



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE
SUPERESTRUCTURAS DE PUENTES
CARRETEROS**

T E S I S

Que para optar por el grado de:

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)**

Presenta:
CARLOS TÉLLEZ GARCÍA

Director de Tesis:
Dr. Roberto Gómez Martínez



Cd. Universitaria, México D.F. noviembre del 2005

DEDICO EL SIGUIENTE TRABAJO:

A aquél que nos da la vida,

A mis padres Francisco y Vico

A mis hermanos Paco e Ileana

A mis maestros

A mis amigos, en especial a Kiwi[†]

AGRADECIMIENTOS

Agradezco entrañablemente a mi Universidad Nacional Autónoma de México, en especial a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, por haberme permitido especializar en sus aulas.

Valoro y reconozco profundamente al Dr. Roberto Gómez Martínez por su dirección y apoyo, paciencia y tiempo, que me brindó durante la realización de esta tesis. Su amistad, conocimientos sobre la ingeniería estructural y su confianza, los aprecio sinceramente.

Igualmente agradezco al Dr. Alberto Escobar Sánchez por su amistad, sus consejos y ayuda desinteresada durante la realización de este trabajo y especialmente durante mi estancia en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Mis sinceros agradecimientos al Dr. David Muría Vila, al Dr. Orlando Díaz López y al Dr. Oscar López Bátiz, reconocidos investigadores y profesores universitarios, por su disposición y tiempo para la revisión de esta tesis. Sus comentarios y sugerencias contribuyeron en gran medida a mejorar este trabajo.

Reconozco al CONACYT por el apoyo económico con que me favoreció durante mis estudios de posgrado.

Valoro y agradezco al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por las facilidades recibidas durante gran parte de mis estudios universitarios de posgrado, así como por su labor comprometida en el desarrollo y mejoramiento de la práctica de la ingeniería.

Mi agradecimiento a Marco Torres, Jesús "El Tirirí", Iván Forcada, Alberto Subotai y Miguel Ángel Fernández, por su amistad, consejos e información que me proporcionaron, que fue de gran utilidad en la realización de este trabajo.

Índice

Introducción

Capítulo 1. Determinación de los casos de estudio

- 1.1 Criterio de selección de puentes para su evaluación
- 1.2 Puentes evaluados

Capítulo 2. Métodos de evaluación

- 2.1 Medición de la confiabilidad
- 2.2 Índice de confiabilidad
- 2.3 Análisis de confiabilidad
- 2.4 Atributos deseables en los procedimientos de diseño basados en la teoría de confiabilidad
- 2.5 Factor de evaluación de cargas.

Capítulo 3. Análisis de la demanda

- 3.1 Carga Viva
- 3.2 Combinaciones y condiciones de carga
- 3.3 Efectos máximos sobre las trabes
- 3.4 Resultados del análisis de la demanda

Capítulo 4. Análisis de la capacidad de resistencia de superestructuras de puentes en México

- 4.1 Metodología para la determinación de la capacidad no determinista de la resistencia.
- 4.2 Parámetros estadísticos de las variables consideradas
- 4.3 Análisis de la capacidad resistente de las secciones de puentes estudiadas
- 4.4 Determinación de las ecuaciones de capacidad (resistencia) de las nervaduras y trabes de sección compuesta en función de los índices de resistencia de sus materiales constitutivos.

Capítulo 5. Resultados del estudio

- 5.1 Índices de confiabilidad β
- 5.2 Factor de evaluación de carga móvil (RF)

Conclusiones

Bibliografía

ANEXOS

ANEXOS A. Evaluación de la resistencia y la demanda de los casos estudiados de nervaduras de concreto reforzado y sección compuesta.

ANEXOS B. Determinación de los parámetros estadísticos de demanda y resistencia para los caso estudiados de nervaduras de concreto reforzado y trabe de sección compuesta.

ANEXOS C. Determinación de los Factores de Evaluación (RF). Nivel de inventario y operación.

Índice analítico

Introducción

Las formas en que las diversas estructuras fallan, así como la ocurrencia y frecuencia en que se presentan estas fallas, generan consecuencias económicas y sociales en mayor o menor medida, pero además, evidencian la considerable diferencia que existe entre sistemas reales e hipotéticos.

Las cargas que se aplican al sistema, la caracterización de sitio, las propiedades de los materiales que se utilizan, los procedimientos y formulaciones desarrolladas o utilizadas, y la adecuación de los tamaños y formas vaticinados del sistema y sus elementos, se encuentran lejos de ser exactos. Lo anterior se debe a que se encuentran sujetos a complejas interrelaciones, defectos del material, deficiencias en la estructura o errores humanos, que genera la variación en los grados de aleatoriedad.

En la actualidad, la tendencia en la ingeniería civil se dirige a proveer diseños económicos con niveles de seguridad específicos. En muchas ocasiones, para alcanzar este objetivo se necesita predecir el comportamiento de un sistema para el cual existe poca o nula experiencia.

Los procedimientos de diseño actuales, que generalmente han sido desarrollados después de múltiples experiencias o experimentos de ensayo y error, en múltiples ocasiones se han quedado cortos ante situaciones nuevas o inusuales que no han satisfecho las expectativas que se tiene sobre los mismos.

Por lo anterior, generalmente se incrementan las precauciones o factores de seguridad, lo que incide directamente en el tipo de información que se obtiene con respecto a los datos que se utilizan para la solución de un determinado problema, en los que se observa una significativa variabilidad.

Los materiales que se utilizan con mayor frecuencia en la ingeniería civil, contienen imperfecciones microcristalinas o fallas llamadas dislocaciones, éstas, son una de las principales causas del inicio del agrietamiento, así como de su propagación. Debido a la complejidad para determinar la influencia que esto tiene sobre el comportamiento o degradación de las estructuras, no se ha podido desarrollar hasta la fecha una teoría general que relacione los esfuerzos que esto genera en la deformación y comportamiento final de la estructura. En este sentido, por simplicidad se caracteriza al material completamente, asumiendo sus propiedades inherentes como estables y únicas.

Tradicionalmente, las cargas se modelan o representan como acciones completamente definidas, sin embargo, por lo general, las cargas que actúan en los diferentes sistemas nunca se conocen completamente, ya que existen incertidumbres en cuanto a su frecuencia e intensidad; es decir, casi todas las cargas que actúan sobre las estructuras son aleatorias. Este hecho provoca que frecuentemente las estructuras se vean sujetas a sobrecargas o sobredemandas de resistencia.

El diseño estructural es un proceso lleno de incertidumbres, razón por la cual actualmente se desarrollan métodos que involucran la naturaleza estadística de parámetros, tales como: cargas actuantes sobre la estructura, propiedades de los materiales y en general, de toda la estructura. Estos métodos se han utilizado satisfactoriamente, no solamente en el diseño de nuevas estructuras, sino además, en la evaluación del grado de seguridad de las estructuras ya construidas.

En la práctica, se han propuesto diversos índices para evaluar el estado estructural que guardan las estructuras de puentes ante diversas condiciones de carga. El cálculo de estos índices generalmente se realiza con propiedades deterministas de los parámetros involucrados en el proceso de diseño de las estructuras, pero considerando diversos factores de carga que contemplen la incertidumbre existente. En este trabajo se recurrió al denominado Factor de Evaluación de Carga del AASHTO, el cual proporciona un parámetro de referencia para determinar si el comportamiento del puente es satisfactorio o no, o hasta que nivel de carga es capaz de resistir la estructura sin sufrir daños o llegar al colapso.

El principal objetivo de esta tesis es el determinar si el comportamiento de algunas estructuras de puentes, representativas del sistema carretero mexicano, presentan un comportamiento satisfactorio ante las nuevas condiciones vehiculares que imperan en el país. Lo anterior se realizará mediante la aplicación de métodos no deterministas, que consideran la variación de los parámetros principales que intervienen en el diseño de la estructura, así como también mediante la obtención del

Factor de Evaluación de Carga (RF) del AASHTO, de uso común en la práctica para la evaluación de estructuras de puentes ya existentes.

El presente trabajo, se encuentra dividido en seis capítulos, incluidas las conclusiones más importantes derivadas de los resultados.

En el capítulo 1, “Determinación de los casos de estudio”, se hace una breve descripción del proceso y los criterios de selección de los puentes estudiados en esta tesis, así como también la descripción de sus principales características.

En el capítulo 2, “Métodos de Evaluación”, se presentan algunos métodos y herramientas estadísticas utilizadas para la realización de estudios de confiabilidad, así como también la descripción y justificación del Factor de Evaluación de Cargas (RF) como un parámetro para evaluar la capacidad de carga de los puentes estudiados y su grado de seguridad.

El capítulo 3, “Análisis de la demanda de resistencia en puentes”, se explica el procedimiento utilizado para medir los efectos que se producen en las superestructuras de los puentes ante carga vertical, flexión y cortante, debidos a la carga móvil que actúan sobre las estructuras de puentes evaluados, así como las características de dichas cargas.

En el capítulo 4, “Análisis de la capacidad de resistencia de superestructuras de puentes en México”, se presentan los resultados obtenidos del análisis de la capacidad resistente de las superestructuras de puentes que se evalúan en la tesis.

En el capítulo 5, “Resultados del estudio”, se presentan en forma general los resultados del estudio.

Finalmente, en el capítulo 6, “Conclusiones”, se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas de los resultados de este trabajo.

Capítulo 1

Determinación de los casos de estudio

Según estimaciones del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, para el año 2002, el sistema carretero nacional alcanzaba los 340,973 km de longitud (Tabla 1.1), donde potencialmente transitan 18.5 millones de vehículos, distribuidos en 12.5 millones de automóviles, 5.5 millones de camiones de carga, 222 mil camiones para pasajeros y 300 mil motocicletas.

Tabla 1.1. México: Red Federal de Carreteras en el año 2002 ⁽¹⁾

CONCEPTO	LONGITUD [km]
Total	340 973
Troncal Federal	48 288
a) De cuota ⁽²⁾	6 667
b) Libre	41 621
Alimentadoras	65 860
Caminos rurales	162 085
Brechas mejoradas	64 740

Notas:

(1) Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes

(2) Incluye la red administrada por CAPUFE, más las autopistas concesionadas y estatales de cuota

Al 30 de junio de 2003, la red federal libre de peaje es de 41 521 km (Tabla 1.2), de éstos, el 57% tiene más de 30 años de servicio y sólo el 14% tiene menos de 15 años (Figura 1.1), lo que indica que fue diseñada y construida utilizando normas y técnicas que en la actualidad ya han sido superadas.

Tabla 1.2. Red Federal Pavimentada ^{(1), (2)}

ENTIDAD	Longitud (km)					
	Lineal			Equivalente		
	TOTAL	BASICA	SECUNDARIA	TOTAL	BASICA	SECUNDARIA
AGUASCALIENTES	379.78	202.21	177.57	524.67	340.05	184.62
BAJA CALIFORNIA	1,474.70	914.84	559.86	1,590.71	989.75	600.96
BAJA CALIFORNIA SUR	1,199.86	1,070.62	129.24	1,249.06	1,119.82	129.24
CAMPECHE	1,258.85	762.22	496.63	1,277.25	780.62	496.63
COAHUILA	1,522.60	1,087.80	434.8	1,880.84	1,389.24	491.6
COLIMA	283.28	154.8	128.48	342.34	209.03	133.31
CHIAPAS	2,188.45	1,620.94	567.51	2,260.69	1,675.68	585.01
CHIHUAHUA	2,164.82	1,060.83	1,103.99	2,534.34	1,404.63	1,129.71
DURANGO	1,914.30	729.7	1,184.60	1,975.00	778.7	1,196.30
GUANAJUATO	1,113.00	469.91	643.09	1,327.02	674.73	652.29
GUERRERO	1,900.12	832.64	1,067.48	1,944.66	857.39	1,087.27
HIDALGO	840.79	325.27	515.52	973.39	457.87	515.52
JALISCO	2,031.65	1,142.46	889.19	2,152.21	1,260.32	891.89
MEXICO	772.6	347.49	425.11	949.84	466.53	483.31
MICHOACAN	2,291.65	1,441.70	849.95	2,446.67	1,581.52	865.15
MORELOS	258.14	141.3	116.84	288.34	171.1	117.24
NAYARIT	781.63	384.7	396.93	824.14	419.43	404.71
NUEVO LEON	1,140.45	905.55	234.9	1,521.44	1,284.74	236.7
OAXACA	2,777.80	1,209.35	1,568.45	2,834.15	1,225.55	1,608.60
PUEBLA	1,134.45	718.47	415.98	1,172.25	755.47	416.78
QUERETARO	452.1	56.1	396	505.3	91.6	413.7
QUINTANA ROO	829.9	503.1	326.8	899.3	571	328.3
SAN LUIS POTOSI	1,621.09	758.6	862.49	1,941.70	1,030.60	911.1
SINALOA	747.9	691.6	56.3	928.1	866.1	62
SONORA	1,772.01	1,268.58	503.43	1,993.69	1,481.88	511.81
TABASCO	588.33	424.96	163.37	667.82	504.45	163.37
TAMAULIPAS	2,232.95	1,370.88	862.07	2,474.20	1,588.73	885.47
TLAXCALA	552.87	236.9	315.97	604.91	277.4	327.51
VERACRUZ	2,434.23	1,388.00	1,046.23	2,489.98	1,440.73	1,049.25
YUCATAN	1,257.48	335.37	922.11	1,333.27	402.36	930.91
ZACATECAS	1,502.64	1,023.20	479.44	1,598.84	1,086.68	512.16
TOTAL	41,521.50	23,619.47	17,902.03	45,629.43	27,239.81	18,389.62

Notas:

- (1) Fuente: Secretaria de Comunicaciones y Transportes
- (2) Información al 30 de junio del 2003

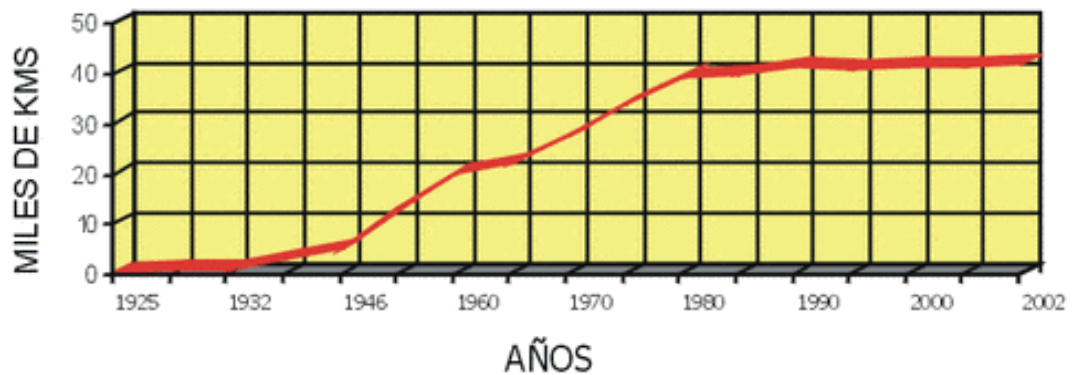


Figura 1.1. Antigüedad de la Red Carretera Federal
(Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

Según cifras de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, el 25 % de la longitud de la red federal soporta tránsitos diarios de más de 6,000 vehículos y el 21% tiene problemas de capacidad para atender sus tránsitos en condiciones óptimas de seguridad y economía, ya que durante los últimos 10 años los pasajeros transportados por carretera se han incrementado en un 40.3% y la carga en un 24.9%. Así mismo las cargas autorizadas de los vehículos han crecido de manera importante, al pasar de 34 toneladas en 1960 a 66.5 en 1997.

En México el transporte carretero es el medio más importante debido al considerable número de pasajeros y carga que son movilizados a lo largo del territorio nacional, de ahí la importancia estratégica que tiene para la economía nacional la conservación de su infraestructura carretera.

Destacan por su aforo vehicular las carreteras troncales federales, que son ocupadas por 62,700 camiones para pasajeros y 400 mil camiones de carga de los cuales 353 mil son para carga general y 50 mil de carga especializada. Por esta red se transportaron 2,750 millones de pasajeros y se movilizaron 411 millones de toneladas de carga en el año 2002.

El estado físico de la red federal de carreteras libre de peaje, con una longitud aproximada de 42,000 km ha mejorado en los últimos 10 años, al pasar del 43% de su longitud en buenas o aceptables condiciones que se tenían en 1994, a un 66% en dichas condiciones a finales de 2001 y un 70% para fines de 2002. Sin embargo, el estado en buenas condiciones sólo mejoró 2% en los últimos 10 años y se observa un retroceso en este rango entre el año 2000 en que representaba el 25% y el 2002 con el 20% (Figura 1.2).

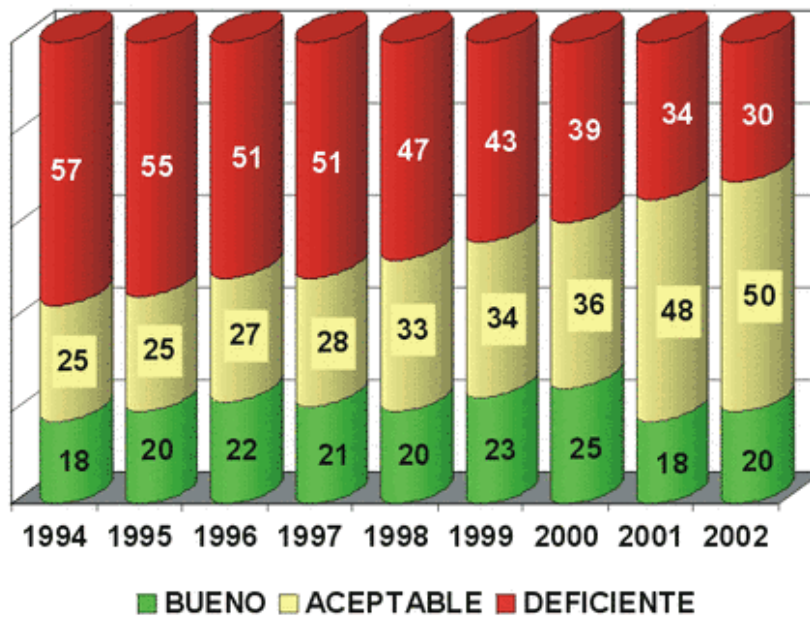


Figura 1.2. Estado físico de la Red Carretera Federal
(Fuente: Secretaria de Comunicaciones y Transportes)

Para el año 2003, el estado físico de la red federal de carreteras, se encontraba en buenas condiciones el 21%, en forma aceptable el 52% y el 27% en estado deficiente (Figuras 1.3).

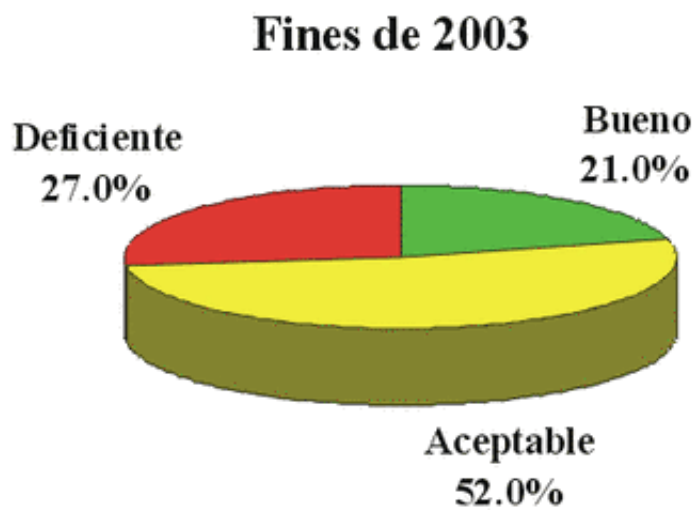


Figura 1.3. Estado físico estimado de la Red Carretera Federal
(Fuente: Secretaria de Comunicaciones y Transportes)



Figura 1.4. Estado físico estimado de la Red Carretera Federal
(Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

En la Dirección General de Conservación de Carreteras de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, se utilizan dos modelos de gestión para determinar de una manera sistemática, los trabajos de conservación requeridos en las carreteras federales libres de peaje. Estos sistemas son el SISTER (Sistema de Simulación de Estrategias de Mantenimiento Carretero por sus siglas en francés) y el SIPUMEX (Sistema de Puentes de México) que brevemente se describen a continuación.

Con el modelo denominado Sistema de Simulación de Estrategias de Mantenimiento Carretero (**SISTER**), se simula la evolución del estado físico de las carreteras a partir de la ejecución de determinadas obras (Figura 1.5), por consiguiente para su aplicación es necesario conocer el estado físico de la red federal, lo cual se logra a partir de un inventario de daños, que se realiza anualmente con personal de los Centros SCT en los meses de noviembre y diciembre.

El modelo SISTER como cualquier otro, consiste esencialmente en considerar en su conjunto a la red vial por administrar, a partir de un banco de datos, definiendo una estrategia óptima de mantenimiento a partir de simulaciones de las consecuencias de varias alternativas de inversión y/o diferentes obras a realizar, lo que otorga la posibilidad de evaluar técnica y económicamente cada una de estas propuestas.

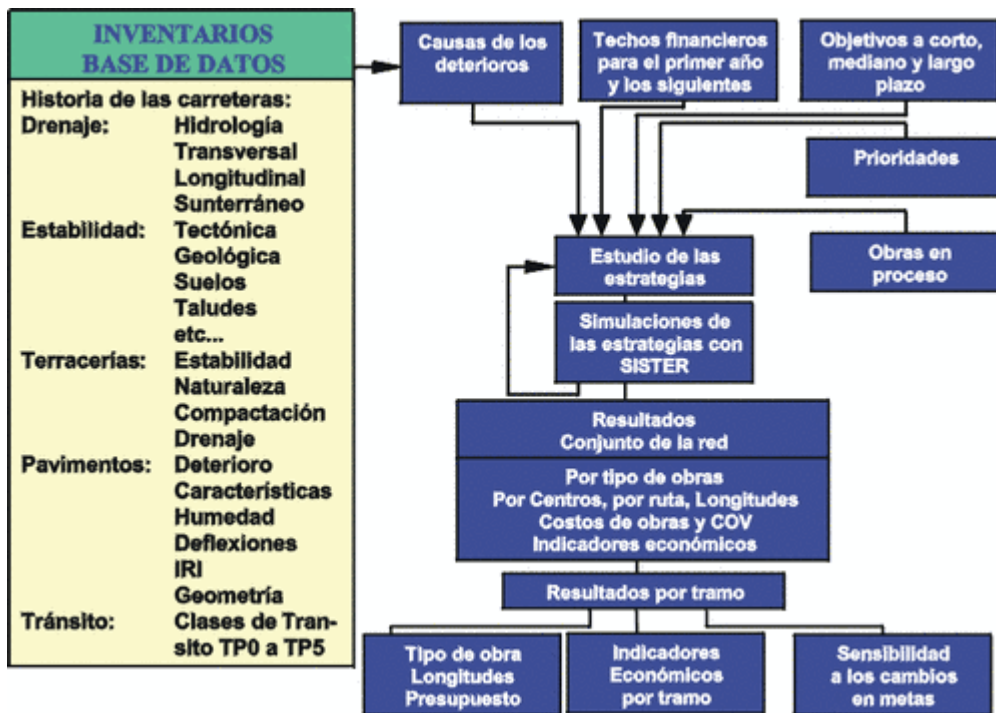


Figura 1.5. La programación del mejoramiento de la red carretera se realiza por medio del Sistema de Simulación de Estrategias de Mantenimiento Carretero (**SISTER**).
(Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

Además el modelo permite conocer la evolución del estado físico de la red de conformidad con las asignaciones y estrategias autorizadas, así como la tendencia y el tiempo de recuperación de la red a niveles internacionales (50% bueno y 50% en aceptable estado), con las asignaciones requeridas a corto y/o largo plazo según la estrategia y el período de evaluación escogido.

También, la Dirección General de Conservación de Carreteras (DGCC) tiene a su cargo la atención de los 6,854 puentes de la red federal de carreteras libres de peaje.

El sistema cuenta con una base de datos en la que se tiene el inventario de todos los puentes con sus características geométricas y estructurales básicas, su ubicación, los materiales de que están contruidos, su estado físico y los datos de tránsito de los vehículos que soportan (Figura 1.5).

Personal de los Centros SCT realiza las inspecciones visuales de los puentes, según una previa programación, y se actualiza la base de datos central localizada en la DGCC en promedio cada dos años para cada uno de los puentes.

Con las inspecciones y actualizaciones, se pueden detectar deterioros y deficiencias causadas por un diseño inadecuado o un procedimiento constructivo incorrecto y se reduce al mínimo la probabilidad de que se colapse alguna estructura por causas ajenas a emergencia hidrometeorológicas o sísmicas. (Figura 1.6).

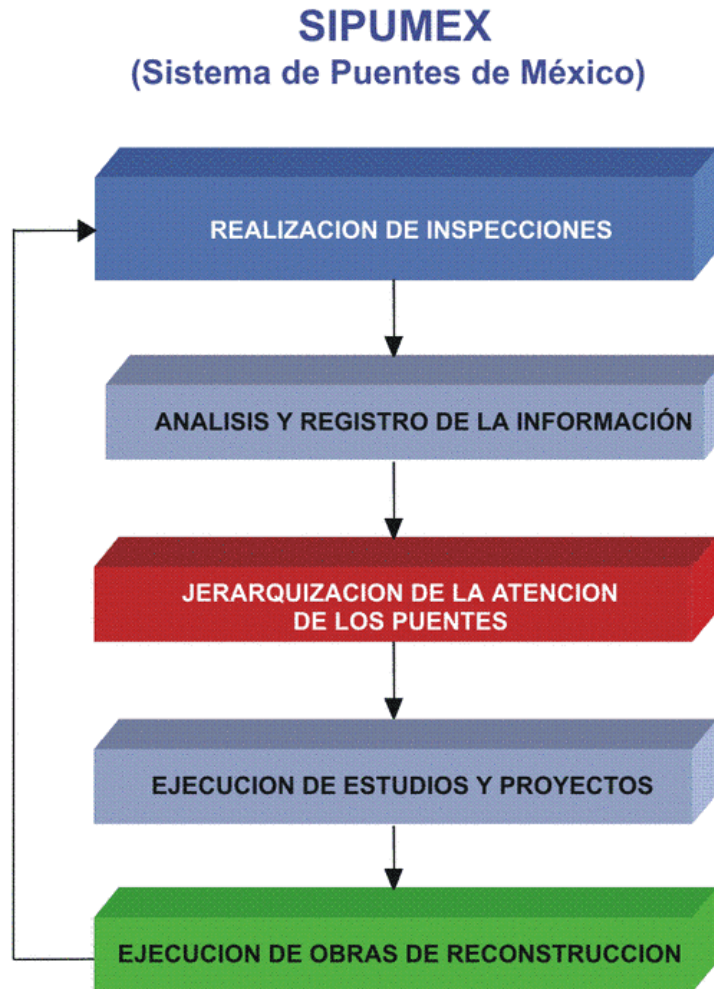


Figura 1.6. Sistema de Puentes de México (SIPUMEX). Una buena programación y su oportuna ejecución, reduce los riesgos causados por deterioros y deficiencias de construcción de los puentes. (Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

El estado físico de los puentes se denota con una calificación que va de "cero" (puentes que no requieren atención) a "cinco" (condición crítica de los puentes que requieren atención en el año en curso o en el siguiente). La calificación del estado físico de los puentes se muestra en la tabla 1.3.

Al utilizar como parámetros la calificación de los puentes y el tránsito diario promedio anual de vehículos, se obtiene un listado de puentes en orden de prioridad, en el que se incluye el costo estimado de los trabajos requeridos. Este listado da origen al

programa de estudios y proyectos de puentes del año en que se realiza la jerarquización y al programa de obras de reconstrucción de puentes del año siguiente.

Tabla 1.3. Calificación del estado físico de los puentes ⁽¹⁾

CALIFICACIÓN	
0	Estructuras recientemente construidas o reparadas, sin problemas
1	Puentes en buen estado, no requieren atención
2	Estructuras con problemas menores, plazo de atención indefinido
3	Daño significativo, reparación necesaria en un plazo de 3 a 5 años
4	Daño grave, reparación necesaria en un plazo de 1 a 2 años
5	Daño extremo o riesgo de falla total. Se requiere reparación inmediata o al año siguiente.

Notas:

(1) Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes

Los puentes están construidos en su mayoría con concreto reforzado 67%, el 18% son de concreto presforzado, 8% son de concreto y acero, 4% de acceso, el 2% de mampostería y el 1% con estructura espacial (Figura 1.7).

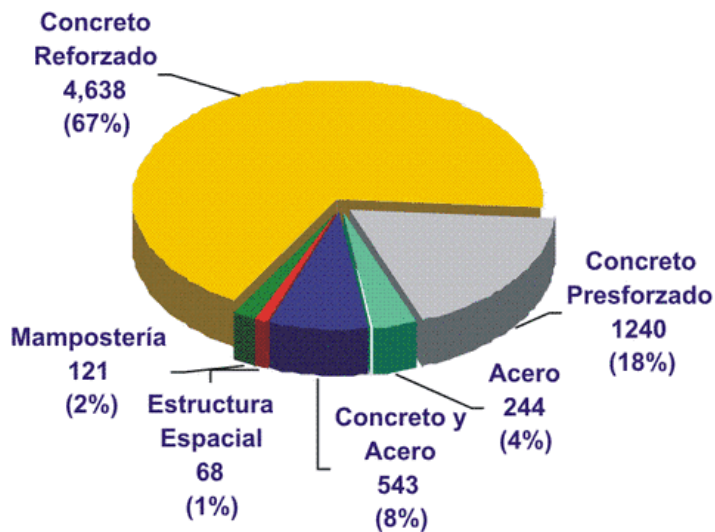


Figura 1.7. Distribución de puentes por tipo de material
(Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

De acuerdo con el Programa Nacional de Conservación de Carreteras 2004, el presupuesto asignado a este rubro fue de 4,895 millones de pesos, de los cuales el 76% se destinó a mejorar el estado físico de la red e incrementar la seguridad. De estos recursos 194 millones se asignaron a la reconstrucción de 44 puentes y 100 millones a la conservación rutinaria de puentes (Tabla 1.4).

Tabla 1.4. Programa Nacional de Conservación de Carreteras 2004.
Resumen de Asignaciones y Metas

TOTAL			\$ 4,895,300,000.00
<i>I.- MEJORAR EL ESTADO FÍSICO DE LA RED E INCREMENTAR LA SEGURIDAD</i>			\$ 3,729,450,000.00
PROGRAMA	UNIDAD	META	TOTAL ASIGNACIÓN (\$)
Reconstrucción de tramos			
Conservación periódica	km	6,525.25	2,475,849,049.00
Carpeta	km	411.60	174,378,612.00
Recuperación de pavimento y carpeta	km.	758.30	614,359,625.00
Recuperación de pavimento y riego de sello	km.	188.10	64,602,100.00
Renivelación y carpeta	km	1,005.16	586,391,574.00
Renivelación y riego de sello	km	2,157.69	624,676,829.00
Carpeta delgada	km	121.60	52,636,000.00
Riego de sello	km	1,653.60	201,906,309.00
Fresado y carpeta	km	189.30	131,916,000.00
Base hidráulica y carpeta en acotamiento	km	14.90	6,000,000.00
Renivelación y carpeta delgada	km	19.90	7,932,000.00
Protección marginal	km	5.10	7,050,000.00
Reparación de asentamiento por obra de drenaje	pieza	2.00	4,000,000.00
Propimi	km	432.90	211,000,000.00
Reconstrucción de puentes	puente	44.00	194,000,000.00
Atención de puntos de conflicto	punto	104.00	155,451,604.00
Señalamiento	km	42,686.56	154,150,000.00
Estudios y/o proyectos			50,000,000.00
Ingeniería y supervisión			40,000,000.00
<i>II.- MANTENER EL ESTADO FÍSICO DE LA RED</i>			1,165,850,000.00
PROGRAMA	UNIDAD	META	TOTAL ASIGNACIÓN (\$)
Conservación rutinaria de tramos	km	42,686.56	1,065,850,000.00
Conservación rutinaria de puentes	puente	6,751.00	100,000,000.00

(1) Fuente: Secretaria de Comunicaciones y Transportes

En el sistema carretero federal, se cuenta con 6 500, puentes, con mas de 6 m de ancho y que en total conforman aproximadamente 200 km de longitud.

Alrededor del 70% de los puentes en México se construyeron antes de 1970, por lo que se proyectaron con cargas correspondientes a un vehículo tipo H-15 de 13.6 t y carga máxima para un eje de 10.9 t.

Entre 1950 y 1960, los puentes se construyeron para soportar cargas tipo HS-15 DE 24.5 t y una descarga máxima por eje de 10.9 t. A partir de 1970, se adoptó el vehículo tipo HS-20, con una descarga total de 32.8 t y descarga máxima por eje de 14.6 t.

En 1980, debido a la evolución e incremento de las cargas, la SCT publica un reglamento de pesos y dimensiones, en el cual se aceptan vehículos con mayor carga en los ejes tándem, tales como el T3-S3 de 46 t y T3-S2-R4 de 77.5 t de peso y descarga máxima por eje de 18 t.

En el presente trabajo, se evalúan los efectos que producen las cargas vivas vehiculares que transitan sobre algunos puentes nervurados de concreto reforzado, representativos del sistema carretero nacional. Para dicha evaluación, se utilizan diversas herramientas estadísticas de carácter probabilístico, para obtener índices de confiabilidad de las superestructuras de los puentes considerados para su estudio, a partir de la variabilidad de resistencia de sus materiales constitutivos (acero y concreto).

Dada la cantidad de puentes que existen en la Red de Carreteras Nacionales y las diferencias que existen entre ellos (edad, criterio de diseño, tipo de puente e información disponible, entre otras), fue necesario establecer parámetros para seleccionar los diversos puentes evaluados en este trabajo. En este capítulo se explican algunos de estos criterios.

1.1 Criterio de selección de puentes para su evaluación

La información recopilada sobre los puentes empleados en este trabajo, se basa en la obtenida del Sistema de Puentes de México (SIPUMEX), el cual cuenta con un inventario de la totalidad de los puentes de la Red Federal de Carreteras; además de la base de datos de la Dirección General de Conservación de Carreteras.

1.1.1 Características de la carretera

El primer criterio de selección de los tipos de puentes a estudiar, fue el tipo de carretera en los que estos se encontraban. En este sentido, se consideraron

únicamente estructuras de puentes pertenecientes a carreteras tipo A y B¹ y pertenecientes a los diez ejes troncales principales del país, dado que en estos se tiene el mayor tránsito diario promedio anual (TDPA) y el mayor tránsito de vehículos pesados (Figura 1.8).

Los ejes troncales mencionados, son los siguientes:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) México – Nogales | 6) Mazatlán – Matamoros |
| 2) México – Nuevo Laredo | 7) Manzanillo – Tampico |
| 3) Querétaro – Ciudad Juárez | 8) Veracruz – Acapulco |
| 4) Acapulco – Tuxpan | 9) Veracruz – Monterrey |
| 5) México – Chetumal | 10) Tijuana – Cabo San Lucas |



Figura 1.8. Corredores carreteros
(Fuente: Secretaría de Comunicaciones y Transportes)

¹ Se define como carretera tipo "A", aquella que su tránsito diario promedio anual (TDPA) varía entre 3000 a 5000 vehículos, llegando inclusive a los 20 000 vehículos. Se define como carretera tipo "B", aquellas que su tránsito diario promedio anual (TDPA) varía entre 1500 a 3000 vehículos.

1.1.2 Características de la superestructura

La superestructura o tablero, es la parte del puente que soporta directamente la carga móvil. A través de la historia, se han utilizado diversos materiales (madera, mampostería, acero estructural, concreto reforzado, concreto presforzado, etc.) y técnicas para su construcción (libremente apoyados, tramos continuos, arcos, atirantados, colgantes, doble voladizo, etc.).

En México, durante los años 1950 y 1970, se construyeron muchos puentes con superestructuras basadas en traveses nervuradas; sin embargo, a partir del año de 1980 se intensificó la construcción de superestructuras que utilizaban traveses presforzados o de acero, ya que permitían cubrir mayores claros con una mayor facilidad de construcción (ref. 1).

Otro parámetro importante que se consideró para este trabajo, fue la forma en que las diversas superestructuras se apoyan, dado que esto influye directamente en el análisis estructural que se realiza para el diseño del puente.

Con base en la información proporcionada por la Dirección General de Conservación de Carreteras de la SCT, se puede decir que la gran mayoría de los puentes se encuentran simplemente apoyados y presentan una configuración similar a la que se muestra en la Figura 1.9. Es por ello que diversos estudios, como el que realizó el Instituto Mexicano del Transporte (IMT) en 1999, para proponer un nuevo modelo de cargas vivas vehiculares, se basen en puentes con esta característica (ref. 2).

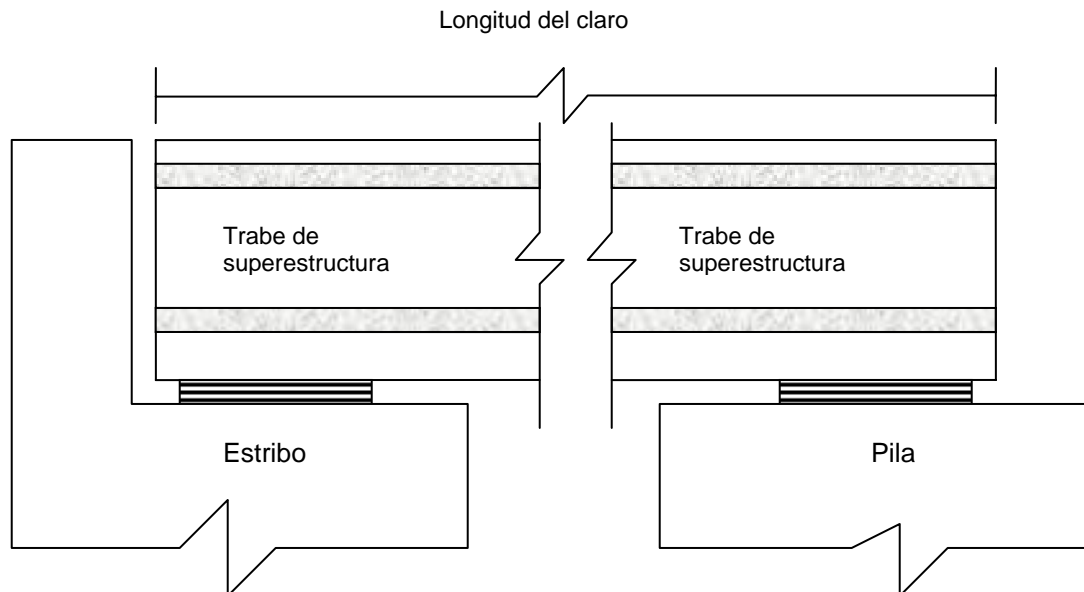


Figura 1.9. Viga simplemente apoyada

Finalmente, con base en lo anterior, se determinó que para la selección de los puentes a estudiar es necesario considerar lo siguiente:

1. El puente debe formar parte de los diez ejes troncales del país
2. El claro debe tener una longitud de entre 13 y 47 m
3. La superestructura debe estar simplemente apoyada, y
4. La superestructura debe ser con un sistema estructural ampliamente usado en el Sistema Carretero Mexicano.

Si bien en nuestro país se han empleado diversos sistemas estructurales en la construcción de puentes, esta tesis únicamente se enfocará al estudio de aquéllos realizados de concreto reforzado y sección compuesta de acero y concreto, y considerando la posible variación en la resistencia de sus elementos constitutivos.

1.2 Puentes evaluados

1.2.1 Superestructuras con nervaduras

Este tipo de estructuras consiste fundamentalmente en una losa de rodamiento colada monóticamente sobre nervaduras de concreto reforzado. Los elementos principales que distinguen a esta clase de estructuras se puede observar en la figura 1.10.

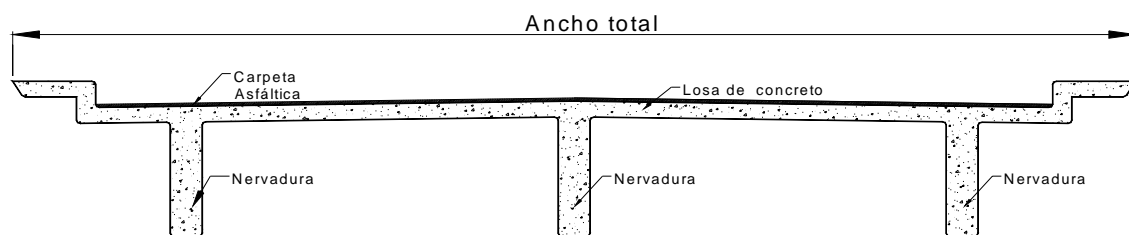


Figura 1.10. Esquema de superestructura de puente con nervaduras

En esta categoría de superestructuras se estudiaron dos puentes: Éstos corresponden a los planos T-40.15.1 y T-39.28.1, del compendio de planos para proyectos tipo de estructuras de puentes de la SOP (ref. 3). La sección transversal de estas estructuras se puede observar en las figuras 1.11 y 1.12 respectivamente.

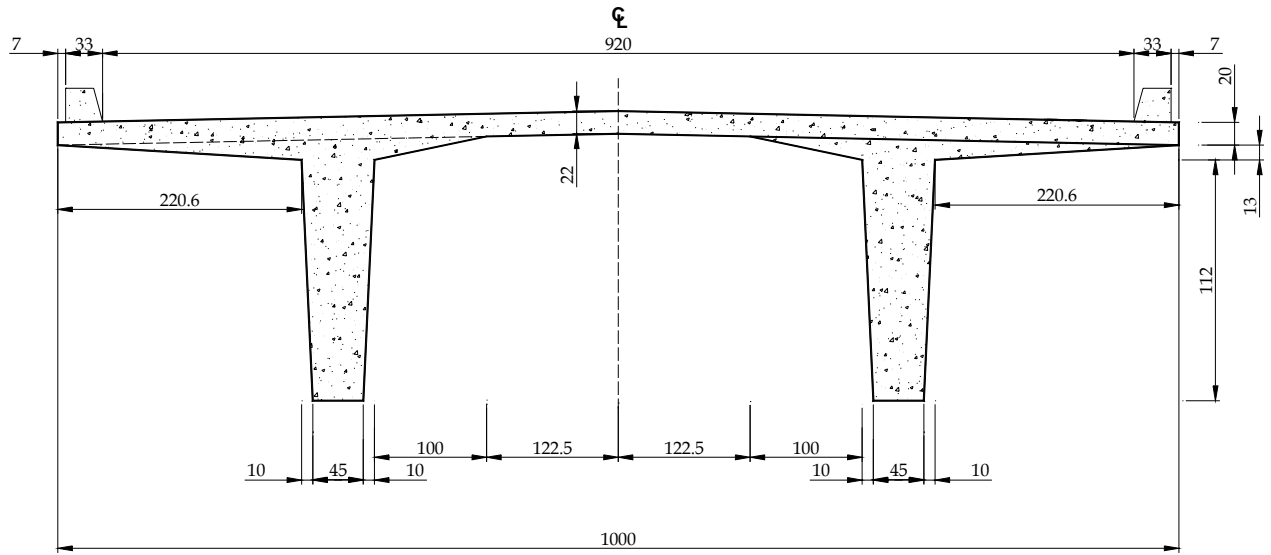


Figura 1.11. Sección transversal de la superestructura con nervaduras. Proyecto tipo, longitud del claro 15 m

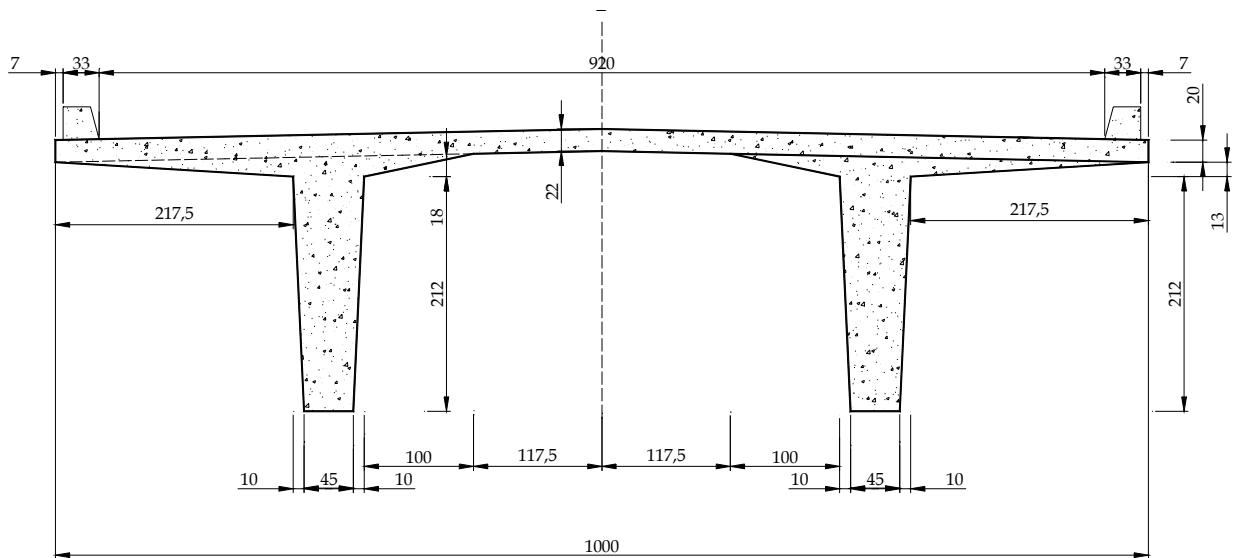


Figura 1.12. Sección transversal de la superestructura con nervaduras. Proyecto tipo, longitud del claro 28 m

Capítulo 2

Métodos de evaluación

En términos generales, la confiabilidad se puede definir como la probabilidad de éxito de un experimento; sin embargo, en el caso de la ingeniería, esta se puede definir como la probabilidad que tiene un sistema de comportarse adecuadamente durante un periodo de tiempo o bajo las condiciones propuestas de operación (ref.4). Cabe mencionar que el nivel de confiabilidad se asocia al posible costo, riesgo o beneficio social o económico del sistema que se pretende evaluar.

El diseño estructural en la Ingeniería Civil se determina generalmente mediante una valoración adecuada de la capacidad de la estructura para acomodar las demandas impuestas a través de su vida útil. Las demandas dependen del uso que se le quiera dar a la estructura y el medio ambiente que la rodea.

Varios términos se han propuesto en la literatura para designar el desempeño de una estructura ante los requerimientos de operación a los cuales se encuentra sometida, algunos de estos son resistencia, fortaleza, capacidad, carga, acciones y demanda. Durante este texto, se utilizarán los términos capacidad y demanda, denominados con las letras C y D respectivamente.

2.1 Medición de la confiabilidad

El parámetro más utilizado en la ingeniería civil para evaluar el riesgo de falla en una estructura, es el factor de seguridad permisible (FS), el cual se determina a través de la relación que existe entre los valores nominales de la capacidad (\tilde{C}) y la demanda (\tilde{D}).

$$FS = \frac{\tilde{C}}{\tilde{D}} \quad (2.1)$$

En general, se puede decir que un diseño es satisfactorio si el factor de seguridad (FS) es igual o mayor al mínimo predeterminado con base en la experiencia previa de diseños similares.

Las funciones de demanda y capacidad tienen implícitos varios factores que presentan gran variabilidad o incertidumbre. Como ejemplos del primer caso están las cargas vivas, la carga muerta, las cargas debidas al viento, la magnitud de los sismos y los esfuerzos por temperatura. Ejemplos del segundo caso pueden ser las incertidumbres en las propiedades de los materiales, el procedimiento constructivo utilizado, la supervisión en la obra y las condiciones ambientales. No obstante lo anterior, tal vez lo que más influye en la aleatoriedad de ambas funciones, es el desarrollo de sus modelos analíticos, además de las consideraciones (fórmulas, ecuaciones, etc.) usadas para determinarlas. Esquemáticamente, se pueden representar la demanda y la capacidad con base en funciones de probabilidad, como se muestra en la figura 2.1.

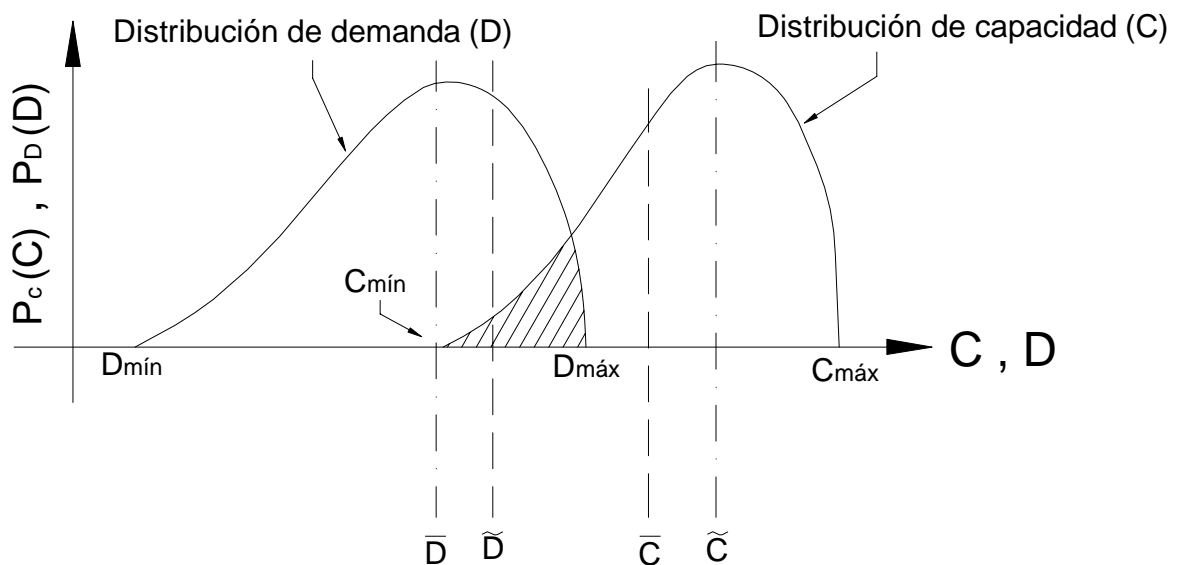


Figura 2.1. Representación esquemática de las funciones de probabilidad de capacidad (C) y demanda (D). El área sombreada representa el margen de seguridad ($S = C - D$).

Dado que los valores nominales de la capacidad (\tilde{C}) y la demanda (\tilde{D}) no pueden determinarse con certeza, el factor de seguridad resulta en si mismo una variable incierta. Ante la incertidumbre que presentan la capacidad y la demanda, se utilizan sus valores esperados respectivos y se relacionan a través de un factor central de seguridad (FCS),

$$FCS = \frac{E[C]}{E[D]} \quad (2.2)$$

donde

$E[C]$: valor esperado de capacidad

$E[D]$: valor esperado de demanda

En la práctica, se podría asignar un valor nominal menor al esperado, es decir

$$\tilde{C} = \bar{C} - h_c \sigma[C] \quad (2.3.1)$$

y establecer un valor de demanda mayor, es decir \tilde{D}

$$\tilde{D} = \bar{D} + h_d \sigma[D] \quad (2.3.2)$$

donde h_c y h_d son el número de unidades h de desviaciones estándar de capacidad ($\sigma[C]$) y demanda ($\sigma[D]$) respectivamente. Al sustituir las ecuaciones 2.3.1 y 2.3.2 en la ecuación 2.1, se llega a

$$FS = \frac{\tilde{C} = \bar{C} - h_c \sigma[C]}{\tilde{D} = \bar{D} + h_d \sigma[D]} \quad (2.4)$$

Se puede observar que el factor central de seguridad es mayor que el factor nominal de seguridad, es decir,

$$FCS > FS$$

En la figura 2.1 se observa que las distribuciones se traslapan en la zona donde existe la probabilidad de falla del sistema, la cual se puede evaluar mediante la diferencia que existe entre las funciones de capacidad y demanda. A dicha diferencia se le denomina *margen de seguridad* y se define como

$$S = C - D \quad (2.5)$$

Como se muestra en la figura 2.2, el margen de seguridad es una variable aleatoria S con una función de probabilidad $P_S(S)$. Sin embargo, resulta insuficiente asociar la probabilidad de falla con la porción negativa de la distribución de probabilidad del margen de seguridad, es decir, la porción donde $S = C - D \leq 0$ (área sombreada).

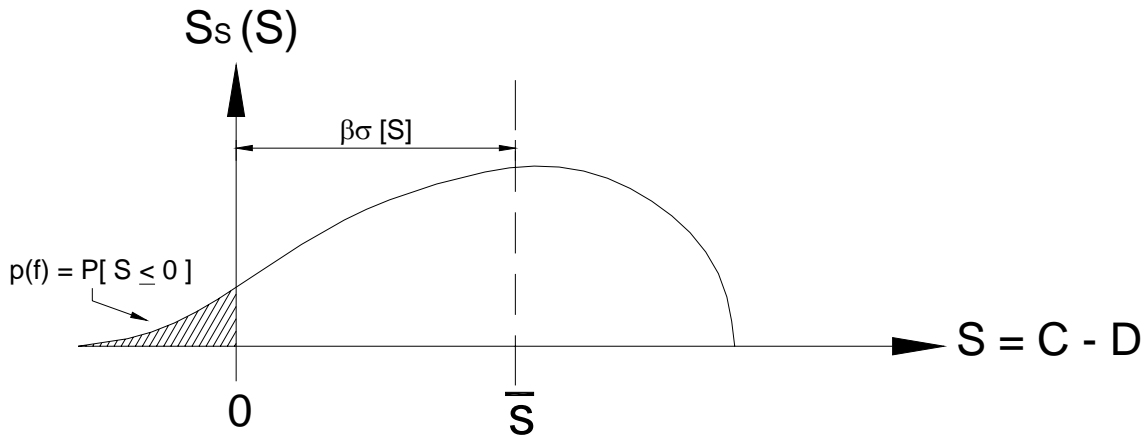


Figura 2.2. Margen de seguridad e índice de confiabilidad

De acuerdo con lo anterior, se podría pensar en determinar la probabilidad de falla del sistema $p(f)$, con la porción negativa de la distribución de probabilidad del margen de seguridad, es decir

$$p(f) = P[S = C - D \leq 0] = P[S \leq 0] \quad (2.6)$$

sin embargo, como se puede observar en la figura 2.2, esto resulta insuficiente.

Otra forma de medir si el diseño es adecuado, es el índice de confiabilidad β , el cual se define como el número de unidades de sigma $\sigma[S]$, entre el valor medio del margen de seguridad y $S = 0$ (figura 2.2), esto es:

$$\beta = \frac{\bar{S}}{\sigma[S]} \quad (2.7)$$

donde:

$\sigma[S]$: Desviación estándar del margen de seguridad y

\bar{S} : Valor medio del margen de seguridad

El índice de confiabilidad se puede definir también como el recíproco del coeficiente de variación del margen de seguridad, es decir,

$$\beta = \frac{1}{V(S)} \quad (2.8)$$

donde: $V(S) = \frac{\sigma[S]}{\bar{S}}$ es el coeficiente de variación.

Sustituyendo los valores:

$$\bar{S} = E[S] = E[C] - E[D] = \bar{C} - \bar{D} \quad (2.9)$$

y

$$\sigma^2 [S] = \sigma^2 [C - D] = \sigma^2[C] - \sigma^2[D] - 2\rho\sigma[C] \sigma[D] \quad (2.10)$$

correspondientes a la media y la varianza del margen de seguridad, en la ecuación 2.8, se obtiene

$$\beta = \frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma^2[C] + \sigma^2[D] - 2\rho\sigma[C]\sigma[D]}} \quad (2.11)$$

que es el índice de confiabilidad en términos del primer y segundo momento de las funciones de capacidad y demanda.

Se observa en la ecuación 2.11, que el margen de seguridad máximo se alcanza cuando $\rho = 1$, es decir, cuando existe una correlación positiva perfecta entre la capacidad y la demanda, y el valor mínimo, cuando $\rho = -1$, es decir, cuando existe una correlación negativa perfecta.

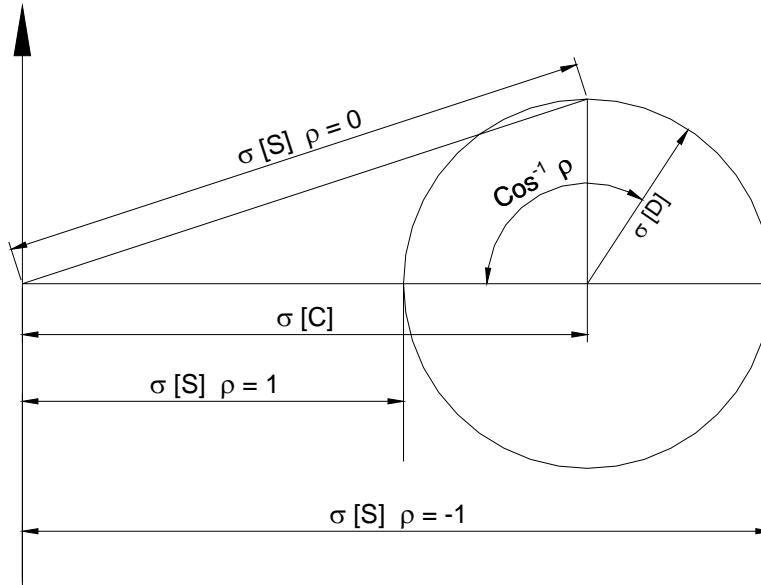


Figura 2.3. Margen de seguridad y coeficiente de correlación

Por otro lado, se puede demostrar que cualquier combinación lineal de variables con distribución normal tendrá también una distribución normal (Ref. 4). En este sentido, si la capacidad y la demanda tienen una distribución normal, el margen de seguridad tendrá también una distribución normal con las propiedades anteriormente mostradas (ecuaciones 2.9 y 2.10). Dado que el margen de seguridad tiene una distribución normal, se puede asumir la siguiente relación de probabilidad de falla

$$p(f) = \frac{1}{2} - \psi\left(\frac{\tilde{C} - \tilde{D}}{\sigma[S]}\right) \quad (2.12)$$

la cual se puede expresar en términos del índice de confiabilidad como

$$p(f) = \frac{1}{2} - \psi(\tilde{\beta}) \quad (2.13)$$

La función $\psi(\)$ se puede obtener de cualquier tabla de área bajo la curva normal estandarizada $N(0,1)$. En la figura 2.4, se muestran algunos valores de la probabilidad de falla $p(f)$ en función del índice de confiabilidad $\tilde{\beta}$, dados por la ecuación 2.13.

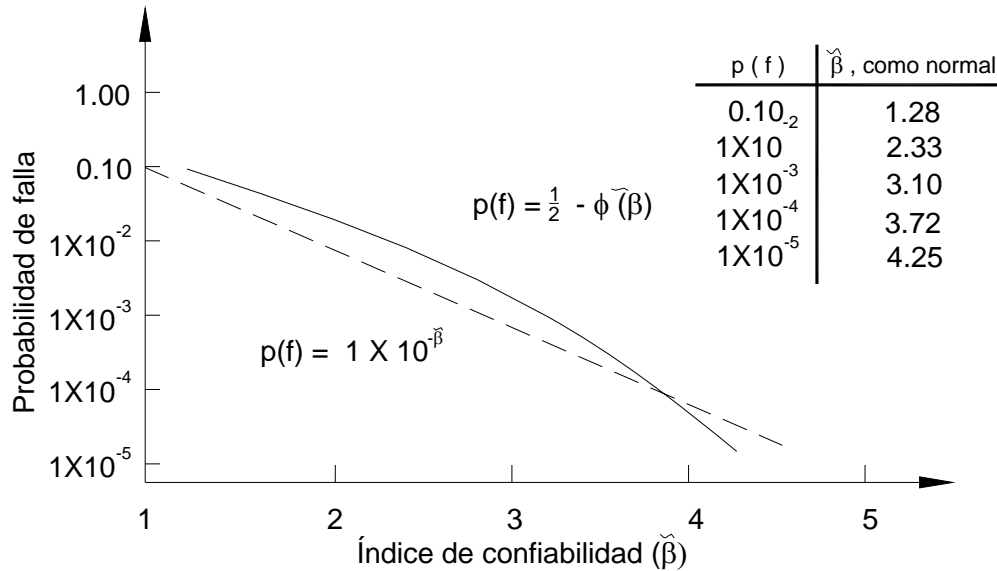


Figura 2.4. Probabilidad de falla e Índice de confiabilidad

Se observa en la figura anterior, que la probabilidad de falla varía inversamente lineal cuando el índice de confiabilidad $\tilde{\beta}$ varía linealmente.

2.2 Índice de confiabilidad

La evaluación de la confiabilidad se realiza mediante la comparación del índice de confiabilidad $\tilde{\beta}$ calculado, contra valores que se han encontrado satisfactorios en experiencias previas de sistemas semejantes. El proceso comienza con un modelo matemático que relaciona la capacidad (resistencia) y la demanda (efectos de las cargas actuantes en el sistema) para un estado límite de interés $g(C, D)$. El estado límite se especifica simbólicamente por

$$g(C,D) = S = 0 \tag{2.14}$$

Cuando $S > 0$, se puede decir que el sistema se encuentra en un estado de seguridad y cuando $S < 0$, el sistema se encuentra en un estado de falla. Estas regiones se pueden observar esquemáticamente en la figura 2.5.

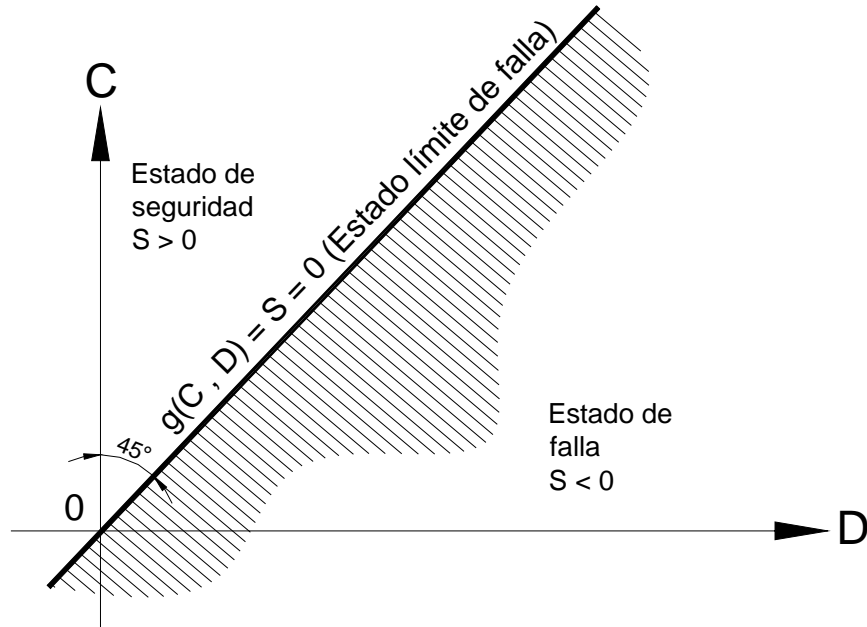


Figura 2.5. Estados límite

Estandarizando las variables correspondientes a la capacidad y la demanda, se tiene

$$C' = \frac{C - \bar{C}}{\sigma[C]} \quad (2.15)$$

y

$$D' = \frac{D - \bar{D}}{\sigma[D]} \quad (2.16)$$

Substituyendo estas variables estandarizadas en la ecuación $S = C - D = 0$, se obtiene:

$$\sigma[C]C' - \sigma[D]D' + \bar{C} - \bar{D} = 0 \quad (2.17)$$

En la figura 2.6 se muestra la gráfica de la ecuación anterior en un sistema coordinado estandarizado. Se observa que la línea del estado límite se encuentra desplazada con respecto al origen.

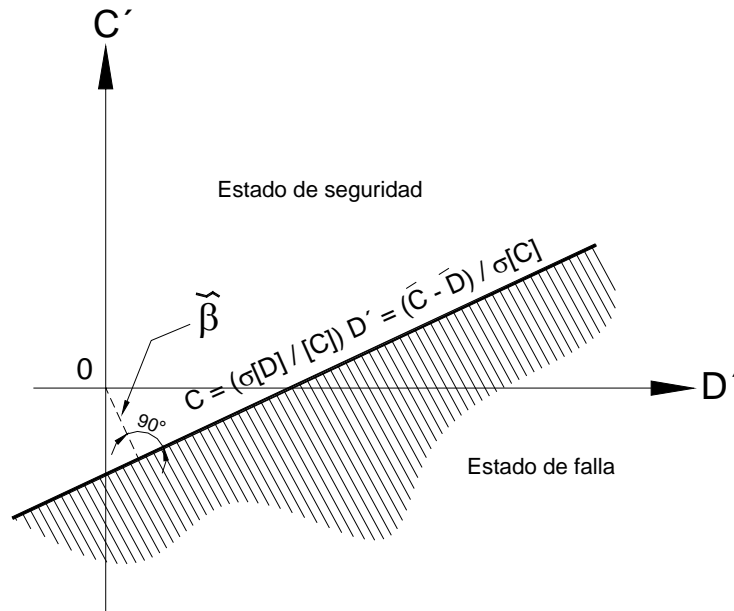


Figura 2.6. Estado límite reducido (normalizado)

Con base en conceptos de geometría analítica se puede demostrar que esta distancia es igual a:

$$D = \tilde{\beta} = \frac{\tilde{C} - \tilde{D}}{\sqrt{\sigma^2[C] + \sigma^2[D]}} \quad (2.18)$$

La cual corresponde al índice de confiabilidad $\tilde{\beta}$ para variables no correlacionadas.

Los criterios anteriores se pueden generalizar para un cierto número de variables de capacidad, demanda o condiciones de interés que intervienen en el comportamiento del sistema. Así, la ecuación 2.14 se puede generalizar como

$$g[x_1, x_2, \dots, x_N] = 0 \quad (2.19)$$

2.3 Análisis de confiabilidad

Varios métodos probabilísticos se han desarrollado para medir la distribución de probabilidad de las diversas funciones con variables aleatorias. Estos métodos se pueden dividir en tres categorías básicas: Métodos exactos, Métodos de primer orden - segundo momento y Métodos de estimación puntual.

2.3.1 Métodos exactos

Los llamados métodos exactos, requieren el conocimiento previo de la distribución de probabilidad de todas las variables aleatorias que componen el sistema. Generalmente, se asume que los elementos desconocidos se distribuyen normalmente, lognormalmente o inclusive uniformemente.

La ventaja de usar la metodología de los llamados métodos exactos, es que se puede obtener la distribución completa de probabilidad de la variable aleatoria dependiente, mediante simulaciones realizadas a partir de las funciones de probabilidad de las variables aleatorias independientes. Por otro lado, estos métodos tienen la desventaja de que no siempre los resultados que se obtienen son mejores en función del tiempo invertido y lo complejo del trabajo para llegar a resultados confiables.

La simulación de Monte Carlo es el método más común dentro de esta categoría, por lo que se describe a continuación.

2.3.1.1 Simulación de Monte Carlo

Este método consiste en repetir un experimento numérico un gran número de veces, de tal suerte, que se genere un conjunto de igual número de resultados y se puedan determinar posteriormente sus propiedades estadísticas. El procedimiento para llevar a cabo la simulación de Monte Carlo, consiste en generar, para cada variable desconocida que intervenga en el sistema que se este analizando, un conjunto de números aleatorios asociados a su función de distribución de probabilidad.

Para una variable normalizada Z , se tiene de X (Variable desconocida en el sistema analizado)

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}, \quad (2.20)$$

por lo tanto:

$$X = \bar{X} + Z\sigma \quad (2.21)$$

Si α es un número aleatorio igual a la probabilidad acumulada $F(Z)$, entonces:

$$\alpha = P(Z_i) = \int_{-\infty}^{Z_i} F(Z) dZ \quad (2.22)$$

Consecuentemente, para cada valor de número aleatorio α , se puede encontrar el valor correspondiente de Z_i , el cual se puede sustituir en la ecuación 2.21 para encontrar el valor correspondiente de X . Este procedimiento se repite determinado número de veces, obteniéndose igual número de valores de variables aleatorias no correlacionadas entre sí. Cabe mencionar, que este procedimiento se lleva a cabo para cada una de las variables X que intervienen en el sistema, las cuales se combinarán entre sí en la función $Y = F(X)$ del sistema.

2.3.2 Métodos de segundo momento - primer orden (FOSM)

Estos métodos tienen como base la truncación de la expansión de la serie de Taylor de una función. Además, en estos métodos se utilizan los valores esperados y desviaciones estándar como datos de entrada.

Las ventajas de utilizar estos métodos es su simplicidad matemática, no es necesario el uso de la computadora para llevarlos a cabo y únicamente se necesita conocer los momentos en lugar de toda la distribución de probabilidad. Las desventajas, es que los requerimientos matemáticos, aunque más simples que en los métodos exactos, generalmente no son elementales.

2.3.2.1 Serie de Taylor (FOSM)

La función de Taylor, para una función $f(x)$, respecto a un punto $x = \bar{x}$, es:

$$f(x) = f(\bar{x}) + f'(x)(x - \bar{x}) + \frac{f''(\bar{x})}{2!}(x - \bar{x})^2 + \dots + \frac{f^{N-1}(\bar{x})}{(N-1)!}(x - \bar{x})^{N-1} + R_N \quad (2.23)$$

donde $f^{(m)}(\bar{x})$ es la m -ésima derivada en $x = \bar{x}$ y R_N es el residuo (puede o no ser igual a cero). Existe además, el caso especial cuando $x = 0$, la cual es la llamada *Serie de Maclaurin*

Al truncar la serie de Taylor (ecuación 2.23), en el término cuadrático (aproximación de segundo orden) para $x = \bar{x}$, en ambos lados de la ecuación, se tiene:

$$E[x] = \bar{x},$$

$$E[f(x)] = E \left[f(\bar{x}) + f'(x)(x - \bar{x}) + \frac{f''(\bar{x})}{2}(x - \bar{x})^2 \right]$$

la cual, mediante la identidad $E[a + bx + cy] = a + bE[x] + cE[y]$, produce:

$$E [f(x)] = f(\bar{x}) + \frac{f''(\bar{x})}{2} V[x] \tag{2.24}$$

Similarmente, se pueden obtener las siguientes propiedades:

$$V [f(x)] = [f'(\bar{x})]^2 V[x] + \frac{[f''(\bar{x})]^2 V^2[x] [\beta(2)-1]}{4} + \beta(1) \sigma^3[x] [f'(\bar{x})] [f''(\bar{x})] \tag{2.25}$$

donde $\beta(1)$ y $\beta(2)$ son los coeficiente sesgo y curtosis. Considerando que la distribución es simétrica, $\beta(1) = 0$, se puede reducir la ecuación anterior a:

$$V [f(x)] = [f'(\bar{x})]^2 V[x] + \frac{[f''(\bar{x})]^2 V^2[x] [\beta(2)-1]}{4} \tag{2.26}$$

Además, para una distribución normal $\beta(2) = 3$, esta ecuación se convierte en:

$$V [f(x)] = [f'(\bar{x})]^2 V[x] + \frac{[f''(\bar{x})]^2 V^2[x]}{2} \tag{2.27}$$

2.3.2.2 Método de incertidumbre de primer orden (MIPO)

Sea una función F de n variables del tipo a_i : $F(\bar{a}_2, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_i, \dots, \bar{a}_n)$, entonces la esperanza de dicha función será:

$$E[F] = \bar{F} = F(\bar{a}_2, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_i, \dots, \bar{a}_n); \tag{2.28}$$

La varianza será igual a :

$$V[F] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{dF}{da_i} \right]^2 \sigma_{a_i}^2 \tag{2.29}$$

Y finalmente, se tiene la siguiente desviación estándar

$$\sigma_F = \sqrt{V[F]} \tag{2.30}$$

2.3.3 Métodos de estimación puntual

2.3.3.1 Método de estimación puntual (MEP)

Conceptualmente, el valor esperado y la desviación estándar, proporcionan información concerniente a la tendencia central y dispersión de una variable. Rosenblueth (Ref. 5) hizo la analogía de este problema con el problema de una viga con dos apoyos rígidos, en los cuales actúan dos reacciones (figura 2.7), p_- en $x = x_-$ y p_+ en $x = x_+$. En este caso, las reacciones p_- y p_+ son los dos puntos estimados de distribución de $f(x)$.

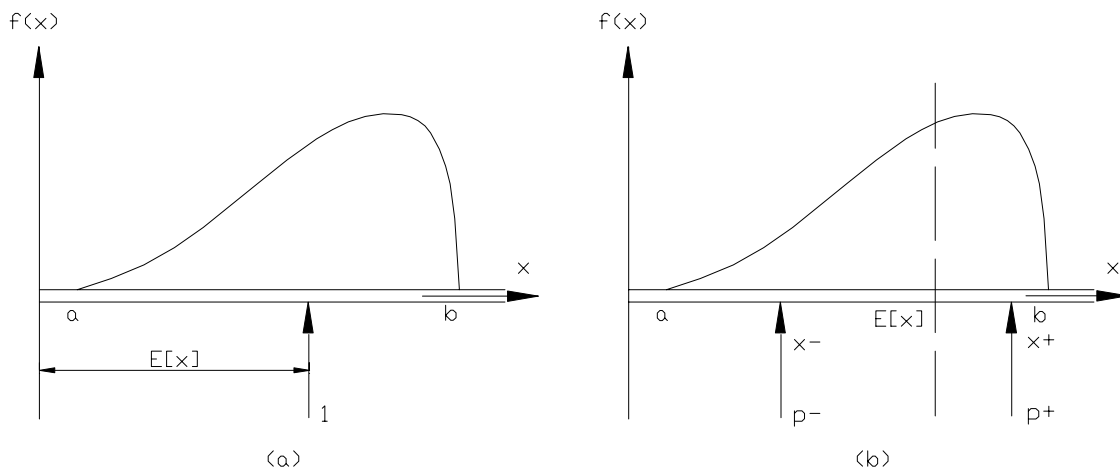


Figura 2.7. Sistema de fuerzas verticales para una viga rígida: a) Simplemente apoyada, b) Doblemente apoyada

Similarmente a como se realiza en mecánica, los momentos se pueden interpretar mediante simbología probabilista de la siguiente manera:

$$p_+ + p_- = 1 \tag{2.31}$$

$$p_+ x_+ + p_- x_- = E[f(x)] = \bar{x} \tag{2.32}$$

$$p_+ (x_+ - \bar{x})^2 + p_- (x_- - \bar{x})^2 = \sigma [f(x)]^2 = \sigma^2 [x] \tag{2.33}$$

$$p_+ (x_+ - \bar{x})^3 + p_- (x_- - \bar{x})^3 = \beta(1) \sigma^3 [x] \tag{2.34}$$

Al sustituir las expresiones 2.31, 2.32 y 2.33 en 2.34 se obtiene la siguiente ecuación:

$$p_+ = \frac{1}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{1 + [\beta(1) / 2]^2}} \right] \quad (2.35)^*$$

*Nota: El signo que precede al radical se debe a $-\beta(1)$.

con base en la expresión 2.35, se pueden determinar los siguientes valores:

$$p_- = 1 - p_+ \quad (2.36)$$

$$x_+ = \bar{x} + \sigma[x] \sqrt{\frac{p_-}{p_+}} \quad (2.37)$$

$$x_- = \bar{x} - \sigma[x] \sqrt{\frac{p_+}{p_-}} \quad (2.38)$$

Suponiendo que $\beta(1) = 0$, las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$p_- = p_+ = \frac{1}{2} \quad (2.39)$$

$$x_+ = \bar{x} + \sigma[x] \quad (2.40)$$

$$x_- = \bar{x} - \sigma[x] \quad (2.41)$$

Dada la información concerniente a los tres primeros momentos de la variable aleatoria x (\bar{x} , $\sigma[x]$ y $\beta(1)$), se pueden obtener x_- , x_+ , p_- y p_+ . Con base en esta información de la distribución de probabilidad de x , se pueden producir estimaciones respecto a la variable y (y_- y y_+). En general, se puede decir que la información sobre la variable x es transferida a través de la relación funcional entre x y $y(x)$ para encontrar los valores y_- y y_+ . Esto se puede observar esquemáticamente en la figura 2.8.

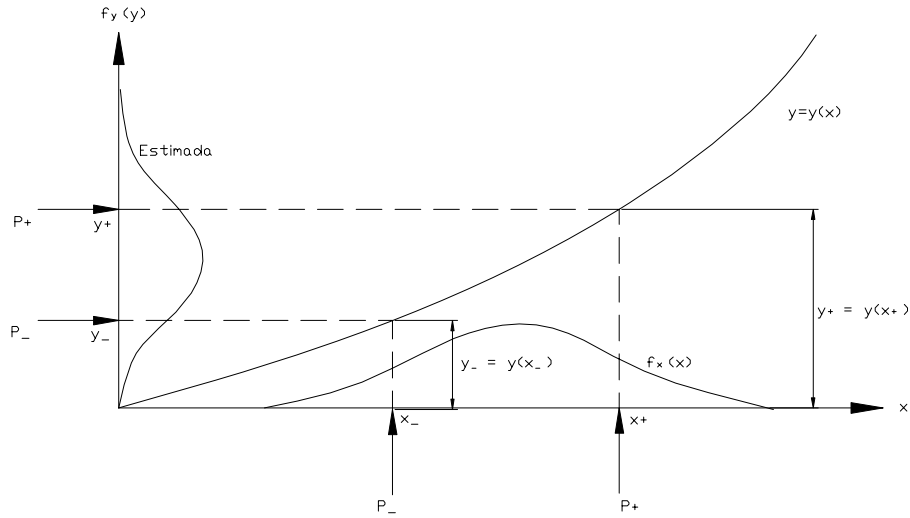


Figura 2.8. Representación esquemática de transferencia de información

Dadas las dos funciones p_- y p_+ se obtiene que:

$$E[y] = \bar{y} = p_- y_- + p_+ y_+ \quad (2.42)$$

$$E[y^2] = p_- y_-^2 + p_+ y_+^2 \quad (2.43)$$

o, en general:

$$E[y^M] = p_- y_-^M + p_+ y_+^M \quad (2.44)$$

Desde luego que M no puede ser mayor que el número de momentos conocidos de M.

Además, cuando $\beta(1) = 0$, las ecuaciones anteriores se simplifican a:

$$E[y] = \frac{y_+ + y_-}{2} \quad (2.45)$$

$$\sigma[y] = \left| \frac{y_+ - y_-}{2} \right| \quad (2.46)$$

$$V(y) = \frac{|y_+ - y_-|}{|y_+ + y_-|} \times 100 \quad (\%) \quad (2.47)$$

2.3.3.2 Método de estimaciones bipuntuales (MEB)

Dada la función F de n variables del tipo a_i : $F(\bar{a}_2, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n)$, la esperanza $E[F]$ se define como el valor medio de todas las posibles formas ($2n$) de evaluar la función F para las variables $a_1 \pm \sigma_{a_1}, a_2 \pm \sigma_{a_2}, \dots, a_i \pm \sigma_{a_i}, \dots, a_n \pm \sigma_{a_n}$. Además, $E[F^2]$ se define como el valor medio de los cuadrados de todas las formas de evaluar la función F para las variables $a_1 \pm \sigma_{a_1}, a_2 \pm \sigma_{a_2}, \dots, a_i \pm \sigma_{a_i}, \dots, a_n \pm \sigma_{a_n}$.

La varianza se definirá como:

$$\sigma_F^2 = E[F^2] - (E[F])^2 \quad (2.48)$$

de donde se obtiene la desviación estándar como:

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_F^2} \quad (2.49)$$

2.3.3.3 Método de concentraciones puntuales (MCP)

Este método es muy similar al método de estimaciones puntuales y al igual que este se basa en las concentraciones probabilísticas de las variables aleatorias que intervienen en el sistema; sin embargo, la principal diferencia entre ambos radica en la significativa reducción del trabajo numérico y en la exactitud del análisis, particularmente en la medida de dispersión. Cabe mencionar, además, que en el método de concentraciones puntuales, el número de simulaciones es tan solo el doble del número de variables aleatorias.

Análisis para una sola variable

Denotando la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de X como μ_X , σ_X y v_X , respectivamente, el momento i -ésimo de X , M_i' , se calcula como:

$$M_i'(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^i F_x(x) dx \quad (2.50)$$

Con base en lo anterior, podemos calcular el cociente entre $M_i'(X)$ y σ^i_x como:

$$\lambda_{X,i} = M_i'(X) / \sigma^i_x, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.51)$$

donde $\lambda_{X,1}$ es igual a cero, $\lambda_{X,2}$ es igual a 1, y $\lambda_{X,3}$ y $\lambda_{X,4}$ son los coeficiente de asimetría y curtosis respectivamente. La expansión de la serie de Taylor de $f(X)$, respecto μ_x se realiza utilizando:

$$f(x) = f(\mu_x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) (x - \mu_x)^i \quad (2.52)$$

donde $f^{(i)}(*)$, $i = 1, 2, \dots$, representa la i -ésima derivada de $f(*)$ con respecto a x .

Para un punto específico en el eje de $F_x(x)$, la ecuación anterior se escribe como:

$$\mu_x = E[f(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) F_x(x) dx = f(\mu_x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) \lambda_{X,i} \sigma_x^i \quad (2.53)$$

si se asume que $x_i = \mu_x + \xi_i \sigma_x$, $i = 1, 2$ donde ξ_1 y ξ_2 son coeficientes desconocidos, entonces $x_i - \mu_x = \xi_i \sigma_x$.

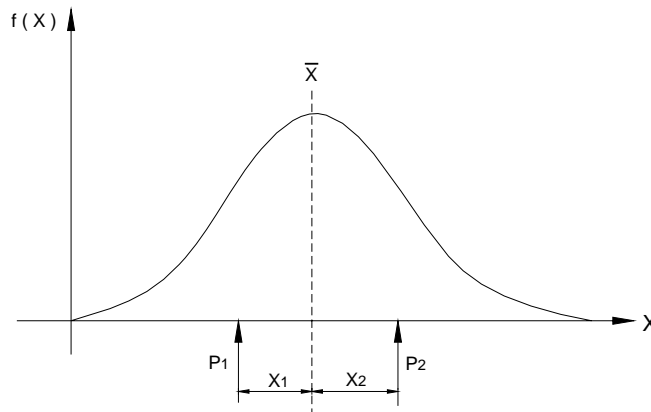


Figura 2.9. Esquema de estimación bipuntual

Pre-multiplicando la ecuación anterior por p_i , $i=1,2$, donde p_i es el valor de $F_x(x)$ en el punto x_i (véase figura 2.9), y adicionando los términos en cada lado de la ecuación resultante, se obtiene:

$$p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) = f(\mu_x) (p_1 + p_2) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) (p_1 \xi_1^i + p_2 \xi_2^i) \sigma_x^i \quad (2.54)$$

Para aproximar el valor medio de $f(x)$ expresado por $p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2)$, se pueden igualar los primeros cuatro términos del lado derecho de las ecuaciones 2.53 y 2.54 anteriores, lo que lleva a la siguiente ecuación:

$$\sum_{j=1}^k p_j \xi_j^i = M_i'(X) / \sigma_x^i, \lambda_{X,i}, i = 0, \dots, 2k-1 \quad (2.55)$$

donde $k = 2$. Este sistema de cuatro ecuaciones tiene cuatro incógnitas (p_j y ξ_j , $j=1,2$). La solución del sistema es:

$$\xi_j = \lambda_{X,3} / 2 + (-1)^{3-j} \sqrt{1 + (\lambda_{X,3} / 2)^2} \quad (2.56)$$

y

$$p_j = (-1)^j \xi_{3-j} / \zeta, j = 1,2$$

donde $\zeta = \xi_1 - \xi_2 = 2 \sqrt{1 + (\lambda_{X,3} / 2)^2}$

Cabe hacer notar que de las ecuaciones (2.54) y (2.55) se tiene:

$$f(\mu_x) + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) \lambda_{X,i} \sigma_x^i = p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) (p_1 \xi_1^i + p_2 \xi_2^i) \sigma_x^i \quad (2.57)$$

al sustituir esta ecuación en la ecuación (2.53), se obtiene:

$$\mu_x = p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) + \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) \{ \lambda_{X,i} - (p_1 \xi_1^i + p_2 \xi_2^i) \} \sigma_x^i \quad (2.58)$$

Consecuentemente:

$$\mu_x \cong p_1 f(x_1) + p_2 f(x_2) \quad (2.59)$$

es una aproximación de tercer orden. En la ecuación (2.59), “ \cong ”, significa que igual, excepto para términos de cuarto o mayor orden. Si $f^{(i)}(*)$ es igual a cero, el método de estimación bipuntual proporciona la solución exacta para μ_Z . Similarmente, se pueden mostrar que el momento de segundo orden de $Y = f(x)$ se puede aproximar mediante:

$$E(Y^2) = E(f(x)^2) \cong p_1 (f(x_1))^2 + p_2 (f(x_2))^2 \quad (2.60)$$

resolviendo para p_i localizado en $x_i = \mu_x + \xi_i \sigma_x$, $i = 1, 2, 3$, por el método de estimación tripuntual es:

$$p_i = (\xi_j \xi_k + 1) / ((\xi_j - \xi_i)(\xi_k - \xi_i)), \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad i \neq j \neq k \quad (2.61)$$

donde ξ_i , $i = 1, 2, 3$ son las raíces del siguiente polinomio de tercer orden

$$d_3 \xi^3 + d_2 \xi^2 + d_1 \xi + d_0 = 0, \quad (2.62)$$

en el cual:

$$\begin{aligned} d_3 &= \lambda_{x,4} - (1 + \lambda_{x,3}^2), \\ d_2 &= \lambda_{x,3}(\lambda_{x,4} + 1) - \lambda_{x,5}, \\ d_1 &= \lambda_{x,3}(\lambda_{x,5} - \lambda_{x,3}) + \lambda_{x,4}(1 - \lambda_{x,4}) \quad \text{y} \\ d_0 &= \lambda_{x,5} - \lambda_{x,3}(2\lambda_{x,4} - \lambda_{x,3}^2) \end{aligned}$$

se puede observar que si se utilizan tres concentraciones puntuales ($m = 3$) localizados en el valor medio, únicamente corresponden a cuatro momentos de X .

Se pueden utilizar m puntos de concentración con probabilidades concentradas p_i en $x_i = m_x + \xi_i \sigma_x$, $i = 1, 2, \dots, m$, correspondientes a los primeros $2m - 1$ momentos de la función densidad de probabilidad de X para cumplir con las condiciones de la ecuación (2.55), reemplazando k por m . Al resolver la ecuación no lineal se tiene que:

$$\mu_Y = \sum_{j=1}^m p_j f(x_j) + \sum_{i=2m}^{\infty} \frac{1}{i!} f^{(i)}(\mu_x) \left(\lambda_{x,i} - \sum_{j=1}^m p_j \xi_j^i \right) \sigma_x^i \quad (2.63)$$

la aproximación a μ_Y mediante el uso de m concentraciones de probabilidad es:

$$\mu_Y = \sum_{j=1}^m p_j f(x_j) \quad (2.64)$$

cuyo orden aproximado es $(2m - 1)$. Esto proporciona la solución exacta a μ_Y y a σ_Y si Y es polinomial de orden menor a $2m$ y menor que m respectivamente. Cabe señalar que la utilización de un número menor de concentraciones puede llevar a estimaciones inexactas de μ_Y y a σ_Y por lo que se recomienda el uso de un número mayor de concentraciones.

Análisis para varias variables aleatorias

En este caso, la función Y es una función de n variables aleatorias, esto es $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ y μ_k, σ_k y ν_k son la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de X_k , respectivamente. Se asumirá que el coeficiente de correlación, $\rho_{i,j}$, entre X_i y X_j es igual a cero si $i \neq j$. Para el caso de múltiples variables, los puntos donde se calculará la concentración se definen como:

$$x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k, \quad i=1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad (2.65)$$

Los primeros cuatro términos de las ecuaciones resultantes se igualarán a la ecuación de momentos estadísticos para cada variable, obteniéndose la siguiente expresión (Ref. 6):

$$\sum_{j=1}^m p_{k,i} (\xi_{k,i})^j = \lambda_{k,j}, \quad j=1, 2, \dots, 2m-1; \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad (2.66)$$

donde $\lambda_{k,j}$ tiene la misma interpretación que en la ecuación (2.51), pero asociada a la variable X_k . Por otro lado, si se especifica que:

$$\sum_{j=1}^m p_{k,i} = 1/n, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad (2.67)$$

se obtiene un sistema de $2m$ ecuaciones y $2m$ incógnitas. Si solamente se utilizan dos concentraciones, la solución del sistema se puede escribir como sigue:

$$\xi_{k,j} = \lambda_{k,3} / 2 + (-1)^{3-i} \sqrt{n + (\lambda_{k,3} / 2)^2} \quad i=1, 2; \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad (2.68)$$

y

$$p_{k,i} = \frac{1}{n} (-1)^j \xi_{k,3-i} / \zeta_k, \quad (2.69)$$

donde:

$$\zeta_k = 2 \sqrt{n + (\lambda_{k,3} / 2)^2}$$

Finalmente, si se utilizan tres concentraciones ($m = 3$) y una de ellas se asocia a la media, entonces el j -ésimo momento de Y se aproxima mediante:

$$E(Y^j) \cong p_0 (f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m p_{k,j} (f(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \dots\dots(2.70)$$

2.4 Atributos deseables en los procedimientos de diseño basados en la teoría de confiabilidad.

Es conveniente cuando se realiza un análisis de confiabilidad tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Definir valores adecuados de capacidad y demanda, así como de todos sus componentes significativos y su interacción.
2. Producir resultados que se puedan relacionar anticipadamente al desempeño esperado del sistema considerado en su vida útil.
3. Utilizar como datos de entrada cantidades, caracterizaciones del material o parámetros, que se puedan determinar dentro del presente estado del arte.
4. No menospreciar los índices que se consideran actualmente en los diseños por confiabilidad, tales como el factor de seguridad o el índice de confiabilidad, ya que estos pueden servir para complementar el conocimiento obtenido y reducir la incertidumbre.

2.5 Factor de evaluación de cargas.

El cálculo de la evaluación de carga en puentes proporciona la base para determinar la carga libre que no implica un riesgo en el puente. La evaluación de carga requiere del juicio del ingeniero, con el fin de establecer los valores de evaluación aplicables para mantener los niveles de seguridad adecuados en el uso de los puentes, así como para la toma de decisiones en la aplicación de medidas preventivas y correctivas que garanticen el buen funcionamiento de dichas estructuras.

Para llevar a cabo la evaluación de carga se puede utilizar cualquiera de los métodos de diseño conocidos. El Método de Esfuerzos Permisibles es especialmente útil para realizar comparaciones con prácticas de diseño pasadas; sin embargo, también se pueden utilizar los métodos del Factor de Carga y de Factores de Carga y Resistencia.

Con el fin de determinar la carga que puede transitar sobre el puente con seguridad, se deben tomar en cuenta las condiciones existentes de la estructura. Además, es necesario para mantener los márgenes de seguridad adecuados en los puentes, que éstos se sujeten a inspecciones periódicas por personal calificado, tan frecuentemente como las condiciones de la estructura lo requieran y realizar los sondeos necesarios que garanticen que dichos márgenes de seguridad se mantengan en niveles apropiados.

2.5.1 Niveles de evaluación

La evaluación de cargas se debe realizar para dos niveles, Inventario y Operación.

Nivel de evaluación de inventario

El nivel de evaluación de inventario corresponde a los niveles convencionales de esfuerzos de diseño, éste refleja las condiciones existentes del puente, de sus materiales constitutivos, del deterioro que ha sufrido y de su pérdida de sección. La evaluación de cargas a este nivel de categorización, permite realizar comparaciones con la capacidad de carga de nuevas estructuras. En consecuencia, la carga viva determinada para este nivel se refiere a aquéllas cargas que pueden transitar sobre la estructura existente por un periodo ilimitado de tiempo sin incrementar el riesgo o deterioro de la estructura.

Nivel de evaluación de operación

La categorización de cargas basada en niveles de operación, establece la máxima carga viva permisible a la cual puede sujetarse la estructura. Sin embargo, si se permite que transiten sobre el puente un número ilimitado de vehículos catalogados dentro los niveles de operación, la vida útil del puente puede llegar a reducirse.

2.5.2 Métodos de Evaluación

De acuerdo con el *Manual for Condition Evaluation of Bridges* (ref.25), para el cálculo de la evaluación de carga de los miembros de un puente, se puede utilizar el método basado en Esfuerzos Permisibles o el Método de Factor de Carga.

El método de Esfuerzos Permisibles o de Trabajo constituye la especificación tradicional para proveer seguridad estructural en el diseño. Las cargas existentes se combinan para producir los esfuerzos máximos en los miembros de la estructura, los cuales no deben exceder los esfuerzos permisibles o de trabajo. Los esfuerzos permisibles o de trabajo, se determinan a partir de los esfuerzos limitantes del material, los cuales se reducen mediante un factor de seguridad apropiado.

El método del factor de carga se basa en el análisis de una estructura sujeta a cargas factorizadas por un coeficiente de mayoración. Los factores que se aplican varían para los diferentes tipos de carga, ya que éstos reflejan la incertidumbre inherente su cálculo. La evaluación se determina de tal forma que los efectos de las cargas factorizadas no excedan la capacidad resistente de los miembros analizados.

2.5.3 Ecuación de Evaluación

La expresión general utilizada para determinar el Factor de Evaluación de carga viva en las estructuras de puentes es la siguiente:

$$RF = \frac{C - A_1 D}{A_2 L(1 + I)} \quad (2.71)$$

donde:

RF= Factor de evaluación de la capacidad de carga ante los efectos de la carga viva actuante. El factor de evaluación, multiplicado por el peso del vehículo utilizado en toneladas, proporciona la evaluación de la estructura.

C= Capacidad resistente del miembro de la estructura en estudio

D= Efecto de la carga muerta en el miembro analizado

L= Efecto de la carga viva sobre el miembro analizado

I = Factor de impacto de la carga viva.

A1 = Factor para carga muerta

A2 = Factor para carga viva

En la ecuación 2.71, el “efecto de carga”, se refiere a la acción de las cargas que actúan en el miembro que se encuentra en estudio. Típicamente los “efectos de carga” que se analizan en la ingeniería civil son la fuerza axial, la fuerza por cortante vertical, momentos flexionantes, los esfuerzos axiales y los esfuerzos por flexión. Una vez que se han seleccionado los efectos de carga a evaluar, se determina la capacidad del elemento ante dicho efecto de carga.

El factor de evaluación (**RF**), anteriormente descrito en la expresión 2.71, se puede usar para determinar la evaluación de carga del miembro del puente en toneladas como:

$$RT = (RF) W \quad (2.7.2)$$

donde:

RT = Evaluación de carga del miembro del puente en toneladas

W= Peso nominal en toneladas del vehículo utilizado en la determinación de los efectos de la carga viva.

La evaluación de un puente se rige por el miembro con menor capacidad que resulta de la evaluación.

Para la determinación del factor de evaluación de carga, con base en el método de diseño por Esfuerzos Permisibles, se utilizarán los factores $A1 = 1.0$ y $A2 = 1.0$ en la ecuación general de evaluación 2.7.1.

Si se emplea el método de diseño del factor de carga, se utilizará un factor por carga muerta $A1 = 1.3$, mientras que para el factor para carga viva $A2$ varía dependiendo del nivel de evaluación deseado. Para un nivel de evaluación de inventario, se utiliza un factor $A2 = 2.17$ y para un nivel de operación, $A2 = 1.3$.

Capítulo 3

Análisis de la demanda

En este capítulo se explica el procedimiento utilizado para medir los efectos máximos que se producen en las superestructuras de los puentes estudiados, debido al paso de las cargas móviles vehiculares y su peso propio.

3.1 Carga viva

En México se han identificado los vehículos C2, C3, T3-S2, T3-S3 y T3-S2-R4, como los vehículos de carga más comunes (ref.16). Las características de éstos son:

C2	Camión de dos ejes
C3	Camión de tres ejes
T3-S2	Tractor de tres ejes y semiremolque de dos ejes
T3-S3	Tractor de tres ejes y semiremolque de tres ejes
T3-S2-R4	Tractor de tres ejes, semiremolque de dos ejes y remolque de 4 ejes

Las características de las unidades anteriormente mencionadas se pueden observar en la figura 3.1.

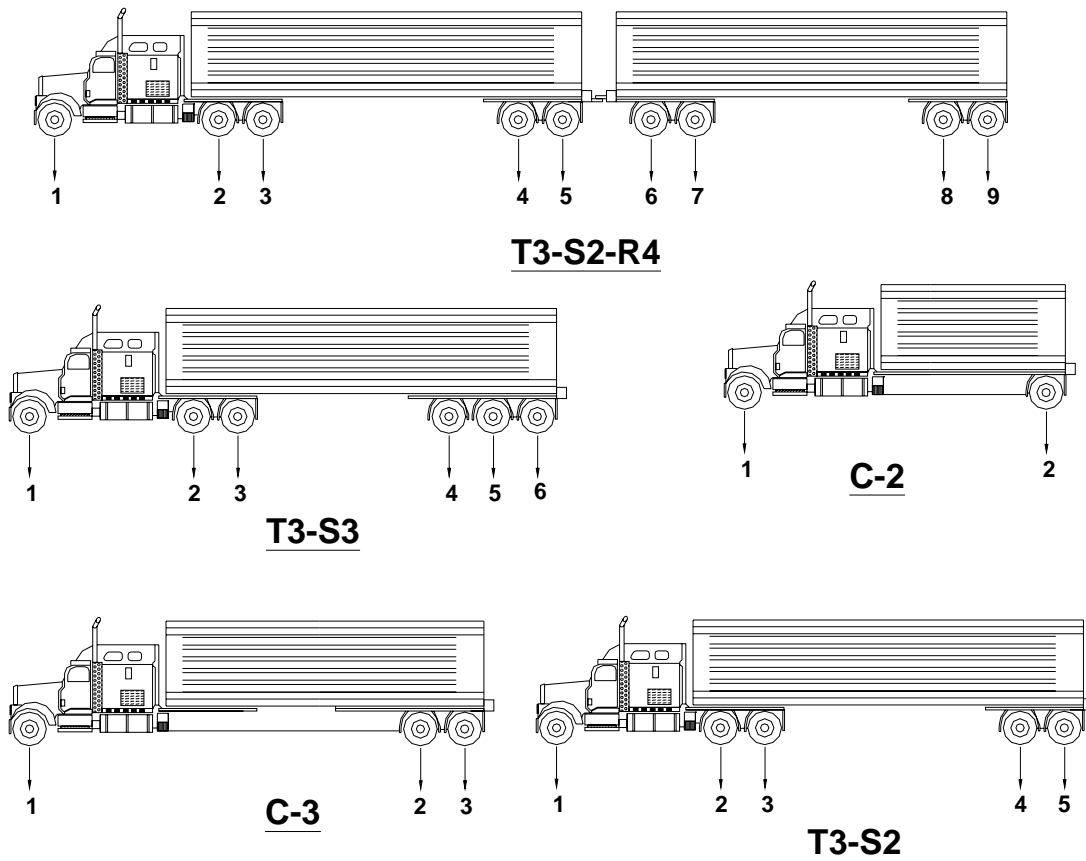


Figura 3.1. Vehículos de carga característicos en México

De acuerdo con diversos estudios realizados por el IMT (ref. 2 y ref.16), se ha encontrado que los vehículos de carga que circulan sobre las carreteras del país violan el reglamento sobre pesos y dimensiones (ref.12) permitido para circular sobre la mayoría de los puentes realizados en México antes del 2001. Por esta razón, para este estudio, se consideran las unidades que podrían causar los máximos elementos mecánicos sobre la superestructura de los puentes, de acuerdo con los aforos realizados en los años 1993 y 1996. La muestra de 1993 se compone de 10 179 vehículos y la de 1996 tiene 10 079 vehículos.

De acuerdo con la ref. 2, los elementos mecánicos máximos en la superestructura que producen los vehículos tipo T3-S3 aforados en los años 1993 y 1996 son muy parecidos entre sí. Los esfuerzos que producen los vehículos T3-S2-R4 de 1996, son mayores que los de 1993, entre 15% y 23%.

3.2 Combinaciones y condiciones de carga

Para el análisis por carga viva de la superestructura del puente, se consideró que los vehículos transitan en dirección paralela al eje del puente, de tal suerte, que se produzcan los efectos máximos sobre los elementos principales de la superestructura.

3.2.1 Posiciones

Con el objeto de producir los efectos máximos transversales sobre el tablero de la superestructura, los camiones se distribuyeron a lo ancho del puente conforme a la norma AASHTO (ref. 13), de la siguiente manera:

3.2.1.1 Primera posición

En la primera posición, los camiones se ubican en forma simétrica con respecto al eje del puente, es decir, se encuentran ubicados a una distancia de 0.61 m (2 pies) con respecto a los parapetos o guarniciones a ambos lados del puente. Esta condición se puede ver en la figura 3.2.

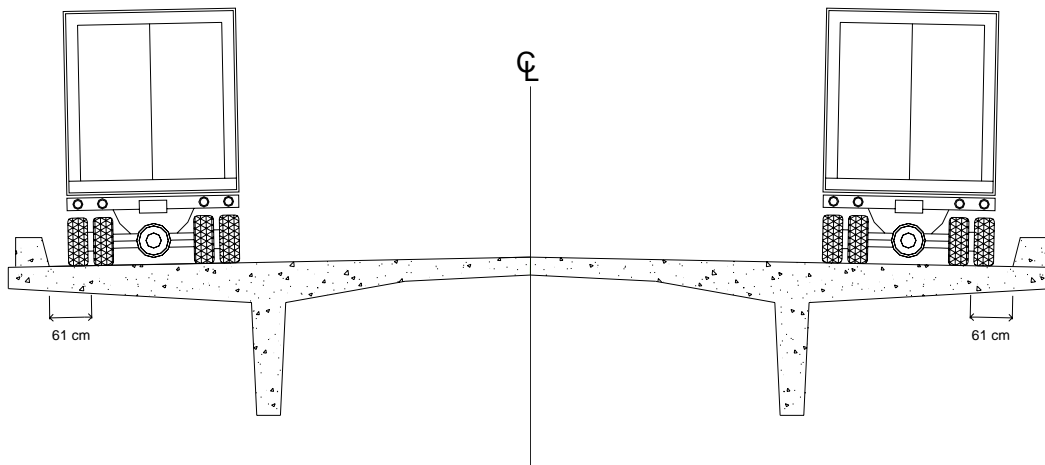


Figura 3.2. Primera posición

3.2.1.2 Segunda posición

La segunda posición, también se conforma por dos camiones simétricamente distribuidos, sin embargo, en este caso es con respecto al eje del puente. Esta condición se puede observar en la figura 3.3.

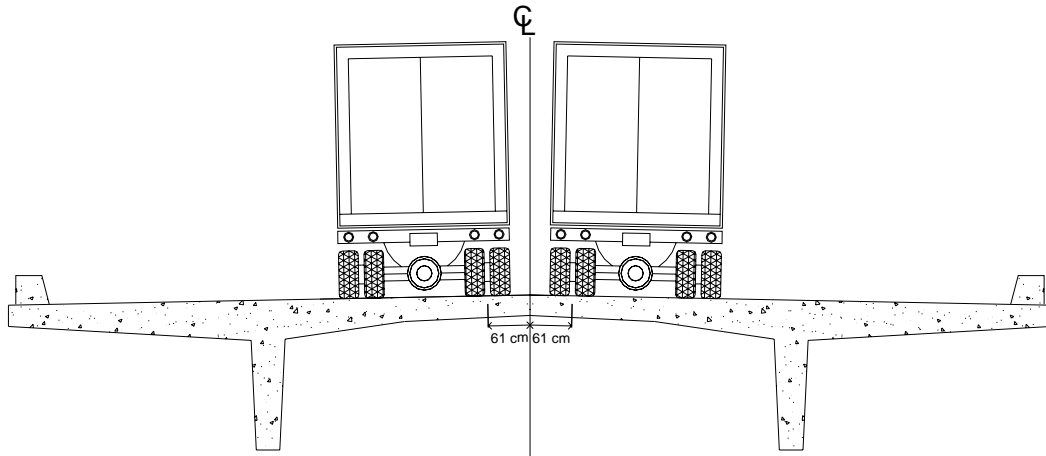


Figura 3.3. Segunda posición

3.2.1.3 Tercera posición

Como lo muestra la figura 3.4, la tercera condición considera dos camiones en posición asimétrica con respecto al eje del puente, en donde el primero se encuentra a una distancia de 0.61 m con respecto al parapeto o guarnición, y el segundo a una distancia igual, pero con respecto al eje.

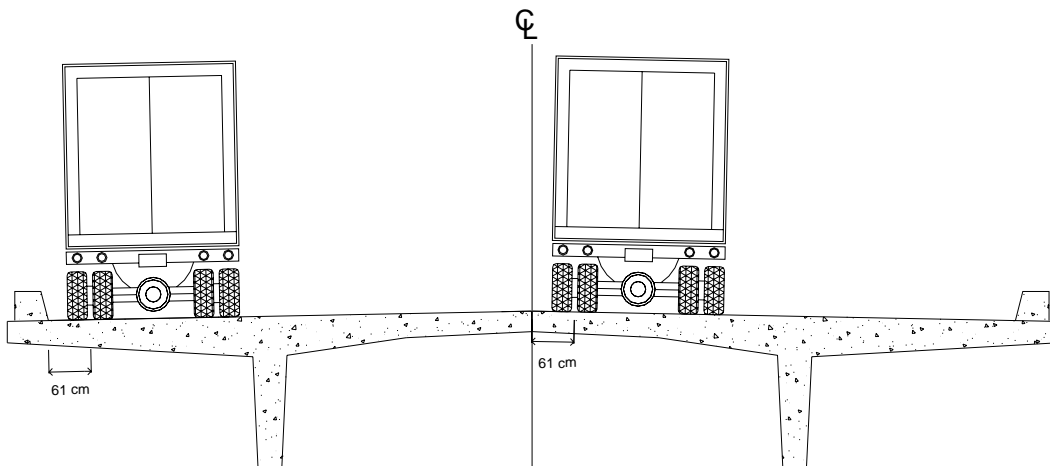


Figura 3.4. Tercera posición

En las tablas A.4.1 a A.6.2 del anexo A, se presentan los factores de incremento sobre los elementos resistentes longitudinales debido a la distribución transversal de la carga móvil.

3.2.2 Combinaciones

Con base en los vehículos descritos en 3.1, referentes a los vehículos de carga más comunes que transitan por las carreteras del tipo A y B en nuestro país, y el hecho de que el ancho de calzada permite alojar dos carriles de circulación, de acuerdo con el diseño típico de superestructuras en sentido longitudinal, se consideraron las siguientes combinaciones de carga viva (Tabla 3.1):

Tabla 3.1. Número de combinación de los diferentes vehículos considerados para la determinación de las acciones por carga viva

VEHÍCULO	C-2	C-3	T3-S2	T3-S3	T3-S2-R4
C-2	1	6	11	16	21
C-3	2	7	12	17	22
T3-S2	3	8	13	18	23
T3-S3	4	9	14	19	24
T3-S2-R4	5	10	15	20	25

A partir de los análisis realizados, se determinó que las combinaciones que rigen son la combinación 19 en el caso de puentes de 15 m de claro y la combinación 25 en el caso de las superestructuras de 28 m y 35 m de longitud.

En la figura 3.5, se muestra la combinación 19.

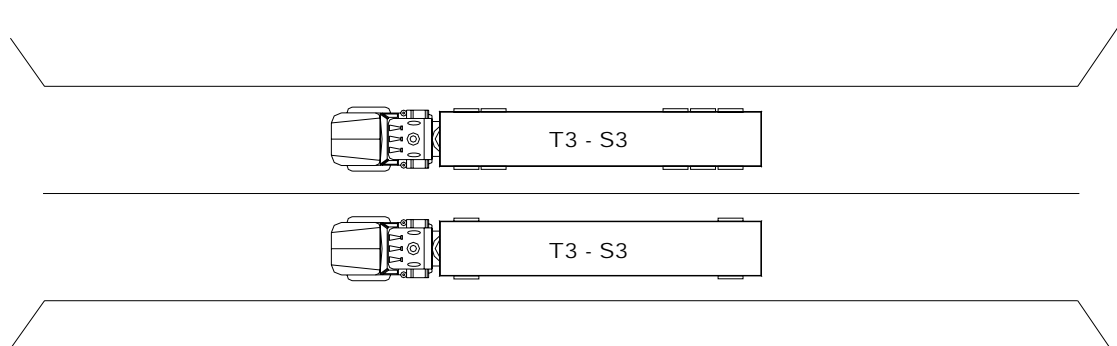


Figura 3.5. Combinación 19. Dos unidades T3-S3.

Y en la figura 3.6 se muestra la combinación 25.

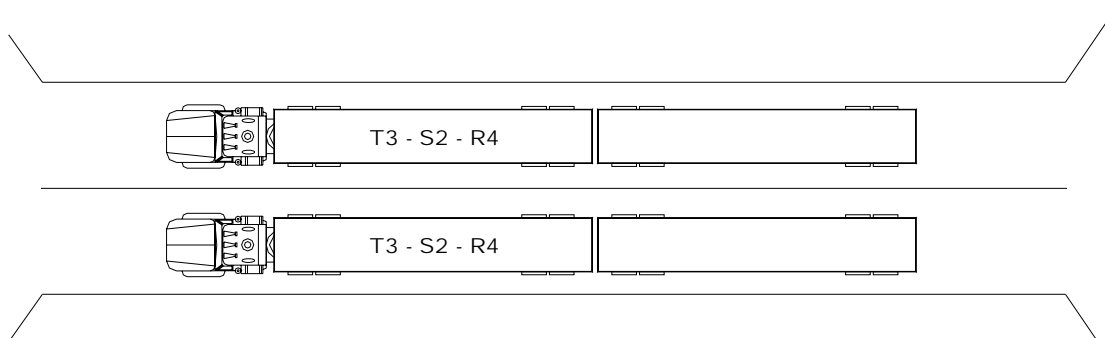


Figura 3.6. Combinación 25. Dos unidades T3-S2-R4

Adicionalmente, para el cálculo de los elementos mecánicos de la superestructura de los puentes, también se consideraron las cargas permanentes y las cargas de impacto, de acuerdo con las especificaciones de AASHTO. Para la obtención de las cargas se utilizó la información proporcionada por SIPUMEX de los puentes estudiados, tal como: ancho de calzada, número de carriles, condiciones de apoyo de la superestructura, sistema de soporte de la losa de rodamiento, nervaduras, entre otros aspectos.

3.3 Efectos máximos sobre las traveses.

De acuerdo a la investigación realizada en la ref. 17, los elementos mecánicos en puentes con claros de 15 y 30 m de concreto reforzado, ante los diferentes vehículos, son los que se presentan en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Momentos y fuerzas cortantes máximas, de acuerdo a la REF.17

TIPO DE VEHÍCULO	LONGITUD DEL CLARO	M	σ_M	V	σ_V
	[m]	[t - m]	[t - m]	[t]	[t]
C-2	15	32.867	13.595	10.253	3.574
	30	77.560	26.612	11.174	3.546
C-3	15	69.052	25.478	20.221	7.261
	30	154.58	54.51	21.523	7.501
T3-S2	15	57.769	22.317	20.660	8.765
	30	184.35	64.68	28.007	10.327
T3-S3	15	106.79	29.77	37.86	9.639
	30	319.75	75.61	48.323	11.068
T3-S2-R4	15	96.48	36.13	30.396	11.404
	30	317.95	114.39	44.347	16.182

Aunque los elementos mecánicos mostrados en la tabla 3.2 no consideran el efecto que se produce en las traveses debido a la excentricidad transversal y el impacto, éstos se consideraron mediante factores de incremento. Los efectos máximos debido a las cargas vehiculares se presentan en las tablas A.7 a A.9.

En el caso del puente de 35 m de longitud con sección compuesta, los momentos y fuerzas cortantes utilizados se muestran en la tabla 3.3. Estos efectos corresponden a los que producen los camiones T3-S2-R4, igual que en el caso de 30 m de longitud.

Tabla 3.3. Momentos y fuerzas cortantes máximas, de acuerdo a la REF.17, para un claro de 35 m

TIPO DE VEHÍCULO	LONGITUD DEL CLARO	M	σ_M	V	σ_V
	[m]	[t - m]	[t - m]	[t]	[t]
T3-S2-R4	35	396.27	132.42	47.717	16.618

Adicionalmente, para la determinación de los elementos mecánicos, se consideró el peso propio de la estructura que actúa en cada trabe.

3.4 Resultados del análisis de la demanda

A partir de los resultados de elementos mecánicos descritos en el inciso anterior, se determinaron los momentos y cortantes máximos que pueden llegar a presentarse sobre las nervaduras y trabes de las superestructuras estudiadas, considerando su variación, además de la influencia de la posición transversal de los vehículos y cargas de impacto.

En las figuras se muestra la variación de los elementos mecánicos que se producen sobre las nervaduras al multiplicarlos por los factores de distribución transversal e impacto, así como la curva de regresión para cada caso estudiado. Se considera que los elementos mecánicos factorizados son los máximos que se pueden presentar en las superestructuras de los puentes, por tal motivo, la resistencia de dichas superestructuras deberá fijarse con base en éstos.

Como puede observarse en las figuras 3.7 a 3.12, las curvas de regresión presentan un alto coeficiente de determinación muestral R^2 , lo que permite inferir que existe una buena correlación entre los datos obtenidos y la curva de regresión.

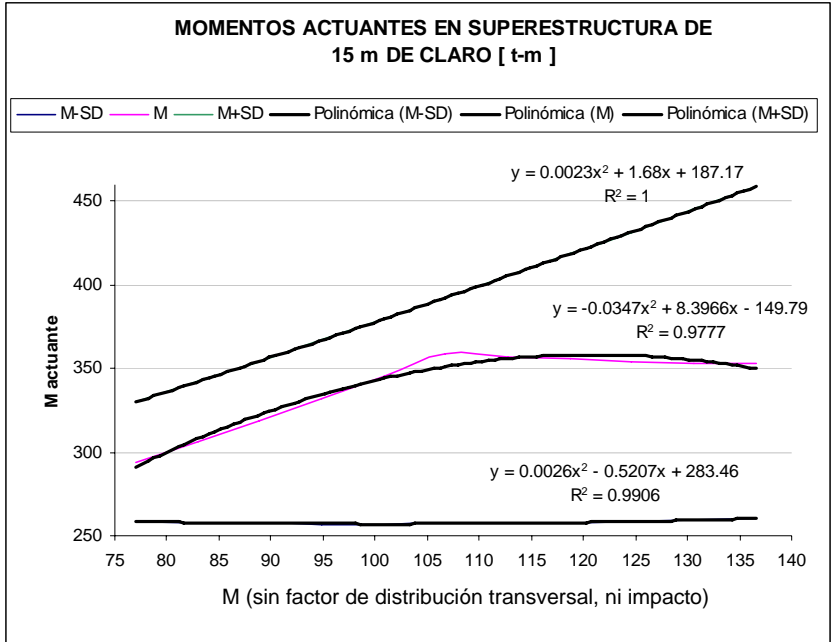


Figura 3.7. Variación del momento actuante sobre las nervaduras de un puente de 15 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S3).

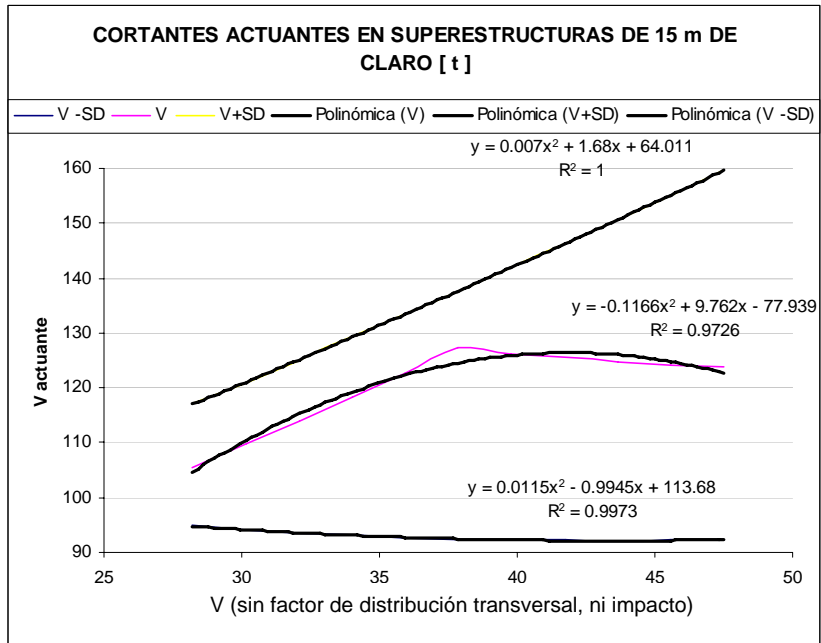


Figura 3.8. Variación del cortante actuante sobre las nervaduras de un puente de 15 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S3).

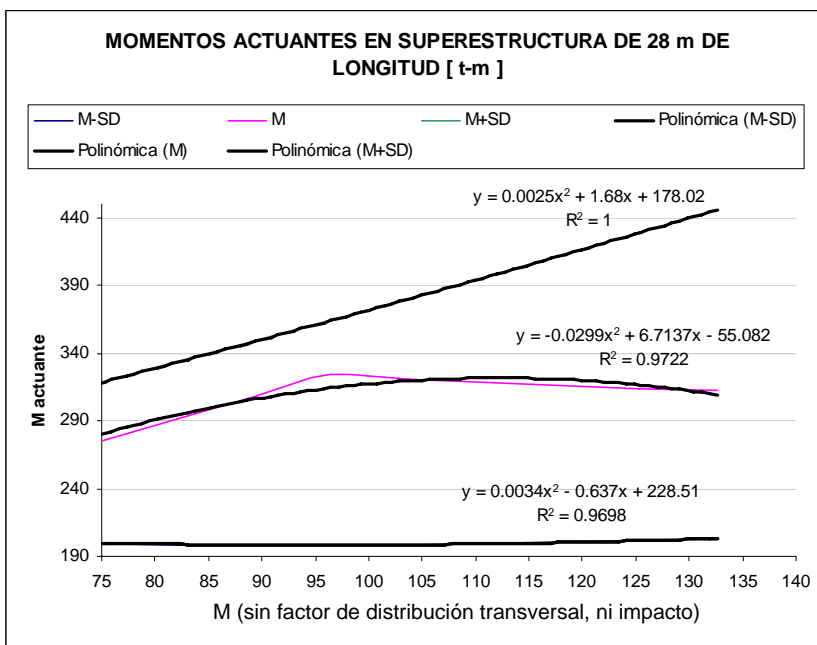


Figura 3.9. Variación del momento actuante sobre las nervaduras de un puente de 28 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S2-R4).

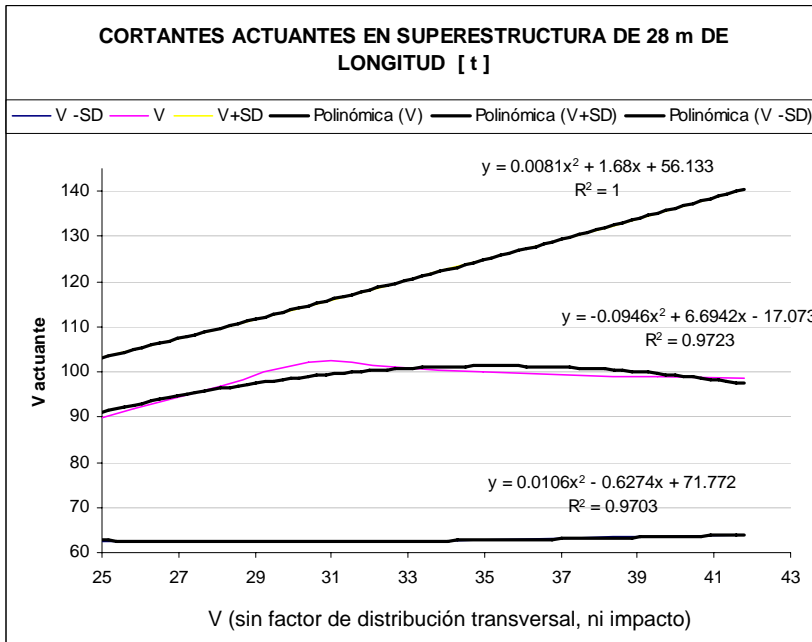


Figura 3.10. Variación del cortante actuante sobre las nervaduras de un puente de 28 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S2-R4).

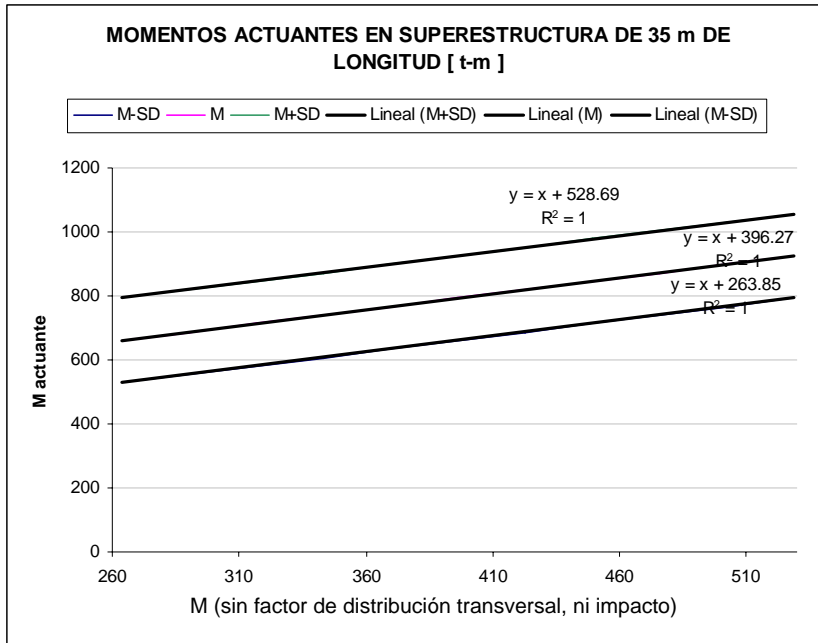


Figura 3.11. Variación del momento actuante sobre las traves de sección compuesta de un puente de 35 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S2-R4).

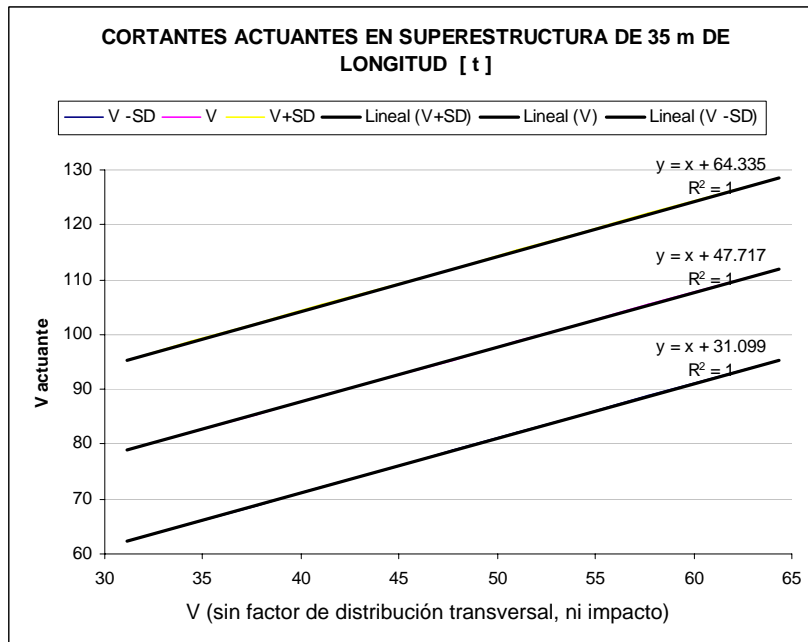


Figura 3.12. Variación del cortante actuante sobre las traves de sección compuesta de un puente de 35 m de longitud, considerando los factores de distribución transversal e impacto (Camión que rige el diseño T3-S2-R4).

Los resultados obtenidos de valores esperados, varianza y desviación estándar, se muestran en la tabla 3.4. En el anexo B, se muestra el procedimiento y los cálculos realizados para la determinación de los parámetros estadísticos de la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Resultados estadísticos obtenidos con el método de Incertidumbre de Primer Orden para el Momento y Cortante que actúa sobre la estructura

Caso	Momento Actuante			Cortante Actuante		
	$E[M]$ t - m	σ_M^2 (t - m) ²	σ_M t - m	$E[V]$ t	σ_V^2 t ²	σ_V t
Nervadura 15 m	532.437	5428.160	73.680	172.898	585.220	24.190
Nervadura 28 m	1786.593	80449.300	283.640	251.713	1624.610	40.310
S. Compuesta 35 m	1392.800	35076.740	187.290	164.035	552.320	23.500

Incluye el peso debido a la carga muerta

Capítulo 4

Análisis de la capacidad de resistencia de superestructuras de puentes en México

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del análisis de la capacidad resistente de las superestructuras de puentes que se estudian en esta tesis, así como las consideraciones en las cuales se basan dichos resultados.

4.1 Metodología para la determinación de la capacidad no determinista de la resistencia.

Debido a la incertidumbre que existe tanto en las propiedades mecánicas como geométricas de los elementos estructurales, un análisis determinista para evaluar su resistencia, sería poco realista.

El considerar la variabilidad de todos los parámetros que influyen en la resistencia de los diferentes elementos estructurales sería una tarea exhaustiva, la cual posiblemente llevaría años llevar a cabo, por esta razón un análisis de esta naturaleza escapa de las posibilidades de un estudio como el que aquí se realiza, además de resultar poco conveniente debido a los costos en función de la utilidad de los resultados esperados.

Por lo anterior, en este trabajo la estimación de la resistencia se lleva a cabo mediante un análisis no determinista que considere únicamente la variabilidad de los parámetros de resistencia de los materiales constitutivos de los elementos estructurales de la superestructura.

El estudio que se realiza en este trabajo se enfoca en los elementos que principalmente resisten el paso de las cargas vehiculares, es decir, las nervaduras y trabes de sección compuesta. Para el análisis no determinista de los elementos antes mencionados, se utilizó el Método de Incertidumbre de Primer Orden. Este método se basa en el truncamiento de la expansión de la serie de Taylor de una función, utilizando los valores esperados y desviaciones estándar de las variables independientes como datos de entrada. Lo anterior conlleva a determinar el valor esperado de una función de varias variables y su desviación estándar.

La decisión de utilizar el Método de Incertidumbre de Primer Orden se debe a la simplicidad matemática de éste; sin embargo, otros métodos pueden ser utilizados para cumplir con los objetivos de esta tesis. En el capítulo 2, se describe en forma más amplia este método, además de otros más.

Con base en los parámetros estadísticos de los índices de resistencia de los diversos materiales, fue posible determinar a través del método de las generatrices, la ecuación de la superficie que determina el lugar geométrico de la resistencia de los elementos estructurales analizados. Para tal efecto, fue necesario ubicar previamente varios puntos de dicho espacio geométrico a partir de evaluar el momento resistente para varios valores de calidad del concreto (f'_c), acero de refuerzo (f_y) y acero estructural (F_y).

Para determinar la resistencia de los elementos estructurales, se consideraron las condiciones específicas de cada proyecto. Además, se realizaron las siguientes suposiciones:

- Las características geométricas de la sección no varían con respecto a lo especificado en sus planos de proyecto y mantiene su sección constante a lo largo de todo el claro.
- La posición del acero de refuerzo se ajusta a lo especificado en los planos de refuerzo.
- La losa de la superficie de rodamiento y la nervadura se construyeron monolíticamente, razón por la cual actúan integralmente. En consecuencia, ante flexión positiva, una parte de la losa actúa como patín de la viga que resiste compresión longitudinal, lo que equilibra la fuerza de tensión en el refuerzo del alma.
- Las vigas de acero y la losa de concreto, se comportan como una sección compuesta, debido a la fricción y adherencia que existe entre el acero y el

concreto y los conectores mecánicos de cortante soldados a la estructuras y que se encuentran embebidos en el concreto.

- El ancho efectivo de la losa que contribuye a la resistencia de la sección se establece de acuerdo con las recomendaciones del ACI-318 y el código AASHTO, que establece que se utilice un ancho efectivo que no exceda de un cuarto de la longitud del claro de la viga, y que su ancho sobresaliente a cada lado del alma no sea mayor que 8 veces el espesor de la losa, o un medio de la distancia libre a la siguiente viga.

4.2 Parámetros estadísticos de las variables consideradas

La variación de la resistencia de un sistema estructural es una propiedad inherente a todos los materiales que lo constituyen, es por eso que la estimación de la misma es siempre un proceso estocástico. En este sentido, herramientas como los cálculos de probabilidad y la estadística, son importantes para determinar de manera aproximada las características de un determinado sistema estructural.

Considerando que la resistencia de los elementos estructurales de un puente depende en gran parte de la resistencia de sus elementos constitutivos, es necesario conocer de la forma más precisa posible los rangos de variación de éstos.

Cabe señalar que existen diversos estudios realizados en varias partes del mundo para conocer las propiedades estadísticas de dichos elementos; sin embargo, es conveniente tomar en cuenta las propiedades que mejor representen a las utilizadas para la fabricación de los elementos estudiados, a fin de reducir la incertidumbre en los resultados obtenidos. No obstante lo anterior, para la realización de esta tesis se tuvo que recurrir a propiedades estadísticas derivadas de estudios realizados cerca del valle de México o en otros países, debido a la falta de una base de datos confiable de propiedades estadísticas de materiales a nivel regional y de libre acceso público.

4.2.1 Esfuerzo de compresión en el concreto (f'_c)

La variación de la resistencia del concreto se debe principalmente a la variabilidad de las propiedades de los materiales que lo componen, a la manera en que se fabrica y transporta, y a las diferentes formas en que se lleva a cabo su mezclado, colado y curado. Investigaciones como las realizadas por Meli y Mendoza en 1991 (ref. 7), recomiendan utilizar para la resistencia a la compresión del concreto, los valores de la tabla 4.1, con una distribución de probabilidad de tipo normal.

Tabla 4.1. Valores recomendados por Meli y Mendoza (1991) de resistencia del concreto

f'_c [kg / cm ²]	\bar{f}'_c [kg / cm ²]	$\sigma_{f'_c}$ [kg / cm ²]
200	230	38.5
250	268	44.6
300	321	41.3

4.2.2 Esfuerzo de fluencia del acero (f_y)

La variación de la resistencia del acero de refuerzo se encuentra asociada principalmente a la variación del área transversal de la barra o varilla, de su composición química, de sus condiciones de enfriamiento y a su proceso de fabricación, entre otros.

Los parámetros estadísticos que se utilizaron en este trabajo se obtuvieron del análisis estadístico realizado por Rodríguez y Botero de las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo que actualmente se pueden obtener en el mercado nacional (Ref. 8). En esta investigación, se comenta que existen diferencias importantes entre los datos estadísticos correspondientes a las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo de diámetros grandes (mayores a ½") y las correspondientes a diámetros pequeños (menores a ½").

Adicionalmente, se sugiere que el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo sigue una distribución normal. En la tabla 4.2, se muestran los valores de los estadísticos para barras de diámetro grande y pequeño respectivamente.

Tabla 4.2. Estadísticos del esfuerzo de fluencia (f_y) de acuerdo a la Ref. 8

Diámetro	f_y [kg / cm ²]	\bar{f}_y [kg / cm ²]	σ_{f_y} [kg / cm ²]
Grande	4200	4577	169
Pequeño	4200	4609	376

4.2.3 Esfuerzo de fluencia del acero estructural (F_y)

Al igual que el acero de refuerzo, la resistencia del acero estructural puede variar con respecto a los valores que se utilizan comúnmente en la práctica. En nuestro país, el estudio sobre las propiedades de aceros estructurales es escaso, por esta razón, para la realización de este trabajo se ha recurrido a estudios realizados fuera del México. En este sentido, se ha recurrido a los valores estadísticos propuestos por

Galambos y Ravindra (Ref. 21), los cuales proponen los valores estadísticos del esfuerzo de fluencia (F_y) que se exponen en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Estadísticos del esfuerzo de fluencia (F_y) de acuerdo a la Ref. 21

F_y [kg / cm ²]	\bar{F}_y [kg / cm ²]	σ_{F_y} [kg / cm ²]
$F_{y\text{ NOM}}$	$1.05 F_{y\text{ NOM}}$	$0.105 F_{y\text{ NOM}}$

Nota: $F_{y\text{ NOM}}$: Esfuerzo de fluencia nominal

4.3 Análisis de la capacidad resistente de las secciones de puentes estudiadas

La determinación de la capacidad resistente de las diferentes secciones de puente estudiadas, se basó en la sección 8 y 10 del *American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)*, en los cuales se establecen los lineamientos que deben seguirse para el diseño de estructuras de concreto reforzado y sección compuesta respectivamente.

4.3.1 Resistencia de las nervaduras de concreto reforzado ante efectos de flexión simple

El análisis de la capacidad resistente de las nervaduras se realizó con base en las siguientes hipótesis:

- La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana.
- Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
- No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto que lo rodea.
- El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales.
- El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto ϵ_{cu} .

Adicionalmente, se consideraron las hipótesis del ACI (*American Concrete Institute*), en las cuales se basan las normas AASHTO, que indican que:

- La distribución de esfuerzos en el concreto se simplifica a una distribución rectangular, con una profundidad igual a β_1 veces la del eje neutro, en función de la calidad del concreto (Figura 4.1).

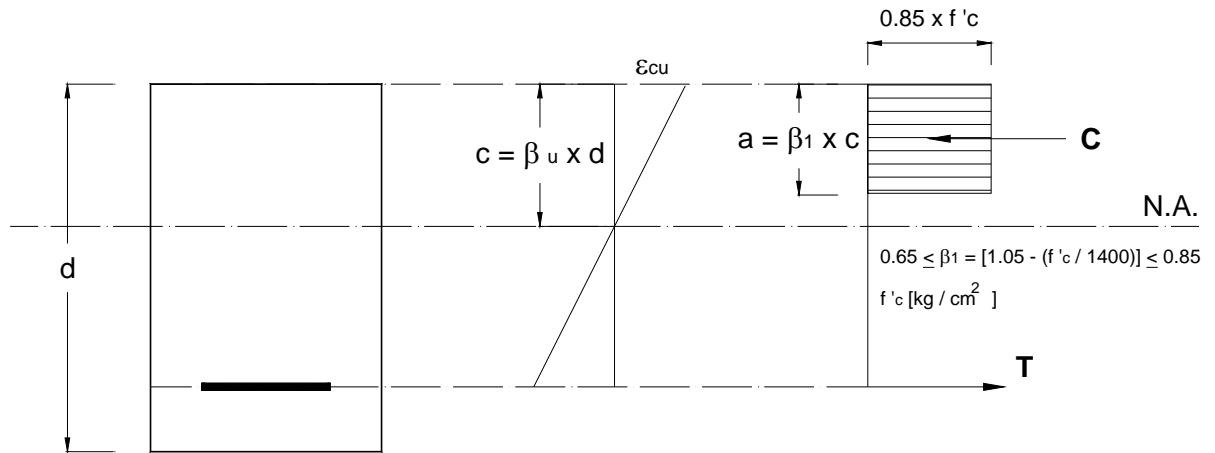


Figura 4.1. Hipótesis ACI 318-89 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión

- Se acepta que el elemento alcanza su resistencia a una deformación unitaria máxima útil del concreto en compresión igual a 0.003 veces, con una distribución lineal de deformación unitaria

4.3.2 Resistencia de las nervaduras sujetas a fuerza cortante

Para fines de este trabajo, se consideraron las expresiones propuestas por el ACI 318, las cuales presentan un procedimiento para calcular la resistencia nominal de elementos sin refuerzo transversal, más la contribución de la resistencia del refuerzo en el alma, es decir:

$$V_n = V_c + V_s \quad (4.1)$$

donde:

V_n : Resistencia nominal de un elemento con refuerzo en el alma.

V_c : Resistencia nominal del concreto.

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.2)$$

b_w : Ancho del alma.

d : Peralte efectivo de la sección.

V_s : Contribución del refuerzo en el alma

$$V_s = \frac{A_v f_y (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) d}{s} \leq 2 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.3)$$

α : Ángulo entre el refuerzo a cortante y el eje longitudinal del elemento

4.3.3 Resistencia de las traves de sección compuesta ante efectos de flexión simple

De acuerdo con el AISC, las vigas compuestas pueden diseñarse por métodos de diseño elástico o plástico. Cuando la sección transversal es compacta, se puede determinar la resistencia en función de su capacidad plástica. Los experimentos realizados en vigas compuestas muestran que la teoría elástica predice muy conservadoramente la capacidad por momento (Ref. 20). La verdadera capacidad se puede obtener en forma muy precisa suponiendo que la sección de acero ha fluido totalmente y que la parte comprimida de la losa de concreto esta sometida uniformemente a un esfuerzo de $0.85 f'_c$.

Son posibles tres distribuciones totalmente plásticas de esfuerzo: la viga de acero ha fluido totalmente en tensión y la parte en tensión de la losa de concreto no es efectiva (Figura 4.2), el eje neutro plástico está en el patín de la viga de acero (Figura 4.3) y el eje neutro plástico está en el alma de la viga de acero (Figura 4.4). En cada caso, el momento resistente está dado por la fuerza de compresión "C" o tensión "T" multiplicada por el brazo de palanca.

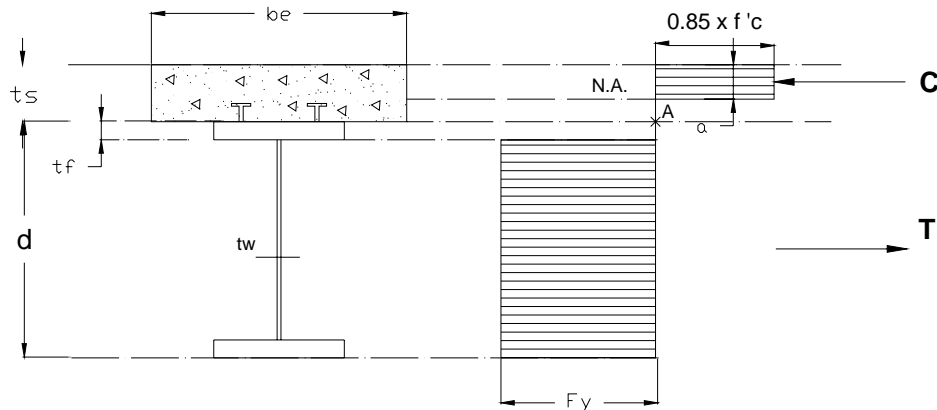


Figura 4.2. Distribución plástica de esfuerzos en una trabe de sección compuesta. Primera hipótesis, el eje neutro (N.A.) se encuentra en la losa de concreto.

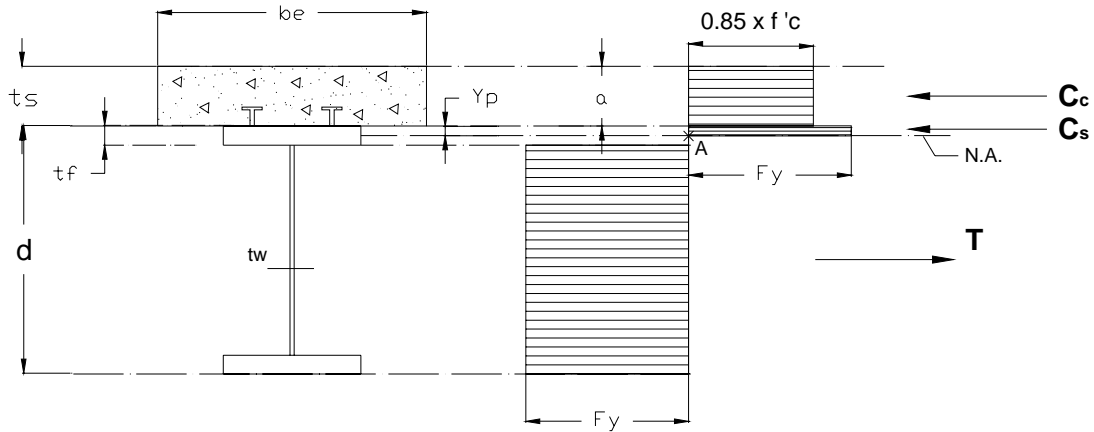


Figura 4.3. Distribución plástica de esfuerzos en una trabe de sección compuesta. Segunda hipótesis, el eje neutro (N.A.) se encuentra en el patín de acero en compresión.

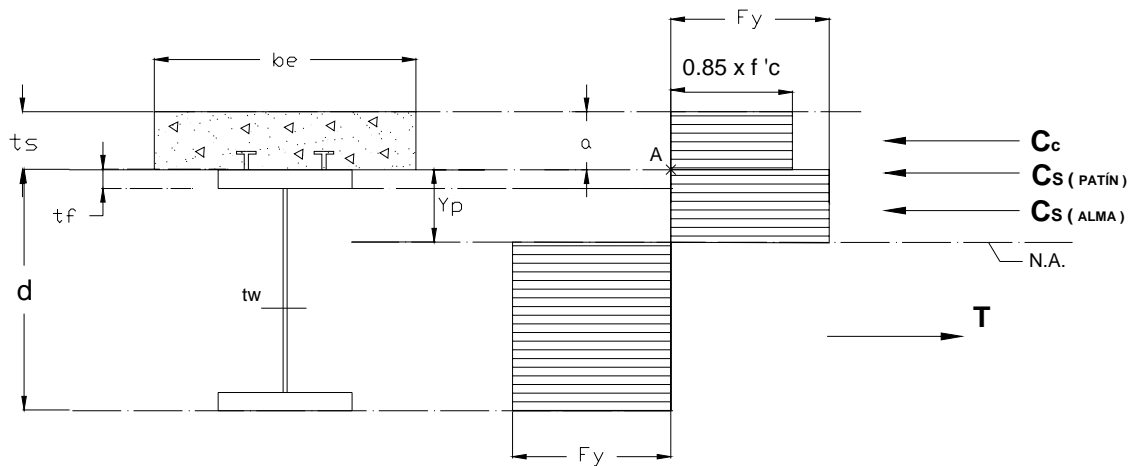


Figura 4.4. Distribución plástica de esfuerzos en una trabe de sección compuesta. Tercera hipótesis, el eje neutro (N.A.) se encuentra en el alma de la trabe de acero.

4.3.4 Resistencia de la sección compuesta ante fuerza cortante

La evaluación de la fuerza cortante resistente de la sección compuesta se realizó con base en el LRFD, en el cual se establecen las siguientes expresiones para determinar el cortante nominal, en función de la esbeltez del alma.

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq \frac{3504.819}{\sqrt{F_y}} \quad \text{entonces} \quad V_n = 0.6 F_y A_w$$

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq \frac{4385.216}{\sqrt{F_y}} \quad \text{entonces} \quad V_n = 0.6 F_y A_w \frac{3504.819}{\sqrt{F_y}} \left(\frac{t}{h} \right)$$

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq 260 \quad \text{entonces} \quad V_n = 9\,280\,099.194 A_w \left(\frac{t}{h} \right)^2$$

donde:

V_n: Capacidad nominal por cortante

h: Distancia libre entre patines

t: Espesor del alma

A_w: Área del alma

4.4 Determinación de las ecuaciones de capacidad (resistencia) de las nervaduras y traveses de sección compuesta en función de los índices de resistencia de sus materiales constitutivos.

La determinación del momento resistente de las secciones de puente estudiadas se llevo a cabo para diferentes combinaciones de resistencia de sus materiales. Los valores utilizados de f'_c , f_y y F_y empleados para determinar los momentos resistentes, corresponden a un rango de variación comprendido entre un límite inferior igual al valor esperado menos una desviación estándar y un límite superior igual al valor esperado más una desviación estándar. Considerando el rango anterior, se obtiene un intervalo de confianza de 99%. En el anexo A (Tabla A.1 a Tabla A.3), se muestran los resultados obtenidos de la evaluación de los momentos resistentes.

En las figuras 4.5 a 4.10 se muestran las curvas que definidas a partir de la variación de la resistencia de las nervaduras y la sección compuesta ante diferentes valores de resistencia de sus materiales constitutivos.

Para cada uno de las curvas mostradas en las figuras 4.5 a 4.10, se obtuvieron las curvas de regresión, las cuales presentan un alto coeficiente de determinación muestral R^2 (casi igual a 1 en todos los casos), lo que permite inferir que existe una buena relación lineal en casi la totalidad de los datos muestreados y la curva de regresión.

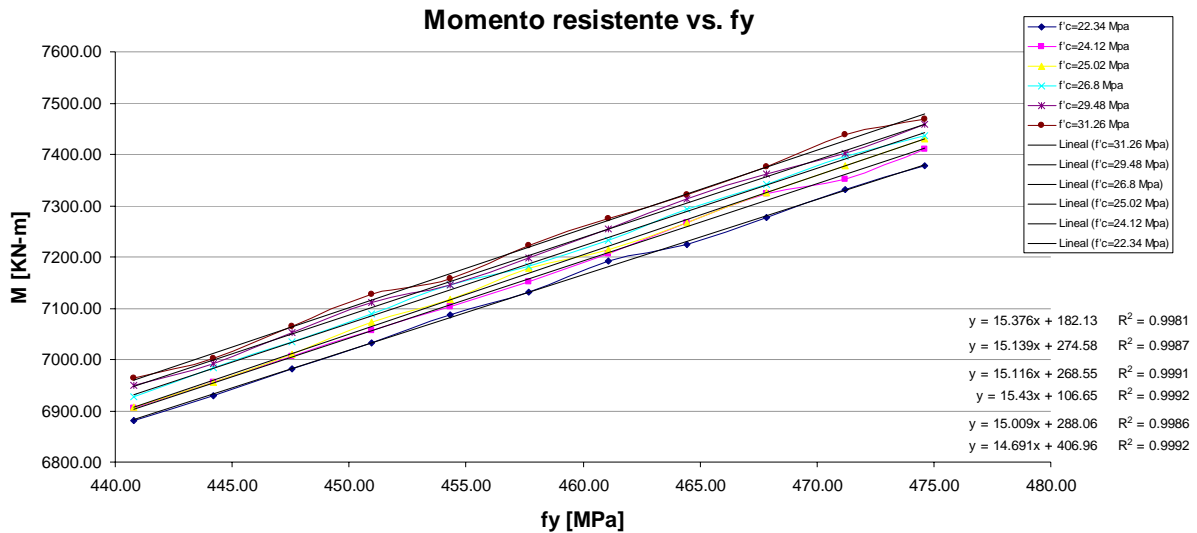


Figura 4.5. Variación del momento resistente de una nervadura característica de 15 m con respecto a la variación del esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo y la calidad del concreto $f'c$.

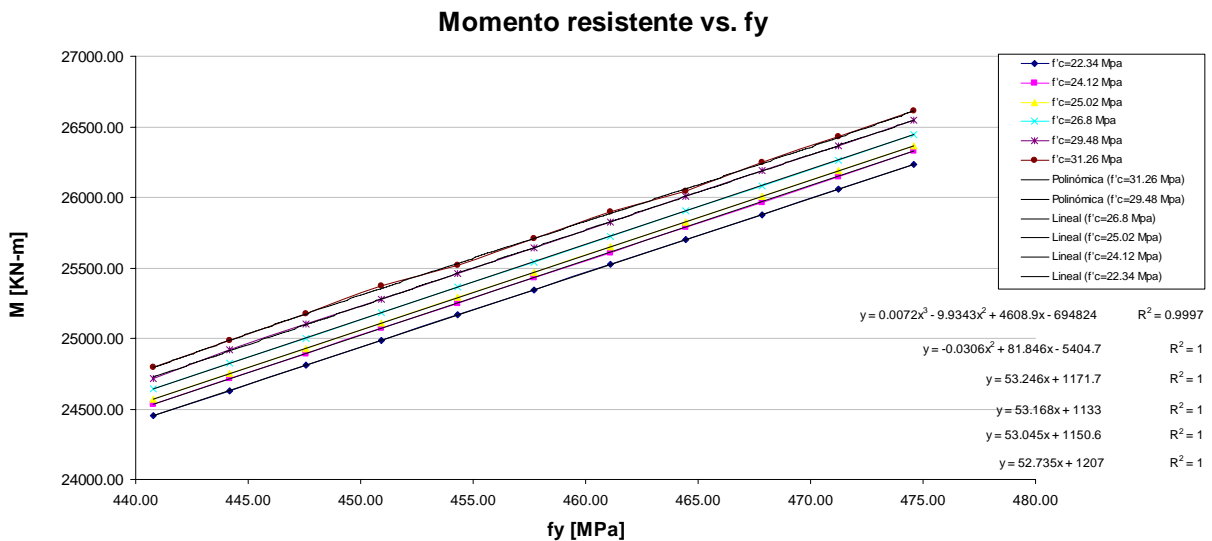


Figura 4.6. Variación del momento resistente de una nervadura característica de 28 m con respecto a la variación del esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo y la calidad del concreto $f'c$.

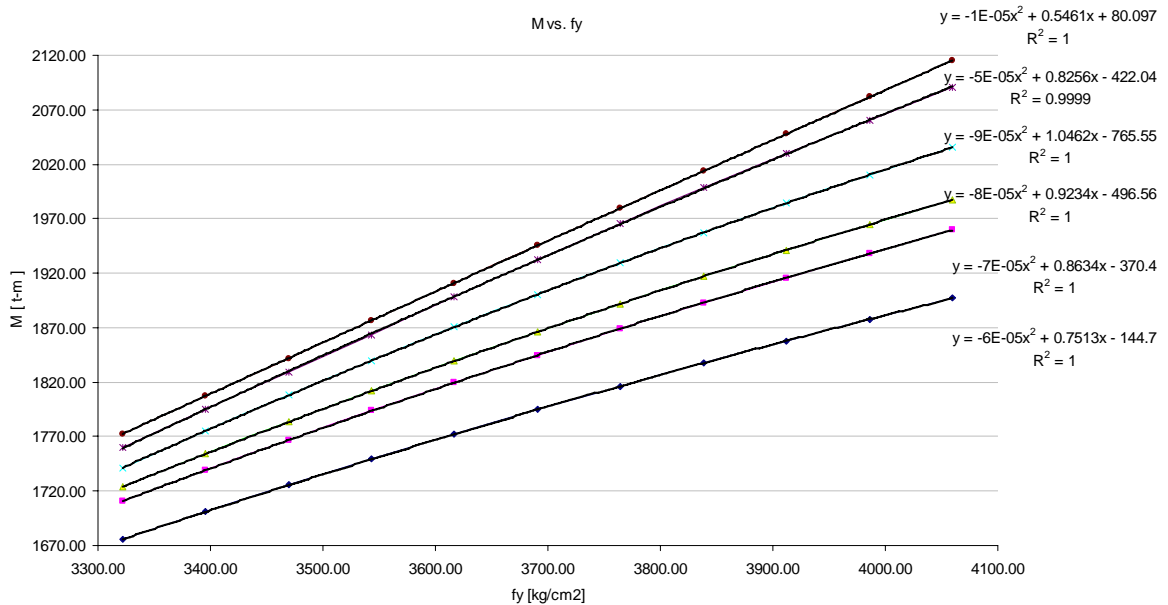


Figura 4.7. Variación del momento resistente de la sección compuesta de 35 m con respecto a la variación del esfuerzo de fluencia del acero estructural y la calidad de concreto $f'c$.

A partir de las curvas de regresión, se determinó la superficie del momento resistente con respecto a las variables $f'c$ y f_y , en el caso de las nervaduras de concreto reforzado y F_y y $f'c$ para la trabe de sección compuesta. Para definir dichas superficies se utilizó el método de las generatrices, el cual se explica con detalle en la Ref. 11. En el anexo B se muestra el procedimiento seguido para la obtención de las superficies, además de presentar las ecuaciones que las definen.

4.3.4 Determinación de los estadísticos del momento y fuerza cortante resistentes.

Con base en las ecuaciones de momento y cortante resistente, se determinaron con el Método de Incertidumbre de Primer Orden, los valores esperados de momento y cortante resistente, los cuales son igual a:

$$E[M_R] = M_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y) \quad (4.7)$$

$$E[V_R] = V_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y) \quad (4.8)$$

Mientras que la varianza es igual a:

$$\sigma_{MR}^2 = \frac{\partial[M_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y)]}{\partial \bar{f}'_c} \sigma_{f'_c} + \frac{\partial[M_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y)]}{\partial \bar{f}_y} \sigma_{f_y} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{VR}^2 = \frac{\partial[V_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y)]}{\partial \bar{f}'_c} \sigma_{f'_c} + \frac{\partial[V_R(\bar{f}'_c, \bar{f}_y)]}{\partial \bar{f}_y} \sigma_{f_y} \quad (4.10)$$

Finalmente, se tiene que la desviación estándar es igual a:

$$\sigma_{MR} = \sqrt{\sigma_{MR}^2} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{VR} = \sqrt{\sigma_{VR}^2} \quad (4.12)$$

Los resultados que se obtuvieron para los valores esperados, varianza y desviación estándar, se muestran en tabla 4.6. Adicionalmente, en el anexo B, se presenta el procedimiento y los cálculos realizados para la determinación de los parámetros estadísticos que corresponden a los de la tabla 4.4.

Tabla 4.4. Resultados estadísticos obtenidos con el método de Incertidumbre de Primer Orden para el Momento y Cortante Resistente

Caso	Momento Resistente			Cortante Resistente		
	E[MR] t - m	σ_{MR}^2 (t - m) ²	σ_{MR} t - m	E[VR] t	σ_{VR}^2 t ²	σ_{VR} t
Nervadura 15 m	732.63	678.27	26.04	320.4	117.29	10.83
Nervadura 28 m	2603.71	13449.95	115.97	488.78	280.68	16.75
Sección compuesta	1845.00	23256.29	152.50	155.68	420.25	20.50

Nota:

- (1) Debido a que la relación h/t es grande, no se pueden suponer valores mayores o menores de resistencia de fuerza cortante; sin embargo, ésta condición, como en la mayoría de los casos de sección compuesta de claros grandes, no resulta una condición crítica.

Capítulo 5

Resultados del estudio

Con base en la demanda que se genera en las travesías al paso de la carga móvil vehicular y la resistencia de cada una de las travesías analizadas, se pueden evaluar sus índices de confiabilidad. En este capítulo se muestran dichos índices, además de los resultados de la evaluación de la condición de los puentes con base en el Factor de Evaluación de carga (RF), el cual es un índice propuesto en las Normas AASHTO para determinar la carga vehicular que no implica riesgo en el puente.

5.1 Índices de confiabilidad β

En un segundo nivel de evaluación de confiabilidad de la superestructura de los puentes, se determinaron los índices de confiabilidad de la superestructura con dos nervaduras de concreto reforzado, de 15 m y 28 m, y una trabe de sección compuesta de un puente de 35 m. Tal como se explica a detalle en el capítulo 2, el índice de confiabilidad se define como el número de unidades de desviación estándar del margen de seguridad $\sigma[S]$ con respecto a su media \bar{S} . Cuando la capacidad y la demanda no se encuentran correlacionadas, como sucede entre la resistencia de los puentes y la demanda debida a las cargas vehiculares, el índice de confiabilidad se determina como:

$$\beta = \frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma^2[C] + \sigma^2[D]}}$$

En este sentido, y a partir de los resultados obtenidos de este estudio, se tiene lo siguiente:

En el capítulo 3, se encontró que para los diversos casos estudiados, los parámetros estadísticos de la demanda son los siguientes:

Tabla 3.4. Resultados estadísticos obtenidos con el método de Incertidumbre de Primer Orden para el Momento y Cortante que actúa sobre la estructura

Caso	Momento Actuante			Cortante Actuante		
	E[M] t - m	σ_M^2 (t - m) ²	σ_M t - m	E[V] t	σ_V^2 t ²	σ_V t
Nervadura 15 m	532.437	5428.160	73.680	172.898	585.220	24.190
Nervadura 28 m	1786.593	80449.300	283.640	251.713	1624.610	40.310
S. Compuesta 35 m	1392.800	35076.740	187.290	164.035	552.320	23.500

Nota:
Incluye el peso debido a la carga muerta

Y en el capítulo 4, se determinó que los parámetros estadísticos de la capacidad (resistencia) son los siguientes:

Tabla 4.4. Resultados estadísticos obtenidos con el método de Incertidumbre de Primer Orden para el Momento y Cortante Resistente

Caso	Momento Resistente			Cortante Resistente		
	E[MR] t - m	σ_{MR}^2 (t - m) ²	σ_{MR} t - m	E[VR] t	σ_{VR}^2 t ²	σ_{VR} t
Nervadura 15 m	732.63	678.27	26.04	320.4	117.29	10.83
Nervadura 28 m	2603.71	13449.95	115.97	488.78	280.68	16.75
Sección compuesta	1845.00	23256.29	152.50	155.68	420.25	20.50

Con base en lo anterior, en la tabla 5.1 se muestran los índices de capacidad para cada uno de los casos analizados.

Tabla 5.1. Índices de confiabilidad de las estructuras de puente estudiadas

CASO	β [Momentos]	β [Cortante resistente]	Probabilidad de falla a flexión $p(f)$	Probabilidad de falla a cortante $p(f)$
Nervadura 15 m	2.562	5.565	5.2×10^{-3}	1×10^{-6}
Nervadura 28 m	2.667	5.431	3.8×10^{-3}	1×10^{-5}
Sección compuesta	1.872	8.023	3.1×10^{-2}	1×10^{-8}

5.2 Factor de evaluación de la carga móvil (RF)

Con base en lo descrito en el capítulo 2, en su sección 2.5 de Factor de evaluación de cargas (*Load Rating Factor*), el Factor de Evaluación de Cargas (RF) se determina como:

$$RF = \frac{C - A_1 D}{A_2 L(1 + I)}$$

donde:

RF= Factor de evaluación de la capacidad de carga ante los efectos de la carga viva actuante. El factor de evaluación, multiplicado por el peso del vehículo utilizado en toneladas, proporciona la evaluación de la estructura.

C= Capacidad resistente del miembro de la estructura en estudio

D= Efecto de la carga muerta en el miembro analizado

L= Efecto de la carga viva sobre el miembro analizado

I = Factor de impacto de la carga viva.

A1 = Factor para carga muerta

A2 = Factor para carga viva

Los cálculos para la determinación de los Factores de Evaluación (RF), se muestran en el Anexo C de Determinación de los Factores de Evaluación (RF). Dichos factores, se obtuvieron según lo estipulado en el Manual para la Evaluación de la Condición de Puentes, 1994 (Ref.25) del AASHTO. En las tablas 5.2 y 5.3, se muestran los valores de RF para los diferentes casos estudiados.

Tabla 5.2. Factores de Evaluación para las estructuras de puente estudiadas con HS-20 del AASTHO

CASO	RF [Inventario]	RF [Operación]	Peso ⁽¹⁾ [Inventario]	Peso ⁽¹⁾ [Operación]
Nervadura 15 m	1.763	2.943	63.48	105.96
Nervadura 28 m	3.362	5.611	121.02	202.01
Sección compuesta	2.223	3.711	80.03	133.60

Nota:

(1) Las cargas están dadas en toneladas

Tabla 5.3. Factores de Evaluación para las estructuras de puente estudiadas con IMT del SCT

CASO	RF [Inventario]	RF [Operación]	Peso ⁽¹⁾ [Inventario]	Peso ⁽¹⁾ [Operación]
Nervadura 15 m	1.097	1.832	22.5	37.55
Nervadura 28 m	1.085	1.811	72.16	120.46
Sección compuesta	0.697	1.164	46.36	77.39

Nota:

(1) Las cargas están dadas en toneladas

Conclusiones

En el presente trabajo se analizó el comportamiento y seguridad estructural de tres casos característicos de superestructura de puentes del sistema carretero mexicano. El análisis se realizó mediante la evaluación del índice de confiabilidad y con base en el factor de evaluación de carga propuesto por el AASHTO.

Para el análisis se consideraron cargas vivas vehiculares, tomadas de estudios realizados al peso y dimensiones de los vehículos que transitan a lo largo de la Red Federal de Carreteras. Adicionalmente, para evaluar la resistencia de las diferentes secciones de superestructura, se utilizaron valores probables de resistencia de sus materiales constitutivos, a partir de análisis realizados para medir la variación de resistencia de materiales fabricados y utilizados en México.

Con base en lo anterior, en el presente trabajo se llegó a las siguientes conclusiones particulares:

1. La red federal libre de peaje es de 41,521 km de éstos, el 57% tiene más de 30 años de servicio y sólo el 14% tiene menos de 15 años, lo que indica que fue diseñada y construida utilizando normas y técnicas que en la actualidad ya han sido superadas. El 21% de la red tiene problemas de capacidad que tienden a incrementarse significativamente, para atender sus tránsitos de vehículos de carga y pasajeros en condiciones óptimas de seguridad y economía.

2. La seguridad con la que originalmente se diseñaron las superestructuras de los puentes tiende a ser insuficiente, al no implementar medidas que aseguren el cumplimiento de la normatividad respecto a los pesos y dimensiones de los vehículos que circulan por los puentes de la Red Federal de Carreteras.
3. Aunque las herramientas estadísticas y de carácter probabilístico, son útiles para definir el grado de seguridad de las superestructuras de puentes y sus índices de confiabilidad, estas no serán efectivas si no tienen datos suficientes y precisos respecto a la variabilidad de resistencia de sus materiales constitutivos empleados para su fabricación (acero y concreto), además de aquéllas estadísticas que muestren las diferencias entre la estructura proyectada y la construida, como podría ser la posición del refuerzo y las dimensiones reales de la estructura entre otras.
4. Es necesario tomar en cuenta el riesgo estructural que implicaría para los puentes, el que por ellos transiten vehículos con cargas mayores a las que se pueden determinar mediante el factor de evaluación de carga a nivel de operación. De sobrepasar esta carga, se podrían presentar daños severos a las superestructuras de los puentes y eventualmente su colapso.
5. Un estudio representativo con base en factores de evaluación de carga móvil, puede contribuir a la toma de decisiones en la aplicación de medidas preventivas y correctivas que garanticen el buen funcionamiento de las superestructuras de puentes.
6. Debido a que se tienen condiciones de carga mayores a las utilizadas en el diseño original de varios puentes que actualmente se encuentran en operación, el factor de seguridad con el que previamente se diseñaron se ve disminuido. La disminución del factor de seguridad se agrava aún más al tomar en cuenta las deficiencias constructivas y la falta mantenimiento periódico de los puentes.
7. Se requiere que se reorienten los resultados de los análisis no deterministas, hacia soluciones prácticas y confiables, que estimen la seguridad estructural de las superestructuras de puentes, especialmente en aquéllas que presentan deterioro o que fueron realizadas con base en normas ya superadas.
8. El cálculo del factor de evaluación de carga viva en puentes proporciona una buena base para determinar la carga libre que puede transitar sin implicar un riesgo en el puente. La evaluación de carga requiere del juicio del ingeniero civil, a fin de establecer valores de evaluación aplicables para mantener los niveles de seguridad adecuados en el uso de los puentes, así como para la toma de decisiones en la aplicación de medidas preventivas y correctivas que garanticen el buen funcionamiento de dichas estructuras.
9. Los criterios y parámetros de evaluación de la seguridad estructural en puentes debe ser normativa y específica para el caso mexicano, ya que como

lo demuestran diversos estudios que analizan el comportamiento y evolución de la carga móvil que transita por la Red Federal de Carreteras, así como las condiciones de operación y mantenimiento de las autopistas, difiere considerablemente de la de otros países.

10. El procedimiento utilizado en este estudio para medir los efectos máximos que se producen en la superestructura de los puentes estudiados, debido al paso de las cargas móviles vehiculares y su peso propio, mostró que los máximos efectos en puentes de 15 m de longitud y 10 m de ancho, se deben a los vehículos T3-S3 y la tercera posición de cargas. En el caso del puente de 28 m de longitud y 10 m de ancho, la carga que rigió fue la T3-S2-R4 y la misma posición de vehículos. Para el puente de sección compuesta de 35 m de longitud, los momentos y fuerzas cortantes máximos corresponden a los producidos por camiones T3-S2-R4; sin embargo, debido a que el ancho de calzada es menor y no tiene voladizos, rigió la primera posición de cargas.
11. Los datos de momentos y cortantes que resultan de variar la posición y peso de los vehículos que transitarán sobre las superestructuras analizadas, así como los momentos y fuerza cortante resistentes, se pueden representar mediante curvas de regresión. En este estudio, se encontró que dichas curvas presentan un alto coeficiente de determinación muestral R^2 , lo que permite inferir que existe una buena correlación entre los datos obtenidos y las curvas de regresión propuestas. Por lo anterior, se concluye que es válido utilizar las ecuaciones de las curvas de regresión para estimar los estadísticos de la capacidad y la demanda.
12. Con base en los resultados obtenidos del estudio no determinista de la condición por flexión, se encontró que la superestructura de nervaduras de concreto reforzado, para el claro 15 m, presenta una probabilidad de falla $p(f) = 5.2 \times 10^{-3}$, correspondiente a un índice de confiabilidad de 2.56, mientras que su similar de 28 m presenta una probabilidad de falla de $p(f) = 3.8 \times 10^{-3}$ y un índice de confiabilidad de 2.67. Finalmente, en el puente de sección compuesta, se encontró que tiene una probabilidad de falla de $p(f) = 3.1 \times 10^{-2}$ y un índice de confiabilidad de 1.83.
13. Para el caso de superestructuras de nervaduras de concreto reforzado de 28 m, el mantener o garantizar sus niveles de confiabilidad puede resultar más costoso respecto a otros sistemas estructurales, tales como los que usan elementos presforzados, de acero o los de sección compuesta.
14. Se encontró que debido a la longitud de las superestructuras estudiadas, al hacer la evaluación no determinista ante condiciones de fuerza cortante, ésta arroja índice de confiabilidad mayor a los que presenta por flexión, y por consecuencia menores probabilidades de falla. En este sentido, se concluye que ésta no es una condición crítica para el tipo de superestructuras estudiadas.

15. Con base en los resultados obtenidos al calcular los factores de evaluación de carga a nivel de inventario de las diversas superestructuras y con base en la normatividad del AASHTO, se puede decir que éstas podrán operar dentro de niveles de seguridad adecuados, siempre y cuando los puentes se encuentren sometidos periódicamente a un mantenimiento y monitoreo adecuado y no transiten sobre ellos vehículos que generen cargas mayores a las que generaría un vehículo de configuración similar al HS-20 del AASHTO y pesos máximos de 63.48 t y 121.02 t en los puentes de nervaduras de concreto reforzado de 15 m, 28 m respectivamente y de 80.03 t en el de sección compuesta de 35 m.
16. En el caso de estructuras a base de nervaduras de concreto reforzado de 15 m y 28 m, las cargas a nivel de operación se limitan a 105.96 t y 202.01 t, mientras que en el caso de la superestructuras de sección compuesta, la carga se limita a 133.60 t.
17. En general, los factores de evaluación de puentes predicen un buen comportamiento de las estructuras ante carga viva, a nivel de inventario y operación utilizando el vehículo de diseño HS-20 del AASHTO, por lo que se puede decir que si los puentes se encuentran en buen estado y fueron construidos con base en lo establecido en planos, éstos tienen un comportamiento favorable.
18. Con base en los resultados obtenidos para factor de evaluación, considerando los vehículos virtuales del IMT, se observa que éstos presentan un comportamiento mucho más desfavorable que los que se obtienen utilizando el HS-20 del AASHTO. Para niveles de inventario, al utilizar los vehículos del IMT se obtienen factores apenas mayores que la unidad en estructuras de nervaduras de concreto reforzado (1.097 y 1.085 para los claros e 15 m y 28 m respectivamente), mientras que en la estructura con sección compuesta, se obtuvo un valor menor a la unidad de 0.7.
19. Los factores de evaluación de carga a nivel de operación al utilizar los camiones del IMT, indican valores de 1.832 y 1.811 en las estructuras a base de nervaduras de 15 y 28 m respectivamente, mientras que la estructura de sección compuesta tiene un factor de 1.164.
20. Con base en los factores de evaluación de puentes utilizando los vehículos del IMT, se puede concluir que aunque los puentes cumplen con las condiciones de operación, éstos ya no cumplen para las cargas de inventario, por lo que es necesario tomar acciones que incrementen los niveles de operación de los puentes, a fin de evitar que los puentes que se encuentran en buen estado se deterioren y los que se encuentran en malas condiciones lleguen a fallar o queden inoperantes.

ANEXO A

Evaluación de la resistencia y la demanda de los casos estudiados de nervaduras de concreto reforzado y sección compuesta.

TABLA A.1: Evaluación de los momentos resistentes para diferentes valores de f'c y fy

NRV-15											
Momento				MOMENTO [kN - m]							
f'c [Mpa]	E [Mpa]	fy = 440.8 Mpa	fy = 457.7 MPa	fy = 474.6 Mpa	fy [Mpa]	f'c=22.34 Mpa	f'c=24.12 Mpa	f'c=25.02 Mpa	f'c=26.8 Mpa	f'c=29.48 Mpa	f'c=31.26 Mpa
22.34	21126.87	6879.98	7130.63	7377.75	440.80	6879.98	6905.35	6906.70	6927.14	6949.05	6963.33
23.23	21543.59	6904.30	7150.25	7394.36	444.18	6930.30	6954.94	6955.72	6983.47	6992.38	7002.13
24.12	21952.41	6905.35	7152.07	7409.43	447.56	6981.98	7005.73	7010.29	7033.69	7052.95	7064.45
25.02	22358.22	6906.70	7177.20	7430.64	450.94	7031.88	7056.98	7072.95	7088.64	7111.47	7127.06
25.91	22752.40	6925.65	7179.66	7432.35	454.32	7086.64	7102.06	7117.98	7144.88	7145.12	7158.45
26.80	23139.87	6927.14	7181.07	7437.05	457.70	7130.63	7152.07	7177.20	7181.07	7197.31	7222.45
27.69	23520.96	6930.15	7192.63	7447.94	461.08	7192.18	7206.63	7214.55	7233.15	7254.89	7274.14
28.58	23895.97	6946.00	7195.34	7451.25	464.46	7224.78	7266.05	7267.43	7292.81	7314.05	7321.73
29.48	24269.30	6949.05	7197.31	7459.00	467.84	7275.78	7323.79	7325.47	7340.47	7361.94	7375.36
30.37	24632.92	6951.43	7206.20	7464.00	471.22	7330.45	7350.69	7377.20	7396.89	7401.62	7439.36
31.26	24991.25	6963.32	7222.45	7469.36	474.60	7377.75	7409.43	7430.64	7437.05	7459.00	7469.36

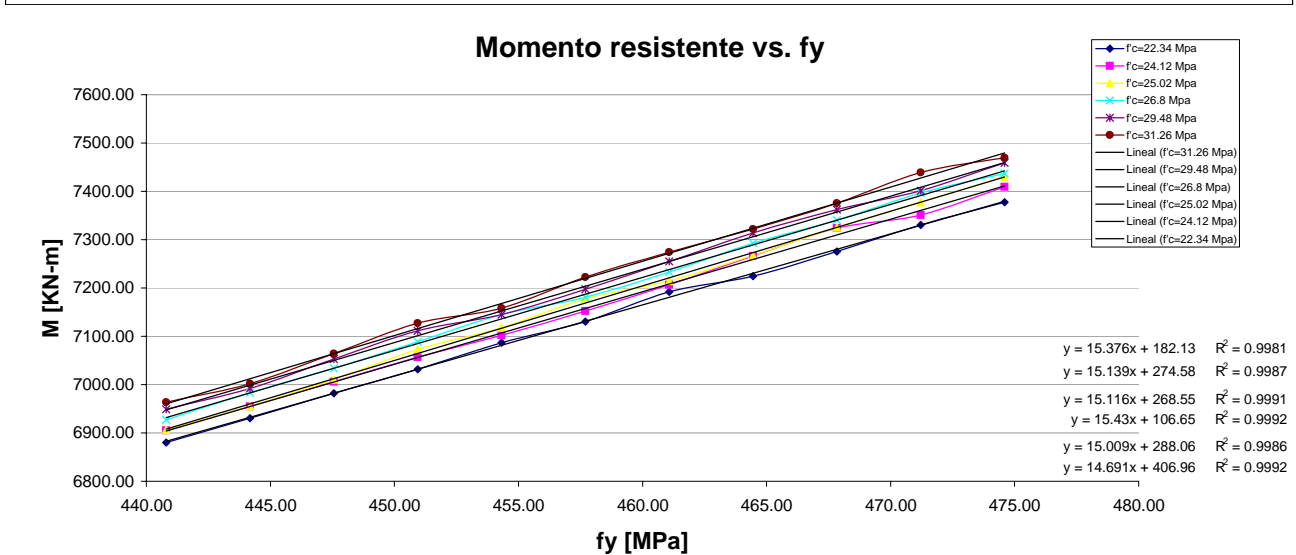
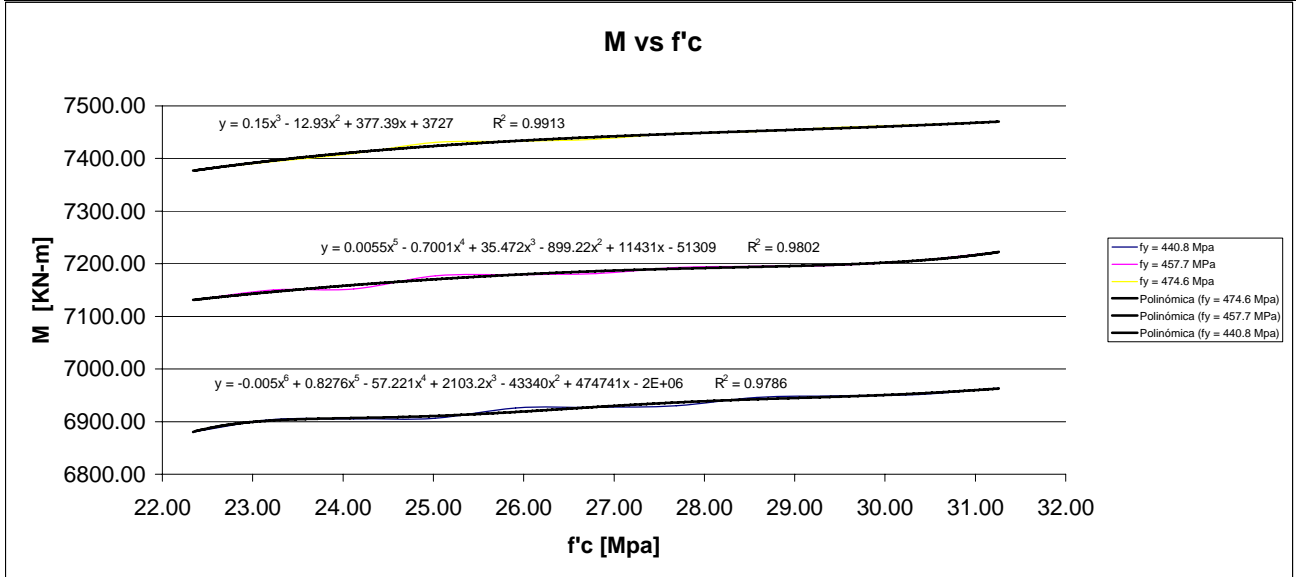


TABLA A.2: Evaluación de los momentos resistentes para diferentes valores de $f'c$ y f_y

NRV-28											
$f'c$ [Mpa]	E [Mpa]	Momento			f_y [Mpa]	Momento					
		$f_y = 440.8$ Mpa	$f_y = 457.7$ Mpa	$f_y = 474.6$ Mpa		$f'c=22.34$ Mpa	$f'c=24.12$ Mpa	$f'c=25.02$ Mpa	$f'c=26.8$ Mpa	$f'c=29.48$ Mpa	$f'c=31.26$ Mpa
22.34	21126.87	24452.00	25344.00	26234.00	440.80	24452.00	24532.00	24569.00	24642.00	24718.00	24792.00
23.23	21543.59	24493.00	25388.00	26281.00	444.18	24631.00	24712.00	24749.00	24822.00	24920.00	24984.00
24.12	21952.41	24532.00	25429.00	26325.00	447.56	24809.00	24891.00	24929.00	25003.00	25099.00	25176.00
25.02	22358.22	24569.00	25469.00	26366.00	450.94	24988.00	25071.00	25109.00	25183.00	25281.00	25371.00
25.91	22752.40	24607.00	25506.00	26405.00	454.32	25166.00	25250.00	25289.00	25363.00	25462.00	25515.00
26.80	23139.87	24642.00	25543.00	26442.00	457.70	25344.00	25429.00	25469.00	25543.00	25643.00	25707.00
27.69	23520.96	24675.00	25579.00	26479.00	461.08	25523.00	25609.00	25648.00	25723.00	25824.00	25899.00
28.58	23895.97	24706.00	25612.00	26514.00	464.46	25701.00	25788.00	25828.00	25903.00	26006.00	26046.00
29.48	24269.30	24718.00	25643.00	26548.00	467.84	25879.00	25967.00	26007.00	26082.00	26187.00	26246.00
30.37	24632.92	24744.00	25673.00	26580.00	471.22	26057.00	26146.00	26187.00	26262.00	26367.00	26428.00
31.26	24991.25	24792.00	25707.00	26610.00	474.60	26234.00	26325.00	26366.00	26442.00	26548.00	26610.00

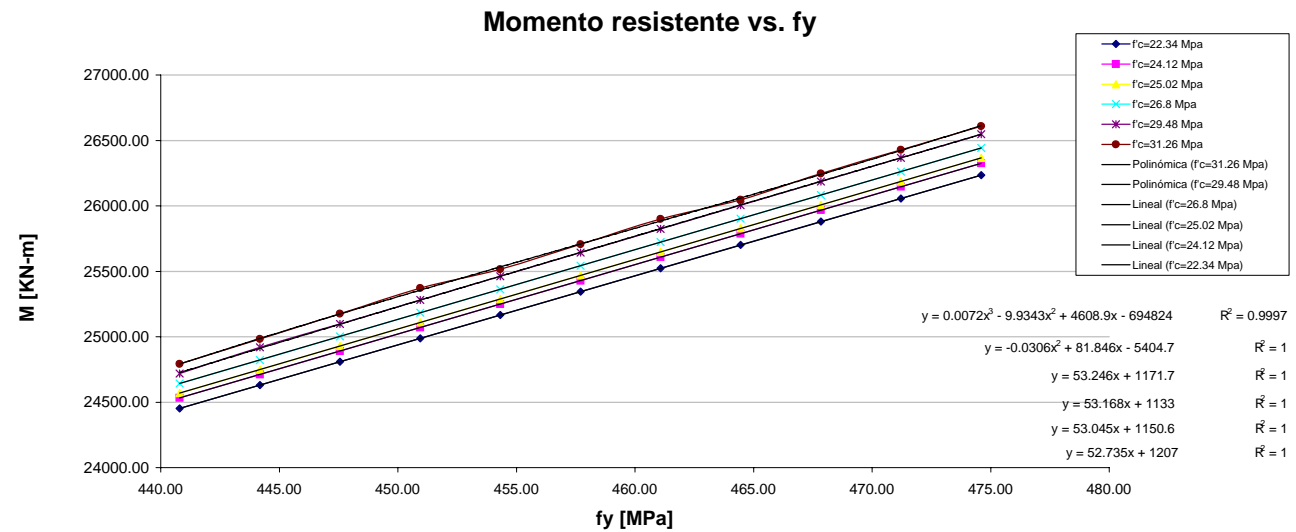
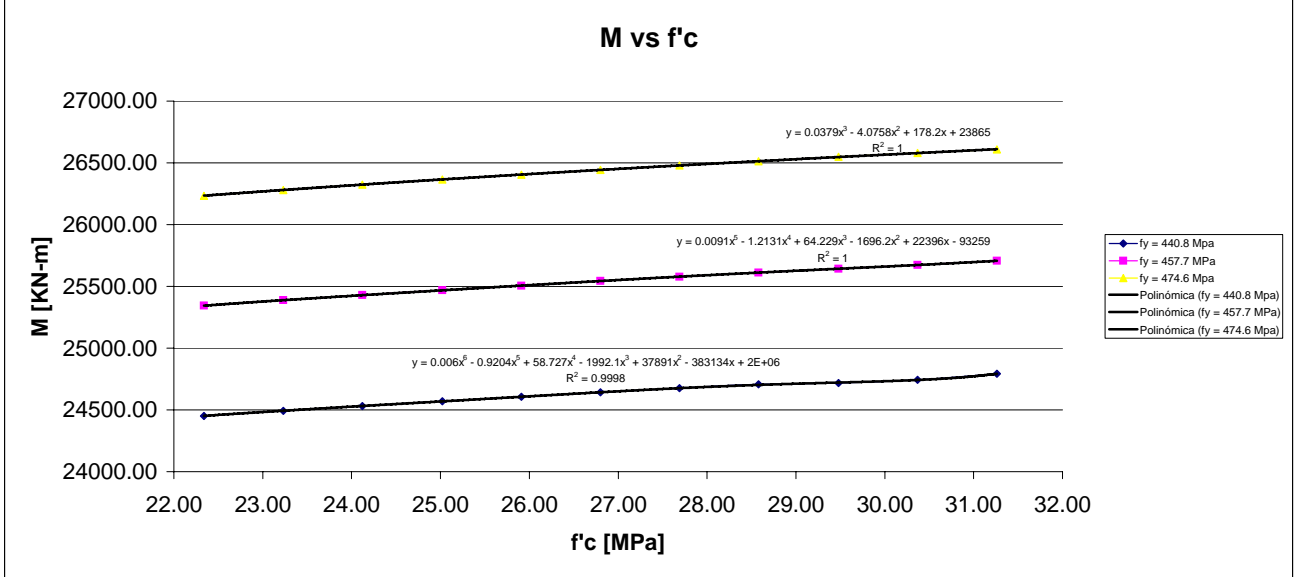
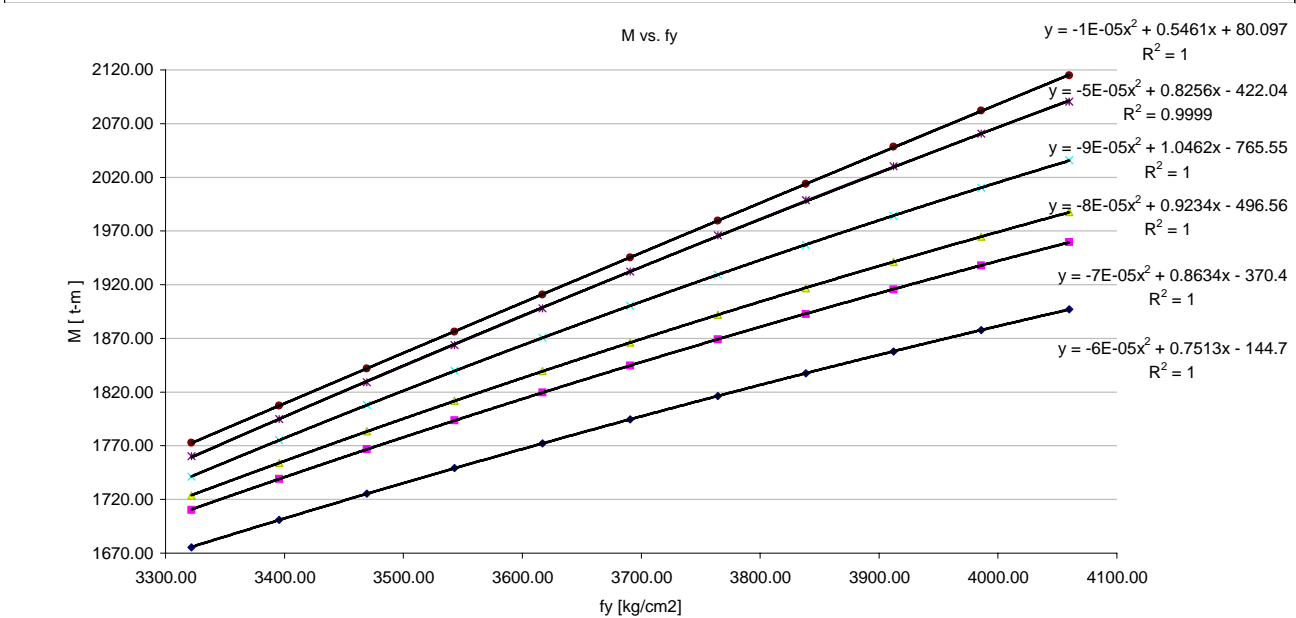
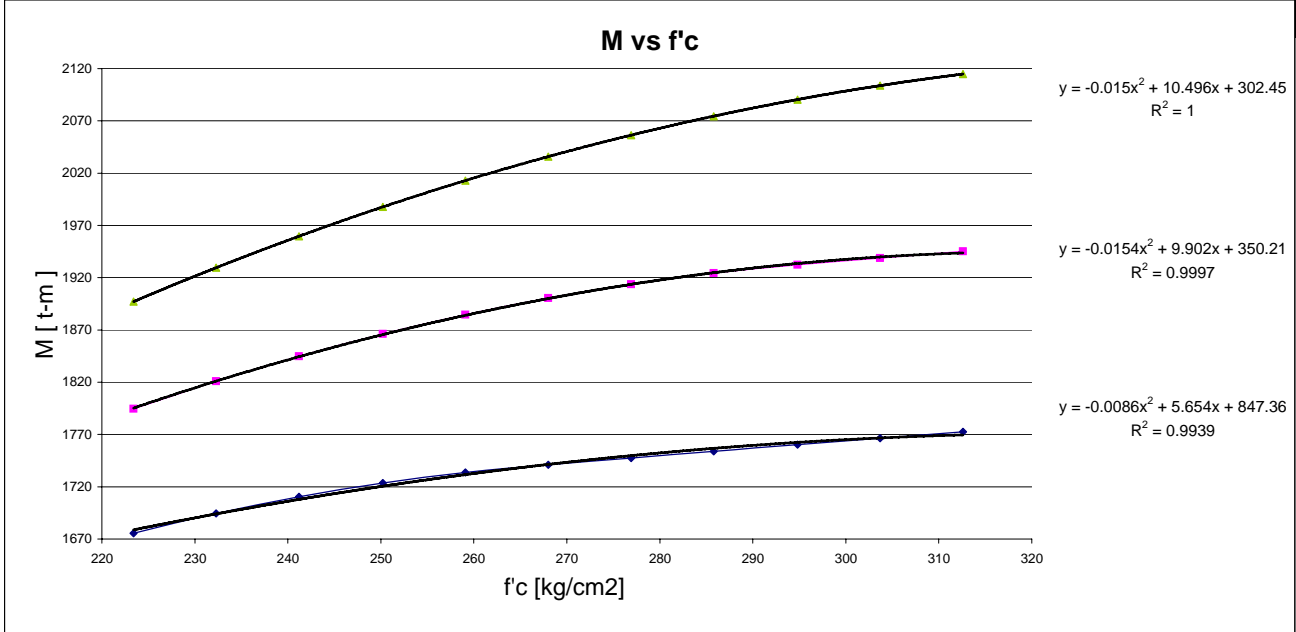


TABLA A.3: Evaluación de los momentos resistentes para diferentes valores de f'c y Fy

SECCION COMPUESTA - 35m											
Momento					Momento (t-m)						
f'c	E	fy = 3321.68	fy = 3690.75	fy = 4059.83	fy	f'c=223.4	f'c=241.2	f'c=250.2	f'c=268	f'c=294.8	f'c=312.6
[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]
223.40	209252.00	1675.46	1794.63	1897.14	3321.68	1675.46	1710.38	1723.60	1741.08	1760.31	1772.68
232.30	213379.47	1694.37	1820.99	1929.60	3395.49	1700.89	1739.11	1754.09	1775.17	1794.79	1807.28
241.20	217428.61	1710.38	1844.74	1959.67	3469.31	1725.47	1766.85	1783.53	1808.13	1829.24	1841.84
250.20	221447.96	1723.60	1866.08	1987.67	3543.12	1749.26	1793.66	1811.96	1839.94	1863.64	1876.35
259.10	225352.17	1733.75	1884.56	2012.95	3616.94	1772.30	1819.61	1839.47	1870.69	1898.01	1910.83
268.00	229189.88	1741.08	1900.42	2035.86	3690.75	1794.63	1844.74	1866.08	1900.42	1932.35	1945.27
276.90	232964.37	1747.55	1913.65	2056.39	3764.57	1816.31	1869.10	1891.88	1929.20	1966.02	1979.67
285.80	236678.69	1753.93	1924.27	2074.53	3838.38	1837.37	1892.73	1916.89	1957.08	1998.60	2014.04
294.80	240376.37	1760.31	1932.35	2090.46	3912.20	1857.83	1915.68	1941.16	1984.13	2030.17	2048.37
303.70	243977.87	1766.53	1938.84	2103.82	3986.01	1877.75	1937.98	1964.74	2010.37	2060.77	2082.09
312.60	247526.97	1772.68	1945.27	2114.79	4059.83	1897.14	1959.67	1987.67	2035.86	2090.46	2114.79



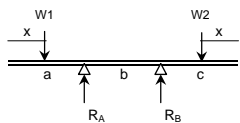


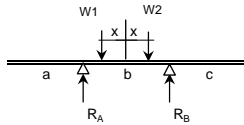
TABLA A.4.1. Factores de distribución transversal para la primera posición de carga (Reacción R_A)

DETERMINACIÓN DE R_A																
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868
C2 -	7252	1.00	0.54	0.32	0.33	0.11	0.01	0.10	-0.03	-0.10	-0.10	-0.14	-0.17	-0.11	-0.17	-0.20
C2	11268	1.11	1.00	0.66	0.67	0.34	0.18	0.32	0.11	0.01	0.02	-0.05	-0.10	0.00	-0.09	-0.14
C2+	15284	1.16	1.08	1.00	1.00	0.57	0.35	0.54	0.26	0.12	0.13	0.04	-0.02	0.11	-0.02	-0.09
C3 -	15077	1.16	1.08	0.98	1.00	0.56	0.34	0.53	0.25	0.11	0.12	0.03	-0.03	0.10	-0.02	-0.09
C3	22825	1.20	1.15	1.10	1.10	1.00	0.67	0.96	0.53	0.32	0.34	0.20	0.11	0.31	0.12	0.02
C3+	30573	1.23	1.19	1.15	1.15	1.08	1.00	1.07	0.82	0.54	0.56	0.37	0.26	0.52	0.26	0.12
T3-S2 -	23545	1.21	1.16	1.11	1.11	1.01	0.70	1.00	0.56	0.34	0.36	0.22	0.13	0.33	0.13	0.03
T3-S2	35557	1.24	1.20	1.17	1.17	1.11	1.04	1.10	1.00	0.67	0.70	0.48	0.35	0.65	0.35	0.19
T3-S2+	47569	1.25	1.23	1.20	1.20	1.16	1.11	1.15	1.08	1.00	1.01	0.75	0.56	0.98	0.57	0.36
T3-S3 -	46185	1.25	1.23	1.20	1.20	1.15	1.10	1.15	1.07	0.96	1.00	0.72	0.54	0.94	0.54	0.34
T3-S3	58894	1.26	1.24	1.22	1.22	1.18	1.14	1.18	1.12	1.06	1.06	1.00	0.77	1.05	0.78	0.52
T3-S3 +	71603	1.27	1.25	1.24	1.24	1.20	1.17	1.20	1.15	1.10	1.11	1.05	1.00	1.10	1.00	0.69
T3-S2-R4 -	48432	1.26	1.23	1.21	1.21	1.16	1.11	1.15	1.08	1.01	1.01	0.77	0.58	1.00	0.58	0.37
T3-S2-R4	71150	1.27	1.25	1.24	1.24	1.20	1.17	1.20	1.15	1.10	1.11	1.05	0.99	1.10	1.00	0.69
T3-S2-R4 +	93868	1.28	1.26	1.25	1.25	1.23	1.20	1.22	1.19	1.15	1.15	1.11	1.07	1.15	1.07	1.00

TABLA A.4.2. Factores de distribución transversal para la primera posición de carga (Reacción R_B)

DETERMINACIÓN DE R_B																
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868
C2 -	7252	1.00	1.11	1.16	1.16	1.20	1.23	1.21	1.24	1.25	1.25	1.26	1.27	1.26	1.27	1.28
C2	11268	0.54	1.00	1.08	1.08	1.15	1.19	1.16	1.20	1.23	1.23	1.24	1.25	1.23	1.25	1.26
C2+	15284	0.32	0.66	1.00	0.98	1.10	1.15	1.11	1.17	1.20	1.20	1.22	1.24	1.21	1.24	1.25
C3 -	15077	0.33	0.67	1.00	1.00	1.10	1.15	1.11	1.17	1.20	1.20	1.22	1.24	1.21	1.24	1.25
C3	22825	0.11	0.34	0.57	0.56	1.00	1.08	1.01	1.11	1.16	1.15	1.18	1.20	1.16	1.20	1.23
C3+	30573	0.01	0.18	0.35	0.34	0.67	1.00	0.70	1.04	1.11	1.10	1.14	1.17	1.11	1.17	1.20
T3-S2 -	23545	0.10	0.32	0.54	0.53	0.96	1.07	1.00	1.10	1.15	1.15	1.18	1.20	1.15	1.20	1.22
T3-S2	35557	-0.03	0.11	0.26	0.25	0.53	0.82	0.56	1.00	1.08	1.07	1.12	1.15	1.08	1.15	1.19
T3-S2+	47569	-0.10	0.01	0.12	0.11	0.32	0.54	0.34	0.67	1.00	0.96	1.06	1.10	1.01	1.10	1.15
T3-S3 -	46185	-0.10	0.02	0.13	0.12	0.34	0.56	0.36	0.70	1.01	1.00	1.06	1.11	1.01	1.11	1.15
T3-S3	58894	-0.14	-0.05	0.04	0.03	0.20	0.37	0.22	0.48	0.75	0.72	1.00	1.05	0.77	1.05	1.11
T3-S3 +	71603	-0.17	-0.10	-0.02	-0.03	0.11	0.26	0.13	0.35	0.56	0.54	0.77	1.00	0.58	0.99	1.07
T3-S2-R4 -	48432	-0.11	0.00	0.11	0.10	0.31	0.52	0.33	0.65	0.98	0.94	1.05	1.10	1.00	1.10	1.15
T3-S2-R4	71150	-0.17	-0.09	-0.02	-0.02	0.12	0.26	0.13	0.35	0.57	0.54	0.78	1.00	0.58	1.00	1.07
T3-S2-R4 +	93868	-0.20	-0.14	-0.09	-0.09	0.02	0.12	0.03	0.19	0.36	0.34	0.52	0.69	0.37	0.69	1.00

TABLA A.5.1. Factores de distribución transversal para la segunda posición de carga (Reacción R_A)

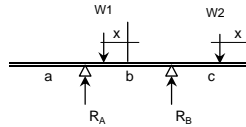


DETERMINACIÓN DE R_A																	
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868	
C2 -	7252	1.00	0.78	0.67	0.68	0.58	0.53	0.57	0.51	0.47	0.48	0.46	0.44	0.47	0.44	0.44	0.43
C2	11268	0.86	1.00	0.84	0.84	0.69	0.61	0.68	0.58	0.53	0.53	0.50	0.48	0.52	0.48	0.48	0.45
C2+	15284	0.80	0.90	1.00	0.99	0.80	0.69	0.78	0.65	0.58	0.59	0.54	0.51	0.58	0.51	0.51	0.48
C3 -	15077	0.80	0.90	0.99	1.00	0.79	0.69	0.78	0.64	0.58	0.58	0.54	0.51	0.57	0.51	0.51	0.48
C3	22825	0.74	0.81	0.87	0.87	1.00	0.84	0.98	0.78	0.68	0.69	0.62	0.58	0.67	0.58	0.58	0.53
C3+	30573	0.71	0.76	0.81	0.81	0.90	1.00	0.91	0.91	0.78	0.79	0.70	0.64	0.77	0.65	0.65	0.58
T3-S2 -	23545	0.74	0.80	0.87	0.86	0.99	0.86	1.00	0.79	0.69	0.70	0.63	0.58	0.68	0.59	0.59	0.54
T3-S2	35557	0.70	0.74	0.78	0.78	0.86	0.95	0.87	1.00	0.84	0.86	0.75	0.69	0.84	0.69	0.69	0.61
T3-S2+	47569	0.68	0.71	0.74	0.74	0.80	0.86	0.81	0.90	1.00	0.99	0.88	0.79	0.99	0.79	0.79	0.69
T3-S3 -	46185	0.68	0.71	0.75	0.74	0.81	0.87	0.81	0.91	0.98	1.00	0.87	0.78	0.97	0.78	0.78	0.69
T3-S3	58894	0.67	0.69	0.72	0.72	0.77	0.82	0.77	0.85	0.93	0.92	1.00	0.89	0.93	0.89	0.89	0.77
T3-S3 +	71603	0.66	0.68	0.70	0.70	0.74	0.78	0.74	0.81	0.87	0.87	0.87	1.00	0.88	1.00	0.85	0.85
T3-S2-R4 -	48432	0.68	0.71	0.74	0.74	0.80	0.86	0.80	0.90	0.99	0.98	0.89	0.80	1.00	0.80	0.80	0.70
T3-S2-R4	71150	0.66	0.68	0.70	0.70	0.74	0.78	0.75	0.81	0.87	0.87	0.93	1.00	0.88	1.00	0.85	0.85
T3-S2-R4 +	93868	0.65	0.67	0.68	0.68	0.71	0.74	0.72	0.76	0.81	0.81	0.86	0.91	0.82	0.91	1.00	1.00

TABLA A.5.2. Factores de distribución transversal para la segunda posición de carga (Reacción R_B)

DETERMINACIÓN DE R_B																	
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868	
C2 -	7252	1.00	0.86	0.80	0.80	0.74	0.71	0.74	0.70	0.68	0.68	0.67	0.66	0.68	0.66	0.66	0.65
C2	11268	0.78	1.00	0.90	0.90	0.81	0.76	0.80	0.74	0.71	0.71	0.69	0.68	0.71	0.68	0.68	0.67
C2+	15284	0.67	0.84	1.00	0.99	0.87	0.81	0.87	0.78	0.74	0.75	0.72	0.70	0.74	0.70	0.70	0.68
C3 -	15077	0.68	0.84	0.99	1.00	0.87	0.81	0.86	0.78	0.74	0.74	0.72	0.70	0.74	0.70	0.70	0.68
C3	22825	0.58	0.69	0.80	0.79	1.00	0.90	0.99	0.86	0.80	0.81	0.77	0.74	0.80	0.74	0.74	0.71
C3+	30573	0.53	0.61	0.69	0.69	0.84	1.00	0.86	0.95	0.86	0.87	0.82	0.78	0.86	0.78	0.74	0.74
T3-S2 -	23545	0.57	0.68	0.78	0.78	0.98	0.91	1.00	0.87	0.81	0.81	0.77	0.74	0.80	0.75	0.75	0.72
T3-S2	35557	0.51	0.58	0.65	0.64	0.78	0.91	0.79	1.00	0.90	0.91	0.85	0.81	0.90	0.81	0.81	0.76
T3-S2+	47569	0.47	0.53	0.58	0.58	0.68	0.78	0.69	0.84	1.00	0.98	0.93	0.87	0.99	0.87	0.87	0.81
T3-S3 -	46185	0.48	0.53	0.59	0.58	0.69	0.79	0.70	0.86	0.99	1.00	0.92	0.87	0.98	0.87	0.87	0.81
T3-S3	58894	0.46	0.50	0.54	0.54	0.62	0.70	0.63	0.75	0.88	0.87	1.00	0.93	0.89	0.93	0.86	0.86
T3-S3 +	71603	0.44	0.48	0.51	0.51	0.58	0.64	0.58	0.69	0.79	0.78	0.89	1.00	0.80	1.00	0.91	0.91
T3-S2-R4 -	48432	0.47	0.52	0.58	0.57	0.67	0.77	0.68	0.84	0.99	0.97	0.93	0.88	1.00	0.88	0.88	0.82
T3-S2-R4	71150	0.44	0.48	0.51	0.51	0.58	0.65	0.59	0.69	0.79	0.78	0.89	1.00	0.80	1.00	0.91	0.91
T3-S2-R4 +	93868	0.43	0.45	0.48	0.48	0.53	0.58	0.54	0.61	0.69	0.69	0.77	0.85	0.70	0.85	1.00	1.00

TABLA A.6.1. Factores de distribución transversal para la tercera posición de carga (Reacción R_A)



DETERMINACIÓN DE R_A																
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868
C2 -	7252	-0.32	-0.10	0.01	0.00	0.10	0.15	0.11	0.17	0.21	0.20	0.22	0.24	0.21	0.24	0.25
C2	11268	-0.43	-0.32	-0.16	-0.16	-0.01	0.07	0.00	0.10	0.15	0.15	0.18	0.20	0.16	0.20	0.23
C2+	15284	-0.48	-0.40	-0.32	-0.32	-0.12	-0.01	-0.10	0.03	0.10	0.09	0.14	0.17	0.10	0.17	0.20
C3 -	15077	-0.48	-0.40	-0.31	-0.32	-0.11	-0.01	-0.10	0.04	0.10	0.10	0.14	0.17	0.11	0.17	0.20
C3	22825	-0.52	-0.47	-0.42	-0.42	-0.32	-0.16	-0.30	-0.10	0.00	-0.01	0.06	0.10	0.01	0.10	0.15
C3+	30573	-0.55	-0.51	-0.47	-0.47	-0.40	-0.32	-0.39	-0.23	-0.10	-0.11	-0.02	0.04	-0.09	0.03	0.10
T3-S2 -	23545	-0.53	-0.48	-0.43	-0.43	-0.33	-0.18	-0.32	-0.11	-0.01	-0.02	0.05	0.10	0.00	0.09	0.14
T3-S2	35557	-0.56	-0.52	-0.49	-0.49	-0.43	-0.36	-0.42	-0.32	-0.16	-0.18	-0.07	-0.01	-0.16	-0.01	0.07
T3-S2+	47569	-0.57	-0.55	-0.52	-0.52	-0.48	-0.43	-0.47	-0.40	-0.32	-0.33	-0.20	-0.11	-0.31	-0.11	-0.01
T3-S3 -	46185	-0.57	-0.55	-0.52	-0.52	-0.47	-0.42	-0.47	-0.39	-0.30	-0.32	-0.19	-0.10	-0.29	-0.10	-0.01
T3-S3	58894	-0.58	-0.56	-0.54	-0.54	-0.50	-0.46	-0.50	-0.44	-0.38	-0.38	-0.32	-0.21	-0.37	-0.21	-0.09
T3-S3 +	71603	-0.59	-0.57	-0.56	-0.56	-0.52	-0.49	-0.52	-0.47	-0.42	-0.43	-0.37	-0.32	-0.42	-0.32	-0.17
T3-S2-R4 -	48432	-0.58	-0.55	-0.53	-0.53	-0.48	-0.43	-0.47	-0.40	-0.33	-0.33	-0.21	-0.12	-0.32	-0.12	-0.02
T3-S2-R4	71150	-0.59	-0.57	-0.56	-0.56	-0.52	-0.49	-0.52	-0.47	-0.42	-0.43	-0.37	-0.32	-0.42	-0.32	-0.17
T3-S2-R4 +	93868	-0.60	-0.58	-0.57	-0.57	-0.55	-0.52	-0.54	-0.51	-0.47	-0.47	-0.43	-0.39	-0.47	-0.39	-0.32

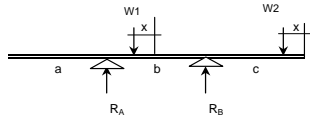
TABLA A.6.2. Factores de distribución transversal para la tercera posición de carga (Reacción R_B)

DETERMINACIÓN DE R_B																
Vehículo	W 2	C2 -	C2	C2+	C3 -	C3	C3+	T3-S2 -	T3-S2	T3-S2+	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
W 1	w [kg]	7252	11268	15284	15077	22825	30573	23545	35557	47569	46185	58894	71603	48432	71150	93868
C2 -	7252	1.68	1.54	1.48	1.48	1.42	1.39	1.42	1.38	1.36	1.36	1.35	1.34	1.36	1.34	1.33
C2	11268	1.22	1.68	1.58	1.58	1.49	1.44	1.48	1.42	1.39	1.39	1.37	1.36	1.39	1.36	1.35
C2+	15284	1.00	1.34	1.68	1.66	1.55	1.49	1.55	1.46	1.42	1.43	1.40	1.38	1.42	1.38	1.36
C3 -	15077	1.01	1.35	1.67	1.68	1.55	1.49	1.54	1.46	1.42	1.42	1.40	1.38	1.42	1.38	1.36
C3	22825	0.79	1.02	1.25	1.24	1.68	1.58	1.67	1.54	1.48	1.49	1.45	1.42	1.48	1.42	1.39
C3+	30573	0.69	0.86	1.03	1.02	1.35	1.68	1.38	1.63	1.54	1.55	1.50	1.46	1.54	1.46	1.42
T3-S2 -	23545	0.78	1.00	1.22	1.21	1.64	1.59	1.68	1.55	1.49	1.49	1.45	1.42	1.48	1.43	1.40
T3-S2	35557	0.65	0.79	0.94	0.93	1.21	1.50	1.24	1.68	1.58	1.59	1.53	1.49	1.58	1.49	1.44
T3-S2+	47569	0.58	0.69	0.80	0.79	1.00	1.22	1.02	1.35	1.68	1.64	1.61	1.55	1.67	1.55	1.49
T3-S3 -	46185	0.58	0.70	0.81	0.80	1.02	1.24	1.04	1.38	1.67	1.68	1.60	1.55	1.66	1.55	1.49
T3-S3	58894	0.54	0.63	0.72	0.71	0.88	1.05	0.90	1.16	1.43	1.40	1.68	1.61	1.45	1.61	1.54
T3-S3 +	71603	0.51	0.58	0.66	0.65	0.79	0.94	0.81	1.03	1.24	1.22	1.45	1.68	1.26	1.67	1.59
T3-S2-R4 -	48432	0.57	0.68	0.79	0.78	0.99	1.20	1.01	1.33	1.66	1.62	1.61	1.56	1.68	1.56	1.50
T3-S2-R4	71150	0.51	0.59	0.66	0.66	0.80	0.94	0.81	1.03	1.25	1.22	1.46	1.68	1.26	1.68	1.59
T3-S2-R4 +	93868	0.48	0.54	0.59	0.59	0.70	0.80	0.71	0.87	1.04	1.02	1.20	1.37	1.05	1.37	1.68

TABLA A.7. Elementos mecánicos actuantes en la superestructura de nervaduras de 15 m de longitud

ELEMENTOS MEC. DUE CARGA VEHICULAR

Vehiculo	Media	S.Dev
	FUERZAS [kg]	
T3-S3	58894	12709
	MOMENTOS [t-m]	
T3-S3	106.79	29.77
	CORTANTES [t]	
T3-S3	37.86	9.639



Vehiculo	FACTORES DE DIST. TRANSVERSAL			MOMENTOS ACTUANTES [T.M]			CORTANTES ACTUANTES [T]					
	W 2	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	W 2	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +	W 2	T3-S3 -	T3-S3	T3-S3 +
	W 1	w [kg]	46185.0	58894.0	71603.0	w [kg]	77.0	106.8	136.6	w [kg]	28.2	37.9
T3-S3 -	46185.0	1.68	1.60	1.55	77.0	258.79	293.73	330.00	28.2	94.82	105.60	117.00
	48726.8	1.61	1.61	1.56	83.0	257.94	306.35	342.16	30.1	94.10	109.79	121.02
	51268.6	1.55	1.63	1.57	88.9	257.40	319.18	354.49	32.1	93.53	114.05	125.10
	53810.4	1.50	1.65	1.59	94.9	257.13	332.19	366.97	34.0	93.08	118.37	129.23
	56352.2	1.45	1.66	1.60	100.8	257.08	345.41	379.61	35.9	92.73	122.76	133.41
T3-S3	58894.0	1.40	1.68	1.61	106.8	257.24	358.81	392.41	37.9	92.48	127.21	137.65
	61435.8	1.36	1.63	1.63	112.7	257.56	357.01	405.38	39.8	92.31	126.27	141.93
	63977.6	1.32	1.58	1.64	118.7	258.05	355.53	418.50	41.7	92.21	125.47	146.27
	66519.4	1.28	1.53	1.65	124.7	258.66	354.33	431.79	43.6	92.17	124.78	150.68
	69061.2	1.25	1.49	1.67	130.6	259.40	353.39	445.23	45.6	92.19	124.20	155.10
T3-S3 +	71603.0	1.22	1.45	1.68	136.6	260.25	352.68	458.84	47.5	92.27	123.71	159.60

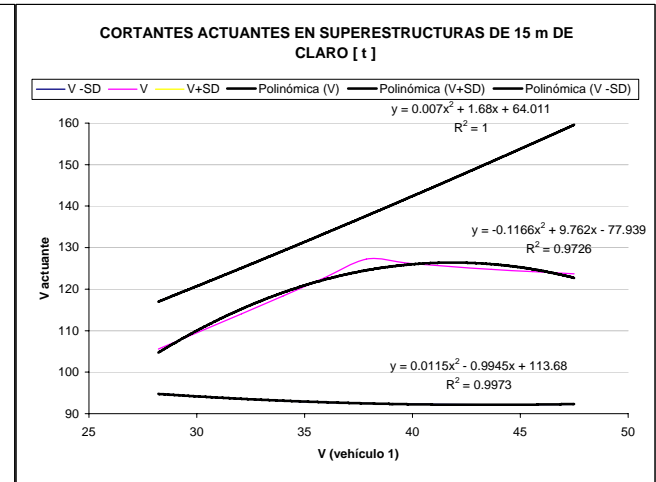
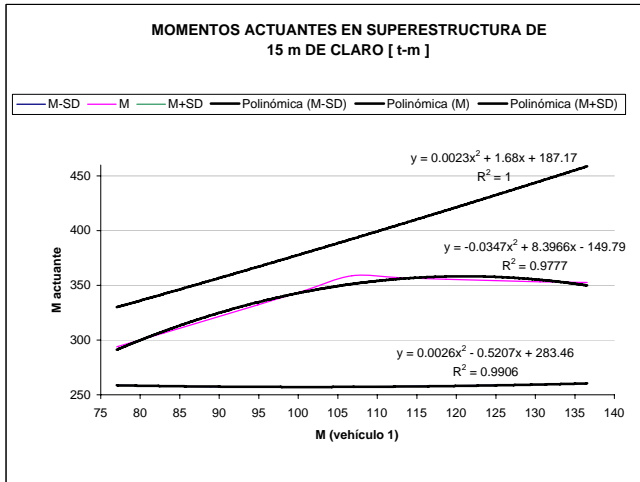
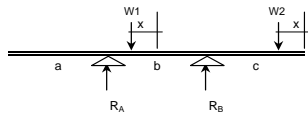


TABLA A.8. Elementos mecánicos actuantes en la superestructura de nervaduras de 28 m de longitud

ELEMENTOS MEC. DUE CARGA VEHICULAR

Vehiculo	Media	S.Dev
	FUERZAS [kg]	
T3-S2-R4	71150	22718
	MOMENTOS [t-m]	
T3-S2-R4	317.95	114.39
	CORTANTES [t]	
T3-S2-R4	44.35	16.182



Vehiculo	FACTORES DE DIST. TRANSVERSAL			MOMENTOS ACTUANTES [T.M]			CORTANTES ACTUANTES [T]					
	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
	W 1	w [kg]			w [kg]				w [kg]			
T3-S2-R4 -	48432.0	1.68	1.56	1.50	203.560	683.96	812.86	951.35	28.168	94.64	113.03	132.70
	52975.6	1.57	1.58	1.51	226.438	674.45	861.73	997.69	31.404	93.44	119.91	139.23
	57519.2	1.47	1.61	1.53	249.316	667.82	911.71	1044.88	34.641	92.62	126.95	145.89
	62062.8	1.39	1.63	1.55	272.194	663.43	962.80	1092.90	37.877	92.10	134.15	152.66
	66606.4	1.33	1.66	1.57	295.072	660.83	1015.00	1141.77	41.114	91.82	141.50	159.55
T3-S2-R4	71150.0	1.26	1.68	1.59	317.950	659.67	1068.31	1191.48	44.350	91.73	149.02	166.56
	75693.6	1.21	1.60	1.61	340.828	659.69	1055.34	1242.04	47.586	91.80	147.28	173.68
	80237.2	1.16	1.53	1.62	363.706	660.69	1044.82	1293.43	50.823	92.00	145.88	180.93
	84780.8	1.12	1.47	1.64	386.584	662.52	1036.36	1345.67	54.059	92.31	144.76	188.30
	89324.4	1.08	1.42	1.66	409.462	665.05	1029.65	1398.74	57.296	92.72	143.88	195.78
T3-S2-R4 +	93868.0	1.05	1.37	1.68	432.340	668.17	1024.43	1452.66	60.532	93.20	143.20	203.39

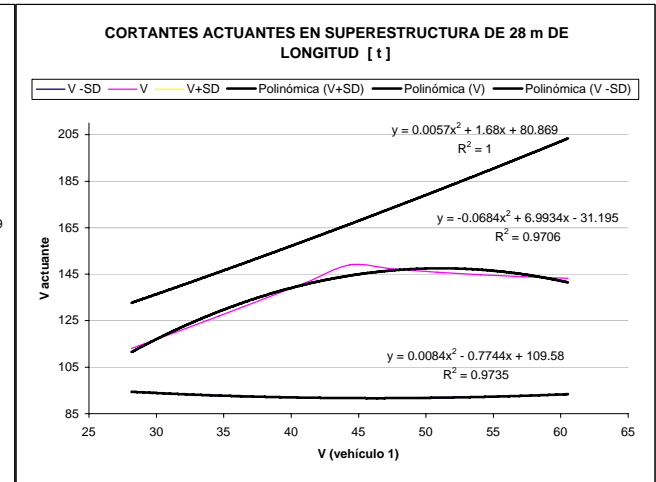
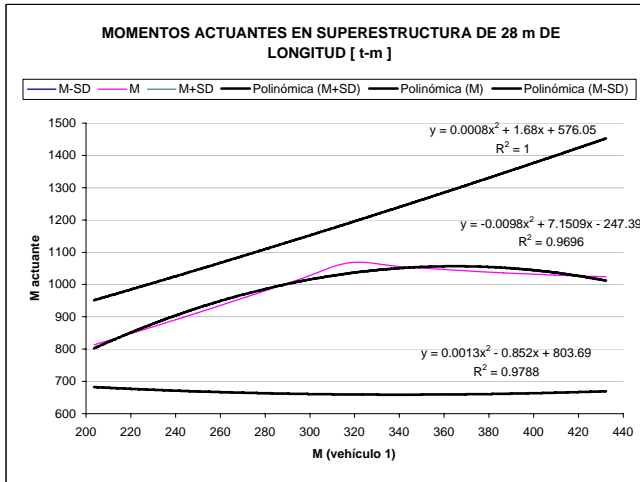
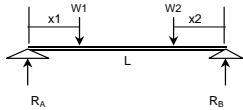


TABLA A.9. Elementos mecánicos actuantes en la superestructura de sección compuesta de 35 m de longitud

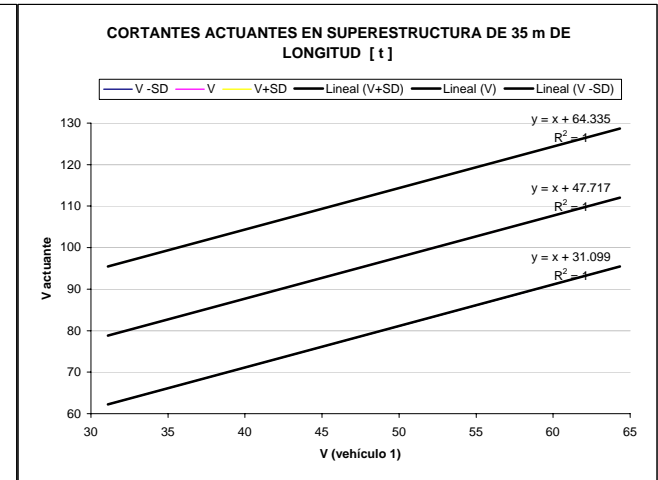
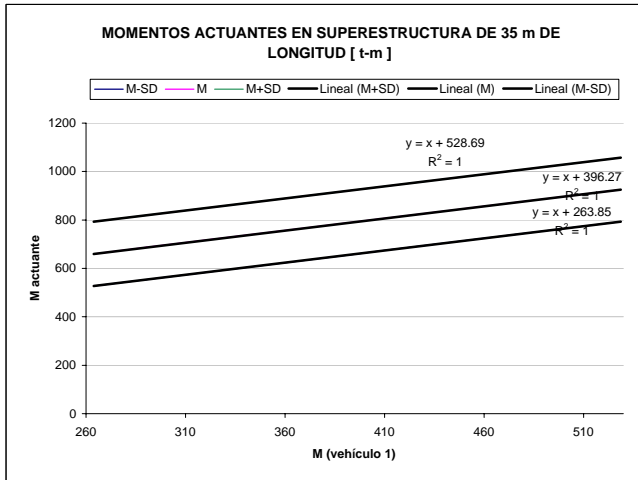
ELEMENTOS MEC. DUE CARGA VEHICULAR

Vehiculo	Media	S.Dev
	FUERZAS [kg]	
T3-S2-R4	71150	22718
	MOMENTOS [t-m]	
T3-S2-R4	396.27	132.42
	CORTANTES [t]	
T3-S2-R4	47.717	16.618



El ancho del puente únicamente permite una combinación de distribución transversal y que el ancho de calzada se encuentra comprendido entre las dos travesas, el factor de distribución transversal más desfavorable es 1.0.

Vehiculo	FACTORES DE DIST. TRANSVERSAL			MOMENTOS ACTUANTES [T.M]			CORTANTES ACTUANTES [T]					
	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +	W 2	T3-S2-R4 -	T3-S2-R4	T3-S2-R4 +
W 1	w [kg]	48432.0	71150.0	93868.0	w [kg]	263.9	396.3	528.7	w [kg]	31.1	47.7	64.3
T3-S2-R4 -	48432.0	1.00	1.00	1.00	263.9	527.70	660.12	792.54	31.1	62.20	78.82	95.43
	52975.6	1.00	1.00	1.00	290.3	554.18	686.60	819.02	34.4	65.52	82.14	98.76
	57519.2	1.00	1.00	1.00	316.8	580.67	713.09	845.51	37.7	68.85	85.46	102.08
	62062.8	1.00	1.00	1.00	343.3	607.15	739.57	871.99	41.1	72.17	88.79	105.40
	66606.4	1.00	1.00	1.00	369.8	633.64	766.06	898.48	44.4	75.49	92.11	108.73
T3-S2-R4	71150.0	1.00	1.00	1.00	396.3	660.12	792.54	924.96	47.7	78.82	95.43	112.05
	75693.6	1.00	1.00	1.00	422.8	686.60	819.02	951.44	51.0	82.14	98.76	115.38
	80237.2	1.00	1.00	1.00	449.2	713.09	845.51	977.93	54.4	85.46	102.08	118.70
	84780.8	1.00	1.00	1.00	475.7	739.57	871.99	1004.41	57.7	88.79	105.40	122.02
	89324.4	1.00	1.00	1.00	502.2	766.06	898.48	1030.90	61.0	92.11	108.73	125.35
T3-S2-R4 +	93868.0	1.00	1.00	1.00	528.7	792.54	924.96	1057.38	64.3	95.43	112.05	128.67



ANEXO B

Determinación de los parámetros de estadísticos de demanda y resistencia para los casos estudiados de nervaduras de concreto reforzado y trabe de sección compuesta

**NERVADURA DE CONCRETO REFORZADO.
LONGITUD DE CLARO DE 15 m**

PROYECTO: **NRV-15**

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE PARÁMETROS DE RESISTENCIA DEL PUENTE DE TRABES Y MOMENTO FLEXIONANTE

Ecuación de la generatriz, donde $z = M_R y = f'c$

$$z = A y^6 + B y^5 + C y^4 + D y^3 + E y^2 + F y \dots\dots\dots (1)$$

$$x = G \dots\dots\dots (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = fy$

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.54E+01 x + 1.83E+02 \dots\dots\dots (3)$$

$$y = 31.26 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.51E+01 x + 2.75E+02 \dots\dots\dots (5)$$

$$y = 29.48 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.51E+01 x + 2.69E+02 \dots\dots\dots (7)$$

$$y = 26.8 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (8)$$

Ecuación de la Directriz 4

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.54E+01 x + 1.07E+02 \dots\dots\dots (9)$$

$$y = 25.02 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (10)$$

Ecuación de la Directriz 5

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.50E+01 x + 2.88E+02 \dots\dots\dots (11)$$

$$y = 24.12 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (12)$$

Ecuación de la Directriz 6

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.47E+01 x + 4.07E+02 \dots\dots\dots (13)$$

$$y = 22.34 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (14)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 933112145 A + 29850036.6 B + 954895.606 C + 30546.8844 D + 977.1876 E + 31.26 F \dots\dots\dots (15)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 15.376 G + 183.13 \dots\dots\dots (16)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 6.56E+08 A + 2.23E+07 B + 7.55E+05 C + 2.56E+04 D + 8.69E+02 E + 2.95E+01 F \dots\dots\dots (17)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 15.139 G + 274.58 \dots\dots\dots (18)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 3.71E+08 A + 1.38E+07 B + 5.16E+05 C + 1.92E+04 D + 7.18E+02 E + 2.68E+01 F \dots\dots\dots (19)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 15.116 G + 268.55 \dots\dots\dots (20)$$

Igualando directriz 4 con la generatriz

Sustituyendo (10) en (1)

$$z = 2.45E+08 A + 9.80E+06 B + 3.92E+05 C + 1.57E+04 D + 6.26E+02 E + 2.50E+01 F \dots\dots\dots (21)$$

Sustituyendo (2) en (9)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 15.43 G + 106.65 \dots\dots\dots (22)$$

Igualando directriz 5 con la generatriz

Sustituyendo (12) en (1)

$$z = 1.97E+08 A + 8.16E+06 B + 3.38E+05 C + 1.40E+04 D + 5.82E+02 E + 2.41E+01 F \dots\dots\dots (23)$$

Sustituyendo (2) en (11)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 15.009 G + 288.06 \dots\dots\dots (24)$$

Igualando directriz 6 con la generatriz

Sustituyendo (14) en (1)

$$z = 1.24E+08 A + 5.56E+06 B + 2.49E+05 C + 1.11E+04 D + 4.99E+02 E + 2.23E+01 F \dots\dots\dots (25)$$

Sustituyendo (2) en (13)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 14.691 G + 406.96 \dots\dots\dots (26)$$

Igualando las ecuaciones (15) y (16), y despejando A, se obtiene

$$A = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 1.6478E-08 G + 1.9626E-07 + -0.0319898 B + -0.0010233 C + -3.274E-05 D + -1.047E-06 E + -3.35E-08 F$$

Igualando las ecuaciones (17) y (18), y despejando B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 6.80E-07 G + 1.23E-05 + -2.95E+01 A + -3.39E-02 C + -1.15E-03 D + -3.90E-05 E + -1.32E-06 F$$

Sustituyendo A en B

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 6.80E-07 G + 1.23E-05 + 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -4.86E-07 G + -5.79E-06 + 3.02E-02 C + 9.65E-04 D + 3.09E-05 E + 9.88E-07 F + 9.43E-01 B + -3.39E-02 C + -1.15E-03 D + -3.90E-05 E + -1.32E-06 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$5.69E-02 B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.94E-07 G + 6.55E-06 + -3.75E-03 C + -1.86E-04 D + -8.16E-06 E + -3.36E-07 F$$

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.41E-06 G + 1.15E-04$$

$$+ -6.59E-02 C + -3.26E-03 D + -1.43E-04 E + -5.91E-06 F$$

Igualando las ecuaciones (19) y (20), y despejando C, se obtiene

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 2.93E-05 G + 5.21E-04$$

$$+ -7.18E+02 A + -2.68E+01 B + -3.73E-02 D + -1.39E-03 E + -5.20E-05 F$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 2.93E-05 G + 5.21E-04 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -1.18E-05 G + -1.41E-04 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -9.14E-05 G + -3.08E-03 +$$

$$-3.73E-02 D + -1.39E-03 E + -5.20E-05 F$$

$$+ 2.30E+01 B + 7.35E-01 C + 2.35E-02 D + 7.52E-04 E + 2.41E-05 F$$

$$+ 1.77E+00 C + 8.73E-02 D + 3.84E-03 E + 1.58E-04 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-1.50E+00 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -7.39E-05 G + -2.70E-03$$

$$+ 2.30E+01 B + 7.35E-02 D + 3.20E-03 E + 1.30E-04 F$$

$$-1.50E+00 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -7.39E-05 G + -2.70E-03$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 7.83E-05 G + 2.64E-03$$

$$+ 7.35E-02 D + 3.20E-03 E + 1.30E-04 F$$

$$+ -1.51E+00 C + -7.49E-02 D + -3.29E-03 E + -1.36E-04 F$$

$$1.30E-02 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 4.43E-06 G + -6.00E-05$$

$$+ -1.34E-03 D + -9.22E-05 E + -5.30E-06 F$$

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.42E-04 G + -4.62E-03$$

$$+ -1.03E-01 D + -7.11E-03 E + -4.09E-04 F$$

Igualando las ecuaciones (21) y (22), y despejando D, se obtiene

$$D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 9.85E-04 G + 6.81E-03$$

$$+ -1.57E+04 A + -6.26E+02 B + -2.50E+01 C + -4.00E-02 E + -1.60E-03 F$$

Sustituyendo A, B y C en D

$$D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 9.85E-04 G + 6.81E-03$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.58E-04 G + -3.07E-03$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.13E-03 G + -7.20E-02$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -8.54E-03 G + 1.16E-01$$

$$+ -4.00E-02 E + -1.60E-03 F$$

$$+ 5.01E+02 B + 1.60E+01 C + 5.13E-01 D + 1.64E-02 E + 5.25E-04 F$$

$$+ 4.13E+01 C + 2.04E+00 D + 8.97E-02 E + 3.70E-03 F$$

$$+ 2.58E+00 D + 1.78E-01 E + 1.02E-02 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-4.14E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -9.95E-03 G + 4.74E-02$$

$$+ 5.01E+02 B + 5.73E+01 C + 2.44E-01 E + 1.28E-02 F$$

$$-4.14E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -9.95E-03 G + 4.74E-02 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.71E-03 G + 5.76E-02 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.96E-02 G + -2.65E-01 +$$

$$+ 2.44E-01 E + 1.28E-02 F$$

$$+ -3.30E+01 C + -1.63E+00 D + -7.18E-02 E + -2.96E-03 F$$

$$+ -5.91E+00 D + -4.07E-01 E + -2.34E-02 F$$

$$-2.50E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.13E-02 G + -1.60E-01$$

$$+ -3.30E+01 C + -7.55E+00 D + -2.35E-01 E + -1.35E-02 F$$

$$5.04E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.13E-02 G + -1.60E-01 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -1.13E-02 G + 1.53E-01$$

$$+ -7.55E+00 D + -2.35E-01 E + -1.35E-02 F$$

$$+ 3.41E+00 D + 2.35E-01 E + 1.35E-02 F$$

$$9.18E+00 \ D = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 4.30E-05 \ G + -7.14E-03$$

$$+ -2.87E-04 \ E + -2.57E-05 \ F$$

$$D = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 4.68E-06 \ G + -7.77E-04$$

$$+ -3.13E-05 \ E + -2.80E-06 \ F$$

Igualando las ecuaciones (23) y (24), y despejando E, se obtiene

$$E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 2.58E-02 \ G + 4.95E-01$$

$$+ -3.38E+05 \ A + -1.40E+04 \ B + -5.82E+02 \ C + -2.41E+01 \ D + -4.15E-02 \ F$$

Sustituyendo A, B, C y D en E

$$E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 2.58E-02 \ G + 4.95E-01$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -5.58E-03 \ G + -6.64E-02$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -4.78E-02 \ G + -1.61E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -1.99E-01 \ G + 2.69E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -1.13E-04 \ G + 1.87E-02$$

$$+ -4.15E-02 \ F$$

$$+ 1.08E+04 \ B + 3.46E+02 \ C + 1.11E+01 \ D + 3.54E-01 \ E + 1.13E-02 \ F$$

$$+ 9.25E+02 \ C + 4.57E+01 \ D + 2.01E+00 \ E + 8.29E-02 \ F$$

$$+ 6.01E+01 \ D + 4.14E+00 \ E + 2.38E-01 \ F$$

$$+ 7.55E-04 \ E + 6.76E-05 \ F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-5.50E+00 \ E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -2.26E-01 \ G + 1.52E+00$$

$$+ 1.08E+04 \ B + 1.27E+03 \ C + 1.17E+02 \ D + 2.91E-01 \ F$$

$$-5.50E+00 \ E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + -2.26E-01 \ G + 1.52E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 3.69E-02 \ G + 1.24E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 4.34E-01 \ G + -5.88E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 5.47E-04 \ G + -9.08E-02$$

$$+ 2.91E-01 \ F$$

$$+ -7.14E+02 \ C + -3.53E+01 \ D + -1.55E+00 \ E + -6.40E-02 \ F$$

$$+ -1.31E+02 \ D + -9.04E+00 \ E + -5.19E-01 \ F$$

$$+ -3.66E-03 \ E + -3.28E-04 \ F$$

$$5.09E+00 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 2.45E-01 \quad G + -3.20E+00$$

$$+ -7.14E+02 \quad C + -1.67E+02 \quad D + -2.93E-01 \quad F$$

$$5.09E+00 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 2.45E-01 \quad G + -3.20E+00$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -2.44E-01 \quad G + 3.30E+00$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -7.79E-04 \quad G + 1.29E-01$$

$$+ -2.93E-01 \quad F$$

$$+ 7.37E+01 \quad D + 5.07E+00 \quad E + 2.92E-01 \quad F$$

$$+ 5.21E-03 \quad E + 4.67E-04 \quad F$$

$$1.22E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 6.97E-04 \quad G + 2.29E-01$$

$$+ 7.37E+01 \quad D + -1.11E-03 \quad F$$

$$1.22E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 6.97E-04 \quad G + 2.29E-01$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 3.45E-04 \quad G + -5.73E-02$$

$$+ -1.11E-03 \quad F$$

$$+ -2.30E-03 \quad E + -2.07E-04 \quad F$$

$$1.45E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 1.04E-03 \quad G + 1.72E-01$$

$$+ -1.31E-03 \quad F$$

$$E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 7.19E-02 \quad G + 1.19E+01$$

$$+ -9.06E-02 \quad F$$













Igualando las ecuaciones (25) y (26), y despejando F, se obtiene









$$F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 6.58E-01 G + 1.82E+01$$

$$+ -5.56E+06 A + -2.49E+05 B + -1.11E+04 C + -4.99E+02 D + -2.23E+01 E$$

Sustituyendo A, B, C y D en E

$F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 6.58E-01 G + 1.82E+01$		
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -9.17E-02 G + -1.09E+00$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -8.49E-01 G + -2.86E+01$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -3.81E+00 G + 5.15E+01$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.33E-03 G + 3.88E-01$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -1.61E+00 G + -2.65E+02$	X	
$+ 1.78E+05 B + 5.69E+03 C + 1.82E+02 D + 5.83E+00 E + 1.86E-01 F$	X	
$+ 1.64E+04 C + 8.12E+02 D + 3.57E+01 E + 1.47E+00 F$	X	
$+ 1.15E+03 D + 7.93E+01 E + 4.56E+00 F$	X	
$+ 1.56E-02 E + 1.40E-03 F$	X	
$+ 2.02E+00 F$	X	

Simplificando la expresión anterior

$-7.24E+00 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -5.70E+00 G + -2.25E+02$	X	
$+ 1.78E+05 B + 2.21E+04 C + 2.14E+03 D + 1.21E+02 E$	X	
$-7.24E+00 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -5.70E+00 G + -2.25E+02$		
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 6.07E-01 G + 2.05E+01$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 7.55E+00 G + -1.02E+02$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.00E-02 G + -1.67E+00$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 8.69E+00 G + 1.43E+03$	X	
$+ -1.17E+04 C + -5.80E+02 D + -2.55E+01 E + -1.05E+00 F$	X	
$+ -2.28E+03 D + -1.57E+02 E + -9.04E+00 F$	X	
$+ -6.71E-02 E + -6.01E-03 F$	X	
$+ -1.09E+01 F$	X	
$1.38E+01 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.12E+01 G + 1.13E+03$	X	
$+ -1.17E+04 C + -2.86E+03 D + -1.83E+02 E$	X	

$$\begin{aligned}
1.38E+01 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 1.12E+01 \quad G + 1.13E+03 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -4.01E+00 \quad G + 5.42E+01 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -1.34E-02 \quad G + 2.23E+00 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -1.31E+01 \quad G + -2.17E+03 \quad X \\
&+ 1.21E+03 \quad D + 8.34E+01 \quad E + 4.79E+00 \quad F \quad X \\
&+ 8.95E-02 \quad E + 8.03E-03 \quad F \quad X \\
&+ 1.66E+01 \quad F \quad X \\
-7.57E+00 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -6.01E+00 \quad G + -9.88E+02 \quad X \\
&+ 1.21E+03 \quad D + 8.35E+01 \quad E \quad X \\
-7.57E+00 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -6.01E+00 \quad G + -9.88E+02 \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 5.67E-03 \quad G + -9.41E-01 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 6.00E+00 \quad G + 9.92E+02 \quad X \\
&+ -3.79E-02 \quad E + -3.40E-03 \quad F \quad X \\
&+ -7.57E+00 \quad F \quad X \\
5.31E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 2.07E-03 \quad G + 2.89E+00 \quad X \\
&+ -3.79E-02 \quad E \quad X \\
5.31E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 0.00E+00 \quad G + 0.00E+00 \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -2.72E-03 \quad G + -4.50E-01 \quad X \\
&+ 3.43E-03 \quad F \quad X \\
1.87E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -2.72E-03 \quad G + -4.50E-01 \\
\mathbf{F} &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + -1.45E+00 \quad G + -2.40E+02 \quad \mathbf{(F)}
\end{aligned}$$

Sustituyendo F en E, se obtiene

$$\begin{aligned}
E &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 7.19E-02 \quad G + 1.19E+01 + \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 1.32E-01 \quad G + 2.17E+01 \\
E &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 2.04E-01 \quad G + 3.36E+01 \quad \mathbf{(E)}
\end{aligned}$$

Sustituyendo F y E en D, se obtiene

$$\begin{aligned}
 D &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 4.68E-06 G + -7.77E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 4.07E-06 G + 6.73E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -6.37E-06 G + -1.05E-03 \\
 \\
 D &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 2.38E-06 G + -1.16E-03 \dots\dots\dots (D)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo F, E y D en C, se obtiene

$$\begin{aligned}
 C &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.42E-04 G + -4.62E-03 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 5.94E-04 G + 9.81E-02 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -1.45E-03 G + -2.39E-01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.46E-07 G + 1.19E-04 \\
 \\
 C &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -5.12E-04 G + -1.45E-01 \dots\dots\dots (C)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo F, E, D y C en B, se obtiene

$$\begin{aligned}
 B &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.41E-06 G + 1.15E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 8.59E-06 G + 1.42E-03 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.92E-05 G + -4.82E-03 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -7.77E-09 G + 3.77E-06 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.38E-05 G + 9.59E-03 \\
 \\
 B &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.66E-05 G + 6.31E-03 \dots\dots\dots (B)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo F, E, D, C y B en A, se obtiene

$$\begin{aligned}
 A &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.65E-08 G + 1.96E-07 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 4.87E-08 G + 8.04E-06 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -2.13E-07 G + -3.52E-05 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -7.81E-11 G + 3.78E-08 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 5.24E-07 G + 1.49E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -5.31E-07 G + -2.02E-04 \\
 \\
 A &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + -1.54E-07 G + -7.99E-05 \dots\dots\dots (A)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (2) en A, B, C, D, E y F, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + -1.54E-07 x + -7.99E-05 \quad (A)$$

$$B = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 1.66E-05 x + 6.31E-03 \quad (B)$$

$$C = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + -5.12E-04 x + -1.45E-01 \quad (C)$$

$$D = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 2.38E-06 x + -1.16E-03 \quad (D)$$

$$E = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 2.04E-01 x + 3.36E+01 \quad (E)$$

$$F = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + -1.45E+00 x + -2.40E+02 \quad (F)$$

Sustituyendo A, B, C, D, E y F en (1), y expresando en términos de M_R , $f'c$ y f_y , se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$M_R = (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -1.54E-07 f_y + -7.99E-05) f'c^6 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 1.66E-05 f_y + 6.31E-03) f'c^5 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -5.12E-04 f_y + -1.45E-01) f'c^4 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 2.38E-06 f_y + -1.16E-03) f'c^3 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 2.04E-01 f_y + 3.36E+01) f'c^2 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -1.45E+00 f_y + -2.40E+02) f'c$$

Evaluando para los valores de la media de $f'c$ y f_y ($\overline{f'c}$ y $\overline{f_y}$), obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes M_R

$$E[MR] = f_{MR} (\overline{f'c}, \overline{f_y})$$

$\overline{f_y} =$	457.7 Mpa	$\overline{f'c} =$	26.8 Mpa	A =	-1.51E-04	A * $\overline{f'c}^6 =$	-5.58E+04
$f_y^2 =$	2.09E+05	$f'c^2 =$	7.18E+02	B =	1.39E-02	B * $\overline{f'c}^5 =$	1.92E+05
$f_y^3 =$	9.59E+07	$f'c^3 =$	1.92E+04	C =	-3.80E-01	C * $\overline{f'c}^4 =$	-1.96E+05
$f_y^4 =$	4.39E+10	$f'c^4 =$	5.16E+05	D =	-6.47E-05	D * $\overline{f'c}^3 =$	-1.25E+00
$f_y^5 =$	2.01E+13	$f'c^5 =$	1.38E+07	E =	1.27E+02	E * $\overline{f'c}^2 =$	9.11E+04
$f_y^6 =$	9.19E+15	$f'c^6 =$	3.71E+08	F =	-9.05E+02	F * $\overline{f'c} =$	-2.43E+04

$$E[M_R] = 7.187E+03 \quad \text{KN - m}$$

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V [M_R] = \left(\frac{d M_R}{d f'c} \right)^2 \sigma_{f'c}^2 + \left(\frac{d M_R}{d f_y} \right)^2 \sigma_{f_y}^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo $\overline{f_y}$ en la ecuación de M_R

$$M_R = -1.51E-04 f'c^6 + 1.39E-02 f'c^5 + -3.80E-01 f'c^4 + -6.47E-05 f'c^3 + 1.27E+02 f'c^2 + -9.05E+02 f'c$$

$$\frac{d M_R}{d f'c} = 6 x -1.51E-04 f'c^5 + 5 x 1.39E-02 f'c^4 + 4 x -3.80E-01 f'c^3 + 3 x -6.47E-05 f'c^2 + 2 x 1.27E+02 f'c + -9.05E+02 =$$

$$\frac{d M_R}{d f'c} = 8.54E-01$$

Sustituyendo $\overline{f'c}$ en la ecuación de M_R

$$M_R = 0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 0.00E+00 f_y$$

$$\begin{aligned} M_R = & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -5.72E+01 f_y + -2.96E+04) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 2.29E+02 f_y + 8.72E+04) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -2.64E+02 f_y + -7.51E+04) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 4.59E-02 f_y + -2.23E+01) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 1.46E+02 f_y + 2.41E+04) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + -3.89E+01 f_y + -6.43E+03) \end{aligned}$$

Simplificando

$$M_R = 0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 1.51E+01 f_y + 2.69E+02$$

Derivando con respecto a f_y

$$\frac{d M_R}{d f_y} = 6 x 0.00E+00 f_y^5 + 5 x 0.00E+00 f_y^4 + 4 x 0.00E+00 f_y^3 + 3 x 0.00E+00 f_y^2 + 2 x 0.00E+00 f_y + 1.51E+01 =$$

$$\frac{d M_R}{d f_y} = 1.51E+01$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_{f'c} = 4.46$ Mpa y $\sigma_{f_y} = 16.9$ Mpa, se tiene un valor de la varianza de

$$V [M_R] = 6.53E+04$$

Sabiendo que la desviación estandar es igual a

$$\sigma_{M_R} = \sqrt{V [M_R]}$$

$$\sigma_{M_R} = 2.55E+02 \text{ KN - m}$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E [M_R] = 732.63 \text{ t - m} \quad V [M_R] = 678.27 \text{ (t - m)}^2 \quad \sigma_{M_R} = 26.04 \text{ t - m}$$

DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE LA CAPACIDAD ANTE CARGAS CORTANTES

Considerando la ecuación semiempírica propuesta por el ACI, para la determinación de la resistencia del concreto ante fuerzas cortantes, se tiene

$$V_c = 0.525 \times b \times d \sqrt{f'c} \quad \text{donde: } \begin{array}{l} b : \text{Ancho de la sección} = 50 \text{ cm} \\ d : \text{Peralte efectivo de la sección} = 138 \text{ cm} \end{array}$$

Ahora considerando la contribución del acero a la resistencia ante cargas cortantes, se tiene

Estribos verticales

$$V_{sv} = \frac{A_v \times f_y \times d}{s} \quad \text{donde: } \begin{array}{l} A_v : \text{Área de acero de los estribos verticales} = 2.54 \text{ cm}^2 \\ s : \text{Espaciamiento entre estribos verticales} = 25 \text{ cm} \end{array}$$

Estribos inclinados

$$V_{s\alpha} = \frac{A_{v\alpha} \times f_y \times d \times (\cos \alpha + \sen \alpha)}{s\alpha} \quad \text{donde: } \begin{array}{l} A_{v\alpha} : \text{Área de acero de los estribos inclinados} = 10.14 \text{ cm}^2 \\ s\alpha : \text{Espaciamiento entre estribos inclinados} = 46 \text{ cm} \\ a : \text{ángulo de inclinación de los estribos} = 45 \text{ grados} \end{array}$$

Por lo que la ecuación que define al cortante resistente en la trabe será:

$$V_R = V_c + V_{sv} + V_{s\alpha}$$

$$V_{sv} = 0.525 \times b \times d \sqrt{f'c} + \frac{A_v \times f_y \times d}{s} + \frac{A_{v\alpha} \times f_y \times d \times (\cos \alpha + \sen \alpha)}{s\alpha}$$

$$V_{sv} = 3623.47 \sqrt{f'c} + 14.02 f_y + 43.02 f_y$$

Sustituyendo $f'c$ y f_y en la ecuación anterior, se tiene que el valor esperado de cortante resistente es

$$E[V_R] = 3.20E+05 \text{ kg}$$

derivando con respecto a $f'c$

$$\frac{d V_R}{d f'c} = \frac{1}{2} \frac{3623.47}{\sqrt{f'c}} = 110.67$$

derivando con respecto a f_y

$$\frac{d V_R}{d f_y} = 14.02 + 43.02 = 57.04$$

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza del cortante resistente, ya que esta es igual a

$$V[V_R] = \left(\frac{d V_R}{d f'c} \right)^2 \sigma_{f'c}^2 + \left(\frac{d V_R}{d f_y} \right)^2 \sigma_{f_y}^2$$

Por lo anterior, se tiene que la varianza es igual a

$$V[V_R] = 1.17E+08 \text{ kg}^2$$

Sabiendo que la desviación estandar es igual a

$$\sigma_{V_R} = \sqrt{V[V_R]}$$

$$\sigma_{V_R} = 10830.1149 \text{ Kg}$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[V_R] = 320.40 \text{ t} \quad V[V_R] = 117.29 \text{ t}^2 \quad \sigma_{V_R} = 10.83 \text{ t}$$

PROYECTO: **NRV-15** **Z = M_d** Unidades: t - m

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA SOBRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES

Ecuación de la generatriz, donde **y = Elemento mecánico debido al vehículo 2**

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde **x = Elemento mecánico debido al vehículo 1**

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 2.30E-03 x^2 + 1.68E+00 x + 1.87E+02 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 136.6 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = -3.47E-02 x^2 + 8.40E+00 x + -1.50E+02 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 106.8 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 2.60E-03 x^2 + -5.21E-01 x + 2.83E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 77 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 18659.56 A + 136.6 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0.0023 G^2 + 1.68 G + 187.17 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 11406.24 A + 106.80 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = -0.0347 G^2 + 8.3966 G + -149.79 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 5929.00 A + 77.00 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 2.60E-03 G^2 + -0.5207 G + 283.46 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 1.233E-07 G^2 + 9.003E-05 G + 0.0100308 + -0.0073206 B + -5.359E-05 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = -3.25E-04 G^2 + 7.86E-02 G + -1.40E+00 + -1.07E+02 A + -9.36E-03 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = -3.25E-04 G^2 + 7.86E-02 G + -1.40E+00 + -9.36E-03 C \\ -1.32E-05 G^2 + -9.62E-03 G + -1.07E+00 + 7.82E-01 B + 5.72E-03 C$$

$$B = -3.38E-04 G^2 + 6.90E-02 G + -2.47E+00 + 7.82E-01 B + -3.64E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.18E-01 B = -3.38E-04 G^2 + 6.90E-02 G + -2.47E+00 + -3.64E-03 C$$

$$B = -1.55E-03 G^2 + 3.16E-01 G + -1.13E+01 + -1.67E-02 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 2.60E-03 G^2 + -0.5207 G + 283.46 + -5929.00 A + -77.00 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 2.60E-03 G^2 + -5.21E-01 G + 2.83E+02 + \\ -7.31E-04 G^2 + -5.34E-01 G + -5.95E+01 + 4.34E+01 B + 3.18E-01 C \\ 1.19E-01 G^2 + -2.44E+01 G + 8.73E+02 + 1.28E+00 C$$

$$C = 1.21E-01 G^2 + -2.54E+01 G + 1.10E+03 + 4.34E+01 B + 1.60E+00 C$$

$$C = 1.21E-01 G^2 + -2.54E+01 G + 1.10E+03 + 1.60E+00 C \\ -6.73E-02 G^2 + 1.37E+01 G + -4.92E+02 + -7.24E-01 C$$

$$C = 5.39E-02 G^2 + -1.17E+01 G + 6.05E+02 + 8.78E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.22E-01 C = 5.39E-02 G^2 + -1.17E+01 G + 6.05E+02$$

$$* C = 4.43E-01 G^2 + -9.60E+01 G + 4.97E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = -1.55E-03 G^2 + 3.16E-01 G + -1.13E+01 + \\ -7.39E-03 G^2 + 1.60E+00 G + -8.29E+01$$

$$* B = -8.94E-03 G^2 + 1.92E+00 G + -9.42E+01 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 1.23E-07 G^2 + 9.00E-05 G + 1.00E-02 + \\ 6.55E-05 G^2 + -1.40E-02 G + 6.90E-01 + \\ -2.37E-05 G^2 + 5.14E-03 G + -2.66E-01$$

$$* A = 4.18E-05 G^2 + -8.80E-03 G + 4.34E-01 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 4.18E-05 x^2 + -8.80E-03 x + 4.34E-01 \quad (A)$$

$$B = -8.94E-03 x^2 + 1.92E+00 x + -9.42E+01 \quad (B)$$

$$C = 4.43E-01 x^2 + -9.60E+01 x + 4.97E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (4.18E-05 x^2 + -8.80E-03 x + 4.34E-01)y^2 + \\ (-8.94E-03 x^2 + 1.92E+00 x + -9.42E+01)y + \\ (4.43E-01 x^2 + -9.60E+01 x + 4.97E+03)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	106.8	\bar{y}	=	106.8	A	=	-2.93E-02	$A * y^2$	=	-3.34E+02
x^2	=	1.14E+04	y^2	=	1.14E+04	B	=	8.53E+00	$B * y$	=	9.10E+02
						C	=	-2.25E+02	C	=	-2.25E+02
E[Z] = 3.512E+02											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo \bar{y} en la ecuación de Z

$$Z = -3.47E-02 x^2 + 8.40E+00 x + -1.50E+02$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot -3.47E-02 + 8.40E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 9.85E-01$$

Sustituyendo \bar{x} en la ecuación de Z

$$Z = -2.93E-02 y^2 + 8.53E+00 y + -2.25E+02$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot -2.93E-02 + 8.53E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 2.27E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 29.77$ y $\sigma_y = 29.77$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 5.43E+03$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 73.676$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 351.17$$

$$V[Z] = 5428.16$$

$$\sigma_z = 73.68$$

PROYECTO: **NRV-15** $Z = V_d$ Unidades: t

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA SOBRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES

Ecuación de la generatriz, donde $y = \text{Elemento mecánico debido al vehículo 2}$

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = \text{Elemento mecánico debido al vehículo 1}$

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 7.00E-03 x^2 + 1.68E+00 x + 6.40E+01 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 47.5 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = -1.17E-01 x^2 + 9.76E+00 x + -7.79E+01 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 37.9 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 1.15E-02 x^2 + -9.95E-01 x + 1.14E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 28.2 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 2256.25 A + 47.5 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0.007 G^2 + 1.68 G + 64.011 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 1436.41 A + 37.90 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = -0.1166 G^2 + 9.762 G + -77.939 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 795.24 A + 28.20 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 1.15E-02 G^2 + -0.9945 G + 113.68 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 3.102E-06 G^2 + 0.0007446 G + 0.0283705 + -0.0210526 B + -0.0004432 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = -3.08E-03 G^2 + 2.58E-01 G + -2.06E+00 + -3.79E+01 A + -2.64E-02 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = -3.08E-03 G^2 + 2.58E-01 G + -2.06E+00 + -2.64E-02 C \\ -1.18E-04 G^2 + -2.82E-02 G + -1.08E+00 + 7.98E-01 B + 1.68E-02 C$$

$$B = -3.19E-03 G^2 + 2.29E-01 G + -3.13E+00 + 7.98E-01 B + -9.59E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.02E-01 B = -3.19E-03 G^2 + 2.29E-01 G + -3.13E+00 + -9.59E-03 C$$

$$B = -1.58E-02 G^2 + 1.13E+00 G + -1.55E+01 + -4.74E-02 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 1.15E-02 G^2 + -0.9945 G + 113.68 + -795.24 A + -28.20 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 1.15E-02 G^2 + -9.95E-01 G + 1.14E+02 + \\ -2.47E-03 G^2 + -5.92E-01 G + -2.26E+01 + 1.67E+01 B + 3.52E-01 C \\ 4.46E-01 G^2 + -3.20E+01 G + 4.37E+02 + 1.34E+00 C$$

$$C = 4.55E-01 G^2 + -3.36E+01 G + 5.28E+02 + 1.67E+01 B + 1.69E+00 C$$

$$C = 4.55E-01 G^2 + -3.36E+01 G + 5.28E+02 + 1.69E+00 C$$

$$-2.65E-01 G^2 + 1.90E+01 G + -2.59E+02 + -7.94E-01 C$$

$$C = 1.90E-01 G^2 + -1.46E+01 G + 2.69E+02 + 8.96E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.04E-01 C = 1.90E-01 G^2 + -1.46E+01 G + 2.69E+02$$

$$* C = 1.83E+00 G^2 + -1.40E+02 G + 2.58E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = -1.58E-02 G^2 + 1.13E+00 G + -1.55E+01 +$$

$$-8.67E-02 G^2 + 6.66E+00 G + -1.23E+02$$

$$* B = -1.03E-01 G^2 + 7.79E+00 G + -1.38E+02 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 3.10E-06 G^2 + 7.45E-04 G + 2.84E-02 +$$

$$2.16E-03 G^2 + -1.64E-01 G + 2.91E+00 +$$

$$-8.10E-04 G^2 + 6.22E-02 G + -1.15E+00$$

$$* A = 1.35E-03 G^2 + -1.01E-01 G + 1.79E+00 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 1.35E-03 x^2 + -1.01E-01 x + 1.79E+00 \quad (A)$$

$$B = -1.03E-01 x^2 + 7.79E+00 x + -1.38E+02 \quad (B)$$

$$C = 1.83E+00 x^2 + -1.40E+02 x + 2.58E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (1.35E-03 x^2 + -1.01E-01 x + 1.79E+00)^2 +$$

$$(-1.03E-01 x^2 + 7.79E+00 x + -1.38E+02)y +$$

$$(1.83E+00 x^2 + -1.40E+02 x + 2.58E+03)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	37.9	\bar{y}	=	37.9	A	=	-1.00E-01	$A * y^2$	=	-1.44E+02
x^2	=	1.44E+03	y^2	=	1.44E+03	B	=	9.92E+00	$B * y$	=	3.76E+02
						C	=	-1.08E+02	C	=	-1.08E+02
E[Z] = 1.246E+02											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo \bar{y} en la ecuación de Z

$$Z = -1.17E-01 x^2 + 9.76E+00 x + -7.79E+01$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot -1.17E-01 + 9.76E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 9.24E-01$$

Sustituyendo \bar{x} en la ecuación de Z

$$Z = -1.00E-01 y^2 + 9.92E+00 y + -1.08E+02$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot -1.00E-01 + 9.92E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 2.33E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 9.639$ y $\sigma_y = 9.639$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 5.85E+02$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 24.191$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 124.56$$

$$V[Z] = 585.22$$

$$\sigma_z = 24.19$$

**NERVADURA DE CONCRETO REFORZADO.
LONGITUD DE CLARO DE 28 m**

PROYECTO: **NRV- 28**

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE PARÁMETROS DE RESISTENCIA DEL PUENTE DE TRABES Y MOMENTO FLEXIONANTE

Ecuación de la generatriz, donde $z = M_R y = f 'c$

$$z = A y^6 + B y^5 + C y^4 + D y^3 + E y^2 + F y \dots\dots\dots (1)$$

$$x = G \dots\dots\dots (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = fy$

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 7.20E-03 x^3 + -9.93E+00 x^2 + 4.61E+03 x + -6.95E+05 \dots\dots\dots (3)$$

$$y = 31.26 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + -3.06E-02 x^2 + 8.18E+01 x + -5.40E+03 \dots\dots\dots (5)$$

$$y = 29.48 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 5.32E+01 x + 1.17E+03 \dots\dots\dots (7)$$

$$y = 26.8 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (8)$$

Ecuación de la Directriz 4

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 5.32E+01 x + 1.13E+03 \dots\dots\dots (9)$$

$$y = 25.02 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (10)$$

Ecuación de la Directriz 5

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 5.30E+01 x + 1.15E+03 \dots\dots\dots (11)$$

$$y = 24.12 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (12)$$

Ecuación de la Directriz 6

$$z = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 0.00E+00 x^3 + 0.00E+00 x^2 + 5.27E+01 x + 1.21E+03 \dots\dots\dots (13)$$

$$y = 22.34 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (14)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 933112145 A + 29850036.6 B + 954895.606 C + 30546.8844 D + 977.1876 E + 31.26 F \dots\dots\dots (15)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0.0072 G^3 + -9.9343 G^2 + 4608.9 G + -694824 \dots\dots\dots (16)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 6.56E+08 A + 2.23E+07 B + 7.55E+05 C + 2.56E+04 D + 8.69E+02 E + 2.95E+01 F \dots\dots\dots (17)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + -0.0306 G^2 + 81.846 G + -5404.7 \dots\dots\dots (18)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 3.71E+08 A + 1.38E+07 B + 5.16E+05 C + 1.92E+04 D + 7.18E+02 E + 2.68E+01 F \dots\dots\dots (19)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 53.246 G + 1171.7 \dots\dots\dots (20)$$

Igualando directriz 4 con la generatriz

Sustituyendo (10) en (1)

$$z = 2.45E+08 A + 9.80E+06 B + 3.92E+05 C + 1.57E+04 D + 6.26E+02 E + 2.50E+01 F \dots\dots\dots (21)$$

Sustituyendo (2) en (9)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 53.168 G + 1133 \dots\dots\dots (22)$$

Igualando directriz 5 con la generatriz

Sustituyendo (12) en (1)

$$z = 1.97E+08 A + 8.16E+06 B + 3.38E+05 C + 1.40E+04 D + 5.82E+02 E + 2.41E+01 F \dots\dots\dots (23)$$

Sustituyendo (2) en (11)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 53.045 G + 1150.6 \dots\dots\dots (24)$$

Igualando directriz 6 con la generatriz

Sustituyendo (14) en (1)

$$z = 1.24E+08 A + 5.56E+06 B + 2.49E+05 C + 1.11E+04 D + 4.99E+02 E + 2.23E+01 F \dots\dots\dots (25)$$

Sustituyendo (2) en (13)

$$z = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 0 G^3 + 0 G^2 + 52.735 G + 1207 \dots\dots\dots (26)$$

Igualando las ecuaciones (15) y (16), y despejando A, se obtiene

$$A = 0 G^6 + 0 G^5 + 0 G^4 + 7.7161E-12 G^3 + -1.065E-08 G^2 + 4.9393E-06 G + -0.0007446 + -0.0319898 B + -0.0010233 C + -3.274E-05 D + -1.047E-06 E + -3.35E-08 F$$

Igualando las ecuaciones (17) y (18), y despejando B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + -1.37E-09 G^2 + 3.68E-06 G + -2.43E-04 + -2.95E+01 A + -3.39E-02 C + -1.15E-03 D + -3.90E-05 E + -1.32E-06 F$$

Sustituyendo A en B

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + -1.37E-09 G^2 + 3.68E-06 G + -2.43E-04 + 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -2.27E-10 G^3 + 3.14E-07 G^2 + -1.46E-04 G + 2.20E-02 + 3.02E-02 C + 9.65E-04 D + 3.09E-05 E + 9.88E-07 F + 9.43E-01 B + -3.39E-02 C + -1.15E-03 D + -3.90E-05 E + -1.32E-06 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$5.69E-02 B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -2.27E-10 G^3 + 3.12E-07 G^2 + -1.42E-04 G + 2.17E-02 + -3.75E-03 C + -1.86E-04 D + -8.16E-06 E + -3.36E-07 F$$

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.99E-09 G^3 + 5.49E-06 G^2 + -2.49E-03 G + 3.81E-01$$

$$+ -6.59E-02 C + -3.26E-03 D + -1.43E-04 E + -5.91E-06 F$$

Igualando las ecuaciones (19) y (20), y despejando C, se obtiene

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.03E-04 G + 2.27E-03$$

$$+ -7.18E+02 A + -2.68E+01 B + -3.73E-02 D + -1.39E-03 E + -5.20E-05 F$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 1.03E-04 G + 2.27E-03 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -5.54E-09 G^3 + 7.65E-06 G^2 + -3.55E-03 G + 5.35E-01 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.07E-07 G^3 + -1.47E-04 G^2 + 6.68E-02 G + -1.02E+01 +$$

$$-3.73E-02 D + -1.39E-03 E + -5.20E-05 F$$

$$+ 2.30E+01 B + 7.35E-01 C + 2.35E-02 D + 7.52E-04 E + 2.41E-05 F$$

$$+ 1.77E+00 C + 8.73E-02 D + 3.84E-03 E + 1.58E-04 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-1.50E+00 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.02E-07 G^3 + -1.39E-04 G^2 + 6.34E-02 G + -9.68E+00$$

$$+ 2.30E+01 B + 7.35E-02 D + 3.20E-03 E + 1.30E-04 F$$

$$-1.50E+00 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.02E-07 G^3 + -1.39E-04 G^2 + 6.34E-02 G + -9.68E+00$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -9.18E-08 G^3 + 1.26E-04 G^2 + -5.73E-02 G + 8.76E+00$$

$$+ 7.35E-02 D + 3.20E-03 E + 1.30E-04 F$$

$$+ -1.51E+00 C + -7.49E-02 D + -3.29E-03 E + -1.36E-04 F$$

$$1.30E-02 C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 9.73E-09 G^3 + -1.33E-05 G^2 + 6.09E-03 G + -9.21E-01$$

$$+ -1.34E-03 D + -9.22E-05 E + -5.30E-06 F$$

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 7.50E-07 G^3 + -1.03E-03 G^2 + 4.69E-01 G + -7.10E+01$$

$$+ -1.03E-01 D + -7.11E-03 E + -4.09E-04 F$$

Igualando las ecuaciones (21) y (22), y despejando D, se obtiene

$$D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.39E-03 G + 7.23E-02$$

$$+ -1.57E+04 A + -6.26E+02 B + -2.50E+01 C + -4.00E-02 E + -1.60E-03 F$$

Sustituyendo A, B y C en D

$$D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 3.39E-03 G + 7.23E-02$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -1.21E-07 G^3 + 1.67E-04 G^2 + -7.74E-02 G + 1.17E+01$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 2.50E-06 G^3 + -3.44E-03 G^2 + 1.56E+00 G + -2.39E+02$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -1.88E-05 G^3 + 2.57E-02 G^2 + -1.17E+01 G + 1.78E+03$$

$$+ -4.00E-02 E + -1.60E-03 F$$

$$+ 5.01E+02 B + 1.60E+01 C + 5.13E-01 D + 1.64E-02 E + 5.25E-04 F$$

$$+ 4.13E+01 C + 2.04E+00 D + 8.97E-02 E + 3.70E-03 F$$

$$+ 2.58E+00 D + 1.78E-01 E + 1.02E-02 F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-4.14E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -1.64E-05 G^3 + 2.25E-02 G^2 + -1.03E+01 G + 1.55E+03$$

$$+ 5.01E+02 B + 5.73E+01 C + 2.44E-01 E + 1.28E-02 F$$

$$-4.14E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -1.64E-05 G^3 + 2.25E-02 G^2 + -1.03E+01 G + 1.55E+03 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -2.00E-06 G^3 + 2.75E-03 G^2 + -1.25E+00 G + 1.91E+02 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 4.30E-05 G^3 + -5.89E-02 G^2 + 2.69E+01 G + -4.07E+03 +$$

$$+ 2.44E-01 E + 1.28E-02 F$$

$$+ -3.30E+01 C + -1.63E+00 D + -7.18E-02 E + -2.96E-03 F$$

$$+ -5.91E+00 D + -4.07E-01 E + -2.34E-02 F$$

$$-2.50E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 2.46E-05 G^3 + -3.37E-02 G^2 + 1.54E+01 G + -2.33E+03$$

$$+ -3.30E+01 C + -7.55E+00 D + -2.35E-01 E + -1.35E-02 F$$

$$5.04E+00 D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 2.46E-05 G^3 + -3.37E-02 G^2 + 1.54E+01 G + -2.33E+03 +$$

$$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -2.48E-05 G^3 + 3.40E-02 G^2 + -1.55E+01 G + 2.34E+03$$

$$+ -7.55E+00 D + -2.35E-01 E + -1.35E-02 F$$

$$+ 3.41E+00 D + 2.35E-01 E + 1.35E-02 F$$

$$9.18E+00 \ D = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -1.89E-07 \ G^3 + 2.58E-04 \ G^2 + -1.17E-01 \ G + 1.77E+01$$

$$+ -2.87E-04 \ E + -2.57E-05 \ F$$

$$D = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -2.05E-08 \ G^3 + 2.81E-05 \ G^2 + -1.28E-02 \ G + 1.93E+00$$

$$+ -3.13E-05 \ E + -2.80E-06 \ F$$

Igualando las ecuaciones (23) y (24), y despejando E, se obtiene

$$E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 9.12E-02 \ G + 1.98E+00$$

$$+ -3.38E+05 \ A + -1.40E+04 \ B + -5.82E+02 \ C + -2.41E+01 \ D + -4.15E-02 \ F$$

Sustituyendo A, B, C y D en E

$$E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 0.00E+00 \ G^3 + 0.00E+00 \ G^2 + 9.12E-02 \ G + 1.98E+00$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -2.61E-06 \ G^3 + 3.60E-03 \ G^2 + -1.67E+00 \ G + 2.52E+02$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 5.61E-05 \ G^3 + -7.70E-02 \ G^2 + 3.50E+01 \ G + -5.35E+03$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -4.37E-04 \ G^3 + 5.98E-01 \ G^2 + -2.73E+02 \ G + 4.13E+04$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 4.96E-07 \ G^3 + -6.78E-04 \ G^2 + 3.08E-01 \ G + -4.66E+01$$

$$+ -4.15E-02 \ F$$

$$+ 1.08E+04 \ B + 3.46E+02 \ C + 1.11E+01 \ D + 3.54E-01 \ E + 1.13E-02 \ F$$

$$+ 9.25E+02 \ C + 4.57E+01 \ D + 2.01E+00 \ E + 8.29E-02 \ F$$

$$+ 6.01E+01 \ D + 4.14E+00 \ E + 2.38E-01 \ F$$

$$+ 7.55E-04 \ E + 6.76E-05 \ F$$

Simplificando la expresión anterior

$$-5.50E+00 \ E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -3.83E-04 \ G^3 + 5.24E-01 \ G^2 + -2.39E+02 \ G + 3.62E+04$$

$$+ 1.08E+04 \ B + 1.27E+03 \ C + 1.17E+02 \ D + 2.91E-01 \ F$$

$$-5.50E+00 \ E = 0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -3.83E-04 \ G^3 + 5.24E-01 \ G^2 + -2.39E+02 \ G + 3.62E+04$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -4.33E-05 \ G^3 + 5.94E-02 \ G^2 + -2.70E+01 \ G + 4.13E+03$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + 9.54E-04 \ G^3 + -1.31E+00 \ G^2 + 5.97E+02 \ G + -9.02E+04$$

$$0.00E+00 \ G^6 + 0.00E+00 \ G^5 + 0.00E+00 \ G^4 + -2.40E-06 \ G^3 + 3.28E-03 \ G^2 + -1.49E+00 \ G + 2.26E+02$$

$$+ 2.91E-01 \ F$$

$$+ -7.14E+02 \ C + -3.53E+01 \ D + -1.55E+00 \ E + -6.40E-02 \ F$$

$$+ -1.31E+02 \ D + -9.04E+00 \ E + -5.19E-01 \ F$$

$$+ -3.66E-03 \ E + -3.28E-04 \ F$$

$$5.09E+00 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 5.26E-04 \quad G^3 + -7.20E-01 \quad G^2 + 3.29E+02 \quad G + -4.97E+04$$

$$+ -7.14E+02 \quad C + -1.67E+02 \quad D + -2.93E-01 \quad F$$

$$5.09E+00 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 5.26E-04 \quad G^3 + -7.20E-01 \quad G^2 + 3.29E+02 \quad G + -4.97E+04$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -5.36E-04 \quad G^3 + 7.34E-01 \quad G^2 + -3.35E+02 \quad G + 5.07E+04$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 3.42E-06 \quad G^3 + -4.68E-03 \quad G^2 + 2.12E+00 \quad G + -3.22E+02$$

$$+ -2.93E-01 \quad F$$

$$+ 7.37E+01 \quad D + 5.07E+00 \quad E + 2.92E-01 \quad F$$

$$+ 5.21E-03 \quad E + 4.67E-04 \quad F$$

$$1.22E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -6.42E-06 \quad G^3 + 8.78E-03 \quad G^2 + -3.99E+00 \quad G + 6.05E+02$$

$$+ 7.37E+01 \quad D + -1.11E-03 \quad F$$

$$1.22E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -6.42E-06 \quad G^3 + 8.78E-03 \quad G^2 + -3.99E+00 \quad G + 6.05E+02$$

$$0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -1.51E-06 \quad G^3 + 2.07E-03 \quad G^2 + -9.39E-01 \quad G + 1.42E+02$$

$$+ -1.11E-03 \quad F$$

$$+ -2.30E-03 \quad E + -2.07E-04 \quad F$$

$$1.45E-02 \quad E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -7.94E-06 \quad G^3 + 1.09E-02 \quad G^2 + -4.93E+00 \quad G + 7.47E+02$$

$$+ -1.31E-03 \quad F$$

$$E = 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -5.48E-04 \quad G^3 + 7.49E-01 \quad G^2 + -3.40E+02 \quad G + 5.15E+04$$

$$+ -9.06E-02 \quad F$$













Igualando las ecuaciones (25) y (26), y despejando F, se obtiene









$$F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 2.36E+00 G + 5.40E+01$$

$$+ -5.56E+06 A + -2.49E+05 B + -1.11E+04 C + -4.99E+02 D + -2.23E+01 E$$

Sustituyendo A, B, C y D en E

$F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 0.00E+00 G^3 + 0.00E+00 G^2 + 2.36E+00 G + 5.40E+01$		
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -4.29E-05 G^3 + 5.92E-02 G^2 + -2.75E+01 G + 4.14E+03$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 9.95E-04 G^3 + -1.37E+00 G^2 + 6.21E+02 G + -9.50E+04$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -8.37E-03 G^3 + 1.15E+01 G^2 + -5.23E+03 G + 7.91E+05$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.03E-05 G^3 + -1.40E-02 G^2 + 6.36E+00 G + -9.64E+02$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.22E-02 G^3 + -1.67E+01 G^2 + 7.60E+03 G + -1.15E+06$	X	
$+ 1.78E+05 B + 5.69E+03 C + 1.82E+02 D + 5.83E+00 E + 1.86E-01 F$	X	
$+ 1.64E+04 C + 8.12E+02 D + 3.57E+01 E + 1.47E+00 F$	X	
$+ 1.15E+03 D + 7.93E+01 E + 4.56E+00 F$	X	
$+ 1.56E-02 E + 1.40E-03 F$	X	
$+ 2.02E+00 F$	X	

Simplificando la expresión anterior

$-7.24E+00 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 4.83E-03 G^3 + -6.59E+00 G^2 + 2.97E+03 G + -4.52E+05$	X	
$+ 1.78E+05 B + 2.21E+04 C + 2.14E+03 D + 1.21E+02 E$	X	
$-7.24E+00 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 4.83E-03 G^3 + -6.59E+00 G^2 + 2.97E+03 G + -4.52E+05$		
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -7.11E-04 G^3 + 9.77E-01 G^2 + -4.44E+02 G + 6.79E+04$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.66E-02 G^3 + -2.27E+01 G^2 + 1.04E+04 G + -1.57E+06$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -4.41E-05 G^3 + 6.03E-02 G^2 + -2.73E+01 G + 4.14E+03$	X	
$0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -6.62E-02 G^3 + 9.05E+01 G^2 + -4.11E+04 G + 6.23E+06$	X	
$+ -1.17E+04 C + -5.80E+02 D + -2.55E+01 E + -1.05E+00 F$	X	
$+ -2.28E+03 D + -1.57E+02 E + -9.04E+00 F$	X	
$+ -6.71E-02 E + -6.01E-03 F$	X	
$+ -1.09E+01 F$	X	
$1.38E+01 F = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -4.55E-02 G^3 + 6.22E+01 G^2 + -2.82E+04 G + 4.28E+06$	X	
$+ -1.17E+04 C + -2.86E+03 D + -1.83E+02 E$	X	

$$\begin{aligned}
1.38E+01 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -4.55E-02 \quad G^3 + 6.22E+01 \quad G^2 + -2.82E+04 \quad G + 4.28E+06 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -8.80E-03 \quad G^3 + 1.21E+01 \quad G^2 + -5.51E+03 \quad G + 8.33E+05 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 5.88E-05 \quad G^3 + -8.04E-02 \quad G^2 + 3.65E+01 \quad G + -5.53E+03 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 1.00E-01 \quad G^3 + -1.37E+02 \quad G^2 + 6.22E+04 \quad G + -9.42E+06 \quad X \\
&+ 1.21E+03 \quad D + 8.34E+01 \quad E + 4.79E+00 \quad F \quad X \\
&+ 8.95E-02 \quad E + 8.03E-03 \quad F \quad X \\
&+ 1.66E+01 \quad F \quad X \\
-7.57E+00 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 4.59E-02 \quad G^3 + -6.27E+01 \quad G^2 + 2.85E+04 \quad G + -4.32E+06 \quad X \\
&+ 1.21E+03 \quad D + 8.35E+01 \quad E \quad X \\
-7.57E+00 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 4.59E-02 \quad G^3 + -6.27E+01 \quad G^2 + 2.85E+04 \quad G + -4.32E+06 \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -2.49E-05 \quad G^3 + 3.40E-02 \quad G^2 + -1.54E+01 \quad G + 2.34E+03 \quad X \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -4.57E-02 \quad G^3 + 6.26E+01 \quad G^2 + -2.84E+04 \quad G + 4.30E+06 \quad X \\
&+ -3.79E-02 \quad E + -3.40E-03 \quad F \quad X \\
&+ -7.57E+00 \quad F \quad X \\
5.31E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 1.07E-04 \quad G^3 + -1.46E-01 \quad G^2 + 6.65E+01 \quad G + -1.00E+04 \quad X \\
&+ -3.79E-02 \quad E \quad X \\
5.31E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 0.00E+00 \quad G^3 + 0.00E+00 \quad G^2 + 0.00E+00 \quad G + 0.00E+00 \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 2.07E-05 \quad G^3 + -2.84E-02 \quad G^2 + 1.29E+01 \quad G + -1.95E+03 \quad X \\
&+ 3.43E-03 \quad F \quad X \\
1.87E-03 \quad F &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 2.07E-05 \quad G^3 + -2.84E-02 \quad G^2 + 1.29E+01 \quad G + -1.95E+03 \\
\mathbf{F} &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + 1.11E-02 \quad G^3 + -1.51E+01 \quad G^2 + 6.87E+03 \quad G + -1.04E+06 \quad \mathbf{(F)}
\end{aligned}$$

Sustituyendo F en E, se obtiene

$$\begin{aligned}
E &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -5.48E-04 \quad G^3 + 7.49E-01 \quad G^2 + -3.40E+02 \quad G + 5.15E+04 + \\
&0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -1.00E-03 \quad G^3 + 1.37E+00 \quad G^2 + -6.23E+02 \quad G + 9.44E+04 \\
E &= 0.00E+00 \quad G^6 + 0.00E+00 \quad G^5 + 0.00E+00 \quad G^4 + -1.55E-03 \quad G^3 + 2.12E+00 \quad G^2 + -9.63E+02 \quad G + 1.46E+05 \quad \mathbf{(E)}
\end{aligned}$$

Sustituyendo F y E en D, se obtiene

$$\begin{aligned}
 D &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -2.05E-08 G^3 + 2.81E-05 G^2 + -1.28E-02 G + 1.93E+00 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.10E-08 G^3 + 4.25E-05 G^2 + -1.93E-02 G + 2.92E+00 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 4.85E-08 G^3 + -6.64E-05 G^2 + 3.01E-02 G + -4.57E+00
 \end{aligned}$$

$$D = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.08E-09 G^3 + 4.19E-06 G^2 + -1.90E-03 G + 2.87E-01 \dots (D)$$

Sustituyendo F, E y D en C, se obtiene

$$\begin{aligned}
 C &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 7.50E-07 G^3 + -1.03E-03 G^2 + 4.69E-01 G + -7.10E+01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -4.52E-06 G^3 + 6.19E-03 G^2 + -2.81E+00 G + 4.26E+02 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.10E-05 G^3 + -1.51E-02 G^2 + 6.85E+00 G + -1.04E+03 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 3.17E-10 G^3 + -4.33E-07 G^2 + 1.96E-04 G + -2.96E-02
 \end{aligned}$$

$$C = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 7.25E-06 G^3 + -9.92E-03 G^2 + 4.51E+00 G + -6.83E+02 \dots (C)$$

Sustituyendo F, E, D y C en B, se obtiene

$$\begin{aligned}
 B &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.99E-09 G^3 + 5.49E-06 G^2 + -2.49E-03 G + 3.81E-01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -6.54E-08 G^3 + 8.95E-05 G^2 + -4.06E-02 G + 6.16E+00 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 2.22E-07 G^3 + -3.04E-04 G^2 + 1.38E-01 G + -2.09E+01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.00E-11 G^3 + -1.37E-08 G^2 + 6.19E-06 G + -9.34E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -4.78E-07 G^3 + 6.54E-04 G^2 + -2.97E-01 G + 4.50E+01
 \end{aligned}$$

$$B = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.25E-07 G^3 + 4.45E-04 G^2 + -2.02E-01 G + 3.06E+01 \dots (B)$$

Sustituyendo F, E, D, C y B en A, se obtiene

$$\begin{aligned}
 A &= 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 7.72E-12 G^3 + -1.06E-08 G^2 + 4.94E-06 G + -7.45E-04 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -3.71E-10 G^3 + 5.07E-07 G^2 + -2.30E-04 G + 3.49E-02 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.62E-09 G^3 + -2.22E-06 G^2 + 1.01E-03 G + -1.53E-01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.01E-13 G^3 + -1.37E-10 G^2 + 6.22E-08 G + -9.38E-06 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + -7.42E-09 G^3 + 1.02E-05 G^2 + -4.61E-03 G + 6.99E-01 + \\
 &0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 1.04E-08 G^3 + -1.42E-05 G^2 + 6.47E-03 G + -9.80E-01
 \end{aligned}$$

$$A = 0.00E+00 G^6 + 0.00E+00 G^5 + 0.00E+00 G^4 + 4.24E-09 G^3 + -5.81E-06 G^2 + 2.64E-03 G + -4.00E-01 \dots (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B, C, D, E y F, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 4.24E-09 x^3 + -5.81E-06 x^2 + 2.64E-03 x + -4.00E-01 \quad (A)$$

$$B = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + -3.25E-07 x^3 + 4.45E-04 x^2 + -2.02E-01 x + 3.06E+01 \quad (B)$$

$$C = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 7.25E-06 x^3 + -9.92E-03 x^2 + 4.51E+00 x + -6.83E+02 \quad (C)$$

$$D = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + -3.08E-09 x^3 + 4.19E-06 x^2 + -1.90E-03 x + 2.87E-01 \quad (D)$$

$$E = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + -1.55E-03 x^3 + 2.12E+00 x^2 + -9.63E+02 x + 1.46E+05 \quad (E)$$

$$F = 0.00E+00 x^6 + 0.00E+00 x^5 + 0.00E+00 x^4 + 1.11E-02 x^3 + -1.51E+01 x^2 + 6.87E+03 x + -1.04E+06 \quad (F)$$

Sustituyendo A, B, C, D, E y F en (1), y expresando en términos de M_R , $f'c$ y f_y , se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$M_R = (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 4.24E-09 f_y^3 + -5.81E-06 f_y^2 + 2.64E-03 f_y + -4.00E-01) f'c^6 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -3.25E-07 f_y^3 + 4.45E-04 f_y^2 + -2.02E-01 f_y + 3.06E+01) f'c^5 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 7.25E-06 f_y^3 + -9.92E-03 f_y^2 + 4.51E+00 f_y + -6.83E+02) f'c^4 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -3.08E-09 f_y^3 + 4.19E-06 f_y^2 + -1.90E-03 f_y + 2.87E-01) f'c^3 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -1.55E-03 f_y^3 + 2.12E+00 f_y^2 + -9.63E+02 f_y + 1.46E+05) f'c^2 +$$

$$(0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 1.11E-02 f_y^3 + -1.51E+01 f_y^2 + 6.87E+03 f_y + -1.04E+06) f'c$$

Evaluando para los valores de la media de $f'c$ y f_y ($\overline{f'c}$ y $\overline{f_y}$), obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes M_R

$$E[MR] = f_{MR} (\overline{f'c}, \overline{f_y})$$

$\overline{f_y} =$	457.7 Mpa	$\overline{f'c} =$	26.8 Mpa	A =	-1.64E-03	A * $\overline{f'c}^6 =$	-6.07E+05
$f_y^2 =$	2.09E+05	$f'c^2 =$	7.18E+02	B =	1.34E-01	B * $\overline{f'c}^5 =$	1.85E+06
$f_y^3 =$	9.59E+07	$f'c^3 =$	1.92E+04	C =	-3.24E+00	C * $\overline{f'c}^4 =$	-1.67E+06
$f_y^4 =$	4.39E+10	$f'c^4 =$	5.16E+05	D =	5.58E-04	D * $\overline{f'c}^3 =$	1.07E+01
$f_y^5 =$	2.01E+13	$f'c^5 =$	1.38E+07	E =	8.54E+02	E * $\overline{f'c}^2 =$	6.14E+05
$f_y^6 =$	9.19E+15	$f'c^6 =$	3.71E+08	F =	-6.10E+03	F * $\overline{f'c} =$	-1.63E+05

$$E[M_R] = 2.554E+04 \quad \text{KN - m}$$

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V [M_R] = \left(\frac{d M_R}{d f'c} \right)^2 \sigma_{f'c}^2 + \left(\frac{d M_R}{d f_y} \right)^2 \sigma_{f_y}^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo $\overline{f_y}$ en la ecuación de M_R

$$M_R = -1.64E-03 f'c^6 + 1.34E-01 f'c^5 + -3.24E+00 f'c^4 + 5.58E-04 f'c^3 + 8.54E+02 f'c^2 + -6.10E+03 f'c$$

$$\frac{d M_R}{d f'c} = 6 x -1.64E-03 f'c^5 + 5 x 1.34E-01 f'c^4 + 4 x -3.24E+00 f'c^3 + 3 x 5.58E-04 f'c^2 + 2 x 8.54E+02 f'c + -6.10E+03 =$$

$$\frac{d M_R}{d f'c} = 1.56E+02$$

Sustituyendo $\overline{f'c}$ en la ecuación de M_R

$$M_R = 0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 0.00E+00 f_y^3 + 0.00E+00 f_y^2 + 0.00E+00 f_y$$

$$\begin{aligned} M_R = & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 1.57E+00 f_y^3 + -2.15E+03 f_y^2 + 9.78E+05 f_y + -1.48E+08) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -4.50E+00 f_y^3 + 6.15E+03 f_y^2 + -2.80E+06 f_y + 4.24E+08) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 3.74E+00 f_y^3 + -5.12E+03 f_y^2 + 2.33E+06 f_y + -3.52E+08) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -5.92E-05 f_y^3 + 8.07E-02 f_y^2 + -3.66E+01 f_y + 5.52E+03) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + -1.11E+00 f_y^3 + 1.52E+03 f_y^2 + -6.92E+05 f_y + 1.05E+08) + \\ & (0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 2.97E-01 f_y^3 + -4.06E+02 f_y^2 + 1.84E+05 f_y + -2.79E+07) \end{aligned}$$

Simplificando

$$M_R = 0.00E+00 f_y^6 + 0.00E+00 f_y^5 + 0.00E+00 f_y^4 + 7.22E-16 f_y^3 + -6.25E-13 f_y^2 + 5.32E+01 f_y + 1.17E+03$$

Derivando con respecto a f_y

$$\frac{d M_R}{d f_y} = 6 x 0.00E+00 f_y^5 + 5 x 0.00E+00 f_y^4 + 4 x 0.00E+00 f_y^3 + 3 x 7.22E-16 f_y^2 + 2 x -6.25E-13 f_y + 5.32E+01 =$$

$$\frac{d M_R}{d f_y} = 5.32E+01$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_{f'c} = 4.46$ Mpa y $\sigma_{f_y} = 16.9$ Mpa, se tiene un valor de la varianza de

$$V [M_R] = 1.29E+06$$

Sabiendo que la desviación estandar es igual a

$$\sigma_{M_R} = \sqrt{V [M_R]}$$

$$\sigma_{M_R} = 1.14E+03 \text{ KN - m}$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E [M_R] = 2603.71 \text{ t - m} \quad V [M_R] = 13449.95 \text{ (t - m)}^2 \quad \sigma_{M_R} = 115.97 \text{ t - m}$$

DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE LA CAPACIDAD ANTE CARGAS CORTANTES

Considerando la ecuación semiempírica propuesta por el ACI, para la determinación de la resistencia del concreto ante fuerzas cortantes, se tiene

$$V_c = 0.525 \times b \times d \sqrt{f'c} \quad \text{donde: } b : \text{Ancho de la sección} = 55 \text{ cm}$$

$$d : \text{Peralte efectivo de la sección} = 238 \text{ cm}$$

Ahora considerando la contribución del acero a la resistencia ante cargas cortantes, se tiene

Estribos verticales

$$V_{sv} = \frac{A_v \times f_y \times d}{s} \quad \text{donde: } A_v : \text{Área de acero de los estribos verticales} = 2.54 \text{ cm}^2$$

$$s : \text{Espaciamiento entre estribos verticales} = 30 \text{ cm}$$

Estribos inclinados

$$V_{s\alpha} = \frac{A_{v\alpha} \times f_y \times d \times (\cos \alpha + \sen \alpha)}{s\alpha} \quad \text{donde: } A_{v\alpha} : \text{Área de acero de los estribos inclinados} = 10.14 \text{ cm}^2$$

$$s\alpha : \text{Espaciamiento entre estribos inclinados} = 55 \text{ cm}$$

$$a : \text{ángulo de inclinación de los estribos} = 45 \text{ grados}$$

Por lo que la ecuación que define al cortante resistente en la trabe será:

$$V_R = V_c + V_{sv} + V_{s\alpha}$$

$$V_{sv} = 0.525 \times b \times d \sqrt{f'c} + \frac{A_v \times f_y \times d}{s} + \frac{A_{v\alpha} \times f_y \times d \times (\cos \alpha + \sen \alpha)}{s\alpha}$$

$$V_{sv} = 6874.08 \sqrt{f'c} + 20.15 f_y + 62.054 f_y$$

Sustituyendo $f'c$ y f_y en la ecuación anterior, se tiene que el valor esperado de cortante resistente es

$$E[V_R] = 4.89E+05 \text{ kg}$$

derivando con respecto a $f'c$

$$\frac{d V_R}{d f'c} = \frac{1}{2} \frac{6874.08}{\sqrt{f'c}} = 209.95$$

derivando con respecto a f_y

$$\frac{d V_R}{d f_y} = 20.15 + 62.054 = 82.20$$

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza del cortante resistente, ya que esta es igual a

$$V[V_R] = \left(\frac{d V_R}{d f'c} \right)^2 \sigma_{f'c}^2 + \left(\frac{d V_R}{d f_y} \right)^2 \sigma_{f_y}^2$$

Por lo anterior, se tiene que la varianza es igual a

$$V[V_R] = 2.81E+08 \text{ kg}^2$$

Sabiendo que la desviación estandar es igual a

$$\sigma_{V_R} = \sqrt{V[V_R]}$$

$$\sigma_{V_R} = 16753.5992 \text{ Kg}$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[V_R] = 488.78 \text{ t} \quad V[V_R] = 280.68 \text{ t}^2 \quad \sigma_{V_R} = 16.75 \text{ t}$$

PROYECTO: **NRV-28** **Z = M_d** Unidades: t - m

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA SOBRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES

Ecuación de la generatriz, donde **y = Elemento mecánico debido al vehículo 2**

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde **x = Elemento mecánico debido al vehículo 1**

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 8.00E-04 x^2 + 1.68E+00 x + 5.76E+02 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 432.34 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = -9.80E-03 x^2 + 7.15E+00 x + -2.47E+02 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 317.95 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 1.30E-03 x^2 + -8.52E-01 x + 8.04E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 203.56 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Iguando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 186917.88 A + 432.34 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0.0008 G^2 + 1.68 G + 576.05 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Iguando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 101092.20 A + 317.95 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = -0.0098 G^2 + 7.1509 G + -247.39 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 41436.67 A + 203.56 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 1.30E-03 G^2 + -0.852 G + 803.69 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 4.28E-09 G^2 + 8.988E-06 G + 0.0030818 + -0.002313 B + -5.35E-06 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = -3.08E-05 G^2 + 2.25E-02 G + -7.78E-01 + -3.18E+02 A + -3.15E-03 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = -3.08E-05 G^2 + 2.25E-02 G + -7.78E-01 + -3.15E-03 C$$

$$-1.36E-06 G^2 + -2.86E-03 G + -9.80E-01 + 7.35E-01 B + 1.70E-03 C$$

$$B = -3.22E-05 G^2 + 1.96E-02 G + -1.76E+00 + 7.35E-01 B + -1.44E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.65E-01 B = -3.22E-05 G^2 + 1.96E-02 G + -1.76E+00 + -1.44E-03 C$$

$$B = -1.22E-04 G^2 + 7.42E-02 G + -6.64E+00 + -5.46E-03 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 1.30E-03 G^2 + -0.852 G + 803.69 + -41436.67 A + -203.56 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 1.30E-03 G^2 + -8.52E-01 G + 8.04E+02 +$$

$$-1.77E-04 G^2 + -3.72E-01 G + -1.28E+02 + 9.58E+01 B + 2.22E-01 C$$

$$2.48E-02 G^2 + -1.51E+01 G + 1.35E+03 + 1.11E+00 C$$

$$C = 2.59E-02 G^2 + -1.63E+01 G + 2.03E+03 + 9.58E+01 B + 1.33E+00 C$$

$$C = 2.59E-02 G^2 + -1.63E+01 G + 2.03E+03 + 1.33E+00 C$$

$$-1.17E-02 G^2 + 7.11E+00 G + -6.37E+02 + -5.23E-01 C$$

$$C = 1.42E-02 G^2 + -9.22E+00 G + 1.39E+03 + 8.10E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.90E-01 C = 1.42E-02 G^2 + -9.22E+00 G + 1.39E+03$$

$$* C = 7.47E-02 G^2 + -4.84E+01 G + 7.31E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = -1.22E-04 G^2 + 7.42E-02 G + -6.64E+00 +$$

$$-4.08E-04 G^2 + 2.64E-01 G + -3.99E+01$$

$$* B = -5.29E-04 G^2 + 3.38E-01 G + -4.65E+01 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 4.28E-09 G^2 + 8.99E-06 G + 3.08E-03 +$$

$$1.22E-06 G^2 + -7.83E-04 G + 1.08E-01 +$$

$$-4.00E-07 G^2 + 2.59E-04 G + -3.91E-02$$

$$* A = 8.29E-07 G^2 + -5.15E-04 G + 7.16E-02 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 8.29E-07 x^2 + -5.15E-04 x + 7.16E-02 \quad (A)$$

$$B = -5.29E-04 x^2 + 3.38E-01 x + -4.65E+01 \quad (B)$$

$$C = 7.47E-02 x^2 + -4.84E+01 x + 7.31E+03 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (8.29E-07 x^2 + -5.15E-04 x + 7.16E-02)^2 +$$

$$(-5.29E-04 x^2 + 3.38E-01 x + -4.65E+01)y +$$

$$(7.47E-02 x^2 + -4.84E+01 x + 7.31E+03)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	317.95	\bar{y}	=	317.95	A	=	-8.25E-03	$A * y^2$	=	-8.34E+02
x^2	=	1.01E+05	y^2	=	1.01E+05	B	=	7.55E+00	$B * y$	=	2.40E+03
						C	=	-5.30E+02	C	=	-5.30E+02
E[Z] = 1.036E+03											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo \bar{y} en la ecuación de Z

$$Z = -9.80E-03 x^2 + 7.15E+00 x + -2.47E+02$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot -9.80E-03 + 7.15E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 9.19E-01$$

Sustituyendo \bar{x} en la ecuación de Z

$$Z = -8.25E-03 y^2 + 7.55E+00 y + -5.30E+02$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot -8.25E-03 + 7.55E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 2.30E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 114.39$ y $\sigma_y = 114.39$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 8.04E+04$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 283.636$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 1035.54$$

$$V[Z] = 80449.30$$

$$\sigma_z = 283.64$$

PROYECTO: **NRV-28** $Z = V_d$ Unidades: t

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA SOBRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES

Ecuación de la generatriz, donde $y = \text{Elemento mecánico debido al vehículo 2}$

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = \text{Elemento mecánico debido al vehículo 1}$

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 5.70E-03 x^2 + 1.68E+00 x + 8.09E+01 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 60.532 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = -6.84E-02 x^2 + 6.99E+00 x + -3.12E+01 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 44.35 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 8.40E-03 x^2 + -7.74E-01 x + 1.10E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 28.168 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Iguando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 3664.123 A + 60.532 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0.0057 G^2 + 1.68 G + 80.869 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Iguando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 1966.92 A + 44.35 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = -0.0684 G^2 + 6.9934 G + -31.195 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 793.44 A + 28.17 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 8.40E-03 G^2 + -0.7744 G + 109.58 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 1.556E-06 G^2 + 0.0004585 G + 0.0220705 + -0.0165202 B + -0.0002729 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = -1.54E-03 G^2 + 1.58E-01 G + -7.03E-01 + -4.44E+01 A + -2.25E-02 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = -1.54E-03 G^2 + 1.58E-01 G + -7.03E-01 + -2.25E-02 C$$

$$-6.90E-05 G^2 + -2.03E-02 G + -9.79E-01 + 7.33E-01 B + 1.21E-02 C$$

$$B = -1.61E-03 G^2 + 1.37E-01 G + -1.68E+00 + 7.33E-01 B + -1.04E-02 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.67E-01 B = -1.61E-03 G^2 + 1.37E-01 G + -1.68E+00 + -1.04E-02 C$$

$$B = -6.03E-03 G^2 + 5.14E-01 G + -6.29E+00 + -3.91E-02 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 8.40E-03 G^2 + -0.7744 G + 109.58 + -793.44 A + -28.17 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 8.40E-03 G^2 + -7.74E-01 G + 1.10E+02 +$$

$$-1.23E-03 G^2 + -3.64E-01 G + -1.75E+01 + 1.31E+01 B + 2.17E-01 C$$

$$1.70E-01 G^2 + -1.45E+01 G + 1.77E+02 + 1.10E+00 C$$

$$C = 1.77E-01 G^2 + -1.56E+01 G + 2.69E+02 + 1.31E+01 B + 1.32E+00 C$$

$$C = 1.77E-01 G^2 + -1.56E+01 G + 2.69E+02 + 1.32E+00 C$$

$$-7.90E-02 G^2 + 6.73E+00 G + -8.25E+01 + -5.12E-01 C$$

$$C = 9.79E-02 G^2 + -8.88E+00 G + 1.87E+02 + 8.05E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.95E-01 C = 9.79E-02 G^2 + -8.88E+00 G + 1.87E+02$$

$$* C = 5.02E-01 G^2 + -4.55E+01 G + 9.58E+02 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = -6.03E-03 G^2 + 5.14E-01 G + -6.29E+00 +$$

$$-1.96E-02 G^2 + 1.78E+00 G + -3.74E+01$$

$$* B = -2.56E-02 G^2 + 2.29E+00 G + -4.37E+01 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 1.56E-06 G^2 + 4.58E-04 G + 2.21E-02 +$$

$$4.24E-04 G^2 + -3.79E-02 G + 7.22E-01 +$$

$$-1.37E-04 G^2 + 1.24E-02 G + -2.61E-01$$

$$* A = 2.88E-04 G^2 + -2.50E-02 G + 4.83E-01 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 2.88E-04 x^2 + -2.50E-02 x + 4.83E-01 \quad (A)$$

$$B = -2.56E-02 x^2 + 2.29E+00 x + -4.37E+01 \quad (B)$$

$$C = 5.02E-01 x^2 + -4.55E+01 x + 9.58E+02 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (2.88E-04 x^2 + -2.50E-02 x + 4.83E-01)y^2 +$$

$$(-2.56E-02 x^2 + 2.29E+00 x + -4.37E+01)y +$$

$$(5.02E-01 x^2 + -4.55E+01 x + 9.58E+02)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	44.35	\bar{y}	=	44.35	A	=	-5.82E-02	$A * y^2$	=	-1.15E+02
x^2	=	1.97E+03	y^2	=	1.97E+03	B	=	7.48E+00	$B * y$	=	3.32E+02
						C	=	-7.27E+01	C	=	-7.27E+01
E[Z] = 1.444E+02											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo y en la ecuación de Z

$$Z = -6.84E-02 x^2 + 6.99E+00 x + -3.12E+01$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot -6.84E-02 + 6.99E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 9.26E-01$$

Sustituyendo x en la ecuación de Z

$$Z = -5.82E-02 y^2 + 7.48E+00 y + -7.27E+01$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot -5.82E-02 + 7.48E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 2.31E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 16.182$ y $\sigma_y = 16.182$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 1.62E+03$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 40.306$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 144.42$$

$$V[Z] = 1624.61$$

$$\sigma_z = 40.31$$

**TRABE DE SECCIÓN COMPUESTA.
LONGITUD DE CLARO DE 35 m**

PROYECTO: **CG-35** $Z = M_n$ Unidades: t - m

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA RESISTENCIA DE DE LAS TRABES DE SECCION COMPUESTA

Ecuación de la generatriz, donde $y = f'c$

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = f y$

Ecuación de la Directriz 1

$$z = -1.00E-05 x^2 + 5.46E-01 x + 8.01E+01 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 312.6 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = -8.00E-05 x^2 + 9.23E-01 x + -4.97E+02 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 250.2 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = -6.00E-05 x^2 + 7.51E-01 x + -1.45E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 223.4 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 97718.76 A + 312.6 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = -0.00001 G^2 + 0.5461 G + 80.097 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 62600.04 A + 250.20 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = -0.00008 G^2 + 0.9234 G + -496.56 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 49907.56 A + 223.40 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = -6.00E-05 G^2 + 0.7513 G + -144.7 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = -1.023E-10 G^2 + 5.588E-06 G + 0.0008197 + -0.003199 B + -1.023E-05 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = -3.20E-07 G^2 + 3.69E-03 G + -1.98E+00 + -2.50E+02 A + -4.00E-03 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = -3.20E-07 G^2 + 3.69E-03 G + -1.98E+00 + -4.00E-03 C$$

$$+ 2.56E-08 G^2 + -1.40E-03 G + -2.05E-01 + 8.00E-01 B + 2.56E-03 C$$

$$B = -2.94E-07 G^2 + 2.29E-03 G + -2.19E+00 + 8.00E-01 B + -1.44E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.00E-01 B = -2.94E-07 G^2 + 2.29E-03 G + -2.19E+00 + -1.44E-03 C$$

$$B = -1.47E-06 G^2 + 1.15E-02 G + -1.10E+01 + -7.20E-03 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = -6.00E-05 G^2 + 0.7513 G + -144.7 + -49907.56 A + -223.40 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = -6.00E-05 G^2 + 7.51E-01 G + -1.45E+02 +$$

$$5.11E-06 G^2 + -2.79E-01 G + -4.09E+01 + 1.60E+02 B + 5.11E-01 C$$

$$3.29E-04 G^2 + -2.57E+00 G + 2.45E+03 + 1.61E+00 C$$

$$C = 2.74E-04 G^2 + -2.09E+00 G + 2.27E+03 + 1.60E+02 B + 2.12E+00 C$$

$$C = 2.74E-04 G^2 + -2.09E+00 G + 2.27E+03 + 2.12E+00 C \\ -2.35E-04 G^2 + 1.83E+00 G + -1.75E+03 + -1.15E+00 C$$

$$C = 3.90E-05 G^2 + -2.60E-01 G + 5.14E+02 + 9.69E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$3.06E-02 C = 3.90E-05 G^2 + -2.60E-01 G + 5.14E+02$$

$$* C = 1.28E-03 G^2 + -8.50E+00 G + 1.68E+04 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = -1.47E-06 G^2 + 1.15E-02 G + -1.10E+01 + \\ -9.19E-06 G^2 + 6.11E-02 G + -1.21E+02$$

$$* B = -1.07E-05 G^2 + 7.26E-02 G + -1.32E+02 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = -1.02E-10 G^2 + 5.59E-06 G + 8.20E-04 + \\ 3.41E-08 G^2 + -2.32E-04 G + 4.22E-01 + \\ -1.31E-08 G^2 + 8.69E-05 G + -1.72E-01$$

$$* A = 2.09E-08 G^2 + -1.40E-04 G + 2.51E-01 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 2.09E-08 x^2 + -1.40E-04 x + 2.51E-01 \quad (A)$$

$$B = -1.07E-05 x^2 + 7.26E-02 x + -1.32E+02 \quad (B)$$

$$C = 1.28E-03 x^2 + -8.50E+00 x + 1.68E+04 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (2.09E-08 x^2 + -1.40E-04 x + 2.51E-01)^2 + \\ (-1.07E-05 x^2 + 7.26E-02 x + -1.32E+02)y + \\ (1.28E-03 x^2 + -8.50E+00 x + 1.68E+04)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	3690.75	\bar{y}	=	268.00	A	=	2.02E-02	$A * y^2$	=	1.45E+03
x^2	=	1.36E+07	y^2	=	7.18E+04	B	=	-9.15E+00	$B * y$	=	-2.45E+03
						C	=	2.85E+03	C	=	2.85E+03
E[Z] = 1.845E+03											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo \bar{y} en la ecuación de Z

$$Z = -7.67E-05 x^2 + 9.27E-01 x + -5.31E+02$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot -7.67E-05 + 9.27E-01 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 3.61E-01$$

Sustituyendo \bar{x} en la ecuación de Z

$$Z = 2.02E-02 y^2 + -9.15E+00 y + 2.85E+03$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot 2.02E-02 + -9.15E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 1.67E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 369.07$ y $\sigma_y = 44.6$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 2.33E+04$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 152.500$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 1845.00$$

$$V[Z] = 23256.29$$

$$\sigma_z = 152.50$$

PROYECTO: **CG-35** **Z = M_a** Unidades: t - m

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA DE LAS TRABES DE SECCION COMPUESTA

Ecuación de la generatriz, donde **y = M (VEHÍCULO 1)**

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde **x = M (VEHÍCULO 2)**

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 5.29E+02 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 528.69 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 3.96E+02 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 396.3 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 2.64E+02 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 263.9 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 279513.12 A + 528.69 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0 G^2 + 1 G + 528.69 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 157053.69 A + 396.30 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = 0 G^2 + 1 G + 396.27 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 69643.21 A + 263.90 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 0.00E+00 G^2 + 1 G + 263.85 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 0 G^2 + 3.578E-06 G + 0.0018915 + -0.0018915 B + -3.578E-06 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^2 + 2.52E-03 G + 1.00E+00 + -3.96E+02 A + -2.52E-03 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = 0.00E+00 G^2 + 2.52E-03 G + 1.00E+00 + -2.52E-03 C$$

$$0.00E+00 G^2 + -1.42E-03 G + -7.50E-01 + 7.50E-01 B + 1.42E-03 C$$

$$B = 0.00E+00 G^2 + 1.11E-03 G + 2.50E-01 + 7.50E-01 B + -1.11E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.50E-01 B = 0.00E+00 G^2 + 1.11E-03 G + 2.50E-01 + -1.11E-03 C$$

$$B = 0.00E+00 G^2 + 4.41E-03 G + 1.00E+00 + -4.41E-03 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1 G + 263.85 + -69643.21 A + -263.90 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1.00E+00 G + 2.64E+02 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -2.49E-01 G + -1.32E+02 + 1.32E+02 B + 2.49E-01 C$$

$$0.00E+00 G^2 + -1.17E+00 G + -2.64E+02 + 1.17E+00 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + -4.14E-01 G + -1.32E+02 + 1.32E+02 B + 1.41E+00 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + -4.14E-01 G + -1.32E+02 + 1.41E+00 C$$

$$0.00E+00 G^2 + 5.82E-01 G + 1.32E+02 + -5.82E-01 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1.67E-01 G + -1.00E-02 + 8.33E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.67E-01 C = 0.00E+00 G^2 + 1.67E-01 G + -1.00E-02$$

$$* C = 0.00E+00 G^2 + 1.00E+00 G + -6.00E-02 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^2 + 4.41E-03 G + 1.00E+00 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -4.41E-03 G + 2.65E-04$$

$$* B = 0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + 1.00E+00 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 0.00E+00 G^2 + 3.58E-06 G + 1.89E-03 +$$

$$0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + -1.89E-03 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -3.58E-06 G + 2.15E-07$$

$$* A = 0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + 2.85E-07 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 2.85E-07 \quad (A)$$

$$B = 0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 1.00E+00 \quad (B)$$

$$C = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + -6.00E-02 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 2.85E-07)y^2 +$$

$$(0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 1.00E+00)y +$$

$$(0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + -6.00E-02)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	396.27	\bar{y}	=	396.27	A	=	2.85E-07	$A * y^2$	=	4.48E-02
x^2	=	1.57E+05	y^2	=	1.57E+05	B	=	1.00E+00	$B * y$	=	3.96E+02
						C	=	3.96E+02	C	=	3.96E+02
E[Z] = 7.925E+02											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo y en la ecuación de Z

$$Z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 3.96E+02$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot 0.00E+00 + 1.00E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 1.00E+00$$

Sustituyendo x en la ecuación de Z

$$Z = 2.85E-07 y^2 + 1.00E+00 y + 3.96E+02$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot 2.85E-07 + 1.00E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 1.00E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 132.42$ y $\sigma_y = 132.42$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 3.51E+04$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 187.288$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 792.51$$

$$V[Z] = 35076.74$$

$$\sigma_z = 187.29$$

PROYECTO: **CG-35** $Z = V_a$ Unidades: t - m

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE DE LA DEMANDA DE LAS TRABES DE SECCION COMPUESTA

Ecuación de la generatriz, donde $y = V$ (VEHÍCULO 1)

$$z = A y^2 + B y + C \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$x = G \quad \text{.....} \quad (2)$$

Ecuación de las directrices donde $x = V$ (VEHÍCULO 2)

Ecuación de la Directriz 1

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 6.43E+01 \quad \text{.....} \quad (3)$$

$$y = 64.335 \quad \text{.....} \quad (4)$$

Ecuación de la Directriz 2

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 4.77E+01 \quad \text{.....} \quad (5)$$

$$y = 47.717 \quad \text{.....} \quad (6)$$

Ecuación de la Directriz 3

$$z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 3.11E+01 \quad \text{.....} \quad (7)$$

$$y = 31.099 \quad \text{.....} \quad (8)$$

Igualando directriz 1 con la generatriz

Sustituyendo (4) en (1)

$$z = 4138.9922 A + 64.335 B + C \quad \text{.....} \quad (9)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$z = 0 G^2 + 1 G + 64.335 \quad \text{.....} \quad (10)$$

Igualando directriz 2 con la generatriz

Sustituyendo (6) en (1)

$$z = 2276.91 A + 47.72 B + C \quad \text{.....} \quad (11)$$

Sustituyendo (2) en (5)

$$z = 0 G^2 + 1 G + 47.717 \quad (12)$$

Igualando directriz 3 con la generatriz

Sustituyendo (8) en (1)

$$z = 967.15 A + 31.10 B + C \quad (13)$$

Sustituyendo (2) en (7)

$$z = 0.00E+00 G^2 + 1 G + 31.099 \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones (9) y (10), y despejando A, se obtiene

$$A = 0 G^2 + 0.0002416 G + 0.0155436 + -0.0155436 B + -0.0002416 C \quad (15)$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12), y despejando B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^2 + 2.10E-02 G + 1.00E+00 + -4.77E+01 A + -2.10E-02 C$$

Sustituyendo A en B

$$B = 0.00E+00 G^2 + 2.10E-02 G + 1.00E+00 + -2.10E-02 C$$

$$0.00E+00 G^2 + -1.15E-02 G + -7.42E-01 + 7.42E-01 B + 1.15E-02 C$$

$$B = 0.00E+00 G^2 + 9.43E-03 G + 2.58E-01 + 7.42E-01 B + -9.43E-03 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$2.58E-01 B = 0.00E+00 G^2 + 9.43E-03 G + 2.58E-01 + -9.43E-03 C$$

$$B = 0.00E+00 G^2 + 3.65E-02 G + 1.00E+00 + -3.65E-02 C \quad (16)$$

Igualando las ecuaciones (13) y (14), y despejando C, se obtiene

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1 G + 31.099 + -967.15 A + -31.10 B$$

Sustituyendo A y B en C

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1.00E+00 G + 3.11E+01 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -2.34E-01 G + -1.50E+01 + 1.50E+01 B + 2.34E-01 C$$

$$0.00E+00 G^2 + -1.14E+00 G + -3.11E+01 + 1.14E+00 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + -3.69E-01 G + -1.50E+01 + 1.50E+01 B + 1.37E+00 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + -3.69E-01 G + -1.50E+01 + 1.37E+00 C$$

$$0.00E+00 G^2 + 5.49E-01 G + 1.50E+01 + -5.49E-01 C$$

$$C = 0.00E+00 G^2 + 1.80E-01 G + 0.00E+00 + 8.20E-01 C$$

Simplificando la expresión anterior

$$1.80E-01 C = 0.00E+00 G^2 + 1.80E-01 G + 0.00E+00$$

$$* C = 0.00E+00 G^2 + 1.00E+00 G + 0.00E+00 \quad (C)$$

Sustituyendo C en B, se obtiene

$$B = 0.00E+00 G^2 + 3.65E-02 G + 1.00E+00 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -3.65E-02 G + 0.00E+00$$

$$* B = 0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + 1.00E+00 \quad (B)$$

Sustituyendo B y C en 15, se obtiene

$$A = 0.00E+00 G^2 + 2.42E-04 G + 1.56E-02 +$$

$$0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + -1.55E-02 +$$

$$0.00E+00 G^2 + -2.42E-04 G + 0.00E+00$$

$$* A = 0.00E+00 G^2 + 0.00E+00 G + 0.00E+00 \quad (A)$$

Sustituyendo (2) en A, B y C, se tiene que el valor de las variables en términos de x es igual a:

$$A = 0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 0.00E+00 \quad (A)$$

$$B = 0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 1.00E+00 \quad (B)$$

$$C = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 0.00E+00 \quad (C)$$

Sustituyendo A, B y C en (1), se obtiene la siguiente ecuación de la superficie

$$Z = (0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 0.00E+00)y^2 +$$

$$(0.00E+00 x^2 + 0.00E+00 x + 1.00E+00)y +$$

$$(0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 0.00E+00)$$

Evaluando para los valores de la media de \bar{X} y \bar{Y} , obtenemos la esperanza de la función de momentos resistentes Z

$$E[Z] = f_z(x, y)$$

\bar{x}	=	47.717	\bar{y}	=	47.72	A	=	0.00E+00	$A * y^2$	=	0.00E+00
x^2	=	2.28E+03	y^2	=	2.28E+03	B	=	1.00E+00	$B * y$	=	4.77E+01
						C	=	4.77E+01	C	=	4.77E+01
E[Z] = 9.543E+01											

Con base en el método de incertidumbre de primer orden (MIPO), es posible encontrar la varianza de la ecuación de momento resistente, ya que esta es igual a

$$V[Z] = \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{dZ}{dy} \right)^2 \sigma_y^2$$

Evaluando las derivadas parciales necesarias para encontrar la varianza se tiene que:

Sustituyendo \bar{y} en la ecuación de Z

$$Z = 0.00E+00 x^2 + 1.00E+00 x + 4.77E+01$$

$$\frac{dZ}{dx} = 2x \cdot 0.00E+00 + 1.00E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dx} = 1.00E+00$$

Sustituyendo \bar{x} en la ecuación de Z

$$Z = 0.00E+00 y^2 + 1.00E+00 y + 4.77E+01$$

Derivando con respecto a fy

$$\frac{dZ}{dy} = 2y \cdot 0.00E+00 + 1.00E+00 =$$

$$\frac{dZ}{dy} = 1.00E+00$$

Considerando desviaciones estándar de $\sigma_x = 16.618$ y $\sigma_y = 16.618$ se tiene un valor de la varianza de

$$V[Z] = 5.52E+02$$

Sabiendo que la desviación estándar es igual a

$$\sigma_z = \sqrt{V[Z]}$$

$$\sigma_z = 23.501$$

Resumiendo, se tiene que los parámetros estadísticos son:

$$E[Z] = 95.43$$

$$V[Z] = 552.32$$

$$\sigma_z = 23.50$$

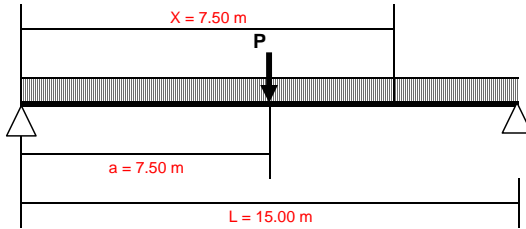
ANEXO C

Determinación de los Factores de Evaluación (RF). Nivel de inventario y operación

**NERVADURA DE CONCRETO REFORZADO.
LONGITUD DE CLARO DE 15 m**

CASO: NRV-15 m

Determinación de los factores de evaluación para los niveles de Inventario y Operación (Método de factor de Carga)



Carga Muerta:

$$W_{cm} = 6.45 \text{ t/m} \quad \text{Para una trabe}$$

Momentos debido a la Carga Muerta:

$$M_{cm} = 181.41 \text{ t - m}$$

Momentos debido a la Carga Viva:

$$M_{cv} = 43.28 \text{ t - m} \quad \text{Correspondiente a un camión HS-20}$$

X: Posición en donde se requiere estimar el momento

a: Posición donde se ubica la carga puntual

L: Longitud de la viga

P Carga puntual que simula la resultante de la carga viva

W_{CM} : Carga uniforme debido a la carga muerta

W_{CV} : Carga uniforme debido a la carga viva

Con base en los análisis realizados, se determinó que el factor de distribución transversal para este caso será:

$$DF = 1.68 \quad \text{Para la segunda posición de cargas}$$

Y el impacto, con base en lo planteado por el Reglamento del AASHTO será:

$$I = \frac{50}{L + 125} = 0.287$$

Por lo que el momento de la carga viva más impacto y factor de distribución trasversal será:

$$M_{LL+I} = MCV (1+I) (DF) = 93.58 \text{ t - m}$$

El momento resistente de la estructura es igual a:

$$M_R = 659.80 \text{ t - m}$$

Con base en lo anterior, se puede calcular el factor de evaluación como se describe en el Manual for Condition Evaluation of Bridges

Inventory Level Section 6.5.3 (Load Factor)

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 1.763$$

donde:

$$\phi = 0.9$$

$$A_1 = 1.3$$

$$A_2 = 2.17$$

Section 6.5.3 (Load Factor)

Operating Level Section 6.5.3 (Load Factor)

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 2.943$$

donde:

$$\phi = 0.9$$

$$A_1 = 1.3$$

$$A_2 = 1.3$$

Con base en lo anterior, se tiene que si el peso del camión es de **36.00 t**

La carga máxima permisible es la siguiente:

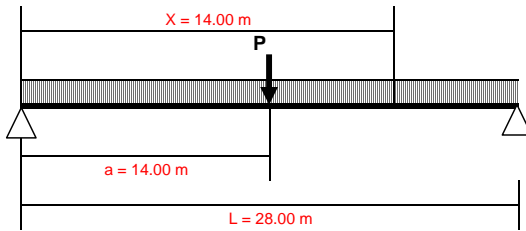
A nivel de inventario: **63.46 t**

A nivel de operación: **105.93 t**

**NERVADURA DE CONCRETO REFORZADO.
LONGITUD DE CLARO DE 28 m**

CASO: NRV-28 m

Determinación de los factores de evaluación para los niveles de Inventario y Operación (Método de factor de Carga)



Carga Muerta:

$$W_{cm} = 7.66 \text{ t/m} \quad \text{Para una trabe}$$

Momentos debido a la Carga Muerta:

$$M_{cm} = 750.68 \text{ t-m}$$

Momentos debido a la Carga Viva:

$$M_{cv} = 93.87 \text{ t-m} \quad \text{Correspondiente a un camión HS-20}$$

X: Posición en donde se requiere estimar el momento

a: Posición donde se ubica la carga puntual

L: Longitud de la viga

P Carga puntual que simula la resultante de la carga viva

W_{CM} : Carga uniforme debido a la carga muerta

W_{CV} : Carga uniforme debido a la carga viva

Con base en los análisis realizados, se determinó que el factor de distribución transversal para este caso será:

$$DF = 1.68 \quad \text{Para la segunda posición de cargas}$$

Y el impacto, con base en lo planteado por el Reglamento del AASHTO será:

$$I = \frac{50}{L + 125} = 0.231$$

Por lo que el momento de la carga viva más impacto y factor de distribución trasversal será:

$$M_{LL+I} = MCV (1+I) (DF) = 194.06 \text{ t-m}$$

El momento resistente de la estructura es igual a:

$$M_R = 2391.54 \text{ t-m}$$

Con base en lo anterior, se puede calcular el factor de evaluación como se describe en el Manual for Condition Evaluation of Bridges

Inventory Level Section 6.5.3 (Load Factor)

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 3.362$$

donde:

$$\phi = 1 \quad \text{Section 6.5.3 (Load Factor)}$$

$$A_1 = 1.3$$

$$A_2 = 2.17$$

Operating Level Section 6.5.3 (Load Factor)

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 5.611$$

donde:

$$\phi = 1$$

$$A_1 = 1.3$$

$$A_2 = 1.3$$

Con base en lo anterior, se tiene que si el peso del camión es de **36.00 t**

La carga máxima permisible es la siguiente:

A nivel de inventario: **121.02 t**

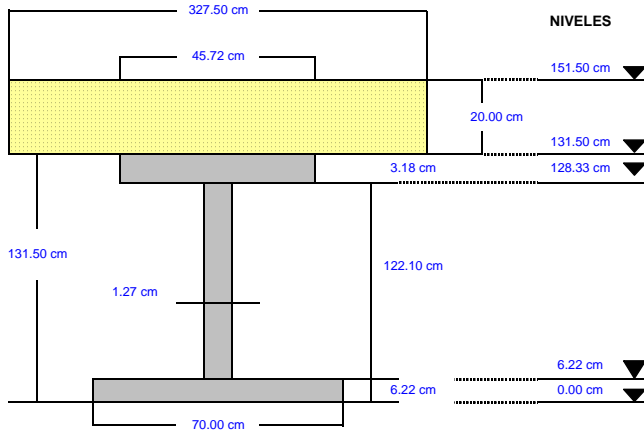
A nivel de operación: **202.01 t**

**TRABE DE SECCIÓN COMPUESTA.
LONGITUD DE CLARO DE 35 m**

PROYECTO: T. M.

ASUNTO: PUENTE DE CERRO GORDO

ACTIVIDAD: EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD RESISTENTE DE LAS TRABES DE UN PUENTE CON SECCIÓN COMPUESTA



2. CARACTERÍSTICAS DEL PUENTE

2.1 Longitud total del puente $L = 3500.00 \text{ cm}$

2.2 Distancia entre traveses $D = 655.00 \text{ cm}$

3. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN

3.1 Propiedades de losa

Ancho efectivo de losa: $b_e = 327.50 \text{ cm}$

Espesor de losa: $t_L = 20.00 \text{ cm}$

El ancho efectivo de la losa se determinó de acuerdo a lo siguiente:

$$\text{menor} \begin{cases} 0.25 L = 875.00 \text{ cm} \\ 16t + b_{sf} = 365.72 \text{ cm} \\ D / 2 = 327.50 \text{ cm} \end{cases}$$

3.2 Características de la trabe

Alma

Altura de la trabe: $d = 131.50 \text{ cm}$

Altura del alma: $h_w = 122.10 \text{ cm}$

Espesor: $t_w = 1.27 \text{ cm}$

Patín superior

Ancho: $b_{fs} = 45.72 \text{ cm}$

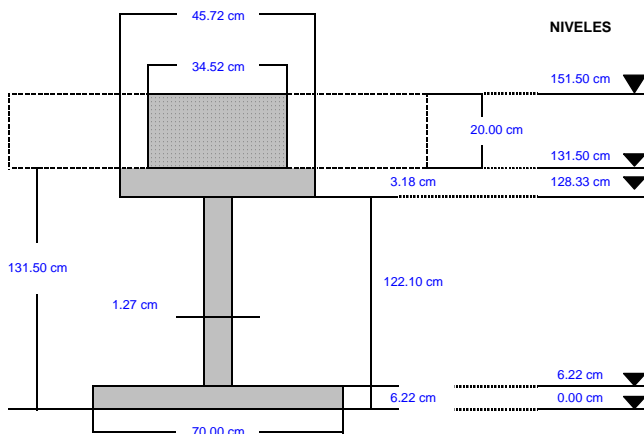
Espesor: $t_{fs} = 3.18 \text{ cm}$

Patín inferior

Ancho: $b_{fi} = 70.00 \text{ cm}$

Espesor: $t_{fi} = 6.22 \text{ cm}$

4. CARACTERÍSTICAS DE LA SECCIÓN COMPUESTA ($n = n_{LL}$)



1. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

1.1 Propiedades de losa

$f'_c = 250.00 \text{ kg/cm}^2$

$E_c = 221359.44 \text{ kg/cm}^2$

1.2 Propiedades de trabe de acero

$F_y = 3515.00 \text{ kg/cm}^2$

Nominal: 3515 kg/cm²

$E_S = 2100000.00 \text{ kg/cm}^2$

1.3 Relación modular

$n_{LL} = 9.49$ (carga viva)

$n_{SDL} = 28.46$ (carga muerta superimpuesta)

Área de la trabe: $A_S = 735.70 \text{ cm}^2$

Patín superior: $A_{fs} = 145.16 \text{ cm}^2$ $y_{fs} = 129.91 \text{ cm}$

Alma: $A_w = 155.07 \text{ cm}^2$ $y_w = 67.27 \text{ cm}$

Patín inferior: $A_{fi} = 435.47 \text{ cm}^2$ $y_{fi} = 3.11 \text{ cm}$

Área de la losa: $A_L = 690.43 \text{ cm}^2$ $y_L = 141.50 \text{ cm}$

Centro de inercia de la sección de acero: $Y = 41.65 \text{ cm}$

$Y_s = 89.85 \text{ cm}$

Centro de inercia de la sección compuesta: $Y = 89.99 \text{ cm}$

$Y_s = 41.51 \text{ cm}$

PROYECTO: T. M.
 ASUNTO: PUENTE DE CERRO GORDO
 ACTIVIDAD: EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD RESISTENTE DE LAS TRABES DE UN PUENTE CON SECCIÓN COMPUESTA

Inercia de la sección:

Inercia de la trabe: $I_S = 3792682.807 \text{ cm}^4$

Patín superior:	$I_{fs1} = 121.943 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 231333.418 \text{ cm}^4$	$I_{fs} = 231455.361 \text{ cm}^4$
Alma:	$I_{w1} = 192669.135 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 80042.054 \text{ cm}^4$	$I_w = 272711.189 \text{ cm}^4$
Patín inferior:	$I_{fi1} = 1404.421 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 3287111.836 \text{ cm}^4$	$I_{fi} = 3288516.257 \text{ cm}^4$

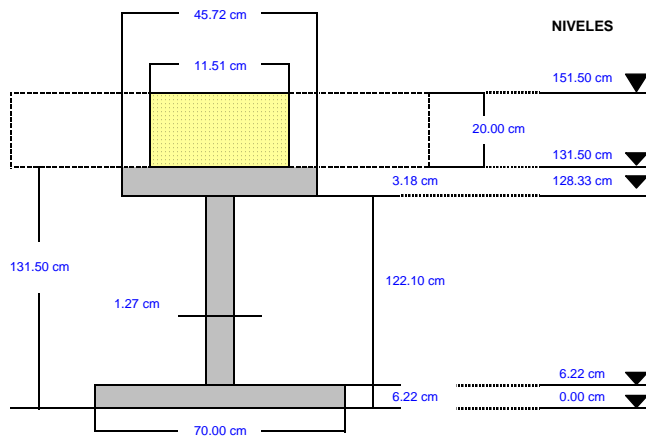
Inercia de la losa: $I_{L1} = 23014.354 \text{ cm}^4$ + $A d^2 = 1831752.066 \text{ cm}^4$ $I_L = 1854766.420 \text{ cm}^4$

$I_T = 5647449.227 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

Módulo de sección con respecto a la fibra superior de acero:	$S_t = 42213.117 \text{ cm}^3$	Carga muerta
Módulo de sección con respecto a la fibra inferior de acero:	$S_b = 91052.228 \text{ cm}^3$	Carga muerta
Módulo de sección con respecto a la fibra superior de acero:	$S_t = 136057.417 \text{ cm}^3$	Carga viva
Módulo de sección con respecto a la fibra inferior de acero:	$S_b = 62754.901 \text{ cm}^3$	Carga viva

4. CARACTERÍSTICAS DE LA SECCIÓN COMPUESTA (n = n_{SD,L})



Área de la trabe: $A_S = 735.70 \text{ cm}^2$

Patín superior:	$A_{fs} = 145.16 \text{ cm}^2$	$y_{fs} = 129.91 \text{ cm}$
Alma:	$A_w = 155.07 \text{ cm}^2$	$y_w = 67.27 \text{ cm}$
Patín inferior:	$A_{fi} = 435.47 \text{ cm}^2$	$y_{fi} = 3.11 \text{ cm}$

Área de la losa: $A_L = 230.14 \text{ cm}^2$ $y_L = 141.50 \text{ cm}$

Centro de inercia de la sección: $Y = 65.45 \text{ cm}$
 $Y_s = 66.05 \text{ cm}$

Inercia de la sección:

Inercia de la trabe: $I_S = 2490083.659 \text{ cm}^4$

Patín superior:	$I_{fs1} = 121.943 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 603289.849 \text{ cm}^4$	$I_{fs} = 603411.792 \text{ cm}^4$
Alma:	$I_{w1} = 192669.135 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 517.951 \text{ cm}^4$	$I_w = 193187.087 \text{ cm}^4$
Patín inferior:	$I_{fi1} = 1404.421 \text{ cm}^4$	+	$A d^2 = 1692080.359 \text{ cm}^4$	$I_{fi} = 1693484.780 \text{ cm}^4$

Inercia de la losa: $I_{L1} = 7671.451 \text{ cm}^4$ + $A d^2 = 1331219.261 \text{ cm}^4$ $I_L = 1338890.712 \text{ cm}^4$

$I_T = 3828974.371 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

Módulo de sección con respecto a la fibra superior de acero:	$S_t = 57966.822 \text{ cm}^3$	Sobrecarga
Módulo de sección con respecto a la fibra inferior de acero:	$S_b = 58506.381 \text{ cm}^3$	Sobrecarga

PROYECTO: T. M.
 ASUNTO: PUENTE DE CERRO GORDO
 ACTIVIDAD: EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD RESISTENTE DE LAS TRABES DE UN PUENTE CON SECCIÓN COMPUESTA

4. Determinación del momento resistente

Resistencia total de la trabe Resistencia total de la losa Resistencia total del patín a compresión

$$C_{ST} = F_y A_s = 2585996.33 \text{ kg} \qquad C_{CNC} = 0.85 f'_c A_L = 1391875.00 \text{ kg} \qquad 2 F_y b_{sf} t_{sf} = 1020481.83 \text{ kg}$$

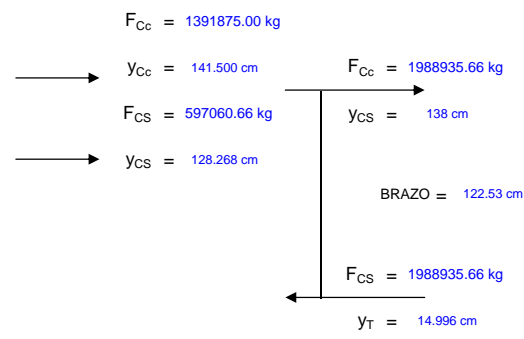
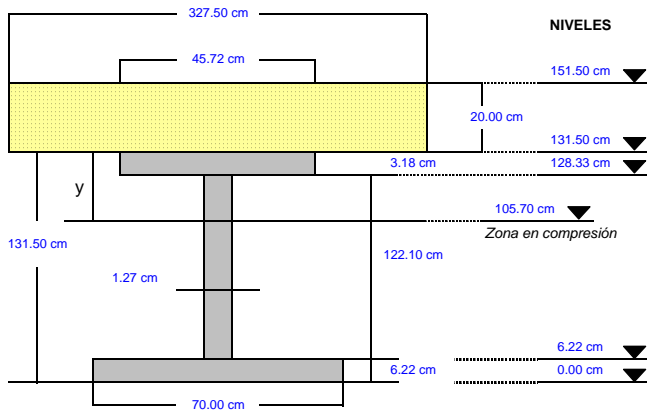
$C_{ST} > C_{CNC}$ CONTROLA EL CONCRETO

$$C' = \frac{C_{ST} - C_{CNC}}{2} = 597060.66 \text{ kg}$$

$$(AFy)_{st} = 510240.92 \text{ kg} \qquad C' > (AFy)_{st} \qquad (AFy)_w = 545078.36 \text{ kg}$$

$$y = t_{st} + \frac{C' - (AFy)_{st}}{(AFy)_w} = 22.62 \text{ cm} \qquad D_p = 42.62 \text{ cm} \qquad D' = \frac{\beta (d + t_{sf})}{19.05} = 5.57 \text{ cm}$$

Con base en lo anterior, se tiene que: $\beta = 0.7$



Por lo que el momento plástico será:

$$M_p = 243708624.867 \text{ kg-cm} \qquad D_p > D' \qquad \text{por lo que:} \qquad M_u = \frac{5M_p - 0.85M_y}{4} + \frac{0.85M_y - M_p}{4} \left(\frac{D_p}{D'} \right) = 1501.626 \text{ t-m}$$

$$= 2437.086 \text{ t-m}$$

El momento de fluencia será:

$$M_y = 220583477.775 \text{ kg-cm}$$

$$2205.835 \text{ t-m}$$

Carga muerta:

	Cantidad [m ³]	Peso [t]
Acero Grado 50 (Superestructura)	-	47.50
Concreto $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$	50	120.00
Montenes Calibre 14 (8" x 5.67 kg/m)	-	5.63
Acero estructural A 36 (Conectores)	-	0.80
Tubo $\phi = 4"$ Cedula 40	-	1.07
		<u>175.00</u>

Por lo que se tiene una carga uniforme distribuida de: $W_{DL} = 5.00 \text{ t/m}$
 Por lo que se tiene una carga uniforme distribuida por viga de: $W_{DL} = 2.50 \text{ t/m}$

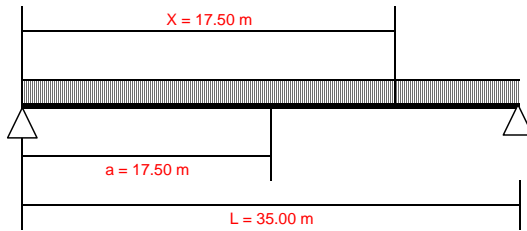
Sobrecarga

	Cantidad [m ³]	Peso [t]
Carpeta asfáltica (12 cm para cálculo)	26.1	57.42
Parepeto y barrera	-	25.83
		<u>83.25</u>

Por lo que se tiene una carga uniforme distribuida de: $W_{SDL} = 2.38 \text{ t/m}$
 Por lo que se tiene una carga uniforme distribuida por viga de: $W_{SDL} = 1.19 \text{ t/m}$

CASO: SECCIÓN COMPUESTA - 35 m

Determinación de los factores de evaluación para los niveles de Inventario y Operación (Método de factor de Carga)



- X: Posición en donde se requiere estimar el momento
- a: Posición donde se ubica la carga puntual
- L: Longitud de la viga
- P Carga puntual que simula la resultante de la carga viva
- W_{CM} : Carga uniforme debido a la carga muerta
- W_{CV} : Carga uniforme debido a la carga viva

Carga Muerta:
 $W_{DL} = 2.50 \text{ t/m}$ Para una trabe
 Sobrecarga:
 $W_{SDL} = 1.42 \text{ t/m}$ Para una trabe

Momentos debido a la Carga Muerta:
 $M_{DL} = 382.81 \text{ t-m}$
 Momentos debidos a la sobrecarga:
 $M_{SDL} = 217.44 \text{ t-m}$
 Momentos debido a la Carga Viva:
 $M_{LL} = 123.73 \text{ t-m}$ Correspondiente a un camión HS-20

Datos
 $M_R = 1501.63 \text{ t-m}$
 $S_{DL} = 91052.228 \text{ cm}^3$
 $S_{SDL} = 58506.381 \text{ cm}^3$
 $S_{LL} = 62754.901 \text{ cm}^3$
 $f_D = 420.432 \text{ kg/cm}^2$
 $f_{SDL} = 371.647 \text{ kg/cm}^2$
 $f_{L+I} = 238.269 \text{ kg/cm}^2$

Con base en los análisis realizados, se determinó que el factor de distribución transversal para este caso será:

$DF = 1$ Para la segunda posición de cargas

Y el impacto, con base en lo planteado por el Reglamento del AASHTO será:

$$I = \frac{50}{L + 125} = 0.208$$

Por lo que el momento de la carga viva más impacto y factor de distribución trasversal será:

$$M_{LL+I} = MCV (1+I) (DF) = 149.53 \text{ t-m}$$

El momento resistente de la estructura es igual a:

$$M_R = 1501.63 \text{ t-m}$$

Con base en lo anterior, se puede calcular el factor de evaluación como se describe en el Manual for Condition Evaluation of Bridges

Inventory Level Section 6.5.3 (Load Factor)

Operating Level Section 6.5.3 (Load Factor)

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 2.223$$

$$RF_{LRF} = \frac{\phi M_R - A_1 MD}{A_2 M_{LL+I}} = 3.711$$

donde:

$\phi = 1$ Section 6.5.3 (Load Factor)
 $A_1 = 1.3$
 $A_2 = 2.17$

donde:

$\phi = 1$
 $A_1 = 1.3$
 $A_2 = 1.3$

Con base en lo anterior, se tiene que si el peso del camión es de 36.00 t

La carga máxima permisible es la siguiente:

A nivel de inventario: 80.03 t
 A nivel de operación: 133.59 t

Revisión mediante el criterio de servicio (AASHTO 10.57.2)

Inventory Level (A nivel inferior de la sección de acero. Control de la tensión)

Con base en la sección 10.57.2

$$RF_I^{LF} = \frac{0.95 F_y \cdot f_D \cdot f_{SDI}}{1.67 f_{L+I}}$$

$$RF_I^{LF} = 6.401$$

Operating Level

$$RF_O^{LF} = \frac{0.95 F_y \cdot f_D \cdot f_{SDI}}{f_{L+I}}$$

$$RF_O^{LF} = 10.690$$

Por lo que los factores de evaluación que rigen son los siguientes:

$$RF_I^{LF} = 2.223$$

$$RF_O^{LF} = 3.711$$

Bibliografía

1. Secretaria de Comunicaciones y Transportes. *La construcción de Puentes en México*, México, 1985.
2. Rascón, O. A. *Modelo de Cargas vivas vehiculares para diseño estructural de puentes en México*, Publicación Técnica No. 118, Sanfadila, Qro. , Instituto Mexicano del Transporte, 1999.
3. Secretaria de Obras Públicas. *Estructuras para puentes. Proyectos tipo*. México, 1963.
4. Harr, M.E. *Reliability – Based Design in Civil Engineering*. Mc Graw Hill Book Company. New York, N.Y. U.S.A. 1987.
5. Rosenblueth, E. *Point Estimates for probability Moments*. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. vol. 72 no. 10. 1975
6. Hong, H. P. *An Efficient Estimate Method for Probabilistic Analysis*. Tomado del escrito aceptado para publicarse en *Reliability Engineering and System Safety*.
7. Meli, R., y Mendoza C. J. *Reglas de Verificación de Calidad del Concreto*. Revista de Ingeniería LXI, México. 1991.
8. Rodríguez, M y Botero, J.C. *Aspectos del Comportamiento Sísmico de Estructuras de Concreto Reforzado Considerando las Propiedades Mecánicas de Aceros de Refuerzo Producidos en México*. Series del Instituto de Ingeniería, No. 575. Enero 1996.
9. González, O. y Robles, F. *Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado*. Limusa, México, 1996.
10. Park, R y Paulay, T. *Estructuras de Concreto Reforzado*. Limusa, México, 1997.
11. Castañeda, E. *Geometría Analítica. Fascículo II. Superficies*. Facultad de Ingeniería de la UNAM. México, 1994.
12. Secretaría de Comunicaciones y Transportes. *Reglamento sobre el peso, dimensiones y capacidad de los vehículos de autotransporte que transitan en los caminos y puentes de jurisdicción federal*. Diario Oficial, 4 de septiembre de 1995.
13. American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). *Standard Specifications for Highway Bridges*. Washington, D.C. 1996.

14. Hambly, E. C. *Bridge Deck Behaviour*. Chapman & Hall. Londres, Inglaterra. 1991.
15. Walpole, R. E y Myers, R. H. Probabilidad y Estadística. McGraw Hill, México, 4ª Ed, 1995.
16. Instituto Mexicano del Transporte, IMT. *Estudio de Pesos y Dimensiones de los Vehículos de Carga que Circulan Sobre las Carreteras Nacionales. Análisis Estadístico de la Información Recopilada en las Estaciones Instaladas en 1992 y 1993*. Documento Técnico 17, México.
17. Barousse, M.A. Estudio Estadístico de Pesos y Dimensiones de Vehículos para el Análisis Estructural de Puentes. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. 1997.
18. *Reglamento sobre el Peso, Dimensiones y Capacidad de los Vehículos de Autotrasporte que Transitan en los Caminos y Puentes de Jurisdicción Federal*. Diario Oficial, 4 de septiembre de 1995.
19. McCormac, J. C. Diseño de Estructuras de Acero. Método LRFD. Alfaomega, México, 1996.
20. Galambos, T V., Lin, F. J. y Johnston, B. G. Diseño de Estructuras de Acero con LRFD. Prentice Hall, México, 1999.
21. Galambos T.V. y Ravindra M.K., 1978. *Properties of Steel for use in LRFD*. *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.104, ST 9, pp.1459-1468
22. FEMA, 2000. *State of the art report on base metals and fracture*. FEMA-355A. Washington, D.C.
23. Nowak, S. A y Szerszen, M. M. *Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1-Statistical Models for Resistance*. *ACI Structural Journal. Technical Paper*. Mayo – Junio de 2003.
24. Nowak, S. A y Szerszen, M. M. *Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors*. *ACI Structural Journal. Technical Paper*. Mayo – Junio de 2003.
25. American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). *Manual for Condition Evaluation of Bridges, 1994. As revised by the 1995, 1996, 1998 and 2000 Interim Revisions*. 2a Edición. Washington, D.C. 2000.
26. Gobierno de los Estados Unidos Mexicanos. Presidencia de la República. *Anexo del Segundo Informe de Gobierno*. Ciudad de México. Septiembre de 2002.

A

AASHTO	66, 68,
ACI (<i>American Concrete Institute</i>)	58,
Aforo vehicular	6,
Agrietamiento	2,
AISC	60,
<i>American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)</i>	58,
Análisis de confiabilidad	39,
Análisis de la demanda	67,
Análisis determinista	54,
Análisis no determinista	55, 71,
Análisis para una sola variable	34,
Análisis para varias variables aleatorias	38,
Área del alma	62,
Automóviles	4,

C

Camión de dos ejes C2	43,
Camión de tres ejes C3	43,
Camiones de carga	4, 6,
Camiones para pasajeros	4, 6,
Camiones T3-S2-R4	49,
Capacidad	19, 20,
Capacidad de la estructura	73,
capacidad (resistencia) de las nervaduras y trabes de sección compuesta	62, 67,
Capacidad nominal por cortante	62,
Capacidad plástica	60,
Capacidad por momento	60,
Capacidad resistente de las secciones de puentes	58,
Capacidad resistente de las superestructuras de puentes	54,
Caracterización de sitio	1,
Carga móvil	15, 72,
Carga móvil vehicular	66,
Carga muerta	20,
Cargas	1, 2,
Cargas actuantes sobre la estructura	71,
Cargas debidas al viento	20,
Cargas tipo HS-15 DE 24.5 t	13,
Cargas vivas	20, 43
Cargas vivas vehiculares	13,
Código AASHTO	48, 56,
Coefficiente de determinación muestral R^2	62, 72,
Coefficiente de variación	23,
Coefficiente sesgo y curtosis	30,
Combinaciones y condiciones de carga para el análisis por carga viva de la superestructura del puente	45,
Compendio de planos para proyectos tipo de estructuras de puentes de la SOP	16,

Comportamiento final de la estructura	2,
Condiciones ambientales	20,
Confiabilidad	19,
Cortante Actuante	53,

Criterio de selección de puentes	13,
----------------------------------	-----

D

Defectos del material	1,
Deficiencias en la estructura	1,
Degradación de las estructuras	2,
Demanda	19, 20, 21, 25, 66,
Demandas impuestas	19,
Desempeño de una estructura	19,
Desviación estándar del margen de seguridad	23,
Dirección General de Conservación de Carreteras (DGCC) de la SCT,	8, 9, 13, 15,
Diseño estructural	2,
Diseño estructural en la Ingeniería Civil	19,
Dislocaciones	2,
Distancia libre entre patines	62,
Distribución de probabilidad de x	32,
Distribución normal	24,

E

Efectos de carga viva	42,
Efectos máximos debido a las cargas vehiculares	48,
Ejes troncales principales	14,
Esfuerzo de fluencia nominal (F_y)	58,
Esfuerzo de fluencia (f_y)	57,
Esfuerzo de fluencia del acero estructural (F_y)	57,
Esfuerzos axiales	42,
Esfuerzos por flexión	42,
Esfuerzos por temperatura	20,
Espesor del alma	62,
Estado de falla	25,
Estado de seguridad	25,
Estado físico de la red federal de carreteras	7,
Estado físico de la red federal de carreteras libre de peaje	6,
Estado físico de los puentes	10,
Estructuras	1,
Estructuras de puentes	14,
Evaluación de carga en puentes	40,
Evaluación de carga	74,
Evaluación de confiabilidad de la superestructura de los puentes	66,
Evaluación de inventario	40,
Evaluación de la condición de los puentes con base en el Factor de Evaluación de carga (RF)	66,
Evaluación de la confiabilidad	25,
Excentricidad transversal	48,

F			
Factor central de seguridad (FCS)	21,		
Factor de evaluación (RF)	42,		
Factor de Evaluación de Carga (RF) del AASHTO	2, 3, 40, 68,		
Factor de Evaluación de carga viva en las estructuras de puentes	41, 71		
Factor de seguridad permisible (FS)	20,		
Factores de Carga y Resistencia	40,		
Factores de Evaluación para las estructuras de puente	69,		
Factores de seguridad	2, 71		
Fuerza axial	42,		
Fuerza cortante resistente de la sección compuesta	61,		
Fuerza de compresión " C "	60,		
Fuerza por cortante vertical	42,		
Función de la esbeltez del alma	61,		
Función de Taylor	29,		
Funciones de demanda y capacidad	20,		
G			
Galambos y Ravindra	58,		
H			
Herramientas estadísticas de carácter probabilístico	13,		
I			
Impacto	48,		
Imperfecciones microcristalinas	2,		
Índice de confiabilidad	22, 23, 25, 27, 66, 70, 71, 72,		
Índices de confiabilidad de las superestructuras de los puentes	13,		
Índices para evaluar el estado estructural	2,		
Infraestructura carretera	6,		
Instituto Mexicano del Transporte (IMT)	15,		
L			
Losa de la superficie de rodamiento	16, 55,		
M			
Magnitud de los sismos	20,		
Manual for Condition Evaluation of Bridges	41,		
Manual para la Evaluación de la Condición de Puentes, 1994 del AASHTO	68,		
Margen de seguridad	21, 22, 24,		
Margen de seguridad máximo	23,		
Medidas preventivas y correctivas	40,		
Meli y Mendoza	56, 57		
		Método de Esfuerzos Permisibles o de Trabajo	40, 41, 42
		Método de diseño del factor de carga	42,
		Método de estimación bipuntual	37,
		Método de estimación puntual (MEP)	31,
		Método de estimación tripuntual	37,
		Método de estimaciones bipuntuales (MEB)	34,
		Método de Factor de Carga	41,
		Método de incertidumbre de primer orden (MIPO)	30, 55, 64, 65, 67,
		Método de las generatrices	55, 64,
		Métodos de diseño elástico o plástico	60,
		Métodos de estimación puntual	27,
		Métodos de primer orden - segundo momento	27,
		Métodos de segundo momento-primer orden (FOSM)	29,
		Métodos exactos	27, 28,
		Métodos no deterministas	2,
		Métodos probabilísticos	27,
		Modelo de cargas vivas vehiculares	15,
		Modelos de gestión	8,
		Momento actuante	53,
		Momento resistente de las secciones de puente	62,
		Momento y cortante resistente	64, 65
		Momentos flexionantes	42,
		Motocicletas	4,
N			
Nervadura	55,		
Nervaduras de concreto reforzado	64,		
Nervaduras y trabes de sección compuesta	55,		
Nivel de confiabilidad	19,		
Nivel de evaluación de inventario	40,		
Nivel de evaluación de operación	40,		
Niveles de evaluación	40,		
Niveles de seguridad	40, 70, 73,		
P			
Parámetros la calificación de los puentes	10,		
Parámetros de evaluación de la seguridad estructural en puentes	71,		
Pasajeros	6,		
Pasajeros transportados por carretera	6,		
Probabilidad de falla	21, 22, 24, 25, 72		
Problemas de capacidad	70,		
Procedimiento constructivo	20,		
Procedimientos de diseño actuales	1,		
Programa de estudios y proyectos de puentes	11,		

Programa de obras de reconstrucción de puentes	11,	Sobrecargas o sobredemanda de resistencia	2,
Programa Nacional de Conservación de Carreteras	11, 12	Superestructura de los puentes	43, 49,
Propiedades de los materiales	1,	Superestructura de sección compuesta	18, 73
Propiedades mecánicas de aceros de refuerzo	57,	Superestructura o tablero	15,
Puentes de la Red Federal de Carreteras en México	13, 71,	Superestructuras basadas en traves nervuradas	15,
Puentes nervurados de concreto reforzado	13,	Superestructuras con nervaduras	16,
		Superestructuras con traves presforzadas o de acero	15,
R		Superestructuras de puentes	71,
Red Federal de Carreteras	4, 13, 70, 71, 72,	Superficie del momento resistente	64,
Red Federal libre de peaje	5,	Supervisión en la obra	20,
Reglamento de pesos y dimensiones	13,		
Resistencia a la compresión del concreto	56,	T	
Resistencia de la sección compuesta ante fuerza cortante	61,	Tensión "T"	60,
Resistencia de las nervaduras de concreto reforzado ante efectos de flexión simple	58,	Teoría elástica	60,
Resistencia de las nervaduras sujetas a fuerza cortante	59,	Tipo de carretera	13,
Resistencia de las traves de sección compuesta ante efectos de flexión simple	60,	Trabe de sección compuesta	64,
Resistencia de un sistema estructural	56,	Tractor de tres ejes y semiremolque de dos ejes T3-S2	43,
Resistencia del acero de refuerzo	57,	Tractor de tres ejes y semiremolque de tres ejes T3-S3	43,
Resistencia del los elementos estructurales de un puente	56,		
Resistencia del refuerzo en el alma	59,	Tractor de tres ejes, semiremolque de dos ejes y remolque de 4 ejes T3-S2-R4	43,
Resistencia nominal de elementos sin refuerzo transversal	59,	Tránsito diario promedio anual (TDPA)	14,
Resistencia nominal del concreto	59,	Tránsito diario promedio anual de vehículos	10,
Riesgo de falla en una estructura	20,	Tránsitos diarios	6,
Rodríguez y Botero	57,	Transporte carretero	6,
Rosenblueth	31,		
S		V	
Secretaría de Comunicaciones y Transportes	6,	Valores probables de resistencia	70,
Seguridad estructural	70,	Variación de resistencia de materiales fabricados y utilizados en México	70,
Serie de Maclaurin	29,	Variación de la resistencia del concreto	56,
Serie de Taylor (FOSM)	29, 55,	Variación de la resistencia de un sistema estructural	56,
Simulación de Estrategias de Mantenimiento Carretero (SISTER)	8,	Variación de los elementos mecánicos	49,
Simulación de Monte Carlo	28,	Variación del margen de seguridad	23,
SIPUMEX (Sistema de Puentes de México)	8, 48,	Variación en los grados de aleatoriedad.	1,
Sistema carretero federal	13,	Varianza del margen de seguridad	23,
Sistema coordinado estandarizado	26,	Vehículo T3-S2-R4	13,
Sistema de Puentes de México (SIPUMEX)	10, 13,	Vehículo T3-S3	13,
Sistemas estructurales en la construcción de puentes	16,	Vehículo tipo HS-20	13,
		Vehículos	4, 6, 72,