

Vniver4dad NacionaL AvFnºma de Mexico

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

ESTUDIOS ANALÍTICOS Y EXPERIMENTALES DE MÉNSULAS EN EXTREMOS DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS P R E S E N T A :

CARLOS ALEJANDRO CASTILLO MANZANO

DIRECTOR DE TESIS: DR. ROBERTO MELI PIRALLA

DE INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

MÉXICO, D.F., DICIEMBRE DE 2007

If you understand or if you don't If you believe or if you doubt There's a universal justice And the eyes of truth Are always watching you... [The Cross Of Changes, Enigma]

I believe in God.

A mi querida Madre

Y a la tía "Queta"[†].

AGRADECIMIENTOS:

- Al Dr. Roberto Meli Piralla, por su apoyo y sus valiosos comentarios a la tesis.
- Al Ing. Roberto Sánchez Ramírez, por su asesoría durante los ensayes experimentales en el laboratorio del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM).
- Al CONACyT, por la beca otorgada durante mis estudios en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (DEPFI, UNAM). Asimismo, quiero agradecer al IIUNAM, por el apoyo económico brindado durante la etapa final de la tesis.
- A Fyfe Company LLC, por la donación del CFRP utilizado en el trabajo experimental y al Ing. Juán Luis Cottier, por las facilidades prestadas durante la construcción, rehabilitación y refuerzo con CFRP de los especímenes.
- A los Sres. Salomón Trinidad y Raymundo Mondragón, por su valiosa ayuda durante el desarrollo del trabajo experimental.
- A mis familiares y amigos que siempre me apoyaron en los momentos que más necesité.

CONTENIDO

	RESUMENVIII				
	ABSTRACTVIII				
	CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN 1				
1.1	PROBLEMÁTICA1				
1.2	ALCANCES Y OBJETIVOS DEL ESTUDIO				
1.3	ESTRUCTURA DE LA TESIS 2				
	CAPÍTULO 2. MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO				
	COMPORTAMIENTO Y DISEÑO 4				
2.1	INTRODUCCIÓN4				
2.2	COMPORTAMIENTO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO4				
2.3	DISEÑO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO6				
	2.3.1 Tipos de refuerzo en una ménsula de concreto reforzado				
	2.3.2 Hipótesis del Cortante por Fricción para la transferencia del cortante en Ménsulas				
	2.3.3 Flexión y Tensión Axial				
	2.3.4 Cortante Directo Vertical				
	2.3.5 Tensión Diagonal en la esquina reentrante				
	CAPÍTULO 3. EL MÉTODO DEL PUNTAL-TENSOR10				
3.1	INTRODUCCIÓN10				
3.2	REGIONES "B" Y "D" DE UNA ESTRUCTURA11				
3.3	MODELOS PUNTAL-TENSOR12				
	3.3.1 Optimización del Modelo16				
3.4	DISEÑO DE ZONAS "D" EN CONCRETO REFORZADO17				
	3.4.1 Puntales a Compresión, C17				
	3.4.1.1 Ancho Efectivo de un Puntal19				
	3.4.1.2 Resistencia Nominal de un Puntal19				

	3.4.2	Tensores, T	0		
		3.4.2.1 Ancho Efectivo de un Tensor2	1		
	3.4.3	Nodos2	1		
		3.4.3.1 Resistencia de los Nodos2	1		
3.5	ASPEC POST	CTOS ESPECÍFICOS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS Y ENSADAS2	2		
	3.5.1	Zonas de anclaje postensadas: Teorías Elástico-Lineales y del Puntal- Tensor	2		
	3.5.2	Métodos de Diseño para la Zona General de Anclaje2	3		
	3.5.3	Determinación del refuerzo de confinamiento de la zona de anclaje empleando Métodos Elástico-Lineales2	3		
	3.5.4	Determinación del refuerzo de confinamiento de la zona de anclaje empleando Modelos Puntal-Tensor2	5		
	CAPÍ DE C	TULO 4. REHABILITACIÓN ESTRUCTURAL DE ELEMENTO ONCRETO CON FIBRAS DE CARBONO29)S 9		
4.1	INTRO	DDUCCIÓN2	9		
4.2	PROP	IEDADES FÍSICAS DEL FRP3	0		
	4.2.1	Tipos de resinas3	0		
	4.2.2	Coeficiente de expansión térmica3	1		
	4.2.3	Efectos a altas temperaturas3	1		
4.3	PROP	IEDADES MECÁNICAS DEL FRP3	1		
	4.3.1	Comportamiento a Tensión3	1		
	4.3.2	Comportamiento a Compresión3	1		
4.4	СОМР	ORTAMIENTO DEPENDIENTE DEL TIEMPO3	2		
	4.4.1	Ruptura por flujo plástico en la resina3	2		
	4.4.2	Fatiga3	2		
4.5	DURA	BILIDAD3	3		
4.6	FRP PRESFORZADO3				
4.7	CONF	NAMIENTO	3		
4.8	RECO	MENDACIONES DE DISEÑO3	4		
	4.8.1	Filosofía de Diseño3	4		
	4.8.2	Consideraciones ambientales3	4		
	4.8.3	Propiedades de diseño del refuerzo con FRP3	4		

4.9	FLEXIÓN				
	4.9.1	Nivel de deformación de la fibra35			
	4.9.2	Nivel de deformación del acero de refuerzo a flexión existente			
	4.9.3	Nivel de esfuerzos en la fibra36			
	4.9.4	Nivel de esfuerzos en el acero de refuerzo por flexión			
	4.9.5	Resistencia nominal a la flexión36			
4.10	CORT	ANTE			
	4.10.1	Nivel de deformación de la fibra36			
	4.10.2	Resistencia nominal al cortante			
4.11	LONG	ITUD DE ANCLAJE EFECTIVA			
	CAPÍ	TULO 5. PROGRAMA EXPERIMENTAL			
5.1	MATE	RIALES Y PROCESO CONSTRUCTIVO40			
	5.1.1	Materiales40			
	5.1.2	Preparación de los especímenes41			
	5.1.3	Descripción de los especímenes41			
	5.1.4	Rehabilitación post-agrietamiento del espécimen EF-0143			
	5.1.5	Sistema de anclaje utilizado44			
5.2	DESCF	RIPCIÓN DE LA INSTRUMENTACIÓN Y DEL ENSAYE			
	5.2.1	Descripción de la instrumentación sobre los especímenes46			
	5.2.2	Descripción del ensaye47			
	CAPÍ	TULO 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES			
6.1	MODE	LO EXPERIMENTAL "ED-01"			
6.2	MODE	LO EXPERIMENTAL "EF-01"51			
6.3	MODE	LO EXPERIMENTAL "EF-01" REFORZADO CON FIBRAS DE CARBONO 53			
	CAPÍ	TULO 7. MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ESPECÍMENES			
	ENSA	AYADOS			
7.1	MODE	LO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN ED-01, MPT-155			
7.2	MODE	LO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN EF-01, MPT-2A57			
7.3	MODE	LO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN EF-01 CON CFRP, MPT-2B58			

	CAPÍ	TULO 8. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	65	
8.1	MODOS DE FALLA			
	8.1.1	Falla por tensión diagonal en la ménsula, Modo I	65	
	8.1.2	Falla por adherencia del refuerzo con CFRP, Modo II	66	
	8.1.3	Discusión de las fallas observadas	67	
8.2	COMPARACIÓN DE RESULTADOS ANALÍTICOS Y EXPERIMENTALES			
	8.2.1	Condiciones de Servicio	68	
	8.2.2	Carga Última Analítica vs Experimental	70	
	CAPÍ	TULO 9. CONCLUSIONES	73	
	BIBL	JOGRAFÍA Y REFERENCIAS	76	

RESUMEN

Se construyeron dos especímenes de concreto reforzado para determinar la capacidad a flexióncortante de ménsulas en extremos de vigas y estudiar su comportamiento ante cargas verticales. Con uno de estos especímenes pudo comprobarse la efectividad de una técnica de refuerzo externo que usa bandas con fibras de carbono. Este estudio permitió observar dos tipos de falla, a saber: falla por tensión diagonal con el aplastamiento del puntal diagonal en la ménsula y falla por adherencia del tensor horizontal principal del refuerzo con fibras de carbono.

Por otro lado, se compararon los resultados analíticos con los experimentales, de lo cual pudo comprobarse la efectividad de los Modelos Puntal-Tensor para el cálculo de la carga última real de estos elementos, contrario a lo obtenido con las ecuaciones de diseño de la sección 11.9 del ACI 318-05.

ABSTRACT

Two reinforced concrete specimens were constructed to determine the bending-shear capacity of dapped-end beams and to study their behavior of these elements under vertical loads. In one of these specimens the efficiency of a technique of external reinforcement that uses bands with Carbon Fibers of Reinforced Polymers could be verified. This study allowed to observe two types of fault: crushing of the diagonal strut and debonding of the Carbon Fibers Reinforced Polymers (CFRP).

On the other hand, the analytical and experimental results were compared, from which the efficiency of the Strut-and-Tie Models to determine the ultimate capacity of these elements was proved, contrarily to the results obtained with the design equations of the section 11.9 of the ACI 318-05.

I. INTRODUCCIÓN

Las ménsulas de concreto reforzado son usadas principalmente como soporte vertical de vigas prefabricadas en puentes, grúas viajeras, o sistemas de piso en edificios. Debido a su función como conexión entre dos o más elementos, este tipo de elemento es de mucha importancia y su diseño debe tratarse con mucho detalle para evitar una falla que provoque el colapso del sistema estructural que se apoya en él.

En la práctica, pueden encontrarse dos tipos de ménsulas de concreto estructural: aquéllas que se encuentran pegadas a columnas de concreto (unión viga-columna) y las que suelen encontrarse en los extremos de vigas (unión viga-viga). Las primeras han sido muy estudiadas y su comportamiento y el modo de falla están bien definidos; en las segundas, por no estar pegadas a las columnas, la fuerza de compresión en el puntal diagonal no termina incrustándose en la columna como en el primer caso, sino que su trayectoria sobre el elemento tiende a salirse de la trabe sin llegar a la columna, ya que ésta se encuentra muy lejos de la transmisión de carga, haciendo más débil el puntal a compresión en el concreto.

Una ménsula es un elemento estructural que debido a su condición de carga está sometida a esfuerzos de flexión-cortante y su diseño debe ser tal que sea capaz de resistir los diferentes tipos de cargas que puedan presentarse; además, debido a su función como conexión entre viga-columna o viga-viga, se deberá garantizar que esta unión sea más resistente que los elementos que se conectan a ella. Por su geometría, las ménsulas de concreto estructural están sometidas a esfuerzos que no cumplen con la teoría básica de Bernoulli, empleada en el comportamiento de elementos de concreto, es decir, las secciones de estos elementos *no permanecen planas durante la flexión.*

Investigaciones anteriores ^[6, 9, 13, 18, 27, 33] han podido identificar diferentes tipos principales de falla en ménsulas de concreto: Tensión debido a la flexión, Tensión Diagonal, Cortante de fricción, falla de anclaje y fallas de carácter secundario.

1.1 PROBLEMÁTICA

Muchos de los elementos usados en la práctica de la ingeniería estructural están sometidos a esfuerzos elevados de configuración compleja debido a cambios bruscos en su geometría, aplicación de cargas puntuales, fuerzas internas en uniones viga-columna o viga-viga, entre otros

casos; las zonas que presentan cualquiera de las características mencionadas anteriormente, se denominan *Discontinuidades* en el elemento y deben tratarse con especial cuidado en el diseño.

Debido a que el flujo de fuerzas en estas zonas puede resultar complejo y difícil de analizar, es necesario el uso de un método que examine los esfuerzos de tensión y compresión en el concreto de una manera fácil y rápida, sin complicaciones. El Método del Puntal-Tensor (MPT) es una herramienta muy poderosa en estos casos donde las hipótesis de la teoría básica de Bernoulli ya no se aplican. El método es muy útil para el ingeniero estructural porque le permite estudiar muy fácilmente zonas de apoyo de vigas prefabricadas, vigas peraltadas, ménsulas y cualquier elemento que presente configuraciones complejas de esfuerzos.

1.2 ALCANCES Y OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Se construyeron dos especímenes de concreto reforzado, los cuales fueron sometidos a carga estática vertical en laboratorio, con el fin de determinar experimentalmente la capacidad y el comportamiento a esfuerzos de flexión-cortante de ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado. Además, con uno de estos mismos especímenes, el cual fue llevado al agrietamiento y rehabilitado posteriormente, se pudo comprobar la efectividad de una técnica de refuerzo y reparación que usa bandas con fibras de carbono. Por lo general, este tipo de vigas suelen ser elementos presforzados o post-tensados en las obras, con el fin de cubrir grandes claros longitudinales y reducir los problemas de agrietamiento ante cargas de servicio. Los especímenes que aquí se estudian fueron diseñados con acero de refuerzo, lo cual facilitó los problemas de anclaje y habilitado de los tensores durante la construcción de los especímenes; aún con esta consideración en el trabajo experimental, es posible entender el funcionamiento principal de los Modelos Puntal-Tensor para el diseño de estructuras de concreto presforzado y post-tensado, ya que la única diferencia se encuentra en la capacidad a tensión de los tensores, sin afectar el comportamiento del elemento ante carga vertical.

Debido a que el trabajo es de carácter exploratorio y por el pequeño número de modelos ensayados en laboratorio, los alcances y objetivos son limitados: se dio especial atención al Método del Puntal-Tensor como herramienta de diseño para ménsulas de concreto reforzado y a la rehabilitación y refuerzo de estos elementos mediante Fibras de Carbono como refuerzo a tensión en el concreto.

Los objetivos principales de esta investigación son:

- Comparar los resultados experimentales de esta investigación con los obtenidos de las ecuaciones propuestas en la Sección 11.9 para el diseño de ménsulas y cartelas y el Apéndice A (Modelos Puntal-Tensor) del código ACI 318-05, con el objetivo de que el diseñador estructural adquiera un mejor juicio sobre qué método usar para el diseño de estos elementos.
- Proponer un Modelo Puntal-Tensor que permita analizar mejor la zona del puntal diagonal en forma de botella que se presenta en la región discontinua; este modelo deberá proporcionar la información suficiente del flujo de fuerzas para el dimensionamiento del acero de refuerzo secundario, con el cual es posible evitar la falla frágil en el elemento.
- Verificar si el refuerzo de estructuras con FRP realmente cumple con las suposiciones básicas del Método del Puntal-Tensor para su uso en el diseño de los tensores.
- Proponer nuevas recomendaciones de diseño para especímenes en futuras investigaciones de acuerdo con los modos de falla observados; esto con el fin de obtener más resultados

experimentales que permitan interpretar con mayor detalle el comportamiento de las ménsulas en extremos de vigas de concreto estructural.

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Después de un capítulo de introducción donde se exponen los objetivos y alcances del estudio, se presenta en el segundo capítulo las teorías existentes para el diseño de ménsulas, recalcando las hipótesis fundamentales y las ecuaciones de diseño de la sección 11.9 del código ACI 318-05. Para no hacer muy voluminoso este capítulo se optó por omitir las deducciones de las fórmulas.

En el tercero, se explica detalladamente el proceso de diseño de elementos discontinuos con los Modelos Puntal-Tensor de acuerdo con el Apéndice A del ACI 318-05. En este capítulo hallará muchas recomendaciones sobre qué geometría es más adecuada en los modelos, así como para el diseño de las zonas nodales. También se muestran algunos ejemplos de modelos puntal-tensor típicos de algunos elementos estructurales comunes; asimismo, se incluye el modelado de estructuras presforzadas y postensadas.

En el cuarto capítulo se presenta al sistema compuesto por FRP como material de rehabilitación en estructuras nuevas o existentes, mostrando las ventajas y desventajas en su aplicación a las estructuras de concreto estructural.

En el capítulo cinco se describe detalladamente todo el proceso de diseño para los especímenes ensayados: las medidas de los especímenes, la forma en que se probaron, las propiedades mecánicas de los materiales y una descripción detallada de cada uno de los instrumentos de medición usados en las pruebas. También se incluye la descripción de la rehabilitación de uno de los especímenes que fue reforzado con fibras de carbono.

El sexto fue dedicado a la presentación de los resultados obtenidos en los ensayes, presentándose en forma de gráficas los datos experimentales de cada espécimen; la interpretación de estos resultados se encuentra en el capítulo ocho, con comentarios críticos sobre el porqué del comportamiento y de los modos de falla observados en los especímenes, así como la comparación de los métodos de diseño de estos elementos.

En el capítulo siete se presentan los resultados analíticos representativos a cada espécimen, obtenidos con la ayuda de modelos matemáticos, a saber, Modelos Puntal-Tensor.

Finalmente se presentan las conclusiones y comentarios finales del estudio así como también algunas recomendaciones para futuras líneas de investigación.

II. MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO. COMPORTAMIENTO Y DISEÑO

2.1 INTRODUCCIÓN

La gran mayoría de los miembros estructurales de concreto no pueden escapar de tener que resistir fuerzas cortantes, como el caso de ménsulas. Estas fuerzas generalmente no se presentan solas, sino en combinación con otras fuerzas, a saber, fuerzas de flexión, carga axial y quizás torsión. Además de estas fuerzas siempre es necesario tomar en cuenta las interacciones posibles con otras acciones estructurales. La transmisión de esta fuerza cortante en el concreto, al igual que el mecanismo de flexión, se apoya en su capacidad a la tensión y compresión, es por eso que no es de sorprender que una falla por cortante por lo general se presente en forma frágil. Debido a esto, es recomendable siempre que en el diseño de elementos estructurales se le proporcione cierta ductilidad que les permita incrementar los niveles de desplazamiento sin llegar a la falla frágil [²¹].

En el caso de ménsulas, el efecto de las fuerzas cortantes no es nada despreciable; incluso el comportamiento tiene configuraciones complejas de esfuerzos que la hacen más vulnerable a los agrietamientos debidos a la interacción flexión-cortante. Cuando las deformaciones por cortante no son pequeñas comparadas con las de flexión, el uso de la hipótesis de esfuerzo plano, propuesta por Bernoulli, ya no se aplica y su comportamiento debe ser estudiado por un método más exacto.

2.2 COMPORTAMIENTO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO

Una ménsula del tipo unión viga-viga (que a partir de ahora, por ser el caso de estudio, se llamará solamente ménsula), puede encontrarse en el extremo final de vigas prefabricadas en puentes o en sistemas de piso en edificios que requieren grandes claros longitudinales. Estas vigas presentan un cambio brusco en el peralte total de la sección generando configuraciones complejas de esfuerzos en la zona de transmisión de carga; un ejemplo de estas ménsulas puede verse en la Figura 2.1.



Fig. 2.1. Elementos estructurales de un puente de concreto

El comportamiento de este tipo de ménsulas es similar al que presentan aquéllas que unen viga con columna. Kriz y Raths ^[13] desarrollaron un amplio programa de pruebas en ménsulas. De sus estudios se pueden identificar los siguientes mecanismos o modos de falla.

- 1. Ocurre falla de tensión por flexión cuando la cedencia excesiva del refuerzo a flexión provoca que el concreto se aplaste en el extremo inclinado de la ménsula. Las grietas de flexión se hacen sumamente anchas (Fig. 2.2a).
- 2. Se desarrolla una grieta a lo largo del puntal a compresión diagonal después de que se forman las grietas por flexión. La falla se debe finalmente a la compresión por cortante (Fig. 2.2b).
- 3. Una serie de grietas cortas diagonales muy inclinadas puede llevar a una falla por cortante de fricción, conforme se interconectan las mismas, la ménsula se separa de la columna (Fig. 2.2c).
- 4. Puede ocurrir una falla de fisuración a lo largo del refuerzo a flexión pobremente anclado cuando la carga se aplica demasiado próxima al extremo libre de un voladizo corto (Fig. 2.2d). El extremo con libertad de desplazamiento de una viga libremente apoyada puede imponer la reacción del borde de la placa de apoyo, y la excentricidad no planeada puede provocar este tipo de falla.
- 5. Con placas de apoyo demasiado pequeñas o muy flexibles, o cuando la ménsula es demasiado angosta, el concreto se puede aplastar por la parte de abajo, lo que conduce a una falla de apoyo (Fig. 2.2e).
- 6. Se acentúan varios de estos mecanismos cuando hay una fuerza horizontal N_u además de la carga vertical V_u lo que puede deberse a los efectos dinámicos en las trabes carriles o puede inducirse por contracción, flujo plástico o acortamiento por temperatura de vigas de concreto prefabricado restringidas en la ménsula. También se puede plantear un caso de falla potencial cuando la cara exterior es poco profunda y también se introduce una carga horizontal adversa (Fig. 2.2f)

7. El mecanismo de arco lineal implica que se debe desarrollar la capacidad del refuerzo a flexión en la proximidad inmediata de la placa de apoyo. Esto lleva a un mecanismo de falla importante en las ménsulas: la falla del anclaje.

Estos tres últimos modos secundarios de falla se presentan con cargas muchos menores a las cuales se pudo haber presentado cualquiera de los cuatro modos principales (Kriz y Raths, 1965).

También se ha estudiado experimentalmente el efecto de cargas horizontales que actúan de manera simultánea con las cargas verticales aplicadas a la ménsula. Las cargas horizontales pueden ser de tensión o de compresión. Las primeras suelen ser producidas en la práctica por la contracción y el flujo plástico del concreto de las vigas que se apoyan sobre la ménsula o por las acciones de viento o sismo; es importante considerar su efecto, porque la resistencia de las ménsulas disminuye en relación al caso en que sólo actúan verticales. Por el contrario, las fuerzas horizontales de compresión aumentan la resistencia de las ménsulas y propician un comportamiento menos frágil ^[6]. Estas fuerzas de compresión pueden lograrse colocando cierta cantidad de acero que atraviese la ménsula por un ducto y al que se le pueda aplicar una fuerza de tensión, la cual, como reacción, produce una fuerza de compresión en la ménsula.



Fig. 2.2. Modos de falla en ménsulas. a) Tensión por Flexión, b) Tensión Diagonal, c) Cortante por Fricción, d) Fisuración de Anclaje, e) Aplastamiento debido a esfuerzos de apoyo y f) Tensión Horizontal (Adaptada de Park y Paulay, 1975)

2.3 DISEÑO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO

Existen dos maneras de diseñar las ménsulas de concreto estructural de acuerdo con el ACI 318-05: utilizando las ecuaciones de diseño de la sección 11.9, como se verá en este capítulo, o con el Apéndice A usando Modelos Puntal-Tensor, que se presenta en el capítulo siguiente.

Las ménsulas se diseñan para resistir fuerzas de tensión, compresión y cortante de tal manera que no sobrepasen los estados límite. Los esfuerzos se concentran principalmente en la esquina reentrante de la ménsula. Es necesario que el diseño cumpla con el anclaje adecuado del acero principal a tensión, y que se coloque refuerzo horizontal secundario (véase Fig. 2.3).

Las recomendaciones de diseño para ménsulas fueron introducidas por primera vez en el código ACI en 1971 con dos métodos de diseño: el primero se basó en relaciones empíricas de Kriz y Raths para ménsulas con $a_v/d \le 1.0$ (donde a_v es el claro de cortante y d el peralte efectivo de la ménsula), y el segundo se basó en la teoría de fricción por cortante con $a_v/d \le 0.5$. En 1983, el código fue completamente revisado y las relaciones empíricas de Kriz y Raths fueron omitidas; las recomendaciones de Mattock ^[18] son las que siguen vigentes hasta ahora.

2.3.1 Tipos de refuerzo en una ménsula de concreto reforzado

Existen cuatro tipos de refuerzo que deben estar incluidos en el diseño de ménsulas:

- **1. Refuerzo horizontal principal** A_{sc} Su función es resistir la fuerza de tensión principal debido a la flexión. Este refuerzo debe ser anclado lo suficientemente para evitar fallas por adherencia y anclaje. Puede ser en forma de ganchos estándar o colocando refuerzo en forma de estribos en "U"; éstos últimos son los más recomendables.
- **2. Refuerzo horizontal secundario** A_h Debe ser colocado y distribuido a 2/3 del peralte efectivo de la sección; esto con el fin de evitar fallas por tensión diagonal y fallas por cortante directo en la interface de la esquina reentrante.
- **3. Refuerzo horizontal adicional** A_n Es el refuerzo necesario adicional que debe ser colocado junto con el refuerzo horizontal principal debido a los efectos de fuerza axial que puedan generarse en la ménsula.
- **4. Refuerzo vertical principal** A_v Este refuerzo, al igual que el refuerzo horizontal principal, son de los más importantes en el diseño, ya que éste es el que se supone debe resistir el cortante directo vertical total de la ménsula. Su correcto diseño puede prevenir la falla por cortante y además, evita que se desarrolle el ancho de grieta diagonal principal en la esquina reentrante.

2.3.2 Hipótesis del Cortante por Fricción para la transferencia del cortante en Ménsulas

El ACI supone un modo de falla (Fig. 2.2c) basado en cortante por fricción de acuerdo con las hipótesis planteadas en el Capítulo 11 de resistencia a cortante para ménsulas y cartelas. La suposición se realiza pensando en un plano vertical ya agrietado, a lo largo del cual la ménsula se desliza para alcanzar su estado límite de falla. Un coeficiente de fricción μ es usado para transformar las fuerzas horizontales resistentes de los tensores en una fuerza resistente vertical nominal mayor que la fuerza cortante externa factorizada. Por lo tanto, la fuerza resistente por cortante vertical nominal es:

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = A_{vf} f_y \mu \qquad [N] \qquad (2.1a)$$

(2.1b)

Despejando nos queda $A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu}$ [mm²]

El ACI propone los siguientes valores para el coeficiente de fricción, μ , de acuerdo con el tipo de concreto que se va a utilizar:

•	Concreto colado monolíticamente	1.4λ
•	Concreto colado contra concreto rugoso endurecido	1.0λ
•	Concreto colado contra concreto no rugoso endurecido	0.6λ
•	Concreto anclado a acero estructural	0.7λ

 $\lambda = 1.0$ para concreto de peso normal, 0.85 para concreto aligerado con arena, y 0.75 para todos los demás concretos ligeros.

2.3.3 Flexión y Tensión Axial

De acuerdo con la sección 11.9.3.1 del ACI en todos los cálculos el valor de ϕ debe tomarse igual a 0.75 debido a que el comportamiento de las ménsulas es controlado por el cortante.

Por equilibrio de momentos (ver Fig. 2.3), tomando como plano de referencia la línea del eje del refuerzo A_{sc} , es posible llegar a la siguiente ecuación para el refuerzo principal a tensión en una ménsula en extremo de viga:

$$A_{f} = \frac{V_{u}a_{v} + N_{uc}(h-d)}{\phi f_{v}d}$$
 [mm²] (2.2)

Y el refuerzo por tensión directa debido a la fuerza de tensión N_{uc} , es:

$$A_n = \frac{N_{uc}}{\phi f_y} \qquad [\text{mm}^2] \qquad (2.3)$$

El área total del refuerzo debido a la flexión y la tensión directa debe ser, al menos, el mayor valor de las ecuaciones 2.4a y 2.4b.

$$A_{sc} = \frac{1}{\phi f_y} \left[V_u \left(\frac{a_v}{d} \right) + N_{uc} \left(\frac{h}{d} \right) \right] \qquad [\,\mathrm{mm}^2\,] \tag{2.4a}$$

$$A_{sc} = \frac{2}{3}A_{vf} + A_n = \frac{1}{\phi f_y} \left[\frac{2}{3}V_u + N_{uc}\right] \qquad [\,\mathrm{mm}^2\,] \tag{2.4b}$$

Con $\phi = 0.75$, de acuerdo con lo planteado anteriormente.





2.3.4 Cortante Directo Vertical

El refuerzo horizontal A_h es necesario para resistir el cortante directo vertical por fricción y no deberá ser menor que

$$A_h \ge \frac{A_{sc} - A_n}{2} \qquad [\text{mm}^2] \qquad (2.5)$$

El refuerzo secundario A_h es requerido para evitar una falla por tensión diagonal y de cortante por fricción en la esquina reentrante de la ménsula, de manera que este refuerzo esté debidamente distribuido a 2/3 del peralte efectivo de la ménsula, como se aprecia en la Fig. 2.3; estos estribos horizontales contribuyen a la resistencia de cortante incrementando la resistencia a compresión del puntal del concreto, la resistencia debido a la trabazón del agregado y la acción de dovela en el concreto agrietado.

El refuerzo A_{sc} debe ser extendido como mínimo, una distancia $1.7l_d$ después del extremo inicial de la ménsula y anclado al extremo de la ménsula por medio de barras soldadas, ángulos o placas. Las barras horizontales A_h deben ser extendidas de manera similar, y las barras verticales A_v deben estar bien ancladas por ganchos como lo exige la sección 7.1 del código ACI 318-05.

Debe tomarse en cuenta que la resistencia nominal a cortante para una ménsula de concreto reforzado que según el ACI está limitada a:

Para concreto de peso normal, V_n , tomar el menor valor de las ecuaciones 2.6a y 2.6b:

$$V_n = 0.2 f'_c b_w d$$
 [N] (2.6a)

$$V_n = 5.5 \ b_w d$$
 [N] (2.6b)

Y para cualquier tipo de concreto aligerado, tomar el menor valor de las ecuaciones 2.6c y 2.6d.

$$V_n = \left(0.2 - \frac{0.07a_v}{d}\right) f'_c b_w d \qquad [N] \qquad (2.6c)$$

$$V_n = \left(5.5 - \frac{1.9a_v}{d}\right) b_w d$$
 [N] (2.6d)

2.3.5 Tensión Diagonal en la esquina reentrante

El refuerzo necesario para resistir las grietas inclinadas por tensión diagonal que se propaga desde el centro de concentración de esfuerzos en la esquina reentrante hacia la porción de mayor peralte en la viga, puede ser obtenido a partir de la siguiente expresión:

$$A_{\nu} = \frac{V_u}{\phi f_{\nu t}} \qquad [\text{mm}^2] \qquad (2.7)$$

Con $\phi = 0.75$ y f_{yt} el esfuerzo a fluencia del acero de refuerzo A_v .

III. EL MÉTODO DEL PUNTAL-TENSOR

3.1 INTRODUCCIÓN

Todas las partes de una estructura son de importancia, pero la dificultad en el dimensionamiento para cada una de ellas no es igual debido a la diferencia en su comportamiento durante la aplicación del sistema de cargas dado. Durante este dimensionamiento debe tenerse especial cuidado en aquellas regiones en donde se presentan discontinuidades estáticas o geométricas, tales como esquinas de marcos rígidos, ménsulas, apoyos en trabes, entre otras. El adecuado diseño de tales áreas es esencial para la integridad global del sistema estructural. En la práctica es común encontrarse con procedimientos de diseño basados en resultados de pruebas experimentales o reglas empíricas que suelen cubrir algunos casos de tales discontinuidades en los elementos.

Un análisis estructural debe basarse en modelos matemáticos que puedan representar los campos de esfuerzos en cada región de la estructura de manera sencilla y adecuada para la correcta obtención de resultados y, por consiguiente, realizar el diseño adecuado de sus elementos. El modelo de armadura presentado por Ritter en 1899, debido a su transparencia y adaptabilidad a muchas situaciones de diseño, fue el más utilizado para el dimensionamiento por cortante del concreto estructural. En 1902, Mörsch presentó el modelo de la analogía de la armadura para el diseño del refuerzo transversal de una viga basado en pruebas experimentales y que todavía tiene aplicación en nuestros tiempos. Estos modelos proporcionan aproximaciones aceptables para regiones con pequeñas variaciones de esfuerzos, pero cuando esta configuración es compleja no son recomendables debido a la poca aproximación en el análisis al violar las hipótesis del método. En otras palabras, estos métodos sólo cubren ciertas partes de una estructura.

Posteriormente Lampert y Thürlimann ^[15] desarrollan un modelo conceptual basado en la teoría de la plasticidad con la cual es posible llegar a un razonamiento matemático simplista que nos lleva a calcular en forma adecuada la carga de colapso de un elemento. Esta teoría se compone de dos teoremas fundamentales:

"Un sistema de cargas basado en un campo de esfuerzos estáticamente permisible, el cual no viola la condición de fluencia, es un límite inferior de la carga última" conocido como teorema del Límite Inferior de la Plasticidad, el cual matemáticamente puede representarse como:

$$\lambda_i \sigma_i \le \lambda_u \sigma_i \tag{3.1}$$

Por otra parte, "un sistema de cargas, el cual se encuentra en equilibrio bajo un mecanismo cinemático y compatible con las condiciones geométricas de frontera es un límite superior de la carga última", denominado teorema del Límite Superior de la Plasticidad.

Recientemente Schlaich, Schäfer, *et al.* (1987), modificaron el modelo de la analogía de la armadura generalizándolo para que pudiera ser aplicable a cualquier parte de una estructura. Esta modificación tiene su justificación en el hecho de que las estructuras de concreto reforzado soportan cargas a través de un campo de esfuerzos a compresión que se distribuyen e interconectan por medio de tensores. Estos tensores pueden ser barras de acero de refuerzo, tendones de presfuerzo o campos de esfuerzos a tensión en el concreto. De ahí el nombre de *"Modelos Puntal-Tensor"* o *"Método del Puntal-Tensor" (MPT)*. En el MPT, los elementos se intersecan unos a otros; estas uniones son denominadas *"nodos"* y son parte importante para detallado del modelo.



Fig. 3.1. Modelo original de la armadura propuesta por Ritter

El MPT es una herramienta muy poderosa para el análisis de las partes de elementos estructurales donde la hipótesis de la teoría de esfuerzo plano ya no se cumple. Además, permite detallar fácilmente zonas de apoyo de vigas prefabricadas, vigas peraltadas, ménsulas y cualquier elemento que presente configuraciones complejas de esfuerzos, contrario a los métodos estándar de diseño. El diseño de regiones que presentan cualquier tipo de discontinuidad es el objetivo principal del método. Sin embargo, también es posible dar solución a aquellas regiones que todavía cumplen con las hipótesis de esfuerzo plano.

3.2 REGIONES "B" Y "D" DE UNA ESTRUCTURA

Aquella región de una estructura en la cual las hipótesis de Bernoulli de esfuerzo plano aún pueden considerarse válidas se le denomina *"Región B"* (*"B"* haciendo referencia a Bernoulli), y sus estados de esfuerzos internos se derivan a partir de las fuerzas en la sección transversal (momentos de flexión y torsión, cortante y fuerza axial). Las losas planas y cascarones consisten predominantemente de regiones B ya que la distribución de esfuerzos pueden calcularse con la ayuda de las propiedades geométricas de la sección no agrietada y si los esfuerzos a tensión exceden a la resistencia a tensión del concreto deberá aplicarse el modelo de la analogía de la armadura o alguna de sus variantes.

Cualquier parte de una estructura en donde la distribución de esfuerzos es significativamente no lineal es denominada *"Región D"* (*"D"* de Discontinuidad). Si la sección se encuentra todavía en un estado no agrietado podrá realizarse el análisis siguiendo los métodos que contemplan esfuerzos de carácter elástico-lineal. Por el contrario, si la sección se encuentra en el estado de

agrietamiento, los resultados del análisis basado en estos métodos son aceptadas en muy pocos casos y deberá usarse otro método que proporcione resultados adecuados. El inadecuado e inconsistente tratamiento de una región D ha sido una de las razones principales para el pobre desempeño de una estructura, y esto ha llevado a fallas que provocan el colapso del sistema estructural. Uno de los métodos adecuados para el diseño de estas regiones es el Método del Puntal-Tensor. El MPT también incluye a las regiones B con el modelo de la armadura pero como un caso especial; no obstante, el uso del MPT para regiones B puede resultar mucho más complejo que si se usa un método de diseño estándar como los mencionados al principio de este capítulo.

Para definir la zona o los límites de una región D, se aplica el principio de Saint-Venant de tal forma que los esfuerzos puedan suponerse con un comportamiento lineal, lo cual ocurre a una distancia aproximadamente de 1.0 a 1.5h de la región discontinua, donde "h" es el peralte total de la sección transversal. La figura 3.2 muestra ejemplos de la subdivisión de una estructura en regiones "B" y "D" para un estudio más refinado usando Modelos Puntal-Tensor.

En las regiones B, la variación de los esfuerzos y sus trayectorias son bastante suaves comparado con los que se presentan cerca de las discontinuidades. Estos esfuerzos disminuyen rápidamente al irse alejando del punto de origen de la concentración de cargas; este comportamiento permite la identificación de las regiones B y D de una estructura de manera sencilla. Para un buen análisis y obtención de esfuerzos es importante saber identificar y dividir la estructura en sus respectivas regiones de acuerdo con las definiciones planteadas con anterioridad o utilizando el Método de la Ruta de Carga, el cual permite identificar fácilmente las trayectorias de los esfuerzos en forma gráfica y posteriormente utilizar el MPT para proporcionar el acero de refuerzo adecuado en las zonas sometidas a tensión (véase Ref. 26).



Fig. 3.2. Regiones "B" y "D" en un edificio de concreto reforzado

3.3 MODELOS PUNTAL-TENSOR

En un modelo puntal-tensor, la distribución de esfuerzos debe satisfacer las ecuaciones de equilibrio y las condiciones estáticas de frontera del sistema; con esto se deduce que un modelo puntal-tensor es una solución del Límite Inferior de la Plasticidad.

La aplicación del método es más sencilla de lo que aparenta: basta con escoger la geometría adecuada para cada modelo y dimensionar sus elementos de tal forma que esto represente un límite inferior (o conservador) de la capacidad real de cada uno de ellos, suponiendo que fallas de tipo frágil tales como inestabilidad o aplastamiento local en el concreto puedan evitarse.

Enseguida se enlistan las cinco suposiciones básicas para la correcta aplicación del método:

- **1.** La falla es debida a la formación de un mecanismo resultante de la fluencia de uno o más tensores.
- **2.** El aplastamiento de los puntales de concreto no deben ocurrir antes de la fluencia de los tensores.
- 3. Sólo existen fuerzas uniaxiales en los puntales y tensores.
- **4.** Todas las cargas externas son aplicadas en los nodos; las fuerzas de postensado y pretensado se aplican como cargas externas.
- **5.** El detallado del refuerzo debe ser capaz de evitar fallas de tipo secundario, tales como adherencia local o falla del anclaje.

Las definiciones de los elementos que conforman un modelo puntal-tensor son:

C: Puntal de concreto sujeto a compresión.

T: Tensor de acero de refuerzo o presfuerzo.

Nodo: Punto de intersección entre puntales y tensores. Dependiendo de la combinación de fuerzas que concurran a él pueden clasificarse como: CCC, CCT, CTT o TTT. Donde la letra C representa un puntal a compresión y T un tensor.



Fig. 3.3. Tipos de nodos

En la gran mayoría de las estructuras no es muy recomendable iniciar con el modelado de la estructura completa usando puntales y tensores (a menos que se tenga mucha experiencia), sino que primero se debería realizar un análisis estructural general y posteriormente usar el MPT. Desarrollar el modelo de puntales y tensores de un elemento se hace mucho más simple si los esfuerzos elásticos y las direcciones principales de estos esfuerzos están disponibles, como en los ejemplos de la Fig. 3.4, en donde los esfuerzos fueron obtenidos por medio de la Teoría de la Elasticidad. En elementos de geometría muy irregular, el uso de métodos de análisis basado en elementos finitos puede ser de mucha ayuda para poder identificar las trayectorias de esfuerzos. El análisis completo de la estructura contemplará a ambas regiones.

Cuando las regiones en la estructura aún permanecen en el estado no agrietado se usarán métodos estándar disponibles que permitan realizar un análisis elástico-lineal tanto en el concreto como en el acero; no obstante, para el caso de esfuerzos a compresión elevados, se recomienda sustituir la ley de Hooke por otra que tome en cuenta la no linealidad del comportamiento de los materiales, como puede ser el modelo de Burguers. Por el contrario, si los esfuerzos a tensión llegan a exceder la resistencia a tensión que puede soportar el concreto, las fuerzas internas serán determinadas y diseñadas con el MPT.



Fig. 3.4. Regiones D típicas en dos vigas peraltadas: a) Trayectorias de esfuerzos elásticos, b) Esfuerzos Elásticos y c) Modelo Puntal-Tensor

El siguiente algoritmo muestra en forma general el procedimiento para diseñar y dimensionar estructuras de concreto reforzado usando Modelos Puntal-Tensor:

- 1. Determinar las cargas sobre la estructura, incluyendo las cargas debidas al presfuerzo.
- 2. Dividir los elementos en sus respectivas regiones B y D.
- 3. Dimensionar las regiones B con un análisis basado en análisis de esfuerzo plano.
- 4. Desarrollar Modelos Puntal-Tensor para regiones D.

- 5. Estimar longitudes y dimensiones de los elementos. Los puntales a compresión son representados por miembros de armadura localizados al eje longitudinal, y los tensores son representados al centroide del refuerzo. Los nodos de la armadura se localizan en las intersecciones de puntales, tensores, y cargas aplicadas o reacciones. Las dimensiones de las zonas nodales dependen del tamaño de las placas de apoyo y de los detalles de anclaje de los tensores.
- 6. Calcular las fuerzas de los puntales y tensores. Si la armadura resulta ser estáticamente indeterminada es necesario tomar en cuenta la rigidez axial relativa de los miembros de la armadura para resolver las fuerzas en los puntales y tensores.
- 7. Proporcionar el acero de refuerzo y/o presfuerzo adecuados para los tensores.
- 8. Checar los esfuerzos en el concreto en las zonas nodales.
- 9. Determinar la longitud de anclaje necesaria para los tensores.
- 10. ¿Es óptimo el Modelo Puntal-Tensor?, en caso contrario regresar al punto 5.
- 11. Checar las condiciones de servicio bajo cargas de trabajo.

El procedimiento anterior implica que la estructura será analizada por medio de una análisis elástico-lineal y diseñada siguiendo la teoría del límite inferior de la plasticidad. La facilidad para encontrar el modelo adecuado (geometría y dimensiones de los elementos) dependerá de la habilidad del usuario para la obtención de un modelo óptimo de análisis.



Fig. 3.5. a) Ménsula de apoyo, b) Empotramiento de viga con columna

En la Fig. 3.5 se muestran dos ejemplos de modelos puntal-tensor, ambos ejemplos pertenecen a uniones viga-columna; la primera figura pertenece al análisis de una ménsula de apoyo para recibir una viga prefabricada (Fig.3.5a); la segunda, un empotramiento de viga con columna, típica en edificios de concreto reforzado de varios niveles (Fig. 3.5b). Estos ejemplos muestran geometrías bastante simples tomando en cuenta las suposiciones básicas. Primero se define la región D; se genera la geometría del modelo de acuerdo con el flujo de fuerzas en la región y posteriormente se procede a calcular las fuerzas internas: las fuerzas a compresión están representadas con líneas punteadas y las fuerzas a tensión con líneas sólidas, con lo cual se identifica al puntal y al tensor respectivamente. Nótese que las fuerzas están aplicadas directamente sobre los nodos.

Por otro lado, se ha podido demostrar que los métodos de análisis plástico son muy buenos para la determinación de la carga última, mientras que los métodos elásticos son más apropiados bajo condiciones de servicio ^[5].

3.3.1 Optimización del modelo

Al realizar el análisis usando el MPT es posible encontrar las deformaciones en los puntales y tensores; estas deformaciones suelen ser significativamente mayores en los tensores que en los puntales, es por eso que el modelo que presente la cantidad mínima de la suma del producto de la fuerza por la longitud y la deformación unitaria de todos los tensores será el mejor modelo a elegir. Este criterio de optimización puede ser formulado en forma sencilla como:

$$\sum F_i l_i \varepsilon_i = M$$
ínima (3.2)

Donde

 F_i = fuerza en el puntal o tensor *i*

 l_i = longitud del miembro *i*

 ε_i = deformación unitaria del miembro *i*



Fig. 3.6. El modelo (a) es mejor que el (b); la longitud de sus tensores es menor

La ecuación 3.2 se deriva a partir del principio de la energía mínima de deformación para el comportamiento de puntales y tensores en el concreto agrietado.

3.4 DISEÑO DE ZONAS "D" EN CONCRETO REFORZADO

El diseño se seguirá de acuerdo con las recomendaciones del Apéndice A del ACI 318-05.

3.4.1 Puntales a compresión, C

Son elementos de concreto que están sujetos a esfuerzos de compresión. Su resistencia depende de las características del concreto y la forma del puntal. Son tres las formas características en que pueden presentarse: "prisma", "botella" o "abanico" (Fig. 3.7).



Fig. 3.7. Formas características de los puntales a compresión

Los puntales en forma de "prisma" y "abanico" no desarrollan esfuerzos transversales al eje longitudinal por lo que se toma la resistencia a compresión del concreto, f'_c , para su diseño. Por el contrario, si el puntal es capaz de generar esfuerzos transversales como en el caso b) se deberá afectar la resistencia a compresión en el concreto por un factor de eficiencia como ocurre también en las zonas nodales. En la tabla 3.1 se muestran los diferentes tipos de puntales y nodos con sus respectivos factores de eficiencia.

		ACI 318 - 05		
	I.	Puntal con sección transversal uniforme en toda su longitud	$\beta_{s} = 1.00$	$\phi = 0.75$
	П.	Puntal en forma de botella con refuerzo	$\beta_s = 0.75$	$\phi = 0.75$
Puntales	III.	Puntal en forma de botella sin refuerzo	$\beta_s = 0.60\lambda$	$\phi = 0.75$
	IV.	Puntal sujeto a tensión	$\beta_s = 0.40$	$\phi = 0.75$
	٧.	Todos los demás casos	$\beta_{s} = 0.60$	$\phi = 0.75$
	I.	Nodo a compresión o en zona de apoyo, CCC	$\beta_n = 1.00$	$\phi = 0.75$
Nodos	П.	Nodo con un tensor, CCT	$\beta_n = 0.80$	$\phi = 0.75$
	III.	Nodo con más de un tensor, CTT o TTT.	$\beta_n = 0.60$	$\phi = 0.75$

Tał	ola	3.1.	Factores	de e	ficiencia	para	Punta	les y I	Nod	0S
-----	-----	------	----------	------	-----------	------	-------	---------	-----	----

Donde β_s y β_n son los factores de eficiencia para puntales y nodos, respectivamente; ϕ es el factor de reducción de resistencia de diseño.

Explicación de los tipos de Puntales descritos en la tabla 3.1

Condición I. Aplica a un puntal equivalente a un bloque rectangular de esfuerzos, como ocurre en zonas a compresión de vigas o columnas cargadas excéntricamente. En este caso $\beta_s = 1.0$.

Condición II. Aplica a puntales en forma de botella como el que se muestra en la figura 3.8, el cual contiene refuerzo transversal. Para que un puntal se pueda tomar como "reforzado" y pueda tomar el valor de $\beta_s = 0.75$, debe ser atravesado por un refuerzo que cumpla con la ecuación 3.3. La tensión que se genera en la dirección transversal combinada con la fuerza de compresión longitudinal puede llevar a una falla prematura del concreto, dependiendo de la forma y de la condición en que se encuentren, es por eso que el factor de eficiencia para los puntales debe reducirse.

$$\sum_{i=1}^{2} \frac{A_{si}}{w_s s_i} \operatorname{sen} \alpha_i \ge 0.003$$
(3.3)

Donde A_{si} es el área del acero de refuerzo que atraviesa al puntal; s_i la separación en la capa i de refuerzo; α_i el ángulo del refuerzo con respecto al eje del puntal. El subíndice de i toma los valores de 1 y 2 para las barras verticales y horizontales, respectivamente (ver Fig. 3.8). La ecuación 3.3 es aceptable para resistencias a compresión menores a 42MPa ($420 kg/cm^2$).

De acuerdo con esta segunda condición: un tensor puede atravesar uno o más puntales, como elementos de refuerzo, pero un puntal no puede atravesar a otro puntal, éstos deben cruzarse solamente en los nodos.



Fig. 3.8. Refuerzo que atraviesa un puntal

Condición III. Esta condición se aplica a miembros estructurales con concreto masivo, tales como pilas de apoyo en cimentaciones. Debido a que en los puntales sin refuerzo fallan después de que el concreto se haya agrietado, el valor de β_s es multiplicado por un factor de corrección, λ .

Los valores de este factor de corrección son: 1.0 para concreto de peso normal, 0.85 para concreto aligerado con arena, y 0.75 para todos los demás concretos ligeros.

Condición IV. Este valor de β_s se utiliza en modelos puntal-tensor usados para diseñar el refuerzo a tensión de patines de vigas prefabricadas, largueros y otras vigas similares en puentes. Este factor toma en cuenta el hecho de que las grietas en esta zona de la viga tienden a ensancharse más que las grietas que se generan en el alma.

Condición V. Esta condición aplica a todos los demás casos.

3.4.1.1 Ancho Efectivo de un Puntal

El ancho de un puntal, w_s , se define como la menor dimensión perpendicular al eje del puntal en sus extremos, estas dimensiones de los extremos dependen del ancho de la zona nodal, para el caso de apoyos, o ancho de placas por donde se aplica la carga vertical (ver Fig. 3.9). Para estructuras de dos dimensiones, como vigas peraltadas, el espesor de los puntales puede ser tomado como el ancho de la sección transversal del elemento.

De acuerdo con Hwang *et al. (2000)*, el ancho del puntal a compresión, *l*, en una ménsula está dado por la profundidad del eje neutro de la sección transversal.

$$l = kd \tag{3.4}$$

Donde *k* es obtenida de la teoría clásica de flexión en vigas de concreto reforzado con acero por tensión.

$$k = \sqrt{n\rho_f + 2n\rho_f} - n\rho_f \tag{3.5}$$

En el cual, *n* es la relación entre el módulo elástico del acero y del concreto ($n = E_s/E_c$), y la cuantía del refuerzo por flexión, ρ_f , está dada por la ecuación 3.6.

$$\rho_f = \frac{A_{sc} - A_n}{b_w d} \tag{3.6}$$

Donde A_n y A_{sc} son el área del refuerzo por tensión debido a la carga horizontal y al momento flexionante, respectivamente (Ecs. 2.3 y 2.4 del capítulo anterior); b_w es el ancho de la sección transversal de la ménsula y d el peralte efectivo.

3.4.1.2 Resistencia Nominal de un Puntal

Si un puntal no tiene refuerzo transversal, la resistencia debe tomarse como la compresión que causa el agrietamiento, calculada como:

$$C_{cr} = 0.85(0.6\lambda)f'_{c}A_{str}$$
(3.7)

Si el puntal está reforzado, entonces verificar la condición en que se encuentra y tomar los valores de los factores de eficiencia en los puntales dados en la tabla 3.1; la resistencia nominal de un puntal reforzado puede calcularse como:

$$F_{ns} = f_{ce}A_{str} \tag{3.8}$$

Donde $A_{str} = lb_w = w_s b_w$, es el área de la sección transversal en un extremo del puntal, y f_{ce} es el menor valor entre a) y b):

a) La resistencia efectiva a la compresión del concreto en el puntal:

$$f_{ce} = \nu f'_{c} = 0.85\beta_{s}f'_{c} \tag{3.9}$$

b) La resistencia efectiva de la zona nodal, dada por la ecuación 3.12

Los factores principales que afectan la resistencia a compresión efectiva en un puntal son:

- **1.** La resistencia del concreto. El concreto llega a ser más frágil y ν tiende a ser más pequeño cuando la resistencia del concreto se incrementa.
- 2. Efectos de larga duración. La resistencia de vigas de concreto y columnas tiende a ser menor que la resistencia del cilindro para calcular f'_c . Hay muchas razones por las que esta resistencia puede disminuir, incluyendo la reducción observada en la resistencia a compresión bajo carga sostenida, la debilidad del concreto cerca de las fibras extremas superiores de los elementos debido al sangrado del concreto después del colado. En la ecuación 3.9, se toma en cuenta las incertidumbres del cálculo de la resistencia debido a los factores anteriores, en parte, porque toma un bloque rectangular equivalente de esfuerzos igual a $0.85f'_c$.
- **3. Esfuerzos de tensión transversal al puntal.** Estos resultan de fuerzas a tensión del refuerzo que atraviesa las grietas.
- **4. Agrietamiento del puntal.** Los puntales atravesados por grietas inclinadas al eje del puntal son debilitados por estas grietas.
- **5. Ángulo de inclinación del puntal.** En un puntal a compresión, la resistencia disminuirá cuando el ángulo de inclinación del puntal sea menor con respecto a la horizontal. El código recomienda que el ángulo α entre un puntal y un tensor no debe ser menor de 25° ni mayor de 65°.

3.4.2 Tensores, T

Su función es resistir las fuerzas a tensión en el modelo y su diseño es muy simple; su resistencia depende de las propiedades de la sección transversal y del esfuerzo de fluencia del acero.

$$T_s \le A_s f_y + A_p \Delta f_p \tag{3.10}$$

Donde

 T_s = suma de las cargas externas.

 A_s , A_p = área del acero de refuerzo y del presfuerzo, respectivamente.

 f_y = esfuerzo de fluencia del acero.

 Δf_p = porción de la resistencia a tensión en el acero de presfuerzo.

3.4.2.1 Ancho efectivo de un Tensor

El ancho efectivo de un tensor supuesto en el diseño w_t puede variar en los límites siguientes, dependiendo de la distribución del refuerzo del tensor:

- a) Si las barras en el tensor se encuentran en una capa, el ancho efectivo de un tensor puede ser tomado como el diámetro de las barras en el tensor más dos veces el recubrimiento con respecto a la superficie de las barras.
- b) Un límite superior práctico del ancho del tensor puede tomarse como el ancho correspondiente a una zona nodal hidrostática, calculado como

$$w_{t,m\acute{a}x} = \frac{F_{nt}}{f_{ce}w_s} \tag{3.11}$$

Donde F_{nt} es la resistencia nominal a tensión de un tensor

3.4.3 Nodos

Son elementos ficticios que representan un punto específico de intersección entre puntales o tensores. Son similares a los que se representan en el análisis estructural y su resistencia depende del tipo de fuerzas que concurran a ellos y del tipo de anclaje que esté contenido dentro del nodo. Cuando el campo de esfuerzos es alto se denominan "Singulares" y cuando dicho campo se extiende y se reduce a lo largo de un área o longitud son llamados "Continuos". Los nodos singulares se originan principalmente en reacciones de apoyo y cargas concentradas introducidas por el refuerzo por medio de placas de anclaje o por la presión radial ejercida por las barras de refuerzo cuando se forman dobleces en forma de "gancho en U" para el anclaje al concreto. Discontinuidades geométricas tales como esquinas reentrantes en ménsulas, pueden causar concentraciones de esfuerzo las cuales suelen representarse por un nodo singular.

Para diseñar un nodo singular se debe tomar en cuenta lo siguiente:

- Sólo deberán existir tres fuerzas en un nodo, si concurren cuatro, por ejemplo, esto se resolverá sacando la resultante a dos de ellas para reducir el número de fuerzas concurrentes.
- La geometría del nodo va de acuerdo con las fuerzas que llegan a él.
- Checar si las presiones en el concreto dentro del nodo no exceden los límites marcados en los códigos de diseño actuales.
- Asegurar un adecuado anclaje de los tensores en los nodos (excepto para nodos CCC).

Los nodos continuos no son críticos como los singulares y sólo deberá asegurarse el anclaje adecuado de las barras de refuerzo o presfuerzo que lleguen a estos nodos.

3.4.3.1 Resistencia de los nodos

Siempre y cuando el nodo se encuentre confinado, los esfuerzos a compresión efectivos f_{ce} , calculados en una cara de una zona nodal debidos a las fuerzas del modelo puntal-tensor, no deben exceder el valor dado por:

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c \tag{3.12}$$







Fig. 3.10. Elementos de un Modelo Puntal-Tensor: a) Idealización y b) Modelado

3.5 ASPECTOS ESPECÍFICOS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS Y POSTENSADAS

El diseño sigue las mismas reglas que para las estructuras de concreto reforzado con acero normal, la diferencia en el proceso de diseño radica en el detallado del refuerzo de anclaje necesario en los alrededores del dispositivo de anclaje.

3.5.1 Zonas de anclaje postensadas: Teorías Elástico-Lineales y del Puntal-Tensor

La zona de anclaje puede definirse como el volumen de concreto mediante el cual la fuerza concentrada de presfuerzo en el dispositivo de anclaje se distribuye linealmente a través de la sección transversal completa a lo largo del claro del elemento. La longitud de esta zona, siguiendo los principios de Saint Venant, es aquélla en donde los esfuerzos llegan a ser uniformes a una distancia igual al peralte "h". El prisma entero, de una longitud de transferencia "h", se considera la zona total de anclaje.

Esta zona está compuesta de dos partes:

- 1. *Zona General:* Su longitud es idéntica a la zona de anclaje total y se extiende a lo largo del claro del elemento, es por lo tanto igual a la profundidad total de la sección "*h*" en casos estándar.
- 2. *Zona Local:* Esta zona es el prisma de concreto que se encuentra cercano e inmediatamente después del dispositivo de anclaje y del refuerzo de confinamiento que lo contiene. La longitud de la zona local tiene que ser considerada como el valor más grande entre su ancho máximo y la longitud de anclaje del dispositivo confinado con refuerzo.

El refuerzo de confinamiento a través de la zona total de anclaje debe elegirse de tal manera que pueda evitarse cualquier cuarteadura del concreto como resultado de alta concentración de fuerzas de compresión transmitidas por medio de los dispositivos de anclaje. Además, se deben checar los esfuerzos admisibles sobre concreto en la zona local para asegurar que la capacidad de carga admisible a compresión del concreto no se exceda.

3.5.2 Métodos de Diseño para la Zona General de Anclaje

Existen tres métodos para el diseño de la zona de anclaje.

- 1. *Análisis de Esfuerzos Elástico-Lineales aproximado que incluye el uso de elementos finitos:* Este método incluye el cálculo del estado detallado de esfuerzos linealmente elásticos. La aplicación del método de elementos finitos está un poco limitada por la dificultad de desarrollar modelos adecuados que puedan modelar correctamente el agrietamiento en el concreto. Sin embargo, las suposiciones apropiadas pueden siempre llevar a resultados razonables en el análisis.
- 2. *Equilibrio Basado en la Plasticidad, tales como los Modelos Puntal-Tensor*: El método del puntal-tensor proporciona las trayectorias idealizadas de las fuerzas de presfuerzo como elementos de armadura, las cuales siguen los principios de equilibrio estático. La carga última predicha mediante este método generalmente da resultados conservadores para estos casos.
- 3. *Métodos Aproximados*: Estos aplican para secciones transversales rectangulares sin discontinuidades.

3.5.3 Determinación del refuerzo de confinamiento de la zona de anclaje empleando Métodos Elástico-Lineales

La zona de anclaje está sujeta a tres niveles de esfuerzo:

- a) Altos esfuerzos de apoyo inmediatamente después de los dispositivos de anclaje. El confinamiento del concreto en esa zona es de mucha importancia para prevenir una falla de compresión.
- b) Esfuerzos de tensión que provocan la ruptura del concreto, normales al eje longitudinal del tendón.
- c) Alta compresión en el campo de esfuerzos en el elemento.

El área del refuerzo de tensión se calcula para soportar la fuerza de tensión que provoca el agrietamiento en el concreto. En regiones de esfuerzos a compresión, si esta compresión es muy alta, puede ser necesario un refuerzo adicional de compresión.

Un análisis elástico-lineal basado en elementos finitos resulta más adecuado para determinar el estado de esfuerzos en la zona de anclaje. Sin embargo, el proceso de análisis consume mucho tiempo y costo y los resultados pueden estar limitados por la dificultad de desarrollar modelos adecuados que representen correctamente el fenómeno del agrietamiento en el concreto; esto puede solucionarse empleando un análisis no lineal por elementos finitos. Otra vez, la dificultad para desarrollar tales análisis se vuelve todavía más difícil y no resulta práctico para el ingeniero estructural que día a día busca procesos de análisis menos rigurosos y más rápidos de aplicar.



Fig. 3.11. Efecto del presfuerzo en la zona de anclaje: a) bloque de anclaje, b) Agrietamiento en la zona local debido a la fuerza de presfuerzo y c) diagrama de cuerpo libre en el bloque de anclaje

El valor del momento máximo $M_{máx}$ determina la posición de la grieta horizontal potencial. Este momento es resistido por el par proporcionado por la fuerza de tensión *T* del refuerzo vertical de la zona de anclaje y la fuerza de compresión *C* proporcionada por el bloque de concreto, mientras que la fuerza cortante vertical en la superficie agrietada es resistida por los estribos verticales. Por equilibrio de momentos,

$$T = \frac{M_{max}}{h - x} \tag{3.13}$$

Y el área total requerida del acero de refuerzo es

$$A_t = \frac{T}{f_y} \tag{3.14}$$

3.5.4 Determinación del refuerzo de confinamiento de la zona de anclaje empleando Modelos Puntal-Tensor

En la siguiente figura se muestran tres ejemplos de modelos puntal-tensor para la zona de anclaje de una viga presforzada.



Fig. 3.12. Modelos Puntal para cargas de presfuerzo inclinadas

El primer caso se trata de una viga simplemente apoyada a la cual se le aplica una carga inclinada a compresión, producto de la fuerza de los gatos hidráulicos de presfuerzo; nótese como los puntales tienden a ser horizontales a lo largo de la longitud del elemento. El segundo ejemplo muestra puntales inclinados, lo cual induce a generar reacciones verticales de fuerza cortante; estas reacciones tendrán que ser resistidas por algún tensor vertical en esa zona. El último caso muestra un cambio brusco de la curvatura del tendón, lo cual genera una fuerza transversal a su eje y que tiene que ser resistida por el tensor; nótese como el tensor en esa zona tiene una ligera inclinación.

Después de que se haya generado la grieta debido al presfuerzo, las trayectorias de esfuerzos a compresión en el concreto tienden a unirse con líneas rectas que pueden idealizarse como puntales prismáticos a compresión uniaxial (Fig. 3.13). Usando el MPT resulta más fácil y rápido determinar el refuerzo de confinamiento de la zona de anclaje, debido a que las trayectorias son muy fáciles de visualizar y no se requieren grandes métodos numéricos para la solución del equilibrio en los modelos. Asimismo, es mucho más fácil calcular la fuerza vertical necesaria para evitar agrietamientos como el que se presenta en la figura 3.11b. Estos agrietamientos suelen presentarse cerca de la zona de los dispositivos de anclaje y de aplicación de cargas; es necesario calcular la longitud de transferencia l_t que define la región local de anclaje.

En la figura 3.14 se muestra un ejemplo del diseño de una viga de concreto presforzado con ménsulas en ambos extremos, sometida a cargas horizontales debidas al presfuerzo y cargas verticales en sus extremos. El acero de presfuerzo se encuentra traslapado atravesando ambos extremos de la viga, el motivo de esta configuración de los tendones es por los cambios de signo en los momentos flexionantes que presentan estos elementos ante cargas de servicio; estos elementos suelen apoyarse simétricamente en columnas, quedando ambos extremos de la viga en voladizo (ver Fig. 2.1), lo cual genera momentos negativos en la unión con la columna. El diseño con modelos puntal-tensor de esta viga puede realizarse en dos etapas: efectos debido al presfuerzo y los efectos debido a la carga vertical; luego pueden superponerse ambos diseños para proporcionar el acero de refuerzo o presfuerzo adecuados. Además, es posible calcular el acero transversal inferior y superior a lo ancho de la sección con puntales y tensores como lo muestra la figura 3.14d, en forma sencilla y práctica. Las cargas aplicadas a los nodos en el modelo 3.14d, son producto de la componente horizontal (superior e inferior según sea el caso) de los puntales diagonales a compresión de las figuras 3.14b y 3.14c.

Un diseño de un modelo puntal-tensor para una estructura de concreto presforzado se realiza de la misma manera al de una de concreto reforzado, pero tomando en cuenta las consideraciones necesarias para evitar fallas de compresión en la zona de anclaje. Además, la fuerza de compresión debida al presfuerzo se descompone en un par de fuerzas horizontales que son aplicadas en los nodos superior e inferior del modelo, respectivamente: la fuerza horizontal debe ser distribuida a una longitud de transferencia, l_t , la cual es aproximadamente 50 veces el diámetro del acero de presfuerzo (nótese cómo la fuerza inferior P_1 se descompone y se distribuye en dos fuerzas, a saber, P_3 y P_4 ; lo mismo sucede con P_2 que es igual a $P_5 + P_6$). Solamente se recomienda que la fuerza de presfuerzo se aplique de manera total y directamente sobre el nodo para asegurar el diseño adecuado de la zona de anclaje como lo ilustran los ejemplos de la figura 3.13.



Fig. 3.13. Modelos Puntal-Tensor para determinar el acero de anclaje necesario en la zona nodal



d) MPT para el diseño del acero transversal inferior y superior - Planta

Fig. 3.14. Modelado de una viga de concreto presforzado, con ménsulas en ambos extremos
IV. REHABILITACIÓN ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS DE CONCRETO CON FIBRAS DE CARBONO

4.1 INTRODUCCIÓN

Recientes investigaciones en materiales y métodos y técnicas de refuerzo estructural a dado lugar a una nueva técnica para la rehabilitación estructural usando Polímeros Reforzados con Fibras (FRP por sus siglas en inglés). Estos materiales compuestos están disponibles hoy en día en forma de bandas delgadas con refuerzo unidireccional; hojas o láminas flexibles de textiles hechos de fibra en una, dos o más direcciones.

La razón por la cual estos compuestos han incrementado su uso en la rehabilitación de estructuras de concreto estructural es debido a que es un sistema liviano, con una densidad de cuatro a seis veces menor que la del acero; es inmune a la corrosión y proporciona alta resistencia a la tensión; su disponibilidad en hojas o láminas flexibles con diferentes dimensiones lo convierte en un sistema fácil de manipular y de aplicar en zonas de difícil acceso al sitio de reparación. Se usa principalmente como refuerzo a tensión, no se recomienda para el refuerzo en zonas sometidas a compresión, ya que puede presentarse el pandeo transversal de las fibras debido a su baja capacidad ante este tipo de esfuerzos. Sin embargo, estos sistemas compuestos también tienen sus desventajas, las cuales no deben ser despreciadas por ningún motivo por los ingenieros: contrario al acero, el cual se comporta de una manera elasto-plástica, los compuestos en general tienen un comportamiento elástico-lineal hasta la falla (sin embargo, esto ocurre a grandes deformaciones de las fibras) sin ninguna fluencia o deformación plástica. También su alto costo y la vulnerabilidad a la degradación de su resistencia por su exposición a altas temperaturas han sido factores desfavorables para su elección como refuerzo. A pesar de esto, el sistema, como refuerzo supera con creces las desventajas mencionadas. Existen variedad de sistemas de refuerzo con FRP, entre los que destacan el refuerzo con fibra de vidrio (GFRP), aramida (AFRP) o carbono (CFRP); se entiende como sistema al trabajo en conjunto de la fibra con la resina utilizada para su adherencia a la superficie de concreto. En este capítulo se hace énfasis al sistema compuesto con CFRP con resina epóxica como aglutinante.

Dentro de los códigos de diseño que han incorporado el diseño de elementos reforzados con FRP se encuentran el código europeo (EN 1998-3:2005, Parte 3), el código italiano (CNR-DT 200-2004) y el americano (ACI 440.2R-02), por mencionar algunos. En este trabajo, con el fin de continuar con la nomenclatura utilizada en ecuaciones anteriores y por facilidad de uso, las

recomendaciones del ACI son las que se utilizarán en el diseño del refuerzo de uno de los especímenes.

4.2 PROPIEDADES FÍSICAS DEL FRP

De la tabla 4.1 podemos hacer varias observaciones. Las fibras de carbono tienen el módulo de elasticidad más elevado, pero tanto las fibras de vidrio como las de aramida tienen una resistencia mayor a la tensión. Esta mayor resistencia no se traduce en una resistencia mayor del material compuesto, ya que las fibras de vidrio son muy sensibles a pequeños defectos, los cuales pueden reducir de manera importante su resistencia.

Tipo de Fibra	Módulo de Elasticidad a Tensión, GPa	Resistencia a la tensión, MPa	Deformación máxima a la rotura, %	Densidad, g/cm ³
Carbono (módulo bajo)	215-235	1380	0.90	1.90
Carbono (módulo alto)	350-500	1720	0.40	2.0
Carbono (módulo muy alto)	500-700	2210	0.30	2.15
Vidrio (E-Glass)	70	3450	4.88	2.60
Vidrio (S-Glass)	85-90	4590	5.7	2.48
Aramida (alta tenacidad)	70-80	3620	4.0	1.44
Aramida (módulo alto)	115-130	3620-4140	2.8	1.44
Aramida (módulo muy alto)	186	3450	2.0	1.47

Tabla 4.1. Valores típicos de las propiedades del FRP [8]

4.2.1 Tipos de resinas

La mayoría de las resinas contribuyen muy poco a la capacidad de carga de los materiales compuestos. De cualquier manera pueden ser muy importantes en la tenacidad de los materiales compuestos, mientras más dúctil sea la resina más tenaces será el laminado de FRP.

Tabla 4.2. Valores típicos de las propiedades de la resina [8]

Tipo de Fibra	Módulo de Elasticidad a Tensión, GPa	Resistencia a la tensión, MPa	Deformación máxima a la rotura, %
Epóxicas	4.83 a 6.21	103 a 172	< 2
Polyimide	2.76 a 5.52	48 a 83	1.73 a 3.2
Poliéster	2.76 a 4.14	21 a 83	1.4 a 4.0
Termoplastos	2.21 a 4.83	76 a 103	5 a 10

Tipo de Fibra	Longitudinal, GPa	Transversal, GPa	Cortante, GPa	Coeficiente de Poisson
Carbono / Epoxi	181	10.3	7.17	0.30
Vidrio / Poliéster	54.1	14.05	5.44	0.25
Aramida / Epoxi	75.86	5.45	2.28	0.34

Tabla 4.3. Módulos de elasticidad de un laminado unidireccional de FRP [8]

4.2.2 Coeficiente de expansión térmica

El coeficiente térmico difiere en el material dependiendo de la orientación de las fibras, ya sea longitudinal o transversal.

Tabla 4.4.	Coeficientes	de expansión	térmica para	materiales con FRP	[1]

Dirección de la Fibre	Coeficiente de expansión térmica (x 10E-6 / °C)				
Direccion de la Fibra	GFRP	AFRP	CFRP		
Longitudinal	6 a 10	-6 a -2	-1 a 0		
Transversal	19 a 23	60 a 80	22 a 50		

4.2.3 Efectos a altas temperaturas

Las fibras por sí solas pueden resistir a altas temperaturas: Aramida presenta problema arriba de los 200°C, Vidrio a 300-500°C y Carbono a 800-1000°C. Sin embargo, deberá evitarse el contacto del material con altas temperaturas, ya que por lo general las resinas epóxicas empiezan a suavizarse alrededor de los 45-70°C y pueden reducir la resistencia de las fibras provocando el colapso del sistema ^[8].

4.3 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL FRP

4.3.1 Comportamiento a Tensión

El comportamiento de estos materiales no presenta algún comportamiento plástico (fluencia) antes de la ruptura. La relación esfuerzo-deformación tiene comportamiento elástico lineal hasta la falla, como se puede apreciar la gráfica de la figura 4.1. En las curvas de esa misma figura, se puede apreciar un módulo de elasticidad bajo del CFRP comparado con el del acero, esto implica que en el diseño sea posible considerar grandes deformaciones para alcanzar una adecuada ductilidad en las estructuras de concreto.

4.3.2 Comportamiento a Compresión

Puede presentarse la falla por tensión transversal en la hoja, micro pandeo o falla por cortante. No se recomienda su uso como refuerzo a compresión.



Fig. 4.1. Gráfica Esfuerzo-Deformación del CFRP y del acero (Adaptada de Fyfe Co LLC Design Manual)

4.4 COMPORTAMIENTO DEPENDIENTE DEL TIEMPO

4.4.1 Ruptura por flujo plástico en la resina

Los materiales compuestos sometidos a una carga constante pueden fallar de manera repentina después tiempo de endurecimiento de la resina. Este tipo de falla es conocida como flujo plástico del material. Las fibras de carbono son las menos susceptibles a este tipo de falla. La fluencia puede ocurrir a temperatura ambiente para muchos materiales compuestos. La parte que generalmente sufre la fluencia es la resina. Las fibras de vidrio y las de carbono no fluyen significativamente a temperatura ambiente. La fluencia está en función de la tensión, de la orientación de las fibras y de la ductilidad de la resina aplicada. La dirección de las fibras es muy importante porque cuando más fibras estén alineadas en dirección de la carga, la tensión será menor en la resina.

4.4.2 Fatiga

Las propiedades a la fatiga de un material estructural representan su respuesta a las cargas cíclicas. Las cargas cíclicas repetidas dan lugar a una disminución de la resistencia en los materiales metálicos por ejemplo. Los materiales compuestos poseen una excelente respuesta ante cargas cíclicas. La resistencia a la fatiga es en general de un 60 a 70% de la resistencia última estática del material y no es afectada de manera significativa por la humedad ni por la exposición a la temperatura de la estructura de concreto a reforzar, a menos que la resina se encuentre degradada por el medio ambiente.

4.5 DURABILIDAD

En general, la vida útil de los materiales utilizados en la ingeniería civil es difícil de determinar. Existen muchos factores que reducen la vida útil de un material y las características de éstos a lo largo del tiempo. Los mecanismos que controlan la durabilidad de los materiales son bien conocidos, como pueden ser cambios físicos debido a daños por accidente, cambios debido a ataques químicos y el medio ambiente en general (véase tabla 4.4). Es por esto que debe tomarse en cuenta que puede existir una reducción de las propiedades mecánicas del material estando bajo estas condiciones.

4.6 FRP PRESFORZADO

En algunos casos el utilizar presfuerzo en el FRP proporciona muchas ventajas. Triantafillou *et al.* (1992), observaron que utilizando este tipo de técnica en el FRP es posible darle mejores condiciones al refuerzo. Enseguida se muestran algunas ventajas y desventajas del sistema FRP presforzado:

Ventajas

- Proporciona un comportamiento rígido en tiempos cortos, más cuando el concreto se encuentra a compresión contribuyendo con el aumento del momento resistente.
- La formación de grietas disminuye, incluso cierran las grietas en estructuras en estado agrietado.
- Mejora la ductilidad y las condiciones de servicio debido a la reducción de grietas.
- Mejora la resistencia al cortante de la sección completa, manteniendo a la sección sin agrietamiento.
- Con un adecuado anclaje se incrementa la capacidad del elemento a resistir momentos flexionantes y se evitan fallas por desprendimiento de la fibra.
- El eje neutro permanece en un nivel inferior para el caso del presfuerzo que para un caso sin presfuerzo, aumentando la eficiencia estructural.

Desventajas

- La aplicación no es económica debido a las complicaciones y el equipo a utilizar para el presforzado.
- La operación de la aplicación puede ser tardada.
- El equipo que presiona a la lámina o estribo de FRP debe permanecer por un tiempo prolongado hasta que la resina haya endurecido completamente.

Usando la técnica del presfuerzo puede llevar a fallas por desprendimiento en los extremos cuando la fuerza es demasiado alta, debido a que se desarrollan esfuerzos muy altos entre la superficie de concreto y el FRP. Por esto, estas zonas de extremo son las que requieren mucha atención en el diseño. También pudieron observar que utilizando presfuerzo, la capacidad de la fibra puede aumentar en un 50% siempre y cuando se realice el anclaje adecuado al concreto.

4.7 CONFINAMIENTO

El FRP es un material muy completo, incluso puede incrementar la capacidad de un elemento por confinamiento. Usando FRP como material de confinamiento en columnas se incrementa la capacidad axial del elemento y la capacidad de deformación lateral del miembro debido a que se

mejoran las articulaciones plásticas y se disminuye el pandeo lateral de las barras de refuerzo (Triantafillou *et al.,* 2006).

4.8 RECOMENDACIONES DE DISEÑO

Estas recomendaciones están basadas en los principios básicos establecidos en el código ACI 440.2R-02 con el conocimiento específico del comportamiento mecánico del refuerzo con FRP.

4.8.1 Filosofía de Diseño

Basado en el diseño por estados límite. El sistema FRP debe diseñarse de acuerdo con los requerimientos de resistencia y las condiciones de servicio marcados por el ACI 318-05 usando factores de reducción de resistencia marcados en el código ($\phi = 0.9$ para flexión y $\phi = 0.75$ para cortante).

4.8.2 Consideraciones ambientales

El medio ambiente puede afectar las propiedades físicas y mecánicas del CFRP, por lo que deberá tomarse en cuenta su efecto en el diseño.

Tabla 4.5. Factor de reducción ambiental [1]

Condiciones de Exposición al ambiente.	Fibra / Tipo de resina	Factor de reducción ambiental C _E
Interiores	Carbono / Epóxico	0.95
Exteriores	Carbono / Epóxico	0.85
Ambientes agresivos (plantas químicas o plantas de tratamiento de aguas residuales)	Carbono / Epóxico	0.85

4.8.3 Propiedades de diseño del refuerzo con FRP

Enseguida se presentan las propiedades a tensión del material para el diseño tomando en cuenta las condiciones de exposición ambiental del refuerzo con base en los valores recomendados en la tabla 4.5.

La resistencia a tensión última de diseño se afecta con el factor de reducción ambiental C_E como sigue:

$$f_{fu} = \mathcal{C}_E f_{fu}^* \tag{4.1}$$

De manera similar, la deformación a la ruptura de diseño es:

$$\varepsilon_{fu} = C_E \, \varepsilon_{fu}^* \tag{4.2}$$

Debido a que el material tiene comportamiento lineal hasta la falla, el módulo de elasticidad debe calcularse de acuerdo con la ley de Hooke, usando los resultados obtenidos de las dos ecuaciones anteriores. Así, el Módulo de Elasticidad del material puede expresarse como:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \tag{4.3}$$

Donde

 f_{fu}^* = resistencia a tensión última del material, proporcionada por el fabricante. ε_{fu}^* = deformación a la ruptura del material, proporcionada por el fabricante.

Las ecuaciones 4.1 - 4.3 deberán utilizarse en el proceso de diseño ya que toman en cuenta las condiciones ambientales de exposición del material al ser afectadas por el factor C_E .

4.9 FLEXIÓN

4.9.1 Nivel de deformación de la fibra

Debido a que la fibra puede presentar delaminación, el código propone un coeficiente de reducción por adherencia, κ_m , para evitar niveles de esfuerzos considerables y no ocurra el desprendimiento prematuro de la fibra.

$$\kappa_m = \begin{cases} \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(1 - \frac{nE_f t_f}{360,000} \right) \le 0.90 & si \ nE_f t_f \le 180,000 \ MPa \\ \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(\frac{90,000}{nE_f t_f} \right) \le 0.90 & si \ nE_f t_f > 180,000 \ MPa \end{cases}$$
(4.4)

Donde $nE_f t_f$ es la rigidez axial de la fibra; el término n se refiere al número de bandas de refuerzo con FRP. El nivel de deformación efectivo del refuerzo con FRP en el estado último puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \le \kappa_m \varepsilon_{fu} \tag{4.5}$$

Donde ε_{bi} es la deformación inicial obtenida por medio de un análisis elástico, tomando en cuenta los efectos de carga muerta con la sección agrietada. En el diseño se supone un valor inicial de la profundidad del eje neutro, *c*, el cual tiene que ser comparado con el valor obtenido en la ecuación 4.9

4.9.2 Nivel de deformación del acero de refuerzo a flexión existente

El nivel de deformación en el acero, ε_s , puede calcularse tomando en cuenta la compatibilidad de deformaciones.

$$\varepsilon_s = \left(\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}\right) \left(\frac{d-c}{h-c}\right) \tag{4.6}$$

4.9.3 Nivel de esfuerzos en la fibra

Es el nivel máximo efectivo de esfuerzos que puede presentarse en la fibra antes de la falla por flexión. Este esfuerzo se calcula considerando un comportamiento perfectamente elástico como lo muestra la siguiente ecuación:

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \tag{4.7}$$

4.9.4 Nivel de esfuerzos en el acero de refuerzo por flexión

El nivel de esfuerzo del acero, f_s , se calcula suponiendo un comportamiento elasto-plástico.

$$f_s = E_s \varepsilon_s \le f_y \tag{4.8}$$

 E_s es el módulo de elasticidad del acero; ε_s el nivel de deformación, tomado de la ecuación 4.6, y f_y el esfuerzo a fluencia del acero de refuerzo.

Con la ecuación 4.9 puede checarse el equilibrio de fuerzas internas en la sección, este nuevo valor de c debe coincidir con el valor inicial supuesto en las ecuaciones anteriores, en caso contrario repetir el proceso.

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\gamma \beta_1 f'_c b_w} \tag{4.9}$$

Con $\gamma = 0.85$ y β_1 de acuerdo con la sección 10.2.7.3 del ACI 318-05. A_s y A_f son el área correspondiente al refuerzo de acero y el FRP, respectivamente; b_w el ancho de la sección y f'_c la resistencia a compresión del concreto.

4.9.5 Resistencia nominal a la flexión

$$\phi M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left(h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \tag{4.10}$$

Donde $\psi_f = 0.85$ para flexión.

4.10 CORTANTE

4.10.1 Nivel de deformación de la fibra

Para el diseño por cortante, el nivel de deformaciones, ε_{fe} , no es igual al que se definió en la sección 4.7 para el diseño por flexión. De acuerdo con Priestley *et al.* (1996), el nivel de deformaciones en la fibra para refuerzo con estribos cerrados debe cumplir con:

$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \le 0.75\varepsilon_{fu} \tag{4.11}$$

Y para estribos en forma de "U" o colocados en los laterales de la sección (Triantafillou, 1998):

$$\varepsilon_{fe} = \kappa_v \varepsilon_{fu} \le 0.004 \tag{4.12}$$

El coeficiente de reducción por adherencia κ_v , es función de la resistencia del concreto, del tipo de estribos a utilizar y de la rigidez de la fibra. Este coeficiente puede calcularse como:

$$\kappa_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11,900\varepsilon_{fu}} \le 0.75 \tag{4.13}$$

Y los coeficientes que toman en cuenta la resistencia del concreto y el tipo de estribos a utilizar son:

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{2/3}$$
 [f'_c en MPa] (4.14)

Y finalmente,

$$k_{2} = \begin{cases} \frac{d_{f} - L_{e}}{d_{f}} & \text{para estribos en forma de "U"} \\ \frac{d_{f} - 2L_{e}}{d_{f}} & \text{para estribos cerrados} \end{cases}$$
(4.15)

4.10.2 Resistencia Nominal al cortante

Tomando en cuenta la contribución total de los refuerzos existentes en el elemento nos queda:

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \psi_v V_f) \tag{4.16}$$

La contribución del FRP a la resistencia al cortante basado en la sección 11.5.7.4 del ACI 318-05 es:

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f}$$
(4.17)

Donde

 ψ_v = 0.85 para estribos en "U" y 0.95 para estribos cerrados.

 A_{fv} = área del FRP utilizada para el refuerzo de cortante igual a $2nt_f w_f$.

 w_f = ancho del estribo de FRP.

 d_f = peralte efectivo del estribo de FRP.

 s_f = espaciamiento de los estribos de FRP para el refuerzo de cortante.

 α = ángulo que forman los estribos con respecto al eje de la viga.

4.11 LONGITUD DE ANCLAJE EFECTIVA

Uno de los problemas que suelen presentar este tipo de sistemas es la falla prematura por delaminación de las fibras. Un aspecto peculiar e importante se refiere a la falla de anclaje que ocurre en la lámina de fibra adherida al concreto. Más allá de una cierta fuerza de tensión, una grieta puede formarse y propagarse paralela al FRP adherido en una interface débil del sistema lámina-adhesivo-concreto. Se han observado varios modos de delaminación, entre los más comunes podemos encontrar el desprendimiento de la lámina en vigas reforzadas por cortante y trabes o losas reforzadas por flexión con estribos en forma de "U" colocados en la parte inferior de la trabe o losa. Este tipo de falla es conocida como falla por adherencia de la lámina y se produce en el concreto a pocos milímetros por debajo de la interface concreto/adhesivo. Por eso, cuando no se usa un mecanismo que sujete a la lámina, la eficiencia del elemento reforzado depende del correcto diseño de su longitud de anclaje. Así, el esfuerzo máximo que toma el FRP depende de la longitud de anclaje, a lo largo de la cual se transfieren estos esfuerzos a través del mecanismo de adherencia con el concreto. El comité 440 propone la siguiente ecuación (usando el SI de unidades) para determinar la longitud efectiva para el FRP:

$$L_e = \frac{23,300}{\left(nt_f E_f\right)^{0.58}} \qquad [mm] \qquad (4.18a)$$

Donde *n* se refiere al número de láminas de refuerzo; t_f el espesor y E_f el módulo de elasticidad de la fibra. Además, el comité del ACI en las ecuaciones de flexión limita la deformación de la superficie del FRP a un valor que es inversamente proporcional a la rigidez del FRP (Ec. 4.4); esta limitación intenta prevenir todavía más la falla de anclaje. Sin embargo, no considera las propiedades del sistema de adherencia de la fibra con el concreto, la resistencia a compresión y el estado de agrietamiento en el concreto, lo cual puede perjudicar la adherencia. Todas estas propiedades son críticas para un buen comportamiento de la adherencia del sistema FRP-resina-concreto. Una de las razones por la cual estos parámetros críticos de diseño no han sido incluidos por el comité es la carencia de un modelo completo del comportamiento de la adherencia [11].

De acuerdo con Harmon *et al.* (2003), la distribución de esfuerzos de adherencia entre la superficie del FRP y el substrato depende de la rigidez relativa del concreto, el FRP, y el mecanismo de transferencia entre el FRP y el substrato de resina. Este mecanismo de transferencia de la adherencia depende de la rigidez a cortante del espesor de concreto capaz de transferir fuerzas al FRP a través del substrato de la resina. El modelo presentado por Harmon *et al.*, supone que la adherencia del material y las fibras muestran deformaciones elástico-lineales hasta la falla. Además, observaron que el espesor y el módulo a cortante del substrato de resina son parámetros críticos para una buena adherencia y los esfuerzos de transferencia están limitados por el concreto: la resistencia es proporcional a $\sqrt{f'_c}$. De estas conclusiones pudieron llegar a la siguiente ecuación:

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f t_f t_r}{G_r}} \qquad [mm] \qquad (4.18b)$$

Donde t_r representa al espesor y G_r al módulo a cortante de la resina.

V. PROGRAMA EXPERIMENTAL

En este capítulo se describe cómo se realizó el programa experimental, tanto para el proceso constructivo de los especímenes de concreto como para la parte correspondiente a los ensayes de cada uno de ellos en el laboratorio; asimismo, se da una descripción de la instrumentación del espécimen para la medición de las fuerzas, desplazamientos y deformaciones durante los ensayes.

Se construyeron dos especímenes de concreto reforzado, los cuales fueron sometidos a carga estática vertical en laboratorio, con el fin de determinar experimentalmente la capacidad y el comportamiento a esfuerzos de flexión-cortante de ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado. Además, con uno de estos mismos especímenes, el cual fue llevado al agrietamiento y rehabilitado posteriormente, se pudo comprobar la efectividad de una técnica de refuerzo y reparación que usa bandas con fibras de carbono. Dado que el objetivo principal es comprobar los métodos de diseño actuales y el funcionamiento principal del MPT, estos especímenes no se diseñaron con el detallado de acero más eficiente sino como un refuerzo elemental que permitiera entender el funcionamiento de la ménsula y la aplicación de los Modelos Puntal-Tensor en este tipo de vigas.

Para poder demostrar lo anterior, las dos vigas en voladizo de 750mm de longitud fueron sometidas a carga estática vertical en su extremo final, sobre la superficie de la ménsula; no se aplicó carga estática horizontal debido a la dificultad que representa realizar esta tarea en laboratorio. Pese a esta desconsideración en los ensayes no hubo diferencia significativa en cuanto al comportamiento de estos elementos que pudiera repercutir en los objetivos señalados al principio de este trabajo. Cabe mencionar que a escala real estas vigas suelen ser de dimensiones mayores a las que aquí se presentan, incluso con secciones transversales más eficientes y con diámetros de acero considerables; esto último hace que tanto en obra como en laboratorio los detalles de anclaje se vuelvan más complicados y difíciles de resolver. La razón por la cual los especímenes se construyeron con dimensiones pequeñas fue con el fin de manipularlos mejor en el laboratorio; esto no afecta los resultados obtenidos con los modelos puntal-tensor para el diseño de elementos con mayores dimensiones, ya que tanto el agregado para el concreto como el acero de refuerzo utilizados fueron de dimensiones reales, es decir, sin ningún efecto a escala, por lo que el comportamiento no tiene efecto alguno sobre estos pequeños especímenes. En los modelos estudiados sólo se presenta una parte de estas vigas, a saber, el extremo final de la zona discontinua y no todo el conjunto, por ser ésta la zona de interés principal en la investigación. Además, se utilizó acero de refuerzo como refuerzo original y no acero de presfuerzo, por lo que los problemas de anclaje fueron fáciles de resolver en laboratorio. De igual manera, esto no hace mucha diferencia en cuanto al comportamiento del elemento, más que en la capacidad a tensión del refuerzo; esto es, que con los modelos experimentales que aquí se estudian es posible entender el funcionamiento principal de los modelos puntal-tensor para el diseño de estructuras de concreto presforzado o post-tensado sometidos a carga estática sin mucho problema.

Se pensaron estudiar dos tipos de falla: falla debido al aplastamiento del puntal diagonal debido al nulo refuerzo horizontal secundario en esa zona de la ménsula y falla por tensión debido a la flexión, pero ésta última no se presentó debido a que uno de los tensores mostró debilidad en la adherencia del sistema CFRP-resina-concreto y no se logró desarrollar la capacidad máxima del tensor, como se verá más adelante. Se realizaron tres pruebas en total.

El espécimen ED-01, al igual que el EF-01, fue planeado para llevarlo al agrietamiento, repararlo con la técnica de inyección de resina epóxica y reforzarlo con bandas de fibras de carbono; sin embargo, estos agrietamientos sobrepasaron los niveles esperados, provocando la falla repentina de la ménsula en este espécimen. Posterior a la falla, se determinó que no era factible efectuar la reparación y se tendría que sustituir la ménsula completa, lo cual no se realizó ya que afectaríamos la resistencia del concreto en la reparación y tendríamos una variable más en la investigación, lo cual no era lo deseado.

El espécimen EF-01 fue sometido a dos ensayes: el primero sólo se llevó al 80% de su capacidad máxima, pero sin provocar alguna falla; posteriormente, fue reparado y reforzado con bandas de fibra de carbono para darle mayor capacidad a la tensión y al cortante, reforzándose además la zona del puntal que provocó la falla repentina en el espécimen ED-01. El segundo ensaye consistió en llevarlo a su máxima capacidad una vez hecha la reparación de las grietas.

5.1 MATERIALES Y PROCESO CONSTRUCTIVO

5.1.1 Materiales



Fig. 5.1. Gráfica Esfuerzo-Deformación axial de una barra de acero de ϕ 1/2 "

El concreto utilizado fue prefabricado en planta con una resistencia promedio a la compresión, f'_c , igual a 26.5*MPa* (265*kgf/cm*²), medida mediante ensayes a compresión de cilindros de

concreto a los 28 días. También se realizaron ensayes a compresión de cilindros el día de la prueba; sin embargo, los resultados no variaron en más de 10% del valor de la resistencia, por lo que se optó manejar una resistencia promedio, a saber, la correspondiente a los 28 días.

Para el refuerzo interior se utilizaron barras de acero al carbono de ϕ 13*mm*, con una resistencia promedio a la fluencia de 520*MPa* (5200 *kgf/cm*²), de acuerdo con los resultados de los ensayes de barras a tensión obtenidos en esta investigación (ver Fig. 5.1).

Para el refuerzo exterior a tensión se usaron fibras de carbono con 1.0mm de espesor y resistencia última a la tensión, f_{fu}^* , igual a 876*MPa* (8760 kgf/cm²), de acuerdo con la ficha técnica del material proporcionada por el fabricante.

5.1.2 Preparación de los especímenes

Previo al habilitado del acero de refuerzo fueron colocados los deformímetros sobre las barras de acero limpiando la superficie para un mejor contacto, dejándola lisa, limpia y libre de ralladuras. Para la instalación del deformímetro sobre la barra se emplearon dos componentes químicos: un catalizador para protegerlo de la humedad y un líquido especial como adhesivo. Posteriormente, el deformímetro fue cubierto con tela tipo gasa, aplicando sobre ésta una película de resina epóxica para hacerla más resistente a los golpes (ver Fig.5.2a).

La cimbra se construyó con madera tipo cimbraplay de primera calidad y su interior fue humedecido con aceite diesel, con el propósito de facilitar el descimbrado una vez que el concreto haya endurecido. Para la consolidación del concreto dentro de la cimbra se utilizó un vibrador eléctrico con cabeza vibradora de $\phi \ 1 \frac{1}{2}$ " ($\phi \ 38mm$), evitando siempre golpear a los deformímetros instalados sobre las barras de acero. El curado fue realizado durante catorce días después del colado del espécimen con el objetivo de evitar la pérdida de humedad del concreto durante el fraguado.



a)

b)

Fig. 5.2. Preparación de los especímenes: a) Habilitado de los deformímetros sobre las barras de refuerzo, b) Cimbra de madera utilizada para el colado de los especímenes

5.1.3 Descripción de los especímenes

El espécimen consta de una viga de concreto reforzado de 750*mm* de longitud unida a un dado de concreto con las dimensiones que muestra la Fig. 5.3. En el extremo final de la viga se presenta

una reducción brusca del peralte total de la sección que da origen a la ménsula con una sección transversal de $250 \times 250mm$. El dado del espécimen descansa sobre un zoclo de concreto reforzado que lo separa 200mm del piso de la losa de reacción. El espécimen y el zoclo se fijaron al piso de la losa, la cual tiene 400mm de espesor, mediante un sistema de cuatro barras de acero de ϕ 38mm. Las barras fueron atornilladas a unas placas de 9.5mm de espesor, con una tensión inicial de 50 toneladas. Este sistema tiene la función de evitar el giro del dado, con el fin de lograr la condición de empotramiento de la viga.

Se construyeron dos especímenes con armados diferentes, identificados como ED-01 y EF-01, haciendo referencia al espécimen con armado débil y fuerte, respectivamente. La configuración del refuerzo para cada espécimen se muestra en la tabla 5.1.



Tabla 5.1. Configuración del Refuerzo de los especímenes

Fig. 5.3. Dimensiones del espécimen de concreto reforzado

El espécimen EF-01 fue reforzado con fibras de carbono con el objetivo de incrementar la capacidad del puntal y la resistencia a cortante en la zona de la ménsula; la configuración de este refuerzo se muestra en la tabla 5.2.

Tipo de Refuerzo Externo		Número de Iáminas	Ancho [cm]	Espesor [cm]	Área transversal [cm²]	Long. de anclaje [cm]
Horizontal Principal	H1	1	2.5	0.10	0.25	30
Horizontal Secundario	H2	2	5.0	0.10	1.00	30
Horizontal unión Viga-Dado	НЗ	1	15.0	0.10	1.50	30
Vertical	V1	3	5.0	0.10	1.50	NA

Tabla 5.2. Configuración del refuerzo con CFRP en el espécimen EF-01



Fig. 5.4. Configuración del armado original de los especímenes de concreto reforzado

5.1.4 Rehabilitación post-agrietamiento del espécimen EF-01

La rehabilitación y reparación de las grietas de uno de los especímenes se realizó utilizando la técnica de inyección con resina epóxica. Esta técnica consiste en la limpieza y sellado de las grietas por medio de una pasta endurecedora. Se dejaron dos orificios en la esquina reentrante de la ménsula para colocar una boquilla de plástico de 4mm de diámetro y 60mm de largo en

cada uno de ellos. Con la ayuda de un equipo de bombeo a presión se procedió al llenado de las grietas con resina epóxica a través de las boquillas, como se ilustra en la figura 5.5a.







Fig. 5.5. Rehabilitación y reforzamiento del espécimen: a) Inyección de la resina epóxica a través de las boquillas; b) Colocación de las bandas de FRP sobre el espécimen



Fig. 5.6. Configuración del CFRP sobre el espécimen EF-01

Para la instalación de las fibras de carbono se dejó la superficie de concreto libre de polvo y agua para aplicar sobre ésta una resina epóxica bi-componente y predosificada por el fabricante, la cual está compuesta por una base y un endurecedor. La colocación de las bandas de fibra de carbono se realizó manualmente, cuidando que la dirección de cada una de las fibras fueran las correctas. Se ejerció presión sobre ellas con la ayuda de un rodillo y finalmente se aplicó una segunda capa de resina sobre la fibra de carbono para asegurar la adherencia del epóxico con el concreto (Fig. 5.5b).

5.1.5 Sistema de anclaje utilizado

En esta sección se presenta el sistema de anclaje que se utilizó para las bandas de carbono. El sistema de anclaje utilizado consistió en la colocación de una pequeña parte de fibra de carbono,

la cual fue introducida en un agujero previamente perforado, expandida en forma radial y adherida con resina epóxica sobre la superficie de concreto, como lo muestra la figura 5.7a. Una vez instalado el ancla de CFRP se procedió a colocar la banda de fibra de carbono por encima de ésta; de igual manera, le fue aplicada una capa de resina epóxica a toda la banda.



Fig. 5.7. Sistemas de anclaje para el CFRP. a) Anclaje utilizado, b) Anclaje propuesto

En la figura 5.7b se presenta un sistema de anclaje que pudiera ser mucho más completo y eficiente. Éste consiste en la colocación de una placa de acero sobre la banda de carbono de tal manera que ésta presione a la banda de carbono por medio de unos pernos o tornillos de anclaje debidamente atornillados; con esto, puede reducirse con mayor eficiencia el corrimiento de la banda sobre la superficie de concreto, haciendo más fuerte el sistema ante una falla por adherencia. La banda de carbono termina con un doblez de longitud *a*, que puede utilizarse como medida de seguridad para darle mayor fijación al sistema. Este último sistema es una propuesta para el mejoramiento del anclaje del CFRP, faltaría comprobar su eficiencia en futuras investigaciones.

5.2 DESCRIPCIÓN DE LA INSTRUMENTACIÓN Y DEL ENSAYE

Para la instrumentación del modelo experimental se utilizaron deformímetros eléctricos adheridos a las barras de acero, previamente instalados durante el habilitado del acero de refuerzo, con el fin de obtener las deformaciones unitarias sobre las barras de acero, con las cuales fue posible detectar la fluencia de las barras y observar el nivel de esfuerzos alcanzados para una carga aplicada dada; los desplazamientos relativos fueron medidos con los transductores de desplazamiento, estos resultados nos permitieron realizar las curvas Carga vs Desplazamiento, con las cuales fue posible detectar, de acuerdo con el comportamiento de la curva, el fenómeno del primer agrietamiento, la carga de fluencia y de colapso; asimismo, con estos resultados obtenidos de los transductores se observó el comportamiento de la grieta diagonal principal. Las lecturas que realizan estos instrumentos de medición son enviadas a un sistema de adquisición de datos conocido como TDS, el cual permite transformar señales de voltaje (asociadas a fuerzas, desplazamientos o deformaciones) en señal digital.

Los deformímetros fueron debidamente cuidados antes y después del colado del espécimen; el rango de resistencia eléctrica de estos aparatos debe estar entre los $120 \pm 0.5\Omega$ para un funcionamiento adecuado; esto pudo ser verificado con la ayuda de un aparato de medición de resistencia, comúnmente conocido como multímetro.

Los transductores de desplazamiento, conocidos también como DCDT's, poseen un rango de medición de $\pm 25mm$. Los factores de calibración de estos aparatos se obtuvieron mediante un ajuste lineal de curvas, para lo cual se tuvo que realizar un registro de mediciones de cada instrumento antes de ser instalados para el ensaye.

5.2.1 Descripción de la instrumentación sobre los especímenes

El espécimen ED-01 contaba con ocho deformímetros: dos para las barras horizontales y seis para las verticales. Los transductores de desplazamiento fueron distribuidos en ambos lados y de manera simétrica sobre el espécimen de la siguiente manera: dos en la dirección con el eje del gato hidráulico, (DCDT's 1 y 2), y cuatro en la sección de transición de la ménsula con la sección de mayor peralte, (DCDT's 3-6); además, se instalaron dos transductores al inicio de la viga con el fin de detectar movimientos longitudinales y/o transversales que pudieran ocurrir en el dado durante la aplicación de la carga sobre la ménsula; estos movimientos pudieron ser detectados con los DCDT's 7 y 8, pero fueron pequeños (del orden de 0.1% del desplazamiento máximo) y fueron despreciados para el análisis de resultados que se presenta en el Capítulo 8. La distribución de los deformímetros eléctricos y de los transductores de desplazamiento se puede apreciar en las imágenes de la Fig. 5.4 y en la Fig. 5.8, respectivamente.

En el espécimen EF-01 se instalaron doce deformímetros, distribuidos de manera uniforme sobre las barras de refuerzo. En la Figura 5.4 se pueden observar dos deformímetros instalados sobre las barras horizontales, seis para las barras verticales laterales y cuatro para las barras verticales centrales; esta configuración se definió con base en los tipos de falla que se esperaba, ya sea para una falla por tensión debido a la tensión o una posible falla por cortante, lo cual podría ser detectado con los deformímetros ubicados sobre las barras horizontales y verticales, respectivamente. La distribución de los transductores de desplazamiento fue similar a la que se presentó el espécimen ED-01 (Fig. 5.8).

Los DCDT's 1 y 2 tienen la función de medir los desplazamientos verticales de la ménsula, con los cuales se generaron las curvas Carga-Desplazamiento, que se discutirán más adelante. Los DCDT's 3 y 4 se instalaron con el objetivo de medir los desplazamientos verticales en la sección

de la viga con mayor peralte, este dato es muy importante para obtener el desplazamiento relativo de la ménsula con respecto a la viga. Los DCDT's 5 y 6, instalados horizontalmente sobre el espécimen, sirvieron para la medición del desplazamiento horizontal de la ménsula, dato importante para medir el ancho de la grieta principal que se presentó en la sección de la esquina reentrante; estas mediciones fueron ajustadas, de acuerdo con el ángulo de inclinación de la grieta, para obtener la medida perpendicular a ésta.



Fig. 5.8. Ubicación de los transductores de desplazamiento sobre el espécimen

Debido a la simetría de la configuración de los aparatos de medición, las lecturas fueron promediadas para obtener el desplazamiento vertical u horizontal, según fuera el caso.

5.2.2 Descripción del ensaye

La prueba consistió en la aplicación de carga estática, aplicada directamente sobre la ménsula, por medio de un gato hidráulico con una capacidad máxima de 500*kN* (50 toneladas), el cual está sujeto a un marco de acero debidamente anclado a la losa de reacción. Al actuador se le anexó un tubo de acero macizo que termina ajustándose con una placa de acero de 2.54*mm* de espesor, la cual asienta sobre la superficie de la ménsula con el propósito de distribuir de manera uniforme la carga. La parte inferior del actuador finaliza con un cabezal unido a una rótula que le proporciona libertad de giro, junto con el giro de la ménsula (Fig. 5.9)

Las cargas fueron aplicadas (y controladas a partir de los desplazamientos del actuador) en intervalos de 0.5tf hasta haber alcanzado la carga correspondiente a la primera grieta, P_{cr} , de la ménsula; posteriormente, los intervalos de carga fueron de 1.0tf hasta alcanzar la fluencia de alguna de las barras de acero; este fenómeno pudo observarse por medio de una gráfica esfuerzo deformación generada en tiempo real, a partir de las mediciones realizadas por los deformímetros y la celda de carga. Al igual que los demás aparatos de medición, la celda de carga fue instrumentada en el actuador del gato hidráulico y conectada al sistema de adquisición de datos, TDS.



Fig. 5.9. Sistema de aplicación de cargas: a) Vista Lateral, b) Perspectiva

VI. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados que enseguida se presentan pertenecen a las tres pruebas realizadas en laboratorio a los especímenes ED-01 y EF-01, los cuales fueron sometidos solamente a carga estática vertical.



6.1 MODELO EXPERIMENTAL "ED-01"

Fig. 6.1. Curva Carga-Desplazamiento Vertical de la ménsula, ED-01

En la gráfica Carga-Desplazamiento de la figura 6.1 se muestra el comportamiento real de la ménsula de concreto reforzado correspondiente al espécimen ED-01. Desde el inicio de aplicación de cargas hasta la carga de agrietamiento, P_{cr} , el comportamiento es elástico lineal y los esfuerzos en el refuerzo principal a tensión son proporcionales a la carga.

La aparición de la primera grieta sobre el elemento nos indica que los esfuerzos en esa zona han rebasado la resistencia límite a tensión en el concreto y, a partir de ahora, esta resistencia a tensión, f_{ct} vuelve nula; la carga de agrietamiento, P_{cr} , fue de 2.72tf. Hasta antes de P_{cr} , las deformaciones unitarias tanto en el concreto como en el acero permanecen iguales en magnitud debido a los efectos de adherencia del agregado con el concreto; una vez rebasado los límites de resistencia del concreto a esfuerzos de tensión, el acero empieza a adquirir un nivel mayor de esfuerzos. Esta primera grieta inicia desde la esquina reentrante hasta proyectarse en la parte inferior de la sección, a un ángulo promedio de 60° con la horizontal.

Posterior a esta carga de agrietamiento existe una degradación de rigidez en la sección; este comportamiento permanece hasta P_y . La carga de fluencia, P_y , fue de 12.1*tf* En este último intervalo, entre P_{cr} y P_y , se realizaron dos ciclos de carga y descarga; el primer ciclo fue llevado hasta una carga de 10.6*tf* y el segundo a 8.45*tf*. Al término del segundo ciclo de carga, el comportamiento se mantuvo elástico, mostrando líneas casi paralelas con la del primer ciclo, pero con un desplazamiento vertical permanente igual a 0.7*cm* (ver Fig. 6.1). Finalmente, la falla se presenta con el aplastamiento del puntal diagonal de concreto, con un desplazamiento último vertical de 6.7*cm*, correspondiente a una carga última P_u de 12.82 toneladas.



Fig. 6.2. Agrietamientos principales en la esquina reentrante

La segunda grieta surge como una continuación de la primera, pero con una inclinación de 35° en promedio, después de haberse aplicado 9.1 toneladas de carga vertical al espécimen. El ancho de esta segunda grieta presentó incrementos significativos en los siguientes intervalos de carga (ver Fig. 6.7); es por eso que la importancia del agrietamiento inclinado para niveles de cargas bajos

no debe ser nada despreciable en el diseño de estos elementos y deben tomarse las medidas necesarias para reducir su efecto. Para los niveles de carga aplicados hasta ese momento (cerca de 10*tf*) no se apreció este segundo tipo de grieta en la cara sur, lo cual nos hace suponer que el eje del gato para la aplicación de la carga tuvo una ligera excentricidad hacia el lado norte.

Se observó otra grieta diagonal en la zona del puntal de la viga, la cual se presentó también en ambas caras, siguiendo la trayectoria del elemento propuesto en el MPT-1 generado para este espécimen; esta grieta inicia cerca del nodo superior y termina en la parte media del puntal para la cara norte (figura 6.3). En la cara sur, se extiende con una mayor longitud, incluso atraviesa al tensor horizontal y termina muy cerca de la zona de compresión de la sección transversal. Esta tercera grieta se presentó con una carga vertical P igual a 10*tf*.



Fig. 6.3. Vista general de agrietamientos en ambas caras, ED-01

En las imágenes de la figura 6.3, se observan tres diferentes grietas en diagonal: dos en la sección discontinua y una en el puntal diagonal ubicado cerca del extremo inicial de la viga en voladizo. Esta última grieta inicia en el nodo superior y termina hasta el nodo de conexión inferior del puntal, siguiendo una trayectoria similar a la línea punteada del modelo puntal-tensor generado para este espécimen. Esta grieta es debida a los efectos del momento negativo flexionante ubicado en el empotramiento de la viga en cantilever; la inclinación de la grieta se presenta en forma inversa a las de una viga simplemente apoyada con carga vertical; esto es debido al cambio de signo del momento flexionante en la zona de empotramiento de la viga; caso similar se presenta en los nodos de unión de vigas continuas.

6.2 MODELO EXPERIMENTAL "EF-01"

En esta sección se presentan los resultados del primer ensaye realizado a este espécimen. En la figura de la 6.4 se muestra la gráfica Carga-Desplazamiento vertical del espécimen, el cual fue llevado solamente a 9.75tf con el fin de generar agrietamientos que posteriormente fueron reparados. Posterior a esta reparación, el espécimen se reforzó con las bandas de Fibra de Carbono y fue llevado a su capacidad máxima, como se verá en la siguiente sección.

Como se puede apreciar en la gráfica 6.4, la carga de agrietamiento se presentó a 2.2*tf*, un poco menor que en el espécimen anterior; otra vez, esta carga de agrietamiento se presentó a niveles de carga muy pequeños comparados con las de servicio. En la misma gráfica se presenta con línea punteada la idealización del comportamiento como si hubiera sido llevado a la falla,

tomando en cuenta los resultados del modelo puntal-tensor generado para este espécimen, a saber, el MPT-2A que se muestra en el capítulo siguiente. De acuerdo con este modelo matemático la carga última teórica fue de 12.11tf.



Fig. 6.4. Curva Carga-Desplazamiento Vertical de la ménsula, EF-01



Fig. 6.5. Vista general de agrietamientos en ambas caras, EF-01

La figura 6.5 muestra un panorama general de agrietamientos después de haberse aplicado 9.75*tf* sobre la superficie de la ménsula. Se presentaron cinco tipos de grieta: la primera inicia en la esquina reentrante y tiene un desarrollo en diagonal de 60° en promedio; la segunda surge a partir de la primera y continúa hacia abajo con una inclinación aproximada de 45°, muy similar al del espécimen ED-01. La tercera grieta se presentó en dos distintas zonas para ambas caras: una en la zona cercana a la ménsula y la otra en la zona del puntal diagonal de la viga, para las caras norte y sur, respectivamente. Una cuarta grieta de ancho muy pequeño se generó en el puntal diagonal a compresión en la ménsula; la quinta grieta, al igual que la anterior, presentó una ligera

apertura casi indistinguible a simple vista; ésta sigue una trayectoria muy parecida al puntal diagonal del modelo puntal-tensor marcado con línea punteada.

6.3 MODELO EXPERIMENTAL "EF-01" REFORZADO CON FIBRAS DE CARBONO

En la figura 6.6 se muestran los resultados para el espécimen EF-01 reforzado con CFRP. En la gráfica puede notarse que la carga vertical a la fluencia aumentó un 60% respecto al del espécimen EF-01 sin CFRP; en este espécimen la falla se produjo por falta de adherencia de la fibra con el concreto (ver sección 8.1). Posterior al desprendimiento de la fibra del refuerzo horizontal principal, en un tiempo casi inmediato, las barras de acero horizontales del refuerzo original comenzaron a fluir debido a que la contribución a tensión CFRP se redujo casi en su totalidad (ver Fig. 6.8b).

Este espécimen tuvo un mejor comportamiento a carga vertical debido a la contribución de la fibra de carbono, la cual no sólo ayudó a incrementar la capacidad a flexión-cortante en la ménsula, sino también a desarrollar mayores niveles de desplazamiento, presentando una falla frágil en el elemento. El refuerzo de fibra de carbono fue colocado en las zonas de tensión y cortante: se realizó el refuerzo de tal forma que se pudiera producir la falla por flexión. Sin embargo, debido a la falta de adherencia de la fibra con la superficie de concreto, el CFRP no pudo desarrollar su capacidad máxima a la ruptura.



Fig. 6.6. Curva Carga-Desplazamiento vertical, EF-01 reforzado con CFRP



Fig. 6.7. Curva Carga-Deformación del acero de refuerzo ubicado en el tensor vertical y horizontal, ED-01



Fig. 6.8. Curva Carga-Deformación del acero de refuerzo ubicado en el tensor vertical y horizontal, EF-01 reforzado con CFRP

VII. MODELACIÓN MATEMÁTICA **DE LOS ESPECÍMENES ENSAYADOS**

Se realizaron tres Modelos Puntal-Tensor: uno para el espécimen ED-01 y dos para el EF-01; estos modelos permitieron calcular las fuerzas resultantes en cada uno de los elementos y la carga crítica que llevaría a la falla; los resultados analíticos fueron comparados con los experimentales que se presentaron en el capítulo anterior. Cabe mencionar que durante todo el proceso de diseño se utilizaron los anchos mínimos requeridos, tanto para los puntales como para los tensores, y el factor de reducción de resistencia, ϕ , utilizado en los MPT se tomó igual a la unidad.

En los MPT se utilizaron las siguientes propiedades mecánicas de los elementos:

- f'_c = 265 kgf/cm² para los puntales de concreto.
 f_y = 5200 kgf/cm² para los tensores de acero.
 f^{*}_{fu} = 8760 kgf/cm² para los tensores de FRP.

7.1 MODELO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN ED-01, MPT-1

La geometría del modelo de la figura 7.1 se puede representar como un sistema de armadura isostática, la cual consta de catorce elementos conectados en once nodos, formando en total siete puntales y siete tensores. Este modelo de puntales y tensores corresponde al espécimen ED-01. La distribución de cargas sobre los tensores horizontal y vertical y el puntal diagonal de la ménsula tiene una relación de 0.85, 1.00 y 1.30 veces P, siendo P la carga vertical aplicada sobre la superficie de la ménsula; así, el elemento más esforzado en un MPT con esta configuración, será su elemento diagonal.

En el código ACI, Sección A.2.3, se recomienda que en un nodo no actúen más de tres fuerzas; sin embargo, para el caso de los nodos N4, N6 y N7, en los cuales concurren más de tres, este problema generalmente puede resolverse obteniendo la resultante de dos de ellas para reducir la cantidad de fuerzas y mantener al nodo en equilibrio. Por otro lado, de acuerdo con la sección A.2.5 del código, se permite que un tensor pueda atravesar uno o más puntales, como el caso del tensor E2 que atraviesa a los puntales diagonales E12 y E13; pero un puntal no puede atravesar a otro puntal, éstos deben atravesarse o superponerse solamente en los nodos.



Fig. 7.1. Modelo Puntal - Tensor para el espécimen ED-01, MPT-1

En la figura 7.2 se presentan las fuerzas resultantes del MPT-1 perteneciente al espécimen ED-01. La carga crítica teórica que llevó al límite de la capacidad resistente del modelo fue de 12.11 toneladas; esta carga crítica depende, obviamente, de la capacidad a compresión del concreto en los puntales, de la resistencia a la fluencia de las barras en los tensores, la capacidad del nodo para resistir esfuerzos de tensión y compresión y de la geometría del modelo. En un puntal no reforzado la capacidad de resistir fuerzas a compresión dependerá de su ángulo de inclinación con la horizontal, siendo el ángulo recto el que mayor resistencia aportaría; para un puntal con refuerzo transversal a su eje, la capacidad a compresión se ve significativamente incrementada debido al confinamiento que le proporciona dicho refuerzo; esto pudo ser comprobado con el MPT-2B del espécimen EF-01 reforzado con CFRP, como se verá más adelante. Para el caso de los tensores, la resistencia dependerá de su capacidad a la fluencia, siempre y cuando se garantice el anclaje adecuado al concreto.

En la tabla 7.1, que se presenta al final de este capítulo, se muestra un resumen de los elementos mecánicos en los elementos del modelo. Las fuerzas axiales de los elementos y sus esfuerzos se presentan en la segunda y tercera columna, respectivamente. La cuarta columna muestra la relación demanda-capacidad de cada elemento; como se puede apreciar, el elemento E3, perteneciente al puntal diagonal de la ménsula, es el elemento crítico y con mayores probabilidades de falla.

La tabla 7.2 muestra los elementos mecánicos sobre los nodos; nótese que en los resultados de la quinta columna los esfuerzos no rebasan la capacidad en ningún caso; esto es, de acuerdo con el MPT, se garantiza la capacidad de resistencia en cada uno de los nodos.



Fig. 7.2. Elementos Mecánicos del Modelo Puntal Tensor para el espécimen ED-01

7.2 MODELO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN EF-01, MPT-2A

El modelo que se presenta a continuación es idéntico en geometría respecto al del espécimen ED-01, la única diferencia es la cantidad de refuerzo proporcionado en los elementos E4, E5, E9 y E10 con cuatro barras de acero de 13*mm*, en lugar de dos barras de 13*mm* del modelo anterior (ver también Fig. 5.4).



Fig. 7.3. Modelo Puntal-Tensor para el espécimen EF-01, MPT-2A

En la figura 7.4 se muestran las fuerzas resultantes sobre los elementos del MPT generado para este espécimen. El incremento en la cantidad de acero en los elementos mencionados con anterioridad no permitió aumentar la capacidad resistente de la ménsula, debido a que, como en el caso anterior, el elemento débil es el puntal diagonal, por lo que se debió reforzar dicho puntal y no el tensor vertical. Debido a este detalle, el espécimen no fue llevado a la falla con el acero de refuerzo original; el modelo experimental solo fue sometido a 9.64 toneladas de carga vertical, apenas un 80% de su capacidad máxima, llevándolo solamente a niveles de agrietamiento, esto con el fin de reparar las grietas, reforzarlo con bandas de CFRP y probar la efectividad de este material para aumentar la capacidad resistente de la ménsula.

Una vez realizado lo anterior el espécimen de concreto fue ensayado hasta su capacidad máxima, tomando en cuenta la contribución del CFRP, como se verá más adelante. En las tablas 7.3 y 7.4 se muestran los elementos mecánicos por elemento y por nodo, respectivamente. Al igual que en el caso anterior, el elemento con mayores probabilidades de falla fue el elemento E3, perteneciente al puntal diagonal (ver Tabla 7.3, tercera fila). La columna cinco de la tabla 7.4 demuestra, según el modelo analítico, que la capacidad de todos los nodos está garantizada.



Fig. 7.4. Elementos Mecánicos del Modelo Puntal Tensor para el espécimen EF-01

7.3 MODELO ANALÍTICO PARA EL ESPÉCIMEN EF-01 CON CFRP, MPT-2B

El siguiente modelo de puntales y tensores (Fig. 7.5), es el que corresponde al espécimen EF-01 que fue reforzado con CFRP debido a las razones mencionadas en la sección anterior. La geometría que presenta la zona del puntal es mucho más compleja que en los dos modelos presentados con anterioridad.

Los elementos horizontales E7 y E8, que representan al refuerzo horizontal secundario proporcionado por las bandas de CFRP, son tensores de refuerzo del puntal diagonal en forma de botella que tienen el propósito de evitar agrietamientos mayores y aumentar la capacidad a

compresión en esa zona. Los elementos E2, E3, E4, E5 y E6 representan la trayectoria de las fuerzas a compresión del puntal; éstos dos últimos terminan distribuyendo sus componentes sobre los elementos E9, E10 y E11, que vienen representando al refuerzo vertical (Acero + CFRP). Los elementos E20 y E21 no existen en la realidad, solamente fueron utilizados como elementos estabilizadores para cumplir con la estabilidad del modelo de armadura.

Para el diseño de los tensores se tomó en cuenta la contribución de la resistencia del acero y del CFRP juntos. Debido a que en este trabajo no se pudieron realizar ensayes a tensión del CFRP, en el diseño se asume que las propiedades mecánicas de ese material son las reportadas en las especificaciones del material por el fabricante. Sin embargo, para el cálculo de la capacidad máxima resistente del modelo se tomó en cuenta un 10% de sobreresistencia de los tensores (Acero + CFRP), es por eso que el esfuerzo correspondiente al elemento con mayores probabilidades de falla, a saber, el elemento horizontal E12, fue de 5720 kgf/cm^2 (ver tercera columna de la tabla 7.5).

Dentro del programa CAST, el cual fue diseñado especialmente para Modelos Puntal-Tensor por Kuchma y Thjin (2004), se agregaron las propiedades del CFRP (resistencia a la ruptura) en función de la fluencia del acero de refuerzo; para esto fue necesario obtener una relación de resistencias y obtener un área equivalente de acero por centímetro cuadrado de CFRP para tomar en cuenta la contribución de las fibras de carbono sobre los tensores.



Fig. 7.5. Modelo Puntal - Tensor para el espécimen EF-01 reforzado con FRP, MPT-2B



Fig. 7.6. Elementos Mecánicos del Modelo Puntal Tensor, EF-01 reforzado con FRP

Enseguida se presenta en forma de tablas un resumen de los resultados analíticos de todos los modelos matemáticos presentados con anterioridad.

Elemento ID	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm ²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c	Descripción
E1	10.29	3989.73	0.767	NA	Tensor
E2	12.57	4871.82	0.937	NA	Tensor
E3	-15.89	158.94	1.000	0.6	¡Falla el Puntal!
E4	12.11	3027.5	0.582	NA	Tensor
E5	10.29	3988.13	0.767	NA	Tensor
E6	12.11	4693.8	0.903	NA	Tensor
E7	-10.29	82.35	0.311	0.311	Puntal
E8	-18.29	146.28	0.552	0.552	Puntal
E9	5.72	2215.63	0.426	NA	Tensor
E10	12.13	4700.58	0.904	NA	Tensor
E11	-2.91	77.72	0.489	0.293	Puntal
E12	-11.77	117.71	0.444	0.444	Puntal
E13	-13.7	137.02	0.517	0.517	Puntal
E14	-12.11	64.59	0.244	0.244	Puntal

Tabla 7.1. Elementos Mecánicos por Elemento, MPT-1

Nodo ID	Lado	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm ²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c
N1	E14	-12.11	64.59	0.244	0.244
N2	E3	-15.89	158.94	0.75	0.6
	E14	-12.11	64.59	0.305	0.244
	E1	10.29	82.35	0.388	0.311
	E9	5.72	45.73	0.288	0.173
N3	E12	-11.77	117.71	0.74	0.444
	E5	10.29	82.31	0.518	0.311
	E1	10.29	82.35	0.518	0.311
	E2	12.57	100.55	0.632	0.379
N4	E4	12.11	96.88	0.609	0.366
	E5	10.29	82.31	0.518	0.311
	E11	-2.91	77.72	0.489	0.293
	E3	-15.89	158.94	0.75	0.6
N5	E7	-10.29	82.35	0.388	0.311
	E4	12.11	96.88	0.457	0.366
	E9	5.72	45.73	0.288	0.173
NG	E10	12.13	97.02	0.61	0.366
INO	E6	12.11	96.88	0.609	0.366
	E13	-13.7	137.02	0.862	0.517
	E7	-10.29	82.35	0.311	0.311
	E8	-18.29	146.28	0.552	0.552
N7	E6	12.11	96.88	0.366	0.366
	E12	-11.77	117.71	0.444	0.444
	E11	-2.91	77.72	0.293	0.293
N8	E10	12.13	97.02	0.61	0.366
N9	E2	12.57	100.55	0.632	0.379
N10	E13	-13.7	137.02	0.517	0.517
N11	E8	-18.29	146.28	0.552	0.552

Tabla 7.2. Elementos Mecánicos por Nodo, MPT-1

Elemento ID	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm ²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c	Descripción
E1	10.29	3989.73	0.767	NA	Tensor
E2	12.57	4871.82	0.937	NA	Tensor
E3	-15.89	158.94	1.000	0.6	¡Falla el Puntal!
E4	12.11	1564.6	0.301	NA	Tensor
E5	10.29	1595.25	0.307	NA	Tensor
E6	12.11	4693.8	0.903	NA	Tensor
E7	-10.29	82.35	0.311	0.311	Puntal
E8	-18.29	146.28	0.552	0.552	Puntal
E9	5.72	886.25	0.17	NA	Tensor
E10	12.13	1880.23	0.362	NA	Tensor
E11	-2.91	77.72	0.489	0.293	Puntal
E12	-11.77	117.71	0.444	0.444	Puntal
E13	-13.7	137.02	0.517	0.517	Puntal
E14	-12.11	64.59	0.244	0.244	Puntal

Tabla 7.3. Elementos Mecánicos por Elemento, MPT-2A

Tabla 7.4. Elementos Mecánicos por nodo, MPT-2A

Nodo ID	Lado	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm ²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c
N1	E14	-12.11	64.59	0.244	0.244
	E3	-15.89	158.94	0.75	0.6
N2	E14	-12.11	64.59	0.305	0.244
	E1	10.29	82.35	0.388	0.311
	E9	5.72	45.73	0.288	0.173
N3	E12	-11.77	117.71	0.74	0.444
	E5	10.29	82.31	0.518	0.311
	E1	10.29	82.35	0.518	0.311
	E2	12.57	100.55	0.632	0.379
N4	E4	12.11	96.88	0.609	0.366
	E5	10.29	82.31	0.518	0.311
	E11	-2.91	77.72	0.489	0.293
	E3	-15.89	158.94	0.75	0.6
N5	E7	-10.29	82.35	0.388	0.311
	E4	12.11	96.88	0.457	0.366
	E9	5.72	45.73	0.288	0.173
NG	E10	12.13	97.02	0.61	0.366
INO	E6	12.11	96.88	0.609	0.366
	E13	-13.7	137.02	0.862	0.517
	E7	-10.29	82.35	0.311	0.311
	E8	-18.29	146.28	0.552	0.552
N7	E6	12.11	96.88	0.366	0.366
	E12	-11.77	117.71	0.444	0.444
	E11	-2.91	77.72	0.293	0.293
N8	E10	12.13	97.02	0.61	0.366
N9	E2	12.57	100.55	0.632	0.379
N10	E13	-13.7	137.02	0.517	0.517
N11	E8	-18.29	146.28	0.552	0.552

Elemento ID	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm ²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c	Descripción
E1	-22.88	45.76	0.145	0.145	Puntal
E2	-10.56	84.48	0.268	0.268	Puntal
E3	-13.86	110.87	0.352	0.352	Puntal
E4	-22.13	177.04	0.562	0.562	Puntal
E5	-23.29	186.34	0.592	0.592	Puntal
E6	-16.25	129.99	0.413	0.413	Puntal
E7	8.98	2671.43	0.514	NA	Tensor
E8	10.47	3116.67	0.599	NA	Tensor
E9	10.56	1042.45	0.200	NA	Tensor
E10	22.98	2268.94	0.436	NA	Tensor
E11	22.88	2258.64	0.434	NA	Tensor
E12	19.45	5720	1.000 (O/S)	NA	¡Falla el Tensor!
E13	-19.45	141.44	0.449	0.449	Puntal
E14	-32.16	233.88	0.742	0.742	Puntal
E15	12.71	1231.7	0.237	NA	Tensor
E16	24.82	2405.43	0.463	NA	Tensor
E17	-26.17	139.59	0.591	0.443	Puntal
E18	22.88	2258.64	0.434	NA	Tensor
E19	-25.89	138.07	0.584	0.438	Puntal
E20	-0.25	2.03	0.006	0.006	Puntal
E21	0.27	81.61	0.016	NA	Tensor

Tabla 7.5. Elementos Mecánicos por Elemento, MPT-2B

Nodo ID	Lado	Fuerzas (tf)	Esfuerzos (kgf/cm²)	Demanda/Capacidad	Relación f'c
N1	E1	-22.88	45.76	0.145	0.145
N2 *	E1	-22.88	45.76	0.182	0.145
	E2	-10.56	84.48	0.335	0.268
	E5	-23.29	186.34	0.739	0.592
	E12	19.45	155.58	0.617	0.494
N3	E2	-10.56	84.48	0.335	0.268
	E3	-13.86	110.87	0.44	0.352
	E7	8.98	71.81	0.285	0.228
N4	E3	-13.86	110.87	0.44	0.352
	E4	-22.13	177.04	0.703	0.562
	E8	10.47	83.78	0.332	0.266
N5 *	E5	-23.29	186.34	0.739	0.592
	E6	-16.25	129.99	0.516	0.413
	E7	8.98	71.81	0.285	0.228
N6	E11	22.88	183.04	0.968	0.581
	E15	12.71	101.69	0.538	0.323
	E17	-26.17	139.59	0.739	0.443
N7 *	E10	22.98	183.88	0.973	0.584
	E11	22.88	183.04	0.968	0.581
N8	E6	-16.25	129.99	0.688	0.413
	E8	10.47	83.78	0.443	0.266
	E9	10.56	84.48	0.447	0.268
	E10	22.98	183.88	0.973	0.584
N9	E4	-22.13	177.04	0.703	0.562
	E9	10.56	84.48	0.335	0.268
	E13	-19.45	141.44	0.561	0.449
N10	E15	12.71	101.69	0.538	0.323
	E16	24.82	180.54	0.955	0.573
	E18	22.88	183.04	0.968	0.581
	E19	-25.89	138.07	0.731	0.438
N11	E13	-19.45	141.44	0.561	0.449
	E14	-32.16	233.88	0.928	0.742
	E18	22.88	183.04	0.726	0.581
	E17	-26.17	139.59	0.554	0.443
N12	E16	24.82	180.54	0.955	0.573
N13	E12	19.45	155.58	0.823	0.494
N15	E14	-32.16	233.88	0.742	0.742
N14	E19	-25.89	138.07	0.438	0.438

Tabla 7.6. Elementos Mecánicos por Nodo, MPT-2B

* No se muestran los elementos estabilizadores que concurren al nodo.
VIII. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

8.1 MODOS DE FALLA

8.1.1. Falla por tensión diagonal en la ménsula, Modo I

Este primer modo de falla se presentó en el espécimen ED-01 a una carga última, P_u , igual a 12.82tf con el aplastamiento del puntal diagonal sujeto a compresión. Apareció una grieta diagonal al inicio de la placa de apoyo, extendiéndose hasta la parte inferior de la sección de la ménsula y finalizando en la zona nodal; la apertura de esta grieta se desarrolló muy rápidamente hasta quebrar el puntal diagonal y provocar la falla. Además, se presentó un aplastamiento del concreto en la parte inferior del puntal, correspondiente a la zona nodal inferior, con la fluencia de las barras de refuerzo correspondientes al tensor horizontal posterior a la falla (Fig. 8.1).



Fig. 8.1. Falla por Tensión Diagonal en la ménsula

En la figura 8.1, la flecha marcada con el número 1 señala la grieta diagonal principal en la esquina reentrante de la ménsula, la cual es generada por los efectos de flexión-cortante. Esta grieta se presentó a niveles de carga muy pequeños, aproximadamente un 20% de la carga de fluencia, es decir, a cargas muy inferiores a las de servicio. La propagación de esta grieta y su apertura deben procurar minimizarse en las obras, ya que una grieta significativamente abierta

expone al acero de refuerzo a ataques por corrosión, fenómeno muy dañino para las estructuras de concreto, con efectos que producen disminución de áreas efectivas de acero que, como consecuencia, puede llevar a la falla del elemento; la colocación de acero de refuerzo horizontal secundario también tiene la función de evitar agrietamientos mayores en esa zona, incluso aumentar el valor de la carga de agrietamiento P_{cr} . Ahora bien, esto puede mejorarse aún más si en el diseño se proporciona acero de refuerzo transversal a la trayectoria de esta grieta colocando un tensor en diagonal debidamente anclado al concreto [34]; esto es con el fin de mejorar las condiciones de servicio en el diseño y no se tengan problemas de corrosión durante la vida útil de la estructura.

La grieta señalada con la flecha 2 es una grieta que se desarrolla en forma diagonal y termina con una ligera inclinación en la zona de compresión de la viga. Nuevamente, la colocación de acero de refuerzo horizontal secundario en ménsulas puede evitar que esta grieta continúe abriéndose.

La grieta número 3 es una grieta por flexión cerca de la zona de empotramiento; ésta siguió la trayectoria de la línea punteada correspondiente al modelo de puntales y tensores; no presentó anchos significativos. La cuarta es también debida a los efectos de flexión-cortante en esa zona y al igual que la anterior, no se observó apertura importante durante el ensaye. Una última grieta apareció en la parte superior de la ménsula, cerca de la placa de apoyo, con una trayectoria en diagonal a 45° provocando la falla repentina del puntal diagonal de concreto y aplastando la zona nodal (señalado con la flecha "N") debido a la compresión que genera el cortante. Esto último es un fenómeno muy difícil de controlar; sin embargo, es posible minimizarlo reforzando adecuadamente la zona nodal.

8.1.2. Falla por Adherencia del refuerzo con CFRP, Modo II

Este segundo modo de falla observado fue debido al desprendimiento parcial de la banda de CFRP con la superficie de concreto y se presentó al final de la longitud de anclaje proporcionada al tensor horizontal principal (Fig. 8.2). Posterior a este desprendimiento, la resistencia a tensión de la fibra prácticamente se redujo en su totalidad quedando únicamente como refuerzo a tensión el acero de refuerzo original.



Fig. 8.2. Falla por adherencia del CFRP, Tensor horizontal principal

Esta falla se presentó en el espécimen EF-01 reforzado con CFRP, el cual fue ensayado en dos etapas como ya se ha comentado anteriormente: en la primera se llevó al 80% de su capacidad

máxima, de tal forma que se generasen agrietamientos significativos en la ménsula; en la segunda etapa se repararon las grietas generadas con la técnica de inyección de resina epóxica y se reforzaron la zona del puntal diagonal así como también los tensores vertical y horizontal; posteriormente el espécimen fue sometido a su capacidad máxima. De acuerdo con el MPT-2B, se presentaría una falla en el tensor horizontal principal; si no fuera por la falla de adherencia, seguramente este tensor hubiera fallado a su capacidad máxima de rotura, como había sido previsto en dicho modelo.

8.1.3. Discusión de las fallas observadas

El primer modo de falla se atribuye a que el espécimen no cuenta con estribos horizontales en la zona de la ménsula, lo cual hace débil al puntal de compresión; en un puntal en forma de botella, los esfuerzos a tensión son mayores en la parte más ancha; cuando los esfuerzos a tensión exceden la resistencia a tensión del concreto, aparece una grieta que se desarrolla paralela al eje del puntal. La ausencia de refuerzo horizontal secundario en las ménsulas de concreto reforzado permite la apertura muy rápida de esta grieta provocando una falla frágil; este fenómeno es la base de la cuarteadura de los cilindros de concreto usados para determinar la resistencia a tensión en el concreto [3]. De acuerdo con los experimentos realizados y los códigos de diseño actuales, se recomienda el uso del refuerzo horizontal secundario en la zona del puntal para garantizar la eficiencia de este elemento a fuerzas de compresión; asimismo, con este refuerzo secundario es posible incrementar la ductilidad en la ménsula y se evitan agrietamientos mayores en el puntal diagonal, evitando así este tipo de falla por tensión diagonal o por cortante directo ^[9]. El incremento en la capacidad del puntal a compresión pudo ser comprobado con el espécimen EF-01, el cual fue reforzado con estribos de refuerzo horizontal secundario usando fibras de carbono como refuerzo externo. Las ménsulas deben ser diseñadas de tal manera que nunca ocurra una falla por tensión diagonal o por cortante directo, antes que una falla por tensión debido a la flexión, con el propósito de evitar resultados catastróficos en las estructuras.

El segundo modo de falla observado es muy común en el refuerzo con bandas de CFRP. Para asegurarse que la longitud de anclaje de este tipo de estribos abiertos funcione adecuadamente y resista los efectos de la tensión debido a la flexión, es necesario el uso de un sistema de anclaje que evite la delaminación de la fibra con el concreto; resulta evidente que el sistema de anclaje que se empleó en este espécimen no funcionó correctamente, ya que la longitud de anclaje del tensor era suficiente para desarrollar la capacidad a tensión de la fibra hasta la ruptura. En las recomendaciones de diseño del ACI se hace énfasis en el problema de la delaminación; es por eso que recomienda utilizar una longitud de anclaje adecuada; además, en las ecuaciones de diseño se limitan las deformaciones en el FRP mediante un factor de reducción por adherencia para evitar este tipo de fallas y garantizar la resistencia a la tensión de estos materiales; sin embargo, la ecuación del ACI no toma en cuenta las características mecánicas del conjunto FRP-resinaconcreto, y por tanto, no es muy adecuada para el diseño. Las hipótesis planteadas por Harmon et al. para el cálculo de la longitud de anclaje efectiva son más adecuadas ya que sí toman en cuenta dichas propiedades. Estas medidas de prevención ante una posible falla de anclaje fueron tomadas en cuenta durante el diseño del refuerzo del espécimen EF-01. Sin embargo, el problema de la adherencia radicó en la aplicación incorrecta del sistema de adhesivo y el tipo de anclaje utilizado en la prueba (ver Fig. 5.7a).

En resumen, de acuerdo con lo observado en esta investigación, el uso de refuerzo horizontal secundario ayuda a incrementar la resistencia del puntal y a desarrollar un comportamiento dúctil de la ménsula ante cargas verticales, es por eso que debe incluirse en el diseño para reducir el riesgo de fallas frágiles; además, puede reducir el ancho de grietas y evitar fallas por

cortante directo en ménsulas. En relación al segundo modo de falla, las fibras de carbono sí funcionaron como refuerzo a tensión, pero su contribución fue limitada por la falla de adherencia en el tensor horizontal principal y es recomendable que en el diseño se tomen las precauciones necesarias en el sistema de anclaje que se vaya a utilizar, así como también del tipo de resina que se usará como adhesivo, ya que la longitud de anclaje efectiva se ve afectada por la energía de fractura del adhesivo, la cual permite que el tensor desarrolle su capacidad a la ruptura ^[32].

8.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ANALÍTICOS Y EXPERIMENTALES

8.2.1 Condiciones de Servicio

En la gráfica de la figura 8.3 se presenta el comportamiento de la grieta diagonal principal de cada espécimen; nótese cómo la pendiente varía en cada uno de ellos. Comparemos las dos curvas pertenecientes a los modelos sin CFRP: el espécimen EF-01, es decir, el espécimen con armado fuerte, presenta una mayor pendiente que la del espécimen ED-01; este comportamiento se debe a que su tensor vertical supera en dos el área de acero del tensor vertical del espécimen débil; con esto, queda demostrado que el tensor vertical es efectivo para la reducción del ancho de la grieta en la diagonal principal.



Fig. 8.3. Comparación del ancho de grieta principal de los especímenes con y sin CFRP

Ahora bien, si comparamos los modelos con y sin CFRP, no cabe la menor duda cuál modelo es el que presenta el mejor de los resultados en cuanto al ancho de grieta se refiere, a saber, aquél que fue reforzado con fibras de carbono. Si definimos a *w* como el ancho de la grieta principal de la esquina reentrante, éste presentó un valor máximo de 22.6*mm* para el espécimen ED-01, 4.7*mm* para el EF-01 (llevado a 80% de su capacidad máxima) y de 3.7*mm* para el EF-01 reforzado con CFRP (ver Figura 8.3).

La relación Carga de Fluencia/Ancho de Grieta Principal para el espécimen con CFRP fue de 5.8, mientras que para el espécimen ED-01 fue de 0.53, es decir, que el efecto de reducción del agrietamiento en el rango elástico fue de once unidades menos usando CFRP (Fig.8.3).

Esta grieta diagonal principal presentó anchos del orden de un 13% comparado con el desplazamiento vertical en el rango elástico. Tomando en cuenta que estas vigas, por lo general suelen ser diseñadas con acero de presfuerzo, este problema se presenta en menor grado, ya que el presfuerzo en el concreto es bastante efectivo para la reducción de este y otro tipo de grietas. Sin embargo, siempre deberá tomarse las medidas necesarias para controlarlas; por el contrario, si los agrietamientos son importantes, puede introducirse agua entre los intersticios de estas grietas, lo cual provoca corrosión en el acero debilitando el refuerzo por tensión en el elemento y provocar la falla. Colocando una cantidad adecuada de acero en el tensor vertical es posible minimizar los efectos de esta grieta y si en conjunto se coloca acero de refuerzo horizontal secundario y acero transversal a la grieta, es decir, en diagonal, su apertura puede controlarse todavía más.



Fig. 8.4. Comparación de las curvas Carga-Desplazamiento de los especímenes con y sin CFRP

En la gráfica de la figura 8.4 se presenta la comparación de los tres ensayes realizados. En ella se puede notar cómo el espécimen reforzado con fibras de carbono permitió mayores desplazamientos en el rango elástico sin llegar al colapso de la ménsula, contrario a los otros dos ensayes en donde el espécimen no fue reforzado con CFRP. Con el uso de este tipo de refuerzo, el elemento fue capaz de desarrollar mayores desplazamientos, pero mostrando siempre una falla frágil, al igual que en el espécimen ED-01 sin CFRP. Cabe mencionar que el espécimen reforzado con CFRP presentó una falla por adherencia en el tensor horizontal principal, lo cual no permitió que desarrollara su capacidad máxima; pese a esto, los resultados observados permiten deducir que el CFRP es un excelente material compuesto que sí incrementa la capacidad del elemento de

manera considerable y reduce el problema de agrietamiento, mejorando así, las condiciones de servicio de estos elementos.

De las gráficas 8.3 y 8.4 podemos hacer la siguiente observación: existe una diferencia notable entre los comportamientos de los tres modelos; estas diferencias (sobre todo las de rigidez) son muy marcadas en las gráficas de la figura 8.4; este fenómeno se atribuye al efecto de la relación entre los módulos de elasticidad a compresión y tensión en el concreto, a saber, el efecto de la relación de Poisson, el cual alcanzó un valor experimental máximo de 0.13 para el concreto. Nótese como la pendiente de las curvas es menor en la del espécimen que no fue reforzado con las fibras de carbono, debido al nulo confinamiento del concreto, contrario a la curva correspondiente al espécimen que sí fue reforzado con fibras.

Por otro lado, siempre es importante señalar qué barras son las que presentaron fluencia, ya que una barra en estado plástico permitirá que el elemento de concreto reforzado desarrolle grietas más fácilmente que si la barra permanece en el rango elástico. En las figuras 6.7 y 6.8 se observa que sólo las barras de acero de refuerzo horizontales fluyeron para cada espécimen; las barras verticales no presentaron ningún signo de fluencia a tensión. Sin embargo, para el espécimen ED-01, en la figura 6.7, se puede notar que las deformaciones axiales en las barras verticales estuvieron cerca de la deformación plástica (aproximadamente 0.003). Los resultados generados por el MPT-1, en la Sección 7.1, mostraron que esta barra estaría a un 76% de su capacidad máxima a tensión, lo cual es muy cercano al comportamiento experimental. En las curvas de la figura 6.8 se aprecia un comportamiento lineal de las deformaciones axiales en las barras de acero verticales del espécimen EF-01 reforzado con CFRP, sin llegar a la fluencia. En el MPT-2B generado para este espécimen se muestra que a una carga vertical de 22.8tf, se tendría un 43% de su capacidad a la fluencia (ver Fig. 7.6). No se presenta el comportamiento de las barras del espécimen EF-01 correspondiente al primer ensaye, ya que no representó relevancia alguna en el comportamiento que pudiera ser comentada en esta sección.

En resumen: colocando el refuerzo adecuado en la zona apropiada, es posible mejorar las condiciones de servicio del elemento; usando fibras de carbono se reduce en mayor grado los anchos de grieta y ayuda a incrementar las cargas de servicio del elemento estructural.

8.2.2 Carga Última Analítica vs Experimental

En la tabla 8.1 se muestra un resumen de los resultados obtenidos experimentalmente para los especímenes denominados ED-01 y EF-01; además, se incluye un nuevo espécimen denominado originalmente como D-1 (Cook y Mitchell, 1988), el cual consta con características geométricas similares a las que se estudian en esta investigación (el Modelo Puntal-Tensor de Cook y Mitchell, similar en geometría al MPT-1, produjo resultados no tan cercanos a la carga última experimental; se analizó nuevamente este espécimen, pero usando un modelo con geometría similar al MPT-2B propuesto en esta investigación y los resultados analíticos fueron más aproximados, incluso en la predicción del modo de falla). Asimismo, se presenta un resumen de los resultados experimentales de la carga última comparados con los resultados de diseño calculados con tres diferentes métodos: usando la sección 11.9 del ACI 318-05 para ménsulas y cartelas, usando las ecuaciones propuestas por Russo *et al.* (2006), y con los Modelos Puntal-Tensor propuestos en este trabajo.

Los resultados analíticos usando las ecuaciones de la sección 11.9 del ACI 318-05 para ménsulas y cartelas, no dieron resultados conservadores (con el factor de reducción de resistencia $\phi = 1.0$ utilizado) excepto en el espécimen D-1 que subestimó la capacidad última a carga vertical. Esto es debido a que estas ecuaciones son adecuadas para ménsulas de concreto estructural pegadas a

las columnas. De acuerdo con estos resultados experimentales, no es muy confiable el uso de estas ecuaciones para el diseño de ménsulas que se encuentran en extremos de vigas, como fue el caso estudiado. Además, no toman en cuenta la contribución del acero de refuerzo secundario como refuerzo transversal del puntal por lo que es difícil obtener resultados cercanos a la carga última real. Los resultados más aproximados fueron para los modelos de Russo *et al.* y para los Modelos Puntal-Tensor propuestos en esta investigación.

Russo *et al.* presentan un modelo de puntales y tensores para una ménsula del tipo unión viga con columna, idéntica a las estudiadas en la sección 11.9 del ACI, pero su modelo sí toma en cuenta la contribución del acero de refuerzo secundario en la zona del puntal diagonal. Estos dos últimos modelos fueron diseñados especialmente para ménsulas pegadas a las columnas y no es muy adecuado usarlos para el diseño de ménsulas que unen viga con viga como las estudiadas en este trabajo. Sin embargo, se pudo notar que los resultados obtenidos de las ecuaciones de Russo *et al*, fueron bastante confiables.

Los Modelos Puntal-Tensor propuestos para los especímenes ED-01 y EF-01 (incluso para el D-1 de Cook y Mitchell) proporcionaron resultados conservadores y muy cercanos a la carga última. En la tabla 8.1, el valor de la relación $P_{u_{exp}}/P_{u_{calc}} = 0.94$ correspondiente al espécimen EF-01 usando MPT debió ser mayor, incluso conservador, debido a que el tensor no alcanzó desarrollar su capacidad máxima, sino que fue limitada por la falla de adherencia, como ya hemos mencionado con anterioridad. Estos modelos son mucho más adecuados para el diseño de este tipo de ménsulas en extremos de vigas y son mucho más confiables y sencillos de aplicar. Además, son muy útiles para cualquier elemento que presenta variaciones complejas de esfuerzos, incluso es posible predecir el modo de falla, siempre y cuando no ocurra una falla por adherencia entre el tensor y el concreto. Asimismo, es posible modelar cualquier refuerzo en zonas discontinuas, como fue el caso del refuerzo horizontal secundario en el puntal diagonal para la ménsula, en donde se usó el modelo MPT-2B. Este modelo mostró mucha aproximación para el espécimen EF-01 y el D-1 de Cook y Mitchell (1988).

L	P _{uexp} [tf]	P _{ucalc} [tf]			$P_{u_{exp}}/P_{u_{calc}}$			Modo de falla
Espécimen		Sección 11.9 - ACI	Russo et al	MPT propuesto	Sección 11.9 - ACI	Russo et al	MPT propuesto	Exp / Calc
ED-01	12.82	17.48	11.81	12.11	0.73	1.09	1.05	TD / TD
EF-01	21.6	25.74	19.15	22.88	0.84	1.13	0.94	ADH / TF
D-1 (Cook & Mitchell)	31.3	26.5	32.06	29.6	1.18	0.98	1.06	CC/CC

Tabla 8.1. Comparació	n de Resultados .	Analíticos y	Experimentale
-----------------------	-------------------	--------------	----------------------

TD: Tensión Diagonal; ADH:Adherencia; TF: Tensión debido a la Flexión; CC: Compresión por Cortante

Los resultados mostrados en la tabla anterior se presentan en forma gráfica en la figura 8.5; nótese cómo los valores obtenidos de los Modelos Puntal-Tensor propuestos quedan por encima de la línea diagonal (lo cual significa que están del lado conservador), contrario a los resultados analíticos obtenidos de la sección 11.9 del ACI, los cuales, además, no se aproximaron al valor de la carga última experimental.



Fig. 8.5. Carga Experimental vs Carga Última de Ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado

IX. CONCLUSIONES

Se construyeron dos especímenes de concreto reforzado, los cuales fueron sometidos a carga estática vertical en laboratorio, con el fin de determinar experimentalmente la capacidad y el comportamiento a esfuerzos de flexión-cortante de ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado. Además, con uno de estos mismos especímenes, el cual fue llevado al agrietamiento y rehabilitado posteriormente, se pudo comprobar la efectividad de una técnica de refuerzo y reparación que usa bandas con fibras de carbono.

El diseño de ménsulas en extremos de vigas de concreto ha sido un tema explorado por muy pocos investigadores, especialmente usando métodos basados en teoría de la plasticidad, como lo es el Método del Puntal-Tensor. Y en cuanto al comportamiento de estos elementos, no existe mucha diferencia respecto a las ménsulas pegadas a columnas, pero sí lo hay en su diseño, como se pudo demostrar en este trabajo. Los dos especímenes ensayados en laboratorio mostraron comportamientos y modos de falla muy cercanos a los predichos por el Método del Puntal-Tensor. Otro punto interesante fue el desarrollo de la grieta diagonal principal en la zona discontinua. Esta grieta mostró aperturas significativas en los experimentos y en el diseño deberá tomarse las medidas necesarias para minimizar su efecto sobre estos elementos, ya que una grieta puede permitir el paso de agua por entre los intersticios, lo cual genera corrosión en el acero de refuerzo y esto puede llevar a una falla del elemento.

Pese a que el trabajo presentado fue de carácter exploratorio y por el pequeño número de modelos ensayados en laboratorio, fue posible alcanzar los objetivos principales planteados al principio de este trabajo y obtener las siguientes conclusiones:

USO DE LOS DIFERENTES MÉTODOS DE DISEÑO. El primer objetivo de esta investigación nos llevó a demostrar que con el uso de las ecuaciones de la sección 11.9 del ACI-318-05 los resultados analíticos no son conservadores para el cálculo de la carga última real. Esto es debido a que estas ecuaciones están adecuadas para ménsulas pegadas a las columnas y no para aquéllas que se encuentran en los extremos de vigas, como fue el caso estudiado. En cambio, con el uso de Modelos Puntal-Tensor los resultados fueron bastante aproximados y ofrecen mucha confianza para el diseñador estructural. Los Modelos Puntal-Tensor no sólo se acercaron a la carga última experimental sino que también fueron capaces de predecir el modo de falla en el elemento; con este método es posible resolver ambos tipos de ménsulas y cualquier tipo de elemento que presente configuraciones complejas de esfuerzos. Además, con el uso de un modelo como el MPT-2B, fue posible tomar en cuenta el acero de refuerzo secundario en la zona del puntal diagonal en

la ménsula, lo cual se vio representado con una buena aproximación en el valor de la carga última experimental, cumpliéndose así, el segundo objetivo.

MODOS DE FALLA. En cuanto al comportamiento de las dos ménsulas de concreto reforzado, se pudieron observar dos tipos de fallas: Tensión diagonal con el aplastamiento del puntal diagonal a compresión (Modo I) y falla por adherencia de la fibra de carbono utilizada como refuerzo externo (Modo II). El primer modo de falla se presentó en el espécimen ED-01 debido a la ausencia de refuerzo horizontal secundario en la zona del puntal diagonal de la ménsula. La ausencia de este refuerzo hizo débil al puntal diagonal llevándolo a una falla frágil, en forma repentina. El segundo modo de falla se presentó en el extremo final del refuerzo con CFRP del tensor horizontal del espécimen EF-01; esto fue debido a un sistema de anclaje ineficiente. Fallas por adherencia es muy común en este tipo de materiales que usan resinas epóxicas como adhesivo; sin embargo, es posible reducirlas utilizando una longitud de anclaje efectiva y con un sistema que evite el corrimiento de las fibras de carbono sobre el concreto.

USO DE LAS FIBRAS DE CARBONO COMO REFUERZO EXTERNO. Con el uso de las fibras de carbono, fue posible obtener muchas ventajas en cuanto al comportamiento del elemento, entre las que destacan:

- 1. Reducción significativa del ancho de la grieta diagonal principal en la esquina reentrante de la ménsulas, hasta once veces menor.
- 2. Permitió mayores desplazamientos verticales a la ménsula, sin llegar al colapso.
- 3. Se logró el confinamiento en la zona del puntal diagonal con el refuerzo secundario transversal a su eje, proporcionando una mejor ductilidad en la ménsula.

Las fibras de carbono como material de refuerzo a tensión en elementos de concreto son muy recomendables ya que es posible obtener grandes ventajas en cuanto a resistencia y manejabilidad y su aplicación no requieren grandes esfuerzos en obra.

Una de las hipótesis planteadas en este trabajo, lo cual nos llevó a plantear el tercer objetivo, fue la aplicabilidad de las fibras de carbono como tensores de refuerzo en el Método del Puntal-Tensor. Su vulnerabilidad a las fallas por adherencia hace que en el diseño se tengan que tomar las precauciones necesarias; esta debilidad puede crear cierta desconfianza en su aplicación como refuerzo de tensores en el Método del Puntal-Tensor; sin embargo, se concluye que, proporcionando un sistema de anclaje adecuado y una correcta aplicación del adhesivo es posible obtener resultados muy favorables como refuerzo a tensión y aplicarlo con seguridad en el método.

RECOMENDACIONES PARA ESTUDIOS FUTUROS. De acuerdo con lo que se observó en este trabajo, se tienen las siguientes recomendaciones:

- Justificar con más ensayes el uso del MPT como herramienta de diseño para este tipo de elementos.
- Ensayar más especímenes de concreto reforzado o presforzado que sí usen acero de refuerzo horizontal secundario y, además, contengan acero transversal a las grietas diagonales para probar la efectividad de estos dos tipos de refuerzo en la reducción de la grieta diagonal principal que se origina en la esquina reentrante de la ménsula.
- A partir del punto anterior, se recomienda estudiar el uso de diferentes tipos de armado que puedan proporcionar información valiosa sobre qué configuración de refuerzo es más eficiente para la reducción de esta grieta en la diagonal principal.

- Realizar pruebas de ménsulas en extremos de vigas a escala real, con secciones transversales más eficientes y con el acero de refuerzo o presfuerzo adecuado; con esto, será posible estudiar con mayor detalle los problemas de anclaje en la zona discontinua que pudieran afectar las suposiciones básicas en la aplicación de los modelos puntal-tensor. Conjuntamente, el problema en la zona de anclaje de los tendones de presfuerzo es un tema muy interesante y que bien puede ser estudiado con los MPT.
- Estudiar el efecto de la relación a_v/d en el análisis y diseño de ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado o presforzado.
- Por otro lado, se debe estudiar más el problema de adherencia del FRP ensayando diferentes sistemas de anclaje, así como también el uso adecuado de las ecuaciones para determinar la longitud de anclaje efectiva.
- Debido a que este tipo de ménsulas en extremos de vigas pueden estar sometidas a cargas cíclicas reversibles, puede estudiarse el fenómeno de fallas por fatiga y probar la efectividad del refuerzo con fibras de carbono ante este tipo de fallas.

Queda como labor para el interesado mejorar las condiciones de prueba y el detallado de los especímenes, con el fin de obtener mejores resultados en los experimentos, así como la búsqueda de geometrías que puedan representar mejor el comportamiento de ménsulas en extremos de vigas usando Modelos Puntal-Tensor. Con esto, se concluye con los objetivos planteados en este trabajo.

COMENTARIOS FINALES. Los Modelos Puntal-Tensor son muy sensibles a la geometría (dimensiones de los elementos, así como su orientación) y debe tenerse especial cuidado en el detallado de las zonas nodales, especialmente en la zona de aplicación de cargas; tomando las medidas necesarias y con un buen dimensionamiento es siempre posible obtener resultados satisfactorios y muy cercanos a la carga última real. Con el empleo de Modelos Puntal-Tensor el ingeniero no encontrará recetas de diseño de algún elemento estructural en particular, ya que cada caso y cada modelo resulta ser diferente y siempre es posible encontrar geometrías que puedan llevar a un diseño óptimo; en cambio, podrá ejercitar su capacidad creativa en la generación de modelos estructurales que sean capaces de representar cualquier campo de esfuerzos en estructuras de concreto ante cualquier situación de cargas y sin tener que utilizar rigurosos cálculos matemáticos en el análisis que generan pérdidas de tiempo y altos costos en el diseño. El MPT es una de las muchas innovaciones más de bella sencillez en ingeniería estructural, con la que es posible abrir una enorme perspectiva para la aplicación de una idea simple que puede ser capaz de llevarnos a una solución práctica y elegante de un problema estructural.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- [1] ACI (2005). Comitte 440.2R-02: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures.
- [2] ACI (2005). Comittee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05). Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute.
- [3] ASTM (Sept.1996). C496: Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens. West Conshohocken, Pa.
- [4] Bayrak, M. D. B. a. O. (2006). "Minimum Transverse Reinforced for Bottle-Shaped Struts." ACI Structural Journal 103(6): pp. 813-821.
- [5] Bergmeister, K., J. E. Breen, et al. (1993). Detailing for Structural Concrete. Research Project 3-5-87/9-1127 "Reinforcement Detail Design in Structural Concrete". N. T. I. Service. Springfield, Virginia, Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin: 316 pp.
- [6] Chakrabarti, P., D. Farahani, et al. (1989). "Reinforced and Precompressed Corbels A Experimental Study." ACI Structural Journal 86(4): pp. 405-412.
- [7] Cook, W. D. and D. Mitchell (1988). "Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members." ACI Structural Journal 85(2): pp. 206-216.
- [8] Fardis, M. N., G. L. Balázs, et al. (12 y 13 de mayo, 2006). Notas del Curso: Retrofitting of Concrete Structures trough Externally Bonding FRP's, with Emphasis on Seismic Applications. Cd. de México.
- [9] Foster, S. J., R. E. Powell, et al. (1996). "Performance of High-Strength Concrete Corbels." ACI Structural Journal 93(5): pp. 1-8.
- [10] Fyfe (Enero, 2005). Fyfe Co LLC: Design Manual for the TYFO Fibrwrap Systems: 66 pp.
- [11] Harmon, T., Y. J. Kim, et al. (2003). "Bond of Surface-Mounted Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures." ACI Structural Journal 100(5): pp. 557-564.
- [12] Hwang, S.-J., W.-Y. Lu, et al. (2000). "Shear Strength Prediction for Reinforced Concrete Corbels." ACI Structural Journal 97(4): pp. 543-552.
- [13] Kriz, L. B. and C. H. Raths (1965). "Connections in Precast Concrete Structures-Strength of Corbels." Proceedings - Journal of The Presstresed Concrete Institute(1): pp. 16-61.
- [14] Kuchma, D. A. and T. N. Tjhin (2001-2004). Computer-Aided Strut-and-Tie (CAST). Urbana-Champaign, University of Illinois
- [15] Lampert, P. and B. Thürlimann (1971). "Ultimate Strength and Design of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending." IABSE 31(1): pp 107-131.
- [16] MacGregor, J. G. (2002). "Derivation of Strut-and-Tie Models for the 2002 ACI Code." ACI Structural Journal SP186-26: pp. 7-40.
- [17] MacGregor, J. G. and J. K. Wight (2005). Reinforced Concrete. Mechanics and Design. Upper Saddle River, New Jersey, Pearson Prentice Hall.

- [18] Mattock, A., K. C. Chen, et al. (1976). "The Behavior of Reinforced Concrete Corbels." Journal of the Prestressed Concrete Institute 21(2): pp. 52-77.
- [19] Michael D. Brown, C. L. S., Oguzhan Bayrak, and James O. Jirsa (2006). "Behavior and Efficiency of Bottle-Shaped Struts." ACI Structural Journal 103(3): pp. 348-355.
- [20] Nawy, E. G. (2006). Prestressed Concrete: a fundamental approach. Upper Saddle River, New Jersey, Pearson Prentice Hall.
- [21] Park, R. and T. Paulay (1975). Reinforced Concrete Structures. New York, Wiley-Interscience.
- [22] Priestley, M., F. Seible, et al. (1996). Seismic Design and Retrofit of Bridges. New York, N.Y.
- [23] Ramirez, J. A. (1994). "Strut-Tie Design of Pretensioned Concrete Members." ACI Structural Journal 91(5): pp. 572-578.
- [24] Ross, C. A., D. M. Jerome, et al. (1999). "Strengthening of Reinforced Concrete Beams with Externally Bonded Composite Laminates." ACI Structural Journal 96(2): pp. 212-221.
- [25] Russo, G., R. Venir, et al. (2006). "Reinforced Concrete Corbels-Shear Strength Model and Design Formula." ACI Structural Journal 103(1): pp. 3-10.
- [26] Schlaich, J., K. Schafer, et al. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Concrete." Journal of the Prestressed Concrete Institute 32(3): pp. 74-150.
- [27] Solanki, H. and G. M. Sabnis (1987). "Reinforced Concrete Corbels-Simplified." ACI Structural Journal 84(5): pp. 428-432.
- [28] Tjhin, T. N. and D. A. Kuchma (2002). "Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges." ACI Structural Journal 99(5): pp. 586-593.
- [29] Triantafillou, T. C. (1998). "Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Epoxy-Bonded FRP Composites." ACI Structural Journal 9(2): pp. 107-115.
- [30] Triantafillou, T. C., N. Deskovic, et al. (1992). "Strengthening of Concrete Structures with Prestressed Fiber Reinforced Plastic Sheets." ACI Structural Journal 89(3): pp. 235-244.
- [31] Triantafillou, T. C., C. Papanicolau, et al. (2006). "Concrete Confinement with Textile Reinforced Mortar (TRM) Jackets." ACI Structural Journal.
- [32] Wu, Z. and S. Hemdan (2005). SP230-24: Debonding in FRP-Strengthened Flexural Members with Different Shear-Span Ratios, American Concrete Institute.
- [33] Yong, Y.-K. and P. Balaguru (1994). "Behavior of Reinforced High-Strength-Concrete Corbels." ASCE Journal of Structural Engineering 120(4): pp. 1182-1201.
- [34] Zhu, R. R. H., W. Wanichakorn, et al. (2003). "Crack Width Prediction Using Compatibility-Aided Strut-and-Tie Model." ACI Structural Journal 100(4): pp. 413-421.