



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Descripción de la placa de Cocos  
debajo de la región centro-sur de  
México con tomografía sísmica.**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

Heber Raziel Alvarez Ruedas

**DIRECTORA DE TESIS**

Dra. Xyoli Pérez Campos



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020**

## Agradecimientos

La culminación de esta tesis significa mucho más que un trabajo de investigación al que se le dedica esfuerzo y tiempo valiosos, pues tiene como trasfondo todo el pasado de quien la escribe, y eso es algo que me llenará de satisfacción por siempre. De dónde habría sacado la fortaleza si no, en primera instancia de mi familia, Eliseo, Alejandra y Sinuhé, ellos han estado para mí noche y día durante los últimos 24 años.

Mi padre me ha enseñado a hacer frente a los problemas, porque son momentáneos, porque no podemos quedarnos atascados por más que creamos que tenemos la peor de las suertes del mundo, me ha demostrado que es mi cómplice y mi amigo, que podemos enojarnos, tener opiniones totalmente distintas y que eso no importa, él estará para mí siempre.

Mi madre es la persona con los sentimientos más sensatos que he conocido, ella me ha enseñado a amar, no solo a las personas, sino a mis pasiones y a mis objetivos, me ha enseñado a ser una persona bondadosa y justa, a creer que vale la pena luchar por lo que es bello y correcto, me ha enseñado a ser paciente y a comunicarme abiertamente con las personas importantes en mi vida.

Mi hermano, es un caso verdaderamente especial, siempre fue mi modelo a seguir, una guía de inspiración y un modelo a seguir, quien hizo de toda mi niñez, juventud y adultez algo divertido y lleno de cosas que en cada momento de mi vida para mí han sido asombrosas. Él me ha enseñado a buscar mis objetivos, dudas, o inquietudes, me ha enseñado a aprender y a preguntar cuando necesito de los demás. Me ha enseñado a ser valiente y aventurado, aunque en ocasiones me pueda inundar el miedo.

Enseguida, estoy muy agradecido con mi asesora, la Dra. Xyoli Pérez Campos, quien me dio a conocer las generalidades del proyecto que se materializó en la culminación de esta tesis, la cual, no hubiese sido posible de no ser por la orientación académica y el apoyo moral que se encargó de brindarme semana a semana. Gracias Xyoli, sus palabras han ido mucho más allá de lo académico, usted es un motivo de inspiración todos los días, me siento profundamente agradecido por todos los consejos y conversaciones que he tenido con usted.

Agradezco también al Dr. Nicholas Rawlinson, quien puso a disposición del público el código con el cual se obtuvieron los resultados tomográficos y que mostró la voluntad de responder mis dudas cuando se lo solicité. Así mismo, doy gracias al Dr. Allen Husker, por haberme explicado personalmente las ideas fundamentales de la tomografía sísmica que

me sirvieron de punto de partida para profundizar en los conceptos teóricos y computacionales de la misma. Debo reconocer de igual manera la instrucción brindada por el M.C. Miguel Rodríguez-Domínguez, pues siempre se mostró dispuesto a aclararme dudas con los códigos de UNIX, me facilitó la obtención de datos de la red de Veracruz y me enseñó muchas de las técnicas que hoy conozco de GMT.

Quiero expresar gratitud a mis amigos porque con ellos, el tiempo en la facultad fue mucho más ameno, aprendí valores, compartí ideologías, sueños, temores y metas, que me han forjado del carácter y el entusiasmo para siempre querer superarme. En específico: a José Carlos, pues ha estado conmigo sin importar absolutamente nada, sin importar mis errores ni mis logros, él me ha acompañado por el valor humano que ve en mí, aunque a mí me cueste trabajo verlo; a Marco Antonio, que rápidamente se convirtió en una persona muy especial para mí, enseñándome secretos evidentes que la vida esconde para los ojos que no están preparados; y a Jacqueline, que sin darme cuenta, comenzó a estar presente en prácticamente todos los aspectos de mi vida, me acompañó durante todo el desarrollo de esta tesis. Con ella tuve innumerables conversaciones acerca de mi trabajo y gracias a las preguntas que me hacía, pude comprender mejor lo que yo mismo intentaba explicar.

Institucionalmente, doy las gracias al Servicio Sismológico Nacional (SSN) y su personal, a la red sísmica de Veracruz y al servidor del proyecto de la Geometría de Cocos (GECO), en particular a los ingenieros Antonio de Jesús Mendoza Carvajal y Jorge Arturo Real Pérez, por los datos proporcionados. La investigación fue realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Investigación Tecnológica de la UNAM (PAPIIT). Proyecto IN106119.

Agradezco a la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA-UNAM) por la beca recibida gracias al proyecto PAPIME PE107317, del Diplomado en sismología para profesores de bachillerato.

Como parte del proceso de titulación, estoy agradecido con el Programa de Vinculación con los Egresados de la UNAM (PVEU) y con la Dirección General de Orientación y Atención Educativa (DGOAE) por brindarme la Beca para Titulación: Egresados de Alto Rendimiento (2019-2020)

Finalmente, doy gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México, que siendo mi alma máter, me dio la oportunidad de desarrollar mi aprendizaje ingenieril, cultural, deportivo y emocional.

## Resumen / Abstract

### Resumen

México es un país sísmico en el que cada punto de su territorio es susceptible de percibir un movimiento telúrico en cualquier momento. Por esta razón, es fundamental conocer a detalle la estructura interna de la configuración tectónica que subyace el territorio mexicano. Para este propósito, el siguiente proyecto plantea una descripción geométrica de la placa de Cocos debajo de la región central del país, mostrando una imagen de tomografía telesísmica 3D de ondas P proveniente de la inversión de las primeras ondas de arriba de 7,043 sismogramas. La resolución del mallado computacional generado se compone de 13 nodos en profundidad, 35 en latitud y 37 en longitud con un espaciamiento de 25 km en profundidad y 32° en latitud y longitud. Como pruebas de fidelidad del modelo calculado se realizaron pruebas de *checkerboard* (tablero de ajedrez), a los que se les asignó un error *a priori* para la estimación de velocidad en cada vértice del mallado cúbico.

Hasta hace una década, existían diversas interpretaciones que ponían en tela de juicio la posibilidad de que la placa de Cocos se extendiera de forma continua, o bien, que a cierta profundidad quedara truncada. Sin embargo, la evidencia de estudios recientes muestra el modelo trunco como el más factible. De esta manera se detalla el comportamiento de la placa en la región de estudio, buscando reafirmar la evidencia de que un modelo continuo de la misma carece de argumentos suficientes. Para sustentar esta afirmación se propone el análisis de los resultados de la inversión de la modelación directa, tanto para el caso continuo como para el truncado y la comparación de los resultados con aquellos obtenidos de la inversión de datos reales. Los modelos de velocidad obtenidos muestran regiones discontinuas y la evolución de un desgarre perpendicular a la trinchera Mesoamericana hacia el sureste del país.

## Abstract

Mexico is known to be a seismic country in which every point of its territory can be affected by telluric movements at any time. For this reason, it is fundamental to know with detail the internal tectonic configuration underlying the Mexican territory. In order to achieve this purpose, the following project presents a Cocos plate geometry description underneath Mexico's central region, showing a 3D P wave teleseismic tomography image as a result of the inversion of first-arrival times of 7,043 seismograms. The computational grid resolution is composed of 13 nodes in depth, 35 in latitude and 37 in longitude direction, with a spacing of 25 km in depth, and 32° in latitude and longitude. Checkerboard tests were implemented as fidelity proofs for the calculated model, providing with an *a priori* associated error for each velocity vertex estimation.

Up until a decade ago there were numerous interpretations that cast doubt on the possibility that Cocos plate extended continuously, or on the other hand, that shows a tear underneath central-southern México. Nevertheless, recent evidence reveals the tear model as the most feasible. In this way, we present a description of the plate behavior in the study region, seeking to reassert the evidence that a continuous model description lacks of appropriate arguments. To sustain this assertion, the forward and inverse comparison analysis is proposed for both tear and continuous models. The velocity models obtained, show discontinuous regions and the evolution of a tear perpendicular to the Mesoamerican trench towards the southeast of the country.

# Índice

<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	<b>2</b>
<b>RESUMEN / ABSTRACT</b> .....	<b>4</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>7</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN .....	7
1.2 CONTEXTO TECTÓNICO DE LA REGIÓN CENTRAL DE MÉXICO .....	10
1.3 OBJETIVO .....	11
1.4 UBICACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO .....	12
<b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA TOMOGRAFÍA SÍSMICA</b> .....	<b>13</b>
2.1 ¿QUÉ ES UN SISMO? .....	13
2.2 TOMOGRAFÍA SÍSMICA .....	18
2.3 PROBLEMA DIRECTO Y PROBLEMA INVERSO .....	22
2.4 MODELOS DE VELOCIDAD IASP91 Y AK135 .....	29
2.5 PRINCIPIOS DEL TRAZADO DE RAYOS .....	32
2.6 MÉTODO DE RETROPROYECCIÓN (BACK PROJECTION METHOD, BPM) .....	36
2.7 ECUACIÓN EIKONAL .....	39
2.8 CÁLCULO DE LOS TIEMPOS DE VIAJE .....	41
2.9 MÉTODO DE MARCHA RÁPIDA (FAST MARCHING METHOD, FMM) .....	42
2.10 PRUEBAS DE SENSIBILIDAD .....	46
<b>3 METODOLOGÍA: INVERSIÓN TOMOGRÁFICA EN LA REGIÓN CENTRO-SUR DE MÉXICO</b> .....	<b>49</b>
3.1 SELECCIÓN DE DATOS SÍSMICOS .....	49
3.2 TOMOGRAFÍA TELESÍSMICA CON MARCHA RÁPIDA (FAST MARCHING TELESEISMIC TOMOGRAPHY, FMTT) .....	52
3.3 GENERACIÓN DE MODELOS .....	53
3.4 CÁLCULO DE LOS TIEMPOS DE VIAJE .....	57
3.5 RUTINA DE INVERSIÓN .....	60
3.6 APLICACIÓN Y RESULTADOS DE LA TOMOGRAFÍA .....	61
<b>4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES</b> .....	<b>74</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>81</b>
<b>ANEXO A</b> .....	<b>85</b>
<b>ANEXO B</b> .....	<b>90</b>

# 1 Introducción

## 1.1 Justificación

El presente trabajo busca encontrar una interpretación física de la configuración geométrica de la placa de Cocos en la región Centro-sur de México mediante la implementación de una tomografía telesísmica de ondas P. En esta sección se brinda una breve descripción del contexto bajo el cual se ha realizado este estudio y se justifica el porqué del mismo.

La sismicidad y la tectónica del sureste de México están caracterizadas por la subducción de las placas de Cocos y de Rivera debajo de la placa de Norteamérica a lo largo de la Trinchera Mesoamericana (TM). Diversos estudios muestran que la zona de subducción presenta variaciones laterales en la litósfera oceánica que subduce (p. ej., Molnar & Sykes, 1969; Stoiber & Carr, 1973; Dean & Drake, 1978; Nixon, 1982; Bevis & Isacks, 1984; Burbach *et al.*, 1984; Ponce *et al.*, 1992, Pardo & Suárez, 1995).

Se puede tener una primera buena noción de la geometría de la placa de Cocos con el estudio de la sismicidad en la zona centro-sur de México (Pardo & Suárez, 1995), desde la región norte de la trinchera hasta la Faja Volcánica Trans-Mexicana (FVTM), donde subduce casi de manera horizontal (Figura 1.1.1).

De manera peculiar, la sismicidad se ve reducida sustancialmente al sur de la FVTM. Se han propuesto dos teorías de importancia hacia el norte de la FVTM acerca de la placa de Cocos. La primera indica que ésta se rompió y se separó de la placa del Farallón a lo largo del borde norte de la FVTM (Ferrari, 2004) y la segunda establece que la placa es continua (Gorbatov & Fukao, 2005) pero asísmica.

Con base en el registro geológico del Neógeno en el centro de México, Ferrari (2004), propone una propagación lateral de la ruptura de la placa debajo la FVTM durante el Mioceno tardío. El desprendimiento de la placa en su región más profunda y densa tuvo inicio hacia el sur del Golfo de California, la ruptura se propagó en dirección Este, desde el Golfo de California hacia el Golfo de México con una trayectoria paralela a la trinchera en el sur de México.

Existe evidencia del desprendimiento de la placa debajo de la zona centro de México de acuerdo con la sismicidad, la cual, es abundante en la región del antearco de la placa, pero se reduce de forma abrupta justo al sur de la FVTM a ~100 km de profundidad. Sin embargo, se ha identificado material asociado a la presencia de la placa en el manto

superior gracias a estudios tomográficos. La tomografía de tiempos de viaje de ondas S de Van der Lee y Nolet (1997) muestran anomalías debajo de la región centro-norte de México a los ~300 km y ~600 km de profundidad.

Hacia el sureste de México y en dirección perpendicular a la trinchera Mesoamericana, El hecho de que la FVTM termine de manera abrupta en conjunto con la interrupción del arco volcánico en las cercanías de la transición de geometría plana a subducción normal hacia el centro-este del país, es un posible indicador de una ruptura dentro de la placa (Dougherty & Clayton, 2014).

Gracias a la discrepancia entre ondas de Rayleigh y ondas Love, derivada de la correlación cruzada del ruido sísmico ambiental, ha sido posible obtener imágenes anisótropas para el centro de México, las cuales muestran que la transición de subducción plana a inclinada es más factible debido a un proceso de ruptura, que a una flexión drástica en la placa. Los resultados de anisotropía azimutal indican que existe un flujo paralelo a la trinchera Mesoamericana de material proveniente del manto, por debajo de la placa que es redirigido a la cuña del manto, a través de una posible ruptura que divide a la placa de Cocos en una región centro y en una sur, relacionadas con episodios de repliegue y ruptura de la placa (Castellanos *et al.*, 2018).

En este trabajo retomaremos de forma directa la región de estudio planteada por Dougherty & Clayton, (2014, Figura 1.1.1), quienes, con ayuda de patrones de sismicidad intraplaca, análisis de complejidades en la forma de onda P y técnicas de modelado 1D y 2D de la forma de onda, identificaron una estructura de ultra baja velocidad (USL), por encima de la placa, así mismo, identificaron que una transición abrupta en la inclinación de la placa coincide con la terminación abrupta de la FVTM, lo que puede ser evidencia de una ruptura en la región sur de la placa de Cocos, que se observa entre las celdas 13 y 14 de la Figura 1.1.1.

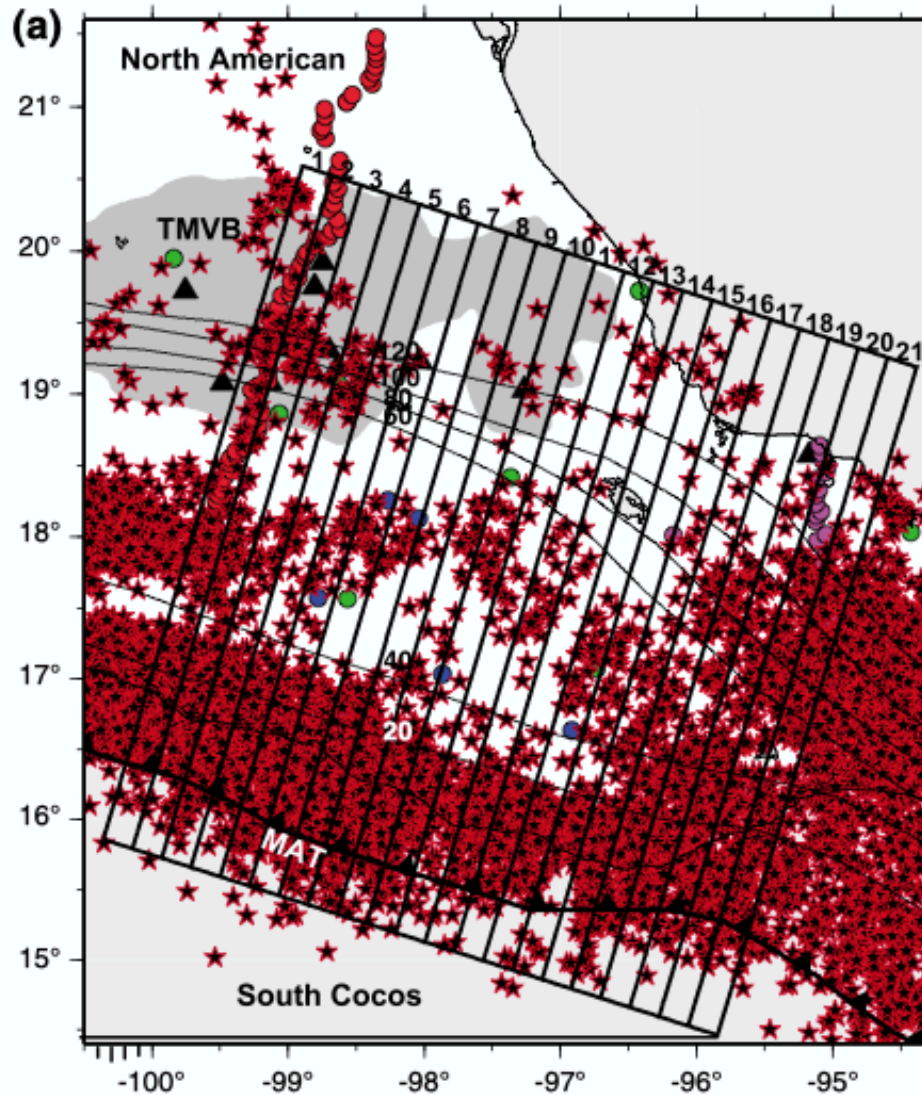
Por su parte, Castellanos *et al.* (2018), con base en un modelo de alta resolución de anisotropía radial y velocidad de corte, proponen que la ruptura dentro de la placa de Cocos-Sur, puede explicar el fin abrupto de la FVTM. Esta conclusión es coincidente con la propuesta de Dougherty & Clayton (2014).

Para poder estudiar desde un enfoque distinto las observaciones realizadas por Dougherty & Clayton (2014) y Castellanos *et al.* (2018), en este trabajo se propone una tomografía 3D de ondas P, con datos telesísmicos, abarcando la región comprendida entre las celdas 7 y 16 de la Figura 1.1.1.

El resultado de la tomografía es un modelo de velocidades que nos brinda información sobre la configuración física de la placa, nos permite tener una perspectiva distinta a las



previamente mencionadas y aporta un argumento más a las interpretaciones ya existentes, lo cual podría resultar en evidencia difícilmente refutable sobre la ruptura de la placa en la región mencionada.



**Figura 1.1.1.** Sismicidad (estrellas) en la región de estudio entre enero de 2001 y mayo de 2011 reportada en el catálogo del Servicio Sismológico Nacional. La configuración de celdas (1-21) tiene un espaciamiento de 25 km. Los triángulos son volcanes del Holoceno. Las líneas de contorno representan la profundidad de la placa de Cocos a partir de Prado & Suárez (1995). Los círculos rojos indican la posición del perfil del MesoAmerican Subduction Experiment (MASE); los magenta, del perfil del experimento Veracruz-Oaxaca (VEOX); los verdes, estaciones del Servicio Sismológico Nacional; y los azules, estaciones de la red de OXNET. La figura fue tomada de Dougherty & Clayton (2014).

## 1.2 Contexto tectónico de la región central de México

Desde hace 55 millones de años (Ma), la placa de Farallón y sus remanentes se han fragmentado progresivamente en placas de menor tamaño a medida que la dorsal Farallón-Pacífico se fue aproximando a la zona de subducción, de manera que cada nueva placa se mueve de manera independiente y menos estable a lo largo del tiempo (Wortel & Cloetingh, 1981, 1983; Atwater, 1989; Lonsdale, 1991; Stock & Lee, 1994). El más reciente evento de fragmentación ocurrió cuando la placa de Rivera se separó de la placa proto-Cocos hace aproximadamente 10 Ma (Klitgord & Mammerickx, 1982; DeMets & Traylen, 2000).

Las placas de Rivera y de Cocos subducen debajo de la placa de Norteamérica a lo largo de la Trinchera Mesoamericana (TM) en la región central de México, con tasas de convergencia en aumento que van desde 1.1 cm/año a 106.5 °W hasta 2.4 cm/año a 105 °W y desde 4.8 cm/año a 104.5 °W hasta 7.5 cm/año a 94 °W, respectivamente (DeMets *et al.*, 1990). La edad de la corteza oceánica que subduce a la TM incrementa desde los 10 Ma en la región Oeste hasta aproximadamente 23 Ma en la región Este (Prado & Suárez, 1995) con saltos asociados a zonas de fractura. Hacia el Este, el Istmo de Tehuantepec interseca con la TM cerca de la longitud ~95 °W. La dorsal de Tehuantepec es el carácter batimétrico lineal más grande sobre el flanco Este de la Dorsal del Pacífico Oriental.

Con la utilización de funciones de receptor y tomografía sísmica a lo largo del arreglo del *Meso American Subduction Experiment*, MASE (Figura 1.1.1), se ha podido observar que la placa de Cocos se extiende de forma horizontal por aproximadamente 250 km debajo de la placa de Norteamérica en la región de Guerrero, antes de subducir abruptamente con una inclinación de ~75° en la margen sur de la FVTM y llegando hasta los 500 km de profundidad (Pérez-Campos *et al.*, 2008; Husker & Davis, 2009; Kim *et al.*, 2010). En el Norte y en el Sur, el ángulo de inclinación de la placa de Cocos incrementa de 0° a ~50°, cerca del límite Rivera-Cocos y ~30° en las cercanías del Istmo de Tehuantepec (Pardo & Suárez, 1995; Melgar & Pérez-Campos, 2011).

A lo largo de la transición de subducción plana a normal hacia el Oeste del margen sur de la FVTM, el modelado de forma de onda y el análisis de anisotropía sísmica sugiere una rotura en la placa de Cocos a lo largo de la proyección hacia el continente de la Zona de Fractura Orozco, OFZ (Dougherty *et al.*, 2012; Stubalio *et al.*, 2012). Esta rotura es una propuesta para indicar una fragmentación de la placa de Cocos en dos placas nuevas, Cocos Norte y Cocos Sur, respectivamente (Dougherty *et al.*, 2012).

Más adelante, Dougherty & Clayton (2014) y Castellanos *et al.* (2018), detallan la división anterior y proponen la presencia de Cocos Centro. Se puede ver en la Figura 1.6.1 la disposición probable de las tres divisiones de la placa de Cocos: La región Norte se extiende hacia el noroeste a partir de la Zona de Fractura Orozco; la Centro abarca hasta las cercanías de la Zona de Fractura O’Gorman, siguiendo una dirección aproximada a la orientación de los perfiles h-h’ y g-g’ que se observan en la Figura 1.6.1; y por último se aprecia Cocos Sur.

La variación a lo largo del rumbo en la inmersión de la placa es evidente en los  $\sim 16^\circ$  que presenta la FVTM con respecto a la orientación de la trinchera, cuyo comportamiento es distinto al de la mayoría de los arcos volcánicos en otras zonas de subducción que se orientan de forma paralela a la trinchera. La FVTM está compuesta de cerca de 8000 estructuras volcánicas, incluyendo estratovolcanes, conos monogenéticos, volcanes escudo, calderas, flujos de lava y domos (Macías, 2007), cubriendo una región de aproximadamente 1000 km de largo y de 80 a 230 km de ancho (Gómez-Tuena *et al.*, 2007). La migración hacia la trinchera del frente volcánico desde el Mioceno tardío sugiere un repliegue activo de la placa (Ferrari *et al.*, 2011). En el Este, la FVTM termina de manera abrupta cerca del Golfo de México acompañada con un gradiente de topografía empinado entre los picos altos de los estratovolcanes y la costa de la cuenca de Veracruz.

### 1.3 Objetivo

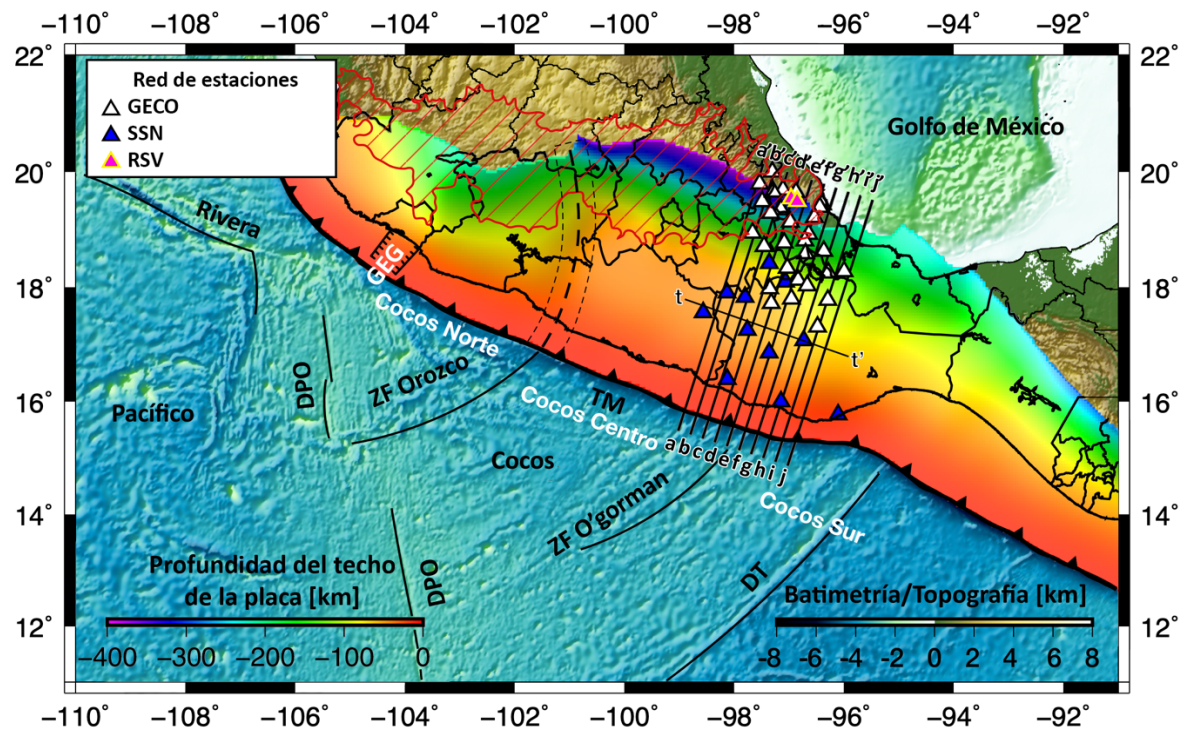
Realizar una descripción de la geometría de la placa de Cocos debajo de la zona centro-sur de México, mediante la implementación de una tomografía de ondas P de telesismos detectados en la red *Geometry of Cocos* (GECO) y en las estaciones de Oaxaca y Veracruz pertenecientes a la red del Servicio Sismológico Nacional (SSN) y de la Universidad Veracruzana.

Con los resultados obtenidos, se busca incentivar a la comunidad científica a indagar más acerca del comportamiento de la placa de Cocos debajo de la región centro-sur de México para gozar de mayor comprensión e información tectónica del país, así mismo, se busca que exista un desarrollo ingenieril en función de la información recabada, para que se amplíe la documentación de mapas de peligro en las regiones con mayor susceptibilidad de ser epicentros de eventos sísmicos.

## 1.4 Ubicación de la zona de estudio

La zona de estudio corresponde a la zona central de México, caracterizada mediante la disposición de estaciones sísmicas correspondientes a la totalidad de la red de GECO y parcialmente a la red del SSN (Figura 1.6.1).

En la Figura 1.6.1, se muestra el mapa regional con el propósito de ofrecer un contexto amplio de lo que se conoce de la placa en la actualidad,



**Figura 1.6.1.** Región de estudio para la tomografía de ondas P con telesismos. La profundidad del techo de la placa se muestra con un gradiente del rojo al morado, de acuerdo con el modelo Slab2.0 (Hayes et al., 2018). Las estaciones corresponden a los triángulos de colores. En líneas rectas continuas de color negro, se representan los perfiles correspondientes a las secciones tomográficas que se realizarán, su inicio se indica con letras de a-j, y su final incluyendo un apóstrofe con las letras a'-j'. La curva gruesa discontinua, rodeada de un par de curvas discontinuas más delgadas, que atraviesan el país, marcan una región posible de la proyección de la Zona de Fractura Orozco, coincidente con la división entre Cocos Norte y Cocos Centro. La curva roja encerrando rectas paralelas e inclinadas indica la FVTM. En cuanto a las abreviaturas, DPO es la Dorsal Pacífico Oriental; DT es la Dorsal de Tehuantepec; GEG es Graben El Gordo; TM es la Trincheras Mesoamericana; y ZF se refiere a Zona de Fractura. Mapa elaborado con GMT.

## 2 Fundamentos teóricos de la tomografía sísmica

### 2.1 ¿Qué es un sismo?

La palabra sismo (terremoto), proviene del griego σεισμός, *seismos*, que significa agitación o sacudimiento de la tierra. Durante un sismo, la energía potencial, principalmente energía elástica de deformación y energía gravitacional acumulada en la Tierra, es liberada como energía elástica radiada, de fractura y térmica.

El proceso de ruptura de un terremoto está compuesto por la nucleación del sismo en el hipocentro, seguida de la propagación de ruptura en la falla. El frente de ruptura generalmente viaja a una velocidad menor que la onda P. Junto con la energía sísmica, se libera energía térmica y de deformación, consumida con la expansión de la ruptura interna. La relación de estos tres tipos de energía depende de una serie de características que son de gran interés para el conocimiento del planeta, como son la geometría de la falla, la distribución de esfuerzos, presencia de fluidos y esfuerzos tectónicos

De estos tres tipos de energía, solo la radiada, es decir, la sísmica, puede ser estimada a partir de los sismogramas. Los sismogramas son una convolución de la fuente sísmica, los rayos que viajan a través de la estructura interna de la Tierra y la respuesta instrumental de los sismómetros. Generalmente, las respuestas instrumentales son conocidas. Los modelos de desplazamiento de los terremotos pueden obtenerse ajustando las observaciones con base en las respuestas instrumentales conocidas y la función de Green utilizando algoritmos de inversión lineal o no lineal (Hao, 2018: 13).

La energía se propaga en la Tierra heterogénea en forma de ondas de cuerpo (P y S) y cerca de la superficie como ondas superficiales (Rayleigh y Love) y como energía dispersa, consecuencia de la reflexión de las ondas en las heterogeneidades propias del medio de propagación. Estas ondas pueden ser detectadas con la ayuda de sismómetros colocados en la superficie terrestre o en la base del fondo oceánico. Estos instrumentos responden a los movimientos terrestres causados por sismos, erupciones volcánicas y/o explosiones. La salida de estos dispositivos es un sismograma.

Los sismogramas son registros del movimiento de la tierra. El suelo sobre el que estamos parados no permanece estático debido a los efectos de las ondas del mar, cambios en la atmósfera y por la misma actividad humana. Cuando son registrados movimientos más grandes de lo que percibimos en nuestra vida diaria, es más lógico pensar que tiene lugar

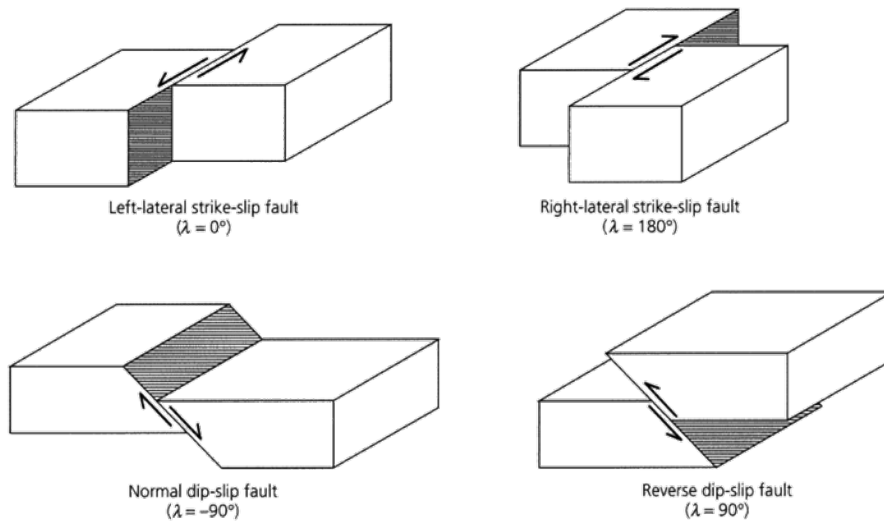
un evento sísmico, los cuales son eventos causados por la liberación de energía por fuentes sísmicas, pero también puede deberse a explosiones, erupciones volcánicas, caída de rocas o actividades ingenieriles, como construcciones, embalses, etc. Cuando la liberación de energía es provocada por acción humana, hablamos de sismicidad inducida.

Al producirse esta liberación de energía, ondas elásticas son despedidas del punto de origen llamado hipocentro, que pueden ser registradas local y/o globalmente por instrumentación sísmica. Actualmente, prácticamente todos los sismómetros se basan en un registro digital donde movimientos amplificados del suelo son registrados como una serie de números que pueden ser graficados y estudiados en un sismograma muy similar al que produciría un sismógrafo analógico.

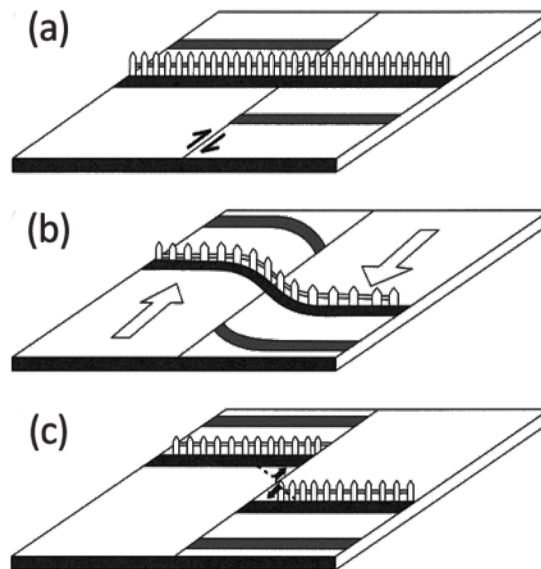
La fuente sísmica puede ser descrita como una liberación de energía de deformación durante un movimiento a lo largo de un plano de falla. La razón de este movimiento es la acumulación de la energía de deformación debida al movimiento relativo de ambos costados de la falla (figuras 2.1.1 y 2.1.2). Cuando la fuerza de ruptura de la roca a lo largo de la falla es alcanzada, ésta se desplazará de manera súbita.

Las fallas pueden ser tan pequeñas de algunos cuantos metros cuyo desplazamiento es de apenas fracciones de milímetro, hasta ser tan grandes, de unos ~1000 km, que provocan deslizamientos de decenas de metros. Las fallas más largas liberan mucha más energía que las explosiones nucleares más grandes hasta ahora conocidas, mientras que las más pequeñas son equiparables al disparo de una pistola.

El tamaño de un sismo está relacionado con la energía que éste libera y es expresado con la magnitud  $M$ . Se considerarán sismos grandes aquéllos cuya magnitud de momento sísmico ( $M_w$ ) sea mayor o igual que 7.8 (Hao, 2018:1). La escala de magnitud no tiene cota máxima, sin embargo, el sismo más grande hasta ahora registrado (Chile, 1960) tiene una magnitud de 9.5, y por razones prácticas, es difícil medir magnitudes menores que  $-3.0$ .



**Figura 2.1.1.** Tipos básicos de falla. El movimiento a lo largo del rumbo de falla puede ser lateral derecho o lateral izquierdo. El deslizamiento profundo de una falla puede ser inverso o normal (Eakins, 1987). Figura tomada de Stein & Wysession (2003).



**Figura 2.1.2.** Ilustración del modelo de rebote elástico, el cual asume que entre sismos, el material que se encuentra a ambos lados de una falla geológica experimenta un movimiento relativo. Si los costados de la falla no presentan un movimiento relativo, todas las características sobre la superficie que la rodean, como la cerca, tienen un carácter lineal en ese momento (a), sin embargo, con el tiempo ésta comienza a deformarse (b). Finalmente, el esfuerzo llega a un punto en el que la falla hace que los bloques de tierra que la limitan se rompan y se desencadene un terremoto (c). Figura tomada de Stein & Wysession (2003).

Los desplazamientos del terreno graficados en los sismogramas se asocian a los diferentes tipos de onda que se propagan en el medio, de esta manera es posible visualizarlas. Así, las ondas que son observadas en un sismograma (Figura 2.1.3) presentan patrones en cada terremoto, de tal manera que es posible identificar las fases que componen a un evento sísmico. Las principales ondas con las que se trabajan en el área de la sismología son:

- Ondas P: Son ondas compresivas. La letra P les fue asignada porque son las primeras ondas en ser registradas, pues son las que más rápidamente pueden propagarse a través del medio (en nuestro caso, la Tierra). Las velocidades típicas de las ondas P a profundidades menores de los 15 km son de  $\sim 6$  km/s, mientras que velocidades de  $\sim 8$  km/s se presentan en el manto. Las ondas P producen desplazamientos en la dirección de propagación de la onda acompañados de un cambio de volumen en el medio.
- Ondas S: También llamadas ondas de corte o de cizalla. La letra S les fue asignada porque son el tipo de onda que llega después de las ondas P. Las Velocidades típicas que se presentan en la corteza superior son de aproximadamente 3.5 km/s. Las ondas S producen desplazamientos en dirección perpendicular a la propagación de la onda sin cambios de volumen.
- Ondas superficiales: Este tipo de ondas únicamente se propaga en la superficie terrestre, de ahí su nombre. Son una combinación de reflexiones múltiples y superimpuestas de ondas S (ondas Love) o una combinación de ondas P y S (ondas Rayleigh). Velocidades típicas de las ondas superficiales van de los 3.5 a los 4.5 km/s y siempre son registradas después de los arribos de onda S.

Las ondas P y S son llamadas, en conjunto, ondas de cuerpo (figuras 2.1.3 y 2.1.4), puesto que viajan en el interior de la Tierra, fenómeno que no ocurre con las ondas superficiales.

Para un medio lineal, homogéneo e isótropo, la Tierra puede tratarse como un sólido Poissoniano, de manera que es posible establecer una relación de velocidades de las ondas P y S.

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{3} \quad (2.1.1)$$



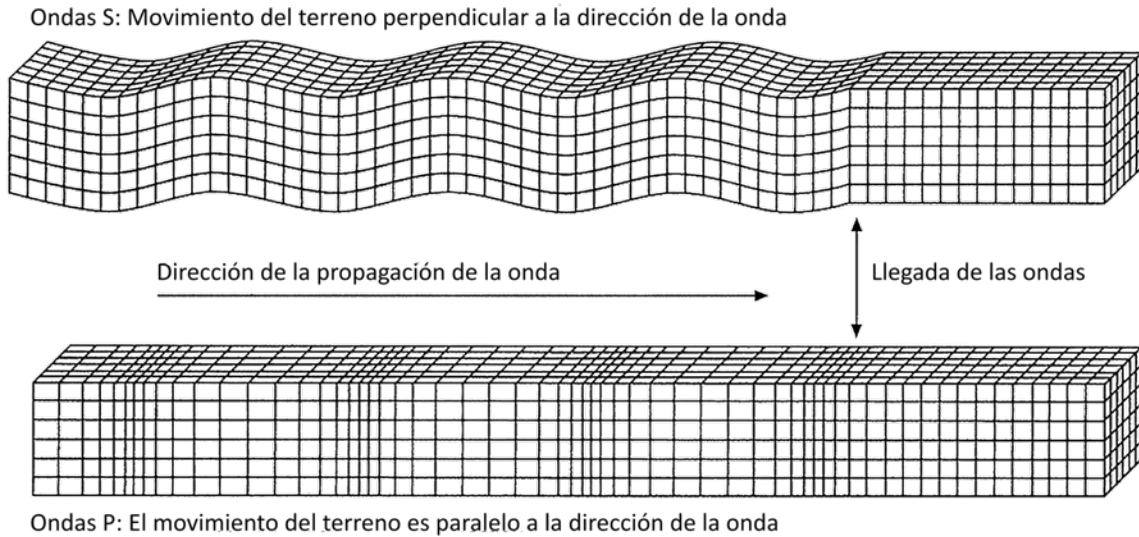


**Figura 2.1.3.** Ejemplo del sismograma de un telesismo. Las ondas P, S y superficiales son apreciadas claramente. Además, otros arribos pueden ser observados (marcados como Fase), que son resultado de reflexiones internas en el interior de la Tierra. Es posible notar la dispersión de las ondas superficiales donde la velocidad depende de la frecuencia. El sismograma es un registro de la componente vertical de la estación ERM de una red global. El sismo es del 2007/10/02 a las 18:00, con una magnitud de 6.2, profundidad de 32 km; la distancia de la estación al evento fue de 4,200 km. Las distancias para telesismos suelen presentarse en grados, de tal manera que  $4,200 \text{ km} = 37.8^\circ$  (Figura tomada de Havskov & Ottemöller, 2010:8).

Aunque en la práctica (debido a que no todas las suposiciones hechas teóricamente se cumplen), esta relación de velocidades es cercana a 1.78.

Las ondas superficiales tienen velocidades constantes sobre estructuras similares (como el océano); sin embargo, sus velocidades varían con la frecuencia de tal manera que a bajas frecuencias viajan más lento que en altas frecuencias. Así, las ondas superficiales con frecuencias más bajas llegan después de las ondas con altas frecuencias. Este fenómeno es llamado dispersión y es el responsable de las interferencias entre ondas superficiales con frecuencias ligeramente distintas, creando grupos de onda que viajan, a su vez, con una velocidad de grupo. Esta es la velocidad con la cual, las ondas superficiales viajan desde la fuente hasta el receptor.

Las ondas superficiales se generan con sismos cercanos a la superficie. Debido a que conforme la profundidad de un sismo aumenta, las amplitudes superficiales se van haciendo cada vez más pequeñas hasta que desaparecen completamente, de manera que, si la fuente se encuentra a unos pocos cientos de km de profundidad, su detección será factible.



**Figura 2.1.4.** Esquematación de los desplazamientos provocados por la propagación de ondas S (arriba) y P (abajo). Figura tomada de Stein & Wysession (2003).

## 2.2 Tomografía sísmica

La palabra *tomografía* se deriva del griego τόμος *tomos*, “corte, sección” y γράφω *graphō* “escribir, escritura”, más el sufijo -ia que indica cualidad. Existen diferentes tipos de tomografía en diversas áreas de la ciencia como en medicina, biología, ciencia de materiales, geología, sismología, etc. La idea básica de la tomografía es revelar la estructura interna de un objeto obteniendo la imagen de una sección de dicho objeto (Padina *et al.*, 2006).

El punto inicial de la tomografía sísmica moderna fue probablemente la presentación de la *American Geophysical Union* expuesta por Keiti Aki (Aki *et al.*, 1974), en la que los tiempos de arribo de las ondas P fueron interpretadas formalmente por primera vez en términos de una “imagen”, y no como una simple gráfica unidimensional de la velocidad sísmica con respecto a la profundidad.

El nombre de la técnica de obtención de imagen tiene referencia con la tomografía médica, pues los primeros tomogramas radiológicos también intentaron explorar el interior del cuerpo concentrándose en un plano específico, aunque utilizando rayos X en vez de ondas sísmicas. Esto fue conseguido moviendo la fuente de rayos X y la placa fotográfica en direcciones opuestas a lo largo de una trayectoria cerrada, como un anillo que rodea al cuerpo, de tal manera que los objetos fuera del plano objetivo resulten en

imágenes borrosas, pero aquellos que permanezcan en el plano de interés se vean iluminados por la placa fotográfica en el mismo punto. Esta técnica es conocida como retroproyección.

Esto les permitió a los radiólogos reconstruir la densidad del tejido o hueso sobre el plano observado con los rayos X. En la década de 1970, la placa fotográfica fue reemplazada por sensores que alimentan a una computadora que reconstruye la densidad a partir de observaciones discretas (tomografía computacional).

En la tomografía sísmica de tiempos de viaje, se intenta reconstruir la velocidad sísmica local en la Tierra a partir de tiempos de arribo de ondas de cuerpo observados con sensores sísmicos. A pesar de la gran similitud con la tomografía computarizada, los retos en este caso son mucho mayores. Se encuentran complicaciones por el hecho de que las ondas sísmicas no siguen trayectorias rectas y tampoco se tiene un control sobre el experimento, ya que se utilizan los sismos y redes sísmicas disponibles.

Usando la técnica de Aki *et al.* (1977), quienes obtuvieron una imagen de la estructura debajo del volcán Kilauea en Hawaii, Mitchell *et al.* (1977) publicaron un estudio tomográfico de la zona sísmica de Nueva Madrid. Posteriormente se dieron experimentos más ambiciosos a escala regional. Menke (1979), Romanowicz (1979, 1980) y Taylor & Toksöz (1979) fueron los pioneros en tomografía continental con los primeros estudios del manto superior debajo de los Himalaya y debajo de los continentes de Europa y América del Norte. Con el tiempo, esos estudios a nivel regional y local se volvieron más precisos. Thurber (1984) obtuvo una imagen de las velocidades en el Kilauea que fueron lo suficientemente pequeñas para ser interpretadas como un complejo magmático subyacente (Nolet, 2008:2).

En las primeras tomografías globales se solía parametrizar el modelo de velocidades en términos de un pequeño número de esféricos armónicos. Una parametrización en términos del pequeño número de coeficientes también era requerida debido a la limitada capacidad computacional y los esféricos armónicos significan excelentes recursos para hacerlo al mismo tiempo que se fuerza que las anomalías de velocidad varíen suavemente.

Al parametrizar la Tierra en términos de algunos cientos de coeficientes, la matriz de mínimos cuadrados, que es de dimensiones  $N \times N$  para un modelo de  $N$  parámetros, puede ser invertida utilizando la descomposición de un valor singular o con otras técnicas de regularización. Sin embargo, la expansión de esféricos armónicos se volvió carente de sentido para la investigación de estructuras más localizadas y para tal propósito, los métodos de solución iterativos existentes fueron introducidos rápidamente en la

tomografía sísmica por Clayton & Comer (1983), Nolet (1983, 1985), y Neuman-Denzau & Behrens (1984). Estos métodos de solución iterativos son muy flexibles en cuanto al tipo de parametrización y básicamente no imponen límite en el tamaño del conjunto de coeficientes del modelo o de los datos de entrada.

Con los métodos iterativos, la falta de una inversa formal dificulta la estimación formal del error o de la resolución, no obstante, las pruebas de sensibilidad intentan cubrir ese inconveniente (Spakman & Nolet, 1988).

De manera independiente, Jackson (1979), Tarantola & Valette (1982), y Tarantola & Nercessian (1984) evitaron el problema de la parametrización introduciendo una correlación de propiedades a priori en el modelo e incluyendo las herramientas de la inferencia Bayesiana, que permite la asignación de probabilidades a la verdad científica, en la inversión tomográfica.

En cuanto a los descubrimientos que han sido posibles gracias a la tomografía global, podemos recordar que Spakman *et al.* (1988) mostraron que la zona de subducción Helénica se extiende más allá de la profundidad a la que se registra la actividad sísmica dejando la interrogante de si las placas podían penetrar a mayor profundidad que los sismos más profundos localizados aproximadamente a 700 km.

La penetración de las placas en el manto inferior fue luego inferida por Creager & Jordan (1984) a partir de análisis estadísticos de las anomalías de tiempos de viaje sin el beneficio de la tomografía. Más adelante van der Hilst *et al.* (1991, 1997) utilizaron ondas P directas y reflejadas en la superficie para construir la primera imagen tomográfica de la subducción de placas en el Pacífico Noroeste mostrando el detalle suficiente para convencer a la comunidad geofísica que varios bloques de placa estaban penetrando el manto inferior.

Los resultados tomográficos suelen ser variados, la falta de concordancia puede deberse, en parte, al hecho de que diferentes investigadores utilizan diferentes conjuntos de datos. Otro factor importante es que el problema inverso es indeterminado y requiere de cierta regularización que deja la opción de escoger el modelo “óptimo” entre todos los modelos que satisfacen el conjunto de datos del investigador.

Operativamente hablando, las tomografías son un procesamiento rutinario que se trabaja con datos sísmicos. Antes de iniciar el procesamiento, es necesario determinar el tipo de evento y estimar la distancia. Para propósitos de análisis, se pueden clasificar los sismos como locales (distancia a estación < 1,000 km), regionales (1,000 km < distancia a estación < 2,000 km), y globales (distancia a estación > 2,000 km); sin embargo, estas distancias no deben considerarse estrictas (Havskov & Ottemöller, 2010). Los sismos globales también

son llamados telesismos y son muy utilizados para estudiar la localización de sismos en virtud de los primeros arribos de ondas P y S.

La tarea principal de un analista de sismos es realizar la estimación (*pick*) de los tiempos de arribo de las diferentes fases sísmicas, que son utilizadas para ubicar el evento. Aquellos sismos que son registrados a largas distancias (telesismos) pueden tener fases que permiten estudiar el interior de la Tierra.

Los sismogramas contienen información del origen de los sismos y del interior de la Tierra. Desde el punto de vista telesísmico, la estructura de la Tierra puede ser simplificada con un modelo unidimensional de velocidad como el *iasp91* (Kennet & Engdahl, 1991) o el *ak135* (Kennett *et al.*, 1995). Una vez seleccionado el modelo de velocidades unidimensional, la información que describe la estructura interna puede ser descrita como una función de Green (Hao, 2018:1) que es utilizada para abordar el proceso de ruptura de los sismos deconvolucionando la función de Green de los sismogramas.

Un estudio adecuado de las fuentes sísmicas depende en gran medida de la calidad de los datos sísmicos registrados. En un ambiente natural, las señales sísmicas usualmente están contaminadas o más bien, cubiertas por ruido de fondo causado, por ejemplo, por las olas que golpean las orillas de las costas o por la simple actividad humana del día a día. Este tipo de ruido tiene efectos significativos en los sismogramas registrados con una sola estación, mas aún si ésta se encuentra colocada en terreno blando como alguna cuenca sedimentaria, debido a la amplificación de la señal debida a los efectos de sitio.

Para poder extraer la señal sísmica sin ruido, se puede trabajar con arreglos de estaciones sísmicas vecinas dispuestos sobre el terreno. Con esto es posible llevar a cabo el trazado de rayos a partir de los sismogramas.

En la sismología observacional, lo más común es hacer la lectura de las fases P, sin embargo, es ampliamente recomendado identificar la mayor cantidad de fases para recabar mayor información del interior de la Tierra. La selección de fases es una habilidad que requiere mucha práctica, y es común que las fases observadas difieran de lo que el analista asume en primera instancia.

De esta manera, el objetivo de la tomografía sísmica es utilizar los tiempos de viaje observados a lo largo de diferentes trayectorias a través del medio para recuperar la perturbación de la lentitud. Los cambios de contraste de velocidad, son indicadores de diferentes propiedades a profundidad, las cuales podemos asociar, si sus características así lo permiten con la presencia o ausencia de otras características físicas.

## 2.3 Problema directo y problema inverso

La teoría de la inversión es un conjunto organizado de técnicas matemáticas para obtener conocimiento del mundo físico en el que vivimos a partir un conjunto de datos numéricos. De esta manera, es necesario que las observaciones del comportamiento físico del mundo sean representadas como una tabulación de mediciones, llamada *datos* o *conjunto de datos*. Así mismo, las preguntas que se deseen responder deben estar formuladas en términos de valores numéricos y estadísticos de propiedades específicas propias del fenómeno de estudio. Estas propiedades reciben el nombre de *parámetros*. Para poder realizar un estudio con su respectiva interpretación, se debe asumir que existe un método específico, usualmente un modelo o teoría matemática, que relacione el modelo de parámetros con los datos.

El *problema directo* se define como el proceso de predecir los resultados de las mediciones con base en algún principio o modelo general y un conjunto de condiciones específicas relevantes al problema en cuestión. El *problema inverso*, de manera general, parte del conjunto de datos y un principio general o teoría y determina el modelo de parámetros.

Por ejemplo, si se analiza el fenómeno de variación de temperatura como una función de la profundidad de la Tierra con respecto a su superficie, es posible asumir que la temperatura incrementa de manera lineal con respecto a la profundidad, esto es, que la temperatura  $T$  está relacionada con la profundidad  $z$  por la regla  $T(z) = az + b$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes numéricas que constituyen el *modelo de parámetros*. Si los valores de las constantes son conocidos, entonces es posible resolver el problema directo simplemente evaluando la expresión para una profundidad deseada.

Para el mismo ejemplo, el problema inverso sería determinar  $a$  y  $b$ , teniendo como información un conjunto de mediciones de la temperatura a diferentes profundidades en cierta región de estudio. Se puede reconocer que este problema se reduce a ajustar las mediciones a una recta, que en esencia es una tarea más compleja que simplemente evaluar la expresión con los parámetros conocidos.

En sismología es muy frecuente la resolución de problemas inversos para la localización de sismos y definición de la estructura terrestre. Se suele comenzar con el resultado final, los sismogramas y a partir de ellos trabajar hacia atrás para caracterizar los terremotos que generaron las ondas sísmicas y el medio a través del cual viajaron.

Para llevar a cabo estas tareas, primero se abordan los problemas directos acerca de cómo las características de las ondas sísmicas que son identificables en los sismogramas,

como los tiempos de viaje, las amplitudes, las formas de onda, las frecuencias características, la dispersión y la atenuación dependen de la fuente sísmica y el medio.

Así mismo, las propiedades del medio y de la fuente, como la velocidad de estructura y mecanismos de sismos, reflejan procesos tectónicos dentro de la Tierra. Estos son ejemplos de lo que es posible conocer de nuestro planeta a partir de las observaciones sismológicas disponibles en la superficie.

Los problemas inversos pueden ser planteados asumiendo que se entiende la física de un proceso que, para un conjunto de parámetros del modelo descrito con un vector  $\mathbf{m}$ , se da lugar a un conjunto de datos observados descritos por un vector  $\mathbf{d}$ . De esta manera, los datos pueden ser considerados como resultado de una función u operador  $A$

La expresión general para resolver el problema inverso está dada por:

$$\mathbf{d} = A(\mathbf{m}). \quad (2.3.1)$$

El problema directo en la Ecuación (2.3.1) significa predecir el conjunto de datos  $\mathbf{d}$  que resultarían de un modelo dado descrito por los parámetros  $\mathbf{m}$  y es manejable siempre que entendamos el proceso de estudio. El problema inverso correspondiente consiste en encontrar aquello que dio lugar a un específico conjunto de datos observados. Se asume que cierto modelo físico describe el proceso y luego se usa el conjunto de datos para estimar el conjunto de parámetros del modelo que son consistentes con los datos.

El problema inverso se resuelve utilizando técnicas de inversión matemática para encontrar  $\mathbf{m}$  directamente a partir de  $\mathbf{d}$ , o bien, con técnicas de prueba-error que resuelven el modelo directo de manera repetida y buscan la mejor solución.

Se sabe que los problemas directos suelen ser resueltos de manera relativamente sencilla, ofreciendo una solución única. Los problemas inversos, en cambio, no tienen una única, exacta o "correcta" solución. Debido a que los datos generalmente son inconsistentes por errores de medición o por su pobre distribución espacial y los modelos utilizados simplifican la realidad, ningún modelo puede describir exactamente a los datos observados.

De manera similar, un rango de parámetros puede describir los datos con gran éxito para un modelo dado, con el único inconveniente de que es posible escoger una gran variedad de modelos basados en diversos criterios y percepciones.

Los resultados de los estudios de inversión pueden ser vistos al menos de dos maneras distintas. Desde un primer punto de vista, se usa un conjunto individual de datos para

caracterizar un fenómeno específico, como la localización de un terremoto o la velocidad de estructura en un área específica. Desde otro punto de vista, se describe el conjunto de datos promediado sobre una región o sobre toda la Tierra con un modelo físico simple caracterizado por un conjunto relativamente pequeño o disperso de parámetros.

Estos *modelos de referencia*, son usados para caracterizar grandes conjuntos de datos de una manera simple y predecir datos donde no existen observaciones para identificar los desajustes o “anomalías” donde los datos se desvían de las predicciones del modelo y con ello del promedio global.

Se usan los modelos de referencia para generar inferencias sobre los procesos que dan lugar tanto a la situación promedio como a las desviaciones de él. Por ejemplo, los datos de ondas de cuerpo, ondas superficiales y modos normales brindan el promedio global de la velocidad de estructura.

Esta estructura es usada para restringir modelos de las variaciones radiales promedio en composición y temperatura, y como una referencia contra cuáles de las perturbaciones de velocidad debidas a bloques en proceso de subducción, raíces continentales, puntos calientes, dorsales, etc. Pueden ser identificadas y analizadas en términos de procesos locales que perturben el modelo global.

Los modelos de referencia son redefinidos con el tiempo, usando nuevos datos y nuevas parametrizaciones del modelo. Sin embargo, estos modelos no suelen mejorar demasiado.

Aterrizando estos conceptos a la tomografía sísmica, es posible considerar la trayectoria  $s$  de un rayo sísmico a través de un medio cuya velocidad varía con la posición. El tiempo de viaje  $T$ , se puede calcular como la integral del recíproco de la velocidad  $v$ , como

$$T = \int \left( \frac{1}{v(s)} ds \right) = \int u(s) ds. \quad (2.3.2)$$

La integral de la Ecuación (2.3.2) representa la lentitud a lo largo de la trayectoria del rayo. La trayectoria de rayo, por su parte, es determinada por la distribución de velocidad en el medio.

Supóngase que la lentitud en varios puntos a lo largo de la trayectoria de rayo es perturbada por una cantidad  $\delta u(s)$  lo suficientemente pequeña para que la trayectoria de rayo permanezca sin cambios. Esta perturbación, sin embargo, sí perturbará el tiempo de viaje, de tal manera que:



$$\delta T = \int \delta u(s) ds. \quad (2.3.3)$$

La distribución espacial más simple de la perturbación de la lentitud divide al medio en un cierto número de subregiones homogéneas, llamadas bloques o celdas. Dada la naturaleza discreta de esta subdivisión, conviene expresar la Ecuación (2.3.2) como

$$\Delta T_i = \sum_{j=1} G_{ij} \Delta u_j, \quad (2.3.4)$$

donde  $G_{ij}$  representa la distancia que el  $i$ -ésimo rayo viaja a través del  $j$ -ésimo bloque (Figura 2.3.1) y  $\Delta u_j$  es la perturbación a la lentitud en dicho bloque. Problemas en los que la observación de ciertas propiedades a lo largo de las trayectorias a través de un medio, son usadas para inferir la distribución dos o tres dimensiones, de la propiedad física dentro del medio, ocurren en diferentes ramas científicas y se conocen de manera colectiva como tomografía.

La perturbación en tres o dos dimensiones puede pensarse como una imagen que deseamos reconstruir a partir de observaciones. Las observaciones son integrales en una dimensión a lo largo de la perturbación y se denominan proyecciones.

En la tomografía de tiempo de viaje, el problema inverso de estimar la perturbación a la lentitud a partir de la perturbación del tiempo de viaje observado tiene la forma:

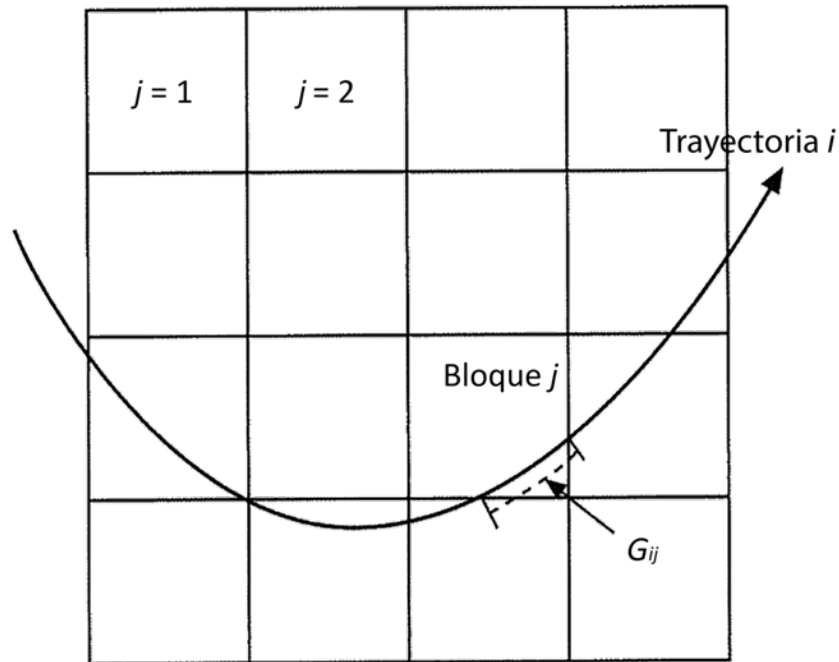
$$d_i = \sum_j G_{ij} m_j, \quad (2.3.5)$$

donde el vector  $m_j$  es la perturbación en la lentitud del modelo inicial y el vector de datos  $d_i$  es la diferencia entre los tiempos de viaje observados y los predichos por el modelo de referencia.

Puesto que generalmente existen más ecuaciones (trayectorias de rayo) que incógnitas (parámetros del modelo), el sistema de ecuaciones es sobre-determinado y debido a la cantidad de ruido presente en los datos, es también inconsistente.

Para las diferentes trayectorias de rayo, los tiempos y distancias de viaje en cada bloque son predichos mediante un modelo de referencia o modelo inicial, que generalmente es lateralmente homogéneo. Luego, los tiempos de viaje residuales son calculados para cada

trayectoria de rayo sustrayendo los tiempos predichos por el modelo inicial de aquellos observados.

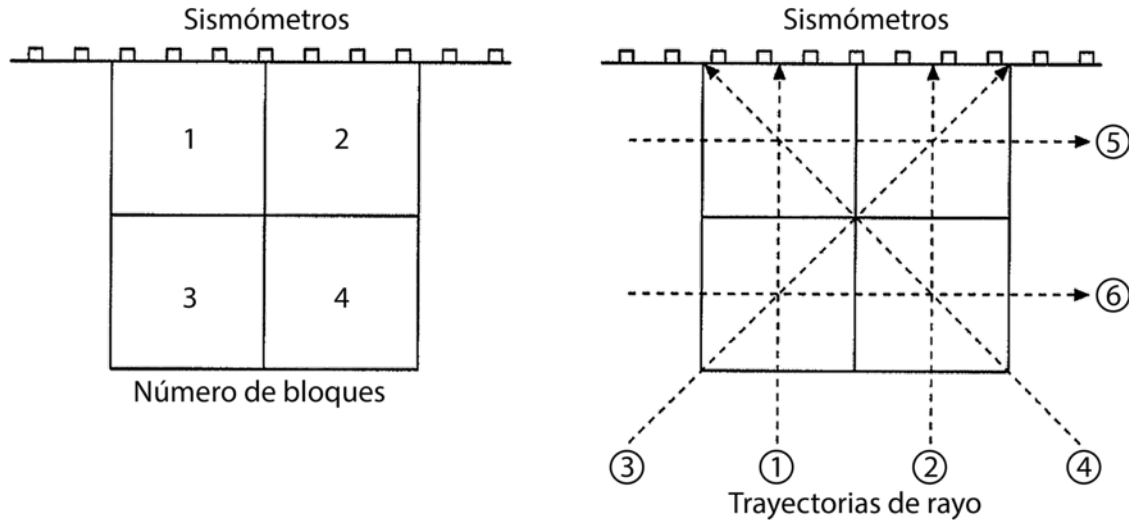


**Figura 2.3.1.** Geometría de una región estudiada utilizando la tomografía de tiempo de viaje. La región se divide en  $j$  bloques, cuyas perturbaciones en velocidad deben ser encontradas a partir del tiempo de viaje de los  $i$  rayos. La velocidad fuera de los bloques se asume lateralmente homogénea, de manera que las perturbaciones en tiempo de viaje con respecto al modelo de referencia son usadas para encontrar las perturbaciones de velocidad dentro de los bloques (Stein & Wyssession, 2003:425).

Los tiempos de viaje residuales forman el vector de datos que es invertido con la inversión generalizada para encontrar los cambios en la lentitud que predicen los tiempos de viaje residuales.

Para esclarecer las ideas es conveniente tomar como ejemplo la Figura 2.3.2. En la parte superior de ambos esquemas, e indicados en cuadros pequeños, se identifican los sismómetros, en el esquema de la izquierda se puede ver que el medio de estudio está dividido en cuatro bloques que, para simplificar los cálculos, se han escogido como cuadrados cuyos lados miden una unidad. En el esquema de la derecha se han trazado seis trayectorias de rayo ideales. Las primeras cuatro trayectorias pertenecen a telesismos, pueden identificarse por ser verticales o con una inclinación lejana de la horizontal. Las trayectorias 5 y 6, al ser horizontales, corresponden a eventos locales.

Con esta configuración ideal es posible construir la matriz  $G_{ij}$  recordando que  $G_{11}$  corresponde a la distancia recorrida por el rayo 1 a través del bloque 1,  $G_{12}$  la distancia recorrida por el rayo 1 a través del bloque 2 y así sucesivamente.



**Figura 2.3.2.** Geometría de bloques (izquierda) y trayectorias de rayo (derecha) para un experimento ideal de tomografía. Figura tomada de Stein & Wyssession (2003).

La Ecuación (2.3.5), para el ejemplo mostrado en la Figura 2.3.2, puede visualizarse entonces como

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix}. \quad (2.3.6)$$

La solución al problema inverso puede efectuarse con diferentes métodos lineales como las diversas variantes de mínimos cuadrados.

Si sólo se tuviera información telesísmica, en la Figura 2.3.2, únicamente se podrían apreciar los primeros cuatro rayos indicados y el sistema de ecuaciones (2.3.6) carecería de los últimos dos renglones de la matriz  $G_{ij}$ , de manera que al intentar despejar el vector

de parámetros  $m_j$  se encontraría el problema de que el término  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G})$  arroja un determinante cero haciendo que la matriz no sea invertible. A pesar de ser un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, tiene infinitas soluciones debido a que los renglones de  $G_{ij}$  no son linealmente independientes.

Para dar solución a este problema, se debe recordar que  $G_{ij}$  es una matriz de  $n \times r$ , y que  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G})$  es una matriz simétrica de  $r \times r$  elementos que puede ser descompuesta utilizando sus eigenvectores y eigenvalores como:

$$\mathbf{G}^T\mathbf{G} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T, \quad (2.3.7)$$

donde las columnas de la matriz  $\mathbf{V}$  son los  $r$  eigenvectores de  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G})$  y  $\mathbf{\Lambda} = \lambda_{r \times r}$  es una matriz diagonal, cuyos elementos de la diagonal contienen a los eigenvalores y cero en cualquier otra parte.

Debido a que los eigenvectores son ortogonales, se puede establecer que:

$$\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}. \quad (2.3.8)$$

Entonces la transpuesta de la matriz  $\mathbf{V}$  resulta ser también su matriz inversa

$$\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^{-1}. \quad (2.3.9)$$

Si la matriz  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G})$  tiene inversa, entonces

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1} = (\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T)^{-1} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{V}^T, \quad (2.3.10)$$

donde

$$\mathbf{\Lambda}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\lambda_r} \end{bmatrix}. \quad (2.3.11)$$

La Ecuación (2.3.10) muestra que  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}$  será singular si al menos uno de sus eigenvalores es cero, por lo que se prefiere escoger a todos los  $p$  eigenvalores distintos de cero y reescribirlos en una matriz  $p \times p$ :

$$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p \end{bmatrix}, \quad (2.3.12)$$

y los eigenvectores asociados son divididos en dos matrices:

$$\mathbf{V}_p = \begin{bmatrix} v_1^{(1)} & \dots & v_1^{(p)} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ v_r^{(1)} & \dots & v_r^{(p)} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} v_1^{(p+1)} & \dots & v_1^{(r)} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ v_r^{(p+1)} & \dots & v_r^{(r)} \end{bmatrix}. \quad (2.3.13)$$

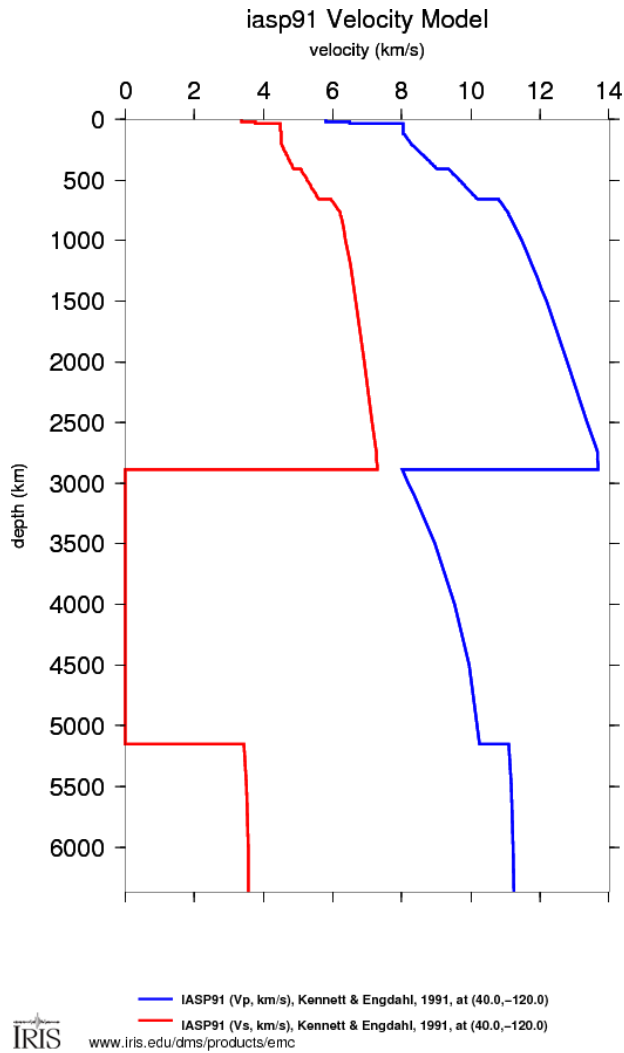
El procedimiento anterior conduce a la descomposición de Lanczos, la cual permite descomponer la matriz  $\mathbf{G}$  utilizando sólo los eigenvectores con eigenvalores distintos de cero, lo que es considerado una solución óptima para el problema de inversión.

A partir de la inversión de datos, se espera que los resultados se ajusten de la mejor manera a un problema directo propuesto, con base en información ya conocida o estimada de la posible geometría de la Placa de Cocos.

## 2.4 Modelos de velocidad *iasp91* y *ak135*

Kenneth & Engdahl (1991) introdujeron el modelo de velocidades *iasp91* (Figura 2.4.1) en colaboración con la Subcomisión en Algoritmos de Terremoto de la Asociación Internacional de Sismología y Física del Interior de la Tierra (IASPEI) para generar nuevas tablas del tiempo de viaje global de las fases sísmicas y con ello actualizar las tablas de Jeffreys & Bullen (1940).

La paquetería de software para generar y aplicar estas tablas fue puesto a disposición de la comunidad sismológica por Ray Buland a través del Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS) en 1991. Fueron diseñadas específicamente para uso computacional, con una alta calidad de interpolación tanto en rango como en distancia. Las tablas de tiempo de viaje fueron derivadas a partir de un modelo de velocidades radialmente estratificado que fue construido de manera que los tiempos para las fases sísmicas de mayor importancia fuesen consistentes con los tiempos reportados para los eventos en el catálogo del Centro Sismológico Internacional (ISC) en el periodo de 1964-1987.



**Figura 2.4.1.** El modelo de referencia *iasp91* es un modelo de velocidad parametrizada que ha sido construido como un resumen de las características del tiempo de viaje de las principales fases sísmicas, *Kennett* (1991). Figura tomada de IRIS.

La línea base para los tiempos de viaje de la onda P en el modelo *iasp91* fue ajustado para proveer únicamente un pequeño sesgo en el tiempo de origen para eventos bien delimitados en los principales sitios de prueba nuclear alrededor del mundo.

Para las ondas P a distancias telesísmicas, las tablas del modelo *iasp91* arrojan resultados aproximadamente 0.7 s más lentos que las tablas-P de *Herrin* (1968) y en promedio, 1.8-1.9 s más rápidos que las tablas de *Jeffreys & Bullen* (1940), JB. Para las ondas S, los tiempos telesísmicos se encuentran entre los valores de las tablas de JB y los de *Randall* (1971).

Debido a que los tiempos para todas las fases fueron derivados del mismo modelo de velocidades, se tiene una completa consistencia entre los tiempos de viaje para fases diferentes a distancias focales distintas.

La forma del modelo está basada en el modelo PEM-C (Dziewonski *et al.*, 1975). La corteza consiste de dos capas uniformes con discontinuidades a los 20 y 35 km de profundidad. En el manto superior que se extiende hasta 760 km de profundidad, las velocidades están representadas por un gradiente en radio. Las discontinuidades de mayor importancia se ubican a 410 y 660 km de profundidad para llegar a una concordancia con el trabajo de Revenaugh & Jordan (1989) sobre las reverberaciones de las ondas S en el manto. Otras discontinuidades fueron añadidas a 120 y 210 km, y una discontinuidad en el gradiente de velocidad a 760 km para brindar una transición suave hacia el manto inferior.

Tal parametrización es adecuada para representar los tiempos de viaje para distancias más allá de los 30°, aunque no contiene el nivel de complejidad de los modelos generados a partir de la combinación de los sismogramas observados y teóricos.

La distribución de velocidad de onda en el manto inferior está representada por un radio cúbico entre 760 y 2740 km. Las velocidades en la región más baja del manto se toman como un gradiente lineal en radio hasta la frontera núcleo-manto. En el núcleo y núcleo interno las funciones de velocidad están especificadas como polinomios cuadráticos en radio.

Cuatro años después de que apareció el modelo de *iasp91*, se desarrollaron nuevas curvas empíricas de tiempo de viaje para las principales fases sísmicas. Se usaron los catálogos del ISC a partir de la recolocación de eventos usando lecturas de ondas P, fases de profundidad y los mismos tiempos de viaje del modelo *iasp91* y *sp6*, dando como resultado el modelo de velocidades de *ak135*.

Para este modelo se aprovechó lo mejor del comportamiento de la onda P del modelo *iasp91*, y se quitó la línea base de la onda S, ajustando la estructura del manto superior. Una vez que hubo concordancia en las fases del manto, se modificó la estructura del núcleo para dar un buen acoplamiento con las fases del núcleo.

El modelo *ak135* destaca en que representa de manera suavizada los tiempos de viaje empíricos y en que es adecuado para predecir los tiempos de viaje de una gran variedad de fases sísmicas para la localización de eventos o asociación de fases, no obstante, la resolución de estructura en algunas regiones sigue siendo baja, sobre todo en la base del manto y en el manto superior.

Existe una gran concordancia de los modelos *ak135*, *iasp91* y *prem* en el manto medio. En la región inferior del manto, *ak135* es ligeramente más rápido que *sp6* pero más lento que *iasp91* o *prem*. En general, las mayores diferencias surgen en las cercanías del límite del núcleo interno.

## 2.5 Principios del trazado de rayos

Es posible conocer a detalle el comportamiento de las ondas sísmicas considerando las trayectorias de rayo asociadas con ellas. A esta forma de estudiar la propagación de las ondas se le conoce como *teoría de geometría de rayo*. A pesar de que esta no describe completamente los aspectos importantes de la propagación de ondas, es ampliamente utilizada debido a que simplifica en gran medida el análisis y conduce a una muy buena aproximación de las respuestas correctas.

La aplicación más obvia de la utilización de los rayos es para el cálculo de los tiempos de viaje. Para encontrar cuando una onda plana generada en cierta posición llegará a otra, se usa el tiempo de viaje, que es la longitud de la trayectoria de rayo dividida entre la velocidad.

Aproximar a rayos la trayectoria descrita por la propagación de ondas a través de un medio que varía suavemente, es una de las herramientas más importantes que permiten estudiar el comportamiento de las ondas sísmicas en la Tierra (Nolet, 2008).

Una forma conveniente de caracterizar la trayectoria de rayo de una onda (Figura 2.5.1), es a través del vector de lentitud,  $\mathbf{p}$ , que es el recíproco de la velocidad aparente  $v$

$$\mathbf{p} = \frac{1}{v} \frac{d\mathbf{r}}{ds'} \quad (2.5.1)$$

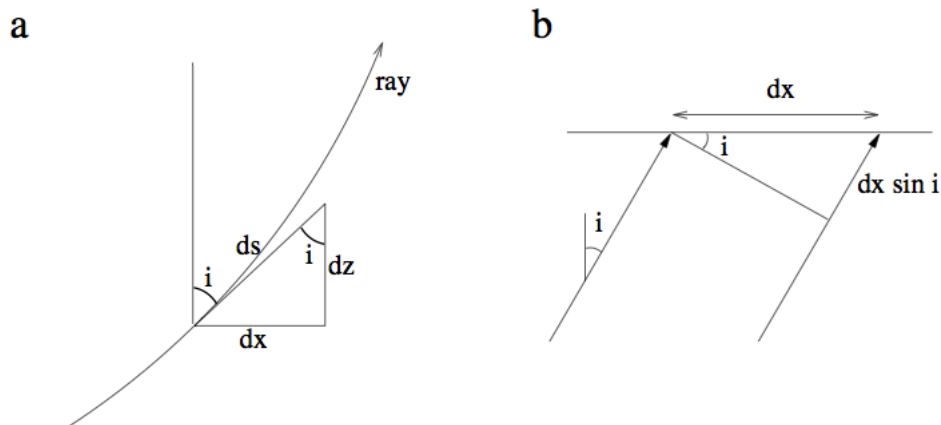
donde  $d\mathbf{r}$  es un vector tangente a lo largo del rayo de longitud  $ds$ .

En un medio con estratificación horizontal, donde la velocidad  $v(x, y, z) = v(z)$  es posible escoger el eje  $x$  en la dirección de propagación, confinando el rayo al plano  $x - z$ , de manera que

$$p_x = \frac{1}{v} \frac{dx}{ds} = \frac{\text{sen}(i)}{v}, \quad (2.5.2)$$

donde  $p_x$  resulta ser un valor constante que puede expresarse en virtud de la Ley de Snell. El ángulo  $i$  es el que forma el rayo con la vertical (Figura 2.5.1)





**Figura 2.5.1.** Trayectoria de rayo y ángulo de incidencia de un frente de onda plano. Figura tomada de Nolet (2008:23).

En el caso de estratificación horizontal,  $p_x$  se puede escribir sólo como  $p$ , también conocido como parámetro de rayo. Para encontrar la geometría correcta de un rayo en los modelos de la Tierra, es necesario resolver la Ecuación (2.5.1) de manera numérica.

Si las ondas siguen trayectorias complejas, su tiempo de viaje es la suma de los tiempos de viaje de cada porción de la trayectoria de rayo. El concepto detrás de este enfoque es el *Principio de Fermat*, el cual establece que las trayectorias de rayo entre dos puntos son aquellas para las cuales es un extremo mínimo, con respecto a las posibles trayectorias cercanas. El caso más simple es el de dos puntos en un medio homogéneo: el menor tiempo necesario para recorrer una trayectoria que una a dos puntos es atravesar una línea recta. Un segundo rayo, que podría satisfacer el mínimo tiempo requerido comparado con las trayectorias adyacentes, es aquel que obedezca la Ley de Snell. El rayo directo corresponde al mínimo absoluto, mientras que el rayo reflejado corresponde a un mínimo local.

Ahora bien, el proceso de ruptura de los grandes terremotos puede ser simulado por una serie de sub-eventos de ruptura en distintas ubicaciones a diferentes tiempos de ruptura. Todos los sub-eventos pueden ser seguidos con el método de retroproyección (BPM, *Back Projection Method*). La técnica clave usada en el BPM es el apilamiento inclinado o *Slant Stacking*.

El principio del apilamiento inclinado puede describirse de la siguiente manera: Supóngase la ocurrencia de un sismo grande, las ondas sísmicas generadas son registradas por un arreglo compuesto de  $K$  estaciones  $\vec{x}_k, k = 1, 2, 3, \dots, K$ , como se aprecia en la Figura 2.5.2.

De acuerdo con el teorema de representación de desplazamiento (Aki & Richards, 2002), la dislocación del plano de falla  $\Sigma$ , genera el desplazamiento registrado en la  $k$ -ésima estación  $\vec{x}_k$  como:

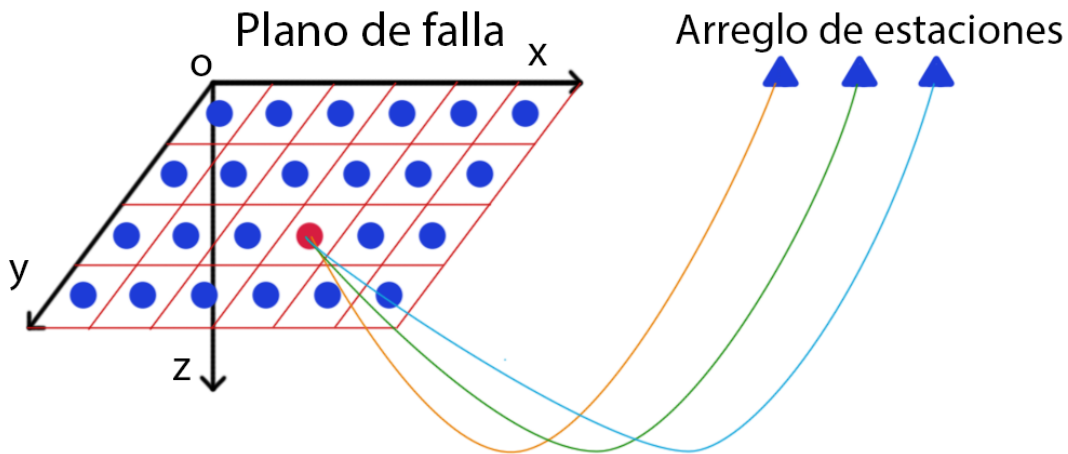
$$u_n(\vec{x}_k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\vec{\xi}, \tau)] c_{ijpq} v_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\vec{x}_k, t - \tau; \vec{\xi}, 0) d\Sigma, \quad (2.5.3)$$

donde  $u_n(\vec{x}_k, t)$  es el desplazamiento a lo largo de la dirección  $n$  registrado en la estación  $\vec{x}_k$ ,  $u_i(\vec{\xi}, \tau)$  es la dislocación en  $\vec{\xi}$  a lo largo de la dirección  $j$ ,  $c_{ijpq}$  es el tensor elástico de cuarto orden,  $v_j$  es la proyección en la dirección  $j$  del vector unitario normal de la falla, y  $G_{np}(\vec{x}_k, t - \tau; \vec{\xi}, 0)$  es la función de Green, que es el desplazamiento a lo largo de la dirección  $n$  en la estación  $\vec{x}_k$  en el momento  $t - \tau$  generado por la fuerza puntual ejercida en  $\vec{\xi}$  sobre la falla a lo largo de la dirección  $p$  en 0 s. No se debe confundir la dirección  $p$  con el término del parámetro de rayo de la Ecuación (2.5.1).

Tomando en cuenta que la función de Green es temporalmente independiente, el teorema de representación puede ser expresado como

$$u_n(\vec{x}_k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\vec{\xi}, \tau)] c_{ijpq} v_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}, \tau) d\Sigma, \quad (2.5.4)$$

donde la función de Green  $G_{np}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}, \tau)$  es el desplazamiento a lo largo de la dirección  $n$  en la estación  $\vec{x}_k$  en el momento  $t$ , generado por la fuerza puntual ejercida en  $\vec{\xi}$  sobre la falla, a lo largo de la dirección  $p$ , en el momento  $\tau$ .



**Figura 2.5.2.** Discretización de un plano de falla. Cuando una sub-falla (punto rojo) se rompe, las ondas radiadas son registradas por un arreglo compuesto de múltiples sismómetros (triángulos azules). Modificado de Hao (2018:15)

Este modelo muestra que las fallas provocadas por terremotos no son totalmente un plano, y que los coeficientes elásticos, así como la fuerza en las fallas están distribuidas irregularmente sobre la falla. Estas aseveraciones permiten expresar el desplazamiento en las estaciones como una convolución del tensor de densidad  $m_{pq}(\vec{\xi}, t)$  y la derivada parcial de la función de Green en la dirección  $q$ :

$$u_n(\vec{x}_k, t) = \int_{\Sigma} m_{pq}(\vec{\xi}, t) * G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}) d\Sigma, \quad (2.5.5)$$

donde  $G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}) = \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi})$ .

Los datos usados en el BPM son las velocidades de los sismogramas. La componente de alta frecuencia de los datos sísmicos es lo que será usado en el BPM. Para obtener esta velocidad, basta con tomar la derivada temporal del desplazamiento de la Ecuación (2.5.5), obteniendo:

$$v_n(\vec{x}_k, t) = \int_{\Sigma} \frac{d}{dt} [m_{pq}(\vec{\xi}, t) * G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi})] d\Sigma. \quad (2.5.6)$$

La derivada temporal de la convolución de dos funciones puede ser expresada como la derivada temporal de una función en convolución con la otra, gracias a la propiedad de derivación:

$$\frac{d}{dt} [f_1(t) * f_2(t)] = \frac{df_1(t)}{dt} * f_2(t),$$

donde  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  están en función del tiempo. De manera que la velocidad de la Ecuación (2.5.6), puede reescribirse como:

$$v_n(\vec{x}_k, t) = \int_{\Sigma} \dot{m}_{pq}(\vec{\xi}, t) * G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}) d\Sigma, \quad (2.5.7)$$

donde  $\dot{m}_{pq}(\vec{\xi}, t)$  es la primera derivada temporal del tensor de densidad.

Discretizar el plano de falla en múltiples sub-fallas es una estrategia típica para llevar a cabo la inversión sísmica, por lo que se opta por utilizar esta estrategia en el BPM. De esta manera, el plano de falla  $\Sigma$ , puede ser discretizado en  $N$  subfallas con un área de  $\Delta A$ . Por lo que la versión discreta de la velocidad en la estación  $\vec{x}_k$  se puede escribir como

$$v_n(\vec{x}_k, t) = \sum_{i=1}^N \dot{m}_{pq}(\vec{\xi}_i, t) * G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}_i) \Delta A. \quad (2.5.8)$$

El tensor de momento de la  $i$ -ésima sub-falla se expresa:

$$M_{pq}(\vec{\xi}_i, t) = m_{pq}(\vec{\xi}_i, t)\Delta A.$$

De manera que la expresión para la velocidad en la Ecuación (2.5.8) puede reescribirse como

$$v_n(\vec{x}_k, t) = \sum_{i=1}^N \dot{M}_{pq}(\vec{\xi}_i, t) * G_{np,q}(\vec{x}_k, t; \vec{\xi}_i). \quad (2.5.9)$$

Además de los múltiples, existe ruido de fondo presente en las formas en las formas de onda que puede ser incorporado a la ecuación discretizada de velocidad. Antes de realizar el trazado de rayo o el apilamiento inclinado, el registro de velocidad para cada estación debe ser normalizado con una amplitud máxima  $A_{max}(\vec{x}_k)$ .

El registro de la velocidad normalizada puede ser descrito tomando en cuenta la subfalla, un tiempo limitado de ruptura, con diferentes tiempos iniciales de ruptura para las distintas sub-fallas y la función *Heaviside*, de manera que para una sub-falla, los simogramas en el arreglo de estaciones son retroproyectados y apilados para formar el rayo.

La diferencia entre los tiempos de viaje de las ondas directa P a partir de la  $l$ -ésima subfalla  $\vec{\xi}_l$  y de la  $i$ -ésima subfalla  $\vec{\xi}_i$  a la estación  $\vec{x}_k$  es distinta. La retroproyección es revertir el tiempo de las formas de onda al momento inicial de la ruptura de la subfalla  $\vec{\xi}_l$ .

Las formas de onda en las diferentes estaciones serían completamente coherentes cuando la  $l$ -ésima subfalla  $\vec{\xi}_l$  sea exactamente la  $i$ -ésima subfalla  $\vec{\xi}_i$ . La operación de la retroproyección reduce significativamente los múltiples del rayo, lo cual prueba que el rayo de las formas de onda es el producto de la derivada de la función del tiempo de la fuente y el factor de escala del arreglo (Hao, 2018:20).

## 2.6 Método de Retroproyección (Back Projection Method, BPM)

El método tradicional de la retroproyección (TBPM) está basado en el trazado de rayos, pero con una mejoría significativa al eliminar la suposición de la incidencia de onda plana. Esto conduce al uso de grandes eventos telúsmicos para la TBPM, en vez de terremotos locales o regionales.

Al tomar en cuenta que el plano de falla de un terremoto puede ser subdividido en  $N$  sub-eventos potenciales y que el tiempo de viaje de las ondas P desde un sub-evento potencial a alguna estación  $\{\vec{x}_k, k = 1, \dots, K\}$  puede ser calculado con la ayuda de un modelo unidimensional de velocidad. No obstante, el interior de la Tierra es heterogéneo, por lo

que un término de corrección temporal debe ser tomado en cuenta para compensar la desviación de la estructura terrestre.

Los primeros arribos de la onda P generados por el sub-evento en el hipocentro pueden ser identificados con cierta facilidad, entonces, tomando el hipocentro como referencia, la calibración temporal en la estación  $\vec{x}_k$  puede estimarse como

$$\delta t_k = t_k^o - t_{ek}^c, \quad (2.6.1)$$

donde  $t_k^o$  es el tiempo de viaje de la onda P observado desde el hipocentro hasta la estación  $\vec{x}_k$ , y  $t_{ek}^c$  es el tiempo de viaje de la onda P desde el hipocentro hasta la estación  $\vec{x}_k$  calculado con algún modelo de velocidad unidimensional. Para cada sub-evento potencial, los tiempos de viaje a las estaciones pueden ser calculados. Luego de realizar una corrección temporal, las ondas P directas son retroproyectadas convirtiendo el tiempo de registro en tiempo de ruptura. Para cada tiempo de ruptura las formas de ondas son sumadas para obtener los rayos y de esta manera, el rayo generado por el  $i$ -ésimo sub-evento potencial se expresa:

$$B(\vec{\xi}_i, t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k v(\vec{x}_k, t + t_{ik}^c + \delta t_k), \quad (2.6.2)$$

donde  $\alpha_k = \frac{p_k}{A_k^{\max}} w_k$ ,  $p_k$  es la polaridad de las ondas P en la estación  $\vec{x}_k$ ,  $A_k^{\max}$  es la máxima amplitud absoluta de la  $k$ -ésima forma de onda y  $w_k$  es el peso de la  $k$ -ésima forma de onda como la relación señal-ruido (*signal to noise ratio*, SNR),  $v(\vec{x}_k, t)$  es la velocidad en la estación  $\vec{x}_k$ , y  $t_{ik}^c$  es el tiempo de viaje calculado del  $i$ -ésimo sub-evento potencial a la estación  $\vec{x}_k$ .

La corrección temporal  $\delta t_k$  se obtiene de la correlación cruzada de los primeros segundos de un tren de ondas y representa las variaciones en el tiempo de viaje debidas a variaciones laterales en la velocidad de onda entre el hipocentro y la  $k$ -ésima estación. Sin embargo, esto resulta insuficiente para terremotos grandes, para los cuales la ruptura puede extenderse a áreas alejadas del hipocentro, o cuando están presentes significantes variaciones de velocidad de onda a pequeña escala.

Idealmente se quieren correcciones temporales para cada trayectoria entre cada punto de la malla y cada estación, lo cual se resuelve empíricamente con las réplicas de los eventos sísmicos.

Las réplicas generalmente están distribuidas cerca del plano de deslizamiento principal, y la correlación cruzada de las formas de onda de las réplicas genera cambios de tiempo

para cada pareja réplica-estación. Para cada estación, estos desplazamientos en tiempo son interpolados o extrapolados para evaluar los cambios de tiempo en cada punto de la malla.

Debido a que la distribución de las réplicas sobre el plano de falla no es uniforme, la corrección en cada punto de la malla es determinada por un promedio de los cambios de tiempo de las réplicas ponderada de acuerdo con la distancia entre cada punto de la malla y cada réplica, así como por la calidad de la señal registrada. De esta manera, dadas  $L$  réplicas, las calibraciones del  $i$ -ésimo sub-evento potencial a la estación  $\vec{x}_k$  pueden ser determinadas por:

$$\delta t_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^L w_j \delta t_{jk} / \Delta_{ij}}{\sum_{j=1}^L w_j / \Delta_{ij}}, \quad (2.6.3)$$

donde  $w_j$  es el peso de la  $j$ -ésima réplica,  $\Delta_{ij}$  es la distancia que hay entre la  $j$ -ésima réplica y el  $i$ -ésimo sub-evento potencial,  $\delta t_{ij} = t_{jk}^o - t_{jk}^c$  es la calibración del tiempo de la  $j$ -ésima réplica a la estación  $\vec{x}_k$ ,  $t_{jk}^o$  y  $t_{jk}^c$  son los tiempos de viaje observados y calculados de la onda P directa, generados por la  $j$ -ésima réplica a la estación  $\vec{x}_k$ , respectivamente.

Con calibraciones de tiempo más precisas, el rayo del  $i$ -ésimo sub-evento potencial se forma con

$$B(\vec{\xi}_i, t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k v(\vec{x}_k, t + t_{ik}^c + \delta t_{ik}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{v}_{ik}(t), \quad (2.6.4)$$

donde  $\vec{v}_{ik}$  es la velocidad pesada y normalizada registrada en la estación  $\vec{x}_k$ .

Un terremoto grande puede ser entendido como una serie de sub-eventos (Ge & Chen, 2008). La potencia del rayo en el  $i$ -ésimo sub-evento potencial en la  $l$ -ésima ventana de tiempo con una longitud de  $T_w$  puede expresarse como

$$P_{il} = \frac{1}{T_w} \int_{T_l}^{T_l+T_w} |B(\vec{\xi}_i, t)|^2 dt, \quad (2.6.5)$$

donde  $T_l = (l - 1)T_s + T_s$  es el paso de la ventana de tiempo en movimiento. Para cada paso, el sub-evento potencial con la máxima potencia, es identificado como el sub-evento real. Así, se obtienen el frente de ruptura que evoluciona.

## 2.7 Ecuación eikonal

La solución integral de Kirchhoff para la ecuación escalar de onda está dada por

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2(x, y, z)} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (2.7.1)$$

La Ecuación (2.7.1) devuelve la presión del campo de onda  $P(x, y, z; t)$  que se propaga a través de un medio, con velocidad  $v(x, y, z)$ , en un punto  $(x, y, z)$  en un instante de tiempo  $t$ . Visto desde este enfoque, la solución de Kirchhoff es una forma matemática de establecer el principio de Huygens, el cual dice que una perturbación en la presión al tiempo  $t + \Delta T$  es la superposición de ondas esféricas generadas por fuentes puntuales en el tiempo  $t$ .

Se puede considerar una función de onda plana  $P(x, y, z; t)$  con una amplitud variante en el espacio  $P_0(x, y, z)$  y un tiempo de viaje variante en el espacio  $T(x, y, z)$ , de tal manera que

$$P(x, y, z; t) = P_0(x, y, z)e^{-i\omega[t-T(x,y,z)]}. \quad (2.7.2)$$

Si se considera por el momento que la amplitud de onda  $P_0(x, y, z)$  es constante, es decir, que no hay variación espacial, entonces la solución de la onda plana de la forma que se aprecia en la Ecuación (2.7.2), satisface la ecuación escalar de onda (2.7.1). Sustituyendo la Ecuación (2.7.2) en la Ecuación (2.7.1), se obtiene la ecuación eikonal

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2(x, y, z)}. \quad (2.7.3)$$

Esta ecuación es una aproximación de la teoría de rayo para la ecuación de onda escalar. Es importante hacer notar que la solución a la ecuación eikonal (2.7.3) representa el tiempo de viaje  $T(x, y, z)$  para un rayo que viaja a través de un punto  $(x, y, z)$  en un medio con velocidad  $v(x, y, z)$ . De manera específica  $T(x, y, z) = \text{constante}$  representa el frente de onda de una fase constante en un instante de tiempo. De esta manera, la onda se propaga de un frente de onda hacia otro, trazando un camino a lo largo de la trayectoria del rayo, que es perpendicular a los frentes de onda.

Por supuesto, en la vida real ni la velocidad del medio ni la amplitud de la onda son constantes, sino funciones arbitrarias de variables espaciales  $v(x, y, z)$  y  $P_0(x, y, z)$ , respectivamente, por lo que la función de tiempo de viaje  $T(x, y, z)$  de la Ecuación (2.7.1) no es una solución a la ecuación eikonal (2.7.3).

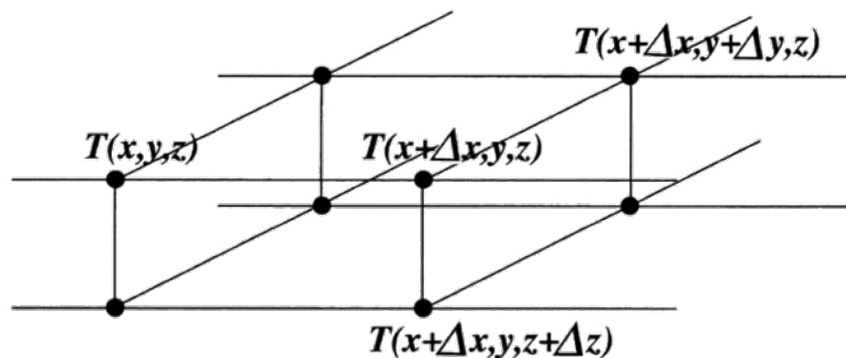
Para una función de onda como la que se muestra en la Ecuación (2.7.2), con amplitudes variables en el tiempo, la ecuación eikonal es una buena aproximación a la ecuación de onda únicamente en un límite de altas frecuencias (Yilmaz, 1987:1325). Este límite es equivalente a pequeñas longitudes de onda. Ante esto, surge una pregunta casi naturalmente, ¿qué tan pequeña debe ser la longitud de onda para que una solución de la ecuación eikonal sea una buena aproximación a la ecuación de onda?

La aproximación se considerará válida si el cambio en la fracción del gradiente de velocidad es mucho más pequeño que la frecuencia de la onda. En la práctica esto significa que la ecuación eikonal puede ser usada para calcular los tiempos de viaje si no existen gradientes de velocidad grandes en el modelo que relaciona la velocidad con la profundidad.

La ecuación eikonal (2.7.3) puede resolverse utilizando técnicas de diferencias finitas. Para plantear el problema, se puede considerar una malla 3D (Figura 2.7.1)

Se calcula el tiempo de viaje  $T$  de la ecuación eikonal (2.7.3) en el punto  $(x + \Delta x, y, z + \Delta z)$ , usando los tiempos de viaje ya conocidos en los puntos de la malla  $(x, y, z)$ ,  $(x + \Delta x, y, z)$ ,  $(x + \Delta x, y + \Delta y, z)$ .

Calcular los tiempos de viaje a una profundidad  $z + \Delta z$  a partir de aquellos en la profundidad  $z$ , significa extrapolar  $T$ , en la dirección  $z$ . De esta manera, se puede reescribir la Ecuación (2.7.3) en su forma extrapolada como



**Figura 2.7.1.** Malla de diferencias finitas usada para una solución 3D de la ecuación eikonal. Figura tomada de Yilmaz, (1997:1350)



$$v \frac{\partial T}{\partial z} = \sqrt{1 - \left(v \frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 - \left(v \frac{\partial T}{\partial y}\right)^2}. \quad (2.7.4)$$

La ecuación eikonal como se aprecia en (2.7.4) puede resolverse para los valores del tiempo de viaje  $T(x, y, z)$  para el frente de onda propagándose a través del campo de velocidades  $v(x, y, z)$  en la subsuperficie utilizando el esquema de diferencias finitas.

## 2.8 Cálculo de los tiempos de viaje

Un método directo para calcular los tiempos de viaje es el trazado de rayos a través de un modelo de velocidad-profundidad específico. Un haz de rayos que emerge de una fuente en el interior de la tierra puede trazarse a través de la tierra tomando en cuenta la curvatura de su trayectoria causada por cambios en el gradiente de velocidad del medio y los contrastes de velocidad en los distintos límites de capa.

Los puntos de reflexión a lo largo de cada una de las trayectorias de rayo son identificados como puntos de intersección de los rayos con los límites de capa. El tiempo de viaje entre la fuente y un punto de reflexión en el medio se calcula a partir de la integración de los elementos de distancia a lo largo de la trayectoria de rayo dividida entre la velocidad asociada a ese elemento.

A pesar de que el trazado de rayos entre fuente-receptor sea conceptualmente sencillo, computacionalmente puede llegar a exigir demasiado, por otra parte, existen ciertos inconvenientes, por ejemplo, no siempre hay una combinación de la trayectoria de rayo asociada con algún par fuente-receptor y un punto de reflexión. Dependiendo de la geometría de la adquisición y la complejidad del modelo de velocidad-profundidad, pueden existir zonas a través de las cuales algunos rayos pueden perderse.

Una alternativa para el trazado de rayos entre dos puntos es la construcción del frente de onda (Vinje *et. al.*, 1993), que involucra no solamente el trazado de un rayo sino de un abanico amplio de rayos juntos. De esta manera, el medio representado por el modelo de velocidad-profundidad usado en el trazado de rayos puede ser cubierto adecuadamente controlando la densidad de rayos a lo largo de los frentes de onda (Lecomte, 1999).

## 2.9 Método de Marcha Rápida (Fast Marching Method, FMM)

Uno de los problemas clásicos en sismología es predecir de manera precisa y robusta los tiempos de viaje y trayectorias de una energía sísmica entre dos puntos dentro de un medio lateralmente heterogéneo en dos o tres dimensiones. Tradicionalmente, esto ha sido resuelto usando el trazado geométrico de rayos basado en un enfoque de disparo o deflexión (Rawlinson & Sambridge, 2005:341).

Los métodos de disparo de trazado de rayos formulan la ecuación de rayo como un problema de valor inicial que permite un trazado del rayo completo si la trayectoria de la fuente es especificada. El problema de frontera de localizar la trayectoria entre dos puntos se resuelve usando un procedimiento de actualización iterativa (Rawlinson & Sambridge, 2005:341).

Los métodos de deflexión del trazado de rayo ajustan iterativamente la geometría para una trayectoria arbitraria inicial que une la fuente con el receptor hasta convertirlo en una verdadera trayectoria de rayo, cumpliendo el principio de Fermat (Rawlinson & Sambridge, *op. cit.*).

Los principales inconvenientes del trazado de rayos están relacionados a la robustez, velocidad y selección del rayo. En presencia de pequeñas variaciones de velocidad, tanto el método de disparo como el de deflexión son susceptibles de fallar en la convergencia. Esta falta de robustez incrementa con la complejidad del medio. El trazado de rayos puede ser también un proceso con alta demanda de tiempo, particularmente en la presencia de un gran número de fuentes y/o receptores.

Otra dificultad surge en la selección del rayo, pues siempre es posible considerar la existencia de múltiples trayectorias entre dos puntos. De manera que ni los métodos de disparo ni los de deflexión necesariamente convergen en una solución de mínimo global y generalmente es difícil asegurar qué arribo ha sido localizado.

Un método un poco más reciente y que ha comenzado a ganar popularidad sobre todo en la industria de la exploración para predecir los tiempos de viaje en medios complejos, consiste en buscar soluciones de diferencias finitas para la ecuación eikonal a lo largo de todo un campo de velocidades. Este método se limita a localizar solamente los primeros arribos, el campo completo del tiempo de viaje normalmente se puede calcular rápidamente, lo que permite que para dos puntos, los tiempos de viaje, las trayectorias de rayo y las geometrías de los frentes de onda puedan ser encontrados con facilidad.

La mayor desventaja de las soluciones de la ecuación eikonal a partir de diferencias finitas es que suelen tener problemas de estabilidad, en particular, la integración progresiva de los tiempos de viaje a lo largo de un cuadrado en expansión, que es comúnmente utilizada para calcular el campo de tiempos de viaje, es susceptible de violar el principio de causalidad en presencia de gradientes de velocidad demasiado grandes (Qin *et al.*, 1992). No obstante, desarrollos recientes de esquemas de diferencias finitas esencialmente no oscilatorios (ENO) (p.ej., Kim & Cook, 1999) han ayudado a abordar este inconveniente.

El problema de calcular los tiempos de viaje en cada punto sobre una malla puede ser planteado en términos de dar seguimiento a la evolución de una interfaz que avanza monótonicamente (p.ej., la detección del primer arribo del frente de una onda sísmica) que se propaga a través de un medio a partir de una fuente. La necesidad de conocer el camino a una interfaz en movimiento no se limita a los frentes de onda sísmica pues otras áreas de la ciencia buscan dar respuesta a este problema.

Una de las técnicas para conseguirlo es el Método de Marcha Rápida o FMM (Sethian, 1996; Sethian & Popovici, 1999). En la actualidad, el FMM ha sido aplicado a una variedad de problemas que incluyen la planeación de la trayectoria más óptima, imágenes médicas, geodesia y desarrollo de fotolitografía (Sethian, 1999, 2001). En sismología, el FMM se ha utilizado en la migración de perfiles de reflexión coincidentes (Popovici & Sethian, 2002).

El FMM es un algoritmo numérico basado en una malla que detecta la trayectoria de una interfaz que evoluciona a lo largo de una banda estrecha de nodos que son actualizados resolviendo la ecuación eikonal utilizando una condición de entropía de una región conocida (referida en la literatura como *upwind*) que satisface aproximaciones de diferencias finitas con el vector gradiente.

El método se distingue de otros métodos de solución de la ecuación eikonal al combinar la estabilidad incondicional (es decir, que siempre converge a la solución verdadera en tanto que el espaciamiento en la malla se reduzca) y la rapidez computacional. La estabilidad incondicional del FMM se consigue a partir de abordar adecuadamente el desarrollo y propagación de las discontinuidades del gradiente en el frente de onda a lo largo de su evolución.

La ecuación eikonal (2.9.1) gobierna la propagación de las ondas sísmicas

$$|\nabla_x T| = s(\mathbf{x}), \quad (2.9.1)$$

donde  $\nabla_x$  es el operador gradiente,  $T$  es el tiempo de viaje y  $s(\mathbf{x})$  es la lentitud (o recíproco de la velocidad  $\frac{1}{v(\mathbf{x})}$ ) en función de la posición. Una de las principales dificultades que se encuentran al intentar resolver la ecuación eikonal para el campo del tiempo de

viaje de los primeros arribos usando los métodos de diferencias finitas es que el frente de onda puede ser discontinuo en su gradiente. Esto sucede cuando el frente de onda se interseca a sí mismo y cuando la información que llega con retardo se descarta. La ecuación eikonal no puede resolverse con facilidad cuando existen discontinuidades, ya que la ecuación misma requiere que esté definido  $\nabla_x T$ .

El FMM puede lidiar con esta dificultad aplicando una condición de entropía, enunciada por Sethian y Popovici (1999), la cual establece que la información sólo puede perderse (o mantenerse en ausencia de multi-trayectorias) mientras el frente de onda evoluciona, pues éste solo puede pasar a través de un punto una sola vez.

La entropía que satisface el esquema de la región conocida puede utilizarse debido a que ha sido previamente considerada por diversos autores (Sethian & Popovici, 1999; Chopp, 2001; Popovici & Sethian, 2002) y puede ser escrita como

$$\left[ \begin{array}{l} \text{máx} (D_a^{-x}T, -D_b^{+x}T, 0)^2 \\ +\text{máx} (D_c^{-y}T, -D_d^{+y}T, 0)^2 \\ +\text{máx} (D_e^{-z}T, -D_f^{+z}T, 0)^2 \end{array} \right]_{i,j,k}^{1/2} = S_{i,j,k}, \quad (2.9.2)$$

donde  $(i, j, k)$  son variables cartesianas en la dirección  $(x, y, z)$  y las variables enteras  $a, b, c, d, e, f$  definen en orden de precisión del operador para la región conocida de diferencias finitas usado en cada uno de los seis casos.

Por ejemplo, los primeros dos operadores de la región conocida para  $D^{-x}T_i$  son

$$\begin{aligned} D_1^{-x}T_i &= \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta x}, \\ D_2^{-x}T_i &= \frac{3T_i - 4T_{i-1} + T_{i-2}}{2\delta x}, \end{aligned} \quad (2.9.3)$$

donde  $\delta x$  es el espaciamiento de la malla en  $x$ , cuyo operador que es utilizado en la Ecuación (2.9.2) depende de la disponibilidad de los tiempos de viaje en la región conocida y el máximo orden permitido. Los esquemas de primer orden solo usan operadores  $D_1$ , los esquemas de segundo orden preferentemente usan operadores  $D_2$  pero pueden usar los operadores  $D_1$  si  $T_{i-2}$  no está disponible (p.ej., en las cercanías del punto de fuente).

La Ecuación (2.9.2) describe el sistema de diferencias finitas para el tiempo de viaje asociado a un punto de la malla en particular. Una implementación exitosa de este sistema requiere que el orden en que los nodos son actualizados sea consistente con la dirección del flujo de información, es decir, que los valores de  $T$  vayan de menor a mayor.

El método FMM puede disminuir las dificultades para resolver la ecuación eikonal (2.9.1) cuando existen discontinuidades en el gradiente, mediante la condición de entropía, es decir, que la propagación del frente de onda evoluciona por cada punto una sola vez, construyendo los tiempos de viaje sistemáticamente para la región desconocida a partir de valores en los nodos de los tiempos de viaje de la región conocida (Figura 2.9.1) usando una aproximación de banda estrecha.

El concepto de banda estrecha puede visualizarse en la Figura 2.9.1. Podemos observar que a todos los puntos se les asocia un título, nos referiremos a ellos como vivos, cercanos o alejados. Los puntos vivos yacen en la región conocida de la banda estrecha y tienen valores de tiempo de viaje correctos; los puntos cercanos se encuentran dentro de la banda estrecha y tienen valores de prueba calculados usando la Ecuación (2.9.2) únicamente con los puntos vivos; los puntos alejados se encuentran en la región desconocida de la banda estrecha y no tienen valores calculados de tiempo de viaje.

La banda estrecha se desarrolla al identificar el punto cercano con el menor tiempo de viaje y marcándolo como punto vivo, y luego se marcan todos los puntos vecinos alejados como cercanos.

Finalmente, todos los puntos cercanos adyacentes a los nuevos puntos vivos tienen tiempos de viaje actualizados con la Ecuación (2.9.2). La forma de la banda estrecha se aproxima a la forma del frente de onda del primer arribo y la idea es propagar la banda a través de toda la malla hasta que todos los puntos estén vivos.

En conclusión, el FMM es un método incondicionalmente estable para resolver de manera directa la ecuación eikonal con diferencias finitas. El método fue originalmente desarrollado en el campo de las matemáticas computacionales y hasta la fecha ha tenido poca aplicación en el campo de la sismología.

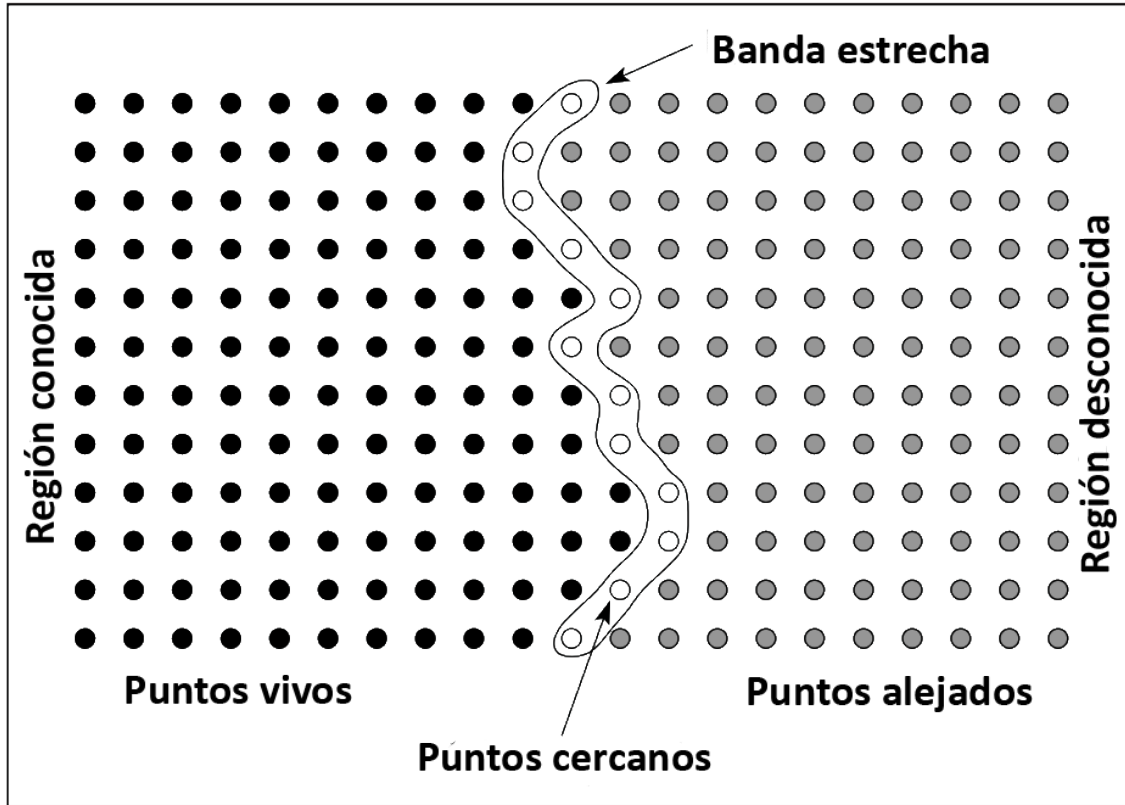


Figura 2.9.1. Principio del método de banda estrecha para seguir la trayectoria de los primeros arribos de frente de onda. Figura modificada de Rawlinson & Sambridge (2004).

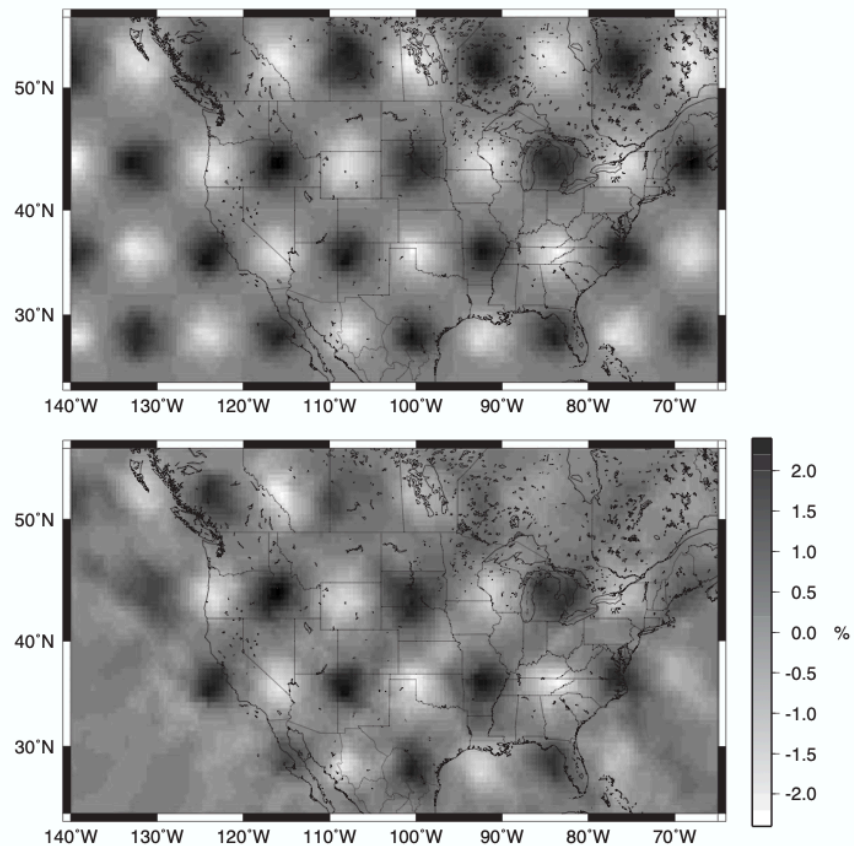
## 2.10 Pruebas de sensibilidad

Para obtener una estimación rápida de la influencia del amortiguamiento en la solución tomográfica es posible utilizar pruebas de sensibilidad. De acuerdo con Nolet (2008:285), para sistemas tomográficos “muy grandes”, cuando el número de datos de entrada puede saturar la capacidad computacional, estas pruebas pueden llegar a ser el único método factible para tener una idea del poder de resolución sin llevar los recursos computacionales al máximo.

Para entender cómo funciona una prueba de sensibilidad, se puede suponer que a cierta profundidad se tiene un rasgo con geometría puntiaguda. Es posible diseñar un modelo únicamente con este rasgo al que se le nombra  $\mathbf{m}_\delta$  y luego calcular un vector de datos artificial (sintético)  $\mathbf{d}_\delta = \mathbf{A}\mathbf{m}_\delta$ . Después se invierten los datos para obtener una estimación del modelo usando los mismos parámetros de amortiguamiento que se usaron para obtener la solución original:  $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{d}_\delta$ .

Una vez hecho esto, se tienen los elementos necesarios para analizar el resultado comparando la salida de la prueba de sensibilidad  $\hat{m}$  con la entrada (modelo diseñado)  $m_\delta$ . Generalmente una característica brusca presentará un esparcimiento horizontal (*smearing*), o vertical (*leaking*). Al añadir errores aleatorios con una distribución dada (usualmente gaussiana) es posible estudiar los efectos de los errores en la solución regularizada. Un ejemplo de una prueba de sensibilidad puede verse en la Figura 2.10.1.

Si las características de entrada tienen geometrías puntiagudas, se pueden probar efectos de la regularización para un amplio espectro de longitudes de onda (recordando que la transformada de Fourier de una función delta es igual a 1). En un esfuerzo de estudiar el poder resolutivo global del modelo, es usual distribuir puntas o espigas en un patrón regular, o bien, se usa un modelo sintético con forma de *checkerboard* alternando anomalías positivas y negativas.



**Figura 2.10.1.** Ejemplo de prueba de sensibilidad usando un *checkerboard* de geometrías puntiagudas gaussianas con un ancho de 400 km a una profundidad de 600 km debajo de América del Norte. Arriba: Modelo de entrada. Abajo: Resultado de la inversión de los datos sintéticos generada por el modelo de entrada. Figura tomada de Nolet (2008:286).

Las pruebas de sensibilidad no funcionan como un reemplazo de un análisis de resolución y varianza formal en el modelo final. En este sentido, siempre es recomendable tener en mente que los resultados de las pruebas de sensibilidad reflejan la influencia de la regularización subjetiva de quien lleva a cabo la tomografía, mientras que los análisis de resolución verdaderos son independientes del modelo final escogido.

Otras pruebas que pueden ayudar a juzgar la fiabilidad de los resultados o la exactitud de la regularización es la *validación cruzada*, el *jackknife* y el *bootstrap*. Las técnicas de remuestreo como la *validación cruzada* o el *bootstrapping* sólo deberían ser utilizadas en tomografía sísmica con extrema cautela, pues requieren que el sistema sea estrictamente sobredeterminado (Nolet, 2008).

Deben ser aplicados al sistema amortiguado y el parámetro de amortiguamiento debe reflejar la información física verdadera en el rango de los valores del modelo o sus derivadas (suavidad del modelo). Es necesario tener en claro esto porque suele ocurrir que se asignen valores subjetivos de amortiguamiento que cumplen con la solución que el geofísico considera más apropiada.

Por otra parte, si se dispone de información a priori útil, estas técnicas pueden ayudar al geofísico a obtener estimaciones robustas de los modelos de error y resolución sin ninguna suposición a priori sobre la distribución de los errores.

En la clásica variante de la *validación cruzada*, se deja fuera un dato, se invierte el conjunto de datos y luego se compara qué tan bien predicho está el omitido. Se repite esto para todo el conjunto de datos y se calcula el desajuste de la raíz media cuadrática de todas las predicciones.

Una variante que resulta más eficiente es conocida como *jackknifing* y consiste en remover una fracción de los datos (p.ej., 10 %) y aplicar la prueba para el resto de ellos. Entre más grande sea la fracción escogida, más rápido se llevará a cabo el proceso de cómputo, pero la desventaja más obvia es que la predicción se verá afectada entre mayor cantidad de información sea descartada, lo cual podría significar que el sistema lineal resultante no sea completamente representativo del conjunto total de datos.

El *bootstrapping* es parecido al *jackknifing*, la única diferencia es que, en vez de remover un porcentaje de los datos de la población inicial, éste se reemplaza duplicando los datos seleccionados aleatoriamente del conjunto sobreviviente de datos.



## 3 Metodología: Inversión tomográfica en la región centro-sur de México

### 3.1 Selección de datos sísmicos

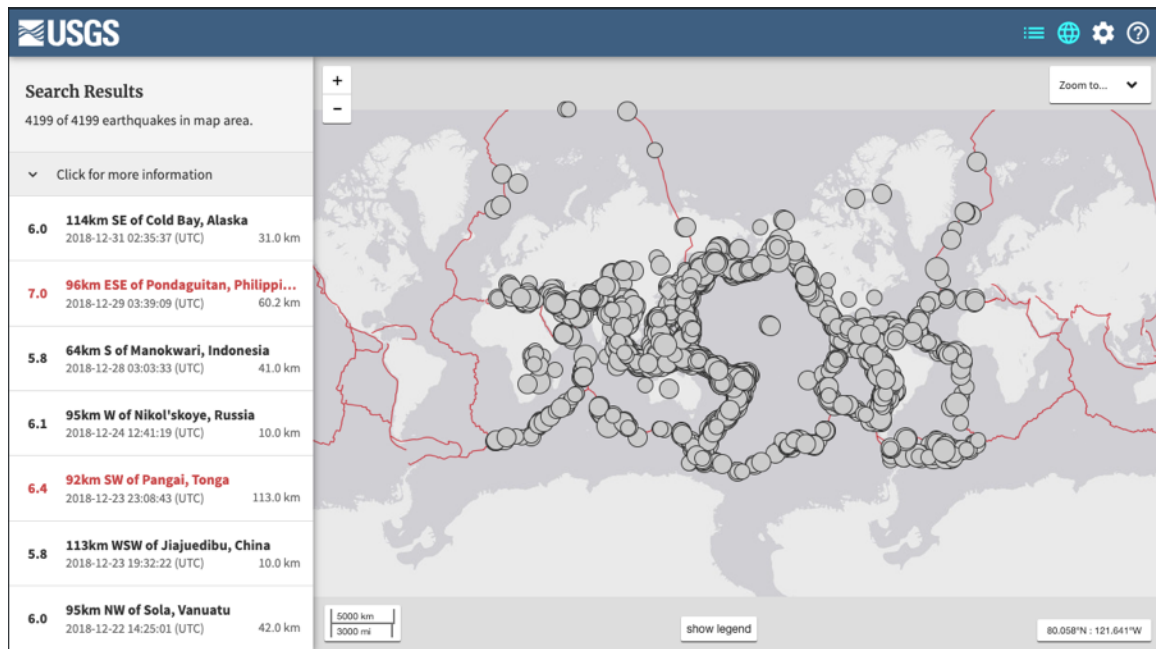
Antes de iniciar el proceso de inversión tomográfica de ondas P, es necesario establecer el tipo de datos que se deben utilizar. De esta manera, se escogieron 7131 señales registradas a una distancia epicentral entre los 30° y 90° entre el 14-03-2002 y el 31-12-2018, con magnitud  $M \geq 5.8$ , para evaluar únicamente las primeras fases de arribo de los sismogramas seleccionados.

Es común que cuando solamente se procesan las ondas P de telesismos, se escoje un rango de distancia entre los 30° y 90° (aproximadamente entre 3330 y 9990 km, correspondiendo a una lentitud de 0.042 y 0.079 s/km, respectivamente). Se escogen distancias epicentrales mayores a los 30° para evitar la triplicación de los rayos que tienen su punto de reflexión en el manto superior. Los datos obtenidos a partir de fuentes que se encuentran a distancias menores a los 30° suelen ser complicadas por las triplicaciones que presentan, causadas por las discontinuidades del manto superior (Wapenaar, 2008:243). Además, a estas distancias se les asocian eventos locales, cuyos rayos describen trayectorias más cercanas a la horizontal (Stein & Wyssession, 2003) y son afectados por la transición del manto superior a la corteza (Havskov & Ottemöller, 2010). Por otra parte, después de los 90°, la forma de onda P es afectada por la presencia de interacciones en el límite núcleo-manto (Nolet, 2008). A estas distancias entre los 30° y 90°, la Tierra puede aproximarse a un medio elástico, homogéneo e isótropo (Coca, 1999).

Para describir el pre-procesamiento de una manera sistemática, se ejemplifica con un solo evento. Este procedimiento fue aplicado para la totalidad de los datos.

Descripción:

1. Se identifican las ubicaciones exactas de todas las estaciones sísmicas.
2. Una vez conocido el periodo de registro de las redes de interés, se descarga el catálogo de eventos, para este trabajo se utilizó el de USGS (Figura 3.1.1). Se escogieron todos los eventos sísmicos magnitud  $M_w \geq 5.8$ , en el periodo de registro establecido por la red de estaciones.



**Figura 3.1.1.** Sismos ocurridos alrededor del mundo en el periodo de registro comprendido entre el 14-03-2002 y 31-12-2018, con  $M_w \geq 5.8$ . USGS.

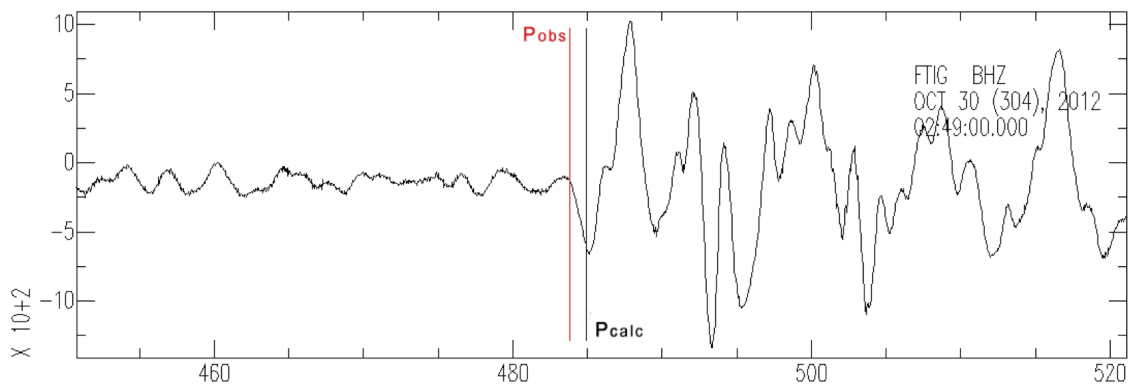
3. El catálogo de sismos puede descargarse en diferentes formatos, se escogió el formato CSV. A este documento se le retiró toda la información innecesaria, con ayuda del programa Catalogen.m<sup>2</sup>
4. Se identifican los eventos sísmicos en un rango de 30° a 90° de distancia, registrados por las estaciones propuestas. Para ello se utilizó el programa CatalogGECO.m<sup>3</sup>, dando como salida un documento en formato .dat, que contiene para cada evento, la fecha, hora, altitud, latitud, longitud, profundidad y magnitud.
5. Se descargan los sismogramas registrados por las estaciones de trabajo con los clientes de GECOstp y SSNstp. Estos sismogramas son descargados en grupos de tres para cada evento sísmico, de tal manera que contienen sismogramas en la componente vertical (Z), Norte (N) y Este (E).
6. Debido a que solo la onda P es de interés, se puede trabajar únicamente con las componentes verticales (Z). Con ayuda de la paquetería de *Seismic Analysis Code* (SAC) se leyeron los archivos en formato SAC en las componentes de preferencia (en este caso, únicamente la vertical).
7. En SAC, se modifica el encabezado de cada archivo (si es necesario) para cada sismograma, colocando correctamente la latitud, longitud y profundidad del

<sup>2</sup> Código escrito en Matlab por Rodríguez-Domínguez. Modificado para la implementación de este trabajo.

<sup>3</sup> Código escrito en Matlab por Pérez-Campos (2003). Modificado por Rodríguez-Domínguez (2013).

evento, haciendo uso del comando 'ch evla ## evlo ## evdp ##' donde los símbolos de gato son los valores correspondientes a la latitud, longitud y profundidad del evento en cuestión, que deben ser conocidos previamente.

8. En el encabezado también se coloca la latitud, longitud y altitud de la estación. Para esto se usan los comandos 'ch stla ## stlo ## stel ##', respectivamente.
9. Se realiza el ajuste de tiempo entre la hora a la que inició el evento y la hora de registro de los sismogramas escribiendo en SAC el comando 'ch o ##' donde los símbolos de gato significan la suma resultante del ajuste de tiempo.
10. Con la herramienta TRAVELTIME de SAC, se marcan los arribos teóricos de onda P y onda S. Basta con escribir: 'traveltime picks 0 phase P S' y luego 'lh AMARKER TOMARKER T1MARKER T2MARKER T3MARKER' o tantos marcadores (markers) se requieran para cada sismograma.
11. A cada uno de los sismogramas se les remueve la tendencia lineal y la media mediante los comandos SAC 'rtrend' y 'rmean', respectivamente.
12. Para mejorar la visualización de los sismogramas, se ejecuta el comando 'qdp off'. El término qdp sirve para realizar *gráficos rápidos y sucios* ('quick and dirty plotting') y se encuentra activado por defecto para presentar los sismogramas más rápidamente. Este comando no grafica cada uno de los puntos contenidos en la información de entrada y es por ello que se opta por "apagar" esta opción.
13. Antes de realizar la selección de fases, se aplican filtros en la banda de frecuencias apropiada para telesismos. Esto permite en muchas ocasiones poder apreciar con mayor claridad la llegada de la onda P en los sismogramas. Se utilizaron dos filtros pasa bandas en las frecuencias de 0.01 Hz a 5 Hz y de 0.02 Hz a 2 Hz. No obstante, se recomienda que la selección de las fases sea realizada en la señal original. En este sentido, los filtros únicamente fungen como apoyos visuales.
14. Utilizando la herramienta PPK de SAC, y haciendo la selección de fases (*picking*) conforme el manual de SAC indica (con la letra A del teclado) se escoge el primer arribo de onda P según el criterio del analista (Figura 3.1.2). La diferencia entre el picado propuesto por SAC (basado en el modelo iasp91, como opción predeterminada) y el sugerido por el analista, no debe tener una diferencia de tiempo mayor de 1 s, generalmente.
15. Se guardan los cambios realizados y se repite el proceso para todos los eventos.



**Figura 3.1.2.** Sismograma de un evento telúsmico registrado por la estación ANGO de la red de GECO. La onda Pcalc (línea vertical negra) es una referencia marcada con el uso del modelo iasp91, mientras que Pobs (línea vertical roja) es la fase seleccionada manualmente. Las diferencias en tiempo Pcalc – Pobs no deben ser muy grandes, en general, menores de 1 segundo. Estas diferencias de tiempo representan la entrada a la tomografía.

Una vez realizada la selección de fase P de todos los eventos, se elaboró un script en un cliente de Unix para leer de los encabezados, los tiempos del modelo teórico de iasp91 y de los seleccionados manualmente, pues estas diferencias de tiempo representan los tiempos de viaje residual,  $\Delta T = Pcalc - Pobs$  (Figura 3.1.2), que son las entradas para el proceso de tomografía de ondas P.

### 3.2 Tomografía telúsmica con marcha rápida (Fast Marching Teleseismic Tomography, FMTT)

El FMTT<sup>4</sup> es una paquetería de código abierto escrita en Fortran 90 por el Dr. Nicholas Rawlinson, de la Escuela de Investigación de Ciencias de la Tierra, en la Universidad Nacional Australiana. El código sirve para realizar la tomografía telúsmica de tiempo de arribo, usa el FMM para generar la predicción del modelo directo y una inversión del subespacio para la generación del modelo invertido.

Se trata de un modelo iterativo no lineal en el hecho de que la inversión supone una linealidad local, sin embargo, la aplicación repetida del FMM y la inversión del subespacio permite una reconciliación de la relación no lineal entre la velocidad y la perturbación en los tiempos de viaje.

<sup>4</sup> Código de Tomografía Telúsmica (FMTT V1.0): <http://rses.anu.edu.au/~nick/teletomo.html>

Los tiempos de viaje de los diferentes eventos son calculados para la base de un modelo local de tres dimensiones debajo de los arreglos de receptores usando el modelo de ak135 para las predicciones. En este sentido, se asume que la Tierra es esféricamente simétrica.

El FMM comienza desde la base del modelo para calcular los tiempos de viaje a los receptores, localizados en cualquier región dentro del modelo. Se produce un campo continuo de velocidad que está segmentado en cubos para producir una malla computacional para el FMM. El número de segmentos está relacionado con la exactitud de los tiempos de viaje y puede ser controlado por el usuario, a reserva del poder computacional disponible.

La paquetería FMTT permite combinar conjuntos de datos provenientes de más de un arreglo telesísmico para una sola inversión. Esto es útil si se tiene un despliegue secuencial de arreglos sísmicos realizado para cubrir una región extensa de la Tierra de manera acumulativa. Sin embargo, si los residuales de tiempos de arribo relativo son usados bajo estas circunstancias, las características en el subsuelo asociadas a longitudes de onda grandes no podrán ser recuperadas.

### 3.3 Generación de modelos

La paquetería de FMTT permite la generación de modelos de manera automatizada, sin embargo, se encontraron inconsistencias en la ejecución por lo que se optó por generarlos de manera independiente respetando el formato de entrada previamente establecido por el código.

El formato de los modelos varía primero en profundidad, luego en latitud y por último en longitud. En la Figura 3.3.1, se puede apreciar este formato. En la línea 1 se indica el número de vértices en profundidad, latitud y longitud, respectivamente. La línea 2 especifica el origen de la malla 3D en altura, latitud y longitud. La altura se escribe en kilómetros sobre el nivel del mar y debe contener el valor de altura de la estación más alta del arreglo, o un valor mayor. La tercera línea contiene el espaciamiento en profundidad, latitud y longitud. El espaciamiento en profundidad está en kilómetros, mientras que las unidades en latitud y longitud son grados.

Las líneas restantes muestran la velocidad y el error *a priori* asociados a cada uno de los vértices definidos por la malla, comenzando desde el origen. Es importante notar que el número de nodos especificado en la primera línea no coincide con el número de datos en cada uno de los bloques que aparecen a partir de la línea 5, pues en cada bloque existen

15 elementos y no 13. Esto sucede porque en el encabezado de estos archivos no se incluyen 2 nodos de amortiguamiento para las fronteras que rodean la malla computacional, no obstante, el archivo sí los incluye.

Esto es necesario para poder describir un campo de velocidades *spline* cúbico de variación suave.

1	13	35	37
2	1.500000	23.500000	-105.000000
3	25.000000	0.280000	0.380000
4			
5	4.90000000	0.30000000	
6	4.90000000	0.30000000	
7	6.52750000	0.30000000	
8	8.00822581	0.30000000	
9	8.02758065	0.30000000	
10	8.04523529	0.30000000	
11	8.04758824	0.30000000	
12	8.04994118	0.30000000	
13	8.10416667	0.30000000	
14	8.15972222	0.30000000	
15	8.21527778	0.30000000	
16	8.27083333	0.30000000	
17	8.33467500	0.30000000	
18	8.40767500	0.30000000	
19	8.48067500	0.30000000	
20			
21	4.90000000	0.30000000	
22	4.90000000	0.30000000	
23	6.52750000	0.30000000	
24	8.00822581	0.30000000	
25	8.02758065	0.30000000	
26	8.04523529	0.30000000	
27	8.04758824	0.30000000	
28	8.04994118	0.30000000	
29	8.10416667	0.30000000	
30	8.15972222	0.30000000	
31	8.21527778	0.30000000	
32	8.27083333	0.30000000	
33	8.33467500	0.30000000	
34	8.40767500	0.30000000	
35	8.48067500	0.30000000	

Figura 3.3.1. Formato de los modelos generados para el FMTT.

El formato puede ser explicado de manera más detallada para facilitar la comprensión de su naturaleza. La línea 5 (Figura 3.3.1) contiene el primer vértice de velocidad (4.9 km/s) del primer bloque de vértices (de la línea 5 a la 19) comenzando en el origen, es decir, con

la altitud en 1.5 km, en la latitud  $23.5^\circ$  y longitud  $-105.0^\circ$ ; la línea 6 contiene el segundo vértice de velocidad (de nuevo 4.9 km/s), pero ahora con una profundidad de 23.5 km, debido a que el espaciamento de profundidad establecido fue de 25 km, para la misma latitud y longitud dicha. La tercera línea de este bloque contiene la velocidad en el vértice ubicado a 48.0 km de profundidad, con las latitudes y longitudes sin presentar variación y así sucesivamente hasta barrer todas las profundidades.

La latitud encontrará su primera variación hasta el inicio del segundo bloque de vértices (línea 21), donde se repite el proceso anterior, indicando la velocidad del vértice con altitud de 1.5 km, en la latitud ahora de  $23.78^\circ$  y longitud  $-105.0^\circ$ . Así, el segundo bloque barre todas las profundidades para la latitud  $23.78^\circ$ , sin presentar cambios en la longitud. Descrito esto, es sencillo pensar que el tercer bloque de vértices barrerá todas las profundidades para la latitud  $24.06^\circ$  y la longitud  $-105.0^\circ$ .

La longitud encontrará su primera variación hasta el bloque número 37, o, dicho de otra manera, hasta el vértice resultante del producto de las profundidades y las latitudes, sin olvidar que el encabezado no toma en cuenta los vértices de amortiguamiento (para este ejemplo es  $15 \times 37 = 555$ ).

Una vez comprendida la forma en que se acomodan los vértices de los modelos de velocidad, básicamente es posible introducir cualquier modelo inicial con cualquier estructura deseada, tomando en cuenta la disposición espacial de todo el volumen de vértices.

El modelo inicial generado que se utilizó en el procesamiento de la tomografía es estratificado con un gradiente de velocidad en aumento conforme a la profundidad (Figura 3.3.2), comenzando con 5.8 km/s para la región somera y terminando en 8 km/s para la región más profunda a  $\sim 400$  km.

Para la prueba de *checkerboard* (modelo o tablero de ajedrez), al modelo inicial generado se le aplicó una perturbación que subdividiera un volumen cúbico en cubos internos de menor tamaño (vóxeles, que son la versión 3D de los píxeles), con intercalaciones de altas y bajas velocidades para cada uno de los cubos internos, con sus aristas orientadas de Norte a Sur.

Para obtener una visualización del echado real de la placa, se necesitan perfiles orientados perpendicularmente a la subducción y debido a que tal orientación no es coincidente con el rumbo Norte-Sur, los cortes realizados al modelo de *checkerboard* no siempre revelan una intercalación uniforme de velocidades. Esto puede entenderse mejor con la Figura 3.3.3. Supóngase que las regiones oscuras se asocian a un valor cualquiera

de velocidad positiva y que las regiones blancas se asocian al valor negativo. La línea de color rojo que corta de A a A', de manera oblicua al modelo, representa un perfil imaginario.

La sección de A-A' de este corte, permitiría observar de forma clara el decremento de velocidad al inicio del perfil. El primer incremento de velocidad se vería como una región más pequeña. Siguiendo hasta el final del corte, el último valor positivo de velocidad parecería de hecho, casi inexistente.

Los modelos de *checkerboard* pueden consultarse en el Anexo A.

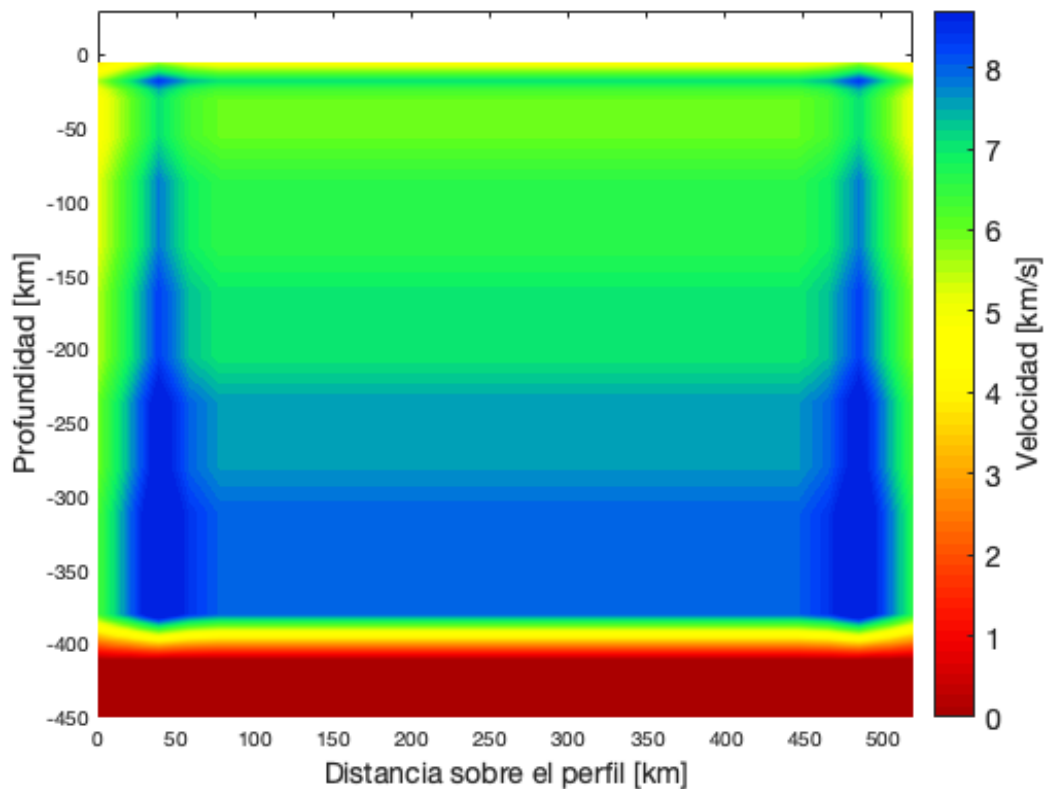


Figura 3.3.2. Modelo de velocidad inicial (estratificado). Para este modelo se escogió que la velocidad promedio en la región somera fuera de 6 km/s, aumentando progresivamente hasta alcanzar la máxima profundidad a la cual se le asocia una velocidad de 8 km/s. Por efectos de borde en la interpolación del modelo, estas regiones se considerarán desconfiables.



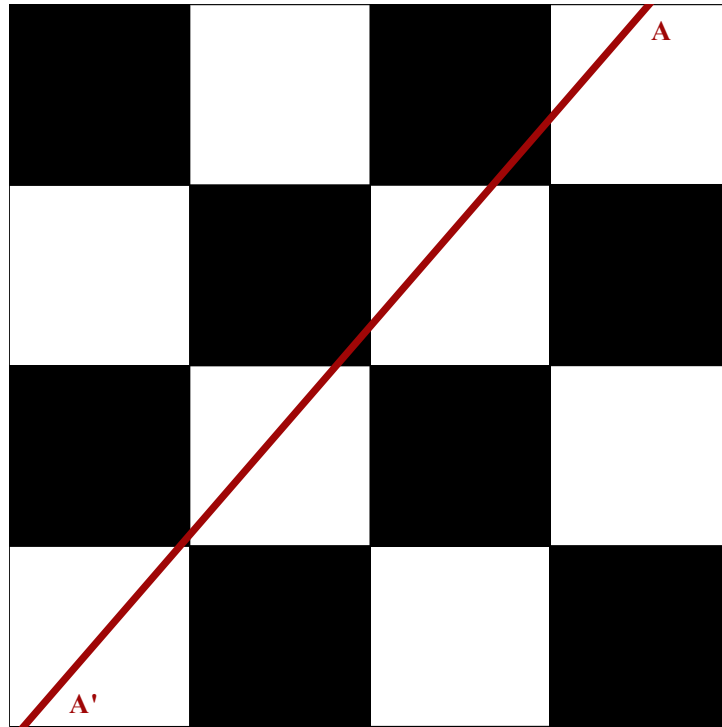


Figura 3.3.3. Modelo idealizado de checkerboard 3D visto desde arriba. Los colores negros representan valores positivos de una velocidad cualquiera, los colores blancos representan el valor negativo. La línea roja que corta al modelo de A a A' es un perfil. La sección obtenida de este corte revela geometrías distintas para las configuraciones de velocidad.

### 3.4 Cálculo de los tiempos de viaje

Los tiempos de llegada telesísmicos para una tomografía son calculados gracias al Método de Marcha Rápida (FMM). El proceso de inversión asume linealidad local, pero al ser iterativo en cada región del subespacio, permite la relación no lineal entre la velocidad y la perturbación de los tiempos de viaje.

El medio por el cual viajan las ondas está directamente relacionado con el tiempo en que tardan atravesarlo, por ello, para la generación de modelos que permitan implementar un modelo inicial, se define una malla de nodos con una interpolación tricúbica *B-spline* (línea polinomial suave), que produce un medio continuo suave y cuya velocidad es controlada. El modelo continuo del campo de velocidades puede ser subdividido para producir un mallado computacional para el FMM. La cantidad de subdivisiones en el mallado permite obtener mayor detalle en los tiempos de viaje, sin embargo, puede significar mayor exigencia computacional.

Para poder realizar el proceso de inversión en este trabajo, los tiempos de viaje provenientes de cada uno de los eventos telosísmicos se calculan a la base de un modelo 3D debajo de los arreglos de estaciones (Figura 3.4.1), para ello se utiliza el modelo unidimensional de velocidades *ak135* (Kennett *et al.*, 1995) y se considera que la Tierra es un modelo simétricamente esférico fuera del modelo cúbico local. El FMM comienza su ejecución a partir de la base del modelo cúbico para calcular los tiempos de viaje de las fuentes a los receptores.

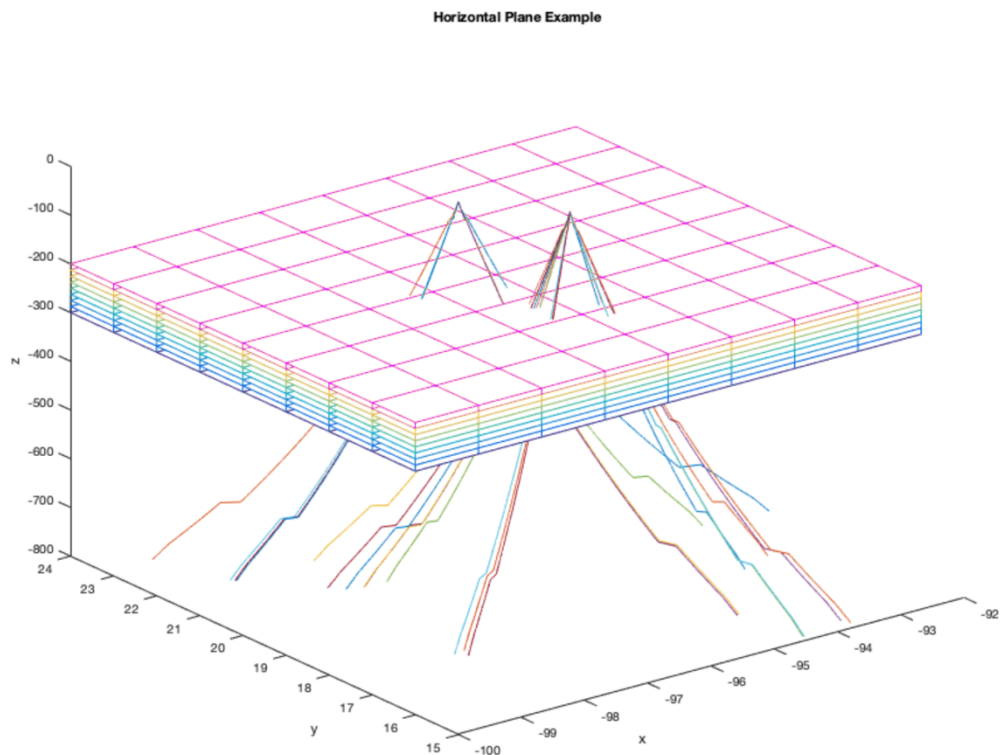


Figura 3.4.1. Representación gráfica de una porción del modelo cúbico. Se tiene un mallado horizontal que barre desde la superficie hasta una profundidad definida por el conjunto de nodos establecido durante el procesamiento. Igualmente se tiene un mallado vertical que barre las latitudes y longitudes definidas por los nodos establecidos durante el procesamiento. Las líneas que atraviesan la porción del modelo cúbico, representan los rayos de los frentes de onda asociados a cada evento sísmico. Se aprecia que los rayos convergen en dos puntos, los cuales delimitan la posición proyectada al nivel medio del mar, de las estaciones empleadas, en este caso dos.

Los tiempos de viaje a través del modelo 3D son calculados usando el FMM de manera que la banda estrecha inicial engloba todos los puntos en la base de la cuadrícula. La aplicación del FMM con la paquetería del Fast Marching Teleseismic Tomography (FMTT), permite regular los cortes del B-spline en  $r, \theta, \phi$ . Es decir, es posible establecer el espaciado de la cuadrícula de propagación a través de la cual el FMM calcula los tiempos de viaje.  $r$  se refiere a la componente radial,  $\theta$  a la componente latitudinal, y  $\phi$  a la componente longitudinal. La variación de estos parámetros especifica la orientación del sub-muestreo del campo continuo de velocidad como se encuentre definido por las regiones cúbicas de velocidad en el B-spline, que interpolan la cuadrícula de velocidad.

La cuadrícula de propagación, que es requerida por el FMM para resolver la ecuación eikonal, puede ser cualquier remuestreo regular del campo continuo de velocidad y por ende no es necesario que esté relacionado con la cuadrícula de inversión. Sin embargo, en la paquetería, el punto de separación de la cuadrícula de propagación se define como función del punto de separación de la cuadrícula de inversión por medio del factor de segmentación. Este factor de segmentación simplemente especifica el número de celdas de la cuadrícula de propagación que barren la misma distancia que una celda de la cuadrícula de inversión, asegurando que la separación entre los nodos de la cuadrícula de propagación siempre será más pequeña que la mínima longitud de onda de la estructura definida por la cuadrícula de inversión.

También se puede establecer si se desea que el esquema de diferencias finitas sea de primer orden o de orden mixto. Esto se refiere a la exactitud del esquema [de la región conocida de nodos](#) de diferencias finitas que se usará para resolver la ecuación eikonal. El esquema de primer orden es incondicionalmente estable, mientras que el esquema de orden mixto es nominalmente de segundo orden exacto, pero regresa a las aproximaciones de primer orden cuando los tiempos de viaje requeridos para una aproximación de segundo orden no están disponibles. Para el FMTT no se ha probado que el esquema mixto sea incondicionalmente estable, sin embargo, es considerado robusto de acuerdo con las pruebas realizadas por el autor.

Es posible modificar el tamaño de la banda estrecha, el parámetro se incluye como una forma de conservar memoria porque realmente el tamaño de la banda estrecha (que encapsula el frente de onda del primer arribo) es desconocido antes de iniciar el proceso, por lo que se escoge una fracción del total de puntos de la cuadrícula de propagación.

Los frentes de onda son simplemente iso-contornos del campo de tiempo de viaje. Las trayectorias de rayo son calculadas *a posteriori* siguiendo el gradiente del campo de tiempo de viaje ( $\nabla T$ ), a partir de cada receptor, de regreso a la fuente.

### 3.5 Rutina de inversión

Un proceso de iteración de inversión de tiempo de viaje linealizada localmente puede ser realizado controlando el factor de amortiguamiento y un factor de suavizamiento. El factor de amortiguamiento procura que el modelo solución no se aleje demasiado del modelo inicial, mientras que el factor de suavizamiento restringe al modelo solución. Aunque ambos factores pueden ser modificados al gusto del usuario, la idea es obtener un modelo suavizado que no se encuentre demasiado perturbado por el modelo inicial, y que aun así satisfaga los datos de entrada.

Otra variable que puede ser modificada al gusto del usuario es el tamaño de la dimensión del subespacio. El método de inversión que usa el FMTT es llamado *inversión del subespacio*, debido a que proyecta el problema inverso linealizado completo sobre un modelo espacial de  $n$ -dimensiones mucho más pequeño. Esto brinda la ventaja de que la solución al problema inverso únicamente requiere la inversión de una matriz  $n \times n$ .

El hecho de incrementar el número  $n$  de elementos en la matriz incrementa a su vez el tiempo requerido para realizar el problema de inversión y también provoca que los vectores pierdan independencia lineal. La descomposición en valores singulares es utilizada para ortogonalizar el conjunto resultante de  $n$  vectores y elimina aquellos que son redundantes. De acuerdo con las recomendaciones establecidas por el autor, carece de sentido darle un valor a  $n$  mayor que 10.

Finalmente, existe una opción para incluir los términos de las estaciones como desconocidos en la inversión. Debido a la geometría de la trayectoria de rayo, los datos telesísmicos no limitan la estructura somera, puesto que el límite superior está controlado en gran parte por el espaciamiento entre las estaciones. Esto a menudo contribuye significativamente a los patrones residuales de los tiempos de arribo.

Una forma de procurar mitigar la influencia de estas contribuciones en la reconstrucción bien resuelta de estructuras más profundas es asignar un parámetro residual de tiempo de viaje (o término de estación) a cada estación receptora. Incluyendo estos como parámetros desconocidos en la inversión, se espera que las contribuciones de las estructuras someras a los patrones de los residuales de tiempo de viaje sean absorbidas por término de la estación, en vez de que sean mapeados erróneamente sobre la estructura más profunda.

A pesar de que es necesario organizar diferentes archivos de entrada para poder llevar a cabo propiamente la tomografía con el FMTT, en principio, si se desea llevar este código a otra región de estudio, basta con tener un archivo que especifique la ubicación de todas las fuentes o puntos de origen de los sismos cuyas fases han sido seleccionadas; un archivo con las ubicaciones de todas las estaciones utilizadas; un archivo donde se establezca el campo del modelo de velocidad inicial; y un archivo que contenga los residuales de tiempo de arribo.

### 3.6 Aplicación y resultados de la tomografía

La selección de los perfiles de este trabajo (Figura 3.6.1) se realizó tomando en cuenta los propuestos por Dougherty & Clayton (2014) quienes utilizaron 21 perfiles espaciados cada 25 kilómetros con una orientación aproximadamente perpendicular a la Trinchera Mesoamericana (TM). De éstos, se seleccionaron 10 (del 7 al 16 de acuerdo con su artículo) debido a la disposición de las estaciones con la que se cuenta en este estudio.

Los frentes de onda de cada evento telesísmico son descritos por rayos que atraviesan el medio hasta llegar a cada una de las estaciones en el mapa (Figura 3.6.1). Para observar la trayectoria de cada uno de los rayos proyectada a cada uno de los perfiles, se puede consultar en el Anexo B.

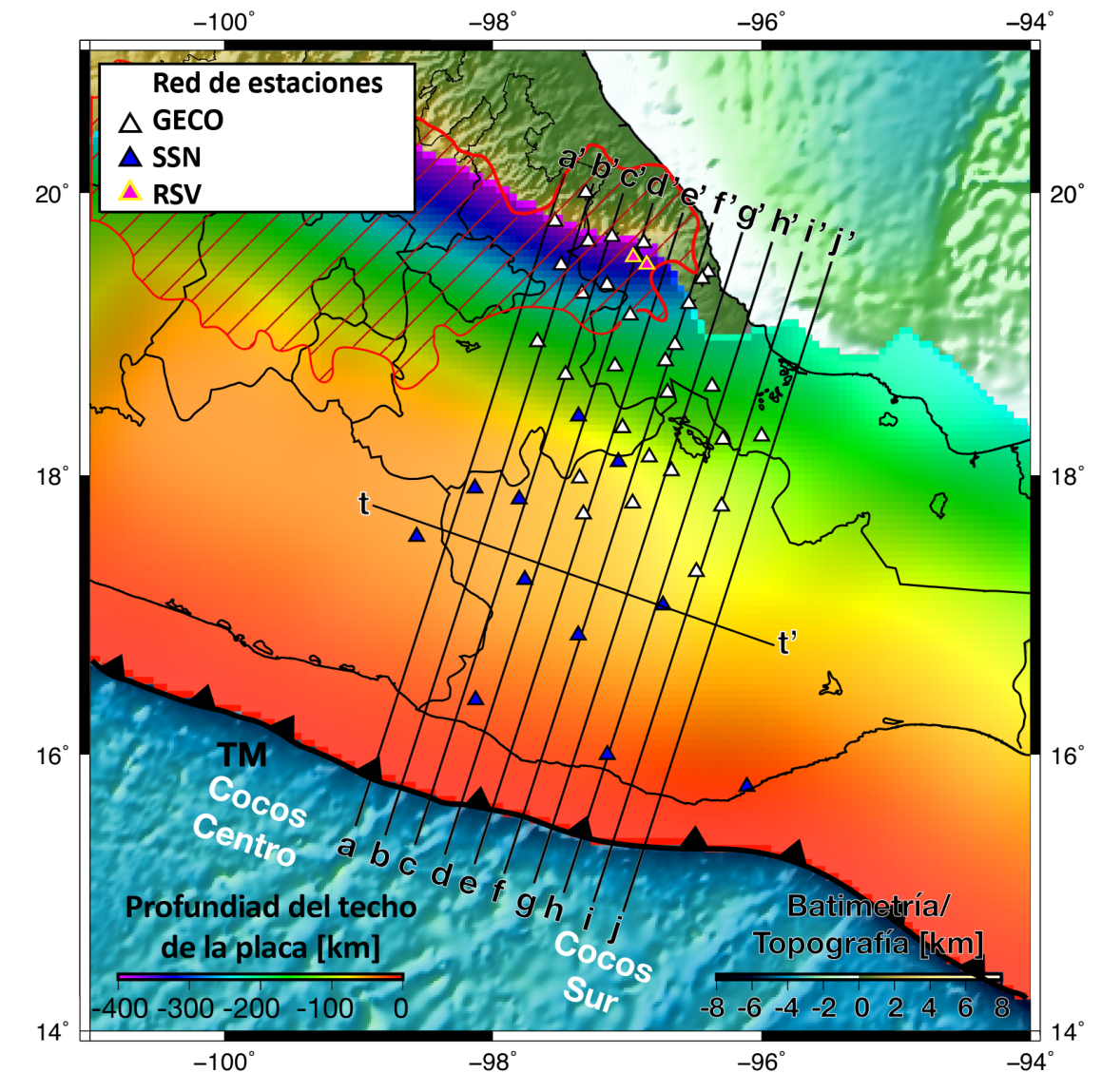
El resultado de la inversión tomográfica que representa el modelo de velocidades calculado a partir de un modelo inicial estratificado, se presenta como un conjunto de secciones tomográficas (figuras 3.6.2 - 3.6.12) correspondientes a cada uno de los perfiles mostrados en la Figura 3.6.1.

A continuación, se describe la simbología empleada para las figuras 3.6.2 a la 3.6.12, posteriormente se retomará la descripción de cada uno de los tomogramas. Así, en las figuras mencionadas, se puede observar en la parte superior, con una curva delgada de color negro, la topografía correspondiente al perfil<sup>5</sup>. Los círculos morados simbolizan los hipocentros de la actividad sísmica (durante el periodo de operación de todas las estaciones utilizadas) proyectada al perfil con una distancia no mayor de 12.5 km a partir de éste. Cabe recordar que la separación entre perfiles es de aproximadamente 25 km; es decir, no hay empalme en la sismicidad que se visualiza en cada perfil. La curva de color café representa el límite entre la corteza y el manto según Rodríguez-Domínguez (2019).

---

<sup>5</sup> Los datos de topografía fueron obtenidos del NOAA (National Oceanic And Atmospheric Administration).

Los datos de las localizaciones de eventos fueron obtenidos del Catálogo de Sismos del SSN (UNAM, IGEF, SSN, 2020).



**Figura 3.6.1.** Zona de estudio. Las líneas rectas de color negro representan los perfiles de la tomografía, comenzando en la región sur, de los extremos a - j, y terminando en la región norte, con las letras a' - j'. El gradiente del naranja al morado es la profundidad del techo de la placa de Cocos que se tiene modelada hasta el momento con base en la sismicidad (Hayes *et al.*, 2018). La línea continua roja delimita el borde de la FVTM; la curva dentada a picos es el límite de la Trincheras Mesoamericana; mientras que los triángulos muestran la disposición de las estaciones utilizadas en este estudio tal y como se observa en la leyenda del mapa.

De esta manera, para cada uno de los siguientes perfiles, la curva de mayor grosor en color gris delimita la profundidad de la placa de Cocos que se tiene modelada hasta el momento. Los datos corresponden al modelo Slab2.0 (Hayes *et al.*, 2018). La curva delgada y discontinua que rodea ciertas zonas de la imagen tomográfica corresponde con la región de confianza de acuerdo con las pruebas de *checkerboard* (ver Anexo A)

El recuadro de cada sección (figuras 3.6.2 a 3-6-12) indica la profundidad en kilómetros sobre el eje de las ordenadas, y la distancia a partir del punto inicial (región sur) de cada perfil. La escala de colores que va del rojo al azul, indica el porcentaje de la diferencia de velocidades del modelo inicial con respecto al modelo calculado a partir de la inversión tomográfica.

Las regiones mostradas en colores fríos del verde al azul, representan cambios positivos porcentuales del contraste de velocidad del modelo calculado con respecto al modelo inicial, son interpretadas como la placa en subducción, esto tiene sentido, pues las ondas generalmente viajan con mayor rapidez en regiones frías que en cálidas. Los materiales fríos son asociados con átomos de baja energía cinética, lo que le permite al material contraerse, ocupar menor cantidad de espacio para la misma cantidad de materia, aumentando su densidad, reduciendo espacios vacíos y por ende permitiendo un viaje ininterrumpido de las ondas.

Las regiones mostradas en colores cálidos, del naranja al rojo, representan cambios negativos porcentuales del contraste de velocidad del modelo calculado con respecto al modelo inicial, esto quiere decir que son zonas de velocidades más bajas relativas a las zonas de colores fríos. Estas zonas pueden ser asociadas con material más joven y caliente que el bloque de placa subduciendo al interior de la Tierra, pudiendo deberse a flujos provenientes del manto.

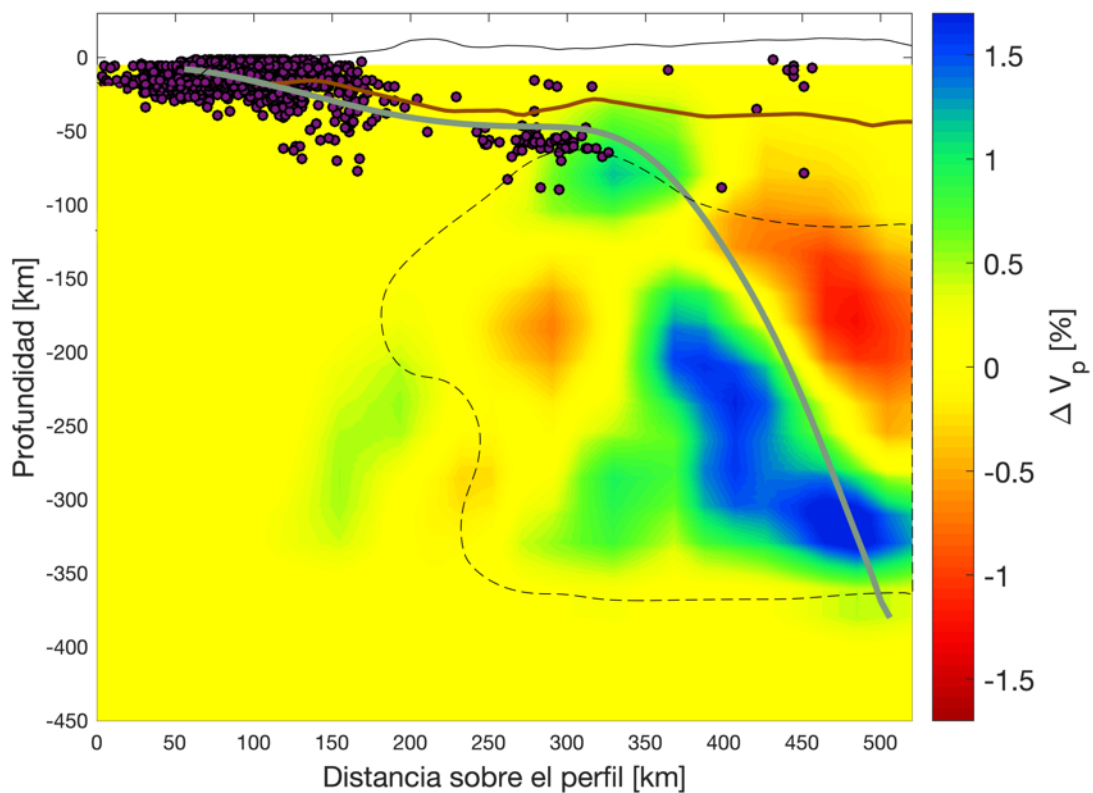
A continuación, se realizará una descripción de cada una de las secciones correspondientes a cada perfil. En la sección a-a' (Figura 3.6.2.), se puede notar una gran región con un porcentaje de información nula. Esto se explica porque para los primeros 100 km de los perfiles, aproximadamente, no hay cobertura de estaciones, esto impide que el modelo calculado detecte una diferencia con respecto al modelo inicial.

El siguiente rasgo a notar es la presencia de un alto en velocidad de los 50 km a los 100 km de profundidad, a una distancia de ~330 km a partir del punto inicial del perfil, el cual es congruente con la actividad sísmica reportada por el SSN (SSN, 2020) y con el modelo Slab2.0 de la placa de Cocos (Hayes *et al.*, 2018). Continuando en profundidad hacia los ~130 km, se observa un vacío rodeado a los costados por un cambio abrupto de velocidad

ahora menor. La presencia del bajo de velocidad parece extenderse hacia más allá del final del perfil, en dirección noreste.

Hacia los ~400 km y ~450 km sobre el perfil, a ~100 km de profundidad aparece una región de menor velocidad, pero que es capaz de romperse, pues de no presentar esta característica, no habría actividad sísmica en la región.

La pausa en la continuidad de la región de alta velocidad podría sugerir una ruptura en de la placa de Cocos aproximadamente a los 130 km de profundidad. Por otra parte, hacia los ~300 km de profundidad finalizando el perfil, la estructura de alta velocidad parece cambiar a una orientación más plana, sin embargo, esto tiene que ver con el alcance de esta tomografía, por lo que ese rasgo debe ser verificado.

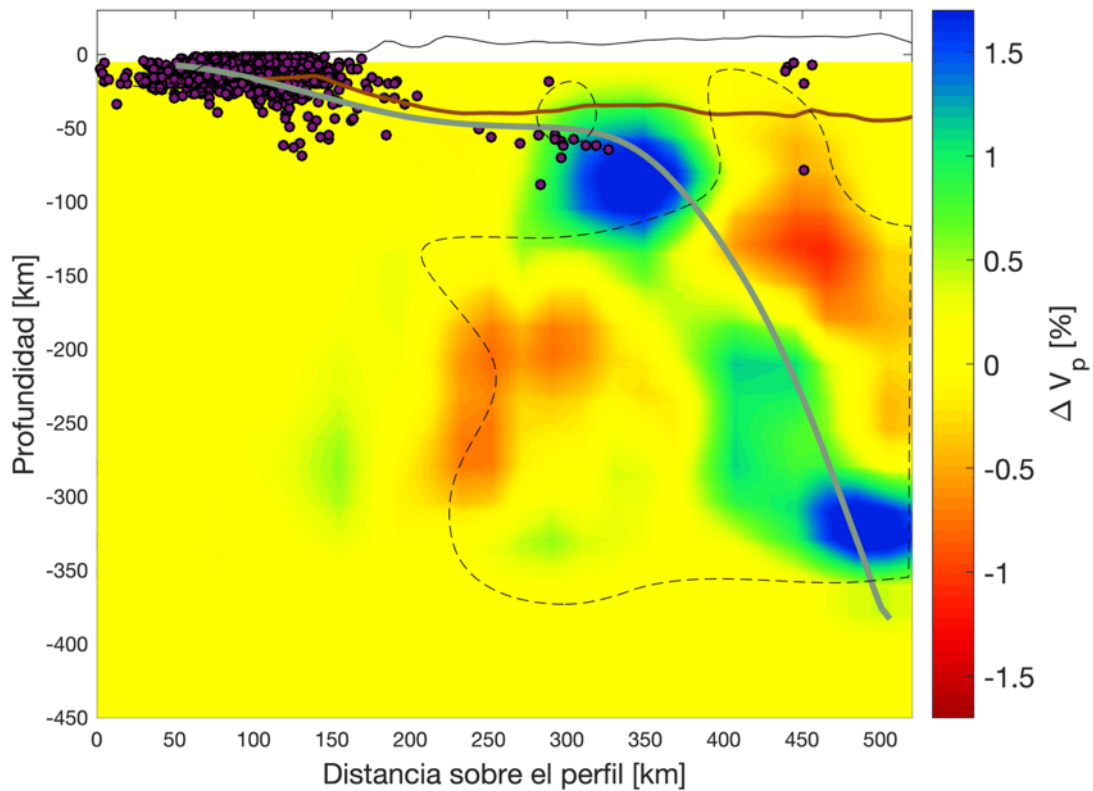


**Figura 3.6.2.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil a-a' de la Figura 3.6.1. La línea café denota Moho; la línea gris representa el techo de la placa de Cocos de acuerdo con el modelo Slab2.0 de Hayes *et al.* (2018); la línea discontinua delimita la región en la que las pruebas de sensibilidad mostraron mejor resolución; los círculos corresponden a los sismos reportados en el catálogo del SSN (SSN, 2020).



Del tomograma b-b' (Figura 3.6.3) es posible comprobar que las características observadas en el perfil a-a' (Figura 3.6.2) se conservan. En el incremento de velocidad más somero, se distingue un aumento del contraste de porcentaje de velocidad con respecto al modelo directo. A pesar de que el incremento de velocidad a  $\sim 70$  km de profundidad y  $\sim 320$  km de distancia sobre el perfil, no se encuentra encerrado por la región de fidelidad, para los demás tomogramas, esta zona sí es congruente con las pruebas de checkerboard. Por otra parte, la región en la que podría interpretarse una ruptura comienza a mostrar un continuo de alta velocidad. Si bien esta observación puede tener un significado físico que indique un modelo continuo de la placa, también es probable que la ruptura aún esté presente y lo que se observa es efecto de la interpolación al momento de obtener la inversión.

Parece ser importante notar que, rodeando la estructura con un decremento de velocidad entre los  $\sim 200$  km y  $\sim 250$  km de profundidad a una distancia sobre el perfil de  $\sim 250$  km existen ciertas marcas de velocidad alta. Este detalle también se aprecia en la sección del perfil a-a' (Figura 3.6.2).

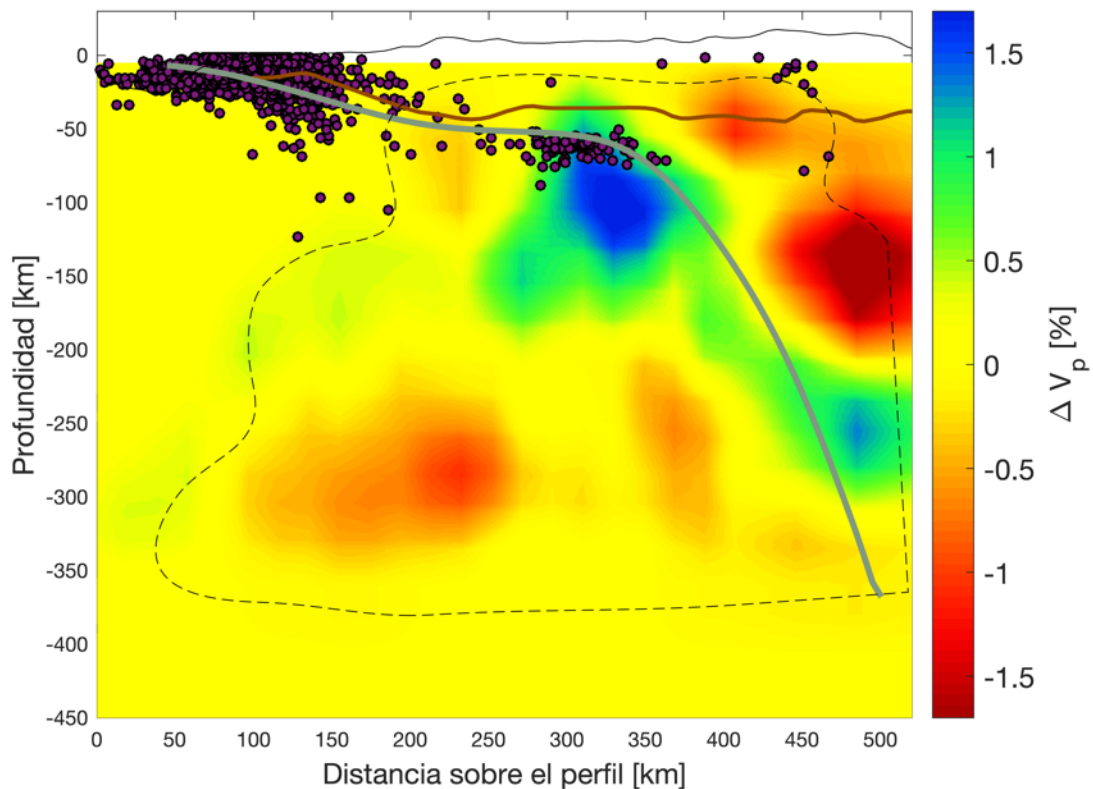


**Figura 3.6.3.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil b-b' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

El rasgo anteriormente descrito aún es notorio en la sección c-c' (Figura 3.6.4). Para este caso, el alto en velocidad se encuentra por arriba del decremento de velocidad, que está a una profundidad de  $\sim 270$  km, por debajo de la placa cuando su ángulo de subducción aún es casi plano. Esta ligera característica con un incremento de velocidad, aproximadamente a 150 km de profundidad al comienzo del perfil, parece mostrar cierta coincidencia con los eventos sísmicos localizados justo por encima.

También se aprecia una pequeña región con un decremento de velocidad en la parte somera, justo por debajo de la placa a los  $\sim 60$  km de profundidad y a los  $\sim 230$  km del perfil.

La zona de colores fríos identificada como la placa, se aprecia continua, apegándose a la curva descrita por su modelo pre-existente (curva gris) hasta los  $\sim 300$  km, donde, según los resultados de la tomografía comienza a adquirir un ángulo de subducción menos pronunciado y sin llegar a la profundidad propuesta por el modelo de sismicidad.



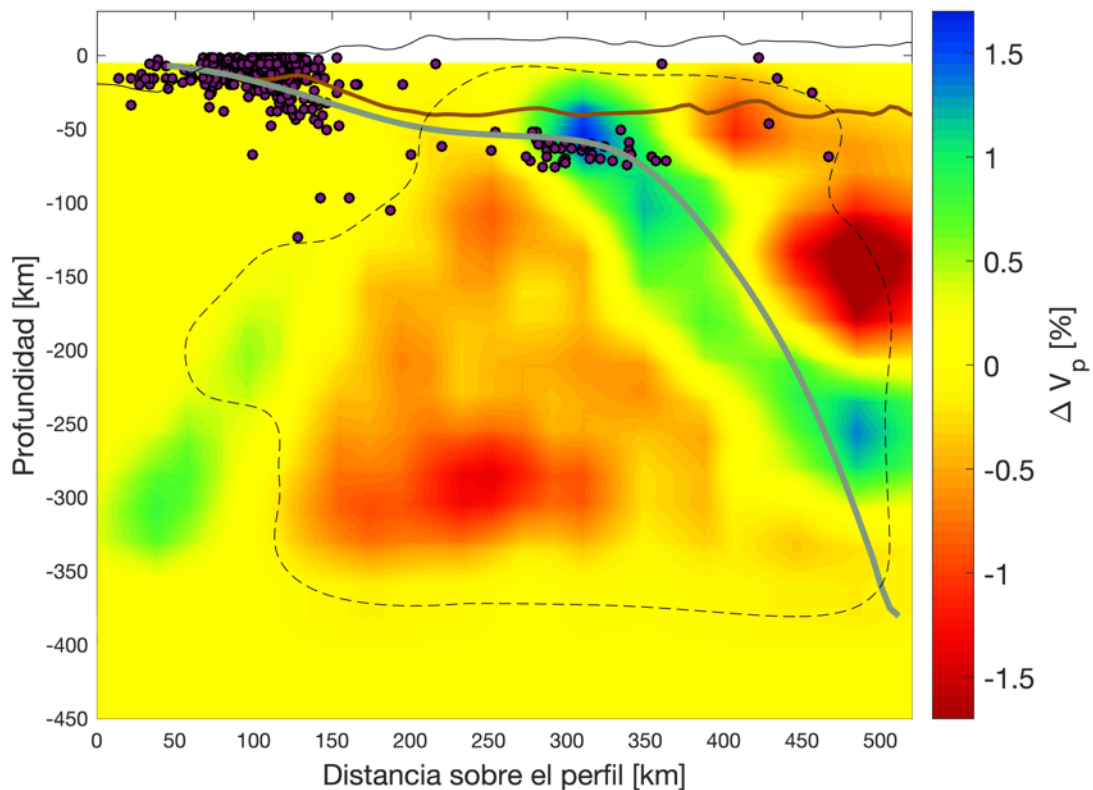
**Figura 3.6.4.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil c-c' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Hacia el extremo final de la sección, se observan decrementos de velocidad que se ilustran muy cercanas al mínimo de  $\Delta V_p$  [%], esta saturación en la escala bien puede ser cierta o bien puede ser propiciada por algún efecto de borde en el modelo de inversión.

El cambio más notorio en la sección d-d' (Figura 3.6.5) es que el decremento de velocidad que aparece antes de lo que se ha identificado como la placa, aumenta de manera considerable con respecto a las secciones anteriores, yendo desde los ~60 km hasta los ~350 km de profundidad, asemejando una forma parecida a un triángulo sobre cuyo vértice superior se distingue actividad sísmica.

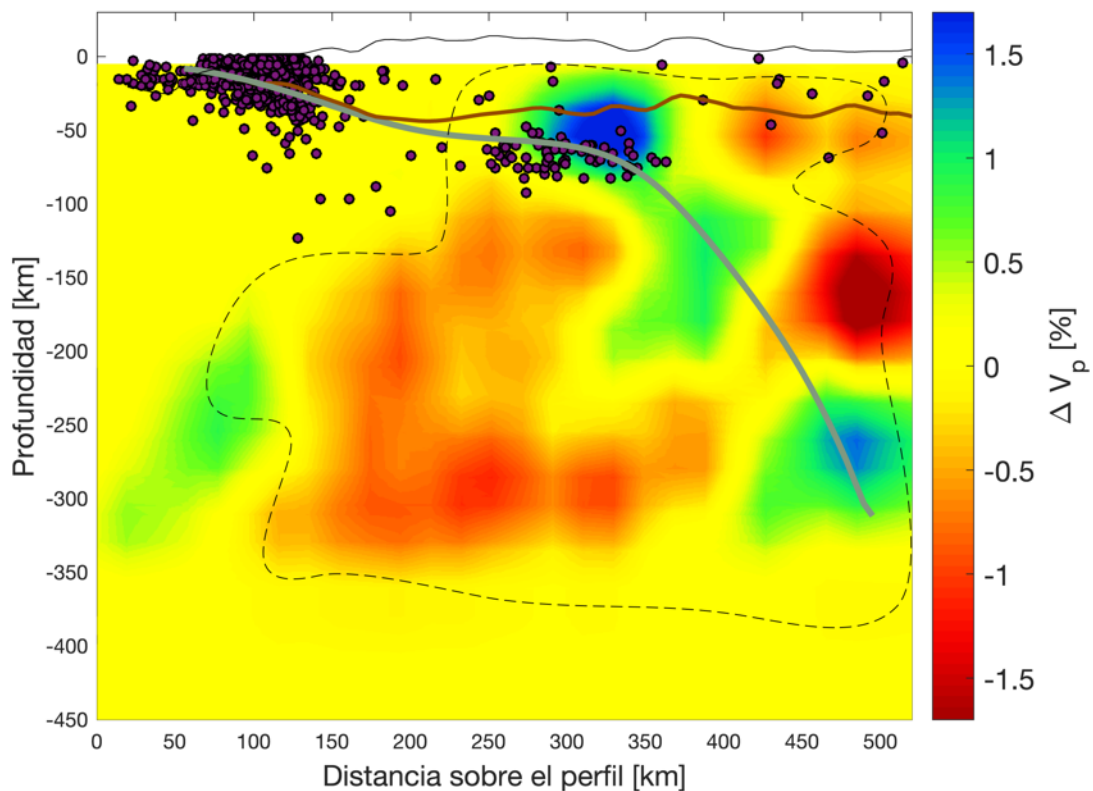
Para esta sección, la subducción de la placa vuelve a apreciarse continua, repitiendo la tendencia a adquirir un ángulo más cercano a la horizontal a ~300 km de profundidad.

La región con un incremento de velocidad en los primeros ~50 km sobre el perfil adquiere mayor importancia y claridad, apreciándose hasta los ~350 km de profundidad.



**Figura 3.6.5.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil d-d' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

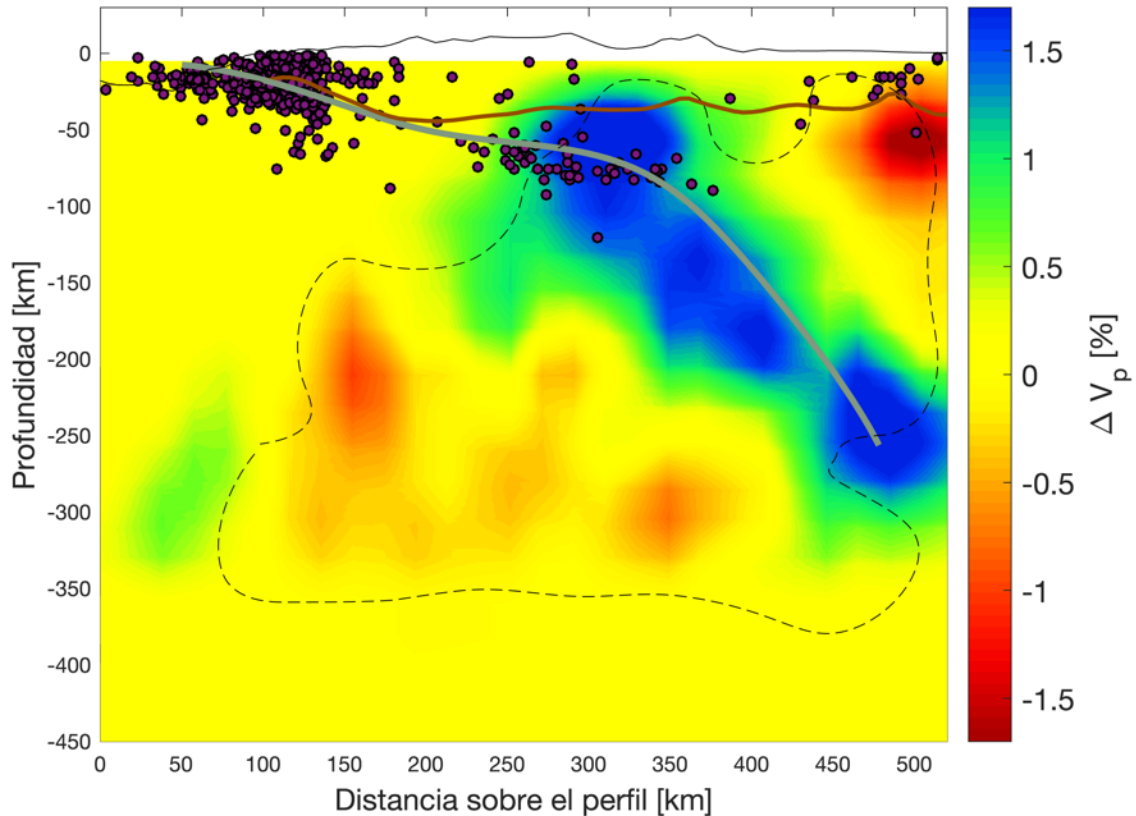
En la Figura 3.6.6, la continuidad de la placa que se había observado en los perfiles b-b' al d-d' (figuras 3.6.3 – 3.6.5), se pierde al ser interrumpida por la inmersión de una estructura con un decremento de velocidad hacia los ~400 km de distancia sobre el perfil y a ~240 km de profundidad. Este rasgo que puede asemejar una ruptura de la placa resulta ser un cambio abrupto, al no haber rastros de su desarrollo en los perfiles anteriores y al perderse totalmente en la sección f-f' (Figura 3.6.7), en donde de hecho, la estructura de la placa muestra un incremento más notorio en la velocidad y delimita una estructura de mayor espesor. La estructura con un decremento de velocidad en la parte central de la sección se ve reducida subyaciendo la presencia de la placa.



**Figura 3.6.6.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil e-e' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Continuando hacia el sureste de México en la sección g-g' (Figura 3.6.8), el espesor vuelve a presentar un aumento notable, así como un contraste muy marcado del incremento de velocidad con respecto al modelo inicial. También es de notar que el decremento de velocidad que había sido constante en todos los perfiles anteriores en la región somera hacia los ~470 km de distancia sobre el perfil, ahora se aprecia como un incremento de velocidad.

De los ~120 km a los ~350 km de distancia sobre el perfil, la actividad sísmica registrada, el modelo previo de la placa y el modelo que sugiere la inversión tomográfica coinciden notoriamente.

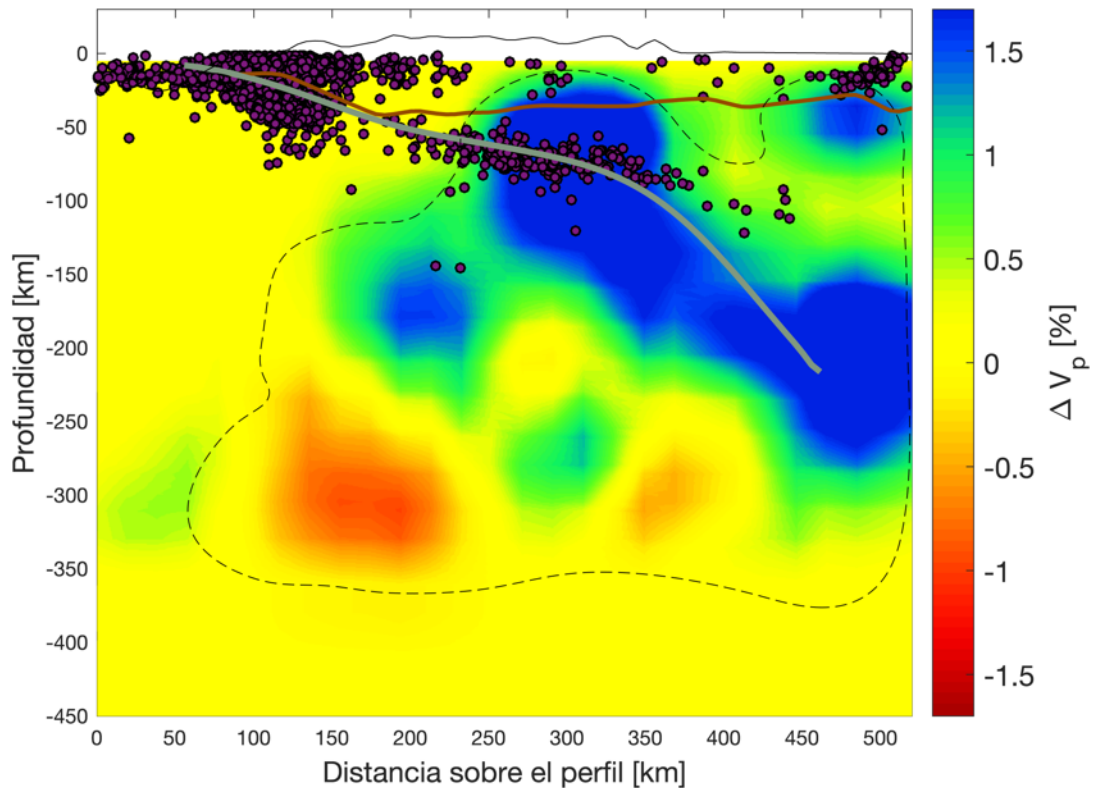


**Figura 3.6.7.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil f-f' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Una característica que se comienza a observar desde el tomograma f-f' (Figura 3.6.7), es que el modelo de velocidades revela que la placa se extiende aún a mayor profundidad de la que se tiene registrada por el modelo geométrico de Slab2.0 (Hayes *et al.*, 2018), el cual sitúa la máxima profundidad de la placa en los ~215 km, mientras que el modelo tomográfico revela un incremento de velocidad contrastante hasta los ~280 km de profundidad.

Es interesante resaltar que a ~170 km de profundidad y a ~200 km sobre el perfil, justo por arriba de la región de baja velocidad, se aprecia un cúmulo de alta velocidad que parece alejarse de la extensa región también de alta velocidad que coincide con el modelo previo de la placa. De la misma forma ocurre con un cúmulo más pequeño ubicado hacia los ~270 km de profundidad y ~300 km de distancia sobre el perfil.

La observación anterior es importante, porque en la sección del perfil h-h' (Figura 3.6.9), estos dos cúmulos parecen formar un continuo, que se despega en dirección a la Trinchera Mesoamericana, de la subducción de la placa que se observa en las secciones anteriores. Cabe resaltar que el espesor que muestra el modelo de velocidades se ve adelgazado de los ~100 km a los ~150 km de profundidad y de los 300 km a los 340 km de distancia sobre el perfil, mientras que, en el extremo noreste, en la región somera, el incremento de velocidad se conserva y revela congruencia con la sección anterior.



**Figura 3.6.8.** Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil g-g' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Del perfil i-i' (Figura 3.6.10) se obtiene una sección con un cambio drástico, de los 200 km a los 350 km de distancia sobre el perfil, la placa se ve interrumpida por un decremento de velocidad que se extiende en profundidad desde la corteza hasta los 250 km haciendo que el modelo de altas velocidades adquiera una curvatura que rodea a la estructura con el decremento de velocidad en dirección a la trinchera.

De los ~400 km a los ~470 km de distancia sobre el perfil, el modelo de velocidades permanece congruente con el modelo geométrico previo, sin embargo, se aprecia un adelgazamiento en ~430 km de distancia sobre el perfil y a ~270 km de profundidad.

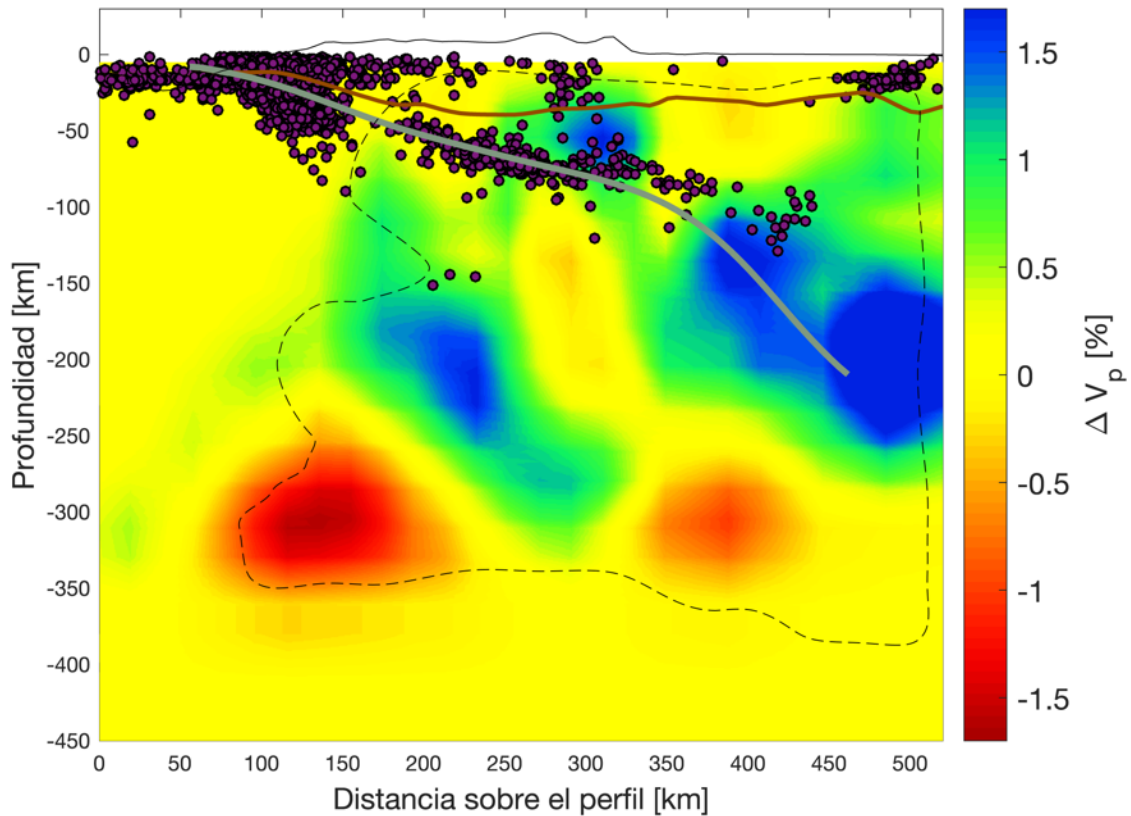


Figura 3.6.9. Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil h-h' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

En el extremo final del perfil, a la profundidad de la corteza, se observa actividad sísmica que delimita claramente un incremento de velocidad en esta región, debajo del cual se identifica un bajo de velocidad contrastante, saturando la escala de  $\Delta V_p$  %. Este cambio tan contrastante podría deberse a efectos de borde; sin embargo, su presencia no resulta extraña, pues en las primeras 6 imágenes tomográficas obtenidas, se identifica la presencia de este decremento en velocidad. Así mismo, de las secciones g-g' y h-h' (Figuras 3.6.8 – 3.6.9) entre los 100 km y los ~150 km de profundidad en el extremo final de los perfiles, se aprecia una discontinuidad en los incrementos de velocidad, lo que puede significar la presencia de una estructura pequeña con decremento de velocidad, detalle que podría reafirmarse, justamente con la aparición de la estructura de baja velocidad en el perfil i-i' (Figura 3.6.10), para este caso, de ~50 km de diámetro.

Con el último de los perfiles vuelve a observarse un modelo de velocidades complejo e inconsistente con las primeras 8 secciones obtenidas, pero sí congruente con la imagen del perfil i-i' (Figura 3.6.10).

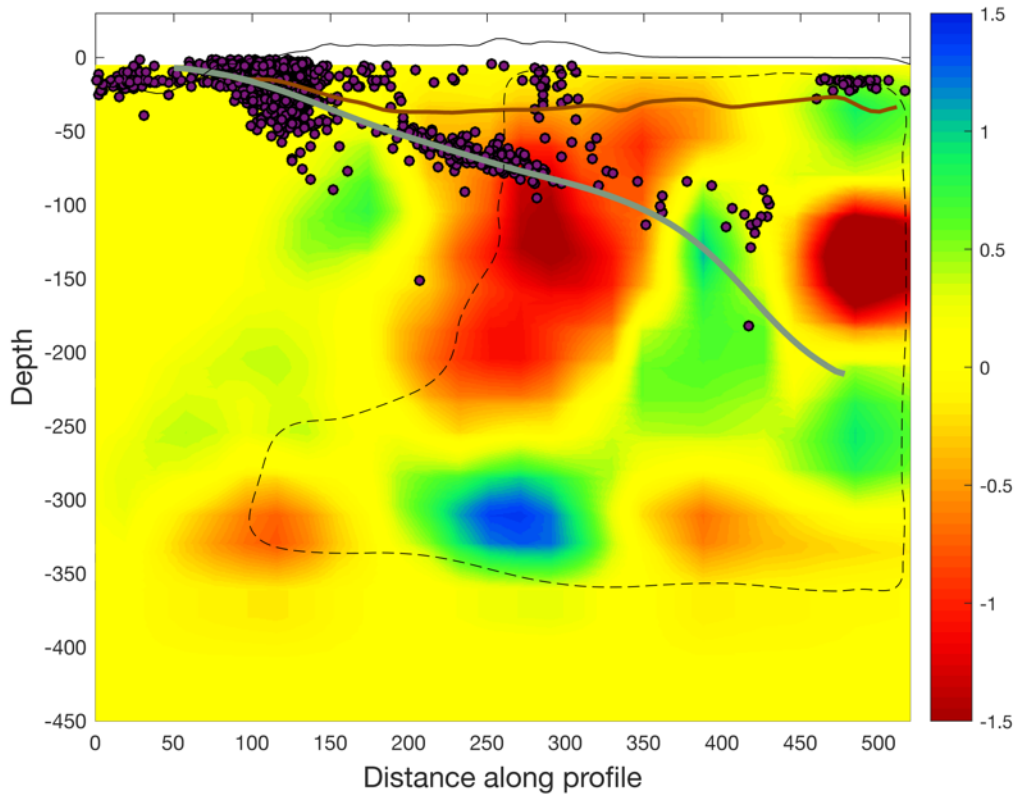


Figura 3.6.10. Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil i-i' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Analizando la imagen a los ~170 km de distancia sobre el perfil, se aprecia una región pequeña con incremento de velocidad a ~110 km de profundidad, siguiendo negativamente en el eje de las ordenadas, a los ~170 km se observa la intrusión de la estructura con decremento de velocidad vista también en la sección i-i' (Figura 3.6.10), esta estructura se extiende hacia el noreste hasta la corteza terrestre.

Entre los 300 km y 350 km de profundidad, se aprecia una región con incremento de velocidad que se extiende de forma plana desde los ~150 km y ~340 km de distancia sobre el perfil para luego experimentar una flexión que lleva el límite inferior de la región de alta velocidad a los ~280 km de profundidad y su límite superior a ~170 km.

Hacia el alcance máximo de profundidad, al comienzo y final del perfil, se observan pequeñas regiones con decremento de velocidad, de menor tamaño en comparación con el perfil i - i' (Figura 3.6.10).

Un rasgo interesante es que desde el cambio de inclinación en la subducción de la placa descrita por la curva gris y hasta el final de la misma, el modelo de velocidades delimita



con gran similitud la geometría del techo de la placa que se conoce hasta ahora, extendiendo su presencia por lo menos 50 km más en la dirección noreste.

Lo que se ha mencionado hasta ahora es la descripción de los resultados obtenidos, con la finalidad de resaltar detalles que podrían pasar desapercibidos en una discusión general, misma que se hará en el siguiente capítulo.

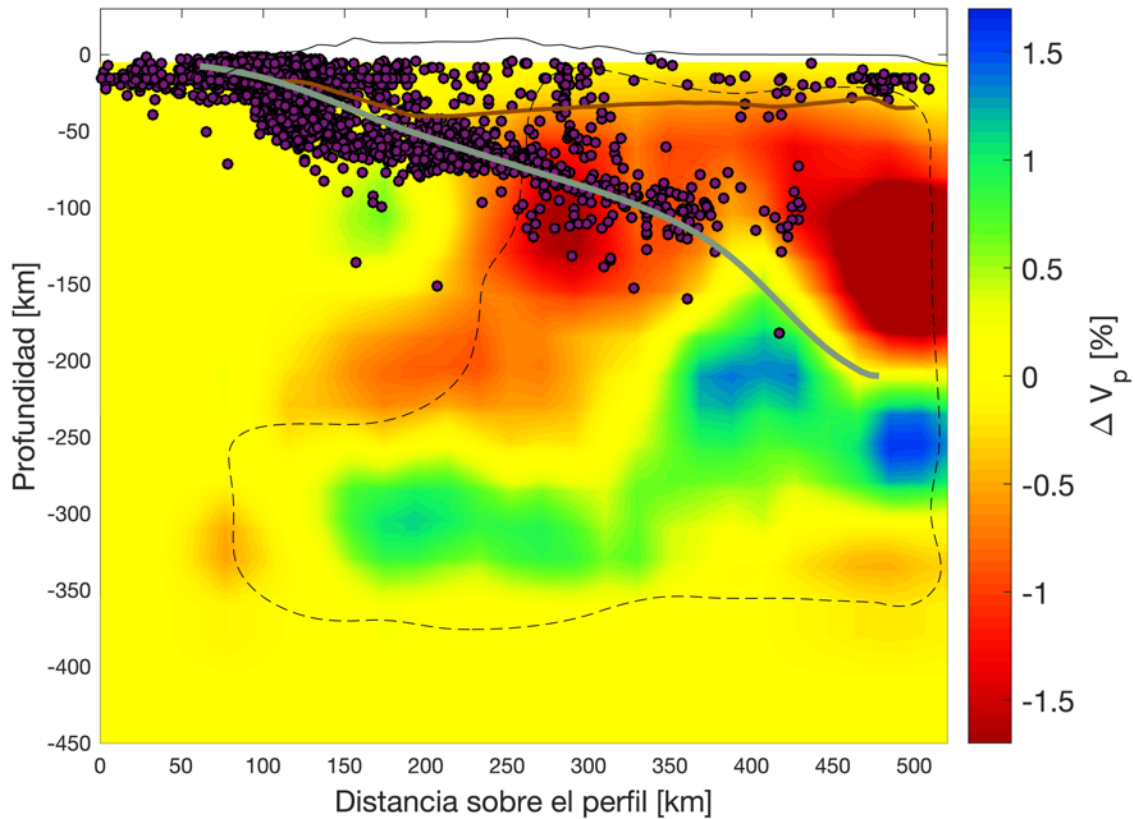


Figura 3.6.11. Sección tomográfica correspondiente al corte obtenido sobre la orientación del perfil j-j' de la Figura 3.6.1. La simbología es la misma que en la Figura 3.6.2.

Se realizó un perfil perpendicular al conjunto de secciones tomográficas propuestas, para tener un enfoque distinto de la tomografía. En la Figura 3.6.12, puede apreciarse una región con incremento de velocidad coincidente con el modelo Slab2.0 y con la sismicidad registrada en la zona. Al mismo tiempo se observan regiones de alta velocidad con profundidades que llegan hasta los ~350 km de profundidad. Este perfil, nos permite tener mayor certeza de la congruencia de los resultados planteados.

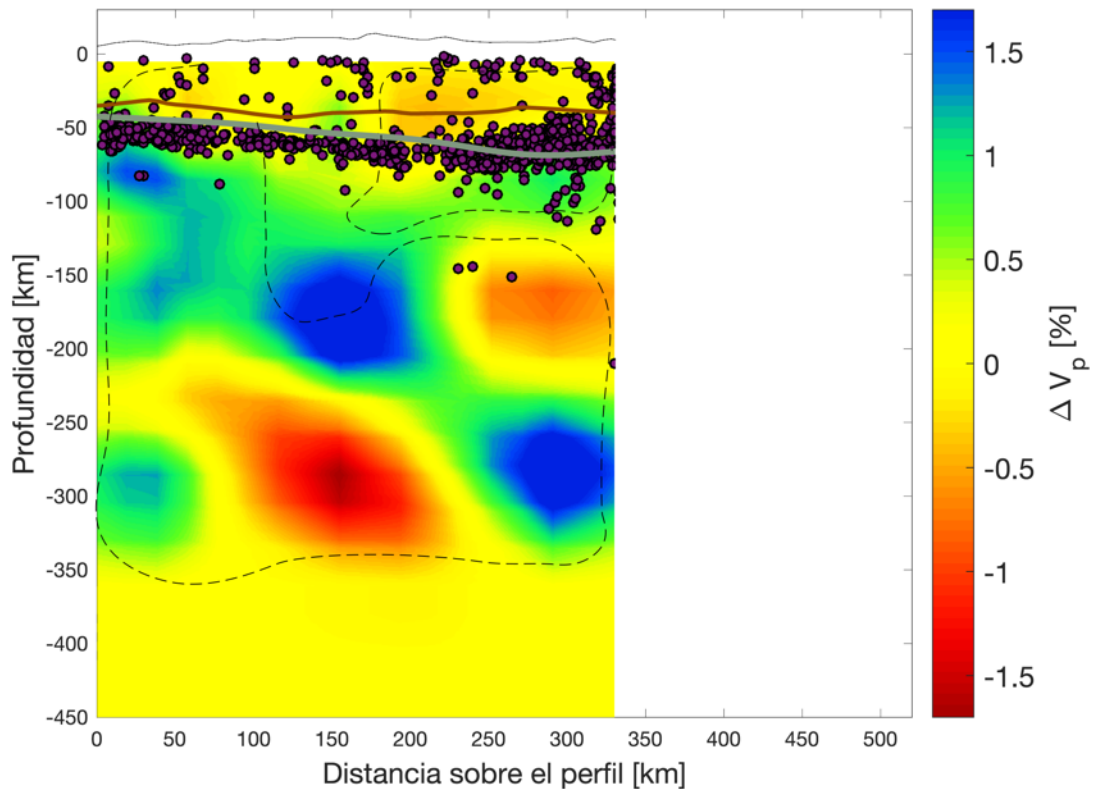


Figura 3.6.12. Sección Tomográfica transversal a las secciones previas, correspondiente al perfil t-t' de la Figura 3.6.1.

## 4 Discusión y Conclusiones

Los resultados de la tomografía se pueden considerar congruentes con el modelo geométrico previo y con la actividad sísmica cercana a cada uno de los perfiles estudiados, sin embargo, es necesario tomar en cuenta la complejidad geológica y los trabajos previos en relación a la placa de Cocos para llegar a un análisis más profundo.

El interés por estudiar la geometría de la placa de Cocos nace naturalmente por la configuración tectónica de México. Conociendo la física convectiva del planeta, la génesis de la FVTM es quizás el rasgo geológico que más fácil puede asociarse al comportamiento de las placas que conforman el territorio mexicano y de donde más fácil comienzan a surgir las dudas.

Algunos ejemplos de arcos volcánicos continentales en el mundo, pueden encontrarse en el Cinturón Volcánico de los Andes en América del Sur; o en islas como las Marianas, al

sureste de Japón, norte de Guinea y al este de Filipinas. No obstante, el caso de la FVTM es de especial interés debido a su falta de paralelismo con la TM, la cual debe su origen a la presencia de la placa. Con ayuda de la geología estructural y estudios sismológicos, hoy se sabe que la FVTM se ve afectada por un régimen tectónico extensional con mayor fuerza en la región oeste debido a fuerzas de cuerpo o del límite de placa. Existen modelos termales y mediciones de flujo de calor (Ziagos *et al.*, 1985) indican una relación de alta temperatura y baja densidad justo por debajo de la discontinuidad de Moho, esto permite la elevación de terreno en superficie junto con un régimen extensivo en el arco volcánico. Este proceso no es estático, se ha observado una migración del frente volcánico a lo largo de toda la FVTM en la dirección de la TM desde el Mioceno tardío (Ferrari *et al.*, 2012).

Respuestas como la anterior comenzaron a generar evidencia de que el comportamiento físico de Cocos es complejo. Hasta el momento, es posible determinar al menos tres regiones distintas de la placa de Cocos (Dougherty & Clayton, 2012; Dougherty & Clayton, 2014; Castellanos *et al.*, 2018). De la Figura 4.1.1, se puede apreciar la región Norte, que va de los  $\sim -105^\circ$  W a los  $\sim -102^\circ$  W; la Centro, abarcando de  $\sim -102^\circ$  W a  $\sim -97.5^\circ$  W; y la Sur desde  $\sim -97.5^\circ$  W hasta  $\sim -94^\circ$  W.

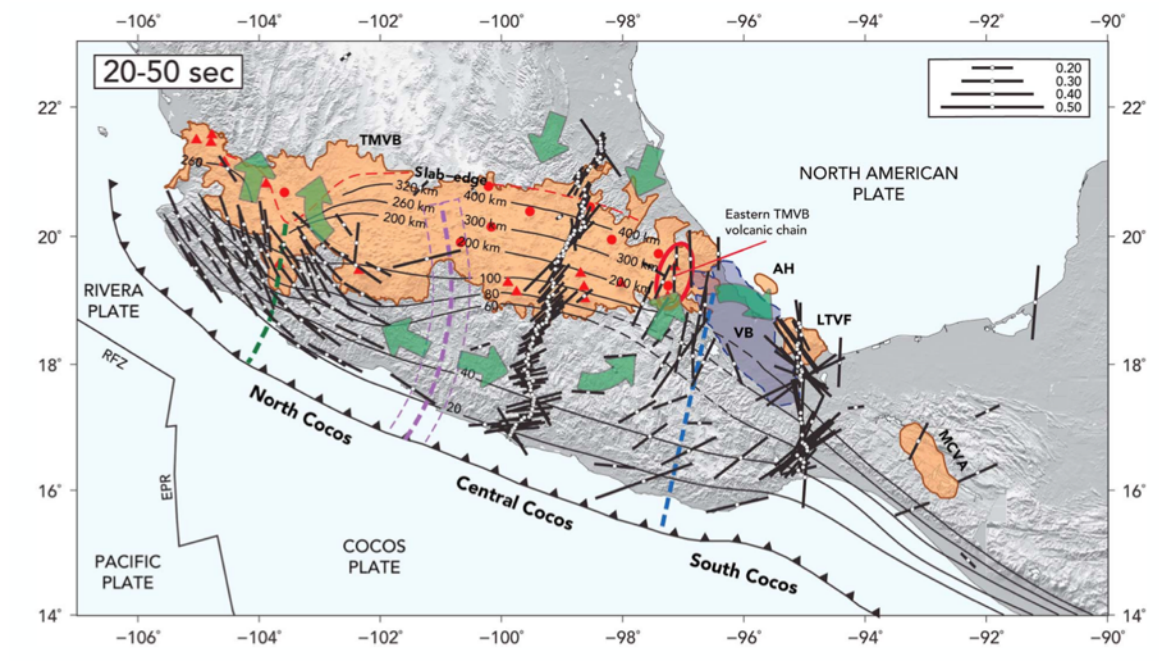


Figura 4.1.1. Ilustración esquemática de la configuración tectónica de la placa de cocos. Mapa de anisotropía azimutal para corteza inferior y manto superior. La orientación de los vectores muestra la dirección sísmicamente rápida y la longitud de las líneas es proporcional a la amplitud de la anisotropía. Las flechas gruesas en color verde, representan las trayectorias posibles de los flujos de manto. Figura tomada de Castellanos *et al.* (2018).

La FVTM ha sido estudiada en sus etapas de formación (Ferrari, 1994), lo que ha demostrado una progresión de edades, donde los eventos más recientes se encuentran más cercanos a la TM. Este comportamiento es un indicador de un retroceso de la placa en subducción.

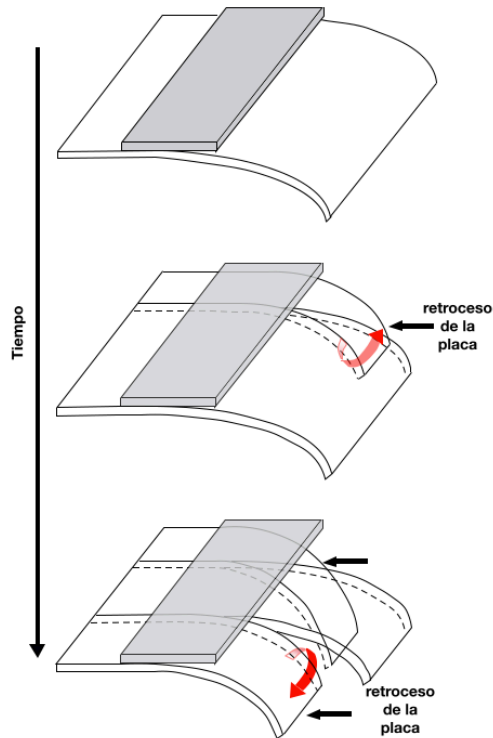
Al respecto de la zona de interés para este trabajo (Cocos Centro y Cocos Sur), autores como Dougherty & Clayton (2014) y Castellanos *et al.* (2018), mencionan que en el extremo Este de la FVTM, existen modelos que aluden a una transición continua de la orientación plana a empinada de la subducción, pero que la terminación abrupta de la FVTM en esta zona indica que el cambio en el comportamiento de la subducción es más probable debida a una ruptura de la placa.

Lo anterior es congruente con la idea del retroceso de la placa (Figura 4.1.1), al ser una provocación directa de las roturas presentes en la placa. Es decir, si el retroceso comienza sólo en alguna zona dentro de la placa, esto ocasionará el desarrollo de una primera rotura, el retroceso continuará y se inducirá una segunda rotura (Dougherty & Clayton, 2014).

Otra de las propuestas de Dougherty & Clayton (2014) es la presencia de una capa delgada de ultra baja velocidad (USL, por sus siglas en inglés) que se encuentra por encima de la placa, al sur de la FVTM y al Este del arreglo de estaciones utilizadas en el proyecto MASE. Esta capa desaparece conforme se avanza hacia el sureste, al oeste del arreglo del proyecto VEOX.

En contraste, Fasola *et al.* (2016), al estudiar sismicidad local y tremores tectónicos (TT) en Oaxaca, construyeron contornos de profundidad de la placa en subducción hasta 100 km. De acuerdo con sus observaciones, la transición de la subducción plana a empinada ocurre rápidamente a través de una flexión evidente, de igual manera, al no haber interrupción en la actividad sísmica ni en la presencia de TT, se considera que la placa no presenta ninguna rotura. De esta manera, atribuyen que la flexión es debida a una saturación del momento flector que ocasiona una gran curvatura tanto en la dirección de pendiente como a lo largo del rumbo, lo que a su vez explica el retroceso de la placa.

Esta propuesta también basa su sustento en observaciones previas, como la del sureste de Perú que permiten suponer a la flexura como una alternativa al modelo trunco, que se ajusta a las grandes deformaciones y diferentes tasas del retroceso de la placa, también observadas en Cocos.



**Figura 4.1.1.** Esquema del proceso de retroceso de la placa de Cocos a través del tiempo. (arriba) Se comienza con una placa plana; (en medio) el retroceso comienza en un solo segmento de la placa, permitiendo que existan flujos de manto a través de la rotura (flecha roja); (abajo) se desarrolla una segunda rotura al tiempo que el retroceso continúa, permitiendo el flujo de manto en una nueva región. Imagen modificada de Dougherty & Clayton (2014).

Retomando los resultados de la tomografía de este trabajo, la primera sección (Figura 3.6.2) corresponde al extremo Oeste de la zona de estudio, mismo que concuerda con la región de mayor adelgazamiento de la FVTM en su extremo Este, lo cual podría relacionarse con la ruptura que se aprecia en la tomografía. Las zonas de baja velocidad pueden interpretarse como flujos provenientes del manto que viajan a través de la región fracturada. La idea de que existan flujos del manto cerca de esta región es consistente con el modelo probable presentado por Castellanos *et al.* (2018).

Para las imágenes obtenidas de los perfiles b-b' (Figura 3.6.3) al e-e' (Figura 3.6.6), se aprecia continuidad en la placa que se ajusta bien al modelo Slab2.0 (Hayes *et al.*, 2018). Por otra parte, resulta de gran interés analizar los perfiles g-g' y h-h' (Figuras 3.6.8 – 3.6.9), pues cercanos a ellos es donde se reporta un cambio notorio en el ángulo de la subducción de acuerdo con Dougherty & Clayton (2014).

La complejidad de la placa comienza a ser evidente desde el perfil f-f' (Figura 3.6.7), donde se aprecia un “arrastre” de la región principal de la placa hacia la TM. Estas regiones en

dirección a la TM, se observan ya como un bloque continuo y separado de la placa en el perfil g-g' (Figura 3.6.8).

En el perfil h-h' (Figura 3.6.9) también se observa esta separación de un bloque importante de la placa, lo cual puede asociarse con la fragmentación mencionada por Dougherty & Clayton (2014) y por Castellanos *et al.* (2018) que provoca el retroceso de la placa; sin embargo, el modelo de velocidades se aprecia continuo. Esto puede entenderse como un resultado propio de la interpolación luego de realizar la inversión tomográfica, pues como se aprecia en las pruebas de sensibilidad (Anexo A), dos regiones con la misma tendencia de velocidad, tienden a arrastrar el modelo de velocidades.

Por otra parte, es posible apreciar la intromisión de un decremento de velocidad justo por debajo de la placa, este decremento en la velocidad sólo la rodea, pero no la atraviesa según lo que se observa en el modelo de velocidades. Esta observación podría apoyar la idea de que sólo existe un episodio de flexura crítica en la placa, tal como proponen Fasola *et al.* (2016), sin embargo, se considera que estos efectos son provocados por los efectos de *smearing* y *leaking* propios de la interpolación en el proceso de inversión tomográfica.

Bajo este escenario complejo vale la pena considerar lo mencionado por Rodríguez Domínguez (2016), quien menciona que al centro-sur de México, en la placa probablemente se está desarrollando en este momento, una ruptura estrecha y “madura” como resultado de una serie de rupturas menores en un área confinada.

Este planteamiento es probable porque en efecto, en el modelo de velocidades de estos perfiles, correspondientes a lo que se documenta (Castellanos *et al.* 2018) como la división entre Cocos-centro y Cocos-sur, no se aprecia una discontinuidad total y el material de menor velocidad tampoco parece atravesar por completo a la placa; no obstante, una gran porción de la placa se encuentra ya separada del cuerpo principal de la misma, fenómeno que se identifica como el retroceso de la placa.

Los últimos dos perfiles llaman la atención a simple vista, porque pierden por completo la congruencia con los 8 anteriores, sin embargo, entre ellos sí hay similitud. El primer cambio contrastante es que se observan dos estructuras de alta velocidad penetrando hacia el centro de México, una proveniente del Pacífico, asociada a la placa de Cocos, pero con una geometría curva y cóncava hacia la región profunda; y la otra proveniente del Golfo de México.

Esta geometría compleja y particular se asemeja a los resultados encontrados cerca del Campo Volcánico de los Tuxtlas (CVT), en el estudio de tomografía de atenuación de Chen & Clayton (2012). Los perfiles i-i' y j-j' (figuras 3.6.10 y 3.6.11) se encuentran alejados del CVT; sin embargo, es hacia esa dirección donde se ha observado un comportamiento

similar al de la tomografía de este trabajo, es probable que esta geometría comience a tener forma desde el perfil i-i' (Figura 3.6.10) y se extienda hasta la región estudiada por Chen & Clayton (2012).

El otro elemento que resalta es la presencia del decremento de velocidad en la región central de la sección tomográfica. Chen & Clayton (2012) mencionan que estos contrastes pueden deberse a un proceso de deshidratación de la placa, fluidos liberados por la corteza oceánica y sedimentos hacia la corteza continental debajo de la FVTM durante el periodo de aplanamiento y retroceso de la placa (Pérez-Campos *et al.*, 2008), o derretimientos parciales relacionados con vulcanismo extinto.

El cambio drástico encontrado en los últimos dos perfiles debe ser confirmado realizando un estudio en el que se involucre también la región del Campo Volcánico de los Tuxtlas, para poder tener una comprensión más sustentada de esta región.

Otro de los aspectos que resaltan a simple vista, no está relacionada directamente con el objetivo de esta tesis, y es que para los tomogramas obtenidos, hacia el extremo noreste de cada perfil, se observa que el techo de la placa se encuentra ligeramente desfasada del modelo Slab2.0 (Hayes, 2008).

El hecho de que el modelo de velocidades obtenido muestre una profundidad ligeramente más somera que el modelo Slab2.0, se puede proponer como un ajuste al modelo Slab2.0, debido a que este último se ha realizado de manera global con datos de sismicidad. En principio, se puede tener mayor certeza de los resultados del modelo de velocidades porque es un estudio meramente enfocado a la región centro-sur de México.

En cuanto a la metodología utilizada, la tomografía telesísmica con la implementación del método de marcha rápida desarrollado por Rawlinson (2008) arroja resultados aceptables (véanse pruebas *checkerboard* en el Anexo A). No obstante, se reconoce la debilidad del método al observar recuperaciones con valores extremos a partir de los modelos teóricos. La interpolación de estructuras de velocidades similares ocasiona un corrimiento en las imágenes obtenidas; por otra parte, los tiempos de cómputo son muy sensibles a la cantidad de nodos con los que se forma la matriz de inversión. Si bien estas cuestiones son propias de todas las tomografías sísmicas, es necesario buscar una metodología nueva que lleve al mínimo este tipo de inconvenientes.

Las imágenes obtenidas en este estudio son congruentes con publicaciones previas, pero existen diferentes vías para encontrar resultados más detallados. Es posible fijarse en primera instancia, en la densidad de estaciones con las que se trabaja. Para todo arreglo teórico, simétrico, las regiones de mayor confiabilidad se encontrarán al centro de éste. Debido a los efectos del borde de los mallados, las regiones en los extremos pueden dar

lugar a interpolaciones inconsistentes que en última instancia generan incertidumbre en la interpretación física de los resultados.

De esta manera, una mayor cobertura y densidad de estaciones resultaría en principio, en una focalización más confiable de la región de estudio que se proponga. Es posible que, en la mayoría de las conclusiones relacionadas con sismología, ésta sea siempre una buena recomendación, por otra parte, los altos costes y bajos presupuestos que se asignan a México para este propósito pueden complicar llevar a cabo.

Ahora bien, siendo optimistas, es posible encontrar muy buenos resultados con la densidad de estaciones actual, pero la metodología teórica y computacional son sin lugar a duda, dos de los rubros en los que se puede llevar a cabo la implementación de técnicas más novedosas.

En primer lugar, entre mayores fases sean identificadas en un sismograma, existe más información del medio a través del cual las ondas han viajado. La tomografía de ondas P, únicamente toma en cuenta el primer arribo y el resto de la información contenida en el sismograma es desechada. Esto significa una gran pérdida de información sabiendo que existe la posibilidad de utilizar la inversión de onda completa (FWI por sus siglas en inglés).

Uno de los problemas convencionales de la inversión geofísica, es que siempre es necesario encontrar el mejor modelo calculado a partir de un modelo inicial. En este sentido, es conveniente la implementación de la inversión de onda completa, pues ésta puede ser tratada como un problema de optimización, donde un operador  $d$ , de la propagación de onda directa mapea o asigna las estructuras en velocidad del subsuelo a señales sísmicas.

Es cierto que, si tan sólo la inversión de una fase para un conjunto de sismogramas requiere de mucho tiempo de trabajo computacional, pensar en la inversión de toda la onda podría resultar en una metodología inaccesible, de acuerdo con la capacidad de cómputo. Pero afortunadamente, el desarrollo de la inteligencia artificial ha permitido la utilización de métodos computacionales de menor exigencia.

En particular, se propone la implementación de redes neuronales convolucionales (CNN por sus siglas en inglés). Este método ya ha sido descrito para ser usado con la FWI, por Yue & Youzuo (2019), y con él, es posible aplicar las CNN para obtener de forma directa, el operador de la inversión  $d^{-1}$ , de manera que la velocidad de las estructuras en el subsuelo, puedan ser calculadas sin necesidad de conocer un modelo directo  $d$ . Esta implementación es factible y con ella se esperarían resultados más precisos, por lo que se deja como trabajo a futuro.



## Bibliografía

- Abercrombie, R. E., *et al.* (2006). *Earthquakes: Radiated Energy and the Physics of Faulting*. Geophysical Monograph Series. American Geophysical Union, Washington, DC.
- Castellanos, J.C., Clayton, R.W., & Pérez-Campos, X. (2018). Imaging the Eastern Trans-Mexican Volcanic Belt with ambient noise: Evidence for a slab tear. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123, 7741-7759. <https://doi.org/10.1029/2018JB015783>.
- Chen, T., & Clayton, R. W. (2012). *Structure of central and southern Mexico from velocity and attenuation tomography*. *Journal of Geophysical Research*. 117, B09302. doi:10.1029/2012JB009233.
- Dougherty, S.L. & Clayton, R.W. (2014), *Seismicity and structure in central Mexico: Evidence for a possible slab tear in the South Cocos plate*. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119, 3424–3447. doi:10.1002/2013JB010883.
- Dougherty S. L., Clayton, R.W. & Helmberger, D.V. (2012). *Seismic structure in central Mexico: Implications for fragmentation of the subducted Cocos plate*. *Journal of Geophysical Research*, 117, B09316. doi:10.1029/2012JB009528.
- Espíndola-Castro, V.H., (2009). *Modelos de velocidad cortical en México, utilizando funciones de receptor en las estaciones de la red nacional de banda ancha*. Tesis doctoral. Instituto de Geofísica. Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Fasola, S., *et al.* (2016). *New perspective on the transition from flat to steeper subduction in Oaxaca, México, based on seismicity, nonvolcanic tremor, and slow slip*. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 121,1835-1848. doi:10.1002/2015JB012709.
- Ferrari, L., Garduño *et al.* (1994). *Volcanic and Tectonics Evolution of Central Mexico: Oligocene to Present*. *Geofísica Internacional*. 33. 91-105.
- Goldstein, P. & Snoke, A. (2005). *SAC Availability for the IRIS Community*, Incorporated Institutions for Seismology Data Management Center Electronic Newsletter.
- Goldstein, P., Dodge, D., Firpo, M. & Minner, L. (2003). *SAC2000: Signal processing and analysis tools for seismologists and engineers, Invited contribution to “The IASPEI International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology”*, Edited by WHK Lee, H. Kanamori, P.C. Jennings, and C. Kisslinger, Academic Press, London.

- Hao, Z. (2018). *Imaging the rupture processes of earthquakes using the relative back-projection method: theory and applications*. Springer.
- Havskov, J., & Ottemöller, L. (2010). *Routine Data Processing in Earthquake Seismology*. Noruega: Springer.
- Hayes, G., et al. (2018). *Slab2 - A Comprehensive Subduction Zone Geometry Model: U.S. Geological Survey data release*. <https://doi.org/10.5066/F7PV6JNV>.
- Husker, A., & Davis, P. (2008). *Tomography and thermal state of the Cocos plate subduction beneath Mexico City*. *Journal of Geophysical Research*. 114, B04306. doi:10.1029/2008JB006039.
- Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS). *Data Services Products: EMC-iasp91, P & S velocity reference Earth model*. <https://doi.org/10.17611/DP/9991809>
- Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS, 2014). *Seismic Analysis Code Users Manual. Version 101.6a*. <https://ds.iris.edu/files/sac-manual/>
- Ishii, M., et al., (2007). *Teleseismic P wave imaging of the 26 December 2004 Sumatra-Andaman and 28 March 2005 Sumatra earthquake ruptures using the Hi-net array*. *Journal of Geophysical Research. Solid Earth*. Vol 112, issue B11. DOI: <https://doi.org/10.1029/2006JB004700>
- Kennet, B.L.N., & Engdahl, E.R. (1991). *Traveltimes for global earthquake location and phase identification*. *Geophysical Journal International*, Vol 105, Issue 2.
- Kennett, B. L. N., Engdahl, E. R. & Buland, R., (1995). *Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes*. *Geophysical Journal International*, Vol 122, Issue 1.
- National Oceanic and Atmospheric Administration. National Center for Environmental Information. [<https://maps.ngdc.noaa.gov/viewers/wcs-client/>]. Fuente electrónica consultada el 15/03/2020.
- Nolet, G. (2008). *A breviary of seismic tomography. Imaging the interior of the Earth and the Sun*. Cambridge University Press.
- Padina, S., Churchill, D., & Bording, R. P. (2006). *Travel Time Inversion in Seismic Tomography*.
- Pardo, M., & Suárez, G. (1995). *Shape of the Subducted Rivera and Cocos plates in Southern México: Seismic and Tectonic*.
- Pérez-Gavilán, J. J., et al. (2018). *Sismicidad y seguridad estructural en las construcciones: lecciones aprendidas en México*. Scielo, vol. 60, supl. 1.
- Rawlinson, N. (2008). *FMTT: Fast Marching Teleseismic Tomography Package - Instructions*. Australian National University.

- Rawlinson, N. & Sambridge, M., (2005). *The fast-marching method: an effective tool for tomographic imaging and tracking multiple phases in complex layered media*. Exploration Geophysics, Vol 36.
- Rodríguez Domínguez, M.A., (2016). *Transición del ángulo de subducción de la placa de Cocos en la zona centro-sur de México*. Tesis de maestría. Instituto de Geofísica. Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Rodríguez-Domínguez, M.A., et al. (2019). *Crustal variations in south-central Mexico from receiver functions*. Geophysical Journal International. 219, 2174-2186. doi: 10.1093/gji/ggz434
- Sarría F.A., (2006). *Cómo hacer mapas en GMT*.
- SSN (2020). Catálogo de Sismos. Servicio Sismológico Nacional, Instituto Universidad Nacional Autónoma de México, México. doi: <https://10.21766/SSNMX/EC/MX>, URL: <http://www2.ssn.unam.mx:8080/catalogo/>. Fuente consultada el 17/03/2020
- SSN (2020). Datos de la Red de Banda Ancha. Servicio Sismológico Nacional, Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, México. doi: <https://doi.org/10.21766/SSNMX/SN/MX>.
- Shearer P. M. (2009). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press.
- Snoke, J. A. (2009). *Traveltime Tables for iasp91 and ak135*. Electronic Seismologist, No 2, Vol 80.
- Stein, S., & Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure*. Reino Unido: Blackwell.
- Wappenar, K., et al. (2008). *Seismic Interferometry: History and Present Status*. Society of Exploration Geophysicists. DOI: <https://doi.org/10.1190/1.9781560801924>
- Yilmaz, O. (2001). *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data*. Society of Exploration Geophysicists. DOI: <https://doi-org.pbidi.unam.mx:2443/10.1190/1.9781560801580>
- Wu, Y., & Youzuo, L. (2019). *InversionNet: An Efficient and Accurate Data-Driven Full Waveform Inversion*. IEEE Transactions on Computational Imaging 6 (2020): 419–433. [arXiv:1811.07875](https://arxiv.org/abs/1811.07875)

## Referencias de paqueterías utilizadas

Código de Tomografía Telesísmica, versión 1.0 (2008). Recuperado en septiembre de 2019 de:  
<http://rses.anu.edu.au/~nick/teletomo.html>

Herramientas Genéricas de Mapeo (GMT). Recuperado en agosto de 2019 de:  
<https://www.generic-mapping-tools.org>

Código de Análisis Sísmico (SAC), versión 101.6<sup>a</sup> (2013). Recuperado en septiembre de 2019 de:  
<https://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/software/downloads/sac/#>

Matlab, versión 2016b (2016). Recuperado en agosto de 2018 de:  
<https://la.mathworks.com/company/newsroom/mathworks-announces-release-2016b-of-the-matlab-and-simulink-pro.html>

## Anexo A.

### Pruebas de checkerboard.

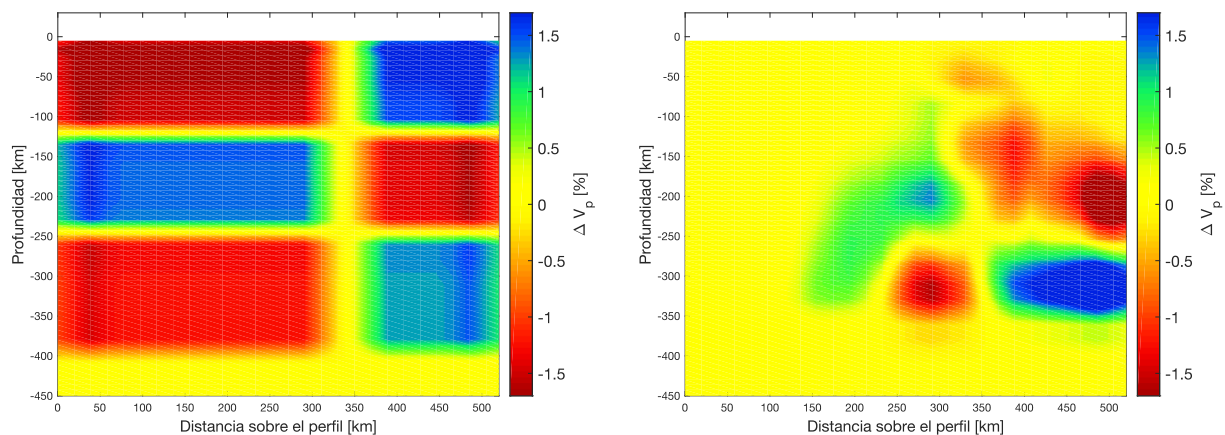


Figura A1. Prueba de *checkerboard* para el perfil a-a'

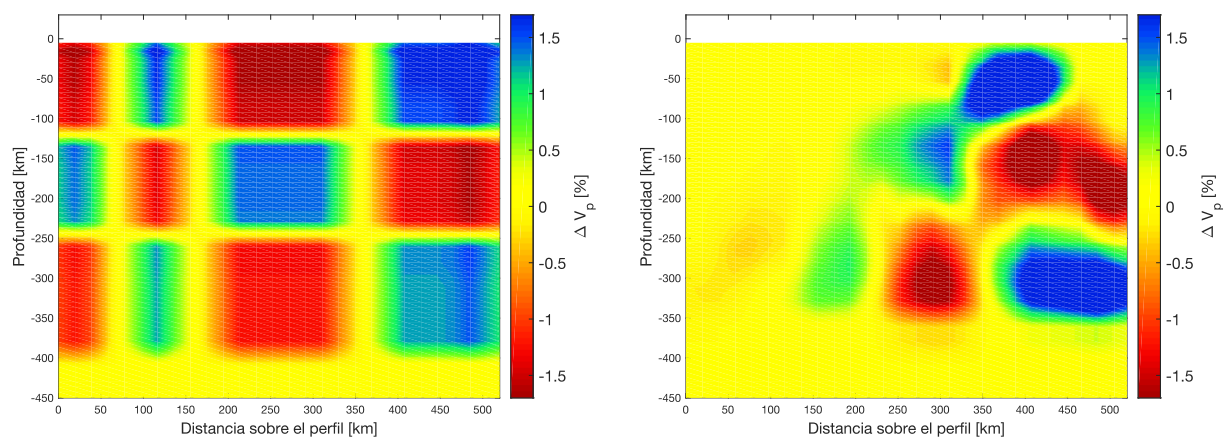


Figura A2. Prueba de *checkerboard* para el perfil b-b'

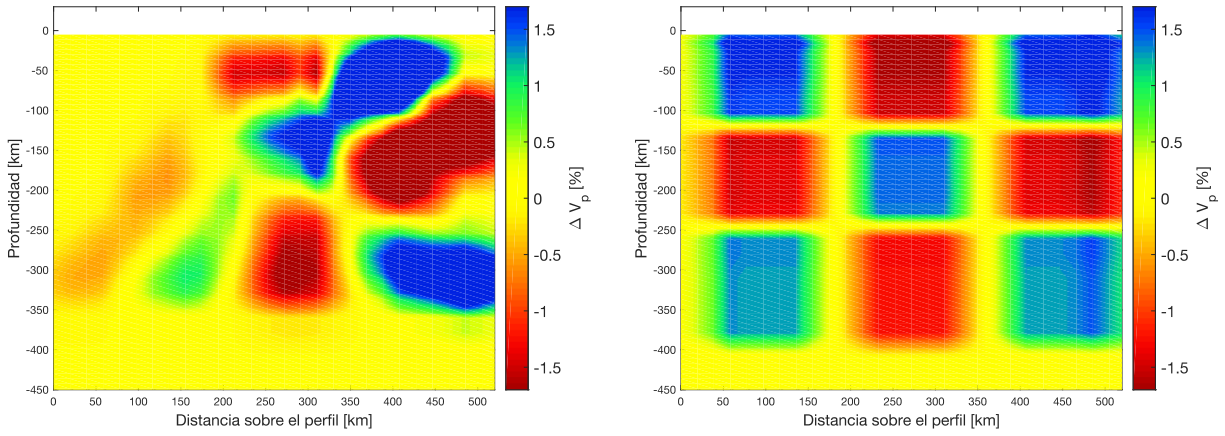


Figura A3. Prueba de *checkerboard* para el perfil c-c'

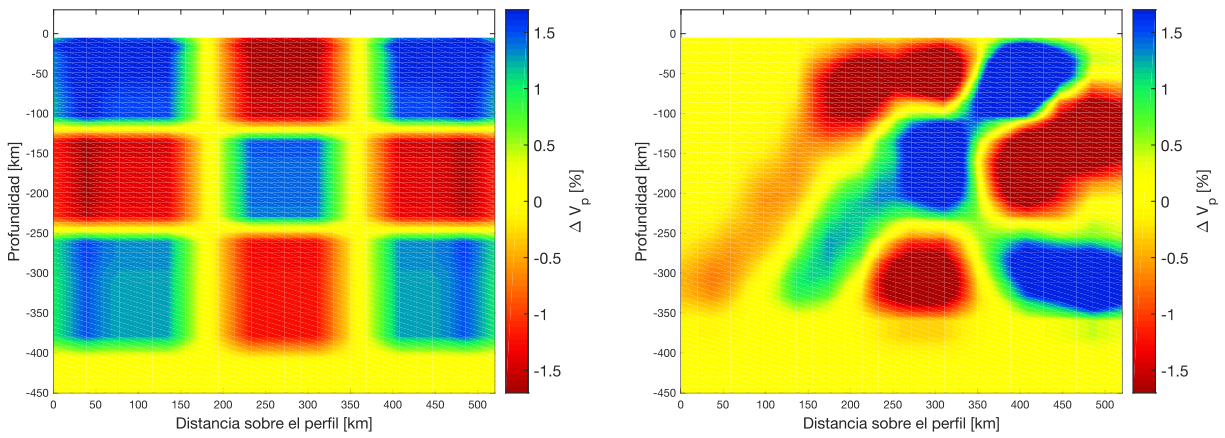


Figura A4. Prueba de *checkerboard* para el perfil d-d'

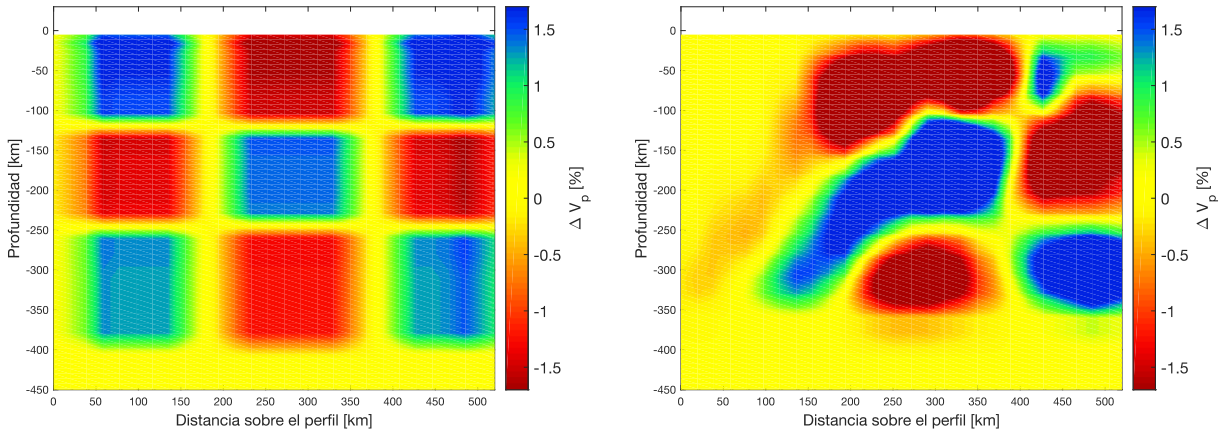


Figura A5. Prueba de *checkerboard* para el perfil e-e'

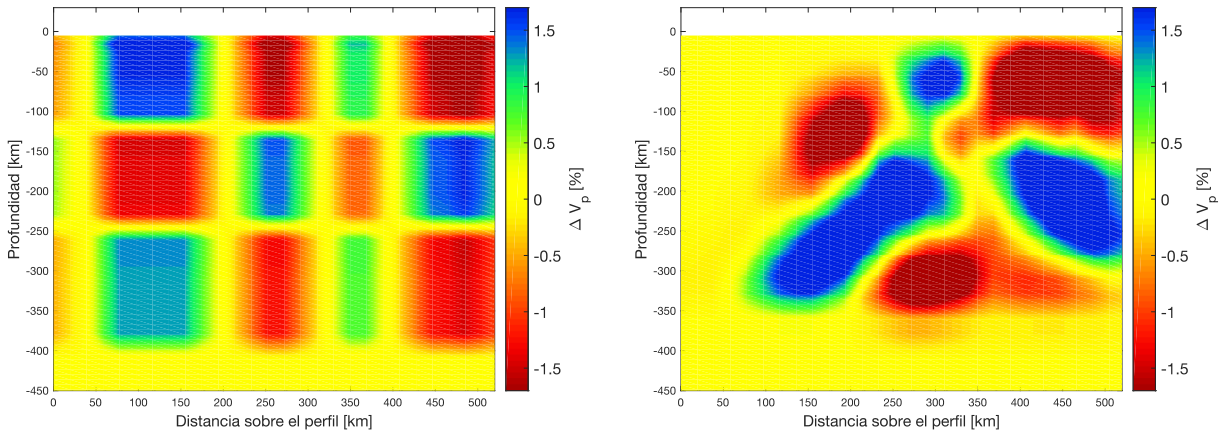


Figura A6. Prueba de *checkerboard* para el perfil f-f'.

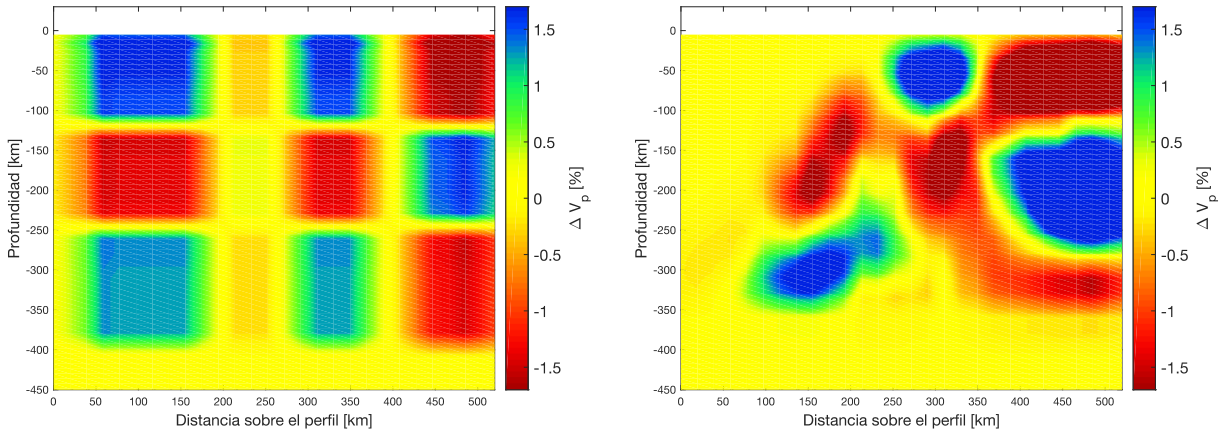


Figura A7. Prueba de *checkerboard* para el perfil g-g'.

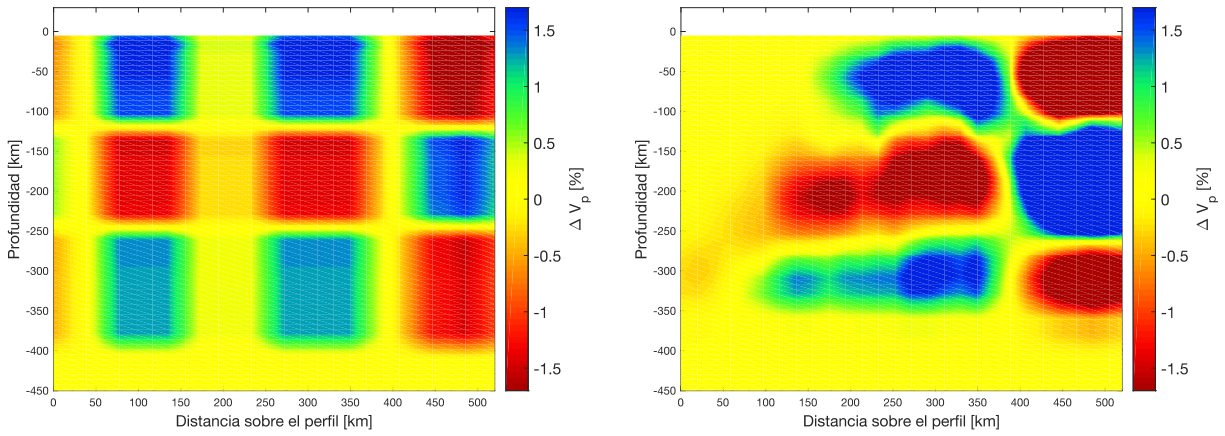


Figura A8. Prueba de *checkerboard* para el perfil h-h'



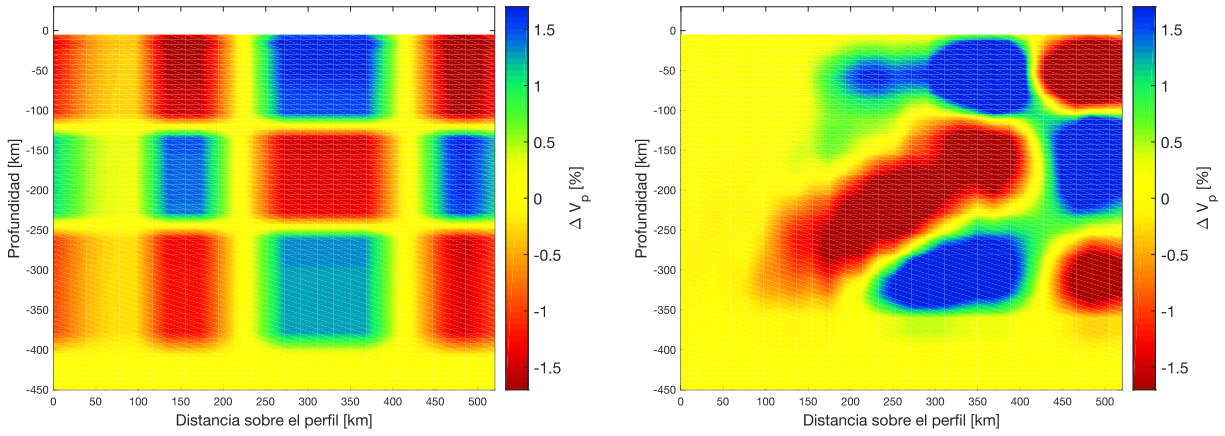


Figura A9. Prueba de *checkerboard* para el perfil i-i'

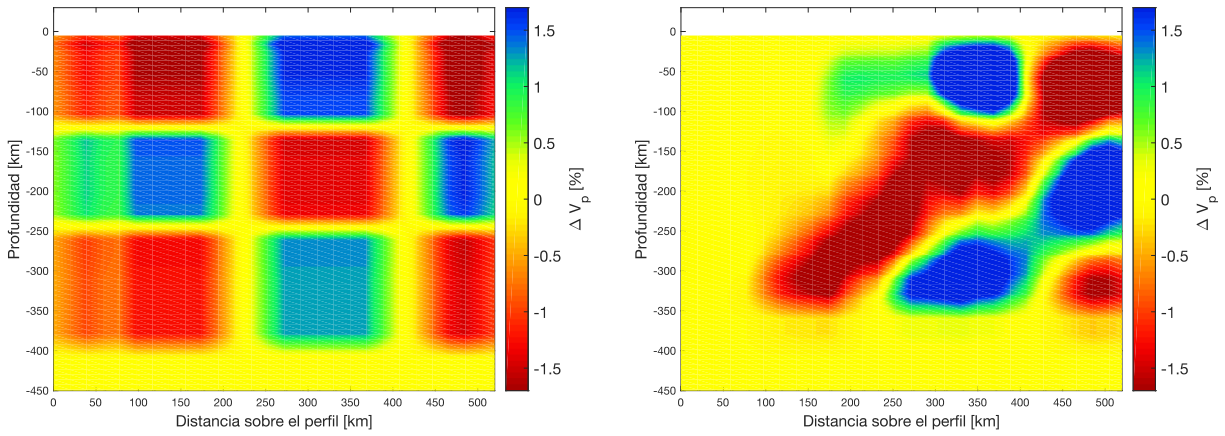


Figura A10. Prueba de *checkerboard* para el perfil j-j'

## Anexo B.

### Trazado de rayos.

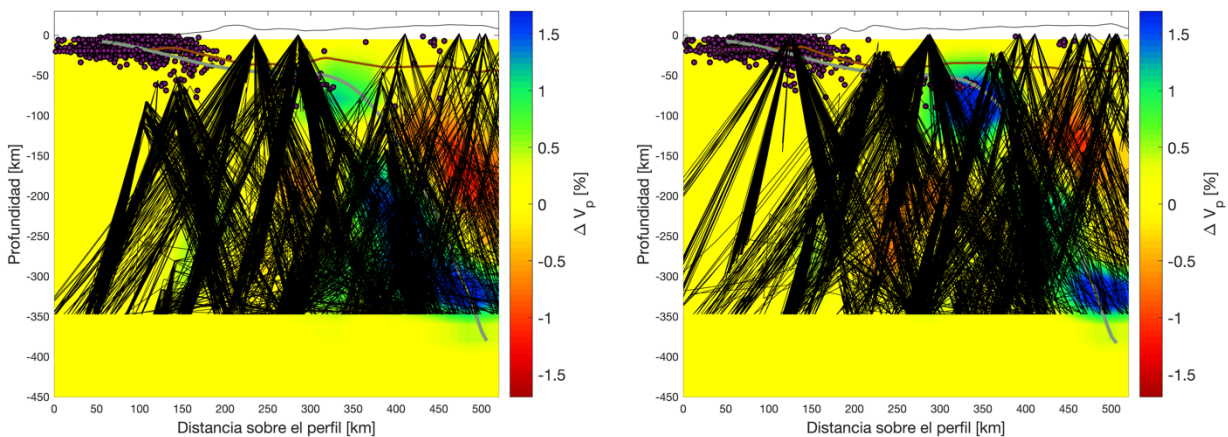


Figura B1. Trazado de rayos para el perfil a-a' (lado izquierdo) y b-b' (lado derecho).

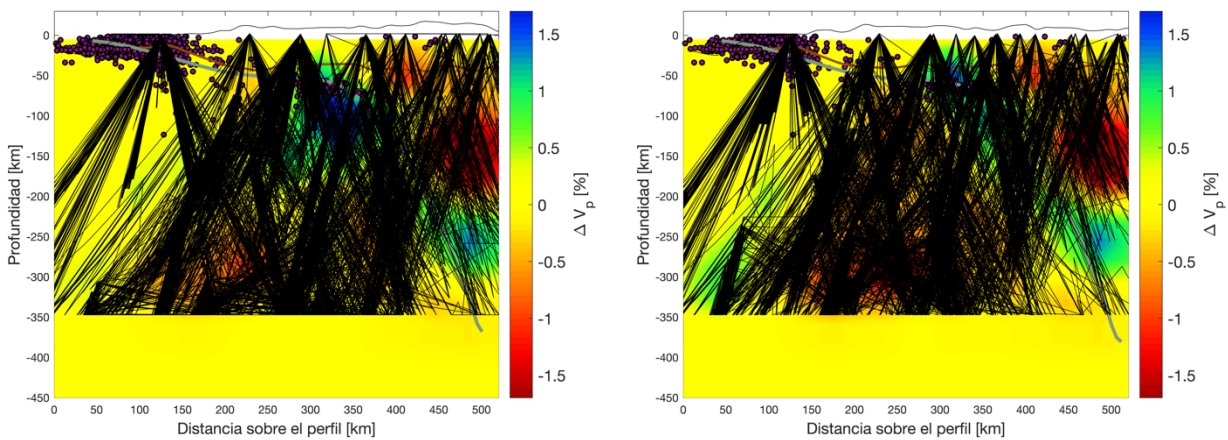


Figura B3. Trazado de rayos para el perfil c-c' (lado izquierdo) y d-d' (lado derecho).

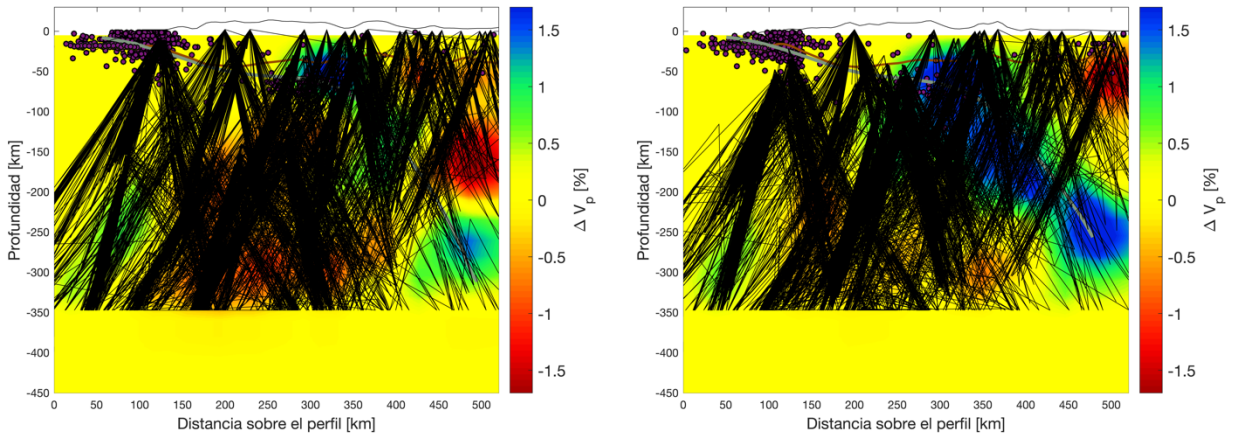


Figura B4. Trazado de rayos para el perfil e-e' (lado izquierdo) y f-f' (lado derecho).

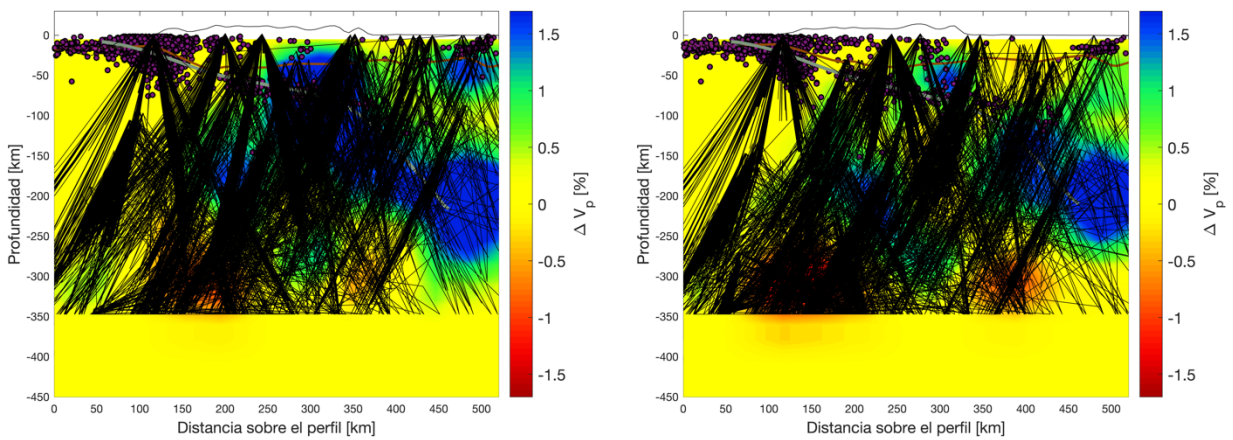


Figura B5. Trazado de rayos para el perfil g-g' (lado izquierdo) y h-h' (lado derecho).

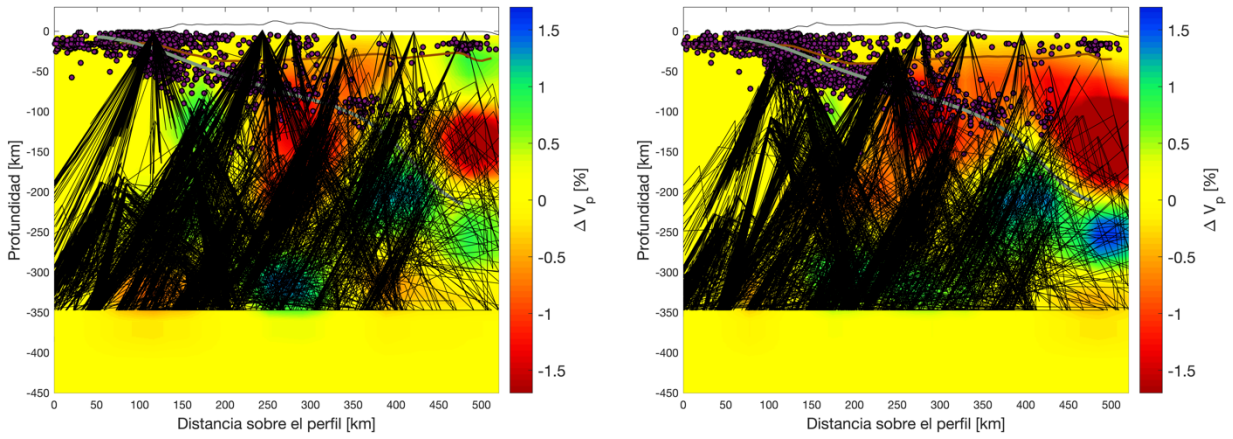


Figura B5. Trazado de rayos para el perfil i-i' (lado izquierdo) y j-j' (lado derecho).

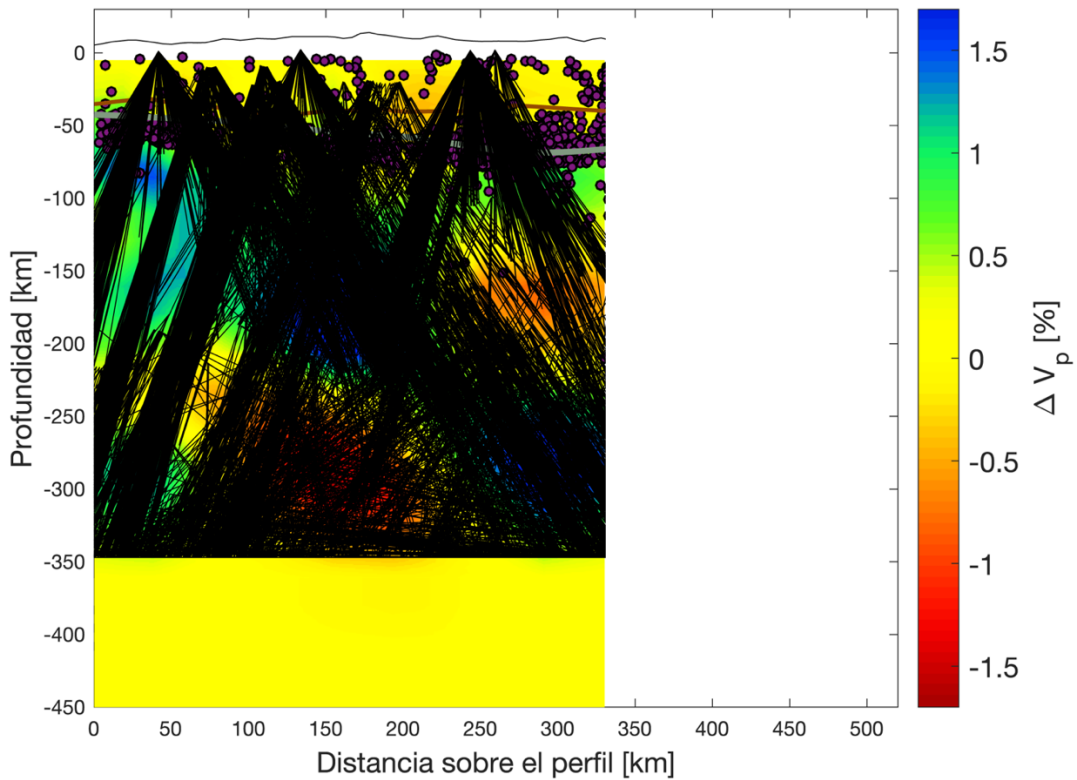


Figura B5. Trazado de rayos para el perfil t-t'.