



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

## FACULTAD DE INGENIERÍA

Espectroscopía magneto-óptica de ondas  
magneto-elásticas en películas delgadas  
ferromagnéticas.

T E S I S

Que para obtener el grado de

**Doctor en Ingeniería Eléctrica**

P r e s e n t a

**CÉSAR LEONARDO ORDÓÑEZ ROMERO**

**DIRECTOR DE TESIS: DR. OLEG KOLOKOLTSEV**

Noviembre del 2006



---

**Espectroscopía magneto-óptica  
de ondas magneto-elásticas en  
películas delgadas  
ferromagnéticas**

---

## *Dedicatorias*

A Dios, por haberme dado la oportunidad de nacer en esta familia y en este hermoso país.

A mi hermano Miguelin por su compañía, amor y apoyo que me ha brindado toda la vida.

A mis abuelos Lucila Cruz Herrero, Lauro Romero Lechuga, Samuel Ordóñez Estrada, a su memoria, y a mi abuela Betty por todo su cariño.

A mis padres que siempre han estado conmigo en las buenas y en las malas, gracias Papa, gracias Mama los quiero muchísimo, son lo máximo.

A todos mis familiares, en especial a mis tíos Samuel y Héctor.

A todos mis amigos.

A todos mis tutores y sinodales Dr. Roberto Ortega, Dr. Oleksandr Martynyuk, Dr. Volodymyr Svyryd, Dr. Rodolfo Neri Vela, Dr. Miguel Moctezuma, Dr. Guillermo Monsivais, Dr. Naser Qureshi, y

Especialmente al Dr. Oleg Kolokoltsev, por todo su apoyo, amistad y comprensión.

Al CONACYT por el apoyo otorgado para la realización de este estudio.

Y muy especialmente a mi universidad por haberme dado todo sin esperar nada a cambio, por darme la oportunidad de recibir la mejor educación del país, por hacerme sentir una inmensa alegría de pertenecer a ella y sobre todo por darme una conciencia crítica que me acompañara por el resto de mis días. “POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU”, Gracias UNAM.

César Leonardo Ordóñez Romero.

# Contenido

Prólogo.....	1
1 Fundamentos de Ferromagnetismo..	3
1.1 Materiales Ferromagnéticos magnetizados a saturación.....	3
1.1.1 Ecuación de movimiento.....	3
Generalización de la ecuación de movimiento.....	4
Ecuación de movimiento incluyendo disipación de energía.....	7
Energía de intercambio $U_{ex}$ .....	8
Energía Magnética $U_{mag}$ .....	9
Energía de anisotropía $U_{an}$ .....	9
Energía Magneto-Elástica $U_{me}$ .....	11
2 Ondas Magnetoestáticas y de Spin.....	15
2.1 Aproximación Magnetoestática.....	15
2.1.1 Ecuación de <i>Walker</i> .....	15
2.2 Película magnetizada perpendicularmente.....	19
2.2.1 Forward Volume Waves (MSFVW).....	19
2.3 Película magnetizada Tangencialmente.....	23
2.3.1 Backward Volume Waves (MSBVW).....	24
2.3.2 Surface Waves (MSSW).....	27
3 Excitación paramétrica de ondas de spin.....	33
3.1 Resonancia Ferromagnética en Campos alternos fuertes.....	33
3.1.1 Solución rigurosa de la ecuación de movimiento.....	33
3.1.2 Método Aproximado.....	36
3.1.3 Generación de armónicas.....	37
Frecuencia doble y Absorción de dos fotones.....	38
3.2 Acoplamiento no lineal de modos magnéticos.....	40
3.3 Umbrales para la excitación paramétrica de bombeo transversal.....	44
3.3.1 Inestabilidades de primero y segundo orden.....	44
Campos Magnéticos Umbrales.....	47
3.4 Excitación paramétrica de bombeo longitudinal.....	49
4 Ondas Magneto-elásticas.....	55
4.1 Propiedades elásticas e interacción magnetoelástica.....	55
4.1.1 Ondas elásticas y oscilaciones.....	55
4.1.2 Energía Magnetoelástica y Ecuaciones de movimiento.....	58
4.2 Ondas Magnetoelásticas.....	60
4.2.1 Ondas normales.....	60
4.3 Excitación Paramétrica de ondas Magnetoelásticas.....	63
4.3.1 Bombeo Longitudinal de Ondas Magnetoelásticas.....	63
5 Magneto-óptica y Elasto-óptica.....	69
5.1 Óptica Paramétrica.....	69
5.1.1 Teoría de Modos Acoplados.....	70

5.2	Magneto-Óptica.....	74
5.2.1	Tensor Magnetoóptico.....	75
5.2.2	Difracción de ondas ópticas guiadas por ondas Magnetoestáticas. ....	76
5.3	Elasto-óptica.....	80
5.3.1	Efecto foto-elástico.....	81
6	Investigación y Resultados.....	87
6.1	Analizador de espectros de ondas de spin basado en efectos magnetoópticos....	87
6.1.1	Cámara infrarroja.....	89
6.1.2	Fotodetector.....	91
6.2	Espectroscopia Magneto-elástica.....	92
6.2.1	Detección de resonancias elásticas por medio de microondas.....	93
6.2.2	Resultados de la investigación sobre la interacción magnetoelástica.....	95
6.3	Caracterización óptica de efectos termo-elásticos inducidos por ondas de spin en películas delgadas ferromagnéticas.....	111
6.4	Conclusiones.....	125

## Prólogo

La demanda continua por incrementar el rendimiento en aplicaciones modernas del procesamiento de señales en diferentes ramas tecnológicas tales como las comunicaciones, la instrumentación, y los sistemas de radar, han generado el desarrollo de múltiples investigaciones orientadas a encontrar nuevas técnicas para la identificación, control y procesamiento de señales analógicas. Es así como la comunidad científica se a propuesto investigar técnicas que en ocasiones incluyen la interacción y el acoplamiento entre dos o más sistemas físicos diferentes.

En este trabajo de tesis se ha decidido realizar una investigación detallada de la interacción y el acoplamiento entre los sistemas magnético, elástico y térmico, ya que todos estos sistemas físicos presentan características muy importantes para la identificación, control y procesamiento de señales analógicas.

La tecnología basada en ondas de spin dipolares (SDW) o también llamadas ondas magnetoestáticas (MSW) ha sido ampliamente investigadas en los últimos 30 años por diferentes investigadores, haciendo uso principalmente de películas ferrimagnéticas de YIG/GGG (*Yttrium Iron Garnet* depositado sobre *Gallium Gadolinium Garnet*)<sup>1</sup>. El interés de la comunidad científica sobre las ondas de spin responde directamente a sus características, ya que se convierten en soluciones practicas a problemas comunes en el área de dispositivos de microondas, particularmente en la miniaturización de elementos críticos como lo son: los resonadores, filtros sintonizables multicanal, líneas de retardo, etc.

Las características más importantes de las ondas de spin están relacionadas directamente con su longitud de onda y su velocidad. Por ejemplo, en lo que se refiere a la longitud de onda, las ondas de spin tienen longitudes de onda muy pequeñas en comparación a las que muestran las ondas electromagnéticas a la misma frecuencia, por ejemplo, una onda electromagnética a una frecuencia de 3GHz tiene asociada una longitud de onda de 10cm, mientras que una onda de spin, puede presentar una longitud de onda de aproximadamente 200 $\mu$ m, lo que resulta directamente en la posibilidad de realizar la miniaturización de los dispositivos. Por otro lado, en lo que respecta a su velocidad, las ondas de spin son por lo menos 3 veces más lentas que las ondas electromagnéticas, característica que permite realizar líneas de retardo de rangos de tiempo grandes en dispositivos de dimensiones pequeñas.

En lo que se refiere a las ondas elásticas, se puede agregar que los dispositivos basados en ellas son capaces de presentar líneas de retardo, filtros y resonadores de un rendimiento muy alto debido a sus bajas perdidas por inserción, grandes anchos de banda y extensos rangos dinámicos además de muy altos factores de calidad.

---

<sup>1</sup> Depositadas mediante la técnica LPED *Liquid phase epitaxial deposition*.

Hablando sobre la influencia de la temperatura, es bien sabido que prácticamente todos los parámetros importantes de los materiales, dependen de la temperatura, lo que hace realmente interesante su estudio.

Tomando en cuenta todo lo antes mencionado, se observa que resulta muy interesante realizar una investigación que pueda sentar las bases para el desarrollo de dispositivos que incluyan las ventajas y contemplen la influencia de todos los sistemas físicos antes mencionados.

Haciendo uso de la característica de transparencia que presenta el YIG en la banda del infrarrojo, y de la posibilidad de realizar un analizador de espectros de excitación de ondas de spin basado en los efectos magneto-ópticos de *Faraday y Cotton Mouton*. En este trabajo de tesis, nos hemos propuesto la meta de desarrollar un analizador de espectros magneto-óptico, que nos permita investigar profundamente la interacción y el acoplamiento entre las ondas de spin y las ondas elásticas así como la influencia de los efectos producidos por los cambios en la temperatura en el interior de las películas ferrimagnéticas

Dentro de las metas particulares que se tienen para esta investigación se encuentran:

- Determinar experimentalmente la existencia, comprobada teóricamente en trabajos anteriores de otros autores, de las reglas de selección para la excitación de resonancias elásticas en películas ferrimagnéticas,
- Encontrar un mecanismo que permita excitar continuamente ondas elásticas en rangos grandes de frecuencia (del orden de decenas de GHz), es decir, que rompa con las reglas de selección.
- Realizar una caracterización óptica de la tensión termo inducida por las ondas de spin en películas ferrimagnéticas
- Comprobar la posibilidad de obtener características espectrales de las ondas de spin dipolares a través de su influencia térmica en GGG.

Esta investigación se realiza en el laboratorio de Fotónica de Microondas del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la Universidad Nacional Autónoma de México.

*Es muy importante mencionar que la gran mayoría de los investigadores utilizan por conveniencia el sistema de unidades CGS para todo lo relacionado con el área del magnetismo, mientras que para otros sistemas físicos es muy común utilizar el sistema de unidades SI, por esta razón, en este trabajo utilizamos ambos sistemas de unidades.*

# Capítulo Uno

## Fundamentos de Ferromagnetismo.

### 1.1 Materiales Ferromagnéticos magnetizados a saturación.

En este capítulo se discutirán algunas de las propiedades magnéticas de medios macroscópicos compuestos por un gran número de momentos magnéticos individuales.

#### 1.1.1 Ecuación de movimiento

La ecuación de movimiento de la magnetización en un material ferromagnético fue propuesta por *Landau y Lifshitz* [1] en 1935. En (1.1) se presenta en su forma general.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma M \times H_{ef} + R \quad (1.1)$$

donde  $M$  es el momento magnético neto por unidad de volumen (*magnetización*),  $\gamma$  la razón giromagnética,  $R$  es el termino de disipación de energía y  $H_{ef}$  es el campo magnético efectivo dado por la siguiente expresión:

$$H_{ef} = -\frac{\delta U}{\delta M} \equiv -\frac{\partial U}{\partial M} + \sum_{p=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_p} \left[ \frac{\partial U}{\partial (\partial M / \partial x_p)} \right] \quad (1.2)$$

Donde, para el caso anisotrópico, la energía en el campo efectivo  $U$  puede ser considerada como la suma de las energías de intercambio  $U_{ex}$ , de anisotropía  $U_{an}$ , magnética  $U_{mag}$  y la energía de la interacción magneto-elástica  $U_{me}$ .

$$U = U_{ex} + U_{mag} + U_{an} + U_{me} \quad (1.3)$$

### **Generalización de la ecuación de movimiento**

En (1.4) se presenta una generalización de la ecuación de movimiento para el caso isotrópico, de magnetización uniforme, sin perdidas y sin considerar los efectos de la interacción de intercambio.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma M \times H \quad (1.4)$$

Una característica importante de la ecuación de movimiento (1-4), es que asegura que la magnitud del vector  $M$  se conserva, lo cual se puede observar fácilmente, si se multiplican de forma escalar ambos lados de la igualdad por el vector  $M$ ,

$$\frac{\partial M^2}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

si uno de los extremos del vector  $M$  se encuentra fijo, el otro se moverá en la superficie de una esfera. Dicho movimiento se llama precesión de la magnetización.

Si ahora se consideran las oscilaciones de la magnetización en algún punto del material ferromagnético bajo la influencia de un campo magnético  $ac$  dado, se puede tomar al campo magnético y a la magnetización como la suma de las componentes  $ac$  y  $dc$ .

$$H = H_0 + h_{ac} \quad M = M_0 + m_{ac} \quad (1.6)$$

sustituyendo (1.6) en (1.4), se obtiene:

$$\frac{dm}{dt} = -\gamma [M_0 \times H_0 + M_0 \times h_{ac} + m_{ac} \times H_0 + m_{ac} \times h_{ac}] \quad (1.7)$$

Si se considera que la muestra esta magnetizada a saturación, y tomando en cuenta que se están ignorando los efectos de la anisotropía, el vector de la magnetización estática  $M_0$  será paralelo al vector del campo magnético estático  $H_0$  lo que causará que el primer termino de la ecuación (1.7) desaparezca. Además, si se asume que  $m_{ac}$  y  $h_{ac}$  son pequeños en comparación con las componentes estáticas, el último término de la ecuación tendrá valores muy pequeños, los cuales pueden ser despreciados, quedando la ecuación (1.7) de la siguiente forma.

$$\frac{\partial m_{ac}}{\partial t} + \gamma m_{ac} \times H_0 = -\gamma M_0 \times h_{ac} \quad (1.8)$$

Resolviendo la ecuación (1.8), asumiendo una dependencia armónica sinusoidal en tiempo de  $h_{ac}$ . Y tomando en cuenta que la ecuación es lineal y que por lo tanto  $m_{ac}$  también tendrá una dependencia armónica sinusoidal en el tiempo. Se obtiene,

$$j\omega m + \gamma m \times H_0 = \gamma M_0 \times h \quad (1.9)$$

Proyectando (1.9) en un sistema de coordenadas cartesianas con el eje  $z$  coincidente con la dirección del campo  $H_0$  y  $M_0$ , tenemos:

$$\begin{aligned} j\omega m_x + \gamma H_0 m_y &= \gamma M_0 h_y \\ j\omega m_y - \gamma H_0 m_x &= -\gamma M_0 h_x \\ j\omega m_z &= 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Despejando la ecuación (1.10),

$$m_x = \chi h_x + j\chi_a h_y \quad m_y = -j\chi_a h_x + \chi h_y \quad m_z = 0 \quad (1.11)$$

$$\chi = \frac{\gamma M_0 \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad \chi_a = \frac{\gamma M_0 \omega}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (1.12)$$

donde  $\omega_H = \gamma H_0$  [1].

Las ecuaciones 1.11, representan la relación entre la magnetización y el campo magnético para el caso isotrópico, de magnetización uniforme, sin pérdidas y sin considerar los efectos de la interacción de intercambio.

Las expresiones 1.11 y 1.12 fueron obtenidas por primera vez por *Polder* [1], y se acostumbra escribirlas en su forma tensorial.

$$m = \bar{\chi}h \quad (1.13)$$

donde la susceptibilidad magnética de alta frecuencia  $\chi$  es un tensor de segundo rango no simétrico.

$$\bar{\chi} = \begin{vmatrix} \chi & j\chi_a & 0 \\ -j\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1.14)$$

#### *Peculiaridades del tensor de susceptibilidad*

En el caso isotrópico, de magnetización uniforme, sin pérdidas y sin considerar los efectos de la interacción de intercambio, la componente longitudinal del campo  $ac$  no produce magnetización  $ac$ , mientras que las componentes transversales excitan no solo las componentes de magnetización paralelas al campo si no que también las componentes perpendiculares a él (ecuación 1.11). A esta propiedad del medio causada por la no simetría del tensor de susceptibilidad magnética, se le conoce como *girotropía magnética*. Es importante mencionar, que los materiales ferromagnéticos son medios donde el tensor de susceptibilidad eléctrica se convierte en un tensor no simétrico en presencia de un campo magnético, esta *girotropía eléctrica* resulta en los efectos de *Faraday* y *Cotton-Mouton* en frecuencias ópticas.

Otra peculiaridad del tensor de susceptibilidad, es la dependencia resonante de sus componentes con la frecuencia  $\omega$  y con el campo magnético  $H_0$ . En el caso sin pérdidas, las componentes crecen sin límites cuando la frecuencia  $\omega$  ó el campo  $H_0$  se acercan a los polos (ecuación 1.12).

$$\omega = \omega_H \quad (1.15)$$

La dependencia resonante del tensor de susceptibilidad magnética, resulta en un fenómeno llamado *resonancia ferromagnética*. Frecuencia en la cual se lleva a cabo la máxima absorción de energía electromagnética en una muestra ferromagnética.

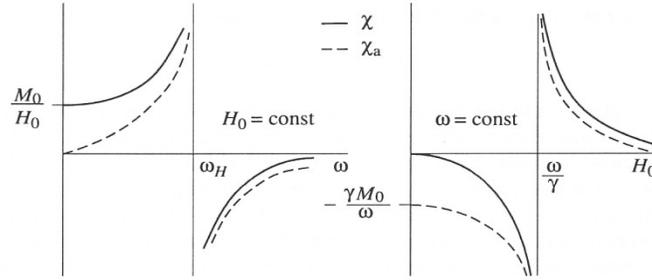


Figura 1-1 Dependencia de las componentes del tensor de susceptibilidad con la frecuencia ( $H_0 = \text{const}$ ) y con el campo magnético  $H_0$  ( $\omega = \text{const}$ )

### ***Ecuación de movimiento incluyendo disipación de energía.***

Las oscilaciones magnéticas son acompañadas inevitablemente por disipación de su energía, la cual es transformada principalmente en energía térmica.

*Términos y parámetros de disipación.*

Para el caso donde se toman en cuenta efectos de disipación de energía, el término  $R$  en la ecuación de movimiento (1.1), puede tomar diferentes formas según el modelo con el que se trabaje. Existen tres modelos ampliamente utilizados para describir efectos de disipación de energía. Uno de los más populares es el método propuesto por *Landau-Lifshitz* [1]. En este modelo  $R$  toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma M \times H_{ef} - \frac{\gamma \lambda}{M^2} M \times (M \times H_{ef}) \quad (1.16)$$

donde  $\lambda$  es un parámetro de disipación con dimensiones de campo magnético.

Si se reemplaza el término  $M \times H_{ef}$  en el término de disipación de la ecuación 1.16 por  $(-\gamma^{-1} \partial M / \partial t)$ , y además se introduce un parámetro adimensional  $\alpha = \lambda / M$ , se obtiene la ecuación de movimiento con pérdidas propuesta por *Gilbert* [1].

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma M \times H_{ef} + \frac{\alpha}{M} M \times \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1.17)$$

Ambas ecuaciones (1.16) y (1.17) aseguran la condición (1.5) de conservación de la magnitud del vector  $M$ . Sin embargo, esta condición no siempre se lleva a cabo en todos los procesos, por esta razón, existen también modelos que incluyen términos de disipación de energía que contemplan el cambio en magnitud del vector  $M$ . Un ejemplo de una ecuación de movimiento que contempla el cambio en magnitud del vector  $M$ , es la *ecuación modificada de Bloch*, o *Bloch-Bloembergen*.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma M \times H_{ef} - \omega_r \left( M - \frac{M_0}{H_0} H_{ef} \right) \quad (1.18)$$

donde  $\omega_r$  es la frecuencia de relajación. El termino de disipación en (1.18) es proporcional a la diferencia entre la magnetización instantánea  $M$  y la magnetización que existiría si el campo  $H_{ef}$  instantáneo estuviera estático.

Resolviendo la ecuación (1.16), se obtiene la siguiente ecuación:

$$j\omega m + \gamma m \times H_0 + \gamma \lambda \frac{H_0}{M_0} m = -\gamma M_0 \times h + \gamma \lambda h \quad (1.19)$$

y de la ecuación (1.17) y (1.18) cuando  $\omega_r = \gamma \lambda H_0 / M_0$  en esta ultima, se obtiene:

$$j\omega m + \gamma m \times H_0 + \frac{j\alpha\omega}{M_0} m \times M_0 = -\gamma M_0 \times h \quad (1.20)$$

Ambas ecuaciones de movimiento son equivalentes si se consideran simultáneamente amplitudes y perdidas pequeñas (ya que el segundo termino de la ecuación (1.19) puede ser ignorado y  $\lambda$  puede ser aproximada a  $\alpha M$ ).

### ***Energía de intercambio $U_{ex}$***

La energía de intercambio puede ser vista como la suma de dos términos:

$$U_{ex} = U_{ex0} + U_{ex\sim} \quad (1.21)$$

donde  $U_{ex0}$  es el valor de la energía de intercambio cuando la magnetización es uniforme, y  $U_{ex\sim}$  corresponde al incremento en esta energía debido a la no uniformidad de la magnetización. El termino  $U_{ex0}$  puede ser escrito en la forma:

$$U_{ex0} = \frac{1}{2} M \Lambda M \quad (1.22)$$

donde  $\Lambda$  es el tensor de intercambio, aunque en muchos casos puede ser visto como escalar, y entonces la ecuación de transforma en:

$$U_{ex0} = \frac{1}{2} \Lambda M^2 \quad (1.23)$$

mientras que para energía de intercambio debida a la no uniformidad de la magnetización  $U_{ex}$ , la expresión es la siguiente:

$$U_{ex} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^3 \sum_{s=1}^3 q_{ps} \frac{\partial M}{\partial x_p} \frac{\partial M}{\partial x_s} \quad (1.24)$$

donde  $q_{ps}$  es el tensor de interacción de intercambio para una magnetización no uniforme.

### ***Energía Magnética $U_{mag}$***

La energía magnética o también llamada energía de *Zeeman*  $U_Z$  (energía de la magnetización en un campo magnético externo  $H_{ext}$ ) esta dada por la siguiente expresión.

$$U_Z = -MH_{ext} \quad (1.25)$$

donde  $H_{ext}$  es el campo magnético externo.

### ***Energía de anisotropía $U_{an}$***

La anisotropía es la dependencia de las propiedades de una sustancia con los ángulos formados entre las direcciones de los campos aplicados y algunas direcciones preferidas por el material. Estas direcciones preferidas pueden ser determinadas por la estructura de la sustancia, por la forma de la muestra o por muchas otra razones. Sin embargo, no todos los tipos de anisotropía tiene efectos considerables en la respuesta del sistema.

#### *Anisotropía de forma*

El campo magnético dentro de un material ferromagnético no puede ser considerado como dado a partir de un campo magnético externo, ya que su valor y orientación dependen de la distribución de la magnetización en todo el sistema. Por esta razón es importante tomar en cuenta los efectos de la anisotropía de forma.

La expresión para la energía de anisotropía de forma se presenta en la siguiente expresión:

$$U_M = \frac{1}{2} M(\tilde{N}M) \quad (1.26)$$

donde  $\vec{N}$  es el tensor de demagnetización.

El tensor de demagnetización  $\vec{N}$  es simétrico y diagonal. Sus componentes  $N_x$ ,  $N_y$  y  $N_z$ , (factores de demagnetización) dependen directamente de la forma de la muestra ferromagnética y su suma es:

$$N_x + N_y + N_z = 4\pi \quad (1.27)$$

Por ejemplo, si se considera el campo de inducción magnética dentro de una película de material ferromagnético (figura 1.2), se tiene:

$$B = H_0 + 4\pi M_0 \quad (1.28)$$

y afuera del material, tendríamos:

$$B_{ext} = H_{ext} \quad (1.29)$$

Si las condiciones de frontera requieren que las componentes normales de  $B$  (en este caso el campo completo es normal) sean continuas

$$\begin{aligned} H_0 + 4\pi M_0 &= H_{ext} \\ o \\ H_0 &= H_{ext} - 4\pi M_0 \end{aligned} \quad (1.30)$$

donde se observa que el campo magnético en el interior de la película se reduce en un factor de  $4\pi M_0$ , al cual también se le llama campo de demagnetización.

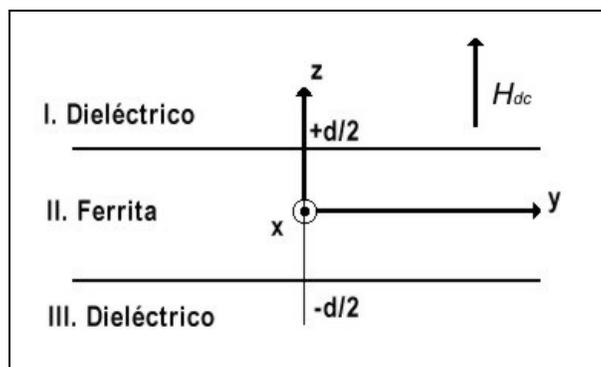


Figura 1.2 Película ferromagnética magnetizada perpendicularmente.

### Anisotropía Magnetocristalina

En los cristales ferromagnéticos se presentan direcciones preferidas que coinciden con los ejes cristalinos, a este tipo de anisotropía se le conoce como anisotropía magnetocristalina, la cual tiene su origen en la interacción spin-orbital. Sin embargo, las expresiones de su energía pueden ser escritas sin considerar su naturaleza, tales expresiones deben ser compatibles con la simetría de la red cristalina, y expresadas mediante una serie de potencias de las proyecciones de  $M$  sobre los ejes cristalinos.

Para el caso de simetría cúbica (nuestro caso, ya que el YIG presenta simetría cúbica), la energía de la anisotropía magnetocristalina es escrita usualmente en la forma siguiente

$$U_{an} = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2 + \dots \quad (1.31)$$

donde  $\alpha_{1,2,3}$  son los cósenos directores de  $M$  con respecto a las direcciones  $[100]^1$ ,  $[010]$  y  $[001]$  (figura 1.3).

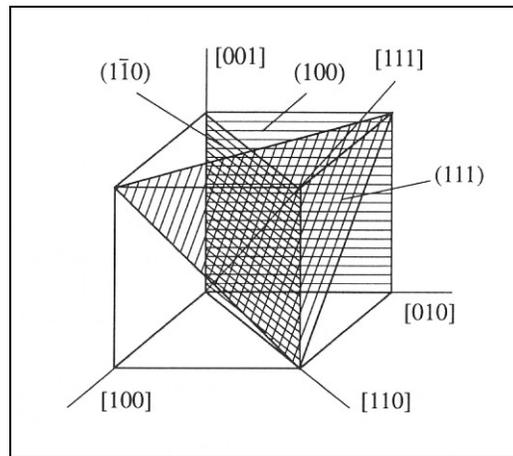


Figura 1.3 Ejes de simetría y planos en cristales cúbicos.

### **Energía Magneto-Elástica $U_{me}$**

El acoplamiento entre los sistemas magnético y elástico dependen al igual que en la energía de anisotropía magnetocristalina, principalmente de la interacción spin-orbital

Para el caso de un cristal cúbico, colocando los ejes coordenados a lo largo de los ejes  $\langle 100 \rangle^2$  y sin tomar en cuenta interacción de intercambio. La energía magneto-elástica se puede escribir como:

<sup>1</sup> [XXX] representa ejes de simetría, y (XXX) representan planos.

<sup>2</sup> Los símbolos  $\langle \rangle$  denotan una de las direcciones equivalentes, por ejemplo,  $\langle 100 \rangle$  se refiere a una de las direcciones  $[100]$ ,  $[010]$  y  $[001]$ .

$$U_{me} = \frac{B_1}{M_0^2} \sum_p M_p^2 e_{pp} + \frac{B_2}{M_0^2} \sum_p \sum_{q \neq p} M_p M_q e_{pq} \quad (1.32)$$

donde  $p$  y  $q = 1,2,3$ ;  $e_{pq}$  son las componentes del tensor de deformación específica ó *strain*, y  $B_1$ , y  $B_2$ , son llamadas constantes magneto-elásticas (para el YIG<sup>3</sup> en temperatura ambiente,  $B_1 = 3.48 \times 10^6$ ,  $B_2 = 6.96 \times 10^6$ ). Ambos términos de la ecuación 1.32, resultan de interacciones relativistas magnéticas y spin-orbital.

### *Conclusiones del Capitulo*

En este capítulo se mostraron aspectos fundamentales de la teoría del ferromagnetismo, haciendo énfasis en la ecuación de movimiento de la magnetización (ecuación *Landau-Lifshitz*), la cual fue descrita término por término en su forma general incluyendo los diferentes mecanismos de perdidas aplicables. Resulta muy relevante el término que se refiere a la energía magnetoelástica, pues es una de la finalidades de esta tesis analizar la interacción y el acoplamiento de las ondas de spin o la resonancia ferromagnética con las vibraciones u ondas elásticas.

---

<sup>3</sup> Yttrium Iron Garnet

*Referencias Capítulo Uno.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.

## Capítulo Dos

### Ondas Magnetoestáticas y de Spin.

#### 2.1 Aproximación Magnetoestática.

La aproximación magnetoestática es de mucha utilidad para describir ondas cuando su longitud de onda en el medio es muy diferente de aquella que tendría una onda electromagnética ordinaria a la misma frecuencia [1].

##### 2.1.1 Ecuación de *Walker*.

En el espectro de las ondas electromagnéticas dentro de un material ferromagnético magnetizado existen ondas con velocidades de fase y de grupo muy pequeñas, lo que nos permite modificar las ecuaciones de *Maxwell*, para obtener las ecuaciones magnetoestáticas. .

$$\text{a) } \nabla \times h = 0 \quad \text{b) } \nabla \cdot (\mu h) = 0 \quad \text{c) } \nabla \times e = -jk_0 \mu h \quad (2.1)$$

donde  $k_0 = \omega/c$  y  $\bar{\mu} = \bar{I} + 4\pi\bar{\chi}$ ;

El tensor de permeabilidad para un campo magnético de magnetización paralelo al eje  $z$ , en ausencia de anisotropía y sin tomar en cuenta interacción de intercambio se presenta en la ecuación 2.2:

$$\bar{\mu} = \begin{vmatrix} 1 + 4\pi\chi & j4\pi\chi_a & 0 \\ -j4\pi\chi_a & 1 + 4\pi\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

Si consideramos la siguiente propiedad:

$$\nabla \times (\nabla \psi) \equiv 0 \quad (2.3)$$

Podemos escribir al campo magnético como resultado del gradiente de un potencial escalar magnético.

$$h = \nabla \psi \quad (2.4)$$

Sustituyendo 2.4 en 2.1b.

$$\nabla \cdot (\bar{\mu} \cdot \nabla \psi) = 0 \quad (2.5)$$

Expandiendo la ecuación 2.5 se obtiene:

$$(1 + 4\pi\chi) \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.6)$$

La ecuación 2.6 conocida como la ecuación de *Walker*, esta basada únicamente en las ecuaciones magnetoestáticas, por esta razón sus soluciones son conocidas como modos magnetoestáticos.

Si consideramos la propagación de una onda plana uniforme, y asumimos que  $\psi \propto \exp(jkr)$  la ecuación 2.6 se convierte en:

$$(1 + 4\pi\chi)(k_x^2 + k_y^2) + k_z^2 = 0 \quad (2.7)$$

Si  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de propagación y el eje  $z$  (la dirección del campo magnético de magnetización)

$$k_x^2 + k_y^2 = k^2 \sin^2 \theta \quad (2.8)$$

$$k_z^2 = k^2 \cos^2 \theta \quad (2.9)$$

Sustituyendo 2.8 y 2.9 en 2.7

$$4\pi\chi \sin^2 \theta = -1 \quad (2.10)$$

La ecuación 2.10 se puede presentar explícitamente en términos de la frecuencia usando 1.12,

$$\omega^2 = \omega_H (\omega_H + \omega_M \sin^2 \theta) \quad (2.11)$$

donde  $\omega_M = \gamma 4\pi M_0$ .

Para tener una expresión donde se tomen en cuenta efectos de la interacción de intercambio, únicamente es necesario, reemplazar  $\omega_H$  por  $\omega_H + \eta k^2$  [2], donde  $\eta = \gamma M_0 q$ , y  $q$  es la constante de intercambio.

$$\omega^2 = (\omega_H + \eta k^2) (\omega_H + \eta k^2 + \omega_M \sin^2 \theta) \quad (2.12)$$

En la figura 2.1 se grafica la ecuación 2.12, en ella se observa la dependencia de la frecuencia de las ondas de spin  $\omega$  contra la constante de propagación  $k$  con un campo magnético de magnetización fijo. Ambas curvas delimitan el rango de existencia de las ondas de spin, la curva inferior representa la propagación paralela al campo de magnetización ( $k \parallel H_{dc}$ ), mientras que la curva superior representa a la propagación perpendicular al campo de magnetización ( $k \perp H_{dc}$ ).

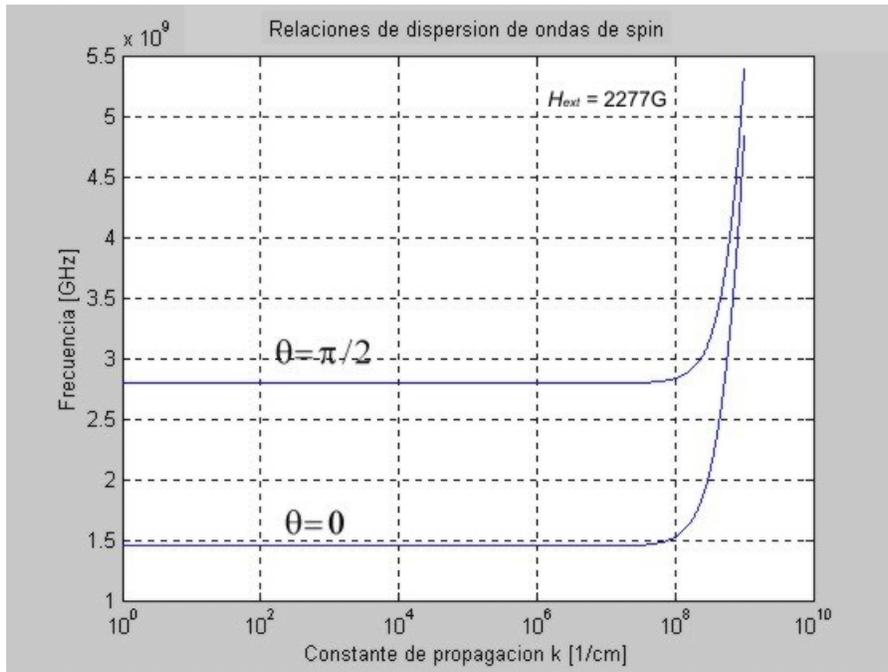


Figura 2.1 Rango de existencia de las ondas de spin, con un  $H_{ext} = 2277G$ ,  $M_0 = 140G$

De la curva de dispersión característica, se observa que el rango que corresponde a valores pequeños de la constante de propagación  $k$  representa a las ondas de spin dipolares (SDW, *Spin Dipole Waves*) o también llamadas ondas magnetoestáticas (MSW, *MagnetoStatic Waves*), ya que en esta zona el termino que incluye la interacción de intercambio  $\eta k^2$  presenta valores despreciables. Mientras que para rangos en los cuales se presentan valores grandes de la constante de propagación, los efectos de la interacción de intercambio, empiezan a tomar importancia, a estas ondas se les llama ondas de spin de intercambio (ESW, *Exchange Spin Waves*) o simplemente ondas de spin (SW, *Spin Waves*)

A una onda se le conoce como onda electromagnética cuando las interacciones dipolar magnética y eléctrica son importantes y la interacción de intercambio es despreciable, onda magnetoestática u onda de spin dipolar cuando únicamente la interacción dipolar magnética es importante y onda de spin u onda de spin de intercambio cuando la interacción dominante es la interacción de intercambio.

Experimentalmente es observado que los spins cercanos a la superficie de una película ferromagnética en ocasiones se comportan como si estuvieran fijos y no se les fuera permitido el movimiento de precesión. Este comportamiento puede ser resultado de que los spins cercanos a la superficie experimentan diferentes condiciones de anisotropía con respecto a los que se encuentran alejados de las superficies. Reflexiones de las ondas de spin en ambas superficies causan un efecto conocido como *Spinwave Resonance* (Resonancias de ondas de spin), cuando el espesor de la película es igual a un numero entero de medias longitudes de onda.

Como resultado de tener spins fijos en las superficies<sup>1</sup>, campos magnéticos de radiofrecuencia pueden excitar resonancias de ondas de spin correspondientes a un numero impar de mitades de longitud de onda a lo largo del espesor de la película. Las frecuencias de resonancia se pueden obtener de la ecuación 2.12 haciendo  $k = \pi n / d$ , donde  $d$  es el espesor de la película y  $n$  es un numero entero. El resultado para una magnetización normal es:

$$\omega_n = \omega_H + \eta \left( \frac{\pi n}{d} \right)^2 \quad (2.13)$$

donde  $\omega_H = \gamma(H_{dc} - 4\pi M_0)$  y  $H_{dc}$  y  $M_0$  son el campo magnético externo y la magnetización de saturación de la película respectivamente. El campo magnético aplicado se ve reducido dentro de la película por la presencia del campo de demagnetización, generado por cargas magnéticas efectivas en la superficie de la película.

---

<sup>1</sup> SSP Surface Spins Pinned

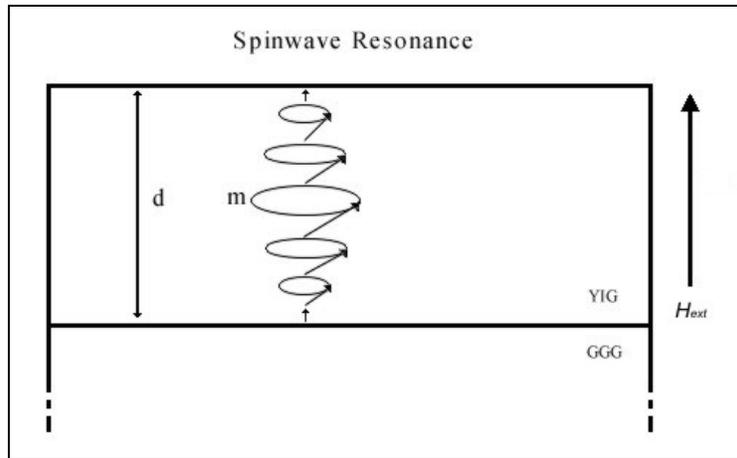


Figura 2.2 Resonancia de onda de spin en una película ferromagnética.

## 2.2 Película magnetizada perpendicularmente.

Considerado una película ferromagnética magnetizada perpendicularmente a su superficie, se pueden generar en presencia de un campo magnético *ac* no uniforme, ondas de spin de volumen.

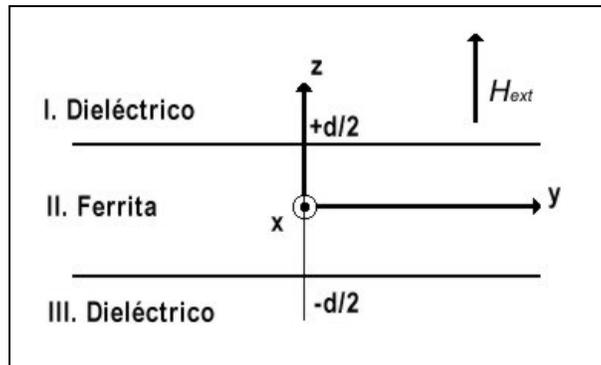


Figura 2.3 Magnetización normal a la superficie de la película.

### 2.2.1 Forward Volume Waves (MSFVW)<sup>2</sup>

Supongamos una película magnetizada perpendicularmente a su superficie (figura 2.3), una solución a la ecuación de *Walker* (2.5) es:

$$\psi_{II}(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{jk_x \cdot \mathbf{r}} \left[ \frac{e^{jk_z z} + e^{-jk_z z}}{2} \right] = \psi_0 \cos(k_z z) e^{jk_x \cdot \mathbf{r}} \quad (2.14)$$

<sup>2</sup> MagnetoStatic Forward Volume Waves

donde  $\psi_0$  es una constante arbitraria de amplitud.

Afuera de la película,  $\chi = 0$ , por lo tanto la ecuación de *Walker* se reduce a la ecuación de *Laplace*, de la ecuación 2.7 se tiene que:

$$k_{z,d} = \pm jk_{t,d} \quad (2.15)$$

donde el subíndice  $d$  identifica a la constante de propagación en la región dieléctrica (es decir, fuera del material ferromagnético). Esto sugiere una solución en la forma:

$$\psi_d(r) = Ce^{jk_{t,d} \cdot r \pm k_{t,d} z} \quad (2.16)$$

Para asegurar que el modo esta localizado en la película, se escogen los signos del exponente para que el potencial magnético desaparezca conforme  $z \rightarrow \pm\infty$ , de esta forma se tiene las expresiones para las tres regiones consideradas.

$$\begin{aligned} \psi_I &= Ce^{jk_{t,d} \cdot r - k_{t,d} z} \\ \psi_{II} &= \psi_0 \cos(k_z z) e^{jk_{t,d} \cdot r} \\ \psi_{III} &= De^{jk_{t,d} \cdot r + k_{t,d} z} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Considerando ahora condiciones de la frontera para los campos RF (radio frecuencia):

- a) La componente tangencial de  $h$  debe ser continua, y
- b) La componente normal de  $b$  también.

Las componentes tangenciales de  $h$  están dadas por

$$h_t = \nabla_t \psi \quad (2.18)$$

donde

$$\nabla_t = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} \quad (2.19)$$

Requiriendo que  $h_t$  sea continuo en  $z = \pm d/2$  tenemos:

$$-jk_{t,d} \psi_I(z = d/2) = -jk_t \psi_{II}(z = d/2) \quad (2.20)$$

$$-jk_{t,d} \psi_{III}(z = -d/2) = -jk_t \psi_{II}(z = -d/2) \quad (2.21)$$

debido a que  $\psi_{I, III} \sim \exp(jk_{t,d} r)$  y  $\psi_{II} \sim \exp(jk_t r)$ , entonces la única forma de que estas ecuaciones se satisfagan para todo  $(x,y)$  es que  $k_{t,d} = k_t$ . Tomando en cuenta lo anterior, se observa que para que 2.20 y 2.21 se cumplan los potenciales magnéticos deben ser continuos:

$$Ce^{-k_t d/2} = \psi_0 \cos(k_z d/2) \quad (2.22)$$

$$De^{-k_t d/2} = \psi_0 \cos(k_z d/2) \quad (2.23)$$

de donde se puede ver que  $C = D$ .

Y ahora tomando en cuenta que las componentes normales de  $b$  tienen que ser también continuas en  $z = \pm d/2$ , se tiene:

$$k_t Ce^{-k_t d/2} = \psi_0 k_z \sin(k_z d/2) \quad (2.24)$$

$$-k_t De^{-k_t d/2} = -\psi_0 k_z \sin(k_z d/2) \quad (2.25)$$

con  $C = D$  es claro que usando 2.22 – 2.25, se tiene:

$$\psi_0 k_t \cos(k_z d/2) = \psi_0 k_z \sin(k_z d/2) \quad (2.26)$$

ó

$$\tan(k_z d/2) = \frac{k_t}{k_z}$$

donde utilizando 2.7 se puede obtener la siguiente ecuación

$$\tan\left[\frac{k_t d}{2} \sqrt{-(1+4\pi\chi)}\right] = \frac{1}{\sqrt{-(1+4\pi\chi)}} \quad (2.27)$$

La ecuación 2.27 relaciona el numero de onda en el plano de la película  $k_t$  con la frecuencia angular  $\omega$  (contenida en  $\chi$ ), lo que la convierte en la relación de dispersión de las ondas magnetoelásticas con funciones de potencial simétrico.

Sin embargo, el despeje para encontrar explícitamente a  $\omega$  en función de  $k$  resulta muy difícil, por esta razón, generalmente se hace uso de una aproximación propuesta por *Kalinikos* [3] en la cual la ecuación de dispersión queda de la siguiente forma:

$$\omega^2 = \omega_H \left[ \omega_H + \omega_M \left( 1 - \frac{1 - e^{-k_t d}}{k_t d} \right) \right] \quad (2.28)$$

La curva de dispersión para las ondas magnetoestáticas de volumen tipo progresivas (*forward*) se presenta en la figura 2.4.

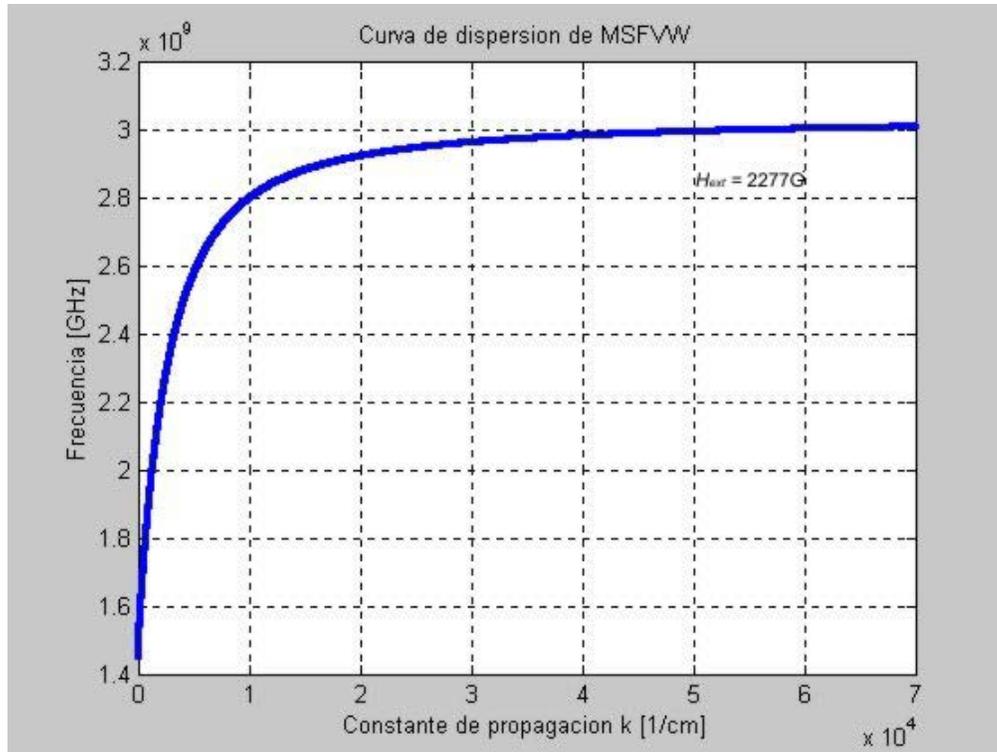


Figura 2.4 Curva de dispersión de las MSFVW, con una  $H_{ext} = 2277\text{G}$ ,  $M_0 = 140\text{G}$ .

Cuando  $k_t = 0$  la frecuencia del modo magnetoestático corresponde con el límite inferior del rango de existencia de las ondas de spin (figura 2.1), ya que el vector  $k$  tiene únicamente componente  $z$ , lo cual corresponde con la condición de propagación paralela al vector del campo magnético de magnetización ( $\theta = 0^\circ$ ). Cuando  $k_t$  se incrementa, el ángulo que forma el vector  $k$  con el campo magnético de magnetización también aumenta, y en el límite tiende a la condición en la cual la onda se propaga con un ángulo de  $90^\circ$  con respecto del campo magnético de magnetización ( $\theta = 90^\circ$  en la figura 2.1).

La velocidad de grupo para las MSFVW se define como:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \tag{2.29}$$

De esta forma es fácil ver que conforme el valor de la constante de propagación  $k$  aumenta las ondas de spin se hace cada vez más lentas. Para YIG la velocidad de grupo máxima que alcanzan las ondas de spin es aproximadamente  $v_g \approx 2.5 \times 10^6 \text{cm/s}$ . [2]

A las MSFVW se les conoce como ondas de volumen por el tipo de distribución de campo que presentan a lo largo del espesor de la película.

El perfil del potencial magnético a lo largo del espesor de la película esta dado por las siguientes ecuaciones (2.30), las cuales se obtienen de despejar  $C$  y  $D$  de 2.22.y 2.23 y usando 2.26 y 2.7 sustituir en 2.17.

$$\psi(r) = \begin{cases} \psi_0 e^{k_i d/2} \cos(\sqrt{-(1+4\pi\chi)} k_i d/2) e^{jk_i r - k_i z}, & z > d/2 \\ \psi_0 \cos(\sqrt{-(1+4\pi\chi)} k_i z) e^{jk_i r}, & |z| < d/2 \\ \psi_0 e^{k_i d/2} \cos(\sqrt{-(1+4\pi\chi)} k_i d/2) e^{jk_i r + k_i z}, & z < -d/2 \end{cases} \quad (2.30)$$

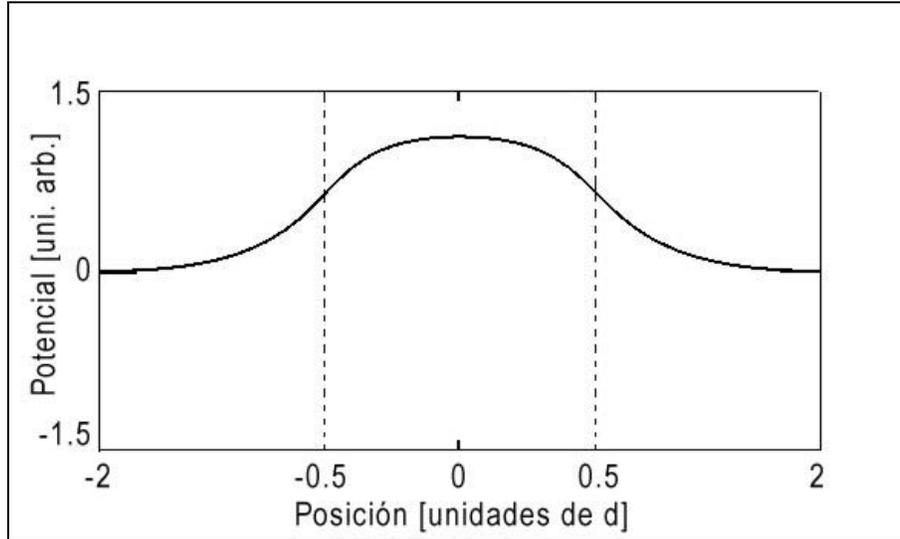


Figura 2.5 Perfil del potencial magnético para las ondas de volumen progresivas (*forward*) MSFVW (las líneas punteadas indican las superficies superior e inferior del corte transversal de la película de YIG).

Una de las características más importantes de las MSFVW se encuentra en su comportamiento isotrópico, ya que su curva de dispersión depende de la magnitud del vector de propagación y no de su dirección.

Se les conoce como ondas progresivas (*forward*) porque su velocidad de grupo y de fase tienen la misma dirección.

### 2.3 Película magnetizada Tangencialmente.

Debido a la simetría cuando se aplica el campo magnético de saturación  $dc$  de forma normal a la superficie de la película, las características de propagación de las MSFVW son independientes de la dirección en el plano de la película. Esta simetría no se presenta más cuando el campo es aplicado en dirección paralela al plano de la película. En general, las características de propagación de las ondas de spin generadas en una película magnetizada tangencialmente, dependen del ángulo entre el vector de propagación  $k$  y el campo magnético de magnetización  $H_{dc}$ . A continuación se presentan dos casos particulares, cuando  $k$  es paralelo a  $H_{dc}$  y cuando es perpendicular. Cuando  $k$  es paralelo a  $H_{dc}$  se habla

de ondas magnetoestáticas de volumen tipo regresivas o *backward* (MSBVW) y cuando los vectores son perpendiculares, se les conoce como ondas magnetoestáticas de superficie (MSSW).

### 2.3.1 Backward Volume Waves (MSBVW)<sup>3</sup>

Si se consideran ondas guiadas propagándose a lo largo del eje z en sus direcciones positiva y negativa de la geometría mostrada en la figura 2.6

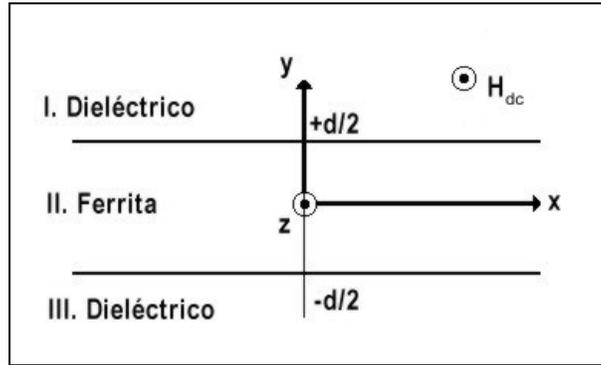


Figura 2.6 Película magnetizada tangencialmente.

Asumiendo que el potencial magnético sea proporcional al  $\exp(j \nu k_z z)$ , donde  $\nu = \pm 1$  y tomando en cuenta algunas consideraciones hechas en el análisis de las MSFVW. Las funciones del potencial se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\psi_I(r) = C e^{-k_y y + j \nu k_z z} \quad (2.31)$$

$$\psi_{II}(r) = \psi_0 \text{sen}(k_y y) e^{j \nu k_z z} \quad (2.32)$$

$$\psi_{III}(r) = D e^{k_y y + j \nu k_z z} \quad (2.33)$$

Dentro del material ferromagnético,  $k_z$  y  $k_y$  están relacionadas mediante la ecuación de Walker.

$$(1 + 4\pi\chi)k_y^2 + k_z^2 = 0 \quad (2.34)$$

Aplicando condiciones de frontera en  $y = \pm d / 2$ . Necesitamos primeramente que  $\psi$  sea continua (recordando que es equivalente a tener la componente tangencial de  $h$  continua).

<sup>3</sup> MagnetoStatic Backward Volume Waves.

$$Ce^{-k_z d/2} = \psi_0 \sin(k_y d/2) \quad (2.35)$$

$$De^{-k_z d/2} = -\psi_0 \sin(k_y d/2) \quad (2.36)$$

donde se observa que  $C = -D$ . Ahora bien, para la  $b_y$ , que es la componente de  $b$  normal para esta geometría, tenemos:

$$b_y = -j4\pi\chi_a h_x + (1 + 4\pi\chi)h_y \quad (2.37)$$

donde el termino de  $x$  desaparece ya que el potencial no depende de esta coordenada, quedando únicamente el termino de  $y$

$$-k_z Ce^{-k_z d/2} = k_y (1 + 4\pi\chi)\psi_0 \cos(k_y d/2) \quad (2.38)$$

$$k_z Ce^{-k_z d/2} = k_y (1 + 4\pi\chi)\psi_0 \cos(k_y d/2) \quad (2.39)$$

y debido  $C = -D$  estas dos ecuaciones son idénticas, y combinándose en una sola queda de la siguiente forma:

$$\tan(k_y d/2) = -(1 + 4\pi\chi)k_y / k_z \quad (2.40)$$

y usando la ecuación 2.34 se puede eliminar  $k_y$ .

$$\tan\left[\frac{k_z d}{2\sqrt{-(1 + 4\pi\chi)}}\right] = \sqrt{-(1 + 4\pi\chi)} \quad (2.41)$$

De igual forma que en el caso de las MSFVW, *Kalinikos* [3] propone una útil aproximación para despejar explícitamente a  $\omega$  en términos de  $k$ .

$$\omega^2 = \omega_H \left[ \omega_H + \omega_M \left( \frac{1 - e^{-k_z d}}{k_z d} \right) \right] \quad (2.42)$$

La curva de dispersión se presenta en la figura 2.7. Al igual que en el caso de las MSFVW, los modos pueden descomponerse en ondas planas desplazándose hacia atrás y hacia adelante entre la superficie superior e inferior de la película mientras se propagan a lo largo de la dirección  $z$ . Cuando  $k_z = 0$ , la onda plana se esta propagando perpendicularmente al campo aplicado, lo cual correspondería al limite superior de la figura 2.1 (correspondiente a  $\theta = 90^\circ$ ), cuando  $k_z$  se incrementa el ángulo del vector  $k$  decrece y en el limite llega a la condición cuando  $\theta = 0^\circ$ , lo que corresponde con el limite inferior en frecuencias de la figura 2.1.

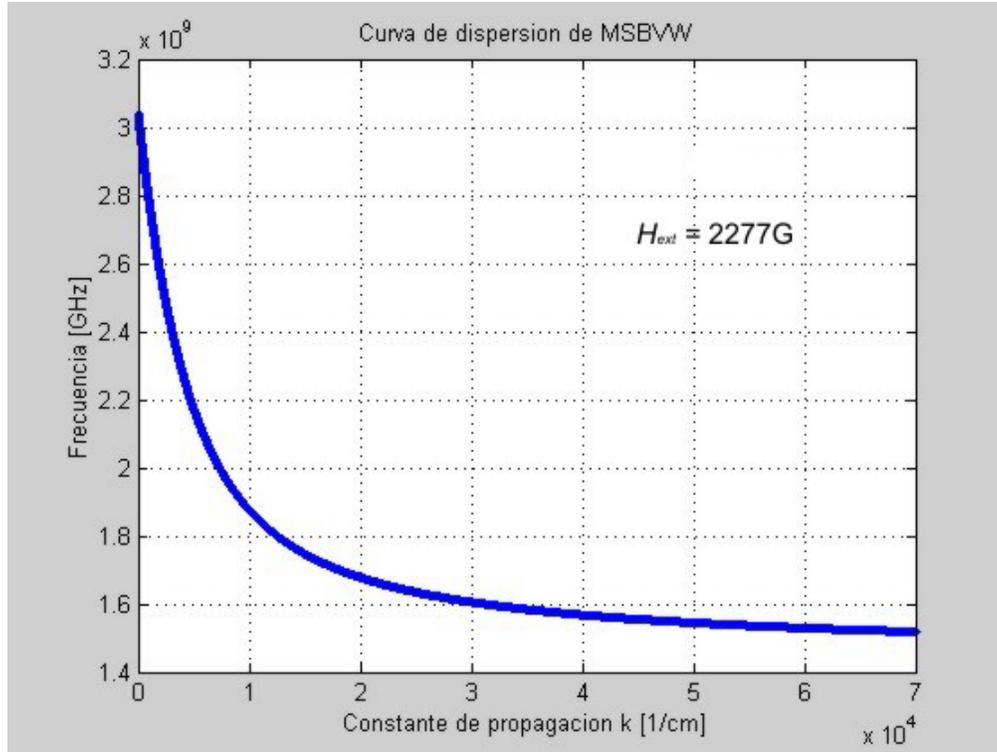


Figura 2.7 Curva de dispersión de las MSBVW, con una  $H_{ext} = 2277G$ ,  $M_0 = 140G$ .

La velocidad de fase para las MSBVW en alguno punto de la curva de dispersión  $(\omega_l, k_{z1})$  esta dada por  $v_p = \omega_l / k_{z1}$  y es positiva. En contraste, la velocidad de grupo esta dada por la pendiente  $v_g = \partial\omega / \partial k$  y negativa. Por lo anterior, se observa claramente que la velocidad de fase y la velocidad de grupo apuntan en direcciones opuestas, esta es la razón por la cual se le conoce como onda de spin regresivas o *backward*.

El perfil del potencial magnético para las ondas MSBVW esta dado por las siguientes ecuaciones:

$$\psi(r) = \begin{cases} \psi_0 e^{k_z d/2} \cos(k_y d/2) e^{jv k_z z - k_z z}, & y > d/2 \\ \psi_0 \cos(k_y z) e^{jv k_z z}, & |y| < d/2 \\ \psi_0 e^{k_z d/2} \cos(k_y d/2) e^{jv k_z z + k_z z}, & y < -d/2 \end{cases} \quad (2.43)$$

La figura 2.8 muestra el perfil del potencial magnético para las MSBVW.

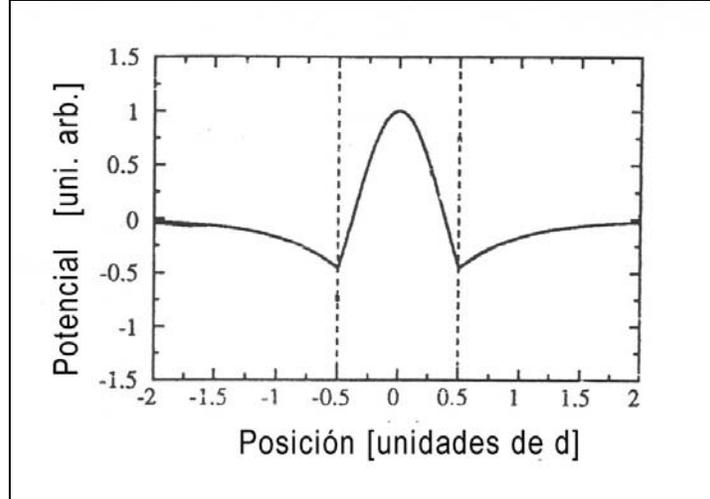


Figura 2.8 Perfil del potencial magnético para las ondas de volumen regresivas ó backward MSBVW (las líneas punteadas indican las superficies superior e inferior del corte transversal de la película de YIG).

### 2.3.2 Surface Waves (MSSW)<sup>4</sup>

Considerando ahora el caso de propagación perpendicular al campo magnético de magnetización en el plano de la película (en dirección  $\pm x$  en la figura 2.6). Una solución inicial para el potencial magnético podría ser asumida similar al caso de las ondas de volumen.

$$\psi_I(r) = Ce^{-k_x y + jvk_x x} \quad (2.44)$$

$$\psi_I(r) = \psi_0 \cos(k_y y) e^{jvk_x x} \quad (2.45)$$

$$\psi_I(r) = De^{k_x y + jvk_x x} \quad (2.46)$$

En la región II la ecuación de *Walker* quedaría de la siguiente forma:

$$(1 + 4\pi\chi)(k_x^2 + k_y^2) = 0 \quad (2.47)$$

Una posible solución para 2.47 sería que  $1 + 4\pi\chi = 0$ . Sin embargo, esto solo ocurre para una frecuencia en específico. La alternativa es que  $k_y^2 = -k_x^2$ . Y tomando en cuenta que  $k_x$  tiene que ser real para poder hablar de una onda propagante, entonces  $k_y$  tendría que ser imaginario. Por lo tanto,  $\psi_{II}$  no puede permanecer en la forma en la que lo asumimos, si no que tendría que consistir en exponenciales creciente y decrecientes. Por esta razón se reemplaza la ecuación 2.45 con:

<sup>4</sup> MagnetoStatic Surface Waves.

$$\psi_{II}(r) = [\psi_{0+} e^{k_y y} + \psi_{0-} e^{-k_y y}] e^{j\nu k_x x} \quad (2.48)$$

y tomando en cuenta que  $|k_y| = k_x$  podemos ignorar los subíndices.

Ahora aplicando condiciones de frontera en  $y = \pm d/2$ , y tomando en cuenta que  $\psi$  tiene que ser continuo.

$$C e^{-kd/2} = \psi_{0+} e^{kd/2} + \psi_{0-} e^{-kd/2} \quad (2.49)$$

$$D e^{-kd/2} = \psi_{0+} e^{-kd/2} + \psi_{0-} e^{kd/2} \quad (2.50)$$

La segunda condición de frontera requiere que  $b_y$  sea también continuo

$$C e^{-kd/2} = -\nu 4\pi\chi_a [\psi_{0+} e^{kd/2} + \psi_{0-} e^{-kd/2}] - (1 + 4\pi\chi) [\psi_{0+} e^{kd/2} - \psi_{0-} e^{-kd/2}] \quad (2.51)$$

$$D e^{-kd/2} = \nu 4\pi\chi_a [\psi_{0+} e^{-kd/2} + \psi_{0-} e^{kd/2}] + (1 + 4\pi\chi) [\psi_{0+} e^{-kd/2} - \psi_{0-} e^{kd/2}] \quad (2.52)$$

Substituyendo 2.49 y 2.50 en 2.51 y 2.52 (términos de la izquierda), se obtiene la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} (4\pi\chi_a \nu + (2 + 4\pi\chi)) e^{kd/2} & (4\pi\chi_a \nu - 4\pi\chi) e^{-kd/2} \\ (4\pi\chi_a \nu + 4\pi\chi) e^{-kd/2} & (4\pi\chi_a \nu - (2 + 4\pi\chi)) e^{kd/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{0+} \\ \psi_{0-} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.53)$$

La relación de dispersión se obtienen desarrollando el determinante de los coeficientes e igualándolo a cero:

$$e^{-2kd} = \frac{(2 + 4\pi\chi)^2 - (4\pi\chi_a)^2}{(4\pi\chi)^2 - (4\pi\chi_a)^2} \quad (2.54)$$

Es importante resaltar que la dependencia con  $\nu$  desaparece, ya que elevar al cuadrado elimina su acción. Esto significa, que la relación de dispersión permanece invariante bajo un cambio en el sentido de la dirección de propagación. La relación de dispersión con  $\omega$  explícitamente despejada queda de la siguiente forma:

$$\omega^2 = \omega_H (\omega_H + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{4} [1 - e^{-2kd}] \quad (2.55)$$

La curva de dispersión se presenta en la figura 2.9.

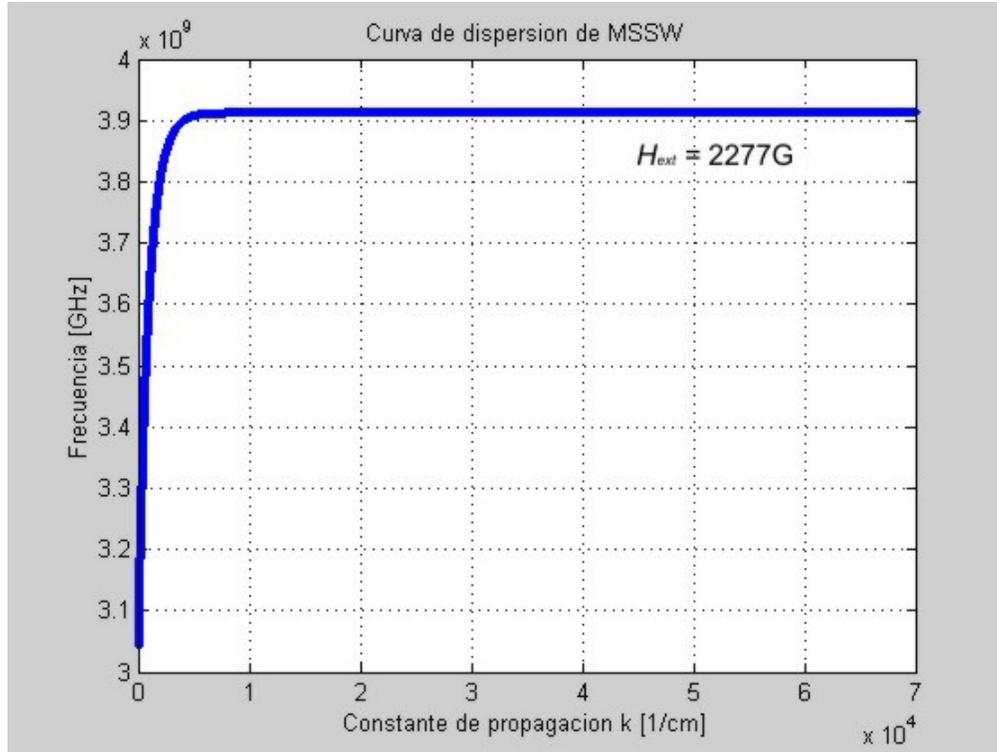


Figura 2.9 Curva de dispersión de las MSSW, con una  $H_{ext} = 2277G$ ,  $M_0 = 140G$ .

En las ondas magnetoestáticas superficiales la velocidad de grupo y la velocidad de fase apuntan en la misma dirección. Esta característica las convierte en ondas progresivas o *forward*.

Debido a que el potencial magnético para el caso de la MSSW no es una función periódica a lo largo del espesor de la película, las ondas de superficie no exhiben múltiples modos. El potencial magnético está dado por las siguientes ecuaciones y se presenta en la figura 2.10.

$$\psi_v(r) = \begin{cases} \psi_0 (e^{kd} + p(v)) e^{-ky + jvkx}, & y > d/2 \\ \psi_0 (e^{ky} + p(v) e^{-ky}) e^{jvkx}, & |y| < d/2 \\ \psi_0 (1 + p(v) e^{kd}) e^{ky + jvkx}, & y < -d/2 \end{cases} \quad (2.56)$$

donde  $\psi_0$  es un factor de amplitud arbitrario,  $p(v) \equiv \psi_{0-} / \psi_{0+}$  y se pueden obtener dos expresiones equivalentes usando la ecuación 2.53.

$$p(v) \equiv \frac{\psi_{0-}}{\psi_{0+}} = \frac{4\pi\chi + v4\pi\chi_a}{4\pi\chi + 2 - v4\pi\chi_a} e^{-kd} \quad (2.57)$$

$$p(v) = \frac{4\pi\chi + 2 + v4\pi\chi_a}{4\pi\chi - v4\pi\chi_a} e^{kd} \quad (2.58)$$

Es importante notar en las ecuaciones 2.56 esta presente la dependencia con  $v$ , lo que implica que la distribución del modo depende de la dirección de propagación, es decir, cuando la dirección de propagación es en sentido contrario, la distribución del modo cambia de una superficie a la otra. A este fenómeno se conoce como *desplazamiento de campo no recíproco*.

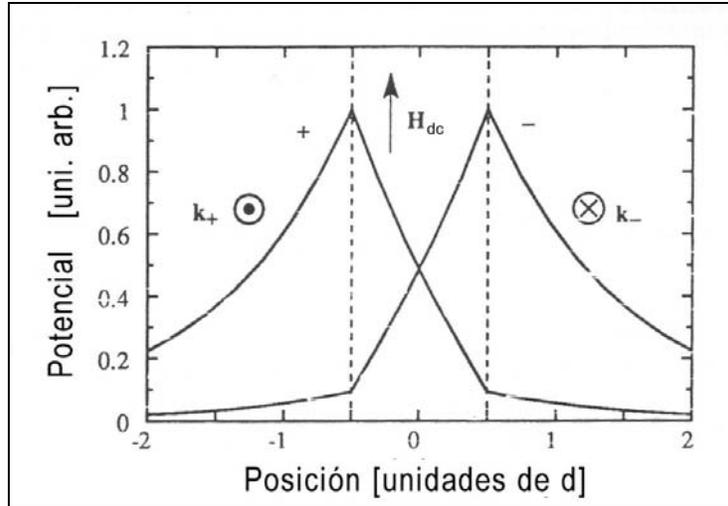


Figura 2.10 Perfil del potencial magnético para las ondas magnetoestáticas de superficie (las líneas punteadas indican las superficies superior e inferior del corte transversal de la película de YIG).

*Conclusiones del Capítulo Dos.*

En este capítulo se mostró y utilizó la aproximación magnetoestática y la ecuación de *Walker* para obtener las expresiones que describen la curva de dispersión y las distribuciones de campo de los modos magnetoestáticos presentes en películas de materiales ferrimagnéticos con diferentes orientaciones de su magnetización estática. Se presentaron curvas de dispersión y distribuciones de campo para ondas de volumen progresivas y regresivas y para ondas de superficie. Es importante mencionar, que el tipo de onda que analizaremos y utilizaremos en esta tesis es la MSFWW debido a su característica isotrópica de propagación .

*Referencias Capítulo Dos.*

- [1] Stancil, D. D. *“Theory of Magnetostatic Waves”* Springer-Verlag, 1993.
- [2] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. *“Magnetization Oscillations and Waves”* CRC Press, 1996.
- [3] Kalinikos, B. A. *“Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic films” IEE, Proc., 127 part H, pp 4-10, 1980.*

## Capítulo Tres

### Excitación paramétrica de ondas de spin.

#### 3.1 Resonancia Ferromagnética en Campos alternos fuertes.

En los dos últimos capítulos hemos tratado con relaciones lineales entre las componentes  $ac$  de la magnetización y el campo magnético. Sin embargo, la ecuación inicial de movimiento de la magnetización (ecuación 1.1), la ecuación *Landau-Lifshitz*, es no lineal. Por lo tanto, en situaciones en las que las amplitudes del campo magnético  $ac$  y de la magnetización toman valores suficientemente grandes, la relación lineal entre ellas desaparece, y da pauta para la generación de efectos no lineales. En este capítulo se presentan algunos de estos efectos.

##### 3.1.1 Solución rigurosa de la ecuación de movimiento.

Tomando la ecuación de movimiento con el término de disipación de la forma *Bloch-Bloembergen* (ecuación 1.18), y considerando:

$$H = H_0 + h_{ac} \tag{3.1}$$

donde  $H_0 = z_0 H_0$  es el campo magnético interno *dc* y  $h_{ac}$  es el campo magnético *ac* transversal con polarización circular derecha.

$$h_{ac} = h_0(x_0 \cos(\omega t) + y_0 \sin(\omega t)) \quad (3.2)$$

Por consideraciones simétricas, podríamos buscar una solución en la forma:

$$M = m_0[x_0 \cos(\omega t + \varphi) + y_0 \sin(\omega t + \varphi) + z_0 M_z] \quad (3.3)$$

Substituyendo 3.1, 3.2 y 3.3 en 1.18 y proyectando la ecuación obtenida en los ejes coordenados, se obtienen tres ecuaciones para  $m_0$ ,  $\varphi$  y  $M_z$ . Resolviéndolas, se obtiene  $M_z$  y la *susceptibilidad no-lineal* la cual puede ser definida como se muestra en la ecuación 3.4 debido a las consideraciones que hemos tomado.

$$\chi_n = \frac{m_0}{h_0} \exp(j\varphi) \quad (3.4)$$

Los valores de  $M_z$  y de la parte imaginaria de la *susceptibilidad no-lineal* en resonancia ( $\omega = \gamma H_0$ ) son [1]:

$$\text{a) } M_{zres} = M_0 \left( 1 + \frac{\gamma^2 h_0^2}{\omega_r^2} \right)^{-1} \quad \text{b) } \chi_{nres} = \frac{\chi}{\omega_r} M_{zres} \quad (3.5)$$

En la ecuación 3.5 a) y b) se puede observar que la susceptibilidad no-lineal en resonancia es proporcional a  $M_z$  y que ambas cantidades son inversamente proporcionales a  $h_0$ , es decir, decrecen con el crecimiento de  $h_0$ . Esta dependencia con  $h_0$  usando el termino de disipación de *Bloch-Bloembergen* se muestra en la figura 3.1 curvas B.

Para la ecuación de movimiento con el termino de disipación tipo *Gilbert* se obtienen diferentes resultados (figura 3.1 curvas G)

$$M_{zres} = M_0 \left( 1 - \frac{\gamma^2 h_0^2}{\alpha^2 \omega^2} \right)^{1/2} \quad \chi_{nres} = \frac{\gamma M_0}{\alpha \omega} \quad \text{at } h_0 \leq \frac{\alpha \omega}{\gamma} \quad (3.6)$$

$$M_{zres} = 0 \quad \chi_{nres} = \frac{M_0}{h_0} \quad \text{at } h_0 \geq \frac{\alpha \omega}{\gamma}$$

Las oscilaciones características lineales o también llamadas *eigen*-oscilaciones (oscilaciones libres y no amortiguadas) tienen como expresión para obtener su frecuencia la ecuación 3.7

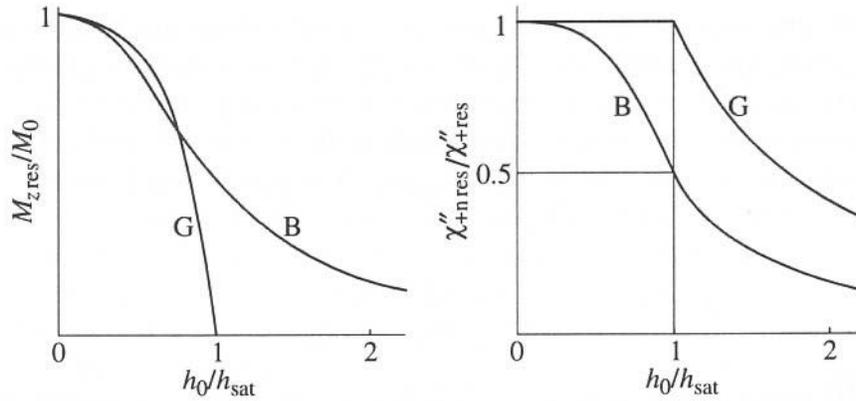


Figura 3.1 Dependencia de  $M_z$  y de la susceptibilidad no lineal con la amplitud del campo  $ac$ , encontradas resolviendo las ecuaciones de movimiento con termino de disipación Bloch-Bloembergen (curvas B) y Gilbert (curvas G). El campo de saturación  $h_{sat} = \omega_r/\gamma$  en el caso B y  $h_{sat} = \alpha\omega/\gamma$  en el caso G.

$$\omega_0 = \gamma[H_{e0} + (N_{\perp} - N_z)M_0] \quad (3.7)$$

donde  $H_{e0}$  es el campo magnético externo, y  $N_x$  representa los elementos del tensor de demagnetización.

Para el caso no lineal, la *eigen*-frecuencia tiene una expresión diferente [1]:

$$\omega_{0n} = \gamma[H_{e0} + (N_{\perp} - N_z)M_z] \quad (3.8)$$

donde se observa claramente que  $M_z$  toma el lugar de  $M_0$ .

De acuerdo con las expresiones 3.5 y 3.6,  $M_z$  decrece con el crecimiento de  $m_0$ . Por lo tanto, la *eigen*-frecuencia se incrementa con el crecimiento de  $m_0$  cuando  $N_z > N_{\perp}$  y decrece cuando  $N_z < N_{\perp}$ . Y como la amplitud de  $m_0$  depende en su turno de  $\omega_{0n}$  [1], esto provoca un comportamiento *inestable*.

Por ejemplo, si consideramos una geometría en forma de disco ( $N_z > N_{\perp}$ ), con una frecuencia del campo magnético  $ac$   $\omega > \omega_{0n}$ , y asumimos que la amplitud de  $m_0$  crece. Entonces, esto provocará que  $M_z$  se haga más pequeño y con esto,  $\omega_{0n}$  crecerá, y se acercará al valor de  $\omega$ . Lo anterior, llevara a un mayor crecimiento de  $m_0$  que finalmente provocará que  $\omega_{0n}$  alcance el valor de  $\omega$ . Este problema fue resuelto por *Skrotskii y Alimov* [2]. Ellos demostraron que la inestabilidad resulta en una dependencia no única de  $m_0$  y  $M_z$  con  $\omega$  ó  $H_{e0}$  en ciertos intervalos de estos parámetros.

La no-única dependencia de estos parámetros se incrementa cuando la amplitud del campo magnético *ac* con polarización circular sobre pasa el valor de campo crítico  $h_{cr}$ . Lo que da lugar a un efecto no lineal que se presenta en forma de histéresis en las curvas de resonancia ferromagnética (figura 3.2) [1] y [3].

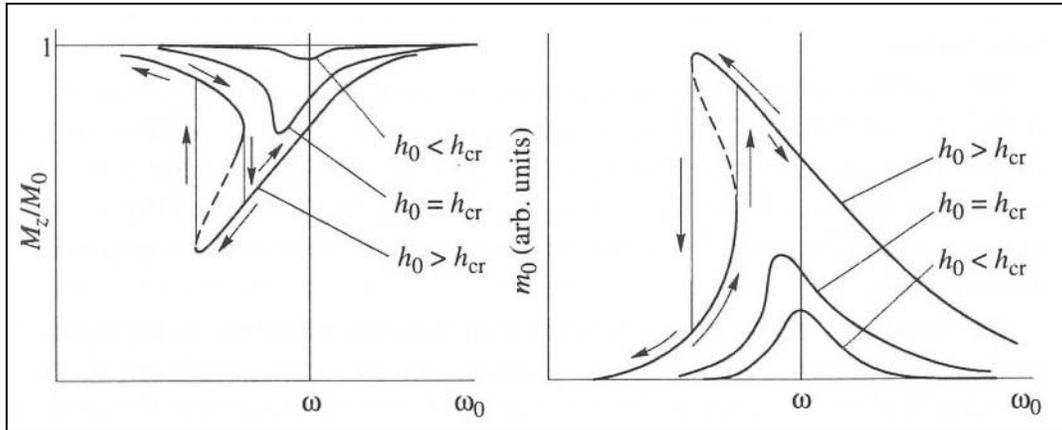


Figura 3.2 Histéresis (foldover) causada por efectos no lineales (las flechas indican la dirección del cambio del campo magnético estático).

La inestabilidad de la ecuación de movimiento de la magnetización en un régimen no lineal a altas potencias, puede ser causado no únicamente por la anisotropía de forma, si no por cualquier otro tipo de anisotropía, ya que se genera una dependencia de la eigen-frecuencia con la amplitud de la magnetización *ac* [1]

### 3.1.2 Método Aproximado

El método de análisis aproximado de las oscilaciones de la magnetización no lineal toma en consideración que la magnitud del vector *M* se conserva:

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M_0^2 \quad (3.9)$$

donde, en el caso en el que  $M_x, M_y \ll M_0$ , tenemos:

$$M_z \cong M_0 - \frac{1}{2M_0}(M_x^2 + M_y^2) \quad (3.10)$$

Si ahora suponemos como una primera aproximación a  $M_x$  y a  $M_y$  iguales al caso lineal:

$$M_x = \text{Re}[(\chi h_x + j\chi_a h_y)\exp(j\omega t)] \quad (3.11)$$

$$M_y = \text{Re}[-j\chi_a h_x + \chi h_y] \exp(j\omega t) \quad (3.12)$$

donde  $h_x$  y  $h_y$  son amplitudes complejas del campo magnético *ac*.

Substituyendo  $h_x = h_{x0}$  y  $h_y = h_{y0} \exp(j\varphi)$  (donde  $h_{x0}$  y  $h_{y0}$  son cantidades reales) en 3.12 y 3.11 y usando 3.10, se tiene:

$$M_z = M_0 - \delta M_z + M_{z2} \quad (3.13)$$

$$\delta M_z = \frac{1}{4M_0} \left[ (|\chi|^2 + |\chi_a|^2)(h_{x0}^2 + h_{y0}^2) - 4 \sin \varphi (\chi' \chi'_a + \chi'' \chi''_a) h_{x0} h_{y0} \right] \quad (3.14)$$

$$M_{z2} = -\frac{1}{4M_0} \left\{ (\chi'^2 - \chi''^2 - \chi_a'^2 + \chi_a''^2) [h_{x0}^2 \cos 2\omega t + h_{y0}^2 \cos(2\omega t + \varphi)] \right. \\ \left. + 2(\chi' \chi'' - \chi_a' \chi_a'') [h_{x0}^2 \sin 2\omega t + h_{y0}^2 \sin(2\omega t + \varphi)] \right\} \quad (3.15)$$

donde  $\chi = \chi' - j\chi''$ ,  $\chi_a = \chi_a' - j\chi_a''$ ,  $\delta M_z$  representa el efecto de *detección* de las oscilaciones de la magnetización y  $M_{z2}$  a las oscilaciones de frecuencia doble (efecto no lineal de gran importancia para nuestra investigación).

De la ecuación 3.15, haciendo uso de la ecuación 1.12 y de la expresión de  $\omega_H$  (ecuación 3.16) cuando consideramos pérdidas [1].

$$\omega_H \rightarrow \omega_H + j\alpha\omega \quad (3.16)$$

se tiene que la componente longitudinal  $M_{z2}$  de doble frecuencia queda de la siguiente forma:

$$m_{z2} = -\frac{\chi_a}{4\omega} (h_x^2 + h_y^2) \quad (3.17)$$

Las expresiones 3.15 y 3.17 representan el efecto no lineal de *frecuencia doble*. Se puede observar en la ecuación 3.17 que este efecto desaparece si la polarización del campo magnético es circular

### 3.1.3 Generación de armónicas

El uso del método aproximado permite analizar los efectos no lineales que generan componentes de magnetización con frecuencias distintas a las presentadas por los campo externos de excitación. Para esta tesis resultan de gran importancia los efectos *frequency doubling* y *two quantum absorption*.

***Frecuencia doble y Absorción de dos fotones.***

Tomando en cuenta las expresiones 3.15 y 3.17 se observa que si consideramos un campo magnético  $ac$  de polarización circular, y un tensor de susceptibilidad cilíndricamente simétrico, la punta del vector  $M$  se mueve describiendo una trayectoria circular y en consecuencia ninguna componente  $ac$  de  $M_z$  aparece. Sin embargo, si ahora tomamos en cuenta un tensor de susceptibilidad no simétrico o un campo magnético  $ac$  de una polarización no circular, la componente  $M_z$  de doble frecuencia se presenta, ya que la punta del vector  $M$  se desplaza siguiendo una trayectoria diferente (figura 3.3)

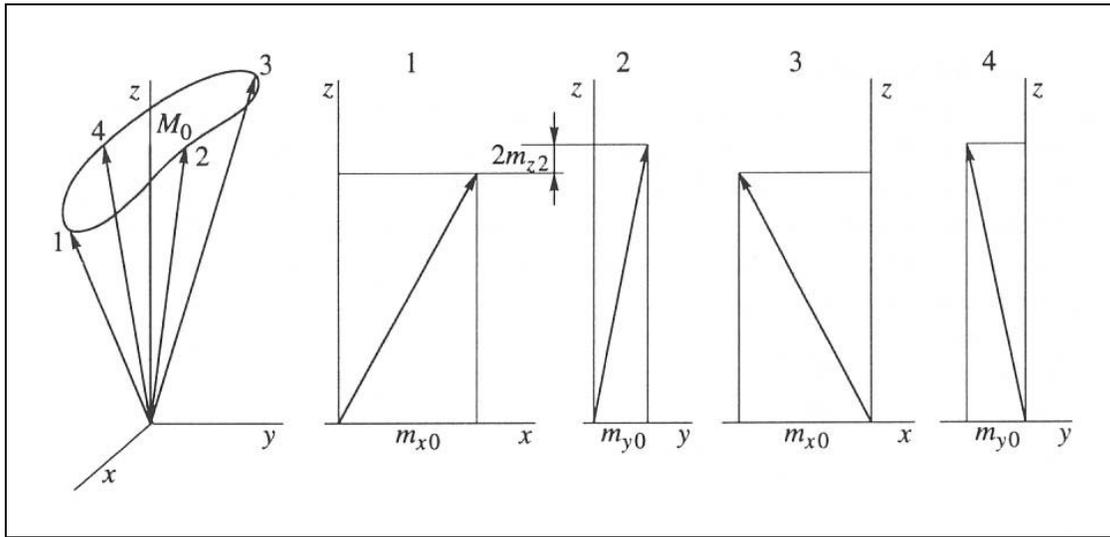


Figura 3.3 Posiciones del vector de la magnetización en instantes sucesivos en el curso de una precesión no circular.

De la figura 3.3 se puede ver que la amplitud de la componente  $m_{z2}$  es:

$$m_{z2} \cong \frac{m_{x0}^2 - m_{y0}^2}{4M_0} \tag{3.18}$$

donde  $m_{x0}$  y  $m_{y0}$  son amplitudes reales de  $M_x$  y  $M_y$ . Y es la diferencia entre ellas la que determina la generación efectiva de la componente con frecuencia doble.

La ecuación 3.18 también se puede expresar en términos de la elipticidad (ecuación 3.19):

$$\varepsilon = 1 - \frac{|m_{\min}|^2}{|m_{\max}|^2} \tag{3.19}$$

y quedaría de la siguiente forma:

$$m_{z2} = \frac{m_{x0}^2}{4M_0} \varepsilon \quad (3.20)$$

En la ecuación 3.20 se observa que a mayor elipticidad más grande es la componente de doble frecuencia longitudinal. Y debido a que la elipticidad generada por un tensor no cilíndricamente simétrico es mayor a la generada por una polarización no circular [1], se puede concluir que los factores de anisotropía son de mayor importancia en la generación de la componente de frecuencia doble que la polarización del campo magnético externo.

La generación de la componente longitudinal de frecuencia doble es un efecto cuadrático. Por lo tanto, su eficiencia (la que puede ser definida como la relación entre la potencia de salida  $P_2$  con frecuencia  $2\omega$  y la potencia de entrada  $P_1$  con frecuencia  $\omega$ ) se incrementa con el crecimiento de  $P_1$ . Los valores de la eficiencia son limitados ya sea por condiciones térmicas del dispositivo o por la excitación paramétrica de ondas de spin.

Para el caso de la generación de armónicas de las componentes de la magnetización transversales es necesario suponer la existencia de la componente longitudinal del campo magnético  $ac$  de frecuencia  $\omega$ , además de las componentes transversales, es decir, se requiere de un campo magnético  $ac$  que forme un ángulo diferente a  $0$  ó  $\pi/2$  con el campo magnético estático  $H_0$ . Resolviendo la ecuación de movimiento tenemos [1]:

$$m_{x,y2} = -\frac{(2\omega^2 + \gamma^2 H_0^2)h_{x,y} \pm 3j\omega\gamma H_0 h_{y,x}}{2(\gamma^2 H_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r)(\gamma^2 H_0^2 - 4\omega^2 + 4j\omega\omega_r)} \gamma^2 M_0 h_z \quad (3.21)$$

en la ecuación 3.21 se puede observar que las componentes  $m_{x,y2}$  tienen resonancia en dos valores de  $H_0$ .

$$H_{01} = \frac{\omega}{\gamma} \quad H_{02} = \frac{2\omega}{\gamma} \quad (3.22)$$

La generación de las componentes de la magnetización de frecuencia doble transversales y longitudinales son aproximadamente del mismo orden, con la diferencia de que las longitudinales pueden ser incrementadas modificando aspectos relacionados con la anisotropía del material, cambios que no presentan incrementos considerables en las componentes transversales [1].

Tomando en cuenta lo anterior, pareciera que no existe razón por la cual utilizar la excitación de componentes transversales de frecuencia doble. Sin embargo, el empleo de las componentes transversales tiene una ventaja sobre el empleo de la componente longitudinal.

Las componentes transversales tienen un máximo en  $\omega_0 = 2\omega$ , por ejemplo, para una esfera isotrópica pequeña el campo magnético externo sería  $H_{e0} = 2\omega / \gamma$  lo que significa que el espectro de existencia de las ondas de spin queda por encima de la frecuencia de excitación,

o en otras palabras, es posible excitar oscilaciones de la magnetización con frecuencias menores a las requeridas, lo que permite trabajar con potencias muy altas ya que en este régimen esta prohibida la existencia de otros efectos no lineales y la excitación paramétrica de ondas de spin. A este efecto se llama por analogía con la óptica no lineal *Two Photon Absorption* (Absorción de dos fotones) (figura 3.4).

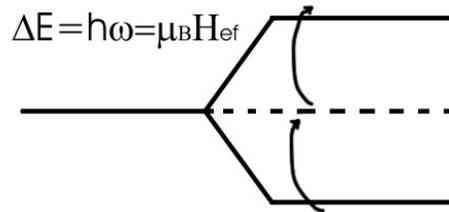


Figura 3.4 Absorción de dos fotones.

### 3.2 Acoplamiento no lineal de modos magnéticos.

Hasta el momento hemos tratado los efectos no lineales que ocurren en una muestra ferromagnética en presencia de un solo modo. Sin embargo, sabemos que en una muestra ferromagnética pueden existir en cualquier momento una buena cantidad de modos diferentes.

En el caso lineal todos los modos pueden existir de forma independiente. Sin embargo, la presencia de la no linealidad provoca que se presente acoplamiento entre ellos, lo que resulta en un buen número de nuevos fenómenos no lineales. El más importante de ellos es la excitación paramétrica de alguno de estos modos bajo la influencia de otros modos cuando la amplitud de estos últimos sobre pasa cierto umbral.

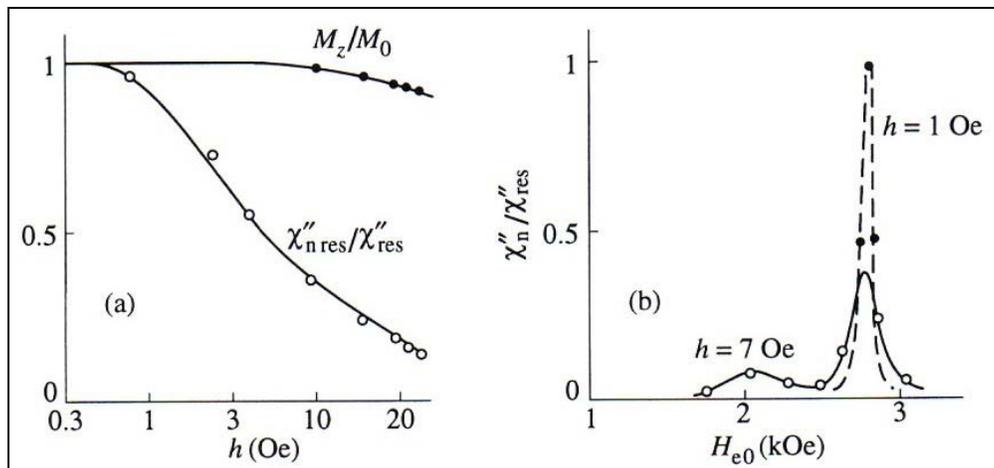


Figura 3.5 Resonancia ferromagnética en una esfera de un cristal de Ni en un campo ac intenso, a) dependencia de  $M_z$  y la susceptibilidad no lineal en resonancia; b) Curvas de resonancia en un campo intenso y en un campo débil [4].

Los fenómenos no lineales causados por la excitación paramétrica de ondas de spin, fueron por primera vez observados por *Bloembergen, Damon y Wang* [4,5] en sus experimentos sobre resonancia ferromagnética en campos  $ac$  de gran intensidad. En estos experimentos la parte imaginaria del tensor  $\chi$  y el decremento de la componente  $M_z$  fueron medidos independientemente. De acuerdo con las ecuaciones 3.5 y 3.6 ambas cantidades deberían presentar una disminución considerable cuando la amplitud del campo magnético  $ac$  es del orden de  $\Delta H/2$  ( $h_{sat} = \Delta H/2$  en ambos casos)(figura 3.1). Sin embargo, como se muestra en la figura 3.5, ambas cantidades presentan un comportamiento diferente. Este efecto no puede ser explicado usando la teoría no lineal de un solo modo. *Anderson y Suhl* lo explicaron usando la idea de inestabilidad de ciertas ondas de spin bajo la influencia de la precesión uniforme de la magnetización [6].

Ondas de spin en equilibrio (*Thermal spin waves*) de pequeñas amplitudes y frecuencias distribuidas en un amplio rango siempre existen en sustancias ordenadas magnéticamente. Debido a la presencia de la no linealidad, estas ondas de spin de equilibrio son acopladas con el modo de magnetización uniforme excitado por el campo magnético externo  $ac$ . Cuando la amplitud de este modo (de *bombeo*) sobrepasa cierto umbral, la energía adquirida por las ondas de spin proveniente del modo de magnetización uniforme compensa las pérdidas de las ondas de spin y la inestabilidad (el crecimiento exponencial de las ondas de spin) aparece.

En este caso, la magnetización  $ac$  del modo de bombeo es perpendicular a la magnetización estática, y por esta razón, este fenómeno puede ser llamado *inestabilidad de ondas de spin o excitación paramétrica de ondas de spin mediante bombeo transversal o perpendicular*. Esta teoría de esta inestabilidad fue desarrollada por primera vez por *Suhl* [7,8], de aquí que algunas personas la llamen también *Suhl-instability*.

Posteriormente, *Schlömann, Green y Milano* [9] descubrieron inestabilidad de ondas de spin causada directamente por el campo magnético  $ac$  paralelo al campo magnético estable. Este fenómeno fue llamado excitación paramétrica de ondas de spin por medio de bombeo longitudinal.

La teoría de la excitación paramétrica de las ondas de spin, se basa en la solución de la ecuación no lineal de movimiento (ecuación 1.1). Donde el campo efectivo lo podemos suponer de la siguiente forma sin tomar en cuenta efectos de disipación:

$$H_{ef} = H_0 + h_{ac} + h_M + H_{ext} \quad (3.23)$$

donde  $H_0$  es el campo magnético interno estático,  $h_{ac}$  es el campo magnético externo  $ac$ ,  $h_M$  es el campo de demagnetización  $ac$  (el campo de demagnetización estático esta incluido en  $H_0$ ), y  $H_{ext}$  es el campo efectivo de la interacción de intercambio.

La solución de la ecuación de movimiento tendría la siguiente forma:

$$M = z_0 M_0 + m_{ac}(r, t) \quad (3.24)$$

y suponiendo que  $m_{ac} \ll M_0$ , podemos realizar la expansión en *series de Fourier* del termino *ac* de la magnetización.

$$m_{ac}(r,t) = \sum_k m_k(t) \exp(-jkr) \quad (3.25)$$

donde la sumatoria es sobre todos los valores permitidos del vector de onda  $k$ . Es importante notar que  $m_{ac}(r,t)$  es una cantidad real, mientras que los coeficientes  $m_k(t)$  son complejos; por lo tanto,  $m_k(t) = m_{-k}^*(t)$ . El termino con  $k = 0$  en (3.25) corresponde a oscilaciones de magnetización uniforme, y todos los demás términos corresponden a ondas planas y uniformes de spin. En esta teoría de inestabilidad, se consideran únicamente ondas de spin que presentan valores de  $k$  muy grandes, quedando fuera de este análisis las ondas magnetoestáticas.

Para tomar en cuenta las condiciones de frontera en el caso del modo uniforme ( $k = 0$ ) en un pequeño elipsoide, podemos considerar el campo de demagnetización uniforme  $-\tilde{N}m_{k=0}$ , el cual se encuentra en el termino  $h_M$ . Para el caso de la ondas planas ( $k \neq 0$ ) el campo efectivo de demagnetización (interacción dipolo-dipolo) tendría la siguiente forma [1]:

$$h_M = -\frac{4\pi}{k^2} k(mk) \quad (3.26)$$

Substituyendo (3.23-3.25) en (1.1), excluyendo los términos  $m_{kz}$  por medio de la expresión (3.10) e igualando los mismos armónicos en ambos lados de la ecuación, se obtienen dos ecuaciones diferenciales para cada  $k$ . Ahora, siguiendo la teoría de *Suhl* introducimos nuevas variables:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{M_0} (m_{kx} + jm_{ky}) \\ a_{-k}^* &= \frac{1}{M_0} (m_{-kx}^* - jm_{-ky}^*) = \frac{1}{M_0} (m_{kx} - jm_{ky}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

y se puede ver que con estas nuevas variables:

$$m_{kz} = -\frac{1}{2} M_0 \sum_{k_1} a_{k_1} a_{k_1-k}^* \quad (3.28)$$

considerando el caso de una esfera ferromagnética con factores de demagnetización  $N_z$  y  $N_x = N_y \equiv N_{\perp}$  y  $k = 0$  (para la variable  $a_0$ , correspondiente con el modo de oscilación uniforme), se obtiene la ecuación no lineal:

$$-j \frac{da_0}{dt} = \omega_0 a_0 - \gamma (h_{acx} + jh_{acy}) + \Omega_{n0} \quad (3.29)$$

donde  $\omega_0 = \omega_H + \gamma N_{\perp} M_0$  es la frecuencia fundamental (eigen-frecuencia) del modo uniforme,  $h_{ac}$  es el campo magnético externo  $ac$ , y  $\Omega_{n0}$  es la suma de varios términos no lineales que contienen las variables  $a_0$ ,  $a_k$ , y  $a_{-k}^*$ . Para cada  $k \neq 0$  (específicamente,  $k$  muy grandes) se obtienen un par de ecuaciones:

$$-j \frac{da_k}{dt} = (A_k + \gamma h_z) a_k + B_k a_{-k}^* + \Omega_{nk} \quad (3.30)$$

la ecuación adjunta se obtiene realizando el complejo conjugado y reemplazando  $k \rightarrow -k$  en la ecuación (3.30). donde los términos  $A_k$  y  $B_k$  están dados por las ecuaciones (3.31) y (3.32) y  $\Omega_{nk}$  es la suma de los términos no lineales.

$$A_k = \omega_H + \eta k^2 + \frac{1}{2} \omega_M \sin^2 \theta_k \quad (3.31)$$

$$B_k = \frac{1}{2} \omega_M \sin^2 \theta_k \exp(j2\varphi_k) \quad (3.31)$$

donde  $\theta_k$  y  $\varphi_k$  son los ángulos en coordenadas esféricas que forma el vector  $k$  con el eje orientado a lo largo de la dirección de la magnetización.

La solución de la ecuación 3.29 linealizada (sin el termino no lineal  $\Omega_{n0}$ ) corresponde a oscilaciones uniformes de la magnetización. Mientras que la ecuación 3.30 y su ecuación adjunta describen, en una aproximación lineal, las oscilaciones acopladas de dos osciladores armónicos  $a_k$  y  $a_{-k}^*$  correspondientes a ondas de spin con vectores de onda  $k$  y  $-k$ . Para encontrar las ecuaciones de los modos en su forma normal debemos hacer uso de una de las transformaciones *Holstein-Primakoff* [1]. Es decir, realizar un nuevo cambio de variables de  $a_k$  y  $a_{-k}^*$  por  $c_k$  y  $c_{-k}^*$  con el cual, la parte lineal de la ecuación 3.30 y su ecuación adjunta, ignorando el término  $\gamma h_{acz} a_k$ , tendrá la siguiente forma:

$$\frac{dc_k}{dt} = j\omega_k c_k \quad \frac{dc_{-k}^*}{dt} = -j\omega_k c_{-k}^* \quad (3.32)$$

La nuevas variables están relacionadas con las anteriores a través de las siguientes ecuaciones:

$$a_k = u_k c_k + v_k c_{-k}^* \quad a_{-k}^* = v_k^* c_k + u_k c_{-k}^* \quad (3.33)$$

$$u_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{A_k}{\omega_k} + 1} \quad v_k = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{A_k}{\omega_k} - 1} \exp(2j\varphi_k) \quad \varphi_k = \arctan \frac{k_y}{k_x} \quad (3.34)$$

donde  $\omega_k$  es la frecuencia de las ondas de spin.

La solución de las ecuaciones lineales (3.32) se puede presentar en la siguiente forma:

$$c_k = c_k^0 \exp(j\omega_k t) \quad c_{-k}^* = c_{-k}^{0*} \exp(-j\omega_k t) \quad (3.35)$$

y corresponden a ondas de spin con vectores de onda  $k$  y  $-k$ . Entonces, para la aproximación lineal, la precesión uniforme excitada por un campo magnético externo  $ac$  y las ondas de spin son modos independientes. Lo que implica, que los términos no lineales de las ecuaciones 3.29 y 3.30 son los que resultan en el acoplamiento de las ondas de spin con otros modos de ondas de spin, con el modo uniforme y con el campo magnético  $ac$  externo longitudinal (a través del término  $\gamma h_{acz} a_k$ ).

### 3.3 Umbrales para la excitación paramétrica de bombeo transversal

La excitación paramétrica de bombeo transversal se realiza cuando el campo magnético externo es perpendicular a la magnetización estática  $h_{acz} = 0$ . Este campo transversal excita a su vez, en una aproximación lineal, únicamente el modo de magnetización  $ac$  uniforme, el cual desarrolla el papel de campo de bombeo para los demás modos de ondas de spin.

#### 3.3.1 Inestabilidades de primero y segundo orden.

Con el objetivo de obtener el valor umbral de las amplitudes de bombeo, asumimos que las amplitudes de las ondas de spin son pequeñas en comparación con la amplitud del modo uniforme  $a_0$  y, consideramos un campo  $h_{ac}$  con polarización circular derecha. De la ecuación 3.29 linealizada y realizando la sustitución de  $\omega_0 \rightarrow \omega_0 + j\omega_{r_0}$

$$a_0 = \frac{\gamma h_+}{\omega_0 - \omega_p + j\omega_{r_0}} \exp(j\omega_p t) \equiv a_0^0 \exp(j\omega_p t) \quad (3.36)$$

donde  $h_+ = h_{acx} + jh_{acy}$ .

En la ecuación 3.30 y su ecuación adjunta, considerando únicamente los términos de primero y segundo orden de  $a_0$  y realizando el cambio de variables, tenemos:

$$\frac{dc_k}{dt} = j(\omega_k + T_k |a_0|^2) c_k + j(\rho_k a_0 + \xi_k a_0^2) c_{-k}^* \quad (3.37)$$

y su ecuación adjunta donde

$$\rho_k = \rho_{-k} = -\frac{\omega_M}{4\omega_k} (\omega_k + \omega_H + \eta k^2) \sin 2\theta_k \exp(j\phi_k) \quad (3.38)$$

$$\xi_k = \xi_{-k} = \frac{\omega_k + A_k}{4\omega_k} \left( \omega_M \cos^2 \theta_k - \omega_M \frac{N_\perp}{4\pi} + \eta k^2 \right) \quad (3.39)$$

$$T_k = \frac{\omega_M}{4\omega_k} \left[ 2A_k \left( \cos^2 \theta_k - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_k + \frac{N_z - N_\perp}{4\pi} \right) + \frac{\omega_M}{2} \sin^4 \theta_k \right] \quad (3.40)$$

comparando 3.37 con 3.32 se puede observar que el acoplamiento de las ondas de spin con el modo uniforme resulta, primero, en un desplazamiento no lineal de la frecuencia fundamental (*eigen-frecuencia*) de las ondas de spin  $\omega_k \rightarrow \bar{\omega}_k = \omega_k + T|a_0|^2$ . Segundo, se presenta el acoplamiento entre los modos de ondas de spin con vectores de onda  $k$  y  $-k$  y tercero, los coeficientes de acoplamiento contienen factores que dependen del tiempo  $a_0$  y  $a_0^2$ .

Es bien sabido que el acoplamiento dependiente del tiempo entre dos osciladores puede presentar transferencia de energía desde la fuente que modula el acoplamiento de los osciladores [1]. Este proceso es más efectivo si la siguiente condición se cumple:

$$n\omega_p = \omega_1 + \omega_2 \quad (3.41)$$

donde  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son las frecuencias fundamentales de los osciladores, y  $\omega_p$  es la frecuencia de la modulación del acoplamiento (bombeo).

A cierto valor umbral de la amplitud de bombeo, la energía transferida a los osciladores sobrepasa sus pérdidas y sus amplitudes comienzan a crecer exponencialmente (se inicia la amplificación paramétrica), es decir, la inestabilidad se presenta. El valor de  $n$  en la ecuación (3.41) indica el orden de la inestabilidad. En el caso que analizamos, las ondas de spin con vectores de onda  $k$  y  $-k$  son los osciladores acoplados y la degeneración toma lugar en  $\omega_1 = \omega_2$ .

Para obtener el umbral de la inestabilidad, podemos realizar algunas consideraciones en la ecuación 3.37, por principio, podemos tomar únicamente en cuenta los términos que cambian con la frecuencia  $\bar{\omega}_k$  ya que ellos son responsables del incremento de las variables  $c_k$  y  $c_{-k}^*$  (la inestabilidad), por otro lado, si consideramos la inestabilidad de primer orden, el término  $j\rho_k a_0 c_{-k}^*$  debe ser tomado en cuenta mientras que el término  $j\xi_k a_0^2 c_{-k}^*$  puede ser despreciado [1].

Por lo tanto, para ondas de spin con  $\omega_k \approx \omega_p/2$ , es decir, inestabilidad de *primer orden*, la ecuación 3.37 y su adjunta quedan de la siguiente manera:

$$\frac{dc_k}{dt} = j\omega_k c_k + j\rho_k a_0 c_{-k}^* \quad \frac{dc_{-k}^*}{dt} = -j\omega_k c_k - j\rho_k^* a_0^* c_k \quad (3.42)$$

Las soluciones de estas ecuaciones podrían tener la siguiente forma:

$$c_k = c_k^0 \exp\left(j \frac{\omega_p}{2} t\right) \quad c_{-k}^* = c_{-k}^{0*} \exp\left(-j \frac{\omega_p}{2} t\right) \quad (3.43)$$

donde  $c_k^0$  y  $c_{-k}^{0*}$  son funciones que varían en el tiempo lentamente.

$$c_k^0 = c_{k0}^0 \exp(\lambda t) \quad c_{-k}^{0*} = c_{-k0}^{0*} \exp(\lambda t) \quad (3.44)$$

aquí,  $c_{k0}^0$  y  $c_{-k0}^{0*}$  son constantes, y  $\lambda$  es una cantidad real que impone la condición para la inestabilidad ( $\lambda > 0$ ).

En este punto, tomamos en cuenta las pérdidas reemplazando  $\omega_k$  por  $\omega_k + j\omega_{rk}$  en la ecuación (3.42) y sustituyendo (3.43) en (3.42) obtenemos un sistema de dos ecuaciones algebraicas homogéneas lineales, de las cuales haciendo su determinante cero, obtenemos:

$$(\lambda + \omega_{rk})^2 + \left(\omega_k - \frac{\omega_p}{2}\right)^2 = a_0^{02} |\rho_k|^2 \quad (3.45)$$

El umbral de la amplitud del modo uniforme esta dado por la condición de  $\lambda = 0$ .

$$a_{0Umb1}^0 = \frac{1}{|\rho_k|} \sqrt{\omega_{rk}^2 + \left(\omega_k - \frac{\omega_p}{2}\right)^2} \quad (3.46)$$

Para obtener el valor del umbral se debe minimizar la ecuación 3.46, tomando en cuenta que  $\omega_k = \omega_p/2$ .

$$a_{0Umb1}^0 = \min\left\{\frac{\omega_{rk}}{|\rho_k|}\right\} = \min\left\{\frac{\omega_{rk} \omega_p}{\omega_M (\omega_k + \omega_H + \eta k^2) \text{sen} 2\theta_k}\right\} \quad (3.47)$$

La ecuación 3.47 debe hacerse mínima con respecto a  $k$  o  $\theta_k$ , tomando en cuenta que  $\omega_k(k, \theta_k) = \omega_p/2$ , y se puede ver que el umbral es mínimo para ondas de spin con  $\theta_k$  un poco menores a  $45^\circ$ .

Para el caso de las inestabilidades de *segundo orden* ( $\omega_k \approx \omega_p$ ), la ecuación 3.42 cambia, ya que ahora es necesario tomar en cuenta el término  $j\xi_k a_0^2 c_{-k}^*$  y podemos despreciar los efectos del término  $j\rho_k a_0 c_{-k}^*$ , que la ecuación de la siguiente forma:

$$\frac{dc_k}{dt} = j\omega_k c_k + j\xi_k a_0^2 c_{-k}^* \quad \frac{dc_{-k}^*}{dt} = -j\omega_k c_{-k}^* - j\xi_k^* a_0^{*2} c_k \quad (3.48)$$

Y su solución puede ser vista de la siguiente forma:

$$c_k = c_k^0 \exp(j\omega_p t) \quad c_{-k}^* = c_{-k}^{0*} \exp(-j\omega_p t) \quad (3.49)$$

Utilizando un método similar al usado en el caso de la inestabilidad de primer orden, se obtiene con  $\omega_k = \omega_p$  el umbral mínimo para la inestabilidad de segundo orden.

$$a_{0Umb2}^0 = \min \left\{ \sqrt{\frac{\omega_{rk}}{2\xi_k}} \right\} \quad (3.50)$$

Sin tomar en cuenta la dependencia de  $\omega_{rk}$  con  $k$  y  $\theta_k$ , se observa que el valor mínimo para el umbral de segundo orden se encuentra cuando  $\theta_k = 0$ .

Ambos parámetros de acoplamiento  $\rho_k$  y  $\xi_k$  son del orden de  $\omega_M$ , y dado que en un buen material ferromagnético,  $\omega_{rk} \ll \omega_M$ . Es posible ver que el umbral para inestabilidades de segundo orden es mucho más grande que para inestabilidades de primer orden.

Un requisito para que la inestabilidad de primer orden exista, es que la frecuencia  $\omega_p/2$  se encuentre por encima del limite inferior del rango de existencia de las ondas de spin  $\omega_H$ . En el caso de un elipsoide se tendría la siguiente condición.

$$H_{e0} < \frac{\omega_p}{2\gamma} + N_z M_0 \quad (3.51)$$

Para la inestabilidad de segundo orden, únicamente se reemplaza  $\omega_p/2$  por  $\omega_p$  en la ecuación 3.51.

### ***Campos Magnéticos Umbrales***

Hasta el momento se han presentado las expresiones necesarias para obtener los valores umbrales de la amplitud del modo de magnetización uniforme para generar inestabilidades de primero y segundo orden. Para obtener los campos magnéticos externos relacionados con estas amplitudes, es necesario suponer un tipo de polarización. En la ecuación 3.52 se presenta el campo magnético umbral para inestabilidades de primer orden suponiendo una polarización circular derecha.

$$h_{Umb1} = \min \left\{ \frac{2\omega_{rk} \omega_p \sqrt{\omega_{r0}^2 + (\omega_p - \omega_0)^2}}{\gamma \omega_M \text{sen} 2\theta_k (\omega_p / 2 + \omega_H + \eta k^2)} \right\} \quad (3.52)$$

De la figura 3.6, se puede ver que si se tiene una frecuencia de bombeo  $\omega_p = \omega_0$  y se varia la intensidad del campo magnético externo estático, esto provocará que el rango de existencia de las ondas de spin se desplace a frecuencias mayores, con lo que  $\omega_k = \omega_p/2$  se encontrará en un principio en frecuencias cercanas al limite descrito por  $\theta_k = 90^\circ$  (limite superior del rango de existencia de la ondas de spin) (caso “a” de la figura 3.6), recorrerá todo el rango de existencia y llegará finalmente a quedar por debajo del limite descrito por  $\theta_k = 0^\circ$  (caso “c” de la figura 3.6). En todo este recorrido, se puede observar de la ecuación 3.52, que el valor del umbral comenzará en una cantidad dada la cual ira disminuyendo conforme  $\theta_k$  se aproxime a  $45^\circ$  (mínimo), e inmediatamente después comenzará a aumentar, encontrando el máximo en  $\theta_k = 0^\circ$ . Este comportamiento se observa claramente en la figura 3.7.

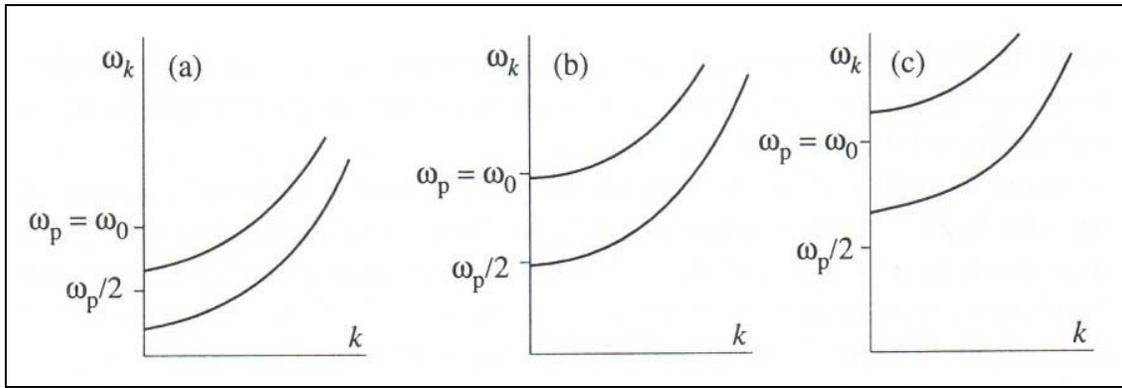


Figura 3.6 Posición relativa del espectro de existencia de las ondas de spin y de la frecuencia de bombeo transversal, cuando existe excitación paramétrica de ondas de spin (caso a y b) y cuando no es posible excitarlas a través de la inestabilidad de primer orden (caso c).

La excitación paramétrica de ondas de spin a través de la inestabilidad de primer orden es llamada por *Suhl*, *subsidiary absorption*, y se observa como una resonancia adicional (en  $\omega_p/2$ ) en el espectro de las ondas de spin (figura 3.5 “b”).

Para el caso de la inestabilidad de segundo orden, el valor del campo umbral esta dado por la siguiente ecuación:

$$h_{Umb2} = \min \left\{ \sqrt{\frac{\omega_{rk} [\omega_{r0}^2 + (\omega_p - \omega_0)^2]}{\gamma^2 \xi_k}} \right\} \quad (3.53)$$

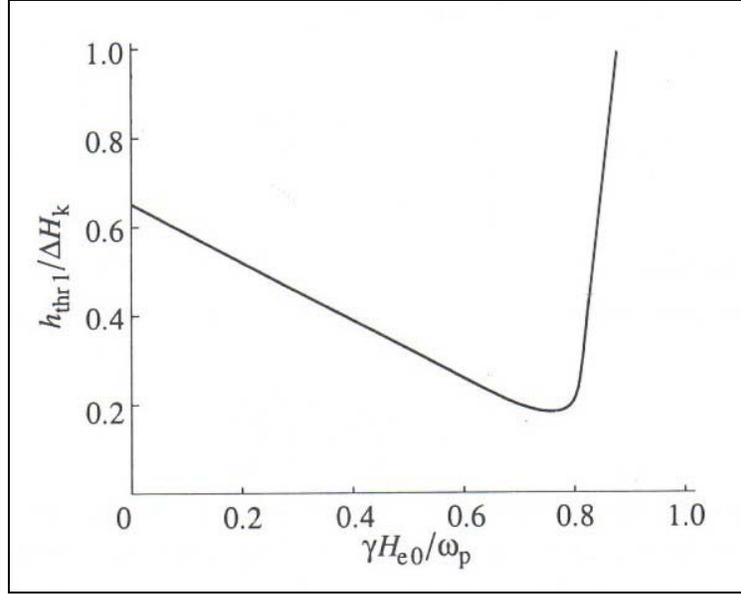


Figura 3.7 Comportamiento del umbral con respecto de la relación del campo externo con la frecuencia de bombeo, ( $\Delta H_k$  es el ancho de línea para ondas de spin).

Para el YIG, el umbral de las inestabilidades de segundo orden es aproximadamente un orden de magnitud más grande que el umbral de las inestabilidades de primer grado.

### 3.4 Excitación paramétrica de bombeo longitudinal.

Para el caso de la excitación paramétrica de ondas de spin de bombeo longitudinal (paralelo a  $M_0$ ) es necesario tomar en cuenta al término  $\mathcal{H}_{acz} a_k$  de la ecuación 3.30.

Ahora bien, suponiendo, que el campo magnético  $acz$  tiene únicamente componente  $h_{acz}$ . Es fácil ver que  $a_0 = 0$  en una aproximación lineal. Realizando el cambio de variable y despreciando los términos que no conllevan a una inestabilidad en la ecuación 3.31 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dc_k}{dt} = j\omega_k c_k + j\mathcal{H}_{acz} \frac{B_k}{\omega_k} c_{-k}^* \quad \frac{dc_{-k}^*}{dt} = -j\omega_k c_{-k}^* - j\mathcal{H}_{acz} \frac{B_k^*}{\omega_k} c_k \quad (3.54)$$

Es evidente que  $h_{acz}$  genera directamente acoplamiento entre los modos si  $B_k \neq 0$ . El factor  $B_k$  es causado por la interacción dipolo-dipolo y esta relacionado con la elipticidad mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = \frac{2|B_k|}{A_k + |B_k|} \quad (3.55)$$

La necesidad de elipticidad para la excitación paramétrica de ondas de spin bajo un bombeo longitudinal puede ser vista de la siguiente manera: Si  $\varepsilon \neq 0$ , la componente longitudinal de la magnetización con frecuencia  $2\omega_k$  crece e interactúa directamente con el campo de bombeo longitudinal, que tiene la misma frecuencia.

Si consideramos el campo  $ac$  longitudinal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$h_{acz} = \frac{1}{2} h_z [\exp(j\omega_p t) + \exp(-j\omega_p t)] \quad (3.56)$$

y lo sustituimos junto con la ecuación 3.35 en la ecuación 3.54, asumiendo  $\omega_p \approx 2\omega_k$  y tomando en cuenta únicamente los términos que varían con la frecuencia. Entonces, la primera ecuación 3.54 toma la siguiente forma

$$\frac{dc_k}{dt} = j\omega_k c_k + jV_k h_z \exp(j\omega_p t) c_{-k}^* \quad (3.57)$$

donde el parámetro de acoplamiento es

$$V_k = \frac{\gamma B_k}{2\omega_k} = \frac{\gamma\omega_M}{4\omega_k} \sin^2 \theta_k \exp(2j\varphi_k) \quad (3.58)$$

Comparando la ecuación 3.57 con la ecuación 3.42, se observa que la única diferencia entre ellos es el reemplazo del término  $\rho_k a_0^0$  por  $V_k h_z$ . Por lo tanto, para encontrar el umbral podemos reemplazar directamente el término en la ecuación 3.47:

$$h_{zUmb} = \min \left\{ \frac{\omega_{rk}}{|V_k|} \right\} = \min \left\{ \frac{\omega_p \Delta H_k}{\omega_M \text{sen}^2 \theta_k} \right\} \quad (3.59)$$

Si consideramos a  $\Delta H_k$  como independiente de  $k$  y  $\theta_k$ , entonces  $h_{zUmb}$  es mínimo en ángulos  $\theta_k$  cercanos a  $\pi/2$ .

Si fijamos la frecuencia de bombeo y variamos el valor del campo magnético estático, se observa que la posición relativa de  $\omega_p/2$  comienza por encima del límite descrito por  $\theta_k = 90^\circ$  y recorre el rango de existencia de las ondas de spin hasta finalmente quedar por encima del límite inferior  $\theta_k = 0^\circ$  (figura 3.8). A lo largo de este recorrido, el valor del umbral presenta una variación ocasionada por el ángulo  $\theta_k$ .

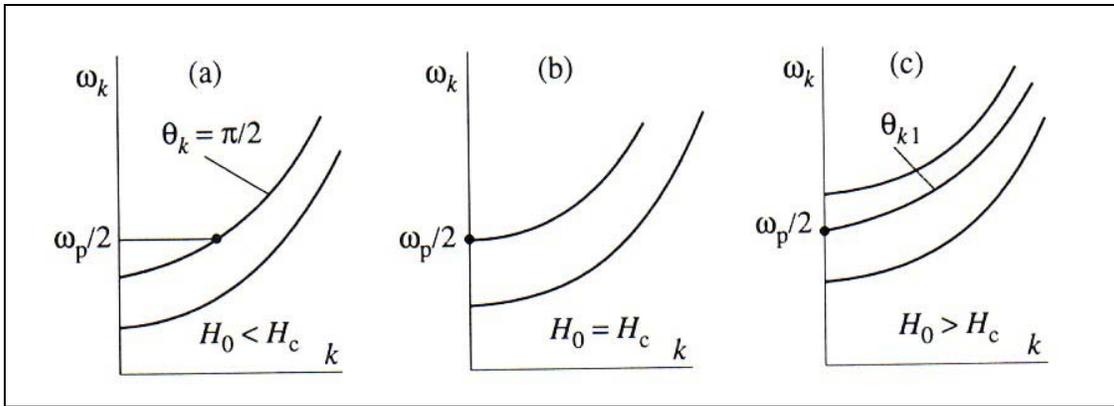


Figura 3.8 Posición relativa del espectro de existencia de las ondas de spin y de la frecuencia de bombeo longitudinal, cuando existe excitación paramétrica de ondas de spin.

En la figura 3.9 (a) se presenta el comportamiento del campo longitudinal umbral a una frecuencia de bombeo fija, variando el campo magnético externo estático. A esta curva se le conoce como “curvas mariposa”, su mínimo se encuentra en el lugar donde las ondas de spin excitadas tiene  $k \approx 0$ . A la izquierda de este punto mínimo, las ondas spin generadas tienen  $k > 0$  y ángulo  $\theta_k = 90^\circ$ , a la derecha de este punto las ondas de spin excitadas presentan  $k \approx 0$  y  $\theta_k$  que van disminuyendo con el incremento del campo magnético estático.

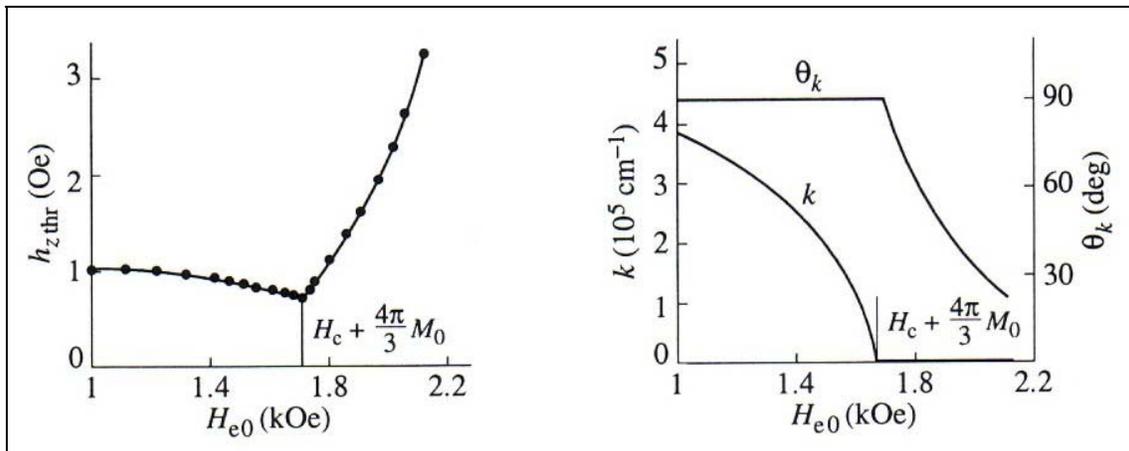


Figura 3.9 Curva Mariposa, comportamiento del umbral de la excitación paramétrica de las ondas de spin contra el campo magnético externo estático.

*Conclusiones del Capítulo Tres.*

En este capítulo presentamos con una profundidad adecuada algunos efectos no lineales y el fenómeno de la excitación paramétrica de las ondas de spin. De todo lo analizado en este capítulo, es necesario subrayar el efecto no-lineal de generación de frecuencia doble, la elipticidad de la precesión de la magnetización y la excitación paramétrica por bombeo longitudinal, ya que serán puntos fundamentales en el análisis de nuestros resultados.

---

*Referencias Capítulo Tres.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.
- [2] Skrotskii, G. V. y Alimov, Yu. “*Ferromagnetic resonance in a circularly polarized electromagnetic field of arbitrary amplitude*” *Sov. Phys., JETP*, 8, No.6, 1035, (1959).
- [3] Fetisov, Yuri. K. y Patton, C. E. “*Thermal microwave foldover and bistability in ferromagnetic resonance*” *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 40, No. 2, Marzo 2004..
- [4] Bloembergen, N. y Wang, S. “*Relaxation effects in para- and ferromagnetic resonance*” *Phys. Rev.* 93, No. 1, 72, (1954).
- [5] Bloembergen, N. y Damon, R. W. “*Relaxation effects in ferromagnetic resonance*” *Phys. Rev.* 85, No. 4, 699, (1952).
- [6] Anderson, P. W. y Suhl, H. “*Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels*” *Phys. Rev.* 100, No. 6, 1788, (1955).
- [7] Suhl, H. “*The nonlinear behavior of ferrites at high microwave signal levels*” *Proc. IRE.* 44, No. 10, 1270, (1956).
- [8] Suhl, H. “*The theory of ferromagnetic resonance at high signal powers*” *J. Phys. Chem. Solids*, 1, No. 4, 209, (1957).
- [9] Schlömann, E., Green, J. J. y Milano, U. “*Recent developments in ferromagnetic resonance at high power levels*” *J. Appl. Phys.* 31, No. 5, Suppl., 386S, (1960).

## Capítulo Cuatro

### Ondas Magneto-elásticas

#### 4.1 Propiedades elásticas e interacción magnetoelástica.

Hasta ahora hemos considerado al sistema magnético de sustancias ordenadas magnéticamente de forma aislada. Sin embargo, este sistema suele acoplarse con otros sistemas. En este capítulo analizaremos el acoplamiento con el sistema elástico.

##### 4.1.1 Ondas elásticas y oscilaciones.

El estado elástico de un sólido continuo es caracterizado por su vector de desplazamiento:

$$u(r) = r - r_0 \tag{4.1}$$

donde  $r_0$  y  $r$  son los vectores de posición de un punto en los estados inicial y deformado respectivamente. Bajo ciertas condiciones, que son aproximadamente satisfechas en nuestro caso, la deformación puede ser descrita por el tensor simétrico de deformación específica (tensor de *strain*).

$$e_{pq} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_p}{\partial x_q} + \frac{\partial u_q}{\partial x_p} \right) \quad (4.2)$$

donde  $p$  y  $q$  representan los ejes del sistema coordenado.

La fuerza que actúa sobre un pequeño elemento de volumen es la suma de la fuerza elástica  $f_{el}$  y de la fuerza del cuerpo  $f_b$ . La fuerza elástica es la causada por la acción de todos los elementos vecinos del elemento en cuestión, y la fuerza del cuerpo es la causada por campos externos, como el gravitacional y el electromagnético. Para nuestro análisis tomaremos únicamente en cuenta la fuerza elástica.

La fuerza elástica por unidad de volumen puede ser presentada de la siguiente forma:

$$f_{elp} = \sum_{q=1}^3 \frac{\partial \sigma_{pq}}{\partial x_q} \quad (4.3)$$

donde  $\sigma_{pq}$  es el tensor simétrico de tensiones (tensor de *stress*).

La densidad de energía libre de un sólido elásticamente deformado se presenta en la siguiente ecuación

$$U_{el} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sigma_{pq} e_{pq} \quad (4.4)$$

Tomando en cuenta que  $\sigma_{pq}$  depende de  $e_{pq}$  se puede escribir:

$$\sigma_{pq} = \frac{\partial U_{el}}{\partial e_{pq}} \quad (4.5)$$

Para pequeños desplazamientos la *ley de Hooke* señala que:

$$\sigma_{pq} = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 c_{pqlm} e_{lm} \quad (4.6)$$

donde  $c_{pqlm}$  son los componentes del tensor de cuarto orden de elasticidad<sup>1</sup>. Al tratarse de un tensor de cuarto orden sería normal pensar en 81 elementos diferentes. Afortunadamente, la simetría de los tensores de *stress* y *strain* nos reducen el número de componentes independientes a 21 elementos, y si además consideramos un cristal cúbico, como sucede en nuestro caso, el número de elementos independientes se reduce aun más y es posible reducir un tensor de 81 elementos a uno de únicamente 3 elementos

---

<sup>1</sup> El tensor inverso  $(c_{pqlm})^{-1} = s_{pqlm}$  es usualmente tensor de módulos elásticos.

independientes,  $c_{pppp}$ ,  $c_{ppqq}$ , y  $c_{pqpq}$  (en un sistema coordenado con ejes en las direcciones  $\langle 100 \rangle$ ). De aquí en adelante utilizaremos la siguiente notación  $c_{pppp} = c_{11}$ ,  $c_{ppqq} = c_{12}$  y  $c_{pqpq} = c_{44}$ .

Para el caso de un medio isotrópico los elementos independientes se reducen aun más:

$$c_{11} - c_{12} = 2c_{44} \quad (4.7)$$

es importante mencionar que para un cristal cúbico la condición 4.7 es aproximadamente satisfecha, ya que para el caso del YIG,  $c_{11} = 2.69 \times 10^{12}$ ,  $c_{12} = 1.077 \times 10^{12}$  y  $c_{44} = 0.764 \times 10^{12}$  [1] por lo que  $2c_{44}/(c_{11}-c_{12}) = 0.947$ .

La ecuación de movimiento para un sólido deformado elásticamente, sin tomar en cuenta disipación y el efecto de otras fuerzas, queda de la siguiente forma:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f_{el} \quad (4.8)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa, y  $f_{el}$  esta determinada por 4.3. Usando 4.6 y 4.2 la ecuación 4.8 se transforma en la siguiente ecuación:

$$\rho \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} = \sum_q \sum_l \sum_m c_{pqlm} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_q \partial x_l} \quad (4.9)$$

En el caso de una onda plana uniforme [  $u = u_0 \exp(j\omega t - jq \cdot r)$  ], la solución de la ecuación 4.9 muestra que existen tres ondas elásticas normales con relaciones de dispersión

$$\omega_j = v_j q \quad (4.10)$$

donde  $j = 1,2,3$ . Para el caso de un sólido isotrópico o de un cristal cúbico en donde el vector  $q$  es paralelo a un eje cristalino  $\langle 100 \rangle$ , una de las ondas elásticas es longitudinal ( $q \parallel u$ ) con velocidad

$$v_{||} = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} \quad (4.11)$$

y las otras dos son transversales ( $u \perp q$ ) con velocidad:

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} \quad (4.12)$$

En YIG (  $\rho = 5.17\text{g/cm}^3$  ) en temperatura ambiente,  $v_{||} = 7.209 \times 10^5 \text{cm/s}$  y  $v_{\perp} = 3.843 \times 10^5 \text{cm/s}$  [1]

### 4.1.2 Energía Magnetoelástica y Ecuaciones de movimiento.

La razón más usual por la cual se lleva a cabo el acoplamiento entre los sistemas magnético y elástico en sustancias magnéticamente ordenadas es la interacción spin-orbital, y al igual que en el caso de la energía magnetocristalina, se pueden escribir las expresiones fenomenológicas de la energía magnetocristalina usando únicamente consideraciones de simetría.

Restringiendo nuestro caso a un cristal cúbico, asumiendo la interacción de intercambio isotrópica y dirigiendo los ejes coordenados a lo largo de los ejes  $\langle 100 \rangle$ . La energía magnetoelástica puede ser escrita de la siguiente forma [2]:

$$\begin{aligned}
 U_{mel} = & \frac{B_1}{M_0^2} \sum_p M_p^2 e_{pp} + \frac{B_2}{M_0^2} \sum_p \sum_{q \neq p} M_p M_q e_{pq} \\
 & + \frac{A_1}{M_0^2} \sum_p \sum_q \sum_{l \neq q} \frac{\partial M_p}{\partial x_q} \frac{\partial M_p}{\partial x_l} e_{ql} + \frac{A_2}{M_0^2} \sum_p \sum_q \left( \frac{\partial M_p}{\partial x_q} \right)^2 e_{qq}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

donde  $p, q, l = 1, 2, 3$ ,  $A_1, A_2, B_1$  y  $B_2$  son llamadas constantes magnetoelásticas.

En la ecuación 4.13 los primeros dos términos resultan de la interacción *relativista* (magnética y spin-orbital), y los últimos dos provienen de la interacción de intercambio.

Para estudiar el proceso dinámico de la interacción magnetoelástica bajo la acción de fuerzas magnéticas y elásticas variando rápidamente con el tiempo es necesario usar las ecuaciones de movimiento. Dichas ecuaciones deben provenir del acoplamiento de la magnetización  $M$  y del desplazamiento elástico  $u$ .

Para obtener las ecuaciones, debemos insertar el campo efectivo de la interacción magnetoelástica  $H_{mel}$  en la ecuación *Landau-Lifshitz* y la fuerza  $f_{mel}$  causada por esta interacción en la ecuación de movimiento mecánica (ecuación 4.8). El campo efectivo  $H_{mel}$  puede ser encontrado usando la energía magnetoelástica (4.13) usando la ecuación 1.2. Para encontrar la fuerza  $f_{mel}$  una expresión similar a 4.3 puede ser utilizada, tomando en cuenta que los elementos del tensor de *stress* magnetoelástico  $\sigma_{mel pq}$  se obtienen de la energía magnetoelástica a través de la ecuación 4.5 reemplazando  $U_{el}$  por  $U_{mel}$ .

Finalmente, considerando un cristal cúbico magnetizado a lo largo del eje  $\langle 100 \rangle$ , tomando de la ecuación 4.13 únicamente los dos primeros términos, suponiendo isotropía elástica (ecuación 4.7), asumiendo la interacción de intercambio isotrópica y sin tomar en cuenta disipación, la ecuaciones de movimiento acopladas quedan de la siguiente forma [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial t} = & -\gamma \frac{B_2}{M_0} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) M_x - \gamma \left[ H_{efz} - D\nabla^2 + 2 \frac{B_1}{M_0} \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] M_y \\ & + \gamma H_{efy} M_z - \gamma B_2 \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_y}{\partial t} = & -\gamma \frac{B_2}{M_0} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) M_y - \gamma \left[ H_{efz} - D\nabla^2 + 2 \frac{B_1}{M_0} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] M_x \\ & + \gamma H_{efx} M_z - \gamma B_2 \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = & c_{44} \nabla^2 u_x + (c_{44} + c_{12}) \frac{\partial(\nabla \cdot u)}{\partial x} + \frac{B_1}{M_0^2} \frac{\partial M_x^2}{\partial x} \\ & + \frac{B_2}{M_0^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} (M_x M_y) + \frac{\partial}{\partial z} (M_x M_z) \right] \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = & c_{44} \nabla^2 u_y + (c_{44} + c_{12}) \frac{\partial(\nabla \cdot u)}{\partial y} + \frac{B_1}{M_0^2} \frac{\partial M_y^2}{\partial y} \\ & + \frac{B_2}{M_0^2} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (M_y M_z) + \frac{\partial}{\partial x} (M_y M_x) \right] \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = & c_{44} \nabla^2 u_z + (c_{44} + c_{12}) \frac{\partial(\nabla \cdot u)}{\partial z} + \frac{B_1}{M_0^2} \frac{\partial M_z^2}{\partial z} \\ & + \frac{B_2}{M_0^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (M_z M_x) + \frac{\partial}{\partial y} (M_z M_y) \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde  $D$  es una constante de intercambio o de rigidez de spin.

Las componentes del campo efectivo de la ecuación 4.14 incluyen campos magnéticos externos ( $dc$  y  $ac$ ), campos de demagnetización y campos efectivos de anisotropía. La

componente  $M_z$  no esta escrita ya que puede ser determinada a través de las otras dos componentes debido a la conservación del  $M$ .

## 4.2 Ondas Magnetoelásticas

Si se consideran oscilaciones uniformes de la magnetización en un material ferromagnético en presencia de tensiones elásticas, es posible observar de las ecuaciones 4.14 y 4.15 que, en la ecuación de movimiento mecánica no aparece la magnetización uniforme  $ac$ , y de igual forma, en la ecuación de movimiento de la magnetización no aparece desplazamiento uniforme  $u$ . Lo anterior nos permite afirmar que las vibraciones elásticas ocurren de forma independientemente de las oscilaciones de la magnetización uniforme. Sin embargo, esto no sucede para los modos no uniformes, ya que de acuerdo con las ecuaciones 4.14 y 4.15, ambos sistemas se acoplan, y dicho acoplamiento se manifiesta de tal forma que las ondas planas dejan de ser puramente magnéticas o elásticas si no que se convierten en ondas magnetoelásticas acopladas.

### 4.2.1 Ondas normales.

Tomando en cuenta un material ferromagnético (elásticamente isotrópico), magnetizado a saturación a lo largo del eje  $\langle 100 \rangle$  y realizando la substitución de  $M_{x,y} = m_{0x,y} \exp(j\omega t - jk r)$  y  $u_{x,y,z} = u_{0x,y,z} \exp(j\omega t - jkr)$  en las ecuaciones 14.4 y 14.5, se obtiene un sistema de cinco ecuaciones algebraicas lineales homogéneas y acopladas para las amplitudes  $m_{0x,y}$  y  $u_{0x,y,z}$ .

Para el caso de  $k \parallel M_0$  y despreciando los efectos de la anisotropía magnetocristalina, se obtienen de 14.4 y 14.5 las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned}
 j\omega m_x + \gamma(H_0 + Dk^2)m_y - j\gamma k B_2 u_y &= 0 \\
 j\omega m_y - \gamma(H_0 + Dk^2)m_x + j\gamma k B_2 u_x &= 0 \\
 \omega^2 \rho u_x - k^2 c_{44} u_x - jk \frac{B_2}{M_0} m_x &= 0 \\
 \omega^2 \rho u_y - k^2 c_{44} u_y - jk \frac{B_2}{M_0} m_y &= 0
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\omega^2 \rho u_z - k^2 c_{11} u_z = 0 \tag{4.17}$$

La ecuación 4.17 esta desacoplada de las otras cuatro ecuaciones y describe una onda elástica longitudinal pura con una relación de dispersión lineal y velocidad descrita por la ecuación 4.11. Si en el sistema de cuatro ecuaciones acopladas 4.16, que describe ondas magnetoelásticas transversales, realizamos la sustitución de variables circulares  $m_{\pm} = m_x \pm jm_y$  y  $u_{\pm} = u_x \pm u_y$ , el sistema se reduce a dos sistemas independientes para las componentes con diferentes sentidos de rotación. La condición de compatibilidad en cada uno de estos sistemas, resulta en la siguiente ecuación.

$$(\omega \mp \omega_m)(\omega^2 - \omega_{el\perp}^2) \mp \frac{\gamma B_2^2}{\rho M_0} k^2 = 0 \quad (4.18)$$

donde  $\omega_m = \gamma (H_0 + Dk^2)$  es la frecuencia de la onda de spin no perturbada,  $\omega_{el\perp} = v_{\perp} k \equiv \sqrt{c_{44} / \rho} k$  es la frecuencia de la onda elástica no perturbada.

En ausencia de acoplamiento ( $B_2 = 0$ ), se obtienen las curvas de dispersión de las ondas no perturbadas. Ellas se cruzan en dos valores del numero de onda  $k_1$  y  $k_2$  (figura 4.1), los cuales son soluciones de la ecuación  $\omega_m = \omega_{el\perp}$ . Las correspondientes frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son llamadas en algunas ocasiones las frecuencias de resonancia magnetoelástica o magnetoacústica. En valores no muy altos del campo magnético  $H_0$  se tiene:

$$k_1 \approx \frac{\omega_H}{v_{\perp}} \quad k_2 \approx \frac{v_{\perp}}{\gamma D} \quad (4.19)$$

Es usual escribir el último término de la ecuación 4.18 como  $\xi \gamma M_0 \omega_{el\perp}^2$  donde

$$\xi = \frac{B_2^2}{c_{44} M_0^2} \quad (4.20)$$

es un parámetro de acoplamiento adimensional. Usualmente  $\xi \ll 1$ , por ejemplo, para YIG a temperatura ambiente  $\xi = 3.3 \times 10^{-3}$ .

El espectro de las ondas magnetoelásticas con polarización circular derecha, el cual es obtenido resolviendo la ecuación 4.18 usando los signos superiores, contiene dos ramas (figura 4.1). Ellas pueden ser vistas, en términos de modos acoplados, como el resultado de una acción repelente entre las curvas de dispersión de las ondas de spin y las ondas elásticas. La separación  $\delta\omega$  entre las frecuencias de las dos ramas es mínima en los puntos de cruce  $k_1$  y  $k_2$ . En el punto inferior de la figura 4.2 tenemos:

$$\delta\omega_1 = \gamma \sqrt{2\xi M_0 (H_0 + Dk_1^2)} \quad (4.21)$$

El espectro de las ondas magnetoelásticas de polarización circular izquierda, que se obtiene usando los signos inferiores de la ecuación 4.18, tiene únicamente una rama (figura 4.1) la cual difiere muy poco de la curva de dispersión de la onda elástica transversal. En resumen, en el caso considerado, existen tres ondas normales: una onda magnetoelástica de polarización circular derecha (con una curva de dispersión de dos ramas), una onda magnetoelástica de polarización circular izquierda, y onda elástica longitudinal pura.

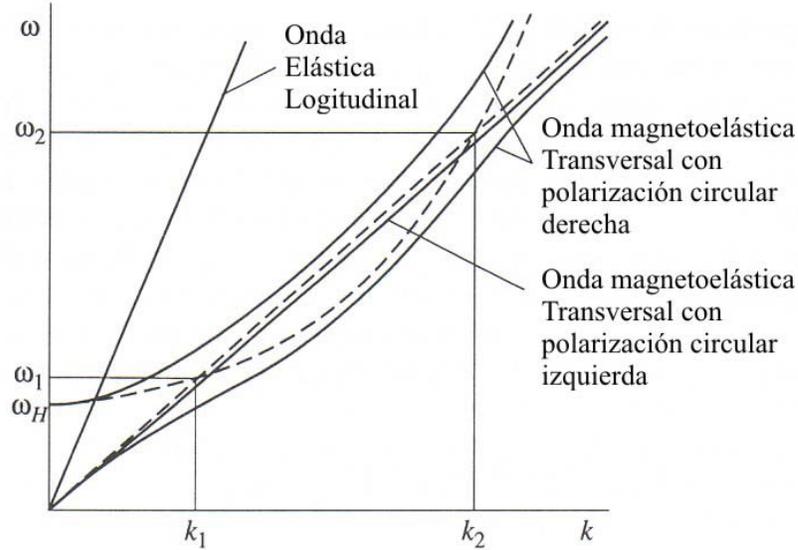


Figura 4.1 Curvas de dispersión características para ondas magnetoelásticas normales propagándose en un cristal cúbico con  $M_0 \parallel \langle 100 \rangle$ . Las curvas punteadas representan ondas de spin y ondas elásticas transversales no acopladas.

Las componentes  $m$  y  $u$  de las ondas magnetoelásticas pueden ser encontradas mediante las ecuaciones 4.16 y 4.17. La onda longitudinal tiene únicamente componente  $u_z$ , para el caso de la onda con polarización circular izquierda  $m_-$  es muy pequeña [1], y finalmente para la onda de polarización circular derecha tenemos:

$$\left| \frac{m_+}{u_+} \right| = \left| \frac{\gamma B_2 k}{\omega - \omega_m} \right| = \left| \frac{(\omega^2 - \omega_{el\perp}^2) \rho M_0}{B_2 k} \right| \quad (4.22)$$

donde se puede observar que cuando  $\omega$  se encuentra cerca de  $\omega_{el\perp}$ ,  $m_+$  es pequeño mientras que  $u_+$  es grande, lo que nos da lugar a ondas cuasi-elásticas. Por otro lado, cuando  $\omega \rightarrow \omega_m$   $m_+$  es grande y  $u_+$  es pequeño, lo que nos representa el caso cuasi-magnético.

Considerando ahora las ondas propagándose en una dirección perpendicular al campo de magnetización estático. También existen tres ondas normales, una onda elástica

longitudinal pura, una onda elástica transversal pura con  $u \perp M_0$  y una onda transversal magnetoelástica con  $u \parallel M_0$ . La ecuación de dispersión para la onda magnetoelástica es:

$$\left(\omega^2 - \omega_m^2\right)\left(\omega^2 - \omega_{el\perp}^2\right) - \frac{\gamma B_2^2}{\rho M_0} \omega_M k^2 = 0 \quad (4.23)$$

donde ahora  $\omega_m$  es la frecuencia de las ondas de spin con  $\theta_k = \pi/2$

$$\omega_m = \left[ \left( \omega_H + Dk^2 \right) \left( \omega_H + Dk^2 + \omega_M \right) \right]^{1/2} \quad (4.24)$$

De igual forma que en el caso donde  $k \parallel M_0$ , el espectro determinado por 4.23 consiste en dos ramas que se juntan en los puntos donde se cruzan las curvas de dispersión de las onda no perturbadas. La mínima separación entre las dos ramas es del mismo orden que la descrita por la ecuación 4.21.

Para direcciones arbitrarias de  $M_0$  (con respecto a los ejes cristalinos) y de  $k$  (con respecto a  $M_0$ ), la situación se complica un poco, ya que el espectro de las ondas magnetoelásticas dependen ahora de  $B_2$  y  $B_1$ . Lo que implica que, si se cumple que  $\theta_k$  tome valores diferentes a *cero* ó  $\pi/2$  ó que  $M_0$  no este dirigido a lo largo del eje  $\langle 100 \rangle$  o  $\langle 110 \rangle$ , la onda elástica longitudinal se acople también con las ondas magnéticas.

### 4.3 Excitación Paramétrica de ondas Magnetoelásticas.

En el capítulo anterior se analizó la excitación paramétrica de onda de spin sin tomar en cuenta la posibilidad de acoplamiento del sistema magnético con algún otro sistema. Ahora que ya sabemos que las ondas de spin pueden acoplarse con las ondas elásticas, resulta importante observar que efectos puede ocasionar dicho acoplamiento en la excitación paramétrica de las ondas de spin.

#### 4.3.1 Bombeo Longitudinal de Ondas Magnetoelásticas

Considerando que el acoplamiento de modos implica la transferencia de energía de un modo a otro, es lógico pensar que el acoplamiento magnetoelástico debe resultar en un aumento en los umbrales de bombeo longitudinal. Cuando la onda de spin excitada paraméricamente excita linealmente ondas elásticas, estas absorben parte de la energía provocando que el amortiguamiento de las ondas de spin aumente y por lo tanto los umbrales también se incrementen.

Suponiendo un valor constante del campo de magnetización estático, y una frecuencia de bombeo variante (figura 4.2). Si  $\omega_p/2$  se encuentra por encima de la frecuencia de cruce  $\omega_1$ , las ondas de la rama cuasi-magnética son excitadas, y el umbral es, prácticamente, el mismo que el del caso en cual no se esta considerando acoplamiento. A medida que  $\omega_p/2$  se acerca a  $\omega_1$  ( $\omega(k_1)$ ), el umbral se incrementa, y cuando  $\omega_p/2 = \omega_1$  el punto del umbral salta de una rama a otra (figura 4.2) donde el umbral es ahora menor. Considerando ahora un mayor decremento de  $\omega_p$ , el umbral decrece aproximándose a su valor puramente magnético. En valores de  $\omega_p$  menores a  $\omega_H$  la excitación paramétrica de las ondas de spin sin interacción magnetoelástica se vuelve imposible, y aunque considerar dicha interacción puede permitir la excitación, esta presenta valores umbrales muy altos.

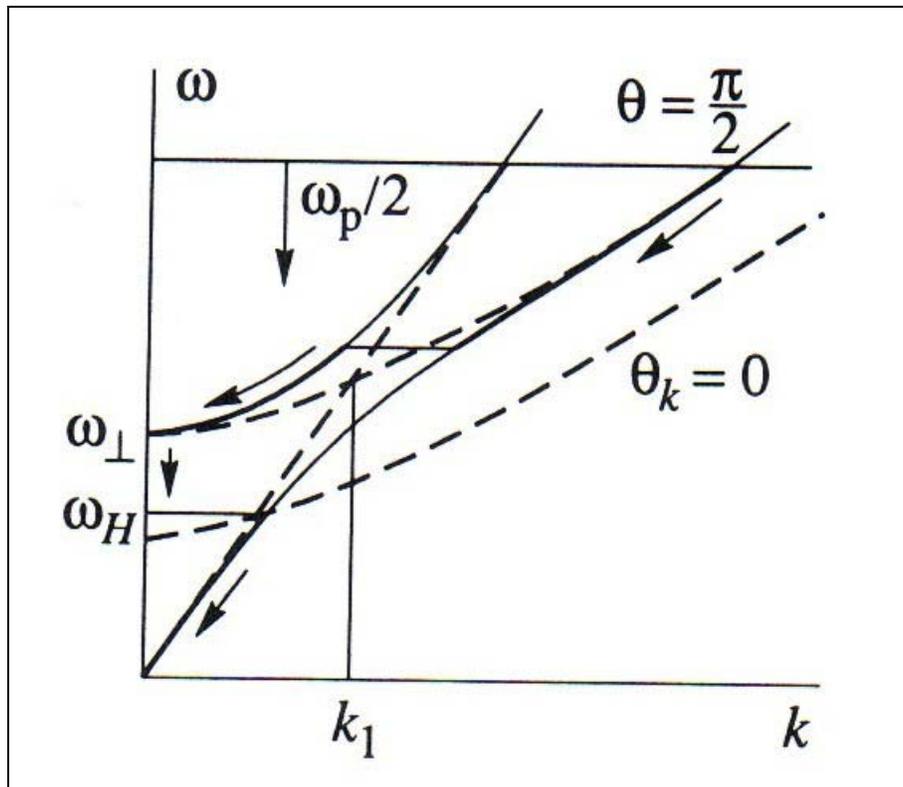


Figura 4.2 Excitación paramétrica de onda magnetoelásticas bajo un bombeo longitudinal. Las flechas indican el recorrido del punto del umbral cuando decrece la frecuencia de bombeo.

Restringiendo nuestro análisis al caso en el cual las ecuaciones 4.14 y 4.15 son validas, y tomando en cuenta componentes  $M_x$ ,  $M_y$  y  $u_z$  propagándose en la dirección  $x$ , tenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial M_x}{\partial t} &= -\left(\omega_H - \gamma D \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma h_z \cos \omega_p t\right) M_y \\
 \frac{\partial M_y}{\partial t} &= \left(\omega_H + \omega_M - \gamma D \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma h_z \cos \omega_p t\right) M_x + \gamma B_2 \frac{\partial u_z}{\partial x} \\
 \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= c_{44} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{B_2}{M_0} \frac{\partial M_x}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Para encontrar el valor umbral del campo  $h_z$  analizaremos directamente las soluciones de la ecuación 4.25, las cuales corresponden a ondas excitadas paraméricamente con frecuencias  $\omega_p/2$  y vectores de onda  $x_0k$  y  $-x_0k$ . La condición para el umbral las ondas no se amortigüen a pesar de sus pérdidas.

La soluciones sin considerar pérdidas son:

$$\begin{aligned}
 M_{x,y} &= \text{Re} \left[ m_{kx,y} \exp\left(j \frac{\omega_p}{2} t - jkx\right) + m_{-kx,y} \exp\left(j \frac{\omega_p}{2} t - jkx\right) \right] \\
 u_z &= \text{Re} \left[ u_{kz} \exp\left(j \frac{\omega_p}{2} t - jkx\right) + m_{-kz} \exp\left(j \frac{\omega_p}{2} t - jkx\right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Sustituyendo 4.26 en 4.25, tomando en cuenta pérdidas reemplazando

$$\omega_m \equiv \left[ (\omega_H + Dk^2)(\omega_H + \omega_M + Dk^2) \right]^{1/2} \rightarrow \omega_m + j\omega_m'' \tag{4.27}$$

y

$$\omega_{el} \equiv \sqrt{c_{44} / \rho} \rightarrow \omega_{el} + j\omega_{el}'' \tag{4.28}$$

e igualando el determinante del sistema de seis ecuaciones resultante a cero, se puede obtener una expresión para  $h_{zUmb}$  para las dos ramas del espectro magnetoelástico [1].

$$h_{zUmb} \cong \min \left\{ \frac{2\omega_m}{\omega_M} \Delta H_k + 2 \frac{\omega_m^2 - \omega_p^2 / 4}{\omega_{el}^2 - \omega_p^2 / 4} \frac{\omega_{el}^2}{Q_{el} \gamma \omega_M} \right\} \tag{4.29}$$

donde  $Q_{el} = \omega_{el} / (2\omega_{el}'')$  es el factor de calidad elástico,  $\Delta H_k = 2\omega_m'' / \gamma$  y “min” significa que debe ser elegido el valor umbral  $h_{zUmb}$  más bajo de los dos valores en diferentes ramas. Cuando el valor umbral en las dos ramas es el mismo ocurre el salto de una rama a otra.

En la ecuación 4.29 se observa que el segundo término siempre es positivo, lo que provoca que el acoplamiento magnetoelástico siempre resulta en un incremento del umbral.

En la figura 4.3 se muestra una curva experimental del comportamiento del umbral contra el campo magnético estático con una frecuencia de bombeo fija [3].

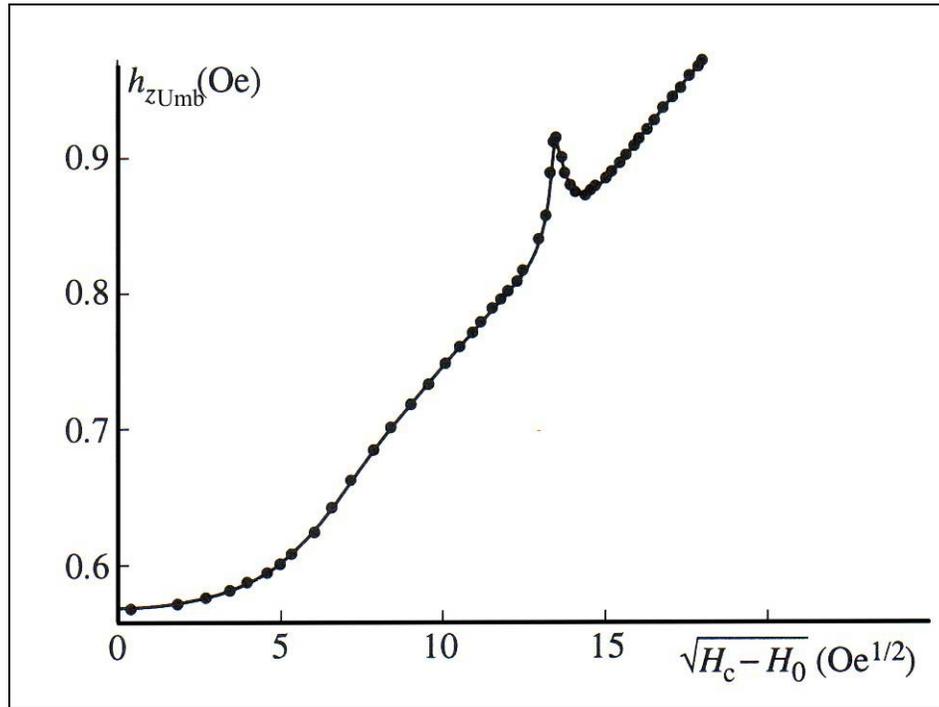


Figura 4.3 Dependencia del campo umbral, para bombeo longitudinal de ondas magnetoelásticas, con el campo magnético estático. Los puntos representan datos experimentales para una esfera de YIG [3].

Si ahora tomamos en cuenta el caso cuando  $M_0 \parallel \langle 111 \rangle$ , la componente longitudinal se acopla también con el sistema magnético, lo que provocaría que ahora se detectarían dos picos en la curva del campo umbral contra el campo estático. Uno de los picos correspondería al cruce de la curva de dispersión de las ondas de spin con las ondas elásticas transversales y el otro al cruce con la curva de dispersión de las ondas elásticas longitudinales.

Es importante mencionar que dentro de la teoría de excitación paramétrica se pueden presentar diferentes escenarios posibles, por ejemplo, es posible pensar que el campo de bombeo sea de una naturaleza distinta al magnético, lo que nos permitiría hablar de un campo de bombeo elástico o magnetoelástico, que resultaría en la excitación de modos magneto elásticos, o puramente magnéticos o elásticos.

*Conclusiones del Capítulo Cuatro.*

En este capítulo, se describió con un buen detalle el acoplamiento entre los sistemas magnético y elástico, se proporcionaron ecuaciones y graficas que describen a detalle el comportamiento de los modos magnetoelásticos y además, se mostraron y se explicaron las ecuaciones referentes a los campos magnéticos umbrales para la excitación de ondas magnetoelásticas, las cuales serán utilizadas para comprobar la viabilidad de los modelos propuestos para explicar los resultados obtenidos.

*Referencias Capítulo Cuatro.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.
- [2] Schlömann, E., “*Generation of phonons in high power ferromagnetic resonance experiments*” *J. Appl. Phys.* 31, No. 9, 1647, (1960).
- [3] Olson, F. A., “*Study of magnetoelastic interactions by parallel pumping* ” *J. Appl. Phys.* 34, No. 4, Pt. 2, 1281, (1963).

## Capítulo Cinco

### Magneto-óptica y Elasto-óptica.

#### 5.1 Óptica Paramétrica<sup>1</sup>.

Si consideramos una estructura de dimensiones adecuadas formada por un medio dieléctrico con un índice de refracción  $n_1$ , envuelto por otro medio con un índice de refracción  $n_2$ , tal que  $n_1 > n_2$ , se obtiene una estructura que se comporta como una guía de onda óptica, ya que esta diferencia de índices de refracción mantiene confinada la señal óptica en el medio con índice de refracción mayor a causa del fenómeno de reflexión total interna (si el ángulo de incidencia es siempre mayor al ángulo de *Brewster*).

A las ondas ópticas que pueden ser transmitidas dentro de una guía de onda se les conoce como modos ópticos de propagación. Dichas ondas mantienen su distribución de campo transversal y su polarización a lo largo del eje de la guía.

Dentro de una guía óptica pueden presentarse al mismo tiempo múltiples modos de propagación (si se cumplen las condiciones geométricas), los cuales no presentan intercambio de energía entre ellos cuando se considera un material homogéneo, isotrópico y sin pérdidas.

---

<sup>1</sup> Es importante mencionar que los sistemas magnético y elástico están escrito usando el sistema CGS, mientras que el óptico y el térmico con el sistema SI.

Para realizar el análisis del caso cuando existe transferencia de energía entre modos, es posible utilizar un método aproximado (*Teoría de Modos Acoplados*) que ofrece buenos resultados si se consideran pequeñas perturbaciones del medio.

### 5.1.1 Teoría de Modos Acoplados

En la teoría de modos acoplados las variaciones periódicas del tensor dieléctrico son consideradas como perturbaciones que acoplan los modos normales de la estructura. Debido a esto, el tensor dieléctrico puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0(x, y) + \Delta\varepsilon(x, y, z) \quad (5.1)$$

donde  $\varepsilon_0(x, y)$  es la parte no perturbada del tensor dieléctrico, y  $\Delta\varepsilon(x, y, z)$  es periódico en la dirección del eje z.

Asumiendo un medio dieléctrico no perturbado y homogéneo en la dirección del eje z, los modos normales que se propagan dentro de la guía pueden ser presentados como una combinación lineal:

$$E = \sum_m A_m(z) E_m(x, y) e^{j(\omega t - \beta_m z)} \quad (5.2)$$

donde  $A_m$  son amplitudes que dependen de z y  $\beta_m$  son las constantes de propagación de cada modo.

Los modos de la ecuación 5.2 satisfacen la siguiente ecuación (si se consideran a  $A_m$  como constantes):

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \omega^2 \mu \varepsilon_0(x, y) - \beta_m^2 \right] E_m(x, y) = 0 \quad (5.3)$$

la cual es una aproximación del la ecuación de onda.

Los modos descritos por la ecuación 5.2 usualmente se normalizan a un flujo de potencia de 1W en dirección del eje z. Esto nos permite escribir la relación de ortogonalidad entre los modos de la siguiente forma:

$$\int E_k^*(x, y) \cdot E_l(x, y) dx dy = \frac{2\omega\mu}{|B_k|} \delta_{kl} \quad (5.4)$$

donde  $\delta_{kl}$  es la delta de *Kronecker*.

Consideremos ahora la propagación de un modo no perturbado en un medio con perturbaciones descrito por el tensor dieléctrico de la ecuación 5.1. La presencia de tal perturbación dieléctrica genera a su vez una perturbación en la polarización:

$$\Delta P = \Delta \varepsilon(x, y, z) E_l(x, y) e^{j(\omega t - \beta_l z)} \quad (5.5)$$

Si esta nueva onda con la polarización perturbada, actúa como una fuente distribuida, puede transferir energía de un modo a otro, creando así el acoplamiento entre modos.

Si sustituimos la combinación lineal de modos de la ecuación 5.2 en la ecuación de onda

$$\{\nabla^2 + \omega^2 \mu [\varepsilon_0(x, y) + \Delta \varepsilon(x, y, z)]\} E = 0 \quad (5.6)$$

y nos apoyamos en la ecuación 5.3 se obtiene:

$$\begin{aligned} & \sum_k \left[ \frac{d^2}{dz^2} A_k - 2j\beta_k \frac{d}{dz} A_k \right] E_k(x, y) e^{-j\beta_k z} \\ & = -\omega^2 \mu \sum_l \Delta \varepsilon(x, y, z) A_l E_l(x, y) e^{-j\beta_l z} \end{aligned} \quad (5.7)$$

El hecho de considerar una perturbación suave nos permite asumir que la variación de las amplitudes de modo es lenta y por tanto cumple con la siguiente expresión:

$$\left| \frac{d^2}{dz^2} A_k \right| \ll \left| \beta_k \frac{d}{dz} A_k \right| \quad (5.8)$$

El hecho de que se cumpla la condición 5.8 nos permite despreciar al término de la segunda derivada en la ecuación 5.7.

$$\begin{aligned} & -2j \sum_k \left[ \beta_k \frac{d}{dz} A_k \right] E_k(x, y) e^{-j\beta_k z} \\ & = -\omega^2 \mu \sum_l \Delta \varepsilon(x, y, z) A_l E_l(x, y) e^{-j\beta_l z} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Realizando el producto escalar de la ecuación 5.9 con  $E_k^*(x, y)$ , integrando sobre todo  $x$  y  $y$ , y utilizando la relación de ortogonalidad 5.4 se obtiene:

$$\langle k|k \rangle \frac{d}{dz} A_k(z) = \frac{\omega^2 \mu}{2j\beta_k} \sum_l \langle k|\Delta \varepsilon|l \rangle A_l(z) e^{j(\beta_k - \beta_l)z} \quad (5.10)$$

donde

$$\langle k|k \rangle \equiv \int E_k^*(x, y) \cdot E_k(x, y) dx dy = \frac{2\omega\mu}{|\beta_k|} \quad (5.11)$$

$$\langle k|\Delta\varepsilon|l \rangle \equiv \int E_k^*(x, y) \cdot \Delta\varepsilon(x, y, z) E_l(x, y) dx dy \quad (5.12)$$

debido a que la perturbación dieléctrica  $\Delta\varepsilon(x, y, z)$  es periódica en el eje  $z$ , es posible expandirla en series de *Fourier*.

$$\Delta\varepsilon(x, y, z) = \sum_{m \neq 0} \varepsilon_m(x, y) \exp\left[-jm \frac{2\pi}{\lambda} z\right] \quad (5.13)$$

Sustituyendo 5.13, 5.12 y 5.11 en 5.10 se obtiene:

$$\frac{d}{dz} A_k = -j \frac{\beta_k}{|\beta_k|} \sum_l \sum_m C_{kl}^m A_l e^{j(\beta_k - \beta_l - m 2\pi / \lambda)z} \quad (5.14)$$

donde el coeficiente de acoplamiento  $C_{kl}^m$  esta definido como:

$$C_{kl}^m \equiv \frac{\omega}{4} \langle k|\varepsilon_m|l \rangle = \frac{\omega}{4} \int E_k^*(x, y) \cdot \varepsilon_m(x, y) E_l(x, y) dx dy \quad (5.15)$$

El coeficiente de la ecuación 5.15 refleja la magnitud del acoplamiento entre los modos  $k$  y los modos  $l$  debido a la componente  $m$  de la serie de *Fourier* de la perturbación dieléctrica.

La ecuación 5.14 constituye un grupo de ecuaciones lineales diferenciales que envuelven un numero infinito de amplitudes de modo. Sin embargo, en la practica, y cerca de la condición de resonancia de acoplamiento, solo dos modos son fuertemente acoplados, lo que reduce la ecuación 5.14 a solamente dos ecuaciones para dos amplitudes de modo (donde se esta considerando que ambos modos solamente tienen una componente) (ecuación 5.16).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_1 &= -j \frac{\beta_1}{|\beta_1|} C_{12}^m A_2 e^{j\Delta\beta z} \\ \frac{d}{dz} A_2 &= -j \frac{\beta_2}{|\beta_2|} C_{21}^{-m} A_1 e^{-j\Delta\beta z} \end{aligned} \quad (5.16)$$

donde

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 - m \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5.17)$$

La condición de resonancia de acoplamiento se realiza cuando se cumple la ecuación 5.18.

$$\beta_k - \beta_l - m \frac{2\pi}{\lambda} = 0 \quad (5.18)$$

A la ecuación anterior se le conoce como la condición de fase ajustada “*Phase Matching Condition*”

La resonancia de acoplamiento puede ser explicada de la siguiente forma: analizando la ecuación 5.14 se observa que el incremento en la amplitud del campo de modo  $k$  ( $dA_k$ ) debida al acoplamiento con el modo  $l$  en la región existente entre  $z$  y  $z + dz$  vía la componente  $m$  de la serie de *Fourier* de la perturbación dieléctrica esta dada por:

$$dA_k = -j \frac{\beta_k}{|\beta_k|} C_{kl}^m A_l \exp \left[ j \left( \beta_k - \beta_l - m \frac{2\pi}{\lambda} \right) z \right] dz \quad (5.19)$$

debido a que las amplitudes son funciones que varían lentamente en el espacio, es posible integrar la ecuación 5.19 sobre una distancia mucho más grande que la longitud de onda  $\lambda$  de la perturbación. Esto nos permite obtener una expresión que nos otorga el incremento neto de la amplitud del campo ( $\Delta A_k$ ) debido al acoplamiento con el modo  $l$  sobre una distancia entre  $z$  y  $z + L$ .

$$\Delta A_k = -j \frac{\beta_k}{|\beta_k|} C_{kl}^m A_l \int_{L \gg \lambda} \exp \left[ j \left( \beta_k - \beta_l - m \frac{2\pi}{\lambda} \right) z \right] dz \quad (5.20)$$

de la ecuación 5.20 se observa que el acoplamiento entre los modos  $k$  y  $l$  es insignificante cuando la condición 5.18 no se cumple, ya que la única forma de que la integral de la ecuación 5.20 no desaparezca es que el exponente sea cero (es decir, que se cumpla la condición de fase ajustada).

En resumen: Para que se lleve a cabo un acoplamiento significativo entre dos modos es necesario se cumpla la condición de fase ajustada y, además, que los coeficientes de acoplamiento no sean iguales a cero.

Tratando de presentar ecuaciones de modos acoplados que se apeguen un poco más con nuestra investigación, en la ecuación 5.21 [1] se presenta una ecuación matricial general de modos acoplados donde se considera el acoplamiento entre un modo con una componente  $y$  (componente de campo eléctrico  $E_y$ ) y un modo con dos componentes  $x$  y  $z$  (componentes  $E_x$  y  $E_z$ ), lo que más adelante se relacionara con modos transversal eléctrico y transversal magnético dentro de una guía óptica.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} a & be^{j\Delta\beta z} \\ b^* e^{-j\Delta\beta z} & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  están dados por:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{\omega}{16\pi} \int \Delta\epsilon_{22} E_y^2 dx dy \\ b &= -\frac{\omega}{16\pi} \int (\Delta\epsilon_{21} E_y E_x + \Delta\epsilon_{23} E_y^* E_z) dx dy \\ c &= -\frac{\omega}{16\pi} \int (\Delta\epsilon_{11} E_x^2 + \Delta\epsilon_{33} E_z^2 + \Delta\epsilon_{13} E_x^* E_z + \Delta\epsilon_{31} E_z^* E_x) dx dy \end{aligned} \quad (5.22)$$

de las ecuaciones 5.21 y 5.22 se observa que los elementos  $\Delta\epsilon_{21}$ ,  $\Delta\epsilon_{23}$  del tensor dieléctrico o cualquier otro tensor que represente algún efecto de acoplamiento entre dos sistemas (tensor *strain-óptico* o *stress-óptico*, etc.), son los responsables del cambio de polarización, mientras que  $\Delta\epsilon_{22}$ ,  $\Delta\epsilon_{11}$ ,  $\Delta\epsilon_{33}$ ,  $\Delta\epsilon_{13}$ ,  $\Delta\epsilon_{31}$  se presentan como responsables de un cambio de fase.

## 5.2 Magneto-Óptica.

La magnetoóptica trata los fenómenos que surgen como resultado de la interacción entre la luz y la materia cuando esta última se encuentra sujeta a un campo magnético. La presencia de un campo magnético cambia las curvas de dispersión de los coeficientes de absorción, lo que provoca la aparición o la variación de la anisotropía óptica en la materia [2].

Los fenómenos magnetoópticos básicos pueden ser clasificados de acuerdo a la orientación relativa del vector de onda  $k$  de la onda óptica con el campo magnético externo de magnetización  $H$ . Dos geometrías básicas se distinguen:

*Geometría Faraday*: La luz tiene un vector de onda  $k$  paralelo al campo magnético  $H$  ( $k \parallel H$ ).

*Geometría Voigt*: La luz viaja perpendicularmente a la dirección del campo magnético ( $k \perp H$ ).

La anisotropía óptica en un medio magnetizado se manifiesta en el espectro de absorción como dicroísmo, es decir, diferentes coeficientes de absorción para dos polarizaciones ortogonales.

Para el caso de la geometría *Faraday* se tiene diferencia entre los coeficientes de absorción de las polarizaciones circular derecha y circular izquierda, a este fenómeno se le conoce como dicroísmo circular magnético (MCD), mientras que para el caso de la geometría de *Voigt*, la diferencia de los coeficientes de absorción esta relacionada con las componentes paralela y perpendicular al campo magnético, y se le conoce como dicroísmo lineal magnético (MLD).

Debido a que las curvas de dispersión del índice de refracción están relacionadas con los coeficientes de absorción mediante las relaciones de *Kramers-Kronig* [1], es fácil observar que el dicroísmo circular magnético estará relacionado con una diferencia entre los índices de refracción de las polarizaciones circular izquierda y derecha, lo que resulta en un fenómeno llamado *Birrefringencia Circular Magnética* o también conocido como *Efecto Faraday*. Para el caso cuando existe diferencia entre dos componentes con polarización lineal, se habla de *Birrefringencia Lineal Magnética* o *efecto Cotton-Mouton*.

### 5.2.1 Tensor Magnetoóptico.

Las propiedades particulares de un medio están definidas por sus tensores de permitividad (tensor dieléctrico)  $\vec{\epsilon}$  (ecuación 5.23) y permeabilidad  $\vec{\mu}$ . Para nuestro análisis, el tensor de importancia es el tensor dieléctrico, ya que es a través de él que se presentan los efectos magnetoópticos antes mencionados, mientras que  $\mu$  a frecuencias fuera de resonancia (frecuencias altas) es igual a  $\mu_0$ .

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Como se menciona anteriormente, dentro de una guía de onda óptica pueden existir una gran cantidad de modos de propagación, dichos modos, en el caso isotrópico, no presentan acoplamiento. Sin embargo, si alguno de los dos tensores (en nuestro caso  $\epsilon$ ) presenta componentes fuera de la diagonal principal (caso anisotrópico), el acoplamiento ocurre y no se puede hablar de modos TM o TE<sup>2</sup> independientes.

En nuestro caso particular, tenemos la presencia de ambos efectos magnetoópticos (*efecto Faraday* y *efecto Cotton-Mouton*) y podemos expresar al tensor dieléctrico  $\vec{\epsilon}$  en su forma general como la suma del tensor sin presencia del campo magnético  $\vec{\epsilon}_{ij}^0$ , del tensor magnetoóptico estático  $\vec{\epsilon}_{ij}^1$  y el tensor magnetoóptico dinámico  $\vec{\epsilon}_{ij}^2$ .

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}^1 + \epsilon_{ij}^2 \quad (5.24)$$

<sup>2</sup> Modos transversal magnético y transversal eléctrico (soluciones para guías ópticas planas)

donde

$$\varepsilon_{ij}^0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$\bar{\varepsilon}_{ij}^1 = j\alpha_{ijk}M_k + \beta_{ijkl}M_kM_l$  y  $\bar{\varepsilon}_{ij}^2 = j\alpha_{ijk}m_k + \beta_{ijkl}m_kM_l$  donde  $\alpha_{ijk}$  y  $\beta_{ijkl}$  son tensores de tercer y de cuarto orden respectivamente, que describen los efectos magnetoópticos. A las componentes del tensor  $\alpha_{ijk}$  se les conoce como coeficientes magnetoópticos de *Faraday*, y a las componentes de  $\beta_{ijkl}$  como coeficientes magnetoópticos de *Cotton-Mouton*.

$$\varepsilon_{ij}^1 = \begin{bmatrix} \beta_{11}M_x^2 + \beta_{12}(M_y^2 + M_z^2) & j\alpha M_z + 2\beta_{44}M_xM_y & -j\alpha M_y + 2\beta_{44}M_xM_z \\ -j\alpha M_z + 2\beta_{44}M_xM_y & \beta_{11}M_y^2 + \beta_{12}(M_x^2 + M_z^2) & j\alpha M_x + 2\beta_{44}M_yM_z \\ j\alpha M_y + 2\beta_{44}M_xM_z & -j\alpha M_x + 2\beta_{44}M_yM_z & \beta_{11}M_z^2 + \beta_{12}(M_x^2 + M_y^2) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

El tensor 5.26 representa a los efecto magnetoópticos ocasionados por un campo magnético estático, y el tensor de la ecuación 5.27 representa los efectos magnetoópticos generados por un campo magnético variable en el tiempo.

$$\varepsilon_{ij}^2 = \begin{bmatrix} \beta_{11}m_xM_x + \beta_{12}(m_yM_y + m_zM_z) & j\alpha m_z + 2\beta_{44}(m_xM_y + M_xm_y) & -j\alpha m_y + 2\beta_{44}(m_xM_z + M_xm_z) \\ -j\alpha m_z + 2\beta_{44}(m_xM_y + M_xm_y) & \beta_{11}m_yM_y + \beta_{12}(m_xM_x + m_zM_z) & j\alpha m_x + 2\beta_{44}(m_yM_z + M_y m_z) \\ j\alpha m_y + 2\beta_{44}(m_xM_z + M_xm_z) & -j\alpha m_x + 2\beta_{44}(m_yM_z + M_y m_z) & \beta_{11}m_zM_z + \beta_{12}(m_xM_x + m_yM_y) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

## 5.2.2 Difracción de ondas ópticas guiadas por ondas Magnetoestáticas. .

Analicemos ahora, el caso cuando las ondas de spin son las responsables de acoplar los modos ópticos presentes en una guía de onda óptica de un material ferrimagnético.

En la figura 5.1 se muestra un esquema clásico de interacción no co-lineal entre ondas de spin y ondas ópticas guiadas (modos TE o TM). En dicha configuración se observa, que las ondas ópticas guiadas de propagan a lo largo del eje x, mientras que las ondas de spin de volumen (MSFW) lo hacen en dirección del eje y.

Las componentes  $m_x$  y  $m_y$  de la magnetización  $ac$  de las ondas de spin de volumen están dadas por:

$$\begin{aligned} m_x &= |m_x| \cos(\omega_{SDW}t - \bar{k}_{SDW} \cdot \bar{r}) \\ m_y &= |m_y| \sin(\omega_{SDW}t - \bar{k}_{SDW} \cdot \bar{r}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

donde las amplitudes  $|m_x|$  y  $|m_y|$  son asumidas significativamente pequeñas en comparación a  $M_0$ , y  $\omega_{SDW}$  y  $k_{SDW}$  representan la frecuencia angular y el vector de onda de las ondas de spin de volumen respectivamente.

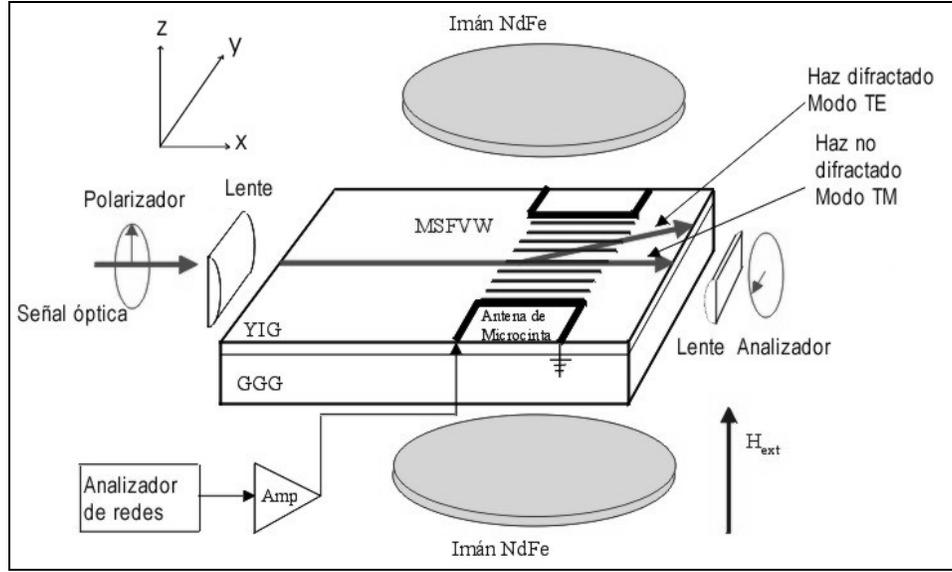


Figura 5.1 Diagrama de interacción no co-lineal entre ondas ópticas guiadas y ondas de spin

Todos los cambios en las componentes del tensor dieléctrico  $\Delta\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^1 + \varepsilon_{ij}^2$  provocados por la presencia de las ondas de spin y del campo magnético de saturación  $M_0$  a través de los efectos de *Faraday* y *Cotton-Mouton*, pueden ser expresados por medio de los siguientes tensores:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{ij} &= \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & j\alpha M_0 & -j\alpha m_y \\ -j\alpha M_0 & 0 & j\alpha m_x \\ j\alpha m_y & -j\alpha m_x & 0 \end{bmatrix} + \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \beta_{12} M_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{12} M_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{11} M_0^2 \end{bmatrix} \\ &+ \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\beta_{44} M_0 m_x \\ 0 & 0 & 2\beta_{44} M_0 m_y \\ 2\beta_{44} M_0 m_x & 2\beta_{44} M_0 m_y & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.29)$$

donde el primer término es el tensor que contiene los efectos de *Faraday* estático y dinámico, y el segundo y tercer términos representan a los tensores del efecto *Cotton-Mouton* estático y dinámico respectivamente.

En la ecuación 5.29 se observa claramente que el tensor del efecto *Faraday* y el tensor del efecto *Cotton-Mouton* dinámico contienen componentes diferentes de cero fuera de la diagonal principal, lo que se traduce en acoplamiento entre el modo no difractado TM y el modo difractado TE y viceversa. En lo que respecta al tensor del efecto *Cotton-Mouton* estático, se observa que únicamente tiene componentes diferentes de cero en la diagonal principal, lo que se traduce en solamente un cambio de fase, y debido a que es posible incorporar este efecto directamente en el cálculo de los modos TE y TM dentro de una guía de onda óptica, únicamente tomaremos en cuenta los efectos de los tensores dinámicos.

Asumiendo al modo óptico TM como el modo incidente y al modo TE como el modo difractado, es posible escribir sus expresiones de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_{TM}(x, y, z) &= \hat{z} \frac{1}{2} A(x) \varepsilon_z(z) e^{j(\omega_u t - \bar{\beta}_{TM}^u \cdot r)} \\ E_{TE}(x, y, z) &= \hat{y} \frac{1}{2} D(x) \varepsilon_y(z) e^{j(\omega_d t - \bar{\beta}_{TE}^d \cdot r)} \end{aligned} \quad (5.30)$$

donde  $A(x)$  es la amplitud compleja del modo no difractado con vector de onda  $\bar{\beta}_{TM}^u$  y frecuencia angular  $\omega_u$ , y  $D(x)$  es la amplitud compleja del modo difractado con vector de onda  $\bar{\beta}_{TE}^d$  y frecuencia angular  $\omega_d$ . Las cantidades  $\varepsilon_z(z)$  y  $\varepsilon_y(z)$  son, respectivamente, las funciones transversales normalizadas de los modos TM y TE en una guía de onda óptica.

Es importante mencionar que en el modo TM de la ecuación 5.30 se considera únicamente la componente dominante del campo eléctrico (componente  $z$ ), ya que la pequeña componente longitudinal del campo solamente toma relevancia en estructuras multicapas especialmente diseñadas [3] .

La ecuación de onda bajo una perturbación causada por las ondas de spin puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\nabla^2 E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \varepsilon_{ij} E \quad (5.31)$$

Sustituyendo 5.28 (a través de 5.29) y 5.30 en 5.31, utilizando las propiedades de ortogonalidad de modos, y usando las siguientes aproximaciones:

$$\beta_{TE}^d = \beta_{TM}^u = k_0 \sqrt{\varepsilon_r} \quad (5.32)$$

$$\omega_d = \omega_u \pm \omega_{SDW} \approx \omega_u \quad (5.33)$$

se obtienen las ecuaciones de modos acoplados que relacionan al modo difractado con el modo no difractado para el caso cuando el modo incidente es el modo TM:

$$\frac{d}{dx} A^\pm(x) = -(\kappa_1 \mp \kappa_2) e^{j\Delta x} D^\pm(x) \quad (5.34)$$

$$\frac{d}{dx} D^\pm(x) = (\kappa_1 \mp \kappa_2) e^{-j\Delta x} A^\pm(x) \quad (5.35)$$

donde  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  son los coeficientes de acoplamiento y están dados por:

$$\kappa_1 = \frac{k_0 |m_x|}{4\sqrt{\epsilon_r}} \alpha \quad (5.36)$$

$$\kappa_2 = \frac{k_0 M_0 |m_y|}{4\sqrt{\epsilon_r}} 2\beta_{44} \quad (5.37)$$

De las ecuaciones de modos acoplados, la condición de fase ajustada y la relación entre las frecuencias quedan determinadas de la siguiente forma:

$$\Delta = \left| \beta_{TE}^d - \beta_{TM}^u \mp k_{SDW} \right| \quad (5.38)$$

$$\omega_d = \omega_u \pm \omega_{SDW} \quad (5.39)$$

de la ecuación 5.39 se observa que la frecuencia del modo difractado puede ser resultado de la suma o de la resta de  $\omega_u$  y  $\omega_{SDW}$ , lo que se traduce en una interacción tipo *anti-Stokes* para la situación en la que se suman, y en una interacción tipo *Stokes* para en la que se restan.

Lo anterior puede ser visto en una forma más clara con el apoyo de un diagrama de los vectores de onda (figura 5.2), donde se observa claramente que para que la condición de fase ajustada (o triangulo de *Bragg*) se cumpla, es necesario que ambas puntas de los vectores de onda concéntricos de los modos ópticos no difractado y difractado, sean unidos mediante el vector de onda de las ondas de spin. Es también fácil de ver que esta condición tiene dos soluciones (figura 5.2 (a) y figura 5.2 (b)), las cuales corresponden a las situaciones de interacción tipo *Stokes* y *Anti-Stokes* (con un pequeño cambio de dirección del vector  $k_{SDW}$ ).

Es importante mencionar que para el YIG puro,  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  son positivos y de valores comparables, lo que provoca que siempre exista solo un tipo de interacción dominante (*Stokes* o *anti-Stokes*). Fenómeno que no se presenta en estructuras de YIG dopado con Bismuto [3].

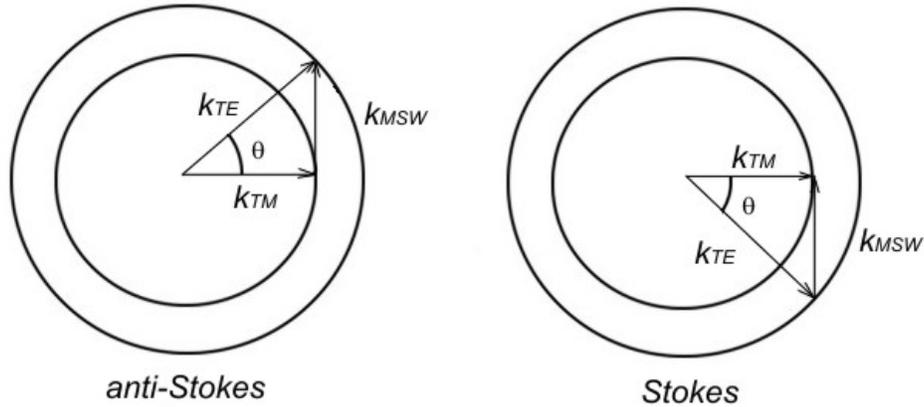


Figura 5.2 Diagrama de los vectores de onda para las situaciones de Stokes y anti-Stokes

Regresando a la ecuación 5.34 y 5.35 y considerando que el modo incidente es modo TM, es decir,  $A^\pm(x=0) = A_0$  y  $D^\pm(x=0) = 0$ . La solución explícita para el modo no difractado ( $TM_0$ ),  $A^\pm(x)$  y el modo difractado ( $TE_0$ ),  $D^\pm(x)$ , quedan de la siguiente forma:

$$A^\pm(x) = A_0 \left\{ \cos(\alpha^\pm x) - j \left[ \frac{\Delta}{2\alpha^\pm} \right] \sin(\alpha^\pm x) \right\} \exp\left(j \frac{1}{2} \Delta x\right) \quad (5.40)$$

$$D^\pm(x) = A_0 \left[ \frac{\kappa^\pm}{\alpha^\pm} \right] \sin(\alpha^\pm x) \exp\left(-j \frac{1}{2} \Delta x\right) \quad (5.41)$$

donde

$$\kappa^\pm \equiv \kappa_1 \pm \kappa_2 \quad (5.42)$$

$$(\alpha^\pm)^2 \equiv (\kappa^\pm)^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 \quad (5.43)$$

### 5.3 Elasto-óptica

La elasto-óptica trata de la interacción entre las ondas ópticas y ondas elásticas en medios diversos. El fenómeno más interesante relacionado con dicha interacción es la difracción de las ondas ópticas en un medio perturbado elásticamente. Cuando una onda elástica se propaga en un medio, tiene asociado un campo de deformación específica (*strain field*) o un

campo de tensión (*stress field*). La presencia de *strain* ó *stress* resulta en un cambio en el índice de refracción del material, a este fenómeno se le conoce como *efecto foto-elástico*. Cuando el campo de deformación o de tensión es una función periódica de la posición, el índice de refracción del medio presenta perturbaciones periódicas, lo que nos permite analizar el acoplamiento por medio de la *teoría de modos acoplados*.

### 5.3.1 Efecto foto-elástico.

El efecto foto-elástico en un material acopla la deformación o la tensión mecánica con el índice de refracción óptico, y puede ser descrito por alguna de las siguientes expresiones:

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = p_{ijkl}e_{kl} \quad (5.44)$$

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = \pi_{ijkl}\sigma_{kl} \quad (5.45)$$

donde  $\Delta\eta_{ij}$  son los cambios en los coeficientes del tensor de impermeabilidad óptica,  $e_{kl}$  son los coeficientes el tensor de *strain* (deformación específica),  $\sigma_{kl}$  los coeficientes del tensor de stress y,  $p_{ijkl}$  y  $\pi_{ijkl}$  son los coeficientes de los tensores de cuarto orden *strain-óptico* y *stress-óptico*, respectivamente. Debido a la simetría presentada por los tensores  $\eta_{ij}$ ,  $e_{kl}$  y  $\sigma_{kl}$  los índices  $i$  y  $j$  así como  $k$  y  $l$  pueden ser permutados [4], dicha permutación nos permite utilizar una notación abreviada de los índices, lo que resulta en una simplificación de las ecuaciones 5.44 y 5.45

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = p_{ij}e_j \quad (5.46)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \pi_{ij}\sigma_j \quad (5.47)$$

El elipsoide del índice de refracción de un cristal en presencia de un campo de deformación esta dado por:

$$(\eta_{ij} + p_{ijkl}e_{kl})x_i x_j = 1 \quad (5.48)$$

o en términos del tensor de *stress*:

$$(\eta_{ij} + \pi_{ijkl}\sigma_{kl})x_i x_j = 1 \quad (5.49)$$

donde se observa claramente que dimensiones y la orientación del elipsoide del índice de refracción dependen tanto del campo de deformación o del campo de tensión como de los coeficientes del tensor *strain-óptico* o *stress-óptico*. Aplicando la notación abreviada, la ecuación 5.48 queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & x^2 \left( \frac{1}{n_x^2} + p_{11}e_1 + p_{12}e_2 + p_{13}e_3 + p_{14}e_4 + p_{15}e_5 + p_{16}e_6 \right) \\
 & + y^2 \left( \frac{1}{n_y^2} + p_{21}e_1 + p_{22}e_2 + p_{23}e_3 + p_{24}e_4 + p_{25}e_5 + p_{26}e_6 \right) \\
 & + z^2 \left( \frac{1}{n_z^2} + p_{31}e_1 + p_{32}e_2 + p_{33}e_3 + p_{34}e_4 + p_{35}e_5 + p_{36}e_6 \right) \\
 & + 2yz(p_{41}e_1 + p_{42}e_2 + p_{43}e_3 + p_{44}e_4 + p_{45}e_5 + p_{46}e_6) \\
 & + 2zx(p_{51}e_1 + p_{52}e_2 + p_{53}e_3 + p_{54}e_4 + p_{55}e_5 + p_{56}e_6) \\
 & + 2xy(p_{61}e_1 + p_{62}e_2 + p_{63}e_3 + p_{64}e_4 + p_{65}e_5 + p_{66}e_6) = 1
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

donde  $n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  son los índices de refracción principales. La ecuación 5.50 puede ser escrita también en términos del tensor de *stress-óptico* y el tensor de *stress*, realizando simples sustituciones ( $\sigma_j$  por  $e_j$  y  $\pi_{ij}$  por  $p_{ij}$ ).

Los tensores de *strain-óptico* y *stress-óptico* en su forma general tienen 36 elementos, afortunadamente, en nuestro caso (cristal cúbico), es posible tomar algunas consideraciones en base a la simetría de los cristales, lo que nos permite reducir el número de coeficientes diferentes de cero en ambos casos.

$$\begin{bmatrix} p'_{11} & p'_{12} & p'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p'_{12} & p'_{11} & p'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p'_{12} & p'_{12} & p'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p'_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p'_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi'_{11} & \pi'_{12} & \pi'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi'_{12} & \pi'_{11} & \pi'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi'_{12} & \pi'_{12} & \pi'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi'_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi'_{44} \end{bmatrix} \tag{5.51}$$

La ecuación 5.51 muestra los tensores *strain-óptico* y *stress-óptico* para un sistema coordinado asociado con los ejes cristalinos. Para nuestro caso, en cual tenemos [111] los tensores tendrán la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & -p_{14} & -p_{15} & 0 \\ p_{13} & p_{13} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}p_{14} & -\frac{1}{2}p_{14} & 0 & p_{44} & 0 & -p_{15} \\ \frac{1}{2}p_{15} & -\frac{1}{2}p_{15} & 0 & 0 & p_{44} & p_{14} \\ 0 & 0 & 0 & -p_{15} & p_{14} & p_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{13} & -\pi_{14} & -\pi_{15} & 0 \\ \pi_{13} & \pi_{13} & \pi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\pi_{14} & -\frac{1}{2}\pi_{14} & 0 & \pi_{44} & 0 & -\pi_{15} \\ \frac{1}{2}\pi_{15} & -\frac{1}{2}\pi_{15} & 0 & 0 & \pi_{44} & \pi_{14} \\ 0 & 0 & 0 & -\pi_{15} & \pi_{14} & \pi_{66} \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

donde los componentes están dados por las siguientes expresiones (se presentan únicamente para  $\pi$ , pero los coeficientes  $p$  tienen las mismas expresiones)

$$\begin{aligned} \pi_{11} &= \frac{1}{2}\pi'_{11} + \frac{1}{2}\pi'_{12} + \frac{1}{2}\pi'_{44} & \pi_{44} &= 2\left(\frac{1}{3}\pi'_{11} - \frac{1}{3}\pi'_{12} + \frac{1}{6}\pi'_{44}\right) \\ \pi_{12} &= \frac{1}{6}\pi'_{11} + \frac{5}{6}\pi'_{12} - \frac{1}{6}\pi'_{44} & \pi_{44} &= 2\left(\frac{1}{6}\pi'_{11} - \frac{1}{6}\pi'_{12} + \frac{1}{3}\pi'_{44}\right) \\ \pi_{13} &= \frac{1}{3}\pi'_{11} + \frac{2}{3}\pi'_{12} - \frac{1}{3}\pi'_{44} & \pi_{44} &= 2\left(\frac{\cos(3\phi)}{3\sqrt{2}}\right)(-\pi'_{11} + \pi'_{12} + \pi'_{44}) \\ \pi_{33} &= \frac{1}{3}\pi'_{11} + \frac{2}{3}\pi'_{12} + \frac{2}{3}\pi'_{44} & \pi_{44} &= 2\left(\frac{\sin(3\phi)}{3\sqrt{2}}\right)(-\pi'_{11} + \pi'_{12} + \pi'_{44}) \end{aligned} \quad \text{y} \quad (5.53)$$

donde  $\phi$  es el ángulo de corte que define la orientación del corte del material [5].

*Conclusiones del Capítulo Cinco.*

En este capítulo, se presento la teoría de modos acoplados, y con su apoyo se describió la celda de *Bragg* magneto-óptica generada por la interacción entre las ondas de spin y las ondas ópticas guiadas a través de los efectos magneto-ópticos de *Faraday* y *Cotton Mouton* dentro de una guía de onda ferrimagnética. Además, se presentaron los tensores estático y dinámico de los efectos magneto-ópticos así como los tensores del efecto foto elástico, *stress-óptico* y *strain-óptico*. Los cuales tendrán mucha importancia en nuestro análisis de resultados.

*Referencias Capítulo Cinco.*

- [1] Solomko, A.A., Gaidai, Yu. y Kolokoltsev, O. “*Mode conversion in films of gyrotropic electrooptic crystals*” *Sov. Phys. Tech. Phys.* 36, No.8, 918, (1992).
- [2] Zvezdin, A.K. y Kotov, V.A. “*Modern Magnetooptics and Magneto-optical Material*” Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1997.
- [3] Tsai, C. S. y Young D. “*Magnetostatic-forward-volume-waves-based guided-wave magneto-optic Bragg cells and applications to communications and signal processing*” *IEEE Trans. Microwaves Theor. Techn.* 38, No. 5, 560, (1990).
- [4] Yariv, A. y Yeh P., “*Optical waves in crystals*” *J. Wiley & Sons, Inc.* (2003).
- [5] Ying Chen, Bin Chen, Patel, M. K. and Bass, M. “*Calculation of Thermal –Gradient-Induced Stress Birefringence in Slab Lasers*”. *IEEE Journ. Of Quant. Electr.*, Vol.40. No.7, 909, (2004).

## Capítulo Seis

### Investigación y Resultados.

#### 6.1 Analizador de espectros de ondas de spin basado en efectos magnetoópticos.

Con el objetivo de investigar la interacción entre las ondas de spin y las ondas elásticas y los efectos termo-elásticos en películas delgadas ferrimagnéticas (YIG/GGG<sup>1</sup>), se realizó el diseño y la construcción de un espectrómetro magnetoóptico basado en la interacción no co-lineal entre las ondas ópticas guiadas y las ondas de spin (Similar al mostrado en [1]).

En la figura 6.1 se muestra un diagrama del espectrómetro construido, en él se puede observar que la película utilizada para la experimentación, es un cristal de YIG homogéneo depositado sobre un sustrato paramagnético de GGG (orientado <111>) mediante la técnica LPD<sup>2</sup>. La muestra tiene dimensiones totales de 5mm de frente, 7mm de fondo, y 510μm de espesor, de los cuales el YIG únicamente ocupa 5μm de espesor (la muestra tiene deposito de YIG en ambas caras).

La muestra fue pulida con calidad óptica tanto en la entrada como la salida para permitir la excitación y la recepción de los modos ópticos desde los bordes, a través de un par de lentes cilíndricas, lo que nos libera de cualquier alteración en los resultados que pudiera presentarse por la presencia de prismas de excitación sobre la película (en configuraciones

---

<sup>1</sup> Yttrium Iron Garnet/Gallium Gadolinium Garnet

<sup>2</sup> Liquid Phase Deposition

como las utilizadas en [2] la excitación de los modos ópticos se realiza por medio de primas colocados sobre la película).

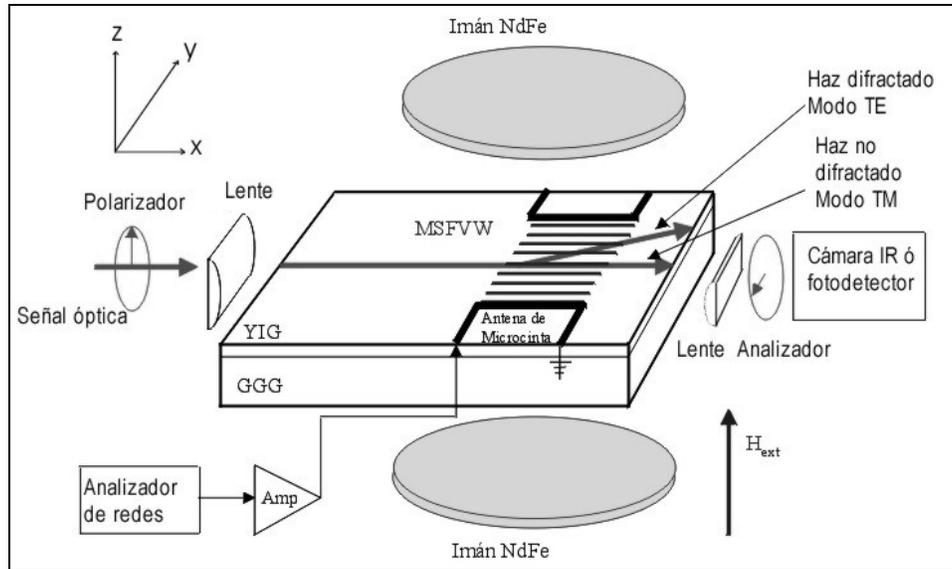


Figura 6.1 Diagrama de interacción no co-lineal entre ondas ópticas guiadas y ondas de spin.

En este arreglo, la señal óptica es generada por un láser semiconductor con longitud de onda  $\lambda = 1.3\mu\text{m}$ , y detectada ya sea por una cámara infrarroja ó por un fotodetector de Germanio, según sean nuestras necesidades. La presencia del polarizador a la entrada y el analizador a la salida tienen por objetivo separar la señal difractada de la no difractada para facilitar el análisis.

En lo que respecta a las ondas de spin, estas son excitadas por medio de una micro antena de microcinta de  $70\mu\text{m}$  de ancho construida con técnicas de micro-fotolitografía. Esta antena esta conectada a la salida de un amplificador de microondas encargado de amplificar la señal emitida por un analizador de redes, el cual realiza un barrido en frecuencias entre 0.4 y 2.4GHz para nuestro caso particular.

En la figura 6.2 se muestra una fotografía del espectrómetro magnetoóptico construido. Muchas de sus partes fueron desarrolladas en el *Laboratorio de Fotónica de Microondas del CCADET, UNAM*.

En el subsistema de microondas el espectrómetro consta de:

- Analizador de Redes Wiltron con rango desde 40MHz a 20GHz.
- Amplificadores de microondas de 15 y 20 dB optimizados para frecuencias entre 0.2 – 4GHz.
- Atenuador variable con pasos de 0 a 9dB

- Filtro pasobajas con frecuencia de corte 2GHz
- Circulador de microondas optimizado para frecuencias entre 0.5 y 2.5GHz.
- Antena de microcinta en cobre construida mediante micro-foto-litografía en un sustrato de alumina con radiador de 6mm de largo y  $70\mu\text{m}$  de ancho.
- Imanes permanentes de NdFe.

En el subsistema óptico el espectrómetro esta formado por:

- Láser semiconductor de 1300nm ó láser HeNe de 630 o 1150nm.
- Lentes varias
- Fibra óptica de núcleo elíptico (en el caso de láser HeNe)
- Polarizador y analizador
- Cámara IR o foto detector de Germanio.

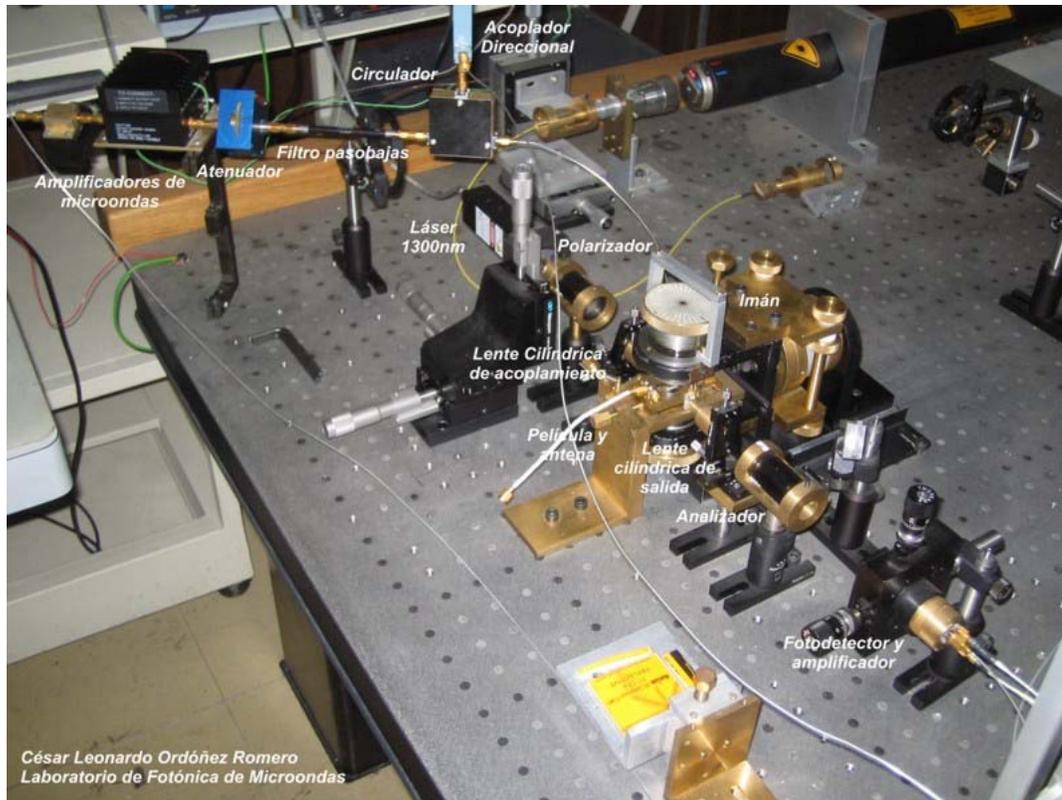


Figura 6.2 Analizador de espectros de ondas de spin basado en efectos magnetoópticos

### 6.1.1 Cámara infrarroja

Si utilizamos la cámara infrarroja como nuestro instrumento de análisis, es posible ver en tiempo real los efectos de la difracción del modo óptico incidente a través de la onda de spin excitada en la película ferrimagnética. Fijando el campo magnético estático de magnetización, y realizando un barrido de frecuencias con el analizador de redes, se

observa como el haz difractado cambia de ángulo propagación, esto es ocasionado porque las condiciones del triangulo de *Bragg* cambian.

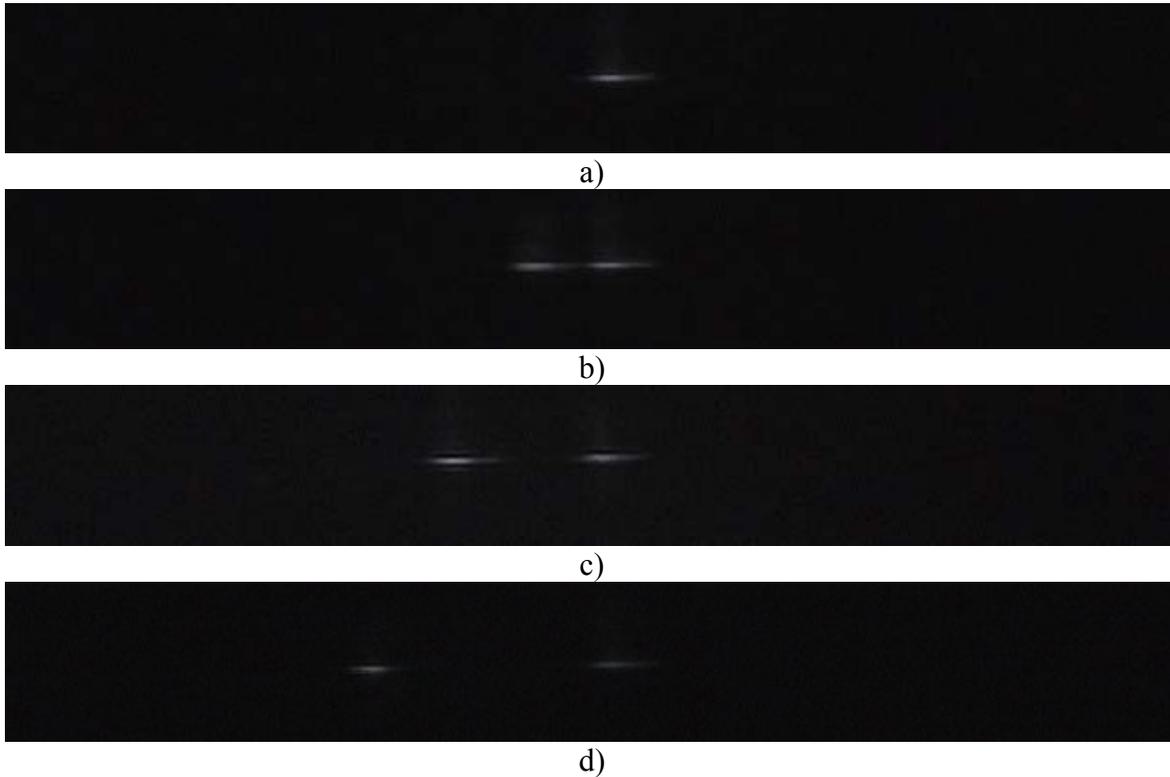


Figura 6.3 Difracción capturada por la cámara infrarroja, a) Modo no difractado  $f_1$ , b) Modos difractado y no difractado  $f_2$ , c) Modo difractado y no difractado  $f_3$ , d) Modo difractado y no difractado  $f_4$ , donde  $f_1 < f_2 < f_3 < f_4$  (Resultados originales)

En la figura 6.3 se muestra la difracción para cuatro diferente frecuencias, manteniendo el campo magnético externo estático constante.

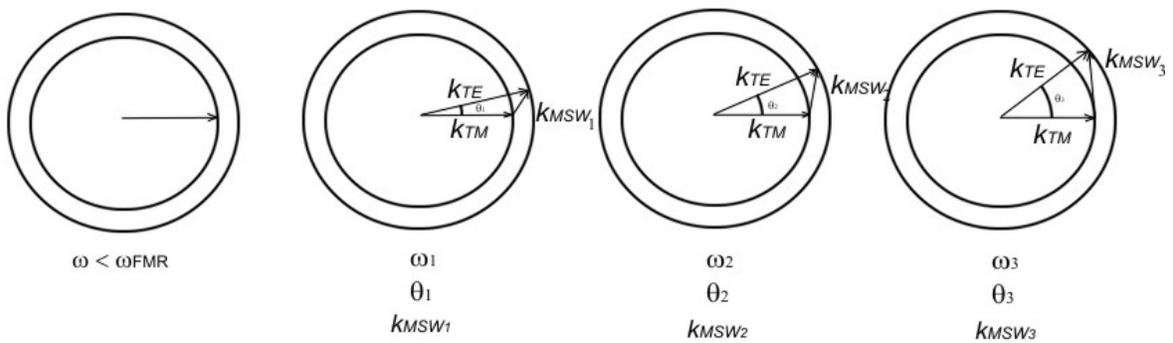


Figura 6.4 Diagrama de vectores de onda para diferentes frecuencias de ondas de spin con campo de magnetización estático constante, donde  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ .

En la figura 6.4 se muestra la situación presente en la figura 6.3 en términos del diagrama de vectores de onda, en ellos se observa claramente que la dirección del vector  $k_{SDW}$  debe de cambiar para satisfacer la condición del triángulo de Bragg.

### 6.1.2 Fotodetector

En la situación cuando utilizamos el fotodetector como medio para analizar la señal óptica a la salida del espectrómetro, tenemos la posibilidad de visualizar mediante un osciloscopio el espectro de las ondas de spin.

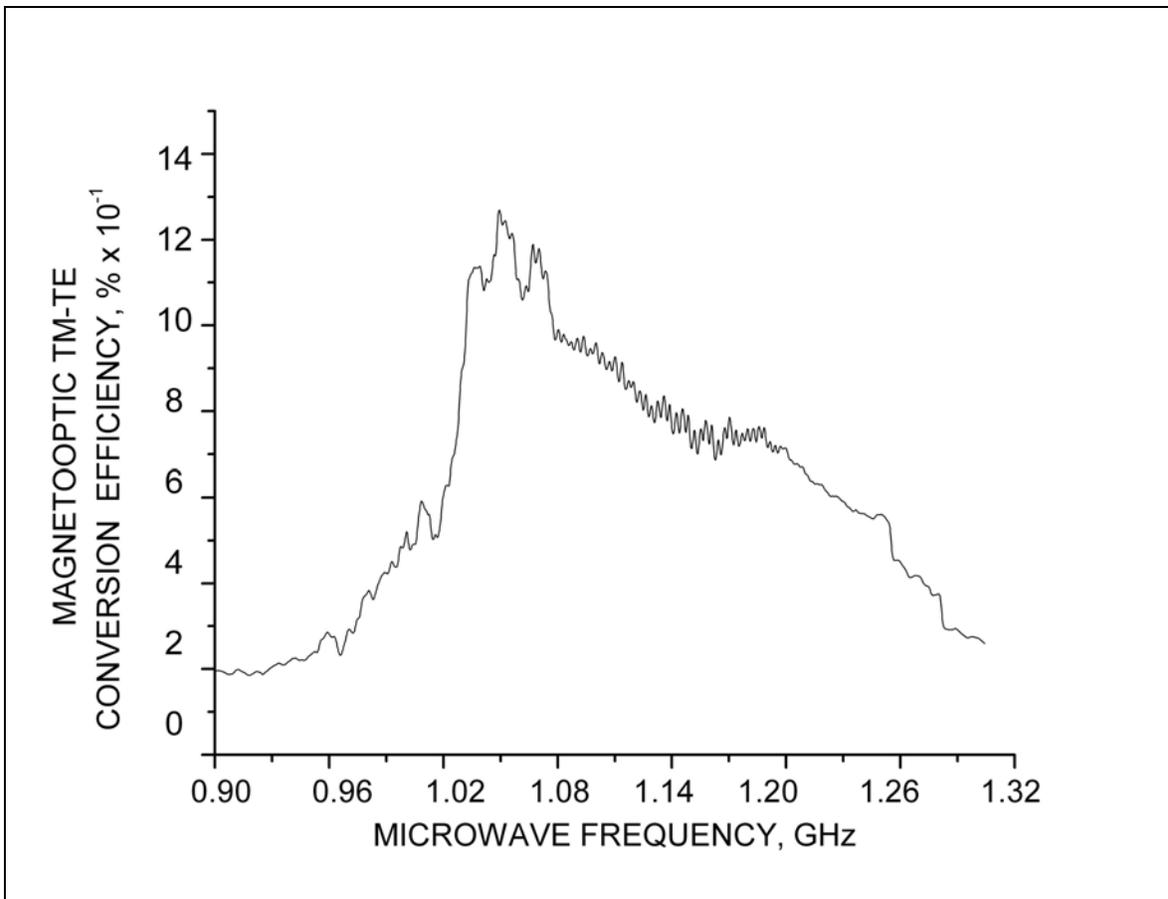


Figura 6.5 Señal óptica difractada por la presencia de las ondas de spin (resultado originales)

En la figura 6.5 se presenta la señal óptica difractada que representa la eficiencia de conversión magnetoóptica TM-TE contra la frecuencia de las ondas de spin. En dicha figura se puede apreciar que el espectro no es regular, esto se debe tanto a la eficiencia de radiación como a la irregularidad del espectro angular de la antena.

## 6.2 Espectroscopia Magneto-elástica.

La existencia de un fuerte acoplamiento entre ondas elásticas y ondas de spin en materiales ferrimagnéticos de volumen, en particular en discos y cilindros de YIG, fue claramente demostrado en la década de los 60 en los trabajos de *Eshbach* [3] y *Strauss* [4]. En ambas investigaciones, demostraron la existencia de las ondas magnetoelásticas mediante técnicas que les permitían medir los cambios de velocidad de propagación de las ondas de spin cuando se acoplaban con las ondas elásticas.

El acoplamiento entre estos dos sistemas que resulta en la formación de las ondas magnetoelásticas (ME), fue también estudiado intensamente en diferentes estructuras planas ferrimagnéticas. En dichas investigaciones, se estudió el acoplamiento entre ambos sistemas de forma teórica [5,6], en simulaciones numéricas [7] y de forma experimental [8-10]. En ellos se utilizaron diferentes configuraciones que permitían comprobar diferentes condiciones presentes en la interacción entre los dos sistemas, en algunos se excitaron ondas de spin de superficie [5], en otros ondas de spin de volumen [8] [6] y en otros resonancias de ondas de spin SWR [9].

La importancia de estudiar las características de la interacción magnetoelástica en películas delgadas de YIG crecidas sobre sustratos paramagnéticos de GGG se debe, al amplio uso de dichas estructuras en dispositivos comerciales de microondas, y a la posibilidad de realizar nuevos dispositivos para diferentes fines haciendo uso del acoplamiento entre estos dos sistemas.

Es importante notar que una película delgada de YIG depositada sobre un sustrato de GGG no satisface las condiciones necesarias para formar una guía de onda ultrasónica, ya que las ondas elásticas se propagan más rápido en YIG que en GGG. Por esta razón, en muchos casos, la película de YIG es considerada como el transductor responsable de excitar las ondas elásticas en toda la estructura YIG/GGG, la cual actúa como un resonador ultrasónico de alto factor de calidad  $Q$  ó como una guía de onda ultrasónica.

Tomando en cuenta que en nuestro espectrómetro, el campo magnético estático de saturación es aplicado en dirección normal  $\hat{n}$  a la superficie de la película, es importante mencionar que, para estas condiciones, las componentes de la magnetización  $ac$  de las ondas de spin excitadas (MSFVW) inducen eficientemente una onda elástica (EW) tipo *shear* (transversal) que se propaga con un ángulo pequeño  $\theta$  con respecto a la normal  $\hat{n}$  a través de toda la estructura.

En la practica, las ondas de spin excitadas por medio de un campo de microondas no uniforme generado por una antena microcinta a frecuencias de gigahertz, presentan valores máximos de su constante de propagación del orden de  $|\vec{k}_{SDW}| \approx 10^2 \cdots 10^3 \text{ cm}^{-1}$ . Lo que resulta en una diferencia de más de dos ordenes de magnitud con los valores de la constante

---

<sup>3</sup> SDW (Spin Dipole Waves), también pueden ser referidas como MSW (MagnetoStatic Waves)

de propagación de la onda elástica generada  $|\vec{q}| \approx 10^4 \dots 10^5 \text{ cm}^{-1}$ . Lo anterior, descarta la posibilidad de cualquier interacción co-lineal entre las ondas de spin y las ondas elásticas en muestras convencionales. Por lo tanto, la única posibilidad de cumplir con las condiciones necesarias de sincronización de fases para un eficiente acoplamiento magnetoelástico entre las SDW y las EW, es que sus vectores de onda sean casi ortogonales.

Para el caso de estructuras de YIG/GGG, existen dos mecanismos lineales que explican como las ondas de spin dipolares SDW pueden acoplarse eficientemente con las ondas elásticas EW. El primero, esta relacionado con el acoplamiento ME (MagnetoElástico) directo entre las ondas de spin dipolares y los modos elásticos de la estructura (modos Lamb). Dicho acoplamiento da lugar a la formación de ondas magnetoelásticas, también conocidas como ondas magnetoelásticas rápidas ó *Fast-Magnetoelastic waves* [8]. En este mecanismo de acoplamiento, el vector de onda elástico  $\vec{q}$  es casi paralelo a  $\vec{n}$ , lo que permite satisfacer la condición de sincronización de fases cuando  $\vec{k}_{SDW} = \vec{q} \sin(\theta)$ , lográndose así el acoplamiento.

El segundo, es un mecanismo indirecto que esta relacionado con la interacción entre las ondas elásticas y las ondas de spin de intercambio (ondas con pequeñas longitudes de onda), excitadas en su turno por las ondas de spin dipolares SDW. Este proceso fue claramente descrito por las investigaciones de *Bugaev* [6] en resonadores, y por *Gulyaev* [9] en películas no homogéneas.

### 6.2.1 Detección de resonancias elásticas por medio de microondas.

Como se menciona anteriormente, la película de YIG no satisface las condiciones necesarias para formar una guía de onda ultrasónica. Por lo que, en muchos casos, la película de YIG es considerada simplemente como un transductor responsable de excitar las ondas elásticas en toda la estructura YIG/GGG. Estructura que sí puede actuar como un resonador ultrasónico de alto factor de calidad Q ó como una guía de onda ultrasónica.

Lo anterior nos permite saber de una forma aproximada que influencia de las ondas elásticas sobre el espectro de las ondas de spin podemos esperar en nuestras investigaciones. *Gulyaev* y *Zilberman* [8] entre otros, reportaron presencia de picos de resonancia montados sobre el espectro de las ondas de spin. En estos trabajos, los autores utilizaron una técnica basada en la detección de las microondas, ya sea reflejadas por la película y captadas por la misma antena microcinta de excitación de las ondas de spin, ó bien, transmitidas a través de la película en forma de ondas de spin y recuperadas por otra antena microcinta colocada en el otro extremo de la película.

Con el objetivo de cerciorarnos de la presencia de las ondas elásticas en nuestras muestras, se decidió realizar la misma prueba de microondas en ellas, antes de colocarlas en nuestro espectrómetro magnetoóptico. El diagrama de experimentación es el siguiente:

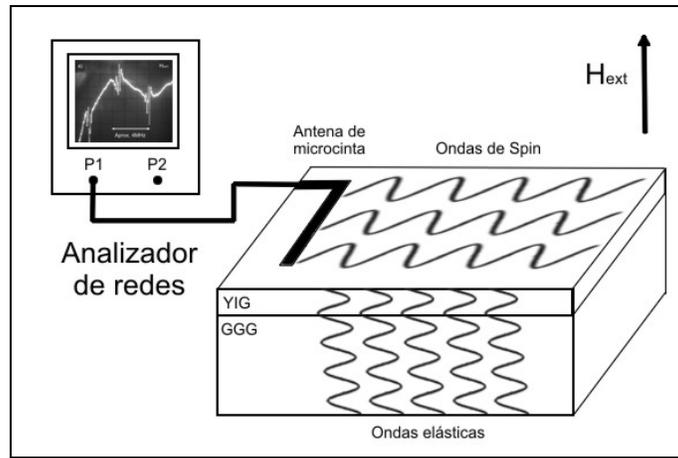


Figura 6.6 Diagrama de la espectroscopia basada en la reflexión de las microondas

En la figura 6.7 se muestran dos fotografías de la pantalla del analizador de redes para dos diferentes campos magnéticos estáticos de magnetización.

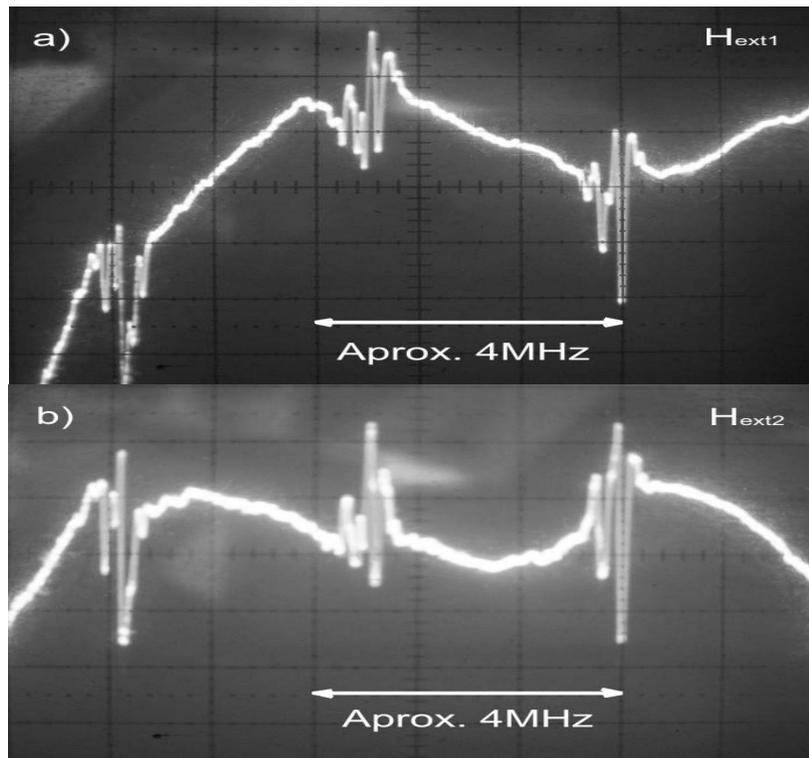


Figura 6.7 Espectro de la señal de microondas reflejada, a)  $H_{ext1}$  b)  $H_{ext2}$ , donde  $H_{ext1} < H_{ext2}$  (Resultados originales)

De la figura 6.7 se pueden observar dos hechos importantes que nos permiten asegurar que los picos montados sobre el espectro de las ondas de spin son de naturaleza elástica. Por principio, se observa claramente que aunque el espectro de las ondas de spin se modifica debido al desplazamiento ocasionado por un pequeño cambio el campo magnético de magnetización, los picos montados sobre el espectro de las ondas de spin permanecen estáticos, lo que puede ser considerado como evidencia de que se trata de picos generados por resonancias elásticas, ya que ellas nos dependen del campo magnético.

El segundo hecho importante es el espaciamiento entre picos de resonancia elástica, que, como se ve en la figura es de aproximadamente 4MHz, lo cual coincide perfectamente con la teoría ya que, tomando en cuenta el promedio de las velocidades de las ondas elásticas transversales en el YIG ( $v_{YIGT} = 3.85 \times 10^5 \text{ cm/s}$ ) y en el GGG ( $v_{GGGT} = 3.57 \times 10^5 \text{ cm/s}$ ), y el espesor total de la muestra ( $d = 511 \mu\text{m}$ ), es posible determinar las frecuencias de resonancia  $f_n$  para nuestro resonador ultrasónico (ecuación 6.1).

$$f_n = \frac{v_{EPT} n}{2d} \quad (6.1)$$

donde  $v_{EPT}$  es la velocidad elástica promedio transversal,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , y  $d$  es el espesor total de la película. De la ecuación 6.1 se obtiene que las frecuencias de resonancia están separadas aproximadamente 4MHz.

Es importante mencionar, que esta prueba de microondas, tiene entre sus ventajas, facilidad de operación y calibración. Sin embargo, presenta también inconvenientes relacionados con ruido y resonancias ocasionadas por otros dispositivos participantes.

## 6.2.2 Resultados de la investigación sobre la interacción magnetoelástica.

A diferencia de trabajos anteriores, donde se realizaron estudios sobre la interacción magnetoelástica en rangos de frecuencia muy estrechos (rangos que van desde 10 a 100MHz con diferentes frecuencias centrales) [6, 8, 9, 14]. En esta investigación se propuso como uno de los principales objetivos realizar un análisis de la interacción magnetoelástica en rangos mayores de frecuencia (se realizó un barrido desde 0.4 – 2.3GHz), lo que nos permitió observar la reglas de selección para la excitación de modos magnetoelásticos dentro de la película así como su violación en regímenes no lineales.

En la figuras 6.8 se muestran respuestas ópticas que representan la intensidad del espectro de las ondas de spin dipolares SDW a una potencia de entrada de 10dBm, lo que corresponde al régimen de propagación lineal de las ondas de spin.

Los resultados originales mostrados en las figuras 6.8 a) c) y e) contienen la presencia de picos de absorción característicos montados sobre el espectro de las ondas de spin, con

separación de frecuencias del orden de  $\Delta f_{YIG+GGG} = 3.8\text{MHz}$ , lo que corresponde a resonancias elásticas de toda la estructura, y coincide perfectamente con los cálculos teóricos y lo observado en la prueba descrita en el subcapítulo 6.2.1.

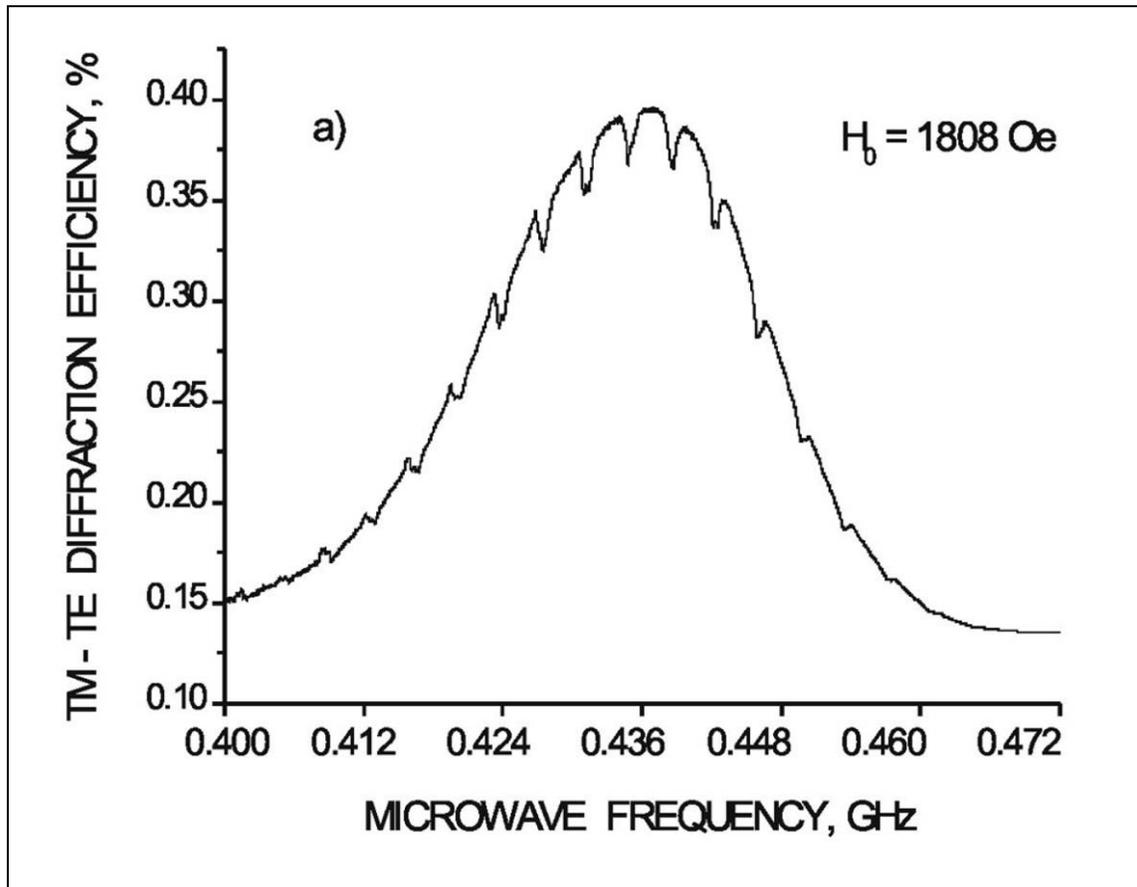


Figura 6.8 a) Respuesta óptica correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales)<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Es importante mencionar que tanto la forma como la intensidad de los picos elásticos cambian, conforme la frecuencia aumenta. Esto puede ser atribuido a una no-uniformidad estándar del espesor de la película del orden de 0.1 – 0.3 μm/mm.

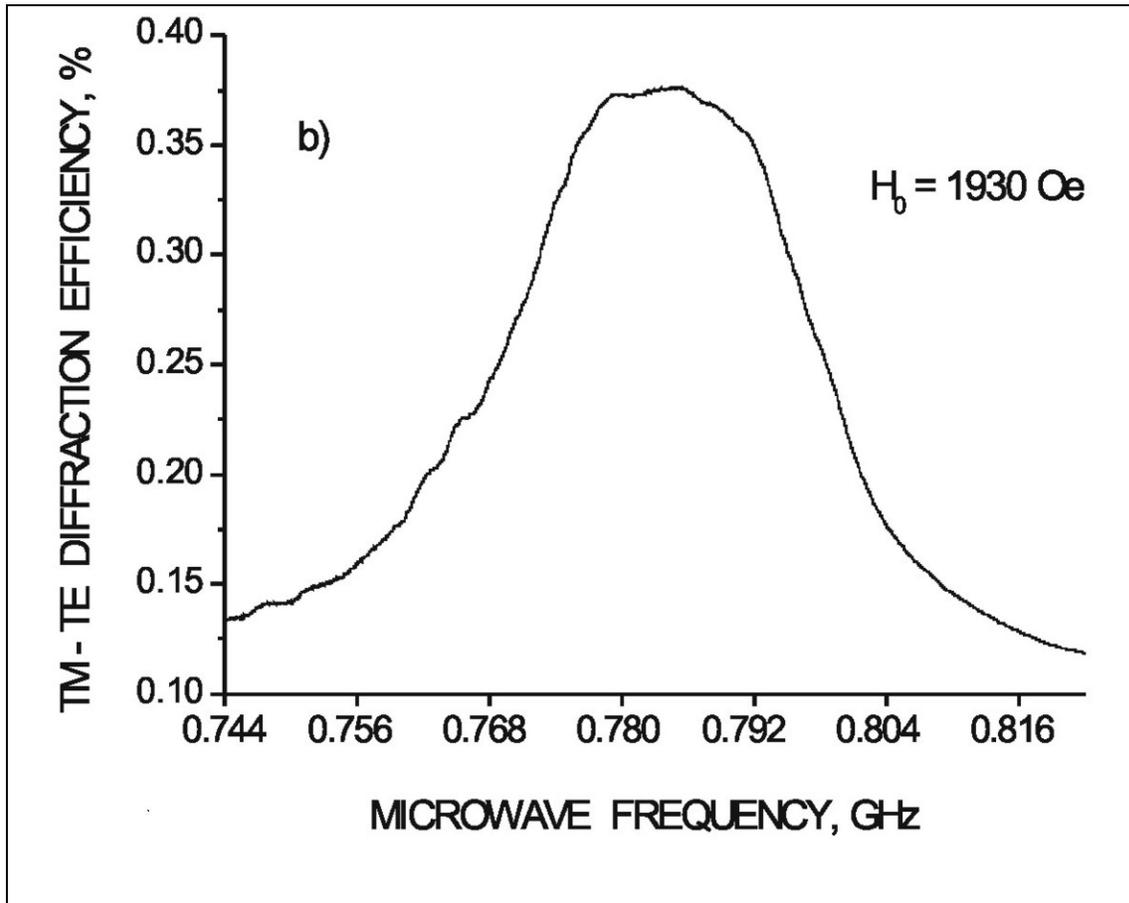


Figura 6.8 b) Respuesta óptica correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales)

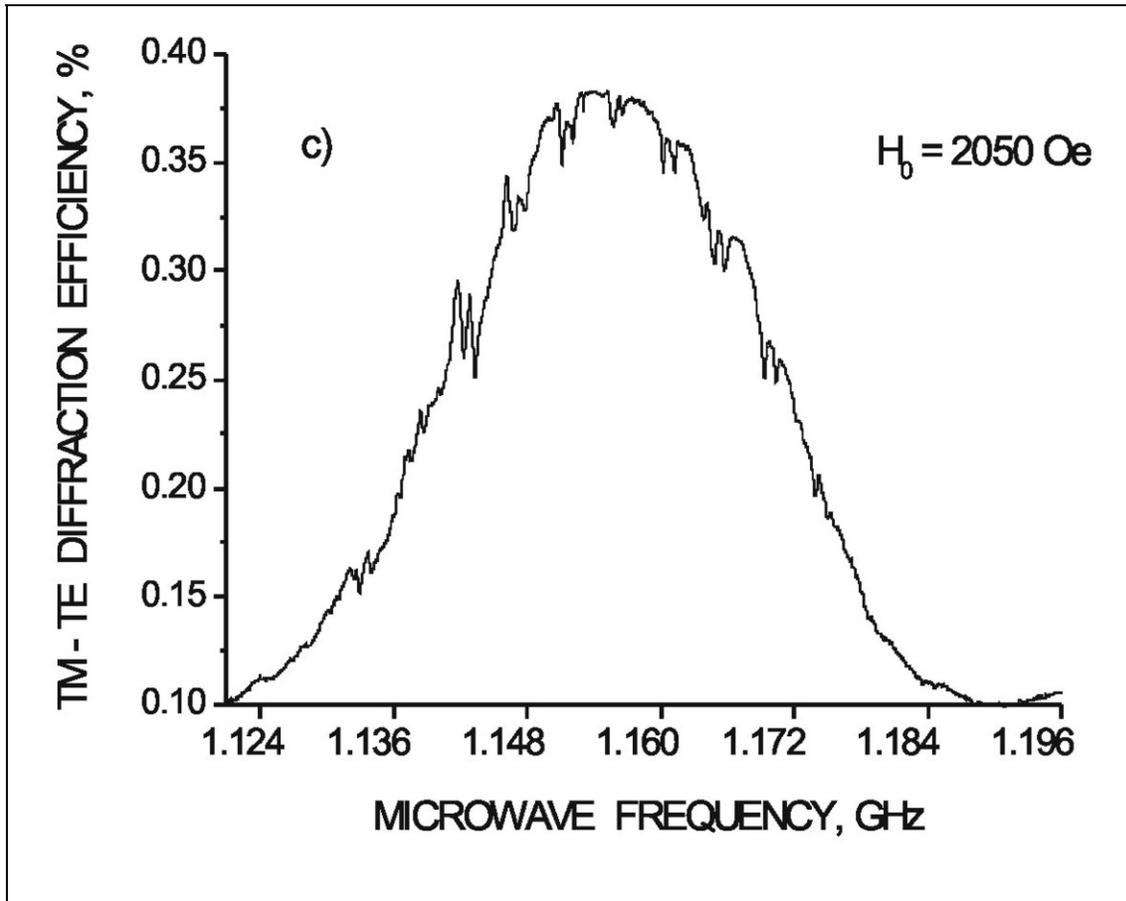


Figura 6.8 c) Respuesta óptica correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales)

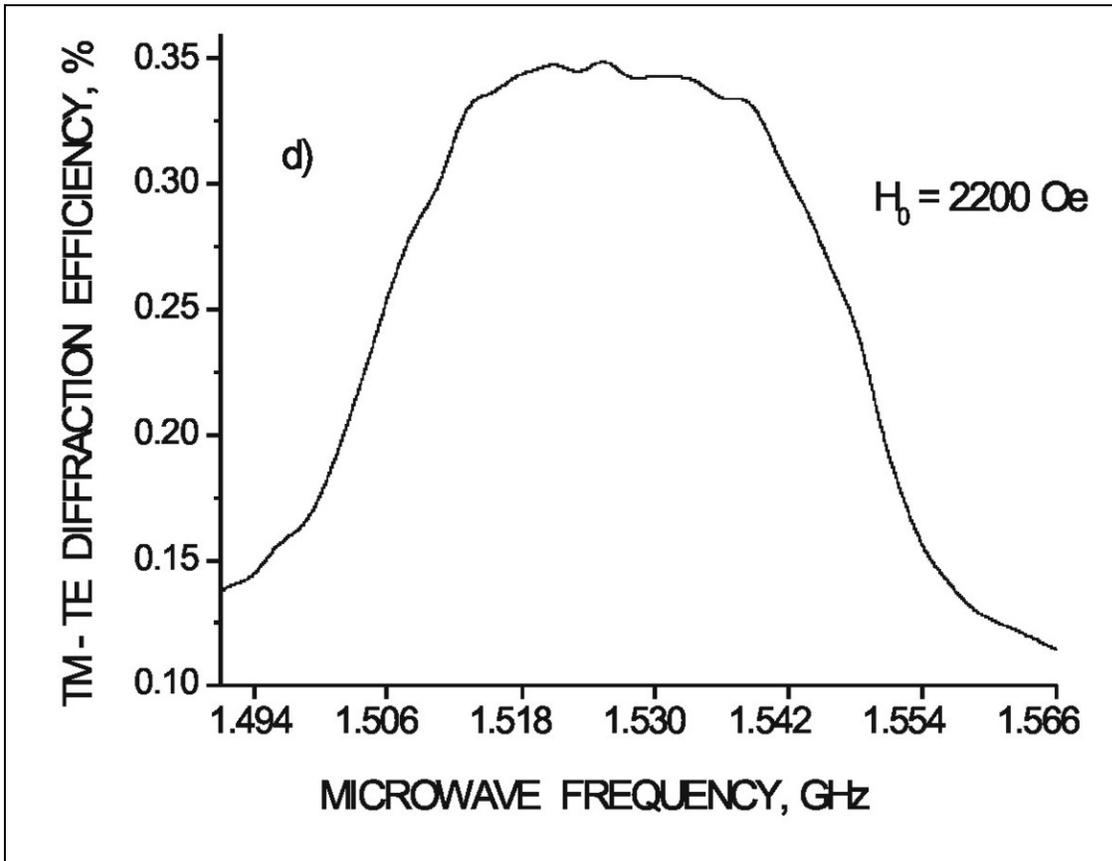


Figura 6.8 d) Respuesta óptica correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales)

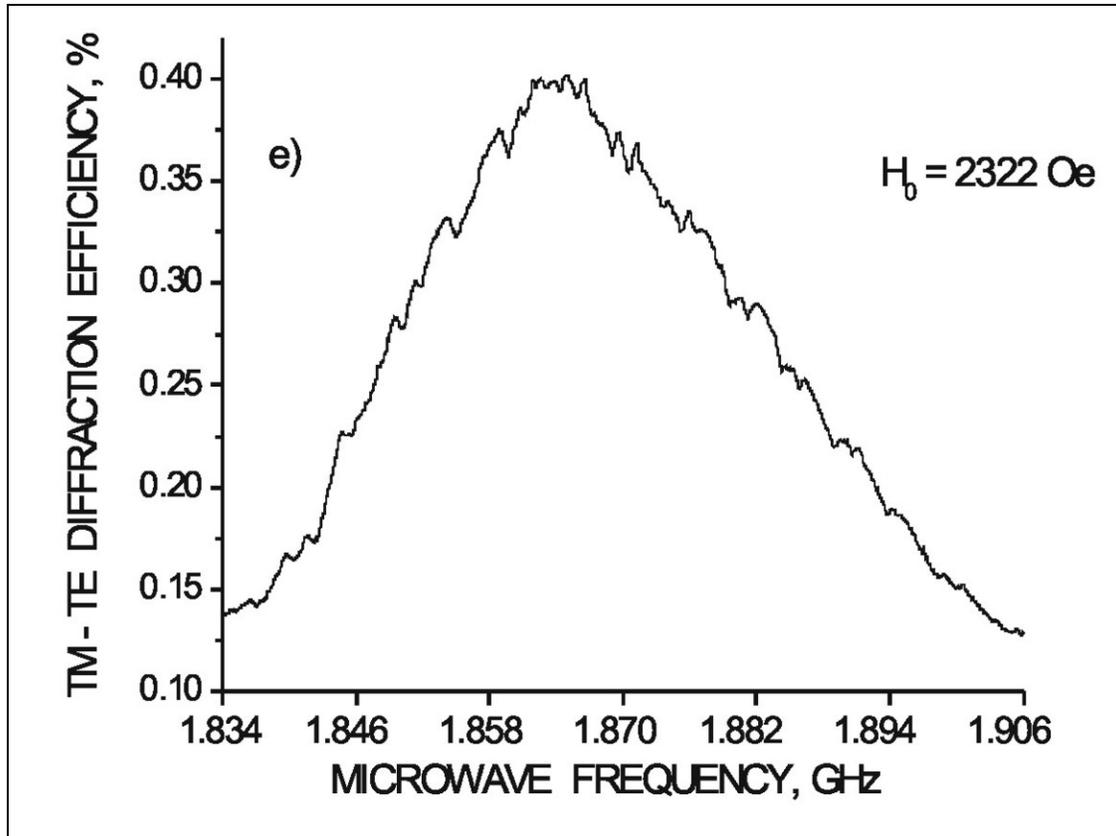


Figura 6.8 Respuestas ópticas correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales)

Como se observa claramente en las figuras 6.8, la eficiencia de excitación de las resonancias ME en el régimen lineal presentan un carácter periódico en el rango de frecuencias de 0.4- 2.3GHz. Donde los modos elásticos son únicamente excitados con eficiencia en las zonas de frecuencia  $f_n \pm 100\text{MHz}$  mostradas en las figuras 6.8 a), c) y e).

$$f_n = f_0 + n\Delta f_f \quad (6.2)$$

donde  $f_0 = 0.43\text{GHz}$ , y  $n = 1,2,3\dots N$ .

Estas zonas donde existe una buena eficiencia de excitación, están separadas por intervalos de frecuencia  $\Delta f_f \approx 720\text{MHz}$  ó zonas prohibidas (figuras 6.8 b y d), donde no se detecto interacción.

Nosotros asumimos que la más probable interpretación de estos resultados es la siguiente:

Las respuestas lineales presentadas en las figuras 6.8, corresponden al bien conocido caso de acoplamiento ME directo, entre ondas elásticas tipo transversales y ondas de spin dipolares bajo la condición de sincronía de fase tangencial  $k_{SDW} = q_y$  (el caso de ondas magnetoelásticas rápidas, o *fast ME waves*). Donde la existencia de zonas específicas de frecuencias de interacción, ponen de manifiesto la presencia de reglas de selección para la excitación de ondas elásticas a través de ondas de spin dipolares del modo fundamental dentro de una película con condiciones de frontera de spins libres en la superficie (SSU<sup>5</sup>). Kobayashi en su investigación [11, 12], demostró teóricamente que para el caso de una estructura plana de un material ferromagnético con SSU y condiciones de frontera elásticas de tracción libre TF<sup>6</sup> (antinodos del desplazamiento elástico en las superficies), queda prohibido el acoplamiento entre modos ME pares de la estructura y la magnetización dinámica con distribución transversal uniforme (FMR o modo fundamental de SDW).

Consideraciones similares pueden ser tomadas para el caso de nuestra estructura YIG/GGG. Sin embargo, esta situación es un poco diferente debido a la existencia de la interfase entre el YIG y el GGG. Para este caso, el desplazamiento elástico  $u$  siempre presenta un antinodo en las superficies libres, mientras para la interfase entre la película y el sustrato,  $u$  presenta valores que depende de la frecuencia (figura 6.9). Como resultado de lo anterior, nodos virtuales pares o impares de  $u$  se presentan en la interfase determinando así, respectivamente, mínimos y máximos de la eficiencia del acoplamiento ME.

Lo valores extremos de las frecuencias de máxima y mínima eficiencia de acoplamiento ME pueden ser estimados, sin necesidad de resolver las complicadas ecuaciones magneto-elásticas [4,13-15], haciendo uso de una simple expresión que relaciona la frecuencia, con el espesor de la película y la velocidad de las ondas elásticas en el YIG.

$$f_n = \frac{nv_{YIG}}{2d_{YIG}} \quad (6.3)$$

donde  $v_{YIG} = 3.85 \times 10^5 \text{cm/s}$  es la velocidad de la onda elástica transversal en YIG,  $d_{YIG} = 5\mu\text{m}$  es el espesor de la película, y  $n = 1, 2, 3, \dots N$  es el factor que determina cuando es par, las zonas prohibidas (figuras 6.8 b y d), y cuando es impar, las zonas de máxima eficiencia de acoplamiento ME (figuras 6.8 a, c, e), lo que coincide perfectamente con los cálculos teóricos.

<sup>5</sup> SSU Surface Spin Unpinned.

<sup>6</sup> Traction Free.

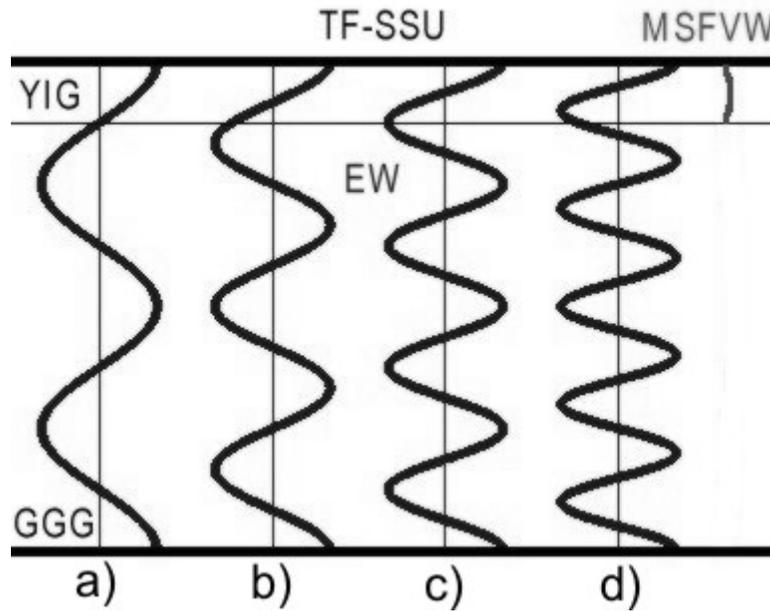


Figura 6.9 Reglas de selección para la excitación de EW a través del modo fundamental de SDW dentro de una película con SSU, a) Existe acoplamiento, b) Disminuye la eficiencia, c) No existe acoplamiento, d) Aumenta la eficiencia de acoplamiento

Es importante mencionar que los resultados descritos hasta ahora y presentados en la figuras 6.8, son a nuestro conocimiento, *la primera observación experimental directa de las reglas de selección para la excitación de modos magnetoelásticos, determinados por la interacción ME lineal en la estructura película-substrato.*

Los resultados mostrados anteriormente, tuvieron un comportamiento invariante para un amplio rango de potencias. Sin embargo, fue posible observar que cuando la potencia de entrada toma valores mayores a cierta potencia umbral  $P > P_{Umb}$  ( $P_{Umb} \approx 18\text{dB}$ ), las respuestas presentan modificaciones muy interesantes.

Las figuras 6.10, muestra las respuestas ópticas que representan la intensidad del espectro de las ondas de spin dipolares SDW a una potencia de entrada mayor a 18dBm (régimen no-lineal), en ellas se observan que para esta situación, las resonancias ME son eficientemente excitadas por las SDW en todo el rango, aun en las zonas prohibidas (figuras 6.10 a y c).

Este comportamiento mostrado mediante datos experimentales, indica la presencia de un nuevo y eficiente mecanismo no-lineal de excitación de modos ME por medio de SDW. Nosotros creemos que dicho efecto, puede ser explicado en el marco del bien conocido efecto de bombeo paralelo (*parallel pumping*) (Capítulo 3). En cuya configuración clásica, se presenta una amplificación paramétrica de magnones térmicos elípticamente polarizados a una frecuencia  $f$  por medio de un campo magnético uniforme de microondas de bombeo externo con frecuencia  $2f$  aplicado en dirección paralela a  $M_0 = 4\pi M_s = 1750\text{G}$  [15]. La

peculiaridad del proceso de bombeo sugerido aquí, es que el campo magnético de bombeo de frecuencia  $2f$  es considerado como un campo secundario generado por ondas de spin dipolares de alta intensidad.

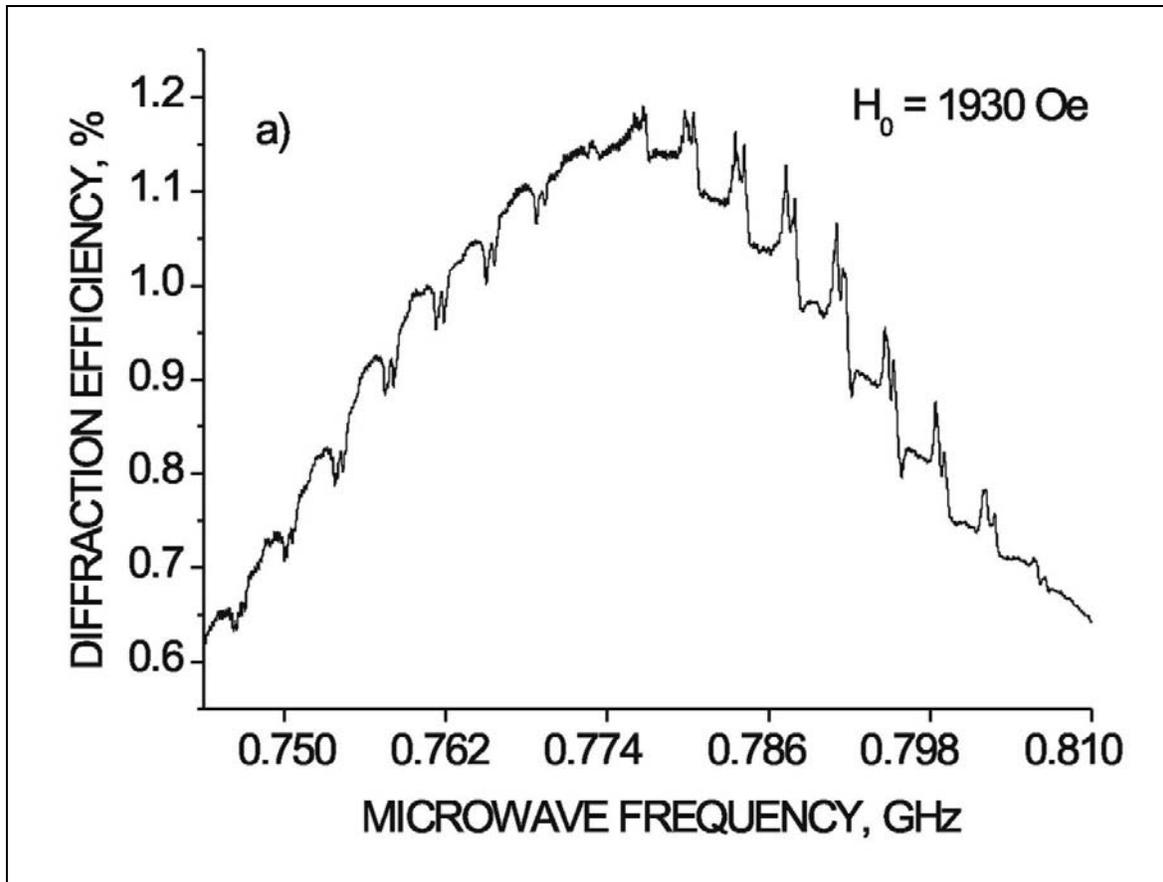


Figura 6.10 a) Respuestas ópticas correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales).

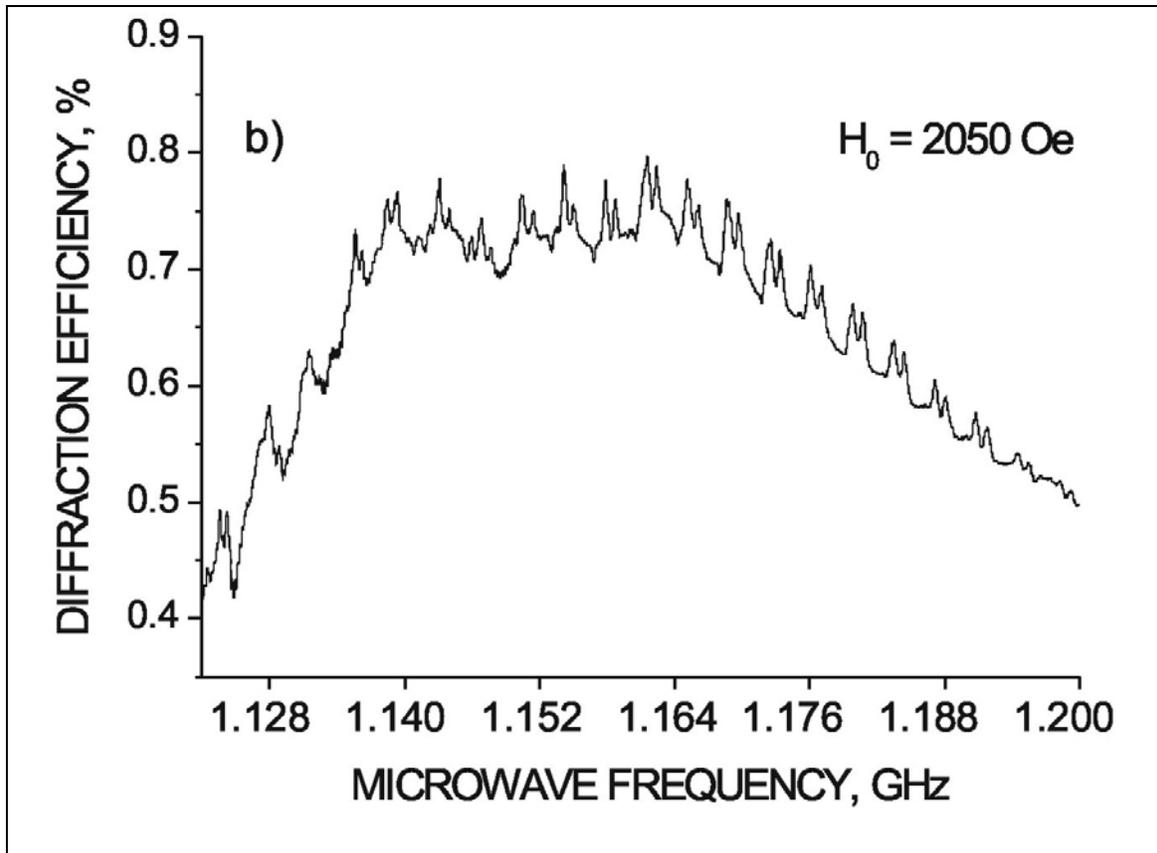


Figura 6.10 b) Respuestas ópticas correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales).

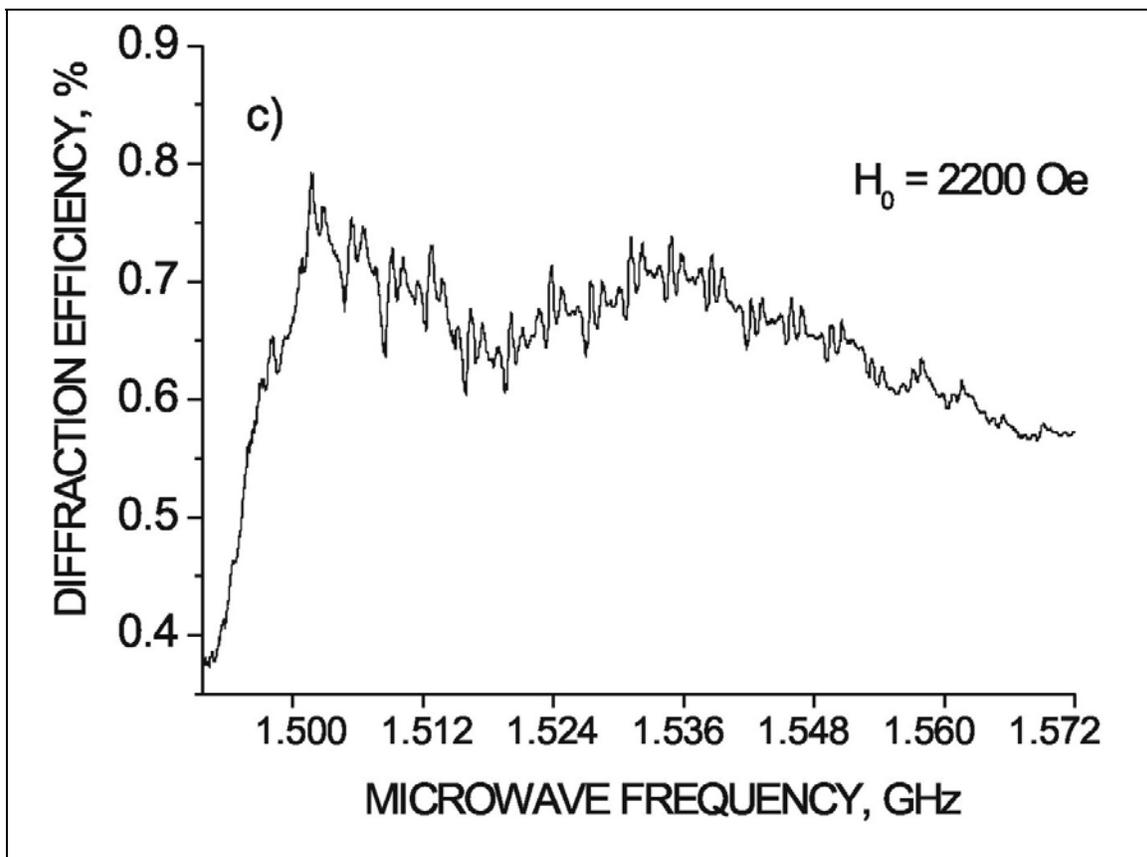


Figura 6.10 c) Respuestas ópticas correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales).

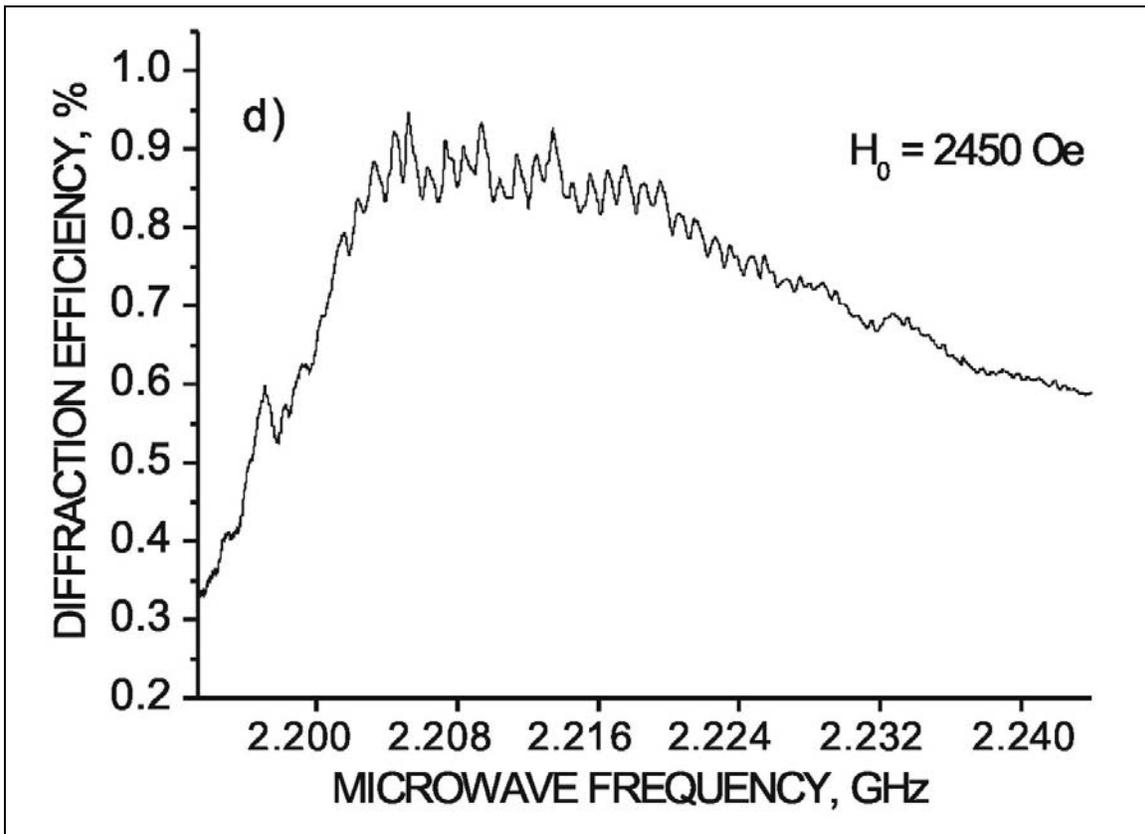


Figura 6.10 d) Respuestas ópticas correspondientes a la intensidad del espectro de SDW en régimen lineal (Resultados originales).

Para el régimen no-lineal mostrado en las figuras 6.10, caracterizado por una continua y eficiente excitación de las resonancias ME por medio SDW dentro de un amplio rango de frecuencias, se propone el siguiente modelo:

Es bien sabido que las antenas de línea microcinta excitan ondas de spin dipolares polarizadas elípticamente, lo que da lugar a la existencia de una componente dinámica de pequeña amplitud ( $m_z^{SDW}$ ) de las SDW en dirección paralela a  $\vec{M}_s$  (figura 3.3). Esta

componente, surge como consecuencia de la precesión elíptica del vector de magnetización  $\vec{M}_s$ , y oscila a una frecuencia  $2f$ , donde  $f$  es la frecuencia fundamental de precesión (Capítulo 3). Es importante mencionar, que la amplitud de esta componente puede crecer no-linealmente dado que el movimiento de la magnetización se vuelve cada vez más complejo conforme la potencia aumenta, aun cuando se trata de campos magnéticos de microondas de polarización circular [16]. Por esta razón, es de esperarse que ondas de spin dipolares de gran intensidad generen respectivamente fuertes campos magnéticos de segundo armónico  $h_z^{2f}$  acoplados con la componente dinámica longitudinal  $m_z^{SDW}$ .

Por otro lado, en investigaciones anteriores, *Parekh* [17] demostró claramente mediante simulaciones numéricas de ecuaciones acopladas magnetoelásticas que todas las ramas presentes en la interacción magnetoelástica (ondas cuasi-magnéticas, cuasi-elásticas longitudinales levemente acopladas, cuasi-elásticas transversales fuertemente acopladas) presentan, en ángulos  $\theta \neq 0$  (pero cercanos a 0), polarización elíptica.

Tomando en cuenta que los requisitos necesarios para la presencia del proceso paramétrico de primer orden *Suhl* (*First order Suhl Parametrical process*) están satisfechos (Capítulo 3), es de esperarse que dos ondas magnetoelásticas con frecuencias  $f_1 = f_2$  puedan ser excitadas a través de la perturbación causada sobre su componente longitudinal magnética  $m_z^{ME}$  por medio del campo magnético de segundo armónico  $h_z^{2f}$ . Este proceso paramétrico fue demostrado experimentalmente por *Turner* [18] haciendo uso de la geometría clásica de bombeo paralelo mediante un campo magnético externo de frecuencia  $2f$ . En esta investigación, *Turner* colocó una pequeña muestra de YIG en una cavidad de microondas para realizar bombeo mediante un campo magnético externo.

En nuestro caso, suponemos que el acoplamiento magnetoelástico no-lineal es realizado por medio de la interacción dipolar entre el campo secundario  $h_z^{2f}$  (de distribución transversal cuasi-uniforme) inducido por las ondas de spin dipolares y la componente longitudinal magnetoelástica  $m_z^{ME}$ . Este mecanismo podría explicar porque los modos ME son continuamente excitados sobre un amplio rango de frecuencias, ya que la componente magnetoelástica longitudinal  $m_z^{ME}(z)$  no presenta variaciones de fase en la dirección transversal de la película, lo que a su vez provoca que la integral de acoplamiento de modos para  $\vec{h}_z^{2f}(z)$  y  $m_z^{ME}(z)$  presente siempre valores diferentes de cero para cualquier modo magnetoelástico.

Con el objetivo de apoyar la validez de nuestro modelo, se propuso comprobar la presencia de la señal del segundo armónico generada dentro de la película. Para esto, utilizamos un filtro paso bajas con frecuencia de corte de 2GHz a la entrada de la antena microcinta para garantizar que cualquier señal de frecuencia doble detectada no fuera ocasionada por no-linealidades producidas por los amplificadores. La detección se realizó mediante un analizador de espectros tanto en la configuración de señal reflejada a la entrada de la antena como en la de señal transmitida entre las dos antenas.

En la figura 6.11 se presentan resultados originales donde se observa claramente una correlación entre la aparición de las resonancias ME y la señal de segundo armónico a potencias  $P \approx P_{Umb}$ , en zonas de frecuencia donde las resonancias ME fueron prohibidas en el régimen lineal.

En suma a lo anterior, resulta muy interesante que cuando la frecuencia fundamental de las ondas de spin dipolares presenta valores cercanos al borde de frecuencia alta de cada pico magnetoelástico, el nivel de la potencia de la señal de frecuencia doble se incrementa significativamente, y toma valores aproximadamente 9dB mayores a los presentados en zonas alejadas de la resonancia ME.

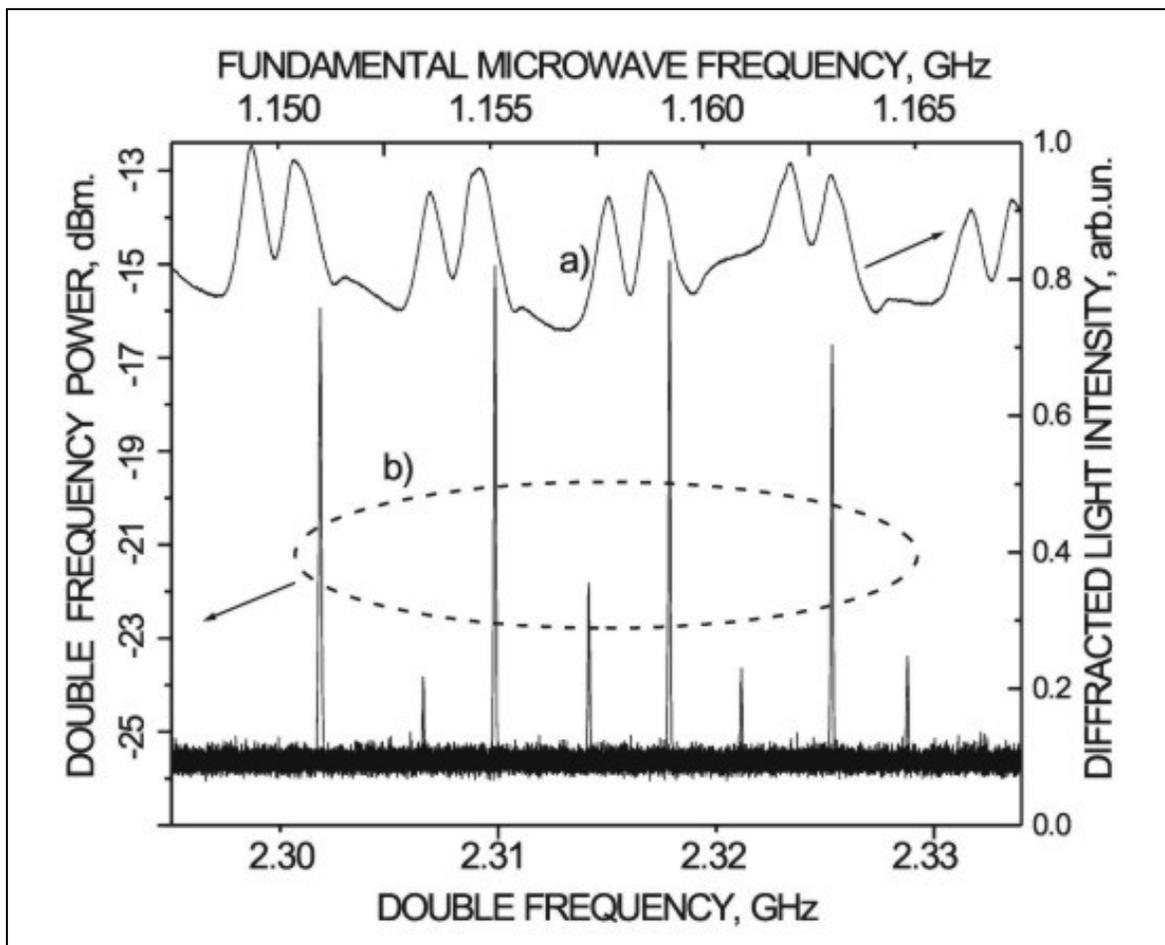


Figura 6.11 a) Respuesta óptica de la intensidad de SDW en potencia  $P > P_{Umb}$ , b) Señal de frecuencia doble obtenida por un analizador de espectros con sintonización manual de la señal de RF (Resultados originales)

Tomando en cuenta todo lo antes mencionado, el modelo propuesto queda de la siguiente forma: Una onda de spin dipolar que se propaga en el plano de la película con una

frecuencia fundamental  $f$  induce un campo de microondas secundario  $h_z^{2f}$  paralelo a  $\vec{H}_0$  con una frecuencia  $2f$  y un numero de onda  $k_p = 2k_{SDW}$ , donde el vector de onda  $\vec{k}_p$  esta en dirección del eje  $y$ . El campo magnético propagante  $h_z^{2f}$  a su vez excita dos modos magnetoelásticos transversales (perturbando sus componentes longitudinales  $m_z^{ME}$ ), con vectores de onda  $\vec{q}_1$ ,  $\vec{q}_2$  y frecuencias  $f_1 = f_2 \equiv f_p/2$ . Este proceso corresponde al mecanismo de bombeo paralelo no uniforme (capítulo 3), donde se lleva a cabo la condición de sincronización espacial  $k_p = 2k_{SDW} = q_{1y} + q_{2y}$ , donde las componentes en el plano  $q_{1y} = q_{2y} \equiv q_1 \sin\theta$ . En lo que se refiere a la condición de sincronización transversal se tiene que  $q_{1z} = -q_{2z} = -q_2 \cos\theta$  ( $q_{1,2z} \gg q_{1,2y}$ ), condición que es automáticamente satisfecha ya que en la dirección transversal (eje  $z$ ) las ondas magnetoelásticas forman una cuasi-onda estacionaria.

Aunque hasta el momento todo lo mencionado sugiere la viabilidad de nuestro modelo, es muy importante, verificar si la magnitud del campo secundario generado por la ondas de spin dipolares, es suficiente para realizar el bombeo longitudinal de los modos magnetoelásticos. Para medios de volumen el campo umbral teórico  $h_z^{Umb}$  requerido para el bombeo longitudinal uniforme de ondas magnetoelásticas ha sido ampliamente discutido en diferentes trabajos [15], mientras que para el caso de estructuras peliculares aun no existen trabajos que muestren expresiones analíticas explícitas. No obstante, y para fortuna nuestra, es posible utilizar las expresiones de volumen para los casos de estructuras peliculares ya que el umbral depende principalmente del factor de calidad de la película y no de las condiciones de frontera de la misma.

Haciendo uso de las expresiones para los campos umbrales en YIG de volumen proporcionadas por *Schlömann* en su investigación [19], se tiene la siguiente expresión para cuando  $f_p/2$  cae cerca del limite inferior del espectro de la ondas de spin ( $\theta$  cercanos a 0).

$$h_z^{Umb} = \left( \frac{c_{44}M_s}{b_2^2Q} \right) \left( \frac{2\pi f}{\gamma} \right)^2 |F(\theta)| \quad (6.4)$$

La expresión 6.4 corresponde al campo magnético longitudinal mínimo para  $\theta \approx 5-20^\circ$ , donde  $c_{44} = 764\text{GPa}$ ,  $b_2 = 6.96 \times 10^6 \text{erg}\cdot\text{cm}^{-3}$ ,  $\gamma = 17.5 \times 10^6 \text{rad}\cdot\text{G}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$  y  $|F(\theta)| \approx 2$ , son el modulo elástico, la constante ME, la relación giromagnética, y un factor calculado numéricamente, respectivamente.

Realizando las sustituciones necesarias se observa que:

$$\frac{c_{44}M_s}{b_2^2} \approx 20e^{-1} \quad (6.5)$$

y tomando en cuenta que  $Q = \pi f \tau$  donde  $\tau = 1.6 \times 10^{-5}\text{s}$  es el tiempo de relajación elástica en YIG a 1GHz [19],

$$Q \approx 50300 \quad (6.6)$$

con lo que finalmente se obtiene que el campo magnético umbral es aproximadamente:

$$h_z^{Umb} \approx 5Oe \quad (6.7)$$

Lo que es comparable con el valor para el umbral del campo para el caso puramente magnético (con  $\theta = 10^\circ$ ) [15],

$$h_{z,Spin}^{Umb} = \frac{f\Delta H_k}{\gamma M_s \text{sen}^2(\theta)} \approx 2Oe \quad (6.8)$$

donde  $f = f_p / 2$  es la frecuencia fundamental, y  $\Delta H_k = 0.2Oe$  es el parámetro de relajación típico de onda de spin.

Una vez obtenido el valor teórico del campo umbral  $h_z^{Umb}$  es necesario compararlo con el valor del campo presente en nuestro experimento. Para determinar el valor del campo  $h_z$ , es posible hacer uso de la expresión 6.9 [15] que relaciona la potencia captada por la antena con el campo  $h_z$  presente en la muestra.

$$h_z \approx \sqrt{\frac{8\tilde{P}_{2f} k_p}{f_p d_{YIG}}} \quad (6.9)$$

donde  $\tilde{P}_{2f}$  es la potencia de la señal de segundo armónico dentro de la película, la cual esta relacionada con la potencia leída en nuestros dispositivos de medición  $P_{2f}$  a través del coeficiente de perdidas de acoplamiento de la antena  $\alpha$  por medio de la ecuación 6.10.

$$\tilde{P}_{2f} = \alpha P_{2f} \quad (6.10)$$

Utilizando los valores de  $P_{2f}$  y  $\alpha$  determinados experimentalmente ( $P_{2f} \approx 10\mu W/cm$  y  $\alpha = 10$ ), se obtiene que:

$$h_z \approx 1 - 4Oe \quad (6.11)$$

valores que se encuentran muy cercanos al umbral teórico, por lo que es posible concluir que el modelo propuesto cuenta con todas las condiciones necesarias para llevarse a cabo.

En resumen, es importante mencionar que además de haber presentado las *primeras observaciones experimentales de las reglas de selección para las ondas magnetoelásticas rápidas (fast ME waves)* sobre de un amplio rango de frecuencias, hemos propuesto y presentado un modelo que revela la posibilidad de la excitación ondas ME en rangos de frecuencia prohibidos a través de un mecanismo de bombeo paralelo no lineal. Estos resultados los hemos presentado en el artículo “*Observation of indirect parallel pumping*

---

of magneto-elastic modes in layered YIG/GGG structures” aceptado para su publicación en la revista *Solid State Communications*, el cual anexamos en esta tesis en el Apéndice A.

### **6.3 Caracterización óptica de efectos termo-elásticos inducidos por ondas de spin en películas delgadas ferromagnéticas.**

Es bien sabido que los parámetros importantes de los materiales ferrimagnéticos dependen fuertemente de las condiciones térmicas, lo que provoca que las investigaciones sobre este tema resulten de gran importancia ya que el amplio uso de estos materiales como elementos principales en diferentes dispositivos de microondas, obliga a las personas relacionadas con este rubro a estar prevenidas ante problemas relacionados con la termo-estabilización de los dispositivos. La relevancia de este problema se refleja en la gran cantidad de trabajos donde se ha investigado la dependencia con la temperatura de un gran número de parámetros (la magnetización de saturación [20-22], la anisotropía magnetocristalina [23], las constantes magnetoelásticas [24], y los módulos elásticos [25]).

La investigación de la dependencia de los parámetros mencionados con la temperatura, se puede realizar utilizando una fuente de calor externa, ó bien considerando el caso cuando la muestra se calienta debido a su interacción resonante con un campo magnético de microondas de alta intensidad [22,26]. En nuestra investigación se decidió realizar el análisis considerando este último caso, ya que la tecnología analizada utiliza las características de propagación de las ondas de spin dipolares (SDW) donde la precesión de la magnetización absorbe la energía de las microondas de la antena microcinta cuando la muestra se encuentra bajo condiciones de resonancia [27]. La manifestación más expresiva del calentamiento en condiciones de resonancia en una película de YIG/GGG fue reportado por *Patton* en sus investigaciones relacionadas con el efecto de *foldover* o *histéresis* de la resonancia ferromagnética [28]. Estudios recientes del mismo autor sobre elementos biestables basados en propiedades no lineales de las ondas spin dipolares SDW en resonadores de YIG/GGG, han confirmado contribuciones significativas del calentamiento ocasionado por las microondas en los efectos de histéresis no lineal [29].

Aunque en trabajos recientes [22], se ha demostrado que el calentamiento ocasionado por la absorción de las microondas en condiciones de resonancia induce componentes muy significativas de *stress* termo-elástico en muestras volumétricas de materiales ferrimagnéticos, actualmente, a nuestro conocimiento no existen trabajos relacionados con este problema para elementos pelliculares basados en ondas de spin dipolares, lo que ocasiona que resulte muy interesante realizar investigaciones sobre este problema.

En esta investigación, hemos desarrollado análisis que describen las peculiaridades del calentamiento por absorción de microondas en muestras de YIG/GGG saturadas. Particularmente, hemos detectado que el haz de ondas spin, aun en niveles de potencia

moderados, induce componentes de *stress* térmico tanto transversales como en el plano de la estructura, las cuales en su turno modifican las condiciones de la magnetización de la muestra. El efecto es caracterizado mediante una muy sencilla técnica óptica que nos permite obtener valores de la temperatura fuera de equilibrio y del *stress* presente en la estructura. Es importante mencionar que el problema considerado aquí, en principio, es muy parecido al investigado por *Ying* en [30]. *Efecto termo-elástico auto-inducido en la física de láseres de alta potencia* (Self-induced thermo-elastic effects in the physics of high power lasers)

Antes de presentar los aspectos teóricos relacionado con nuestra investigación es conveniente mostrar dos casos bien conocidos de la mecánica estructural, asumiendo que la muestra es una estructura plana delgada similar a la mostrada en la figura 6.12 donde la película delgada de YIG la consideraremos una fuente de calor uniforme.

El caso numero uno se refiere a una estructura libre, cuya superficie inferior se encuentra aislada térmicamente. En el momento inicial cuando la fuente de calor uniforme (película de YIG) comienza su radiación, el gradiente de temperatura ( $\nabla(T(z))$ ), de distribución altamente no uniforme en dirección del eje  $z$ , induce componentes de *stress* en el plano  $\sigma_{xx}(z)$  y  $\sigma_{yy}(z)$ , las cuales son también funciones no uniformes de la coordenada  $z$ . Esto provoca un doblamiento mecánico de la estructura que puede ser explicado de la siguiente manera. Si consideremos a la estructura como un conjunto de capas elementales, es fácil apreciar que dichas capas presentaran valores distintos de expansión térmica ya que las capas más cercanas a la fuente de calor se expandirán más que las capas más alejadas. Sin embargo, este efecto se presenta únicamente en un intervalo finito de tiempo, ya que el gradiente, las componente de *stress* en el plano y el doblamiento de la película decrecerán hasta que finalmente desaparezcan cuando la temperatura de la superficie de fondo se ecualice con la de la película (fuente de calor). En resumen, para este caso únicamente existen componentes de *stress* diferentes de cero durante un intervalo de tiempo transitorio cuando existe flujo térmico  $q = -\kappa\nabla(T(z))$  en la estructura. (donde  $\kappa$  es la conductividad térmica). Es importante notar que para este caso, las componentes transversales (*shear*) del *stress*  $\sigma_{xz}$ , y  $\sigma_{yz}$  así como la componente normal  $\sigma_{zz}$  son iguales a cero, ya que la expansión en dirección normal a la película es libre.

En lo que se refiere al segundo caso, se tiene la misma estructura que el caso anterior con la diferencia de que en esta ocasión la superficie inferior se encuentra pegada a un soporte metálico mediante una capa rígida de pegamento, lo que imposibilita el doblamiento o deformación de la muestra. En este caso, las componentes de *stress* en el plano existirán incluso en el régimen térmico estacionario debido a que la parte superior de la estructura se expande libremente mientras que la parte inferior se ve imposibilitada a realizar dicha expansión. El *stress* en la muestra es máximo cuando la superficie inferior presenta la condición de aislamiento térmico ( $\nabla(T(z))$ ), lo que puede llevarse a cabo si la película de pegamento presenta una conductividad térmica baja. Si la conductividad térmica de esta micro-capas presenta valores grandes, el soporte metálico funcionará como un disipador, el cual reducirá la temperatura promedio de la muestra y por lo tanto, el *stress* también presentará valores menores en comparación a los mostrados en la condición anterior. Es posible demostrar que la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica de la capa

de pegamento, de la muestra y del soporte no cambian el resultado significativamente si el espesor de la capa de pegamento es pequeño en comparación con el espesor de la muestra.

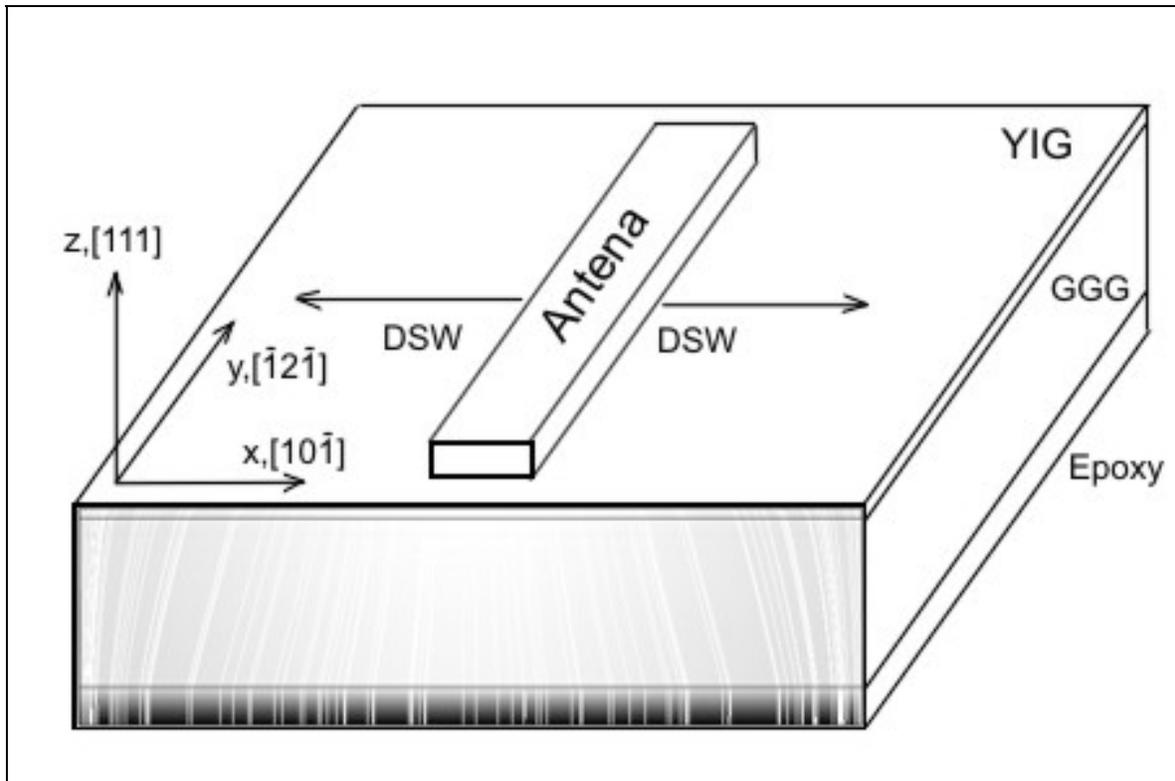


Figura 6.12 Diagrama de la situación analizada en la investigación de los efectos termo-elásticos

En nuestra investigación analizamos una situación similar a la presentada en el segundo caso, en ella utilizamos una muestra de YIG/GGG (figura 6.12) de 7mm de largo, 8 mm de ancho y  $510\mu\text{m}$  de espesor de las cuales  $4.8\mu\text{m}$  en la superficie superior corresponden a una película de YIG depositada mediante LPED en un sustrato de GGG con  $\langle 111 \rangle$  en dirección del eje  $z$ , donde las ondas de spin dipolares SDW son excitadas a través de una antena microcinta en dirección del eje  $x$ . En este análisis, se realizó en primera instancia mediante una simulación numérica utilizando el método de elementos finitos a través de la herramienta de solución FEMLAB.

Para el caso de una fuente de calor no uniforme  $Q$  localizada en la película de YIG de la estructura antes descrita, la solución para los tensores de *stress*  $\sigma$  y *strain*  $e$  puede ser obtenida resolviendo el sistema de ecuaciones de Navier, el cual acopla las deformaciones elásticas  $u_i$  y la temperatura  $T$  [31]

$$\begin{aligned}
 c_p \rho \frac{\partial}{\partial t} T - \nabla(\kappa \nabla T) &= Q \\
 \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u - \nabla(c \nabla u) &= \alpha \nabla T
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

usando las relaciones 6.13 y 4.2

$$\sigma = c \left[ e - \alpha (T - T_{ref}) \right], \quad e_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \tag{6.13}$$

donde  $c_p$  y  $\rho$  son la capacidad térmica a presión constante y la densidad del material respectivamente;  $c$  es el tensor de elasticidad, el cual para YIG y GGG tiene solo tres valores diferentes de cero, y  $\kappa$  y  $\alpha$  son la conductividad térmica y la expansión térmica, respectivamente. Para la película de YIG,  $\alpha = 9.9 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  [32],  $\kappa = 8.1 \text{ W/mK}$ ,  $\rho = 5150 \text{ Kg/m}^3$  [25],  $c_p = 390 \text{ J/KgK}$ ,  $c_{11} = 2.69 \times 10^{12} \text{ Pa}$ ,  $c_{12} = 1.077 \times 10^{12} \text{ Pa}$  y  $c_{44} = 0.764 \times 10^{12} \text{ Pa}$  [15]. Para GGG  $\alpha = 8.7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  [32],  $\kappa = 8 \text{ W/mK}$  [33],  $\rho = 7096 \text{ Kg/m}^3$  [34],  $c_p = 381 \text{ J/KgK}$  [33],  $c_{11} = 286.5 \text{ GPa}$ ,  $c_{12} = 115.8 \text{ GPa}$  y  $c_{44} = 90.2 \text{ GPa}$  [34].

Por simplicidad, presentaremos el análisis usando una geometría de 2D tomando en cuenta que nuestra estructura experimental es prácticamente uniforme en la dirección del eje  $y$ , y que únicamente en dirección del eje  $x$  se presenta una no uniformidad del calentamiento en la película debido a la atenuación de las ondas de spin dipolares. Se asume, que la distribución de la fuente de calor no uniforme repite el perfil de las SDW, y que  $Q$  puede ser aproximado mediante:

$$Q(x) = \frac{Q_0}{\cosh((x - x_0)\eta)} \tag{6.14}$$

donde  $x_0$  es la coordenada del eje de simetría de la antena,  $\eta$  es el coeficiente de atenuación de las SDW, y  $Q_0$  es la fuente de calor y esta dado por el valor de la potencia de las SDW en el régimen no lineal (típicamente 10-20mW). En la simulación<sup>7</sup> utilizamos los siguientes valores,  $\eta = 10 \text{ cm}^{-1}$  para SDW con números de onda  $k_{SDW} = 300 \text{ cm}^{-1}$  [15] y  $Q_0 = 10^7 \text{ W/m}^2$  (Potencia SDW / espesor de la película por el ancho de la antena).

Hablando acerca de la condiciones de frontera hemos considerado el caso cuando GGG esta pegada a un soporte de aluminio por medio de una capa de  $100 \mu\text{m}$  de espesor de una resina epóxica a una temperatura ambiente de 290K. Para la capa de resina,  $\alpha = 45 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , y  $\kappa = 0.16 \text{ W/mK}$ . Adicionalmente, el flujo de calor por convección en las paredes laterales  $n \cdot (\kappa \nabla T) = h(T_{ref} - T)$  fue tomado en cuenta, donde  $n$  es la normal a la superficie, y  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección.

<sup>7</sup> Las simulaciones se realizaron utilizando el sistema coordenado del laboratorio.

Los datos mostrados en la figura 6.13, obtenidos en el régimen estacionario, muestran que la fuente de calor genera una diferencia de temperaturas máxima entre las superficies de la muestra de aproximadamente 1°C. El valor del *stress* principal  $\sigma_{xx}$  alcanza valores de  $10^6$  Pa mientras que  $\sigma_{xz}$  y  $\sigma_{zz}$  alcanzan valores de  $10^5$  y  $10^4$ , respectivamente.

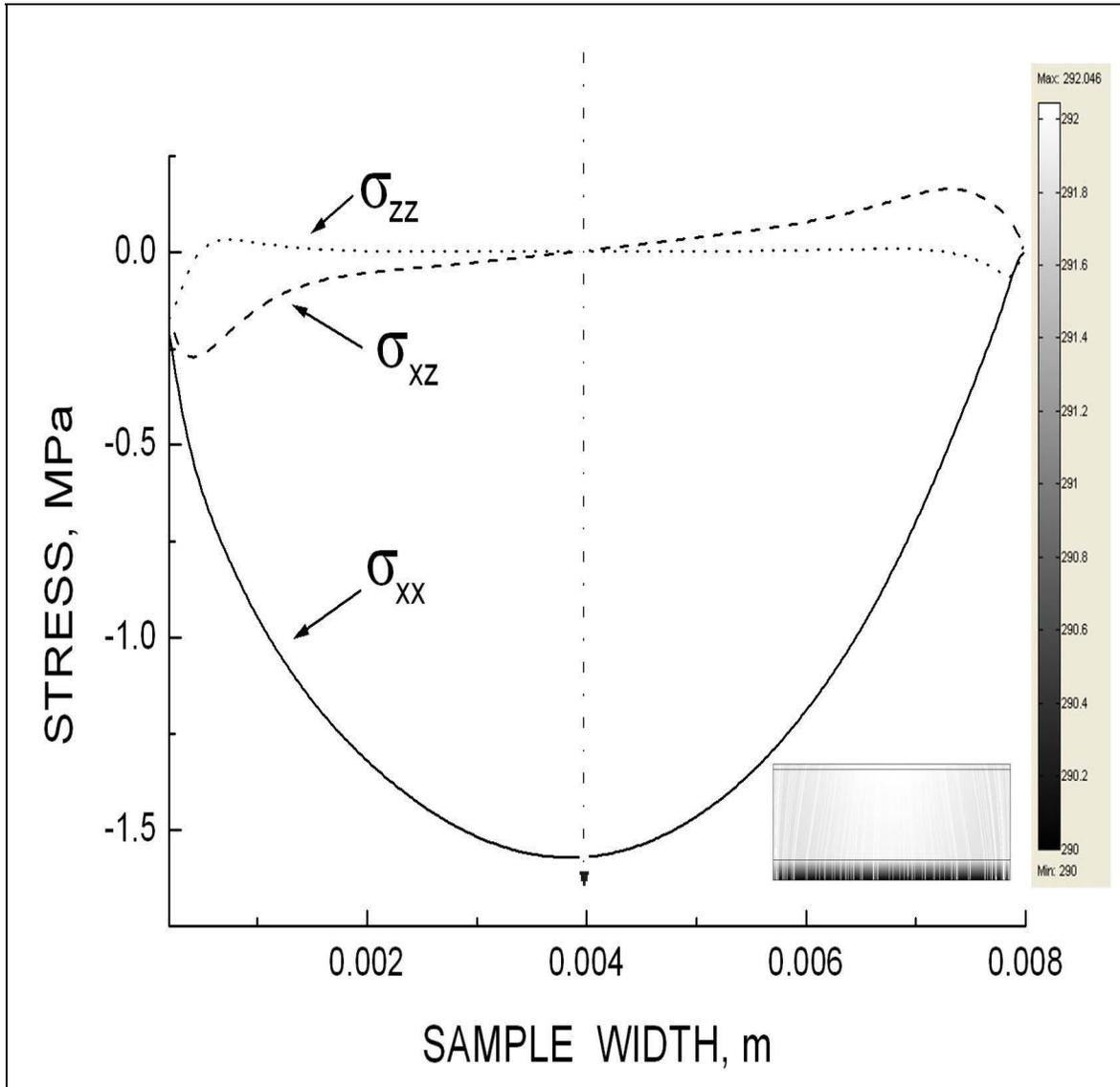


Figura 6.13 Componentes de stress resultantes de la simulación numérica realizada

Una vez obtenidos y presentados los resultados de la simulación numérica, es importante mencionar que experimentalmente, hemos podido medir el *stress* mediante una técnica basada en los cambios de polarización de nuestra sonda óptica. El GGG es un cristal ópticamente isotrópico que, sin embargo, se vuelve anisotrópico en presencia del efecto *stress-óptico*. Los cambios en el índice de refracción inducidos por el *stress* están dados por:

$$\Delta n_{ij} = -\frac{n_0^3}{2} \pi_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (6.15)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción no perturbado. En nuestro caso, es muy razonable tomar en cuenta únicamente la componente más grande del *stress*  $\sigma_{xx}$ . Y considerando que las ondas ópticas se propagan en dirección del eje  $y$ , es necesario para nosotros tomar en cuenta el cambio en el índice de refracción  $\Delta n$  en el plano  $xz$ , donde  $\sigma_{xx}$  induce un elipsoide del índice de refracción con ejes principales paralelos a los ejes  $x$  y  $z$ . Sus valores están dados por:

$$\begin{aligned} n_{xx} &= n_0 - \frac{n_0^3}{2} \pi_{11} \sigma_{xx} \\ n_{zz} &= n_0 - \frac{n_0^3}{2} \pi_{13} \sigma_{xx} \end{aligned} \quad (6.16)$$

donde las componentes del tensor *stress-ópticos* están expresados en la forma de índices reducidos  $\pi_{11} = \pi_{1111}$ , y  $\pi_{13} = \pi_{1133}$  y cuyos valores en el sistema de coordenadas del laboratorio debe ser expresado por medio de las componentes diferentes de cero del tensor  $\tilde{\pi}$  dado en el sistema de coordenadas asociado con los ejes cristalinos  $\langle 100 \rangle$  [30].

$$\begin{aligned} \pi_{11} &= \frac{1}{2} (\tilde{\pi}_{11} + \tilde{\pi}_{12} + \tilde{\pi}_{44}) \\ \pi_{13} &= \frac{1}{3} (\tilde{\pi}_{11} + 2\tilde{\pi}_{12} - \tilde{\pi}_{44}) \end{aligned} \quad (6.17)$$

Por lo tanto, los valores de  $\sigma_{xx}$  pueden ser obtenido midiendo el desplazamiento de fase entre dos modos fundamentales (eigen modes) con longitud de onda  $\lambda$ , polarizados a lo largo de los ejes  $x$  y  $z$  pasando a través de la región activa de longitud  $L$ .

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} L (n_{xx} - n_{zz}) = -\frac{2\pi}{\lambda} L (\pi_{11} - \pi_{13}) \sigma_{xx} \quad (6.18)$$

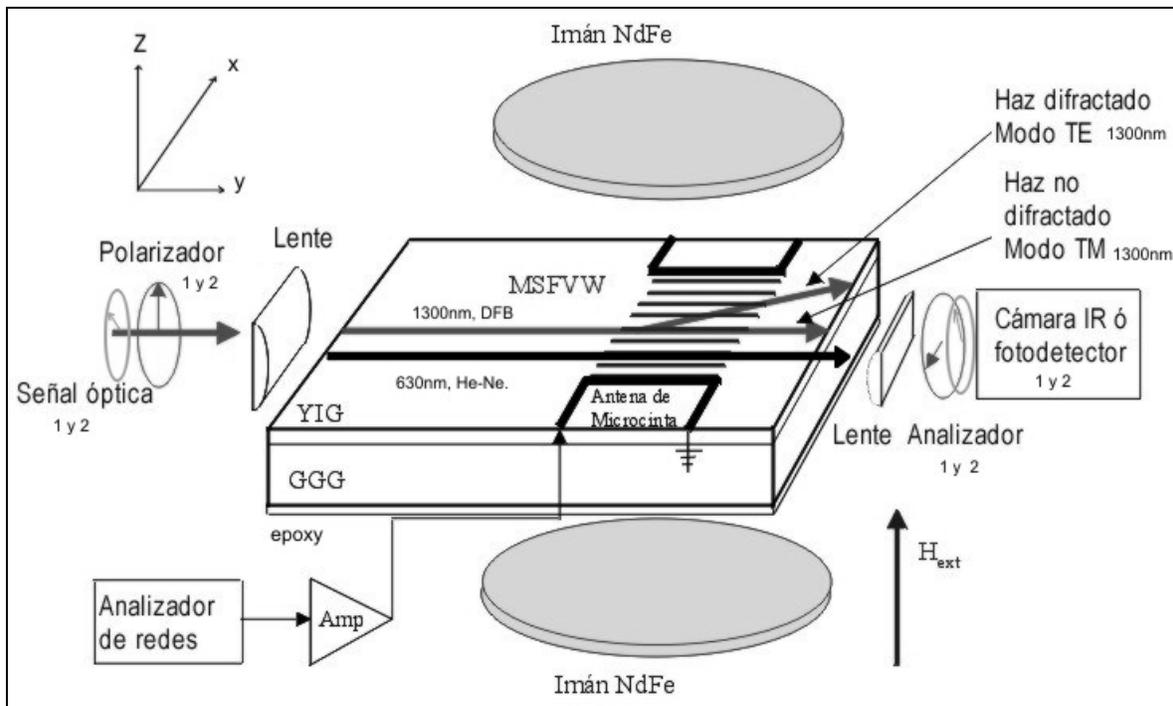


Figura 6.14 Componentes de stress resultantes de la simulación numérica realizada.

En la figura 6.14 se presenta un esquema de la configuración experimental de la prueba óptica utilizada, en el se observa la estructura de YIG/GGG descrita anteriormente, la cual tiene los siguientes parámetros magnéticos: La magnetización de saturación  $4\pi M_s = 1750\text{G}$ , y el ancho de línea de FMR  $\Delta H = 0.4\text{Oe}$  a  $3\text{GHz}$ . La muestra fue saturada por un campo magnético  $H_{ext}$  aplicado en dirección paralela a la normal de la película (eje  $z$ ). Para excitar las ondas de spin dipolares (a lo largo del eje  $x$ ) se utilizó un antena de línea microcinta de  $70\mu\text{m}$  de ancho por  $6\text{mm}$  de largo fabricada sobre un sustrato de alumina de  $600\mu\text{m}$  de espesor. Es importante mencionar que entre la superficie del YIG y la estructura de excitación se procuró que existiera un espacio de separación de por lo menos  $100\mu\text{m}$  con el objetivo de evitar contacto térmico directo entre las estructuras. Al mismo tiempo, la muestra fue pegada a una soporte metálico por medio de una capa de aproximadamente  $100\mu\text{m}$  de una resina epoxica. La señal de microondas fue generada con un analizador de redes Wiltron con respuesta plana de la amplitud a la salida, la cual fue amplificada aproximadamente  $30\text{dB}$  por dos amplificadores de microondas.

En lo que concierne a la prueba óptica, se usaron dos rayos láser paralelos linealmente polarizados (propagándose en dirección del eje  $y$ ). Uno de los rayos láser con una longitud de onda de  $633\text{nm}$  (He-Ne) fue usado para la prueba óptica de los efectos termo-elásticos en el sustrato de GGG (figura 6.14), fue procesado de tal manera que presentara un diámetro de spot de  $100\mu\text{m}$  y un ángulo de  $45^\circ$  entre su plano de polarización y el eje  $x$  con el objetivo de que excitara los modos fundamentales (eigen modes) antes mencionados en el GGG con índice de refracción perturbado.

En lo que respecta al otro rayo láser (DFB Láser con  $\lambda = 1.3\mu\text{m}$ ), este fue utilizado para excitar una onda óptica guiada del modo TM dentro de la película de YIG, la cual fue difractada mediante la celda magnetoóptica de interacción no co-lineal. Este proceso corresponde a la ya antes mencionada difracción MO de *Bragg* anisotrópica [1], la cual únicamente utilizamos como referencia para medir la intensidad de las SDW midiendo la intensidad de la luz difractada.

En ambos casos, las ondas ópticas fueron moduladas en su polarización por los efectos de *stress* térmico para el rayo de 630nm y por las SDW y los efectos magnetoópticos para el rayo de 1.3 $\mu\text{m}$ . Cada rayo fue transmitido a través de los analizadores A1 y A2 (fig 6.14) con planos de polarización ortogonales al plano de polarización correspondiente al rayo incidente. Es así como tanto la señal visible como la infrarroja fueron detectadas respectivamente por fotodiodos independientes de apertura ancha de Si y Ge. Tomando en cuenta que el analizador A1 (señal visible) transforma la diferencia de fase  $\Delta\varphi$  en la señal de interferencia óptica, la señal eléctrica del fotodiodo de Si esta dada por:

$$U = U_0 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = U_0 \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} L(\pi_{11} - \pi_{13})\sigma_{xx}\right) \quad (6.19)$$

donde  $U_0$  es la amplitud de la señal dada por la intensidad de la onda incidente  $I_0$  que pasa a través del analizador A1 abierto con un GGG no perturbado. Es importante mencionar que los elementos de detección óptica para ambos rayos han sido alineados de tal forma que sean insensibles a deflexiones de 1 ó 2° en la posición angular de los rayos, esta condición es de especial importancia para el caso de los efectos termo-elásticos ya que permite excluir la influencia de posibles efectos de lentes termo-ópticas en el GGG.

El propósito principal de este experimento fue caracterizar el *stress* y obtener las características espectrales de las SDW usando una técnica térmica en el GGG. La figura 6.15 muestra la respuesta óptica del *stress* térmico experimental en el sustrato, inducido por un pulso cuadrado de SDW con una potencia pico de 20mW. Es importante mencionar que tanto el perfil de la respuesta como el tiempo de levantamiento (rising time) de los datos experimentales, de los simulados en FEMLAB y de los teóricos son comparables (aproximadamente 1s). Es importante mencionar que la curva teórica (ecuación 6.20) es incluida para fines de comparación del perfil ya que para su cálculo se utilizo el modelo de calentamiento de una hipotética placa semi-infinita de GGG a una distancia  $z$  de la superficie, cuando la temperatura se ha incrementado de  $T_0$  a  $T_s$  ( $z = 500\mu\text{m}$  y  $T_s - T_0 = 1^\circ$ ).

$$T(t, z) - T_0 = (T_s - T_0) \left[ 1 - \text{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{(k / \rho c_p) t}}\right) \right] \quad (6.20)$$

Para obtener el valor experimental de la componente de *stress*  $\sigma_{xx}$  es necesario realizar lo siguiente: Determinar los valores de los elementos del tensor *stress-óptico*  $\pi_{11}$  y  $\pi_{13}$  para

nuestro sistema de coordenadas [111] (capítulo 5) , utilizando la ecuación 6.17 ( $\pi_{11} = -0.103 \times 10^{-12} \text{Pa}^{-1}$ ,  $\pi_{12} = 0.078 \times 10^{-12} \text{Pa}^{-1}$ ,  $\pi_{44} = -0.828 \times 10^{-12} \text{Pa}^{-1}$ )[33]. De donde se observa que  $\pi_{11}$  y  $\pi_{13}$  para nuestro sistema de referencia son:

$$\pi_{11} \approx -0.5 \times 10^{-12} \text{Pa}^{-1} \quad \pi_{13} \approx 0.1 \times 10^{-12} \text{Pa}^{-1} \quad (6.21)$$

despejando  $\sigma_{xx}$  de la ecuación 6.19 se tiene:

$$\sigma_{xx} = \frac{\arcsin\left(\sqrt{\frac{U}{U_0}}\right)\lambda}{L\pi(\pi_{11} - \pi_{13})} \quad (6.22)$$

donde  $U/U_0$  puede ser obtenido de la figura 6.16,  $\lambda = 6.33 \mu\text{m}$ , y  $L$  es la longitud de interacción. De donde tenemos que  $\sigma_{xx} \approx -1.6 \text{Mpa}$  lo que concuerda perfectamente con los resultados de la simulación.

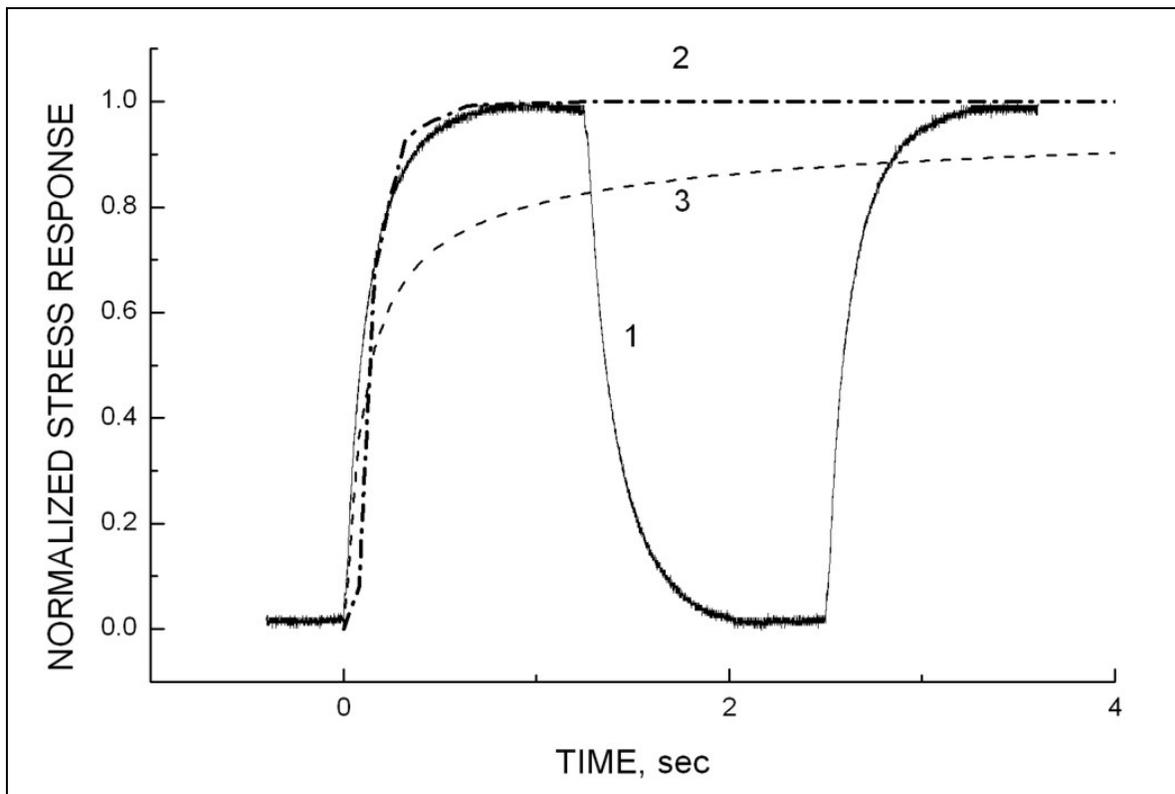


Figura 6.15 1.- Pulso de la señal óptica detectada a la salida del analizador generada por el efecto termo-stress-óptico experimental en el sustrato, 2.- Curva del tiempo de levantamiento simulada mediante FEMLAB, 3.- Curva teórica para el tiempo de levantamiento. (Resultados originales)

En la figura 6.16 se muestra el espectro de las ondas de spin dipolares obtenido para varios niveles de potencia de la señal de microondas (onda continua) a la entrada de la antena. Es

importante mencionar, que la respuesta magneto-óptica en la película de YIG fue grabada utilizando un régimen de barrido rápido de la frecuencia en el analizador de redes, mientras que para el caso de la señal óptica del espectro generada por los efectos de *thermo-stress* fue necesario realizar la detección de la señal utilizando un barrido lento para evitar distorsiones.

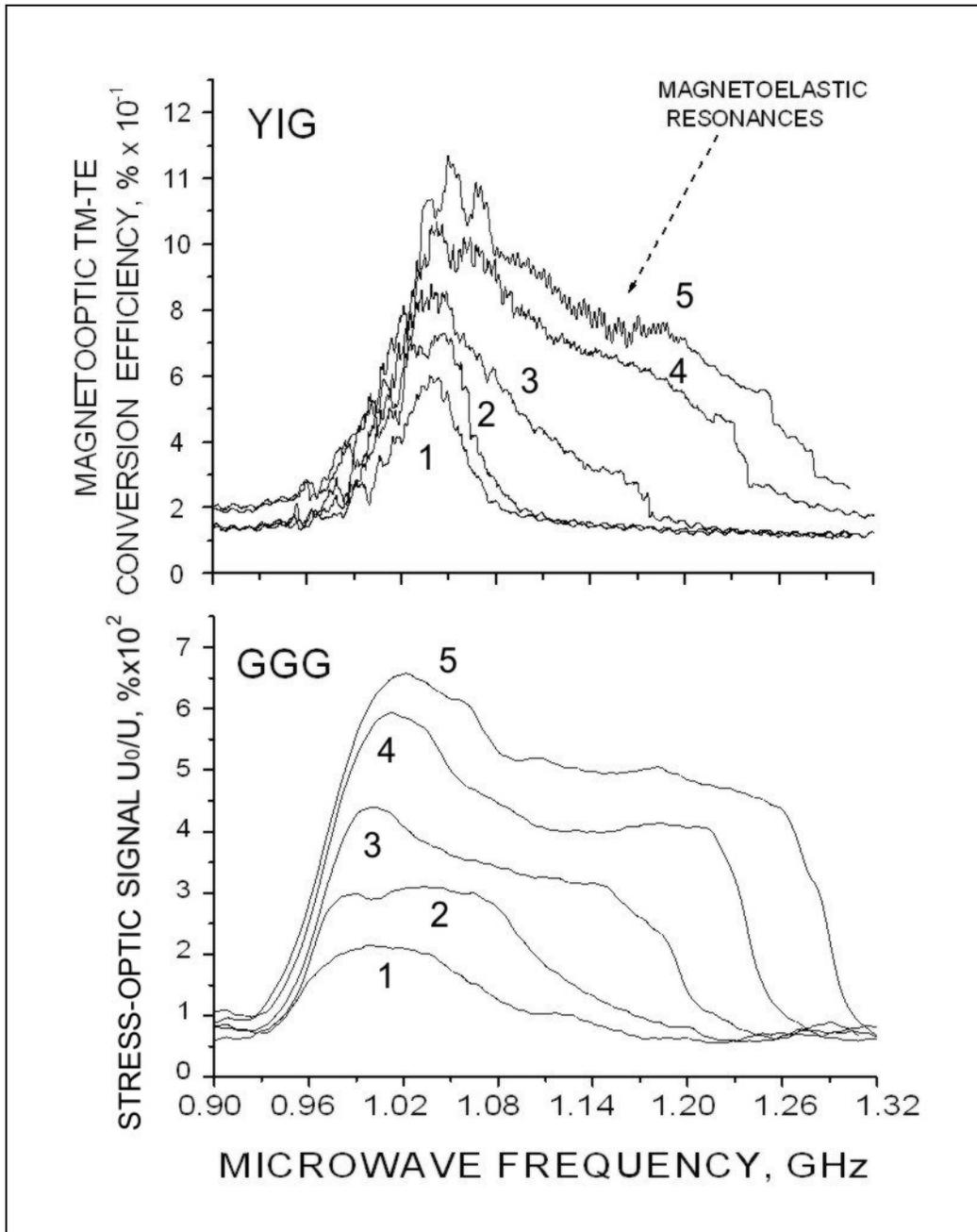


Figura 6.16 Espectros de las ondas de spin dipolares obtenidos para varios niveles de potencia de la señal de microondas (onda continua) a la entrada de la antena (Resultados originales), 1.-  $P = 11\text{dBm}$ , 2.-  $P = 14\text{dBm}$ , 3.-  $P = 17\text{dBm}$ , 4.-  $P = 19\text{dBm}$ , 5.-  $P = 21\text{dBm}$ .

En las figuras 6.16 y 6.17 se observa claramente que existe una buena correlación entre las dos respuestas ópticas presentadas, lo que resulta muy interesante ya que pese a su diferente naturaleza, ambas respuestas presentan similitudes muy aceptables, lo que abren la posibilidad de realizar espectroscopia de fenómenos magnéticos utilizando una sonda de menor precisión en su calibración (prueba óptica en el sustrato).

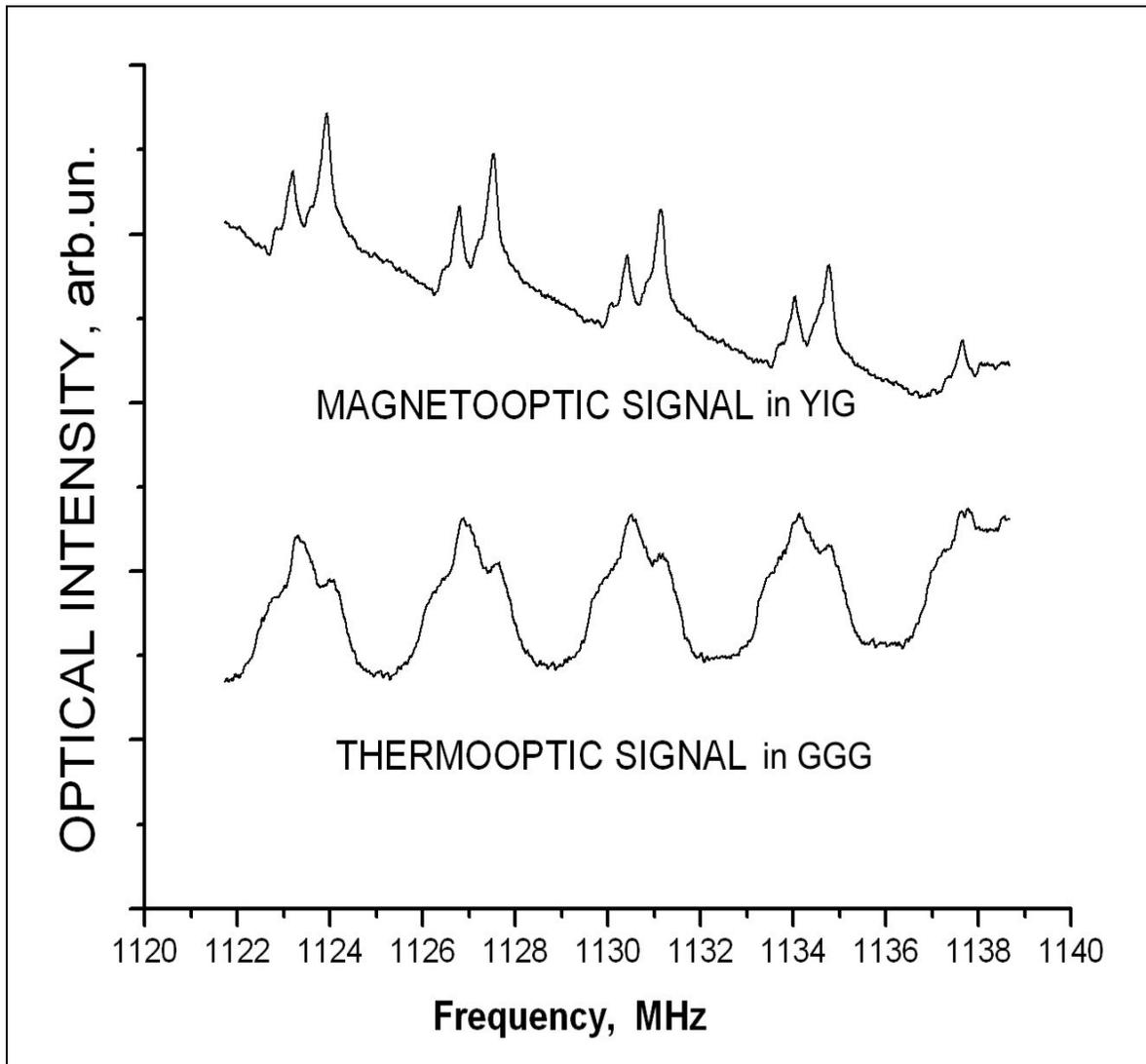


Figura 6.17 Resonancias elásticas montadas sobre el espectro de las ondas de spin dipolares (Resultados originales)

Uno de los efectos de mayor importancia ocasionados por la presencia de *stress* en la muestra, es el relacionado con el desplazamiento de la frecuencia de resonancia uniforme FMR.

Utilizando la ecuación de movimiento linealizada 1.20 y considerando los factores de demagnetización incluidos en las ecuaciones 6.23 y 6.24

$$H_0 = H_{ext} - \tilde{N}M_0 \quad (6.23)$$

$$h = h_{ext} - \tilde{N}m \quad (6.24)$$

tenemos que la ecuación 1.20 puede ser escrita de la siguiente forma

$$j\omega m + \gamma m(H_{ext} - \tilde{N}M_0) + \gamma(\tilde{N}m) \times M_0 - \frac{j\alpha\omega}{M_0} m \times M_0 = -\gamma M_0 \times h_{ext} \quad (6.25)$$

Resolviendo la ecuación 6.25 considerando  $h_{ext} = 0$  y  $\alpha = 0$ , tenemos:

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{(H_{ext} + (N_{11} - N_{33}) \cdot M_0) \cdot (H_{ext} + (N_{22} - N_{33}) \cdot M_0) - N_{12}^2 M_0^2} \quad (6.26)$$

La ecuación 6.26 representa la frecuencia de resonancia para oscilaciones fundamentales o eigen-oscilaciones. Los factores de demagnetización están dados por:

$$\begin{aligned} N_{11} &= -3 \frac{H_{A1}}{M_0} \sin^2(\theta) \sin^2(2\varphi) \\ N_{22} &= -3 \frac{H_{A1}}{M_0} \sin^2(\theta) \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2(2\varphi)\right) \\ N_{12} &= -3 \frac{H_{A1}}{M_0} \sin^2(\theta) \cos(\theta) \sin(4\varphi) \\ N_{33} &= \frac{H_{A1}}{M_0} (1 + \cos^2(2\theta) - \sin^4(\theta) \sin^2(2\varphi)) \end{aligned} \quad (6.27)$$

donde  $H_{A1} = K_1/M_0$  ( $K_1 = -7 \times 10^4$  es la constante de anisotropía principal),  $\theta$  y  $\varphi$  son los ángulos que forman la magnetización y los ejes cristalinos principales ( $\theta = 45^\circ$  y  $\varphi = 54^\circ.44'$ )

Para tomar en cuenta los efectos del *stress*, debemos incluir en la ecuación 6.26 los factores de demagnetización magnetoelásticos [15]

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{(H_{ext} + (N_{11} + \sigma_{11} - N_{33} - \sigma_{33}) \cdot M_0) \cdot (H_{ext} + (N_{22} + \sigma_{22} - N_{33} - \sigma_{33}) \cdot M_0) - (N_{12}^2 + \sigma_{12}^2) M_0^2} \quad (6.28)$$

donde los factores de demagnetización magnetoelástica  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ , y  $\sigma_{12}$  para nuestro caso están dado por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= \left( \frac{3\lambda_{100}}{M_0^2} \sigma_{xx} \right) \cos^2(\alpha) \\
 \sigma_{22} &= \left( \frac{3\lambda_{100}}{M_0^2} \sigma_{xx} \right) \cos^2(\alpha + 90^\circ) \\
 \sigma_{33} &= 0 \\
 \sigma_{12} &= \left( \frac{3\lambda_{111}}{M_0^2} \sigma_{xx} \right) \cos^2(\alpha + 90^\circ) \cos(\alpha)
 \end{aligned}
 \tag{6.29}$$

donde  $\lambda_{100}$  y  $\lambda_{111}$  son las constante de *magnetostriction* para un ferromagneto cúbico, y  $\alpha$  es el ángulo que forma la componente del *stress* con el eje cristalino principal.

Con lo que finalmente es posible obtener el desplazamiento en frecuencia de la FMR, el cual, como se observa en la figura 6.18 presenta valores aproximados a 1MHz para componentes de *stress*  $\sigma_{xx} \approx 10^6 - 10^7$ .

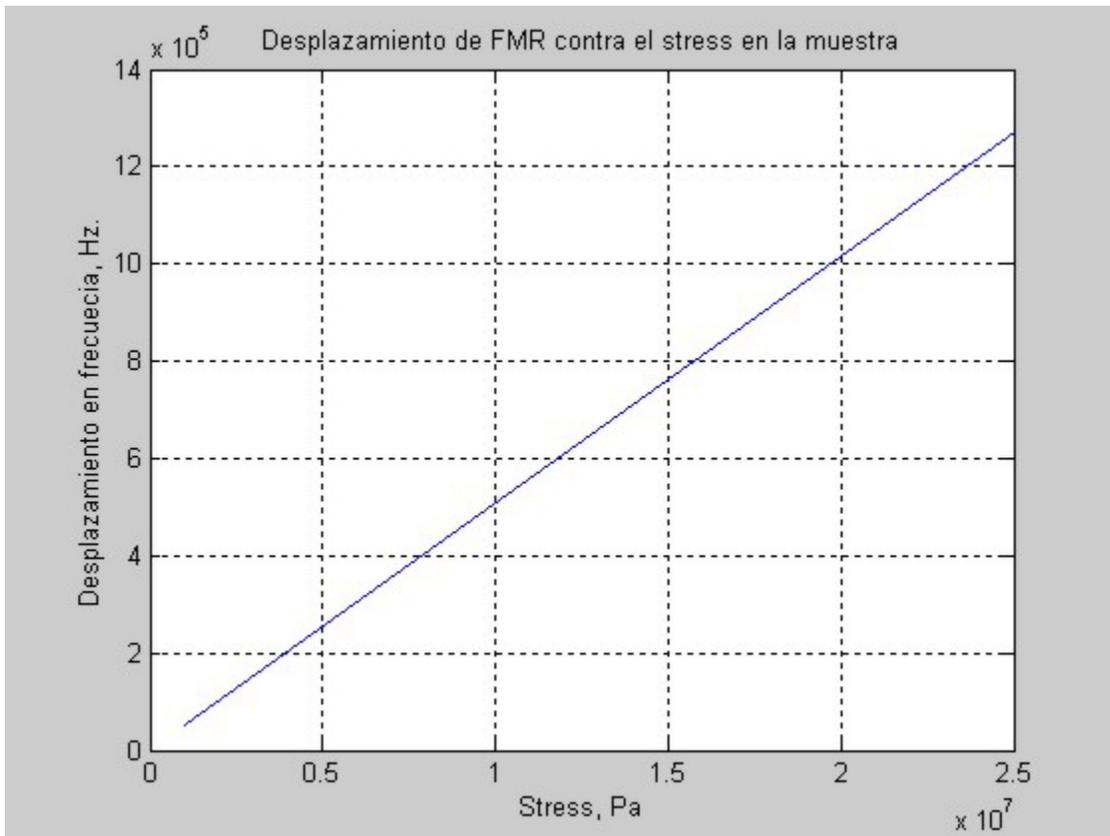


Figura 6.17 Desplazamiento de FMR generado por la presencia de stress en la muestra

En resumen, es muy importante mencionar que en esta investigación descubrimos que debido a la buena correlación que existe entre las respuestas ópticas en YIG y GGG, es viable contemplar la posibilidad de realizar espectroscopia de fenómenos magnéticos utilizando los efectos termo-elásticos inducidos en GGG, lo que presenta como ventaja inmediata la posibilidad de usar una técnica óptica de menor precisión en su calibración.

Otro resultado importante se refiere a la *verificación tanto en simulaciones numéricas como de forma experimental de la presencia de stress en la muestra, inducido por el incremento en la temperatura ocasionado por la absorción de la energía del campo de microondas en la situación de resonancia de la muestra ferrimagnética.*

Es importante mencionar que estos resultados están próximos a ser publicados.

## 6.4 Conclusiones

A lo largo de este trabajo de tesis se presentó la teoría fundamental necesaria para entender e interpretar los resultados experimentales mostrados en este último capítulo, es así como en los primeros capítulos se mostró la teoría fundamental del ferromagnetismo, de las ondas spin, de la excitación paramétrica de ondas de spin y efectos no lineales presentes, la interacción y acoplamiento entre las ondas de spin y las ondas elásticas, y finalmente los principios de interacción magnetoóptica y elasto-óptica.

Uno de los primeros resultados de esta investigación fue el diseño y desarrollo de un espectrómetro magnetoóptico que permite desarrollar experimentos relacionados con la excitación y caracterización de las ondas de spin tanto en regímenes lineales como no lineales, a través de una técnica que involucra la modulación de una señal óptica por medio de los efectos magneto-ópticos de *Faraday* y *Cotton-Mouton* en lo que se refiere a la celda de Bragg generada en la película de YIG por las ondas de spin dipolares, y por los efectos de *stress-óptico* ocasionados por el calentamiento de la película de YIG a consecuencia de la absorción de la energía proveniente de la antena microcinta. Este espectrómetro tiene como ventajas la posibilidad de excitar los modos ópticos guiados desde una frontera pulida de la película con lo que se evita cualquier efecto que pudiera producir la presencia del prisma de excitación de modos utilizado por otros autores, también es muy sencillo en su operación y permite cambiar de muestra con relativa facilidad.

En lo que se refiere a los resultados experimentales de la excitación de las ondas elásticas por medio de las ondas de spin, es importante mencionar que en esta investigación se presentó, a nuestro conocimiento, las *primeras observaciones experimentales de la presencia de las reglas de selección para la excitación de ondas elásticas por medio de ondas de spin dipolares*, lo que viene a confirmar investigaciones teóricas realizadas por otros autores anteriormente. Por otro lado, y también referente a la interacción entre los sistemas magnético y elástico, en esta investigación se buscó un mecanismo que permitiera para excitar ondas elásticas sin restricciones en un rango grande de frecuencias. Este mecanismo fue encontrado y en suma se presentó un modelo que explica teóricamente el mecanismo de excitación basándose en la excitación paramétrica de modos magnetoelásticos por medio de un campo magnético secundario generado por la elipticidad presentada por la precesión de la magnetización en las ondas de spin en regímenes no lineales. De esta forma, se puede hablar de que la excitación continua de las ondas elásticas solo puede ser realidad en regímenes no lineales de la excitación de las ondas de spin.

En cuanto a la investigación de los efectos termo-elasto-ópticos presentes en GGG, se puede concluir que, no obstante la diferente naturaleza de los efectos presentes en YIG y en GGG y debido a la buena correlación que existe entre las respuestas ópticas, es viable contemplar la posibilidad de realizar espectroscopia de fenómenos magnéticos utilizando los efectos termo-elasto-ópticos inducidos en GGG, lo que presenta como ventaja inmediata la posibilidad de usar una técnica óptica de menor precisión en su calibración. Por otro

lado, también resulta muy importante mencionar que mediante nuestra técnica óptica de análisis, hemos sido capaces de detectar la presencia de componentes de *stress* termo inducido, lo que junto con las simulaciones numéricas realizadas no permite afirmar que efectos como el desplazamiento de FMR en presencia de campos magnéticos de altos niveles de potencia investigados por otros autores, son no únicamente originados por la temperatura, si no que deben en parte a la presencia de *stress* en la muestra.

*Referencias Capítulo Uno.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.

*Referencias Capítulo Dos.*

- [1] Stancil, D. D. “*Theory of Magnetostatic Waves*” Springer-Verlag, 1993.  
 [2] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.  
 [3] Kalinikos, B. A. “*Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic films*” *IEE, Proc.*, 127 part H, pp 4-10, 1980.

*Referencias Capítulo Tres.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.  
 [2] Skrotskii, G. V. y Alimov, Yu. “*Ferromagnetic resonance in a circularly polarized electromagnetic field of arbitrary amplitude*” *Sov. Phys., JETP*, 8, No.6, 1035, (1959).  
 [3] Fetisov, Yuri. K. y Patton, C. E. “*Thermal microwave foldover and bistability in ferromagnetic resonance*” *IEEE Trans. Magnetics.*, Vol. 40, No. 2, Marzo 2004..  
 [4] Bloembergen, N. y Wang, S. “*Relaxation effects in para- and ferromagnetic resonance*” *Phys. Rev.* 93, No. 1, 72, (1954).  
 [5] Bloembergen, N. y Damon, R. W. “*Relaxation effects in ferromagnetic resonance*” *Phys. Rev.* 85, No. 4, 699, (1952).  
 [6] Anderson, P. W. y Suhl, H. “*Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels*” *Phys. Rev.* 100, No. 6, 1788, (1955).  
 [7] Suhl, H. “*The nonlinear behavior of ferrites at high microwave signal levels*” *Proc. IRE.* 44, No. 10, 1270, (1956).  
 [8] Suhl, H. “*The theory of ferromagnetic resonance at high signal powers*” *J. Phys. Chem. Solids*, 1, No. 4, 209, (1957).  
 [9] Schlömann, E., Green, J. J. y Milano, U. “*Recent developments in ferromagnetic resonance at high power levels*” *J. Appl. Phys.* 31, No. 5, Suppl., 386S, (1960).

*Referencias Capítulo Cuatro.*

- [1] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.  
 [2] Schlömann, E., “*Generation of phonons in high power ferromagnetic resonance experiments*” *J. Appl. Phys.* 31, No. 9, 1647, (1960).  
 [3] Olson, F. A., “*Study of magnetoelastic interactions by parallel pumping*” *J. Appl. Phys.* 34, No. 4, Pt. 2, 1281, (1963).

*Referencias Capítulo Cinco.*

- [1] Solomko, A.A., Gaidai, Yu. y Kolokoltsev, O. “*Mode conversion in films of gyrotropic electrooptic crystals*” Sov. Phys. Tech. Phys. 36, No.8, 918, (1992).
- [2] Zvezdin, A.K. y Kotov, V.A. “*Modern Magnetooptics and Magneto-optical Material*” Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1997.
- [3] Tsai, C. S. y Young D. “*Magnetostatic-forward-volume-waves-based guided-wave magneto-optic Bragg cells and applications to communications and signal processing*” IEEE Trans. Microwaves Theor. Techn. 38, No. 5, 560, (1990).
- [4] Yariv, A. y Yeh P., “*Optical waves in crystals*” J. Wiley & Sons, Inc. (2003).
- [5] Ying Chen, Bin Chen, Patel, M. K. and Bass, M. “*Calculation of Thermal –Gradient-Induced Stress Birefringence in Slab Lasers*”. IEEE Journ. Of Quant. Electr., Vol.40. No.7, 909, (2004).

*Referencias Capítulo Seis.*

- [1] Kolokoltsev, O. y Gaidai, Yu. A. “*Measurements of angular and spatial characteristics of magnetostatic wave beams by an optical guided-wave probe*” JMMM. 204, 101, (1999).
- [2] Bilaniuk, N. y Stancil, D.D. “*Evidence for acoustic-wave coupling in the magnetostatic-wave-optical interaction*” J, Appl. Phys. 67, No. 9, 4790, (1990)
- [3] Eshbach, J. R. “*Spin-wave propagation and the magnetoelastic interaction in yttrium iron garnet*” Phys. Rev. Lett. 8 No. 9, 357, (1962).
- [4] Strauss, W. “*Elastic and magnetoelastic waves in yttrium iron garnet*”. Proc, IEEE, Vol. 53, No. 10, 1485 (1965).
- [5] Van de Vaart, H. and Matthews, H. “*Propagating magnetoelastic waves in an infinite plate*”. Appl. Phys. Lett. 16, No. 4, 153 (1970).
- [6] Bugaev, A.S. y Gorsky, V.B. “*The influence of magnetoelastic coupling of exchange spin waves on the spectrum of magnetoacoustic vibration in planar structures*” Phys. Solid State. 44, No. 4, 724, (2002).
- [7] Parekh, J. P. and Bertoni, H. L. “*Magnetoelastic Rayleigh-type surface wave on a tangentially magnetized YIG substrate*” Appl. Phys. Lett. 20, No. 9, 362, (1972).
- [8] Gulyaev, Yu. V. , Zil'berman, P.E. et al. “*Observation of fast magnetoelastic waves in thin yttrium-iron garnet wafers and epitaxial films*” JETP, 34, 9, 477, (1981).
- [9] Gulyaev, Yu. V. , Temiryazev, A. G. et al. “*Magnetoelastic interaction in yttrium iron garnet films with magnetic inhomogeneities through the film thickness*” J. Appl. Phys. 75, 10, 5619, (1994).
- [10] Filimonov, Yu. A. y Kazakov, G.T., et al. “*Nonlinear properties of magnetoelastic Rayleigh waves in ferrite films*” JMMM. 272-276, 1009, (2004).
- [11] Kobayashi, T., Barker, R.C. y Yelon, A. “*Ferromagnetoelastic resonance in thin films I Formal Treatment*” Phys. Rev. B 7, 7, 3273, (1973).
- [12] Kobayashi, T., Barker, R.C. y Yelon, A. “*Ferromagnetoelastic resonance in thin films II Application to Nickel*” Phys. Rev. B 7, 7, 3286, (1973).
- [13] Tiersten, H. F. “*Thickness vibrations of saturated magnetoelastic plates*”. J. Appl. Phys. 36, No.7, 2250, (1965).
- [14] Gulyaev, Yu. V. y Zil'berman, P.E. “*Magnetoelastic waves in YIG plates and films*” Izvestiya Vuzov, Fizika. 11, 6, (1988).
- [15] Gurevich, A.G. y Melkov, G.A. “*Magnetization Oscillations and Waves*” CRC Press, 1996.
- [16] Ye, M. y Dötsch, H. “*Magnetoelastic instabilities in the ferromagnetic resonance of magnetic garnet films*” Phys. Rev. B 44, No. 17, 9458, (1991).
- [17] Parekh, J. P. y Bertoni, H. L. “*Exchange free magnetoelastic plane waves*”. Appl. Phys. Lett. 44, No.6 , 2866, (1973).

- 
- [18] Turner, E.H. “Interaction of phonons and spin waves in yttrium iron garnet” Phys. Rev. Letters. 5, No. 3, 100, (1960).
- [19] Schlömann, E. y Joseph, R.I. “Parametric excitation of phonons in magnetic materials b means of parallel pumping” J. Appl. Phys. 40, No.5, 2164, (1969).
- [20] Anderson, E. E. “Molecular field Model and the Magnetization of YIG”. Phys. Rev. Vol. 134. No.6a, 1581, (1964).
- [21] Smith, W.V. y Overmeyer, J. et. al. “Microwave Resonance in Gadolinium-Iron Garnet Crystals”. IBM Journal, 153, (1959).
- [22] Dionne, G. F. “Temperature and Stress Sensitivities of Microwave Ferrites”. IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 8, No. 3, 439, (1972).
- [23] Darby, M., y Isaac, E. “Magnetocrystalline anisotropy of ferro- and ferrimagnetics”. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 10. No.2, 259, (1974).
- [24] Kittel, C. “Theory of Temperature dependence of the Magnetoelastic Constants of Cubic Crystals”. Phys. Rev. Vol. 118. No.5, 1231, (1960).
- [25] Burenkov, Yu. A. y Nikanorov, S.P. “Temperature Effect on the Elastic Properties of Yttrium Garnet Ferrite  $Y_3Fe_5O_{12}$ ”. Physics of the Solid State, Vol.44. No.2, 318, (2002)
- [26] Dillon B.M., y Gibson A.A.P. “Microwave and thermal analysis of a high-power ferrite phase shifter”. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, No.2, Part 1, 1149, (2002).
- [27] Ishak, W. S. “Magnetostatic wave Technology”. Proc. of the IEEE. Vol. 76. No.2, 171, (1988).
- [28] Zhang Y., Patton C., y Kogekar M. “Ferromagnetic resonance foldover in single crystal YIG films- -Sample heating or suhl instability”. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 22, No. 5, 993 (1986).
- [29] Fetisov, Y.K.; Patton, C.E.; “Thermal microwave foldover and bistability in ferromagnetic resonance”. IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 40, No. 2, Part 1, 473, (2004) .
- [30] Ying Chen, Bin Chen, Patel, M. K. and Bass, M. “Calculation of Thermal –Gradient-Induced Stress Birefringence in Slab Lasers”. IEEE Journ. Of Quant. Electr., Vol.40. No.7, 909, (2004).
- [31] Naotake Noda, Richard B. Hetnarski, Yoshinobu Tanigawa “Thermal Stresses. 2nd Edition”. Tailor & Francis, NY.
- [32] Rui-sheng Liang and Feng-chao Liu. “Measurement of Thermal Expansion coefficient of Substrate GGG and it Epitaxial Layer YIG”. Pow der Diffracton. Vol.14, No.1., 2, (1999).
- [33] Krupke, W. F., Shinn, M. D., Marion, J. E., Caird, J. A., and Stokowski, S.E. “Spectroscopic, Optical, and Thermomechanical Properties of Neodymium- and Chromium- Doped Gadolinium Scandium Gallium Garnet”. J. Opt. Soc. Am. Vol.3, No.1, 102, (1986).
- [34] Kushibiki J., Arakawa M., Okabe R. “High-accuracy standard specimens for the line-focus-beam ultrasonic material characterization system” IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 49, 6, 827, (2002).



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com



ScienceDirect

Solid State Communications XX (XXXX) XXX–XXX

solid  
state  
communications

www.elsevier.com/locate/ssc

## Observation of indirect parallel pumping of magneto-elastic modes in layered YIG/GGG structures

C.L. Ordóñez-Romero<sup>a,\*</sup>, O.V. Kolokoltsev<sup>a</sup>, V. Grimalsky<sup>b</sup>, N. Qureshi<sup>a</sup>, R. Ortega<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET), Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Mexico

<sup>b</sup> National Institute for Astrophysics, Optics, and Electronics (INAOE), Puebla ZP 72000, Mexico

Received 21 April 2006; received in revised form 19 September 2006; accepted 20 September 2006 by B. Jusserand

### Abstract

In this work we report new experimental results on nonlinear excitation of magnetoelastic (ME) modes in layered YIG/GGG waveguide structures at GHz frequencies, obtained by a guided-wave light scattering technique. It is shown that the fundamental spin-dipole wave (SDW) mode induces a secondary microwave field at double frequency that can efficiently excite shear elastic modes of the structure. The distinctive feature of a mechanism for ME coupling proposed is that it is free from the selection rules and provides continuous excitation of elastic modes within a wide frequency range by means of the standard microstrip line excitation system.

© 2006 Published by Elsevier Ltd

PACS: 72.55.+s; 75.70.-i; 75.80.+q; 78.20.Ls; 43.35.Rw

Keywords: D. Magneto-elastic waves; A. Ferrite film; A. Yttrium iron garnet; D. Magneto-optics

1 The existence of strong coupling between elastic waves  
2 (EWs) and spin waves (the waves of the magnetization  
3 precession) in bulk ferrimagnetics, in particular in yttrium iron  
4 garnet (YIG) disks and rods, was clearly demonstrated in early  
5 works of Eshbach and Strauss [1,2]. This phenomenon, leading to  
6 the formation of magnetoelastic (ME) waves, was intensively  
7 studied in different planar ferromagnetic structures [3–8]. The  
8 characteristics of ME interactions in thin YIG films grown on  
9 paramagnetic gallium gadolinium garnet (GGG) substrates are  
10 of special interest since these structures are widely used in  
11 commercial microwave technologies.

12 It should be noted that a thin YIG film grown on GGG  
13 substrate does not satisfy the conditions of an ultrasonic  
14 waveguide because elastic waves in YIG propagate faster than  
15 in GGG. In most cases a YIG film is considered as a thin-film  
16 transducer that excites elastic waves in the whole YIG/GGG  
17 structure that operates as high-Q ultrasonic resonator or  
18 waveguide. In particular, when the sample is magnetized along  
19 the film normal  $\vec{n}$ , the case to be considered here, the in-  
20 plane microwave components of the magnetization ( $m_x$ ) in YIG

efficiently induce a shear (transversal) EW that propagates at a  
small angle ( $\theta$ ) to  $\vec{n}$ , across the structure. Here, the type of EW  
can be determined from the coupled equations of motion for  
the magnetic and elastic systems [2,9–11], taking into account  
that possible propagation directions of EWs are restricted by  
the conservation laws. This is especially important when the  
ME effect is associated with a fundamental spin dipole wave  
(SDW) propagating in the YIG film with in-plane wavevector  
 $\vec{k}_{\text{DSW}}$ .

In practical planar devices SDWs are excited by non-uniform  
microwave fields generated by microstrip line antennas. At  
GHz frequencies  $|\vec{k}_{\text{DSW}}|$  ( $\sim 10^2$ – $10^3$  cm<sup>-1</sup>) is two orders  
of magnitude less than the value of the wavevector of EW  
 $|\vec{q}|$  ( $\sim 10^4$ – $10^5$  cm<sup>-1</sup>). Thus, this excludes any collinear-  
like interactions between the waves in conventional samples.  
The phase synchronism conditions needed for efficient ME  
coupling between SDWs and EWs can be satisfied only if their  
wavevectors are almost orthogonal. For the YIG/GGG structure  
there are two linear mechanisms explaining how SDWs can  
efficiently couple to EWs. The first one relates to the direct  
ME coupling between SDW and elastic (Lamb) modes of the  
structure. This is the so-called case of *fast ME waves* described

\* Corresponding author. Tel.: +52 5556772557; fax: +52 5556228651.  
E-mail address: cloro@gmx.net (C.L. Ordóñez-Romero).

in [5,10,11]. Here,  $\vec{q}$  is almost parallel to  $\vec{n}$ , and the ME wave forms when the-plane synchronism condition  $k_{\text{DSW}} = \vec{q} \sin(\theta)$  is satisfied. The second (indirect) mechanism involves the resonant interaction between EWs and short-wavelength exchange spin wave modes, excited in turn by SDWs. This process was described well for YIG resonators [7] and, also, demonstrated in inhomogeneous films [6].

In early works [5–7,10] the ME interactions were studied in very narrow frequency regions of 10–100 MHz. They were observed as absorption peaks in spin-wave spectra, with frequency spacing of  $\Delta f \approx 0.3\text{--}4$  MHz, and were related to elastic resonances of the whole structure (YIG film + GGG substrate). The practical aim of these studies was to find how to increase the operating frequency of elastic excitations. From this point of view the indirect mechanism is very attractive. However it is discrete and possesses a highly selective character with respect to the parameters of interacting waves.

In this work we present experimental data indicating a new efficient non-linear mechanism of excitation of ME modes by SDW at GHz frequencies in normally magnetized YIG/GGG structures. The effect possesses a high efficiency and large bandwidth when exciting ultrasound at GHz frequencies. We assume that the nonlinear ME coupling observed can be explained in the framework of the well known parallel pumping effect that in its classical configuration provides the parametrical amplification of elliptically polarized thermal magnons at frequency  $f$  by external uniform microwave pump magnetic field with the frequency  $2f$  applied parallel to  $\vec{M}_s$  [11]. The peculiarity of the pumping process discussed here is that the  $2f$ -pump magnetic field is considered to be a secondary field generated by intense SDW.

The phenomenon was characterized by the optical guided-wave probing technique within a wide frequency range of 0.4–2.3 GHz, i.e. in the frequency scale that allowed us to observe the selection rules on excitation of ME modes inside the film, as well as their violation in the nonlinear regime.

In the experiments we used homogeneous YIG film epitaxially deposited on a {111}-oriented GGG substrate, with surface spins unpinned (SSU) and saturation magnetization  $4\pi M_s = 1750$  gauss. The film thickness was  $t_{\text{YIG}} = 5$   $\mu\text{m}$ , and the thickness of the whole structure was  $t_{\text{YIG+GGG}} = 511$   $\mu\text{m}$ . For optical guided-wave probing we applied the conventional geometry of the non-collinear magneto-optical interaction shown in Fig. 1 (see details in Ref. [12]). Here, the bias field  $H_0$  was applied along the film normal (the Z-axis), and the SDWs (Magnetostatic Forward Volume Waves) were excited by 70  $\mu\text{m}$ -wide, 6 mm-long microstrip line antenna, along the X-axis. The optical guided wave of TM mode was excited in YIG film, along the Y-axis, by a DFB-LD at a wavelength of 1.3  $\mu\text{m}$ . All spectral components of the diffracted light (of TE mode) were focused into a wide-aperture Ge-photodiode. To generate SDWs we used a Wiltron network analyzer calibrated to provide constant power at the output of a wideband microwave circuit in the regime of frequency sweeping from  $f = 0.2$  to 2.3 GHz.

The optical responses shown in Fig. 2 represent the intensity spectra of SDWs at incident microwave power ( $P$ ) of 10 dB m

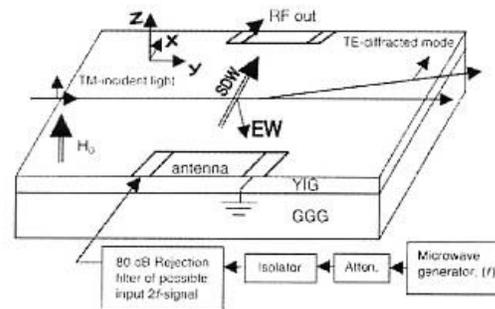


Fig. 1. Optical guided wave probing scheme.

corresponding to the linear propagation regime of SDW. The spectra shown in Fig. 2(a), (c) and (e), contain the characteristic peaks with frequency spacing of  $\Delta f_{\text{YIG+GGG}} = v_{\text{GGG}}/2t_{\text{YIG+GGG}} \approx 3.8$  MHz, which belong to the elastic resonances of the whole structure, where  $v_{\text{GGG}} \approx 3.57 \times 10^5$  cm/s is the velocity of transverse EW (strictly speaking the transversal Lamb modes, close to their cut-off frequencies, are excited). It is notable that both the profile and intensity of the elastic peaks changes, as the frequency increases. It can be associated with a standard nonuniformity in the structure thickness of order of 0.1–0.3  $\mu\text{m/mm}$ .

As is clearly seen in Fig. 2, in the linear regime the excitation efficiency of the ME resonances exhibits a periodic character over the frequency range of 0.4–2.3 GHz. The elastic modes could only be excited within specific frequency zones  $f_n \pm 100$  MHz, shown in Fig. 2(a), (c) and (e), separated by the frequency interval  $\Delta f_f \approx 720$  MHz. Here,  $f_n = f_0 + n\Delta f_f$ ,  $f_0 \approx 0.43$  GHz, and  $n = 0, 1, \dots, N$ . These zones are separated by the prohibited zones, Fig. 2(b), (d), where ME interaction was not observed. A similar result was observed in a wide range of  $P < P_{\text{th}}$ , where  $P_{\text{th}}$  is a certain threshold power level.

However, the situation changes when  $P$  exceeds  $P_{\text{th}} \approx 18$  dB m. Fig. 3(a)–(d) illustrates that at  $P \geq P_{\text{th}}$  the ME resonances are efficiently excited now by DSW over the whole 0.4–2.3 GHz range. The comparison of Fig. 2(b), (d) and Fig. 3(a), (c) shows that ME coupling becomes very strong even within the zones where the resonances were prohibited at  $P < P_{\text{th}}$ .

We assume that the most probable interpretation of the results is the following. The linear responses presented in Fig. 2 correspond to the well-known aforementioned case of direct ME coupling between shear EW and SDW in the film under the tangential phase synchronism condition  $k_{\text{DSW}} = q_x$  (the case of fast ME waves). Here, the existence of the specific frequency zones manifests the selection rules for excitation of EWs by SDW of fundamental mode inside the film with SSU boundary conditions. As was shown in detail in [13] for the case of a ferromagnetic layer, SSU together with the traction-free boundary conditions (the antinodes of the tangential elastic displacement ( $u$ ) on the layer surfaces) prohibits coupling between the even ME modes of the layer and dynamic magnetization with uniform transversal distribution

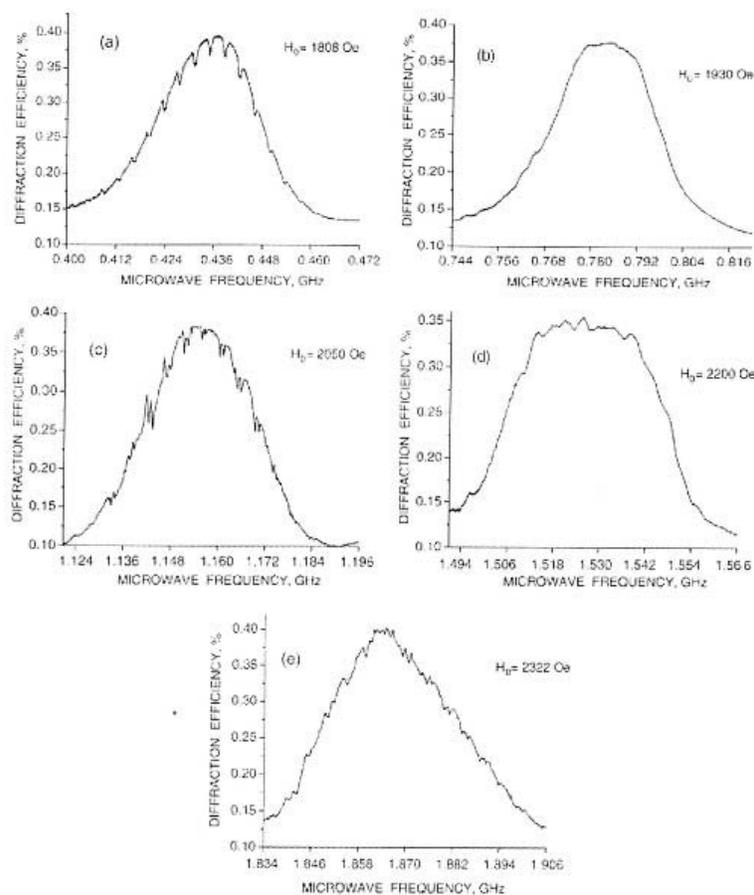


Fig. 2. Optical response corresponding to DSW intensity spectra in the linear regime.

1 (FMR or fundamental SDW). Similar considerations can be  
 2 applied also for the case of the YIG/GGG structure, although  
 3 the situation here is somewhat different because of the existence  
 4 of the YIG–GGG interface. Here,  $u$  always has the antinode  
 5 on the free surfaces of the YIG film and GGG, however  
 6 at the film–substrate interface the value of  $u$  is frequency-  
 7 dependent. As a result, “virtual” even or odd nodes of  $u$   
 8 on the interface determine the minimal and, respectively,  
 9 maximal efficiency of ME coupling that can be expressed  
 10 through the overlap integral between EW by SDW. It is clear  
 11 that this simple approach works only in the vicinity of ME  
 12 resonances, since ME coupling at the resonance somewhat  
 13 modifies the magnetoelastic field. The ME coupling function  
 14 can be calculated exactly from the coupled magneto-elastic  
 15 equations. However, the frequencies of its extreme values can  
 16 be simply estimated as  $f_n = nv_{YIG}/2l_{YIG}$ , where  $v_{GGG} =$   
 $3.85 \times 10^5$  cm/s is the velocity of shear EW in YIG, and odd or  
 even values of  $n$  determine, respectively, the central frequencies

19 in the zones where excitation of ME resonances is efficient  
 20 (Fig. 2(a), (c), (e)) or prohibited (Fig. 2(b), (d)). This coincides  
 21 well with the experimental  $f_n$  and  $\Delta f_f$ .

22 The results presented in Fig. 2, to our knowledge, are  
 23 the first direct experimental observation of the selection rules  
 24 determined by the linear ME interactions in the thin film-  
 25 substrate structure. In this work, these data are of especial  
 26 interest because they help us analyze the nonlinear regime of  
 27 SDW–EW interactions at which the selection rules disappear.

28 For the nonlinear regime shown in Fig. 3, characterized  
 29 by continuous and efficient excitation of ME resonances by  
 30 SDW over the wide frequency range, we propose the following  
 31 model. It is well known that microstripe line antennas excite  
 32 SDWs with elliptical polarizations. This means the existence  
 33 of a small amplitude dynamic magnetic component ( $m_2^{SDW}$ ) of  
 34 SDW that is parallel to  $\vec{M}_s$ . This component is a consequence of  
 35 elliptical precession of the saturation magnetization vector  $\vec{M}_s$   
 36 about  $\vec{H}$ -internal, at  $|\vec{M}_s| = const$ , and oscillates at a frequency

Please cite this article in press as: C.L. Ordóñez-Romero, et al., Observation of indirect parallel pumping of magneto-elastic modes in layered YIG/GGG structures, Solid State Communications (2006), doi:10.1016/j.ssc.2006.09.039

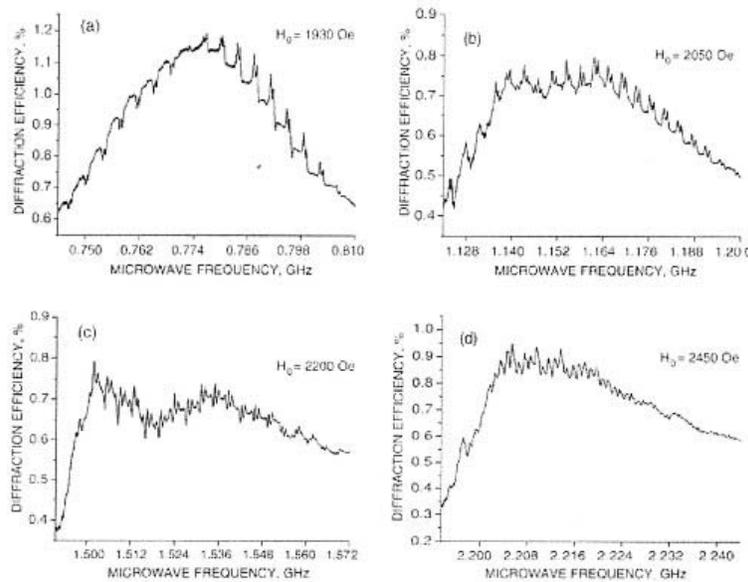


Fig. 3. Optical signal corresponding to intensity spectra of DSW at  $P \geq P_{th}$ .

2  $2f$ , where  $f$  is a fundamental frequency of the precession.  
 3 It is important here that its amplitude can grow nonlinearly  
 4 since the motion of the magnetization becomes more complex  
 5 as the driving power increases, even at a circularly polarized  
 6 driving microwave field [14]. Therefore, one can expect that  
 7 intense SDW generates a respectively strong second harmonic  
 8 magnetic field  $\tilde{h}_z^{2f}$  coupled to  $m_z^{SDW}$ . On the other hand, both  
 9 magnetic and elastic components of ME waves (at  $\theta \neq 0$ ,  
 10 but close to 0) are also elliptical [15]. Hence, as is required  
 11 at the first order Suhl parametrical process, two ME waves  
 12 at frequencies  $f_1 = f_2$  can be excited through perturbation  
 13 of their longitudinal magnetic component  $m_z^{ME}$ . This was  
 14 experimentally demonstrated earlier by Turner [16] in the  
 15 classical parallel pumping geometry with external  $2f$ -pumping  
 16 magnetic field. We suppose that in our case the nonlinear ME  
 17 coupling is realized by means of the dipole interaction between  
 18 the transversally quasi-uniform secondary field  $\tilde{h}_z^{2f}$  induced by  
 19 SDW and the magnetic component of ME wave  $m_z^{ME}$ . This  
 20 mechanism could explain why ME modes were continuously  
 21 excited over a wide frequency range, since  $m_z^{ME}(z)$  has no phase  
 22 variation on the film cross-section and the overlap integral for  
 23  $\tilde{h}_z^{2f}(z)m_z^{ME}(z)$  is nonzero for any ME mode.

24 Indeed, as expected, at  $P \geq P_{th}$  the second harmonic signal  
 25 was detected both in the signal reflected from the input antenna,  
 26 and in the signal transmitted between two microstrip antennas.  
 27 A clear correlation was also found between the appearance  
 28 of ME resonances and the double frequency signal at  $P \approx$   
 29  $P_{th}$  within the frequency zones where the resonances were  
 30 prohibited at  $P < P_{th}$ . Moreover, it is very interesting that  
 when the fundamental SDW frequency lies close to the high-

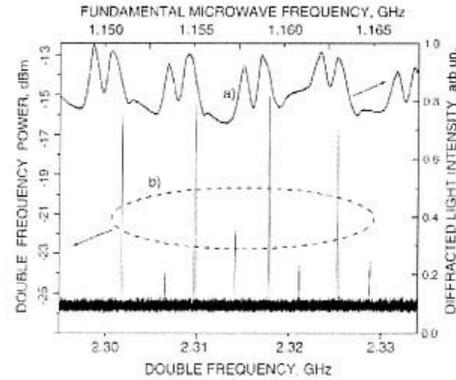


Fig. 4. (a) Optical response showing the intensity of DSW at  $P \geq P_{th}$ , (b) double frequency signal obtained by a microwave spectrum analyzer, at manual tuning of the incident RF signal.

frequency edge of the magnetoelastic peak, the power level  
 of the double frequency signal ( $P_{2f}$ ) significantly increases. It  
 becomes 9 dB greater compared with the signal level far from  
 the ME resonance. This is shown in Fig. 4.

Therefore, the effects observed at high power levels can be  
 summarized as follows: an SDW propagating in the film plane  
 at fundamental frequency  $f$  induces the secondary microwave  
 field  $\tilde{h}_z^{2f} \parallel \tilde{H}_0$  at  $f_p = 2f$  and the wavenumber  $k_p = 2k_{DSW}$ ,  
 $\tilde{k}_p \parallel X$ . The propagating field  $\tilde{h}_z$  in turn excites two shear ME  
 modes, by perturbing their  $m_z^{ME}$ , with wavevectors  $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$  and  
 frequencies  $f_1 = f_2 \equiv f_p/2$ . This last process corresponds

Please cite this article in press as: C.L. Ordóñez-Romero, et al., Observation of indirect parallel pumping of magneto-elastic modes in layered YIG/GGG structures, Solid State Communications (2006), doi:10.1016/j.ssc.2006.09.039

to the mechanism of nonuniform (wave) parallel pumping [11] with the in-plane space synchronism condition  $k_p = 2k_{\text{DSW}} = q_{1x} + q_{2x}$ , where the in-plane components  $q_{1x} = q_{2x} \equiv q_1 \sin \theta$ . The peculiarity of the case considered is that the transversal synchronism conditions  $q_{1z} = -q_{2z} \equiv q_2 \cos \theta$  also has to be added (note,  $q_{1,2z} \gg q_{1,2x}$ ). This condition is satisfied automatically since the ME waves are quasi-standing waves in the Z-direction.

The important question is: is the secondary field magnitude sufficient to pump ME modes? For the bulk samples the theoretical threshold field  $h_z^{\text{thr}}$  required for uniform parallel pumping of ME waves was widely discussed in the literature (refer. given in [11]). However, explicit analytical expressions for layered structures were not derived. For bulk YIG, as shown in [17], when  $f_p/2$  lies near to the bottom edge of the spin-wave spectrum, the minimal  $h_z^{\text{thr}} = (c_{44}M_s/b_2^2)(2\pi f/\gamma)^2 Q^{-1} |F(\theta)|$  corresponds to  $\theta \approx 5^\circ - 20^\circ$ , where  $\min |F(\theta)| \approx 2$  was derived numerically,  $c_{44}$ ,  $b_2$ , and  $\gamma$  are the elastic modulus, the ME constant, and the gyromagnetic ratio, respectively,  $c_{44}M_s/b_2^2 \approx 2 \text{ Oe}^{-1}$ . The critical parameter here is the  $Q$ -factor of EW. If we accept that the EW relaxation time in YIG is  $\tau \approx 1.6 \times 10^{-5} \text{ s}$  at 1 GHz [17], then  $Q = \pi f \tau \approx 50 \text{ } 300$ , and, therefore,  $h_z^{\text{thr}} \approx 5 \text{ Oe}$ . This is comparable to the well known expression for the “pure” spin-wave threshold  $h_z^{\text{thr}} = (f/\gamma M_s) \Delta H_k \sin \theta^{-2} \approx 2 \text{ Oe}$ , at  $\theta \approx 10^\circ$  and the typical spin-wave relaxation parameter  $\Delta H_k \approx 0.2 \text{ Oe}$ . The experimental  $h_z$  can be estimated by involving the Poynting vector in the magnetostatic limit, as  $h_z \approx (8\tilde{P}_{2f}k_p/f_p\gamma_{\text{YIG}})^{1/2}$ , where  $\tilde{P}_{2f} = \alpha P_{2f}$  is the power of the  $2f$ -signal in the structure,  $\alpha \approx 10$  is the antenna coupling loss coefficient determined experimentally, and the experimental  $P_{2f}$  was measured to be  $P_{2f} \approx 5\text{--}10 \text{ } \mu\text{W/cm}$ . This gives an experimental  $h_z \approx 1\text{--}4 \text{ Oe}$  that is close to the theoretical one, and, hence, the mechanism indeed can take place.

In summary, in this work we have presented first observations on the selection rules for fast ME waves over a wide GHz-frequency range, and their violation at the nonlinear regime. This has revealed the possibility of the existence of a new configuration of the parallel pumping mechanism for ME excitations. Here, we have discussed the probable model where an intense SDW induces a second harmonic magnetic field that causes the elastic resonator to respond at fundamental frequency  $f$ .

#### Acknowledgments

The authors thank the UNAM PAPIIT (grant IN105906) for financial support, as well as R. Ruvalcaba, P. Alvarado of CCADET for technical assistance on the experimental setup.

#### References

- [1] J.R. Eshbach, Phys. Rev. Lett. 8 (1962) 357.
- [2] W. Strauss, J. Appl. Phys. 36 (1965) 118.
- [3] J.P. Parekh, H.L. Bertoni, Appl. Phys. Lett. 20 (1972) 362.
- [4] H. van de Vaart, H. Matthews, Appl. Phys. Lett. 16 (1970) 153.
- [5] Yu.V. Gulyaev, P.E. Zil'berman, G.T. Kazakov, et al., JETP 9 (1981) 477.
- [6] Yu.V. Gulyaev, A.G. Temiryazev, M.P. Tikhomirova, P.E. Zil'berman, J. Appl. Phys. 75 (1994) 5619.
- [7] A.S. Bugaev, V.B. Gorsky, Sov. Phys. Solid State. 44 (2002) 724.
- [8] Yu.A. Filimonov, G.T. Kazakov, Yu.V. Khivintsev, et al., JMMM 272–276 (2004) 1009.
- [9] H.F. Tiersten, J. Appl. Phys. 36 (1965) 2250.
- [10] Yu.V. Gulyaev, P.E. Zil'berman, Izv. Vuzov. Fiz. 11 (1988) 6.
- [11] A.G. Gurevich, G.A. Melkov, Magnetization Oscillations and Waves, CRC Press, 1996.
- [12] O. Kotokoltsev, Yu.A. Gaidai, JMMM 204 (1999) 101.
- [13] T. Kobayashi, R.C. Barker, A. Yelon, Phys. Rev. B 7 (1973) 3273.
- [14] M. Ye, H. Dötsch, Phys. Rev. B 44 (1991) 9458.
- [15] J.P. Parekh, H.L. Bertoni, Appl. Phys. Lett. 44 (1973) 2866.
- [16] E.H. Turner, Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 100.
- [17] E. Schlömann, R.I. Joseph, J. Appl. Phys. 40 (1969) 2164.

***Abreviaturas y definiciones utilizadas.***

<b>AW</b>	<b>Acoustic Waves</b>	Ondas Acústicas
<b>BCM</b>	<b>Birefringence Circular Magnetic</b>	Birrefringencia Circular Magnética
<b>BLM</b>	<b>Birefringence Linear Magnetic</b>	Birrefringencia Circular Magnética
<b>CGS</b>	<b>Centimeter Gram Second</b>	Centímetro-Gramo-Segundo
<b>ESW</b>	<b>Exchange Spin Waves</b>	Ondas de spin de intercambio
<b>EW</b>	<b>Elastic Waves</b>	Ondas Elásticas
<b>FMR</b>	<b>Ferromagnetic Resonance</b>	Resonancia Ferromagnética
<b>FEMLAB</b>	<b>Finite Element Modeling Laboratory</b>	Método de elementos finitos
<b>GGG</b>	<b>Gallium Gadolinium Garnet</b>	Granate de Gadolinium Galio
<b>LPED</b>	<b>Liquid Phase Epitaxy Deposition</b>	Deposito de fase liquida
<b>MCD</b>	<b>Magnetic Circular Dichroism</b>	Dicroísmo Circular Magnético
<b>MLD</b>	<b>Magnetic Linear Dichroism</b>	Dicroísmo Lineal Magnético
<b>ME</b>	<b>Magneto Elastic</b>	Magnetoelástico
<b>MSBVW</b>	<b>Magnetostatic Backward Volume Waves</b>	Ondas de spin de volumen regresivas
<b>MSFVW</b>	<b>Magnetostatic Forward Volume Waves</b>	Ondas de spin de volumen progresivas
<b>MSSW</b>	<b>Magnetostatic Surface Waves</b>	Ondas de spin superficiales
<b>MSW</b>	<b>Magnetostatic Waves</b>	Ondas Magnetoestáticas
<b>SI</b>	<b>System International</b>	Sistema Métrico Internacional
<b>SDW</b>	<b>Spin Dipole Waves</b>	Ondas de spin dipolares
<b>SSU</b>	<b>Surface Spin Unpinned</b>	Superficie de spin libres
<b>Strain</b>	<b>Strain Tensor</b>	Tensor de deformación específica
<b>Stress</b>	<b>Stress Tensor</b>	Tensor de tensión interna
<b>Strain-óptico</b>	<b>Strain-optic interacción</b>	Interacción entre el campo de deformaciones específicas y ondas ópticas
<b>Stress-óptico</b>	<b>Stress-optic interacción</b>	Interacción entre el campo de tensiones internas y ondas ópticas
<b>SW</b>	<b>Spin Waves</b>	Ondas de spin
<b>SWR</b>	<b>Spin Wave Resonance</b>	Resonancias de ondas de spin
<b>TE</b>	<b>Transversal Electric</b>	Modo Transversal Eléctrico
<b>TM</b>	<b>Transversal Magnetic</b>	Modo Transversal Magnético
<b>TF</b>	<b>Traction Free</b>	Superficie de Tracción Libre
<b>YIG</b>	<b>Yttrium Iron Garnet</b>	Granate de hierro Itrio