genérico para detectar fases (posición angular) en todos los sistemas de agitación de fluidos.

La mayoría de los sensores son adecuados para generar la señal sincronizadora en experimentos particulares. Cuando se desea detectar una o más fases en sistemas de agitación cerrados y de pequeñas dimensiones existen limitaciones para implementar un sistema de detección de fase. Por ejemplo en el caso de un sistema para cultivar microorganismos como el que se muestra en la figura 4 no es posible medir externamente la fase del movimiento cíclico que agita el fluido dentro del biorreactor ya que no tiene partes móviles externas, tiene un *encoder* el cual sirve únicamente para el control de velocidad y no se pueden extraer señales directamente sin modificar los componentes.



Figura 4. Biorreactor Applikon Biotechnology®.

Los sensores inductivos y resistivos no se pueden utilizar en este sistema de agitación ya que necesitan tener contacto directo con el eje de rotación. si se desea utilizar un sistema de detección de fase ubicado en el interior del biorreactor las restricciones serían limitar las dimensiones del sistema al máximo para no interferir con los experimentos en fluidos, implementar un sensor de detección con una comunicación inalámbrica para no realizar modificaciones al sistema, incluir una fuente de energía y ser a prueba de líquidos; sería necesario además un dispositivo al exterior que interprete la señal del sistema interno y genere la señal deseada. Una solución externa es más viable.

Los sensores magnéticos podrían utilizarse, sin embargo las dimensiones del imán están en función de la distancia a la cual se quiere detectar la fase, para una distancia grande se requiere un imán de grandes dimensiones lo que reduce su practicidad. Es necesario desarrollar un sistema capaz de detectar fases en sistemas cerrados donde los sensores típicos para detectar fases no pueden ser utilizados.

1.3.1 Propuesta

Se desea desarrollar un sistema de detección de fase y sincronización que pueda ser utilizado en la mayoría de sistemas de agitación mecánica, para un agitador como el que se mencionó anteriormente (Figura 4) se necesita un sistema que puede detectar la fase a pesar de estar ubicado en el exterior del sistema esto implica atravesar una barrera óptica que es el vidrio del biorreactor.

La siguiente matriz (Tabla 1) es una matriz de evaluación de conceptos, se evalúan seis criterios que son de relevancia para la construcción de un sistema de detección de fase y sincronización, dichos criterios se determinaron con base a las necesidades de los usuarios que hay que satisfacer y sirven para distinguir unos conceptos de otros. (Ulrich & Eppinger, 2013).

En total se evalúan cinco conceptos, cuatro de ellos se han utilizado en referencias bibliográficas como sistemas de detección de fase: los magnéticos, los codificadores, los sensores ópticos de barrera y los tacómetros digitales. Se propone como concepto adicional un sistema optoreflexivo, el cual permite de detectar fases externamente de un tanque de agitación.

El primero de los criterios con los que se evaluarán los conceptos es “Invasivo” y se refiere a qué tanto interfiere dicho sistema en los experimentos de fluidos; el segundo criterio “Adaptabilidad a otros sistemas” se refiere a qué tan complicado es utilizar el sistema de detección de fase en otros sistemas de agitación que presentan movimiento cíclico. El criterio “Distancia de medición” se refiere a la distancia máxima a la que puede detectar una fase. El criterio de “Tamaño” se refiere al volumen que ocupa el sistema de detección de fase y sincronización. El criterio “Acondicionamiento electrónico” se refiere a la complejidad electrónica que necesita un sistema con los componentes mencionados para generar una señal digital. El último criterio es la “Resolución” y se refiere a qué tantas fases el sistema puede detectar en cada ciclo.

El sistema usado más común en las referencias bibliográficas es el codificador por lo que se definió como la referencia para la evaluación de conceptos. Para evaluarlo se utilizó el método recomendado por Ulrich en donde se utiliza una escala del 1 al 5 para las calificaciones de cada concepto en cada criterio. El valor 1 corresponde a un desempeño mucho peor que la referencia, el valor de 2 a un desempeño peor que la referencia, el valor de 3 a un desempeño igual que la referencia, el valor 4 a un desempeño mejor que la referencia y el valor de 5 es para un desempeño mucho mejor que la referencia.

La calificación se obtiene después de un proceso de discusión y se comparan los criterios uno a uno con respecto a la referencia. La calificación total se obtiene al final de la columna y están determinadas por la suma ponderada de las calificaciones. Cada uno de los criterios tiene un valor de importancia (Peso), esto se les asigna según cuál es más importante en comparación con otros criterios y se le da un valor en porcentaje. Para el propósito de la selección del concepto los valores a veces son determinados subjetivamente por el equipo de diseño. (Ulrich & Eppinger, 2013).

Tabla 1. Matriz de evaluación de conceptos para sistemas de detección de fase.

Matriz de selección de concepto para sistemas de detección de fase en movimientos rotatorios											
		Optoreflexivo (Láser y Fotodiodo)		Magnético		Codificador (Encoder) Referencia		Sensor óptico de barrera (LED y Fototransistor)		Tacómetro digital	
Criterios de selección	Peso	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada
Invasivo	25%	3	0.75	1	0.25	3	0.75	1	0.25	3	0.75
Adaptabilidad a otros sistemas	15%	5	0.75	4	0.6	3	0.45	3	0.45	4	0.6
Distancia de medición	20%	5	1	4	0.8	3	0.6	4	0.8	4	0.8
Tamaño	5%	2	0.1	2	0.1	3	0.15	2	0.1	3	0.15
Acondicionamiento electrónico	10%	3	0.3	4	0.4	3	0.3	5	0.5	3	0.3
Resolución	25%	2	0.5	1	0.25	3	0.75	1	0.25	2	0.5
Total	100%		3.4		2.4		3		2.35		3.1

Evaluando la matriz de selección y considerando lo mencionado con anterioridad se propone como solución para detectar fases de movimientos cíclicos y generar una señal de sincronización un sistema optoelectrónico, más precisamente un sistema optoreflexivo con un emisor (láser), un material reflejante y por un receptor (fotodiodo) sensible a la longitud de onda del láser, dentro del mismo sistema de detección de fase donde se generará la señal de sincronización.

1.4 Objetivos

Generales

- Desarrollar y construir de un sistema optoelectrónico de detección de fase en movimientos cíclicos para sincronizar la adquisición de imágenes no intrusivo, adaptable, ajustable y se pueda implementar en diferentes sistemas de agitación mecánica.

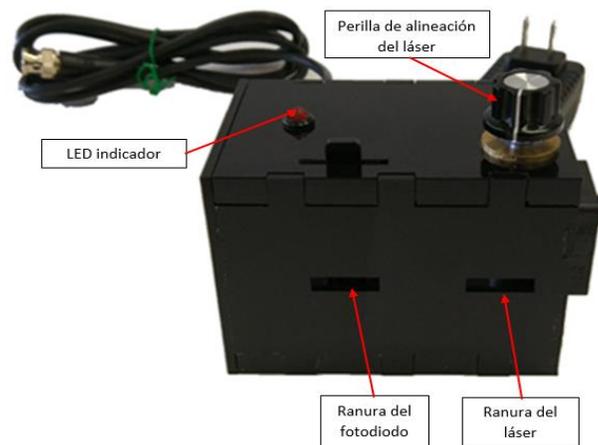
Particulares

- Generar una señal digital a partir de la detección de fase.
- Caracterizar el sistema de detección de fase y sincronización.
- Desarrollar de una metodología de uso para el sistema.
- Comprobar su funcionamiento al atravesar diferentes medios ópticos.
- Implementar en diferentes sistemas de agitación.
- Desarrollar un manual de implementación y manejo del dispositivo.

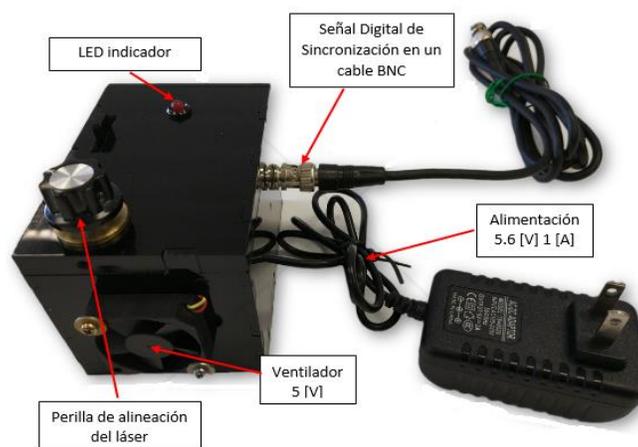
CAPÍTULO 2. SISTEMA DE DETECCIÓN DE FASE Y SINCRONIZACIÓN

2.1 Descripción del sistema

En la figura 5 a se muestra una imagen en perspectiva del sistema de detección de fase y sincronización, la carcasa está fabricada en acrílico negro de 3 y 9 [mm]. En la parte frontal se localizan las ranuras del fotodiodo y del láser. La perilla de alineación del láser se encuentra en la parte superior de la carcasa, así como el LED indicador de detección. El cable toma corriente y el cable tipo BNC para la transmitir la señal digital se encuentran en la parte posterior, en la parte lateral se instaló un ventilador (Figura 5 b).



a)



b)

Figura 5. a) Vista frontal del sistema de detección de fase y sincronización b) Vista lateral del sistema de detección de fase y sincronización.

2.1.1 Descripción electrónica

El circuito electrónico del sistema de detección de fase y sincronización (Figura 6) consta de los siguientes elementos: Láser infrarrojo, Regulador de voltaje LM317, Fotodiodo BPB22NF, Amplificador operacional LM324, LED rojo de 3 [mm], Fuente de alimentación a 5[V] 1[A], Conector BNC, y diversas resistencias para regulación de corriente. A continuación se muestra la configuración de cada uno de estos elementos:

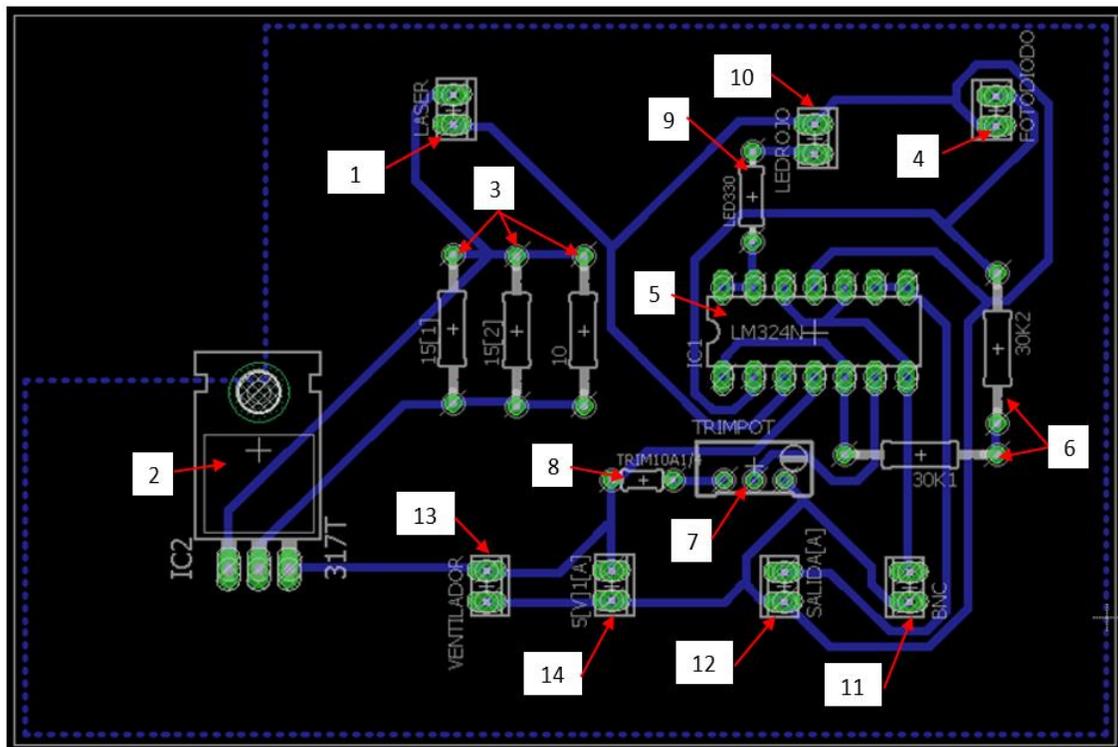


Figura 6. Diagrama electrónico realizado en Eagle.

1.- Laser Infrarrojo.

Es un empaquetado tipo TO-18 (Figura 7) en el Anexo 2 está su hoja de datos. Su potencia es 300 [mW] y su longitud de onda es 808 [nm]. Se utiliza un lente colimador para concentrar el haz emitido.



Figura 7. Láser infrarrojo 808 [nm] 300 [mW].

El láser infrarrojo se eligió con la siguiente matriz de selección (Tabla 2), se establecieron criterios relevantes con una ponderación según la importancia de cada criterio, se evaluó con una calificación de 1 a 5 cada criterio para cada emisor, de la misma forma que en la Tabla 1. La suma total es la suma del producto de cada calificación por el peso de cada criterio.

Tabla 2. Matriz de selección para emisor infrarrojo.

Matriz de selección de concepto para el emisor							
		Láser		LED Referencia		Foco	
Criterios de selección	Peso	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada
Costo	10%	2	0.2	3	0.3	2	0.2
Distancia de emisión	50%	5	2.5	3	1.5	4	2
Tamaño	20%	3	0.6	3	0.6	1	0.2
Acondicionamiento electrónico	20%	2	0.4	3	0.6	1	0.2
Total	100%		3.7		3		2.6

2.- Regulador de voltaje ajustable LM317 a 1.5 [A].

Este componente sirve para regular los valores de corriente y voltaje de alimentación del láser, es un empaquetado TO-220 (Figura 8). En el Anexo 3 se encuentra su hoja de datos. Se utiliza en su configuración de regulador de corriente ya que es recomendado para el uso en láser.

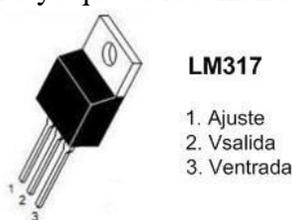


Figura 8. Regulador de voltaje LM317.

El regulador de corriente se ajustó a 291 [mA]. Consultar la memoria de cálculos en el Anexo 4. Se agregó un disipador de calor para evitar temperaturas elevadas.

3.- Resistencias para regulación de corriente en el LM317.

Se utilizan 3 resistencias para regular la corriente de alimentación del láser con el regulador LM317, se utilizaron dos resistencias de 15 [Ω] a 0.5 [W] y una resistencia de 10 [Ω] a 0.5 [W]. Se utilizó un arreglo en paralelo para obtener un valor de resistencia equivalente menor. Consultar Anexo 4.

4.- Fotodiodo BPV22NF.

Un fotodiodo modelo BPV22NF (Figura 9) con sensibilidad al infrarrojo, detecta el haz emitido por el láser, el espectro de sensibilidad a longitudes de onda del fotodiodo es desde los 790 hasta los 1050 [nm]. (Consultar hoja de datos en el Anexo 5). La corriente inversa cuando esta excitado es de 85 [μ A], cuando no está excitado es de 30 [nA].

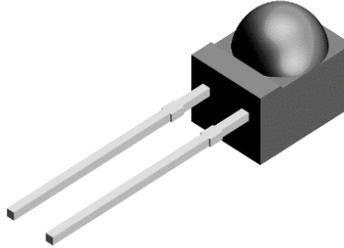


Figura 9. Fotodiodo BPV22NF.

El fotodiodo se eligió con la siguiente matriz de selección (Tabla 3), se establecieron criterios relevantes con una ponderación según la importancia de cada criterio, se evaluó con una calificación de 1 a 5 cada criterio para cada receptor, de la misma forma que en la Tabla 1, la suma total es la suma del producto de cada calificación por el peso de cada criterio. En el caso del criterio de “Rango de detección” mientras menor sea el intervalo mejor es para el sistema de detección de fase y sincronización.

Tabla 3. Matriz de selección para el receptor.

Matriz de selección de concepto para el receptor							
		Fotodiodo		Fototransistor Referencia		Fotorresistencia	
Criterios de selección	Peso	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada	Calificación	Evaluación ponderada
Costo	5%	2	0.1	3	0.15	4	0.2
Adaptabilidad a otros sistemas	20%	3	0.6	3	0.6	3	0.6
Rango de detección	25%	5	1.25	3	0.75	2	0.5
Tamaño	10%	3	0.3	3	0.3	3	0.3
Acondicionamiento electrónico	15%	2	0.3	3	0.45	4	0.6
Sensibilidad	25%	5	1.25	3	0.75	4	1
Total	100%		3.8		3		3.2

5.- Circuito integrado LM324.

Es un empaquetado DIP de 14 pines que incluye cuatro amplificadores operacionales unipolares (Figura 10). Se utiliza para acondicionar la señal analógica del fotodiodo, la señal de salida es digital 5 [V] cuando el fotodiodo detecta el haz, 0 [V] cuando el fotodiodo no detecta el haz.

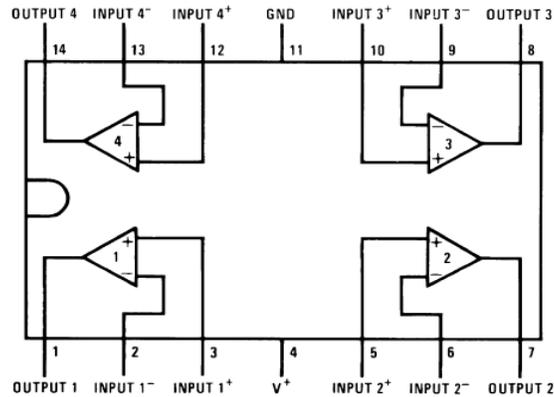


Figura 10. Amplificador operacional LM324.

En el Anexo 6 se muestra como se acondiciono de la señal.

La utilización de amplificadores operacionales hace de este sistema un circuito electrónico asíncrono, no está gobernado por un circuito de reloj y depende directamente de la detección del fotodiodo.

6.- Resistencias para amplificador operacional modo convertor de corriente a voltaje.

Se utilizan dos resistencias de 30 [k Ω] a 0.5 [W] para el amplificador operacional en modo convertor de corriente a voltaje. Consultar el Anexo 6.

7.- Resistencia variable para amplificador operacional modo comparador.

Se utiliza un Trimpot de 10 [k Ω] para obtener el voltaje de referencia en el amplificador operacional en modo comparador. Consultar el Anexo 6.

8.- Resistencia de protección.

Se utiliza una resistencia de 21 [Ω] a 0.25 [W] para evitar cortocircuito en el amplificador operacional en su modo comparador. Consultar el Anexo 6.

9.- Resistencia para el LED rojo.

Se utiliza una resistencia de 330 [Ω] a 0.25 [W] para el LED rojo que será el indicador visual de detección. Consultar el Anexo 6.

10.- Led rojo 3 [mm].

Se utiliza un LED rojo que será el indicador visual de detección. Cuando el fotodiodo detecte el láser infrarrojo se enciende. Consultar el Anexo 6.

11.- Salida a conector BNC.

Se utiliza un conector BNC que se conectará a una consola de conexiones para la computadora de análisis de PIV. Consultar el Anexo 6.

12.- Salida alternativa.

Existe una señal alternativa por si es necesario utilizar esa señal para alguna otra función.

13.- Ventilador.

Se utiliza un ventilador a 5 [V] para disipar el calor generado por el láser infrarrojo y el regulador de voltaje LM317.

14.- Fuente de alimentación.

Se utiliza una fuente de alimentación a 5 [V] y 1 [A] para energizar todo el circuito electrónico.

2.1.2 Principio de operación

El principio de operación del sistema de detección de fase y sincronización es dirigir el láser infrarrojo hacia un espejo que está sujeto al eje de rotación de un elemento al cual se detectará su fase, cuando el ángulo sea el indicado, el haz infrarrojo se refleja y un fotodiodo detecta el instante en que fue reflejado en él.

Es necesario poder dirigir el láser hacia el espejo y calibrar el sistema de detección de fase para su uso en diferentes sistemas de agitación, para este propósito se diseñaron tres piezas que permiten la rotación del láser sobre un eje, la primera es una barra de aluminio (Figura 11 a), tiene una cavidad donde el láser se acopla y un orificio por donde sale el haz infrarrojo. Consultar Anexo 7.

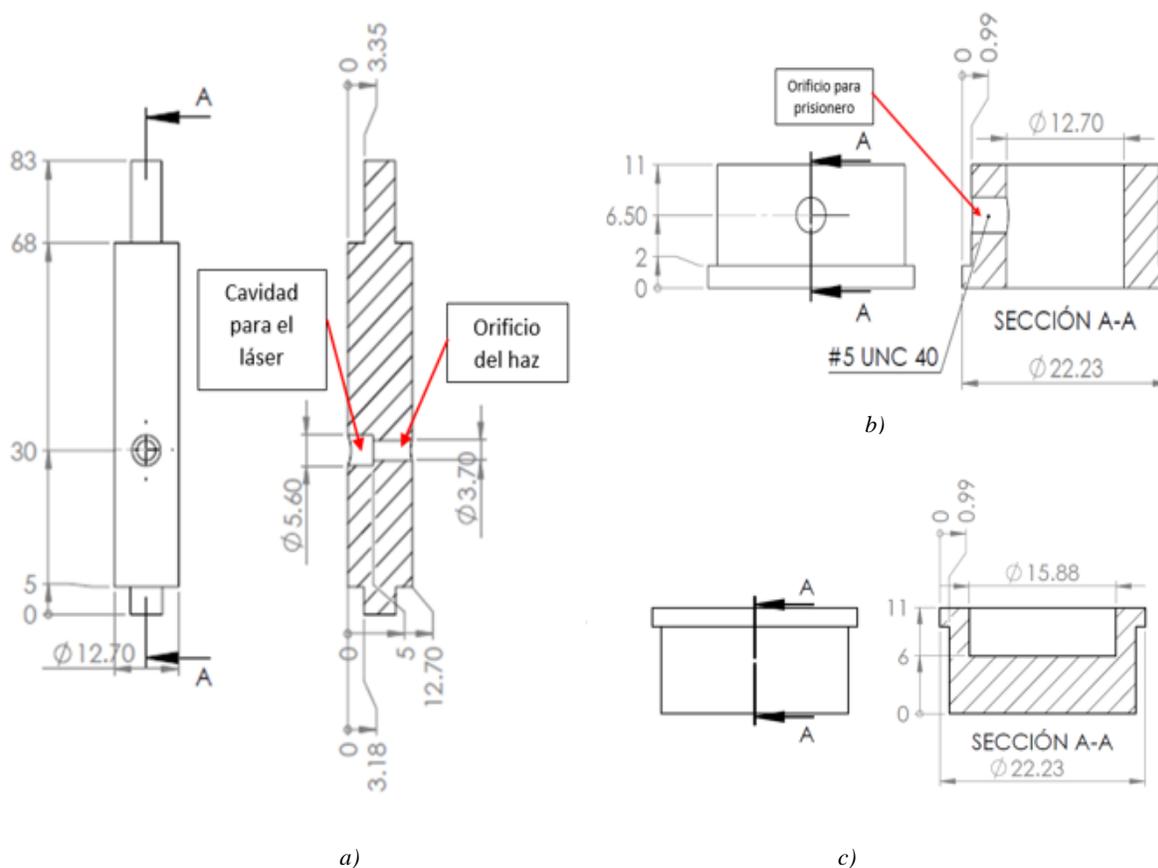


Figura 11. a) Eje de aluminio b) Buje superior de latón c) Buje inferior de latón. (Medidas en mm)

La barra de aluminio además de permitir dirigir el láser, funciona como disipador de calor. En la parte superior se coloca una perilla la cual permite dirigir el haz infrarrojo. El eje se sujeta a la estructura de acrílico con dos bujes. El buje superior (Figura 11 b) se coloca en la tapa de la estructura de acrílico, tiene un orificio con rosca interna para colocar un prisionero y fijar una posición angular de la barra por si es necesario.

El buje inferior (Figura 11 c) se coloca en la base de la estructura de acrílico. Se coloca un rodamiento en la parte interna para permitir al eje de aluminio girar con poco esfuerzo (Figura 12). El diámetro de la cavidad es de 5/8 [in], donde se coloca un rodamiento con el mismo diámetro externo, para que coincida con el eje de aluminio la parte interna es de 1/4 [in] de diámetro y tiene 5 [mm] de grosor.



Figura 12. Rodamiento diámetro externo 5/8 [in] diámetro interno 1/4 [in] y grosor 5[mm].

Sujeción del espejo al eje de rotación

El espejo es una pieza fundamental para la utilización de este sistema, se tiene que diseñar una pieza que sujete el espejo en una misma posición mientras se realiza la agitación y que gire junto al eje, esta pieza también define el número de fases que se detectan por cada ciclo de rotación.

Al conocer las características del agitador se puede diseñar una pieza con el número de fases que se desean detectar, el diámetro del círculo interno de la pieza que sujeta al espejo corresponde al diámetro del eje de rotación. En la figura 13 se muestran ejemplos para la pieza que sujeta al eje.

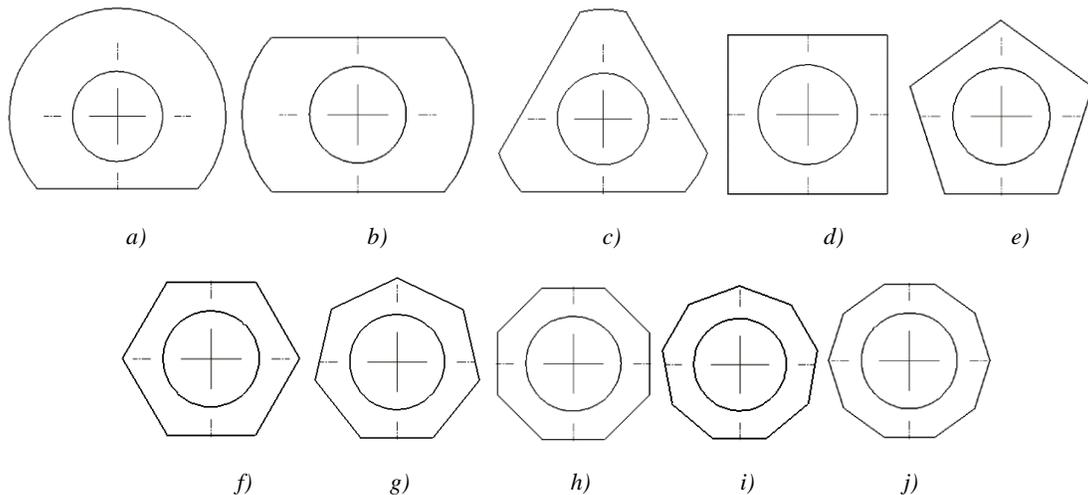


Figura 13. Piezas para sujetar espejos al eje a) 1 fase b) 2 fases c) 3 fases d) 4 fases e) 5 fases f) 6 fases g) 7 fases h) 8 fases i) 9 fases j) 10 fases

Es importante observar que al incrementar el número de fases se reduce el área para los espejos.

Estas piezas se pueden fabricar de diferentes materiales como puede ser acrílico, se recomienda un material rígido y de un grosor mayor a 10 [mm]. En cada una de las caras planas se adhiere un espejo del mismo tamaño, sin embargo es necesario que en alguna de las superficies se realice una pequeña perforación para insertar un prisionero de al menos 1/8 [in] y se pueda fijar la pieza con el eje de rotación. En la figura 14 se muestra un ejemplo de la pieza para sujetar al espejo, se utilizó acrílico de 12 [mm] de espesor para cortar una pieza semicilíndrica, tiene diámetro interno de 5/16 [in] y 3/4 [in] de diámetro externo, una cara plana de un lado para fijar un espejo.

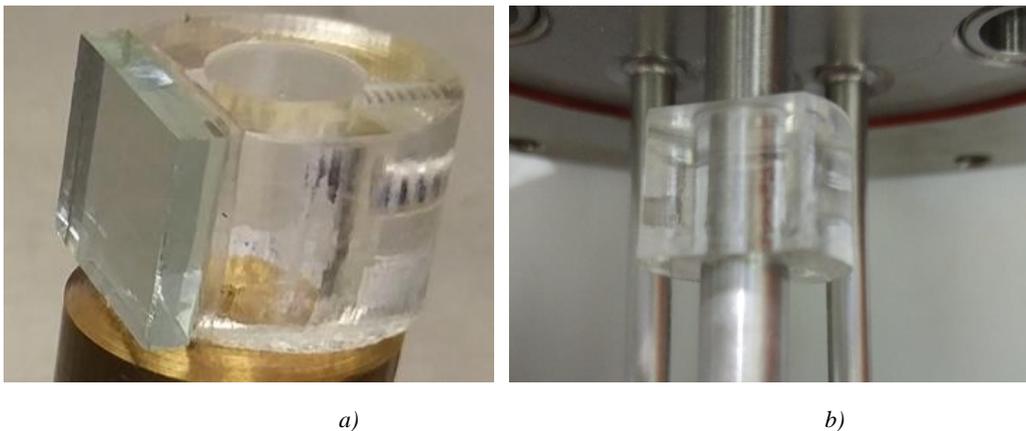


Figura 14. Pieza para espejo para una fase a) unión del espejo b) montaje en un eje de rotación.

2.2 Descripción del comportamiento del láser infrarrojo al atravesar diferentes medios ópticos

Como se mencionó anteriormente el sistema de detección de fase debe funcionar incluso si hay barreras ópticas, pueden ser sólidos como vidrio o acrílico o líquidos como agua o glicerol, depende en gran medida de la experimentación o proceso en el que se realiza la agitación. Es necesario conocer de alguna forma que la reflexión del láser será captada por el fotodiodo.

Para describir el comportamiento del láser infrarrojo del sistema de detección de fase y sincronización se hace un análisis óptico utilizando geometría para observar la trayectoria del láser, el sistema de sincronización funcionara solamente en un plano por lo que se analiza considerando el eje del láser como origen respecto a un sistema de referencia como se muestra en la figura 15. En el Anexo 8 se muestran los antecedentes para este análisis.

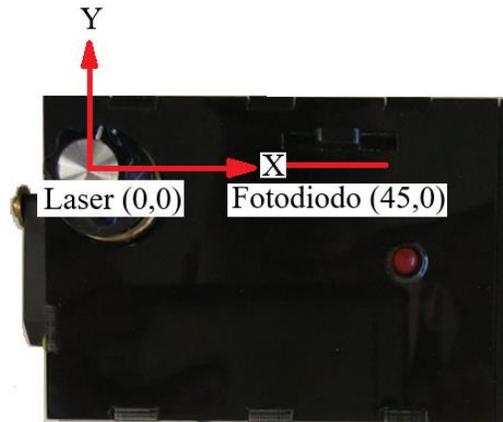


Figura 15. Vista superior del sistema de detección de fase y sincronización con sistema de referencia.

El primer caso describe el comportamiento del láser atravesando una superficie plana, el segundo caso es para superficies circulares y el tercer caso es para una superficie plana con una superficie circular. La distancia entre el láser y el fotodiodo es de 45 [mm]. Para simplificar este análisis no se considera fenómenos de dispersión, absorción o ángulos críticos en los diferentes medios.

Análisis en superficies planas

En el primer caso existe una barrera plana y transparente con distinto índice de refracción que el del aire, su eje de rotación está ubicado en las coordenadas $(22.5, Y_M)$ con respecto al origen del sistema con un ángulo α con respecto al eje X, tiene un grosor G, la distancia al espejo en el eje vertical es Y_T . El primer caso se muestra en la figura 16 puede o no tener un comportamiento simétrico, existe un ángulo θ_E del espejo y el ángulo θ_L del láser. Además existen tres medios ópticos con índices de refracción $[n_1, n_2, n_3]$.

Para el análisis geométrico se definen las rectas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y los puntos A, B, C, D, E, F. Se desea analizar el comportamiento del haz infrarrojo en función de Y_T , Y_M , G, el ángulo de la barrera transparente α y el ángulo del espejo θ_E y el ángulo del láser θ_L . En este análisis hay cuatro ángulos de incidencia $[\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}, \theta_{i4}]$ y cuatro ángulos de refracción $[\theta_{R1}, \theta_{R2}, \theta_{R3}, \theta_{R4}]$.

El punto A es la intersección de la recta 1 y 2, el punto B es la intersección de la recta 3 y 4, el punto C es la intersección de la recta 5 y $y = Y_T$, el punto D es la intersección de la recta 6 y 4, el punto E es la intersección de la recta 7 y 2, el punto F es la intersección de la recta 8 y $y = 0$. En el Anexo 9 se muestra el análisis geométrico completo en superficies planas.

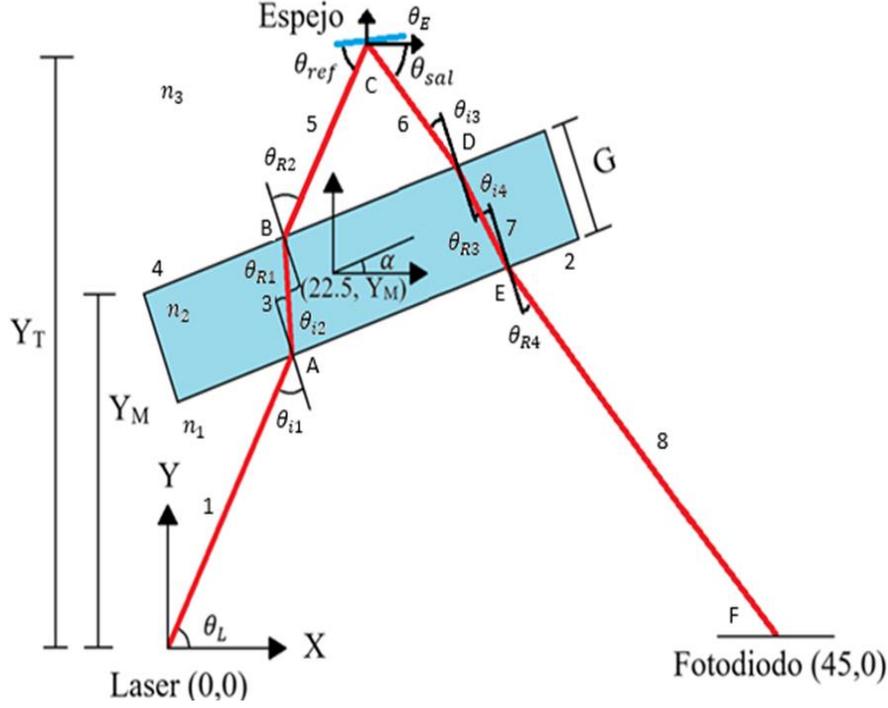


Figura 16. Diagrama para análisis óptico con una barrera plana.

Las coordenadas del punto A son:

$$y_A = \frac{\tan(\theta_L) \left[-Y_M + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right]}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_L)}$$

$$x_A = \frac{y_A}{\tan(\theta_L)}$$

Las coordenadas del punto B son: (ecuación recta 3 y 4)

$$y_B = \frac{\tan(\theta_3) \left[-Y_M - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_A + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_A \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_3)}$$

$$x_B = \frac{y_B - (y_A)}{\tan(\theta_3)} + x_A$$

Las coordenadas del punto C son: (ecuación recta 5)

$$y_C = y_T$$

$$x_C = \frac{y_C - (y_B)}{\tan(\theta_5)} + x_B = \frac{y_T - (y_B)}{\tan(\theta_5)} + x_B$$

Las coordenadas del punto D son: (ecuación recta 6 y 4)

$$y_D = \frac{\tan(\theta_{sal}) \left[-Y_M - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_C + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_C \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{sal})}$$

$$x_D = \frac{y_D - (y_C)}{\tan(\theta_{sal})} + x_C$$

Las coordenadas del punto E son: (ecuación recta 7 y 2)

$$y_E = \frac{\tan(\theta_7) \left[-Y_M + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_D + 22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_D \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_7)}$$

$$x_E = \frac{y_E - (y_D)}{\tan(\theta_7)} + x_D$$

Las coordenadas del punto F son: (ecuación recta 8)

$$y_F = 0$$

$$x_F = \frac{y_F - (y_E)}{\tan(\theta_8)} + x_E = \frac{-y_E}{\tan(\theta_8)} + x_E$$

Análisis en superficies circulares

En el segundo caso existe una barrera circular transparente con distinto índice de refracción que el del aire, su centro está ubicado en las coordenadas (X_T, Y_T) con respecto al origen del sistema, tiene un grosor G , y un diámetro D , la distancia al espejo en el eje vertical es Y_M y el espejo tiene un ángulo θ_E con respecto al eje X. El segundo caso mostrado en la figura 17 puede tener o no un comportamiento simétrico, existe un ángulo θ_L del láser. Además existen tres medios ópticos con índices de refracción $[n_1, n_2, n_3]$.

Para el análisis geométrico se definen las rectas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y los puntos A, B, C, D, E, F. Se desea analizar el comportamiento del haz infrarrojo en función de X_T, Y_T, Y_M, G, D y el ángulo del láser θ_L . En este análisis existen cuatro ángulos de incidencia $[\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}, \theta_{i4}]$ y cuatro ángulos de refracción $[\theta_{R1}, \theta_{R2}, \theta_{R3}, \theta_{R4}]$.

El punto A es la intersección de la recta 1 y la curva 2, el punto B es la intersección de la recta 3 y la curva 4, el punto C es la intersección de la recta 5 y $y = Y_M$, el punto D es la intersección de la recta 6 y la curva 4, el punto E es la intersección de la recta 7 y la curva 2, el punto F es la intersección de la recta 8 y $y = 0$. En el Anexo 10 se muestra el análisis geométrico completo en superficies circulares.

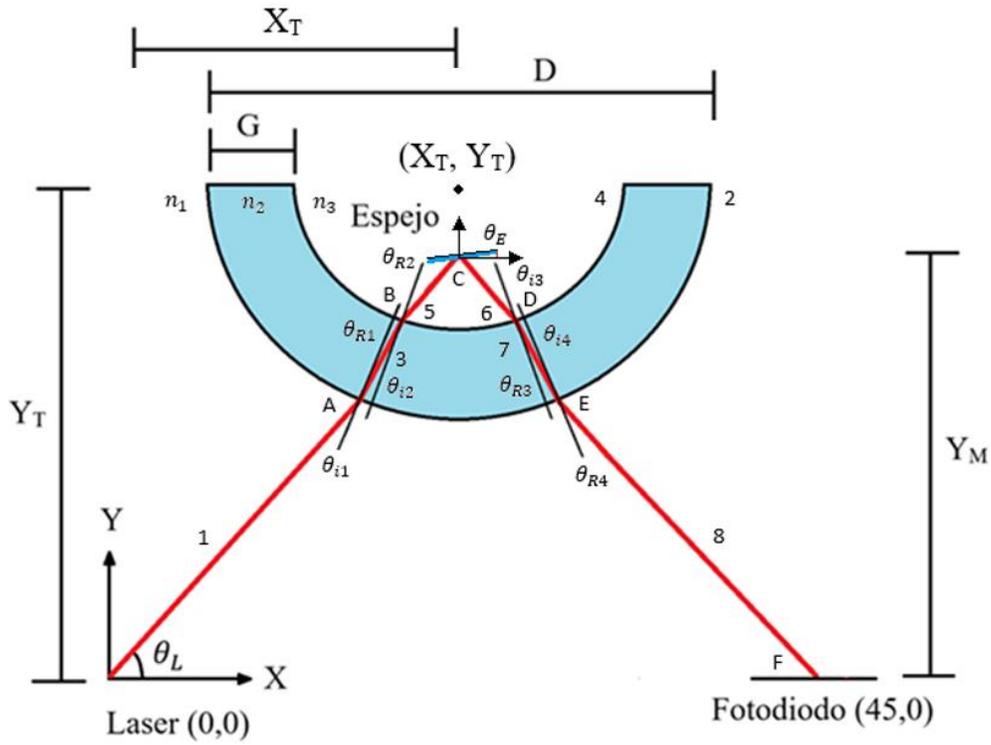


Figura 17. Diagrama para análisis óptico con una barrera circular.

Las coordenadas del punto A son:

$$x_{A(1,2)} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$$

$$y_{A(1,2)} = \left(\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} \right) \tan(\theta_L)$$

Donde:

$$A_1 = (1 + (\tan(\theta_L))^2)$$

$$B_1 = (-2(\tan(\theta_L))(Y_T) - 2(X_T))$$

$$C_1 = (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

Las coordenadas del punto B son:

$$x_{B(1,2)} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2}$$

$$y_{B(1,2)} = \left(\frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} - x_A \right) \tan(\theta_3) + (y_A)$$

Donde:

$$A_2 = (1 + (\tan(\theta_3))^2)$$

$$B_2 = (-2 \tan(\theta_3)(x_A \tan(\theta_3)) + 2(y_A)(\tan(\theta_3)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_3))$$

$$C_2 = x_A^2(\tan(\theta_3))^2 + y_A^2 + 2(-x_A \tan(\theta_3))(y_A) - 2(Y_T)(-x_A \tan(\theta_3)) - 2(Y_T)(y_A) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

Las coordenadas del punto C son:

$$\text{Ec. recta 5: } x = \left(\frac{(y-y_B)}{\tan(\theta_5)} \right) + x_B$$

$$y_C = Y_M$$

$$x_C = \left(\frac{(Y_M - y_B)}{\tan(\theta_5)} \right) + x_B$$

Las coordenadas del punto D son:

$$x_{D(1,2)} = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3}$$

$$y_{D(1,2)} = \left(\frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} - x_C \right) \tan(\theta_6) + (y_C)$$

Donde:

$$A_3 = (1 + (\tan(\theta_6))^2)$$

$$B_3 = (-2 \tan(\theta_6)(x_C \tan(\theta_6)) + 2(y_C)(\tan(\theta_6)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_6))$$

$$C_3 = x_C^2(\tan(\theta_6))^2 + y_C^2 + 2(-x_C \tan(\theta_6))(y_C) - 2(Y_T)(-x_C \tan(\theta_6)) - 2(Y_T)(y_C) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

Las coordenadas del punto E son: (ecuación recta 7 y curva 2)

$$x_{E(1,2)} = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4}$$

$$y_{E(1,2)} = \left(\frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4} - x_D \right) \tan(\theta_7) + (y_D)$$

Donde:

$$A_4 = (1 + (\tan(\theta_7))^2)$$

$$B_4 = (-2 \tan(\theta_7)(x_D \tan(\theta_7)) + 2(y_D)(\tan(\theta_7)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_7))$$

$$C_4 = x_D^2 (\tan(\theta_7))^2 + y_D^2 + 2(-x_D \tan(\theta_7))(y_D) - 2(Y_T)(-x_D \tan(\theta_7)) - 2(Y_T)(y_D) \\ + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

Las coordenadas del punto F son: (ecuación recta 8)

$$y_F = 0$$

$$x_F = \left(\frac{(-y_E)}{\tan(\theta_8)} \right) + x_E$$

Análisis en superficies plana y superficie circular

En el tercer caso existe una barrera plana y una barrera circular transparentes con distintos índices de refracción que el del aire, el centro de la superficie circular está ubicado en las coordenadas (X_{BC}, Y_{BC}) con respecto al origen del sistema, tiene un grosor G_{BC} , y un diámetro D , la distancia al espejo en el eje vertical es Y_E y tiene un ángulo θ_E con respecto al eje X . Tiene una barrera plana con grosor G_{BP} el centro de rotación de la barrera se ubica en las coordenadas $(22.5, Y_{BP})$ y tiene un ángulo α con respecto al eje X . El tercer caso mostrado en la figura 18 puede tener o no un comportamiento simétrico, existe un ángulo θ_L del láser. Además existen cinco medios ópticos con índices de refracción $[n_1, n_2, n_3, n_4, n_5]$.

Para el análisis geométrico se definen las rectas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Se desea analizar el comportamiento del haz infrarrojo en función de $X_{BC}, Y_{BC}, G_{BC}, Y_E, Y_{BP}, G_{BP}, D, \theta_E, \alpha$ y el ángulo del láser θ_L . En este análisis existen ocho ángulos de incidencia $[\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}, \theta_{i4}, \theta_{i5}, \theta_{i6}, \theta_{i7}, \theta_{i8}]$ y ocho ángulos de refracción $[\theta_{R1}, \theta_{R2}, \theta_{R3}, \theta_{R4}, \theta_{R5}, \theta_{R6}, \theta_{R7}, \theta_{R8}]$.

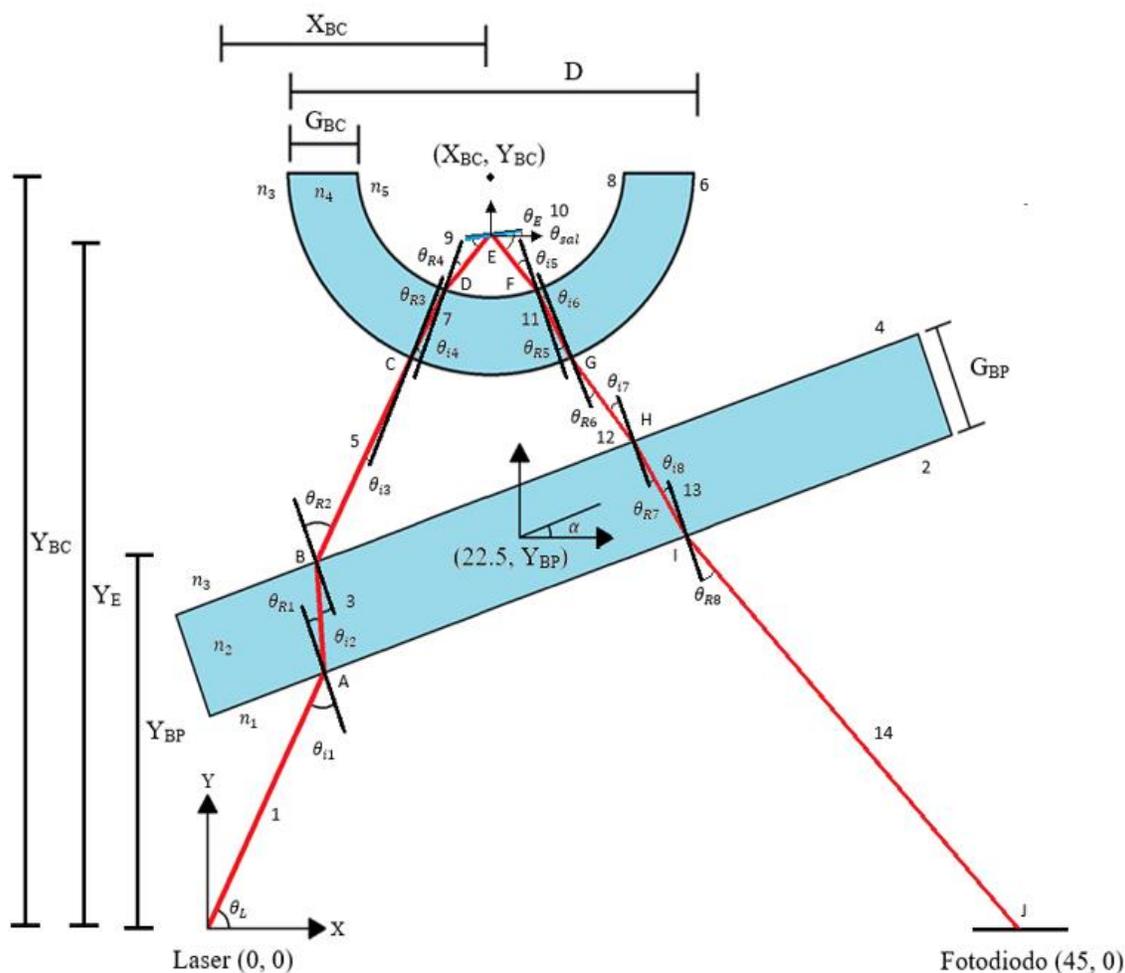


Figura 18. Diagrama para análisis óptico con una barrera plana y una barrera circular.

El punto A es la intersección de la recta 1 y la recta 2, el punto B es la intersección de la recta 3 y la recta 4, el punto C es la intersección de la recta 5 y la curva 6, el punto D es la intersección de la recta 7 y la curva 8, el punto E es la intersección entre la recta 9 y $y = Y_E$, el punto F es la intersección de la recta 10 y la curva 8, el punto G es la intersección de la recta 11 y la curva 6, el punto H es la intersección de la recta 12 y la recta 4, el punto I es la intersección de la recta 13 y la recta 2, y el punto J es la intersección entre la recta 14 y $y = 0$. En el Anexo 11 está el análisis geométrico completo.

Las coordenadas del punto A son:

$$y_A = \frac{\tan(\theta_L) \left[-Y_{BP} + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right]}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_L)}$$

$$x_A = \frac{y_A}{\tan(\theta_L)}$$

Las coordenadas del punto B son:

$$y_B = \frac{\tan(\theta_3) \left[-Y_{BP} - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_A + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_A \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_3)}$$

$$x_B = \frac{y_B - (y_A)}{\tan(\theta_3)} + x_A$$

Las coordenadas del punto C son:

$$x_{C(1,2)} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$$

$$y_{C(1,2)} = \left(\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} - x_B \right) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

Donde:

$$A_1 = (1 + (\tan(\theta_5))^2)$$

$$B_1 = (-2 \tan(\theta_5)(x_B \tan(\theta_5)) + 2(y_5)(\tan(\theta_5)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_5))$$

$$C_1 = x_B^2(\tan(\theta_5))^2 + y_B^2 + 2(-x_B \tan(\theta_5))(y_B) - 2(Y_{BC})(-x_B \tan(\theta_5)) - 2(Y_{BC})(y_B) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

Las coordenadas del punto D son:

$$x_{D(1,2)} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2}$$

$$y_{D(1,2)} = \left(\frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} - x_C \right) \tan(\theta_7) + (y_C)$$

Donde:

$$A_2 = (1 + (\tan(\theta_7))^2)$$

$$B_2 = (-2 \tan(\theta_7)(x_C \tan(\theta_7)) + 2(y_C)(\tan(\theta_7)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_7))$$

$$C_2 = x_C^2(\tan(\theta_7))^2 + y_C^2 + 2(-x_C \tan(\theta_7))(y_C) - 2(Y_{BC})(-x_C \tan(\theta_7)) - 2(Y_{BC})(y_C) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

Las coordenadas del punto E son:

$$y_E = Y_E$$

$$x_E = \left(\frac{(Y_E - y_D)}{\tan(\theta_9)} \right) + x_D$$

Las coordenadas del punto F son:

$$x_{F(1,2)} = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3}$$

$$y_{F(1,2)} = \left(\frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} - x_E \right) \tan(\theta_6) + (y_E)$$

Donde:

$$A_3 = (1 + (\tan(\theta_{10}))^2)$$

$$B_3 = (-2 \tan(\theta_{10})(x_C \tan(\theta_{10})) + 2(y_E)(\tan(\theta_{10})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{10}))$$

$$C_3 = x_E^2(\tan(\theta_{10}))^2 + y_E^2 + 2(-x_E \tan(\theta_{10}))(y_E) - 2(Y_{BC})(-x_E \tan(\theta_{10})) - 2(Y_{BC})(y_E)$$

$$+ (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G \right)^2$$

Las coordenadas del punto G son:

$$x_{G(1,2)} = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4}$$

$$y_{G(1,2)} = \left(\frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4} - x_F \right) \tan(\theta_{11}) + (y_F)$$

Donde:

$$A_4 = (1 + (\tan(\theta_{11}))^2)$$

$$B_4 = (-2 \tan(\theta_{11})(x_F \tan(\theta_{11})) + 2(y_F)(\tan(\theta_{11})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{11}))$$

$$C_4 = x_F^2(\tan(\theta_{11}))^2 + y_F^2 + 2(-x_F \tan(\theta_{11}))(y_F) - 2(Y_{BC})(-x_F \tan(\theta_{11})) - 2(Y_{BC})(y_F)$$

$$+ (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

Las coordenadas del punto H son:

$$y_H = \frac{\tan(\theta_{12}) \left[-Y_{BP} - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_G + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_G \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{12})}$$

$$x_H = \frac{y_H - (y_G)}{\tan(\theta_{12})} + x_G$$

Las coordenadas del punto I son:

$$y_I = \frac{\tan(\theta_{13}) \left[-Y_{BP} + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_H + 22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_H \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{13})}$$

$$x_I = \frac{y_I - (y_H)}{\tan(\theta_{13})} + x_H$$

Las coordenadas del punto J son:

$$y_J = 0$$

$$x_J = \frac{y_J - (y_I)}{\tan(\theta_{14})} + x_I = \frac{-y_I}{\tan(\theta_{14})} + x_I$$

2.3 Caracterización del sistema

2.3.1 Calibración del sistema de detección de fase

A continuación se describirá la forma de calibrar y alinear el láser del sistema de detección de fase y sincronización para su utilización en sistemas de agitación. Como ejemplo se considerará un agitador como el de la figura 1 el cual es un biorreactor.

Ajuste de altura

El primer paso para utilizar el sistema es obtener la altura de referencia, una vez que la pieza con el espejo está colocada en el eje del agitador se mide la altura a la que se encuentra sobre la referencia cero del experimento esta es la altura h como se muestra en la figura 19.

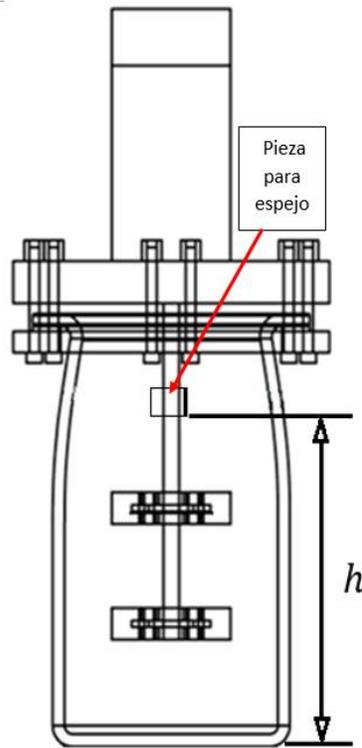


Figura 19. Altura de referencia para la utilización del sistema.

De la base de la carcasa de acrílico a la ranura del láser y la ranura del fotodiodo en el sistema de detección de fase y sincronización hay una altura de 35 [mm] (Figura 20) por lo que la altura a la que se coloca el sistema es a la altura medida de la pieza con el espejo menos 35 [mm] como se muestra en la figura 21.

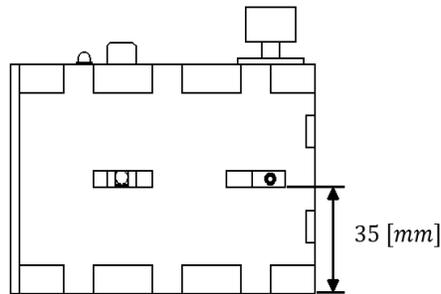


Figura 20. Altura del láser y fotodiodo en el sistema de detección de fase y sincronización.

La altura a la que se coloca el sistema es:

$$h_{\text{calibración}} = h - 35 \text{ [mm]}$$

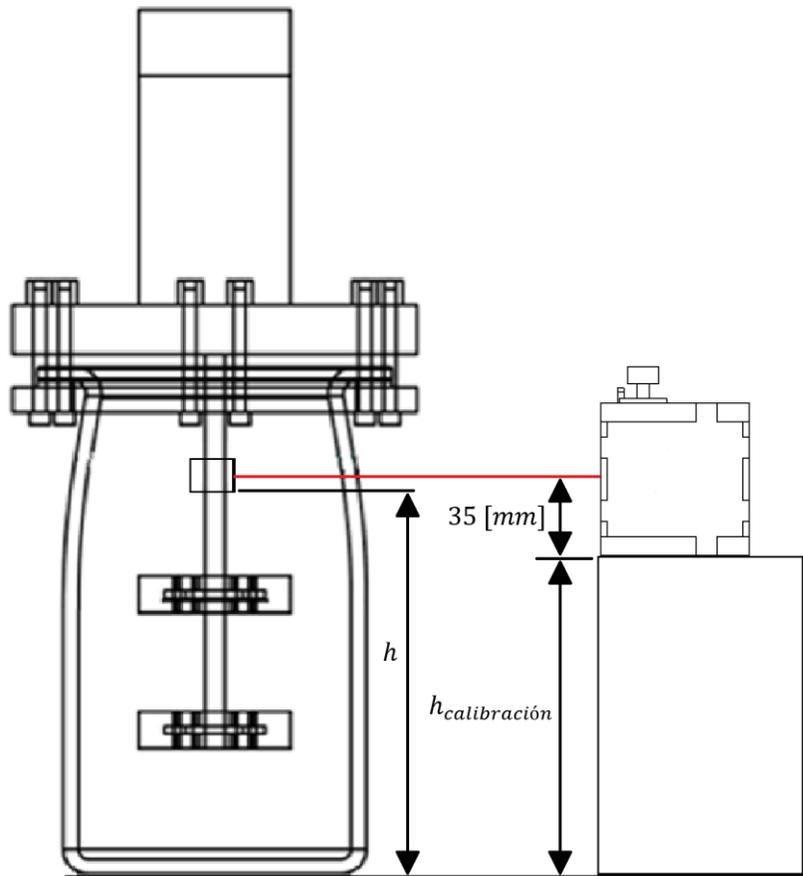


Figura 21. Altura para calibrar el sistema en el biorreactor.

Ajuste de ángulo

Una vez energizado el sistema y ubicado a la altura de calibración se direcciona el láser con la perilla hacia el eje donde se encuentra el espejo, el haz infrarrojo se refleja y el sensor lo detecta, cuando el fotodiodo detecta el láser reflejado el LED rojo se enciende. Pueden existir reflejos falsos provocados por las superficies de diferentes materiales que el láser atraviesa.

Para asegurar una calibración sobre el eje del agitador se tiene que comprobar visualmente que en la(s) fase(s) correspondiente(s) el LED indicador se encienda, tal como se muestra en la figura 22. Es recomendable que el láser incida lo más perpendicular posible a las superficies para evitar cambios de ángulo muy grandes debido a la refracción, para este propósito el sistema se debe colocar lo más centrado posible con respecto al espejo.

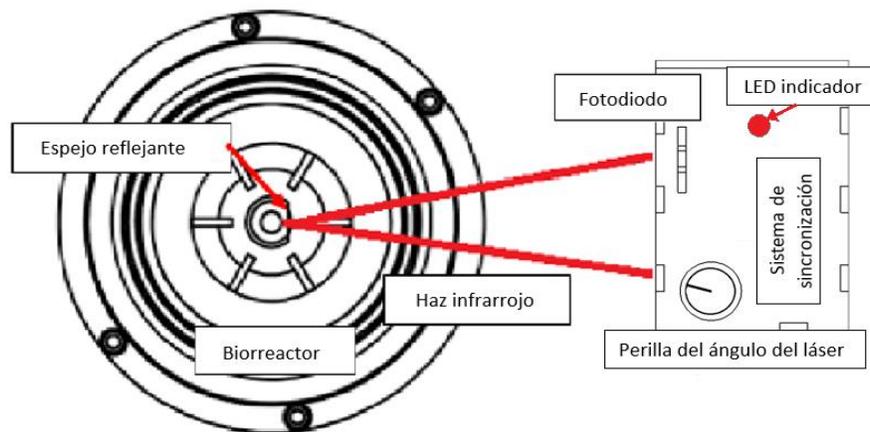


Figura 22. Calibración del ángulo del sistema de sincronización.

2.3.2 Prueba de concepto

Prueba de detección de fase a diferentes velocidades con un motor a pasos

Para comprobar experimentalmente el funcionamiento del sistema de detección de fase primero se realizaron pruebas con un motor a pasos con un espejo sujeto a su eje, para detectar solamente una fase, se utilizó un programa para controlar su velocidad, se realizó la detección de la fase a distintas velocidades observando su repuesta en un osciloscopio. Las velocidades que se observaron fue a 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 y 200 [rpm]. La figura 23 muestra la configuración del primer experimento.

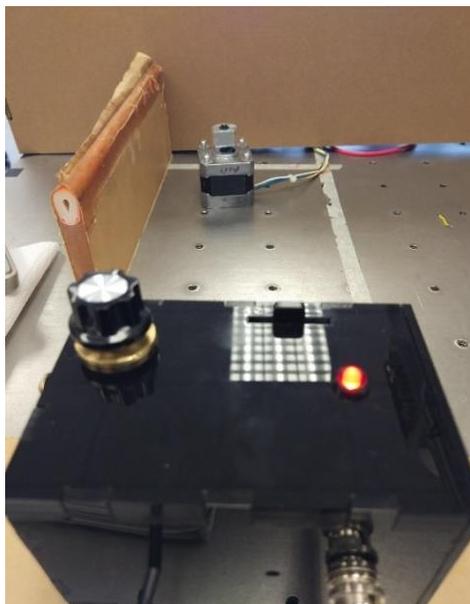


Figura 23. Pruebas de detección de fase con motor a pasos.

Se realizó una comparación del sistema con un tacómetro digital optoreflexivo como el que se muestra en la figura 24. Se comparó la medición en [rpm] por parte del tacómetro y la detección de fase (ángulo) del sistema mostrado en el osciloscopio.



Figura 24. Tacómetro optoreflexivo.

La distancia máxima a la que se probó el sistema de detección de fase sin barreras ópticas fue a 80 [cm]. Para este experimento el espejo se colocó a una distancia de 25 [cm]. El anexo 12 muestra los resultados del osciloscopio para cada una de las velocidades angulares.

Existe una equivalencia entre revoluciones por minuto y frecuencia. La medición en [rpm] del tacómetro digital se transformó en frecuencia con la siguiente formula:

$$f = \frac{\omega \left[\frac{rad}{s} \right]}{2\pi \left[rad \right]}$$

$$1[rpm] = 2\pi \left[\frac{rad}{min} \right] = \frac{2\pi \left[rad \right]}{60 \left[s \right]}$$

$$f = \frac{\omega[rpm] \times \frac{2\pi}{60}}{2\pi} = \frac{\omega[rpm]}{60}$$

El tiempo T del osciloscopio es el inverso de la frecuencia f del osciloscopio se cambió a frecuencia con la siguiente formula:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$frecuencia [Hz] = \frac{1}{Tiempo [s]}$$

Al realizar estas dos transformaciones de unidades se puede comparar los resultados entre el tacómetro y el sistema de detección de fase. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4. Comparación en frecuencia entre el sistema de sincronización y el tacómetro digital.

$\omega_{Teorica}$ [rpm]	$\omega_{Tacómetro}$ [rpm]	$f_{Tacómetro}$ [Hz]	$T_{Osciloscopio}$ [s]	$f_{Osciloscopio}$ [Hz]	Error absoluto en f [%]
10	9.99	0.1665	6	0.1666	0.1001001
20	19.98	0.333	3	0.3333	0.1001001
30	29.98	0.499666667	2	0.5	0.066711141
40	39.97	0.666166667	1.5	0.6666	0.075056292
50	49.98	0.833	1.2	0.8333	0.040016006
60	59.97	0.9995	1	1	0.050025013
70	69.96	1.166	0.85	1.1764	0.89799213
80	79.92	1.332	0.75	1.3333	0.1001001
90	89.88	1.498	0.66	1.5151	1.144960958
100	100.07	1.667833333	0.6	1.6666	0.069951034
110	109.9	1.831666667	0.54	1.8518	1.10201193
120	119.96	1.999333333	0.5	2	0.033344448
130	129.91	2.165166667	0.46	2.1739	0.403958593
140	139.86	2.331	0.43	2.3255	0.232458372
150	149.94	2.499	0.4	2.5	0.040016006
160	159.83	2.663833333	0.37	2.7027	1.4591517
170	169.98	2.833	0.35	2.8571	0.852201099
180	179.96	2.999333333	0.33	3.0303	1.032552688
190	190.01	3.166833333	0.31	3.2258	1.862210987
200	200.19	3.3365	0.3	3.3333	0.094909836

Prueba de velocidad de detección de fase

Para comprobar experimentalmente la velocidad de detección del sistema de detección de fase se utilizó un espejo sujeto a un motor, el sistema se calibró como se muestra en la figura 25.

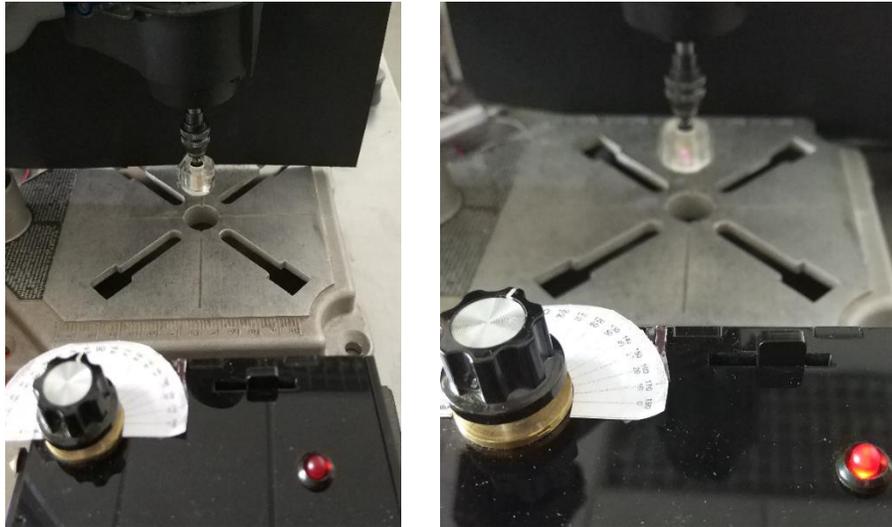


Figura 25. Experimento de velocidad de detección.

La medición de velocidad angular obtenida con el tacómetro digital fue de 8328.9 [rpm], esto equivale a un tiempo de 7.203 [ms]. La señal digital obtenida con el osciloscopio muestra un tiempo aproximado de 7 [ms] y la frecuencia se mantiene constante.

Los resultados de este experimento muestran que aún a velocidades mayores a 8000 [rpm] la señal conserva su forma y su frecuencia al detectar el reflejo del láser. Teóricamente el acondicionamiento de la señal por parte de los amplificadores operacionales tiene una respuesta de microsegundos [μs] con un tiempo de subida y bajada de 5 [μs] cada 2 [V] como seguidor de voltaje, por lo que su velocidad de detección se podría extender hasta velocidades mayores de 100,000 [rpm] que correspondería a un tiempo $T = 600[\mu\text{s}]$.

Prueba de detección de fase a través de diferentes medios ópticos

En esta prueba se demuestra como es el comportamiento del láser infrarrojo al cruzar diferentes medios ópticos, con una simulación en *Matlab* se predice la trayectoria y las coordenadas del punto final a partir del ángulo del láser, se utiliza el tercer caso de los análisis ópticos (Figura 18).

Para la prueba de detección a través de diferentes medios ópticos se utilizó un medidor de ángulo, el cual se adhirió a la tapa del sistema en el centro del eje del láser como se muestra en la figura 26. Para dicho experimento se utilizó un recipiente de vidrio cilíndrico de 150 [mm] de diámetro y 5 [mm] de grosor. Se utilizó una caja de vidrio de 30[cm] x 30[cm] x 30[cm] y 4 [mm] de grosor en cada pared.



Figura 26. Equipo de detección de fase con medidor de ángulo.

El espejo se colocó a una distancia de 176.05 [mm] en el eje Y y paralelo al eje X, el centro del recipiente circular se ubica en las coordenadas 182.4 [mm] en el eje Y y 22.5 [mm] en el eje X. La distancia de la superficie plana de vidrio es 30 [mm] en el eje Y y es paralela al eje X. Utilizando las ecuaciones que se establecieron a partir de la figura 18 se simuló la trayectoria que tomaría el láser a partir de los valores conocidos como se muestra en la figura 27. No se utilizaron fluidos de prueba adicionales en el experimento por lo que los medios que atraviesa solamente son de vidrio cuyo índice de refracción es 1.52 y aire cuyo índice de refracción se puede redondear a 1.

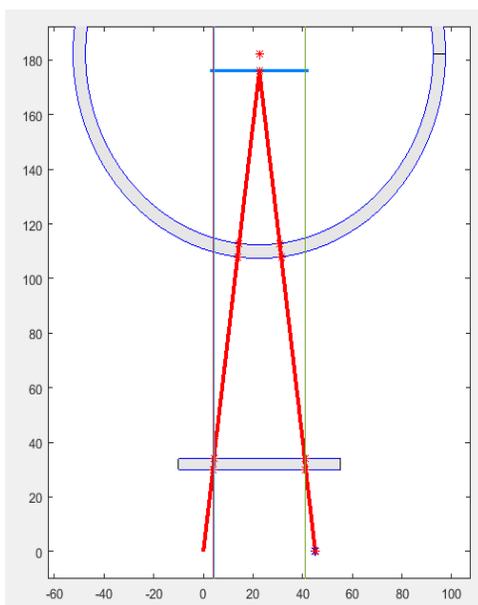


Figura 27. Simulación en Matlab para la trayectoria del láser.

Los resultados de la simulación indican que el ángulo teórico para que el láser sea reflejado al fotodiodo en las coordenadas (45.0756, 0) es 82.65° . Se procede a comparar este valor con el real, para esto se colocó el sistema de detección de fase alineado al arreglo de tal forma que el láser

estuviera en las coordenadas (0, 0) y paralelo con respecto al eje X, el eje del láser se desplazó angularmente hasta que el LED indicador mostrara que el fotodiodo estaba detectando el láser como se muestra en la figura 28.

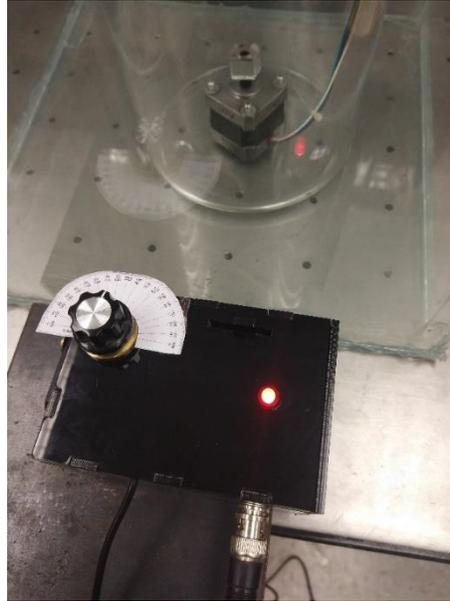


Figura 28. Detección del láser a través de dos medios ópticos.

Cuando el láser es detectado se observó la posición angular de la perilla y el medidor de ángulo, el resultado se muestra en la figura 29, y se observa que está muy próximo a los 83° .



Figura 29. Ángulo del láser a través de dos medios ópticos.

Adicionalmente se hicieron pruebas con diferentes tanques cilíndricos de diferentes diámetros y grosores. El primer tanque es un tanque cilíndrico de 13 [cm] de diámetro y grosor de 3 [mm], el segundo tanque es de 15 [cm] de diámetro y grosor de 5 [mm], el tercer tanque es de 22.5 [cm] de diámetro y grosor de 7 [mm]. En cada prueba estos tanques se colocaron dentro de la misma caja de vidrio con medidas 30[cm] x 30[cm] x 30[cm] y 4 [mm] de grosor.

Se realizaron tres pruebas de detección para cada tanque, el medio que cambia es el que se encuentra entre la caja de vidrio y el recipiente cilíndrico, la primera prueba es sin ningún fluido adicional entre el recipiente cilíndrico y la caja cilíndrica, la segunda prueba se realizó con glicerol entre el recipiente cilíndrico y la caja de vidrio y finalmente se realizó la prueba con agua.

El motor a pasos se colocó a una velocidad constante de 120 [rpm], esto implica un tiempo de 500 [ms]. En todos los experimentos se tuvieron las mismas condiciones, las coordenadas del centro del recipiente cilíndrico son 22.5 [mm] en el eje X y 203.2 [mm] en el eje Y, las coordenadas de la barrera plana son 50.8 [mm] en el eje Y, el espejo tiene 196.85 [mm] en el eje Y. Los índices de refracción son $n_{vidrio} = 1.49$, $n_{agua} = 1.33$, $n_{glicerol} = 1.473$, $n_{aire} = 1$. Las variables que cambian en cada experimento son n_{medio} , D y G como se muestra en la figura 30.

Estos experimentos se hicieron para mostrar la funcionalidad del sistema con más de un medio óptico entre el láser y el espejo y el fotodiodo. De esta prueba es importante destacar que no existen cambios importantes en el ángulo de láser cuando se utilizan distintos recipientes cilíndricos esto es siempre y cuando el espejo se encuentre ubicado en las cercanías del centro del recipiente cilíndrico.

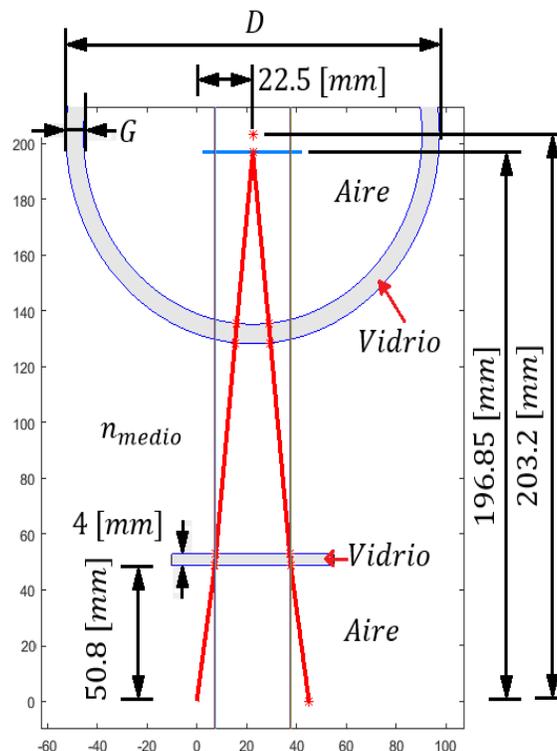


Figura 30. Experimentos con diferentes tanques cilíndricos y medios ópticos.

En todos los experimentos realizados la detección de fase fue posible, en el Anexo 13. Se pueden consultar las imágenes de las pruebas en los tres distintos tanques y con los tres diferentes medios.

La tabla 5 indica los ángulos de láser en los que el fotodiodo detectó el láser.

Tabla 5. Ángulos de detección del láser con diferentes medios ópticos y diferentes tanques.

$\theta_{\text{láser}}$	Tanque 1 $D = 13 \text{ [cm]}$ $G = 3 \text{ [mm]}$	Tanque 2 $D = 15 \text{ [cm]}$ $G = 5 \text{ [mm]}$	Tanque 3 $D = 22.5 \text{ [cm]}$ $G = 7 \text{ [mm]}$
Aire $n_{\text{aire}} = 1$	83.4° X= 44.9525	83.4° X= 44.9512	83.4° X= 44.9535
Glicerol $n_{\text{glicerol}} = 1.473$	81.4° X= 44.9243	81.4° X= 44.9379	81.4° X= 44.9679
Agua $n_{\text{agua}} = 1.33$	82.0° X= 44.9092	82.0° X= 44.9201	82.0° X=44.9471

X es la coordenada final en el eje x con el ángulo mencionado, el fotodiodo se ubica en X= 45.

CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA

3.1 Aplicación como tacómetro

El sistema de detección de fase y sincronización tiene una salida alternativa a la que se envía por el cable BNC, la señal de sincronización que se transmite por la conexión BNC y la señal alternativa son las mismas. Se puede utilizar este sistema como un tacómetro digital. Únicamente es necesario un microcontrolador para interpretar la señal de sincronización y obtener un valor correspondiente de velocidad angular en [rpm].

El primer paso es programar el microcontrolador para que con un contador se obtengan el número de fases del agitador detectadas por el sistema de detección de fase en un periodo de tiempo determinado, en este caso se utilizó un microcontrolador Arduino UNO. Cada segundo cuenta el número de interrupciones causadas por la señal de sincronización y muestra la velocidad angular en [rpm]; en la programación del microcontrolador se debe considerar el número de fases que se detectan por ciclo para que la medición sea correcta. En la figura 31 se muestra el programa para el microcontrolador para que en conjunto con el sistema de detección de fase se utilicen como tacómetro.

```
volatile int contador = 0; //Se almacena en al memoria RAM

void setup() {
  // put your setup code here, to run once:
  Serial.begin(57600);
  attachInterrupt(0, deteccionfase, FALLING); //Interrupcion 0 (pin2)
  //LOW, CHANGE, RISING, FALLING en que momento de la
  //señal de sincronización se realiza la interrupcion
}

void loop() {
  // put your main code here, to run repeatedly:
  delay(999);
  Serial.print(contador*60);
  //1 interrupcion por vuelta entonces (contador*(60/1))
  Serial.println(" RPM");
  contador=0;
}

void deteccionfase() {
  //interrupcion 0 en el pin 2 del Arduino UNO
  contador++;
}
```

Figura 31. Programa del microcontrolador para utilizar el sistema de detección de fase como tacómetro.

Primero se debe calibrar el sistema en la altura y en el ángulo de la perilla del láser, en la figura 32 se muestra un ejemplo para su utilización como tacómetro, se utilizó una pieza con espejo para detectar solamente una fase y se colocó en un motor de velocidad regulable.

Se utilizó el pin 2 para las interrupciones del Arduino UNO, cuando la señal digital cae de 5 [V] a 0 [V] se genera la interrupción y la variable llamada contador se incrementa en 1, el resultado se muestra cada segundo y la variable contador se multiplica por 60 para obtener las revoluciones por minuto.

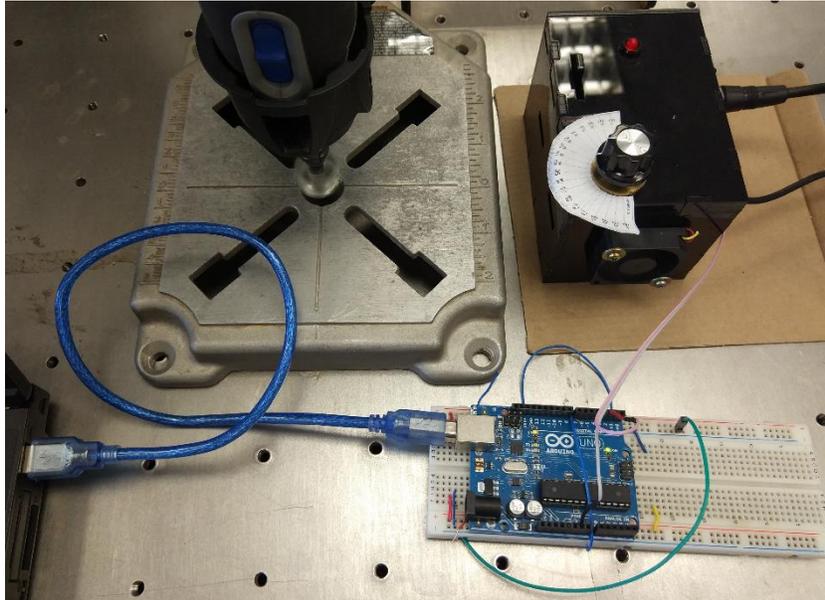


Figura 32. Utilización del sistema de sincronización como tacómetro.

En la figura 33 se muestran algunos resultados obtenidos por el detector de fase con el microcontrolador. Las velocidades mostradas están en el rango de 0 [rpm] a 10560 [rpm]. Los cuales son múltiplos de 60 debido a la programación del microcontrolador.

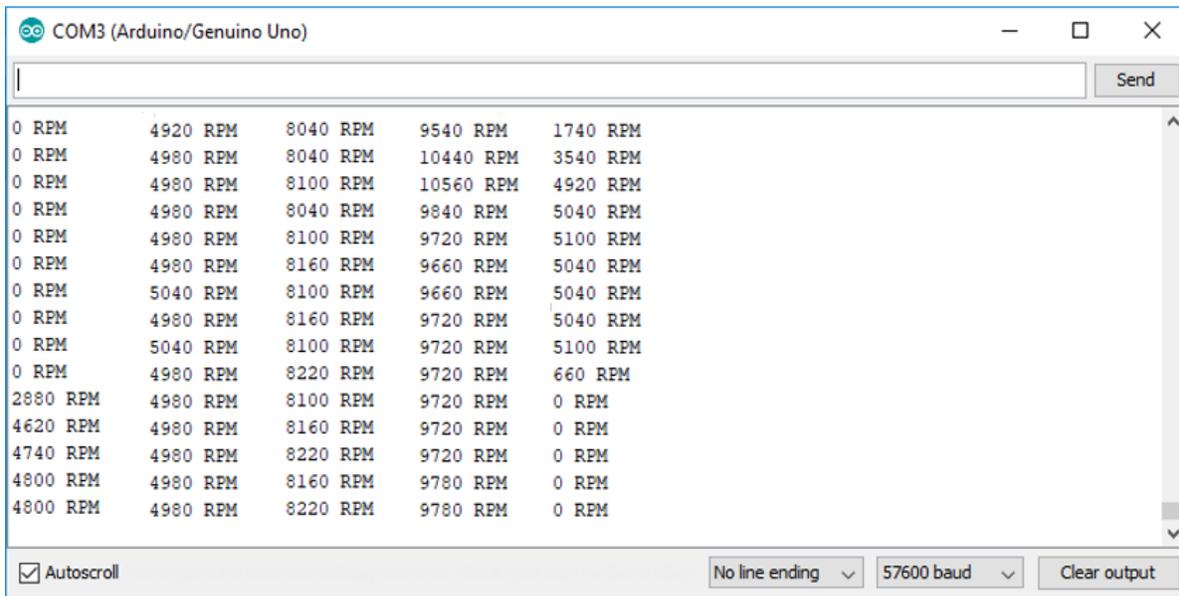


Figura 33. Valores de velocidad angular obtenidas por el sistema de detección de fase usado como tacómetro.

3.2 Sincronizador para captura de imágenes en equipos de análisis de Velocimetría de Imágenes por Partículas (PIV)

La Velocimetría de Imágenes por Partículas (PIV) es una metodología experimental de análisis hidrodinámico y caracterización de fluidos que estudia los campos de velocidad de flujos en movimiento, para ello al fluido se le incorporan partículas trazadoras, se capturan imágenes del fluido a lo largo del proceso y se analiza el desplazamiento de las partículas con *softwares* especializados utilizando algoritmos matemáticos, el algoritmo más conocido es la correlación cruzada.

El equipo para realizar PIV se muestra en la figura 34, consta de una cámara digital de alta velocidad de captura y alta resolución, un láser pulsado color verde con longitud de onda de 532 [nm] con su fuente de alimentación, un fluido de prueba ya sea líquido o gas en su configuración experimental a estudiar, partículas trazadoras hechas de un material reflejante y una computadora para analizar el conjunto de imágenes. La computadora intercomunica y controla todos los elementos del sistema.

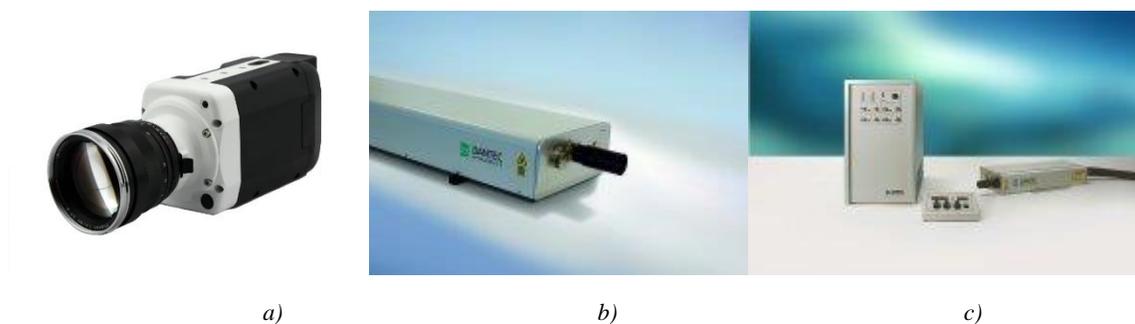


Figura 34. Sistema completo de análisis PIV ofrecido por DANTEC DYNAMICS ®. a) Cámaras CMOS b) Láser c) Fuente de Alimentación para Láser.

El análisis de PIV consiste en agregar las partículas trazadoras en el fluido de tal forma que estén distribuidas homogéneamente. El fluido es iluminado por el láser que tiene una lente a la salida de tal forma que el haz de luz ilumina un plano con forma de abanico. Las partículas disueltas en el fluido reflejan la luz del láser y con la cámara se realiza un seguimiento de las partículas a lo largo del proceso. Conociendo el tiempo transcurrido entre las imágenes y el desplazamiento es posible determinar campos de velocidad de flujo del fluido.

El arreglo experimental para PIV se muestra en la figura 35, usualmente el láser y la cámara se alinean sobre un mismo plano a 90° con respecto al fluido en agitación. Sin embargo se pueden usar espejos para obtener distintos planos de visualización. El sistema de agitación puede variar según el experimento. Se utiliza una caja con superficies planas para evitar deformaciones ópticas en la captura de las imágenes.

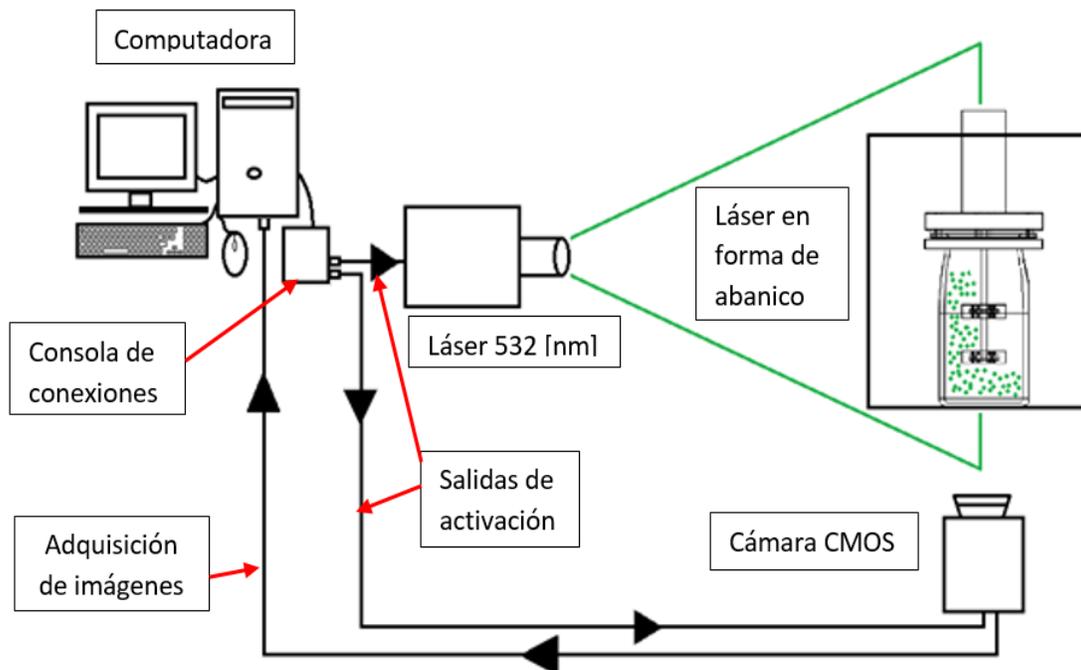


Figura 35. Arreglo experimental para un análisis de PIV.

Existen dos formas de realizar PIV, resuelto en tiempo y resuelto en fase. En PIV resuelto en tiempo la captura de imágenes se realiza a una frecuencia específica preestablecida para observar el desplazamiento de partículas. Sin embargo, para algunos experimentos es más relevante observar y analizar una sola fase durante el proceso estudiado, es por eso que se realiza PIV resuelto en fase, en este caso es necesario obtener un indicador de fase durante el proceso, dicho indicador debe generar una señal de sincronización digital (0 [V] a 5 [V]) para la captura de la imagen.

La sincronización en el PIV resuelto en fase sucede porque con la señal de sincronización la activación del láser y la cámara sucede al mismo tiempo, en otras palabras, cuando un sistema detecta una fase de interés la señal digital debe tener un valor de 5 [V] y cuando la computadora recibe el estado digital de 5 [V] activa el láser para iluminar el fluido y en el mismo instante la cámara captura la imagen. Para un análisis de PIV resuelto en fase de un agitador, el elemento móvil que agita el fluido, se utiliza para detectar una o más fases del movimiento rotatorio, tantas como sea necesario estudiar. El sistema de detección de fase y sincronización se puede utilizar para generar la señal sincronizadora necesaria en el PIV resuelto en fase.

3.2.1 Detección de fase y sincronización para la adquisición de imágenes en un biorreactor de tanque agitado con turbinas tipo Rushton

El biorreactor es un tanque agitado de 2 [L] de capacidad, un motor marca Applikon modelo P100 proporciona el movimiento al biorreactor, el motor tiene un torque de 0.2 [Nm] y una velocidad rotacional máxima de 1250 [rpm], el eje del biorreactor es de 5/16" de diámetro y tiene dos turbinas de agitación tipo Rushton.

Para implementar el uso del sistema de detección de fase y sincronización en el biorreactor se requiere diseñar una pieza con el número de fases que se desean detectar, en la figura 14 se mostró un ejemplo de una pieza diseñada para sujetar el espejo en el eje de rotación, se utilizó acrílico de 12 [mm] de espesor, es una pieza semicilíndrica que tiene diámetro interno de 5/16 [in] correspondiente al diámetro del eje del agitador y 3/4 [in] de diámetro externo con una cara plana de un lado para fijar un espejo.

Como la pieza para sujetar al espejo se diseñó para una sola fase, la detección del láser por el fotodiodo se realiza en solamente un único ángulo de cada revolución del eje. El biorreactor se encuentra dentro de una caja de vidrio de medidas 300x300x300 [mm] y 4 [mm] de grosor en cada cara. Una vez calibrado el sistema se procede a realizar la experimentación necesaria del fluido con el equipo de PIV utilizando la señal sincronizadora que genera el sistema como se muestra en la figura 36. En este experimento el láser atravesó una barrera plana de vidrio de la caja y una barrera circular de vidrio del biorreactor.

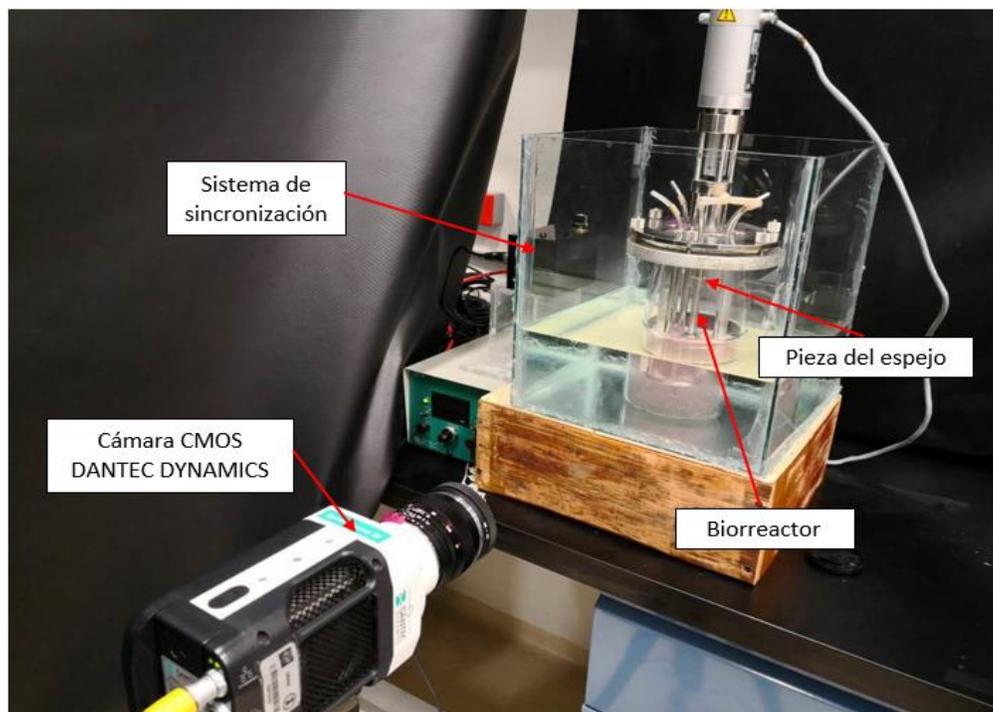


Figura 36. Arreglo experimental para el biorreactor.

Imágenes obtenidas en el experimento del biorreactor

Se realizaron tres experimentos en el biorreactor, en el primero de ellos la velocidad del motor se controló a 300 [rpm], el segundo a 500 [rpm] y el tercero a 700 [rpm], para cada experimento se obtuvieron 200 imágenes desde el número 0 hasta el 199, en la figura 37 se muestran las imágenes 0, 49, 99, 149 y 199 del experimento a 300 [rpm]. A simple vista se puede decir que son muy similares.

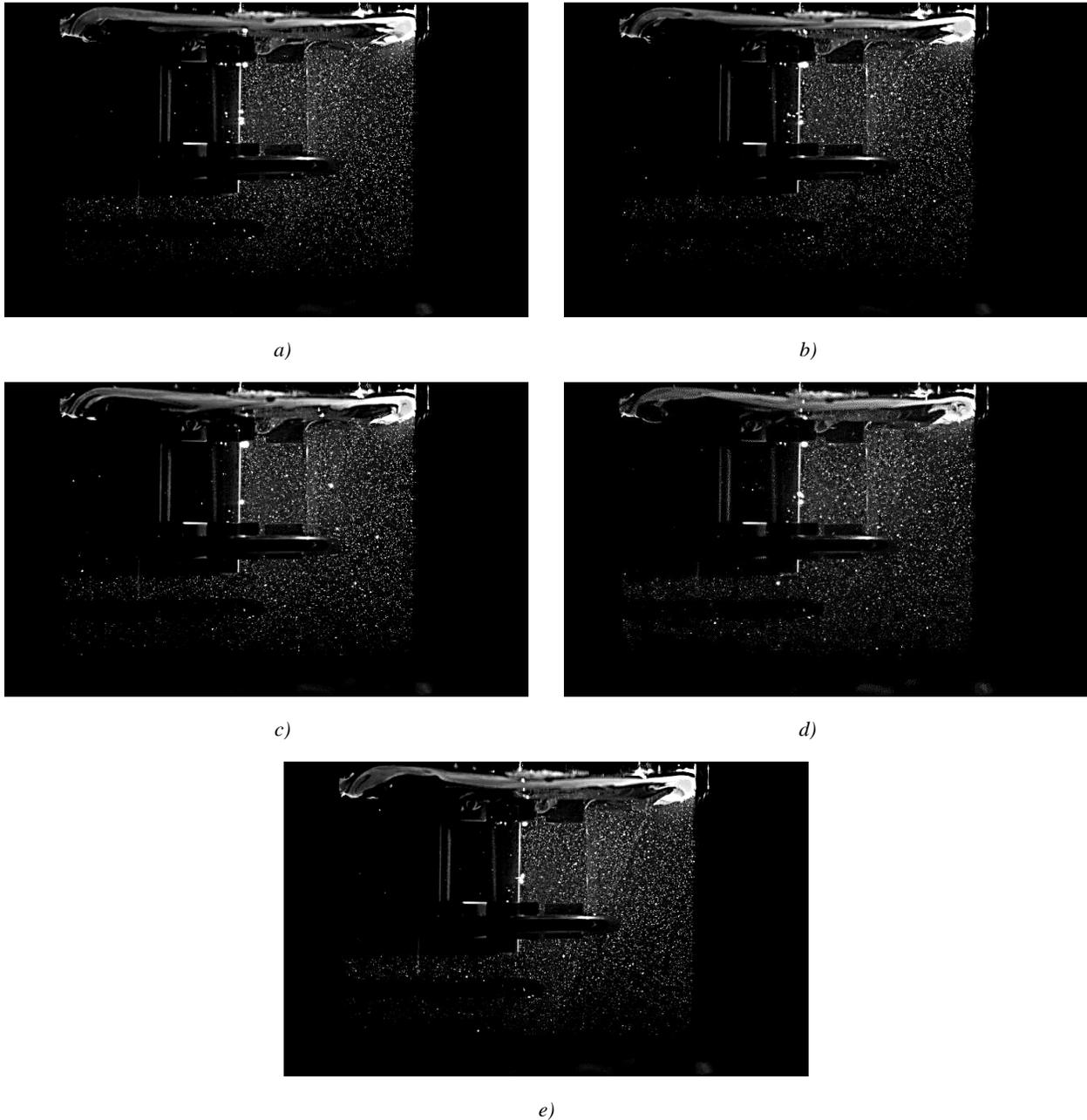


Figura 37. Experimento del biorreactor a 300 [rpm]. a) Imagen 0 a 300 [rpm] b) Imagen 49 a 300 [rpm] c) Imagen 99 a 300 [rpm] d) Imagen 149 a 300 [rpm] e) Imagen 199 a 300 [rpm].

Para comprobar el funcionamiento del sistema de sincronización es necesario visualizar que la posición del agitador es la misma en las imágenes capturadas a lo largo del experimento. Se procede a desarrollar un método de comprobación visual en *Matlab*, el primer paso es recortar las imágenes en una parte de interés, se debe comprobar que las paletas de la turbina tipo Rushton tienen la misma posición en cada una de las imágenes. Por lo que las imágenes se recortan en el área de interés como se muestra en la figura 38.

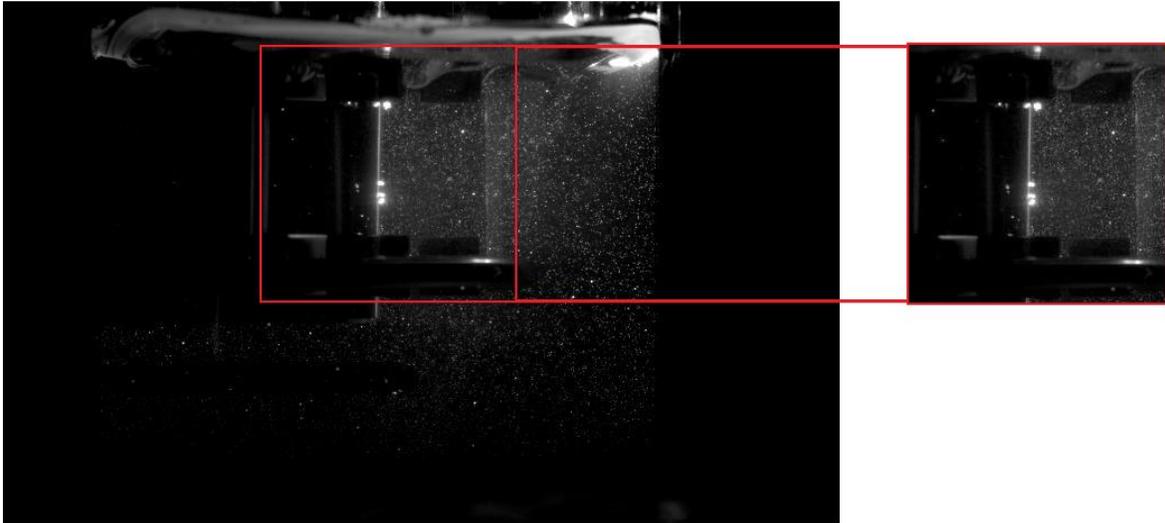
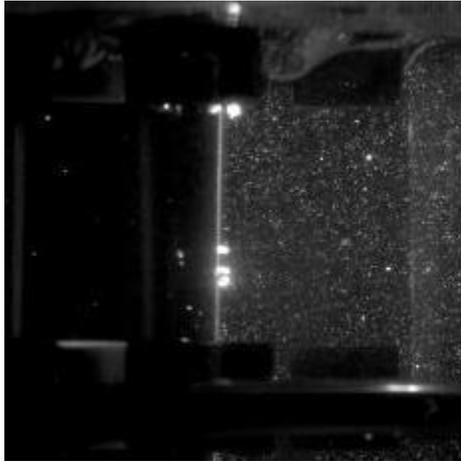


Figura 38. Imagen 0 a 300 [rpm] recortada en la parte de interés.

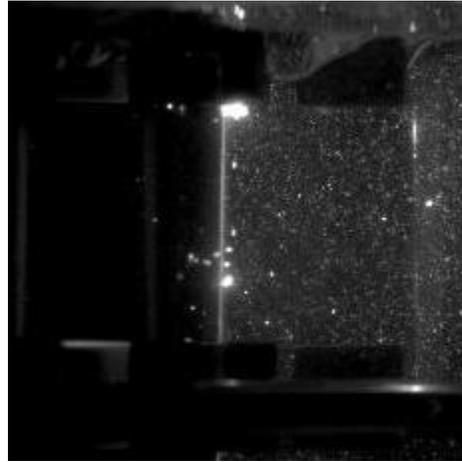
El área de interés es un acercamiento a las turbinas Rushton del agitador esta imagen tiene las características adecuadas para poder hacer una comparación más precisa. Las imágenes del experimento a 300 [rpm] tienen una resolución de 470x751 píxeles, las imágenes de interés recortadas tienen una resolución de 230x230 píxeles.

Se procesaron las imágenes 0, 49, 99, 149 y 199 las cuales son 5 muestras representativas del conjunto al mostrar distintas etapas del proceso de agitación, se recortaron en el área de interés, correspondiente a la misma área de todas las imágenes. (Figura 39). Se tomó la imagen 0 como la referencia y es la que muestra la fase de interés.

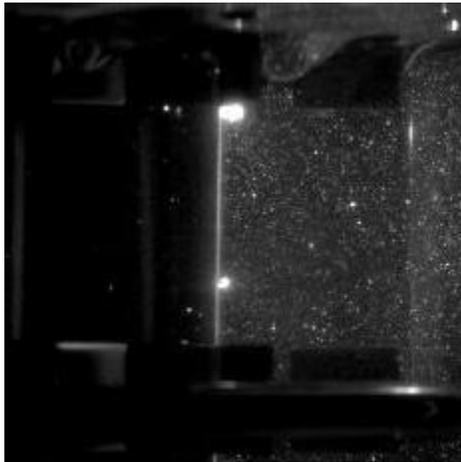
Para hacer la comprobación visual en *Matlab* se trazaron rectas de color rojo en las mismas coordenadas de pixel para todas las imágenes tomando como referencia la imagen 0, las líneas rojas delimitan los bordes de las paletas de las turbinas Rushton dentro del agitador. (Figura 40)



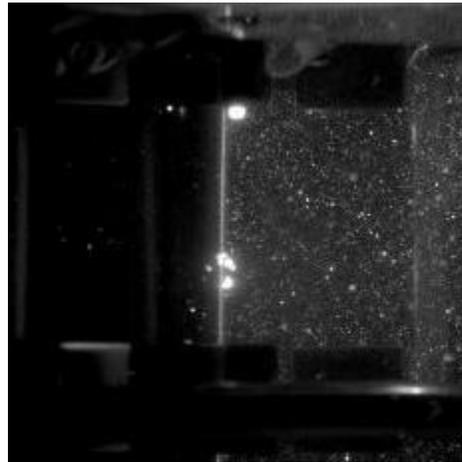
a)



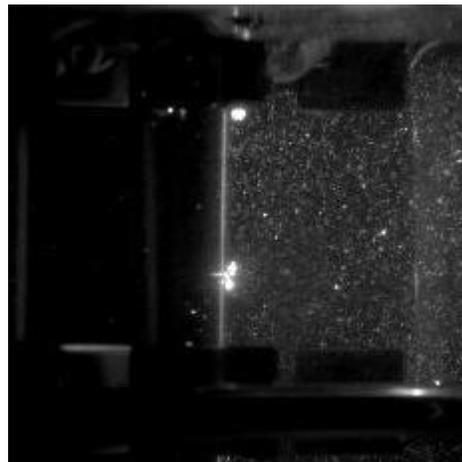
b)



c)

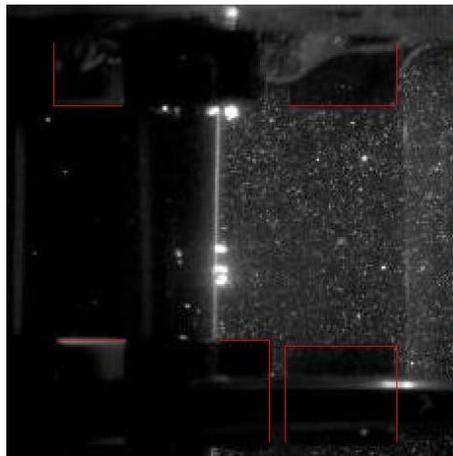


d)

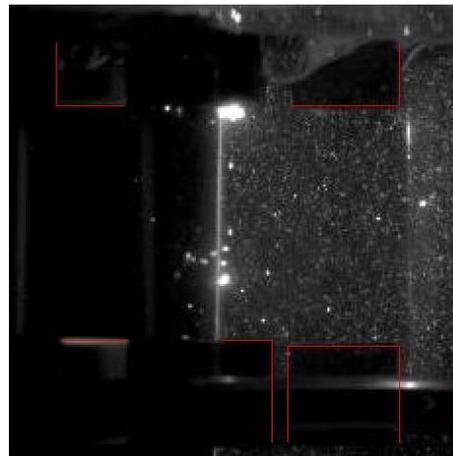


e)

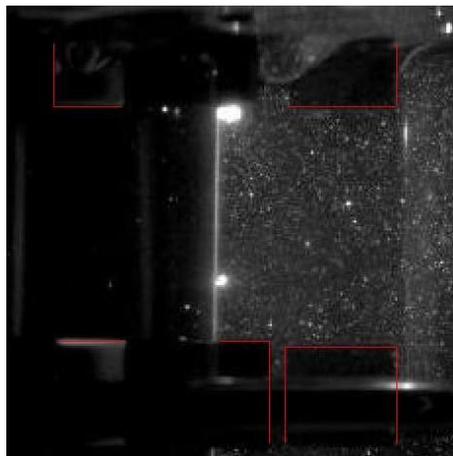
Figura 39. Imágenes a) 0 b) 49 c) 99 d) 149 y e) 199 a 300 [rpm] recortadas en la parte de interés.



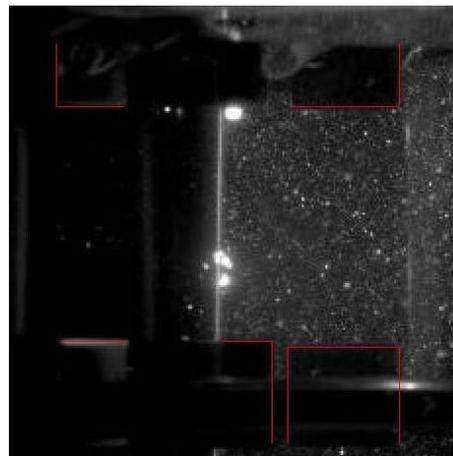
a)



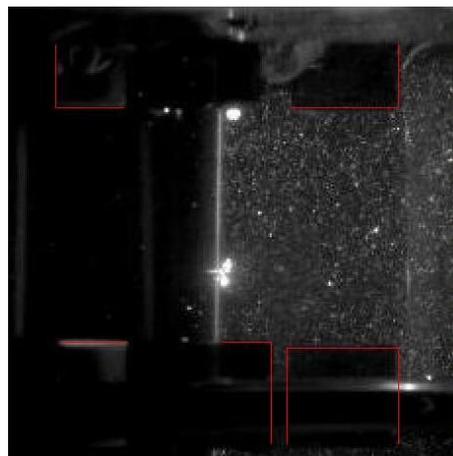
b)



c)



d)



e)

Figura 40. Imágenes a) 0 b) 49 c) 99 d) 149 y e) 199 a 300 [rpm] delimitando los bordes de las paletas del agitador Rushton.

3.2.2 Detección de fase y sincronización para la adquisición de imágenes en un agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios

Para este experimento se utilizó un tanque de acrílico de dimensiones 320x320x300 [mm] en largo, ancho y alto respectivamente y 5 [mm] de grosor en cada cara, también se utilizó un tanque cilíndrico de vidrio de 190 [mm] de diámetro y 240 [mm] de alto con 7 [mm] de grosor.

A diferencia del experimento en el biorreactor la detección de fase no se realizó sobre el eje del motor, se realizó sobre una de las paletas de agitación las cuales además de un movimiento de rotación tienen también un movimiento de traslación debido al mecanismo con engranes que tiene, con el sistema de detección de fase y sincronización se detectaban dos fases cada tres ciclos y la paleta de agitación coincidía en posición y ángulo de manera alternada entre los dos pulsos. El láser solo atraviesa la una de las caras de la caja de acrílico.

La pieza para sujetar el espejo a la paleta de agitación tiene 12 [mm] de espesor, 3/8 [in] para el diámetro interior, el cual coincide con la geometría de la paleta de agitación y 20 [mm] de diámetro exterior, tiene solamente una cara plana para detectar una fase. En la figura 41 se muestra la configuración experimental para la detección de fase en el agitador de paletas.

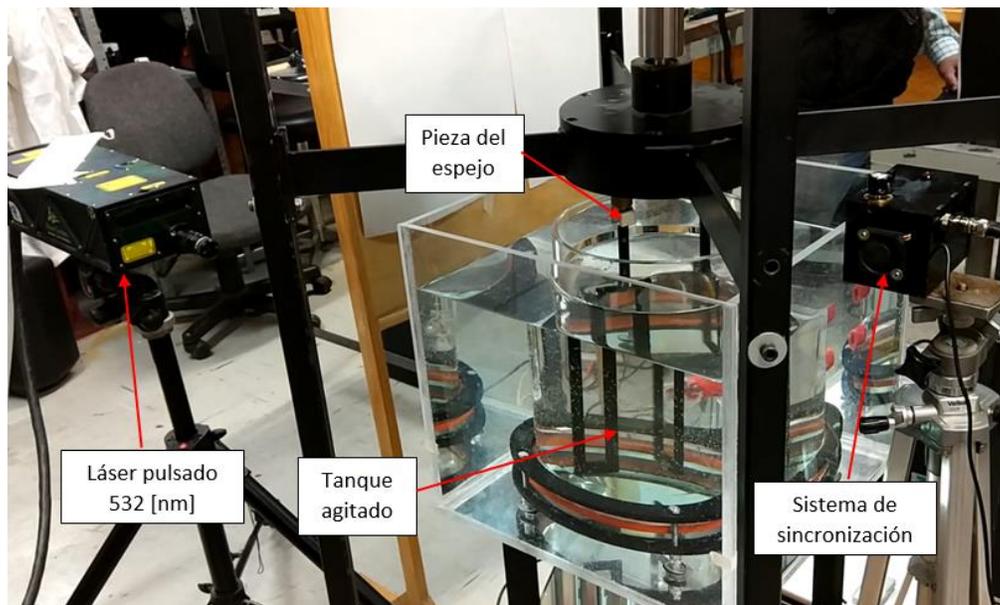
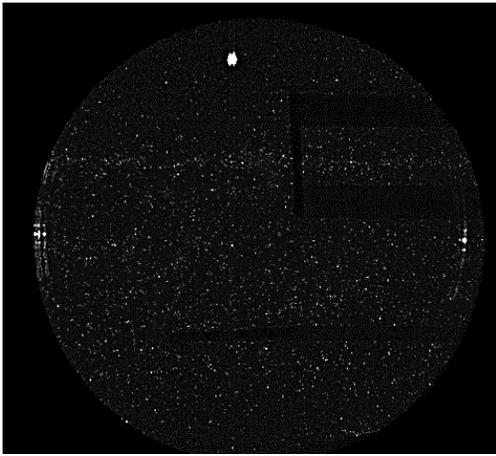


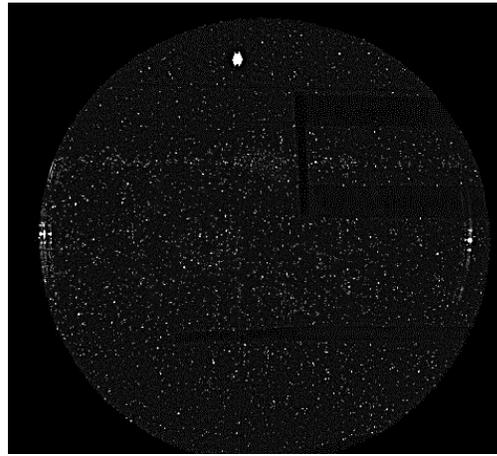
Figura 41. Arreglo experimental para el agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios.

Imágenes obtenidas en el experimento del agitador de paletas

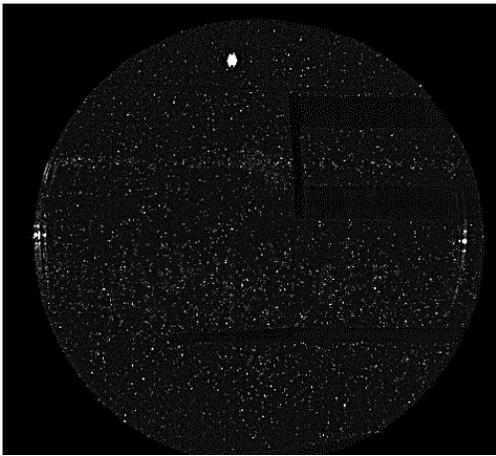
Para el experimento con el agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios se hizo una prueba a 10 [rpm]. En total se tomaron 133 imágenes del experimento de las cuales se analizaron las primeras cinco, en la figura 42 se muestran las cinco imágenes de la prueba. Las imágenes se tomaron por la parte inferior del tanque de agitación.



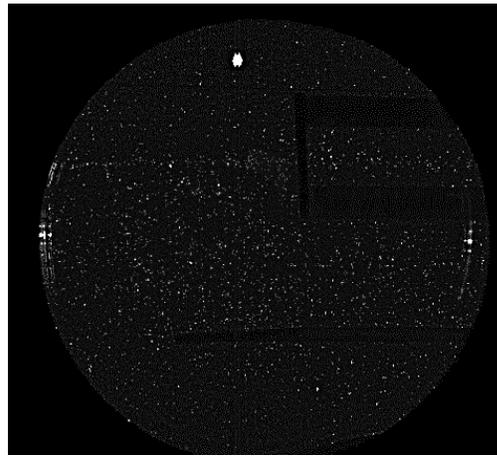
a)



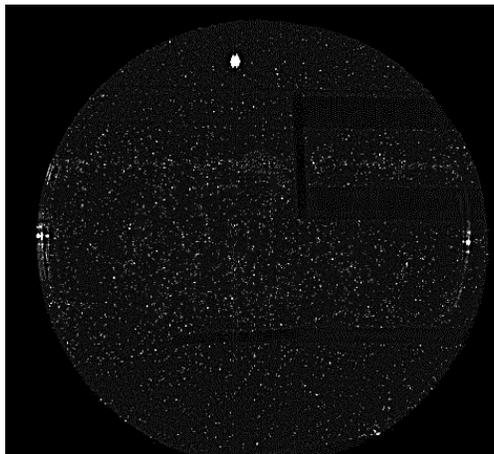
b)



c)



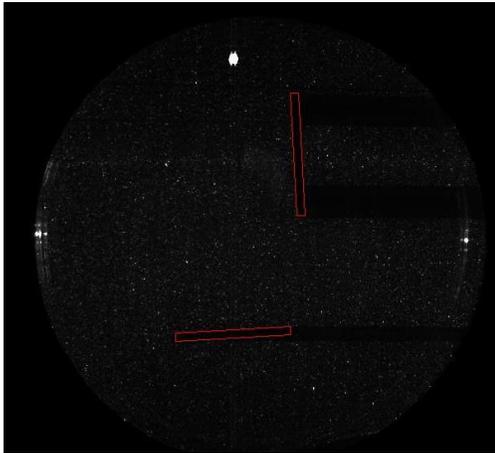
d)



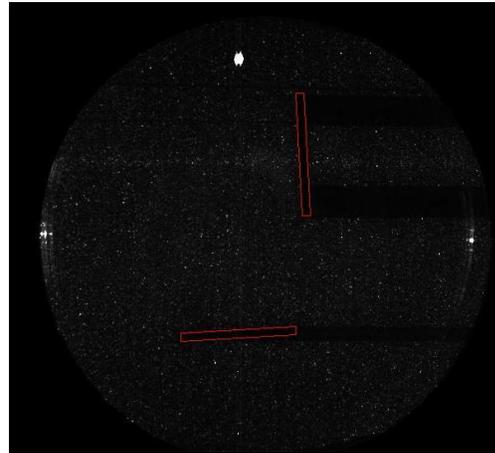
e)

Figura 42. Experimento del agitador de paletas con mecanismo de engranes planetarios a 10 [rpm]. a) Imagen 0 b) Imagen 1 c) Imagen 2 d) Imagen 3 e) Imagen 4.

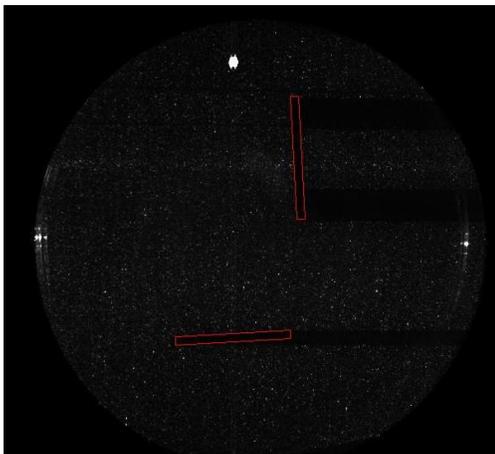
Al igual que en el experimento con el biorreactor se procede a realizar una comprobación visual con *Matlab*, se trazarán líneas de color rojo en las mismas coordenadas de cada imagen delimitando la posición de la paleta de agitación y tomando como referencia la imagen 0. Las imágenes tienen una resolución de 605x542 píxeles. (Figura 43). De acuerdo a las líneas trazadas el ángulo de la paleta de agitación inferior es 3.27° con respecto a la horizontal y el ángulo de la paleta superior es de 93.11° .



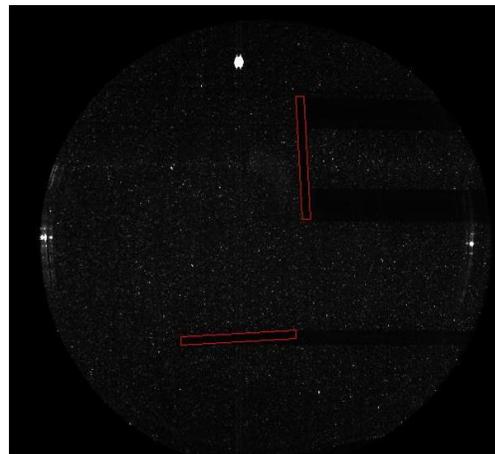
a)



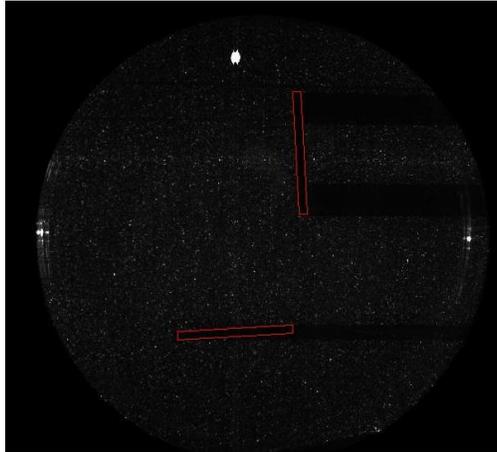
b)



c)



d)



e)

Figura 43. Experimento del agitador de paletas con el mecanismo de engranes planetarios a 10 [rpm] delimitando las paletas de agitación. a) Imagen 0 b) Imagen 1 c) Imagen 2 d) Imagen 3 e) Imagen 4

3.3 Discusión

Tanto en el experimento con el biorreactor y el experimento del agitador de paletas se obtuvieron imágenes que visualmente indican que la detección de fase se hizo en el mismo ángulo a lo largo del experimento, al momento no se ha desarrollado un método para cuantificar matemáticamente el error sin embargo, al trazar las líneas rojas en las mismas coordenadas de pixel para todas las imágenes se encontrarían errores significativos en la toma de imágenes.

En la figura 44 se observa un par de imágenes sin utilizar el sistema de detección de fase y sincronización y otro par utilizando el sistema. En el primer par la posición de las paletas de agitación no corresponde a la misma fase del movimiento circular (Figura 44 a). En el segundo par la posición de las paletas de agitación corresponde a la misma fase del movimiento circular (Figura 44 b).

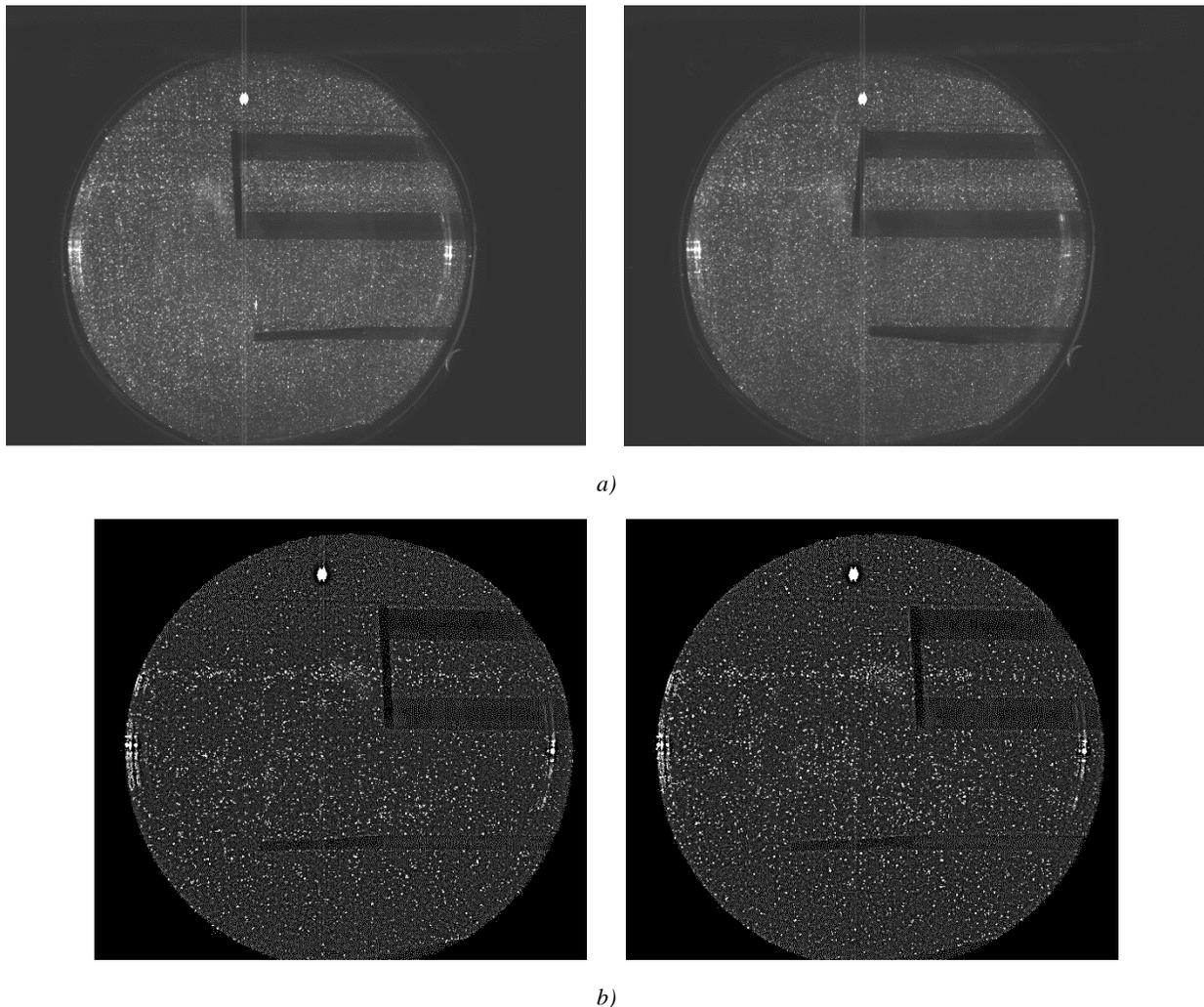


Figura 44. Comparación de imágenes a) sin detección de fase y b) con detección de fase.

CONCLUSIONES

Se caracterizó el sistema con un análisis geométrico para observar el comportamiento del láser al atravesar diferentes medios ópticos en los sistemas de agitación. Los resultados de este análisis predicen de manera teórica el ángulo en el que el fotodiodo del sistema detectará los reflejos emitidos por el láser y se observó que existen cambios muy pequeños de ángulo al cambiar los diámetros y grosores de los tanques de agitación.

El sistema tiene la capacidad a diferencia de otros que puede detectar la fase del agitador incluso a través de diferentes medios transparentes como son vidrio, agua, glicerol y acrílico. La máxima distancia de detección registrada fue de 80 [cm] sin barreras ópticas, a esta distancia la señal de respuesta del sistema conservó la frecuencia que corresponde a la velocidad del motor.

Se desarrolló la metodología de uso del sistema, primeramente se mostró la forma de utilizarse desde la calibración del sistema en altura y en ángulo. El sistema de detección de fase y sincronización se implementó para una serie de experimentos de agitación de fluidos en diferentes sistemas de agitación, el primero de ellos fue un biorreactor y el segundo un agitador de paletas.

Los resultados obtenidos de la implementación del sistema de detección de fase y sincronización fueron precisos y de utilidad para el propósito de PIV. Con las imágenes obtenidas se pudo realizar una comprobación visual en *Matlab* y no se observaron cambios en el ángulo y/o posición en ninguno de los experimentos.

Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se propone implementar un soporte para ajustar la altura del sistema de detección de fase y sincronización para la calibración del dispositivo en los distintos sistemas de agitación mecánica que se utilice.

BIBLIOGRAFÍA

- Baldi, S., & Yianneskis, M. (2003). On the Direct Measurement of Turbulence Energy Dissipation in Stirred Vessels with PIV. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 42(26), 7006–7016. <https://doi.org/10.1021/ie0208265>
- Geankoplis, C. J. (1998). *Procesos de transporte y operaciones unitarias*. (CECSA, Ed.) (3rd. Editi). University of Minnesota.
- Li, Z., Bao, Y., & Gao, Z. (2011). PIV experiments and large eddy simulations of single-loop flow fields in Rushton turbine stirred tanks. *Chemical Engineering Science*, 66(6), 1219–1231. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2010.12.024>
- Martínez, R. (2012). *Estudio de la eficiencia de mezclado a bajo número de Reynolds*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Palacios-Morales, C., Aguayo-Vallejo, J. P., Trujillo-Roldán, M. A., Zenit, R., Ascanio, G., & Córdova-Aguilar, M. S. (2016). The flow inside shaking flasks and its implication for mycelial cultures. *Chemical Engineering Science*. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2016.06.016>
- Ramírez, S. (U. N. A. M. . (1999). *Teoría general de sistemas de Ludwig Von Bertalanffy*. UNAM, Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades. Retrieved from <https://books.google.com.mx/books?id=siofrhfXsOwC>
- Romo, A. E., & Gómez, J. M. (2016). Desarrollo e Implementación de un Dispositivo de Sincronización para un Proceso en Agitación Orbital. *Congreso de Instrumentación y Control SOMI XXXI, Guatemala*.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2005). *Física: para ciencias e ingenierías Vol. 1*. Thomson. Retrieved from <https://books.google.com.mx/books?id=muM-V-gJbUgC>
- Serway, R. A., Jewett, J. W., & González, S. R. C. (2015). *Física para ciencias e ingeniería. Vol. 2 (9a. ed.)*. CENGAGE Learning. Retrieved from <https://books.google.com.mx/books?id=zVuXAQAACAAJ>
- Sucosky, P., Osorio, D. F., Brown, J. B., & Neitzel, G. P. (2004). Fluid Mechanics of a Spinner-Flask Bioreactor. *Biotechnology and Bioengineering*, 85(1), 34–46. <https://doi.org/10.1002/bit.10788>
- Ulrich, K. T., & Eppinger, S. D. (2013). *Diseño y desarrollo de productos*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

ANEXOS

Anexo 1. Movimiento circular de una partícula.

El movimiento circular se estudia de manera vectorial y a diferencia del movimiento lineal el vector de aceleración está compuesto por dos vectores siempre existe un vector de aceleración perpendicular a la trayectoria que apunta al centro de la circunferencia, esta no afecta la rapidez del objeto en movimiento, el cambio en la posición se representa con $\Delta\vec{r}$ para un tiempo establecido, cada partícula de un cuerpo en movimiento circular se desplaza en una trayectoria con un radio r respecto al origen O .

Imaginemos una partícula desplazándose en una trayectoria circular a velocidad constante, en el tiempo t_1 tiene una velocidad \vec{v}_i y en el tiempo t_2 tiene una velocidad \vec{v}_f . Un vector $\Delta\vec{v}$ conecta la punta de los vectores, vectorialmente representa una suma $\vec{v}_f = \vec{v}_i + \Delta\vec{v}$. El ángulo $\Delta\theta$ es el ángulo entre los dos vectores de posición, este ángulo se conserva en los vectores de velocidad por ser constante y por la condición de perpendicularidad entre el vector \vec{v} y el vector \vec{r} .

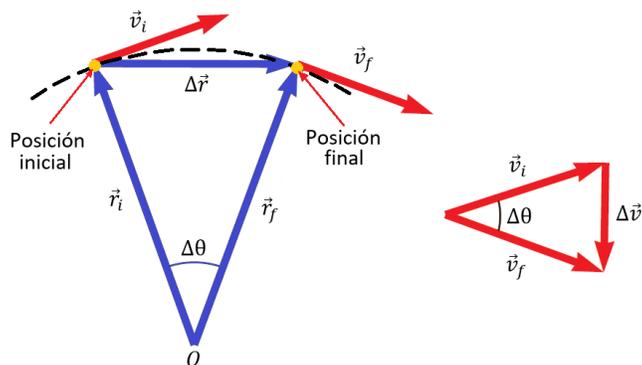


Figura A 45. Ejemplo de sistema de agitación mecánica.

Por semejanza de triángulos se puede obtener la siguiente relación:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}$$

Al ser velocidad constante $v = v_i = v_f$ y $r = r_i = r_f$. El vector de aceleración promedio se obtiene con la ecuación $\vec{a}_{prom} = \Delta\vec{v}/\Delta t$, la magnitud de la aceleración en movimiento circular será entonces:

$$|\vec{a}_{prom}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r} \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$$

Cuando Δt tiende a cero, $|\Delta\vec{r}|$ se aproxima a la circunferencia descrita por la trayectoria y $\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$ tiende a la rapidez v . La aceleración se convierte entonces en la aceleración instantánea. En el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$ la aceleración es:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Esta aceleración es conocida como aceleración centrípeta. En muchas ocasiones es conveniente describir el movimiento de una partícula en términos del periodo T , este es el intervalo de tiempo requerido para que la partícula de una revolución completa equivalente a $2\pi r$. La rapidez es igual a:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Entonces:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Aceleraciones tangencial y normal

El vector velocidad a lo largo de una trayectoria curva siempre es tangente, dicho vector cambia tanto en magnitud como en dirección, sin embargo el vector aceleración \vec{a} tiene cierto ángulo respecto a la trayectoria. Conforme la partícula se mueve a lo largo de la trayectoria la dirección del vector aceleración total \vec{a} cambia de punto a punto, este vector se puede descomponer en dos componentes respecto a un origen en el centro del círculo correspondiente a la curvatura de la trayectoria en dicho instante una componente radial a_r a lo largo del radio del círculo y una componente tangencial a_t perpendicular al radio del círculo, la aceleración \vec{a} es la suma vectorial de esos componentes.

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

La componente de aceleración tangencial es provocada por un cambio en la rapidez v de la partícula, es paralela a la velocidad instantánea:

$$a_t = \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

La componente de aceleración tangencial es provocada por un cambio en la dirección del vector velocidad, esta incrementa cuando el radio es pequeño y disminuye cuando el radio es grande:

$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$$

Donde r es el radio de la curvatura de la trayectoria en el punto en cuestión. El signo negativo con respecto a la aceleración centrípeta indica que la aceleración centrípeta es hacia el centro del círculo, que es opuesto a la dirección del vector unitario radial \hat{r} que siempre apunta alejándose del origen del círculo.

La magnitud del vector aceleración \vec{a} es $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$.

Aplicando la segunda ley de Newton para obtener la fuerza neta causada por la aceleración centrípeta:

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

Anexo 2. Hoja de datos láser 808 [nm] 300 [mW] TO-18.

PARAMETER	SYMBOL	VALUE	UNIT
Reverse Voltage	V_r	2.0	V
Operating Temperature	T_{op}	-10 ~ +40	°C
Storage Temperature	T_{stg}	-40 ~ +80	°C
Lead soldering temperature (10 sec.)	T_{is}	260	°C

Specifications	WSLD-808-300m-1		
	Min	Type	Max
Center Wavelength@25°C	805nm	808nm	811nm
Spectral Width (FWHM)		2.0nm	
Output Power		300mw	
Emitter		Single	
Beam Divergence (FWHM)	$36^\circ_{\perp} \times 6^\circ_{//}$	$38^\circ_{\perp} \times 8^\circ_{//}$	$40^\circ_{\perp} \times 10^\circ_{//}$
Monitor Current		---	
Slope Efficiency	0.7mW/mA	0.95mW/mA	1.1mW/mA
Threshold Current (Typ.)		65mA	100mA
Operating Current (Typ.)		350mA	400mA
Operating Voltage		1.8V	2.2V
Package Style	TO18		

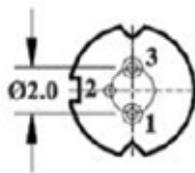


Figura A 46. Pines de conexión láser infrarrojo.

Los pines del láser se conectan de la siguiente manera:

- Pin 1 Tierra
- Pin 2 Voltaje (2[V] 300 [mA])
- Pin 3 NC

Anexo 3. Hoja de datos del regulador de voltaje LM317.

MAXIMUM RATINGS

Rating	Symbol	Value	Unit
Input–Output Voltage Differential	V_I-V_O	40	Vdc
Power Dissipation Case 221A $T_A = +25^\circ\text{C}$ Thermal Resistance, Junction–to–Ambient Thermal Resistance, Junction–to–Case Case 936 (D ² PAK) $T_A = +25^\circ\text{C}$ Thermal Resistance, Junction–to–Ambient Thermal Resistance, Junction–to–Case	P_D θ_{JA} θ_{JC} P_D θ_{JA} θ_{JC}	Internally Limited 65 5.0 Internally Limited 70 5.0	W $^\circ\text{C/W}$ $^\circ\text{C/W}$ W $^\circ\text{C/W}$ $^\circ\text{C/W}$
Operating Junction Temperature Range	T_J	–40 to +125	$^\circ\text{C}$
Storage Temperature Range	T_{stg}	–65 to +150	$^\circ\text{C}$

ELECTRICAL CHARACTERISTICS ($V_I-V_O = 5.0\text{ V}$; $I_O = 0.5\text{ A}$ for D2T and T packages; $T_J = T_{low}$ to T_{high} [Note 1]; I_{max} and P_{max} [Note 2]; unless otherwise noted.)

Characteristics	Figure	Symbol	Min	Typ	Max	Unit
Line Regulation (Note 3), $T_A = +25^\circ\text{C}$, $3.0\text{ V} \leq V_I-V_O \leq 40\text{ V}$	1	Reg_{line}	–	0.01	0.04	%/V
Load Regulation (Note 3), $T_A = +25^\circ\text{C}$, $10\text{ mA} \leq I_O \leq I_{max}$ $V_O \leq 5.0\text{ V}$ $V_O \geq 5.0\text{ V}$	2	Reg_{load}	– –	5.0 0.1	25 0.5	mV % V_O
Thermal Regulation, $T_A = +25^\circ\text{C}$ (Note 6), 20 ms Pulse		Reg_{therm}	–	0.03	0.07	% V_O /W
Adjustment Pin Current	3	I_{Adj}	–	50	100	μA
Adjustment Pin Current Change, $2.5\text{ V} \leq V_I-V_O \leq 40\text{ V}$, $10\text{ mA} \leq I_L \leq I_{max}$, $P_D \leq P_{max}$	1, 2	ΔI_{Adj}	–	0.2	5.0	μA
Reference Voltage, $3.0\text{ V} \leq V_I-V_O \leq 40\text{ V}$, $10\text{ mA} \leq I_O \leq I_{max}$, $P_D \leq P_{max}$	3	V_{ref}	1.2	1.25	1.3	V
Line Regulation (Note 3), $3.0\text{ V} \leq V_I-V_O \leq 40\text{ V}$	1	Reg_{line}	–	0.02	0.07	% V
Load Regulation (Note 3), $10\text{ mA} \leq I_O \leq I_{max}$ $V_O \leq 5.0\text{ V}$ $V_O \geq 5.0\text{ V}$	2	Reg_{load}	– –	20 0.3	70 1.5	mV % V_O
Temperature Stability ($T_{low} \leq T_J \leq T_{high}$)	3	T_S	–	0.7	–	% V_O
Minimum Load Current to Maintain Regulation ($V_I-V_O = 40\text{ V}$)	3	I_{Lmin}	–	3.5	10	mA
Maximum Output Current $V_I-V_O \leq 15\text{ V}$, $P_D \leq P_{max}$, T Package $V_I-V_O = 40\text{ V}$, $P_D \leq P_{max}$, $T_A = +25^\circ\text{C}$, T Package	3	I_{max}	1.5 0.15	2.2 0.4	– –	A
RMS Noise, % of V_O , $T_A = +25^\circ\text{C}$, $10\text{ Hz} \leq f \leq 10\text{ kHz}$		N	–	0.003	–	% V_O
Ripple Rejection, $V_O = 10\text{ V}$, $f = 120\text{ Hz}$ (Note 4) Without C_{Adj} $C_{Adj} = 10\text{ }\mu\text{F}$	4	RR	– 66	65 80	– –	dB
Long–Term Stability, $T_J = T_{high}$ (Note 5), $T_A = +25^\circ\text{C}$ for Endpoint Measurements	3	S	–	0.3	1.0	%/1.0 k Hrs.
Thermal Resistance Junction to Case, T Package		$R_{\theta JC}$	–	5.0	–	$^\circ\text{C/W}$

- NOTES: 1. T_{low} to $T_{high} = 0^\circ$ to $+125^\circ\text{C}$, for LM317T, D2T. T_{low} to $T_{high} = -40^\circ$ to $+125^\circ\text{C}$, for LM317BT, BD2T.
2. $I_{max} = 1.5\text{ A}$, $P_{max} = 20\text{ W}$
3. Load and line regulation are specified at constant junction temperature. Changes in V_O due to heating effects must be taken into account separately. Pulse testing with low duty cycle is used.
4. C_{Adj} , when used, is connected between the adjustment pin and ground.
5. Since Long–Term Stability cannot be measured on each device before shipment, this specification is an engineering estimate of average stability from lot to lot.
6. Power dissipation within an IC voltage regulator produces a temperature gradient on the die, affecting individual IC components on the die. These effects can be minimized by proper integrated circuit design and layout techniques. Thermal Regulation is the effect of these temperature gradients on the output voltage and is expressed in percentage of output change per watt of power change in a specified time.

Anexo 4. Cálculos de regulación de potencia del láser infrarrojo con el regulador LM317.

Configuración del regulador LM317 es su modo regulador de corriente. Figura A 50.

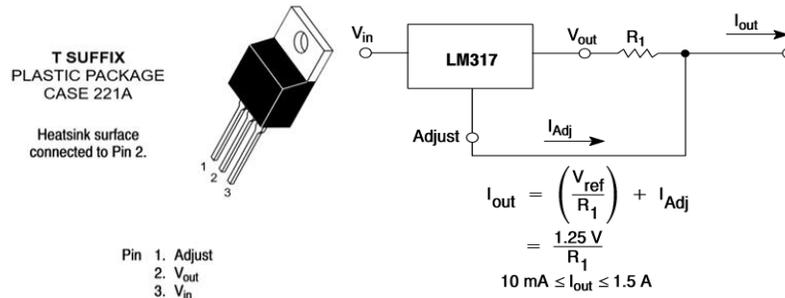


Figura A 47. LM317 modo regulador de corriente.

De la hoja de datos:

$$I_{LASER} = \frac{1.25 [V]}{R}$$

Despejando:

$$R = \frac{1.25 [V]}{I_{LASER}}$$

Se desea regular la corriente a 300 [mA]

$$I_{LASER} = 0.3 [A]$$

Sustituyendo:

$$R = \frac{1.25 [V]}{0.3 [A]} = 4.1666[\Omega]$$

Encontrando la resistencia equivalente aproximada, se utiliza una configuración en paralelo:

$$R \approx \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = 4.29[\Omega]$$

Valor de la corriente del láser:

$$I_{LASER} = \frac{1.25 [V]}{R [\Omega]}$$

$$I_{LASER} = \frac{1.25 [V]}{4.29[\Omega]} = 0.291[A]$$

Para el cálculo de disipación de calor:

$$P_{a \text{ disipar}} = (V_{\text{alimentación}} - V_{\text{salida}}) * I_{\text{LASER}}$$
$$P_{a \text{ disipar}} = (5 - 2)[V] * 0.291[A] = 0.873[W]$$

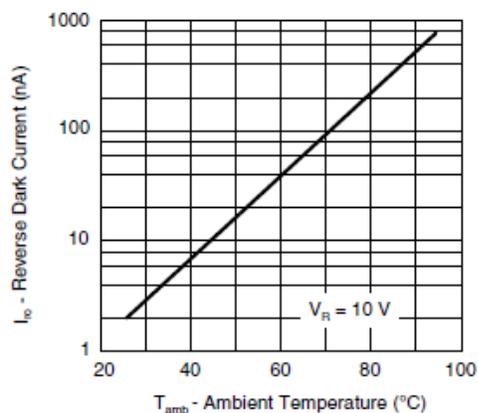
Sabemos que en un empaquetado T0-220 se tienen los siguientes valores $\theta_{JA} = 65 \left[\frac{^{\circ}C}{W} \right]$ y que $\theta_{JC} = 5 \left[\frac{^{\circ}C}{W} \right]$, considerando $T_{amb} = 25 [^{\circ}C]$

$$T_{T0-220} = T_{amb} + P_{a \text{ disipar}} * \theta_{JA}$$
$$T_{T0-220} = 25 [^{\circ}C] + 0.873[W] * 65 \left[\frac{^{\circ}C}{W} \right] = 81.745[^{\circ}C]$$

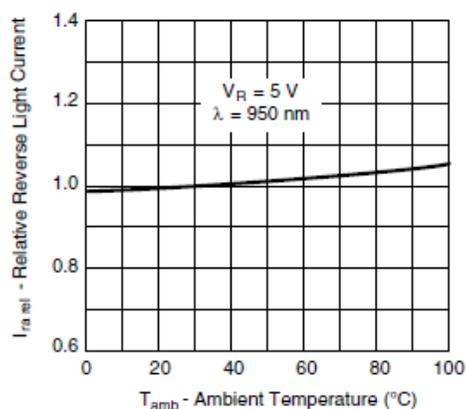
Se utilizará un disipador de calor para evitar temperaturas elevadas.

Anexo 5. Hoja de datos fotodiodo BPV22NF.

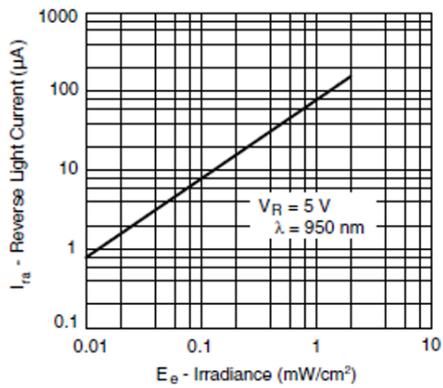
BASIC CHARACTERISTICS ($T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, unless otherwise specified)						
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	MIN.	TYP.	MAX.	UNIT
Forward voltage	$I_F = 50\text{ mA}$	V_F		1	1.3	V
Breakdown voltage	$I_R = 100\text{ }\mu\text{A}$, $E = 0$	$V_{(BR)}$	60			V
Reverse dark current	$V_R = 10\text{ V}$, $E = 0$	I_{ro}		2	30	nA
Diode capacitance	$V_R = 0\text{ V}$, $f = 1\text{ MHz}$, $E = 0$	C_D		70		pF
Serial resistance	$V_R = 12\text{ V}$, $f = 1\text{ MHz}$	R_S		400		Ω
Open circuit voltage	$E_s = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	V_o		370		mV
Temperature coefficient of V_o	$E_s = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	TK_{V_o}		-2.6		mV/K
Short circuit current	$E_s = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	I_k		80		μA
Reverse light current	$E_s = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 870\text{ nm}$, $V_R = 5\text{ V}$	I_{ra}	55	85		μA
Temperature coefficient of I_{ra}	$E_s = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$, $V_R = 10\text{ V}$	$TK_{I_{ra}}$		0.1		%/K
Absolute spectral sensitivity	$V_R = 5\text{ V}$, $\lambda = 870\text{ nm}$	$s(\lambda)$		0.57		A/W
	$V_R = 5\text{ V}$, $\lambda = 950\text{ nm}$	$s(\lambda)$		0.6		A/W
Angle of half sensitivity		ϕ		± 60		deg
Wavelength of peak sensitivity		λ_p		940		nm
Range of spectral bandwidth		$\lambda_{0.5}$		790 to 1050		nm
Quantum efficiency	$\lambda = 950\text{ nm}$	η		90		%
Noise equivalent power	$V_R = 10\text{ V}$, $\lambda = 950\text{ nm}$	NEP		4×10^{-14}		$\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$
Detectivity	$V_R = 10\text{ V}$, $\lambda = 950\text{ nm}$	D^*		6×10^{12}		$\text{cm}^2/\text{Hz/W}$
Rise time	$V_R = 10\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 820\text{ nm}$	t_r		100		ns
Fall time	$V_R = 10\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 820\text{ nm}$	t_f		100		ns
Cut-off frequency	$V_R = 12\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 870\text{ nm}$	f_c		4		MHz
	$V_R = 12\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 950\text{ nm}$	f_c		1		MHz



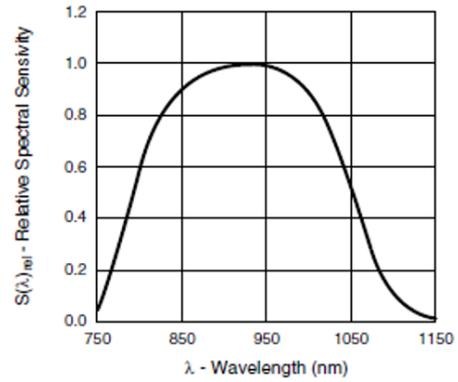
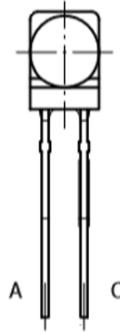
Reverse Dark Current vs. Ambient Temperature



Relative Reverse Light Current vs. Ambient Temperature



Reverse Light Current vs. Irradiance



Relative Spectral Sensitivity vs. Wavelength

Los fotodiodos son semiconductores que siempre se utilizan de manera inversa (Reverse bias). La región P (ánodo) se conecta a la terminal negativa y la terminal N (cátodo) a la terminal positiva. A diferencia de los fototransistores los cuales funcionan como interruptor, los fotodiodos tienen un comportamiento lineal en corriente que varía con la intensidad de la irradiancia que detecta.

Anexo 6. Acondicionamiento de la señal del fotodiodo.

Los fotodiodos se alimentan de manera inversa el cátodo (C) es la terminal que se conecta al positivo y el ánodo (A) el que se conecta al negativo.

Primeramente se utiliza una configuración de conversor de corriente a voltaje (Figura A 51), los amplificadores operacionales tienen un voltaje de saturación que siempre será menor al voltaje de alimentación, si se alimenta con 5 [V] la salida será aproximadamente de 4.5 [V].

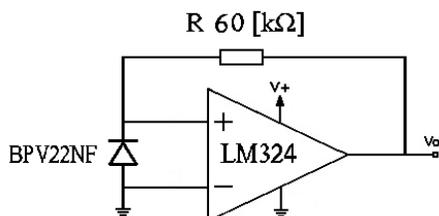


Figura A 48. Amplificador operacional conversor de corriente a voltaje.

La salida del conversor de corriente a voltaje está dada por:

$$V_{OUT} = I_{fotodiodo} * R_{retroalimentación}$$

De la hoja de datos del fotodiodo:

$$I_{fotodiodo} = 85 [\mu A]$$

Para un voltaje de salida de 5 [V]

$$R_{retroalimentación} = \frac{V_{OUT}}{85 [\mu A]} = \frac{5 [V]}{85 [\mu A]} = 58,823.52 [\Omega] \approx 60 [k\Omega]$$

A la salida se obtiene una señal analógica que varía entre 0 [V] y 4.5 [V] según la irradiancia que recibe el fotodiodo.

Después se utiliza un amplificador operacional en el modo comparador (Figura A 52), se compara la señal de salida del conversor de corriente a voltaje y un valor de voltaje de referencia, el voltaje de referencia proviene de un trimpot de 10 [kΩ] y una resistencia de 21 [Ω] para evitar corto circuito, su valor de voltaje está entre 0 [V] y 5 [V].

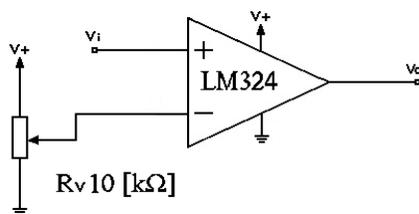


Figura A 49. Amplificador operacional comparador.

La salida del amplificador operacional unipolar en modo comparador se asemeja mucho a una señal digital, tiene únicamente dos valores de voltaje, el voltaje de saturación positivo y el voltaje de saturación negativo, si el valor de voltaje de la señal del conversor de corriente a voltaje es mayor que el voltaje de referencia la salida será el voltaje de saturación positivo, si el valor de voltaje de la señal del conversor de corriente a voltaje es menor que el voltaje de referencia la salida es el voltaje de saturación negativo.

$$V_{entrada} < V_{referencia} \rightarrow V_{salida} = V_{saturación}^- \approx 0 [V]$$

$$V_{entrada} > V_{referencia} \rightarrow V_{salida} = V_{saturación}^+ \approx 5 [V]$$

Al variar voltaje de referencia con el trimpot se puede ajustar a que valor de irradiancia del fotodiodo en $\left[\frac{mW}{cm^2}\right]$ se tendrá un estado de 5 [V] en la señal de sincronización, se calibra para tener un estado de 5 [V] para cualquier valor de irradiancia superior a $0.5 \left[\frac{mW}{cm^2}\right]$.

Finalmente se utilizan dos amplificadores operacionales en su modo seguidor (Figura A 53), esto es un desacople de impedancias y permite reproducir una señal idéntica a la del amplificador en modo comparador.

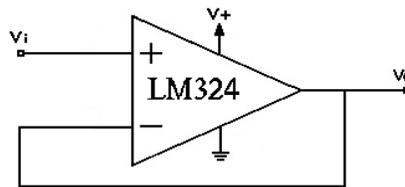


Figura A 50. Amplificador operacional modo seguidor.

El primer seguidor se utiliza para encender un LED que sirve como indicador para cuando el fotodiodo detecta el láser, el segundo seguidor es una señal alternativa a la señal de sincronización.

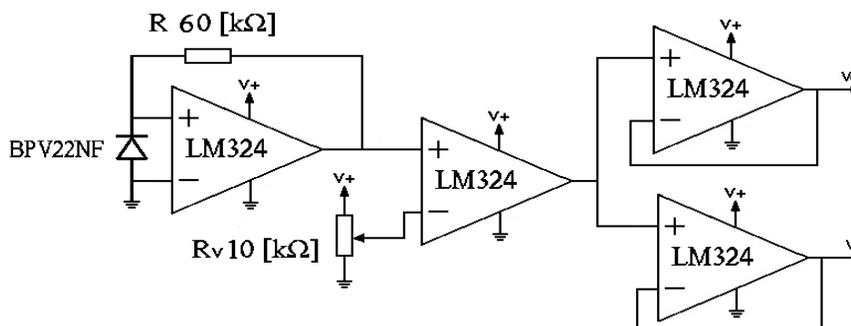
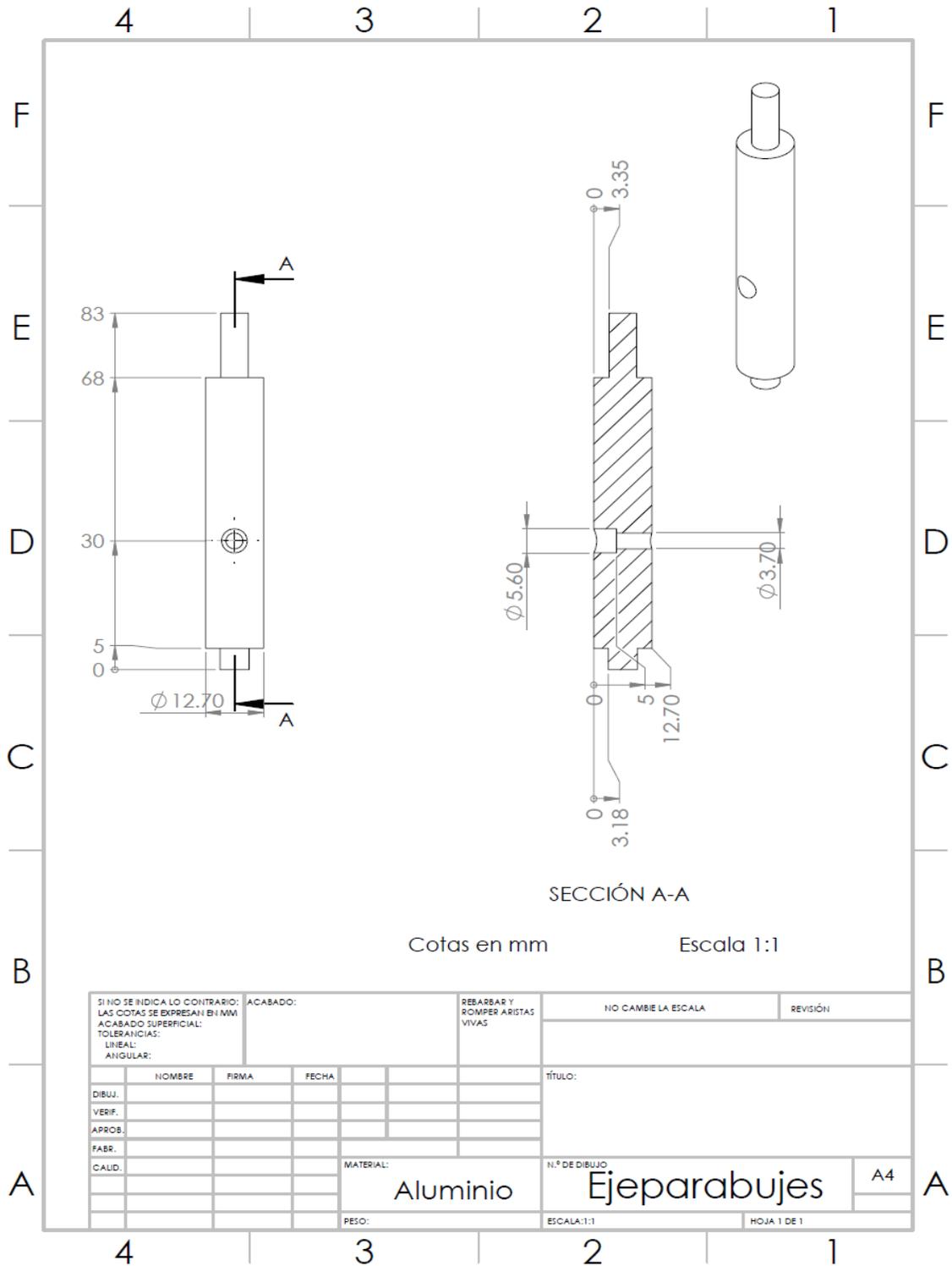
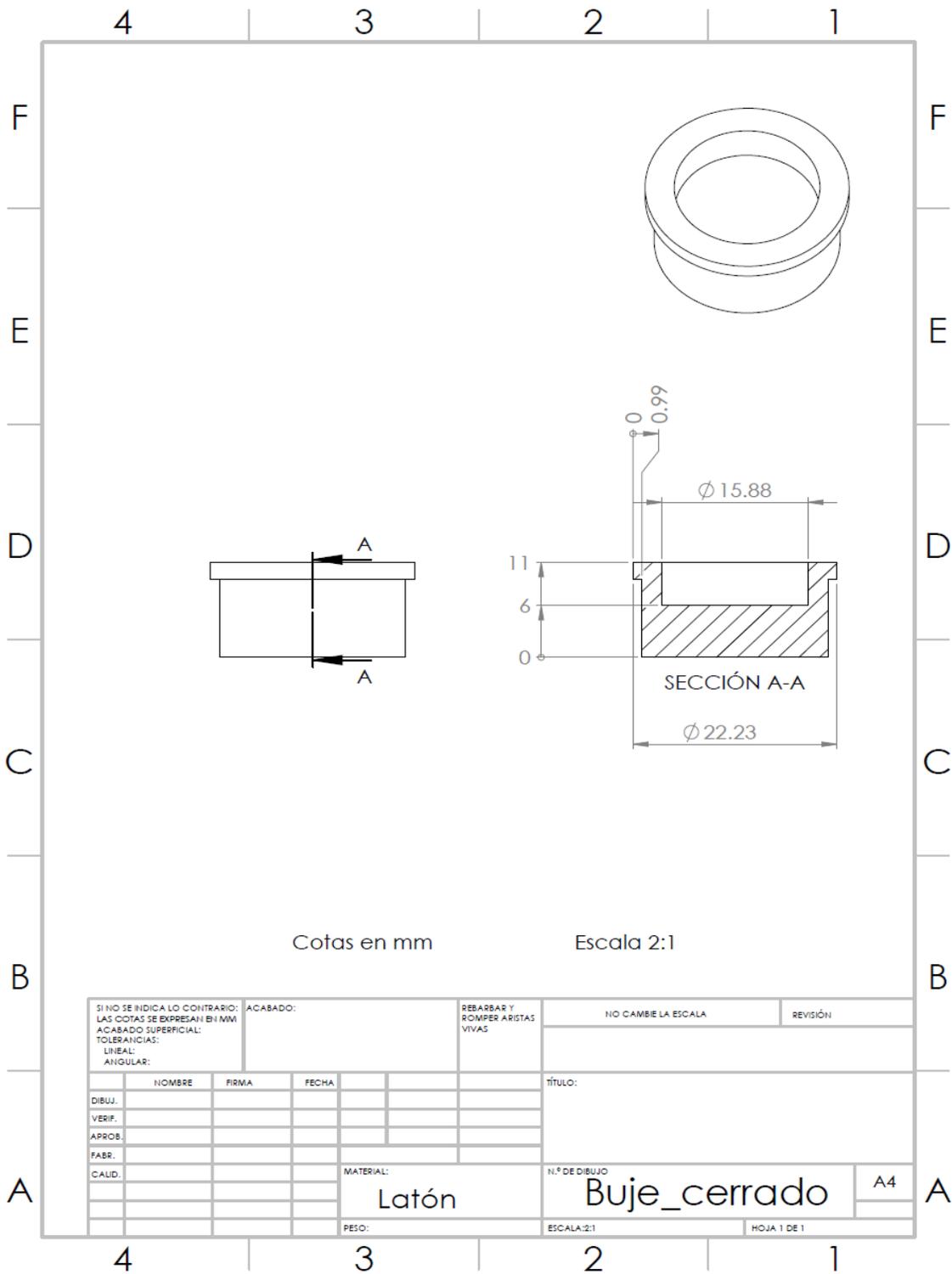


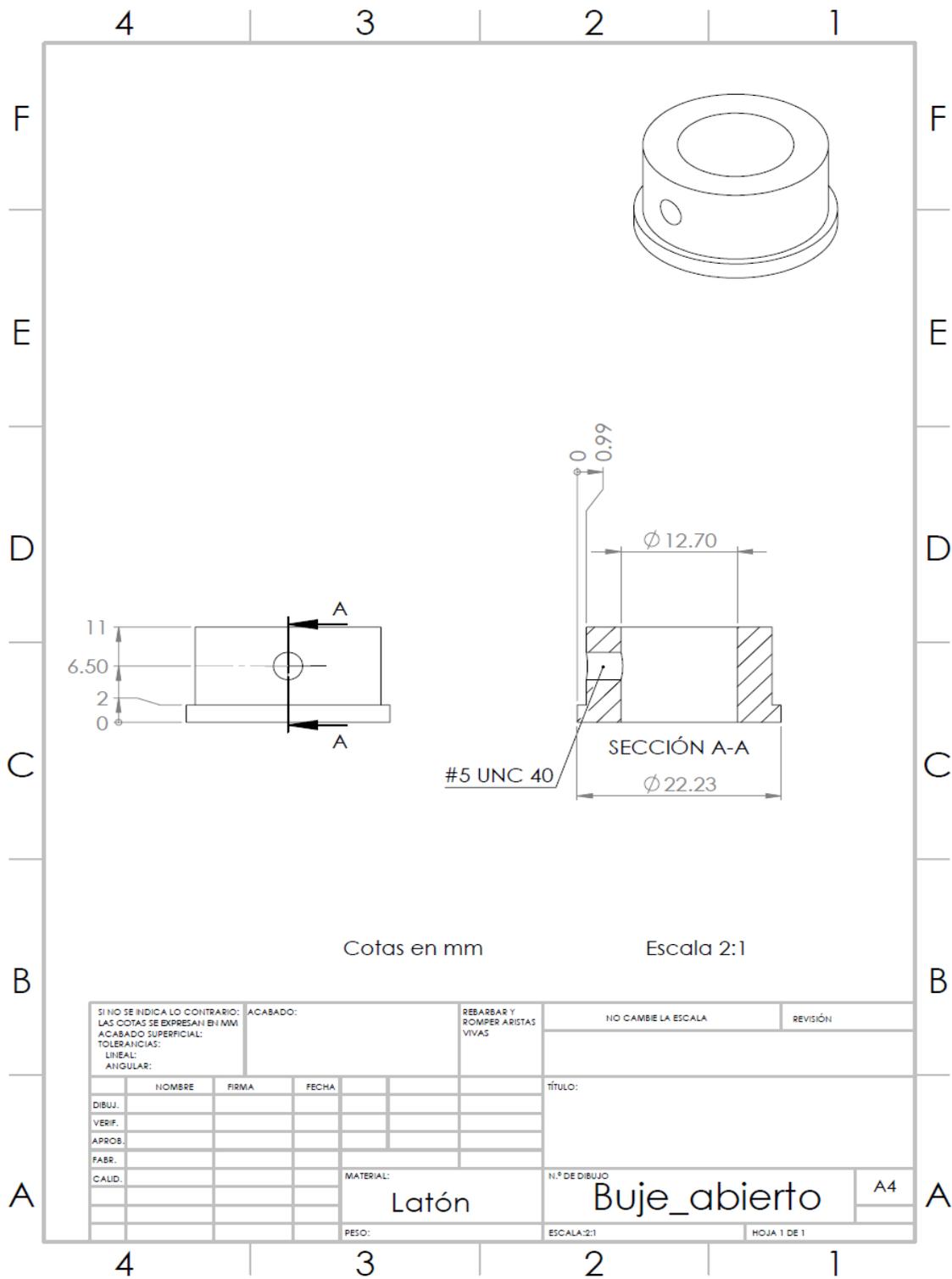
Figura A 51. Configuración final de los amplificadores operacionales.

La Figura A 54 muestra la configuración final de los amplificadores operacionales para el acondicionamiento de la señal del fotodiodo.

Anexo 7. Planos de piezas para direccionar láser.







Anexo 8. Óptica geométrica.

La óptica geométrica estudia fenómenos como la reflexión y refracción de la luz, está relacionado con la propagación y alteración de la luz en diferentes medios. El método simplificado para el estudio de la óptica geométrica es conocido como “aproximación de rayos” lo que supone que la luz viaja en una línea recta con una sola dirección en lugar de un frente de onda.

Cuando la luz interactúa con la materia pueden suceder varios fenómenos (Figura A 55), entre ellos la transmitancia, absortancia y la reflectancia. La transmitancia se refiere a la luz que atraviesa un medio y es refractada o dispersada, la absortancia es la luz que absorbe el medio y la reflectancia es la luz que se refleja.

El haz incidente (I_0) se descompone de la siguiente manera:

$$I_0 = I_T + I_A + I_R$$

Donde:

I_R es la porción que se refleja

I_T es la porción que se transmite

I_A es la porción que se absorbe

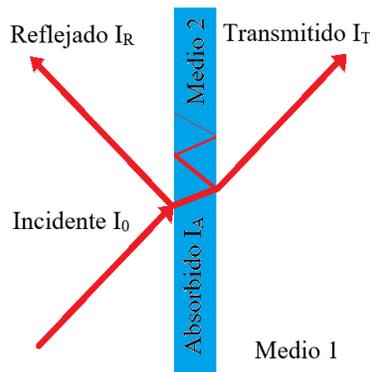


Figura A 52. Interacción de la luz con la materia.

Los materiales pueden ser: transparentes los cuales transmiten la mayor parte de la luz, lo que implica poca absorción y reflexión, traslúcidos que transmiten difusamente y la luz es dispersada, opacos que no permiten la transmisión de luz, solo reflejada y absorbida y reflejantes que reflejan la mayor parte de la luz, con muy poca absorción y transmisión.

Reflexión

El fenómeno de reflexión se da cuando un rayo de luz que viaja en un medio encuentra una frontera de otro medio, parte de la luz incidente en esta frontera se refleja, dicha frontera es una superficie que funciona como un espejo.

Cuando la superficie es lisa y refleja todos los rayos paralelos con el mismo ángulo de incidencia se dice que la reflexión es especular, en cambio sí es rugosa y los rayos paralelos se reflejan en distintos ángulos es

una reflexión difusa. Una superficie se comporta como lisa siempre que las variaciones de la misma sean más pequeñas que la longitud de onda de luz incidente.

La reflexión en una superficie lisa cumple con que el rayo incidente tiene el mismo ángulo con respecto a la normal que el rayo reflejado con respecto a la misma normal de la superficie (Figura A 56). Esta es la ley de reflexión:

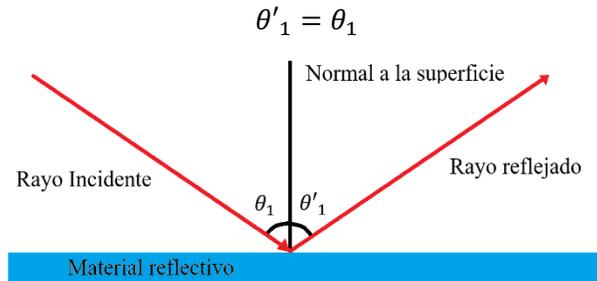


Figura A 53. Reflexión de la luz.

La reflectividad es una propiedad de una frontera entre dos medios que no se ve afectada por la profundidad del material, en materiales gruesos y opacos el valor de la reflectividad y reflectancia tienen el mismo valor sin embargo, en materiales transparentes, translúcidos o muy delgados existen fenómenos adicionales como reflexiones internas en la cara posterior o de partículas internas que resultan en variaciones entre la reflectancia y la reflectividad.

La reflectividad puede ser imaginada como el límite más bajo de la reflectancia, o la reflectancia resulta solo de la primera intersección de la luz con la frontera del medio. Cualquier otra reflexión interna o emisiones sirve para incrementar la reflectancia total, mientras que la reflectividad se mantiene igual.

Reflectividad

Los materiales tienen una propiedad llamada reflectividad, esto indica que tanto se refleja un haz de radiación electromagnética en una superficie plana de dicho material, es decir mientras mayor es la reflectividad menor absorción de energía del material.

La reflectividad, varía entre 0 y 1 según el material y está en función de la longitud de onda de la radiación electromagnética incidente se define con la letra $[\rho]$ y se define por la siguiente relación

$$\rho = \frac{G_{reflejada}}{G_{incidente}}$$

Donde G es la intensidad espectral del haz.

Los metales son los materiales más comunes para la fabricación de espejos, la plata y el aluminio son ampliamente utilizados en los espejos comunes, mientras que el oro y el cobre tienen aplicaciones más específicas ya que su rango de reflexión es menor. Ver figura A 57.

Los espejos de plata tienen la reflectividad más alta para la luz visible y el infrarrojo cercano. Los espejos de oro tienen reflectividad similar para el infrarrojo cercano. Los espejos de aluminio tienen una reflectividad relativamente alta con la luz visible y el infrarrojo cercano, tiene la reflectividad más alta para la radiación ultravioleta.

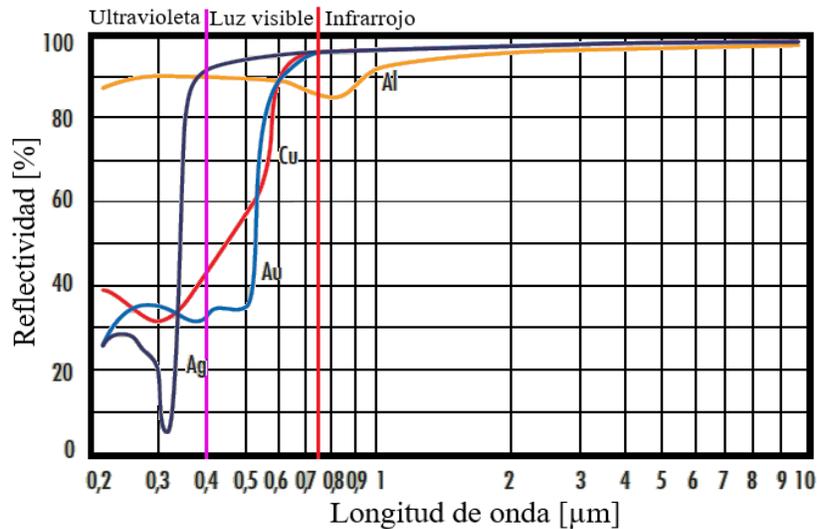


Figura A 54. Reflectividad de espejos metálicos plata, oro, cobre y aluminio.

Refracción

Cuando un rayo de luz que viaja a través de un medio transparente encuentra otra frontera que lleva a otro medio transparente, parte del rayo se refleja (reflexión) y parte entra al segundo medio. La parte que entra al segundo medio se dobla en la frontera y se dice que se refracta (Figura A 11). El rayo incidente (con ángulo θ_1 respecto a la normal), el rayo reflejado (con ángulo θ'_1 respecto a la normal) y el rayo refractado se encuentran en el mismo plano (los tres rayos tienen una normal común), el ángulo de refracción [θ_2] depende de las propiedades de los dos medios y del ángulo de incidencia a través de la relación:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Donde v_1 es la rapidez de la luz en el medio 1 y v_2 es la rapidez de la luz en el medio 2.

La rapidez de la luz en distintos materiales cambia pero es siempre menor que la rapidez en el vacío. La luz viaja a su máxima rapidez en el vacío. El índice de refracción n es una propiedad óptica de los materiales que se define con la relación (n siempre es mayor a 1):

$$n \equiv \frac{\text{Rapidez de la luz en el vacío}}{\text{Rapidez de la luz en el medio}} = \frac{c}{v}$$

Sustancia	Índice de refracción
Vidrio a 20°C	1.52
Glicerina a 20 °C	1.473
Agua a 20 °C	1.333
Aire a 0 °C y 1 atm	1.00045

Tabla A 6. Índices de refracción de distintas sustancias para $\lambda = 589 \text{ [nm]}$ en el vacío.

(Serway, Jewett, & González, 2015)

A medida que la luz viaja de un medio a otro, su frecuencia no cambia pero su longitud de onda sí. La frecuencia debe ser constante cuando un rayo luminoso pase de un medio a otro. Debido a que la relación $v = \lambda f$ debe ser válida en ambos medios y en virtud de que $f_1 = f_2$ vemos que:

$$v_1 = f \lambda_1$$

$$v_2 = f \lambda_2$$

Y ya que $v_1 \neq v_2$ se concluye que $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

Se obtiene entonces que:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Lo cual produce

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

Expresando una forma de una forma alternativa la ecuación:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Llegamos a que

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

La cual es la ley de la refracción de Snell. (Serway et al., 2015)

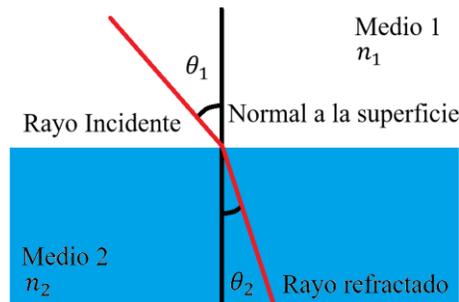


Figura A 55. Refracción de la luz.

Se dice que un rayo de luz se dispersa cuando al atravesar diferentes medios se descompone en las diferentes longitudes de onda que lo componen, cada una de estas tomando una dirección distinta.

La reflexión total interna es un fenómeno en el cual la luz al llegar a la frontera de un medio con índice de refracción menor, se refleja totalmente, no atravesando el medio en el que se encuentra. Sucede para ángulos mayores al ángulo crítico el cual es:

$$\theta_c = \text{asin} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

(Serway et al., 2015)

Anexo 9. Análisis geométrico en superficies planas.

La ecuación de la recta 1 es: $y = x \tan(\theta_L)$

Del análisis geométrico de la barrera se obtienen las siguientes ecuaciones:

La ecuación de la recta 2 es:

$$y = \left(x - \left(22.5 + \frac{G}{2} \operatorname{sen} \alpha \right) \right) \tan(\alpha) + \left(Y_M - \frac{G}{2} \operatorname{cos} \alpha \right)$$

La ecuación de la recta 4 es:

$$y = \left(x - \left(22.5 - \frac{G}{2} \operatorname{sen} \alpha \right) \right) \tan(\alpha) + \left(Y_M + \frac{G}{2} \operatorname{cos} \alpha \right)$$

El ángulo de refracción θ_{R1} por ley de Snell es:

$$\theta_{R1} = \operatorname{arcsen} \left(\frac{n_1 \operatorname{sen}(\theta_{i1})}{n_2} \right)$$

Y el ángulo de incidencia θ_{i1} es:

$$\theta_{i1} = \theta_L - (90^\circ + \alpha)$$

Por lo tanto:

$$\theta_{R1} = \operatorname{arcsen} \left(\frac{n_1 \operatorname{sen}(\theta_L - (90^\circ + \alpha))}{n_2} \right)$$

La ecuación de la recta 3 es:

$$y = (x - x_A) \tan(90^\circ + \alpha + \theta_{R1}) + (y_A)$$

$$y = (x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A)$$

El ángulo de incidencia θ_{i2} es:

$$\theta_{i2} = \theta_{R1}$$

El ángulo de refracción θ_{R2} por la ley de Snell es:

$$\theta_{R2} = \operatorname{arcsen} \left(\frac{n_2 \operatorname{sen}(\theta_{i2})}{n_3} \right)$$

La ecuación de la recta 5 es:

$$y = (x - x_B) \tan(90^\circ + \alpha + \theta_{R2}) + (y_B)$$

$$y = (x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

Del análisis del ángulo del espejo θ_E se obtiene que el ángulo de reflexión θ_{ref} es:

$$\theta_{ref} = -(90^\circ + \alpha + \theta_{R2}) + \theta_E$$

El ángulo de salida θ_{sal} al que el láser se refleja con respecto al sistema de referencia es:

$$\theta_{sal} = -(90^\circ + \alpha + \theta_{R2}) + 2\theta_E$$

$$\theta_{sal} = -(\theta_5) + 2\theta_E$$

La ecuación de la recta 6 es:

$$y = (x - x_C) \tan(\theta_{sal}) + (y_C)$$

$$y_C = Y_T$$

$$x_C = x_b$$

$$y = (x - x_b) \tan(\theta_{sal}) + (Y_T)$$

El ángulo de refracción θ_{R3} por ley de Snell es:

$$\theta_{R3} = \arcsen\left(\frac{n_3 \sen(\theta_{i3})}{n_2}\right)$$

Y el ángulo de incidencia θ_{i3} es:

$$\theta_{i3} = \theta_{sal} - (90^\circ + \alpha)$$

Por lo tanto:

$$\theta_{R3} = \arcsen\left(\frac{n_3 \sen(\theta_{sal} - (90^\circ + \alpha))}{n_2}\right)$$

La ecuación de la recta 7 es:

$$y = (x - x_D) \tan(-90^\circ + \alpha - \theta_{R3}) + (y_D)$$

$$y = (x - x_D) \tan(\theta_7) + (y_D)$$

El ángulo de refracción θ_{R4} por ley de Snell es:

$$\theta_{R4} = \arcsen\left(\frac{n_2 \sen(\theta_{i4})}{n_1}\right)$$

Y el ángulo de incidencia θ_{i4} es:

$$\theta_{i4} = \theta_{R3}$$

Por lo tanto:

$$\theta_{R4} = \arcsen\left(\frac{n_2 \sen(\theta_{i4})}{n_1}\right)$$

La ecuación de la recta 8 es:

$$y = (x - x_E) \tan(-90^\circ + \alpha - \theta_{R4}) + (y_E)$$

$$y = (x - x_E) \tan(\theta_8) + (y_E)$$

Teniendo la ecuación de cada recta podemos encontrar las coordenadas de cada punto.

Las coordenadas del punto A son: (ecuación recta 1 y 2)

$$y_A = \frac{\tan(\theta_L) \left[-Y_M + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right]}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_L)}$$

De la ecuación de la recta 1:

$$x_A = \frac{y_A}{\tan(\theta_L)}$$

Las coordenadas del punto B son: (ecuación recta 3 y 4)

$$y_B = \frac{\tan(\theta_3) \left[-Y_M - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_A + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_A \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_3)}$$

De la ecuación de la recta 3:

$$x_B = \frac{y_B - (y_A)}{\tan(\theta_3)} + x_A$$

Las coordenadas del punto C son: (ecuación recta 5)

$$y_C = y_T$$

$$x_C = \frac{y_C - (y_B)}{\tan(\theta_5)} + x_B = \frac{y_T - (y_B)}{\tan(\theta_5)} + x_B$$

Las coordenadas del punto D son: (ecuación recta 6 y 4)

$$y_D = \frac{\tan(\theta_{sal}) \left[-Y_M - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_C + 22.5 - \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_C \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{sal})}$$

De la ecuación de la recta 6:

$$x_D = \frac{y_D - (y_C)}{\tan(\theta_{sal})} + x_C$$

Las coordenadas del punto E son: (ecuación recta 7 y 2)

$$y_E = \frac{\tan(\theta_7) \left[-Y_M + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_D + 22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_D \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_7)}$$

De la ecuación de la recta 7:

$$x_E = \frac{y_E - (y_D)}{\tan(\theta_7)} + x_D$$

Las coordenadas del punto F son: (ecuación recta 8)

$$y_F = 0$$

$$x_F = \frac{y_F - (y_E)}{\tan(\theta_8)} + x_E = \frac{-y_E}{\tan(\theta_8)} + x_E$$

Anexo 10. Análisis geométrico en superficies curvas (circunferencia).

La ecuación de la recta 1 es: $y = x \tan(\theta_L)$

Del análisis geométrico de la barrera curva se obtienen las siguientes ecuaciones:

La ecuación de la curva 2 es:

$$(x - X_T)^2 + (y - Y_T)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

La ecuación de la curva 4 es:

$$(x - X_T)^2 + (y - Y_T)^2 = \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

Para obtener los ángulos de incidencia se necesita saber la ecuación de las rectas normales de cada punto de intersección.

Para el punto A:

$$y - y_A = \frac{y_A - Y_T}{x_A - X_T} (x - x_A)$$

$$m_A = \frac{y_A - Y_T}{x_A - X_T}$$

$$y - y_A = m_A(x - x_A)$$

Para el punto B:

$$y - y_B = \frac{y_B - Y_T}{x_B - X_T} (x - x_B)$$

$$m_B = \frac{y_B - Y_T}{x_B - X_T}$$

$$y - y_B = m_B(x - x_B)$$

Para el punto D:

$$y - y_D = \frac{y_D - Y_T}{x_D - X_T} (x - x_D)$$

$$m_D = \frac{y_D - Y_T}{x_D - X_T}$$

$$y - y_D = m_D(x - x_D)$$

Para el punto E:

$$y - y_E = \frac{y_E - Y_T}{x_E - X_T} (x - x_E)$$

$$m_E = \frac{y_E - Y_T}{x_E - X_T}$$

$$y - y_E = m_E(x - x_E)$$

El ángulo de incidencia θ_{i1} es el ángulo entre la recta normal a la curva 2 en el punto A y la recta 1.

$$\theta_{i1} = \arctan\left(\frac{-\left(\frac{y_A - Y_T}{x_A - X_T}\right) + \tan(\theta_L)}{1 + \left(\frac{y_A - Y_T}{x_A - X_T}\right)(\tan(\theta_L))}\right)$$

$$\theta_{i1} = \arctan\left(\frac{-m_A + \tan(\theta_L)}{1 + (m_A)(\tan(\theta_L))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R1} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R1} = \arcsen\left(\frac{n_1 \sen(\theta_{i1})}{n_2}\right)$$

La ecuación de la recta 3 es:

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{y_A - Y_T}{x_A - X_T}\right) + \theta_{R1} = \arctan(m_A) + \theta_{R1}$$

$$y = (x - x_A) \tan(\arctan(m_A) + \theta_{R1}) + (y_A)$$

$$y = (x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A)$$

El ángulo de incidencia θ_{i2} es el ángulo entre la recta normal a la curva 4 en el punto B y la recta 3.

$$\theta_{i2} = \arctan\left(\frac{-\left(\frac{y_B - Y_T}{x_B - X_T}\right) + \tan(\theta_3)}{1 + \left(\frac{y_B - Y_T}{x_B - X_T}\right)(\tan(\theta_3))}\right)$$

$$\theta_{i2} = \arctan\left(\frac{-m_B + \tan(\theta_3)}{1 + (m_B)(\tan(\theta_3))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R2} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R2} = \arcsen\left(\frac{n_2 \sen(\theta_{i2})}{n_1}\right)$$

La ecuación de la recta 5 es:

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{y_B - Y_T}{x_B - X_T}\right) + \theta_{R2} = \arctan(m_B) + \theta_{R2}$$

$$y = (x - x_B) \tan(\arctan(m_B) + \theta_{R2}) + (y_B)$$

$$y = (x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

Como el espejo no es paralelo al eje X, el ángulo de reflexión es:

$$\theta_6 = -\theta_5 + 2 * \theta_E$$

La ecuación de la recta 6 es:

$$y = (x - x_C) \tan(\theta_6) + (y_C)$$

El ángulo de incidencia θ_{i3} es el ángulo entre la recta normal a la curva 4 en el punto D y la recta 6.

$$\theta_{i3} = \arctan \left(\frac{-\left(\frac{y_D - Y_T}{x_D - X_T}\right) + \tan(\theta_6)}{1 + \left(\frac{y_D - Y_T}{x_D - X_T}\right) (\tan(\theta_6))} \right)$$

$$\theta_{i3} = \arctan \left(\frac{-m_D + \tan(\theta_6)}{1 + (m_D)(\tan(\theta_6))} \right)$$

El ángulo de refracción θ_{R3} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R3} = \arcsen \left(\frac{n_3 \sen(\theta_{i3})}{n_2} \right)$$

La ecuación de la recta 7 es:

$$\theta_7 = \arctan \left(\frac{y_D - Y_T}{x_D - X_T} \right) + \theta_{R3} = \arctan(m_D) + \theta_{R3}$$

$$y = (x - x_D) \tan(\arctan(m_D) + \theta_{R3}) + (y_D)$$

$$y = (x - x_D) \tan(\theta_7) + (y_D)$$

El ángulo de incidencia θ_{i4} es el ángulo entre la recta normal a la curva 2 en el punto E y la recta 7.

$$\theta_{i4} = \arctan \left(\frac{-\left(\frac{y_E - Y_T}{x_E - X_T}\right) + \tan(\theta_7)}{1 + \left(\frac{y_E - Y_T}{x_E - X_T}\right) (\tan(\theta_7))} \right)$$

$$\theta_{i4} = \arctan \left(\frac{-m_E + \tan(\theta_7)}{1 + (m_E)(\tan(\theta_7))} \right)$$

El ángulo de refracción θ_{R4} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R4} = \arcsen \left(\frac{n_2 \sen(\theta_{i4})}{n_1} \right)$$

La ecuación de la recta 8 es:

$$\theta_8 = \arctan \left(\frac{y_E - Y_T}{x_E - X_T} \right) + \theta_{R4} = \arctan(m_E) + \theta_{R4}$$

$$y = (x - x_E) \tan(\arctan(m_E) + \theta_{R4}) + (y_E)$$

$$y = (x - x_E) \tan(\theta_8) + (y_E)$$

Una vez descritas las ecuaciones de las rectas se procede a encontrar los puntos de intersección, para ello primero se desarrollan las ecuaciones de las curvas 2 y 4.

La ecuación de la curva 2 es:

$$(x - X_T)^2 + (y - Y_T)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

La ecuación de la curva 4 es:

$$(x - X_T)^2 + (y - Y_T)^2 = \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Las coordenadas del punto A son: (ecuación recta 1 y curva 2)

Ec. recta 1: $y = x \tan(\theta_L)$

Ec. circunferencia 2: $x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$

Sustituyendo:

$$x^2 + (x \tan(\theta_L))^2 - 2(x)(X_T) - 2(x \tan(\theta_L))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2(1 + (\tan(\theta_L))^2) + x(-2(\tan(\theta_L))(Y_T) - 2(X_T)) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_1 = (1 + (\tan(\theta_L))^2)$$

$$B_1 = (-2(\tan(\theta_L))(Y_T) - 2(X_T))$$

$$C_1 = (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2(A_1) + x(B_1) + C_1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 1 y la circunferencia 2. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{A(1,2)} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$$

De la ecuación de la recta 1

$$y_{A(1,2)} = \left(\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}\right) \tan(\theta_L)$$

Las coordenadas del punto B son: (ecuación recta 3 y curva 4)

Ec. recta 3: $y = (x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A)$

Ec. circunferencia 4: $x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$

Sustituyendo:

$$x^2 + ((x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A))^2 - 2(x)(X_T) - 2((x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_3))^2 + x_A^2(\tan(\theta_3))^2 + y_A^2 + 2(x \tan(\theta_3))(-x_A \tan(\theta_3)) + 2(x \tan(\theta_3))(y_A) + 2(-x_A \tan(\theta_3))(y_A) - 2(x)(X_T) - 2(x \tan(\theta_3) - x_A \tan(\theta_3) + (y_A))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_3))^2 + x_A^2(\tan(\theta_3))^2 + y_A^2 + 2(x \tan(\theta_3))(-x_A \tan(\theta_3)) + 2(x \tan(\theta_3))(y_A) + 2(-x_A \tan(\theta_3))(y_A) - 2(x)(X_T) - 2(Y_T)(x \tan(\theta_3)) - 2(Y_T)(-x_A \tan(\theta_3)) - 2(Y_T)(y_A) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_3))^2) + x(-2 \tan(\theta_3)(x_A \tan(\theta_3)) + 2(y_A)(\tan(\theta_3)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_3)) + x_A^2(\tan(\theta_3))^2 + y_A^2 + 2(-x_A \tan(\theta_3))(y_A) - 2(Y_T)(-x_A \tan(\theta_3)) - 2(Y_T)(y_A) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_2 = (1 + (\tan(\theta_3))^2)$$

$$B_2 = (-2 \tan(\theta_3)(x_A \tan(\theta_3)) + 2(y_A)(\tan(\theta_3)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_3))$$

$$C_2 = x_A^2(\tan(\theta_3))^2 + y_A^2 + 2(-x_A \tan(\theta_3))(y_A) - 2(Y_T)(-x_A \tan(\theta_3)) - 2(Y_T)(y_A) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2(A_2) + x(B_2) + C_2 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 3 y la circunferencia 4. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{B(1,2)} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2}$$

De la ecuación de la recta 3:

$$y_{B(1,2)} = \left(\frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} - x_A \right) \tan(\theta_3) + (y_A)$$

Las coordenadas del punto C son: (ecuación recta 5)

$$\text{Ec. recta 5: } x = \left(\frac{(y - y_B)}{\tan(\theta_5)} \right) + x_B$$

$$y_C = Y_M$$

Sustituyendo:

$$x_C = \left(\frac{(Y_M - y_B)}{\tan(\theta_5)} \right) + x_B$$

Las coordenadas del punto D son: (ecuación recta 6 y curva 4)

$$\text{Ec. recta 6: } y = (x - x_C) \tan(\theta_6) + (y_C)$$

Ec. circunferencia 4: $x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$

Sustituyendo:

$$x^2 + \left((x - x_c) \tan(\theta_6) + (y_c)\right)^2 - 2(x)(X_T) - 2\left((x - x_c) \tan(\theta_6) + (y_c)\right)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_6))^2 + x_c^2(\tan(\theta_6))^2 + y_c^2 + 2(x \tan(\theta_6))(-x_c \tan(\theta_6)) + 2(x \tan(\theta_6))(y_c) + 2(-x_c \tan(\theta_6))(y_c) - 2(x)(X_T) - 2(x \tan(\theta_6) - x_c \tan(\theta_6) + (y_c))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_6))^2 + x_c^2(\tan(\theta_6))^2 + y_c^2 + 2(x \tan(\theta_6))(-x_c \tan(\theta_6)) + 2(x \tan(\theta_6))(y_c) + 2(-x_c \tan(\theta_6))(y_c) - 2(x)(X_T) - 2(Y_T)(x \tan(\theta_6)) - 2(Y_T)(-x_c \tan(\theta_6)) - 2(Y_T)(y_c) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_6))^2) + x(-2 \tan(\theta_6)(x_c \tan(\theta_6)) + 2(y_c)(\tan(\theta_6)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_6)) + x_c^2(\tan(\theta_6))^2 + y_c^2 + 2(-x_c \tan(\theta_6))(y_c) - 2(Y_T)(-x_c \tan(\theta_6)) - 2(Y_T)(y_c) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_3 = (1 + (\tan(\theta_6))^2)$$

$$B_3 = (-2 \tan(\theta_6)(x_c \tan(\theta_6)) + 2(y_c)(\tan(\theta_6)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_6))$$

$$C_3 = x_c^2(\tan(\theta_6))^2 + y_c^2 + 2(-x_c \tan(\theta_6))(y_c) - 2(Y_T)(-x_c \tan(\theta_6)) - 2(Y_T)(y_c) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2(A_3) + x(B_3) + C_3 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 3 y la circunferencia 4. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{D(1,2)} = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3}$$

De la ecuación de la recta 6:

$$y_{D(1,2)} = \left(\frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} - x_c\right) \tan(\theta_6) + (y_c)$$

Las coordenadas del punto E son: (ecuación recta 7 y curva 2)

Ec. recta 7: $y = (x - x_D) \tan(\theta_7) + (y_D)$

Ec. circunferencia 2: $x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$

Sustituyendo:

Sustituyendo:

$$x^2 + ((x - x_D) \tan(\theta_7) + (y_D))^2 - 2(x)(X_T) - 2((x - x_D) \tan(\theta_7) + (y_D))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_7))^2 + x_D^2(\tan(\theta_7))^2 + y_D^2 + 2(x \tan(\theta_7))(-x_D \tan(\theta_7)) + 2(x \tan(\theta_7))(y_D) + 2(-x_D \tan(\theta_7))(y_D) - 2(x)(X_T) - 2(x \tan(\theta_7) - x_D \tan(\theta_7) + (y_D))(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_7))^2 + x_D^2(\tan(\theta_7))^2 + y_D^2 + 2(x \tan(\theta_7))(-x_D \tan(\theta_7)) + 2(x \tan(\theta_7))(y_D) + 2(-x_D \tan(\theta_7))(y_D) - 2(x)(X_T) - 2(Y_T)(x \tan(\theta_7)) - 2(Y_T)(-x_D \tan(\theta_7)) - 2(Y_T)(y_D) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_7))^2) + x(-2 \tan(\theta_7)(x_D \tan(\theta_7)) + 2(y_D)(\tan(\theta_7)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_7)) + x_D^2(\tan(\theta_7))^2 + y_D^2 + 2(-x_D \tan(\theta_7))(y_D) - 2(Y_T)(-x_D \tan(\theta_7)) - 2(Y_T)(y_D) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_4 = (1 + (\tan(\theta_7))^2)$$

$$B_4 = (-2 \tan(\theta_7)(x_D \tan(\theta_7)) + 2(y_D)(\tan(\theta_7)) - 2X_T - 2(Y_T) \tan(\theta_7))$$

$$C_4 = x_D^2(\tan(\theta_7))^2 + y_D^2 + 2(-x_D \tan(\theta_7))(y_D) - 2(Y_T)(-x_D \tan(\theta_7)) - 2(Y_T)(y_D) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$x^2(A_4) + x(B_4) + C_4 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 3 y la circunferencia 4. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{E(1,2)} = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4}$$

De la ecuación de la recta 6:

$$y_{E(1,2)} = \left(\frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4} - x_D \right) \tan(\theta_7) + (y_D)$$

Las coordenadas del punto F son: (ecuación recta 8)

$$\text{Ec. recta 8: } x = \left(\frac{(y - y_E)}{\tan(\theta_8)} \right) + x_E$$

$$y_F = 0$$

Sustituyendo:

$$x_F = \left(\frac{(-y_E)}{\tan(\theta_8)} \right) + x_E$$

Anexo 11. Análisis geométrico en una superficie plana y una superficie curva (circunferencia).

La ecuación de la recta 1 es: $y = x \tan(\theta_L)$

Del análisis geométrico de la barrera se obtienen las siguientes ecuaciones:

La ecuación de la recta 2 es:

$$y = \left(x - \left(22.5 + \frac{G}{2} \operatorname{sen}\alpha \right) \right) \tan(\alpha) + \left(Y_{BP} - \frac{G}{2} \operatorname{cos}\alpha \right)$$

La ecuación de la recta 4 es:

$$y = \left(x - \left(22.5 - \frac{G}{2} \operatorname{sen}\alpha \right) \right) \tan(\alpha) + \left(Y_{BP} + \frac{G}{2} \operatorname{cos}\alpha \right)$$

El ángulo de refracción θ_{R1} por ley de Snell es:

$$\theta_{R1} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_1 \operatorname{sen}(\theta_{i1})}{n_2}\right)$$

Y el ángulo de incidencia θ_{i1} es:

$$\theta_{i1} = \theta_L - (90^\circ + \alpha)$$

Por lo tanto:

$$\theta_{R1} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_1 \operatorname{sen}(\theta_L - (90^\circ + \alpha))}{n_2}\right)$$

La ecuación de la recta 3 es:

$$y = (x - x_A) \tan(\theta_L - (90^\circ + \alpha)) + (y_A)$$
$$y = (x - x_A) \tan(\theta_3) + (y_A)$$

El ángulo de incidencia θ_{i2} es:

$$\theta_{i2} = \theta_{R1}$$

El ángulo de refracción θ_{R2} por la ley de Snell es:

$$\theta_{R2} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_2 \operatorname{sen}(\theta_{i2})}{n_3}\right)$$

La ecuación de la recta 5 es:

$$y = (x - x_B) \tan(90^\circ + \alpha + \theta_{R2}) + (y_B)$$
$$y = (x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

Del análisis geométrico de la barrera curva se obtienen las siguientes ecuaciones:

La ecuación de la curva 6 es:

$$(x - X_{BC})^2 + (y - Y_{BC})^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

La ecuación de la curva 8 es:

$$(x - X_{BC})^2 + (y - Y_{BC})^2 = \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

Para obtener los ángulos de incidencia en la superficie circular se necesita saber la ecuación de las rectas normales de cada punto de intersección.

Para el punto C:

$$y - y_C = \frac{y_C - Y_{BC}}{x_C - X_{BC}} (x - x_C)$$

$$m_C = \frac{y_C - Y_{BC}}{x_C - X_{BC}}$$

$$y - y_C = m_C(x - x_C)$$

Para el punto D:

$$y - y_D = \frac{y_D - Y_{BC}}{x_D - X_{BC}} (x - x_D)$$

$$m_D = \frac{y_D - Y_{BC}}{x_D - X_{BC}}$$

$$y - y_D = m_D(x - x_D)$$

Para el punto F:

$$y - y_F = \frac{y_F - Y_{BC}}{x_F - X_{BC}} (x - x_F)$$

$$m_F = \frac{y_F - Y_{BC}}{x_F - X_{BC}}$$

$$y - y_F = m_F(x - x_F)$$

Para el punto G:

$$y - y_G = \frac{y_G - Y_{BC}}{x_G - X_{BC}} (x - x_G)$$

$$m_G = \frac{y_G - Y_{BC}}{x_G - X_{BC}}$$

$$y - y_G = m_G(x - x_G)$$

El ángulo de incidencia θ_{i3} es el ángulo entre la recta normal a la curva 6 en el punto C y la recta 5.

$$\theta_{i3} = \arctan \left(\frac{-\left(\frac{y_C - Y_{BC}}{x_C - X_{BC}}\right) + \tan(\theta_5)}{1 + \left(\frac{y_C - Y_{BC}}{x_C - X_{BC}}\right) (\tan(\theta_5))} \right)$$

$$\theta_{i3} = \arctan\left(\frac{-m_C + \tan(\theta_5)}{1 + (m_C)(\tan(\theta_5))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R3} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R3} = \arcsen\left(\frac{n_3 \text{sen}(\theta_{i3})}{n_4}\right)$$

La ecuación de la recta 7 es:

$$\theta_7 = \arctan\left(\frac{y_C - Y_{BC}}{x_C - X_{BC}}\right) + \theta_{R3} = \arctan(m_C) + \theta_{R3}$$

$$y = (x - x_C) \tan(\arctan(m_C) + \theta_{R3}) + (y_C)$$

$$y = (x - x_C) \tan(\theta_7) + (y_C)$$

El ángulo de incidencia θ_{i4} es el ángulo entre la recta normal a la curva 8 en el punto D y la recta 7.

$$\theta_{i4} = \arctan\left(\frac{-\left(\frac{y_D - Y_{BC}}{x_D - X_{BC}}\right) + \tan(\theta_7)}{1 + \left(\frac{y_D - Y_{BC}}{x_D - X_{BC}}\right)(\tan(\theta_7))}\right)$$

$$\theta_{i4} = \arctan\left(\frac{-m_D + \tan(\theta_7)}{1 + (m_D)(\tan(\theta_7))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R4} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R4} = \arcsen\left(\frac{n_4 \text{sen}(\theta_{i4})}{n_5}\right)$$

La ecuación de la recta 9 es:

$$\theta_9 = \arctan\left(\frac{y_D - Y_{BC}}{x_D - X_{BC}}\right) + \theta_{R4} = \arctan(m_D) + \theta_{R4}$$

$$y = (x - x_D) \tan(\arctan(m_D) + \theta_{R4}) + (y_D)$$

$$y = (x - x_D) \tan(\theta_9) + (y_D)$$

Como el espejo no es paralelo al eje X, el ángulo de reflexión es:

$$\theta_{10} = -\theta_9 + 2 * \theta_E$$

La ecuación de la recta 10 es:

$$y = (x - x_E) \tan(\theta_{10}) + (y_E)$$

El ángulo de incidencia θ_{i5} es el ángulo entre la recta normal a la curva en 8 en el punto F y la recta 10.

$$\theta_{i5} = \arctan\left(\frac{-\left(\frac{y_F - Y_{BC}}{x_F - X_{BC}}\right) + \tan(\theta_{10})}{1 + \left(\frac{y_F - Y_{BC}}{x_F - X_{BC}}\right)(\tan(\theta_{10}))}\right)$$

$$\theta_{i5} = \arctan\left(\frac{-m_F + \tan(\theta_{10})}{1 + (m_F)(\tan(\theta_{10}))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R5} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R5} = \arcsen\left(\frac{n_5 \sen(\theta_{i5})}{n_4}\right)$$

La ecuación de la recta 11 es:

$$\theta_{11} = \arctan\left(\frac{y_F - Y_{BC}}{x_F - X_{BC}}\right) + \theta_{R5} = \arctan(m_F) + \theta_{R5}$$

$$y = (x - x_F) \tan(\arctan(m_F) + \theta_{R5}) + (y_F)$$

$$y = (x - x_F) \tan(\theta_{11}) + (y_F)$$

El ángulo de incidencia θ_{i6} es el ángulo entre la recta normal a la curva 6 en el punto G y la recta 11.

$$\theta_{i6} = \arctan\left(\frac{-\left(\frac{y_G - Y_{BC}}{x_G - X_{BC}}\right) + \tan(\theta_{11})}{1 + \left(\frac{y_G - Y_{BC}}{x_G - X_{BC}}\right) (\tan(\theta_{11}))}\right)$$

$$\theta_{i6} = \arctan\left(\frac{-m_G + \tan(\theta_{11})}{1 + (m_G)(\tan(\theta_{11}))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R6} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R6} = \arcsen\left(\frac{n_4 \sen(\theta_{i6})}{n_3}\right)$$

La ecuación de la recta 12 es:

$$\theta_{12} = \arctan\left(\frac{y_G - Y_{BC}}{x_G - X_{BC}}\right) + \theta_{R6} = \arctan(m_G) + \theta_{R6}$$

$$y = (x - x_G) \tan(\arctan(m_G) + \theta_{R6}) + (y_G)$$

$$y = (x - x_G) \tan(\theta_{12}) + (y_G)$$

El ángulo de incidencia θ_{i7} es el ángulo entre la recta normal a la recta 4 en el punto H y la recta 12.

$$\theta_{i7} = \theta_{12} - (90^\circ + \alpha)$$

$$\theta_{i7} = \arctan\left(\frac{-\tan(90 + \alpha) + \tan(\theta_{12})}{1 + (\tan(90 + \alpha))(\tan(\theta_{12}))}\right)$$

El ángulo de refracción θ_{R7} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R7} = \arcsen\left(\frac{n_3 \sen(\theta_{i7})}{n_2}\right)$$

La ecuación de la recta 13 es:

$$\theta_{13} = -90 + \alpha - \theta_{R7}$$

$$y = (x - x_H) \tan(-90 + \alpha - \theta_{R7}) + (y_H)$$

$$y = (x - x_H) \tan(\theta_{13}) + (y_H)$$

El ángulo de incidencia θ_{i8} es:

$$\theta_{i8} = \theta_{R7}$$

El ángulo de refracción θ_{R8} se calcula con la ley de Snell.

$$\theta_{R8} = \arcsen\left(\frac{n_2 \sen(\theta_{i8})}{n_1}\right)$$

La ecuación de la recta 14 es:

$$\begin{aligned}\theta_{14} &= -90 + \alpha - \theta_{R8} \\ y &= (x - x_I) \tan(-90 + \alpha - \theta_{R8}) + (y_I) \\ y &= (x - x_I) \tan(\theta_{14}) + (y_I)\end{aligned}$$

Las coordenadas del punto A son: (ecuación recta 1 y 2)

$$y_A = \frac{\tan(\theta_L) \left[-Y_{BP} + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[22.5 + \frac{G}{2} \sen \alpha \right] \right]}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_L)}$$

De la ecuación de la recta 1:

$$x_A = \frac{y_A}{\tan(\theta_L)}$$

Las coordenadas del punto B son: (ecuación recta 3 y 4)

$$y_B = \frac{\tan(\theta_3) \left[-Y_{BP} - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_A + 22.5 - \frac{G}{2} \sen \alpha \right] \right] + y_A \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_3)}$$

De la ecuación de la recta 3:

$$x_B = \frac{y_B - (y_A)}{\tan(\theta_3)} + x_A$$

Las coordenadas del punto C son: (ecuación recta 5 y curva 6)

$$\text{Ec. recta 5: } y = (x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

$$\text{Ec. circunferencia 6: } x^2 + y^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2(y)(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned}x^2 + ((x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B))^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2((x - x_B) \tan(\theta_5) + (y_B))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \\ = 0\end{aligned}$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_5))^2 + x_B^2(\tan(\theta_5))^2 + y_B^2 + 2(x \tan(\theta_5))(-x_B \tan(\theta_5)) + 2(x \tan(\theta_5))(y_B) + 2(-x_B \tan(\theta_5))(y_B) - 2(x)(X_{BC}) - 2(x \tan(\theta_5) - x_B \tan(\theta_5) + (y_B))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_5))^2 + x_B^2(\tan(\theta_5))^2 + y_B^2 + 2(x \tan(\theta_5))(-x_B \tan(\theta_5)) + 2(x \tan(\theta_5))(y_B) + 2(-x_B \tan(\theta_5))(y_B) - 2(x)(X_{BC}) - 2(Y_{BC})(x \tan(\theta_5)) - 2(Y_{BC})(-x_B \tan(\theta_5)) - 2(Y_{BC})(y_B) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_5))^2) + x(-2 \tan(\theta_5)(x_B \tan(\theta_5)) + 2(y_B)(\tan(\theta_5)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_5)) + x_B^2(\tan(\theta_5))^2 + y_B^2 + 2(-x_{BC} \tan(\theta_5))(y_B) - 2(Y_{BC})(-x_B \tan(\theta_5)) - 2(Y_{BC})(y_B) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_1 = (1 + (\tan(\theta_5))^2)$$

$$B_1 = (-2 \tan(\theta_5)(x_B \tan(\theta_5)) + 2(y_B)(\tan(\theta_5)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_5))$$

$$C_1 = x_B^2(\tan(\theta_5))^2 + y_B^2 + 2(-x_B \tan(\theta_5))(y_B) - 2(Y_{BC})(-x_B \tan(\theta_5)) - 2(Y_{BC})(y_B) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$x^2(A_1) + x(B_1) + C_1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 5 y la circunferencia 6. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_{BC}$.

$$x_{C(1,2)} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$$

De la ecuación de la recta 5:

$$y_{C(1,2)} = \left(\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} - x_B \right) \tan(\theta_5) + (y_B)$$

Las coordenadas del punto D son: (ecuación recta 7 y curva 8)

$$\text{Ec. recta 7: } y = (x - x_C) \tan(\theta_7) + (y_C)$$

$$\text{Ec. circunferencia 8: } x^2 + y^2 - 2(x)(X_T) - 2(y)(Y_T) + (X_T)^2 + (Y_T)^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Sustituyendo:

$$x^2 + ((x - x_C) \tan(\theta_7) + (y_C))^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2((x - x_C) \tan(\theta_7) + (y_C))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_7))^2 + x_C^2(\tan(\theta_7))^2 + y_C^2 + 2(x \tan(\theta_7))(-x_C \tan(\theta_7)) + 2(x \tan(\theta_7))(y_C) + 2(-x_C \tan(\theta_7))(y_C) - 2(x)(X_{BC}) - 2(x \tan(\theta_7) - x_C \tan(\theta_7) + (y_C))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_7))^2 + x_C^2(\tan(\theta_7))^2 + y_C^2 + 2(x \tan(\theta_7))(-x_C \tan(\theta_7)) + 2(x \tan(\theta_7))(y_C) + 2(-x_C \tan(\theta_7))(y_C) - 2(x)(X_{BC}) - 2(Y_{BC})(x \tan(\theta_7)) - 2(Y_{BC})(-x_C \tan(\theta_7)) - 2(Y_{BC})(y_C) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_7))^2) + x(-2 \tan(\theta_7)(x_C \tan(\theta_7)) + 2(y_C)(\tan(\theta_7)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_7)) + x_C^2(\tan(\theta_7))^2 + y_C^2 + 2(-x_C \tan(\theta_7))(y_C) - 2(Y_{BC})(-x_C \tan(\theta_7)) - 2(Y_{BC})(y_C) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_2 = (1 + (\tan(\theta_7))^2)$$

$$B_2 = (-2 \tan(\theta_7)(x_C \tan(\theta_7)) + 2(y_C)(\tan(\theta_7)) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_7))$$

$$C_2 = x_C^2(\tan(\theta_7))^2 + y_C^2 + 2(-x_C \tan(\theta_7))(y_C) - 2(Y_{BC})(-x_C \tan(\theta_7)) - 2(Y_{BC})(y_C) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2(A_2) + x(B_2) + C_2 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 7 y la circunferencia 8. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_{BC}$.

$$x_{D(1,2)} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2}$$

De la ecuación de la recta 7:

$$y_{D(1,2)} = \left(\frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} - x_C \right) \tan(\theta_7) + (y_C)$$

Las coordenadas del punto E son: (ecuación recta 9)

$$\text{Ec. recta 9: } x = \left(\frac{y - y_D}{\tan(\theta_9)} \right) + x_D$$

$$y_E = Y_E$$

Sustituyendo:

$$x_E = \left(\frac{Y_E - y_D}{\tan(\theta_9)} \right) + x_D$$

Las coordenadas del punto F son: (ecuación recta 10 y curva 8)

$$\text{Ec. recta 10: } y = (x - x_E) \tan(\theta_{10}) + (y_E)$$

$$\text{Ec. circunferencia 4: } x^2 + y^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2(y)(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Sustituyendo:

$$x^2 + ((x - x_E) \tan(\theta_{10}) + (y_E))^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2((x - x_E) \tan(\theta_{10}) + (y_E))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_{10}))^2 + x_E^2(\tan(\theta_{10}))^2 + y_E^2 + 2(x \tan(\theta_{10}))(-x_E \tan(\theta_{10})) + 2(x \tan(\theta_{10}))(y_E) + 2(-x_E \tan(\theta_{10}))(y_E) - 2(x)(X_{BC}) - 2(x \tan(\theta_{10}) - x_E \tan(\theta_{10}) + (y_E))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_{10}))^2 + x_E^2(\tan(\theta_{10}))^2 + y_E^2 + 2(x \tan(\theta_{10}))(-x_E \tan(\theta_{10})) + 2(x \tan(\theta_{10}))(y_E) + 2(-x_E \tan(\theta_{10}))(y_E) - 2(x)(X_{BC}) - 2(Y_{BC})(x \tan(\theta_{10}) - x_E \tan(\theta_{10})) - 2(Y_{BC})(-x_E \tan(\theta_{10})) - 2(Y_{BC})(y_E) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_{10}))^2) + x(-2 \tan(\theta_{10})(x_E \tan(\theta_{10})) + 2(y_E)(\tan(\theta_{10})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{10})) + x_E^2(\tan(\theta_{10}))^2 + y_E^2 + 2(-x_E \tan(\theta_{10}))(y_E) - 2(Y_{BC})(-x_E \tan(\theta_{10})) - 2(Y_{BC})(y_E) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_3 = (1 + (\tan(\theta_{10}))^2)$$

$$B_3 = (-2 \tan(\theta_{10})(x_E \tan(\theta_{10})) + 2(y_E)(\tan(\theta_{10})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{10}))$$

$$C_3 = x_E^2(\tan(\theta_{10}))^2 + y_E^2 + 2(-x_E \tan(\theta_{10}))(y_E) - 2(Y_{BC})(-x_E \tan(\theta_{10})) - 2(Y_{BC})(y_E) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2} - G\right)^2$$

$$x^2(A_3) + x(B_3) + C_3 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 10 y la circunferencia 8. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{F(1,2)} = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3}$$

De la ecuación de la recta 10:

$$y_{F(1,2)} = \left(\frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} - x_E \right) \tan(\theta_6) + (y_E)$$

Las coordenadas del punto G son: (ecuación recta 11 y curva 6)

$$\text{Ec. recta 11: } y = (x - x_F) \tan(\theta_{11}) + (y_F)$$

$$\text{Ec. circunferencia 6: } x^2 + y^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2(y)(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Sustituyendo:

Sustituyendo:

$$x^2 + ((x - x_F) \tan(\theta_{11}) + (y_F))^2 - 2(x)(X_{BC}) - 2((x - x_F) \tan(\theta_{11}) + (y_F))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Factorizando x:

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_{11}))^2 + x_F^2(\tan(\theta_{11}))^2 + y_F^2 + 2(x \tan(\theta_{11}))(-x_F \tan(\theta_{11})) + 2(x \tan(\theta_{11}))(y_F) + 2(-x_F \tan(\theta_{11}))(y_F) - 2(x)(X_{BC}) - 2(x \tan(\theta_{11}) - x_F \tan(\theta_F) + (y_F))(Y_{BC}) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + x^2(\tan(\theta_{11}))^2 + x_F^2(\tan(\theta_{11}))^2 + y_F^2 + 2(x \tan(\theta_{11}))(-x_F \tan(\theta_{11})) + 2(x \tan(\theta_{11}))(y_F) + 2(-x_F \tan(\theta_{11}))(y_F) - 2(x)(X_{BC}) - 2(Y_{BC})(x \tan(\theta_{11})) - 2(Y_{BC})(-x_F \tan(\theta_{11})) - 2(Y_{BC})(y_F) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2(1 + (\tan(\theta_{11}))^2) + x(-2 \tan(\theta_{11})(x_F \tan(\theta_{11})) + 2(y_F)(\tan(\theta_{11})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{11})) + x_F^2(\tan(\theta_{11}))^2 + y_F^2 + 2(-x_F \tan(\theta_{11}))(y_F) - 2(Y_{BC})(-x_F \tan(\theta_{11})) - 2(Y_{BC})(y_F) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0$$

Redefiniendo los factores:

$$A_4 = (1 + (\tan(\theta_{11}))^2)$$

$$B_4 = (-2 \tan(\theta_{11})(x_F \tan(\theta_{11})) + 2(y_F)(\tan(\theta_{11})) - 2X_{BC} - 2(Y_{BC}) \tan(\theta_{11}))$$

$$C_4 = x_F^2(\tan(\theta_{11}))^2 + y_F^2 + 2(-x_F \tan(\theta_{11}))(y_F) - 2(Y_{BC})(-x_F \tan(\theta_{11})) - 2(Y_{BC})(y_F) + (X_{BC})^2 + (Y_{BC})^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$x^2(A_4) + x(B_4) + C_4 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se encuentra la intersección entre la recta 11 y la circunferencia 6. Solo se consideran puntos de intersección tales que $Y < Y_T$.

$$x_{G(1,2)} = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4}$$

De la ecuación de la recta 11:

$$y_{G(1,2)} = \left(\frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4} - x_F \right) \tan(\theta_{11}) + (y_F)$$

Las coordenadas del punto H son: (ecuación recta 12 y 4)

$$y_H = \frac{\tan(\theta_{12}) \left[-Y_{BP} - \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_G + 22.5 - \frac{G}{2} \operatorname{sen} \alpha \right] \right] + y_G \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{12})}$$

De la ecuación de la recta 12:

$$x_H = \frac{y_H - (y_G)}{\tan(\theta_{12})} + x_G$$

Las coordenadas del punto I son: (ecuación recta 13 y 2)

$$y_I = \frac{\tan(\theta_{13}) \left[-Y_{BP} + \frac{G}{2} \cos \alpha + \tan(\alpha) \left[-x_H + 22.5 + \frac{G}{2} \sin \alpha \right] \right] + y_H \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) - \tan(\theta_{13})}$$

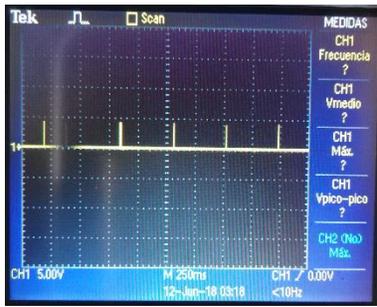
De la ecuación de la recta 13:

$$x_I = \frac{y_I - (y_H)}{\tan(\theta_{13})} + x_H$$

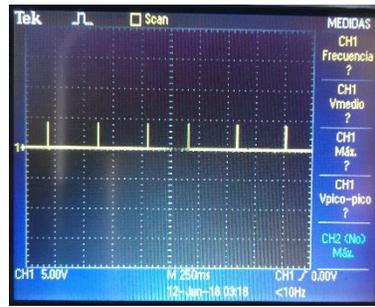
Las coordenadas del punto J son: (ecuación recta 8)

$$y_J = 0$$

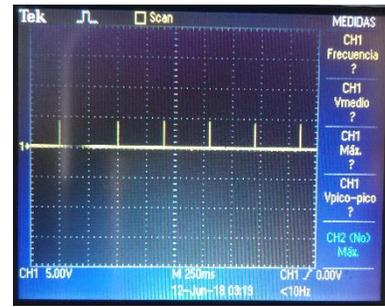
$$x_J = \frac{y_J - (y_I)}{\tan(\theta_{14})} + x_I = \frac{-y_I}{\tan(\theta_{14})} + x_I$$



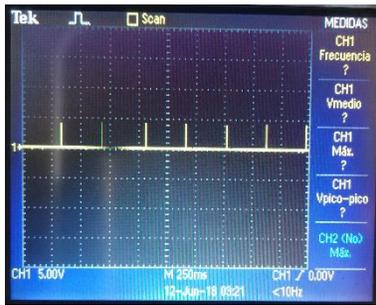
m)



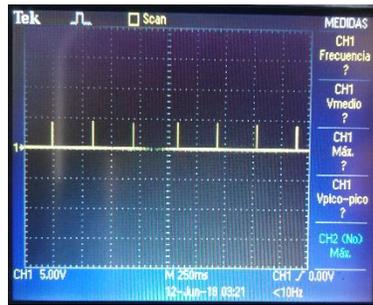
n)



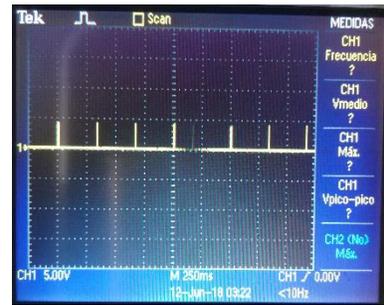
o)



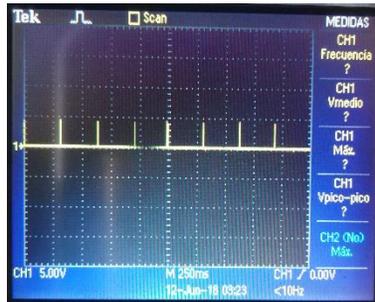
p)



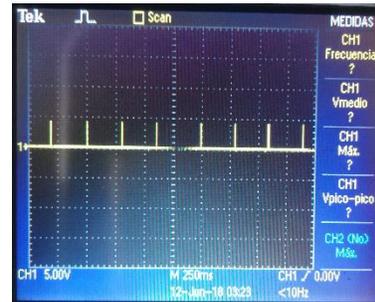
q)



r)



s)



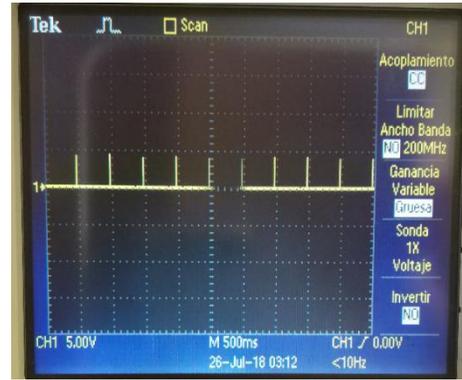
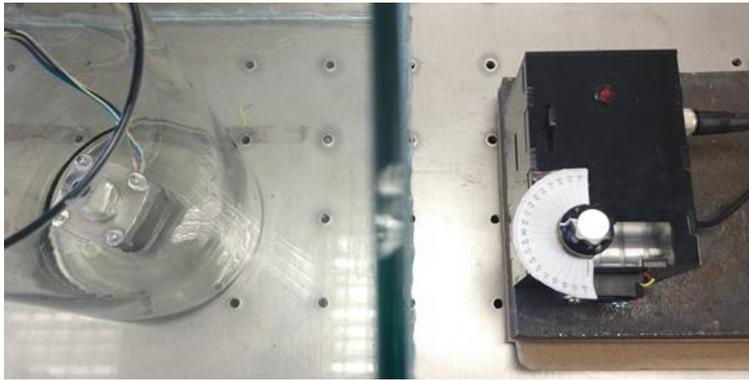
t)

Figura A 56. Imágenes del osciloscopio con la señal de detección. a) 10 [rpm] b) 20 [rpm] c) 30 [rpm] d) 40 [rpm] e) 50 [rpm] f) 60 [rpm] g) 70 [rpm] h) 80 [rpm] i) 90 [rpm] j) 100 [rpm] k) 110 [rpm] l) 120 [rpm] m) 130 [rpm] n) 140 [rpm] o) 150 [rpm] p) 160 [rpm] q) 170 [rpm] r) 180 [rpm] s) 190 [rpm] t) 200 [rpm]

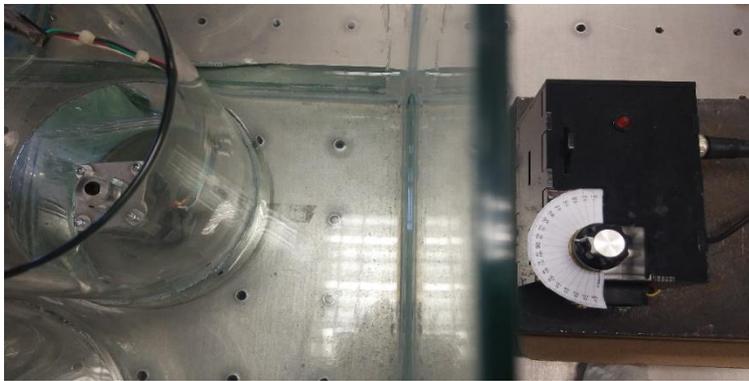
Anexo 13. Pruebas con diferentes medios ópticos.

Tanque 1 $D = 130 [mm]$ $G = 3 [mm]$

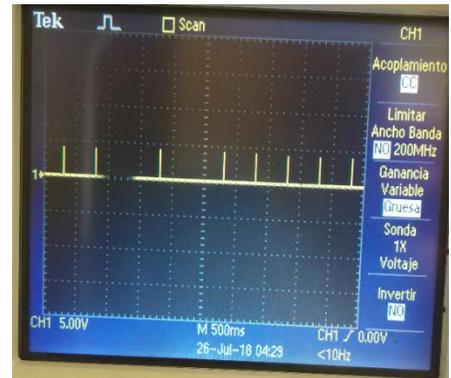
Aire



Glicerol

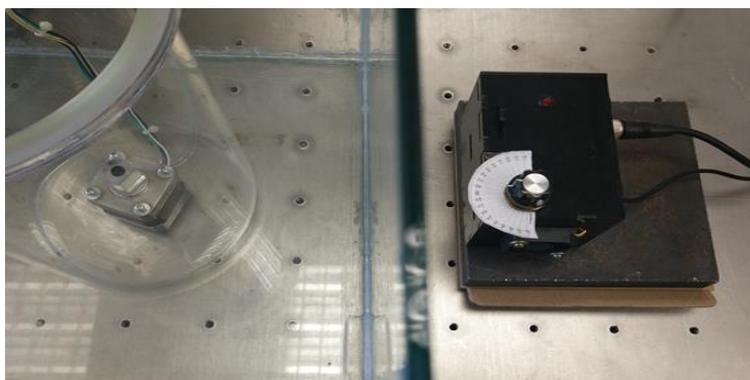


Agua

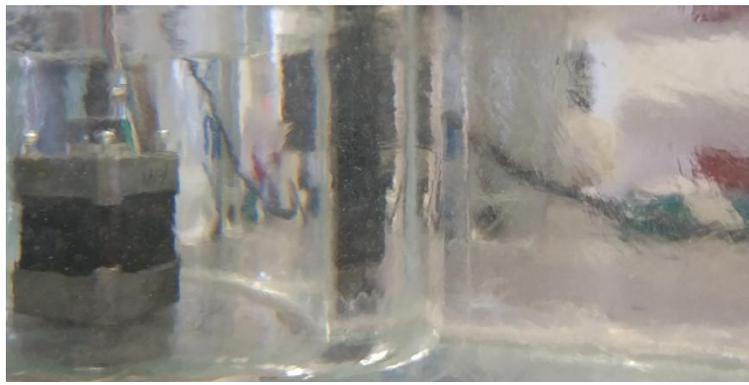
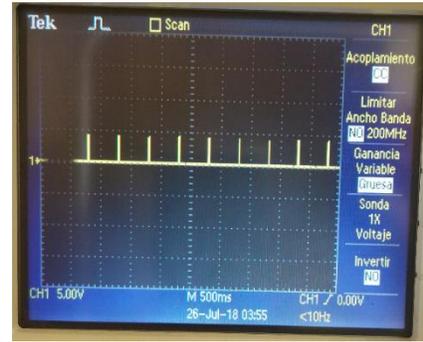
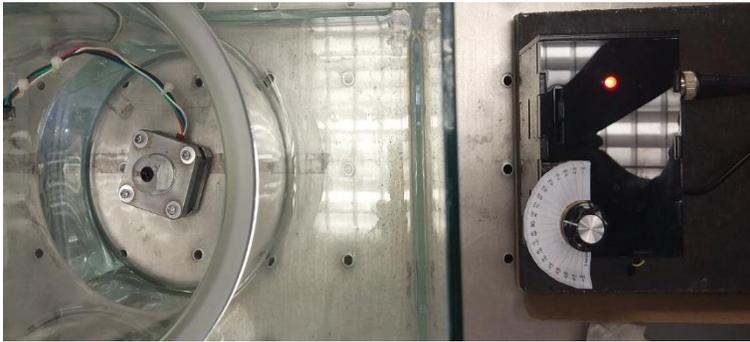


Tanque 2 $D = 150$ [mm] $G = 5$ [mm]

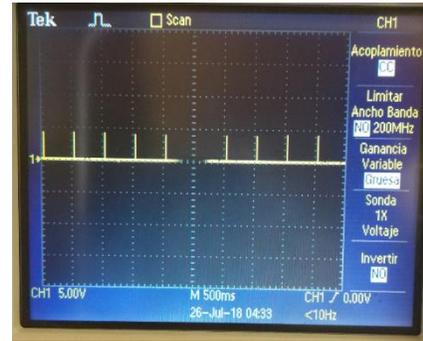
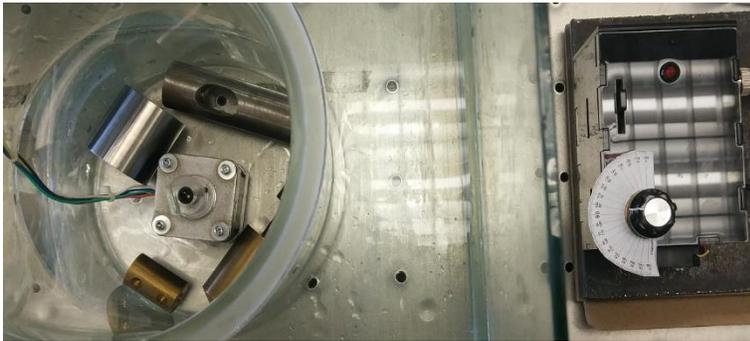
Aire



Glicerol

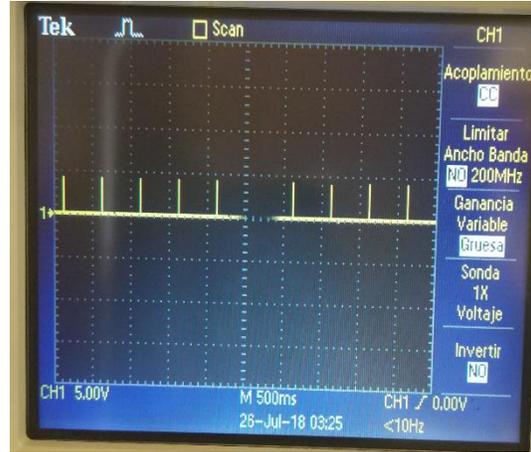
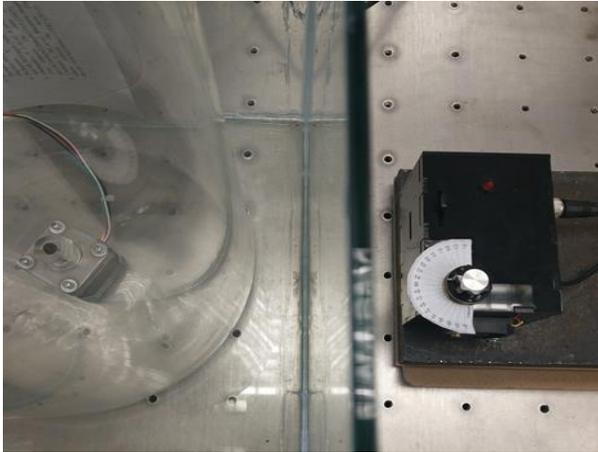


Agua

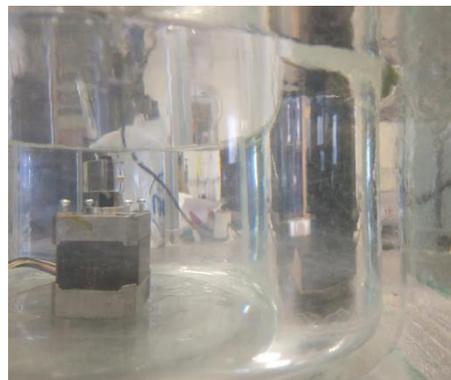
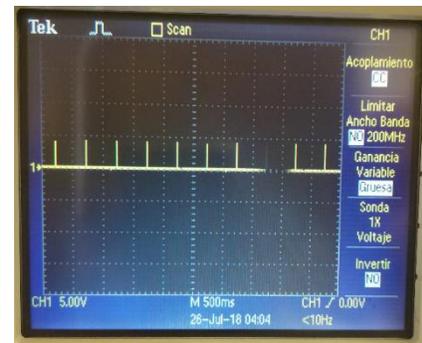
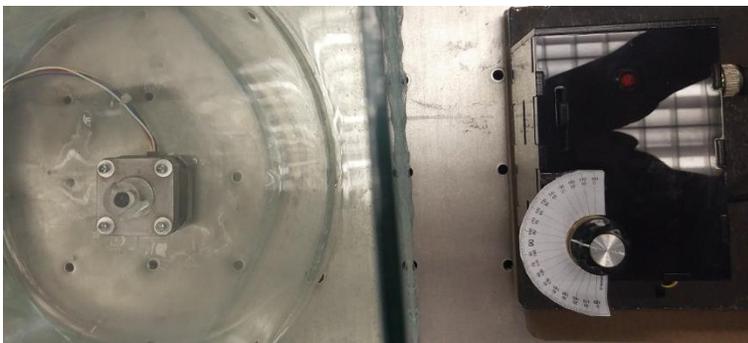


Tanque 3 $D = 225 [mm]$ $G = 7 [mm]$

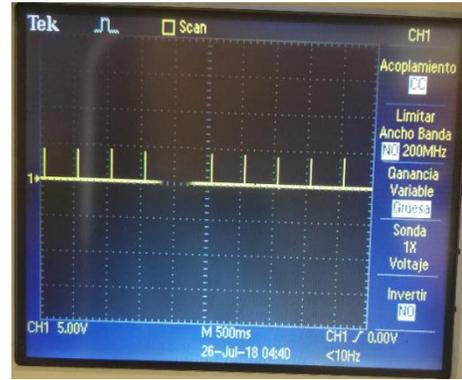
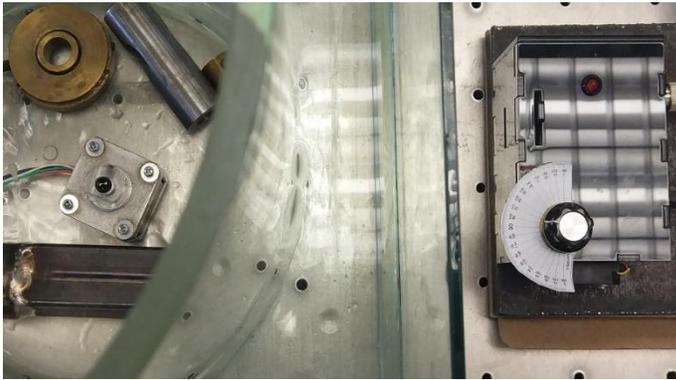
Aire



Glicerol



Agua



Anexo 14. Dispositivo de sincronización para un proceso en agitación orbital.

Desarrollo e Implementación de un Dispositivo de Sincronización para un Proceso en Agitación Orbital.

Romo Ríos, A. E., Gómez Cruz, J.M., Córdova-Aguilar M.S.

Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México.

Circuito Exterior S/N C.P. 04510 Cd. Universitaria Apdo. Postal 70-186, Ciudad de México, México

e-mail: adrianenriqueromorios@gmail.com, e-mail: juanmanu04@gmail.com, e-mail: marisol.cordova@ccadet.unam.mx

Resumen.- En los últimos años se ha trabajado para realizar un análisis detallado del comportamiento de los fluidos, uno de los métodos experimentales que proporciona más información es el análisis del patrón de flujo in situ. Una de las metodologías que se han desarrollado para medir los parámetros hidrodinámicos en agitadores orbitales, es el análisis de imágenes el cual tiene el fin de caracterizar y modelar el comportamiento de los fluidos en función de sus propiedades intrínsecas. En este trabajo se presenta el desarrollo e implementación de un dispositivo que sincroniza la adquisición de imágenes en cuatro fases de un mezclado de agitación orbital. Se utilizó un agitador orbital, dos cámaras de video, imanes de neodimio, sensores de efecto hall y un microcontrolador. Se obtuvieron imágenes en cada fase de 90° de la oscilación para cada ciclo del agitado.

Palabras Clave: Agitación Orbital, Sincronización, Imágenes.

I. INTRODUCCIÓN

Existen diversos equipos para el mezclado y agitación de fluidos, entre ellos los mecánicos (de paletas o hélices), los magnéticos y los orbitales. Estos últimos son ampliamente utilizados en la industria farmacéutica, química y biotecnológica para procesos de agitado como: fermentación microbiana, cultivos de bacterias etc.... [1] En la agitación orbital, la fuerza centrífuga provoca que el líquido contenido en los matraces gire regularmente desplazado hacia las paredes y se realice el mezclado. El problema de proveer la agitación apropiada en estos casos reside en dos partes: los requerimientos del proceso y el grado de agitación necesaria para obtener resultados óptimos con el mejor desempeño del equipo.

Los requerimientos del proceso deben ser determinados para cada sistema, usualmente estos se hacen de manera experimental, por los pocos datos básicos que están disponibles. El grado de agitación complementa a la parte del proceso, como el conocimiento de las características del flujo y la potencia del agitador, facilitando el diseño de una unidad piloto para su interpretación. [2]

Los diagnósticos ópticos de flujo están basados en la interacción de la refracción, absorción o dispersión de la luz visible en un medio no homogéneo. En un fluido ópticamente homogéneo no hay interacción importante entre la luz incidente y el fluido tal como la refracción cuya información del campo de velocidades de flujo puede ser recuperada. En el método PIV (particle image velocimetry technique) el movimiento del fluido se hace visible agregando pequeñas partículas trazadoras y rastreando las posiciones de dichas partículas en un intervalo temporal, con el desplazamiento que presentan las partículas, es posible inferir el campo de velocidades de flujo. [3] Además de su bajo costo y su fácil operación, este método permite la caracterización, evaluación y determinación de las condiciones de operación como primer paso en un proceso de producción, previo al escalamiento industrial. [1]

II. METODOLOGÍA Y DESARROLLO DEL PROTOTIPO

Se utilizó un Agitador orbital marca VWR modelo DS-500 (Ilustración 1) sus dimensiones son de 330 [mm] x 230 [mm] en la base, la parte media tiene 363.2 [mm] x 250 [mm] y la superior 341.8 [mm] x 250 [mm]. Se diseñó una estructura en acrílico (Ilustración 2) con grosor de 6 [mm] de tal forma que tuviera la geometría y la tolerancia justa para el agitador.

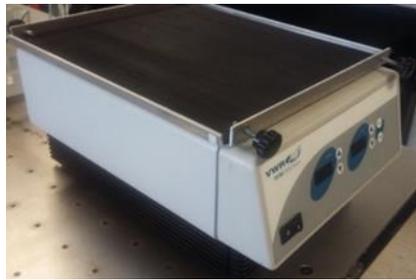


ILUSTRACIÓN 1. AGITADOR ORBITAL MARCA VWR MODELO DS-500

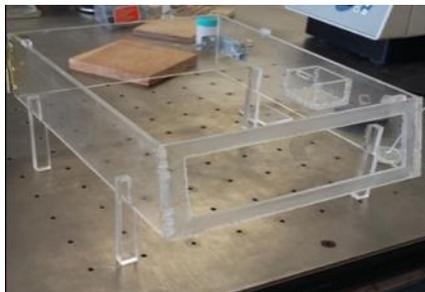


ILUSTRACIÓN 2. ESTRUCTURA DE ACRÍLICO

La parte estructural sirve como soporte para un circuito electrónico (del cual se hablará más adelante) y también para asegurar que el sistema no cambie de posición al montar y desmontar. La plataforma móvil del agitador se traslada aproximadamente a 20 [mm] sobre la estructura. Dicha distancia se aprovechó para detectar el movimiento de la plataforma con sensores magnéticos e imanes.

Para la visualización del proceso de mezclado se colocó una estructura sobre la plataforma del agitador, la cual cuenta con un brazo para colocar la cámara, un soporte para un matraz y un espejo en ángulo para obtener una vista inferior de la agitación (Figura 3).

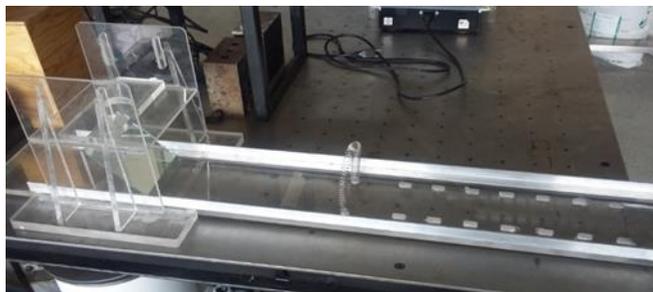


ILUSTRACIÓN 3. SOPORTE DEL MATRAZ Y LAS CÁMARAS



ILUSTRACIÓN 4. POSICIONAMIENTO DE LAS CÁMARAS

Se utilizaron cámaras Logitech C920, las cuales se conectan vía USB a la computadora, las cámaras permiten visualizar en alta definición con una resolución de 1080p, además de un enfoque variable y alta velocidad de respuesta. De igual forma tiene un formato de almacenamiento H.264 lo que comprime en gran medida el tamaño de los archivos sin comprometer la resolución de la imagen ni el tiempo de respuesta de la cámara y permitiendo almacenar una gran cantidad de imágenes.

En la parte inferior de la plataforma se adhirieron cuatro imanes de neodimio. El diseño electrónico se realizó con cuatro sensores de efecto hall tipo switch modelo A3144, los cuales se fijaron en cuatro puntos de la estructura de acrílico (Figura 2) de tal forma que fueran coincidentes cada uno con su respectivo imán en un solo punto del movimiento de la plataforma de agitador. Los imanes se posicionaron de tal forma que cada 90° del ciclo de agitación uno de ellos pase

sobre el sensor correspondiente con la finalidad de sincronizar la posición de la trayectoria con la toma de imágenes.

Todas las conexiones se integraron en una placa de circuito integrado donde se colocó un microcontrolador Arduino Nano (Figura 5), el cual queda a un lado de la estructura, la finalidad del microcontrolador es recibir la señal de los cuatro sensores y en el momento en el que uno de ellos presenta un cambio en su señal de salida (de 5 [V] a 0 [V]) manda una señal a la computadora la cual se interpretará para la captura de imagen.

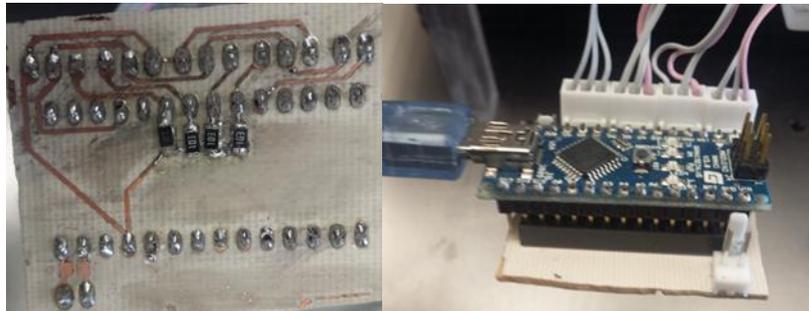


ILUSTRACIÓN 5. CIRCUITO ELECTRÓNICO DE SINCRONIZACIÓN

Utilizando el IDE de Arduino se desarrolló el código del programa del microcontrolador, el cual tiene como objetivo la recepción de las cuatro entradas de las señales provenientes de los sensores en cuatro de sus pines. La señal proveniente de los sensores sin campo magnético es de 5 [V], el cual llamaremos estado alto, al momento en el que detectan un aumento en el campo magnético (provocado por los imanes), la señal disminuye a un estado bajo 0 [V], el microcontrolador al recibir este cambio de voltaje envía un carácter por el puerto serial hacia la computadora, la detección en cada sensor manda un carácter distinto por el mismo puerto. Una vez que el sensor regresa a 5 [V] tras el paso del imán, el programa espera exclusivamente el cambio en la señal (5 [V] a 0 [V]) del sensor que consecuente para volver a mandar el siguiente carácter y así sucesivamente. En caso que no haya cambios el programa sigue esperando la señal del sensor consecuente. Los sensores están ordenados según el sentido de giro de la plataforma móvil del agitador. Los caracteres enviados son interpretados en otro programa en la computadora.

Para la adquisición de imágenes se desarrolló un programa en el lenguaje C# en Visual Studio. El programa cuenta con una interfaz de usuario que permite elegir todas las opciones en una sola ventana (Figura 6). En la parte superior izquierda de la ventana hay una sección donde se puede elegir el puerto serial para establecer la conexión entre el microcontrolador y la computadora. El programa cuenta con un botón “Actualizar” que actualiza los puertos disponibles para conexión en un menú. Una vez seleccionado el puerto se procede a presionar el botón “Conectar”, lo cual permitirá la comunicación entre ambos dispositivos. Cuando se desee finalizar la comunicación entre la computadora y el microcontrolador únicamente es necesario presionar el botón “Desconectar”.

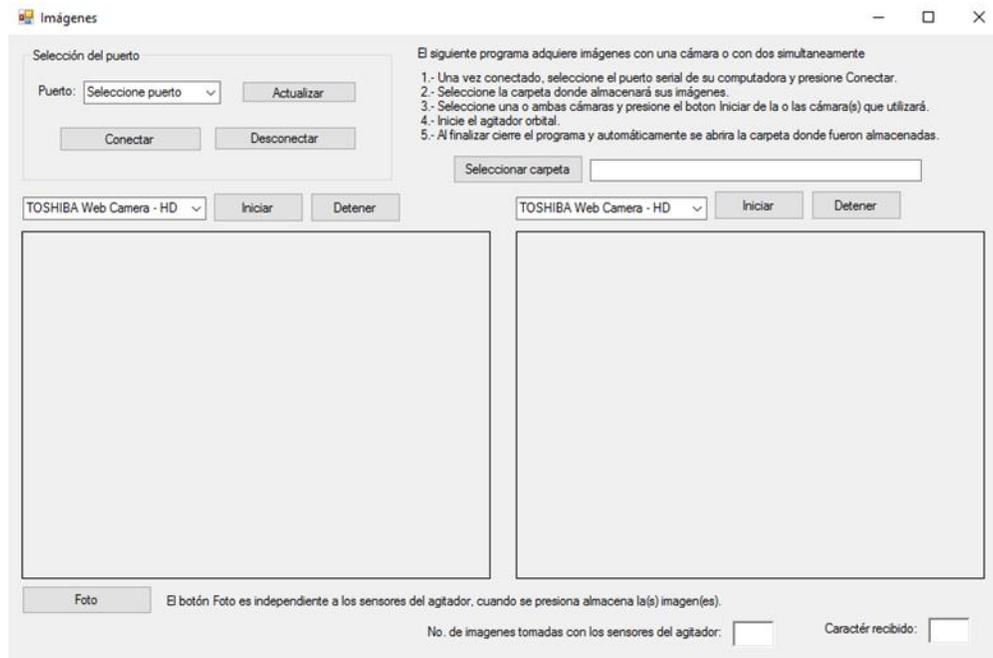


ILUSTRACIÓN 6. INTERFAZ PARA EL USUARIO REALIZADO EN VISUAL STUDIO C#

En la parte superior derecha de la ventana se ubica un cuadro de texto, donde se encuentran las instrucciones del programa, debajo se encuentra el botón “Seleccionar carpeta” el cual permite al usuario ingresar una dirección de carpeta específica donde se almacenarán las imágenes que serán capturadas por las cámaras, la dirección donde se almacenan aparecerá en el cuadro de texto a la derecha del botón.

En la misma ventana hay dos cuadros grandes, en estos cuadros se mostrarán los videos que estarán tomando las cámaras cuando se inicialicen (Figura 7), es importante destacar que en este programa se pueden tomar fotos de una o dos cámaras según desee el usuario.

Para inicializar las cámaras se tiene arriba de cada cuadro un menú donde se seleccionara el o los dispositivo(s) de video que se haya(n) conectado. Se elige del menú el dispositivo de video deseado y se presiona el botón “Iniciar”, inmediatamente el video proveniente de la cámara seleccionada aparecerá en el cuadro correspondiente.

Al realizar estos tres pasos, la secuencia de mezclado del agitador orbital puede iniciar y el programa almacena imágenes cada que detecta el carácter serial enviado desde el microcontrolador a la computadora. Debajo de los cuadros de video se encuentra el botón que dice “Foto” el cual permite (independientemente de la señal que se recibe del microcontrolador) capturar las imágenes en el instante deseado.

Finalmente, en la parte inferior derecha hay un cuadro que muestra el número de imágenes que han sido almacenadas en la carpeta seleccionada y el carácter que se está recibiendo del microcontrolador.



ILUSTRACIÓN 7. INTERFAZ AL ACCIONAR LAS CÁMARAS

Durante la agitación el programa va capturando las imágenes, que posteriormente organiza en carpetas según el sensor con el que fue detectado. Cuando termina el ciclo de la agitación se procede a cerrar el programa y automáticamente se abre la carpeta donde se almacenaron las imágenes (Figura 8). En cada carpeta de estas hay dos subcarpetas más las cuales fueron organizadas según la cámara con la que se capturó la imagen.



ILUSTRACIÓN 8. CARPETAS Y SUBCARPETAS DE ALMACENAMIENTO

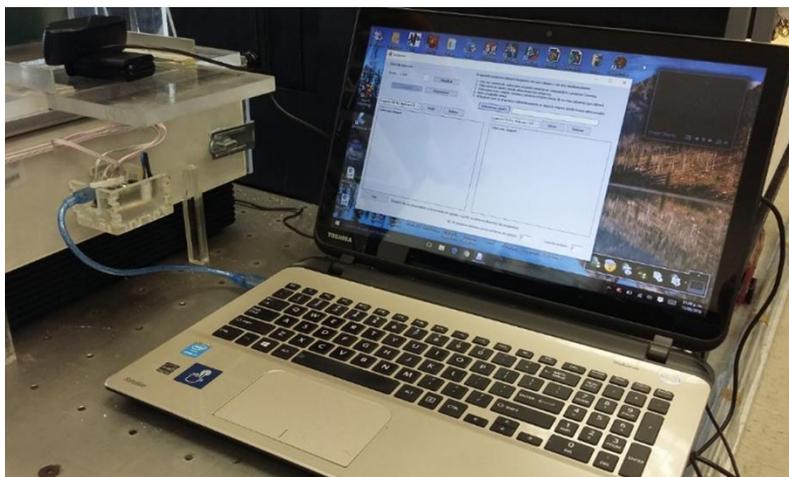


ILUSTRACIÓN 9. CONEXIÓN DE LAS CÁMARAS Y EL MICROCONTROLADOR VÍA USB



ILUSTRACIÓN 10. ARREGLO EXPERIMENTAL

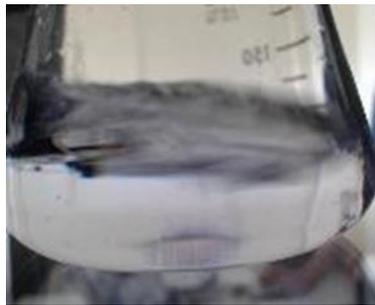
Para un funcionamiento correcto es necesario limitar la luz que ingresa al equipo para evitar cualquier tipo de reflejos.

III. RESULTADOS

Dentro de las carpetas se muestran las imágenes como se muestran en la Ilustración 13. Dichas imágenes permiten visualizar el cambio a lo largo del proceso de agitación. Para una agitación a 150 [rpm] durante 50 [s] se capturaron 445 imágenes con cada una de las cámaras.



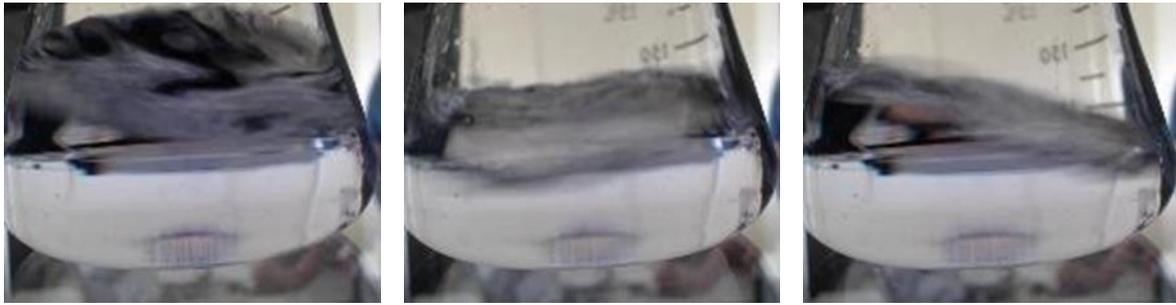
$t = 33.82$ [s]



$t = 33.93$ [s]



$t = 34.04$ [s]



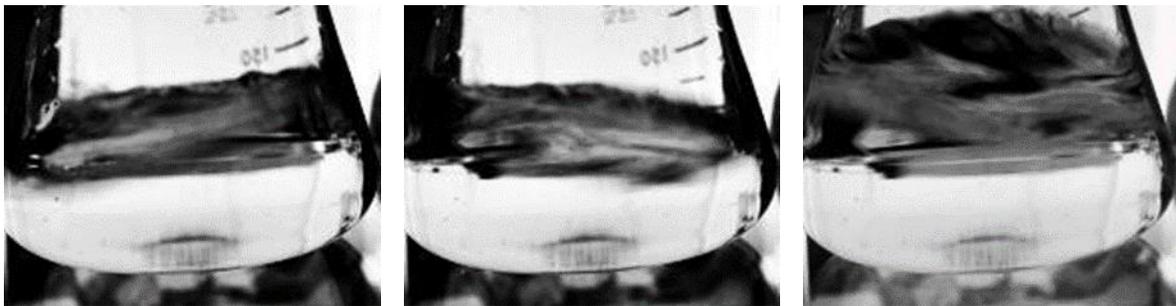
t = 34.15 [s]

t = 34.26 [s]

t = 34.38 [s]

ILUSTRACIÓN 11. IMÁGENES CAPTURADAS CON LA CÁMARA EN UN CICLO DE AGITACIÓN (CÁMARA 2).

Después de la captura se puede utilizar un software de arte digital y dibujo para controlar parámetros como el contraste, el brillo y los colores. Para este caso se empleó Corel Painter X3®. En las imágenes capturadas (Figura 12) se puede notar en la superficie del fluido el comportamiento que tiene en 6 etapas dentro de un ciclo de agitación.



t = 33.82 [s]

t = 33.93 [s]

t = 34.04 [s]



t = 34.15 [s]

t = 34.26 [s]

t = 34.38 [s]

ILUSTRACIÓN 14. IMÁGENES CON PROCESAMIENTO

IV. CONCLUSIONES

Es un sistema sencillo, consta de pocos elementos y además el software desarrollado es compatible en la mayoría de sistemas de cómputo actuales.

El desarrollo de este prototipo facilita la adquisición de imágenes para varios métodos de análisis de imágenes como el PIV entre otros, desde una etapa temprana de la agitación, permitiendo

reconstruir los perfiles de velocidad. La sincronización de una o de las dos cámaras con la fase de la agitación permite observar con mayor claridad el comportamiento de un fluido ya que tiene dos planos de visualización en cada instante en que se captura la imagen. Es necesario limitar la luz que ingresa al equipo para evitar cualquier tipo de reflejos para la captura de imágenes. Se pretende que este dispositivo funcione como base para la aplicación de esta metodología en diversos tipos de agitadores.

V. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al profesor Miguel Ángel Bazán Ramírez y al profesor Jesús Pérez ambos de la Facultad de Ingeniería de la UNAM por el apoyo otorgado en el desarrollo de este proyecto.

REFERENCIAS

- [1] E. Mancilla, C. A. Palacios-Morales, M. S. Córdova-Agilar, M. A. Trujillo-Roldán, G. Ascanio, R. Zenit. A hydrodynamic description of the flow behavior in shaken flasks, *Biochem. Eng. J.* (2015).
- [2] Gaden, E. L. (1962). Improved shaken flask performance. *Biotechnology and Bioengineering*, 4(1), 99-103.
- [3] J. Westerweel. Fundamentals of digital particle image velocimetry, *Meas. Sci. Technol.* 8 (1997).