



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO  
EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTUDIO DEL RÉGIMEN PLUVIOMÉTRICO DE  
UNA CUENCA EMPLEANDO FUNCIONES  
ORTOGONALES

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
(HIDRÁULICA)**

P R E S E N T A:

**ING. RAÚL ALFONSO BECERRA SORIANO**

TUTOR:

**DR. M. ALFONSO GUTIÉRREZ LÓPEZ**

2007



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M. EN I. FRANCO VICTOR  
Secretario: DR. CARLOS AGUSTÍN ESCALANTE SANDOVAL  
Vocal: DR. MARTÍN ALFONSO GUTIÉRREZ LÓPEZ  
1<sup>er</sup> Suplente: DR. ALDO IVÁN RAMÍREZ OROZCO  
1<sup>do</sup> Suplente: M. EN I. JORGE ARTURO HIDALGO TOLEDO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA

TUTOR DE TESIS

DR. MARTÍN ALFONSO GUTIÉRREZ LÓPEZ

---

FIRMA

# Α ΜΙ ΛΙΝΔΑ ΕΣΠΟΣΑ

*ΓΡΑΧΙΑΣ ΠΟΡ ΤΟΔΟ ΤΥ ΑΠΟΨΟ*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al Dr. Alfonso Gutiérrez, su amistad y el apoyo otorgado para el desarrollo de este trabajo.

Al Síndico: M. En I. Victor Franco, Dr. Carlos Agustín Escalante Sandoval, Dr. Aldo Iván Ramírez Orozco, M. En I. Jorge Arturo Hidalgo Toledo, por las sugerencias realizadas a este trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitir seguirme preparando en mi vida profesional. Y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo recibido durante la Maestría.

Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, por el apoyo recibido durante el desarrollo de este trabajo.

A toda mi familia y especialmente a mi hermano Juan Manuel.

## **DEDICATORIA**

A Dios, Nuestro Señor.

A mis padres

Tulia Soriano Márquez

Y

Raúl Becerra Pérez (Alfonso Becerra Zendejas)

A mi esposa

Eres Tú quien me motiva y me alienta a seguir adelante, contra todo y todos.

A mis hermano(a)s: Manuel, Claudia, Leticia, Lorraine, gracias por todas la ocasiones en las que recibí todo su apoyo incondicional.

A mis amigo(a)s del IMTA

Gracias, a ustedes les dedico este trabajo.



# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>OBJETIVOS Y MOTIVACIÓN DEL ESTUDIO</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>2</b>
2.1	Características fisiográficas de una cuenca.....	3
2.2	Análisis estructural.....	3
2.3	Aplicación del análisis estructural a los datos de topografía y lluvia.....	4
2.4	Análisis multivariado de datos.....	5
2.5	Análisis estocástico multivariado (ecuaciones regionales).....	5
<b>3.</b>	<b>CARACTERÍSTICAS FISIOGRÁFICAS DE UNA CUENCA</b>	<b>6</b>
3.1	Características fisiográficas de una cuenca hidrológica.....	7
3.1.1	Definición de cuenca hidrológica.....	7
3.1.2	Área de drenaje (A).....	7
3.1.3	Forma de la cuenca.....	9
3.1.3.1	Coefficiente de escurrimiento ( $C_e$ ).....	10
3.1.3.2	Índice de Gravelius o coeficiente de compacidad ( $K_c$ ).....	10
3.1.3.3	Factor de forma ( $k_f$ ).....	11
3.1.3.4	Parámetro de forma.....	11
3.1.3.5	Ubicación del centroide de la cuenca .....	11
3.1.4	Sistema de drenaje.....	11
3.1.4.1	Tipos de corrientes.....	12
3.1.4.2	Modelos de drenaje.....	12
3.1.4.3	Orden de las corrientes de agua.....	12
3.1.4.4	Densidad de drenaje ( $D_d$ ).....	13
3.1.4.5	Relación de bifurcación ( $R_b$ ).....	13
3.1.4.6	Ley de número de cauces.....	13
3.1.4.7	Ley de longitudes de cauces.....	13
3.1.4.8	Ley de relación áreas.....	13
3.1.4.9	Longitud de flujo de superficie.....	14
3.1.4.10	Relación de área.....	14
3.1.4.11	Factor de forma de cuenca.....	14
3.1.4.12	Relación de perímetro de cuenca.....	14
3.1.4.13	Relación de frecuencia de corrientes Horton.....	14
3.1.4.14	Relación de frecuencia de corrientes Melton.....	15
3.1.4.15	Extensión media del escurrimiento superficial.....	15
3.1.4.16	Sinuosidad de las corrientes de agua.....	16

3.1.5	Características del relieve de una cuenca.....	16
3.1.5.1	Pendiente de la corriente principal.....	16
3.1.5.2	Pendiente media de la cuenca.....	19
3.1.5.3	Curva hipsométrica.....	20
3.1.5.4	Curva hipsométrica basada en MDE.....	21
3.1.5.5	Dirección de flujo de una cuenca utilizando MDE (D8).....	22
3.1.5.6	Elevación media de la cuenca.....	23
3.1.5.7	Rectángulo equivalente.....	23
3.1.5.8	Histograma de frecuencias altimétricas.....	24
3.2	Geomorfología y los Sistemas de Información Geográfica.....	25
3.3	Aplicación de los Sistemas de Información Geográfica en la Hidrología.....	25
3.4	Características fisiográficas propuestas.....	28
3.4.1	Elevación media basada en el MDE.....	28
3.4.2	Desviación estándar de las Elevaciones y precipitación.....	29
3.4.3	Varianza de las Elevaciones y precipitación.....	30
3.4.4	Relación de elevaciones (ReEl).....	30
3.4.5	Coefficiente de variación CV.....	31
3.4.6	Índice de variación de la precipitación y topografía IV_hptop.....	32
3.4.7	Curtosis o medida de apuntamiento.....	32
3.4.8	Relación de varianzas (ReVar).....	33
3.4.9	Precipitación ponderada (PrePon).....	33
3.4.10	Pendiente media direccional (PEMEDI).....	34
3.4.11	Índice de Precipitación y altitud media (IPAM).....	35
3.4.12	Distancia Mínima a la Costa (DIMICO).....	36
3.5	Obtención de características fisiográficas con el software SWAT2000.....	37
3.5.1	Descripción del Modelo.....	37
3.5.2	Descripción del SWAT y la aplicación a los sistemas de información geográfica.....	38
3.5.3	Capacidades de la interface SWAT –Arc View.....	38
3.5.4	Características obtenidas con el SWAT2000.....	39
<b>4.</b>	<b>ANÁLISIS ESTRUCTURAL</b>	<b>40</b>
4.1	Introducción.....	41
4.2	Aplicaciones del análisis estructural en las ciencias de la tierra.....	42
4.3	Interpolación espacial por Kriging.....	43
4.4	Conceptos del Análisis Estructural.....	45



4.4.1	Interpolación espacial.....	45
4.4.2	Variable regionalizada.....	46
4.4.3	Finalidad de las variables regionalizadas.....	46
4.4.4	Hipótesis de la Geoestadística.....	47
4.4.5	Definición del variograma.....	48
4.5	Semivariograma experimental.....	49
4.5.1	Parámetros del variograma experimental.....	50
4.5.1.1	El Efecto Pepita (Nugget).....	50
4.5.1.2	La Meseta (Sill).....	51
4.5.1.3	El Alcance o rango (Range).....	51
4.6	Modelos teóricos ó semivariogramas teóricos.....	51
4.6.1	Efecto pepita puro.....	51
4.6.2	Esférico.....	52
4.6.3	Exponencial.....	52
4.6.4	Gaussiano.....	52
4.6.5	Potencial.....	53
4.6.6	Lineal.....	53
4.7	Elección del Variograma.....	53
4.8	Anisotropía.....	54
4.9	Validación del modelo teórico.....	55
4.10	Conclusiones.....	55

## **5. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL A LOS DATOS DE TOPOGRAFÍA Y LLUVIA. 56**

5.1	Marco legal sobre la disponibilidad hídrica en México.....	58
5.2	Interpolación espacial.....	59
5.3	Variables regionales.....	60
5.4	Interpolación por Kriging.....	61
5.5	Descripción de la zona en estudio y de la red pluviométrica.....	62
5.6	Obtención de los radios de topografía.....	66
5.7	Metodología.....	67
5.7.1	Ajuste de los modelos teóricos al variograma de precipitación.....	68
5.7.2	Ajuste de los modelos teóricos al variograma de topografía.....	69
5.8	Aplicación con la interpolación con Kriging.....	71

5.9	Conclusiones.....	74
<b>6.</b>	<b>ANÁLISIS MULTIVARIADO DE DATOS</b>	<b>75</b>
6.1	Gráfica de datos multivariados (Rostros de Chernoff).....	76
6.2	Análisis de componentes principales.....	76
6.3	Ejemplo de aplicación de los métodos multivariados y graficos.....	77
6.3.1	Prueba de homogeneidad de Langbein.....	78
6.4	Presentación de resultados.....	79
6.4.1	Resultados gráficos de la regionalización de los tres métodos.....	81
6.5	Conclusiones.....	82
<b>7.</b>	<b>ANÁLISIS ESTOCÁSTICO MULTIVARIADO</b>	
	<b>(ECUACIONES REGIONALES)</b>	<b>83</b>
7.1	Metodología.....	84
7.1.1	Prueba de homogeneidad hidrométrica.....	84
7.1.2	Parámetros del Análisis de Frecuencias.....	85
7.1.3	Análisis de Componentes Principales.....	85
7.1.4	Análisis correlación y regresión.....	86
7.1.5	Análisis Estocástico.....	86
7.2	Descripción del Río Fuerte.....	87
7.3	Datos estadísticos y aplicación de la metodología.....	87
7.3.1	Fisiografía.....	91
7.3.2	Aplicación de correlograma.....	92
7.3.3	Prueba de Akaike.....	96
7.4	Ecuaciones regionales.....	99
7.4.1	Ecuación regional del gasto.....	100
7.4.2	Ecuación regional para el modelo estocástico.....	101
7.5	Aplicación la ecuación regional del gasto.....	102
7.6	Aplicación del modelo estocástico regional.....	103
7.7	Conclusiones.....	107
<b>8.</b>	<b>PERSPECTIVAS Y RECOMENDACIONES</b>	<b>109</b>
<b>9.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>110</b>

## 1. OBJETIVOS Y MOTIVACIÓN DEL ESTUDIO

- Establecer un compendio de variables fisiográficas que formen parte del inicio del diseño de regiones homogéneas y ecuaciones regionales.
- Proponer variables que incluyan como base a los Sistemas de Información Geográfica, con el objetivo de incrementar la cantidad y calidad de las variables que describen las relaciones fisiografía-lluvia-escurrimiento.
- Realizar una aplicación del análisis estocástico hidrológico regional para mejorar la determinación de la precipitación media.
- Aplicar el ACP como herramienta básica en la metodología que describa y genere regiones hidrométricamente homogéneas.
- Diseñar ecuaciones regionales que incluyan la componente estocástica en la estimación de las series de gasto.

## 2. INTRODUCCIÓN

Debido a la importancia que representa el conocimiento espacial de las variables hidrológicas y su relación con su entorno topográfico, incluyendo el constante cambio climático; hace que se requieran nuevas herramientas para conocer y representar el régimen de precipitación y escurrimiento de una región. La relación fisiografía-lluvia-escurrimiento, es poco estudiada en la actualidad, los parámetros tradicionales describen cuantitativamente la fisiografía, climatología e hidrometría de una cuenca y estiman variables a una escala regional, en la actualidad estos parámetros resultan insuficientes para representar adecuadamente al proceso lluvia-escurrimiento. Este presente trabajo propone nuevas variables a utilizar en los procedimientos de regionalización, adicionalmente se realizan adecuaciones en la interpretación del régimen pluviométrico e hidrométrico de una cuenca empleando su entorno fisiográfico local. Esencialmente se buscan nuevos parámetros morfológicos, estadísticos y estocásticos relacionados con la topografía y la geografía.

Con la finalidad de establecer los alcances de este trabajo se describe la estructura y aportes de cada capítulo.

## 2.1 Características fisiográficas de una cuenca

Debido a la necesidad de identificar, definir y clasificar adecuadamente las variables fisiográficas descritas en la bibliografía se realizó un compendio de variables, dando como resultado la clasificación siguiente:

- **Forma.** Son aquellos índices y parámetros que describen espacialmente a la cuenca, el conocimiento de geometría de la cuenca permite establecer una de las componentes principales de la respuesta hidrológica.
- **Sistema de drenaje.** Son los factores, relaciones o coeficientes que describen de manera cuantitativa el sistema de corrientes dentro de una cuenca.
- **Características de relieve de una cuenca.** Definen las condiciones generadoras de la precipitación debido a la influencia del relieve, resultan de gran utilidad en el diseño de las ecuaciones regionales.
- **Características fisiográficas propuestas.** Con el objeto de integrar los sistemas de información geográfica en el diseño de ecuaciones regionales, se propusieron una serie de relaciones y coeficientes que complementan a las variables existentes en la bibliografía.

Como resultado de este trabajo se obtuvieron 42 variables fisiográficas que describen el comportamiento espacial de la cuenca, así como su sistema de drenaje y sus condiciones topográficas.

## 2.2 Análisis estructural

En este capítulo se describen las raíces y conceptos fundamentales del análisis estructural, este análisis nace de la necesidad de utilizar nuevos métodos de búsqueda de minerales y la determinación de su cantidad, para su posterior extracción (Lepin y Ariosa, 1986).

La motivación de emplear en este trabajo a la geoestadística nace de su principal aplicación, la cual radica en describir de manera determinística a la naturaleza, debido a esta cualidad y a la complejidad de medición, análisis y simulación en la hidrología, y a que la cantidad de datos obtenidos son insuficientes para describir adecuadamente los procesos que conlleva la descripción hidrológica cuantitativa. Hace que este trabajo se enfoque en el comportamiento de las componentes estructurales de la hidrología.

### 2.3 Aplicación del análisis estructural a los datos de topografía y lluvia

La importancia de la distribución espacial de la precipitación en la determinación de los balances hidrológicos, y el grado de repercusión que tiene en la asignación y administración de concesiones en los sectores agrícola y urbano, hace que se analicen y se evalúen las metodologías existentes para el cálculo de la precipitación media en una cuenca. Este trabajo propone nuevas metodologías que mejoran el cálculo real de la distribución espacial de precipitación.

Tradicionalmente la obtención de la precipitación media se realiza con los polígonos de Thiessen (Thiessen, 1911), y en algunos otros casos las isoyetas; en donde la experiencia del hidrólogo es esencial. Realizando un análisis de estas dos metodologías podemos decir que los polígonos de Thiessen solo contemplan la componente espacial en la asignación del peso para cada estación, esta metodología presupone una distribución uniforme de precipitación para cada polígono y la ausencia de condiciones que generen gradientes ocasionados por condiciones externas, estas condiciones están alejadas de una realidad física. En la elaboración de las isoyetas el hidrólogo utiliza íntegramente su criterio para crear las isolíneas; su criterio esta influenciado por la topografía presente en el lugar, esto crea un gran problema debido a que todo el análisis depende del carácter discrecional del hidrólogo, dejando lagunas conceptuales y en muchos casos mm de precipitación en el camino.

Por los motivos anteriormente mencionados se presenta una metodología hidro-geoestadística que contempla y describen las condiciones estructurales de los gradientes espaciales de la lluvia, generados por el relieve topográfico “principal variable generadora de precipitación por convección”.

En la aplicación geoestadística de la interpolación de la precipitación, se utilizó como variable auxiliar para el Cokrigeage una malla obtenida del modelo digital de elevaciones de la cuenca, se ajustaron 6 modelos teóricos al variograma experimental de la precipitación y topografía, posteriormente se eligió el modelo de topografía de mejor ajuste y se utilizó como la ley de transferencia de información en el Cokrigeage de la precipitación. Finalmente se realizó la validación cruzada para determinar alguna tendencia distribucional o espacial de la malla de precipitación obtenida.

## 2.4 Análisis multivariado de datos

El análisis multivariado se define como, cualquier análisis de dos o más variables que midan, expliquen y pronostiquen el comportamiento de las relaciones existente entre ellas. En muchas ocasiones las técnicas multivariantes son un medio de representar en un análisis simple aquello que requirió varios análisis utilizando técnicas univariantes.

Este capítulo presenta la aplicación de tres métodos multivariados para la cuenca del Río Verde, con la finalidad de establecer los criterios de estimación de regiones homogéneas basados en parámetros del análisis de frecuencias y la aplicación de estadística multivariada de datos, contrastando ésta, con la prueba de homogeneidad Langbein. Los métodos multivariados empleados son Análisis de Componentes principales (ACP) y rostros de Chernoff.

El ACP es de gran utilidad ya que discriminan y determina la correlación existente entre las variables del proceso lluvia-fisiografía-escurrimiento. Finalmente las graficas y tablas obtenidas permiten diseñar ecuaciones regionales utilizando los análisis de correlación y regresión múltiple dentro de regiones hidrológicamente homogéneas.

## 2.5 Análisis estocástico multivariado (ecuaciones regionales)

Las técnicas de regionalización hidrológica han sido desarrolladas principalmente para estimar escurrimientos puntuales en sitios en donde no existen estaciones hidrométricas o en donde la información hidrométrica es limitada o escasa (Taffa, 1991). De acuerdo con Gutiérrez (2002), uno de los objetivos principales de dividir una región en subregiones hidrológicamente homogéneas es disminuir la incertidumbre la magnitud de los eventos estimados o extrapolados.

Este trabajo propone una metodología para estimar las componentes espacio-temporales de las series hidrológicas estimadas. La solución de esta problemática es desarrollar, validar y aplicar métodos alternativos de solución, como lo son las técnicas multivariadas. En este caso nos apoyaremos (ACP), así como las funciones distribución de probabilidad y del análisis estocástico con modelos ARMA(p,q). Todo esto con el objetivo de caracterizar, desagregar, generar registros sintéticos y realizar pronósticos de las variables estimadas.

### **3. CARACTERÍSTICAS FISIAGRÁFICAS DE UNA CUENCA**

El estudio de las formas y magnitudes de las cuencas se han desarrollado tradicionalmente empleando múltiples herramientas (fotografías aéreas, cartas topográficas y edafológicas, visitas de campo, etc) las cuales permiten al especialista visualizar la complejidad del fenómeno, pero no es sencillo identificar sus características cualitativas y cuantitativas. Por ello este trabajo pretende hacer una revisión de las metodologías empleadas en estos estudios. Asimismo proponer otras variables que contribuyan a mejorar la caracterización física del proceso lluvia-escurrimiento, mediante ecuaciones regionales.

Este trabajo propone nuevas relaciones que consideran como variable predominante al relieve del terreno alrededor de las estaciones climatológicas para diferentes radios de influencia. También se obtiene la rugosidad del terreno para las subcuencas que se encuentran en la zona de estudio, Dando como resultado un compendio de variables que describen un de una mejor manera el proceso lluvia-escurrimiento.



### 3.1 Características fisiográficas de una cuenca hidrológica

Las características fisiográficas de una cuenca forman un conjunto de factores que influyen significativamente en el comportamiento hidrológico, lo que implica una relación biunívoca entre características físicas y el proceso lluvia – escurrimiento.

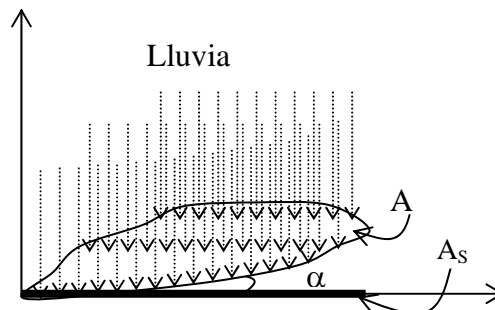
La respuesta hidrológica de la cuenca depende de las características fisiográficas (forma, relieve, red de drenaje, etc.) y de otros factores como lo son; la edafología, cobertura vegetal, uso de suelo. Estos elementos proporcionan la más conveniente posibilidad de conocer la variación en el espacio de los elementos del régimen hidrológico (Monsalve, 1999).

#### 3.1.1 Definición de cuenca hidrológica

Es la totalidad de área drenada por una corriente o sistema interconectado de cauces, tales que todo el escurrimiento originado en esa área es descargado a través de una única salida (Linsley, 1977). Y de acuerdo con la Ley de Aguas Nacionales de 2004 se define como, la unidad del territorio, diferenciada de otras unidades, normalmente delimitada por un parte aguas en donde ocurre el agua en diferentes formas, y ésta se almacena o fluye hasta un punto de salida que puede ser el mar o un cuerpo recepto interior.

#### 3.1.2 Área de drenaje (A)

Está definida como la proyección horizontal de toda el área de drenaje de un sistema de escurrimiento dirigido directa o indirectamente a un mismo cauce natural, Figura (3a). Frecuentemente se desea analizar una cuenca de gran tamaño y muchas veces es necesario dividirla en subcuencas eso depende del tipo y alcance de proyecto.



$$A_s = A / \cos \alpha \quad (3.1)$$

**Figura 3(a).** Área de drenaje de una cuenca.

Donde:

$$A_s \leq A$$

$\alpha$  = ángulo de la pendiente media de la cuenca.

A = Área de cuenca en la proyección horizontal.

$A_s$  = Área de cuenca real.

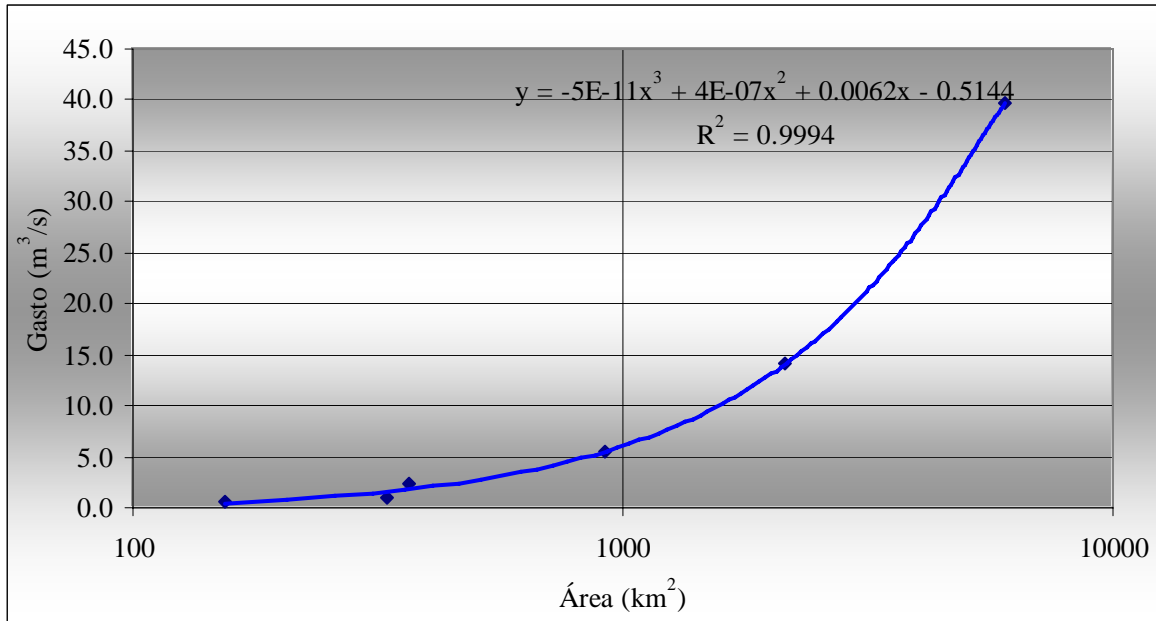
Generalmente el área utilizada en los análisis hidrológicos es la proyección horizontal de la cuenca, cometiéndose de esta manera un error sistemático que ocasiona errores de aproximación. Entre mayor sea la pendiente media de la cuenca mayor será el error cometido.

Física y Estadísticamente, el área es la variable más importante en la generación de escurrimiento, esto se afirma debido a los altos grados de correlación entre estas dos variables, en la Figura 3(b) se presenta como ejemplo el gasto medio diario histórico contra el área drenada de las estaciones hidrométricas de la cuenca del río Amacuzac en el estado de Morelos, Tabla 3(a), dando como resultado un error cuadrático de 0.9994. Este ajuste nos ilustra que existe una gran dependencia entre el área de la cuenca en relación con su gasto medio.

**Tabla 3(a).** Gasto medio diario y área de cuenca de las estaciones hidrométricas en el Estado de Morelos.

NOMBRE	GMD (m <sup>3</sup> /s)	ÁREA (km <sup>2</sup> )
DOS BOCAS	14.1152	2147.200
LA CUERA	0.514	154.467
TEMIXCO	2.400	364.628
TICUMAN	0.960	329.097
XICATLACOTLA	39.637	6012.745
ZACATEPEC	5.449	915.512

La información hidrométrica fue obtenida del Banco Nacional de Datos de aguas Superficiales (Bandas, 2000), editado por el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), en el año 2000. Y el área fue obtenida del Boletín Hidrológico de la región hidrológica 18.



**Figura 3(b).** Ajuste de los gastos medios anuales de las estaciones hidrométricas de una cuenca

### 3.1.3 Forma de la cuenca

Esta característica que se relaciona con el tiempo de concentración, el cuál es el tiempo necesario, desde el inicio de la precipitación para que toda la cuenca contribuya a la sección de la corriente en estudio, en otras palabras, el tiempo que toma el agua desde los límites más extremos de la cuenca hasta llegar a la salida de la misma (Monsalve, 1999).

**La longitud cuenca ( $L_b$ ):** Esta definida como la distancia horizontal del río principal entre un punto aguas abajo y otro punto aguas arriba donde la línea de río principal toca el parteaguas.

**El ancho de cuenca:** Se define como la relación entre el área y la longitud de la cuenca y se designa por la letra W.

$$W = \frac{A}{L} \quad (3.2)$$

donde:

W = Ancho de la cuenca

A = Área de la cuenca

L = Longitud de la cuenca

### 3.1.3.1 Coeficiente de escurrimiento ( $C_e$ )

Se define como coeficiente de escurrimiento anual, a la relación entre el volumen del escurrimiento directo y el volumen total de lluvia (Gutiérrez, 1994).

$$C_e = \frac{V_e}{V_{II}} \quad (3.3)$$

Donde:

- $C_e$  = Coeficiente de escurrimiento
- $V_e$  = Volumen de escurrimiento directo
- $V_{II}$  = Volumen total de lluvia

Este coeficiente puede obtenerse a través de tablas en función de las características de la cuenca relacionadas con la edafología y uso de suelo. Pero la experiencia en balances hidrológicos indica que el uso de estas tablas ocasiona, en algunos casos errores significativos en la estimación del volumen de escurrimiento, debido a que estos índices no toman variables muy importantes como lo son la temperatura, velocidad del viento, exposición de la cuenca, pendiente del terreno, rugosidad del terreno y la red de drenaje de la cuenca.

### 3.1.3.2 Índice de Gravelius o coeficiente de compacidad ( $K_c$ )

Es la relación entre el perímetro de la cuenca ( $P$ ) y el perímetro de un círculo de área igual a la de la cuenca ( $A$ ).

$$A = \pi \cdot r^2 \quad r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (3.4)$$

$$K_c = \frac{P}{2\pi \cdot r} \quad (3.5)$$

Substituyendo (3.2) en (3.3)

$$K_c = 0.282 \frac{P}{\sqrt{A}} \quad (3.6)$$

Donde  $K_c \geq 1$ , para el caso  $K_c = 1$ , obtenemos una cuenca circular. Cuando más irregular sea la cuenca mayor será su coeficiente.

Donde:

- $K_c$  = Coeficiente de compacidad
- $P$  = Perímetro de la cuenca
- $A$  = Área de la cuenca

### 3.1.3.3 Factor de forma ( $k_f$ )

Es la relación entre el ancho y la longitud de la cuenca.

$$K_f = W/L \text{ o } K_f = A/L^2 \quad (3.7)$$

Las cuencas con una relación baja están menos sujetas a eventos extremos.

### 3.1.3.4 Parámetro de forma

Esta característica relaciona el perímetro de la cuenca con su área, expresándola en 1/km.

$$P_f = \frac{P}{A} \quad (3.8)$$

### 3.1.3.5 Ubicación del centroide de la cuenca

Es el lugar geométrico en donde se supone está concentrada toda la superficie drenada por la cuenca. Este punto se determina para efectos de diseño y se designa como el centro de la tormenta que es empleada en un modelo lluvia escurrimiento.

Los ejes coordenados empleados para éste cálculo son latitud y longitud, para la determinación exacta del punto, se descompone el área de la cuenca en figuras regulares, cuyos centroides sean conocidos, hasta que se logre reproducir la forma de la cuenca. El siguiente paso es calcular las coordenadas del centro de gravedad, para esto se hace uso de la fórmula para superficies geométricas compuestas, que está dada por:

$$X_C = \frac{x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n}{A} \quad (3.9)$$

$$Y_C = \frac{y_1 a_1 + y_2 a_2 + \dots + y_n a_n}{A} \quad (3.10)$$

### 3.1.4 Sistema de drenaje

Se llama red de drenaje de una cuenca, al sistema de cauces por el fluyen los escurrimientos superficiales, subsuperficiales y subterráneos de manera temporal o permanente. Las principales características son: tipos de corrientes, modelos de drenaje, orden de corrientes, densidad de drenaje, relación de bifurcación, frecuencia de corrientes (Campos, 1992).

#### 3.1.4.1 Tipos de corrientes

Los tipos de corrientes se clasifican en: perennes, intermitentes y efímeras, en base a la constancia de su escurrimiento o flujo, el cual esta relacionado con las características físicas y climáticas de la cuenca (Campos, 1992).

(Monsalve, 1999), amplia esta definición de la siguiente manera.

- ⊕ **Perennes:** Corrientes con agua todo el tiempo y el nivel de agua mantiene una alimentación continua y nunca desciende por debajo del lecho del río.
- ⊕ **Intermitentes:** Corrientes que escurren en estaciones de lluvia y se secan durante el verano, además que el nivel subterráneo se conserva por encima del nivel del lecho del río sólo en la estación lluviosa.
- ⊕ **Efímeros:** Existen apenas durante o inmediatamente después de los periodos de precipitación, y sólo transportan escurrimiento superficial.

#### 3.1.4.2 Modelos de drenaje

Los principales son: **Exorreica** es en la que los escurrimientos de los tributarios concurren ha el cauce principal de la cuenca. **Endorreica** es donde los escurrimientos se almacenan en una parte baja.

#### 3.1.4.3 Orden de las corrientes de agua

(Horton, 1945), sugirió la clasificación de cauces de acuerdo al número de orden de un río como la medida de ramificación del cauce principal en una cuenca hidrológica. (Monsalve, 1999), clasificó el grado de ramificaciones o bifurcación dentro de la cuenca.

- Corrientes de primer orden: Pequeños canales que no tienen tributarios.
- Corrientes de segundo orden: Cuando dos corrientes de primer orden se unen
- Corrientes de tercer orden: Cuando dos corrientes de segundo orden se unen.
- Corrientes de orden  $n + 1$ : Cuando dos corrientes de orden se unen.

#### 3.1.4.4 Densidad de drenaje ( $D_d$ )

Es la relación entre la longitud total de los cursos de agua de la cuenca y su área total.

$$D_d = \frac{L}{A} \quad (3.11)$$

$D_d$  usualmente toma valores entre 0.5 km/km<sup>2</sup> para cuencas con drenaje pobre y hasta 3.5. km/km<sup>2</sup> para cuencas excepcionalmente bien drenadas (Monsalve, 1999).

#### 3.1.4.5 Relación de bifurcación ( $R_b$ )

Es el cociente entre el número de cauces de cualquier orden y el número de corrientes del siguiente orden superior.

$$R_b = \frac{N_u}{N_{u+1}} \quad (3.12)$$

Las relaciones de bifurcación varían entre 3.0 y 3.5 para cuencas las estructuras geológicas no distorsionan el modelo de drenaje (Campos, 1992).

#### 3.1.4.6 Ley de número de cauces

Debido ha que  $R_b$  tiende ha ser entre 2 y 4, se puede obtener esta relación.

$$N_U = R_b^{k-U} \quad (3.13)$$

Donde:  $N_U$  es el número de cauces de orden  $U$  y  $k$  es el orden del cauce principal (Linsley, 1977).

#### 3.1.4.7 Ley de longitudes de cauces

$$\bar{L}_U = \bar{L}_1 r_e^{U-1} \quad (3.14)$$

Donde:  $L$  es la longitud promedio de los cauces de orden  $U$  y  $r_e$  es la relación de longitudes.

#### 3.1.4.8 Ley de relación áreas

De manera análoga que en la ley de longitudes de cauces se aplica al área.

$$\bar{A}_U = \bar{A}_1 r_a^{u-1} \quad (3.15)$$

### 3.1.4.9 Longitud de flujo de superficie

La longitud promedio del flujo de superficie  $L_0$  puede obtenerse de manera aproximada por medio de la ecuación (Linsley, 1977).

$$\bar{L}_0 = \frac{1}{2D_d} \quad (3.16)$$

### 3.1.4.10 Relación de área

Las observaciones en un gran número de cauces alrededor del mundo comprueban la existencia de una relación, la cual se presenta en la ecuación 3.17.

$$L = 1.27A^{0.6} \quad (3.17)$$

Donde:  $L$  es la longitud del cauce principal y  $A$  es el área de la cuenca (Linsley, 1977).

### 3.1.4.11 Factor de forma de cuenca

$$R_f = \frac{A}{L_b^2} \quad (3.18)$$

Donde:  $A$  es el área de la cuenca y  $L_b$  es la longitud de la cuenca (Linsley, 1977).

### 3.1.4.12 Relación de perímetro de cuenca

$$P = kA^n R_f^m \quad (3.19)$$

Donde:  $k$ ,  $n$  y  $m$  son coeficientes, y son 4, 0.5 y -0.5 respectivamente (Morin, 1993).

### 3.1.4.13 Relación de frecuencia de corrientes Horton

R. E Horton introdujo el concepto de Frecuencia de corrientes, definida como el número segmentos de corrientes por unidad de área.

$$F = \frac{\sum_1^k N_U}{A_k} \quad (3.20)$$

La frecuencia de corrientes tiene por unidades  $L^{-2}$  y  $k$  es el orden del cauce principal (Campos, 1992).



### 3.1.4.14 Relación de frecuencia de corrientes Melton

Melton, analizó en detalle la relación de 156 cuencas entre la densidad de drenaje ( $D_d$ ) y la frecuencia de corrientes y encontró que ambas son medidas de la magnitud de la red de drenaje.

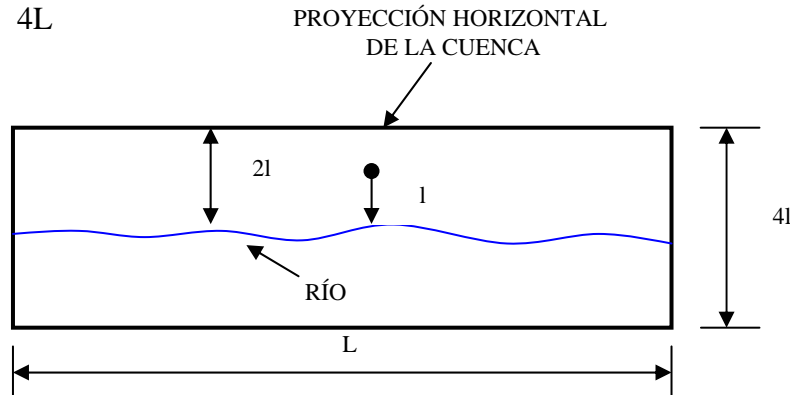
$$F = 0.694(D_d)^2 \quad (3.21)$$

La ecuación es dimensionalmente correcta y  $F/(D_d)^2$  es un número adimensional que tiende a un valor constante del orden de 0.70 (Campos, 1992).

### 3.1.4.15 Extensión media del escurrimiento superficial

Se define como la distancia media para que el agua de lluvia escurra sobre los terrenos de una cuenca, en caso de que el escurrimiento siguiera una línea recta desde donde la lluvia cayó, hasta el punto más próximo al lecho de una corriente cualquiera de la cuenca. Considerando que la cuenca de área  $A$  pueda ser representada por un área de drenaje rectangular, y teniendo un curso de agua de longitud  $L$  igual a la longitud total de las corrientes, que pasa por su centro, como se muestra en la Figura 3(c), la extensión media de la escorrentía superficial será, (Monsalve, 1999).

$$A = 4lL \Rightarrow l = \frac{A}{4L} \quad (3.22)$$



**Figura 3(c).** Extensión media del escurrimiento superficial.

En donde:

$l$  = Extensión media del escurrimiento superficial, en km.

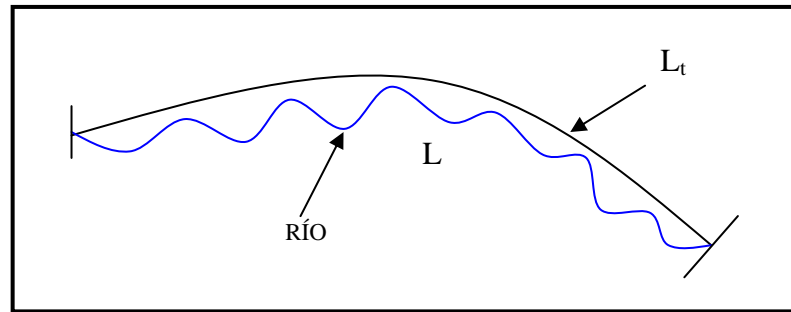
$L$  = longitud total de las corrientes de agua en la cuenca hidrológica, en km.

$A$  = Área de drenaje total de la cuenca, en  $\text{km}^2$ .

### 3.1.4.16 Sinuosidad de las corrientes de agua

Es la relación entre la longitud del río principal medida a lo largo de su cauce,  $L$ , y la longitud del valle del río principal medida en línea curva o recta,  $L_t$ , Figura 3(d).

$$S = \frac{L}{L_t} \quad (3.23)$$



**Figura 3(d).** Sinuosidad de las corrientes de agua.

Este parámetro de una medida de la velocidad de la esorrentía del agua a lo largo de la corriente.

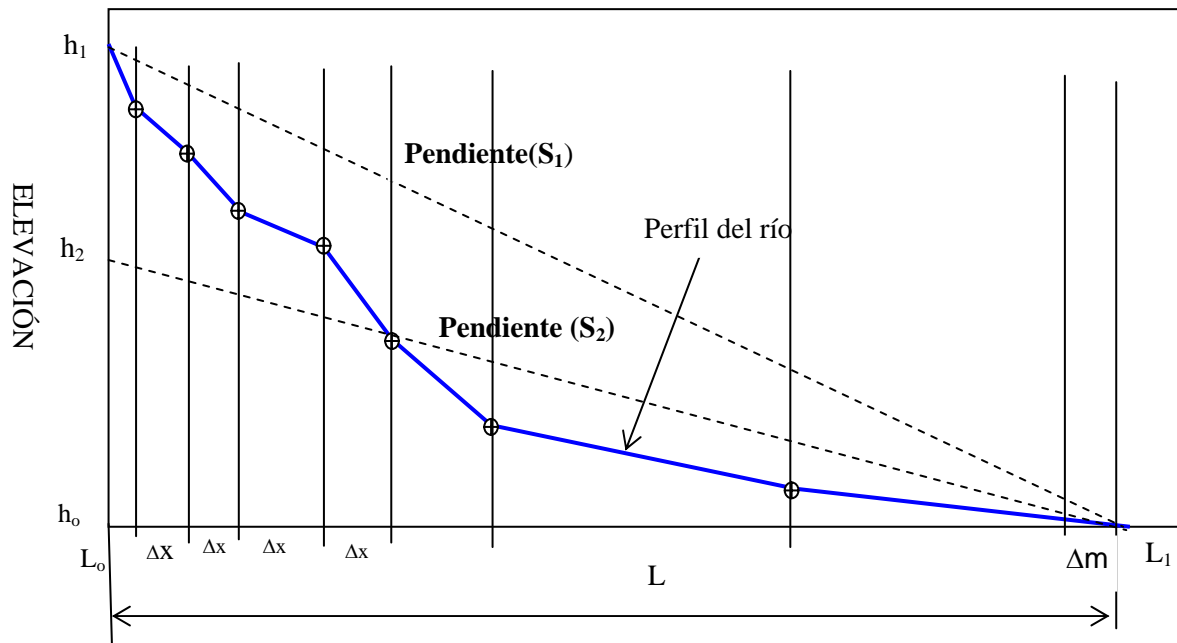
Un valor de  $S$  menor o igual a 1.25 indica una baja sinuosidad. Se define, entonces, como un río con alineamientos “recto” (Monsalve, 1999).

## 3.1.5 Características del relieve de una cuenca

### 3.1.5.1 Pendiente de la corriente principal

Para la obtención de la pendiente del cauce principal se presentan dos métodos en los cuales el cauce o corriente principal se divide en tramos, en donde los tramos deben presentarse lo más recto posible en la proyección horizontal. La Figura 3(e) presenta la división en tramos del cauce principal y los métodos tradicionales de obtención de la pendiente principal.

- ⊕  $S_1$  es la diferencia total de la elevación del lecho del río dividido por su longitud.
- ⊕  $S_2$  es la pendiente media ponderada. Éste es un valor más razonable, ya que para calcularlo se traza una línea, tal que el área comprendida entre esa línea y los ejes coordenados sea igual a la comprendida entre la curva del perfil del río y dichos ejes.



**Figura 3(e).** Métodos tradicionales para el cálculo de la pendiente del cauce principal.

$$S_1 = \frac{h_1 - h_0}{L_1 - L_0} \quad (3.24)$$

$$S_2 = \frac{h_2 - h_0}{L_1 - L_0} \quad (3.25)$$

⊕ (Taylor y Schwarz, 1952), proponen la siguiente metodología para calcular la pendiente media del cauce principal  $S_3$ , teniendo las siguientes hipótesis: Un canal de sección transversal uniforme con longitud y tiempo de recorrido constantes, además que el factor  $k$  es constante en todo el cauce principal, siendo este factor producto de la rugosidad y forma de la sección transversal. También esta dividido en tramos iguales de longitud  $\Delta x$ , por lo que cada tramo tiene una pendiente  $s_i$  y una velocidad  $V_i$ . Por lo que  $T$  es:

$$T = \frac{L}{KS^{0.5}} \quad V_i = k\sqrt{s_i} \quad (3.26)$$

Por definición.

$$V_i = \frac{\Delta x}{t_i} \quad (3.27)$$

Donde.  $t_i$  es el tiempo de recorrido, esto implica que de (3.24) y (3.25), tenemos:

$$t_i = \frac{\Delta x}{k\sqrt{s_i}} \quad (3.28)$$

por lo que el tiempo total del recorrido es:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta x}{k\sqrt{s_i}} \quad (3.29)$$

y la longitud total

$$L = n\Delta x \quad (3.30)$$

despejando a  $S$ , tenemos

$$S_3 = \left[ \frac{L}{\frac{l_1}{\sqrt{s_1}} + \frac{l_2}{\sqrt{s_2}} + \frac{l_3}{\sqrt{s_3}} + \dots + \frac{l_n}{\sqrt{s_n}}} \right]^2 \quad (2.31)$$

La ecuación anterior esta generalizada para el caso donde los tramos sean desiguales.

(Heras, 1976) clasifica las pendientes de la siguiente manera.

Pendiente $S_1$ en porcentaje	Tipos de terreno
2	Llano
5	Suave
10	Accidentado medio
15	Accidentado
25	Fuertemente accidentado
50	Escarpado
> 50	Muy escarpado

### 3.1.5.2 Pendiente media de la cuenca

Esta característica regula la velocidad del escurrimiento superficial de la cuenca, es decir; la velocidad de generación de gasto en tributarios y cauce principal, dando ha mayor pendiente mayor velocidad de escurrimiento.

Uno de los métodos más representativos para el cálculo es el muestreo aleatorio por medio de una cuadrícula; llevando las intersecciones de la cuadrícula sobre el plano topográfico y calculando la pendiente para todos puntos arbitrariamente escogidos, Figura 3(f). Con todos estos valores se puede construir un histograma de pendientes que permite estimar el valor medio y la desviación estándar del muestreo de las pendientes. Las pendientes para los puntos dados por las intersecciones de la cuadrícula se calculan teniendo en cuenta la diferencia de las dos curvas de nivel entre las cuales el punto quedó ubicado y dividiéndola por la distancia horizontal menor entre las dos curvas de nivel, pasando por el punto ya determinado.

Otro método bastante utilizado es el siguiente: se monta sobre la cuenca una cuadrícula de tamaño conveniente. Se cuentan los cortes de las curvas de nivel con los ejes horizontal y vertical de la cuadrícula respectivamente y se tiene:

$$S_h = \frac{n_h h}{L_h} \quad (3.32)$$

$$S_v = \frac{n_v h}{L_v}$$

**h** es la diferencia de cotas entre curvas de nivel.

**n<sub>h</sub>** es el número de cruces de las curvas de nivel con líneas de igual coordenada este.

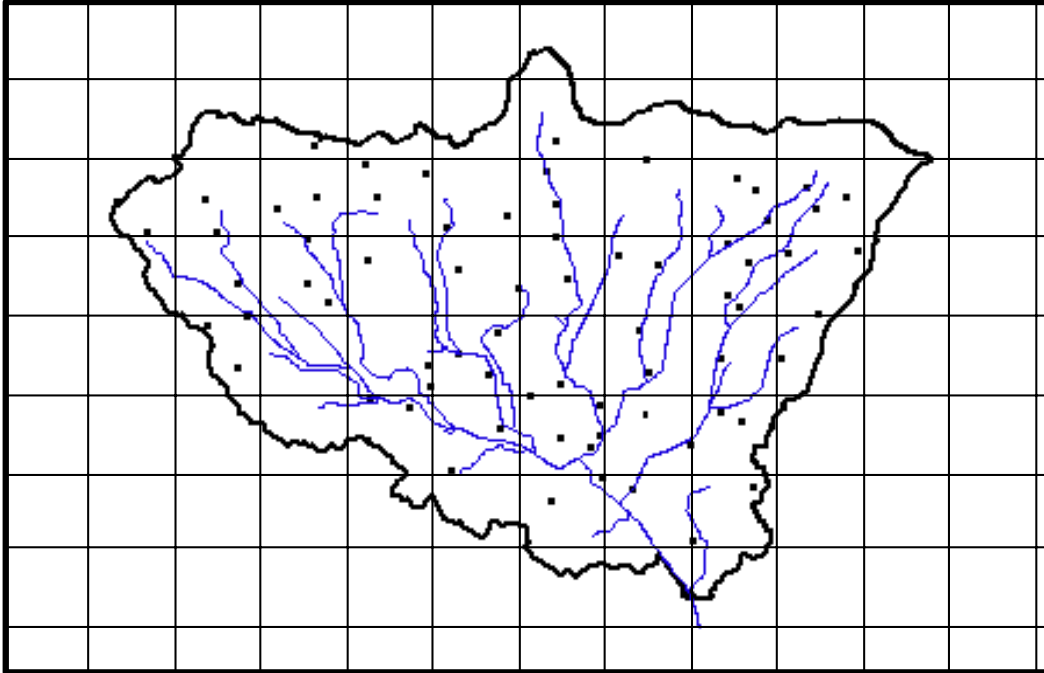
**n<sub>v</sub>** es el número de cruces de las curvas de nivel con líneas de igual coordenada norte.

**S<sub>h</sub>** y **S<sub>v</sub>** son la pendiente horizontal y vertical de la cuenca respectivamente.

Se tiene entonces que la pendiente promedia es:

$$S = \frac{S_e + S_n}{2} \times 100\% \quad (3.33)$$

Sin embargo este método es bastante dependiente de la orientación que se le de a la cuadrícula de referencia.



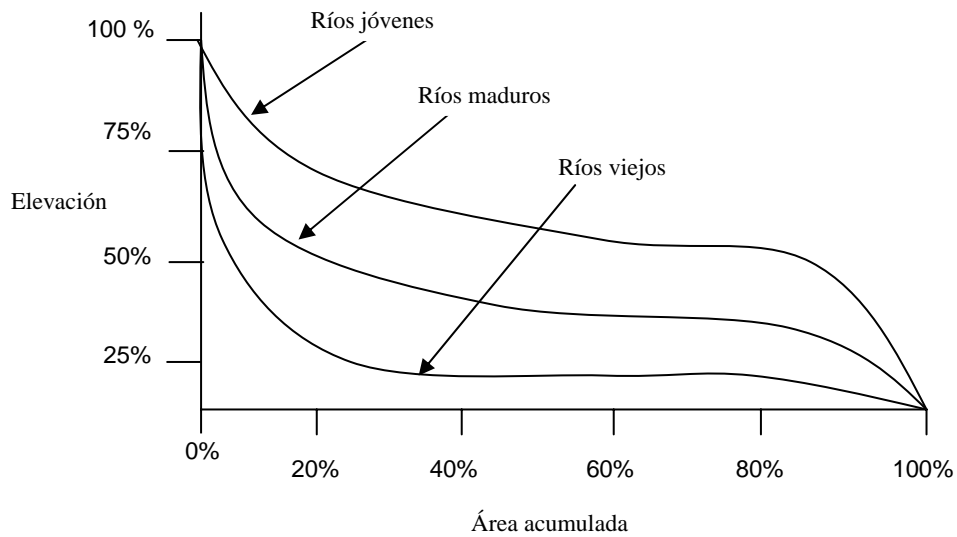
**Figura 3(f).** Método para hallar la pendiente  $S_3$ , en una cuenca

### 3.1.5.3 Curva hipsométrica

Representa la variación de la elevación de una cuenca con referencia al nivel medio del mar. Esta variación puede ser indicada por medio de un gráfico que muestre el porcentaje de área de drenaje que existe por encima o por debajo de varias elevaciones. Dicho gráfico se puede determinar por el método de las cuadrículas de áreas contra curvas de nivel.

La curva hipsométrica relaciona el valor de la cota, en las ordenadas, con el porcentaje del área acumulada, en las abscisas. Para su construcción se grafican, con excepción de los valores máximos y mínimos de cota hallados, los valores menores de cota de cada intervalo de clase contra su correspondiente área acumulada. Al valor de la cota mayor encontrada corresponde el cero por ciento del porcentaje de área acumulada. Al valor de la cota mínima encontrada corresponde el ciento por ciento del porcentaje de área acumulada. La curva hipsométrica representa, entonces, el porcentaje de área acumulado igualado o excedido para una cota determinada.

La curva hipsométrica describe de manera muy sencilla los tipos de pendientes presentes dentro de una cuenca hidrológica, Figura 3(g).



**Figura 3(g).** Curva hipsométrica de una cuenca.

#### 3.1.5.4 Curva hipsométrica basada en MDE

Según (Liang y Yu, 2004), al igual que la metodología tradicional describe una correlación entre altitud y área de cuenca sobre el cauce principal.

$$y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n \quad (3.34)$$

donde

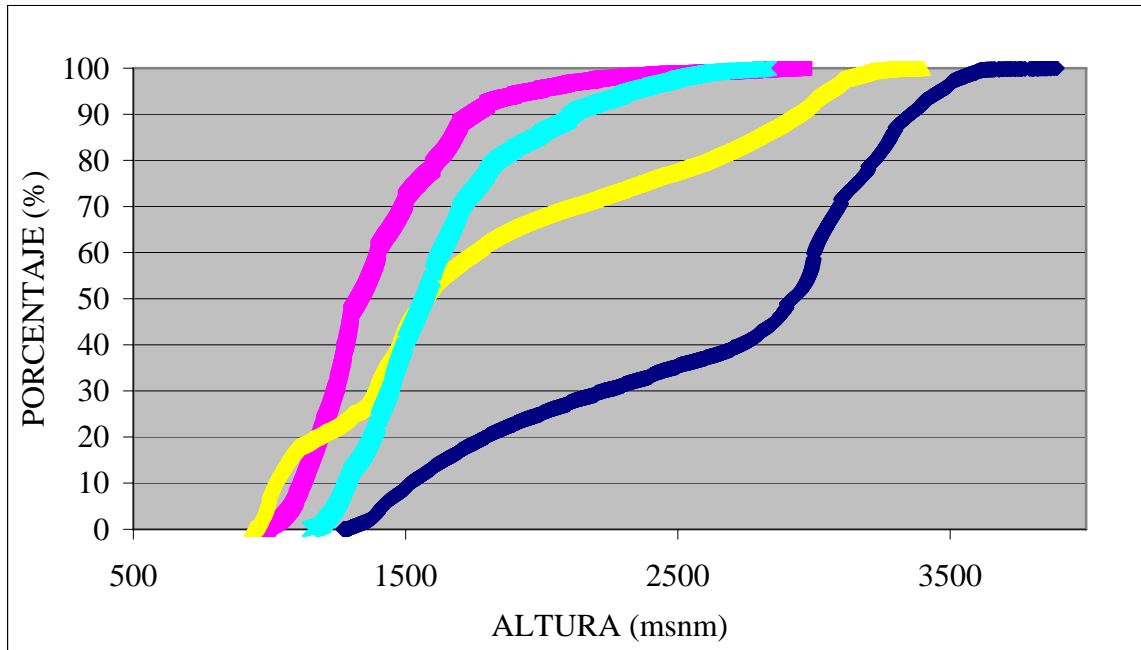
$$y = \text{altura relativa } \frac{h}{H}$$

$$x = \text{área relativa } \frac{a}{A}$$

$c_i$  = Coeficiente de constante multinomial,  $0 \leq i \leq n$ , en general es,  $n=3 \approx 5$

La curva hipsométrica representa la variación de la elevación de una cuenca con referencia al nivel medio del mar. Una metodología adicional para calcular la variación espacial de las elevaciones con referencia al área de cada elevación es la utilización de una extensión de ArcView, **SWAT2000 (Soil and Water Assessment Tool)**, Este Software obtiene el área acumulada para cada metro de elevación de cuenca.

Con la utilización de este software, se extrae la información de topografía de las cuencas que se preseleccionen. Teniendo una precisión de un metro, es decir; el software va tomando el área acumulada para cada elevación. La curva hipsométrica representa el porcentaje de área acumulado igualado o excedido para una cota determinada, Figura 3(h).

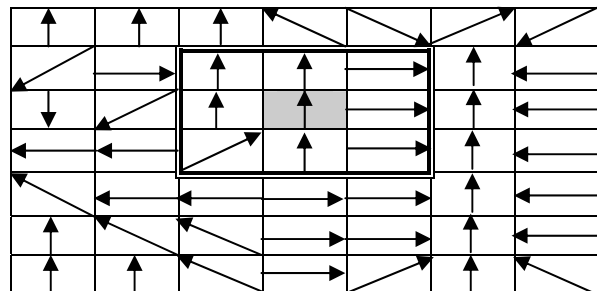


**Figura 3(h).** Curva hipsométrica utilizando el software SWAT2000

### 3.1.5.5 Dirección de flujo de una cuenca utilizando MDE (D8)

De acuerdo con los estudios realizados por (Chao-Lin, Wen-lin y Wen Chou 2002), en Taiwán, el relieve una cuenca puede ser descrita por las celdas que conforman los puntos de la malla del MDE. La dirección de flujo puede ser representada en una matriz de 3X3, este método es llamado el algoritmo D8 (deterministic-eight node). Dicho método fue presentado por (O'Callaghan and Mark, 1984).

81	74	62	62	62	62	63
82	86	67	63	63	61	66
77	86	81	70	74	63	73
65	79	94	89	81	63	73
68	77	94	100	81	66	74
86	84	94	96	80	70	89
96	84	106	93	80	92	103



**Figura 3(i).** Descripción del método D8.



Otros trabajos desarrollados en la automatización de los MDEs para delinear y medir las propiedades de drenaje de cuencas, fueron desarrollados por: (Mark, 1983; Band, 1986; Jenson y Domingue, 1998; Tarboton *et al.*, 1991; Martz y Garbrecht, 1992).

### 3.1.5.6 Elevación media de la cuenca.

Se define como:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{Cota}_{\text{media intervalo}})(\text{área})}{\sum_{i=1}^n \text{área}} \quad (3.35)$$

Donde

“n” corresponde al número de intervalos de clase.

La elevación media se puede definir, por su rectángulo de área equivalente al área limitada por la curva hipsométrica y los ejes de coordenadas. Se debe tener en cuenta que la altitud y la elevación media de la cuenca son también importantes por la influencia que ejercen sobre la precipitación, sobre las pérdidas de agua por evaporación y transpiración y consecuentemente, sobre el gasto medio (Monsalve, 1999).

### 3.1.5.7 Rectángulo equivalente

Esta metodología plantea la hipótesis de que el escurrimiento de una cuenca dada es aproximadamente el mismo, en condiciones climatológicas idénticas, que sobre un rectángulo de igual área, igual coeficiente de compacidad y misma repartición hipsométrica y suponiendo además que la distribución de suelo, vegetal y densidad de drenaje son respetadas en las diferentes áreas comprendidas entre curvas de nivel.

Si L y l, son respectivamente los lados mayor y menor del rectángulo equivalente y, P y A, el perímetro y el área de la cuenca, en Km y Km<sup>2</sup>, entonces:

$$L \cdot l = A \quad (3.36)$$

$$2(L + l) = P \quad (3.37)$$

de la ec. (3.4) se obtiene:

$$P = Kc \frac{\sqrt{A}}{0.282} \quad (3.38)$$

sustituyendo P en (3.34) y despejando obtenemos:

$$L = \frac{Kc\sqrt{A}}{1.128} \left[ 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{1.128}{kc} \right)^2} \right] \quad (3.39)$$

$$l = \frac{Kc\sqrt{A}}{1.128} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{1.128}{kc} \right)^2} \right] \quad (3.40)$$

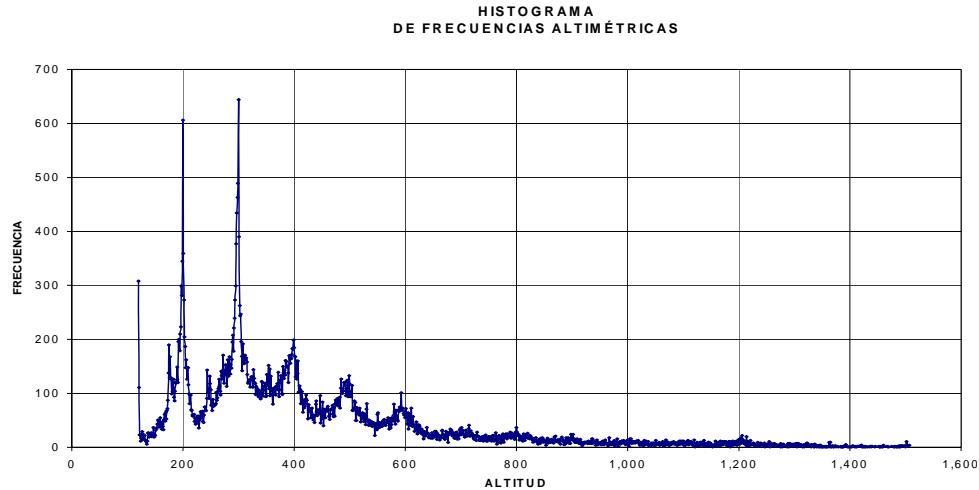
Estas dos últimas ecuaciones respetan las condiciones del rectángulo equivalente dado que se tiene que conservar las características de área y perímetro de la cuenca (Campos, 1992).

### 3.1.5.8 Histograma de frecuencias altimétricas

Es la representación de la superficie, en km<sup>2</sup> o en porcentaje, comprendida entre los niveles, siendo la marca de clase el promedio de las alturas. De esta forma, con diferentes niveles se puede formar el histograma. Este diagrama de barras puede ser obtenido de los mismos datos de la curva hipsométrica. Realmente contiene la misma información de ésta pero con una representación diferente, dándonos una idea probabilística de la variación de la altura en la cuenca.

Las características geométricas del histograma nos permiten descubrir información útil sobre los datos, por ejemplo:

- La localización del centro de los datos.
- El grado de dispersión.
- La sección a la cual se sesga, es decir; cuando no cae simétricamente en ambos lados del pico.
- El grado de agudeza del pico. Cómo se levanta y baja la pendiente.



**Figura 3(j).** Histograma de frecuencias altimétricas de una cuenca, con clase de 1m.

### 3.2 Geomorfología y los Sistemas de Información Geográfica

Los Sistemas de Información Geográfica, también conocidos con el acrónimo de SIG, desde un punto de vista global pueden ser considerados como un conjunto organizado de hardware, software, datos y técnicas eficientemente diseñadas para la captura, almacenamiento, actualización, visualización y análisis de información geográficamente referenciada (GRID/UNEP, 1993). El presente trabajo utiliza los modelos digitales de elevación y técnicas estadísticas multivariadas para las cuales la información es procesada y validada con los programas Arcview 3.2, ArcGis-ArcInfo ver. 9.2, Global Mapper 7.0, ER Mapper 7.0, MoSeTi ver. 1.0, Surfer ver. 8.0 , Excel, Statistica ver. 7.0 y Statgraphics Plus ver. 5.1.

### 3.3 Aplicación de los Sistemas de Información Geográfica en la Hidrología.

Maidment (1993) ha agrupado las aplicaciones de los SIG en hidrología de la siguiente manera.

- ⊕ Evaluación e inventarios hidrológicos
- ⊕ Determinación de parámetros hidrológicos
- ⊕ Construcción de modelos hidrológicos sencillos (sin análisis estadístico)
- ⊕ Construcción de modelos hidrológicos integrados

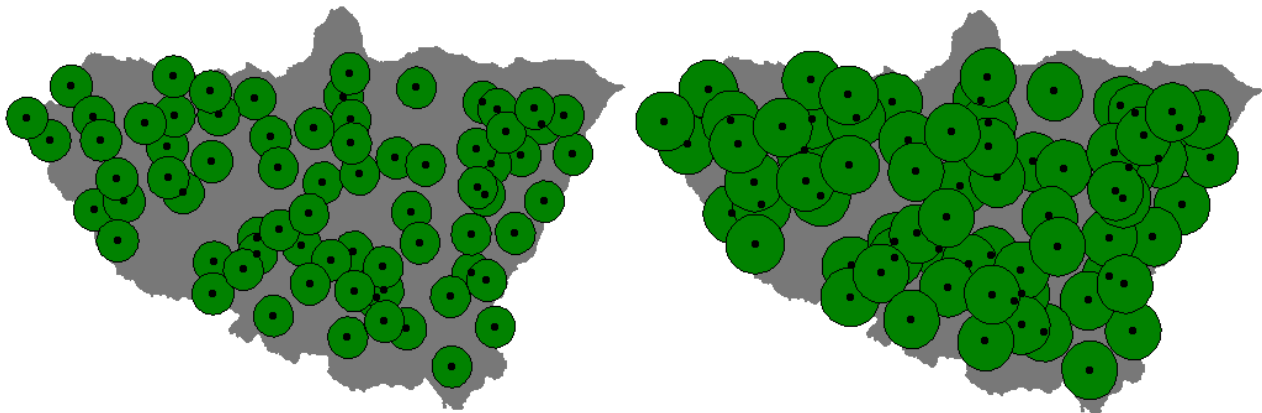
El presente trabajo se ubica dentro de los modelos hidrológicos integrados.

En obtención de las variables fisiográficas se utilizó el MDE escala 1:250,000, en estos procesos se propuso extraer la información topográfica en forma circular, con radio de cinco y siete kilómetros, de estos círculos se obtienen 7,400 y 14,500 puntos, con áreas de 39 y 77 Km<sup>2</sup> respectivamente.

Las información de los radios de cinco y siete km se obtuvo para red climatológica dentro de la cuenca del río Amacuzac, se identificaron de 75 estaciones, su amplitud de años de registros diarios va de 5 años y llega hasta los 47 años de registros diarios, la cuenca consta de 7821 km<sup>2</sup> de extensión y se ubica en su totalidad dentro de la cuenca del río Amacuzac hasta el punto de control que esta ubicado en el límite político del Estado de Morelos, Figura 3(k).

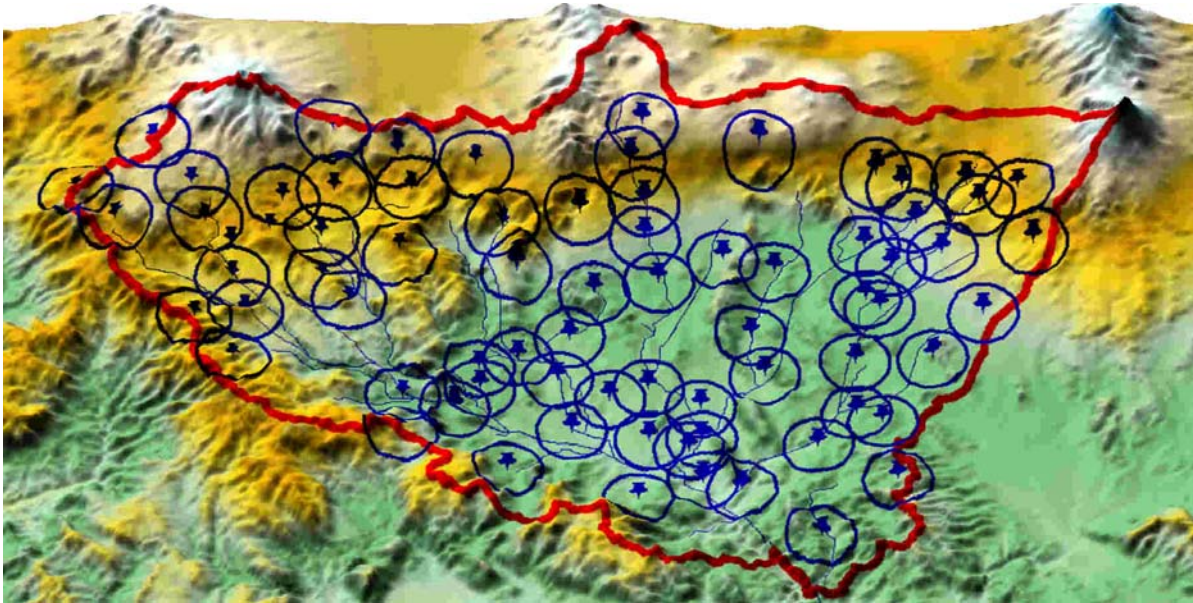
Para la extracción de la información topográfica con un radio de influencia sobre la estación climatológica. Con los datos de las elevaciones se calcularan los cuatro primeros momentos estadísticos con el fin de establecer la matriz de trabajo para el análisis estadístico.

Con la información topográfica de las subcuencas se calcularan las características estadísticas, con el fin de determinar correlaciones regionales entre las estaciones climatológicas y sus respectivas cuencas. Estas nuevas variables propuestas se explicarán a detalle en el siguiente subcapítulo.

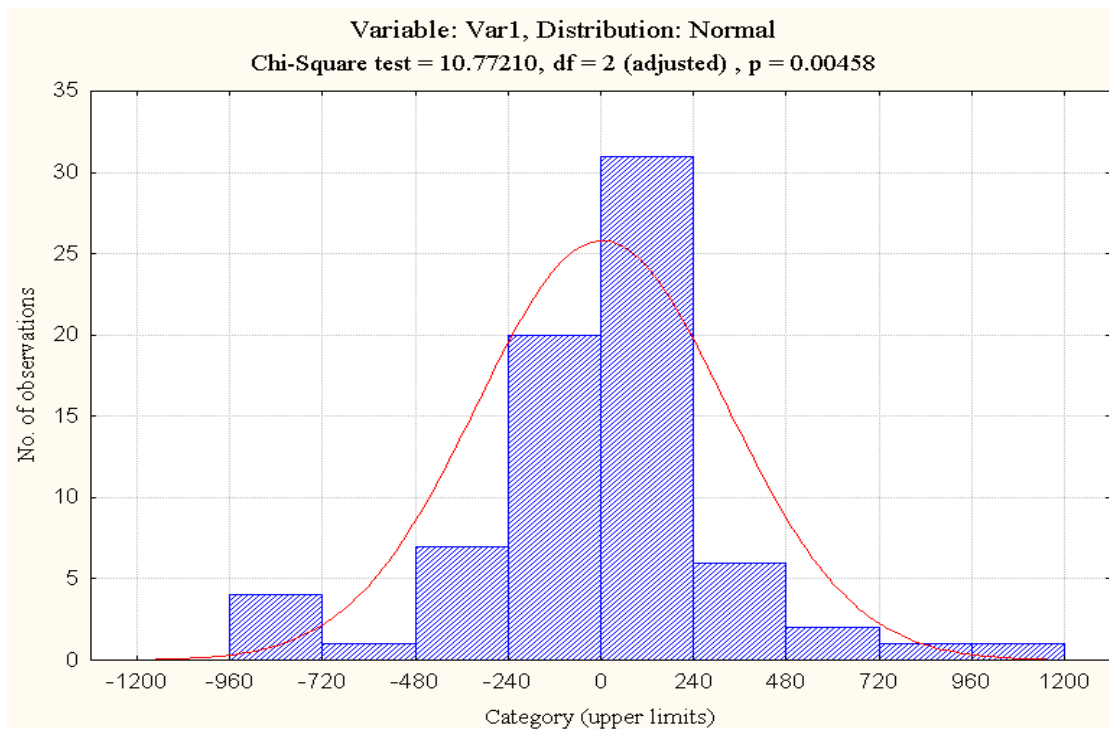


**Figura 3(k).** Radios topográficos de 5 y 7 kilómetros de las estaciones climatológicas.

En el cálculo de las características topográficas se decidió tomar el radio topográfico de cinco kilómetros, ya éste valor presenta el menor traslape entre círculos, Figura 3(l) y se considera una distancia apropiada, por que el coeficiente de correlación entre la precipitación media anual y la elevación media de los radios es de 0.67. Además de que los residuos entre la elevación puntual y la de los círculos se ajustan a la Distribución Normal, Figura 3(m).



**Figura 3(l).** Radios topográficos de cinco kilómetros y la topografía de la zona de estudio.



**Figura 3(m).** Diferencias entre las elevaciones puntuales y radiales ajustados a la distribución normal.

### 3.4 Características fisiográficas propuestas

Dentro de los trabajos estadísticos realizados en México, en los cuales relaciona la rugosidad topográfica con la precipitación tenemos (Gutiérrez, 2003), en este trabajo se propusieron 23 variables, se calcularon los dos primeros momentos estadísticos de la topografía, para áreas de influencia cuadrada de 4, 36 y 100 km<sup>2</sup>. Además se calculó la precipitación media anual de las estaciones climatológicas. Asimismo con las variables propuestas se realizó el ACP con el fin de establecer relaciones y de discriminar variables. De los resultados obtenidos en el ACP se desprende que la variable topográfica de mayor grado de correlación con la precipitación media anual es la varianza del área de influencia de 36 km<sup>2</sup>, de este trabajo se desprende que el concepto de relieve del terreno esta muy correlacionada con la varianza topográfica.

Realizando una evaluación del trabajo de Gutierrez, en su ACP de las varianzas para las diferentes áreas y la precipitación media, podemos decir que radios topográficos de 5km son lo que presentan mayor grado correlacion con la variable de la precipitación media anual.

Con los valores estadísticos de la topografía obtenidos de los círculos de cinco km. se proponen nuevas relaciones, en las cuales se considera a la topografía en un entorno local, relacionándola con la precipitación, gasto, área de cuenca y estadísticos de estas variables.

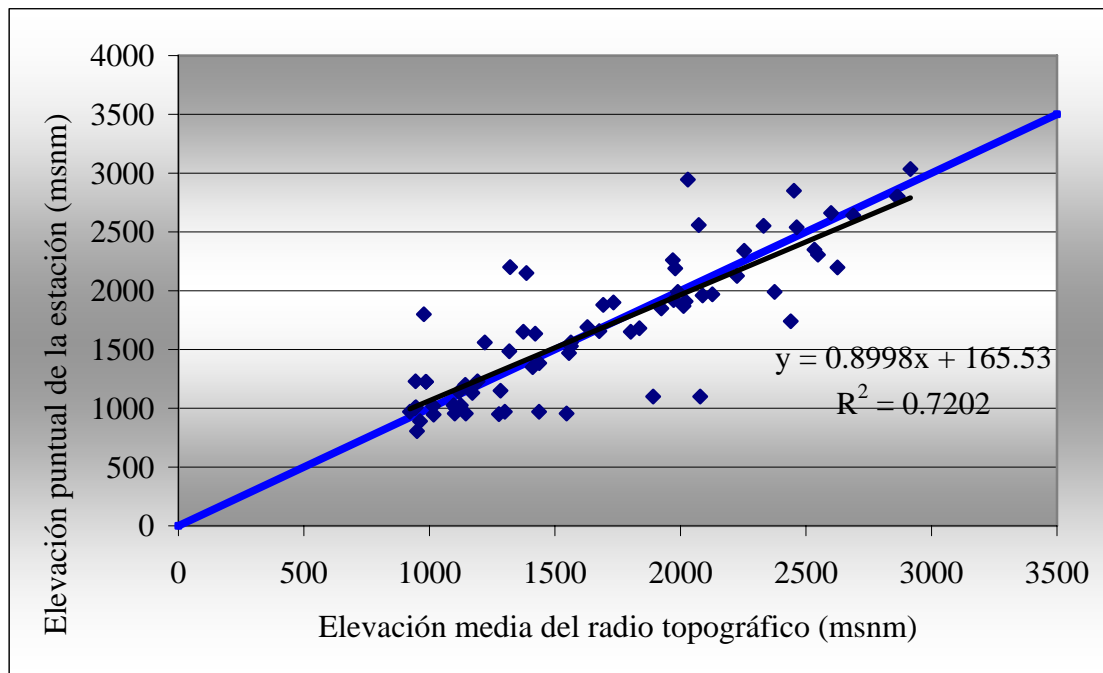
#### 3.4.1 Elevación media basada en el MDE

Las elevaciones medias de las estaciones climatológicas son obtenidas del MDE para un radio de influencia de cinco kilómetros. En los análisis estadísticos realizados por los hidrólogos en décadas pasadas solo se contemplaba la elevación puntual de la estación climatológica, si bien esta variable tiene una valiosa aportación en la caracterización estadística del proceso lluvia-escurrimiento, no refleja la complejidad del fenómeno. Por este motivo se plantea la utilización de un área representativa de la topografía alrededor de las estaciones, la cual sea representativa de las condiciones generadoras de precipitación. De igual manera obtendremos la elevación media de las cuencas que resulten del análisis de los puntos de control hidrométrico.

$\hat{E}_{\text{CLIMA}}$  = Elevación media del radio topográfico

$\hat{E}_{\text{CUENCA}}$  = Elevación media la cuenca

Se calculó la elevación media de los círculos de 5km y se comparó con la elevación de la estación climatológica Figura 3(n), con el objeto de estimar visualmente si se sobreestima o subestima la elevación media de los círculos. Si bien existe alguna correlación entre estas dos variables, la magnitud del valor puntual de la estación no es representativa de la topografía de estación.



**Figura 3(n).** Elevación media de los radios topográficos de 5 kilómetros y la topografía de la zona de estudio.

#### 3.4.2 Desviación estándar de las Elevaciones y precipitación

La desviación estándar se define como una medida de dispersión que establece el valor que representa los promedios de todas las diferencias individuales de las observaciones respecto a un punto de referencia, que es la media. En nuestro caso las elevaciones y la precipitación son las variables a analizar con el fin de establecer esta medida para todas las estaciones climatológicas en la zona de estudio sobre los radios de cinco kilómetros y de igual manera las establecer los desvios para la precipitación y rugosidades topográficas de las subcuencas.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (3.40)$$

Donde:

S = Desviación estandar

$x_i$  = Variable analizada

$\bar{x}$  = Media de la variable analizada

### 3.4.3 Varianza de las Elevaciones y precipitación

La varianza se define como una medida de dispersión que establece el valor que representa la suma de los cuadrados de los promedios de todas las diferencias individuales de las observaciones respecto a un punto de referencia, que es la media. En nuestro caso las elevaciones y la precipitación son las variables a analizar con el fin de establecer esta medida para todas las estaciones climatológicas en la zona de estudio sobre los radios de cinco kilómetros y de igual manera las establecer las varianzas para la precipitación y rugosidades topográficas de las subcuencas.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N} \quad (3.41)$$

donde:

$S^2$  = Varianza

$x_i$  = Variable analizada

$\bar{x}$  = Media de la variable analizada

### 3.4.4 Relación de elevaciones (ReEl)

Es el coeficiente que relaciona la elevación media de la cuenca con la elevación media de la estación climatológica con un radio de influencia de cinco kilómetros.

$$\text{Re El} = \frac{\hat{E}_{\text{CUENCA}}}{\hat{E}_{\text{CLIM}}} \quad (3.42)$$

Donde:

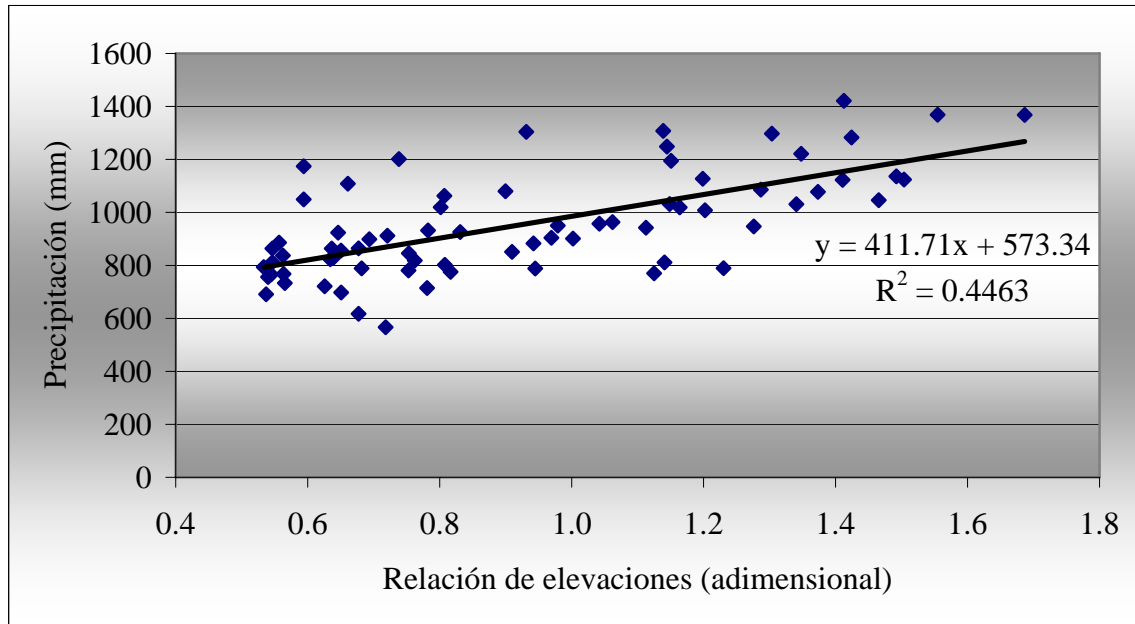
ReEl = Relación de elevaciones.

$E_{\text{CUENCA}}$  = Elevación media de la cuenca.

$E_{\text{CLIM}}$  = Elevación media del radio topográfico.



Esta relación asigna un peso debido a las elevaciones medias, la relación indica si la estación climatológica esta en la parte alta de la cuenca o en la parte baja. Como análisis preliminar se presenta la Figura 3(o), en donde se graficó esta relación contra la precipitación media anual de las estaciones climatológicas.



**Figura 3(o).** Precipitación media anual vs. ReEl.

En la figura anterior se puede apreciar que la variable ReEl tiene significancia en la caracterización de la precipitación, es decir; coeficientes mayores a la unidad indican que la estación climatológica esta ubicada en la parte alta de la cuenca.

#### 3.4.5 Coeficiente de variación CV

Cuando se presentan variables desiguales en magnitud y es necesario disponer de una medida de variabilidad que no dependa de las unidades o del tamaño de los datos, se utiliza este coeficiente el cual sirve para comparar las variaciones de variables a una escala uniformizada. Para el caso de la hidrología este coeficiente es muy útil, ya que existen series de datos para los cuales resulta difícil establecer alguna comparación de dispersidad de datos entre estaciones, debido a su orden de magnitud.

Para nuestro estudio se aplicara este coeficiente a la topografía y precipitación en las estaciones climatológicas y en el caso de las subcuencas solo a la topografía. Se calculará esta variable con el

fin de establecer y acortar variables que tengan medidas de dispersión de fácil manejo, para su uso en los análisis estadísticos multivariados posteriores.

$$CV = \frac{\text{Var}}{\bar{X}} \quad (3.43)$$

Donde:

CV = Coeficiente de variación

Var = Varianza de la variable

$\bar{X}$  = Media de la variable

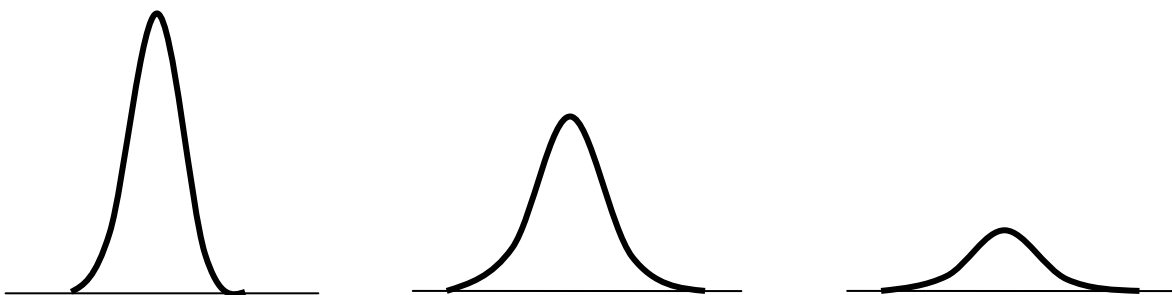
#### 3.4.6 Índice de variación de la precipitación y topografía IV\_hptop

Esta variable establece la relación entre el coeficiente variación de la precipitación y el coeficiente variación de la topografía.

#### 3.4.7 Curtosis o medida de apuntamiento

La curtosis es una medida de forma que describe el grado de agrupación de los datos entorno a la moda. Dentro de los diferentes tipos de agrupación podemos definir tres según se grado de curtosis.

- **Distribución mesocúrtica.** Presenta un grado de agrupación medio alrededor de los valores centrales de la variable, esta agrupación es la que presenta la distribución normal.
- **Distribución leptocúrtica.** Tiene un grado de agrupación alto entorno a los valores centrales de la muestra.
- **Distribución planicúrtica.** Muestra un grado de agrupación bajo entorno a los valores centrales de la muestra.



Distribución leptocúrtica

Distribución mesocúrtica

Distribución planicúrtica

Figura 3(p). Gráfica de los tipos de curtosis

### 3.4.8 Relación de varianzas (ReVar)

Es el coeficiente que describe las relaciones entre las variaciones topográficas de las estaciones climatológicas con su respectiva cuenca. Por ejemplo, un coeficiente superior a uno indica que la rugosidad topográfica de la estación es superior a la de la cuenca. Se puede decir que en la generalidad de los casos la rugosidad de la cuenca resulta superior a las de las estaciones, por que las varianzas de las estaciones topográficas describen un comportamiento local y las varianzas de la cuenca mide el comportamiento regional, para las cuencas se tienen rugosidades bien definidas.

Por el comportamiento antes mencionado podemos decir que esta variable define la medición de variabilidad del radio topográfico dentro de la cuenca, además resulta muy fácil de calcular.

$$\text{Re Var} = \frac{V_{\text{CLIM}}}{V_{\text{CUENCA}}} \quad (3.44)$$

Donde:

Re Var = Relación de elevaciones

$V_{\text{CLIM}}$  = Elevación media del radio topográfico de 5km

$V_{\text{CUENCA}}$  = Elevación media de la cuenca

### 3.4.9 Precipitación ponderada (PrePon)

Es el coeficiente establece un valor

$$\text{PrePon} = \frac{V_{\text{CLIM}}}{V_{\text{CUENCA}}} \quad (3.45)$$

Donde:

Re Var = Relación de elevaciones

$V_{\text{CLIM}}$  = Elevación media de la cuenca

$V_{\text{CUENCA}}$  = Elevación media del radio topográfico

### 3.4.10 Pendiente media direccional (PEMEDI)

El cauce principal de una cuenca, es la sucesión de celdas de cota inferior a las adyacentes, el sentido de flujo lo determinan estas celdas. Calculando las pendientes que forman todas la celdas adyacentes en una dirección se obtiene la pendiente media. Este proceso es fácil de realizar utilizando los MDE y el software Arcview, el cual extrae las altitudes de una cuenca o un polígono. En la tabla que a continuación se muestra se presenta una matriz de 5X5, donde los valores son los correspondientes a las elevaciones de las celdas de un MDE y también se presenta la metodología utilizada para la obtención de los PEMEDI.

					Pendiente media		
	1524	1527	1528	1530	1531		0.0170
	1526	1528	1530	1532	1535		0.0218
	1527	1535	1536	1538	1538		0.0267
	1537	1542	1540	1543	1544		0.0170
	1542	1547	1550	1555	1559		0.0413
Pendiente media	0.0437	0.0485	0.0534	0.0607	0.0680		

$$\text{Pendiente media} = \text{Sdi} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{i+1} - X_i}{n\Delta l} \quad (3.38)$$

Donde:

$\Delta l$  = Ancho de celda = 103.56 m

n = número de celdas en renglón o columna

X = valor de elevación de celda

$$\text{Promedio (PEMEDI)} = \sum \text{Sdi}_{n-s}$$

$$\sum \text{Sdi}_{N-S} = \text{promedio}(0.0437+0.0485+0.0534+0.0607+0.068) = 0.0549$$

$$\text{Promedio (PEMEDI)} = \sum \text{Sdi}_{n-s} =$$

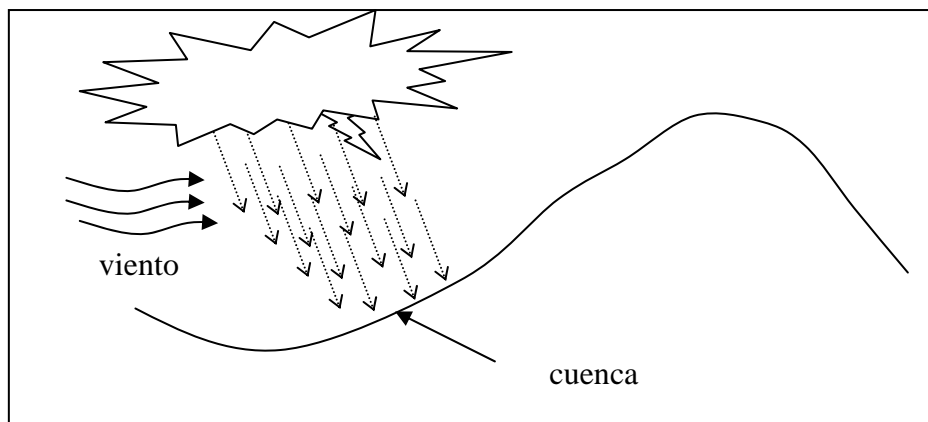
$$\sum \text{Sdi}_{E-O} = \text{promedio}(0.0170+0.0218+0.0267+0.170+0.0413) = 0.0248$$

Se hace la observación que el inicio del cálculo es de izquierda-derecha y de arriba-abajo, en la siguiente tabla se muestra la interpretación de resultados.

	dirección N-S pendientes		Dirección de flujo
dirección E-O pendientes	(+)		Hacia el oeste
	(-)		Hacia el este
Dirección de flujo	Hacia el Norte	Hacia el sur	

Es importante señalar que la dirección arriba-abajo será norte-sur y la dirección derecha-izquierda será este-oeste.

Los resultados de la PEMEDI, son de gran utilidad para saber la exposición que tiene la cuenca a los eventos de precipitación. Ya que es fácil relacionar la cuenca con una costa.



**Figura 3(q).** Exposición de una cuenca a eventos de lluvia por efectos de su pendiente.

En nuestro estudio no se calculó esta variable ya es complicado obtener esta matriz para cada cuenca y además los procesos para la obtención de la variable también son complejos.

#### 3.4.11 Índice de Precipitación y altitud media (IPAM)

Unos de los primeros estudios sobre esta característica es el realizado en el noroeste de los Estados Unidos en el año de 1919, *The Fundamental Basins of Hydraulic*.

Este índice trata de establecer una relación entre la precipitación media anual de la cuenca y la altitud media sobre el nivel medio del mar.

$$IPAM = \frac{\overline{hp}}{\overline{El}} \quad (3.40)$$

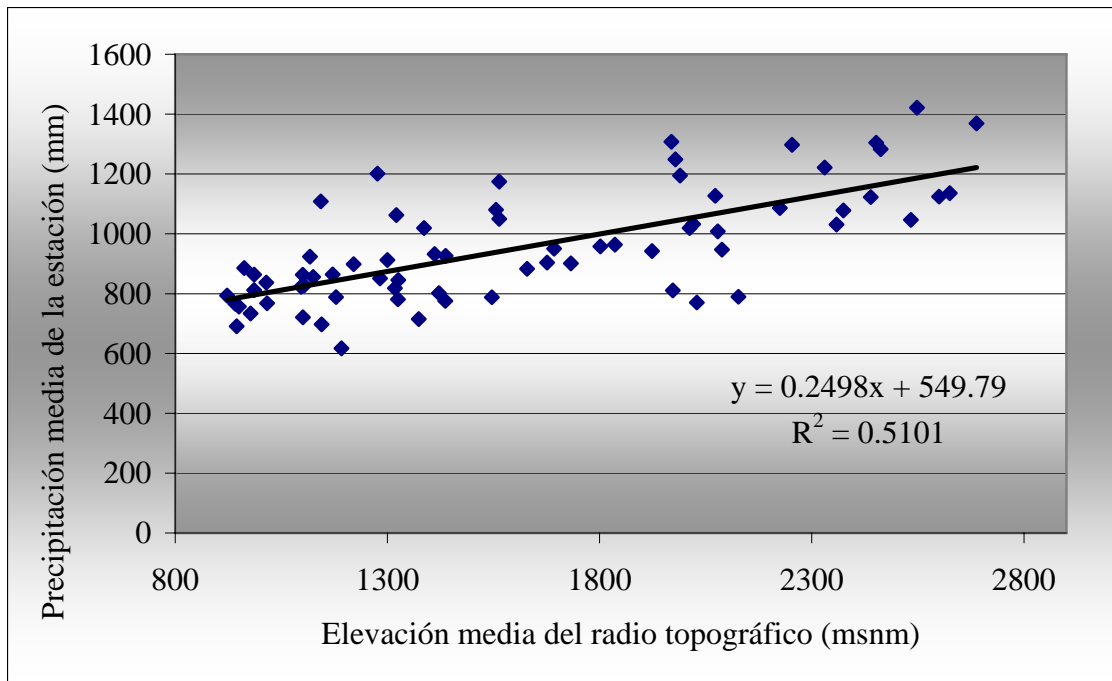
Donde:

IPAM = Índice de Precipitación y Altitud Media (mm/m)

$\overline{hp}$  = Precipitación media anual (mm)

$\overline{El}$  = Altitud media en (m)

Es decir, cuantos mm de lluvia le corresponden a cada metro de elevación de la cuenca,

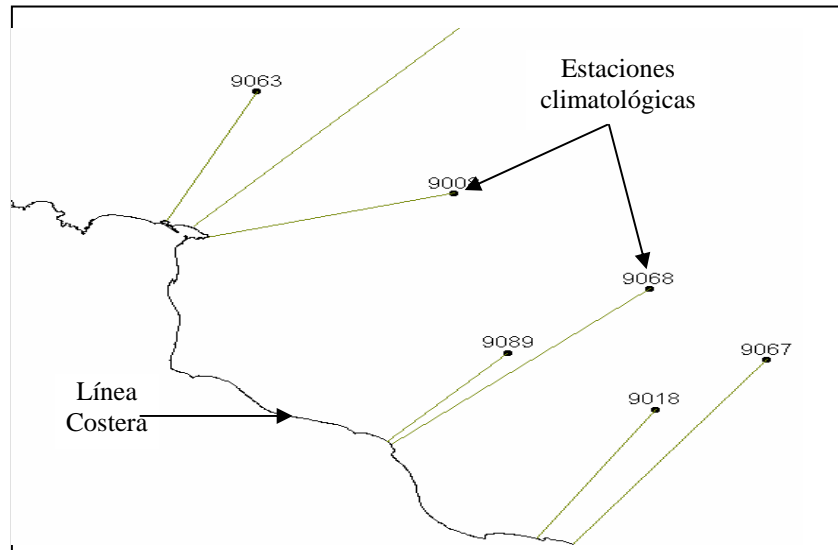


**Figura 3(r).** Elevación media del radio topográfico vs. Precipitación media anual.

#### 3.4.12 Distancia Mínima a la Costa (DIMICO)

Esta característica se obtiene con la ayuda del MDE de la Republica Mexicana, la cual tiene un tamaño de celda de 103.56 m..

Se consideró esta variable por la influencia de eventos ciclónicos que en la mayoría de las estaciones hidrométricas y climatológicas del país. En la **fig 3(i)** se ilustra un ejemplo de esta variable.



**Figura 3(s).** Ejemplo de la aplicación de la variable DIMICO

### 3.5 Obtención de características fisiográficas con el software SWAT2000.

La utilización de este software SWAT2000 (Soil and Water Assessment Tool, Versión 2000), es con la finalidad de obtener la delimitación de las subcuencas y la red de ríos, mediante la utilización de los Sistemas de Información Geográfica (SIG).

La zona de estudio elegida para el análisis de las variables propuestas es la cuenca del río Amacuzac, se definieron siete puntos de control, seis de ellos están ubicados sobre las estaciones hidrométricas sobre ríos principales de la cuenca (Amacuzac, Apatlaco, Yautepec y Cautla), y el séptimo punto está ubicado en la intersección del río Amacuzac con el límite político del Estado de Morelos, en su parte Sur.

#### 3.5.1 Descripción del Modelo

El modelo obtiene la delimitación de las subcuencas de la zona de estudio y define las corrientes. Todo este proceso se realiza con la ayuda del software ArcView 3.2 y el Modelo Digital de Elevaciones (MDE). También simula los escurrimientos superficiales y los gastos máximos, que se producen por la lluvia. El volumen de escurrimiento se estima con la técnica modificada de las curvas numéricas, propuesta por el Servicio de Conservación del Suelo (SCS) (USDA-SCS, 1972). El uso de datos de precipitación diarios es particularmente importante para la técnica de las curvas

numéricas debido a que en muchas ocasiones, los datos de precipitación con incrementos de tiempo de menos de un día no existen. El modelo cuenta con dos opciones para estimar el gasto máximo, la fórmula racional modificada y el método TR-55 del SCS (USDA-SCS, 1986): La ecuación racional cuenta con un elemento de tipo estocástico que permite la simulación real del gasto máximo, con base en la lluvia diaria y la intensidad de la lluvia mensual.

### 3.5.2 Descripción del SWAT y la aplicación a los sistemas de información geográfica

En años recientes han surgido esfuerzos considerables encaminados a utilizar Sistemas de Información Geográfica (SIG) para obtener datos de “entrada” y ser utilizados en modelos de simulación integrales y para el despliegue espacial de los datos de salida de un modelo. Muchas de estas investigaciones inicialmente fueron encaminadas a unir modelos de cuadrículas para un solo evento con SIG basados en formato raster.

Actualmente ha sido desarrollada una interface (SWAT2000) que utiliza el software ArcView. La interface de datos de entrada automáticamente subdivide una cuenca en subcuencas y después extrae los datos del Modelo Digital de Elevaciones a partir de mapas bases de datos asociados para cada subcuenca.

### 3.5.3 Capacidades de la interface SWAT –Arc View

La interface SWAT2000 está diseñada para facilitar el uso del modelo mediante la combinación de datos geográficos digitales. Su entrada base es el MDE; la interface integra bases de datos relacionados con mapas que describen las propiedades de los suelos y de la cubierta vegetal, así como bases de datos de estaciones climatológicas y prácticas de manejo para crear una descripción de la cuenca del área en estudio y combinar datos de suelo y datos de cobertura del terreno con datos de manejo de la cuenca. Por tanto la interface es capaz de relacionar los diferentes manejos de una cuenca y crear base de datos específicos para facilitar la integración de los datos de entrada de SWAT para que éstos puedan relacionar datos espaciales o trazo de mapas.



#### 3.5.4 Características obtenidas con el SWAT2000

Se proceso el SWAT2000 con el fin de obtener las variables que se emplearan en el Análisis de Componentes Principales. Dichas variables son las que se enuncian:

- ⊕ Delimitación de las subcuencas
- ⊕ Delimitación de los ríos
- ⊕ Obtención de la pendiente media de la cuenca
- ⊕ Determinación de las curvas hipsométricas

Todas estas variables son obtenidas únicamente con MDE y no dependen de factores hidrológicos.

Con el fin de conocer de mejor forma las características fisiográficas e hidrológicas de la zona, se describe primeramente la cuenca del río Balsas y los ríos que se encuentran a su vez dentro de la zona de estudio.

#### **4. ANÁLISIS ESTRUCTURAL**

Este capítulo presenta la descripción de las componentes del análisis estructural tomando un enfoque hidrológico, considerando a la precipitación y topografía como variables de análisis. Se eligieron estas variables, por que se necesita conocer a detalle el comportamiento de la distribución espacial real de la precipitación, ya que conociendo su comportamiento se tendrán las bases para detectar los errores de aproximación de los métodos tradicionales.

Algunos estudios relacionados con la dependencia estadística y física existente entre la precipitación y topografía son los realizados por; (Hevesi, 1992a; Hevesi, 1992b; Daly, 1994; Goovaerts, 2000), estos estudios ortogan un aporte significativos, por que determinan el mejor método de interpolación, comparando los métodos tradicionales y el de Kriging.

De los métodos de interpolación dentro de la hidrología el de mejores resultados es el de Kriging, porque se pueden ajustar diferentes modelos y elegir la dirección de mejor ajuste. Esto implica que la interpolación tendrá el menor error posible, es decir; los valores pronosticados son los más aproximados a la realidad del fenómeno estudiado, esto se fundamenta en los estudios de validación que presenta el método, dentro de los cuales esta el de validación cruzada. Con el fin de comprender la metodología presentada describiremos algunos de los conceptos más importantes del análisis estructural.

#### 4.1 **Introducción**

El Análisis estructural nace de la necesidad de utilizar nuevos métodos de búsqueda de minerales y la determinación de su cantidad, para su posterior extracción (Lepin y Ariosa, 1986).

Según (Matheron y Kleingeld 1987), la evolución de la Geoestadística se ha dividido en tres generaciones, las cuales son:

*La Geoestadística Lineal 1945-1965*, la ciencia, ahora llamada Geoestadística, tuvo su comienzo en los trabajos de H.S. Sichel en 1947 y 1949, en la aplicación de la distribución lognormal en minas de oro, seguido por la ahora famosa contribución de D.G. Krige en la aplicación del análisis de regresión entre muestras, los cuales fijaron la base de la Geoestadística Lineal, además de la introducción de la teoría de funciones aleatorias por B. Matern en el estudio de la variación espacial de un campo forestal. La generación de la Geoestadística Lineal culmina en el trabajo de G. Matheron en su tesis doctoral de 1965 titulada: "*Las variables regionalizadas y su estimación*".

*La Geoestadística No Lineal 1966-1974*, la segunda generación vio el establecimiento de la escuela de Fontainebleau, en Mayo de 1968, según (Matheron, 1987) las contribuciones mas importantes fueron hechas en este período por los autores David M.; Journel A.; Hiujbregts J.; Delfines P.; Chauvet P. y Chiles J., muchos otros autores también contribuyeron en el campo de la Geoestadística durante este período, lo que se evidencia en la gran cantidad de artículos publicados en esta época.

*La tercera generación 1974-1987*, estuvo dedicada a resolver problemas más complejos, Matheron introduce el modelo de Kriging Disyuntivo, la primera aplicación práctica del Kriging Disyuntivo Gaussiano fue desarrollada por A. Maréchal en 1975. Numerosas actividades relacionadas con el cambio de soporte, la función de transferencia, parametrización de reservas, selectividad de la distribución, la simulación, el estudio de casos multivariados ocurrieron durante este período. En 1980, Kleingeld W.J., propuso el problema de extrema asimetría distribuidos en porciones discretas del yacimiento, lo cual culmina con el desarrollo de la aproximación generalizada de modelos isofactoriales discretos. Estos modelos fueron puestos en práctica por Lantuéjoul Ch. y Lujauinie Ch., para el caso general; y por Kleingeld W.J. por el Binomio Negativo o Modelos de Mosaico. Durante este período, fue también desarrollado por Journel A.G. el Kriging de Indicadores y una forma especial de Kriging Disyuntivo. El desarrollo de modelos genéticos de yacimientos fue hecho por Rivoirard J..

#### 4.2 Aplicaciones del análisis estructural en las ciencias de la tierra.

En la actualidad la aplicación de la Geoestadística, se extendió a otros campos del conocimiento de los cuales se pueden mencionar:

- ⊕ En la cartografía, la hidrogeología, el medio ambiente, los campos forestales, el análisis de imágenes, para la elección de la red de muestreo.
- ⊕ El petróleo, para la caracterización de yacimientos.
- ⊕ En la pesca, en la estimación de provisiones de peces, de variables condicionantes, profundidad, temperatura del agua.
- ⊕ En la geofísica marina, en los problemas de filtrar perturbaciones temporales que mezclan el magnetismo espacial, en las características de su cartografía.
- ⊕ La Salud, en la distribución espacial de enfermedades.
- ⊕ La ingeniería civil, en la construcción de obras de grandes dimensiones, que exigen del conocimiento de la variabilidad espacial de propiedades del terreno.
- ⊕ Los materiales, en la previsión de propiedades físicas de los materiales.
- ⊕ Forestales, análisis del estudio exploratorio de reservas forestales.

Si bien la motivación de la geoestadística nace de la imposibilidad de una descripción determinística de la naturaleza, y por tanto de la necesidad del tratamiento estocástico, causada por la insuficiencia de datos, (Carrera, 1996). En la hidrología, es muy común que la cantidad de datos de las variables hidrológicas obtenidas sean insuficientes para describir adecuadamente el problema. Debido a este problema se tiene que recurrir al análisis estructural. (Gotway y Cressie, 1993), han desarrollado algunas investigaciones en últimos años sobre el análisis, existiendo mayor interés en las estimaciones a nivel local que a nivel global (Rivoirard y Guiblin, 1997).

### 4.3 Interpolación espacial por Kriging

Según (David, 1977), la estimación por kriging parte del conocimiento de los valores del parámetro  $W$  en un conjunto de  $n$  puntos  $P_i$  o sea se conocen los datos  $(P_i, W_i)$  con  $i=1,2,\dots,n$ . Se supone estudiada la variabilidad del comportamiento de  $W$  en el dominio  $D$  donde se investiga y esta variabilidad la tenemos expresada por el variograma  $\gamma(h)$  que es una función de la distancia euclidiana  $h$  definida entre puntos del dominio  $D$ . La expresión analítica de este variograma usualmente se obtiene mediante el ajuste de uno o varios modelos teóricos a un variograma experimental y debe cumplir cierta restricción basada en la necesidad de que la varianza de cualquier estimación debe ser no negativa.

La estimación por kriging del valor de  $W$  en una malla  $A$  se define como:

$$W_e = W(A) = \sum_{i=1}^k a_i W(P_i)$$

Donde son considerados  $k$  puntos ( $k \leq n$ ) para realizar esta estimación.

Se quieren encontrar valores adecuados de  $a_i$  (conocidos como pesos o ponderadores) tales que se cumplan dos condiciones:

1.  $\sum_{i=1}^k a_i = 1$

2. Se minimice la varianza de estimación:

$$\sigma_e^2 = 2 \sum_{i=1}^k a_i \gamma(P_i, A) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_i a_j \gamma(P_i, P_j) - \gamma(A, A)$$

Donde  $\gamma(P_i, A)$  indica la variabilidad de cada punto  $P_i$  con respecto a la malla  $A$ ;  $\gamma(P_i, P_j)$  es la variabilidad entre los puntos  $P_i$  y  $P_j$  y finalmente  $\gamma(A, A)$  es la variabilidad total de la malla  $A$ . Es decir, la varianza de estimación depende de la relación de las muestras con la malla  $A$ , de la relación entre las muestras y de la variación de calidad dentro de la malla a estimar (Clark, 1977).

Aplicando el método de los Multiplicadores de Lagrange (David, 1977), ha demostrado que los valores de  $a_i$  se determinan resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \gamma_{11}a_1 + \gamma_{12}a_2 + \dots + \gamma_{1k}a_k + \mu = \gamma_{1A} \\ \gamma_{21}a_1 + \gamma_{22}a_2 + \dots + \gamma_{2k}a_k + \mu = \gamma_{2A} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{k1}a_1 + \gamma_{k2}a_2 + \dots + \gamma_{kk}a_k + \mu = \gamma_{kA} \\ a_1 + a_2 + \dots + a_k = 1 \end{cases}$$

Donde se ha simplificado la notación tomando  $\gamma_{ij} = \gamma(P_i, P_j)$  y tomando  $\gamma_{iA} = \gamma(P_i, A)$ . El valor auxiliar  $\mu$  es el Multiplicador de Lagrange.

La varianza de estimación ahora queda determinada por la expresión:

$$\sigma_e^2 = \sum_{i=1}^k a_i \gamma(P_i, A) + \mu - \gamma(A, A)$$

Manteniendo el mismo variograma para todo el dominio  $D$  y asumiendo constantes el tamaño y la forma de malla  $A$ , se tiene que para un conjunto dado de  $k$  puntos, la varianza de estimación solo depende de la posición geométrica de los puntos  $P_i$  ya que son las distancias entre cada dato usado y la malla los que determinan los valores de cada término  $\gamma(P_i, A)$  y de cada peso  $a_i$ .  $\sigma_e^2$  no depende de los valores particulares  $W(P_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ .

De esta formulación puede derivarse el caso de la estimación puntual considerando idealmente el panel  $A$  con las dimensiones de un punto  $P_e$ . La expresión  $\gamma(P_i, A)$  se reduce a  $\gamma(P_i, P_e)$  y  $\gamma(A, A) = 0$ .

## 4.4 Conceptos del Análisis Estructural

### 4.4.1 Interpolación espacial

La interpolación espacial es un procedimiento matemático utilizado para predecir el valor de un atributo en una localidad precisa a partir de valores obtenidos de puntos vecinos, ubicados al interior de la misma área de estudio. La interpolación se utiliza para transformar un número finito de observaciones, por ejemplo cotas de terreno, en un espacio continuo de manera que su patrón espacial sea comparable con aquel presentado por las observaciones puntuales de base (Burrough y McDonnell 1998).

La literatura describe diferentes métodos de interpolación. En forma general, ellos son clasificados en globales y locales, de acuerdo a la cantidad de información que utilizan, y en exactos e inexactos, de acuerdo al valor de las estimaciones respecto a los datos de origen

Clasificación de diferentes métodos de interpolación espacial  
(Lam 1983, Burrough y McDonnell 1998).

Método	Global/Local	Tipo de interpolación
Clasificación	Global	Inexacta
Superficies de tendencia	Global	Inexacta
Modelos de regresión	Global refinamiento local	Inexacta
Polígonos de Thiessen	Local	Exacta
Interpolación lineal	Local	Exacta
Inverso de la distancia y medias móviles	Local	Inexacta cuando se aplica un suavizamiento de la superficie interpolada
Splines	Local	Exacta, con un refinamiento limitado
Kriging	Local, pero con un variograma global	Exacta
Simulación condicional	Local, pero con un variograma global	Inexacta

Los métodos globales se caracterizan porque las estimaciones son realizadas utilizando todos los datos disponibles en el área de interés, en cambio los métodos locales operan dentro de una pequeña vecindad, alrededor de la ubicación donde se desea obtener un valor interpolado. Por otra parte, los métodos exactos se diferencian de los inexactos, debido a que en los primeros el valor interpolado

en una localidad existe un dato de muestreo y no presenta diferencia respecto al valor utilizado de base para la interpolación.

El resultado de un proceso de interpolación espacial va a depender principalmente de las características naturales del atributo en estudio, de la existencia de una dependencia espacial y de factores asociados a la forma de modelización del atributo, dada por la distribución de los datos sobre el terreno, la medición del valor medio, su variabilidad y la elección del modelo predictor (Lam, 1983).

#### 4.4.2 Variable regionalizada

El concepto de variable regionalizada fue propuesto por Matheron para calificar un fenómeno que se desarrolla en el tiempo y espacio. La cual presenta una estructura definida por la red de muestreo.

En el estudio de las variables aleatorias regionalizadas es importante presentar conceptos que se señalan en (Journel y Huijbregts, 1978; David, 1977), que son utilizados por la mayoría de los autores donde se aplican los métodos geoestadísticos como herramienta fundamental de trabajo. Estos conceptos son:

- ⊕ *Región*: se refiere al espacio en el cual existe y se estudia el fenómeno natural.
- ⊕ *Localización*: Es el punto de una región en la cual se define una variable aleatoria regionalizada.
- ⊕ *Soporte Geométrico*: Está determinado por el elemento físico sobre el cual se realiza la determinación de la variable aleatoria regionalizada.

#### 4.4.3 Finalidad de las variables regionalizadas

- ⊕ Establecer las bases teóricas que permitan establecer las características estructurales de los fenómenos naturales.
- ⊕ Proporcionar el medio para resolver los problemas de estimación espacial de parámetros que se presenten a partir de una muestra fragmentada.



#### 4.4.4 Hipótesis de la Geoestadística

Debido a que la información se presenta de manera muy diversa (Journel y Huijbregts, 1978), construyen el modelo asumiendo condiciones de estacionaridad. Además de que para cada valor observado o desconocido se asocia una posición en el espacio. El estimador utilizado en las variables regionalizada es la interpolación por Kriging, tiene como objetivo encontrar el mejor estimador lineal insesgado a partir de la información disponible (Chica-Olmo, 1997). Por lo antes dicho se tiene la necesidad de aceptar el cumplimiento de las siguientes hipótesis sobre el carácter de la función aleatoria, llamadas Hipótesis de la Geoestadística. Estas son según (Journel y Huijbregts 1978) y (David 1977) son:

I. *Estacionaridad Estricta*. Se dice que  $Z(x)$  es estrictamente estacionaria si la función de distribución de probabilidades de las variables aleatorias regionalizadas  $Z(x_i)$  son iguales entre sí, independiente de la localización  $x_i$ , lo que requiere que los momentos de distinto orden para cada variable aleatoria regionalizada sean completamente independientes de la localización  $x_i$ . Esta condición como su nombre lo indica es demasiado restrictiva al estudiar la mayoría de los fenómenos encontrados en la práctica.

II- *Estacionaridad de Segundo Orden*. Si la varianza de  $Z(x_i)$  existe, entonces se define como el momento de segundo orden y será también una función de la localización  $x_i$ .

$$\text{Var} \{ Z(x_i) \} = E \{ [Z(x_i) - m(x_i)]^2 \}$$

Si la varianza de las variables  $Z(x_i)$  y  $Z(x_j)$  existe entonces la covarianza (Cov) de las éstas también existe y es función de las localizaciones  $x_i$  y  $x_j$ .

$$\text{Cov}[Z(x_i), Z(x_j)] = E \{ [Z(x_i) - m(x_i)][Z(x_j) - m(x_j)] \}$$

$$\text{si } x_i = x_j ; \text{Cov}[Z(x_i), Z(x_j)] = \text{Var} \{ Z(x_i) \}$$

El variograma se define como la varianza de la diferencia  $Z(x_i) - Z(x_j)$ .

$$\gamma(h) = 1/2n \sum [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (5.1)$$

donde.

$\gamma(h)$ ; es el variograma

$h$ ; es la separación de los variables medidas  $Z(x_i)$  y  $Z(x_j)$ .

$n$ ; es el número de pares.

$m$ ; es la media de la  $x_i$

$Z(x_i)$ ; es la localización y valor de la muestra.

Esta hipótesis requiere la estacionaridad sólo para la media y para la función de covarianza de la variable aleatoria regionalizada. La segunda condición implica, estacionaridad de la varianza y del variograma.

III- *Hipótesis Intrínseca*. Una función aleatoria  $Z(x)$  se dice intrínseca cuando:

a) Su esperanza matemática existe y no depende de la localización  $x_i$ .

$$E\{Z(x)\} = m \quad \forall x$$

b) Para todo vector  $h$  el incremento  $[Z(x+h) - Z(x)]$  tiene varianza finita y no depende de la localización  $x_i$ :

$$\text{Var}\{Z(x+h) - Z(x)\} = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h) \quad \forall x$$

Cuando se cumple esta condición se dice que la función aleatoria  $Z(x)$  es homogénea. Esta condición se encuentra con bastante frecuencia en la naturaleza, pues existen muchos procesos que no tiene varianza finita y sin embargo, poseen una función variograma finita.

#### 4.4.5 Definición del variograma

El variograma, es una función matemática que nos permite estudiar las diferencias entre muestras y la direccionalidad (anisotropía) de los valores. En términos muy simples podemos definir el variograma como la media de los cuadrados de las diferencias entre pares de muestras separados por una distancia  $h$ . O lo que es lo mismo, la varianza de los incrementos de la variable regionalizada en las localizaciones separadas una distancia  $h$ .

$$\gamma(h) = 1/2n \sum [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

Donde:

$h$  = distancia entre los pares.

$n$  = número de pares.

$Z(x_i)$  = la localización y valor de la muestra.

#### 4.5 Semivariograma experimental

Según, (Armstrong y Carignan, 1997) el análisis estructural está compuesto por:

- ⊕ El cálculo del semivariograma experimental.
- ⊕ Ajuste a un modelo teórico conocido.

El cálculo del semivariograma experimental es la herramienta geoestadística más importante en la determinación de las características de variabilidad y correlación espacial del fenómeno estudiado (Chica, 1987). Lo que se hace en este trabajo es hacer una ampliación del concepto hacia la hidrología.

El semivariograma experimental se estima en base a los datos y a la estructura del fenómeno. En principio, si sólo se dispone de los datos, el semivariograma se estimaría directamente con:

$$\gamma^*(h) \cong \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (5.2)$$

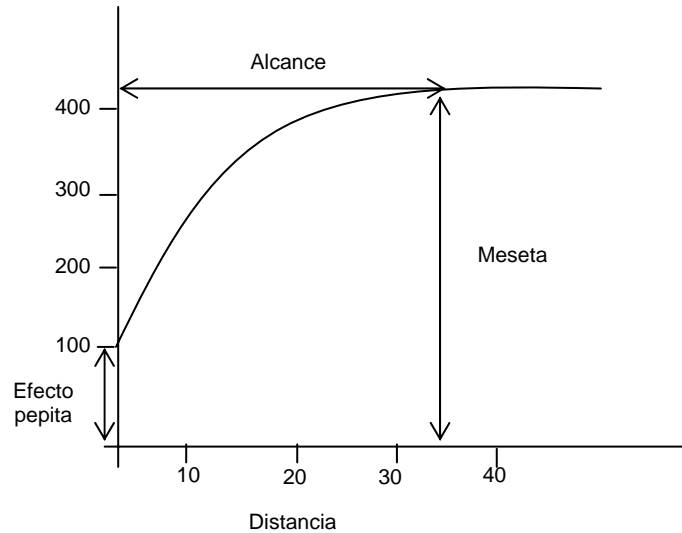
Donde  $\gamma^*$  es el semivariograma experimental,  $Z(x_i)$  son los valores experimentales en los puntos  $x_i$ , en los que se dispone datos tanto en  $x_x$  como en  $x_i+h$ ;  $N(h)$  es el número de pares de puntos separados por una distancia  $h$ . La expresión  $\gamma^*(h)$  representa la herramienta más importante en todo estudio geoestadístico (Armstrong y Carignan, 1997; Weerts, y Bierkens, 1993; Chica, 1987). Su cálculo no consiste en una simple evaluación de su expresión, según se plantea en (Krajewski y Gibbs, 1993); está relacionada con los siguientes elementos:

La dirección en la que será calculado el semivariograma, depende del objetivo particular del fenómeno estudiado, por ejemplo, el semivariograma usando una tolerancia angular de 90° se denomina "semivariograma medio", "global" u "omnidireccional".

- ⊕ El incremento o paso en el cálculo del semivariograma  $h$  y su tolerancia lineal  $dh$ , se recomienda que el valor de  $dh$  sea la mitad del incremento inicial.
- ⊕ La distancia  $L_{\max}$  hasta la cual será calculado del semivariograma. Se recomienda que ésta sea la mitad de la distancia entre las muestras más alejadas (Armstrong y Carignan, 1997; Krajewski y Gibbs, 1993), aunque depende de la geometría del fenómeno regionalizado, en algunos casos puede ser calculado hasta una distancia superior.

#### 4.5.1 Parámetros del variograma experimental

El variograma de figura 5.1 es una función vectorial que mide la distancia estructural entre dos puntos en función de la distancia euclídea. Es una función creciente que se estabiliza para un valor denominado meseta a una distancia llamada alcance.



**Figura 4(a).** Representación gráfica de los parámetros del variograma

Los parámetros del semivariograma caracterizan tres elementos importantes en la variabilidad, estos son: la discontinuidad en el origen (existencia de efecto de pepita), el valor máximo de variabilidad (meseta), y el área de influencia de la correlación (alcance), como se presentan en (David,1977; Journel y Huijbregts 1978; Arik, 1990; Krajewski y Gibbs 1993; Pannatier, 1993; Wallace y Hawkims, 1994; Pitard, 1994; Echaabi ,1995; Lamorey y Jacobsom 1995), a continuación se describen estos parámetros.

##### 4.5.1.1 El Efecto Pepita (Nugget)

Por definición el semivariograma es nulo en el origen, pero en la práctica las funciones obtenidas pueden presentar discontinuidad en el origen, a esta discontinuidad se le llama efecto de pepita. Puede ser obtenido en forma gráfica trazando una línea recta entre los primeros puntos del

semivariograma y extender ésta hasta que se intercepte con el eje Y. En algunas ocasiones la presencia de este efecto, indica un error de medición,

#### 4.5.1.2 La Meseta (Sill)

Es el valor de  $\gamma(h)$  para el cual con el aumento de  $h$  su valor permanece constante. Puede obtenerse trazando una línea paralela a la abscisa y que se ajuste a los puntos de mayor valor del semivariograma y su valor se lee en la intersección de esta línea con la ordenada.

#### 4.5.1.3 El Alcance o rango (Range)

La distancia  $h$  para la cual las variables  $Z(x)$  y  $Z(x+h)$  son independientes, se denomina alcance, es decir, las distancias para la cual los valores de la variable dejan de estar correlacionados, o lo que es lo mismo, la distancia para la cual el semivariograma alcanza su meseta.

El alcance siempre tiene valor positivo y puede ser obtenido a partir de la intersección de las líneas descritas en los puntos anteriores, ese punto leído en la abscisa es una fracción del propio alcance. El alcance es la distancia a la cual la correlación de la variable desaparece, y en general, varía con la dirección.

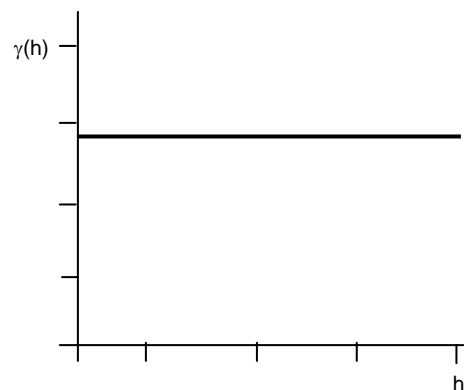
### 4.6 Modelos teóricos ó semivariogramas teóricos

El modelo teórico de ajuste es la ecuación de peso que se asignará al variograma analizado, si el modelo teórico no se ajusta adecuadamente al variograma experimental, se tendrá un error en la estimación real de la variable analizada. Es decir; a mayor ajuste del modelo teórico mayor precisión en la estimación. Por este motivo, el paso de la elección del modelo juega un papel preponderante en la interpolación, a continuación definiremos los modelos mas empleados en estos ajustes.

#### 4.6.1 Efecto pepita puro.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ M & \text{si } h > 0 \end{cases}$$

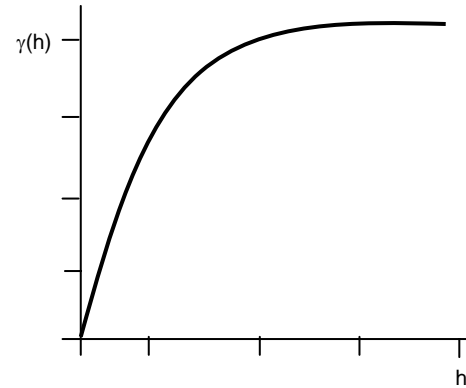
donde; M es el valor de la meseta



Corresponde a un fenómeno totalmente aleatorio, el cual no muestra correlación entre los valores, con independencia de su separación.

#### 4.6.2 Esférico.

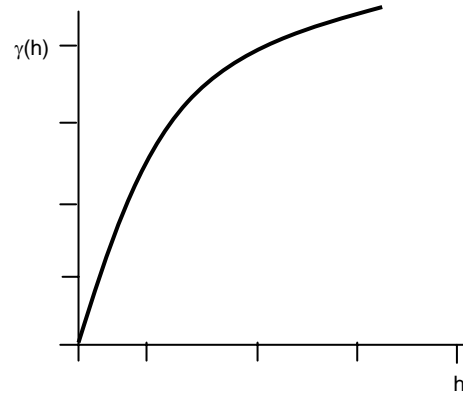
$$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{M}{2} \left( 3 \left( \frac{h}{a} \right) - \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right) & \text{si } h \leq a \\ M & \text{si } h > a \end{cases}$$



Constituye el modelo más usado. Muestra un crecimiento casi lineal hasta una cierta distancia, en donde se estabiliza. Para el ajuste de los parámetros al modelo, es útil conocer que la tangente en el origen alcanza la meseta para una distancia de  $2/3 a$ .

#### 4.6.3 Exponencial.

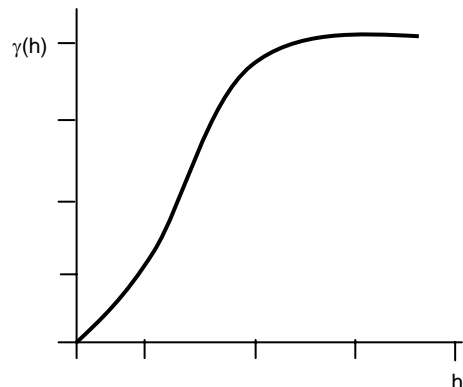
$$\gamma(h) = M \left( 1 - \exp\left(\frac{-3h}{a}\right) \right)$$



Se considera que el rango  $a$ , es la distancia para la cual el valor del variograma es del 95% de la meseta. Igual que el esférico muestra un crecimiento lineal próximo al origen; sin embargo, crece de forma más rápida y luego se estabiliza gradualmente.

#### 4.6.4 Gaussiano.

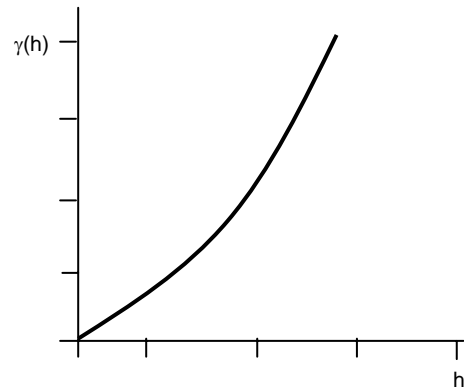
$$\gamma(h) = M \left( 1 - \exp\left(\frac{-3h^2}{a^2}\right) \right)$$



Se emplea para modelar fenómenos muy continuos. Alcanza la meseta asintóticamente y se considera que el rango  $a$ , es la distancia en la que el valor del variograma es el 95% de la meseta. Muestra un comportamiento parabólico cerca del origen. Constituye el único modelo estacionario con un punto de inflexión.

#### 4.6.5 Potencial.

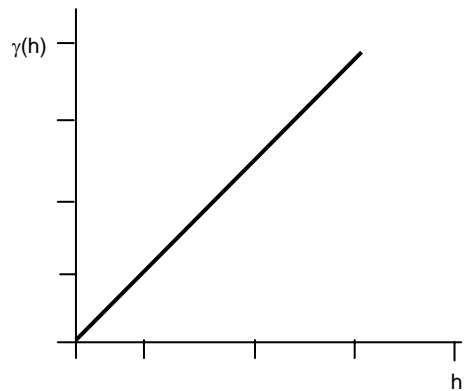
$$\gamma(h) = Ch^b \quad \text{con} \quad 0 < b \leq 2$$



El variograma se aproxima a un comportamiento parabólico conforme  $b$  tiende a 2. El modelo lineal, es un caso particular.

#### 4.6.6 Lineal.

$$\gamma(h) = Ch^b \quad \text{con} \quad b = 0$$



### 4.7 Elección del Variograma

Existen algunas metodologías para la elección del mejor ajuste de los variogramas, las cuales son:

- ★ El conocimiento que se tiene del fenómeno real.
- ★ En la apreciación visual de la correspondencia entre el variograma experimental y el modelo que se ajustó.

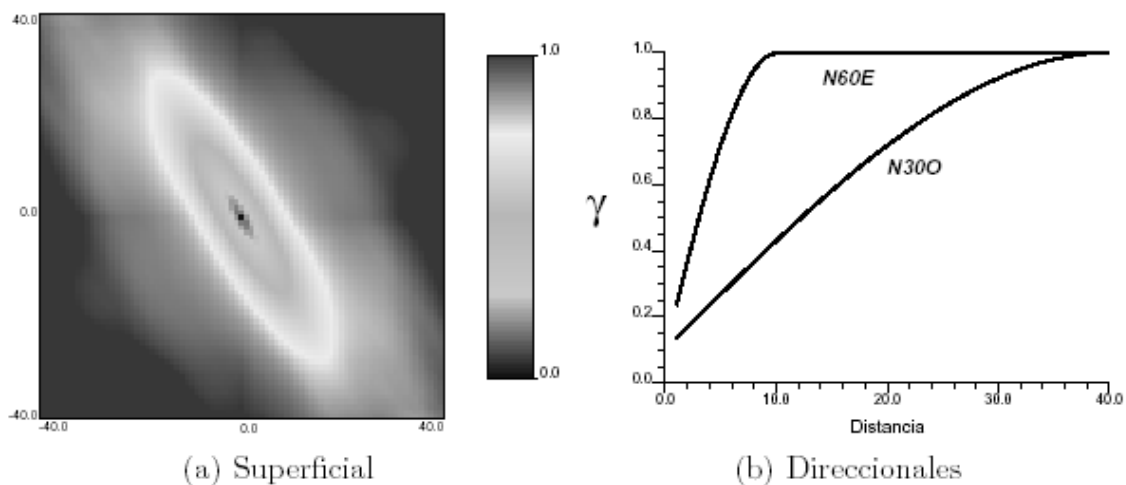
- ★ En criterios numéricos (tales como IGF, Indicative Goodness to Fit, propuesto por (Pannatier, 1994), la validación cruzada (Deutsch y Journel, 1998; Bleines, et. al., 2001), ajustes mínimos cuadrados clásicos (Jian, et. al., 1996), programación lineal (Chen and Jiao, 2001), ajustes condicionados a pasar por ciertos puntos (Legrá, 1999), por el método de los momentos (Pardo-Igúzquiza and Dowd, 2001).

Para el análisis de los variogramas en este trabajo se utilizará la apreciación visual.

#### 4.8 Anisotropía

Se conoce que el semivariograma describe las características de continuidad espacial de la variable regionalizada en una dirección, pero este comportamiento puede variar según la dirección que se analice, como se discute en (Journel y Huijbregts, 1978; David, 1977; Zimmerman, 1993; Krajewski y Gibas, 1993). Se exige por este motivo un análisis del comportamiento de la continuidad en distintas direcciones, el Análisis de Anisotropía.

Cuando el semivariograma calculado en diferentes direcciones, muestra un comportamiento similar, se dice que el fenómeno es Isotrópico, cuando muestran diferentes comportamientos es Anisotrópico (Krajewski y Gibbs, 1993).



**Figura 4(b).** Variograma superficial y direccionales.



#### 4.9 Validación del modelo teórico

Como el ajuste de los modelos teóricos al semivariograma experimental, se realiza de forma visual o interactiva, variando los valores  $C_0$  (efecto de pepita),  $C + C_0$  (meseta) y  $a$  (alcance), hasta coincidir con los parámetros que mejor se ajustan, es conveniente validar el modelo seleccionado y los parámetros meseta y alcance escogidos. Al respecto se discute la validación cruzada en (Journel y Huijbregts, 1978; Armstrong y Carignan, 1997; Bacchi y Kottegoda 1995; Myers, 1991b; Deutsch y Journel, 1998; Xie y Myers, 1995b; Kiyono y Suzuki, 1996; Host, 1995; Lajaunie, 1997; Madani, 1998).

El método de validación cruzada ha sido ampliamente utilizado para evaluar el grado de bondad de un modelo de semivariograma y reconocido como un método óptimo de estimación de sus parámetros. La operación de validar un semivariograma teórico ajustado a uno experimental siempre toma mucho tiempo, éste se considera como el último de los pasos importantes del análisis de variabilidad, debido a que una vez obtenido este resultado será utilizado en la estimación por kriging en cualquiera de sus variantes.

#### 4.10 Conclusiones

El conocimiento de las componentes del análisis estructural es de vital importancia en todo estudio geoestadístico, los procesos de calibración y validación del modelo teórico al variograma experimental, radican principalmente en la experiencia del ingeniero. Por esta razón este capítulo presenta las bases teóricas de todos los aspectos fundamentales de todo análisis geoestadístico.

El siguiente capítulo presenta un valioso aporte en la estimación de precipitación media, la metodología que se propone utiliza un Cokriging, tomando como variable auxiliar al relieve topográfico. La cuenca de aplicación de esta metodología es la del río Amacuzac.

## **5. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL A LOS DATOS DE TOPOGRAFÍA Y LLUVIA.**

La importancia en la estimación de la precipitación media en las cuencas de nuestro país se ha incrementado en los últimos años, debido al déficit de los volúmenes de agua asignados para los usos urbanos y agrícola, esta situación acarrea problemas de tipo económico, social y de salud. Por este motivo, los métodos aplicados en la obtención de las variables hidrológicas deben de ser lo más aproximados a la realidad física, ya que solo de esta manera la administración del recurso agua será más eficiente. En el cálculo de la disponibilidad anual de agua, la variable más importante es la precipitación media anual, por este motivo se presenta una metodología alternativa para el cálculo de esta variable, la cual hace intervenir al relieve topográfico como principal factor generador de lluvia; con este procedimiento se obtiene una mejor aproximación que con los métodos tradicionales. Con el fin de ubicar esta metodología en este contexto, se presentan los avances y metodologías propuestas en la parametrización y estimación de la precipitación media.

El concepto de precipitación por convección tiene sus inicios en las primeras décadas del siglo XX (Meyer, 1928), durante este periodo la falta de registros históricos y de una adecuada representación del relieve topográfico, aunado a la falta de herramientas computacionales; limitó el análisis sólo a un nivel conceptual, por lo que los avances en la estimación de la precipitación media fueron casi nulos. Como primer paso para caracterizar al relieve topográfico se necesita establecer una estructura de datos que lo represente lo mejor posible, este avance se realizó en el Laboratorio de Fotogrametría del Instituto de Tecnología de Massachussets en los años 50', (Miller y LaFlamme, 1958) en este trabajo se define el concepto de Modelo Digital de Terreno como, "*una representación estadística de la superficie del terreno, mediante un número elevado de puntos selectos con coordenadas (x,y,z) conocidas, en un sistema de coordenadas arbitrario*". Este estudio es el inicio de los avances en la parametrización de los Modelos Digitales de Terreno (MDT), también conocidos como Modelos Digitales de Elevaciones (MDE).

Con el incremento en la capacidad de procesamiento de información durante la década de los 80' se establecieron metodologías que parametrizan y describen la distribución espacial de la precipitación y los procesos consecuencia de ella, el análisis de estas metodologías se interrelaciona a la precipitación con las variables de: temperatura, fisiográficas, la ubicación respecto al mar e hidrografía, entre otras. Estas relaciones no consideran las componentes espaciales y temporales del fenómeno, simplemente describen los procesos con relaciones directas o de manera gráfica sin establecer alguna metodología estructurada que conlleve a un aporte significativo al cálculo de la precipitación media (Klemes, 1988; Givone, 1988; Kuchment 1990; Haiden *et al*, 1992; Humbert y Perrin, 1993; Gyasi-Agyei, 1999; Baeza *et al*, 2005). Con el aumento de la parametrización y la reciente aplicación de los métodos estocásticos y multivariados en el análisis de las series hidrológicas, los errores cometidos son cada vez menores, debido a la cantidad y calidad de los registros históricos (Goodrich *et al*, 1995; Hayward y Clarke, 1996; Wotling *et al*, 2000; Goovaerts, 2000; Cameron *et al*, 2000; Tantanee, 2004; Herr y Krzysztofowicz, 2004; Detenbeck, 2004; Zehe, 2005; Lee *et al*, 2005; Young, 2005).

El concepto de regionalización hidrológica se inició con (Matheron, 1969; Delhomme, 1978; Obled, 1979; Matheron, 1987; Isaaks y Srivastava, 1989), Para el caso de la hidrología y específicamente

en la interpolación de la precipitación, tradicionalmente se realiza la interpolación óptima con Kriging (Lebel, 1984; Collado, 1988; Collado y Toledo, 1997; Pardo-Igúzquiza, 1998; Sen y Habib, 1998; Todini *et al*, 2001; Ahrens, 2005), en estos análisis se determina el modelo de mejor ajuste al variograma experimental. Los trabajos que realizan un análisis exhaustivo al variograma, analizando la anisotropía de los datos son (Holawe y Dutter, 1999; Desbarats *et al*, 2002; C. D. Lloyd, 2004).

### 5.1 Marco legal sobre la disponibilidad hídrica en México

El programa Nacional Hídrico (PNH) de México es el documento rector que integra los planes hídricos de las cuencas a nivel nacional, en el cual se definen la disponibilidad, el uso y aprovechamiento del recurso, así como de las estrategias, prioridades y políticas para lograr el equilibrio del desarrollo regional sustentable y avanzar en la gestión integrada de los recursos hídricos en México. De esta forma, el poder Ejecutivo Federal se asegura que las concesiones y asignaciones de agua estén fundamentadas en la disponibilidad efectiva del recurso en las regiones hidrológicas y cuencas hidrológicas que correspondan. En este aspecto y aunado a la entrada en vigor de la nueva Ley de Aguas Nacionales (Diario Oficial de la Federación del 29 de abril de 2004), los Estudios de Disponibilidad Hídrica (EDH) se hacen obligatorios para la concesión o asignación de los volúmenes de agua en el territorio mexicano. Es decir, el otorgamiento de una concesión o asignación se sujetará a lo dispuesto en las Normas Oficiales Mexicanas (NOM) y tomará en cuenta la disponibilidad media anual del agua, que se revisará al menos cada tres años, conforme al PNH. En este sentido, la NOM-011-CNA-2000 “*Conservación del recurso agua*”, se publicó en Diario Oficial de la Federación el día 17 de abril de 2002 y en ella se establecen las especificaciones y el método para determinar la disponibilidad media anual de las aguas nacionales (Becerra y Gutiérrez, 2006a).

Dentro de la metodología propuesta en la NOM-011-CNA-2000, se plantea la elaboración de un balance hídrico que al comprometer los volúmenes de aguas abajo hacia las partes altas de la cuenca; se obtiene la disponibilidad hídrica de la zona de estudio. En este sentido, la estimación de la precipitación media anual y mensual, como fuente de agua, representa el componente inicial y a la vez primordial para la asignación final del recurso. Debido a que la NOM no especifica el procedimiento para calcular esta precipitación media anual y mensual; los procedimientos utilizados

son los tradicionales: promedio aritmético, isoyetas o polígonos de Thiessen (Thiessen, 1911). Estos métodos si bien son correctos para estimar los volúmenes de agua precipitados; están lejos de representar fielmente el patrón espacial del fenómeno sobre una región dada. Es decir, el valor puntual de una estación o en una red de estaciones climatológicas se transforma en un volumen de agua utilizable anual o mensual. Los métodos tradicionales no consideran los efectos del relieve sobre la precipitación. En este sentido, es fácil plantear que las zonas montañosas que recolectan, en general, la mayor cantidad de agua en una cuenca; no se ven beneficiadas (en términos de volumen de agua asignado), cuando se calcula la disponibilidad y menos en un esquema de asignación de aguas abajo hacia aguas arriba. Por todo lo anterior este artículo propone emplear un esquema geoestadístico para calcular volúmenes de agua en una región hidrológica, utilizando isoyetas con relieve.

La delimitación de cuencas y subcuencas empleada en los estudios de disponibilidad en México, se lleva a cabo en la mayoría de los casos, con Modelos Digitales de Elevaciones (MDE) a escala 1:50,000; donde el ancho de celda de la malla es de 30 metros, lo cual brinda una excelente precisión para determinar la fisiografía de la zona de estudio. Se propone utilizar el modelo del variograma direccional aplicado al MDE, para hacer la ley de transformación que será empleada para cambiar de isoyetas tradicionales a isoyetas con relieve (Becerra y Gutiérrez, 2006b).

## 5.2 Interpolación espacial

La interpolación espacial es un procedimiento matemático utilizado para predecir el valor de un atributo en una localidad precisa a partir de valores obtenidos de puntos vecinos, ubicados al interior de la misma área de estudio. La interpolación se utiliza para transformar un número finito de observaciones, por ejemplo cotas de terreno, en un espacio continuo de manera que su patrón espacial sea comparable con aquel presentado por las observaciones puntuales de base (Burrough y McDonnell, 1998). La literatura describe diferentes métodos de interpolación. Estos se clasifican en globales y locales, de acuerdo a la cantidad de información que utilizan, y en exactos e inexactos, de acuerdo al valor de las estimaciones respecto a los datos de origen.

Los métodos globales se caracterizan porque las estimaciones se realizan utilizando todos los datos disponibles en el área de interés, en cambio los métodos locales operan dentro de una pequeña vecindad, alrededor de la ubicación donde se desea obtener un valor interpolado. Por otra parte, los métodos exactos se diferencian de los inexactos debido a que en los primeros el valor interpolado en una localidad donde existe un dato de muestreo no presenta diferencia respecto al valor utilizado de base para la interpolación (Lam 1983, Burrough y McDonnell 1998).

### 5.3 Variables regionales

La teoría de las variables regionalizadas tiene sus orígenes en los estudios de la minería y se considera dentro de la hidrología como un método de transferencia de información hidrológica (Matheron, 1969; Obled, 1979; Delhomme, 1978; Lebel, 1984; Isaaks y Srivastava, 1989; Samper y Carrera, 1996). Las variables regionales designan un fenómeno ocurrido en una cierta área y en un lapso de tiempo formando una estructura espacio-temporal definida. Generalmente en los modelos regionales la lluvia aparece como una función aleatoria  $Z(x_i, y_i)$  conocida por sus magnitudes históricas medidas en diversos puntos experimentales  $Z(t_i)$ . El principio de estos métodos de transferencia se resume en la búsqueda de un estimador lineal:

$\hat{Z}(x, y) = \sum w_i(x, y) Z(x_i, y_i)$ ; en donde los coeficientes verifiquen la condición de sesgo nulo:

$$\sum w_i(x, y) E[Z(x_i, y_i)] - E[Z(x, y)] = 0 \quad (1)$$

Un criterio de minimización del error cuadrático medio de estimación puede expresarse como:

$$w_i E[Z_i Z_j] - E[Z_i Z_i] = 0 \quad (2)$$

Donde:  $E[Z(t)]$  es la media de  $Z(x, y)$  sobre el espacio de eventos  $E[Z_i, Z_j]$ . De esta forma, el objetivo principal de esta transferencia es calcular los coeficientes  $w_i(x, y)$  del estimador  $\hat{Z}(x, y)$ . El cálculo de los coeficientes  $w_i$ , se obtiene de solucionar el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones 1 y 2; sin embargo, no es posible resolverlo en tanto no se disponga de una función de covarianza  $E[Z_i, Z_j]$  que permita calcular los términos  $E[Z_i, Z_i]$ . El principio de la interpolación espacial se basa en una *hipótesis de homogeneidad* llamada “hipótesis intrínseca” menos restrictiva que la tradicional hipótesis de estacionariedad conocida como hipótesis de orden 2. La hipótesis de homogeneidad supone ante todo que la derivada del valor medio de las mediciones es localmente

constante; esto implica que los dos primeros momentos de las variables estudiadas se correlacionan en forma espacial con una función aleatoria invariante dentro de la región hidrológicamente homogénea, esto es:

$$E[Z_{t+h} - Z_t] = 0 \quad (3)$$

$$E[(Z_{t+h} - Z_t)^2] = 2\gamma(h) \quad (4)$$

Con las funciones de covarianza:

$$\gamma(h) = [C(0) - C(h)]; \quad C(h) = E[Z_t - m(h) Z_{t+h} - m(h)]$$

De esta forma, cualquier función aleatoria  $\hat{Z}(x, y)$  será llamada *Función Aleatoria Intrínseca de orden 1*, en donde la función  $\gamma$  *variograma* permite expresar así los términos de la covarianza, independientemente de la derivada de la media de las mediciones locales. Esta formulación es también la base del procedimiento del Kriging ordinario. Con una función de covarianza, podríamos decir *generalizada*, se tienen las herramientas necesarias para realizar una transferencia de información hidrológica (Creutin, 1979). De esta forma, puede decirse que la regionalización hidrológica se basa en los siguientes componentes principales (Lehucher, 1986):

- Identificar una función regional con una estructura espacial de los fenómenos estudiados, siguiendo las hipótesis de homogeneidad correspondientes. De esta forma se pasa de una función de covarianza relativamente simple, como pueden ser el variograma  $\gamma(h)$ , mínima curvatura, función radial, u otros métodos de interpolación; a una serie de funciones de covarianza generalizadas.
- Calcular los coeficientes  $w_i(x,y)$  del sistema de ecuaciones constituido por la condición de sesgo nulo (ecuación 1) y el criterio de minimización del error cuadrático de estimación (ecuación 2); teniendo en cuenta las hipótesis de homogeneidad escogidas para tomar en cuenta la estructura espacial.

#### 5.4 Interpolación por Kriging

En el caso de la hipótesis de estacionaridad de segundo orden, la media  $m$  se considera constante (Obled, 1996 ; Neppel *et al.*, 1998). La condición insesgada es:

$$\sum w_i(x, y) E[Z(x_i, y_i)] - E[Z(x, y)] = 0$$

Con:  $E[Z(x_i, y_i)] = E[Z(x, y)] = m$ ; se escribe:  $w_i = 1$  La condición óptima  $E[(\hat{Z} - Z)^2]$  mínima se escribe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w_i} E[(Z - \hat{Z})^2] &= \frac{\partial}{\partial w_i} \left\{ E[(Z - \sum_i w_i Z_i)^2] \right\} - 0 \\ &= \frac{\partial}{\partial w_i} \left\{ E[Z^2] - 2 \sum_i w_i E(Z_i Z_0) + \sum_i \sum_j w_i w_j E[Z_i Z_j] \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial w_i} \left\{ C(0) - 2 \sum_i w_i C(t^i - t) + \sum_i \sum_j w_i w_j C(t^i - t) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

Si se tiene en cuenta la condición inescorada con  $\mu$  multiplicador de Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial w_i} E[(Z - \hat{Z})^2 + \mu] = \frac{\partial}{\partial w_i} \left\{ C(0) - 2 \sum_i w_i C(t^i - t) + \sum_i \sum_j w_i w_j C(t^i - t) + \mu \sum_i w_i \right\} = 0$$

sea:  $\sum_i C(t^i - t^j) + \mu' = C(t^i - t)$ ;  $\mu' = \mu/2$ ; En el caso de la hipótesis intrínseca en donde se introduce el variograma como una función de la covarianza, el sistema del Kriging simple será:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad \sum_{i=1}^n w_i \gamma(t^i + t^j) + \mu' = \gamma(t^i - t)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma(t^1, t^1) & \cdots & \gamma(t^1, t^n) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma(t^n, t^1) & \cdots & \gamma(t^n, t^n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(t^1, t) \\ \vdots \\ \gamma(t^n, t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

De esta forma se puede representar el variograma sobre un diagrama  $[h, \gamma(h)]$ .

### 5.5 Descripción de la zona en estudio y de la red pluviométrica

La zona en estudio esta ubicada dentro de la cuenca del río Amacuzac, esta a su vez pertenece a la cuenca del río Balsas, el área de cuenca analizada tiene una superficie de 7,821 km<sup>2</sup>, tiene una red pluviométrica que consta de 84 estaciones, con un periodo de registro de 1950-1999, Figura 5(a). La variable que se analizó para realizar los análisis estadísticos fue la precipitación media anual histórica con un mínimo de 5 años, los valores entre las 84 estaciones que varían entre 566 y 1554 mm. Se determinó utilizar esta variable por que es la representativa y de mayor importancia en los análisis de balances hidrológicos y por consecuencia la de mayor importancia para los sectores turístico, agrícola, pecuario, forestal y urbano, es decir en cualquier actividad en donde el ser humano pueda extraer un satisfactor de la naturaleza.



En todo estudio hidrológico el conocimiento detallado de todas las características fisiográficas e hidrológicas que describen una cuenca determinan la calidad de los resultados. Por este motivo se describen los ríos dentro de la zona de estudio.

La cuenca del río Amacuzac pertenece a la cuenca del Río Balsas, el cual tiene una superficie aproximada de 112,000 km<sup>2</sup>. La cual tiene tres aprovechamientos principales de generación de energía eléctrica, los cuales son:

- Presa Carlos Ramírez Ulloa, conocida como *El Caracol* puesta en operación en 1986, en Apaxtla, Gro. Con un área aproximada de 51,000 km<sup>2</sup>
- Presa *El Infiernillo* puesta en operación en 1965 sobre la presa Adolfo López Mateos, en La Unión, Gro. Con un área hasta la presa Infiernillo de 109,409 km<sup>2</sup>
- Presa *La Villita* puesta en operación en 1973, sobre la presa José María Morelos y Pavón de la CNA, en Lázaro Cárdenas, Mich. Con un área aproximada 110,605 km<sup>2</sup>

El séptimo punto de control seleccionado en este trabajo, en la cuenca del río Amacuzac es la intersección del río con el límite político en su parte sur, aguas abajo de la estación hidrométrica Xicatlacotla. El área de cuenca hasta este punto es de 7,821 km<sup>2</sup>, (Fig. ddd).

Dentro de la cuenca existen cuatro ríos principales los cuales son:

**Río Amacuzac.** se origina en el volcán Nevado de Toluca a una altitud de 2,600 msnm en las inmediaciones de Tequisquiapan. El río Amacuzac es un afluente del río Balsas. Más adelante recibe las aportaciones del río Ameyucan, tomando ahora el nombre de río Chontalcuatlán o Ixtlahuaca ó de los Pilares; continúa con la misma dirección y cruza los límites entre los estados de México y Guerrero, recibiendo ya en este último por la margen izquierda al río Maliltenango o río Salado para posteriormente desaparecer al pie del cerro del Jumil en los límites de los estados de Morelos y Guerrero y confluir en forma subterránea con el río San Jerónimo, emergiendo ambas corrientes en las Grutas de Cacahuamilpa conociéndose ya a partir de este sitio como río Amacuzac.

**Río Yautepec.** nace en la sierra del Chichinautzin en los límites entre el Distrito Federal, el estado de Puebla y el estado de Morelos. Está formado por las aportaciones de las barrancas que descienden de los volcanes Chichinautzin, Tlaloc, Cilcuayo y Coatepetl, encontrándose entre las más importantes la barranca del volcán de Otumba y la barranca de Pantitlán. En la parte alta el río

corre hacia el sureste y recibe por la margen derecha a la barranca de Cacahuatitla, de la cual se hacen derivaciones para riego y alimentación a los balnearios de Oaxtepec y Cocoyoc.

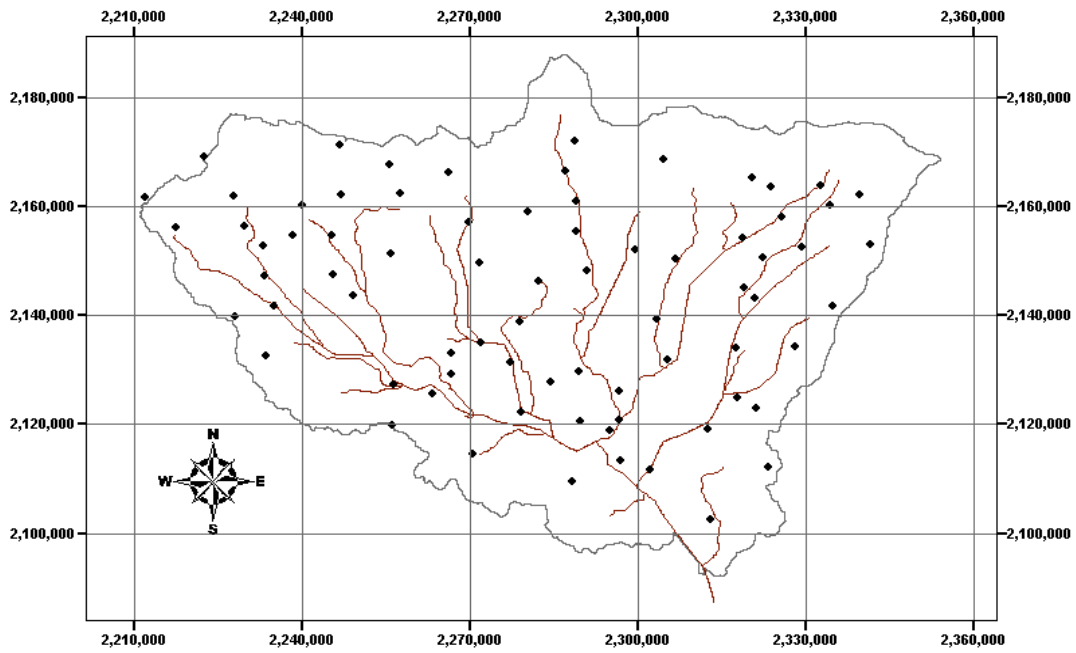
**Río Apatlaco o río Jojutla.** como se le conoce en su parte baja, se forma en la unión de los ríos de Cuajomulco y San Antón que confluyen a la altura de la población de Temixco en el estado de Morelos, formando una sola corriente. Confluye después de 45 Kilómetros aproximadamente, al río Amacuzac por su margen izquierda, a 7 kilómetros al suroeste de Jojutla de Juárez, Morelos.

Tiene instaladas dos estaciones hidrométricas, una a la altura del poblado de Temixco y otra con el nombre de Zacatepec, en Zacatepec.

**Río Cuautla o río Chinameca.** Se origina en la barranca Grande que nace en las faldas suboccidentales del Popocatepetl, siendo su orientación general de noreste a sureste, y su longitud de aproximadamente 110 km. Riega en su parte alta los terrenos del poblado de Achichipico, e inmediatamente el valle de Cuautla por medio de importantes obras de riego que benefician a 2000 Has. Recibe en las inmediaciones de este valle la aportación del río agua Hedionda junto con las aguas de la barranca del Papagayo, así como la de los manantiales que afloran en esta zona. Sigue su curso en dirección sureste y recibe la aportación del río de La Cuera por la margen izquierda, conociendo a partir de esta confluencia con el nombre de río Nexpa, nombre con el cual confluye al río Amacuzac a 12 kilómetros al noroeste de Tehuixtla, y a 11.5 kilómetros al norte de Jojutla de Juárez en el estado de Morelos.

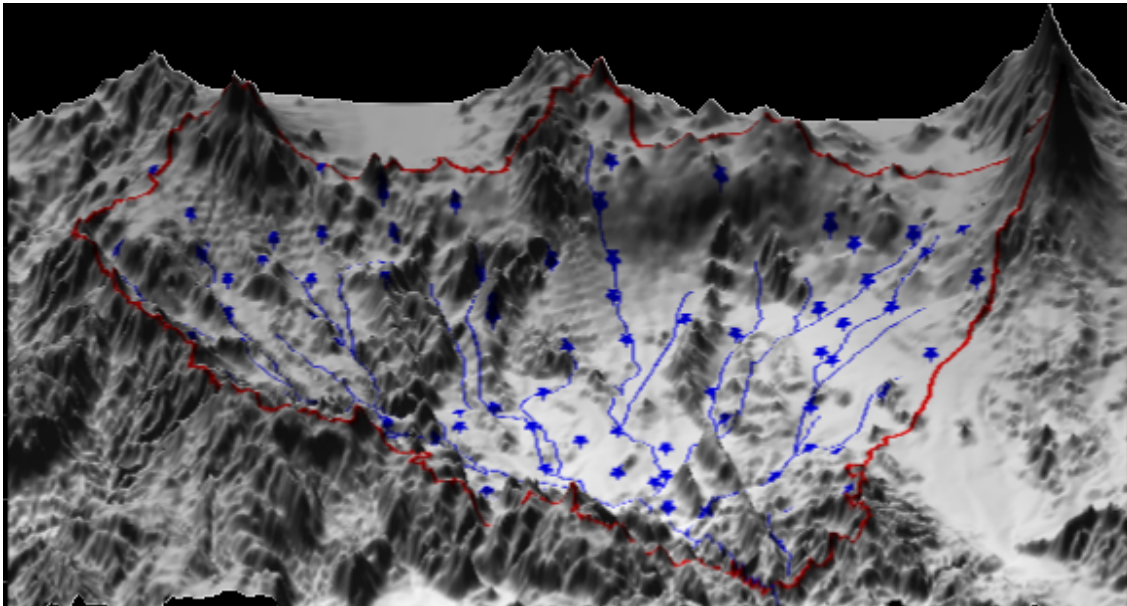
**Tabla 1.** Cuencas analizadas de la cuenca del río Amacuzac

CLAVE	NOMBRE	ID	ÁREA	GASTO MAX. (m <sup>3</sup> /s)	GASTO MEDIO (m <sup>3</sup> /s)	ELEV. MEDIA (m)
18316	LA CUERA	4	154.467	87.2	0.514	1636.7
18271	TEMIXCO	2	364.628	125.1	2.400	2632.8
18223	TICUMAN	3	329.097	429.3	0.960	1409.7
18437	XICATLACOTLA	1	6012.745	928.2	39.637	1729.2
18264	ZACATEPEC	5	915.512	445.0	5.449	2040.0
	FICTICIA	6	7821.514	-----	48.525	1513.9



**Figura 5(a).** Distribución espacial de las estaciones climatológicas y localización de la cuenca.

Como primer análisis se define el comportamiento del relieve en la zona de estudio, utilizando el MDE, Figura 5(b), se aprecia una buena distribución de las estaciones climatológicas para las diferentes elevaciones de la cuenca. También se pueden identificar dos regiones: la montañosa (norte, oeste y sur) y la de planicie (centro y este); debido a que la precipitación se registra de manera diferente en ellas, se buscará preservar el comportamiento del régimen de precipitación en las isoyetas de relieve.

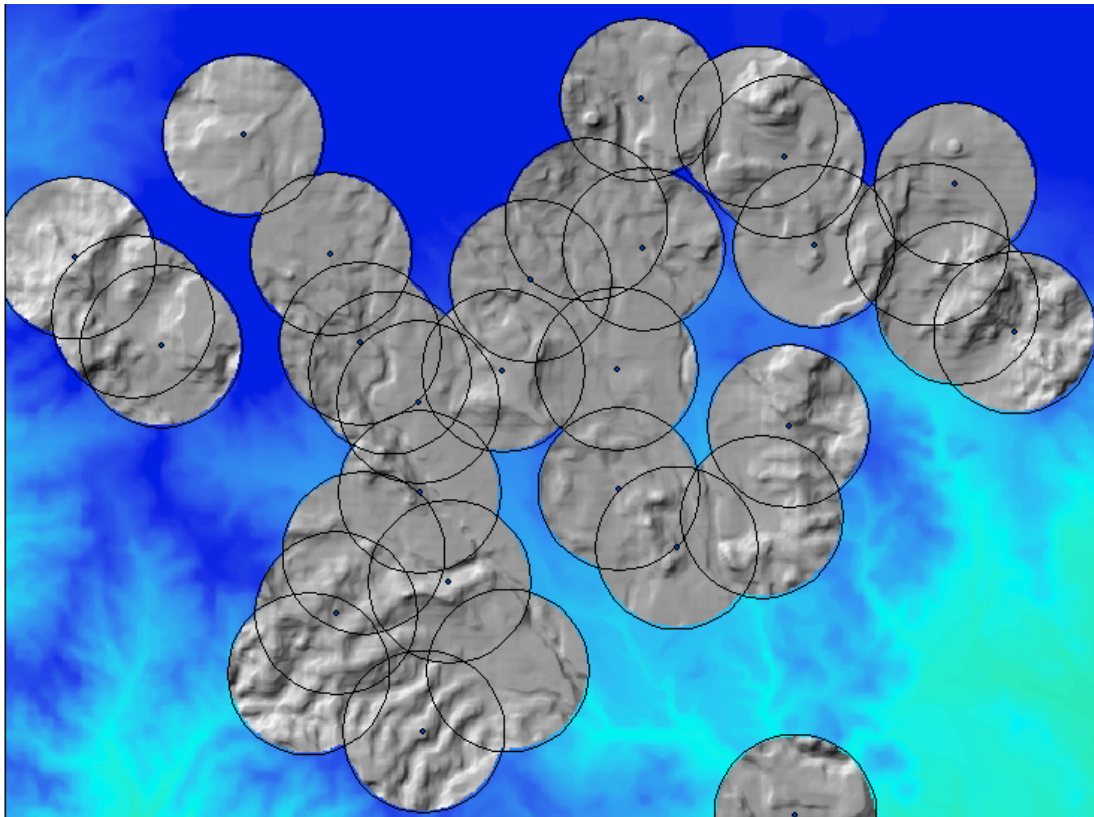


**Figura 5(b).** Representación tridimensional (MDE) de la zona de estudio

### 5.6 Obtención de los radios de topografía

En la Figura 5(c), se observa un ejemplo de la distribución de las estaciones climatológicas con el radio de 5 kilómetros, asimismo se presenta la rugosidad presente en cada círculo de manera cualitativa, es decir; se puede determinar a simple vista las estaciones que presentan mayor rugosidad dentro de la cuenca en estudio. De igual manera se aprecian los traslapes que existen entre los radios topográficos y las zonas en las cuales la carencia de estaciones, ocasionan que los valores de precipitación media obtenidos por los métodos tradicionales, tengan mayor incertidumbre.

La rugosidad de cada círculo esta definida en el análisis por los cuatro primeros momentos estadísticos, de esta manera se caracteriza estadísticamente el comportamiento de la topografía. Además se calcula el coeficiente de variación de la topografía con el fin de tener una variable que defina una medida de variabilidad que no dependa de las unidades o del tamaño de los datos, de igual forma sirve para comparar las variaciones de variables a una escala uniformizada. Las variables obtenidas se utilizaran en los cálculos de regionalización mediante el Análisis de Componentes Principales.



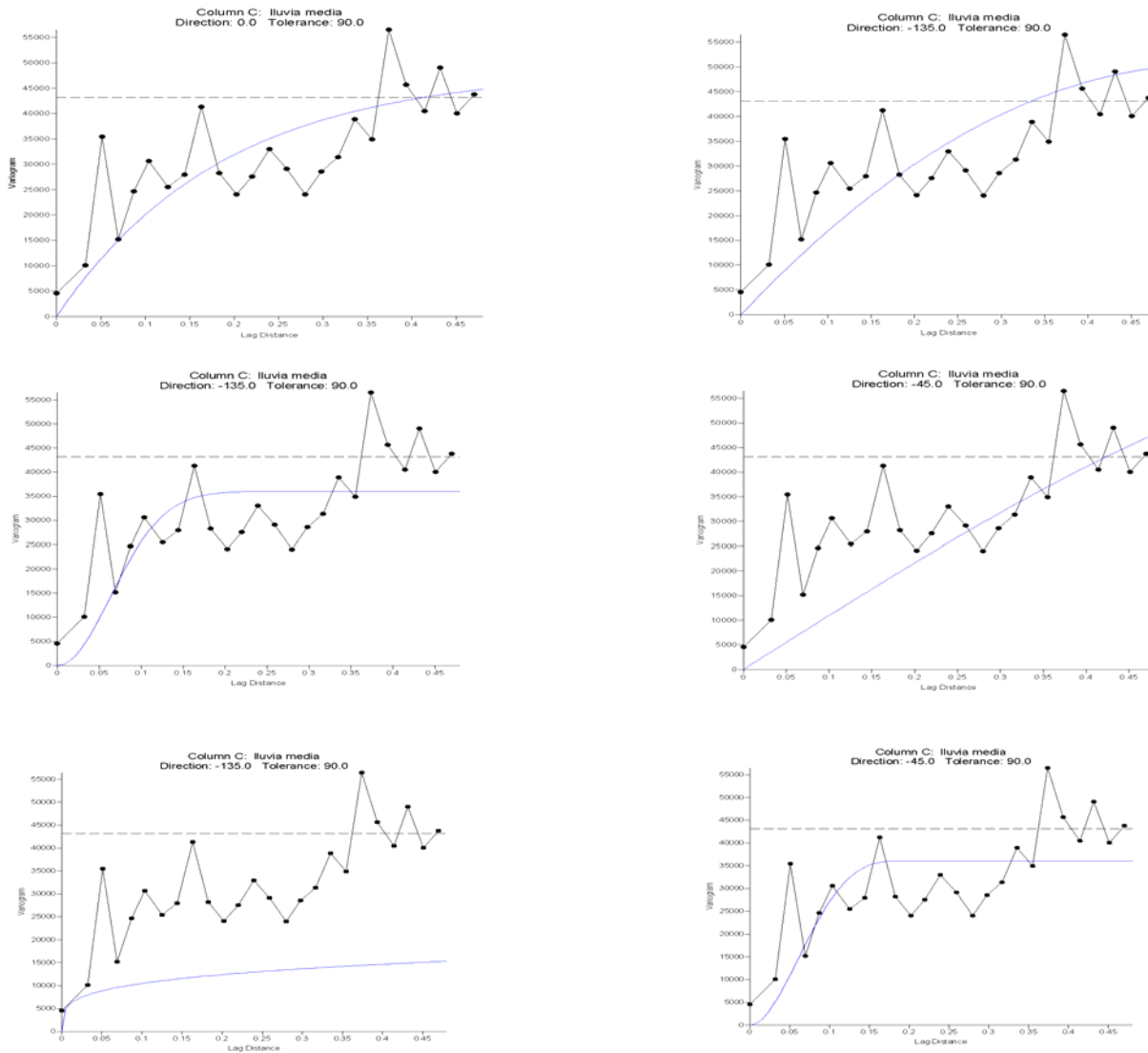
**Figura 5(c).** Representación tridimensional (MDE) de la zona de estudio

## 5.7 Metodología

Para el ajuste del variograma se utilizaron dos criterios: mínimos cuadrados y mínimos cuadrados absolutos (Cressie, 1991), además se realizó una comparación entre estos dos criterios (Zimmerman and Zimmerman, 1991). A continuación se realizaron los ajustes de los modelos: exponencial, gaussiano, potencial, cuadrático, esférico y el cúbico.

### 5.7.1 Ajuste de los modelos teóricos al variograma de precipitación

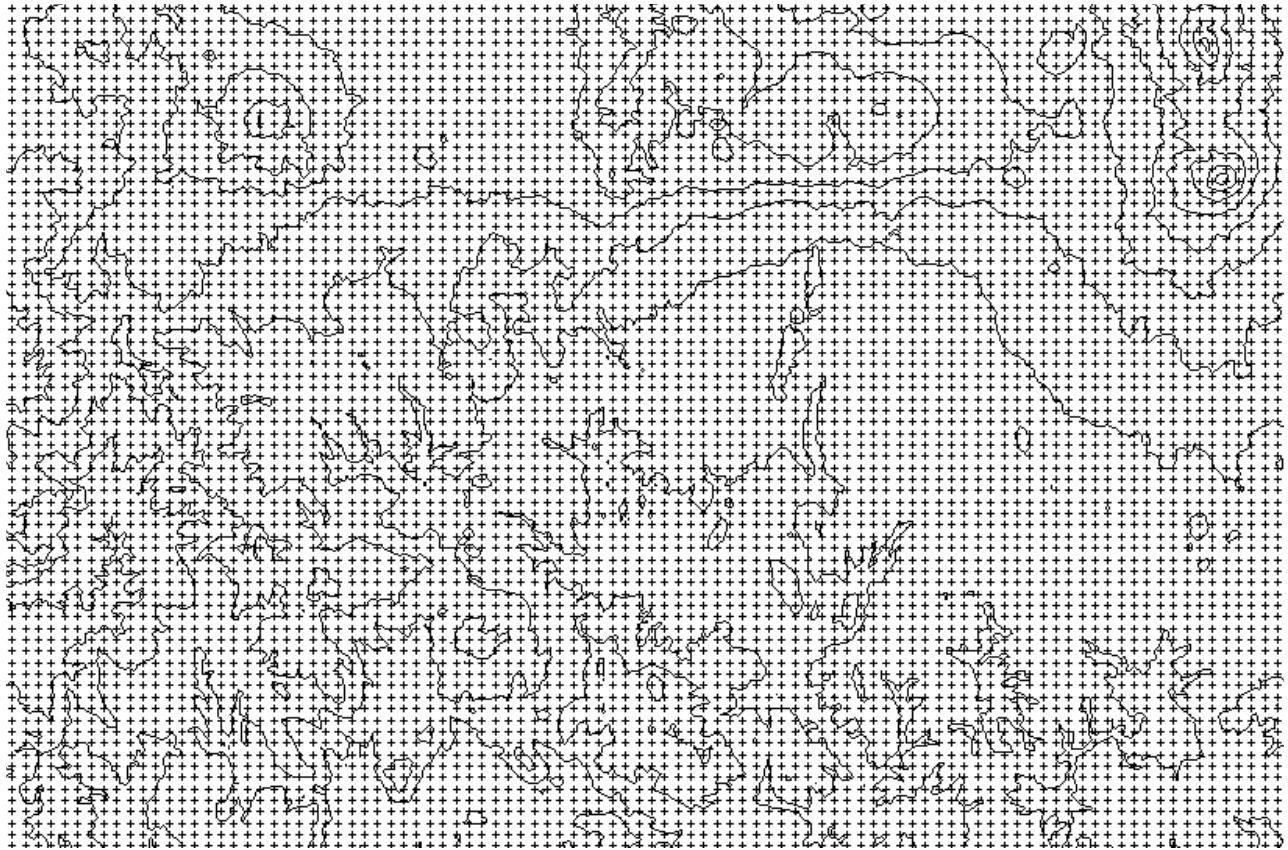
Se ajustaron los modelos: exponencial, gaussiano, potencial, cuadrático, esférico y el cúbico, a los datos de precipitación media anual, con el fin de determinar el mejor ajuste para cada modelo, realizando su análisis de anisotropía correspondiente.



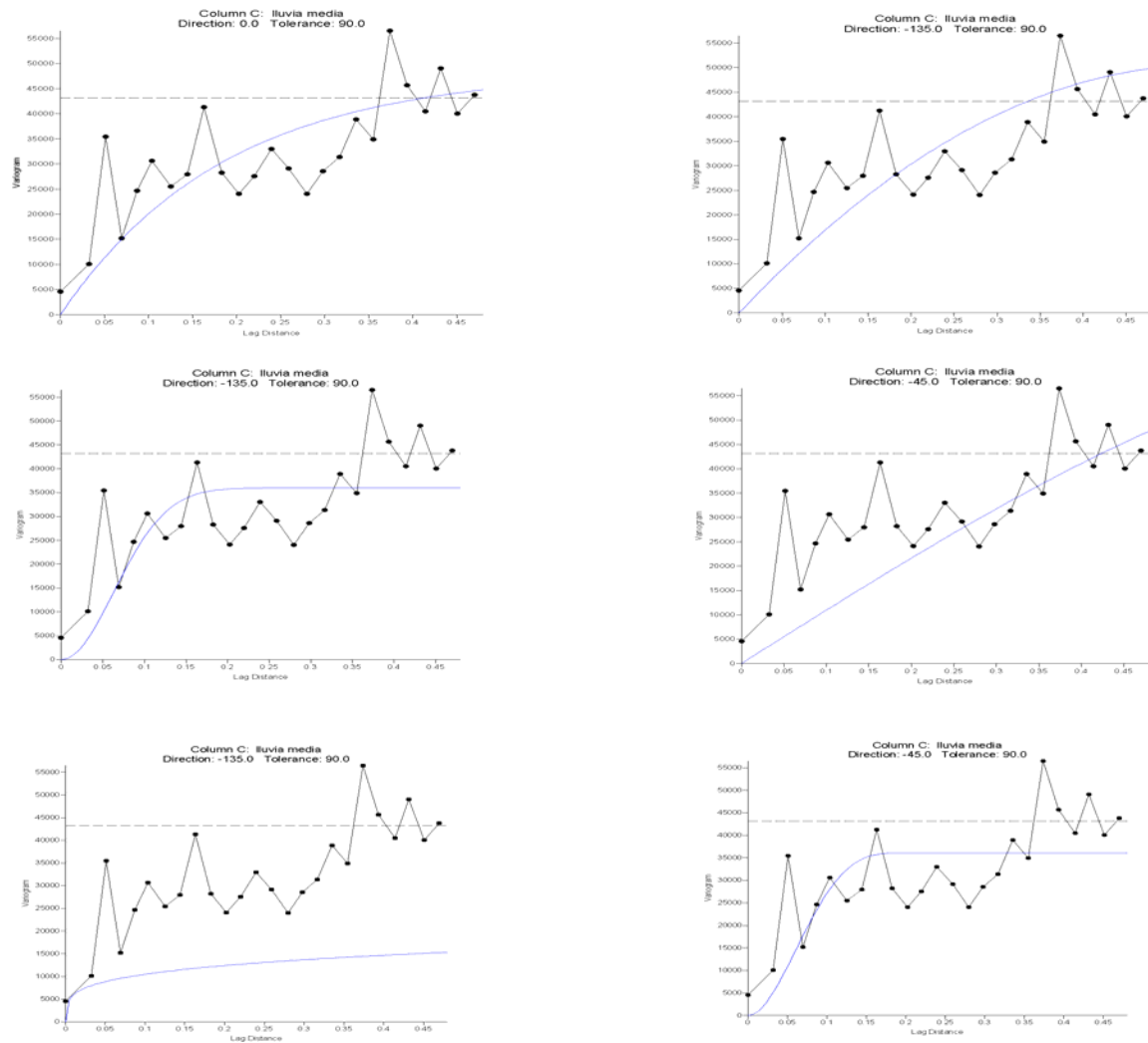
**Figura 5(d).** Modelos ajustados a el variograma experimental de la precipitación

### 5.7.2 Ajuste de los modelos teóricos al variograma de topografía

Se ajustaron los modelos: exponencial, gaussiano, potencial, cuadrático, esférico y el cúbico, a los datos de topografía de toda la cuenca de estudio, la malla analizada por el variogramas fue de 200X200, es decir; aproximadamente 40,000 puntos muestrales de la red topográfica, lo que implica que por cada kilómetro cuadrado existen aproximadamente 5 puntos que lo representan, en el análisis del variograma se generaron aproximadamente un millón y medio de pares y de igual forma que en la precipitación se realizó su análisis de anisotropía para todos los modelos, y se eligió el de mejor ajuste al variograma experimental.



**Figura 5(e).** Malla topográfica introducida en el análisis del ajuste de los modelos teóricos

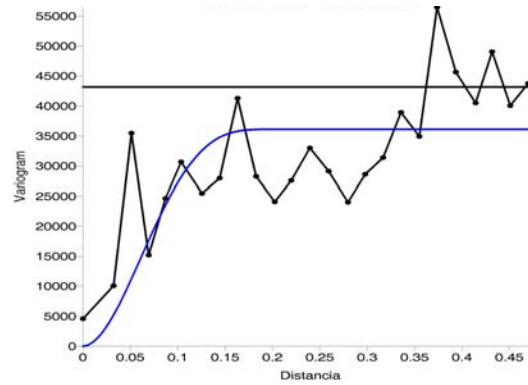


**Figura 5(f).** Modelos ajustados a el variograma experimental de la topografía

Se analizaron los datos de precipitación, para los cuales se ajustaron los seis modelos, además para cada modelo se revisó la anisotropía de los datos. Para la precipitación, el modelo cúbico presentó el mejor ajuste, es decir; es el modelo que mejor describe los devios de la precipitación. En donde, el factor de escala es  $C = 36,100$ , el de rango es de  $0.332$ , y una anisotropía de radio  $2$  y un ángulo  $89.64^\circ$ , Figura 5(g).

Ecuación del modelo cúbico: 
$$\gamma(h) = C(7h^2 - 8.75h^3 + 3.5h^5 - 0.75h^7) \quad (7)$$

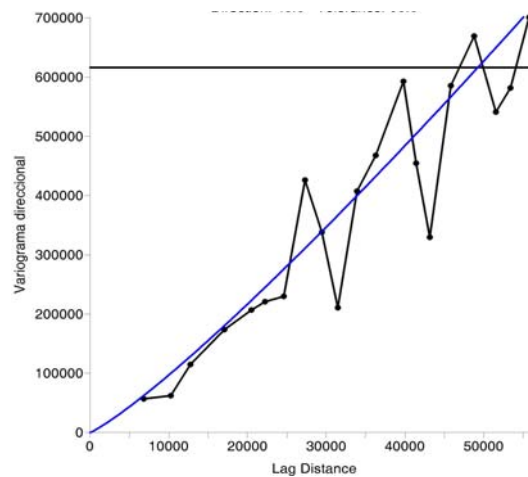




**Figura 5(g).** Variograma cúbico ajustado a los datos de precipitación

De manera análoga se ajusta el modelo a los datos de topografía. Donde, el modelo potencial fue el de mejor ajuste, con un factor de escala es 1.29, un rango 1, una potencia de 1.16 y la anisotropía tiene un radio de 2 y un ángulo  $179^\circ$ , Figura 5(h).

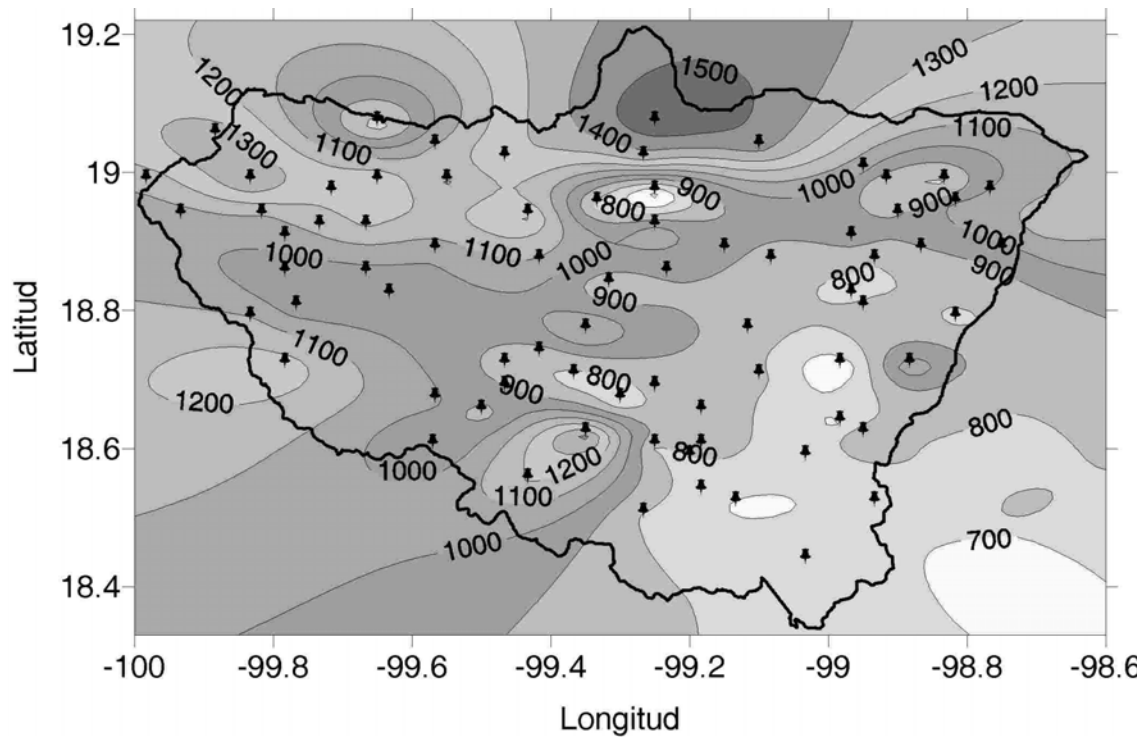
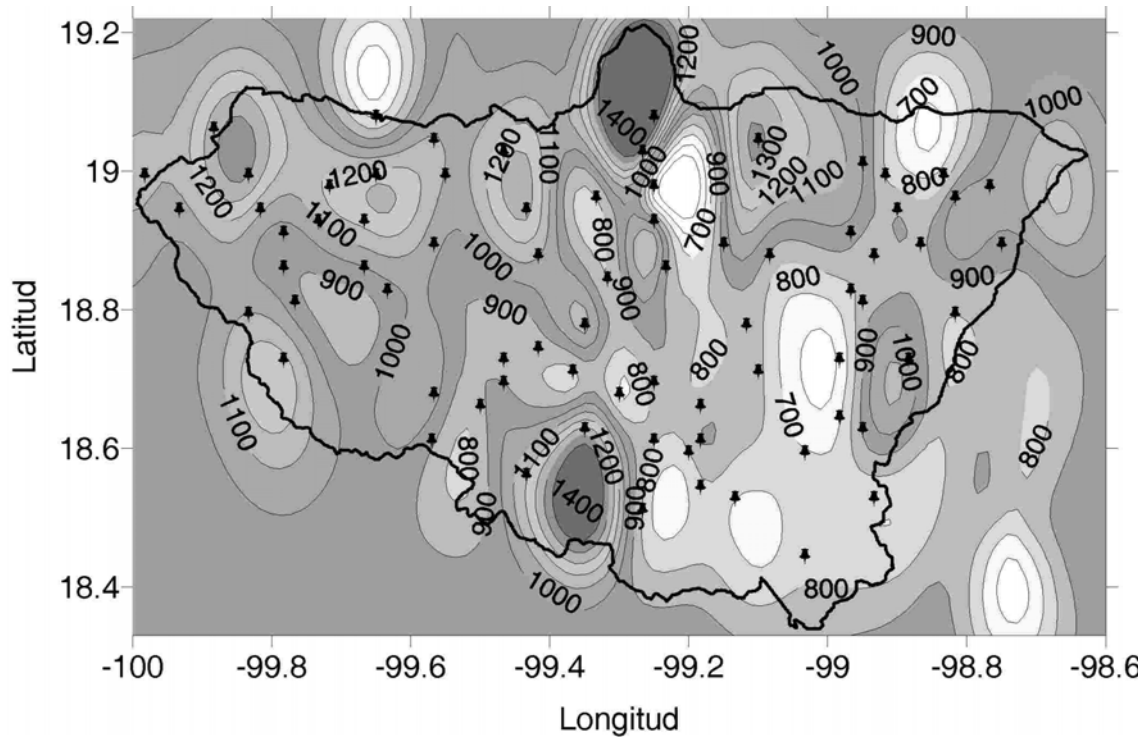
Ecuación del modelo potencial:  $\gamma(h) = C|h^n|$       donde:  $0 < n < 2$       (8)



**Figura 5(h).** Variograma potencial ajustado a los datos de topografía

### 5.8 Aplicación con la interpolación con Kriging

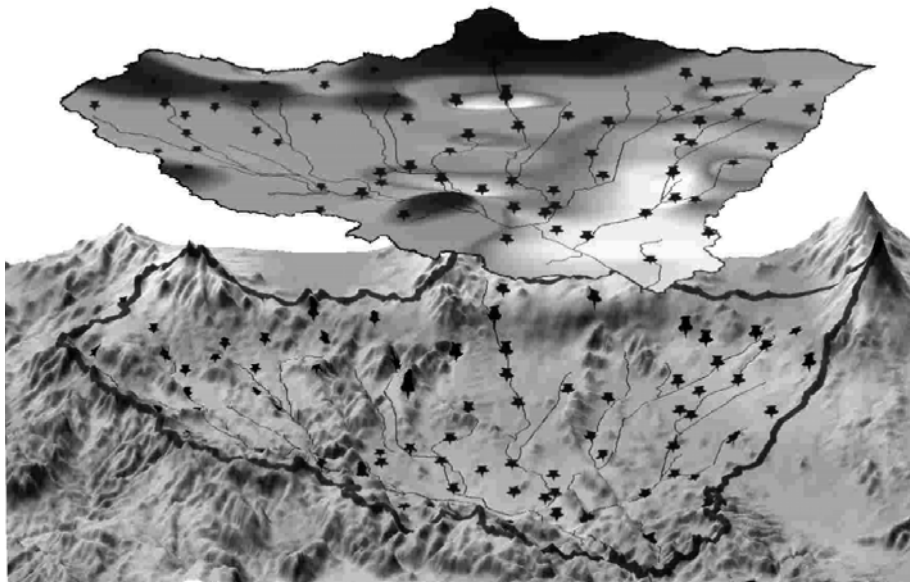
Terminados los ajustes de los modelos, se procede realizar la distribución espacial de la precipitación. Se toman los 84 registros de las estaciones climatológicas y se realizó la interpolación utilizando el modelo cúbico, dando como resultado; un plano de isoyetas tradicional, Figura 5(i) .



**Figura 5(i).** Isoyetas tradicionales y de relieve, en mm.

Como se puede ver en la Figura 5(i), no existe una tendencia en las isoyetas tradicionales para la cual se puedan identificar las dos regiones mencionadas; lo que representa una desventaja al utilizar isoyetas tradicionales. Análogamente, se realiza la distribución espacial de la precipitación, utilizando el variograma obtenido del modelo topográfico; en la Figura 5(i) se aprecia una tendencia de las isoyetas de relieve sobre la isoyeta 1,000 mm, la cual sigue la frontera de la zona montañosa; lo cual representa una gran ventaja si se considera que el principal factor generador de lluvia es el relieve. A manera de comparación se obtuvo la precipitación media de la región con los métodos tradicionales, de esta forma se obtiene que: el promedio aritmético es de 965 mm, utilizando polígonos de Thiessen de 975 mm, con isoyetas tradicionales 980.6 mm y con las isoyetas con relieve se obtuvieron 994.6 mm. La diferencia de 14 mm entre los métodos de isoyetas, se considera importante, ya que esta diferencia representa un volumen anual de  $109 \text{ hm}^3$  adicionales; cuando se calcula con isoyetas con relieve.

En la Figura 5(j), se presenta el mapa tridimensional de las Isoyetas de relieve y el relieve. Se puede apreciar que el comportamiento entre estas dos variables tiene una tendencia similar y se puede utilizar como una metodología alternativa para visualizar puntos singulares en los registros de precipitación.



**Figura 5(j).** Representación tridimensional de las Isoyetas de relieve y el relieve.

## 5.9 Conclusiones

Haciendo un análisis de la Figura 5(i), podemos decir que la interpolación obtenida es la que mejor comportamiento espacial tiene, ya que las isoyetas de relieve son un reflejo de la distribución espacial de la topografía, es decir; la ecuación del variograma direccional de topografía afecta la distribución de la precipitación, haciendo que con este comportamiento la correlación entre estas dos variables (lluvia-relieve) aumente. Además; refuerza la hipótesis de que la topografía es el principal generador de precipitación de una cuenca. La calibración, validación y análisis de sensibilidad de este procedimiento hidro-geoestadístico, se llevará a cabo en cuencas aforadas, en donde el control hidrométrico permite validar los resultados. Finalmente se espera que este esquema pueda aplicarse para estimar la precipitación en sitios sin registros, considerando las características fisiográficas y topográficas de la región.

La importancia de la distribución espacial de la lluvia en sectores como la agricultura, forestal, urbano y los problemas ocasionados por la falta de una red adecuada de estaciones climatológicas, hacen que la aplicación de este tipo de metodologías se indispensable para cualquier análisis de estimación de valores medios sobre cualquier área de estudio.

Tradicionalmente los métodos utilizados para la interpolación de la lluvia, utilizan promedios y pesos. Todos estos métodos no toman en cuenta la principal variable que predispone la magnitud y distribución de la lluvia. Esta variable es la topografía, es de esperarse que en zonas con rugosidad significativa tengan precipitaciones de gran magnitud, por el contrario, los valles no presentan ningún mecanismo generador de precipitación, es por esto, que la aplicación de metodologías que mejoren los métodos tradicionales, servirán como apoyo en la mejora de la estimación, administración y preservación este recurso.

## 6. ANÁLISIS MULTIVARIADO DE DATOS

Según Hair *et al.* (1999), el análisis multivariado se define como, cualquier análisis de dos o mas variables que midan, expliquen y pronostiquen el comportamiento de las relaciones existente entre ellas. En muchas ocasiones las técnicas multivariantes son un medio de representar en un análisis simple aquello que requirió varios análisis utilizando técnicas univariantes.

Estos métodos permiten que los grandes conjuntos de datos, a los cuales se les a aplicado un análisis univariado y no presentan grado de correlación entre dos o mas variables, tengan un significado al aplicar alguna técnica multivariada, todo esto desde un punto de vista global, es decir; analizando todas las variables en su conjunto y descritas en una forma gráfica o tabular. La importancia y la utilidad de los métodos multivariados aumentan al incrementarse el número de variables que se están midiendo.

Según Hair *et al.* (1999), algunas de las técnicas multivariadas son:

• <b>Regresión múltiple y correlación múltiple</b>	• <b>Análisis de clusters</b>
• <b>Análisis discriminante múltiple</b>	• <b>Análisis multidimensional</b>
• <b>Análisis de componentes principales y factorial</b>	• <b>Análisis conjunto</b>
• <b>Análisis multivariante de varianza y covarianza</b>	• <b>Análisis de correspondencias</b>
• <b>Correlación canónica</b>	• <b>Modelos de ecuaciones simultaneas</b>

En este trabajo por facilidad de análisis y de interpretación se utilizó el Análisis de Componentes Principales para discriminar variables y regionalizar. También se propusieron los Rostros de Chernoff como un método alternativo de regionalización hidrológica.

### 6.1 Gráfica de datos multivariados (Rostros de Chernoff)

Debido a que en muchas de las ocasiones las gráficas de los datos multivariados representan de mejor manera el comportamiento de agrupación y de que las gráficas son de gran utilidad en la identificación de puntos singulares y de anomalías en la medición y captura de las variables. Por estas razones la idea de usar rostros para representar datos multidimensionales fue introducida por Herman Chernoff en un contrato para la Office of Naval Research durante su estancia en la Stanford University en 1971. El profesor Chernoff consideró datos con un máximo de 18 dimensiones y permite a cada dimensión ser representada por uno de los 18 rasgos faciales.

Con el fin de comparar y validar la bondad de los métodos multivariados gráficos, compararemos el método de Chernoff con la muy conocida prueba de homogeneidad de langbein (Becerra *et al.*, 2006).

### 6.2 Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales (ACP) o de funciones ortogonales empíricas (FOES), como se le conoce en ciencias de la tierra, es una técnica matemática que transforma un conjunto de variables correlacionadas en un nuevo conjunto menor de variables no correlacionadas (ortogonales) conocidas como componentes principales, reduciendo la dimensión del conjunto de datos. Su empleo es apropiado cuando las variables están medidas en las mismas unidades o en unidades comparables, con varianzas cuyas magnitudes son semejantes, (Johnson, 2000). Inicialmente, la técnica fue descrita por (Pearson, 1902; Hotelling 1935)

El análisis de funciones ortogonales no requiere una determinada distribución de probabilidad en los datos, aunque los mejores resultados se pueden obtener con datos normales multivariantes, (Anderson, 1958).

Algunos de los primeros trabajos empleando ACP en la hidrología son: (Zinder, 1962; Wong, 1963; Haan y Read, 1970). Coursey y Deal en 1974, desarrollaron un modelo de predicción del gasto medio anual, basados en 90 corrientes de Estados Unidos, aplicando el método de ACP. (Brown, 1993) hace un resumen de la aplicación de este método en Hidrogeología, (Hull 1984) realizó un ACP para estudiar la geoquímica de un acuífero en California. (Coursey y Deal, 1974) compararon el ACP con la regresión múltiple normal, indicando que en el primero, el resultado de los coeficientes de regresión es más estable cuando es aplicado a una nueva serie de datos, porque son ajustados sobre la base de ser ortogonales estadísticamente significantes. Esto implica que al aplicar la regresión sobre componentes principales en una muestra no incluida en la ecuación desarrollada, se tiene un error típico menor que el obtenido en una regresión múltiple. En los últimos años, las FOES han sido utilizadas en climatología y meteorología, con diferentes modificaciones en las técnicas aplicadas, (Santer *et al*, 1994; Von Storch *et al*, 1995; Cheng, Nitsche y Wallace, 1995; North y Kim, 1995; Jolliffe, 1995; Von Storch y Zweirs, 1999).

### 6.3 Ejemplo de aplicación de los métodos multivariados y graficos

En este capítulo se presentan tres métodos de regionalización hidrológica para la cuenca del Río Verde en Sinaloa, con la finalidad de establecer los criterios de estimación de regiones homogéneas, basados en los parámetros del análisis de frecuencias y la aplicación de estadística multivariada de datos, contrastando ésta, con la prueba de homogeneidad Langbein. Los métodos multivariados empleados son Análisis de Componentes principales (ACP) y rostros de Chernoff.

En la obtención de parámetros o variables se propusieron calcular los primeros cuatro momentos estadísticos de las 10 estaciones seleccionadas. Además se realizó un análisis de frecuencias para cada estación y de estos análisis estadísticos se desprende que la Distribución Gumbel es la que mejor ajusta a las 10 series, asimismo se calcularon los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , de la función y obtuvieron los gastos para los Tr. de 2.33 y 10 años. En la tabla 1, se muestran las nueve variables obtenidas de las series de gastos.

**Tabla 1.** Límites de confianza para la prueba de homogeneidad hidrológica regional.

estación	media	desviación	parámetro $\alpha$	parámetro $\beta$	varianza	Kurtosis	asimetría	Q(2.33)	Q(10)
<b>12280</b>	13.75	8.52	9.92	6.64	72.55	2.53	-0.38	18.69	22.67
<b>12378</b>	12.67	5.98	9.98	4.66	35.77	-0.56	-1.75	15.22	16.90
<b>12382</b>	152.01	281.38	25.38	219.39	79174.05	-12.00	3.50	85.84	493.22
<b>12425</b>	50.51	86.78	11.45	67.66	7531.39	-3.88	2.32	29.38	241.60
<b>12656</b>	0.92	0.21	0.83	0.16	0.04	2.06	-0.32	0.99	1.18
<b>12370</b>	116.06	149.58	48.75	116.62	22372.76	-3.15	2.15	60.96	438.45
<b>12476</b>	2.19	0.46	1.98	0.36	0.21	1.52	-0.18	2.31	2.76
<b>12400</b>	174.09	128.27	116.37	100.01	16453.12	1.32	1.05	130.06	381.01
<b>12585</b>	32.19	42.15	13.22	32.87	1776.83	-8.25	2.72	26.41	67.50
<b>12371</b>	60.23	41.64	41.49	32.46	1733.55	-1.52	1.39	62.05	134.16

Con análisis previo de la información hidrométrica se discriminaron las variables aplicando la técnica multivariada de Análisis de componentes principales (ACP), de las nueve únicamente la kurtosis no presenta ninguna significancia para el análisis de regionalización hidrométrica, Figura 6(b), por esta razón en la obtención de las regiones homogéneas, no se considera esta variable y sólo se utilizarán ocho variables en este proceso.

### 6.3.1 Prueba de homogeneidad de Langbein.

La finalidad de la prueba de homogeneidad es la de realizar la comprobación estadística de si los registros dentro de un grupo de estaciones son hidrológicamente homogéneos, es decir; si tales valores difieren entre ellos por cantidades que no pueden esperarse razonablemente. Así, en una región homogénea estas diferencias no son más que aquellas debidas a la ocurrencia, entonces se puede concluir fácilmente que éstas representan diferentes aspectos del mismo evento de tal modo que son agrupables Dalrymple (1960).

En la prueba se requiere un periodo de estudio de 10 años o mayor, para la estimación de avenidas medias en cada estación, que es el máximo intervalo de recurrencia para el cual la mayoría de los registros producirán estimados dependientes Dalrymple (1960).

La prueba consiste en la determinación de los periodos de retorno,  $T$ , correspondientes a los gastos medios estimados, los cuales son iguales a las veces de relación de avenida promedio,  $R_i$ , entre la avenida media,  $R_m$ .

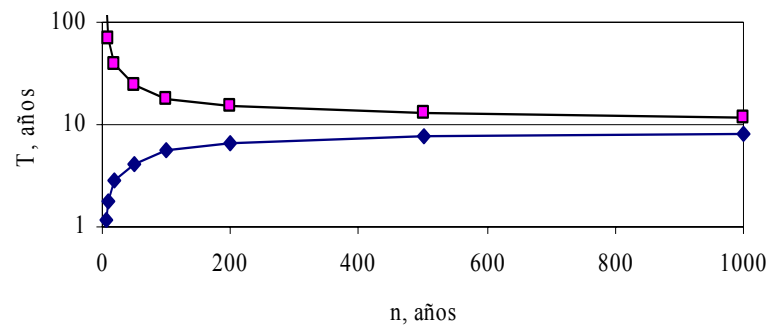
$$R_i = Q_{2.33} / Q_{10}$$

$$R_m = \Sigma R_i / n$$



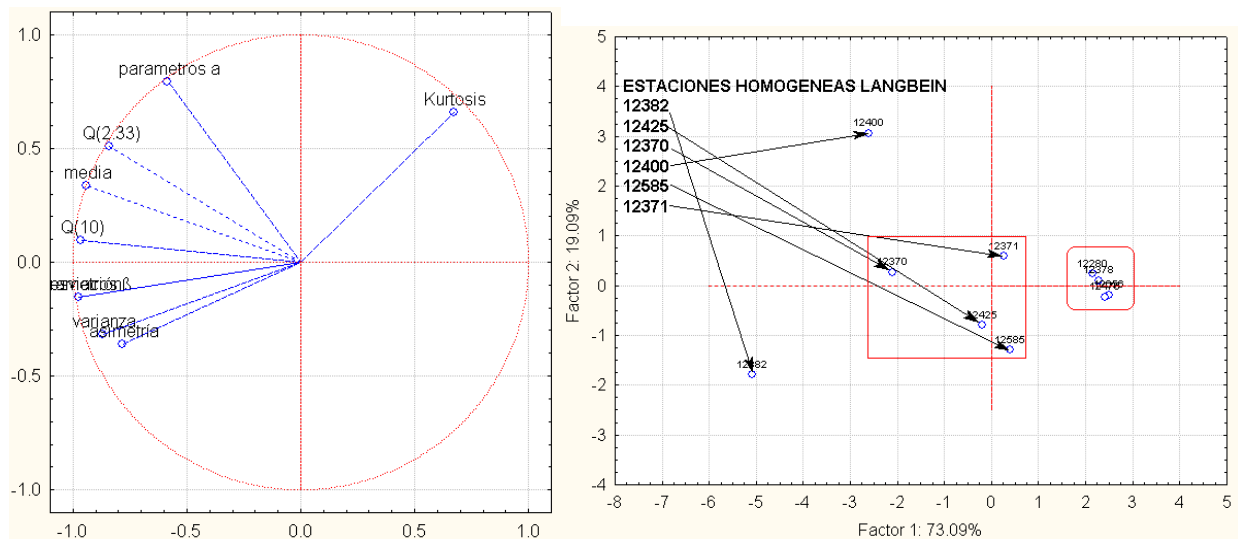
Donde  $Q_{2.33}$  y  $Q_{10}$  son el gasto para el periodo de retorno de 2.33 años y para 10 años, respectivamente.  $R_m$  es la relación media de escurrimientos en la cuenca.

De cada estación se tabulan el par de valores de la longitud del registro de datos,  $n$ , en años y el periodo de retorno calculado  $T$ , posteriormente son graficados en la Curva de los límites de homogeneidad de Langbein, Figura 6(a) y las estaciones homogéneas serán aquellas que queden dentro de los límites de esta curva. El rango permitido de variación entre los registros de las estaciones es de dos desviaciones estándar ( $2\sigma_y$ ).

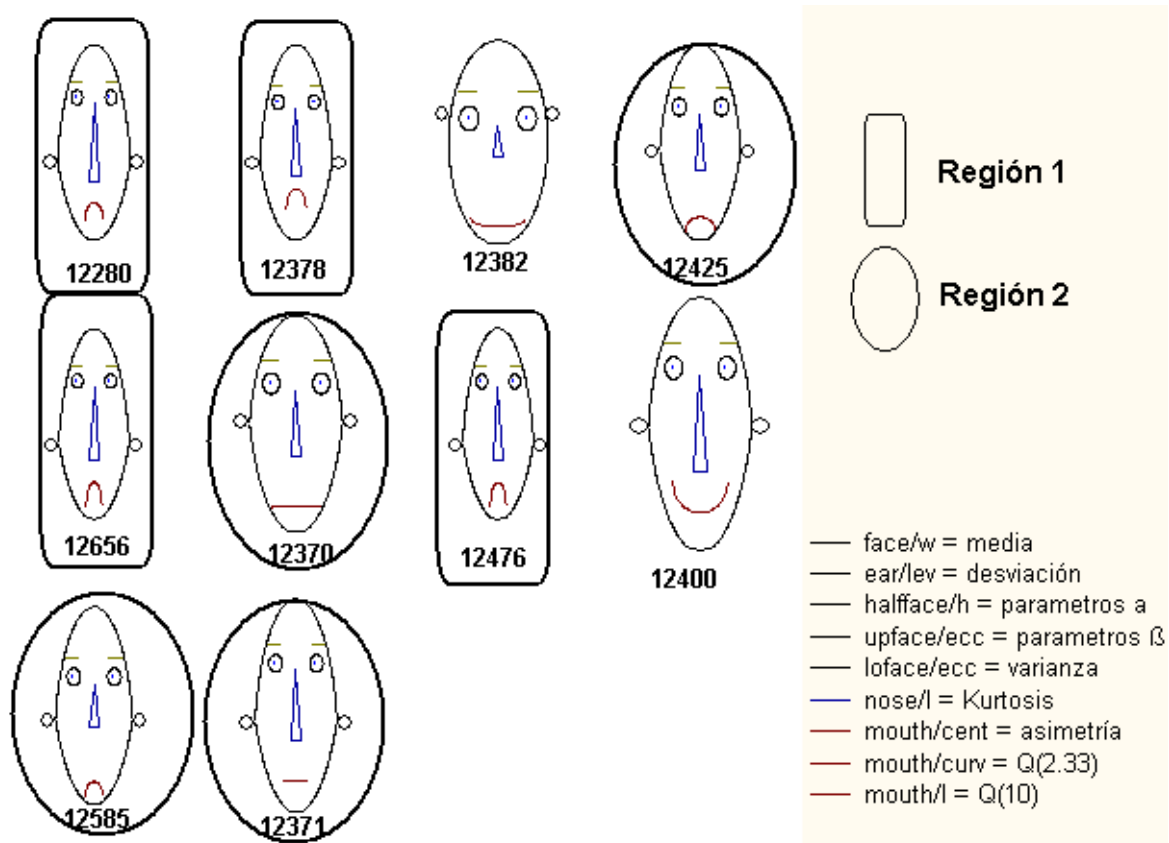


**Figura 6(a).** Curva de los límites de confianza de la prueba de homogeneidad.

#### 6.4 Presentación de resultados



**Figura 6(b).** ACP de las variables y de las estaciones hidrométricas



**Figura 6(c).** Rostros de Chernoff

De los análisis multivariados se desprende que las regiones 1, 2 y 3, presentan una agrupación idéntica, tabla 4.

**Tabla 4.** Estaciones hidrométricas regionalizadas por los métodos multivariados.

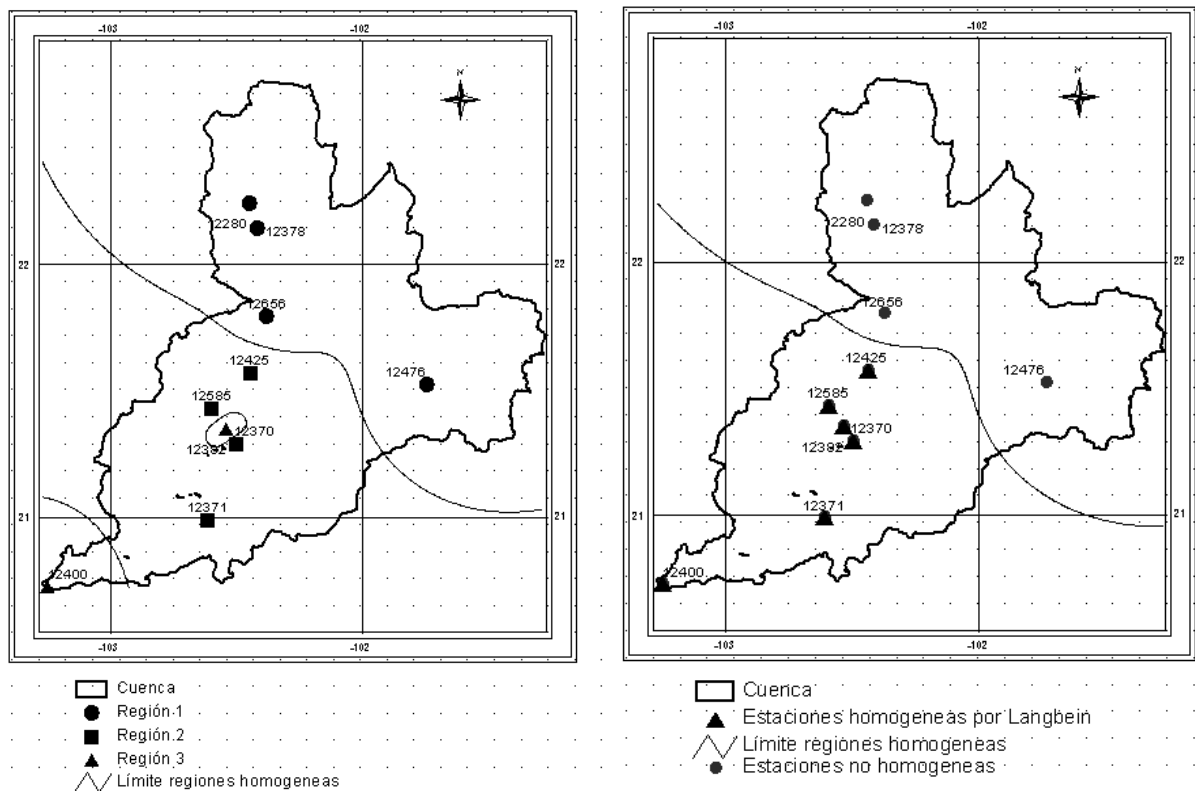
Método	Región 1	Región 2	Región 3
ACP	12280	12425	
	12378	12585	12382
	12476	12370	12400
	12565	12371	
Rostros de Chernoff	12280	12425	
	12378	12585	12382
	12476	12370	12400
	12565	12371	

La prueba de homogeneidad de Langbein realizada genero un grupo de seis estaciones que son hidrológicamente homogéneas, estas estaciones son:

**Tabla 5.** Estaciones hidrométricas regionalizadas por la prueba de Langbein.

Estación	Homogénea	Estación	Homogénea
12280	No	12425	Si
12378	No	12585	Si
12476	No	12370	Si
12565	No	12371	Si
12382	Si	12400	Si

#### 6.4.1 Resultados gráficos de la regionalización de los tres métodos



**Figura 6(d).** Regionalización obtenida con ACP, Rostros de Chernoff y Langbein

## 6.5 Conclusiones

De la revisión de los tres métodos de regionalización se puede apreciar que los métodos multivariados presentan una idéntica distribución de regiones, esto implica que el análisis realizado con los rostros de Chernoff tiene una muy buena interpretación hidrológica, Figura 6(d), ya que claramente se observa que las regiones uno y dos pertenecen a la parte alta y baja de la cuenca respectivamente. Para las dos estaciones que no tienen una agrupación, se considera que son singularidades de la red de muestreo.

De las nueve variables propuestas para la regionalización de las series de gastos, ocho de ellas tienen una significancia buena. Esto implica que los parámetros estadísticos describen adecuadamente el régimen hidrométrico de cada estación hidrométrica.

Del análisis de la prueba de homogeneidad de Langbein, podemos ver claramente que se generan las dos regiones que se muestran en el análisis multivariado, las dos estaciones que se identifican como singularidades para los primeros dos métodos, la prueba de Langbein las considera como homogéneas, esto implica que los parámetros estadísticos reflejan un comportamiento diferente. Este comportamiento indica que no es suficiente considerar la longitud de registro para regionalizar gastos, por que en algunas ocasiones los resultados obtenidos con otras técnicas de agrupación no reflejan el comportamiento mostrado por Langbein.

## **7. ANÁLISIS ESTOCÁSTICO MULTIVARIADO (ECUACIONES REGIONALES)**

Las técnicas de regionalización hidrológica han sido desarrolladas principalmente para estimar escurrimientos puntuales en sitios en donde no existen estaciones hidrométricas o en donde la información hidrométrica es limitada o escasa (Taffa, 1991). De acuerdo con Gutiérrez (2002), uno de los objetivos principales de dividir una región en subregiones hidrológicamente homogéneas es disminuir la incertidumbre la magnitud de los eventos estimados o extrapolados.

En la actualidad los métodos de análisis regional con base en la aplicación de distribuciones de probabilidad y técnicas multivariadas ofrecen muchas ventajas, sobre las técnicas tradicionales (Fiorentino, 1985; Smith, 1989, Raynal, 1985; Escalante, 1991).

Este trabajo propone una metodología para estimar las componentes de distribución-temporal de las series hidrológicas estimadas. La solución de esta problemática es desarrollar, validar y aplicar métodos alternativos de solución, como lo son las técnicas multivariadas. En este caso nos apoyaremos del análisis de componentes principales (ACP), así como las funciones distribución de probabilidad y del análisis estocástico con modelos ARMA(p,q). Todo esto con el objetivo de caracterizar, desagregar, generar registros sintéticos y realizar pronósticos de las variables estimadas.

La metodología propuesta en este trabajo, realiza un análisis discriminante con la finalidad de generar subgrupos que sean hidrométricamente homogéneos aplicando el ACP, caracterizando estadísticamente el gasto, obteniendo con ello las bases que describen el comportamiento estadístico-espacial de las variables empleadas; además se consideran los componentes espaciales de los parámetros de las funciones de distribución ajustadas a las series hidrológicas de la cuenca. Además se realiza un análisis del comportamiento espacial de los parámetros del modelo estocástico propuesto, mediante una serie de gráficos que muestran la tendencia espacial presente para los parámetros del modelo estudiado, todo esto con objetivo de determinar algún grado de correlación con la fisiografía, comprobando esta relación con el ACP y la matriz de correlación múltiple.

## 7.1 Metodología

### 7.1.1 Prueba de homogeneidad hidrométrica

Dentro de la estimación de parámetros regionales, se han realizado algunos trabajos en donde se analiza la homogeneidad hidrológica de una región en base a funciones de distribución de probabilidad (Heinz and Stedinger, 1995; Herr and Krzysztofowicz, 2004). Otros trabajos en donde se utiliza el ACP para garantizar la homogeneidad son: (Rice, 1967; Seyhan, 1982; Rao and Hsieh, 1991; GREHYS<sup>1</sup>, 1996; Gutiérrez A. *et al.* 2002; Bouvier *et al.*, 2003; Gutiérrez A., 2003). Este trabajo propone analizar 10 variables estadísticas de los registros históricos de gastos medios anuales. Como primer paso de análisis se determina el régimen hidrométrico presente en la zona de estudio; se obtiene la función de distribución de probabilidad (fdp) de mejor ajuste para las series históricas de gasto y se calculan:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $Q_{2.33}$ ,  $Q_{10}$ ,  $n$  y los primeros cuatro momentos estadísticos (Tabla 1).

**Tabla 1. Variables propuestas en el análisis de homogeneidad hidrométrica.**

Variable	Unidades	Descripción	Variable	Unidades	Descripción
$\bar{X}$	m <sup>3</sup> /s	Media	$\alpha$	1/( m <sup>3</sup> /s)	Parámetro de la fdp
$\sigma$	m <sup>3</sup> /s	Desviación	$\beta$	m <sup>3</sup> /s	Parámetro de la fdp
asim	Adi.	Asimetría	Q <sub>2.33</sub>	m <sup>3</sup> /s	Q para Tr=2.33 años
k	Adi.	Curtosis	Q <sub>10</sub>	m <sup>3</sup> /s	Q para Tr=10 años
n	Adi.	Número años	EEA	Adi.	Error estándar

### 7.1.2 Parámetros del Análisis de Frecuencias

Del resultado del análisis de frecuencias efectuado en las zonas costeras, se desprende que en la generalidad de los casos la fdp Gumbel se ajusta adecuadamente a la mayoría a las series hidrométricas. Por este motivo se propone utilizar la fdp Gumbel en la estimación de parámetros regionales para formar la matriz en el ACP (Tabla 2).

**Tabla 2. Ecuaciones utilizadas en el cálculo de los parámetros de fdp de Gumbel**

fdp	Método	Parámetros
$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\beta)}}$	Momentos	$\alpha = \frac{1.2825}{S}$
		$\beta = \bar{x} - 0.45 S$
	Máxima Ver.	$\sum_{i=1}^N x_i e^{-\alpha x_i} - \left( \bar{x} - \frac{1}{\alpha} \right) \sum_{i=1}^N e^{-\alpha x_i} = 0$
		$\beta = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{N}{\sum_{i=1}^N e^{-\alpha x_i}}$

### 7.1.3 Análisis de Componentes Principales

Según Hair *et al.* (1999), el análisis multivariado se define como, cualquier análisis de dos o mas variables que midan, expliquen y pronostiquen el comportamiento de las relaciones existente entre ellas. En muchas ocasiones las técnicas multivariantes son un medio de representar en un análisis simple aquello que requirió varios análisis utilizando técnicas univariantes. En el ACP se usa un procedimiento matemático que transforma un conjunto de variables correlacionadas en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas conocidas como componentes principales. La principal

aplicación del ACP es la de generar subregiones de datos de muestreo con la característica de estar fuertemente correlacionadas.

Para este trabajo se realiza un análisis discriminante utilizando ACP para las variables propuestas (Tabla 1) y posteriormente se realiza la selección de los subgrupos hidrométricamente homogéneos. Además se repite el proceso para identificar las variables a utilizar en el análisis de correlación múltiple de cada región hidrométricamente homogénea generada.

#### 7.1.4 Análisis correlación y regresión

(Escalante C.A. y Reyes L., 2002), definen a la correlación como una dependencia lineal entre una variable aleatoria y otra u otras variables. (Topaloglu F., 2000), define a la regresión como una técnica que es usada para desarrollar relaciones entre las características climáticas y morfométricas con el gasto de este tipo,  $Q_T = b_0 + A^{b1}_1 + A^{b2}_2 + \dots + A^{bi}_i$ .

#### 7.1.5 Análisis Estocástico

Algunos trabajos en donde se estiman los parámetros de los modelos estocásticos para caracterizar y desagregar al gasto son: (Cameron D. *et al*, 1999; Gyasi-Agyei Y. 1999; Gutierrez A., 2003; Mohammadi *et al*, 2006; Thyer M., *et al* 2006; Jonsdottir *et al*, 2006). En este trabajo se caracteriza temporalmente las series de gastos medios de las estaciones hidrométricas, utilizando los modelos autoregresivos y autoregresivos de promedios móviles (AR y ARMA).

La modelación estocástica se realizó con el Software MoSeTi (Modelación de Series de Tiempo), los modelos de aplicación del programa, son los modelos AR (1), AR (2), AR (3), ARMA (1,1), ARMA (1,2), ARMA (2,1) y ARMA (2,2), ARMA (3,1), ARMA (1,3), ARMA (2,3) y utiliza el criterio de Akaike para determinar el modelo de mejor ajuste.

La forma general de los modelos ARMA(p,q) es:

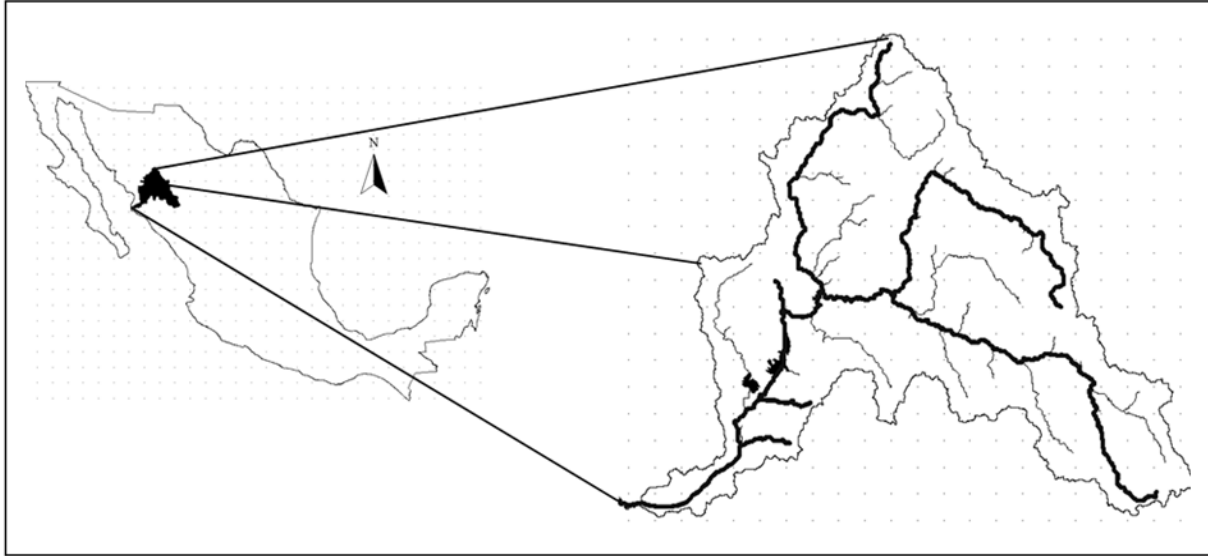
$$Z_t = \underbrace{\sum_{j=1}^p \varphi_j Z_{t-j}}_{\text{AR}} + \varepsilon_t - \underbrace{\sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}}_{\text{MA}} \quad (1)$$



$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + \dots + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

## 7.2 Descripción del Río Fuerte

El río Fuerte tiene su origen en el río San Miguel o Verde, el cual recibe por su margen derecha, primero las aguas del río Urique y después las del río Chínipas, en las cercanías del punto donde coinciden los límites de los estados de Chihuahua, Sinaloa y Sonora, Figura 7(a).



**Figura 7(a).** Ubicación de la zona de estudio.

## 7.3 Datos estadísticos y aplicación de la metodología

Se eligieron siete estaciones hidrométricas sin régimen controlado, analizando las series se determinó que existen dos periodos de análisis probable, 1959-1982 y 1968-1982 (Tabla 3). Con el fin de hacer un ejercicio rápido para elegir el periodo común que aporta la mayor cantidad de información sobre el régimen de gastos, se realizó la comparación sobre el porcentaje que cambian los dos primeros momentos estadísticos sobre las series completas de las estaciones Huites, Bamicori,

Palo Dulce, Choix y La Tina, obteniendo diferencia máximas en la media de 8 % y del 14 % en las desviaciones estándar. Para fines prácticos de análisis se decidió que el periodo de 1959-1982, aporta una buena cantidad y calidad de información sobre el régimen hidrométrico.

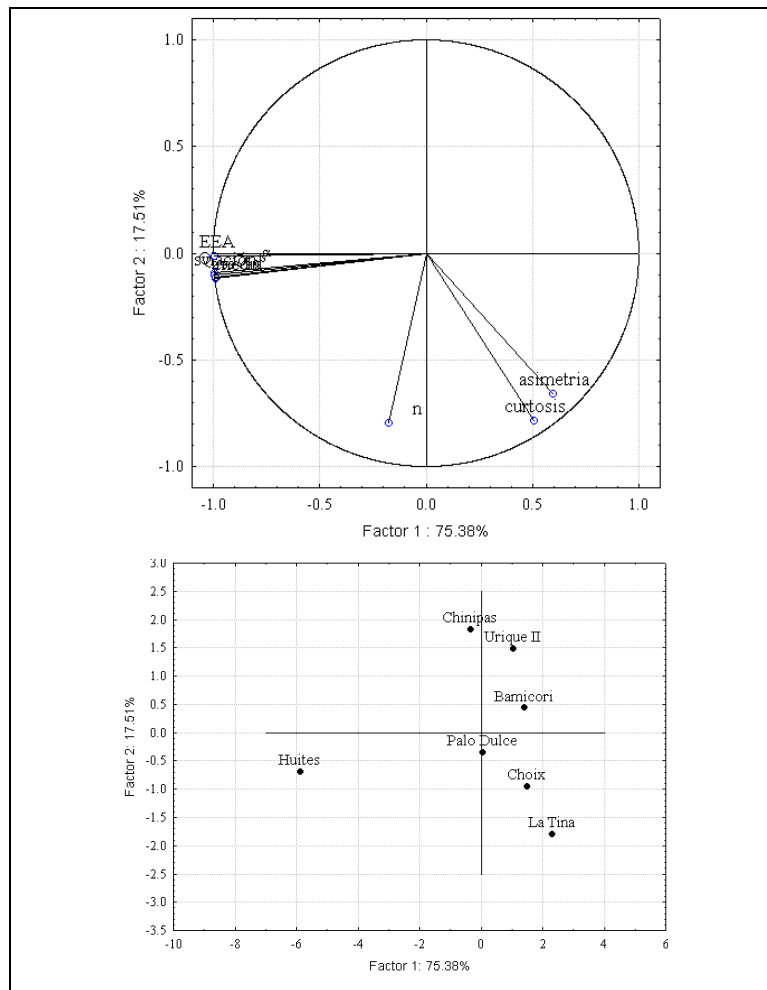
**Tabla 3. Series de gastos de las estaciones hidrométricas de la cuenca del río Fuerte.**

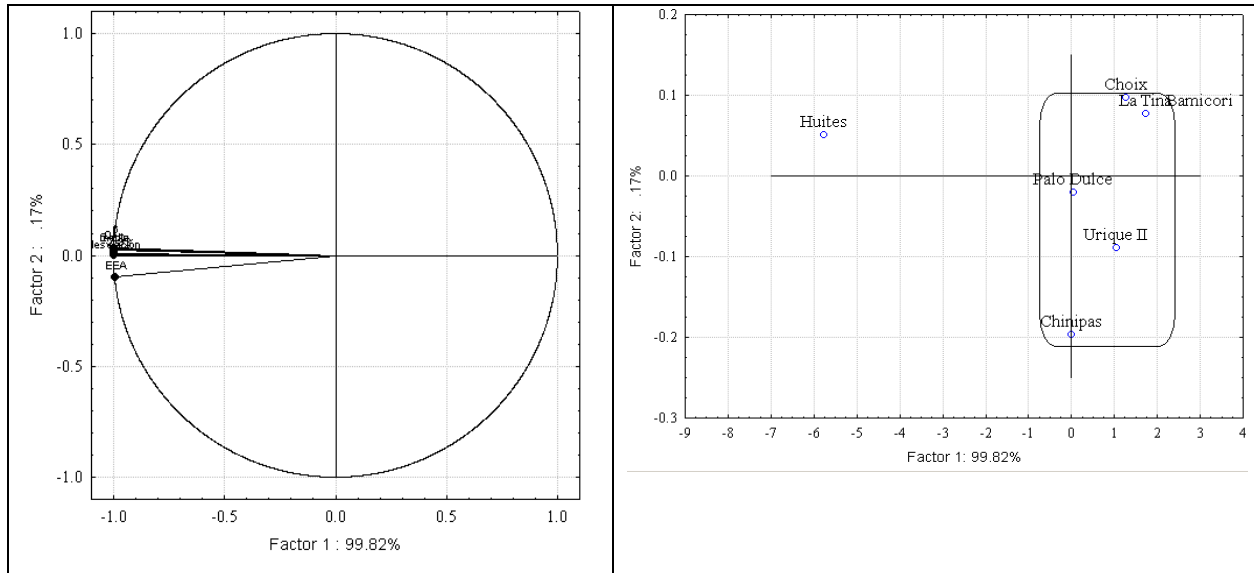
Año	HUITES	BAMICORI	CHINIPAS	PALO DULCE	CHOIX	LA TINA	URIQUE II	
1959	112.88	0.36		34.54	11.252			
1960	177.57	0.32		49.82	11.458	0.43		
1961	139.97	0.49			10.421	0.13		
1962	84.97	0.18		20.23	6.722	0.18		
1963	133.82	0.58		20.61	13.654	0.17		
1964	105.18	0.21		21.43	9.713	0.18		
1965	89.62	0.38	18.99	23.06	7.435	0.02		
1966	190.00	0.32	29.04	42.19	8.502	0.22		
1967	125.85	0.10	26.69	30.01	7.159	0.24		
1968	212.69	0.46	37.03	38.13	11.639	0.77	16.15	
1969	82.42	0.07	18.90	25.34	4.629	0.07	8.08	
1970	103.14	0.68	19.24	20.07	7.351	0.06	8.44	
1971	142.51	0.19	41.30	46.85	10.801	0.31	12.30	
1972	175.41	0.17	35.01	33.03	8.444	0.06	16.12	
1973	193.97	0.31	36.68	30.27	9.083	0.16	18.58	
1974	159.12	0.79	34.55	34.32	7.236	0.64	10.48	
1975	118.41	0.29	17.94	20.44	6.23	0.13	6.98	
1976	121.97	0.71	17.39	23.67	10.656	0.24	6.85	
1977	99.23	0.23	19.53	19.92		0.11	7.05	
1978	158.33	0.11	31.94	32.28	9.295	0.06	9.04	
1979	165.11	0.09	33.30	26.55	6.975	0.00	11.33	
1980	115.06	0.78	21.72	22.42	8.14	0.23	9.02	
1981	209.52	0.75	46.36	44.05	15.876	0.53	16.47	
1982	93.02	0.40		23.16	7.798	0.45	7.24	
<b>Opción 1</b>	<b>media</b>	137.91	0.37	28.57	29.67	9.15	0.23	10.94
	<b>desviación</b>	40.18	0.23	9.25	9.33	2.57	0.20	4.04
<b>Opción 2</b>	<b>media</b>	143.33	0.40	29.35	29.37	8.87	0.25	10.94
	<b>desviación</b>	42.60	0.27	9.87	8.64	2.76	0.24	4.04
<b>Diferencias (%)</b>	<b>media</b>	<b>3.78</b>	<b>6.96</b>	<b>2.67</b>	<b>1.03</b>	<b>3.19</b>	<b>8.00</b>	<b>0.00</b>
	<b>desviación</b>	<b>5.68</b>	<b>14.24</b>	<b>6.23</b>	<b>8.04</b>	<b>6.92</b>	<b>14.75</b>	<b>0.00</b>

Para definir las regiones hidrométricamente homogéneas para la cuenca del río Fuerte se generó la Tabla 3, esta matriz de variables representa el régimen del gasto medio anual para el periodo 1959-1982, con esta matriz se realizó el ACP Figura 7(b). Se realizó la discriminación de las variables propuestas, Figura 7(b), del análisis se desprende que tres de las diez variables no presentan algún grado de correlación con el gasto, estas variables son: Número de años de registro, la asimetría y la curtosis; Con la matriz definitiva de datos (6 estaciones X 7 variables), se seleccionó la regionalización definitiva de las estaciones hidrométricas, Figura 7(c).

**Tabla 4. Variables propuestas en el análisis de homogeneidad hidrométrica**

Estación	media	desviación	asimetría	curtosis	n	$\alpha$	$\beta$	$Q_{2.33}$	$Q_{10}$	EEA
Huites	137.91	40.18	0.41	-0.99	24	31.35	119.82	140.63	200.20	8.475
Bamicori	0.37	0.23	0.56	-0.92	24	0.18	0.27	0.37	0.76	0.056
Chinipas	28.57	9.25	0.29	-1.15	17	7.22	24.40	32.28	41.86	2.694
Choix	9.15	2.57	0.79	0.85	23	2.01	7.99	9.23	12.65	0.514
Palo Dulce	29.67	9.33	0.80	-0.48	23	7.27	25.47	30.19	45.45	2.176
La Tina	0.23	0.20	1.30	1.14	23	0.16	0.14	0.21	0.59	0.051
Urique II	10.94	4.04	0.76	-0.92	15	3.15	9.13	10.57	17.00	1.253

**Figura 7(b).** ACP con 10 variables



**Figura 7(c).** ACP con 7 variables

Como se observa en la Figura 7(c), se definieron 2 regiones homogéneas, una formada por 6 estaciones y otra conformada por una única estación (Huites).

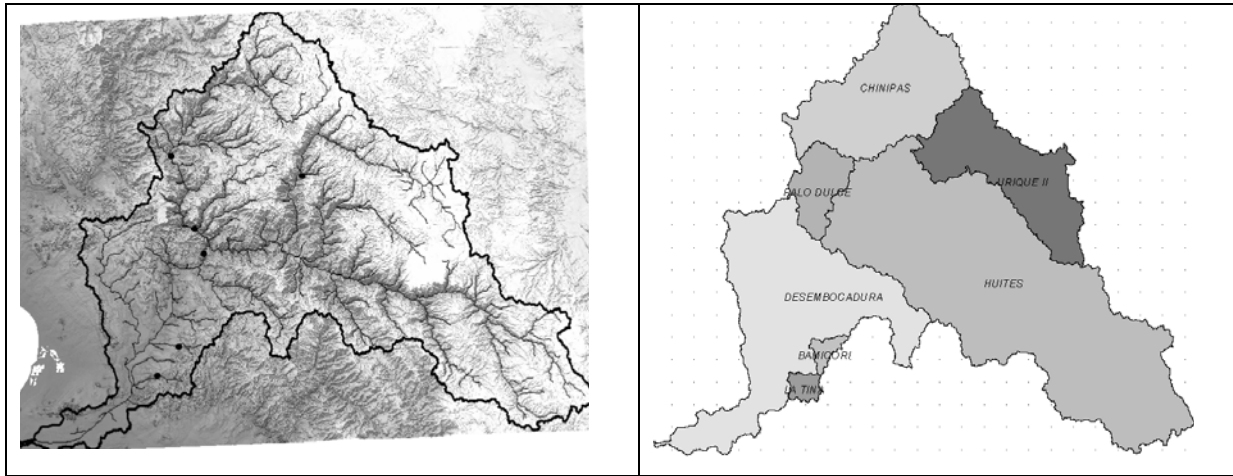
En la Tabla 5 se presenta la matriz de variables propuesta para el ACP, en dicha tabla existen variables de tipo hidrológico, geográfico, fisiográfico, estadístico y estocástico, esto con el fin de definir las relaciones existentes entre ellas.

**Tabla 4. Variables propuestas en el ACP**

Variable	Unidades	Tipo	Descripción	Variable	Unidades	Tipo	Descripción
<b>Qmedio</b>	m <sup>3</sup> /s	Hidrológico	Gasto medio	<b>ELEVCENTR</b>	m	Fisiográfico	Elevación del centroide de la cuenca
<b>Qdesv</b>	m <sup>3</sup> /s	Hidrológico	Desviación estándar	<b>LONGITUD</b>	m	Fisiográfico	Longitud del cauce principal
<b>Área</b>	Km <sup>2</sup>	Fisiográfico	Área geográfica	<b>PARMFORM</b>	Adi.	Fisiográfico	Parámetro de forma de la cuenca
<b><math>\alpha</math></b>	1/(m <sup>3</sup> /s)	Estadístico	Parámetro de la fdp	<b>LAT</b>	Adi.	Geográfico	Latitud geográfica
<b><math>\beta</math></b>	m <sup>3</sup> /s	Estadístico	Parámetro de la fdp	<b>LONG</b>	Adi.	Geográfico	Longitud geográfica
<b>Q<sub>2.33</sub></b>	m <sup>3</sup> /s	Estadístico	Q para Tr=2.33 años	<b>COEFESCR</b>	Adi.	Hidrológico	Coefficiente de escurrimiento
<b>Q<sub>10</sub></b>	m <sup>3</sup> /s	Estadístico	Q para Tr=10 años	<b>TEMP</b>	°C	Hidrológico	Temperatura histórica
<b>PRECHIST</b>	mm	Hidrológico	Precipitación Histórica	<b>Phi_1_max</b>	Adi.	Estocástico	Parámetro del modelo AR
<b>ELEVPUNT</b>	m	Fisiográfico	Elevación de la estación	<b>Phi_2_max</b>	Adi.	Estocástico	Parámetro del modelo AR
<b>PENDCUEN</b>	Adi.	Fisiográfico	Pendiente de la cuenca	<b>Phi_3_max</b>	Adi.	Estocástico	Parámetro del modelo AR

### 7.3.1 Fisiografía

El estudio de las formas y tipo de relieve de las cuencas, forma uno de los aspectos más importantes en cualquier estudio hidrológico. Conocer el comportamiento fisiográfico de una cuenca permite al hidrólogo visualizar la complejidad del fenómeno, pero no es sencillo identificar sus características cualitativas y cuantitativas. Por ello este trabajo establece la correlación existente entre las componentes estadísticas y estocásticas de la hidrología con las de la fisiografía, Figura 7(d).



**Figura 7(d).** Fisiografía y subcuencas del río Fuerte

**Tabla 6.** Variables utilizadas en el ACP

n	variables	Estaciones hidrométricas				
		BAMICORI	CHINIPAS	PALO DULCE	LA TINA	URIQUE II
1	Área	223.00	5097.92	6322.89	275.00	3999.93
2	Qmedio	0.373	28.566	29.668	0.233	10.942
3	Qdesv	0.234	9.252	9.330	0.202	4.037
4	$\alpha$	0.181	7.215	7.273	0.158	3.148
5	$\beta$	0.269	24.402	25.471	0.143	9.126
6	$Q_{2.33}$	0.365	32.280	30.187	0.207	10.569
7	$Q_{10}$	0.762	41.862	45.450	0.585	16.998
8	PRECHIST	733.587	966.483	1044.377	616.665	729.788
9	ELEVPUNT	190.000	422.000	224.000	164.000	749.000
10	PENDCUEN	0.093	0.235	0.255	0.125	0.157
11	ELEVCENTR	446.000	1980.000	384.000	279.000	2276.000
12	LONGITUD	20.200	130.999	183.999	30.300	126.999
13	PARMFORM	0.336	0.065	0.061	0.211	0.084
14	LAT	26.370	27.700	27.600	26.170	27.300
15	LONG	109.400	109.150	109.200	109.520	108.370
16	COEFESCR	0.162	0.211	0.210	0.166	0.215
17	TEMP	23.000	15.000	15.000	23.000	11.000

18	Phi_1_max	-0.178	0.127	-0.076	-0.035	0.451
19	Phi_2_maxr	-0.056	-0.207	-0.120	-0.225	-0.420
20	Phi_3_max	-0.187	-0.049	-0.131	-0.278	0.208

Con la matriz de variables de la Tabla 6 se realizó un análisis espacial de los parámetros estocásticos para comprobar el grado de correlación existente entre la fisiografía y los parámetros estocásticos.

### 7.3.2 Aplicación de correlograma

El correlograma es una prueba estadística que permite identificar si los datos de una serie de tiempo presentan alguna de las siguientes características:

**Estacionalidad:** se presenta cuando los valores de la autocorrelación son cercanos a cero.

**Aleatoriedad:** Cuando los valores de la autocorrelación sobrepasan los límites de confianza positivo y negativo.

**Tendencia:** Si los valores de la autocorrelación caen lentamente a cero

**Estacionariedad:** Cuando se presente un desfase en los dos primeros valores del autocorrelograma.

La ecuación de la función autocorrelograma se representa de la siguiente forma:

$$C_k = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})$$

Donde:

$C_k$  = Autocovarianza de retraso de orden k

K = Es el tiempo de retraso

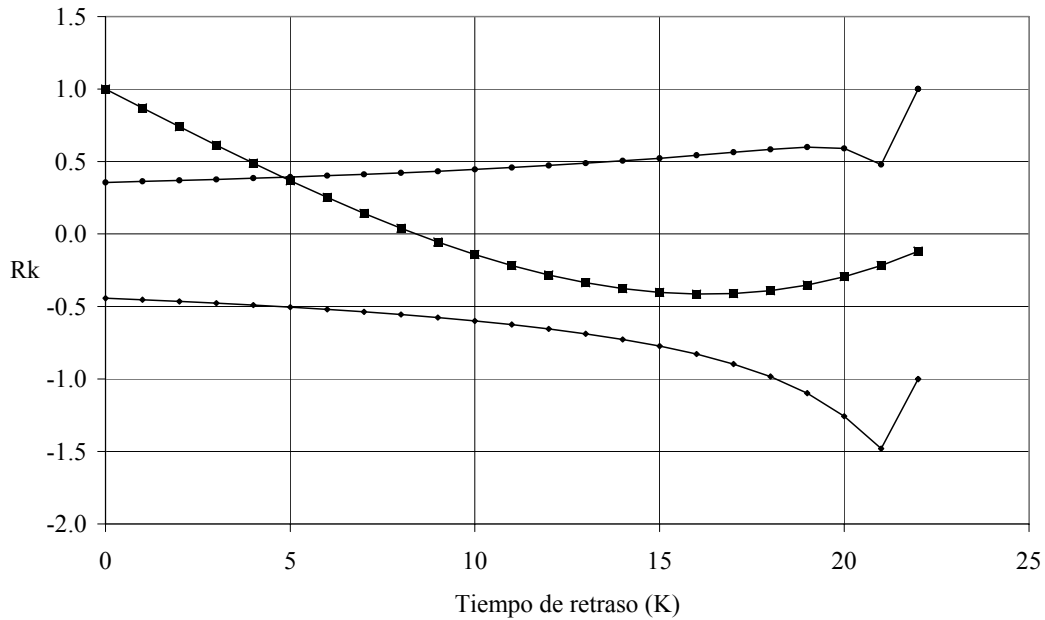
$\bar{x}$  = Media muestral

n = Tamaño de la muestra

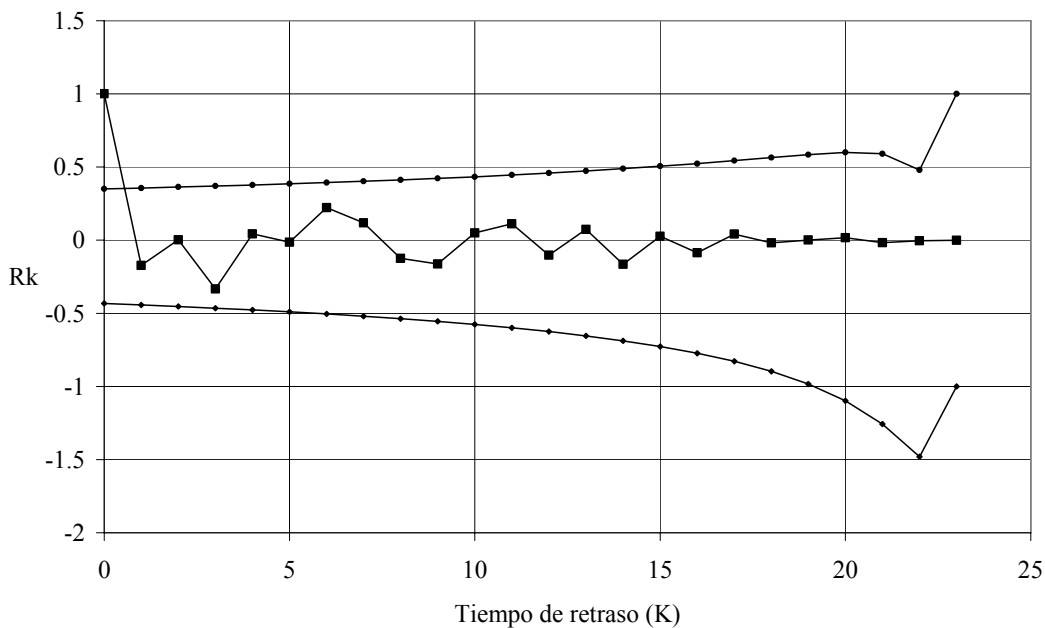
⇒ que  $R_k$  es igual a:

$$R_k = \frac{C_k}{C_0} = \frac{n}{n-k} \frac{\frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}$$

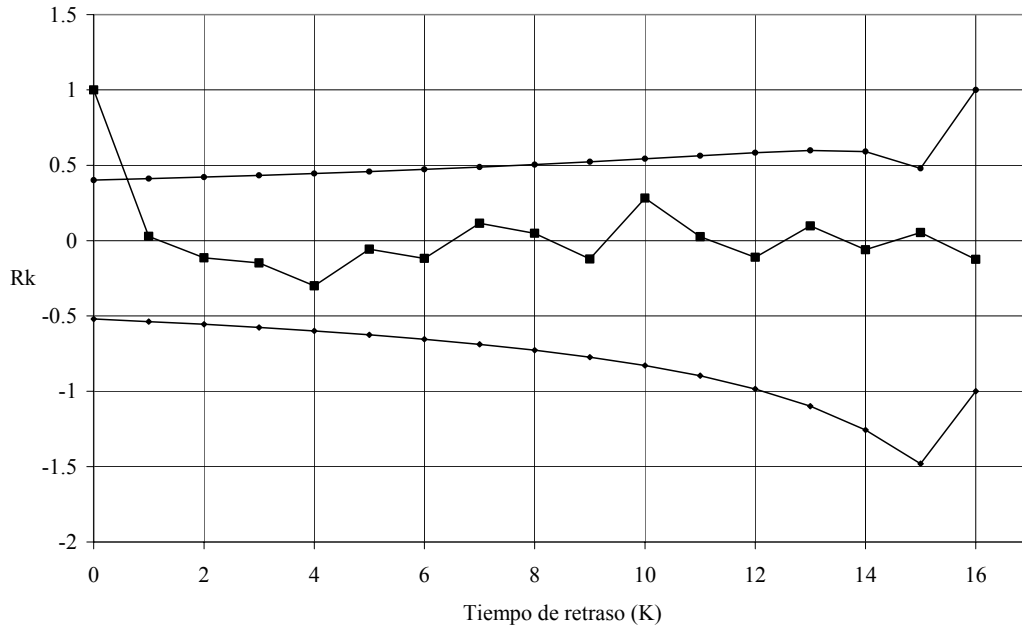
En el análisis realizado a las series de gasto, la transformación utilizada fue por logaritmos, el resultado de este proceso detecto cinco series con una clara estacionalidad. Para el caso de la estación hidrométrica Choix se presenta una tendencia que supone una modificación física de la cuenca o alguna alteración en los gastos naturales.



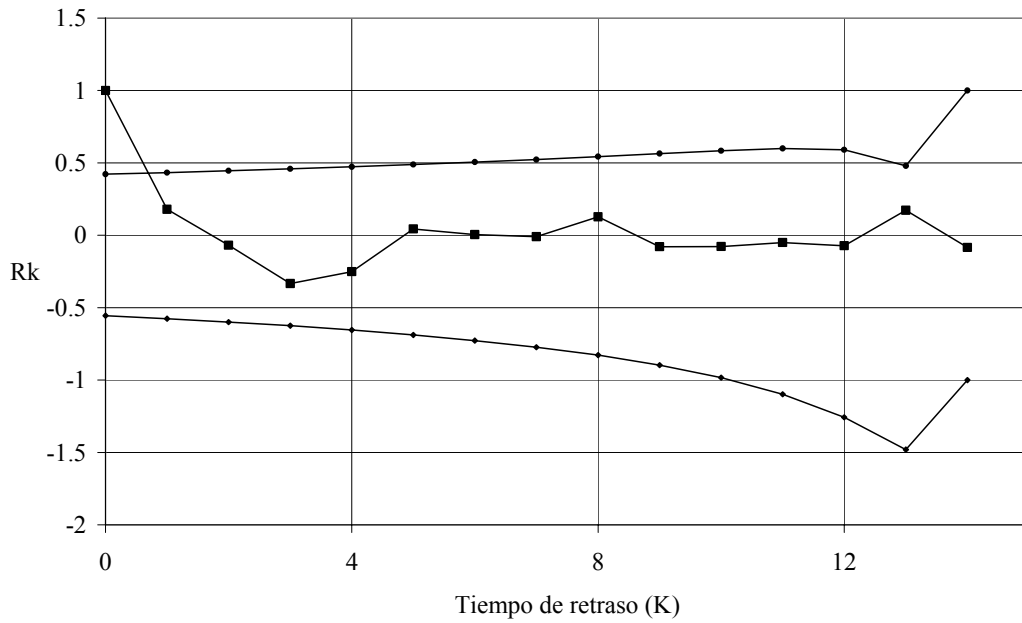
**Figura 7(e).** Correlograma de la estación hidrométrica Choix.



**Figura 7(f).** Correlograma de la estación hidrométrica Bamicori.

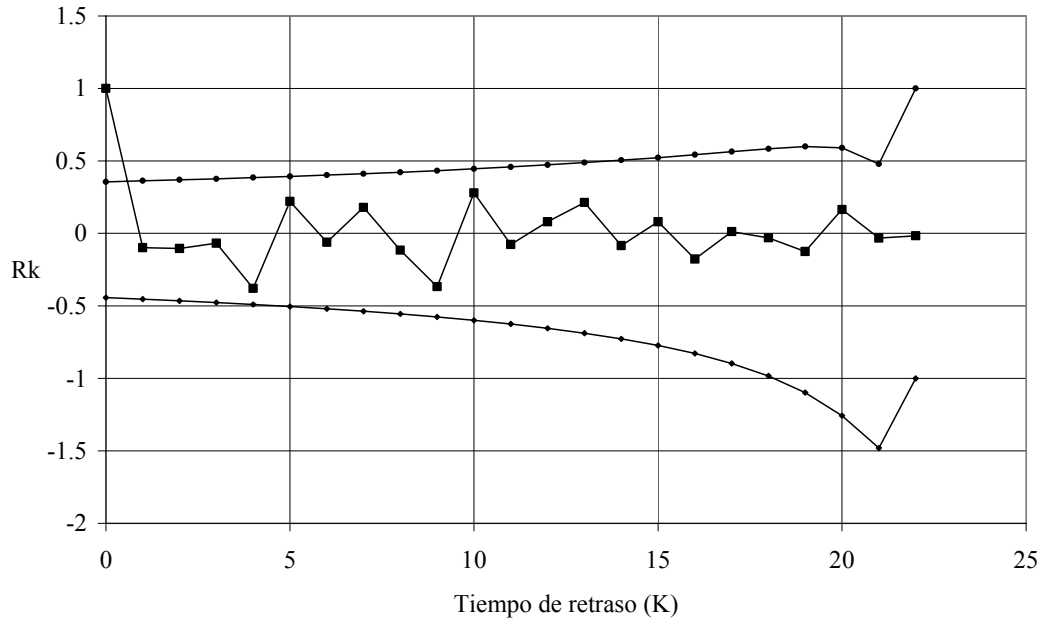


**Figura 7(g).** Correlograma de la estación hidrométrica Chinipas.

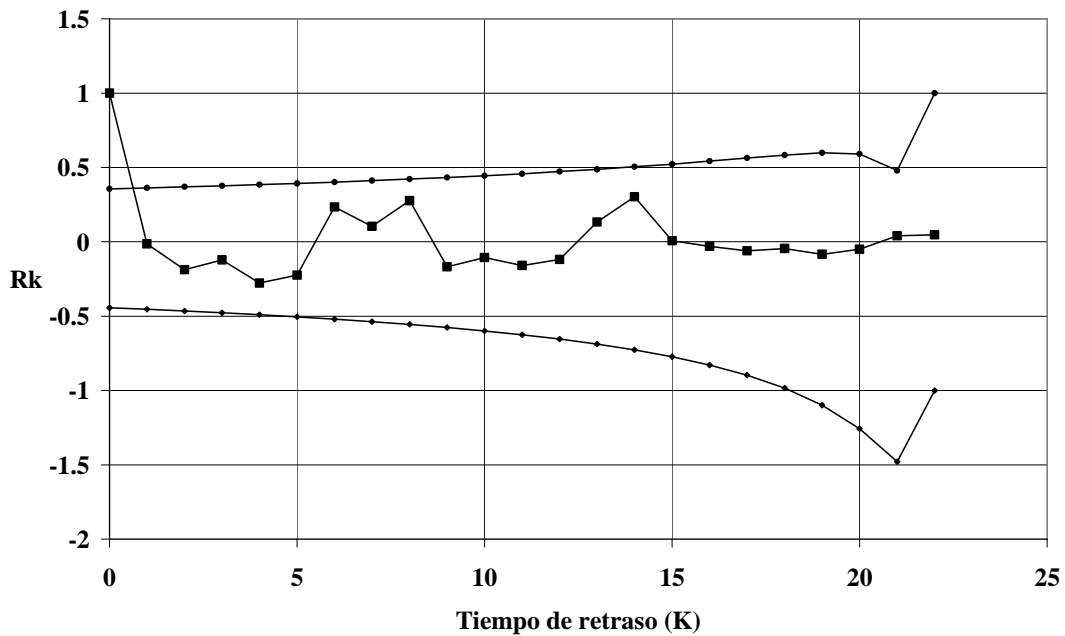


**Figura 7(h).** Correlograma de la estación hidrométrica Urique II.





**Figura 7(i).** Correlograma de la estación hidrométrica Palo Dulce.



**Figura 7(j).** Correlograma de la estación hidrométrica La Tina.

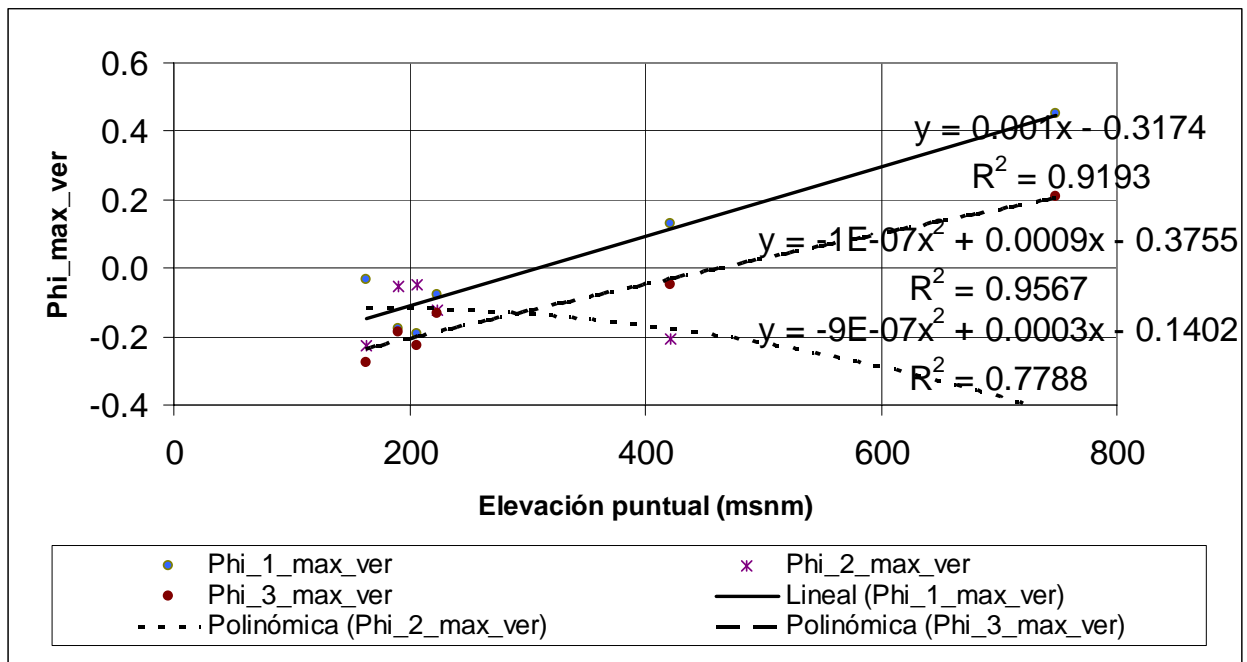
### 7.3.3 Prueba de Akaike

En el análisis estocástico se identificó que el modelo AR(3) con estimación de los parámetros por máxima verosimilitud resultó ser el de mejor ajuste de acuerdo con el criterio de Akaike (Tabla 7).

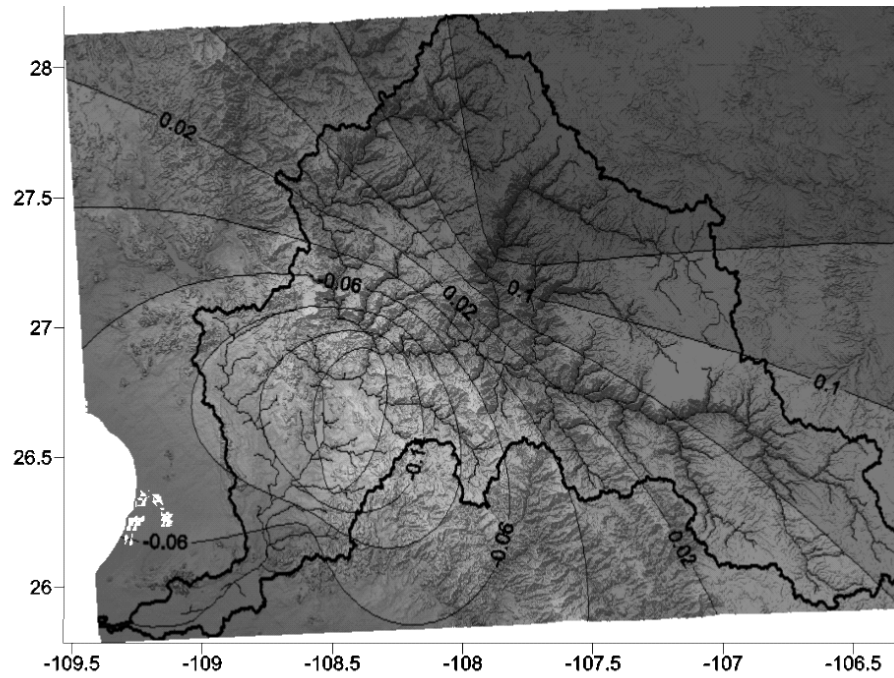
**Tabla 7. Prueba de akaike para los modelos estocásticos seleccionados**

Estación	ARMA (1,1)		ARMA (1,2)		ARMA (1,3)		ARMA (2,1)		ARMA (2,2)	
	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.
<b>Bamicori</b>	-11.1295	-4.3049	-9.1295	-10.1617	-7.1295	-8.1617	-8.1043	-9.1501	-6.1043	-7.1501
<b>Chinipas</b>	-32.6794	-24.6590	-30.6794	-31.7766	-28.6794	-29.7766	-30.0176	-31.5975	-28.0176	-29.5975
<b>Palo Dulce</b>	-50.7521	-42.2746	-48.7521	-49.6958	-46.7521	-47.6958	-48.0224	-48.9282	-46.0224	-46.9282
<b>Urique</b>	-27.0552	-17.8535	-25.0552	-26.3356	-23.0552	-24.3356	-24.0090	-25.8766	-22.0090	-23.8766
<b>La Tina</b>	12.1551	17.2779	14.1551	13.1455	16.1551	15.1455	14.3112	12.9235	16.3112	14.9235

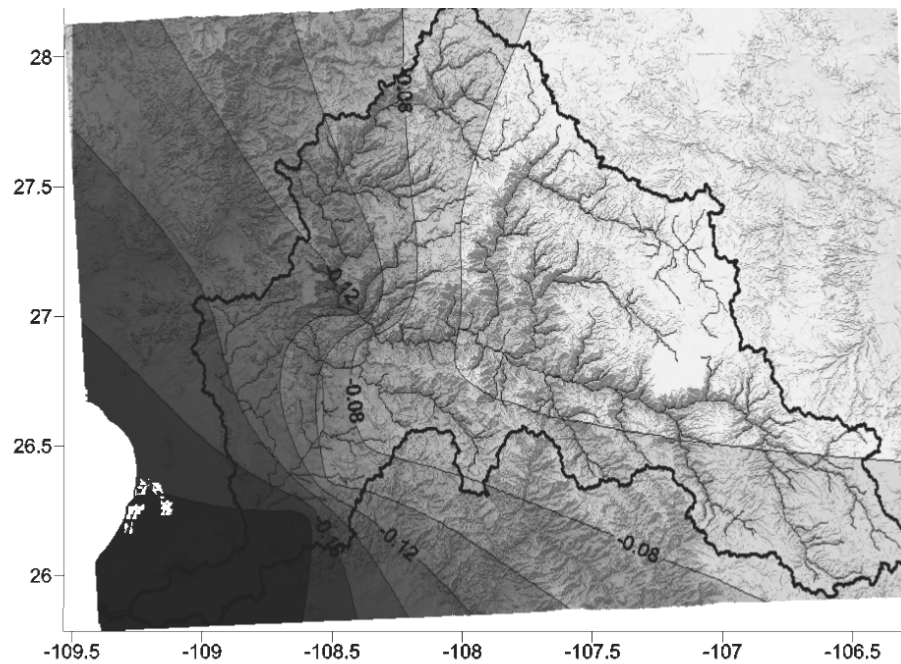
Estación	AR (1)		AR (2)		AR (3)	
	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.	Momen.	Max. Ver.
<b>Bamicori</b>	-4.1043	-5.1501	-8.0797	-8.3049	-4.0797	<b>-12.1617</b>
<b>Chinipas</b>	-26.0176	-27.5975	-26.8598	-28.6590	-22.8598	<b>-33.7766</b>
<b>Palo Dulce</b>	-44.0224	-44.9282	-45.0362	-46.2746	-41.0362	<b>-51.6958</b>
<b>Urique</b>	-20.0090	-21.8766	-22.0725	-21.8535	-18.0725	<b>-28.3356</b>
<b>La Tina</b>	18.3112	16.9235	17.2426	13.2779	21.2426	<b>11.1455</b>



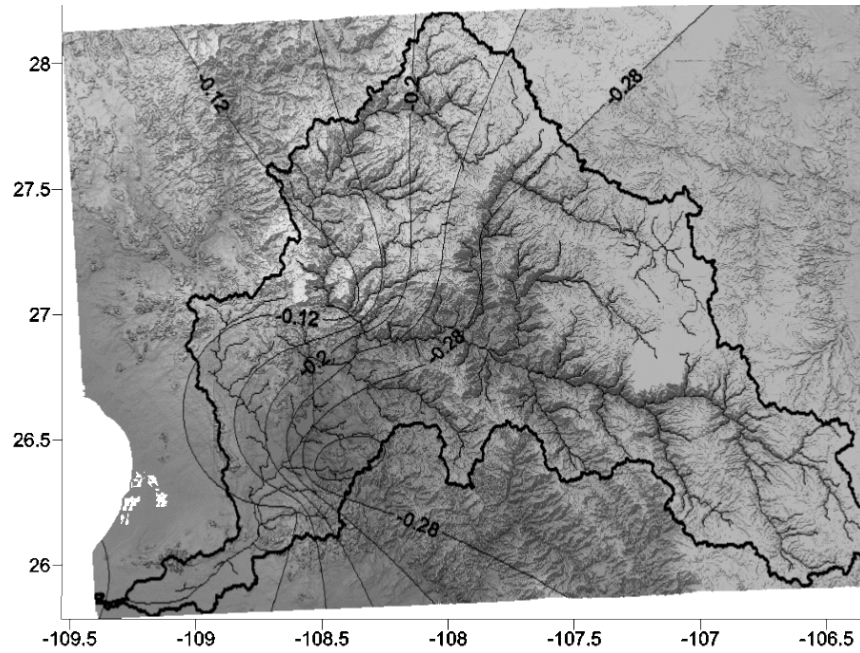
**Figura 7(k).** Correlación existente entre la elevación de la estación y los parámetros del modelo estocástico AR(3)



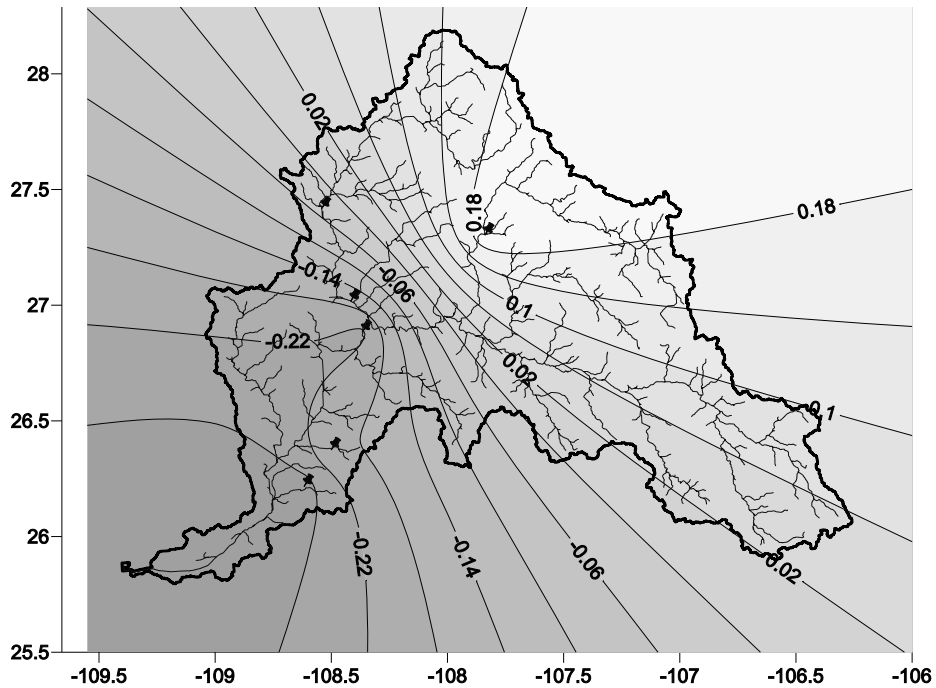
**Figura 7(l).** Tendencia espacial entre la elevación de la estación y el parámetro  $\Phi_{1\_max\_ver}$  del modelo estocástico AR(3).



**Figura 7(m).** Tendencia espacial entre la elevación de la estación y el parámetro  $\Phi_{2\_max\_ver}$  del modelo estocástico AR(3).



**Figura 7(n).** Tendencia espacial entre la elevación de la estación y el parámetro  $\Phi_{3\_max\_ver}$  del modelo estocástico AR(3)



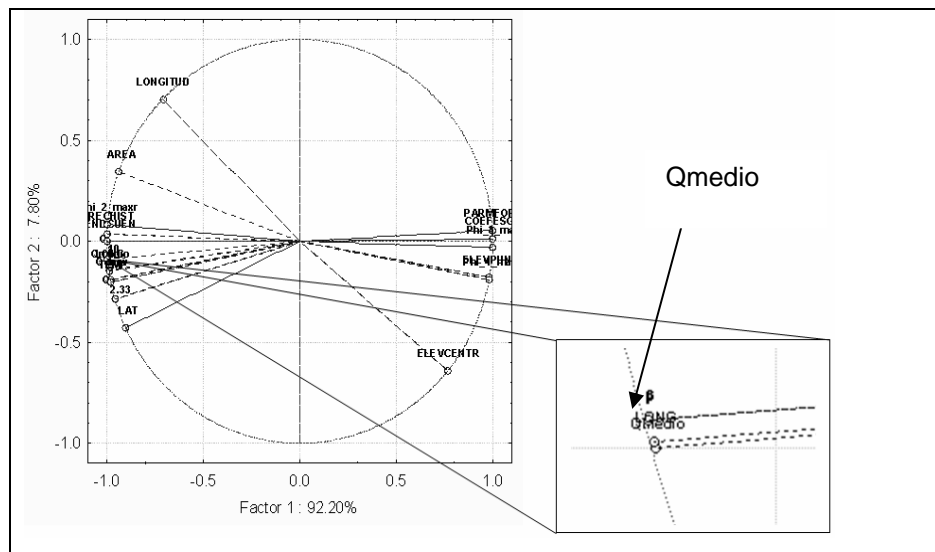
**Figura 7(o).** Tendencia espacial entre la elevación de la estación y la varianza de la serie residual del modelo estocástico AR(3)

Como se aprecia en las Figuras 7(l, m, n,o), existe una fuerte correlación entre la elevación puntual de la estación y la de los parámetros del modelo AR(3), esto se corrobora con el análisis realizado en la Figura 7(k).

Estos análisis son gran utilidad cuando se pretende determinar la componente temporal del gasto en un sitio sin aforar. Todos los análisis anteriores son la base física y estadística que se necesita para determinar los grados de correlación existentes entre la fisiografía y los parámetros estocásticos; además describen el comportamiento espacial de la componente temporal de las series hidrométricas.

#### 7.4 Ecuaciones regionales

Se realizó el ACP para la región homogénea de 6 estaciones, con la finalidad de establecer los grados de correlación entre las variables de la Tabla 5. Se obtuvieron las ecuaciones regionales para las variables: gasto medio, Phi\_1\_max, Phi\_2\_max, Phi\_3\_max y se determinó la tendencia espacial de la varianza.



**Figura 7(p).** Agrupación obtenida en el ACP

Tabla 8. Matriz de correlación múltiple

	AREA	Qmedio	Qdesv	$\alpha$	$\beta$	Q <sub>2.33</sub>	Q <sub>10</sub>	PRECHIST	ELEVPUNT	PENDCUEN	ELEVCENTR	R	LAT	LONG	Phi_1_max	Phi_2_maxr	Phi_3_max
AREA	1.0000	0.8763	0.8565	0.8562	0.8792	0.8005	0.9051	0.9508	-0.9852	0.9377	-0.9407	0.6983	0.8769	-0.9870	0.9635	-0.9487	
Qmedio	0.8763	1.0000	0.9992	0.9992	1.0000	0.9902	0.9980	0.9825	-0.9460	0.9891	-0.6609	0.9568	1.0000	-0.9424	0.9732	-0.9837	
Qdesv	0.8565	0.9992	1.0000	1.0000	0.9990	0.9950	0.9947	0.9743	-0.9324	0.9825	-0.6306	0.9676	0.9992	-0.9284	0.9634	-0.9758	
$\alpha$	0.8562	0.9992	1.0000	1.0000	0.9989	0.9950	0.9946	0.9742	-0.9322	0.9823	-0.6301	0.9677	0.9991	-0.9282	0.9632	-0.9757	
$\beta$	0.8792	1.0000	0.9990	0.9989	1.0000	0.9894	0.9983	0.9836	-0.9479	0.9899	-0.6654	0.9550	1.0000	-0.9444	0.9746	-0.9848	
Q <sub>2.33</sub>	0.8005	0.9902	0.9950	0.9950	0.9894	1.0000	0.9794	0.9469	-0.8915	0.9588	-0.5497	0.9880	0.9900	-0.8866	0.9317	-0.9490	
Q <sub>10</sub>	0.9051	0.9980	0.9947	0.9946	0.9983	0.9794	1.0000	0.9923	-0.9647	0.9964	-0.7072	0.9364	0.9981	-0.9618	0.9859	-0.9931	
PRECHIST	0.9508	0.9825	0.9743	0.9742	0.9836	0.9469	0.9923	1.0000	-0.9898	0.9992	-0.7892	0.8858	0.9827	-0.9883	0.9990	-1.0000	
ELEVPUNT	-0.9852	-0.9460	-0.9324	-0.9322	-0.9479	-0.8915	-0.9647	-0.9898	1.0000	-0.9834	0.8685	-0.8108	-0.9464	0.9999	-0.9952	0.9889	
PENDCUEN	0.9377	0.9891	0.9825	0.9823	0.9899	0.9588	0.9964	0.9992	-0.9834	1.0000	-0.7643	0.9035	0.9893	-0.9814	0.9965	-0.9995	
ELEVCENTR	-0.9407	-0.6609	-0.6306	-0.6301	-0.6654	-0.5497	-0.7072	-0.7892	0.8685	-0.7643	1.0000	-0.4141	-0.6618	0.8738	-0.8156	0.7851	
LONGITUD	0.9093	0.5963	0.5641	0.5636	0.6012	0.4786	0.6461	0.7356	-0.8244	0.7082	-0.9966	0.3372	0.5974	-0.8305	0.7648	-0.7310	
PARMFORM	-0.9195	-0.9951	-0.9905	-0.9904	-0.9957	-0.9717	-0.9994	-0.9960	0.9733	-0.9988	0.7316	-0.9235	-0.9953	0.9708	-0.9911	0.9966	
LAT	0.6983	0.9568	0.9676	0.9677	0.9550	0.9880	0.9364	0.8858	-0.8108	0.9035	-0.4141	1.0000	0.9564	-0.8045	0.8644	-0.8889	
LONG	0.8769	1.0000	0.9992	0.9991	1.0000	0.9900	0.9981	0.9827	-0.9464	0.9893	-0.6618	0.9564	1.0000	-0.9429	0.9735	-0.9839	
COEFESCR	-0.9341	-0.9905	-0.9843	-0.9842	-0.9913	-0.9617	-0.9973	-0.9988	0.9815	-0.9999	0.7576	-0.9078	-0.9907	0.9794	-0.9956	0.9991	
TEMP	0.8498	0.9986	0.9999	0.9999	0.9983	0.9962	0.9933	0.9713	-0.9277	0.9800	-0.6206	0.9707	0.9986	-0.9236	0.9599	-0.9729	
Phi_1_max	-0.9870	-0.9424	-0.9284	-0.9282	-0.9444	-0.8866	-0.9618	-0.9883	0.9999	-0.9814	0.8738	-0.8045	-0.9429	1.0000	-0.9940	0.9872	
Phi_2_maxr	0.9635	0.9732	0.9634	0.9632	0.9746	0.9317	0.9859	0.9990	-0.9952	0.9965	-0.8156	0.8644	0.9735	-0.9940	1.0000	-0.9987	
Phi_3_max	-0.9487	-0.9837	-0.9758	-0.9757	-0.9848	-0.9490	-0.9931	-1.0000	0.9889	-0.9995	0.7851	-0.8889	-0.9839	0.9872	-0.9987	1.0000	

Como se aprecia en la Figura 7(p) y la Tabla 8, las variables que presentan un adecuado grado de correlación con el gasto son: la precipitación histórica (PREHIST), la pendiente media de la cuenca (PENDCUEN) y la Longitud geográfica (LONG).

Identificadas las variables que están fuertemente correlacionadas con el gasto, se procede a la generación de la ecuación regional para el gasto, mediante una regresión múltiple.

#### 7.4.1 Ecuación regional del gasto

$$Q_{\text{calculado}} = 251.813 + 0.030(\text{PRECHIST}) + 131.181(\text{PENDCUEN}) - 2.6125(\text{LONG}) \quad (3)$$

Tabla 9. Matriz de datos y gasto calculado con la ecuación regional

ESTACIÓN	ÁREA (km <sup>2</sup> )	PRECHIST (mm)	PENDCUEN Adi.	LONG (°)	Qmedido (m <sup>3</sup> /s)	Qinferido (m <sup>3</sup> /s)
BAMICORI	223	733.59	0.09330	109.400	0.37	0.27
CHINIPAS	5098	966.48	0.23460	109.150	28.57	26.45
PALO DULCE	6323	1044.38	0.25530	109.200	29.67	31.37
LA TINA	275	616.66	0.12450	109.520	0.23	0.54
URIQUE II	4000	729.79	0.15670	108.370	10.94	11.16

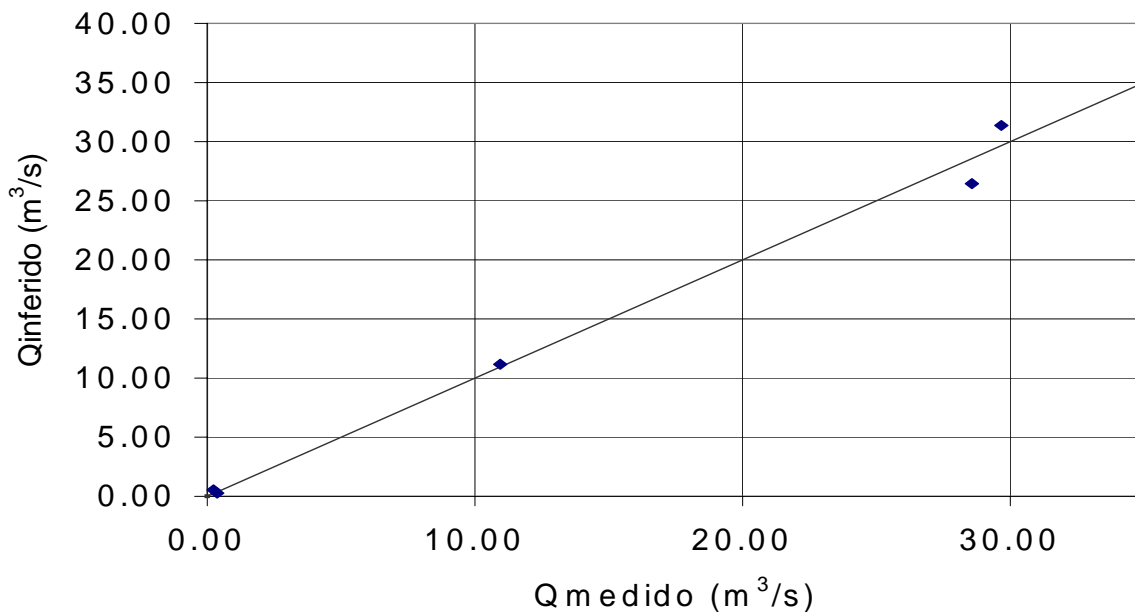


Figura 7(q). Tendencia de la aproximación de la ecuación regional

#### 7.4.2 Ecuación regional para el modelo estocástico.

Los parámetros  $\Phi_1$  y  $\Phi_3$  tienen un EEA de 0.92 y 0.96 con la variable de elevación puntual de la estación, por lo que las ecuaciones de ajuste de la figura 7(k) son las correctas para desagregar esta variable. Para el caso de la ecuación regional de  $\Phi_2$ , el ACP y el análisis de regresión múltiple definen la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 \text{Phi}_1 &= 0.001(\text{ELEV PUNT}) - 0.3174 \\
 \text{Phi}_2 &= -0.78 + 0.0014(\text{PRECHIST}) - 3.308(\text{PENDCUEN}) \\
 \text{Phi}_3 &= -1\text{E} - 07(\text{ELEV PUNT})^2 + 0.0009(\text{ELEV PUNT}) - 0.3755
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Con la ecuación regional del gasto y de los parámetros del modelo estocástico se pueden estimar cualquier valor de gasto de la región homogénea analizada.

$$\begin{aligned}
 Z_t &= \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + \dots + \varepsilon_t \\
 Z_t &= [0.001(\text{ELEV PUNT}) - 0.3174]Z_{t-1} + \\
 &\quad + [-0.78 + 0.0014(\text{PRECHIST}) - 3.308(\text{PENDCUEN})]Z_{t-2} + \\
 &\quad + [-1\text{E} - 07(\text{ELEV PUNT})^2 + 0.0009(\text{ELEV PUNT}) - 0.3755]Z_{t-3} + \varepsilon_t
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

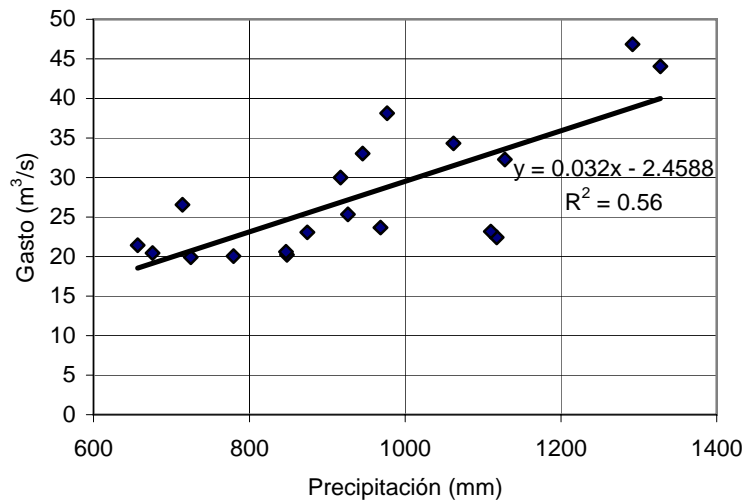
### 7.5 Aplicación la ecuación regional del gasto

Como análisis final, se inferirán los gastos anuales en la subcuenca Palo Dulce. La cuenca presenta una precipitación acumulada histórica anual para el periodo de estudio (1959-1982) de 1044mm, esto implica que el gasto medio anual se puede calcular con la ecuación 6 y la serie de histórica anual de precipitación definirá el comportamiento anual del gasto.

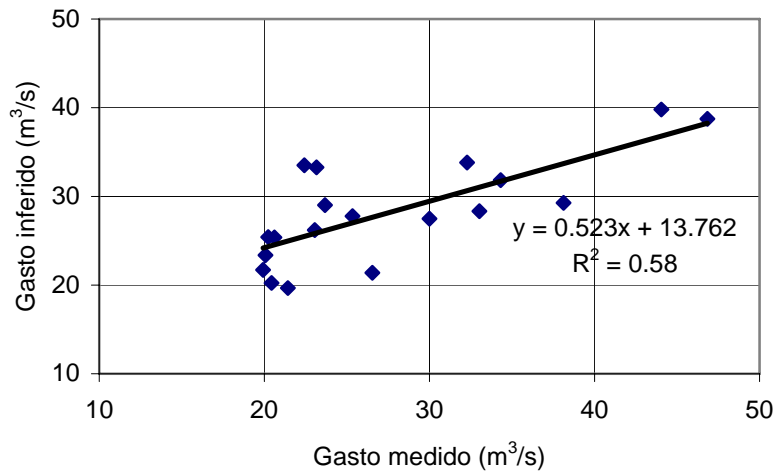
$$\begin{aligned}
 Q_{\text{calculado}} &= 251.813 + 0.030(\text{PRECHIST}) + 131.181(\text{PENDCUEN}) - 2.6125(\text{LONG}) \\
 Q_{\text{medio}} &= 251.813 + 0.030(1044\text{mm}) + 131.181(0.255) - 2.6125(109.20) \\
 Q_{\text{medio}} &= 31.37
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Se determinaron de los gastos medios anuales, realizando un análisis inicial exploratorio de datos con el fin de determinar el grado de correlación entre los gastos medidos por la estación hidrométrica Palo Dulce y la lluvia acumulada media anual (Figura 10), el EEA resultó de 0.56 este valor se considera aceptable y con la ayuda de la ecuación (6) se calcularán los gastos anuales inferidos, Figura 7(s).





**Figura 7(r).** Correlación entre la precipitación y el gasto.



**Figura 7(s).** Gastos anuales medidos e inferidos de la estación hidrométrica Palo Dulce.

## 7.6 Aplicación del modelo estocástico regional

En el cálculo de los gastos medios anuales se propone utilizar la ecuación 5, para determinar la serie de gastos anuales utilizando la componente temporal y tres años de precipitación, para la cuenca Palo Dulce.

La bondad de utilizar la ecuación regional del modelo estocástico para generar muestras sintéticas y realizar pronósticos, radica en que solamente se necesita conocer las variables fisiográficas y la precipitación de tres años (Tabla 10), para obtener los tres gastos correspondientes con la ecuación 5. Cuando se tienen los gastos estandarizados podemos utilizar las ecuaciones (7 y 8) para generar gastos sintéticos para el número de años deseados.

**Tabla 10. Matriz de correlación múltiple**

Año	Precipitación (mm)	gasto inferido (m <sup>3</sup> /s)
1962	917.0	27.5
1963	976.7	29.3
1964	926.6	27.8

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + \dots + \varepsilon_t$$

Donde :

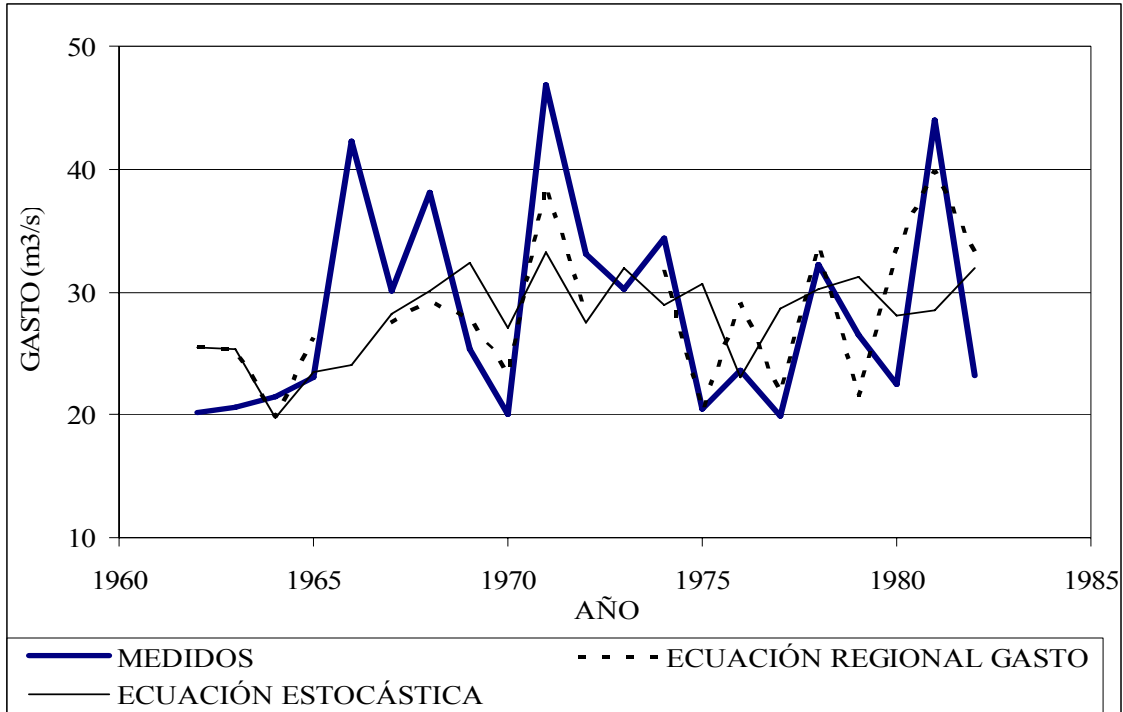
$$\varepsilon_t = (\sigma) \sqrt{\left( \text{LN}\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \right)} \cos(2\pi\alpha_2) \quad \text{Donde : } \alpha_1, \alpha_2 \text{ son numeros aleatorios}$$

$$\varepsilon_t = (\sigma) \sqrt{\left( \text{LN}\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \right)} \text{sen}(2\pi\alpha_2) \quad \sigma = \text{Varianza de la serie residual}$$

$$Z_t = [0.001(\text{ELEV PUNT}) - 0.3174]Z_{t-1} + [-0.78 + 0.0014(\text{PRECHIST}) - 3.308(\text{PENDCUEN})]Z_{t-2} + [-1\text{E} - 07(\text{ELEV PUNT})^2 + 0.0009(\text{ELEV PUNT}) - 0.3755]Z_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$Z_{t1} = [0.001(224) - 0.3174](27.5) + [-0.78 + 0.0014(1044) - 3.308(0.255)](29.3) + [-1\text{E} - 07(224)^2 + 0.0009(224) - 0.3755](27.8) + (-42.28) \sqrt{\left( \text{LN}\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \right)} \cos(2\pi\alpha_2)$$

$$Z_{t2} = [0.001(224) - 0.3174](27.5) + [-0.78 + 0.0014(1044) - 3.308(0.255)](29.3) + [-1\text{E} - 07(224)^2 + 0.0009(224) - 0.3755](27.8) + (-42.28) \sqrt{\left( \text{LN}\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \right)} \text{sen}(2\pi\alpha_2)$$



**Figura 7(t).** Gastos medidos e inferidos para la estación Palo Dulce.

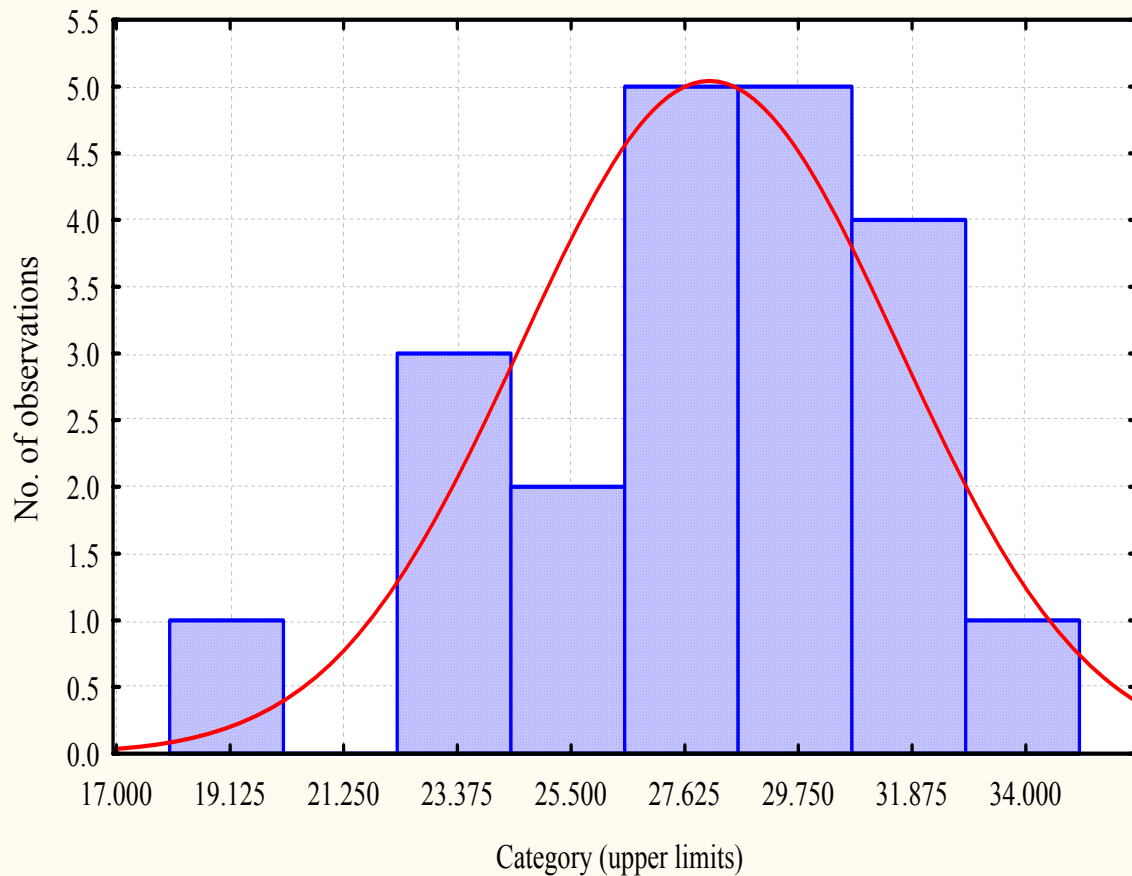
**Tabla 11.** Gastos medios medidos e inferidos

AÑO	GASTOS MEDIDOS	ECUACIÓN REGIONAL GASTO	ECUACIÓN ESTOCÁSTICA
1962	20.23	25.43	25.43
1963	20.61	25.39	25.39
1964	21.43	19.68	19.68
1965	23.06	26.21	23.52
1966	42.19	DATOS DE LLUVIA NULOS	24.05
1967	30.01	27.49	28.27
1968	38.13	29.28	30.03
1969	25.34	27.78	32.39
1970	20.07	23.37	27.10
1971	46.85	38.74	33.18
1972	33.03	28.34	27.45
1973	30.27	DATOS DE LLUVIA NULOS	31.88
1974	34.32	31.84	28.98
1975	20.44	20.25	30.63
1976	23.67	29.03	23.03
1977	19.92	21.72	28.69
1978	32.28	33.82	30.26
1979	26.55	21.40	31.23
1980	22.42	33.51	28.13
1981	44.05	39.81	28.56
1982	23.16	33.28	31.97
<b>MEDIA</b>	<b>28.48</b>	<b>28.23</b>	<b>28.09</b>
<b>DESVIACIÓN</b>	<b>8.53</b>	<b>5.84</b>	<b>3.53</b>
<b>ASIMETRÍA</b>	<b>0.89</b>	<b>0.41</b>	<b>-0.67</b>
<b>CURTOSIS</b>	<b>-0.35</b>	<b>-0.45</b>	<b>0.01</b>

Variable: ECUACIÓN ESTOCÁSTICA, Distribution: Normal

Kolmogorov-Smirnov  $d = 0.12429$ ,  $p = n.s.$ , Lilliefors  $p = n.s.$

Chi-Square test = 5.12885,  $df = 5$ ,  $p = 0.40036$



**Figura 7(u).** Ajustes a fdp Normal a los gastos medidos e inferidos

## 7.7 Conclusiones

Como se observa en la Figura 7(t) y en la tabla 10, la aproximación obtenida con las ecuaciones regionales utilizadas es muy buena. Los gastos medios simulados obtenidos son prácticamente iguales.

El uso ACP en la caracterización estadística del gasto mediante los parámetros de la fdp Gumbel para generar regiones homogéneas resultó ser una herramienta muy poderosa, porque en este análisis observa al fenómeno de manera multivariada. Además se identificó la tendencia espacial entre los parámetros estocásticos y la fisiografía, generando con ello las ecuaciones regionales de los parámetros del modelo. En el análisis espacial realizado a los parámetros estocásticos, Figuras 7(l, m, n, o), se encontró una correlación muy marcada con la elevación puntual de la estación hidrométrica (Tabla 8).

En la Tabla 9, se observa el grado de precisión de la ecuación regional para estimar el gasto, como lo ilustra la Tabla 8, no existe una tendencia definida entre la variable gasto y el área de su cuenca. Esto es debido a la complejidad del fenómeno estudiado; ya que la topografía afecta notablemente el régimen hidrométrico de las cuencas. En la estimación del gasto la Longitud Geográfica juega un papel preponderante en la magnitud del gasto, esto es debido a la cercanía de la costa y la presencia de eventos ciclónicos.

## 8. PERSPECTIVAS Y RECOMENDACIONES

Debido a la importancia del conocimiento espacial de las variables hidrológicas y su relación con su entorno topográfico; hace que se requieran nuevas metodologías que incorporen a los sistemas de información geográfica como base para describir y representar el régimen de precipitación y escurrimiento de una región.

Este presente trabajo propone nuevas variables a utilizar en los procedimientos de regionalización, adicionalmente se realizan adecuaciones en la interpretación del régimen pluviométrico e hidrométrico de una cuenca empleando su entorno fisiográfico local. Esencialmente se buscan nuevos parámetros morfológicos, estadísticos y estocásticos relacionados con la topografía y la geografía.

La relación fisiografía-lluvia-escurrimiento presentada en este trabajo sólo es una pequeña muestra del potencial de estos métodos, por esta razón se necesitan proponer otras variables y metodologías que simplifiquen y generen ecuaciones con un grado de certidumbre cada vez mayor.

Aunque los métodos tradicionales de regionalización, ofrecen una explicación cuantitativa de la relación entre las variables hidrológicas de una región, estos métodos carecen de las componentes multivariadas y temporales que se necesitan para definir adecuadamente a las interacciones físicas reales. Por esta razón los análisis realizados en este trabajo toman mayor importancia en la descripción del proceso lluvia-escorrentía.

Una mejora que se propone para estudios futuros de regionalización es la introducción de las variables de uso de suelo y edafología, de tal manera que en las ecuaciones que desagregan al gasto se contemplen variables estas variables.

Con el fin de validar las metodologías propuestas se necesitan repetir estos procedimientos para un número mayor de cuencas y comparar los resultados con las metodologías tradicionales.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

**Ahrens, B.** (2005). "Distance in spatial interpolation of daily rain gauge data". *Hydrology and Earth system sciences* 2, pp. 1893-1923.

**Anderson, T. W.** (1958). "An introduction to multivariate statistical analysis". John Wiley and sons, Inc., New York

**Arik, A.** (1990). "Effects of Search Parameters on Kriged Reserve Estimates", *International Journal of Mining and Geological Engineering*, Vol. 8, No.12, pp. 305-318.

**Armstrong M. y Carignan J.,** (1997). "Géostatistique Linéaire, Application au Domaine Minier". École de Mines de Paris, 112 p.

**Armstrong, M.** (1994). "Bon Sens et Géostatistique", *Bulletin de Liaison des Anciens Stagiaires du Centre d'Etudes Supérieures des Matières Premières CESMAT*, No.40 Novembre 1994, p. 8.

**Bacchi, B. y Kottegoda, N.T.** (1995). "Identification and Calibration of Spatial Correlation Patterns of Rainfall", *Journal of Hydrology* 165, Elsevier Science B.V., pp. 311-348.



- Baeza, D. García, D. Gutiérrez, B. y Vizcaíno, P.** (2005). "Basin influence on natural variability of semi-arid environments". *Journal River Basin Management*, Vol. 3 No. 4, pp. 247-259.
- BANDAS**, (2000). "Banco nacional de datos de aguas superficiales"; México, D.F., *Comisión Nacional del Agua; Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*.
- Band**, (1986). "Topographic partition of watershed with digital elevation models". *Water Resources*. 22, pp. 15-24.
- Becerra R.A., Gutierrez A.** (2006a). "Modelación hidrológica empleando isoyetas de relieve, una aproximación geoestadística". *5th FRIEND World Conference. UNESCO International Hydrology Programme*. pp. 127-138.
- Becerra R.A., Gutierrez A.** (2006b). "Isoyetas de relieve, una aproximación geoestadística a la distribución espacial real de la precipitación". *XXII Congreso Latinoamericano de hidráulica. Guayana, Venezuela*.
- Becerra R.A., Arellano F., Gutiérrez M.A., E. Orta J.L., Ramírez A.I.**(2006). "Regionalización hidrológica de una cuenca con análisis multivariado, utilizando ACP y prueba de homogeneidad de Langbein". *XIX Congreso Nacional de hidráulica. Cuernavaca, Morelos*.
- Bleines, C., Deraisme, J., Geffroy, F., Parseval, S., Rambert, F., Renard, D., Touffait, Y.** (2001). "ISATIS Software Manual". *Geovariance and Ecole des Mines de Paris*. Paris, p. 531.
- Bouvier C., Cisneros L., Dominguez R., Laborde J-P., Lebel T.,** (2003). "Generating rainfall fields using principal components (PC) decomposition of the covariance matrix: a case study in Mexico City". *Journal of Hydrology*. 278 pp 107-120.
- Brown, C. E.** (1993). "Use of principal components, correlation, and stepwise multiple regression analysis to investigate selected physical and hydraulic properties of carbonate rock aquifers". *Journal of Hydrology* 147: 169-195.
- Burrough, P. y McDonnel, R.** (1998). "Principles of geographical information systems". *Oxford University, New York, Press*. p. 333.
- Cameron, D. Beven, K. y Tawn, J.** (2000). "An evaluation of three stochastic rainfall models". *Journal of Hydrology*. Vol. 228, pp. 130-149.
- Campos, A.** (1992). "Procesos del Ciclo Hidrológico". 2da reimpression, *Editorial Universidad autónoma de San Luis Potosí*, pp. 2-1 – 2-27.
- Carr, J.R.** (1994). "Order Relation Correction Experiments for Probability Kriging", *Mathematical Geology*, Vol. 26, No. 5, pp. 605-621.
- Carrera**, (1996). "*Geoestadística, Aplicaciones a la hidrología subterránea*". 2da Edición, Editorial, pp. 31-64.

- Chang, C.L. S.L. LO y YU.** (2005). "Applying fuzzy theory and genetic algorithm to interpolate precipitation". *Journal of Hydrology*. Vol. 314, March 2005, pp. 92-104.
- Chao-Lin, Wen-lin y Wen Chou** (2002). "Soil erosion prediction and sediment yield estimation". *the Taiwan experience*. Soil and Tillage Research 68, pp. 42-152.
- Chauvet, P.**, (1994), "Aide-Memoire de Géostatistique Minière", *École des mines de Paris*, France p. 210.
- Cheng, X.; Nitsche, G. and Wallace, J.M.** (1995). "Robustness of low frequency circulation patterns derived from EOF and rotated EOF analysis". *J. Climate*, 8: 1709-1713.
- Chica-Olmo, M.** (1987). "Análisis Geoestadístico en el Estudio de la Explotación de Recursos Minerales", *Tesis Doctoral*, [Universidad](#) de Granada, [España](#), 387 p.
- Clark e Isobel**, (1977). "Practical Geostatistics, Geostokos". *Limited, United Kingdom*. Versión digital descargada <http://uk.geocities.com/drisobelclark/PG1979>. 119 p.
- Collado, J.** (1988). "Estimación óptima de la precipitación media con el método Kriging". *Ingeniería Hidráulica en México*. pp. 34-45.
- Collado, J. y Toledo, V.** (1997). "Localización óptima de estaciones climatológicas y observatorios meteorológicos en la Republica Mexicana". *Ingeniería Hidráulica en México*. pp. 47-64.
- Cressie, N.** (1991). "Statistics for Spatial Data". *John Wiley and Sons*, New York, p. 900, ISBN 0-471-84336-9.
- Creutin, J.** (1979). "Méthodes d'interpolation optimale de champs hydrométéorologiques. Comparaisons et applications à une série d'épisodes pluvieux cévenols". *Th. D. I. USMG*, INP Grenoble.
- Daly, C., Nielson, R.P., Philips, D.L.** (1994). "A statistical topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terrain". *J. Appl. Meteor.* 33 (2), pp. 140-158.
- David, M.** (1977). "Geostatistical Ore Reserve Estimation". *Elsevier Scientific Publishing Company*, New York, Amsterdam, p. 364.
- De Coursey, D.G. and Deal, R.B.** (1974). "General aspects of multivariate analysis with application to some problems in hydrology". *Proceedings symposium on statistical hydrology*. U.S. Department of agricultural. Miscellaneous publication No 1275, ashington, D.C. pp 47-68.
- Delhomme, J.P.** (1978). *Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau*. *Bulletin du B.R.G.M.*, section III, no. 4, pp. 341-375.

- Desbarats, A.J. Logan, C.E. Hinton, M.J. y Sharpe, D.R.** (2002). "On the Kriging of water using collateral information from a digital elevation model". *Journal of Hydrology*. Vol. 255, 2002, pp. 25-38.
- Detenbeck, N.E. Brady, V.J. Taylor, D.L. Snarski, V.M. y Batterman S.L.** (2004). "Relationship of stream flow regime in the western Lake Superior basin to watershed type characteristics", *Journal of Hydrology*. Vol. 309, November 2004, pp. 258-276.
- Deutsch, Clayton V. y Journel, A.G.** (1998). *GSLIB: Geoestatistical software library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, p. 369.
- Echaabi, J., Trochu, F. y Gauvim, R.,** (1995). "A General Strength Theory for Composite Materials Based on Dual Kriging Interpolation", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.14, pp.211-232.
- Escalante, C.A.,** (1991); "Distribuciones trivariadas de valores extremos y sus aplicaciones en hidrología"; *Tesis doctoral*, DEPFI, UNAM, México.
- Escalante, C y Reyes L.** (2002), "Técnicas Estadísticas en Hidrología", División de Estudios de Posgrado, Departamento de Ingeniería, UNAM, p. 105.
- Fiorentino, M. and Iacobellis, V.,** (2001). "New insights into the climatic and geologic controls on the probability distribution of floods ". *Water Resources Res.*, 37(3); pp. 721-730.
- Givone, V.** (1990). "Influence of topography on spatial of rain". *Hydrology of Mountains Areas, IAHS Publ.* núm. 190, pp. 29-43.
- Goodrich, D.C. Faures, J. Woolhiser, D.A. Lane, L.J. y Sorooshian, S.** (1995). "Measurement and analysis of small-scale convective rainfall variability". *Journal of Hydrology*. Vol. 173, 1995, pp. 283-308.
- Goovaerts, P.** (2000). "Geoestadistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation in rainfall". *Journal of Hydrology*. Vol. 228, 2000, pp. 113-129.
- Gotway, C.A.** (1991). "Fitting Semivariogram Models by Weigmted Least Squares", *Short Note, Computers & Geosciences*, Vol. 17, No. 1, pp.171-172.
- GRID/UNEP** (1993). "Global resource information data base / united nations educational program", *Asian Institute of technology*, Bangkok Tailandia.
- Groupe de recherché en hydrologie statistique (GREHYS)** (1996). "Presentation and review of some methods for regional flood frequency analysis". *Journal of Hydrology*. 186 pp 63-84.
- Gutierrez A.,** (2003). "Modélisation stochastique des régimes pluviométriques a l'échelle régionale pour la prévision des crues a u nord-Mexique". *These pur docteur de l'institut nacional polytechnique de grenoble France*.

- Gutiérrez, A., Luc Descroix, Thierry Lebel,** (2002). “Rainfalls Regionalization, in north México generating regional vectors”. *Journal of Hydrology* Vol. 223, pp.148-163.
- Gutierrez, M.A.** (1994). “Modelos de transferencia de información hidrológica”. *Universidad Nacional Autónoma de México*. pp. 15-16.
- Gyasi-Agyei, Y.** (1999). “Identification of regional parameters of stochastic model for rainfall disaggregation”. *Journal of Hydrology*. Vol. 223, 1999, pp. 148–163.
- Haan, C. T. and Read, H.R.** (1970). “Prediction of monthly, seasonal and annual runoff volumes for small agricultural watersheds in Kentucky”, Lexington, Kentucky.
- Haiden, T. Kerschbaum, M. y Kahlin, G.A.** (1992). “Redined of the influence of orography on the mesoscale distribution of extreme precipitation”. *Journal des Sciences Hydrologiques*, Vol. 37(5), 1992, pp. 417-426.
- Hair, J.F., Anderson R.E., Tatham, R.L., Blanck W.C.** (1999). “Análisis Multivariante”. *Prentice Hall*. p 4.
- Hayward, D. y Clarke, R.T.** (1996). “Relationship between rainfall, altitude and distance from de sea en the Freetown Peninsula, Sierra Leone”, *Hydrological Sciences – Journal des Sciences Hydrologiques*. Vol. 41(3), June 1996, pp. 477-384.
- Heinz D. and Stedinger R.** (1995). “Homogeneity tests dased upon Gumbel distribution and critical appraisal of dalrymple`s test”. *Journal of Hydrology*. Vol. 166, pp.81-105.
- Heras,** (1976). “Hidrología y Recursos Hidráulicos”. Estadística aplicada a la hidrología. *Centro de estudios hidrográficos y electos físico-geográficos*, pp.65-98.
- Herr, H.D. y Krzysztofowicz, R.** (2004). “Generic probability distribution of rainfall in space:the bivariate model”. *Journal of Hydrology*. Vol. 306, pp. 234-263.
- Hevesi, J.A., Flint, A.L., Istok, J.D.** (1992a). “Precipitation estimation in mountainous terrain using multivariate geostatistics. Part II: Isohyetal maps”. *J. Appl. Moteor.* 31, pp. 661-676.
- Hevesi, J.A., Flint, A.L., Istok, J.D.** (1992b). “Precipitation estimation in mountainous terrain using multivariate geostatistics. Part I: structural analysis”. *J. Appl. Moteor.* 31, pp. 677-688.
- Hipel, K.W. and McLeod, A.I.** (1994), “Time Series Modeling of Water Resources an Enviromental Systems”, *Journal of Hydrology*. Vol. 115, pp. 234-263
- Holawe, F. y Dutter, R.** (1999). “Geostatistical study of precipitation series in Austria: time and space”. *Journal of Hydrology*, Vol. 219, March 1999, pp. 70-82.
- Horton,** (1945). “Erosional Development of Streams”, *Goeol.Soc. Am. Bull.*,Vol.56, pp.281-283.

**Host, G., Omre, H. y Switzer, P.** (1995). "Spatial Interpolation Error for Monitoring Data", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No. 431, pp. 853-861.

**Hotelling, H.** (1935). The most predictable criterion. *J. Ed. Psych.* 26:139-142.  
<http://uk.geocities.com/drisobelclark/PG1979>. 119 p.

**Hull, L.C.** 1984. "Geochemistry of groundwater in the Sacramento valley, CA". *US Geological survey prof pap 1401b*, Government printing office, Washington, D.C: pp 1-36.

**Humbert, J. y Perrin, J.L.** (1993). "Précipitation et relief les cas du versant oriental des hautes vosges". *L'Eau, la Terre et les Hommes*, Presses Universitaires de Nancy, pp 147-154.

**Issaks, E.H. y Srivastava, R.M.** (1989) "Applied Geostatistics". *Oxford University Press*. New York, p. 561.

**Jenson y Domingue,** (1998). "Extracting Topographic Structure from Digital elevations Models Data for Geographic Information System analysis". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. Vol 54, No.11.

**Johnson, D.** (2000). "Applied multivariate methods for data analysis". *International Thompson Publishing*. Pp.234-156.

**Jolliffe, I.T.** (1995). "Rotation of principal components: Choice of normalization constraint". *J. Appl. Stat.*, 22: 29-35.

**Jonsdottir H., Madsen H. And Palsson O.** (2006), "Parameter estimation in stochastic rainfall-runoff models", *Journal of Hydrology*, Vol. 326, pp.379-393.

**Journel, A. G. y Huijbregts, C. J.** (1978). "*Mining Geostatistics*", *Academic Press*, New York, p. 600

**Kiyono, J. y Suzuki, M.** (1996). "Conditional Simulation of Stochastic Waves by Using Kalman Filter and Kriging Techniques", *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico*, June 23-28, p. 8.

**Klemes, V.** (1990). "The modeling of mountain hydrology: the ultimate challenge". *Hydrology of Mountains Areas*, IAHS Publ. núm. 190, pp. 29-43.

**Krajewski, S.A. y Gibbs, B.L. A.** (1993). "*Variogram Primer*". *Gibbs Associates*, p. 93.

**Kuchment, L.S.** "Water balance as a basis for water resources estimation and management in mountains areas". *Hydrology of Mountains Areas*, IAHS Publ. núm. 190, 1990, pp. 13-20.

**Lam, N.** (1983). "Spatial interpolation methods: a review". *The American Cartographer*. Vol. 10(2), p. 129-149.

- Lamorey, G. y Jacobsom, E.** (1995). "Estimation of Semivariogram Parameters and Evaluation of the Effects of Data Sparsity", *Mathematical Geology*, Vol.27, No.3, pp. 327-358.
- Lebel, T.** (1984). "Moyenne spatiale de la pluie sur un bassin versant: estimation optimal. Génération stochastiques et gradex des valeurs extrêmes". *INPG*, Grenoble.
- Lee, H. McIntyre, N. Wheeler, H. y Young, A.** (2005). "Selection of conceptual models for regionalization of the rainfall-runoff relationship". *Journal of Hydrology*. Vol. 312, February 2005, pp.125-147.
- Lehucher, P.M.** (1974-1982). "*Etude des episodes pluvieux intenses sur la région Provence-Côte d'Azur-Riviera Italienne*". *Th. D.*, INP Grenoble.
- Ley de Aguas Nacionales y su Reglamento** (2004). Comision Nacional del Agua. p. 3
- Liang y Yu** (2004). "Theoretical Analysis of Potential Runoff Energy", *nature and Science*, (2)1 pp. 17-23, <http://sciencepub.net>.
- Linsley**, (1977). *Hidrología para Ingenieros*. 2da Edición, Editorial McGRAW-HILL, pp. 347-351.
- Lloyd C.D.** (2005). "Assessing the effect of integrating elevation data into the estimation of monthly precipitation in Great Britain". *Journal of Hydrology*. Vol. 308, October 2005, pp. 128-150.
- Lorenz, E.N.** (1956). "Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction". Cambridge: MIT, *Department of Meteorology*, Statistical forecasting project.
- Lovaina L, Arístides A.**, (1999). "Metodología para el Pronóstico, Planificación y Control Integral de la Minería en Yacimientos Lateríticos". *Departamento de Minería, ISMM, Moa, Cuba*, Tesis Doctoral, p.187.
- Madani, H.** (1998). "Geostatistical Ore Reserves Estimation of Mehdiarad Barite Mine", Iran, *Journées de Geostatistique*, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau, France, 25 et 26 Mai 1998, 7 p.
- Maidment, D. R.** (1993). "GIS and hydrological modelling, en goochild, M.F.", *Parks, Press*, New York, USA, págs 147-167.
- Mark**, (1983). "Automatic detection of drainage networks from digital elevation models". *Cartographica* 21, pp168-178.
- Martz y Garbrecht**, (1992). "Numerical definition of drainage networks and subcatchment areas from digital elevations models". *Comput. Geosci* 18, pp. 747-761.
- Matheron, G.** (1969). "Le Kriage universal". *Les Cahiers du C. M. M.*, fas.1.

- Matheron, G., Kleingeld, W.J.**, (1987). "The Evolution of Geostatistics, APCOM 87. Proceedings of the Twentieth International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries", *Volume 3. Geostatistics*. Johannesburg, SAIMM, pp. 9-12.
- Matheron. G.**, (1975). "Les Concepts de Base et L'Evolution de la Geostatistique Miniere.", *NATO A.S.I. Rome*, Italie, pp. 13-25.
- Meyer A.F.** (1928). "The Elements of Hydrology". *Jhon Wiley and Sons*. pp. 64-76.
- Miller, C.L. y Laflamme, R.A.** (1958). "The digital Terrain Model, Theory and Application. Photogrammetric". *Engineering and Remote Sensing*. Vol. 24, pp. 433-442.
- Mohammadi K., Eslami H. R. And Kahawita R.** (2006), "Parameter estimation of an ARMA model for river flow forecasting using goal programming", *Journal of Hydrology*, Vol. 331, pp.293-299.
- Monsalve**, (1999). "Hidrología en la Ingeniería". *2da Edición*, Editorial Alfaomega, pp. 33-57.
- Myers, D.E.** (1991b). "On Variogram Estimation, The Frontiers of Statistical Scientific Theory Industrial Applications". *Volume II of the Proceedings of ICOSCO-I*, The First International Conference on Statistical Computing.
- North, G.R. and Kim, K.Y.** (1995). "Detection of forced climate signals. Part I: Filter theory". *J. Climate*, 8:401-408. 1995.
- O'Callaghan y Mark**, (1984). "The Extraction of Drainage Networks From Digital Elevation Data". *Computer vision, Graphics and Image processing*. 28, pp. 328-344.
- Obled, CH.** (1996). "Cours d'initiation á la geostatistique". *ENS d' Hydraulique et de Mécanique de Grenoble*, Chapitre I, II, III y IV.
- Pannatier e Yvan**, (1994). "VarioWin 2.1". Phd Project. University of Lausanne, Lausanne, Switzerland.
- Pannatier, Y.** (1993). "Ms-Windows Program for exploratory variography and variogram modelling in 2D". *International Workshop on Statistics of Spatial Processes-Theory and Applications*, Bari, Italy 27-30 September 1993.
- Pardo, E. y Igúzquiza.** (1998). "Optimal selection of number and location of rainfall gauges for areal rainfall estimation using geostatistics and simulated annealing". *Journal of Hydrology*. Vol. 210, 1998, pp. 206-220.
- Pardo-Igúzquiza, Eulogio and Dowd P.A.**, (2001). "VARIQG2D: a computer program for estimating the semi-variogram and its uncertainty". *Computers & Geosciences*, Volume 27, Issue 5, pp. 549-561.

- Pearson, K.** (1902). "On lines and planes of closet fit to systems of points in space". *Phil Mag.*, 2:559-572
- Pitard, F.F.** (1994). "Exploration of the Nugget Effect", R. Dimitrakopoulos (de.) *Geostatistics for the Next Century*, pp.124-136.
- Rao A. R. and Hsieh C. H.** (1991). "Estimation of variables at ungauged locations by empirical orthogonal functions". *Journal. of Hydrology*. 123. pp 51-67.
- Rice Raymond M.** (1967). "Multivariate methods useful in hydrology". *International Hydrology Symposium*, Fort Collins. pp 60.1-60.8.
- Rivoirard, J. y Guiblin, P.** (1997). "Global Estimation Variance in Presence of Conditioning Parameters", *E.Y.Baafi and N.A. Schofields (eds) Geostatistics Wollongong'96*, Volume 1, pp. 246-257.
- Raynal, V. J. A.,** (1985). "Bivariate extreme value distribution applied to flood frequency analysis", *Ph. D. Dissertation*, *Colorado State University*; Ft. Collins, Colorado, U.S.A.
- Samper, C.F.J. y Carrera, R.J.** (1996). "Geoestadística, Aplicaciones a la hidrogeología subterránea". *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*. Universitat Politècnica de Catalunya. 2e edición, Barcelona, España.
- Santer, B. D.; Brueggemann, W.; Cubasch, U.; Hasselmann, K.;Hoeck, H.;Maier-Reimer, E. and Mikolajewicz, U.** (1994). Signal to noise analysis of time dependent greenhouse warming experiments. *Clim. dyn.* ,9,267- 285.
- Sen, Z. Habib, Z.Z.** (1998). "Point cumulative semivariogram of areal precipitation in mountain regions". *Journal of Hydrology*. Vol. 205, 1998, pp. 81–91.
- Seyhan E.** (1982). "A universal application of the multivariate statistical techniques to hydrology. Statistical Analyses of Rainfall and Runoff", *V.P. Singh WRP*. pp 393-412.
- Snyder, W. M.** (1962). "Some Possibilities for multivariate analysis in hydrologic studies". *Journal of geophysical Research*. 67 (2): 721-729.
- Soil Conservation Service.** (1972). "Section 4: Hydrology In National Engineering Handbook". *SCS*.
- Soil Conservation Service Engineering Division.** (1986). "Urban hydrology for small watersheds". *U.S. Department of Agriculture*, Technical Release 55.
- Taffa, T.,** (1991). "Simulation of streamflows for ungauged catchments"; *J. of Hydrology*; vol. 129 (3).



- Tantane, S., Patamatamakul, S. Oki, T. Sriboonlue, V. y Prempree T.** (2004). “Downscaled Rainfall Prediction Model(DRPM) using a Unit DisaggregationCurve (UDC)”, *Hydrology and Earth system sciences*pp.543-568.
- Tarboton et al.**, (1991). “On the extraction of channel networks from digital elevation data”. *Hydrological Process* 5, pp. 81-100 EU.
- Taylor y Schwarz,** (1952). “Unit-Hydrograph Lag and Peak Flow Related to Drainage Basin Characteristics”, *trans Am. Geophys. Union* Vol. 33, pp. 235-246.
- Tetzlaff, D. y Uhlenbrook, U.** (2005). “Distance in spatial interpolation of daily rain gauge data”, *Hydrology and Earth system sciences*. pp. 1893-1923.
- The Fundamental Basins of Hydraulic Engineering** (1919). *Rainfall and Altitude*. 1ra Edición, Editorial McGraw Hill Book Co., pp. 283-308.
- Thiessen, A.H.** (1911). “Precipitation averages for large areas Monthly Weather”. *Rev.* 39 (7), pp.1082-1084.
- Thyer M., Frost A. J. and Kuczera G.** (2006). “Parameter estimation and model identification for stochastic models of annual hydrological data: Is the observed record long enough?”, *J. of Hydrology*, Vol. 330, pp.313-328.
- Todini, E.** (2001). “Influence of parameter estimation uncertainty in Kriging: Part 1-Theoretical Development”. *Hydrology and Earth System Sciences*. Vol. 5(2), pp. 215–223.
- Topaloglu F.** (2000). “Estimation of Instantaneous Peak Flows in Seyhan River Basin using Regional Regression Procedures”. *Turk J Agric For*, 26 (2002) 47-55
- Von Storch, H. and Zwiers, F.W.** (1999). “Statistical analysis in climate research”. Cambridge University Press. 484 p.
- Von Storch, H.; Bürger, G.; Schnur, J. and Von Storch. J.S.** (1995). “Principal oscillation patterns: A review”. *J. Climate*, 8, 377-400.
- Wallace, M.K. y Hawkims, D.M.** (1994). “Applications of Geostatistics in Plant Nematology”, Supplement to *Journal of Nematology* 26 (45), pp. 626-634.
- Weerts, H.J.T. y Bierkens, M.F.P.** (1993). “*Geostatistical Analysis of Over Bank Deposits of Anatomising and Meandering Fluvial Systems*”; *Rhine-Meuse Delta*, The Netherlands, Sedimentary Geology, 85, Elsevier Sciences Publishers B.V., pp. 221-232.
- Wong, Shue Tuch.** (1963). “A multivariate statistical model for predicting mean annual flood in New England”. *Annals of Association of American*. pp. 134-147.

**Wotling, G. Bouvier, CH. Danloux, J. y Fritsch, M.** (2000). "Regionalization of extreme precipitation distribution using the principal components of the topographical environment". *Journal of Hydrology*. Vol. 233, 2000, pp. 86-101.

**Xiaodong J., Olea R.A. and Yu Yun-Sheng,** (1996). "Semivariogram modeling by weighted least squares". *Computers & Geosciences*, [Volume 22, Issue 4](#) , pp. 387-397.

**Xie, T. y Myers, D.E.** (1995b). "Fitting Matrix-Valued Variogram Models by Simultaneous Diagonalization (Part II: Application)", *Mathematical Geology*, Vol. 27, No. 7, pp. 877-888.

**Young, A.R.** (2005). "Stream flow simulation within UK ungauged catchments using a daily rainfall-runoff model". *Journal of Hydrology*. Vol. 320, February 2005, pp.155-172.

**Zehe, E. Singh, A.K. y Bardossy, A.** (2005). "Prediction of monsoon rainfall for a mesoscale Indian catchment based on stochastic downscaling and objective circulation patterns". *Hydrology and Earth system sciences*, pp. 1961-1993.

**Zimmerman, D.L.** (1993). "Another Look at Anisotropy in Geostatistics", *Mathematical Geology*, Vol. 25, No. 4, pp. 453-470.

**Zimmerman, D.L. y Zimmerman, M.B.** (1991). "A Comparison of Spatial Semivariogram Estimators and Corresponding Ordinary Kriging Predictors". *Technometrics*, Vol. 33, núm. 1, pp. 77-91.