



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**MATERIAL DIDÁCTICO PARA
LA ASIGNATURA DE FÍSICA**

MATERIAL DIDÁCTICO

Que para obtener el título de
INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

P R E S E N T A

GONZÁLEZ RUANO JUAN

ASESOR DE MATERIAL DIDÁCTICO

ING. M. DEL CARMEN MALDONADO SUSANO



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020

MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ASIGNATURA DE FÍSICA

Agradecimientos:

Quiero agradecer a cada una de las personas que han estado presentes en mi vida y que me han apoyado en los buenos momentos, compartiendo mis alegrías, mis éxitos y mis triunfos, así como en los malos momentos, apoyándome y escuchándome en mis tristezas, en mis fracasos, en mis caídas y que gracias a ellos he logrado levantarme. También quiero agradecerles el tiempo que han compartido conmigo y que me han acompañado en cada una de las etapas y experiencias más importantes de mi vida. Gracias a eso he podido lograr cada una de las metas que me he propuesto. Muchísimas gracias.

A mis padres Juan Ambrosio González Alatorre y Severa Ruano Mariano

A mis hermanos Julio César González Ruano y Jesús Salvador González Ruano

A todas las personas que han estado presentes en mi vida:

Ilse Vianey Flores Xalapa, Jesús Armando Guerrero Morales, Karla Wendy Robles Guillén, Catalina Figueroa Villanueva, José Isaías Martínez Gaspar, Paulina Hernández, Auda García Rodríguez, Juan Jesús Castillo López, Juan Carlos Rodríguez Vallejo, Nancy Andonegui García, Giovanna Ríos Carrillo, Harim Caleope Herrera Palomo, Ulises David Valencia Huerta, Zoe Vania Valencia Herrera, Annel Rocío Serrantos Toscano, Ilse Maribel Trujillo Durán y Grisel Alexandra Mota.

También quiero expresar mi agradecimiento a las personas que me apoyaron para tomar las fotografías de este trabajo:

Jesús Salvador González Ruano, Auda García Rodríguez, Marisol López Ángel, Alama Delia Chávez Arrieta y Karla Wendy Robles Guillén.

Por último quiero agradecer a los profesores M. A. Carmen Maldonado Susano y M. I. Rigel Gámez Leal por ofrecerme la oportunidad de trabajar en el Laboratorio de Física Experimental, así como los profesores M. I. Manuel de Jesús Vacío González, a la Ing. Maricela Castañeda Perdomo y al Ing. Eduardo Bernal Vargas por brindarme su apoyo en la realización de este trabajo.

ÍNDICE GENERAL

OBJETIVO	8
INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO 1: FÍSICA E INGENIERÍA	10
Introducción	10
1.1 Concepto de física y su campo de estudio, clasificación de la física: clásica y moderna	11
Clasificación de la física	11
Concepto de medición	12
1.2 Concepto de ingeniería, interacción entre la física y la ingeniería	13
1.3 La observación y el método experimental	14
1.4 Proceso de diseño en ingeniería	15
1.5 Mediciones directas e indirectas: conceptos de error, error sistemático y error aleatorio	17
Tipos de mediciones	17
Concepto de valor patrón, valor leído y error de medición	18
1.6 Manejo de datos experimentales, incertidumbre de una medición, análisis estadístico elemental de datos experimentales	20
Concepto de desviación estándar	20
Cálculo de incertidumbre	21
Propagación de errores	21
1.7 Caracterización de un instrumento de medición. Sensibilidad de un instrumento de medición. Obtención experimental de la precisión y de la exactitud de un instrumento de medición. Proceso de calibración	24
Características estáticas	24
Características dinámicas	25
1.8 Ajuste de curvas con el método del mínimo de la suma de los cuadrados	30
Expresiones matemáticas	32
CAPÍTULO 2: CONCEPTOS FUNDAMENTALES	34
Introducción	34
2.1 Conceptos de dimensiones y unidades, definición de unidad fundamental y derivada	35
2.2 Dimensiones fundamentales, unidades fundamentales y algunas derivadas del Sistema Internacional de Unidades	36
Unidades fundamentales	36
Unidades derivadas	38
2.3 Reglas básicas para la escritura de unidades del SI	39

2.4 Principio de homogeneidad dimensional	40
2.5 Conceptos de masa, volumen, fuerza, peso, peso específico, densidad, densidad relativa y volumen específico	41
Propiedades de la sustancia	41
Masa	41
Volumen	42
Densidad y densidad relativa	42
Volumen específico	43
Fuerza y peso	43
Peso específico	45
2.6 Conceptos de energía; energía en tránsito y energía como propiedad del sistema	46
2.7 Energía cinética y potencial gravitatoria e interna	48
Energía cinética	48
Energía potencial gravitatoria	48
Energía mecánica e interna	49
2.8 Concepto de temperatura empírica, equilibrio térmico y la ley cero de la termodinámica; medición de la temperatura y escalas de temperatura	50
Concepto de temperatura y energía térmica	50
Escala de temperatura	50
Expresiones matemáticas	52
CAPÍTULO 3: GRADIENTE DE PRESIÓN	53
Introducción	53
3.1 Campo de estudio de la mecánica de fluidos; cuerpo sólido y fluido ideal; concepto de medio homogéneo e isotrópico	54
3.2 Principio de Pascal	56
Concepto de Presión	56
Prensa hidráulica	56
3.3 Principio de Arquímedes	58
3.4 Ecuación diferencial del Gradiente de presión para fluidos en reposo	59
3.5 Presión atmosférica y experimento de Torricelli	62
3.6 Presión absoluta, relativa y atmosférica	63
Presión atmosférica	63
Manómetro diferencial. Presión relativa, presión manométrica y presión vacuométrica	63
Presión absoluta	64
3.7 Registro, tabulación y representación gráfica de la presión en función de la profundidad de un líquido en reposo, su modelo matemático e interpretación física de la pendiente de la recta obtenida	65
Expresiones matemáticas	67

CAPÍTULO 4: CAPACIDADES TÉRMICAS ESPECÍFICAS	68
Introducción	68
4.1 Campo de estudio de la termodinámica y el concepto de sistema termodinámico y su clasificación. ..	69
Definición de termodinámica	69
Propiedades del sistema	70
4.2 Calor y trabajo como energías en tránsito; energía en tránsito en cada unidad de tiempo (potencia) .	72
4.3 Conceptos de capacidad térmica y capacidad térmica específica	73
4.4 Entalpías de transformación de cambio de fase	75
4.5 Primera ley de la termodinámica y balance de energía para sistemas termodinámicos cerrados y aislados	79
4.6 Registro, tabulación y representación gráfica de la variación de la energía interna en función de la temperatura de una sustancia, su modelo matemático e interpretación matemática de la pendiente obtenida	83
Expresiones matemáticas	86
Bibliografía	87
Capítulo 1: Física e Ingeniería	87
Capítulo 2: Conceptos fundamentales.....	87
Capítulo 3: Gradiente de presión	88
Capítulo 4: Capacidades térmicas específicas	88

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1: FÍSICA E INGENIERÍA

Figura 1. Clasificación de la física	11
Figura 2. Medición del largo de un coche.	12
Figura 3. Pasos del método científico.	14
Figura 4. Proceso de diseño.	15
Figura 5. Calibrador vernier.	17
Figura 6. Tipos de mediciones.	17
Figura 7. Tipos de errores.	18
Figura 8. Dispersión de un conjunto de lecturas.	20
Figura 9. Representación gráfica de la incertidumbre.	21
Figura 10. Instrumento de medición de longitudes pequeñas.	24
Figura 11. Medición de la longitud de un segmento de recta.	25
Figura 12. Ejemplos gráficos de la diferencia entre exactitud y precisión.	26
Figura 13. Gráfica de Valor leído VS Valor patrón.	28
Figura 14. Ejemplos de gráficas que se pueden hacer con dos puntos.	28
Figura 15. Curva de calibración real.	29

CAPÍTULO 2: CONCEPTOS BÁSICOS

Figura 16. Medición empleando una barra de referencia.	35
Figura 17. Ejemplos de una cantidad vectorial y una cantidad escalar.	35
Figura 18. Longitud entre dos puntos de un puente.	36
Figura 19. La masa de una fruta.	37
Figura 20. Duración del lapso entre el lanzamiento y la caída de una pelota.	37
Figura 21. Flujo de electrones en un conductor.	37
Figura 22. Termómetro.	37
Figura 23. Intensidad luminosa.	38
Figura 24. Agrupaciones de uno y dos moles.	38
Figura 25. Algunas propiedades intensivas y extensivas.	41
Figura 26. Definición de inercia.	41
Figura 27. Gráfica de la relación entre masa y volumen de un cuerpo.	42
Figura 28. Relación entre la masa y la densidad de una sustancia.	42
Figura 29. Aplicación de una fuerza a un carrito.	43
Figura 30. Segunda ley de Newton.	43
Figura 31: Fuerzas de acción y reacción.	44
Figura 32. Peso relacionado con la masa y la gravedad.	44
Figura 33. Relación entre el peso y la masa.	45
Figura 34. Concepto de trabajo.	46
Figura 35. Máquina de Newcomen.	46
Figura 36. Sistema termodinámico.	47
Figura 37. Energía asociada al movimiento.	48
Figura 38. Energía asociada a la posición.	48
Figura 39. Fuerza de cohesión entre moléculas.	50
Figura 40. Transferencia de energía térmica.	50
Figura 41. Termómetro de mercurio.	51
Figura 42. Rectas de la relación temperatura-volumen de distintos cuerpos.	51

CAPÍTULO 3: GRADIENTE DE PRESIÓN

Figura 43. Fases de la materia.	54
--------------------------------------	----

Figura 44. Concepto de presión.	56
Figura 45. Principio de Pascal.....	56
Figura 46. Prensa hidráulica.	56
Figura 47. Objeto sumergido en un fluido.	58
Figura 48. Variación de la presión en función de la profundidad..	59
Figura 49. Diagrama de cuerpo libre del fluido.	59
Figura 50. Medición de la profundidad y de la altura.	61
Figura 51. Experimento de Torricelli.	62
Figura 52. Manómetro en forma de U.	63
Figura 53: Posiciones del líquido manométrico	63
Figura 54. Medición de la presión de un fluido.....	65
Figura 55. Gráfica de la presión manométrica en función de la profundidad.	65

CAPÍTULO 4: CAPACIDADES TÉRMICAS ESPECÍFICAS

Figura 56. Máquina de Newcomen.	69
Figura 57. Sistema termodinámico.	69
Figura 58. Sistemas termodinámicos abierto y cerrado.....	70
Figura 59. Estados de un sistema.	71
Figura 60. Transferencia de calor.	72
Figura 61. Cantidad de calor requerida por dos sustancias.	73
Figura 62. Calor sensible y calor latente.	75
Figura 63. Signos del calor y trabajo desde el punto de vista del sistema.	80
Figura 64. Transferencia de energía adentro de un sistema aislado.....	80
Figura 65. Gráfica de los calores del proceso del hielo.	81
Figura 66. Gráfica de los calores presentes en el agua líquida.....	82
Figura 67. Calor suministrado a una sustancia.....	83
Figura 68. Imagen del experimento.	83
Figura 69. Gráfica del calor asociado en función de la temperatura.....	84

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO 1: FÍSICA E INGENIERÍA

Tabla 1. Relación de cada valor patrón con su respectivo valor leído.....	27
---	----

CAPÍTULO 2: CONCEPTOS BÁSICOS

Tabla 2. Unidades fundamentales.....	36
Tabla 3. Unidades derivadas.	38
Tabla 4. Densidad de algunos materiales.....	42

CAPÍTULO 3: GRADIENTE DE PRESIÓN

Tabla 5. Relación de distintas profundidades con su presión manométrica asociada.	65
--	----

CAPÍTULO 4: CAPACIDADES TÉRMICAS ESPECÍFICAS

Tabla 6. Capacidades térmicas específicas de algunas sustancias.	74
Tabla 7. Calor latente de algunas sustancias.....	76
Tabla 8. Relación de cada valor de temperatura con la cantidad de calor que tiene asociada.....	84

OBJETIVO

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un material didáctico compuesto por una serie de apuntes que cubran parte del temario de la asignatura de Física, los cuales servirán de apoyo y como guía de estudio a los alumnos que la cursen.

Objetivo específico

En los últimos años se ha observado que las personas emplean diferentes técnicas para aprender y comprender algún tema. Algunas lo hacen de forma visual (videos, imágenes, manejo de colores, etc.); otros aprenden mediante la lectura (cuadernos de apuntes, series de ejercicios, artículos, etc.), otros más mediante el uso de materiales didácticos, etc. Actualmente, en la Facultad de Ingeniería se tiene como objetivo diseñar una gran cantidad de materiales de apoyo (apuntes, videos, carteles, material didáctico, series de ejercicios, etc.) que estén a disposición de los estudiantes, para que puedan comprender y profundizar cada uno de los temas que se imparten en las asignaturas del plantel.

El trabajo presentado a continuación, tiene como objetivo primordial la creación de un material didáctico compuesto de una serie de apuntes de los temas más importantes de la asignatura de Física, la cual, funcionará como material de consulta para los estudiantes que cursen la materia. De igual forma el material puede ser utilizado por los estudiantes de las asignaturas de Física Experimental y Fundamentos de Física, puesto que sus temarios son muy parecidos al de la asignatura a la cual se enfoca este trabajo.

Cabe destacar que este trabajo presenta una compilación de varios apuntes que resumen el contenido de los temas establecidos por el temario de la asignatura. El objetivo es que el alumno tenga un material de apoyo que se enfoque únicamente en los temas de estudio del curso. Si el alumno desea ampliar sus conocimientos, se recomienda consultar la bibliografía planteada al final de este escrito.

INTRODUCCIÓN

En el transcurso de su vida académica, los alumnos buscan a través de distintos medios (publicaciones, asesorías, internet, etc.) materiales de apoyo que les ayuden a entender y comprender los temas de las asignaturas que estén cursando, con el fin de aprender y obtener mejores calificaciones en sus exámenes.

El presente material didáctico está diseñado para la asignatura de Física (impartida en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería), que servirá para que los estudiantes que la cursen, puedan utilizarlo para comprender y reforzar los conocimientos adquiridos en la clase. Esta publicación está integrada por cuatro capítulos, correspondientes a los temas que se estudian en la asignatura, la cual se imparte a los alumnos de tercer semestre de la carrera de Ingeniería Geológica.

En el capítulo I, se definen algunos conceptos importantes relacionados con la medición de un fenómeno físico. También se explican las características estáticas y dinámicas que tiene un instrumento de medición.

En el capítulo II, se presentan algunos conceptos básicos que son empleados en muchas ramas de la física. Algunos de éstos son masa, volumen, densidad, fuerza, energía, entre otros.

El capítulo III, abarca el tema de **gradiente de presión**, en el cuál se describen algunos conceptos básicos de la **mecánica de fluidos** como el concepto de presión. Se estudiará la ecuación que describe el comportamiento de la presión de un fluido en función de su profundidad.

En el capítulo IV, se estudia de forma básica los conceptos más importantes de la **termodinámica**, así como las leyes de la termodinámica para un sistema.

Cada uno de los capítulos está integrado por los apuntes del tema de estudio y un formulario, que incluye las ecuaciones más importantes.

CAPÍTULO 1: FÍSICA E INGENIERÍA

OBJETIVO: El alumno incrementará su interés por el estudio de la física y valorará poseer una actitud crítica y científica como ingeniero, comprenderá la importancia de la medición en el estudio de la física y aplicará algunos de los procedimientos de obtención y manejo de datos experimentales.

Introducción

La física es una de las ciencias más importantes que existen. Gracias a los conocimientos que la componen, el ser humano puede responder la siguiente pregunta: ¿por qué ocurren diversos fenómenos que están presentes en la naturaleza?, como por ejemplo, la formación de un arcoíris, el movimiento de los planetas, el cambio de temperatura de un cuerpo, etc. Estos conocimientos también se pueden aplicar para desarrollar alguna tecnología que permita resolver una necesidad. Sin los conocimientos de la física, no se podría ver una televisión, viajar en un automóvil, utilizar una computadora e incluso viajar en un transbordador al espacio.

La física se compone una gran colección de conocimientos que tratan de explicar diversos fenómenos. Para poder estudiar algún fenómeno con mayor detenimiento, esta ciencia se divide en varias partes denominadas ramas. Cada una de ellas se enfoca en un fenómeno de estudio. Por ejemplo, la óptica se enfoca en el estudio de la luz; la mecánica, en el estudio del movimiento de un cuerpo; el electromagnetismo, en el estudio de las interacciones eléctricas y magnéticas de los cuerpos, etc.

Para poder estudiar los fenómenos, es necesario realizar mediciones. No basta con que al fenómeno de estudio se le de algún calificativo que lo describa de forma general (grande, pequeño, alto, bajo, mucho, poco, etc.) si no que se debe asignarle alguna cantidad física que permita medirlo, compararlo y estudiarlo de una manera más objetiva. Con la medición del fenómeno se puede describir de una mejor manera su comportamiento.

Debido a la importancia de la medición, existe una ciencia llamada metrología, la cual desarrolla herramientas y procedimientos que permite realizar mediciones de una manera correcta. En este capítulo se estudiarán algunos conceptos básicos relacionados a la medición para que se puedan tomar correctamente las lecturas de alguna cantidad física, así como la minimización de los posibles errores que pudieran existir.

Cabe resaltar que ninguna de las teorías que hay en la física debe considerarse como la verdad absoluta, puesto que en algún momento éstas pueden cambiar. Por ejemplo, hace aproximadamente 1900 años Ptolomeo propuso que la Tierra era el centro del Universo. Posteriormente Copérnico propuso que los planetas, incluida la Tierra, giraban alrededor del sol. Actualmente se sabe que la Tierra es un pequeño punto dentro de un conjunto de millones y millones de astros que forman al Universo.

1.1 Concepto de física y su campo de estudio, clasificación de la física: clásica y moderna.

Ciencia se define como un conjunto de conocimientos ciertos y comprobables metódicamente fundados (es decir, que pueden fundamentarse con conocimientos encontrados previamente) y sistemáticamente ordenados. La historia es una ciencia social porque no se pueden repetir mediante la experimentación de los hechos históricos que estudia. En cambio, la química sí es una ciencia natural porque aquellos fenómenos que estudia se pueden comprobar mediante experimentación y otros conocimientos.

La física también es una ciencia natural, debido a que estudia los fenómenos relacionados a la materia, a la energía y al espacio, así como la manera en la que estos se relacionan. Estudia aquellos fenómenos que no cambian la composición química de la materia. La mayoría de estos fenómenos pueden reproducirse a gran o pequeña escala dentro de un laboratorio mediante diversos experimentos. A través de estos, los conocimientos adquiridos del fenómeno de estudio pueden comprobarse ininidad de veces.

Clasificación de la física

Básicamente la física se clasifica en dos partes: física clásica y física moderna.

Física clásica. Es aquella que estudia los fenómenos de la materia que se rigen bajo leyes y principios básicos como las leyes de Newton, las leyes de la termodinámica, las leyes del electromagnetismo, etc. Las ramas más importantes de la física clásica son: mecánica, hidrostática, termodinámica, electromagnetismo, ondas y óptica.

Física moderna. Es aquella que estudia los fenómenos de la materia pero a nivel subatómico, puesto que muchas de las leyes estudiadas en la física clásica no se cumplen.

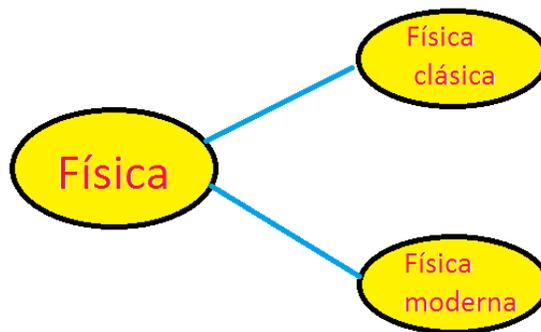


Figura 1. Clasificación de la física.

Para comprobar los conocimientos adquiridos durante el estudio de un fenómeno, es importante cuantificarlo mediante algunas mediciones que permitan estudiarlo más objetivamente.

Concepto de medición



Medición del coche



Medida patrón

Figura 2. Medición del largo de un coche.

Medir consiste en comparar una lectura con un valor patrón establecido. En la Oficina Internacional de Pesas y Medidas están establecidos los patrones que se utilizan para realizar las mediciones. Por ejemplo, ahí se encuentra una barra de iridio, la cual se estableció como la medida patrón de la longitud. Se estableció que mediría un metro. Si se quiere medir, por ejemplo, la longitud del largo de un coche, se compara cuántas veces cabe la medida patrón (la barra de iridio, que en la figura 2 sería la recta pequeña) en la longitud que se desea medir (en la imagen sería el largo del coche) y de esta forma se ha obtenido una medición. En el ejemplo, la medida patrón (metro) cabe cuatro veces en la

medición del coche, por lo tanto se concluye que se tienen 4 medidas patrón (o en este caso, 4 metros).

Al estudiar un fenómeno se realizan las mediciones necesarias que permiten cuantificarlo y así poder estudiarlo con mayor objetividad, ya sea para comprobar conocimientos existentes o descubrir algunos nuevos.

1.2 Concepto de ingeniería, interacción entre la física y la ingeniería

Durante la historia de la humanidad, han existido necesidades humanas, las cuáles van cambiando con el paso del tiempo. Éstas requieren ser satisfechas mediante el uso de diversas herramientas, las cuáles también van cambiando con el paso del tiempo. La **ingeniería** es una profesión que busca satisfacer dichas necesidades empleando conocimientos científicos. Las ciencias en las que más se apoya son la física, las matemáticas y la química.

La ingeniería **no es una ciencia**. Es una actividad humana en la que se aplican los conocimientos de las ciencias antes mencionadas para transformar los recursos naturales en algo que sea beneficioso para satisfacer una necesidad. Por ejemplo, el sol, que forma parte de la naturaleza, brinda rayos a nuestro planeta. Gracias a la física (que es una ciencia) se tienen conocimientos de algunos fenómenos relacionados, por ejemplo, el estudio del calor, de los rayos luminosos y de la corriente eléctrica. Y con esos conocimientos, se pueden desarrollar aparatos que resuelvan una necesidad, como el uso de los rayos solares para calentar cosas (calentadores solares) o para brindar electricidad algunos dispositivos (celdas fotovoltaicas). En este ejemplo se puede ver cómo la ingeniería aplica los conocimientos de física, química y matemáticas principalmente para aprovechar ese recurso natural y transformarlo en algo beneficioso para la sociedad.

Mientras que las ciencias se enfocan en explicar el por qué ocurre un fenómeno, la ingeniería emplea esos conocimientos para diseñar la solución de las necesidades que existen.

Debido a que las necesidades de la sociedad son muchas, la ingeniería se encuentra presente en muchísimas áreas. Algunas de ellas son: computación, telecomunicaciones, transporte, sistemas biomédicos, eléctrica, electrónica, petrolera, espacial, geológica, ambiental, mecánica, minas y metalurgia, química, acústica, industrial, entre muchas otras.

No está por demás decir que la ingeniería es interdisciplinaria, debido a que se relaciona con otras profesiones. Por ejemplo, para diseñar una prótesis de un brazo, la ingeniería debe relacionarse con la medicina. Ésta brindará sus conocimientos acerca del funcionamiento de un brazo y, empleando estos conocimientos, se podrá diseñar la prótesis deseada.

La persona encargada de ejercer esta profesión se denomina ingeniero. Entre las cualidades más importantes que debe poseer están las siguientes:

- Capacidad de comunicación con otras personas.
- Capacidad de cooperar con otras personas.
- Conocimientos sólidos en matemáticas, física y química.
- Imaginación desarrollada.
- Laboriosidad y voluntad para realizar un proyecto.

1.3 La observación y el método experimental

Para encontrar la solución a un problema o la respuesta a algún evento de la naturaleza, se emplea el **método científico**. “Se define como “un método general que se le aplica al ciclo entero de una investigación, en el cuál se establece un orden en las actividades que deben realizarse para obtener y/o comprobar ciertos conocimientos, así como realizar mediciones de algún fenómeno. Este método es tan general que se puede ser utilizado por científicos, ingenieros e investigadores de todas las áreas, incluida la física, evitando así que improvisen actividades al momento de realizar sus actividades”.^[1]

El **método científico** se compone de 5 etapas, las cuales se muestran a continuación:

- **Observación.** Se observa el fenómeno o problema de interés para reunir conocimientos de forma directa.
- **Formulación de hipótesis.** En este paso la imaginación es importante, debido a que gracias a ella y en base a los conocimientos previos que se tengan, propone una respuesta que solucione al problema de estudio, la cual recibe el nombre de hipótesis.
- **Experimentación.** A partir de la hipótesis, se diseña y se realiza un conjunto de experimentos con los cuales se pueda observar el fenómeno o problema que se está estudiando, con el fin de comprobar la hipótesis.
- **Validación.** Se registran los resultados de la experimentación y en base a ellos se valida la hipótesis establecida. En este paso conviene repetir el experimento varias veces, para que se descarte que los resultados deseados varíen por alguna condición externa que no fue considerada (temperatura, clima, etc.) y que, por lo tanto, se valide erróneamente.
- **Formulación de leyes, teorías y modelos.** Si la hipótesis propuesta se comprueba se convierte en Ley. Si se descubre que se relaciona con otras leyes se formula una teoría. Después construye un modelo que explique de forma simplificada todas las características de esa teoría. Si por el contrario, la hipótesis no se comprueba, se realizan las correcciones que se consideren necesarias y se vuelve a repetir el ciclo hasta llegar a las conclusiones deseadas. Cabe destacar que las leyes o teorías no deben ser consideradas como verdades absolutas, sino que deben estar en constante verificación y corrección, puesto que con el paso del tiempo, pueden surgir nuevos problemas a los cuales, al tratar de encontrar una solución, pudiera ocurrir que la teoría o ley existente ya no se cumpla.

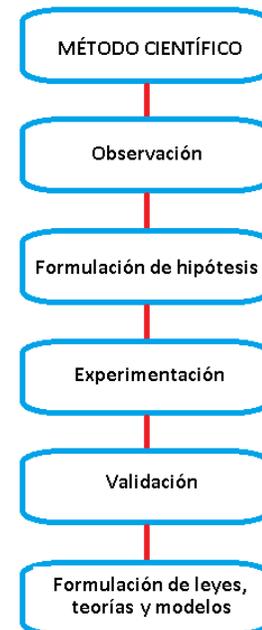


Figura 3. Pasos del método científico.

¹ Gutiérrez Aranzeta, Carlos. *INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL* (2ª edición. Limusa. México, 2006), 23.

1.4 Proceso de diseño en ingeniería

El objetivo principal de un ingeniero es la realización de un diseño que satisfaga una necesidad existente. **El proceso de diseño** se define como un conjunto de pasos que tienen como objetivo la búsqueda de la mejor solución para resolver un problema. Mayor Grech en su libro ^[2] expone que las etapas del proceso de diseño son las siguientes:

- **Definición del problema.** Se define el problema a resolver. Se realiza una recopilación y un análisis de todos los datos posibles que se relacionen a éste.
- **Limitaciones de la solución.** Se establece todos los criterios y restricciones a las que puede estar sujeta la solución, para que así de entre todas las que existen, pueda seleccionarse la que cumpla con todas ellas y que también sea la mejor. Algunas limitaciones pueden ser de tiempo, de dimensiones, físicas, económicas, de carácter legal, de carácter ético, etc.
- **Búsqueda de información.** Consiste en recabar toda la información posible que permita encontrar la mejor solución al problema. Se debe consultar de todas las fuentes posibles, como libros, revistas, artículos, en instituciones, bibliotecas, internet, etc.
- **Búsqueda de soluciones.** En este paso, la creatividad es fundamental. Con toda la información recabada, se procede a buscar la mayor cantidad de soluciones. No importa si parecen imposibles, con el desarrollo del proyecto se irán descartando. Se recomienda realizar una lluvia de ideas y no encasillarse en una única solución.
- **Análisis y descarte de soluciones no viables.** Cada una de las soluciones son analizadas y se determina si son o no viables de realización. También se consideran todos los criterios obtenidos en el paso dos y se rechazan aquellas que no cumplen las condiciones deseadas.
- **Selección de la mejor solución.** De las soluciones que quedaron, se analiza cuál de ellas presenta los mejores resultados, cuál cumple los criterios y limitaciones establecidos y cuál

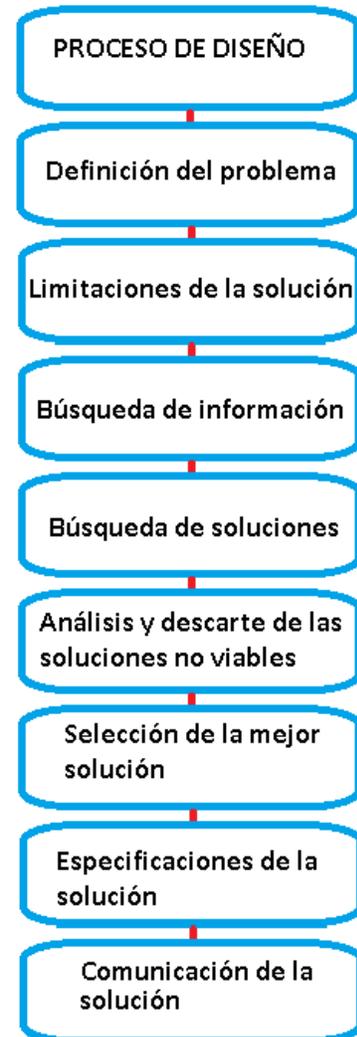


Figura 4. Proceso de diseño.

² Mayor Grech, Pablo. *INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA. UN ENFOQUE A TRAVÉS DEL DISEÑO* (Prentice Hall. 1ra Edición. España, 2001), 71-89.

es la más viable de ejecución. Existen diversas metodologías para seleccionarla. Una de ellas es presentar el conjunto de ideas ante un grupo de personas y ponerlas a votación. Aquella que tenga la mayor aprobación se considera como la mejor.

- **Especificaciones de la solución.** Una vez encontrada la mejor solución, se realizan las actividades necesarias para presentar un prototipo. Algunas de estas son: elaboración de cronogramas, de presupuestos, de planos, manuales de uso, etc. Se realizan pruebas y si es necesario, se realizan las correcciones oportunas.
- **Comunicación de la solución.** Finalmente, se da a conocer la idea seleccionada, presentándola en un informe escrito, en una exposición oral o en una publicación.

1.5 Mediciones directas e indirectas: conceptos de error, error sistemático y error aleatorio

Para poder realizar las mediciones de un fenómeno en específico de forma cuantificada se requiere de herramientas diseñadas específicamente para eso. A estas herramientas se les conoce como **instrumentos de medición**.

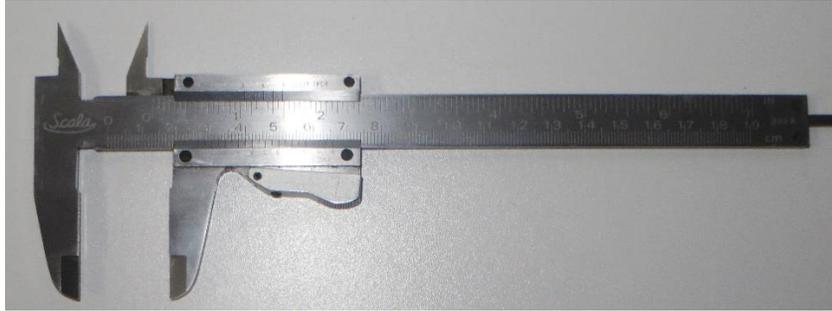


Figura 5. El calibrador vernier es un ejemplo de un instrumento de medición. Mide distancias pequeñas.

Tipos de mediciones

A partir de esto, existen dos tipos de mediciones:

- **Medición directa.** Es aquella que se puede obtener directamente del instrumento de medición (la distancia de una calle, el tiempo que demora algún evento, la corriente eléctrica que circula en un dispositivo, etc.).
- **Medición indirecta.** Es aquella que no se puede obtener directamente del instrumento. Para poder obtenerla, se realiza la medición de algún otro fenómeno relacionado al que se desea medir. Posteriormente se realiza una serie de cálculos para obtener la medición deseada.

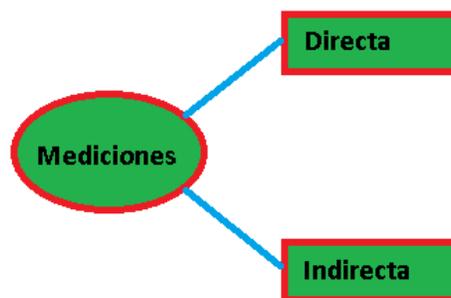


Figura 6. Tipos de mediciones.

Una **cantidad física** es una característica o propiedad que se puede medir y, que por lo tanto, se puede cuantificar. Para estudiar un fenómeno y poder describirlo numéricamente, se realizan las mediciones de las características y propiedades que lo describen. La **unidad** es el valor en el que se va a medir la dimensión. Por ejemplo, se desea medir la longitud que hay entre dos puntos. La cantidad física sería **longitud** y su unidad sería el metro.

Concepto de valor patrón, valor leído y error de medición

Al tomar la medición de una cantidad física, puede existir una diferencia entre la lectura obtenida y el valor patrón. Por ejemplo, suponga que se tiene una barra de cobre de 1 metro de longitud. Este sería nuestro **valor patrón** (medida real de la cantidad física). Sin embargo, al realizar la medición con un instrumento, la lectura obtenida es de 1.01 metros. A la medida registrada se le conoce como **valor leído**. A esta diferencia entre el valor patrón y el valor leído se le conoce como **error de medición**. Este error puede deberse a diversos factores (como las condiciones en las que se tomó la lectura de la medición, diseño del instrumento de medición, posición del observador que toma la lectura, etc.). Algunos de estos errores son:

- **Error sistemático.** Es un error que presentan todas las mediciones. Puede deberse a las condiciones en las que se realiza la medición o a las condiciones en las que se encuentra el instrumento (que el instrumento no esté ajustado a cero, es decir, que las mediciones no se realicen a partir de cero). Por ejemplo, se requiere obtener la medida de la masa de diferentes cuerpos. La balanza empleada, no empieza a tomar la lectura desde 0, sino que tiene 10 [g] adicionales. Entonces, cuando se colocar una esfera que tiene 250 gramos, la balanza mostrará una medición de 260 [g], que sería la masa de la esfera (250 g) más los 10 gramos extra que ya marcaba el instrumento. Si se coloca otro objeto que ahora tiene una masa de 500 g, la balanza mostrará 510 [g], que son los 500 gramos de la esfera y los 10 gramos adicionales que ya indicaba. En otras palabras, todas las mediciones que se realicen con esta balanza presentarán el mismo error. Por eso es importante que todos nuestros instrumentos de medición siempre se ajusten a cero, de tal forma que las medidas se realicen a partir de cero.
- **Error aleatorio.** Errores que se presentan al tomar las lecturas de una cantidad física bajo las mismas condiciones, y que no siguen un patrón al presentarse a diferencia de un error sistemático.

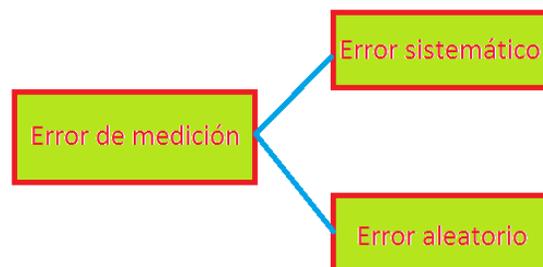


Figura 7. Tipos de errores.

El error en una medición se calcula con la siguiente expresión:

$$error = v_{leído} - v_{patrón}$$

El valor del error porcentual se calcula con la siguiente expresión:

$$\text{error porcentual} = \left| \frac{v_{\text{leído}} - v_{\text{patrón}}}{v_{\text{patrón}}} \right|$$

Debido a estos errores, es recomendable realizar varias mediciones de la misma cantidad física. Si sólo se realiza una, no se tendrá la certeza de que esa única medida sea la más cercana a la medida patrón.

Una vez que se ha obtenido un conjunto de mediciones, se puede obtener un valor representativo de ese conjunto de mediciones. Para poder obtenerlo, se calcula el promedio de las lecturas registradas con la siguiente expresión:

$$\overline{V}_L = \frac{\sum_{i=1}^n V_{L_i}}{n}$$

donde:

\overline{V}_L : medida representativa o valor promedio

$\sum_{i=1}^n V_{L_i}$: suma de cada una de las lecturas obtenidas

n : número total de lecturas sumadas

1.6 Manejo de datos experimentales, incertidumbre de una medición, análisis estadístico elemental de datos experimentales

Concepto de desviación estándar

La desviación estándar es una medida de dispersión que indica que tan alejadas están las mediciones con respecto al valor promedio.

Para calcular la desviación estándar de un conjunto de lecturas se emplea la siguiente expresión:

$$\overline{\sigma}_x = \pm \left[\frac{(V_{L_1} - \overline{V}_L)^2 + (V_{L_2} - \overline{V}_L)^2 + \dots + (V_{L_n} - \overline{V}_L)^2}{n - 1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde:

$\overline{\sigma}_x$: desviación estándar

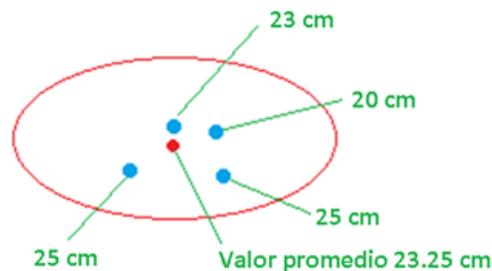
$V_{L_1}, V_{L_2}, V_{L_n}$: lecturas realizadas

\overline{V}_L : valor promedio de las mediciones

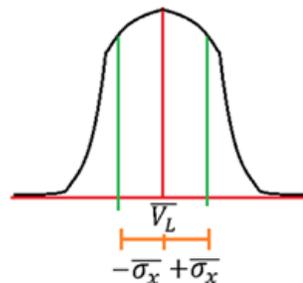
n : número de mediciones empleadas en la desviación estandar

En el laboratorio de Física de la DCB, se maneja menos de diez lecturas promedio. Por esa razón en el denominador de la expresión se emplea $n - 1$.

En la figura 8.1 se observa que se registró la lectura de la longitud del largo de un cuaderno. Las medidas que se obtuvieron fueron: 23, 25, 25, y 20 cm. Al calcular el valor promedio, se observa se obtuvo un resultado de 23.25 cm. También se puede observar que tan lejos o que tan cerca están las lecturas del promedio. En la figura 8.2 se observa una representación gráfica de la desviación estándar. Si este valor está muy alejado del promedio, significa que las medidas obtenidas son muy dispersas y por lo tanto, se deben obtener nuevamente. Pero si la desviación estándar está próxima al promedio, significa que las mediciones son cercanas y por lo tanto, son confiables puesto que son lecturas cercanas al valor real. Para este ejemplo, la desviación estándar es de 2.36. El valor más alejado sería $\overline{V}_L + \overline{\sigma}_x$, es decir 23.25 cm + 2.36 cm. Se observa que el resultado es 25.61 cm. Como este valor es cercano al valor promedio, significa que las mediciones sí son confiables.



8.1



8.2

Figura 8. Dispersión de un conjunto de lecturas.

Cálculo de incertidumbre

A partir de este valor, se puede calcular la **incertidumbre** de un instrumento de medición. Ésta se define como el error mínimo o máximo que puede presentar una lectura para ser confiable. Se puede calcular con la siguiente expresión:

$$\Delta X = \pm \frac{\overline{\sigma_x}}{\sqrt{n}}$$

El rango de medidas confiables, que está cerca del valor patrón, se determina con la siguiente expresión:

$$V = \overline{V_L} \pm \Delta X$$



Figura 9. Representación gráfica de la incertidumbre.

En la figura 9 se observa una representación gráfica de la incertidumbre.

Las lecturas confiables son aquellas que están dentro de este rango de valores, dado por la lectura promedio y la incertidumbre. Es decir, todos los valores que están entre $\overline{V_L} + \Delta X$ y $\overline{V_L} - \Delta X$, son valores que tienen un

pequeño error, pero que son confiables porque están próximos al valor patrón V.

Propagación de errores

Suponiendo que se tienen dos lecturas que tienen las mismas unidades, cada una de ellas con su incertidumbre:

$$X = \overline{X} \pm \Delta X$$

$$Y = \overline{Y} \pm \Delta Y$$

Si se requiere realizar operaciones con estas mediciones, se debe de buscar una forma de operar las incertidumbres, debido a que éstas no se pueden sumar, restar, multiplicar o dividir de manera directa. El resultado de cualquier operación siempre se va a expresar así:

$$Z = \overline{Z} \pm \Delta Z$$

La forma de operar cada una de las lecturas con sus respectivas incertidumbres se muestra a continuación.

Suma

Para realizar la suma de dos lecturas, se tiene lo siguiente:

$$Z = X + Y$$

Para calcular \bar{Z} , se realiza la siguiente operación:

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y}$$

El valor de la incertidumbre se calcula con la siguiente expresión:

$$\Delta Z = [(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2]^{\frac{1}{2}}$$

Resta

Para una resta, donde:

$$Z = X - Y$$

El valor resultante y la incertidumbre se calculan como:

$$\bar{Z} = \bar{X} - \bar{Y}$$

$$\Delta Z = [(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2]^{\frac{1}{2}}$$

Producto

Para un producto, donde:

$$Z = XY$$

El valor resultante y a incertidumbre se calculan como:

$$\bar{Z} = \bar{X} * \bar{Y}$$

$$\Delta Z = \bar{Z} \left[\left(\frac{\Delta X}{\bar{X}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Cociente

Para un cociente, donde:

$$Z = \frac{X}{Y}$$

El valor resultante y la incertidumbre se calculan como:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}$$

$$\Delta Z = \bar{Z} \left[\left(\frac{\Delta X}{\bar{X}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Exponenciales

Para el cálculo de una incertidumbre de la forma:

$$Z = K * X^n Y^m$$

donde:

K: constante.

m y n: los exponentes a los que se elevan las lecturas.

El valor resultante y la incertidumbre se calculan como:

$$\bar{Z} = K * \bar{X}^n * \bar{Y}^m$$

$$\Delta Z = \bar{Z} \left[\left(n \frac{\Delta X}{\bar{X}} \right)^2 + \left(m \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

1.7 Caracterización de un instrumento de medición. Sensibilidad de un instrumento de medición. Obtención experimental de la precisión y de la exactitud de un instrumento de medición. Proceso de calibración

Para determinar si un instrumento de medición es adecuado para realizar un conjunto de mediciones, es conveniente observar sus características estáticas y dinámicas.

Características estáticas

Son aquellas características que se pueden observar sin usar el instrumento. Algunas son:

Rango.

Es intervalo de valores comprendido entre el valor mínimo y el valor máximo que se puede leer en el instrumento. En la figura 10 se puede observar un ejemplo de un instrumento de medición con el que se pueden tomar lecturas de longitudes pequeñas. Las mediciones se realizan en centímetros. El rango de este instrumento va del valor mínimo que se puede leer (0 cm) al valor máximo que se puede observar (15 cm).

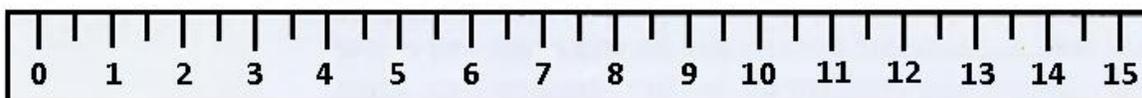


Figura 10. Instrumento de medición de longitudes pequeñas.

Resolución.

Es el valor mínimo que puede registrar el instrumento de medición. En el ejemplo de la figura 10, su resolución es de 0.5 [cm], puesto que es el valor más pequeño que se puede leer. En un instrumento analógico, puede presentarse el caso de que al realizar una medición, la aguja quede en medio de dos valores. A esto se le conoce como **error de apreciación**, el cual ocurre cuando no se puede apreciar una lectura adecuada. En el Laboratorio de Física Experimental, se toman las siguientes consideraciones para tener una lectura aceptable:

- Si la aguja queda entre dos valores, se toma aquel en el que la aguja esté más cercana.
- Si la aguja queda exactamente a la mitad, se puede tomar cualquiera de los dos valores.

En la práctica, para evitar este error se debe emplear un instrumento de medición que tenga una resolución acorde a la cantidad física que se desea medir. También se debe revisar el manual de uso del instrumento, para saber qué tan grande será el error de la lectura tomada.

En la figura 11 se muestra la medición de la longitud de un segmento de recta. Se observa que la medición no coincide con alguna marca. Un error que se comete regularmente cuando ocurre esta situación es decir valores aproximados. Cuando esto ocurra, se debe considerar el valor más cercano. Para este ejemplo, la medida del segmento de recta es de 6.5 [cm], porque es el valor que se puede leer y que está más próximo a la marca de nuestra medición.

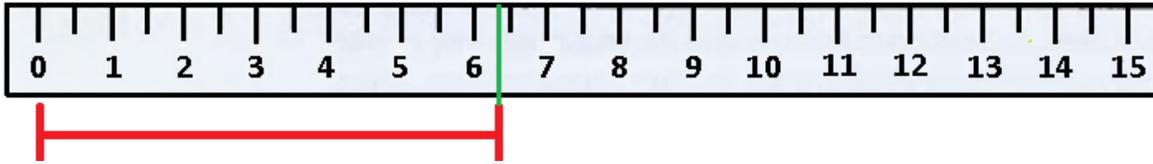


Figura 11. Medición de la longitud de un segmento de recta.

Legibilidad.

Consiste en la facilidad o dificultad con la que se pueden apreciar las lecturas del instrumento de medición. Es una característica cualitativa que depende del observador, quien la califica de acuerdo a su criterio. Para el Laboratorio de Física Experimental, se tomarán las siguientes consideraciones:

- Si se pueden apreciar las lecturas con facilidad, se dice que la legibilidad es buena.
- Si no se pueden apreciar tan fácilmente, la legibilidad es mala.

Características dinámicas

Son aquellas características que se pueden obtener una vez que el instrumento está en funcionamiento.

Exactitud.

Es la capacidad del instrumento para dar lecturas muy cercanas al valor patrón. El error de exactitud se calcula con la siguiente expresión:

$$\%EE = \left| \frac{V_p - \bar{V}_L}{V_p} \right| \times 100$$

donde:

\bar{V}_L : valor promedio de las lecturas realizadas.

V_p : valor patrón (o verdadero) de lo que se está midiendo.

$\%EE$: porcentaje de error de exactitud.

El porcentaje de exactitud del instrumento de medición se calcula con la siguiente expresión:

$$\%E = 100 \% - EE \%$$

Para considerar que un instrumento de medición es confiable, se espera que el porcentaje de exactitud esté entre el 90 y el 100 %.

Precisión.

Capacidad del instrumento de repetir la misma lectura cuando se mide la misma cantidad física. Para calcular el error de precisión, se emplea la siguiente expresión:

$$\%EP = \left| \frac{\bar{V}_L - V_{+A}}{\bar{V}_L} \right| \times 100$$

donde:

\overline{V}_L : valor promedio de las lecturas realizadas.

V_{+A} : valor más alejado del conjunto de lecturas tomadas.

$\%EP$: porcentaje de error de precisión.

A partir de este valor se puede obtener el porcentaje de precisión del instrumento:

$$\%P = 100 \% - EP\%$$

Para considerar que un instrumento de medición es confiable, se espera que el porcentaje de precisión esté entre el 90 y el 100 %.

Generalmente se confunde el concepto de precisión con el de exactitud. Son conceptos completamente diferentes. Para diferenciarlos, se puede utilizar como ejemplo un juego de tiro al blanco como el que se muestra en la figura 12.

En la figura 12.1 se tiene un círculo rojo que representa la medida verdadera de la cantidad física que se está midiendo. Suponga que una persona arroja un dardo y cae en el círculo rojo. Si se compara con un instrumento de medición, quiere decir que el instrumento está entregando una medida muy cercana al valor verdadero de esa cantidad física. Si la persona arroja dardos (representados con flechas azules), éstos caerán cerca del círculo rojo. En un instrumento de medición esto significa que para la misma cantidad se presentan **diferentes lecturas cercanas al valor verdadero**. Entonces se puede concluir que el instrumento tiene una gran exactitud por que las lecturas están cercanas al valor verdadero, pero no es preciso porque al medir la misma cantidad física muestra valores diferentes.

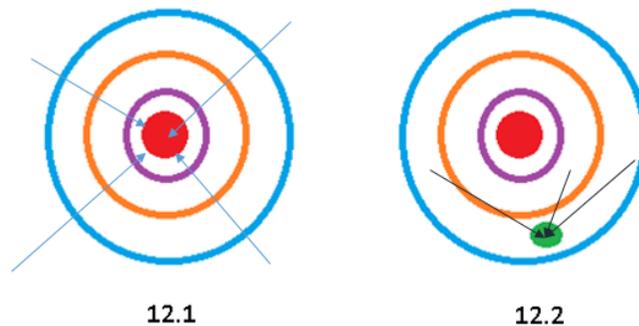


Figura 12. Ejemplos gráficos de la diferencia entre exactitud y precisión.

En la figura 12.2 se observa el mismo tiro al blanco. El centro representa la medida verdadera de la cantidad física que se está midiendo. Si una persona lanza varios dardos (representados con las flechas negras), éstas caerán siempre caen en la misma posición (el círculo verde) Si se compara con un instrumento de medición, esto representaría que al medir una cantidad física, el instrumento presenta **siempre la misma lectura**. Aunque el instrumento no muestre un valor cercano al valor verdadero, con el simple hecho de que se repita la misma lectura para la misma cantidad física se puede concluir que el instrumento es preciso pero no exacto.

Sensibilidad.

Se define como la respuesta que tiene un instrumento de medición, a una entrada calibrada o a un estímulo.

En el Laboratorio de Física Experimental, para cada valor patrón se realizan un conjunto de mediciones. Posteriormente se obtiene su promedio. Se observa que a cada valor patrón V_P le corresponde un valor leído promedio \overline{V}_L . Con cada uno de ellos se puede generar un par de puntos (V_P, \overline{V}_L).

En la tabla 1 se puede apreciar esta relación. Se desea obtener la lectura de la medida 1. Tiene un valor patrón correspondiente V_{P1} . Para ese mismo valor patrón, se registran cinco lecturas ($V_{L1}, V_{L2}, V_{L3}, V_{L4}, v_{L5}$). El promedio de esas lecturas es \overline{V}_{L1} . La medida 1, tiene un par de puntos asociado ($V_{P1}, \overline{V}_{L1}$). Para la medida 2, se repite el mismo procedimiento y se obtendrá su correspondiente par de puntos ($V_{P2}, \overline{V}_{L2}$).

Medición	Valor patrón	Valores leídos para cada valor patrón	Valor promedio para cada valor patrón
Medida 1	V_{P1}	$V_{L1}, V_{L2}, V_{L3}, V_{L4}, v_{L5}$	\overline{V}_{L1}
Medida 2	V_{P2}	$V_{L1}, V_{L2}, V_{L3}, V_{L4}, v_{L5}$	\overline{V}_{L2}
Medida 3	V_{P3}	$V_{L1}, V_{L2}, V_{L3}, V_{L4}, v_{L5}$	\overline{V}_{L3}

Tabla 1. Relación de cada valor patrón con su respectivo valor leído.

Matemáticamente, la sensibilidad se calcula con la siguiente expresión:

$$S = \frac{\overline{V}_L}{V_P}$$

donde:

\overline{V}_L : valores leído promedio.

V_P : valores patrón de las mediciones.

Si el instrumento de medición tiene una exactitud de 100 %, el valor leído para cada medición debe ser igual al valor patrón de cada medición. Por lo tanto, la variación de los valores leídos es igual a la variación de los valores patrón, es decir:

$$\overline{V}_L = V_P$$

Y por lo tanto, la sensibilidad $S=1$.

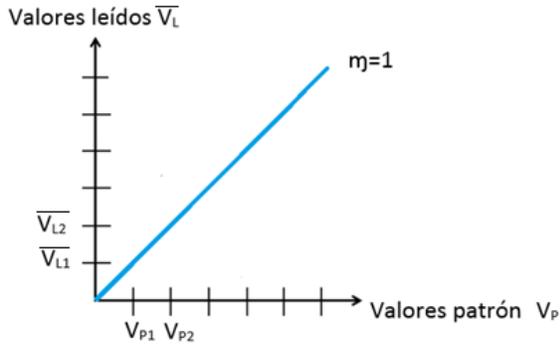


Figura 13. Gráfica de Valor leído VS Valor patrón.

Si se realiza la gráfica del valor patrón (valor de referencia) con su respectivo valor promedio leído, se obtendrá una curva semejante a la mostrada en la figura 13.

Se observa que al ubicar en la gráfica cada valor promedio leído con su respectivo valor patrón, se forma una recta que une los puntos generados. Si cada valor promedio leído es igual a su correspondiente valor patrón, la gráfica obtenida será una recta con una pendiente $m=1$. A la recta obtenida se le conoce como **curva de calibración**.

En otras palabras, la **curva de calibración** es la curva obtenida al realizar la gráfica de cada **valor patrón** con su respectivo **valor leído**.

En la gráfica de una recta, la pendiente se obtiene con la siguiente expresión:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

En la curva de calibración, los valores patrón V_p corresponderían al eje X y los valores promedio leídos \bar{V}_L corresponderían al eje Y. Entonces, comparando la ecuación de la pendiente, con la ecuación de la curva de calibración, se tiene lo siguiente:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad S = \frac{\bar{V}_{L2} - \bar{V}_{L1}}{V_{p2} - V_{p1}}$$

En la curva de calibración, la pendiente de la recta es igual a la sensibilidad. Si la pendiente y la sensibilidad son igual a 1, quiere decir que el instrumento tiene una exactitud del 100 %. Este es un caso ideal, puesto que se considera que no existió ningún error en la toma de las lecturas.

En el caso real esto no ocurre así. La sensibilidad será un valor muy cercano a 1. Para obtener la curva de calibración, se deben tener varios pares de puntos, es decir varios valores patrón con sus respectivos valores promedio leídos ($\bar{V}_{L1} \rightarrow V_{p1}$, $\bar{V}_{L2} \rightarrow V_{p2}$, $\bar{V}_{L3} \rightarrow V_{p3}$, etc.). En caso contrario, si solo se trabaja con dos puntos, no se puede asegurar la forma de la gráfica que podría resultar. Con dos pares de puntos, no se tiene certeza r que se trate solamente de una línea recta. En la figura 14 se pueden observar algunas gráficas que se pueden realizar con dos puntos.

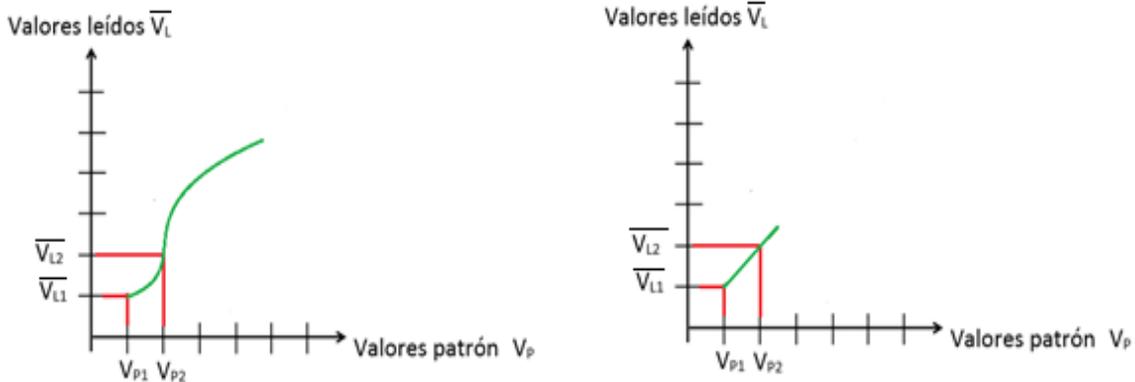


Figura 14. Ejemplos de gráficas que se pueden hacer con dos puntos únicamente.

Por lo tanto, para obtener la curva de calibración, se requieren varios pares de puntos. Se recomienda que al menos se realicen 5 lecturas diferentes con sus respectivos valores patrón. Con esto, y viendo que los puntos ubicados en la gráfica se parecen a una línea recta, se puede obtener la curva de calibración.

Mediante el método de la suma de los mínimos cuadrados, se puede obtener una recta que represente a ese conjunto de puntos. Dicha recta es una representación de los puntos ubicados en la gráfica. Si los puntos formaran otra figura, se emplearía otro método. Por eso es importante realizar la gráfica empleando diversos puntos, para ver si ese conjunto de puntos se puede aproximar a una recta y así se pueda utilizar dicho método.

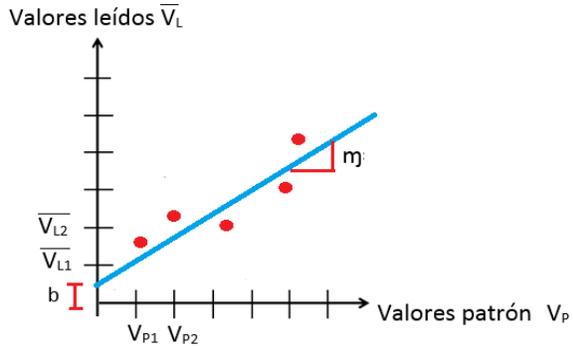


Figura 15. Curva de calibración real.

El modelo matemático que describe a la curva de calibración es el siguiente:

$$\bar{V}_L = m \frac{[U_L]}{[U_P]} V_P [U_P] + b [U_L]$$

donde:

\bar{V}_L : valor promedio leído.

m : sensibilidad del instrumento de medición.

U_L : unidades de medición de los valores leídos.

U_P : unidades de medición de los valores patrón.

b : ordenada al origen.

A dicha ecuación se le conoce como **ecuación de la curva de calibración**. Describe el comportamiento del instrumento de medición. Si por ejemplo, se quiere medir la longitud de una mesa que se sabe que mide 2 metros (valor patrón o de referencia), la ecuación describirá cuál es la lectura que dará para esa mesa el instrumento de medición (valor promedio leído).

La **pendiente m** de la curva de calibración es la sensibilidad del instrumento. Debe ser un valor muy cercano a uno. La **ordenada al origen b** es un error sistemático que tienen todas las lecturas. Este error se debe a que el instrumento de medición no está correctamente ajustado a cero, es decir, que las mediciones no las hace a partir de cero, sino que quizá tiene algún corrimiento. Por ejemplo en el caso de la mesa, quizá el instrumento tiene un error de 0.01 m y por lo tanto, la mesa en vez de medirla a partir de cero, se empieza a medir a partir de 0.01 m y la lectura final será de 2.01 m. Ese mismo error se registrará en todas las mediciones que se hagan con el instrumento. La ordenada al origen debe ser muy cercana a cero. Si no es así, se tiene que ajustar a cero el instrumento de medición para que el error en las lecturas sea casi nulo. Por último, las unidades de los dos ejes de la gráfica son las mismas. Sin embargo, conviene que se pongan en el modelo matemático para saber de qué instrumento de medición se trata.

1.8 Ajuste de curvas con el método del mínimo de la suma de los cuadrados

Como se mencionó anteriormente, al momento de realizar la gráfica de un conjunto de pares de puntos, se obtiene algún elemento geométrico. Si la gráfica obtenida tiene un comportamiento parecido a una línea (como el ejemplo de la curva de calibración), el conjunto de puntos se puede ajustar a una línea recta que los represente (ver figura 15). Para esto se requiere obtener la ecuación matemática que represente a esa recta. Para poder obtener la ecuación, se emplea el **método del mínimo de la suma de los cuadrados**.

Este método consiste en ajustar los puntos obtenidos a una recta que los represente. Este método sólo puede ser usado cuando el comportamiento de los puntos se asemeja a una recta. Si los puntos presentan un comportamiento diferente no serviría de mucho.

Como se mencionó anteriormente, para saber si el comportamiento de un conjunto de puntos es lineal (es decir, que al momento de realizar la gráfica se puede considerar que forman una línea), la cantidad de estos puntos debe ser mayor a 2, debido a que con solo dos de ellos no es suficiente, pues no se podría asegurar que la gráfica resultante se trate de una línea o de otra curva.

La ecuación de una recta es la siguiente:

$$Y = \eta X + b$$

donde:

Y : variable dependiente

X : variable independiente

η : pendiente de la recta

b : ordenada al origen

Con el método de mínimos cuadrados, se puede obtener el valor de la pendiente y la ordenada al origen de la ecuación de la recta.

Para calcular la pendiente se emplea la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

Para calcular la ordenada al origen se utiliza la siguiente expresión:

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n (x_i)^2) - (\sum_{i=1}^n x_i y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

donde:

n : número de lecturas consideradas en el cálculo.

x_i : valor $i = 1, 2, 3, \dots$, de la variable independiente.

y_i : valor $i = 1, 2, 3, \dots$ de la variable dependiente.

Se debe identificar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente. Para el caso de la curva de calibración, la variable independiente es el **valor patrón**, debido a que es la cantidad que se utiliza como referencia al momento de realizar las mediciones. También se toma como la variable independiente porque su valor es el que se varía o se fija para tomar las lecturas.

La variable dependiente es el **valor leído**, pues es el resultado que se observa en el instrumento de medición. También se considera que es dependiente por que la lectura depende del valor patrón que se esté midiendo.

Aunque con las expresiones matemáticas mostradas se puede calcular la pendiente y la ordenada, actualmente existen diversas aplicaciones (calculadoras, hojas de cálculo, celulares, etc.) que permiten obtener el modelo matemático de la recta representativa de un conjunto de puntos. En algunas calculadoras científicas a este método se le conoce como "**regresión lineal**". Se recomienda consultar el manual de operación de la calculadora que se utilice para conocer sobre el modo de empleo de este método.

Expresiones matemáticas

- Valor promedio de las mediciones

$$\overline{V_L} = \frac{\sum_{i=1}^n V_{L_i}}{n}$$

- Desviación estándar

$$\overline{\sigma_x} = \pm \left[\frac{(V_{L_1} - \overline{V_L})^2 + (V_{L_2} - \overline{V_L})^2 + \dots + (V_{L_n} - \overline{V_L})^2}{n-1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- Incertidumbre

$$\Delta X = \pm \frac{\overline{\sigma_x}}{\sqrt{n}}$$

- Cálculo de error en mediciones

$$error = v_{leído} - v_{patrón}$$

- Cálculo del error porcentual

$$error\ porcentual = \left| \frac{v_{leído} - v_{patrón}}{v_{patrón}} \right|$$

- Porcentaje de error de exactitud

$$\%EE = \left| \frac{V_P - \overline{V_L}}{V_P} \right| \times 100$$

- Exactitud del instrumento

$$\%E = 100\% - EE\%$$

- Porcentaje de error de precisión

$$\%EP = \left| \frac{\overline{V_L} - V_{+A}}{\overline{V_L}} \right| \times 100$$

- Precisión del instrumento

$$\%P = 100\% - EP\%$$

- Sensibilidad del instrumento

$$S = \frac{\overline{V_L}}{V_P}$$

- **Modelo matemático de la curva de calibración**

$$\bar{V}_L = \eta \frac{[U_L]}{[U_P]} V_P [U_P] + b [U_L]$$

- **Pendiente del modelo matemático de la curva de calibración**

$$\eta = S$$

- **Ecuación de la recta**

$$Y = \eta X + b$$

- **Cálculo de la pendiente empleando el método de mínimos cuadrados**

$$\eta = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

- **Ordenada al origen empleando el método de mínimos cuadrados**

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n (x_i)^2) - (\sum_{i=1}^n x_i y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

CAPÍTULO 2: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

OBJETIVO: El alumno analizará algunos de los conceptos básicos de la física identificando sus dimensiones y unidades en el SI.

Introducción

Desde la antigüedad, el ser humano ha tenido la curiosidad de comprender y explicar todos los fenómenos que ocurren en su entorno. Conforme ha pasado el tiempo, mediante la observación, la experimentación y su capacidad de análisis ha logrado entender el comportamiento y las causas de diversos sucesos naturales. Científicos como Arquímedes, Copérnico, Galileo Galilei, Isaac Newton, Bladimir Pascal, Nikola Tesla, Albert Einstein y muchos más, han realizado grandes aportaciones que nos permiten comprender de una mejor manera el mundo que nos rodea.

La **física** es una ciencia que estudia diversos fenómenos que ocurren en la naturaleza, así como las propiedades de la materia y de la energía, siempre y cuando no exista una alteración de la composición química de las cosas. El desarrollo de ésta requiere de un gran nivel de creatividad, la cual nos permita realizar las preguntas adecuadas para diseñar los experimentos necesarios, que nos den una explicación satisfactoria del fenómeno de estudio.

Como se vio en el capítulo anterior, es importante tomar mediciones adecuadas del fenómeno de interés, para que con éstas se puede estudiarlo y compararlo de una manera más concisa, así como describir y entender su comportamiento y las causas que lo produzcan.

Existe una gran cantidad de fenómenos de estudio que son abarcados por la física. Para poder estudiarlos de una mejor manera, la física se divide en ramas, cada una enfocando su estudio en algún evento natural.

Para poder entender las teorías y conocimientos que abarca la física, el estudiante debe comprender una serie de conceptos previos de vital importancia. Algunos de ellos son: masa, longitud, tiempo, temperatura, energía, materia, densidad, etc. En el presente capítulo se dará una breve explicación de los conceptos más utilizados en cada una de las ramas de la física, así como las unidades empleadas para realizar las mediciones adecuadas para poder cuantificarlos.

2.1 Conceptos de dimensiones y unidades, definición de unidad fundamental y derivada

La **física** es una ciencia que estudia los fenómenos naturales e intenta encontrar algún patrón o principio (denominado teoría física, ley o principio físico) que los puedan describir. Cabe destacar que estudia fenómenos en los que no exista una alteración de la composición química de las sustancias. Para poder encontrar dichos patrones, es necesario realizar experimentos para darles una explicación. Para tales experimentos se requieren realizar mediciones, cuyos resultados se describen de forma numérica. A la característica o propiedad de algún fenómeno que se puede medir se le llama **cantidad física, dimensión o magnitud**.

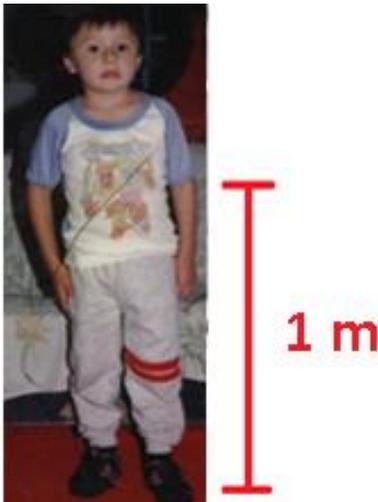


Figura 16. La barra lateral es nuestra referencia. Al medir se está comparando la cantidad física (la estatura del niño) con la referencia.

Al medir una cantidad física, siempre se compara con otra cantidad física de la misma especie, llamada medida de referencia. Por ejemplo, si se mide con un instrumento de medición la altura de una persona, la lectura obtenida es de 1.5 metros. Esta medición significa que dicha persona es 1.5 veces más larga que una vara de un metro, que es la medida de referencia. A dicha **medida de referencia** se le conoce como **unidad**.

Existen dos tipos de cantidades físicas que se pueden medir: **cantidades escalares** y **cantidades vectoriales**.

Las **cantidades vectoriales** son aquellas que tienen definida una magnitud, una dirección y un sentido. Por ejemplo, la velocidad de un automóvil es una cantidad vectorial, porque tiene una magnitud (su valor numérico, conocido como **rapidez**), su unidad de medición (**metro sobre segundo [m/s]**) y su dirección (hacia donde se dirige la cantidad que se está midiendo). Por

otro lado, las **cantidades escalares** son aquellas que tienen definida únicamente su magnitud y su unidad. Por ejemplo, al medir la temperatura de un recipiente, se tiene únicamente su valor asociado y la unidad en la que se está midiendo. En este caso, se está midiendo la temperatura de un sitio, por lo que la cantidad escalar no lleva una dirección ni sentido.



Figura 17. Ejemplos de una cantidad vectorial (la velocidad de un auto) y una cantidad escalar (la temperatura de un recipiente).

2.2 Dimensiones fundamentales, unidades fundamentales y algunas derivadas del Sistema Internacional de Unidades

Existen dos tipos de unidades: **fundamentales y derivadas**. Las **unidades fundamentales** son aquellas unidades básicas comunes que no provienen ni son dependientes de otras unidades. Las **unidades derivadas** son aquellas que provienen mediante la combinación (productos o cocientes) de las unidades fundamentales. Por ejemplo, el metro es una unidad fundamental que no proviene de ninguna otra, pero el metro cuadrado, es una unidad derivada, puesto que proviene de elevar el metro (unidad fundamental) al cuadrado.

Unidades fundamentales

Las dimensiones fundamentales con sus respectivas unidades fundamentales que existen son:

Cantidad	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente Eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

Tabla 2. Unidades fundamentales.

A este sistema de unidades se le conoce como **sistema absoluto** por que emplea la masa como dimensión fundamental. Existen otros tipos de sistemas de unidades que emplean a la **fuerza** como dimensión fundamental y a la masa como dimensión derivada. A esos sistemas se les conoce como **sistemas gravitatorios**. En el presente trabajo se empleará el **sistema absoluto** como sistema de unidades para las cantidades físicas que se utilicen.

A continuación se dará una definición de las cantidades físicas fundamentales, de tal forma que puedan entenderse a lo largo del curso de Física.

Longitud. Cantidad física que mide la separación que hay entre dos puntos siguiendo una trayectoria.



Figura 18. Longitud entre dos puntos de un puente, siguiendo una trayectoria recta.

Masa. Cantidad de materia que alberga un cuerpo definido por su contorno.



Figura 19. La masa de una fruta es toda la materia que lo forma.

Tiempo. Duración del lapso que ocurre entre dos eventos, por ejemplo, entre el inicio o final de un programa de televisión o el lapso que hay entre el lanzamiento y la caída de una pelota.



Figura 20. Duración del lapso entre el lanzamiento y la caída de una pelota.

Intensidad de corriente eléctrica. Es el flujo de electrones que circulan en un material (generalmente un conductor).

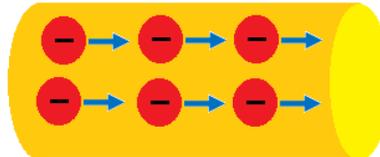


Figura 21. Flujo de electrones en un conductor.

Temperatura. Es una propiedad intensiva de la materia e indica la energía molecular de un cuerpo.



Figura 22. El termómetro es el instrumento que se emplea para medir la temperatura de los cuerpos.

Intensidad luminosa. Se refiere a la concentración de luz que hay en una determinada dirección.

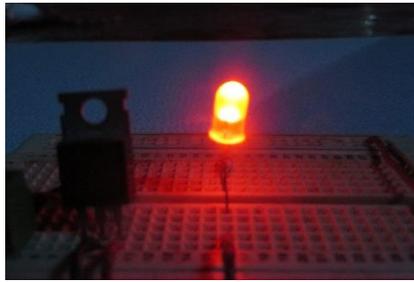


Figura 23. Intensidad luminosa concentrada en un diodo led.

Cantidad de sustancia. El mol puede definirse como una agrupación de objetos. Un mol equivale a una agrupación de 6.022×10^{23} elementos (figura 24.1); dos moles equivalen a dos agrupaciones, cada una de 6.022×10^{23} elementos (figura 24.2); tres moles equivalen a 3 agrupaciones, cada una de 6.022×10^{23} elementos y así sucesivamente. En química, estos elementos pueden ser átomos o moléculas. La cantidad de sustancia mide la cantidad de moles (o agrupaciones) de 6.022×10^{23} elementos que forman a una sustancia.

A este número (6.022×10^{23}) se le conoce como **número de Avogadro**.



24.1

24.2

Figura 24. Agrupaciones de un mol (figura 24.1) y de dos moles (figura 24.2).

Unidades derivadas

Son aquellas que se obtienen de productos y cocientes de unidades fundamentales. Algunas unidades más comunes son:

Cantidad	Unidad	Símbolo
Área	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Frecuencia	hertz	Hz
Densidad de masa	kilogramo entre metro cúbico	kg/m^3
Rapidez	metro entre segundo	m/s
Aceleración	metro entre segundo cuadrado	m/s^2
Fuerza	newton	N
Energía	joule	J
Presión	pascal	Pa
Potencia	watt	W
Carga eléctrica	coulomb	C
Diferencia de potencial	volt	V
Resistencia eléctrica	ohm	Ω

Tabla 3. Unidades derivadas (tabla tomada del libro "Física. Conceptos y Aplicaciones").

2.3 Reglas básicas para la escritura de unidades del SI

El sistema internacional de unidades (**SI**) es el conjunto de unidades existentes que se emplean para medir cantidades físicas. En este sistema, se establece una serie de reglas empleadas para la correcta escritura de las unidades. Algunas de las más importantes, basadas en las normas establecidas por la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) son:

1. Los símbolos de las unidades se escriben en minúsculas. Los símbolos de las unidades provenientes de nombres propios se escriben con mayúscula. La excepción es el litro, el cual se puede escribir tanto con mayúscula como con minúscula.
2. Los símbolos de las unidades no son abreviaturas, por lo tanto, no terminan en punto ni se pluralizan.
3. Cuando el símbolo de una unidad va acompañado de un prefijo, se escribe el símbolo del prefijo junto al de la unidad, sin espacio ni guion o punto que los una.
4. Para indicar un producto de unidades, se emplea un punto a media altura (\cdot) entre los símbolos de las unidades que se están multiplicando. Para indicar un cociente entre unidades, se emplea una línea diagonal o una línea horizontal que separe las unidades que se están dividiendo ($/$).
5. No se permite el uso de abreviaturas para nombrar a las unidades. El nombre se debe escribir de forma completa.
6. El nombre de las unidades son sustantivos comunes, por lo tanto todas se escriben con minúscula, excepto si están al inicio de un párrafo, en un texto en donde todas las palabras estén en mayúsculas o después de un punto. La excepción a la reglas es la unidad de temperatura Celsius. Los nombres de las unidades se pueden escribir en plural.
7. Cuando el nombre de la unidad viene acompañado de un prefijo, éstos se escriben juntos, sin ningún guion que los una.

2.4 Principio de homogeneidad dimensional

Las cantidades físicas se pueden relacionar de distintas maneras entre sí. Estas relaciones se expresan mediante ecuaciones, en las cuales se puede sustituir el valor de cada cantidad física con su magnitud y su unidad. Por ejemplo, la densidad es una cantidad física que se relaciona con la masa y el volumen. La ecuación que representa esta relación es la siguiente:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Suponiendo que se tiene una masa $m = 20$ [kg] y un volumen $v = 2$ [m³], al calcular la densidad se sustituyen los símbolos por sus cantidades físicas correspondientes (valor numérico y unidad asociada):

$$\rho = \frac{20 \text{ [kg]}}{2 \text{ [m}^3\text{]}} = 10 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

En el ejemplo, se observa que al operar las unidades de la masa y el volumen, la unidad resultante es la que le corresponde a la densidad. Por lo tanto, cualquier expresión algebraica que contenga símbolos de unidades debe ser **dimensionalmente consistente**, es decir, que al operar las unidades que haya en un miembro de la ecuación, deben resultar las mismas unidades que haya en el otro miembro de esa misma ecuación.

Ahora bien, así como en aritmética, que no se puede realizar la suma de elementos diferentes como vacas y edificios, tampoco se puede sumar o restar unidades diferentes. Sólo es posible sumar cantidades físicas que tengan el mismo tipo de unidad. A este principio, en el cuál sólo se pueden sumar o restar dichas dimensiones se le llama **principio de homogeneidad dimensional**.

2.5 Conceptos de masa, volumen, fuerza, peso, peso específico, densidad, densidad relativa y volumen específico

Propiedades de la sustancia

La propiedad de una sustancia se define como una característica propia de ella que generalmente puede ser medida directa o indirectamente. Existen dos tipos de propiedades:

Propiedades extensivas. Son aquellas propiedades cuyo valor depende de la masa de la sustancia.

Propiedades intensivas. Son aquellas cuyo valor no cambia aunque se modifique la cantidad de masa de la sustancia que se está trabajando.

En la figura 25 se puede apreciar la clasificación de algunas propiedades de las sustancias.

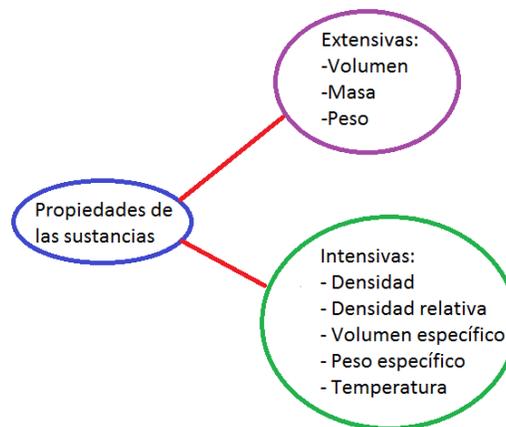


Figura 25. Algunas propiedades intensivas y extensivas.

Masa

Se define como la cantidad de materia que tiene un cuerpo. También se define como la medida de la inercia que tiene un cuerpo. Se representa con la letra m . La unidad de la masa en el SI es el kilogramo [kg]. Pero ¿qué es la inercia? Se define como la tendencia de un cuerpo a mantener el estado en el que se encuentra, ya sea de reposo o de movimiento.

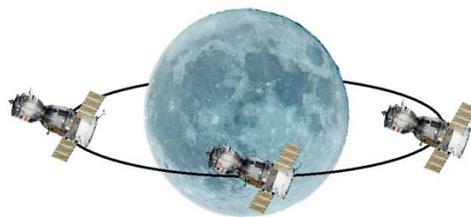


Figura 26. La inercia es la tendencia de un cuerpo a seguir en el estado (movimiento o reposo) en el que se encuentra un cuerpo.

La masa es una propiedad aditiva, porque si se juntan dos o más cuerpos con masas diferentes, la masa resultante es la unión de todas las masas, es decir, las masas se suman:

$$m_T = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$$

Volumen

El volumen (V) se define como el espacio que ocupa la sustancia. La unidad del volumen en el SI es el metro cúbico [m³]. Al igual que la masa, el volumen tiene un principio aditivo, debido a que si se juntan dos cuerpos con diferente volumen, el volumen total es la suma de los volúmenes de cada elemento:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

El volumen es una **propiedad extensiva** porque depende de la masa de la sustancia. A mayor masa, mayor volumen.

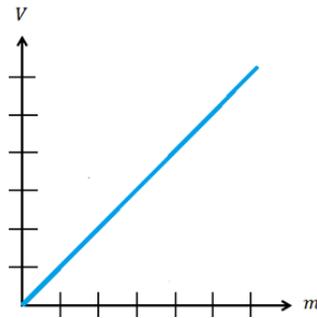


Figura 27. Gráfica de la relación entre masa y volumen de un cuerpo.

Densidad y densidad relativa

La densidad o masa específica (ρ) se define como la cantidad de masa que hay en cada unidad del volumen que ocupa una sustancia. Para calcular la densidad se emplea la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Las unidades empleadas en el SI para la densidad, son kilogramo en cada metro cúbico $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$.

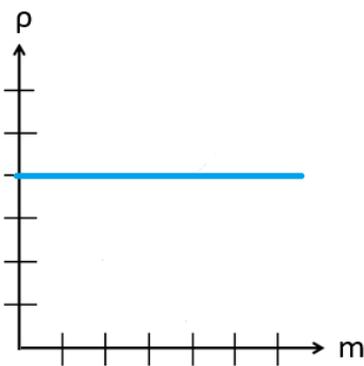


Figura 28. Relación entre la masa y la densidad de una sustancia.

A diferencia de la masa o el volumen, la densidad es una cantidad física que no es aditiva, es decir, sin importar la cantidad de materia que haya, el valor de la densidad de una sustancia siempre será el mismo. Esto se debe a que la densidad es una **propiedad intensiva**, es decir, su valor no depende de la cantidad de masa de la sustancia.

Sustancia	ρ	
	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{g}{cm^3}$
acero	7800	7.8
aluminio	2700	2.7
cobre	8890	8.89
hielo	920	0.92
hierro	7850	7.85
latón	8700	8.7
oro	19300	19.3
plata	10500	10.5
plomo	11300	11.3
agua	1000	1
alcohol	790	0.79
benceno	880	0.88
aire	1.29	0.00129
helio	0.178	0.000178
hidrógeno	0.090	0.00009
nitrógeno	1.25	0.00125
oxígeno	1.43	0.00143

Tabla 4. Densidad de algunos materiales (tabla tomada del libro "Física. Conceptos y Aplicaciones").

En la tabla 4 se presentará la densidad de algunos materiales.

La **densidad relativa** es una comparación entre la densidad de un material y una densidad de referencia, generalmente la del agua. La fórmula que permite calcularla es la siguiente:

$$\delta = \frac{\rho_{material}}{\rho_{referencia}}$$

La densidad relativa es adimensional, es decir, que no tiene unidades. Generalmente sus unidades se representan como [1].

Volumen específico

El volumen específico se define como la cantidad de volumen que hay en cada unidad de masa. En otras palabras, es el inverso de la densidad. Se calcula de la siguiente manera:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

Las unidades del volumen específico en el SI son metro cúbico entre kilogramo $\left[\frac{m^3}{kg}\right]$. Es una **propiedad intensiva**, porque si varía la masa de la sustancia, el valor del volumen específico se mantiene constante.

Fuerza y peso



Figura 29. Aplicación de una fuerza a un carrito.

La **fuerza** puede interpretarse como cualquier estímulo que modifique el estado en el que se encuentre el cuerpo (movimiento o reposo). En la figura 29 se puede observar que cuando una fuerza es aplicada a un carrito en reposo, éste cambiará su estado y empezará a moverse. Es una cantidad vectorial, puesto que tiene magnitud, dirección y sentido. La unidad en la que se mide es el newton [N].

Newton definió tres leyes en las cuales define los efectos que produce una fuerza aplicada a un cuerpo.

Primera ley de Newton. “Un cuerpo que se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme permanece en ese estado hasta que una fuerza externa actúe sobre él, rompiendo el equilibrio del estado en el que se encuentra”.^[3] En la figura 29 se observa que el carrito permanece en reposo hasta que una fuerza rompe el equilibrio en el que se encuentra produciendo movimiento.

Segunda ley de Newton. “Al aplicar una fuerza externa a un objeto, éste comenzará a moverse con una aceleración \bar{a} en la misma dirección que dicha fuerza. La fuerza aplicada es directamente proporcional a la masa del cuerpo m y a la aceleración que tendrá ese objeto”.^[4] La **aceleración** es la variación de la **velocidad** de un cuerpo con respecto al tiempo. Y



Figura 30. Segunda ley de Newton.

^{3,4} Tippens E. Paul. *FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES*. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 69-70.

la velocidad es la variación de la **posición** de un cuerpo con respecto al tiempo. Matemáticamente, el valor de esa aceleración se puede representar con la siguiente ecuación:

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$$

Las unidades de la aceleración en el SI son metro entre segundo al cuadrado $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Despejando la fuerza de la fórmula dada, la expresión resultante es la siguiente:

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

A partir de la masa de un objeto y de la aceleración que lleva, se puede calcular la fuerza que se le aplicó para producir tal aceleración.



Figura 31: Fuerzas de acción y reacción.

Tercera ley de Newton. “Para cada fuerza de acción, existe una fuerza de reacción de igual magnitud pero con sentido opuesto”.^[5] Es decir, si un objeto A le aplica una fuerza a un objeto B (llamada fuerza de acción), el objeto B tratará de mantenerse en equilibrio, por lo que responderá al objeto A con una fuerza de igual magnitud pero de sentido opuesto (llamada fuerza de reacción). Cuando las fuerzas de acción y reacción tienen la misma magnitud, el cuerpo permanece en reposo. Pero cuando alguna de las fuerzas es mayor que la otra, entonces el cuerpo comienza a moverse. En la figura 31 se observa que una persona ejerce una fuerza sobre el árbol. A su vez, el árbol ejerce una fuerza sobre la persona con la misma magnitud pero en dirección contraria.

Otra propiedad de la materia es **el peso**. La masa es una medida de la inercia que posee el cuerpo y



Figura 32. Peso relacionado con la masa y la gravedad.

el peso es la fuerza con la que la Tierra lo atrae. En la figura 32 se observa la diferencia entre masa y peso. La figura azul representa un cuerpo que tiene su propia masa. La plataforma roja representa la superficie de la Tierra. Como se muestra en la figura, la masa es atraída hacia la Tierra debido a la gravedad. El peso (representado con la flecha roja) es la fuerza con la que es atraído el objeto hacia la Tierra.

Para calcular el peso se emplea la expresión de la segunda ley de Newton. En esa expresión, “a” representa la aceleración de la gravedad del planeta Tierra. Este valor depende del lugar en el que se encuentre el cuerpo dentro del planeta. En promedio, el valor de la aceleración de la gravedad es:

$$g = 9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

⁵ Tippens E. Paul. *FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES*. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 70.

En la Ciudad de México, el valor de la aceleración que se emplea es:

$$g = 9.78 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Entonces el peso se obtiene como:

$$\bar{W} = m\bar{g}$$

Como el peso se trata de una fuerza, entonces es una cantidad vectorial que posee magnitud, dirección y sentido. La unidad en el SI que se emplea para medirlo es el newton [N].

Es una **propiedad extensiva** que depende de la cantidad de masa que tenga la sustancia.

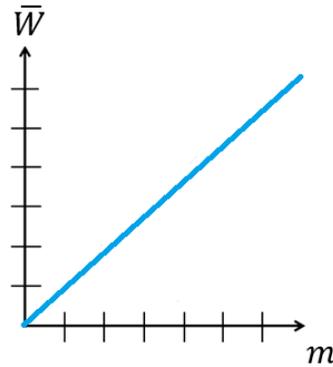


Figura 33. Relación entre el peso y la masa.

Peso específico

El peso específico (γ) se define como la relación entre su peso y el volumen que ocupa. Se calcula con la siguiente fórmula:

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{W}}{V}$$

El peso específico y la densidad se relacionan mediante la siguiente expresión:

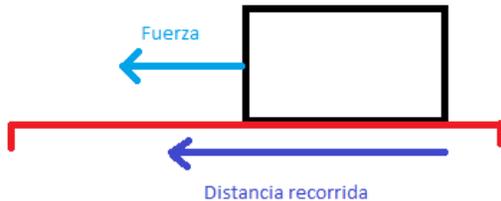
$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{W}}{V} = \frac{m\bar{g}}{V} = \rho\bar{g}$$

La unidad del peso específico en el SI es newton en cada metro cúbico $\left[\frac{N}{m^3} \right]$.

El peso específico es una cantidad física vectorial, debido a que se obtiene de dividir un vector entre un escalar. Es una **propiedad intensiva** puesto que no depende de la masa.

2.6 Conceptos de energía; energía en tránsito y energía como propiedad del sistema

Cuando una fuerza se aplica a un cuerpo, éste experimenta un desplazamiento. A este fenómeno se le denomina trabajo. El **trabajo** se define como la transmisión de energía ocurrida cuando una fuerza F desplaza una cierta distancia d a un cuerpo. Éste se calcula con la siguiente expresión:



$$T = Fd$$

Para este caso, sólo se considera la magnitud de la fuerza. No se considera como un vector.

Figura 34. Concepto de trabajo.

La variable d es la distancia que recorrió el cuerpo al aplicarle la fuerza que lo impulsó. La unidad en el SI para la distancia es el metro. La unidad en el SI para el trabajo es el joule [J].

La **energía** es un concepto muy difícil de definir. Para efectos prácticos, se define como la capacidad que tiene un cuerpo de realizar un trabajo, es decir, todo aquello capaz de producir un cambio latente o permanente. La unidad de energía es el joule [J]. Existe otra unidad de energía denominada caloría [cal]; sin embargo, es más utilizada para medir la cantidad de calor que tiene un cuerpo. La relación entre el joule y la caloría es la siguiente:

$$1 [cal] = 4.184 [J]$$

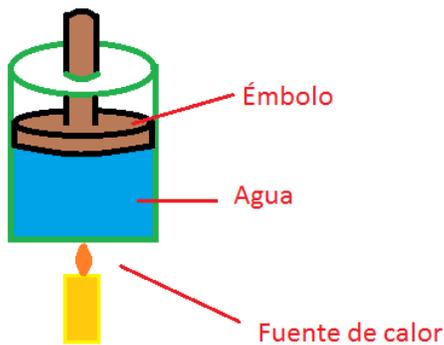


Figura 35. Máquina de Newcomen.

Existe una rama de la física que estudia aquellas máquinas que tienen interacciones térmicas (es decir, aumento o disminución de energía en forma de calor) e interacciones mecánicas (trabajo generado por la variación de trabajo). A esta rama se le llama **termodinámica**. Más adelante se profundizará en ella.

En la figura 35 se puede observar una máquina compuesta de un émbolo y una cantidad determinada de agua. Si se le proporciona calor (interacción térmica) el agua se calentará y el émbolo empezará a moverse. Al haber un desplazamiento, habrá un trabajo. (Interacción mecánica). **La termodinámica** estudia el cambio que sufren las propiedades de una sustancia o material cuando tiene interacciones mecánicas y/o térmicas.

Para facilitar el estudio de dichas interacciones presentes en una sustancia o material, se toma únicamente una pequeña porción del total. A esa pequeña porción se le llama **sistema termodinámico**, el cual se define como una porción limitada del espacio, en la que se estudian las variaciones de energía y masa. Para identificarlo se encierra en una superficie denominada **frontera**.

El análisis siempre se realiza desde el punto de vista del sistema. Para el ejemplo de la figura 35, la sustancia de interés es el agua. Si se desean conocer las variaciones de energía (calor y trabajo) que sufre, se toma una pequeña parte, limitada por una frontera. Y desde el punto de vista de ese sistema, se estudian las variaciones de energía que sufre a la entrada y a la salida.

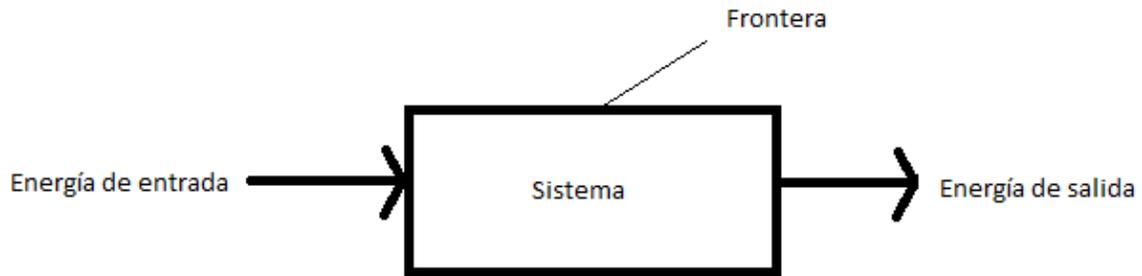


Figura 36. Sistema termodinámico.

En un sistema termodinámico, la energía se puede encontrar en dos tipos:

- **En tránsito.** No se puede almacenar, sólo se transfiere (calor y trabajo).
- **Como propiedad.** Es energía que se puede almacenar en el interior del sistema (química, nuclear, mecánica, etc.).

2.7 Energía cinética y potencial gravitatoria e interna

En mecánica se estudian principalmente dos tipos de energías, **energía cinética y energía potencial gravitatoria**.

Energía cinética

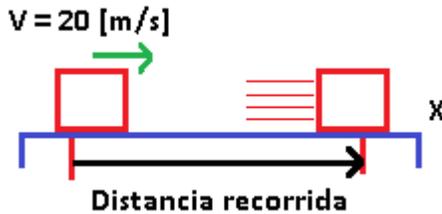


Figura 37. Energía asociada al movimiento.

Cuando un cuerpo se desplaza de una posición a otra produce un trabajo. Por lo tanto, tiene una energía asociada. A este tipo de energía debida al desplazamiento que sufrió se le llama **energía cinética**. Esta energía se puede calcular con la siguiente expresión:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2$$

donde:

EC : energía cinética en joules [J].

m : masa del objeto en kilogramos [kg].

v : rapidez del objeto en metros sobre segundo [m/s].

Cabe destacar que para el cálculo de la energía cinética, se considera el módulo de la velocidad (rapidez) y se omite la dirección. En otras palabras, no se considera la velocidad como vector.

Energía potencial gravitatoria

Si un cuerpo es levantado, la fuerza de gravedad realiza un trabajo sobre éste cuando se deja caer al suelo, debido a que el cuerpo sufre un desplazamiento. Por lo tanto, la energía asociada a la posición de este cuerpo se le conoce como **energía potencial gravitatoria**. Ésta se puede calcular con la siguiente expresión:

$$EP = mgh$$

donde:

EP : energía potencial gravitatoria en joules [J].

m : masa del objeto en kilogramos [kg].

g : aceleración de la gravedad (9.78 [m/s²]).

h : altura a la que se encuentra el cuerpo con respecto a un sistema de referencia [m].

Cabe destacar que se considera el módulo de la aceleración gravitatoria. No se considera la dirección de ésta.



Figura 38. Energía asociada a la posición.

Energía mecánica e interna

La **energía mecánica** de un cuerpo es la unión de las energías cinética y potencial gravitatoria, la cual se calcula como la suma de ambas:

$$EM = EC + EP$$

La **energía interna** es la suma de las energías cinética y potencial que tienen los átomos y las moléculas que forman a un cuerpo.

No se debe confundir la energía mecánica con la energía interna. La primera depende de la posición y del movimiento del cuerpo, mientras que la segunda es una energía propia de dicho cuerpo, debida a la posición y vibración de las moléculas.

2.8 Concepto de temperatura empírica, equilibrio térmico y la ley cero de la termodinámica; medición de la temperatura y escalas de temperatura

Concepto de temperatura y energía térmica



Figura 39. Fuerza de cohesión entre moléculas.

Cualquier cuerpo está formado por moléculas, las cuales, están unidas mediante una fuerza llamada **fuerza de cohesión**. Constantemente estas moléculas oscilan con respecto a sus posiciones de equilibrio, obteniendo como resultado un tipo de energía, la cual está relacionada con lo caliente o lo frío que está el cuerpo. A

dicha energía se le denomina **energía térmica**. Este tipo de energía también se le conoce como **energía interna**, formada por la unión de la energía cinética y potencial gravitatoria de las moléculas.

Si se juntan dos objetos con energías internas diferentes, el cuerpo que tiene una mayor energía interna le transfiere parte de ésta al cuerpo que tiene una menor energía interna, hasta que los dos cuerpos tengan el mismo nivel. A esta propiedad se le conoce como **equilibrio térmico**.

La **temperatura** es “una propiedad intensiva (es decir que no depende de la masa) que tiene la materia que permite medir el estado de la energía térmica que posee, con el fin de determinar si un cuerpo está en equilibrio térmico con otros”^[6]. Si el cuerpo tiene más energía térmica, tiene mayor temperatura. Si tiene menor energía térmica, el valor de su temperatura será menor. El símbolo que se emplea para representarla es Θ (letra griega, theta mayúscula).



Figura 40. Transferencia de energía térmica.

A partir de este concepto, surge la **ley cero de la termodinámica**, la cual dice lo siguiente:

“Si un cuerpo C está en equilibrio térmico con A y con B (es decir que tienen la misma temperatura) entonces A y B también tienen la misma temperatura y, por lo tanto, también están en equilibrio térmico”.^[7]

La unidad que se emplea para medir la temperatura en el SI es el kelvin [K]; sin embargo, es más utilizada la escala Celsius [°C].

Escalas de temperatura

Existen varias escalas empleadas para medir la temperatura. Las más utilizadas son las escalas de Celsius, de kelvin y de fahrenheit. Aunque en el SI se establece que la unidad de medida es el **kelvin**, comúnmente se emplea el **Celsius**, debido a que es la unidad empleada para obtener lecturas de un **termómetro de mercurio** (instrumento utilizado para medir la temperatura de los objetos).

⁶ Tippens E. Paul. *FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES*. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 331.

⁷ Young H. D. y Freedman R. A. *FISICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1*. (13ª edición. Pearson. México, 2014), 572.

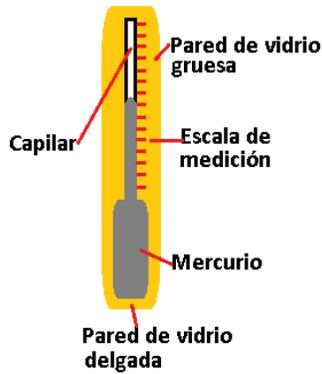


Figura 41. Termómetro de mercurio.

La **escala Celsius** (o centígrados) se le conoce como **escala empírica**, puesto que toma como referencia la **temperatura de fusión** (es decir, cuando la sustancia pasa de la fase sólida a líquida) y la **temperatura de ebullición** (es decir, cuando la sustancia pasa de la fase líquida a la fase gaseosa) del agua (0 y 100 grados Celsius) a nivel del mar; sin embargo, al utilizar esta escala, pueden existir temperaturas negativas, puesto que existen elementos que tienen temperaturas por debajo del punto de fusión del agua.

En la **escala kelvin**, (también llamada **escala absoluta**) el punto de fusión del agua (0°C) equivale a +273.15 [K]. Sin embargo, ¿cómo se definió esta escala?

Kelvin registró la **temperatura** y el **volumen** de diferentes sustancias y realizó una gráfica volumen-temperatura para cada una de ellas. Entonces observó que había una relación lineal entre ambas cantidades físicas. Juntó las gráficas de las diversas sustancias que empleó en una sola y observó que, al extrapolarlas, todas las rectas generadas llegaban al mismo valor (-273.15 °C). Entonces este valor lo definió como **cero absoluto**, porque si extrapolaba todavía más la gráfica, obtendría varios volúmenes negativos, los cuáles no existen en el universo.

Por lo tanto, se estableció que -273.15 [°C] era el **cero absoluto en escala kelvin (0 [K])**. De acuerdo con las leyes de la termodinámica, no existe ningún cuerpo que tenga una temperatura debajo del cero absoluto.

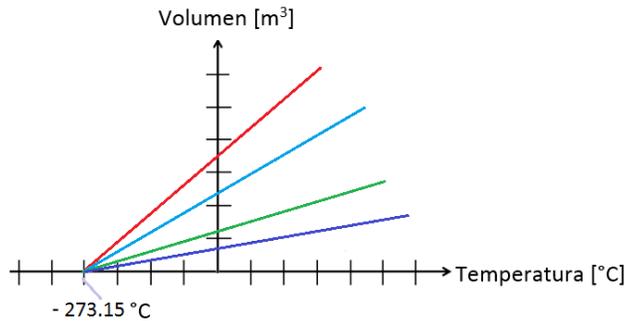


Figura 42. Cada recta representa la relación Temperatura-Volumen de una sustancia diferente. Kelvin observó que todas convergían al mismo punto, el cual llamó cero absoluto.

Existe otra escala empleada en el sistema inglés para medir la temperatura llamada **fahrenheit** (F).

Existen unas ecuaciones con las cuales se puede cambiar un valor de temperatura de una escala a otra. Cuando se requiera realizar algún cálculo relacionado a la temperatura, es recomendable realizar el cambio de escalas a kelvin. Las fórmulas que permiten realizar cambios entre escalas de temperatura se muestran a continuación:

Convertir grados Celsius a kelvin

$$T_k = T_c + 273$$

Convertir grados Celsius a fahrenheit

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$

Expresiones matemáticas

- **Cálculo de la densidad.**

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- **Densidad relativa.**

$$\delta = \frac{\rho_{material}}{\rho_{referencia}}$$

- **Volumen específico.**

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

- **Fuerza (segunda ley de Newton).**

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- **Peso de un objeto.**

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

- **Peso específico.**

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{W}}{V} = \rho\vec{g}$$

- **Trabajo realizado.**

$$T = Fxd$$

- **Energía cinética.**

$$EC = \frac{1}{2}mv^2$$

- **Energía potencial gravitatoria.**

$$EP = mgh$$

- **Energía mecánica.**

$$EM = EC + EP$$

- **Relación entre escala kelvin y escala Celsius.**

$$T_k = T_c + 273$$

- **Relación entre escala fahrenheit y escala Celsius**

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

CAPÍTULO 3: GRADIENTE DE PRESIÓN

OBJETIVO: El alumno determinará experimentalmente algunas propiedades de los fluidos y obtendrá experimentalmente la ecuación del gradiente de presión.

Introducción

Los fluidos están presentes de forma importante en la vida del ser humano. Los bebemos, los respiramos, vivimos en ellos, nadamos e incluso los utilizamos para transportarnos (ya sea en un vehículo terrestre, un barco o un avión). Este capítulo comienza con un repaso de las fases en las que se encuentra la materia, para definir posteriormente el concepto de fluido. Los líquidos y los gases son considerados fluidos, debido a que pueden fluir libremente a través de un medio.

La estática de fluidos estudia el comportamiento de éstos cuando están en reposo. Por otra parte, la dinámica de fluidos estudia el comportamiento de éstos cuando están en movimiento. El estudio de esta rama de la física es más complicado, por lo que no se abordará en este trabajo.

La hidrostática es el estudio de los fenómenos relacionados con la diferencia de presiones que existe en diferentes puntos situados a diferentes alturas (o profundidades, según sea el caso) de un fluido. En este capítulo se estudiarán algunos principios básicos aplicados a los fluidos como el principio de Pascal y el principio de Arquímedes. También se verán algunos conceptos relacionados con la hidrostática como el concepto de presión y sus aplicaciones como la prensa hidráulica.

También se verá la ecuación que describe el gradiente de presión para un fluido en reposo, la cual describe el comportamiento de la presión de un fluido con respecto a la variación de su profundidad. Se explicará el análisis que se hace para llegar a esta ecuación de forma teórica. También se obtendrá experimentalmente, mediante el registro de diferentes profundidades de un fluido y las presiones que tienen asociadas. Se realizarán las mediciones necesarias para obtener el modelado matemático de la curva resultante y se interpretará el significado de la pendiente.

Por último, dependiendo del valor de la presión obtenida, se clasificará en presión absoluta, presión relativa (manométrica o vacuométrica) y presión atmosférica.

En este tema se dará un enfoque hacia el estudio de los fluidos ideales, es decir, fluidos que son incompresibles sin importar las magnitudes de las fuerzas a las que se les someta. Sin embargo, los conceptos que se definan para este tipo de fluidos serán de gran utilidad para temas futuros.

3.1 Campo de estudio de la mecánica de fluidos; cuerpo sólido y fluido ideal; concepto de medio homogéneo e isotrópico

La **materia** es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio. Ésta se presenta en tres fases:

-**Sólida**. Las partículas que lo constituyen se mantienen fuertemente unidas, ocasionando que la sustancia tenga una forma y un volumen definidos.

-**Líquida**. Las partículas que lo componen se mantienen unidas de una forma más débil que en el sólido. La sustancia adopta la forma del recipiente que lo contiene.

-**Gaseosa**. Las partículas no tienen una fuerza que las mantenga unidas, por lo que se encuentran dispersas. El gas cubre el volumen de todo el recipiente que lo contiene.

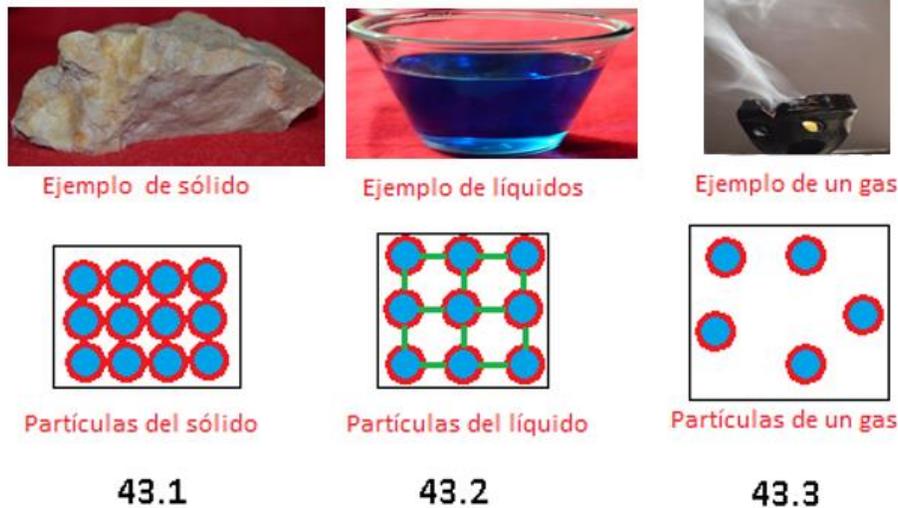


Figura 43. Fases de la materia: sólido (figura 43.1), líquido (figura 43.2) y gas (figura 43.3).

Los **fluidos** son aquellas sustancias que fluyen libremente y que adoptan la forma del recipiente que lo contienen. Las sustancias líquidas y gaseosas se consideran fluidos, puesto que pueden fluir libremente debido a la débil o nula fuerza de unión entre sus partículas.

Para estudiar las propiedades de los líquidos y gases, se estudiarán los **fluidos ideales**. Un fluido ideal es aquél que es incompresible, es decir, que sin importar la magnitud de la fuerza que se le aplique, éste no cambiará su volumen.

La **mecánica de fluidos** es una rama de la física que estudia las propiedades de un fluido cuando está en movimiento o en reposo. Básicamente se divide en dos ramas:

- **Estática de fluidos**. Estudia los fluidos en reposo cuando están en condiciones de equilibrio.
- **Dinámica de fluidos**. Estudia a los fluidos en movimiento.

En este curso se estudiarán los fluidos en medios homogéneos e isotrópicos.

Medio homogéneo. Es un medio en el que todas las propiedades intensivas del sistema se conservan. Por ejemplo, la densidad de una sustancia, la cual será siempre la misma en cualquier punto del fluido.

Medio isotrópico. Es un medio en el cuál las propiedades físicas de un sistema se conservan sin importar en la dirección en la que se transmiten. Por ejemplo, la fuerza aplicada a un fluido se transmite de igual manera a todas las direcciones de éste.

Una de las propiedades más importantes de los fluidos es la presión.

3.2 Principio de Pascal

Concepto de Presión

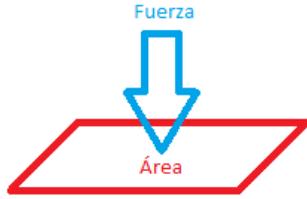


Figura 44. Concepto de presión.

Se define como presión (P) a la magnitud de una fuerza aplicada perpendicularmente a un área. La unidad que establece el SI para medir esta propiedad es el pascal [Pa]. La expresión matemática que permite calcular la presión es la siguiente:

$$P = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} = \frac{F}{A}$$

Si la fuerza se aplica perpendicularmente a un sólido, la cantidad física se denomina **esfuerzo** y las unidades que emplea son las mismas que la presión.

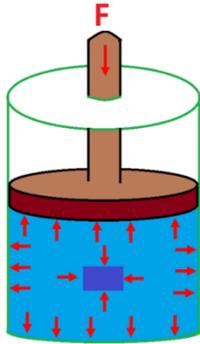


Figura 45. Principio de Pascal.

En un fluido, la fuerza se ejerce en el área de la sección transversal del recipiente que lo contiene. A partir de esto, Pascal formuló lo siguiente:

“Al aplicar una fuerza sobre la superficie de un líquido, la presión resultante se transmite a todos los puntos del fluido e incluso a las paredes del recipiente que lo contiene” [8].

A esto se le conoce como **principio de Pascal**.

La presión es una cantidad escalar, debido a que se transmite por igual hacia todas las direcciones. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza aplicada también se transmite a todos los puntos del fluido. Por esa razón no se considera la dirección.

Prensa hidráulica

Una aplicación del principio de Pascal se encuentra en una **prensa hidráulica**, la cual es un dispositivo que contiene un fluido y dos émbolos en dos extremos, cada uno con un área diferente. En la figura 46 se puede ver una imagen de este dispositivo.

En la figura 46 se puede observar que la presión en el émbolo 1 se obtiene al aplicar una fuerza F_1 en el área de su sección transversal A_1 , desplazándolo hacia abajo. Como resultando, el émbolo 2 recibe una fuerza F_2 aplicada al área de su sección transversal A_2 , desplazándolo hacia arriba. Por lo tanto, la presión en el émbolo 1 se calcula como:

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

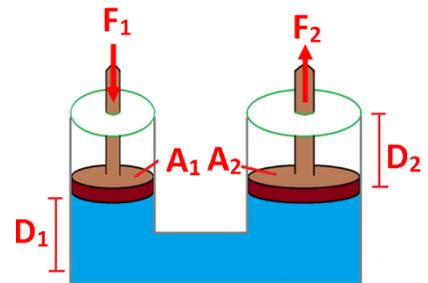


Figura 46. Prensa hidráulica.

⁸ Young H. D. y Freedman R. A. *FISICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1.* (13ª edición. Pearson. México, 2014), 460.

Y la presión en el émbolo 2 se calcula con la siguiente expresión:

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

El principio de Pascal dice que la presión que hay en el fluido se transmite a éste en todas direcciones. Por lo tanto, la presión en el émbolo 1 se transmite por todo el fluido hasta el émbolo 2. Matemáticamente, se tiene lo siguiente:

$$P_1 = P_2$$

Sustituyendo las expresiones de la presión en el émbolo 1 P_1 y la presión en el émbolo 2 P_2 se obtiene lo siguiente:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Esta ecuación relaciona la presión, fuerza y área en cada uno de los émbolos de la prensa hidráulica. De igual forma se puede hacer un análisis con el trabajo que realiza cada émbolo, puesto que cada uno presenta un desplazamiento al aplicarle una fuerza.

El trabajo se presenta cuando un cuerpo se desplaza una cierta distancia al aplicarle una fuerza externa. En la prensa hidráulica, se observa que el émbolo 1 se desplaza una distancia D_1 al aplicarle una fuerza F_1 , produciendo así un trabajo, el cual, se calcula con la siguiente expresión:

$$W_1 = F_1 D_1$$

Del mismo modo, el émbolo 2 realiza un trabajo, debido a que la fuerza F_2 aplicada sobre éste desplaza al émbolo una distancia D_2 . El trabajo que realiza se calcula con la siguiente expresión:

$$W_2 = F_2 D_2$$

El trabajo que realiza el émbolo 1 es igual al trabajo que realiza el émbolo 2, es decir:

$$W_1 = W_2$$

Sustituyendo, se tiene que:

$$F_1 D_1 = F_2 D_2$$

Esta ecuación relaciona el trabajo, la fuerza y la distancia recorrida por cada émbolo.

3.3 Principio de Arquímedes

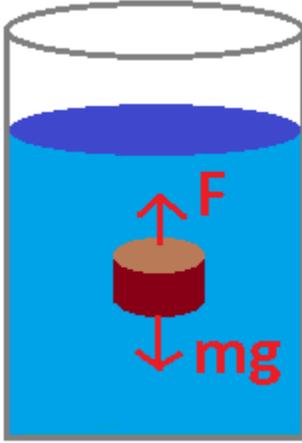


Figura 47. Objeto sumergido en un fluido.

El peso de un cuerpo es una fuerza producida por la acción de la gravedad sobre éste. Si un cuerpo está sumergido en un líquido, de igual manera experimentará una fuerza debida a la gravedad (peso).

El principio de Arquímedes establece lo siguiente:

“Al sumergir un cuerpo en un fluido, éste experimentará una fuerza (llamada fuerza de empuje) de dirección contraria pero de igual magnitud a la del peso del fluido que se desplaza cuando se sumerge el objeto”⁹.

Por esa razón, cuando se introduce un objeto a un fluido, éste permanece flotando, dando la impresión de que no tiene peso. La fuerza de empuje y el peso del objeto tratan de mantenerlo en equilibrio.

Para calcular la fuerza de empuje se emplea la siguiente expresión:

$$F = \rho g V$$

donde:

F : fuerza de empuje [N].

ρ : densidad del fluido [kg/m^3].

g : aceleración de la gravedad (se considera $9.78 \text{ [m}/\text{s}^2]$).

V : volumen que el cuerpo desplazó del fluido [m^3].

⁹ Tippens E. Paul. *FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES*. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 311.

3.4 Ecuación diferencial del Gradiente de presión para fluidos en reposo

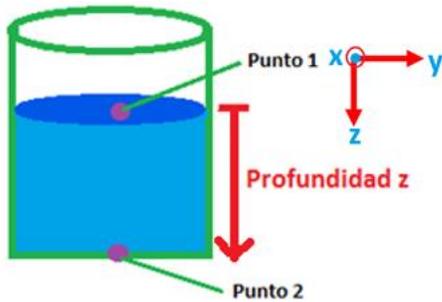


Figura 48. Variación de la presión en función de la profundidad. A mayor profundidad, mayor presión.

La presión que tiene un fluido estático contenido en un recipiente varía con la profundidad. A mayor profundidad, mayor presión. Por lo tanto, se debe encontrar una expresión para calcular la presión de un fluido en función de su **profundidad**.

No debe confundirse profundidad con altura. La profundidad es la distancia que hay de la superficie a cualquier punto debajo de ésta y la altura es la distancia que hay desde el fondo del recipiente hacia arriba. Tanto la altura como la profundidad son distancias perpendiculares a la superficie del fluido.

Para analizar el fluido, se realiza el **diagrama de cuerpo libre (DCL)**, el cual es una representación de las fuerzas presentes en un cuerpo o en una sustancia. Para el fluido de estudio, se toma una diminuta porción de él (**diferencial de fluido**). En este cuerpo hay tres fuerzas presentes:

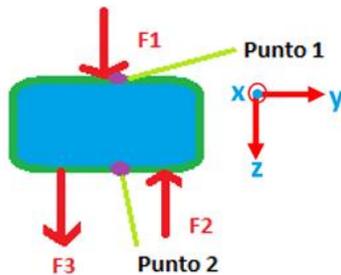


Figura 49. Diagrama de cuerpo libre del fluido.

Fuerza F1. Es la fuerza debida a la presión que hay en la superficie del fluido (**punto 1**), es decir:

$$F_1 = PA$$

Donde P es la presión que hay en la superficie y A el área transversal de dicha superficie.

Fuerza F2. Es la fuerza que hay en la profundidad debida a la presión que existente en el punto 2. Pascal dijo que la presión en un punto del fluido se distribuye por todo el fluido. Además se sabe

que, a mayor profundidad, mayor presión. Por lo tanto la presión total en el punto 2 es igual a la presión proveniente del punto 1 más el aumento de presión debido al aumento de profundidad. Para el diferencial de fluido, se tiene:

$$P_T = P + dP$$

Donde dP es un aumento de la presión (**diferencial de presión**), debido al aumento de profundidad (**diferencial de profundidad**).

Por lo tanto, la fuerza en el punto 2 se calcula como:

$$F_2 = (P + dP)A$$

Fuerza F3. Es el **diferencial de peso** del diferencial de sustancia. Como el peso es la fuerza debida a la gravedad se tiene:

$$F_3 = d_{\text{peso}} = gdm$$

donde g es la aceleración de la gravedad y dm es el **diferencial de masa**.

Como el fluido está en reposo, la suma de las fuerzas presentes es cero, es decir:

$$\sum F = 0$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0$$

La fuerza F_2 , al ser una fuerza de oposición, es una fuerza contraria a la fuerza F_1 y al peso del fluido. Por lo tanto, tiene signo contrario a las demás fuerzas. Además se considera que las fuerzas F_1 y F_3 son paralelas a la profundidad, la cuál se utiliza como referencia (ver el sistema de referencia de las figuras 48 y 49). Por lo tanto se tiene lo siguiente:

$$PA - (P + dP)A + gdm = 0$$

La densidad, la masa y el volumen están relacionados con la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Donde dm es el diferencial de masa y dV el diferencial de volumen del fluido. Sustituyendo dm en la ecuación de presión se tiene lo siguiente:

$$PA - (P + dP)A + g\rho dV = 0$$

El diferencial de volumen se calcula con la siguiente expresión:

$$dV = Adz$$

Donde dz es la diferencial de profundidad. Sustituyendo la expresión en la ecuación de la presión, resulta lo siguiente:

$$PA - (P + dP)A + g\rho Adz = 0$$

Desarrollando la ecuación, se tiene lo siguiente:

$$PA - PA + AdP + g\rho Adz = 0$$

$$AdP + g\rho Adz = 0$$

$$A(dP + g\rho dz) = 0$$

Simplificando la expresión, se obtiene lo siguiente:

$$dP + g\rho dz = 0$$

$$dP = -\rho g dz$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Se empleó como referencia la profundidad. Por lo tanto la ecuación resultante se emplea en términos de la profundidad. Si se desea expresar en términos de la altura, el signo de la expresión sería negativo, debido a que la altura tiene dirección contraria a la profundidad. Por lo tanto la ecuación resultante sería la siguiente:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

donde:

dP : variación de la presión del fluido.

dz : variación de la altura del fluido.

ρ : densidad del fluido (kg/m^3).

g : aceleración de la gravedad (9.81 m/s^2).

A esta ecuación se le conoce como **gradiente de presión**. Si se resuelve la ecuación diferencial para los puntos 1 y 2 del fluido se obtiene lo siguiente:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{z_1}^{z_2} -\rho g dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

Esta expresión se emplea cuando se manejan alturas. Cabe destacar que una altura se mide desde el fondo del recipiente al punto de interés. Si se desea hablar de profundidades, simplemente se cambia el signo de la ecuación a positivo. Para evitar confusiones con el signo, cuando se habla de profundidades, conviene que se utilice la siguiente ecuación, para que así se sustituyan directamente los valores de las profundidades:

$$P_1 - P_2 = \rho g(z_1 - z_2)$$

donde:

P_2 : presión del fluido en el punto 2. Generalmente este punto está a una cierta profundidad del fluido [Pa].

P_1 : presión del fluido en el punto 1. Generalmente este es el punto de interés que está en la superficie del fluido [Pa].

z_2 : profundidad del punto 2 en el recipiente [m].

z_1 : profundidad del punto 1 en el recipiente [m].

En la figura 50 se muestra gráficamente la diferencia entre altura y profundidad.

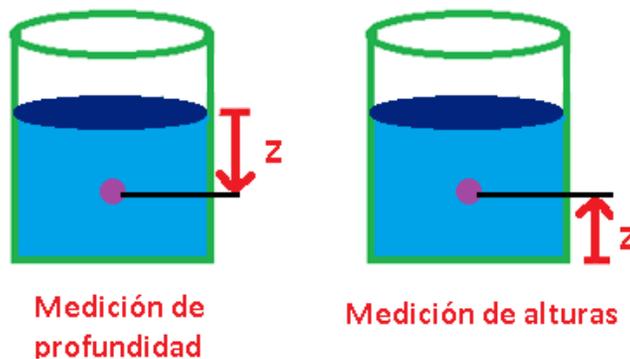


Figura 50. Medición de la profundidad y de la altura.

3.5 Presión atmosférica y experimento de Torricelli

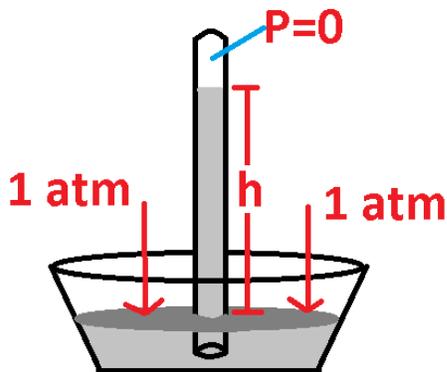


Figura 51. Experimento de Torricelli.

Torricelli quiso encontrar el vacío absoluto. Para esto, llenó un tubo sellado de un extremo de 1 [m] de largo con mercurio. El otro extremo del tubo, lo tapó con un dedo y enseguida lo metió en un recipiente que contenía mercurio. Posteriormente le quitó el dedo. Él pensaba que el tubo se iba a vaciar completamente. Sin embargo no ocurrió así, sólo una pequeña porción del mercurio se vació, dejando un espacio vacío en la parte superior del tubo (ver figura 51), descubriendo que la sustancia llegaba hasta una altura de 760 [mm]. Este experimento lo realizó con diversos tubos y el resultado fue el mismo.

Torricelli determinó que la presión de la atmósfera ejercida en la superficie del mercurio contenido en el recipiente era capaz de equilibrar el peso que tenía el mercurio del tubo. A partir de ese momento estableció los milímetros de mercurio como unidad de presión. Estableció que 760 [mm] de mercurio era equivalente al valor de la presión atmosférica (101 325 [Pa]).

Sin darse cuenta, Torricelli diseñó el primer barómetro (dispositivo para medir la presión atmosférica). Este dispositivo es utilizado para obtener la presión de cualquier gas. Medir la presión de un gas contenido en un recipiente es un poco más complicado, debido a que la presión no varía con la altura. Entonces con ayuda del barómetro se puede medir la presión de cualquier gas (como la atmósfera) sin dificultades.

3.6 Presión absoluta, relativa y atmosférica

Presión atmosférica

La atmosfera de nuestra planeta se encuentra inmersa en diversos gases, los cuales también son fluidos. Por lo tanto, en este fluido también puede existir una cierta presión. A dicha presión se le conoce como **presión atmosférica**. El valor de esta presión es de 101 325 [Pa]. Con frecuencia, este valor se utiliza como unidad de referencia a nivel del mar. Por lo tanto se tiene que:

$$1 [atm] = 101\,325 [Pa]$$

Manómetro diferencial. Presión relativa, presión manométrica y presión vacuométrica

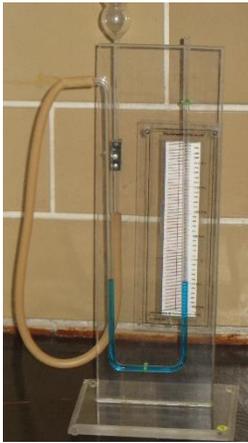


Figura 52. Manómetro en forma de U.

Un dispositivo empleado para medir la presión es el **manómetro diferencial**. Este dispositivo mide la presión del contenedor comparándola con la del entorno (generalmente de la atmósfera). La lectura que muestre el dispositivo se denomina **presión relativa**. Esta se mide tomando como referencia la presión de la atmósfera.

Este dispositivo tiene forma de U. En su interior contiene un líquido denominado **líquido manométrico** con el cual se realizan las mediciones. Uno de los extremos está conectado al contenedor del fluido y el otro a la atmósfera (ver figura 52).

Así como en el barómetro, la presión del fluido encerrado en el contenedor empuja el líquido manométrico hacia abajo. Por el otro lado, la presión de la atmósfera también lo empuja, ocasionando que alcance una determinada posición.

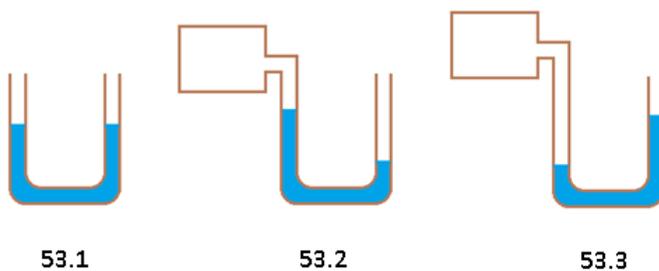


Figura 53: Posiciones del líquido manométrico

En la figura 53.1 los extremos del manómetro diferencial están abiertos a la atmósfera. Como la presión que hay en ambos extremos es la misma, el líquido no se desnivela.

En las figuras 53.2 y 53.3 un extremo está colocado a la atmósfera y otro al contenedor. En la figura 53.2 la presión del contenedor es menor que la atmosférica.

Por esa razón, el nivel del líquido del extremo de la derecha está más abajo que en el extremo de la izquierda. Esto que debe a que la presión de la atmósfera, al ser mayor que la del contenedor, empuja con mayor fuerza el líquido. Cuando la presión del contenedor es menor que la de la atmósfera, se le denomina **presión vacuométrica**.

En la figura 53.3, ocurre lo contrario. La presión en el contenedor es mayor que la de la atmósfera, desplazando el líquido manométrico con mayor fuerza en el extremo izquierdo que en el extremo

derecho. Cuando la presión del contenedor es mayor que la atmosférica se denomina **presión manométrica**.

Para tomar las lecturas, la escala de medición debe estar en el extremo que esté conectado a la atmósfera. El valor al que llega el nivel del líquido manométrico corresponde a la presión del contenedor.

Presión absoluta

Es el valor de la presión atmosférica en conjunto con la relativa (es decir, la que se obtiene empleando el manómetro). Se mide con respecto a la presión del vacío. Dependiendo del tipo de presión relativa que sea, ésta se calcula con las siguientes expresiones:

- **Manométrica.** Presión mayor que la del entorno, es decir:

$$P > P_{entorno}$$

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{man}$$

- **Vacuométrica.** Presión menor que la del entorno, es decir:

$$P < P_{entorno}$$

$$P_{abs} = P_{atm} - P_{vac}$$

La presión absoluta se calcula con la siguiente expresión:

$$P_2 = P_1 + \rho g(z_2 - z_1)$$

donde:

P_1 : presión atmosférica

Un caso particular ocurre cuando la presión de la superficie P_1 es igual a cero (suponiendo que el recipiente está en el vacío, o que no se está considerando la presión atmosférica) y que el punto no tiene ninguna profundidad, es decir $z_1 = 0$. La ecuación resultante es:

$$P_2 = \rho g z_2$$

En este caso en particular, se está calculando la **presión relativa**.

La magnitud del peso específico se puede calcular como el producto de la densidad por la aceleración. Por lo tanto:

$$\gamma = \rho g$$

Sustituyendo, se tiene lo siguiente:

$$P_2 = \gamma z_2$$

3.7 Registro, tabulación y representación gráfica de la presión en función de la profundidad de un líquido en reposo, su modelo matemático e interpretación física de la pendiente de la recta obtenida

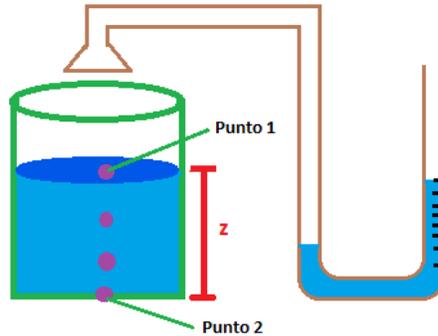


Figura 54. Medición de la presión de un fluido contenido en un recipiente.

Se desea obtener lecturas de la presión manométrica de distintos puntos de un contenedor. Como se ha visto, la presión está en función de la profundidad, es decir, a mayor profundidad, mayor presión. Por lo tanto, se considera a la profundidad como la **variable independiente** y la presión es la **variable dependiente**, debido a que depende de la profundidad. Para cada valor de profundidad, se tendrá una presión asociada.

Profundidad [m]	Presión manométrica [Pa]
z_1	P_1
z_2	P_2
z_3	P_3

Tabla 5. Relación de distintas profundidades con su presión manométrica asociada.

Si se realiza la gráfica de cada par de puntos, se obtendrá el siguiente modelo gráfico:

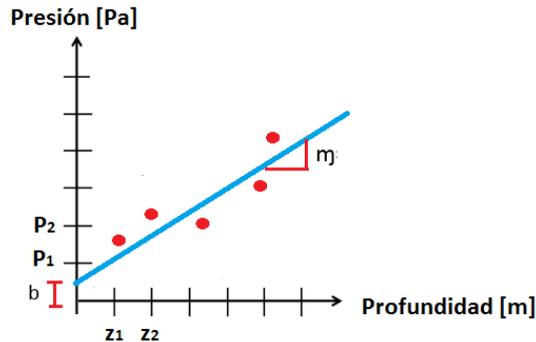


Figura 55. Gráfica de la presión manométrica en función de la profundidad.

Se puede observar que el conjunto de puntos tiene una tendencia lineal. Mediante el método del **mínimo de la suma de los cuadrados**, se puede determinar el modelo matemático que describe a la recta representativa. La expresión del modelo matemático es la siguiente:

$$P_{man}[Pa] = \eta \left[\frac{N}{m^3} \right] z [m] + b [Pa]$$

El valor de la ordenada al origen b , es relativamente pequeño. Esta cantidad representa el error sistemático presente en las mediciones. Por lo tanto, se tiene que:

$$P_{man}[Pa] \approx \eta \left[\frac{N}{m^3} \right] z [m]$$

Si el modelo experimental se compara con el modelo teórico de la presión manométrica, se obtendrá lo siguiente:

$$P_2[Pa] = \gamma \left[\frac{N}{m^3} \right] z_2 [m]$$

Se puede observar que la pendiente de la recta es igual a la magnitud del peso específico del fluido:

$$\eta = \gamma = \rho g$$

Expresiones matemáticas

- **Cálculo de la presión**

$$P = \frac{F}{A}$$

- **Presión de una prensa hidráulica**

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

- **Trabajo en una prensa hidráulica**

$$F_1 x D_1 = F_2 x D_2$$

- **Empuje hidrostático**

$$F = \rho g V$$

- **Gradiente de presión**

NOTA: En esta expresión z se considera como profundidad. Si z se considerara como altura, el signo del producto ρg cambia.

$$\frac{dP}{dz} = \rho g$$

- **Presión hidrostática**

NOTA: En esta expresión z se considera como profundidad. Si z se considerara como altura, la expresión se multiplica por -1 en ambos lados de la igualdad.

$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

- **Presión manométrica y absoluta**

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{man}$$

- **Presión vacuométrica y absoluta**

$$P_{abs} = P_{atm} - P_{vac}$$

- **Modelo matemático de la presión manométrica**

$$P_{man}[Pa] = \eta \left[\frac{N}{m^3} \right] z [m] + b [Pa]$$

- **Pendiente del modelo matemático de la presión manométrica**

$$\eta = \gamma = \rho g$$

CAPÍTULO 4: CAPACIDADES TÉRMICAS ESPECÍFICAS

OBJETIVO: El alumno determinará experimentalmente la capacidad térmica específica de algunas sustancias mediante la aplicación de la primera ley de la termodinámica para sistemas cerrados y aislados.

Introducción

En nuestra vida cotidiana observamos que los conceptos de temperatura y calor están muy asociados con nuestro entorno. Si el día o algún objeto están “calientes”, decimos que tiene una temperatura elevada. Por el contrario, si nuestro cuerpo siente “frío” (ya sea el día, la noche, o algún otro objeto) decimos que existe una temperatura baja. Dependiendo de cuál sea el caso, tratamos de alcanzar un equilibrio térmico, es decir, un punto intermedio entre ambas situaciones. Por ejemplo, en un día caluroso, utilizamos ropa ligera. O en un día frío, nos abrigamos con vestimenta más gruesa. Y aunque generalmente asociamos el término de calor con la temperatura, en este capítulo se verá que son conceptos diferentes.

Los conceptos de calor y temperatura son la base de la termodinámica, la cual es una rama de la física que estudia las transformaciones e interacciones de energía (principalmente energía en tránsito como el calor y el trabajo mecánico), así como la relación que tienen con las propiedades de la materia.

El estudio de estos fenómenos es de vital importancia. Permite comprender su comportamiento para diseñar posteriormente aparatos que permitan resolver alguna necesidad. Por ejemplo, con un dispositivo calefactor se puede aumentar la temperatura de una habitación en donde se percibe el frío. O por el contrario, un refrigerador disminuye la temperatura de los objetos (generalmente alimentos) para que se conserven más tiempo.

Para entender tales procesos, la termodinámica se fundamenta en tres leyes: **la ley cero de la termodinámica** (conocida también como ley del equilibrio térmico), **la primera ley de la termodinámica** (basada en el principio de conservación de la energía) y **la segunda ley de la termodinámica** (ley asociada a la entropía). En este capítulo se estudiará la ley del equilibrio térmico así como la primera ley de la termodinámica. Para ésta última, se estudiará un caso particular: los sistemas cerrados y aislados.

Además, se verá una propiedad que tienen las sustancias llamada **capacidad térmica específica**, la cual se define como la cantidad de energía en forma de calor que requiere una sustancia de un kilogramo para elevar su temperatura un grado centígrado. Se obtendrá la ecuación que describe esta propiedad tanto de forma teórica como experimentalmente.

4.1 Campo de estudio de la termodinámica y el concepto de sistema termodinámico y su clasificación.

Definición de termodinámica

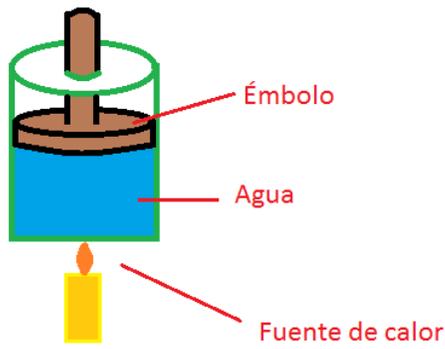


Figura 56. Máquina de Newcomen.

Newcomen diseñó una máquina como la que se muestra en la figura 56. Ésta tenía un fluido en su interior (agua) y encima tenía un émbolo. Cuando se le aplicaba calor (interacción térmica), el agua cambiaba su temperatura y el émbolo empezaba a moverse (interacción mecánica).

A partir de esta máquina se pudo observar que las interacciones térmicas producían interacciones mecánicas y viceversa. También se observó que al estar presente alguna interacción térmica, las propiedades de la sustancia de trabajo cambiaban (por ejemplo, en la máquina de Newcomen, el fluido cambió el valor de su temperatura).

La termodinámica es una rama de la física que estudia las interacciones térmicas (calor) u interacciones mecánicas (trabajo) presentes en un sistema así como las propiedades que tiene debido a dichas interacciones.

Un sistema termodinámico se define como una parte del universo de interés que estudia los flujos energéticos de entrada y salida. En el caso de la máquina de Newcomen, en lugar de analizar todo el dispositivo, sólo se toma una pequeña porción de él para indicar todas las interacciones térmicas y mecánicas presentes, así como el cambio que sufren sus propiedades. El análisis siempre se realiza desde el punto de vista del sistema.

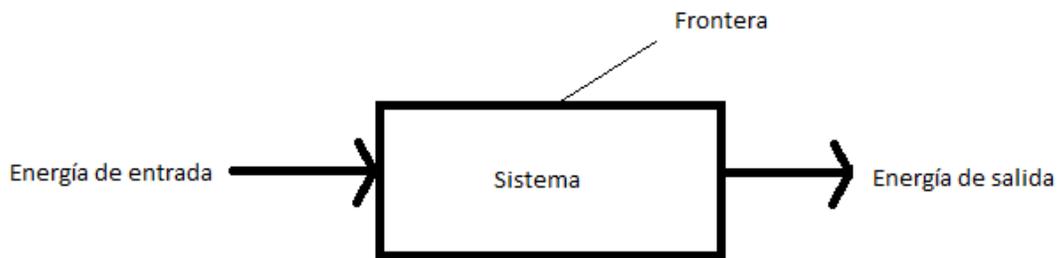


Figura 57. Sistema termodinámico.

Como se puede ver en la figura 57, la **frontera** es lo que limita al sistema. Dependiendo de la frontera, los sistemas se clasifican en dos tipos:

- **Sistema abierto.** Es aquel que permite el paso de energía y de masa a través de sus fronteras.

- **Sistema cerrado.** Es aquel que contiene una cantidad fija e invariable de masa y solamente la energía puede cruzar la frontera.
- Sistema cerrado aislado. En este sistema no hay transferencia de masa ni de energía a través de sus fronteras. Es un caso particular de un sistema cerrado, el cual se estudia en este capítulo.



Figura 58. Ejemplos de un sistema termodinámico abierto y sistema termodinámico cerrado.

Un sistema puede albergar en su interior dos tipos de fluidos:

- **Líquido.** Es una sustancia incompresible que adquiere la forma del recipiente que lo contiene. Además posee un volumen definido.
- **Gas.** Es una sustancia compresible que ocupa todo el recipiente que lo contiene y no tiene un volumen definido.

Propiedades del sistema

Una propiedad física se define como una característica de una sustancia que se pueden medir. Se clasifican en **intensivas y extensivas**.

Extensiva. Es aquella que depende de la cantidad de masa. Algunas propiedades extensivas son volumen, peso, masa, etc.

Intensiva. Es aquella que siempre se conserva sin importar la cantidad de la masa, es decir, no depende de la masa. Algunos ejemplos de este tipo de propiedad son: densidad, densidad relativa, peso específico, volumen específico, presión, temperatura, etc.

En el estudio de un sistema, se consideran de gran importancia los estados en los que se encuentra.

Estado. Es el conjunto de los valores de las propiedades intensivas del sistema en un instante dado. Si las propiedades tienen valores independientes del tiempo se le denomina **estado de equilibrio**. A continuación se explicará brevemente un ejemplo para comprender el concepto de estado.

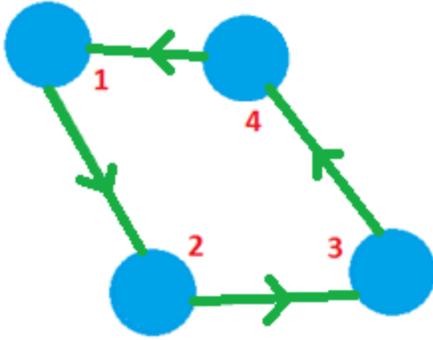


Figura 59. Estados de un sistema.

En la figura 59 se puede ver un ejemplo de los estados de un sistema. En el **estado 1**, el sistema tiene un valor en sus propiedades intensivas (por ejemplo, una temperatura de 20 [°C]). Después de una interacción mecánica el sistema llega al **estado 2**, donde el valor de sus propiedades cambia (la temperatura cambia su valor a 5 [°C]). Después de una interacción térmica, el sistema llega al **estado 3**. Las propiedades del sistema tienen otro valor diferente (la temperatura cambió su valor a 7 [°C]). El sistema continuará cambiando sus propiedades y pasando de un estado a otro con cada interacción que se presente. La termodinámica estudia más a fondo el cambio de las

propiedades intensivas que sufre el sistema con cada interacción térmica y/o mecánica que se presente.

4.2 Calor y trabajo como energías en tránsito; energía en tránsito en cada unidad de tiempo (potencia)

En un sistema termodinámico, la energía se puede encontrar en dos tipos:

- **En tránsito.** No se puede almacenar (calor y trabajo).
- **Como propiedad del sistema.** Es energía que se puede almacenar (química, nuclear, mecánica, etc.).

Como se definió en el capítulo 2, cuando dos cuerpos que tienen diferentes temperaturas están en contacto, éstos alcanzarán el equilibrio térmico, es decir, la misma temperatura. La energía interna



del cuerpo con mayor temperatura se transfiere al cuerpo con menor temperatura, hasta que los dos tengan el mismo valor de esta propiedad. La energía transferida se le denomina **calor**. Por lo tanto, se define al calor como la energía que se transfiere cuando hay una diferencia de temperatura entre dos cuerpos.

Figura 60. Transferencia de calor.

Joule observó que el **trabajo** que efectúa un cuerpo también puede provocar un incremento de temperatura. Por lo tanto, se concluye que el trabajo y el calor están relacionados al ser ambos son un tipo de energía que modifica la temperatura.

Una unidad para medir el calor es la caloría [cal]. “Una caloría se define como la cantidad de calor necesaria para que 1 gramo de agua cambie su temperatura de 14.5 [°C] a 15.5 [°C]”.^[10]

El calor y el trabajo, al ser un tipo de energía, están relacionados entre sí. De igual forma, sus unidades tienen una equivalencia, la cual es la siguiente:

$$1 \text{ caloría} = 4.184 \text{ joules}$$

La potencia es la energía en tránsito (calor o trabajo) consumida en un determinado lapso de tiempo. La expresión matemática que permite calcularla es la siguiente:

$$P = \frac{E}{t}$$

donde:

P : potencia [W]

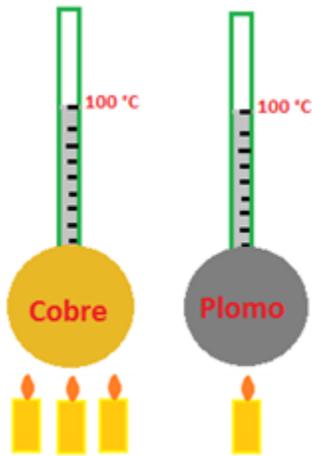
E : energía en tránsito [J]

t : tiempo [s]

La unidad de la potencia en el SI es el watt [W]. Por lo tanto se tiene que 1 [W] = 1 [J/s]. Por ejemplo, si un foco tiene una potencia de 80 [W], significa que la energía que consume es de 80 [J] por cada segundo que transcurre.

¹⁰ Young H. D. y Freedman R. A. *FISICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA* VOL. 1. (13ª edición. Pearson. México, 2014), 582.

4.3 Conceptos de capacidad térmica y capacidad térmica específica



Se ha observado que para que diferentes sustancias eleven su temperatura a un mismo valor se requieren distintas cantidades de calor. Por ejemplo, para subir a 100 [°C] una esfera de cobre se requiere una mayor cantidad de calor que una esfera del mismo tamaño pero de plomo. La propiedad que poseen los materiales para medir la cantidad de calor que requieren se le conoce como **capacidad térmica**.

La capacidad térmica es la relación que hay entre el calor que requiere un cuerpo y la variación de la temperatura que se desea obtener (es decir, que el cuerpo pase de una temperatura inicial a una temperatura final). La forma de calcularlo se muestra en la siguiente ecuación:

Figura 61. Cantidad de calor que necesita la misma cantidad de masa de diferentes sustancias para llegar a la misma temperatura.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{Q}{(T_{final} - T_{inicial})}$$

donde:

C : capacidad térmica [J/K].

Q : calor suministrado [J].

ΔT : variación de temperatura [K].

Cabe destacar que los incrementos en las temperaturas de una sustancia se pueden medir de igual forma en la escala de Celsius o en la escala de kelvin, es decir:

$$\Delta T_{\circ C} = \Delta T_K$$

Esto ocurre debido a que la forma en la que van incrementándose es la misma. Entonces, es indistinto emplear la escala de Celsius o la escala de kelvin para calcular la capacidad térmica. Sin embargo, hay que tener cuidado al momento de utilizar unidades. Si para calcular la capacidad térmica se emplea la escala de Celsius, las unidades son [J/°C]. Si se emplea la escala de kelvin, las unidades de la capacidad térmica son [J/K].

La capacidad térmica es una propiedad extensiva, puesto que depende de la cantidad de masa de la sustancia. Esto no es conveniente, debido a que una sola sustancia tendría diferentes valores. Por ejemplo, se requiere una cantidad de calor para elevar 1 [kg] de cobre a 100 [°C]. Y se requiere otra cantidad de calor diferente para elevar 2[kg] de cobre a la misma temperatura. Para cada situación, se tendría una capacidad térmica diferente. Para que esto no ocurra, conviene que la capacidad térmica se convierta en una propiedad intensiva, es decir, que no dependa de la cantidad de masa. Para esto, basta con que se divida la capacidad térmica entre la masa de la sustancia. Al resultado

de esta operación se le conoce como **capacidad térmica específica**. Se puede calcular esta propiedad con la siguiente expresión:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{C}{m}$$

donde:

c : capacidad térmica específica $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$.

Q : calor suministrado [J].

ΔT : variación de temperatura ($T_2 - T_1$). Puede emplearse la escala de Celsius o la escala de kelvin.

m : masa de la sustancia [kg].

“La capacidad térmica específica de una sustancia es la cantidad de calor requerida para que una unidad de su masa eleve su temperatura un grado”.^[11] Sus unidades en el SI son $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$. Sin embargo, debido a que el grado centígrado es la unidad de temperatura más empleada, la unidad de la capacidad térmica específica más utilizada es $\left[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right]$.

Algunas capacidades caloríficas específicas de algunos materiales se muestran en la tabla 6.

Por ejemplo, se puede observar que la capacidad térmica específica del agua es de 4186 $\left[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right]$. Esto quiere decir que se necesitan 4186 [J] para que a un kilogramo de agua incremente su temperatura un grado Celsius. De esta manera se puede interpretar el significado de esta propiedad intensiva.

Sustancia	Capacidad térmica específica $\left[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right]$
Acero	480
Agua	4186
Alcohol etílico	2500
Aluminio	920
Cobre	390
Hielo	2090
Hierro	470
Latón	390
Mercurio	140
Oro	130
Plata	230
Plomo	130
Trementina	1800
Vapor de agua	2000
Vidrio	840
Zinc	390

Tabla 6. Capacidades térmicas específicas de algunas sustancias (tabla tomada del libro “Física. Conceptos y Aplicaciones”).

¹¹ Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 354.

4.4 Entalpias de transformación de cambio de fase

En el capítulo 3, se explicó que la materia se presenta en tres fases: sólido, líquido y gas. Al proceso que ocurre cuando una sustancia pasa de sólido a líquido se le llama **fusión**. La temperatura a la cual ocurre esto se conoce como **punto de fusión**.

De la misma forma una sustancia puede cambiar de la fase líquida a la fase gaseosa. A este proceso se le denomina **ebullición**. La temperatura que se requiere para este cambio de fase se le conoce como **punto de ebullición**.

Existen dos tipos de calor en función del cambio de fase:

Calor sensible (Q_s). Es un tipo de energía en tránsito que se relaciona con la **variación de temperatura**. Cuando la sustancia está en una fase, solamente varía su temperatura pero no su fase. Por esa razón se dice que el calor sensible está asociado a una **fase**.

Calor latente (Q_L). Es la energía en tránsito que existe cuando el cuerpo no cambia su temperatura pero sí de fase. Este calor está presente cuando el sistema está en su **punto de fusión** o **punto de ebullición**. En este momento, aunque se le aplique calor, la temperatura no cambia de inmediato, sino que se mantiene constante durante cierto tiempo hasta que la sustancia haya cambiado de fase completamente. Está asociado al punto de fusión o de ebullición.

En la gráfica 62, se puede observar el cambio de fases de una sustancia (en este caso se trata de agua) y los calores asociados a ella.

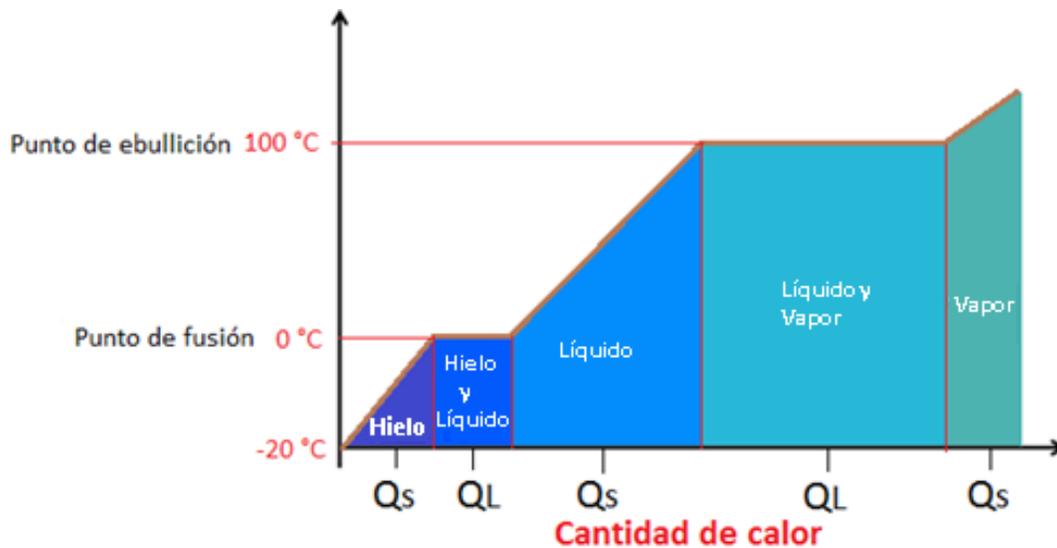


Figura 62. Calor sensible y calor latente.

Se observa que el calor sensible es aquel que está presente cuando la sustancia está pasando de una fase a otra. En cambio, el calor latente es aquel que está presente cuando la sustancia llegó a su punto de fusión o de ebullición. En este punto, no hay variación de la temperatura y la sustancia puede estar en las dos fases.

La expresión que permite calcular el calor latente es la siguiente:

$$Q_L = Lm$$

donde:

L : calor latente. Se le llama calor latente de fusión si está en el punto de fusión o calor latente de vaporización si está en su punto de ebullición. Sus unidades son [J/kg].

Q_L : energía en forma de calor [J].

m : masa de la sustancia (kg).

Cuando las fases de la sustancia van en aumento, el signo del calor latente es positivo. Cuando las fases van en descenso, el signo es negativo.

- Aumento de fase (+): sólido → líquido → gas
- Retraso de fase (-): gas → líquido → sólido

En la tabla 7 se muestra algunos valores de calor latente de algunas sustancias:

Sustancia	Punto de fusión		Calor de fusión [J/kg]	Punto de ebullición		Calor de vaporización [J/kg]
	K	°C		K	°C	
Helio	*	*	*	4.21	-268.93	20.9×10^3
Hidrógeno	13.84	-259.31	58.6×10^3	20.26	-252.89	452×10^3
Nitrógeno	63.18	-209.97	25.5×10^3	77.34	-195.8	201×10^3
Oxígeno	54.36	-218.79	13.8×10^3	90.18	-183.0	213×10^3
Etanol	159	-114	104.2×10^3	351	78	854×10^3
Mercurio	234	-39	11.8×10^3	630	357	272×10^3
Agua	273.15	0	334×10^3	373.15	100	2256×10^3
Azufre	392	119	38.1×10^3	717.75	444.60	326×10^3
Plomo	600.5	327.3	24.5×10^3	2023	1750	871×10^3
Antimonio	903.65	630.50	165×10^3	1713	1440	561×10^3
Plata	1233.95	960.80	88.3×10^3	2466	2193	2336×10^3
Oro	1336.15	1063.00	64.5×10^3	2933	2660	1578×10^3
Cobre	1356	1083	134×10^3	1460	1187	5069×10^3

Tabla 7. Calor latente de algunas sustancias (tabla tomada del libro "Física Universitaria con Física moderna").

Por el otro lado, el calor sensible se puede calcular con la expresión vista de la capacidad térmica específica:

$$Q_s = cm\Delta T$$

Para conocer el calor necesario para que una sustancia pase de una temperatura a otra, se suma el calor involucrado en cada una de sus fases, respetando el signo del calor respectivo. Por ejemplo, suponga que se desea conocer la cantidad de calor que se requiere para que un cubo de hielo que está a -15 [°C] se convierta en vapor a 115 [°C] a presión constante. En todo momento, se le aplicará calor a la sustancia. Para resolver este problema, Tippens propone en su libro^[12] identificar los calores presentes en el proceso. En este ejemplo, son cinco, entre los cuales hay calor sensible y

¹² Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 361.

calor latente. Se sugiere examinar la figura 62 para comprender el procedimiento. A continuación se procede a encontrar el valor de cada uno de estos calores:

1. Se requiere hallar el calor necesario para llegar de $-15\text{ [}^\circ\text{C]}$ (temperatura inicial T_1) al punto de fusión (para este ejemplo temperatura final T_2 es $0\text{ [}^\circ\text{C]}$). En este caso corresponde calor sensible, debido a que hay una **variación de temperatura (incremento)** en la **fase sólida**. Como el calor se le está agregando al sistema, el signo es positivo.

$$Q_{s1} = +c_{hielo}m\Delta T$$

$$Q_{s1} = +c_{hielo}m(T_2 - T_1)$$

2. Una vez que llegó al **punto de fusión**, se requiere aplicar calor a la sustancia. En este punto, la **temperatura es constante**. Por lo tanto, se necesita aplicar calor latente. Como la sustancia pasa de una fase sólida a líquida, el signo del calor latente es positivo.

$$Q_{L1} = +L_{fusion}m$$

3. Ahora se desea conocer la cantidad de calor que se requiere para llegar del punto de fusión (temperatura inicial $T_1=0\text{ [}^\circ\text{C]}$) al punto de ebullición (temperatura final $T_2=100\text{ [}^\circ\text{C]}$). Como aquí la sustancia está en la **fase líquida y hay una variación de temperatura (incremento)** el calor se trata de calor sensible. El signo es positivo, puesto se le está aplicando calor al sistema.

$$Q_{s2} = +c_{agua}m\Delta T$$

$$Q_{s2} = +c_{agua}m(T_2 - T_1)$$

4. Al llegar al **punto de ebullición**, la **temperatura permanece constante**. Se desea conocer el calor necesario para cambiar de fase. Por lo tanto, el calor requerido es calor latente. Como las fases van en ascenso (de líquido a gas) el signo del calor es positivo.

$$Q_{L2} = +L_{ebullición}m$$

5. Por último, se requiere conocer el calor necesario para que haya una **variación de temperatura (aumento)**. La **fase en la que se encuentra la sustancia es gaseosa**. La temperatura inicial es el punto de ebullición ($T_1=100\text{ [}^\circ\text{C]}$) y la temperatura final es la que se desea obtener ($T_2=115\text{ [}^\circ\text{C]}$). Como hay un cambio de temperatura, se trata de calor sensible. Además el signo es positivo porque el sistema está recibiendo el calor.

$$Q_{s3} = +c_{vapor}m\Delta T$$

$$Q_{s3} = +c_{vapor}m(T_2 - T_1)$$

El calor total se obtiene sumando cada uno de los calores involucrados con todo y su signo, es decir:

$$Q_{TOTAL} = Q_{s1} + Q_{L1} + Q_{s2} + Q_{L2} + Q_{s3}$$

En este ejemplo, el signo de todos los calores fue positivo. Sin embargo, pueden presentarse casos en donde el signo sea negativo, por ejemplo, cuando se transforma el vapor a hielo. En este caso, al sistema se le debe quitar calor para que pueda pasar de la fase gaseosa a sólida, por lo que el signo del calor latente será negativo. Por lo tanto, en algunos casos, el signo de los calores obtenidos es negativo.

El signo del calor indica lo que está ocurriendo. Cuando la sustancia va de una fase de menor a mayor temperatura (sólido \rightarrow líquido \rightarrow gas), el calor resultante será positivo. El signo indica que el sistema está recibiendo calor.

Cuando la sustancia va de una fase de mayor a menor temperatura (gas \rightarrow líquido \rightarrow sólido) el calor resultante será negativo. El signo indica que al sistema se le está quitando calor para que disminuya su temperatura.

Si dentro del sistema se tuvieran dos o más sustancias, el procedimiento se realizaría igual para cada una de las sustancias. El calor total se obtendría sumando los calores de cada una de las sustancias involucradas en el sistema.

Cabe destacar que en el ejemplo la sustancia de trabajo fue agua. Por lo tanto, se utilizaron los puntos de fusión y ebullición de esa sustancia. Cuando se trabaja con otra sustancia diferente (cobre, aluminio, níquel, etc.) se deben conocer sus puntos de fusión y ebullición para saber en qué momento se aplica calor sensible y calor latente.

4.5 Primera ley de la termodinámica y balance de energía para sistemas termodinámicos cerrados y aislados

En el capítulo 2 se explicó que un sistema posee una cantidad de energía interna. Por otra parte, se sabe que la temperatura está asociada a la cantidad de energía interna. A mayor temperatura, mayor energía interna. Por otra parte, cuando a un sistema se le suministra o se le quita energía a través de una interacción térmica, su temperatura cambia y por consiguiente el valor de su energía interna.

También se sabe que si un sistema tiene interacciones mecánicas (trabajo), también se produce una variación de la temperatura y, por consiguiente, la energía interna del sistema.

En conclusión, las variaciones de calor y trabajo producen una variación en la energía interna del sistema. Es difícil conocer la cantidad de energía interna que posee un sistema. Lo que sí se puede calcular es la variación de energía interna que se produce debido a las interacciones térmicas o mecánicas que pueden existir.

La primera ley de la termodinámica dice que *“la variación de calor y trabajo en un sistema es igual a la variación de su energía interna más la variación de su energía mecánica”*, es decir:

$$Q + W = \Delta E_{mec} + \Delta U$$

donde

Q : cantidad de calor neto suministrado o extraído del sistema [J].

W : cantidad neta de trabajo realizado o recibido del sistema [J].

ΔU : variación de la energía interna del sistema [J].

ΔE_{mec} : variación de energía mecánica del sistema [J].

Un sistema cerrado es aquel en el que la masa es constante. En el curso de Física, sólo se estudiarán las interacciones térmicas, es decir, no habrá interacciones mecánicas en el sistema. Por lo tanto, la variación de energía mecánica será prácticamente nula, es decir $E_{mec} = \mathbf{0}$.

Por lo tanto, la primera ley de la termodinámica para sistemas cerrados en los que no hay variación de energía mecánica, se reduce a la siguiente expresión:

$$\{Q\} + \{W\} = \Delta U$$

El análisis de los flujos energéticos se hará desde el punto de vista del sistema. En otras palabras, si el sistema recibe la energía (calor y/o trabajo) el signo es positivo. Si la energía (calor y/o trabajo) se extrae del sistema, el signo es negativo.

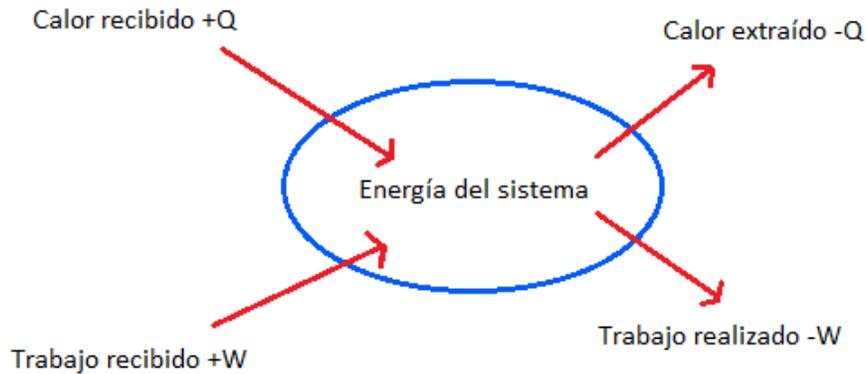


Figura 63. Signos del calor y trabajo desde el punto de vista del sistema.

Si el sistema es cerrado y aislado, significa que no hay transferencia de masa ni de energía a través de su frontera, es decir, no existirá transferencia de calor ni de trabajo. La primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado y aislado se reduce a la siguiente expresión:

$$\Delta U = 0$$

La aplicación más práctica de este caso se puede observar en el equilibrio térmico. Cuando dos cuerpos con diferentes temperaturas están en contacto adentro de un sistema cerrado y aislado, existe una transferencia de energía (calor) de un cuerpo al otro. Suponga que se tienen un cuerpo A y un cuerpo B a diferentes temperaturas.

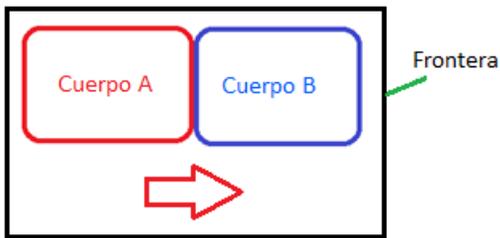


Figura 64. Transferencia de energía adentro de un sistema cerrado y aislado. La transferencia de energía se da adentro del sistema.

El cuerpo A tiene una temperatura más alta que el cuerpo B. Por lo tanto el objeto A cederá calor al objeto B para que los dos alcancen el equilibrio térmico. En este caso, la variación de energía ocurre únicamente en el interior del sistema. No hay transferencia de energía ni de masa a través de la frontera.

Desde el punto de vista de A, éste está cediendo calor. Por lo tanto, está sufriendo una pérdida de calor. Ahora, desde el punto de vista de B, éste cuerpo está recibiendo calor, por lo tanto, tiene una ganancia. La

cantidad de calor perdido por A ($Q_{perdido}$) es igual a la cantidad de calor que recibe B (Q_{ganado}), es decir:

$$Q_{Aperdido} = Q_{Bganado}$$

La ley de la conservación de la energía establece que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma. Por lo tanto, la suma del calor perdido por A y el calor ganado por B debe ser igual a 0:

$$Q_{Aperdido} + Q_{Bganado} = 0$$

Por ejemplo, suponga que se agrega una masa de hielo con una temperatura de $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ a un recipiente que contiene una muestra de agua a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Generalmente, en este tipo de problemas se desea encontrar la temperatura a la que se alcanzó el equilibrio térmico.

Para resolver este tipo de problemas, Tappens propone en su libro ^[13] encontrar cuáles son los calores ganados y perdidos. Para esto se propone una hipótesis de la temperatura en la que se considere que las sustancias alcancen el equilibrio térmico. Para este caso, se propondrá que la temperatura en la que se alcanzará el equilibrio será mayor a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (por ejemplo a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$). Esta suposición sólo se realiza para conocer cuáles son los calores que estén presentes en cada una de las sustancias involucradas. A continuación se realizan los cálculos de estos calores.

Para el hielo.

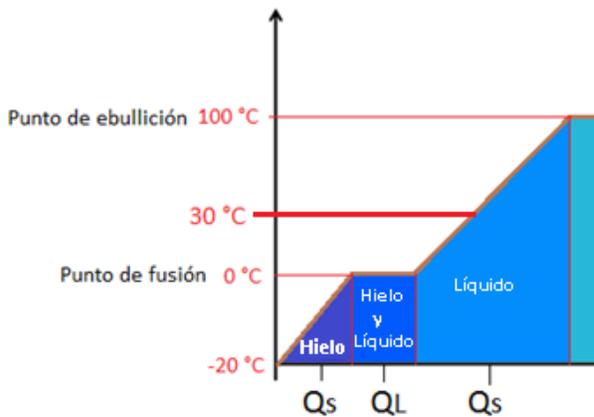


Figura 65. Gráfica donde se pueden observar los tipos de calores presentes en el proceso del hielo.

Se ubica la temperatura del hielo (temperatura inicial) y la temperatura en donde se cree que alcanzará el equilibrio térmico. Posteriormente se calcula el calor necesario de cada una de las etapas por las que pase la sustancia para llegar de $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la figura 65 se observa que la sustancia pasa por tres etapas.

- **Calor sensible.** Va desde $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ al punto de fusión. Se trata de calor sensible debido a que hay una variación de temperatura. El signo es positivo, puesto que hay un aumento de temperatura.

$$Q_{s1} = +c_{hielo}m\Delta T$$

$$Q_{s1} = +c_{hielo}m_{hielo}(T_{final} - T_{inicial})$$

$$Q_{s1} = +c_{hielo}m_{hielo}(0\text{ }^{\circ}\text{C} - (-15\text{ }^{\circ}\text{C}))$$

- **Calor latente.** Calor que está en el punto de fusión ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$). Se trata de calor latente, el cual está presente cuando no hay un cambio de temperatura. Como la sustancia va de menor a mayor temperatura, el signo es positivo.

$$Q_{L1} = +L_{fusión}m_{hielo}$$

- **Calor sensible.** Va desde el punto de fusión a la temperatura de hipótesis, que es donde se alcanzará el equilibrio térmico. En este punto el agua es líquida y hay variación de temperatura.

$$Q_{s2} = +c_{agua}m_{hielo}\Delta T$$

$$Q_{s2} = +c_{agua}m_{hielo}(T_{final} - T_{inicial})$$

$$Q_{s2} = c_{agua}m_{hielo}(T_{equi} - 0\text{ }^{\circ}\text{C})$$

¹³ Tappens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. (7ª edición. McGraw Hill. México, 2011), 362.

Se realiza la suma los calores obtenidos y el resultado es el siguiente:

$$Q_{hielo} = Q_{s1} + Q_{L1} + Q_{s2}$$

Para el agua líquida.

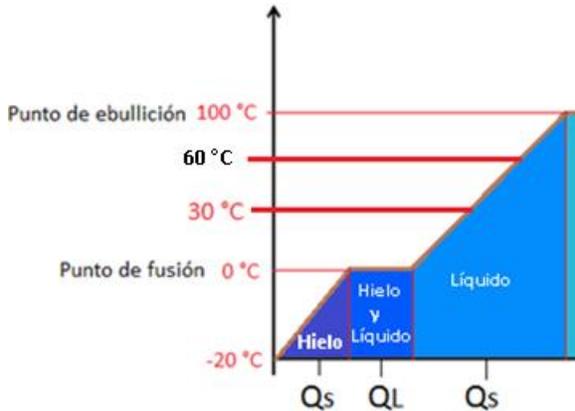


Figura 66. Gráfica en la que se observan los calores presentes en el proceso del agua líquida

Se el mismo procedimiento. Se observa la temperatura inicial del líquido (60 [°C]) y la temperatura de equilibrio (que en este ejemplo se ha considerado una hipótesis de 30 [°C]). Se establecen las fases que atraviesa la sustancia. En este caso es una solamente:

- **Calor sensible.** Al ir de 60 [°C] (temperatura inicial) a 30 [°C] (temperatura final) la sustancia se mantiene en la misma fase. Se trata de calor sensible, el cual está presente cuando hay una variación de temperatura. Como se trata de una pérdida de calor, el signo es negativo.

$$Q_{s3} = -c_{agua}m\Delta T$$

$$Q_{s3} = -c_{agua}m(T_{final} - T_{inicial})$$

$$Q_{s3} = -c_{agua}m_{agua}(T_{equi} - 60\text{ °C})$$

Como ya se tiene el calor total de cada una de las sustancias, se sustituyen en la expresión de calor perdido y calor ganado. Se puede observar que el hielo es quien recibe el calor, puesto que es el elemento que presenta un aumento de temperatura. Por otra parte, el agua líquida pierde calor, debido a que presenta una disminución de temperatura.

$$Q_{agua\text{perdido}} + Q_{hielo\text{ganado}} = 0$$

$$(-Q_{s3}) + (Q_{s1} + Q_{L1} + Q_{s2}) = 0$$

$$-Q_{s3} + Q_{s1} + Q_{L1} + Q_{s2} = 0$$

Sustituyendo los calores asociados se tiene lo siguiente:

$$-c_{agua}m_{agua}(T_{equi} - 60\text{ °C}) + c_{hielo}m_{hielo}(0 - (-15\text{ [°C]})) + L_{fusión}m_{hielo} + c_{agua}m_{hielo}(T_{equi} - 0\text{ °C}) = 0$$

A partir de esto, se puede obtener la temperatura de equilibrio. Si el resultado no coincide con el rango que se estableció previamente (que en este caso el rango va desde 0 [°C] a 100 [°C]) se propone otra hipótesis, es decir, otra temperatura de equilibrio.

4.6 Registro, tabulación y representación gráfica de la variación de la energía interna en función de la temperatura de una sustancia, su modelo matemático e interpretación matemática de la pendiente obtenida

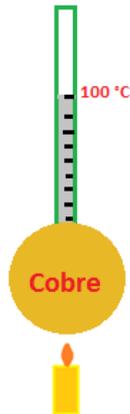
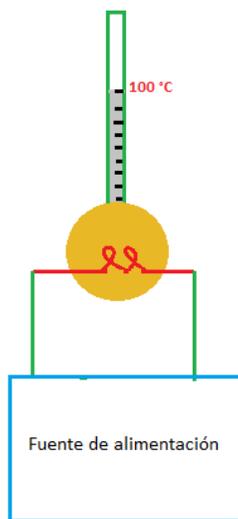


Figura 67. Calor suministrado para que la sustancia alcance una temperatura dada.

Se desea obtener las lecturas del calor suministrado en una sustancia para alcanzar la temperatura deseada. Se sabe que el calor está asociado con la temperatura. A mayor temperatura, mayor calor. Para este experimento, se tomará al calor como la **variable dependiente** y la temperatura como **variable independiente**.

Es un poco difícil calcular directamente la cantidad de calor que se suministra para llegar a la temperatura deseada. Entonces lo que se realizará es lo siguiente:



Se conecta una resistencia eléctrica a una fuente de alimentación, la cual estará en el interior de un calorímetro que contendrá la sustancia de interés. Cuando circule una corriente eléctrica en esa resistencia, ésta disipa energía en forma de calor. Dicho calor va a ser transferido a sustancia a la que se le desea aumentar su temperatura.

La potencia que circula en la resistencia se calcula como:

$$P = \text{diferencia de potencial} \times \text{corriente eléctrica}$$

A partir de la potencia, se calcular la energía calorífica que suministra la resistencia eléctrica y que transfiere a la sustancia:

$$Q = \text{potencia} \times \text{tiempo}$$

A partir de esto, se pueden realizar pares de puntos. Cada temperatura tendrá asociada una cantidad de calor.

Figura 68. Imagen del experimento.

Temperatura [°C]	Calor asociado [J]
T ₁	Q ₁
T ₂	Q ₂
T ₃	Q ₃

Tabla 8. Relación de cada valor de temperatura con la cantidad de calor que tiene asociada.

Al realizar la gráfica de los datos, se obtiene una curva como la de la figura 69.

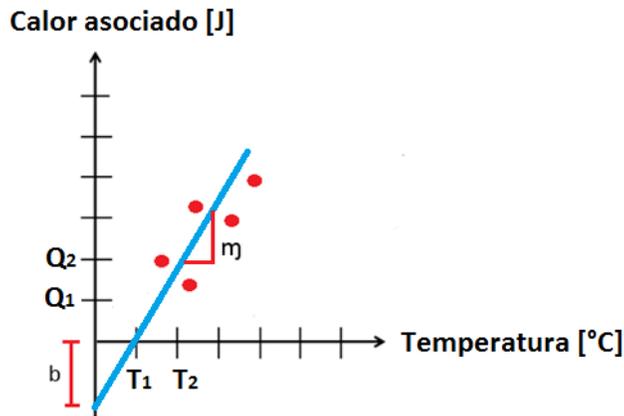


Figura 69. Gráfica del calor asociado en función de la temperatura.

Se observa que el conjunto de datos tiene una tendencia lineal. Por lo tanto, se puede obtener mediante el **método del mínimo de la suma de los cuadrados** la ecuación de la recta que representaría al conjunto de puntos. La expresión general del modelo matemático es el siguiente:

$$Q[J] = m \left[\frac{J}{^{\circ}C} \right] T[^{\circ}C] - b [J]$$

La ecuación de la capacidad térmica específica es la siguiente:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

Despejando el calor se obtiene lo siguiente:

$$Q = cm\Delta T = cm(T_2 - T_1)$$

$$Q = cmT_2 - cmT_1$$

donde:

c : capacidad térmica específica de la sustancia.

m : masa de la sustancia.

T_1 : temperatura inicial de la sustancia.

Capacidades térmicas específicas

Estos valores son constantes, el único que varía es la temperatura final T_2 . Si a la expresión matemática se le colocan las unidades correspondientes se tiene lo siguiente:

$$Q [J] = cm \left[\frac{J}{^{\circ}C} \right] T_2 [^{\circ}C] - cmT_1 [J]$$

Si se compara el modelo experimental con el modelo teórico, se tiene lo siguiente:

$$\eta = cm$$

$$b = cmT_{inicial}$$

Se observa que la pendiente es el producto de la capacidad térmica específica por la masa de la sustancia. La ordenada al origen es el calor asociado que tiene el sistema cuando tiene una temperatura inicial.

Expresiones matemáticas

- **Potencia consumida**

$$P = \frac{E}{t}$$

- **Capacidad térmica**

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

- **Capacidad térmica específica**

NOTA: Con esta expresión también se puede calcular el calor sensible

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

- **Calor latente**

$$Q_L = \pm Lm$$

- **Primera ley de la termodinámica para un sistema aislado y cerrado**

$$\Delta U = 0$$

$$Q_{perdido} + Q_{ganado} = 0$$

- **Modelo matemático del calor en función de la temperatura**

$$Q [J] = cm \left[\frac{J}{^{\circ}C} \right] T_2 [^{\circ}C] - cmT_{inicial} [J]$$

- **Pendiente del modelo matemático**

$$\eta = cm$$

- **Ordenada al origen del modelo matemático**

$$b = cmT_{inicial}$$

Bibliografía

Capítulo 1: Física e Ingeniería

Fuentes consultadas:

- Gutiérrez Aranzeta, Carlos. INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL. 2ª edición. Limusa. México, 2006. 210 pp.
- Reséndiz Núñez, Daniel. EL ROMPECABEZAS DE LA INGENIERÍA. POR QUÉ Y CÓMO SE TRANSFORMA EL MUNDO. 1ª edición. Fondo de Cultura económica. México 2008. 275 pp.
- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.
- Young H. D. y Freedman R. A. FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1. 13ª edición. Pearson. México, 2014. 733 pp.
- Mayor Grech, Pablo. INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA. UN ENFOQUE A TRAVÉS DEL DISEÑO. Prentice Hall. 1ra Edición. España, 2001. 392 pp.

Capítulo 2: Conceptos fundamentales

Fuentes consultadas

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.
- Young H. D. y Freedman R. A. FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1. 13ª edición. Pearson. México, 2014. 733 pp.
- Jaramillo M. Gabriel; Zamora S. Álvaro y Takahashi F., Carlos. APUNTES DE FÍSICA EXPERIMENTAL. Facultad de Ingeniería, UNAM. México, 1989.
- Nava Jaimes, Héctor; Pezet Sandoval, Félix y Hernández Gutiérrez, Ignacio: EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI). CENAM. México, 2001.

Fuentes de las tablas

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.

Capítulo 3: Gradiente de presión

Fuentes consultadas

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.
- Young H. D. y Freedman R. A. FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1. 13ª edición. Pearson. México, 2014. 733 pp.

Capítulo 4: Capacidades térmicas específicas

Fuentes consultadas

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.
- Young H. D. y Freedman R. A. FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1. 13ª edición. Pearson. México, 2014. 733 pp.

Fuentes de las tablas

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.

FUENTES CONSULTADAS PARA LA ELABORACIÓN DE ALGUNAS IMÁGENES

- Tippens E. Paul. FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES. 7ª edición. McGraw Hill. México, 2011. 826 pp.
- Young H. D. y Freedman R. A. FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOL. 1. 13ª edición. Pearson. México, 2014. 733 pp.