



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

CONTROL EN CASCADA PARA EL AMPLIFICADOR DE  
POTENCIA DE UN MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA  
EMPLEANDO MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDO ORDEN

TESIS

QUE OPTA PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

P R E S E N T A:

ISRAEL ALEJANDRO DÁVILA MÉRIDA

TUTOR:

DR. LEONID FRIDMAN



2008

## **Jurado Asignado**

Presidente : Dr. Moreno Pérez Jaime Alberto

Secretario: Dr. Álvarez Icaza Longoria Luis Agustín

Vocal: Dr. Fridman Leonid

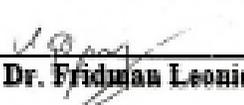
1er Suplente: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René

2do Suplente: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

**Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, México D.F.**

Tutor de Tesis

---

  
**Dr. Fridman Leonid**



---

## *Agradecimientos*

*A la memoria de: Guadalupe Mérida †, Celestina Serralde † y Julio Llanos †.*

*A mi familia y amigos por sus consejos y por creer en mi e impulsarme a lograr mis metas.*

*Quiero agradecerle a mi tutor, maestro y amigo el Dr. Leonid Fridman por su apoyo incondicional y por complicarme las cosas en momentos complicados.*

*Al Dr. Alessandro Pisano por su apoyo para la elaboración de este trabajo.*

*A mis compañeros y profesores de la Maestría.*

*A los compañeros del Laboratorio de Modos Deslizantes de la UNAM.*

*A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por las facilidades concedidas durante mis estudios y elaboración de esta tesis.*

*Al CONACYT por el financiamiento de mis estudios.*

*Y a todos los que saben fueron parte de este logro y no menciono... Gracias!*



---

# Índice General

<i>Agradecimientos</i> .....	2
Índice General .....	3
Índice de Figuras y Tablas .....	6
Resumen .....	7
Abstract .....	8
Capítulo I	
Presentación .....	9
1.1. INTRODUCCIÓN .....	9
1.2. OBJETIVO .....	11
1.3. METODOLOGÍA .....	11
1.4. SITUACIÓN ACTUAL Y CONTRIBUCIONES .....	13
1.5. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	13
Capítulo II	
La Máquina de Corriente Directa .....	14
2.1. INTRODUCCIÓN .....	14
2.2. MODELO DE LA MÁQUINA .....	15
2.3.1. ECUACIONES ELÉCTRICAS .....	16
2.3.2. ECUACIÓN DEL PAR ELECTROMAGNÉTICO .....	17
2.3.3. ECUACIÓN MECÁNICA .....	17
2.3.4. ECUACIONES DEL MODELO MATEMÁTICO .....	18
2.3. OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN DIAGRAMA EN BLOQUES .....	19
Capítulo III	
El Control en Modo Deslizante .....	21
3.2.1. DEFINICIÓN .....	22



---

3.2.2.	LEMA 1. ....	23
3.2.3.	LEMA 2. ....	24
<b>3.3.1.</b>	<b>DIFERENCIADOR “SUB-ÓPTIMO” .....</b>	<b>25</b>
<b>3.3.2.</b>	<b>DIFERENCIADOR “SUPER-TWISTING” .....</b>	<b>27</b>

## Capítulo IV

<b>Planteamiento del problema.....</b>	<b>29</b>	
4.1	INTRODUCCIÓN .....	29
4.2	DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL .....	31
4.2.1.	TEOREMA 1 .....	32
4.2.2.	PRUEBA ALTEOREMA 1 .....	33
4.3	SINTONIZACIÓN EXPERIMENTAL .....	36

## Capítulo V

<b>Pruebas experimentales.....</b>	<b>37</b>	
<b>5.1</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN .....</b>	<b>37</b>
5.1.1.	AJUSTE DE PARÁMETROS Y SINTONIZACIÓN .....	38
5.1.2.	ACONDICIONAMIENTO DEL MOTOR (MAESTRO) .....	39
5.1.3.	ACONDICIONAMIENTO PARA EL FRENADO REGENERATIVO .....	39
5.1.4.	ACONDICIONAMIENTO PARA EL MOTOR (ESCLAVO) .....	40
5.1.5.	ACONDICIONAMIENTO PARA LA SEÑAL DE PWM.....	40
<b>5.2</b>	<b>EXPERIMENTOS REALIZADOS .....</b>	<b>41</b>
5.2.1.	EXPERIMENTO 1 .....	42
5.2.2.	EXPERIMENTO 2 .....	43
5.2.3.	EXPERIMENTO 3 .....	44
5.2.4.	EXPERIMENTO 4 .....	44
5.2.5.	EXPERIMENTO 5 .....	45
5.2.6.	EXPERIMENTO 6 .....	47



---

Conclusiones .....	49
Trabajo Futuro.....	50
Publicaciones del trabajo.....	51
Apéndice A .....	52
<b>A.1</b> TARJETA DS1104 .....	52
<b>A.2</b> CONFIGURACIÓN Y MODO DE EMPLEO .....	52
Apéndice B.....	57
<b>B.1</b> INVERSOR TRIFÁSICO DE 3[kW] PARA OPERACIÓN DE MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA .....	57
Apéndice C.....	59
<b>C.1</b> FRENADO REGENERATIVO .....	59
Bibliografía .....	61



## Índice de Figuras y Tablas

Fig. 1 Esquema de control en cascada típico de un sistema de control de movimiento .....	10
Fig. 2 Esquema de control en cascada propuesto .....	12
Fig. 3 Motor de Corriente Directa con excitación independiente .....	15
Fig. 4 Diagrama de bloques de las funciones de transferencia del motor de CD .....	20
Fig. 5 Diagrama de bloques típico de un motor de CD con excitación independiente controlado por la armadura.....	20
Fig. 6 Trayectoria de un Modo deslizante de segundo Orden (2-SM) .....	22
Fig. 7 Estructura del algoritmo “Sub-óptimo” en Simulink .....	24
Fig. 8 Estructura del Diferenciador “Sub-óptimo”2-SMC .....	25
Fig. 9 Diferenciación de una señal suave con “Sub-óptimo”2-SMC .....	26
Fig. 10 Diagrama en Simulink del Diferenciador “Super-Twisting” 2-SMC.....	27
Fig. 11 Diferenciación numérica experimental .....	28
Fig. 12 Diferenciación con Super-Twisting 2-SMC experimental .....	28
Fig. 13 Esquema del control en cascada propuesto .....	31
Fig. 14 Representación detallada del esquema propuesto .....	31
Fig. 15 Plataforma experimental: Motor maestro (izquierda), esclavo (derecha) .....	37
Fig. 16 Modelo en Simulink del esquema propuesto para fines de simulación.....	38
Fig. 17 Acondicionamiento del motor maestro .....	39
Fig. 18 Acondicionamiento frenado regenerativo .....	39
Fig. 19 acondicionamiento motor esclavo.....	40
Fig. 20 Acondicionamiento PWM.....	40
Fig. 21 Modelo en Simulink del esquema propuesto .....	41
Fig. 22 Resultados obtenidos durante el experimento 1 .....	42
Fig. 23 Señal error durante el experimento 1 .....	42
Fig. 24 Resultados obtenidos durante el experimento 2 .....	43
Fig. 25 Señal de corriente durante el experimento 2 .....	43
Fig. 26 Resultados obtenidos durante el experimento 3 .....	44
Fig. 27 Resultados obtenidos durante el experimento 4 .....	45
Fig. 28 Señal de corriente durante el experimento 4 .....	45
Fig. 29 Resultados obtenidos durante el experimento 5 .....	46
Fig. 30 Señal de error durante el experimento 5 .....	46
Fig. 31 Señal de corriente durante el experimento 5 .....	47
Fig. 32 Resultados obtenidos durante el experimento 6.....	47
Fig. 33 Señal de error durante el experimento 6 .....	48
Fig. 34 Señal de corriente durante el experimento 6 .....	48
Fig. 35 Cadena de generación automática a partir de modelos Simulink .....	53
Fig. 36 Ventana de Parámetros del Real Time Workshop .....	53
Fig. 37 Pantalla de Interacción con Simulink del Programa ControlDesk .....	54
Fig. 38 RTI del DSpace 1104.....	55
Fig. 39 Bloques DAC y Enc. Position del <i>Real Time Interface</i> .....	55
Fig. 40 Bloques PWM y Enc. Position del <i>Real Time Interface</i> .....	55
Fig. 41 Convertidor de potencia (Inversor Trifásico).....	57
Fig. 42 Estructura base del convertidor .....	58
Fig. 43 Funcionamiento del Motor de CD .....	59
Fig. 44 Resistencia de disipación para el frenado regenerativo.....	60



---

## Resumen

En este trabajo se presenta un novedoso esquema para el control de posición y velocidad de un Motor de Corriente Directa de Imán Permanente. Como propuesta, se utiliza la configuración de control en cascada basada en el empleo de los algoritmos de Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-SMC, por sus siglas en inglés), ya que ofrecen en su desempeño exactitud de seguimiento y regulación, frente a condiciones de incertidumbre paramétrica en el motor y variaciones en la carga.

El esquema de control está compuesto por tres bloques:

- i. Un algoritmo de Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-SMC), encargado de operar como un observador de la velocidad realizando únicamente mediciones de la posición.
- ii. Un algoritmo de Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-SMC) anti-castaño, el cual se encarga de realizar el control de velocidad y entregar la corriente de referencia.
- iii. Un algoritmo de Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-SMC) anti-castaño para el lazo de corriente, encargado de entregar el voltaje de referencia.

Se realiza la implementación y se muestran los resultados experimentales del funcionamiento, que confirman la fácil sintonización de los controladores, la precisión y robustez del esquema propuesto en tiempo real.



---

## Abstract

This work presents a novel scheme for the speed/position control of permanent-magnet (PM) DC motor drives. A cascade control scheme, based on multiple instances of a second-order sliding-mode control (2-SMC) algorithm, is suggested, which provides accurate tracking performance under large uncertainty about the motor and load parameters. The overall control scheme is composed of three main blocks:

- i. A 2-SMC based velocity observer which uses only position measurements.
- ii. A 2-SMC anti-chattering based velocity control loop that provides a reference command current.
- iii. A 2-SMC anti-chattering based current-control loop generating the reference voltage.

The proposed scheme has been implemented and tested experimentally on a commercial PM DC motor drive. The experimental results confirm the precise and robust performance, and the ease of tuning and implementation of the proposed scheme.



---

# Capítulo I

## Presentación

### 1.1. INTRODUCCIÓN

Gracias a los avances en la teoría y práctica de la ingeniería de control, día a día se aportan nuevas formas para obtener mejores desempeños de los sistemas dinámicos, eficientar los equipos de trabajo, mejorar la productividad, alargar la vida útil de la maquinaria, etc. La presencia de incertidumbre paramétrica en muchos sistemas dinámicos o la complejidad al realizar un modelo que represente al sistema físico real, representan en la actualidad, un problema serio al llevar a cabo la tarea de diseñar un esquema de control adecuado.

El lazo típico de control se basa en la realimentación de la variable a controlar, comparando la medida de ésta con una señal de consigna o referencia, que es el valor que se desea que tome la variable controlada.

En esta aproximación solo se tiene en cuenta la relación entre la variable de salida y la consigna, esto es, su función de transferencia. Con base a esa función de transferencia se diseña un controlador apropiado siguiendo alguno de los métodos disponibles (lugar de las raíces, diseño en frecuencia, etc.).

En ocasiones el esquema de control por retroalimentación simple debe ser modificado para enfrentar condiciones especiales de perturbación en el sistema y las características pobres en estabilidad y rapidez de respuesta que éstas pueden reproducir.

Una extensión del esquema de retroalimentación sencillo consiste en añadir un nuevo lazo de retroalimentación contenido dentro del lazo original que regule el comportamiento de alguna variable intermedia en el proceso. Esta clase de control es conocido como: control en cascada.

El principal propósito de este esquema es eliminar los efectos de perturbaciones menores haciendo la respuesta de regulación del sistema más estable y más rápida.

Un sistema típico para el control de motores comprende generalmente tres lazos: un lazo de corriente o par, otro lazo de velocidad y también por último, que puede resultar opcional, uno de posición. (Ver Fig.1)

En el diseño de un esquema de control convencional para el control de movimiento de un motor de corriente directa que se basa en la configuración en cascada de los controladores de corriente y velocidad, consiste en una adecuada sintonización de los controladores **PI's** involucrados pero su ajuste requiere de mayor información sobre el comportamiento de los parámetros del motor, como de las condiciones de variación de la carga para garantizar en su acción: precisión, ancho de banda y rechazo a perturbaciones.

Desafortunadamente muchos de los parámetros electromecánicos no son conocidos con exactitud y están sujetos a grandes variaciones mientras operan, afectando notablemente el desempeño del sistema.



Muchos son los autores que ha dedicado a atacar este problema y sugieren distintas técnicas de control robusto para hacerle frente; de las que destacan como solución: Control adaptable, el control  $H_\infty$ , el empleo de controladores basados en redes neuronales y sistemas de control con estructura variable.

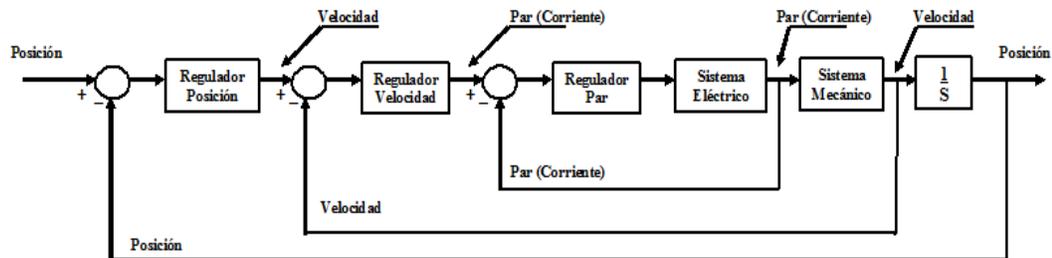


Fig. 1 Esquema de control en cascada típico de un sistema de control de movimiento

- Control  $H_\infty$ . Con este método en [1], los autores proponen el diseño de un controlador de posición para el motor de Cd basado en la teoría del controlador  $H_\infty$ , evaluando las propiedades de Robustez en simulación al encontrar el control  $H_\infty$  “óptimo”.
- Control adaptable. En este método el objetivo es cambiar los parámetros del controlador a medida de los cambios con el tiempo en el sistema. Se han utilizado controladores adaptables convencionales para el control de posición de Motores de CD en [2].
- Redes neuronales. En [3] se aprovecha la capacidad de las redes neuronales para aprender de los sistemas no lineales y poder compensar ciertos fenómenos como la saturación en los Motores de CD.
- Sistemas de estructura variable. En el transcurso de la historia de la ingeniería de control la intensidad de investigación y desarrollo de sistemas con acciones de control discontinuo han sido mantenidas en un alto nivel, en particular la teoría de los sistemas de estructura variable (VSS, por sus siglas en inglés), han despertado gran interés para el control de los equipos electrónicos de potencia y actuadores eléctricos. Las ventajas (en términos de robustez y eficiencia) ofrecidas por esta técnica son notables. Esta técnica se basa en el cumplimiento de ciertas restricciones predefinidas mediante la conmutación en alta frecuencia (idealmente infinita) de la señal de control, sus ventajas principales son la convergencia en tiempo finito, la precisión, la insensibilidad frente a perturbaciones e incertidumbre paramétrica, la reducción del orden del sistema en estudio y la más interesante consiste en el hecho de no conocer el modelo del sistema a controlar. Los esquemas con controladores de estructura variable (VSC, por sus siglas en inglés), están basados en señales de tipo discontinuas, originando en su acción el fenómeno conocido como “*chattering*” o “*castaño*”, el cual es un movimiento oscilatorio de alta frecuencia y baja amplitud que se presenta con este tipo de control, originado por la interacción de dinámicas parásitas, retardos y presencia de histéresis en los



---

actuadores del sistema, siendo un problema serio en el momento de su implementación física.[4, 5] y [6].

De las soluciones propuestas por algunos autores para aliviar el fenómeno del “*castaño*”, se encuentra como una de las más explotadas el empleo del control “*boundary Layer*” o “*capa límite*”, el cual consiste en sustituir la función *signo* por una aproximación más suave cuando la trayectoria del estado permanece dentro de una vecindad aceptable en la superficie de conmutación. [7, 8]

Trabajos que aplican el control “*capa límite*” a manera de ejemplificar las técnicas de control robusto no lineal en versiones para tiempo continuo y discreto para el control de motores de corriente directa de imán permanente se encuentran en [5, 7, 8, 9, 10] Desafortunadamente este método resuelve parcialmente el problema, especialmente cuando se requiere información del comportamiento del sistema en alta frecuencia, ya que dentro de la capa límite, el sistema ya no se comporta como un sistema de estructura variable, además las características de precisión y robustez para el sistema de control de estructura variable ya no se aseguran.

Para contrarrestar el fenómeno de “*castaño*” y al mismo tiempo conservar las ventajas de los controladores de estructura variable y ofrecer condiciones de operación iguales a controladores que condicionan el conocimiento previo de la dinámica en lazo cerrado del sistema a controlar, surgen los controladores basados en la técnica de Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-SMC, por sus siglas en inglés). [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]

## 1.2. OBJETIVO

En el presente trabajo de tesis que se presenta, se aborda el problema de contrarrestar perturbaciones e incertidumbre paramétrica mediante el empleo de los algoritmos de modos deslizantes de segundo orden al diseñar un esquema con configuración en cascada de los controladores para el control de movimiento en un motor de cd comercial y tiene como objetivo: verificar experimentalmente el desempeño de los controladores por modos deslizantes de segundo orden al operar el sistema bajo condiciones de variaciones abruptas en el par de carga e incertidumbres paramétricas permitiendo mostrar las ventajas y desventajas de la técnica.

## 1.3. METODOLOGÍA

La metodología propuesta para el objetivo planteado fue en primer término el estudio de los trabajos anteriores para la definición de la estructura para el sistema de control del motor de cd presentado como propuesta en esta tesis. (Ver Fig.2)

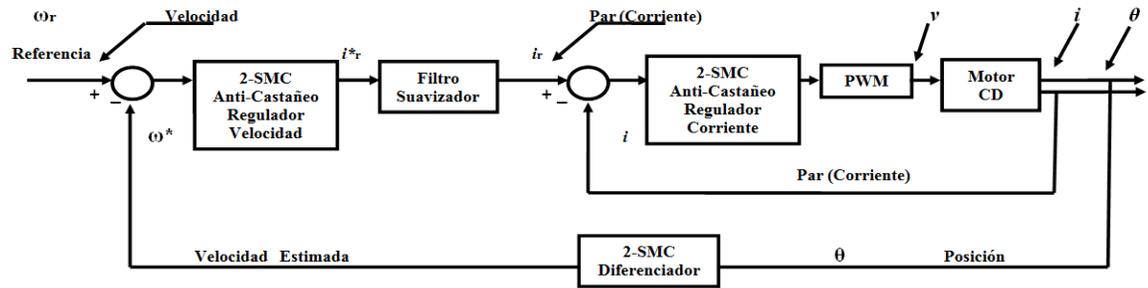


Fig. 2 Esquema de control en cascada propuesto.

De la Fig.2 se puede apreciar el controlador por modos deslizantes de segundo orden (2-SMC, por sus siglas en inglés) en un lazo externo para el control de velocidad y el controlador por modos deslizantes de segundo orden (2-SMC) en un lazo interno para el control de corriente. De igual forma el observador de velocidad (Diferenciador 2-SMC), el cual toma la información leída por el sensor de posición y es de gran relevancia en este trabajo por el hecho de realizar una diferenciación digital.

Por último, un filtro con característica de filtro pasa-bajas o filtro de primer orden (Filtro suavizador).

La razón de introducir un filtro suavizador, esta dada por el análisis de convergencia del lazo interno de corriente en el que se concluye que este lazo de control solo acepta una señal de referencia  $i_r$  con primera y segunda derivadas acotadas. Dado que la señal  $i_r^*$  puede presentar discontinuidades en su diferenciación, el empleo del filtro de primer orden, logra suavizar esta señal y obtener la señal requerida para la acción del controlador.

La tarea del controlador es lograr que el error de velocidad definido por la diferencia entre la velocidad de referencia y la velocidad estimada por diferenciador  $\omega_r - \hat{\omega}$  alcance el valor de cero, frente a condiciones de perturbación e incertidumbre en los parámetros del motor.

$$\lim_{t \rightarrow \Delta t} (\omega_r - \hat{\omega}) = 0 \quad (1.1)$$

Con el fin de justificar el trabajo que se presenta, se realizó un análisis teórico del esquema de control seleccionado y se estudio con base a simulaciones digitales su facilidad de sintonización o ajuste. En esta etapa se llevó a cabo un estudio exhaustivo del efecto en la variación de los parámetros del controlador en la respuesta del sistema con el fin de obtener una sintonización inicial que fuera útil en la implementación del esquema propuesto.

Finalmente se llevó a cabo la implementación del esquema de control.



---

#### 1.4. SITUACIÓN ACTUAL Y CONTRIBUCIONES

Existen otros trabajos en los que se emplean técnicas parecidas a las que se muestran en este trabajo, en las referencias [18, 19] y [20] se emplea un solo lazo de control, es decir, ninguno de los trabajos contempla el lazo de retroalimentación de corriente. Por ejemplo en la referencia [18] se requiere al igual que en el presente trabajo la estimación de la velocidad. En la referencia [19], por otro lado, se requiere de la estimación de velocidad y de la aceleración por lo que hacen uso de una estructura diferente para el lazo de control de velocidad, ya que emplean un algoritmo basado en la técnica de modos deslizantes de orden superior. La diferencia entre [18] y [19] radica en el tipo de señal que es aplicada en la etapa de potencia. En [18], se aplica una señal de voltaje discontinua de conmutación en alta frecuencia de forma directa a las terminales del amplificador, es decir, no emplea el bloque de *PWM* (Pulse Width Modulation, en inglés) mientras que en [19], la señal del voltaje de control de referencia es aplicada mediante la modulación por ancho de pulso. Los trabajos realizados en [19] y [20] presentan una estructura muy parecida a este trabajo y requieren de una señal de voltaje de control continua, claro es que se emplean algoritmos en modo deslizante de segundo orden diferentes y la debilidad del esquema propuesto en [19] se encuentra en tener que estimar la aceleración. De acuerdo con la Fig.2 la estructura de control propuesta en esta tesis no necesita de su estimación para su acción, aunque si requiere de la medición de corriente que se encuentra disponible en el equipo de potencia utilizado para la implementación.

#### 1.5. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La presente tesis se divide en 5 capítulos y un apartado de anexos. En el capítulo 2 se describe de manera detallada la obtención del modelo del motor de corriente directa controlado por su armadura, además de la realización de la función de transferencia del modelo para realizar un análisis cualitativo del comportamiento del motor para fines de simulación y de gran relevancia a la hora de llevar a cabo la implementación en tiempo real. El capítulo 3 describe las bases teóricas del algoritmo 2-SMC para su aplicación como regulador de corriente, regulador de velocidad y así también como observador de velocidad de la información que recoge del sensor de posición en el sistema. El capítulo 4 hace una definición detallada del esquema de control en cascada propuesto y el método de sintonización, además de introducir la prueba de convergencia para el sistema en lazo cerrado del esquema en estudio. El capítulo 5 menciona los detalles de la plataforma construida y diseñada para operar en tiempo real, se describen las pruebas realizadas a la misma y se muestran los resultados obtenidos al aplicar la propuesta de trabajo. Por último se presentan las conclusiones del trabajo.



---

# Capítulo II

## La Máquina de Corriente Directa

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas que se encargan de transformar la energía mecánica en energía eléctrica, o viceversa, se las llama generadores o motores respectivamente. La principal razón del gran desarrollo de los motores de corriente continua fue el control de la velocidad mediante convertidores de potencia.

Para las máquinas de corriente continua se define una velocidad base, que corresponde a una condición de funcionamiento en la cual la máquina entrega potencia y par nominales. El modo más simple de regular la velocidad de un motor es variando la tensión de armadura debido a que la velocidad de un motor de corriente continua es directamente proporcional a ella. Aumentando la tensión de armadura y manteniendo el flujo, la velocidad del motor puede incrementarse continuamente desde el reposo hasta alcanzar la velocidad base. El par desarrollado permanece constante (a corriente de armadura constante), mientras no se varíe la corriente de campo y consecuentemente el flujo. Si se requiere incrementar la velocidad por arriba del valor base, se puede recurrir a la regulación del campo, es decir, reducir la corriente de excitación. Generalmente el par desarrollado se reduce mientras la potencia, que es el producto del par por la velocidad, permanece constante, siendo este tipo de característica conveniente en algunos procesos industriales y para determinadas máquinas herramientas. En el funcionamiento por encima de la velocidad base existen límites mecánicos y eléctricos que no deben ser superados por problemas estructurales, o de conmutación.

En particular la alimentación mediante semiconductores de potencia, permite satisfacer varios requerimientos de regulación, como son: operar como motor en un solo sentido de rotación, o como freno (girando en sentido contrario). Se requiere un simple convertidor, cuya tensión de salida permite la circulación de corriente en un solo sentido.

La máquina puede funcionar como motor o como freno, en ambos sentidos, invirtiendo la polaridad del convertidor. Además, se requiere un convertidor y un dispositivo de inversión de la polaridad (contactor), o bien dos convertidores, para que la corriente en la máquina se invierta.

Es importante destacar que el frenado con convertidores que tienen semiconductores de potencia es regenerativo (ver apéndice C), es decir que la energía cinética de la carga se transforma en energía eléctrica que es devuelta a la red de alimentación. En este caso la máquina de corriente continua funciona como generador y el convertidor como inversor (convirtiendo la corriente continua en alterna y viendo a este desde la red, como generador de corriente alterna).



Para la mayoría de las aplicaciones hoy en día se prefieren las máquinas sin escobillas que presentan ventajas frente a las máquinas con escobillas: robustez, altos torques, amplio rango de velocidad y bajo número de mantenimientos. Dentro de la categoría de máquinas sin escobillas se encuentran las de jaula de ardilla, imanes permanentes y de reluctancia. De estas tres, las de imanes permanentes se presentan como las más atractivas. Su característica principal es que al eliminar las bobinas de campo y reemplazarlas por imanes permanentes, sus eficiencias eléctricas son superiores a las demás, sobrepasando el 95%. Además su razón potencia- peso es mayor que la de los otros dos motores mencionados. Otra ventaja de los motores de imanes permanentes es que presentan una inercia más baja y por esto responden más rápido ante cambios en el torque.

Finalmente, otra característica en la que la máquina de imanes permanentes es superior, es que al no requerir una corriente de magnetización requiere de inversores de menor tamaño.

## 2.2. MODELO DE LA MÁQUINA

El motor de corriente directa es una máquina que posee una dinámica relativamente sencilla, por lo que se ha empleado como motor básico en aplicaciones donde se requiere de un control riguroso de la velocidad y posición. Aunque su mayor desventaja está en su propia estructura, específicamente en el colector o conmutador, este elemento se encarga de orientar el campo y de lograr con esto la cuadratura entre la corriente del flujo y la que produce el par, obteniendo de ello su sencilla dinámica, pero también, trae efectos negativos como es: mayor tamaño, mayor longitud axial, mayor momento de inercia, mayor número de mantenimientos, etc.

La Fig.3 muestra el circuito equivalente de un motor de corriente directa con excitación independiente en conjunto con el modelo general de un sistema mecánico que incorpora los parámetros mecánicos del motor y de la carga acoplada al motor.

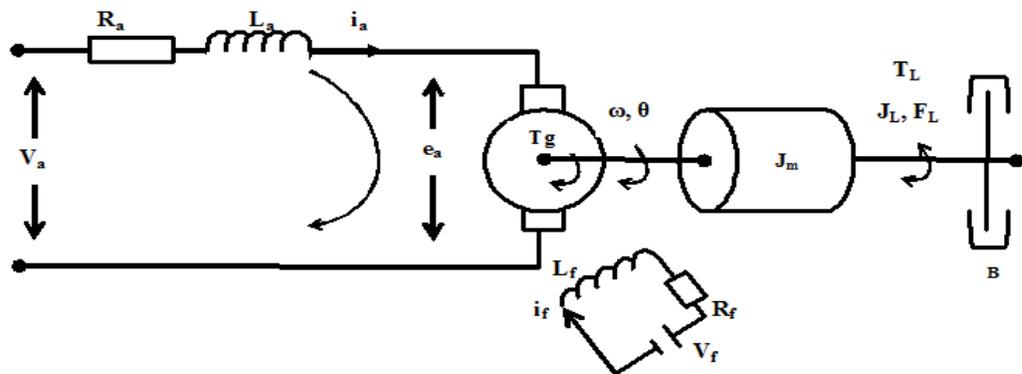


Fig. 3 Motor de Corriente Directa con excitación independiente controlado por armadura



Donde:

$e_a$  = Fuerza electromotriz inducida

$V_a, V_f$  = Voltajes de armadura y campo respectivamente [V]

$R_a, R_f$  = Resistencias de armadura y campo respectivamente [ $\Omega$ ]

$L_a, L_f$  = Inductancias de armadura y de campo respectivamente [H]

$T_g$  = Par generado [Nm]

$\theta$  = Posición angular referido al eje del motor [rad]

$\omega$  = Velocidad angular referida al eje del motor [rad/s]

$J$  = Momento de inercia de la carga del motor y de la carga referida al eje del motor [ $Kgm^2$ ]

$B$  = Coeficiente de fricción viscosa del motor y de la carga referida al eje del motor [Nms/rad]

$T_L$  = Par externo de carga [Nm /A]

### 2.3.1. ECUACIONES ELÉCTRICAS

Estas ecuaciones resultan de aplicar las leyes de Kirchhoff en el circuito equivalente del motor de cd representado en la Fig. 3, en ambos devanados, el de la armadura (rotor) y el de excitación (estator). Estas ecuaciones relacionan las magnitudes eléctricas en el motor.

Para el circuito de excitación:

$$V_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (2.2)$$

Para el circuito de la armadura:

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (2.3)$$

Donde la f.c.e.m. (fuerza contra electromotriz) sería:

$$e_a = K\Phi\omega = K_e\omega_r \quad (2.4)$$

En el dominio de Laplace:

en el campo:

$$V_f(s) = i_f(s)(R_f + sL_f) \quad (2.5)$$

en la armadura:

$$V_a(s) = (R_a + sL_a)i_a(s) + K_e\omega(s) \quad (2.6)$$

siendo  $\omega$  la velocidad angular instantánea en [rad/s].



Las expresiones anteriores corresponden totalmente a la parte eléctrica, pero dado que un motor es un dispositivo electromecánico, se necesitan formular expresiones para la parte mecánica y eléctrica, buscando un equilibrio entre estas, es decir, que el par electromagnético sea igual al par mecánico.

### 2.3.2. ECUACIÓN DEL PAR ELECTROMAGNÉTICO

El par o momento electromagnético en las máquinas eléctricas es una función de los flujos del estator y rotor ( $\Phi_s, \Phi_r$ ):

$$T_g = f(\Phi_s, \Phi_r) \quad (2.7)$$

Como los flujos y las corrientes se relacionan directamente ya que  $\Phi = L \cdot i$ , es usual expresar el par en término de las corrientes:

$$T_g = f(i_s, i_r) \quad (2.8)$$

También, se puede representar el par en forma mixta entre flujos y corrientes, como es el caso del motor de corriente directa, en el cual el par es producido por interacción de la corriente que produce el par ( $i_a$ ), y el flujo de la excitación  $\Phi$ .

$K_t$  es una constante constructiva de la máquina, entonces la relación del par para el motor sería:

$$T_g = K_t i_a(s) \quad (2.9)$$

### 2.3.3. ECUACIÓN MECÁNICA

La ecuación mecánica relaciona las variables eléctricas del motor con la carga, según la segunda ley de Newton para el movimiento rotatorio. Esta describe el comportamiento de la velocidad mecánica, o también la posición del rotor, en función del par electromagnético y los parámetros de la carga.

Para el motor y la carga formados por una masa inercial y una constante viscosa, debida a la fricción y al batimiento.

Al aplicar la segunda Ley de Newton se tiene que<sup>1</sup>:

$$T_m = \text{Par mecánico} = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega + T_L \quad (2.10)$$

<sup>1</sup> Al término ( $J \frac{d\omega}{dt}$ ) que aparece solamente en los procesos transitorios donde varía la velocidad, tanto de aceleración o desaceleración, se le conoce como par o momento dinámico.



pero como la carga gira a la misma velocidad que el motor, se desprende la siguiente expresión para el momento de inercia de la carga del motor y de la carga referida al eje del motor:

$$J = J_m + J_L \quad (2.11)$$

y

$$B = f_m + f_L \quad (2.12)$$

Donde  $B$ , es el coeficiente de fricción viscosa del motor y de la carga referida al eje del motor por lo tanto se obtiene que:

$$T_g = T_m = K_t i_a(s) = (J_m + J_L)s\omega(s) + (f_m + f_L)\omega(s) + T_L(s)$$

resultando

$$T_g = T_m = Js\omega(s) + B\omega(s) + T_L(s) \quad (2.13)$$

Se puede apreciar que la corriente de armadura y como consecuencia el par y la velocidad están en función de dos variables: de  $V_a(s)$  y  $V_f(s)$ . Esta condición hace frecuente el empleo de este tipo de motores para sistemas de control retroalimentados, lo usual es que uno de estos voltajes permanezca constante y se realice control por el otro.

#### 2.3.4. ECUACIONES DEL MODELO MATEMÁTICO

Se puede considerar que si un motor de corriente directa de excitación independiente, trabaja con el valor de la corriente del campo constante,  $i_f = V_f R_f$  y  $\Phi = f(i_f) = const$ , y también la carga es lineal, entonces el sistema puede ser considerado como un sistema lineal.

Las ecuaciones matemáticas que describen dicho sistema son las determinadas a partir de las ecuaciones anteriores:

$$\left. \begin{aligned} V_a &= R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K_e \omega \\ T_g &= K_t i_a(s) \\ T_g &= T_m = J \frac{d\omega}{dt} + B \omega + T_L \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Dicho modelo tiene dos variables de entrada o excitaciones,  $V_a$  y  $T_L$ , por lo que debe de utilizarse el principio de superposición para combinar las respuestas del estado estable y transitorio en el funcionamiento del sistema, para ambas entradas.



### 2.3. OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN DIAGRAMA EN BLOQUES

Para el caso en el que la máquina se controle por la armadura, considerando que  $V_f$  es constante y  $V_a$  es variable, se tiene que:

$$K_t \left[ \frac{V_a(s)}{R_a + sL_a} - K_e \left( \frac{\omega(s)}{R_a + sL_a} \right) \right] = Js \omega(s) + B \omega(s) \pm T_L(s)$$

$$K_t [V_a(s) - K_e \omega(s)] = (R_a + sL_a) [Js \omega(s) + B \omega(s) \pm T_L(s)]$$

$$K_t V_a(s) - K_t K_e \omega(s) = (R_a + sL_a) [Js + B] \omega(s) \pm (R_a + sL_a) T_L(s)$$

∴

$$K_t V_a(s) \pm (R_a + sL_a) T_L(s) = [(R_a + sL_a) [Js + B] + K_t K_e] \omega(s)$$

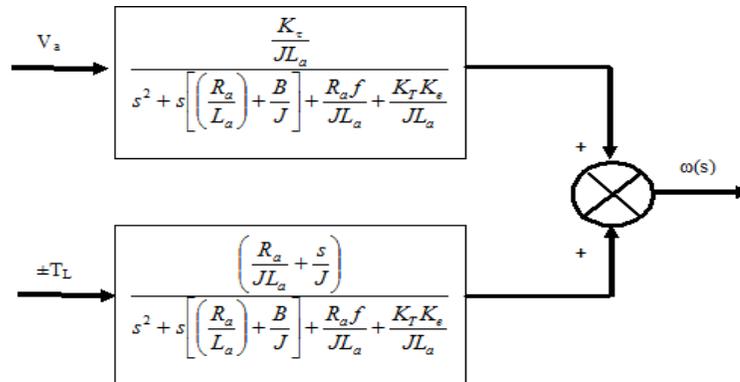
por lo que se obtiene, que la función de transferencia que relaciona la velocidad con el voltaje de entrada  $V_a(s)$ , para un motor con excitación independiente controlado por armadura es:

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{JL_a}}{s^2 + s \left[ \left( \frac{R_a}{L_a} \right) + \frac{B}{J} \right] + \frac{R_a f}{JL_a} + \frac{K_t K_e}{JL_a}} \quad (2.15)$$

por otra parte la función de transferencia que relaciona la velocidad con el par de carga  $T_L(s)$ , para el mismo motor, es de acuerdo.

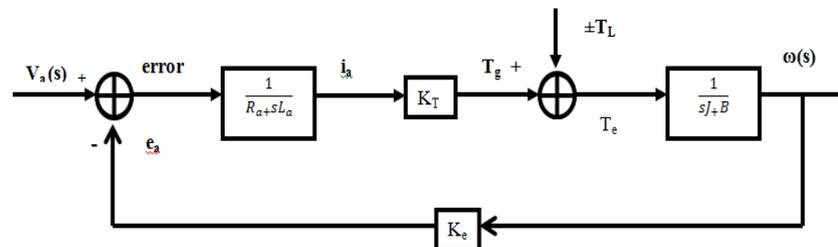
$$\frac{\omega(s)}{T_L(s)} = \frac{\mp \left( \frac{R_a}{JL_a} + \frac{s}{J} \right)}{s^2 + s \left[ \left( \frac{R_a}{L_a} \right) + \frac{B}{J} \right] + \frac{R_a f}{JL_a} + \frac{K_t K_e}{JL_a}} \quad (2.16)$$

De las ecuaciones anteriores, se observa que un aumento o reducción de  $V_a(s)$ , traerá como consecuencia un aumento ó reducción de  $\omega(s)$ . Sin embargo de la ecuación tenemos que un aumento en el par  $T_L$  producirá una reducción en la velocidad; de manera inversa una reducción del par de cargas  $T_L$  producirá un aumento de velocidad. En estudios prácticos se deben de considerar los efectos de las variables  $V_a(s)$  y  $T_L(s)$  para realizar un análisis adecuado del comportamiento del motor. Una representación en diagramas de bloques de las funciones de transferencia es:



**Fig. 4 Diagrama de bloques de las funciones de transferencia del motor de CD**

Y la representación típica en diagrama de bloques del motor de cd está dada por



**Fig. 5 Diagrama de bloques típico de un motor de CD con excitación independiente controlado por la armadura**

Del diagrama en la Fig.7 se observa que al aumentar el par de carga  $T_e$  el par de aceleración  $T_e = T_g - T_L$  se hace menor. La velocidad se reduce, con lo cual la *f.c.e.m.* ( $e_a$ ) también se reduce, y por tanto, la señal de error  $e = V_a - e_a$  se incrementa provocando que la corriente de armadura  $i_a$  aumente, igual que el par eléctrico generado. Esto último produce un aumento en  $T_e$ . Como consecuencia se produce un aumento de velocidad que compensa en parte, la reducción de ella previamente obtenida si la carga se redujera, la velocidad tendería a aumentar inmediatamente y el motor se autocontrolaría, para dar en forma semejante un resultado final que tendería a reducir la velocidad original.

Una conclusión interesante es observar que un control de velocidad a través de la armadura produce resultados satisfactorios de regulación de velocidad por su propia cuenta, sin embargo, no es del todo precisa por tal motivo es necesario contar con un sistema de retroalimentación recurriendo a otros elementos en el diseño que logren llevar a cabo la tarea (controladores).



---

## Capítulo III

# El Control en Modo Deslizante

### 3.1. INTRODUCCIÓN

La tarea de controlar sistemas dinámicos en presencia de incertidumbres acotadas es uno de los problemas más comunes cuando se trata con plantas reales. De hecho, los modelos matemáticos de sistemas reales proveen solo una aproximación del fenómeno real.

Es por eso que la técnica de Control por Modos Deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés) resulta ser una herramienta poderosa para manejar esta clase de sistemas, dada su simplicidad (fácil sintonización e implementación) y robustez. Es importante destacar que cualquier comportamiento no ideal del sistema a controlar, (originado por la frecuencia de conmutación de los actuadores), implica que las trayectorias del sistema sean confinadas a una vecindad o capa límite de la superficie deslizante y su tamaño estará determinado por la frecuencia de conmutación de los actuadores, ocasionando que el comportamiento real del modo deslizante difiera en gran medida del caso ideal (frecuencia infinita de conmutación, teóricamente hablando), originando que aparezca el fenómeno que es conocido comúnmente como “*castaño*” o “*chattering*”, el cual, es un fenómeno indeseable de baja amplitud y frecuencia finita.

Como una solución al fenómeno del castaño surge el controlador “Sub-óptimo”.

El algoritmo “Sub-óptimo” pertenece a los algoritmos de control por modos deslizantes de segundo orden (2-SMC, por sus siglas en inglés).

Los controladores de modos deslizantes de segundo orden están caracterizados por aplicar un control discontinuo, que actúa de forma directa sobre la segunda derivada total de la variable de deslizamiento, misma que al desvanecerse define al dominio deslizante.

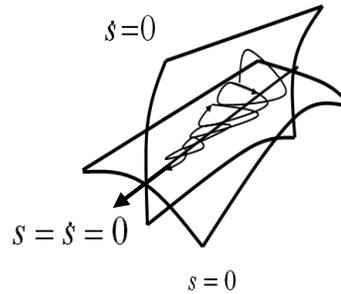
Si se considera un sistema de segundo orden

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_1 - a_2 x_2 + f(t) - bu\end{aligned}\tag{3.0}$$

donde la variable de deslizamiento es  $s=x_1$  y el control  $u$  actúa en la ecuación donde aparece la última derivada por lo que el grado relativo es  $r=2$ .

Cuando existe el modo deslizante, se cumple la siguiente propiedad

$$s = \dot{s} = 0\tag{3.1}$$



**Fig. 6 Trayectoria de un Modo deslizante de segundo Orden (2-SM)**

Esta propiedad es de suma importancia y es explotada para contrarrestar el fenómeno “castaño” y para el control de sistemas con grado relativo 2 (entre la variable deslizante y la entrada a la planta) o bien, para el diseño de diferenciadores robustos.

### 3.2. EL ALGORITMO “SUB-ÓPTIMO” (2-SMC)

#### 3.2.1. DEFINICIÓN

Considere la dinámica de un sistema de segundo orden:

$$\ddot{x} = \gamma[f(t) + u] \quad (3.2)$$

donde  $x \in R$  es una señal medible,  $u \in R$  es la magnitud del control,  $\gamma$  es una constante positiva desconocida y  $f(t) \in R$  es el término de incertidumbre que satisface

$$|f(t)| \leq F \quad (3.3)$$

Se define la función discontinua  $SUB(x(t), W)$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$SUB(x(t), W) = -W \operatorname{sign}\left(x(t) - \frac{1}{2}x_M(t)\right) \quad (3.4)$$

Donde  $W$  es un parámetro de sintonización definido como una constante positiva,  $x(t)$  es una señal escalar y la señal  $x_M(t)$ , se define bajo la siguiente regla de correspondencia:

$$x_M(t) = \begin{cases} x(0), & 0 \leq t < t_{M_1} \\ x(t_{M_i}), & t_{M_i} \leq t < t_{M_{i+1}} \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

donde  $t_{M_i}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ), son los instantes de tiempo donde ocurre  $\dot{x} = 0$ .



De la definición de la función discontinua  $SUB(x(t), W)$  según la ecuación (3.4), se desprende el siguiente Lema.<sup>2</sup>

**3.2.2. LEMA 1.** [12]

Dado un sistema como se definió en (3.2) y (3.3). Entonces cuando se aplica la siguiente ley de control

$$u = SUB(x(t), W) \tag{3.6}$$

y cuando la magnitud del parámetro  $W$ , satisface

$$W > 2F \tag{3.7}$$

se provee al sistema con el logro en tiempo finito de las condiciones:

$$\dot{x} = x = 0$$

El algoritmo de control descrito por la ecuaciones (3.6) y (3.7) es conocido como controlador “Sub-óptimo” y pertenece a los controladores de modos deslizantes de segundo orden (2-SMC). 

El algoritmo “Sub-óptimo” ofrece un control robusto con convergencia en tiempo finito a la superficie de deslizamiento, donde la velocidad de su respuesta, robustez frente a incertidumbres paramétricas y/o perturbaciones externas, radica en el valor de sus parámetros de ajuste o sintonización, mismos que dependen de los parámetros del sistema a controlar. Su principio de funcionamiento es hacer que la variable deslizante y sus derivadas sucesivas tiendan al valor de cero, permitiendo disminuir en su acción el fenómeno de *chattering* y al combinarse con un filtro a la salida del controlador se obtiene un controlador continuo libre de este fenómeno, conocido como controlador “Sub-óptimo” vía integrador, o bien, controlador “*anti-castaño*”. [11]

Un análisis del sistema de segundo orden definido en (3.2) al conectarse en serie con un actuador con dinámica de primer orden, controlado por el algoritmo “Sub-óptimo” ha sido estudiado a detalle en las referencias [12] y [16], planteando una solución al problema de estabilización para el siguiente sistema con dinámica de segundo orden con perturbaciones singulares:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \gamma[f(t) + u] & f(t) &\leq F \\ \dot{u} &= \frac{1}{\mu}(q - u) \end{aligned} \tag{3.8}$$

con  $\mu > 0$  y  $q(t) \in R$ .

De la definición de la función discontinua  $SUB(x(t), W)$  según la ecuación (3.4), y del estudio del algoritmo “Sub-óptimo” cuando la dinámica del actuador no es modelada, de acuerdo con [4], se formula el siguiente Lema.<sup>3</sup>

<sup>2</sup> La prueba de este Lema puede encontrarse en la referencia [12]

<sup>3</sup> La prueba de este Lema puede encontrarse en la referencia [4]



### 3.2.3. LEMA 2.[4]

Dado un sistema como se definió en (3.8), entonces cuando se aplica la siguiente ley de control

$$q = SUB(x(t), W_1) \quad (3.9)$$

y cuando la magnitud del parámetro  $W_1$  satisface

$$W_1 > 2F \quad (3.10)$$

se provee al sistema el logro en tiempo finito de las condiciones:

$$x \leq k_1 \mu^2 \quad \dot{x} \leq k_2 \mu \quad (3.11)$$

donde las constantes  $k_1$  y  $k_2$  son independientes de  $\mu$ .

Lo anterior indica que las trayectorias del sistema entran a un pequeño conjunto invariante del dominio deslizante de segundo orden  $s = \dot{s} = 0$ , cuando se considera que la dinámica del actuador es lo suficientemente rápida.

El controlador “Sub-óptimo” es muy fácil de implementar por algún lenguaje de programación como Simulink de Mathworks o bien con dispositivos analógicos que cumplan con las condiciones de operación del algoritmo.

El ajuste de los parámetros del algoritmo “Sub-óptimo” dependen del sistema en estudio<sup>4</sup>, por lo que para el presente trabajo únicamente se modifica el parámetro: “ $W_i$ ” ó ganancia del controlador, donde  $i=1, 2, 3$ .

Para su aplicación, en éste trabajo se empleará un bloque diseñado en Simulink que represente al algoritmo Sub-optimal cuya estructura interna esta conformada como se muestra a continuación:

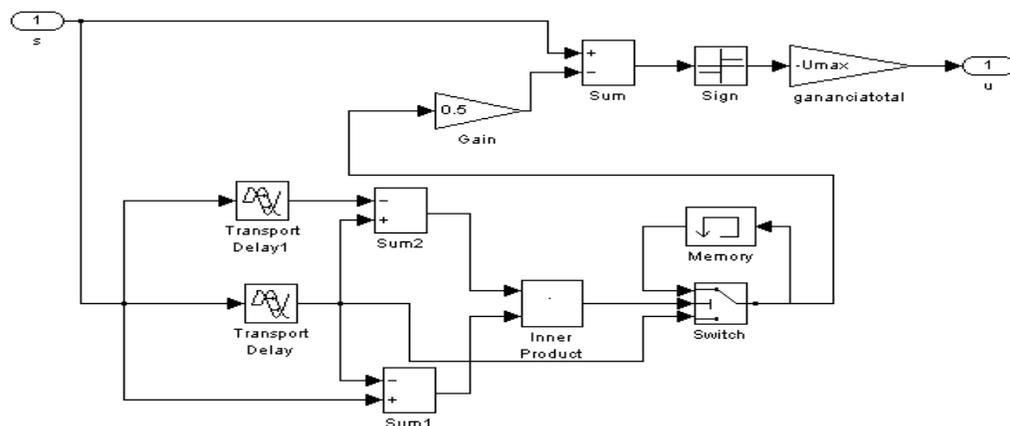


Fig. 7 Estructura del algoritmo “Sub-óptimo” en Simulink.

<sup>4</sup> El motor de cd condicionará el valor de estos parámetros en este trabajo.



### 3.3. LOS DIFERENCIADORES (2-SMC)

Existe una gran cantidad de métodos numéricos que nos permiten obtener la derivada de una señal, como también existe el diseño de filtros lineales que cumplen con este fin.

En la actualidad, se ha extendido el estudio para generar algoritmos de diferenciación robusta basados en la técnica de modos deslizantes, tal es el caso del diferenciador “Super-Twisting” según las referencias [17, 21], ya que presenta grandes cualidades en su desempeño al operar con sistemas en tiempo real, o bien, el algoritmo “Sub-óptimo” en su estructura como diferenciador.[15]

La aproximación de la derivada al valor real y el nivel de “castaño” dependen de una buena selección de los parámetros que conformen el algoritmo de diferenciación.

#### 3.3.1. DIFERENCIADOR “SUB-ÓPTIMO”

En este trabajo se presenta el diferenciador “Sub-óptimo” (2-SMC) el cual posee la siguiente estructura:

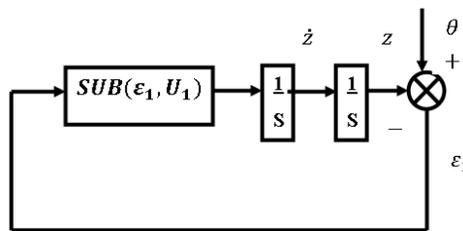
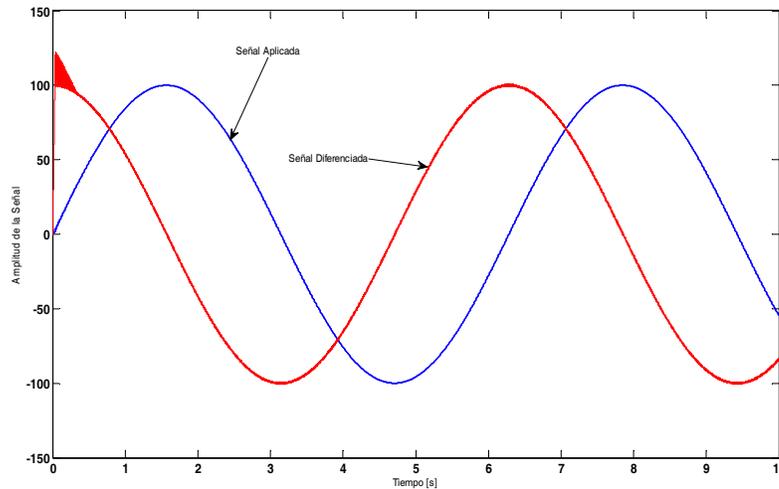


Fig. 8 Estructura del Diferenciador “Sub-óptimo”2-SMC

El diferenciador “Sub-óptimo” es un diferenciador digital que permite obtener la primera derivada de una señal muestreada cuando esta, presenta una segunda derivada acotada. La diferenciación basa su funcionamiento en la estructura presentada en la Fig.8, su objetivo es restringir las salidas de los integradores,  $\dot{z}$  y  $z$  a seguir a la señal de entrada  $\theta$  y su derivada respectivamente, al aplicar el control definido por la función discontinua  $SUB(x(t), W)$ , de acuerdo con la ecuación (3.4).

Este diferenciador presenta ciertas imperfecciones por su construcción, al tratar de diferenciar señales en presencia de ruido o señales discontinuas, se ha estudiado su comportamiento y se concluye que es un diferenciador poco robusto y es necesario hacer ciertas modificaciones como agregar un filtro no lineal para mejorar su desempeño bajo estas situaciones.

**Ejemplo 1** (simulación): Se aplica una señal para su diferenciación  $y(t)=100*\sin(t)$ , la rapidez de la diferenciación, depende de los parámetros que se asignen al algoritmo “Sub-óptimo”.



**Fig. 9 Diferenciación de una señal suave con “Sub-óptimo”2-SMC**

Del esquema presentado en la Fig.8 se define  $\varepsilon_1 = \theta - z$  y la entrada  $\varepsilon_2 = \dot{\varepsilon}_1$ . La tarea del controlador es llevar a cero a  $\varepsilon_1$  y a  $\varepsilon_2$ , cuando  $\varepsilon_2$  no es medible.

La dinámica asociada es descrita por

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 \\ \ddot{\varepsilon}_2 = \dot{\theta} - u \quad \left| \ddot{\theta} \right| \leq \Omega_d \end{cases} \quad (3.12)$$

donde  $\Omega_d$  es una constante positiva conocida.

Por el tipo de señales que se manejan se optó por no hacer uso de este diferenciador en las pruebas experimentales pero se considera para la prueba de convergencia ya que cabe señalar que cuando se puede garantizar que la señal a diferenciar, es una señal suave y limpia de ruido, la rapidez de convergencia y la aproximación a la derivada real es notable por este diferenciador, esto fue probado en las simulaciones digitales y es por esta razón que se presentó como una opción para la estimación de la derivada de una señal. Para resolver el problema de estabilización del sistema presentado por la ecuación (3.12), el algoritmo “Sub-óptimo” no es la única solución y dado su comportamiento en presencia de ruido al ser empleado como diferenciador se presenta otro tipo de diferenciación robusta basada en el algoritmo “Super-Twisting” (Diferenciador 2-SMC).



### 3.3.2. DIFERENCIADOR “SUPER-TWISTING”

El algoritmo que define a este diferenciador es:

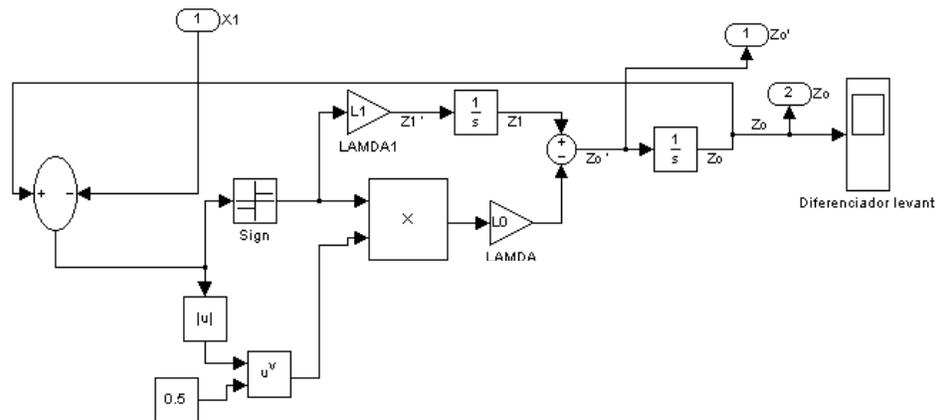
$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= z_1 - \lambda_0 |z_0 - x_1|^{\frac{1}{2}} \text{signo}(z_0 - x_1) \\ \dot{z}_1 &= -\lambda_1 \text{signo}(z_0 - x_1) \end{aligned} \quad (3.13)$$

se considera que  $x_1$  es la señal de entrada al diferenciador, la variable  $\dot{z}_0$  es la señal diferenciada. Las constantes  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  son los parámetros de ajuste del diferenciador para los que se ha planteado una técnica de sintonización dependiendo del valor de  $\Omega_d$  de acuerdo con la expresión (3.12).

$$\lambda_1 = 1.1\Omega_d \quad (3.14)$$

$$\lambda_0 = 1.5\Omega_d^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

Para éste trabajo se empleo un modelo en Simulink para este diferenciador, el cual presenta la siguiente estructura:

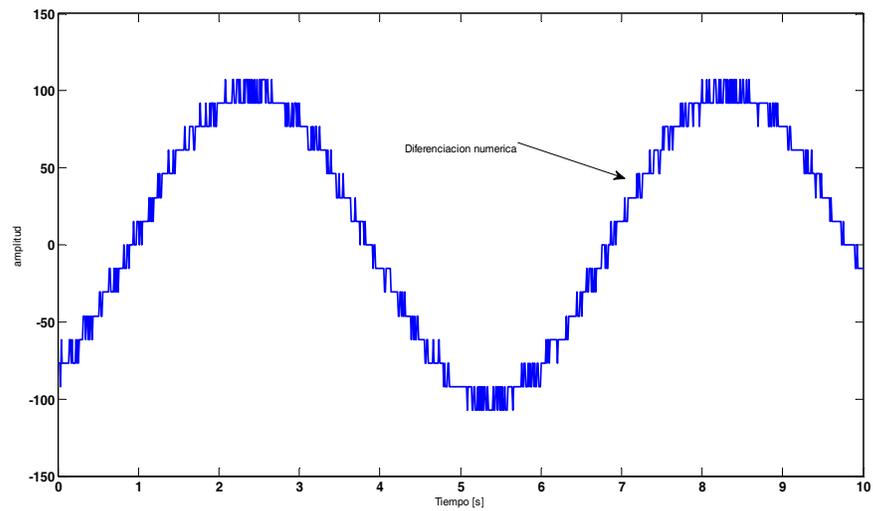


**Fig. 10 Diagrama en Simulink del Diferenciador “Super-Twisting” 2-SMC**

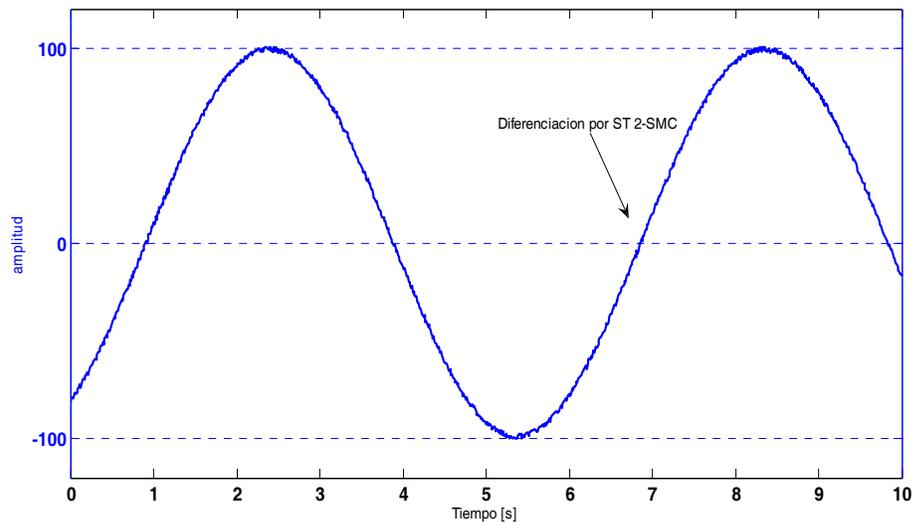
El desempeño de este diferenciador es sobresaliente cuando se requiere diferenciar señales en presencia de ruido, caso típico en aplicaciones de control en tiempo real, debido a la sensibilidad de los sensores y la información que estos entregan. En el presente trabajo se intercambia el diferenciador sin problema alguno ya que no afecta en nada el análisis teórico que se presenta con posterioridad ya que su función es entregar la estimación de la primera derivada y se muestra como evidencia la fácil intercambiabilidad de los algoritmos de modos deslizantes de segundo orden.



Como ejemplo, se muestran las figuras siguientes mismas que representan el tipo de señal que se obtendría al realizar una diferenciación numérica a través de la tarjeta dSPACE1104 (Fig.11) y su comparativo al realizar la misma operación con el diferenciador “Super-Twisting” de manera experimental (Fig.12).



**Fig. 11 Diferenciación numérica experimental**



**Fig. 12 Diferenciación con Super-Twisting 2-SMC experimental**



## Capítulo IV

# Planteamiento del problema

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Como ya se hizo mención en el capítulo II, la dinámica del motor de corriente directa de imán permanente controlado por su armadura puede ser representado por:

$$\begin{cases} L_a \frac{di(t)}{dt} = -R_a i(t) - K_e \omega(t) + V(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = B \omega(t) + K_t i(t) - T_L \end{cases} \quad (4.1)$$

donde  $\omega(t)$  es la velocidad del eje del motor,  $i(t)$  es la corriente del motor  $V(t)$  es el voltaje de alimentación,  $T_L$  es el par de carga,  $J$  es la inercia mecánica total del motor y de la carga referidos al eje del motor,  $B$  es el coeficiente de fricción viscosa del motor y de la carga,  $K_t$  es la constante de par,  $L_a$  y  $R_a$  son la inductancia y resistencia de armadura, respectivamente y  $K_e$  es la constante de fuerza contra electro-motriz.

Para evaluar el desempeño del esquema propuesto en el presente trabajo, “todos los parámetros del motor se consideran inciertos”, pero resulta necesario definir algunos límites de los valores que los parámetros pueden tomar, debido a las propias limitaciones físicas de la máquina.

El conocimiento de estos límites se realiza de acuerdo a los siguientes puntos:

- Son conocidas las constantes positivas  $\underline{J}, \bar{J}, \underline{R}_a, \bar{R}_a, \dots, \bar{K}_e$  de tal forma que las siguientes desigualdades se mantienen:

$$\begin{aligned} \underline{J} \leq J \leq \bar{J}, \quad B \leq B \leq \bar{B}, \quad \underline{L}_a \leq L_a \leq \bar{L}_a \\ \underline{K}_e \leq K_e \leq \bar{K}_e, \quad \underline{K}_t \leq K_t \leq \bar{K}_t, \quad \underline{R}_a \leq R_a \leq \bar{R}_a \end{aligned} \quad (4.2)$$

- Para las constantes conocidas  $\bar{T}_L, \bar{T}_{Ld}$  el par de carga satisface las siguientes restricciones:

$$|T_L| \leq \bar{T}_L \quad \left| \dot{T}_L \right| \leq \bar{T}_{Ld} \quad (4.3)$$

- Se conocen las dos constantes  $\Omega_d$  y  $I_d$ , las cuales cumplen las condiciones

$$\left| \frac{d\omega(t)}{dt} \right| \leq \Omega_d \quad (4.4)$$

$$\left| \frac{di(t)}{dt} \right| \leq I_d \quad (4.5)$$



Bajo un estudio de las restricciones físicas, tanto de la cota de alimentación de voltaje y del par de carga, las condiciones (4.4) y (4.5) son derivadas de explotar la propiedad de Estabilidad de Entrada a Estado (ISS, por sus siglas en inglés), para sistemas lineales, ya que se asume que la dinámica del motor de CD es lineal y presenta estabilidad asintótica en el sentido de Lyapunov.

Continuando con el planteamiento, se consideran disponibles para su medición: la posición del eje  $\theta$ , así como, la corriente  $i$  del motor; mientras que la velocidad del eje  $\omega$  se asume desconocida y esta se estimará a través de la información entregada por el sensor de posición.

Se considera una velocidad de referencia suave y acotada  $\omega_r$ , misma que debe satisfacer la siguiente condición para una constante conocida de diseño  $\Omega_{rdd}$

$$\left| \ddot{\omega}_r \right| \leq \Omega_{rdd} \quad (4.6)$$

La tarea del controlador consiste en aplicar un voltaje continuo  $V(t)$  que garantice la convergencia en tiempo finito del error de seguimiento de velocidad  $\omega_r - \hat{\omega}$  hacia una pequeña vecindad del valor cero despreciando la incertidumbre paramétrica, las perturbaciones externas y los errores de medición.

Cuando el propósito del controlador es realizar un control de posición se requiere de una velocidad de referencia  $\omega_r$ , la cual queda determinada por la siguiente expresión

$$\dot{\omega}_r = \ddot{\theta}_r + c(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}) \quad c > 0 \quad (4.7)$$

Donde la variable  $\theta_r$  es la posición deseada lo suficientemente suave para cumplir con la condición

$$\left| \theta_r^{(3)} \right| \leq \Omega_{rdd} .$$

La condición de que las referencias sean suaves, tanto para el control de posición y/o el control de velocidad es requerida, en cierto modo, para excluir a las referencias que comúnmente son utilizadas, tales como, señales triangulares y/o cuadradas, debido a que estas formas de onda poseen mas una restricción de naturaleza teórica y el hecho de que se condicione el tipo de señal a aplicar sirve para garantizar un seguimiento perfecto; mientras que esto no es posible de alcanzar cuando se emplea, por ejemplo, una señal cuadrada como referencia para la posición del eje o bien para la velocidad.

De cualquier modo, el uso de una referencia discontinua suele ser descartada y se prefiere el empleo de una señal suave. Este detalle será analizado y se discutirá posteriormente en las pruebas realizadas experimentalmente.



## 4.2 DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

De acuerdo a una práctica común realizada para los sistemas de control de movimiento, en particular para los motores de corriente directa, se opta por un control en cascada, mismo que contiene dos lazos de control separados, un lazo para el control de corriente y otro lazo para el control de velocidad; de acuerdo con la Fig.13.

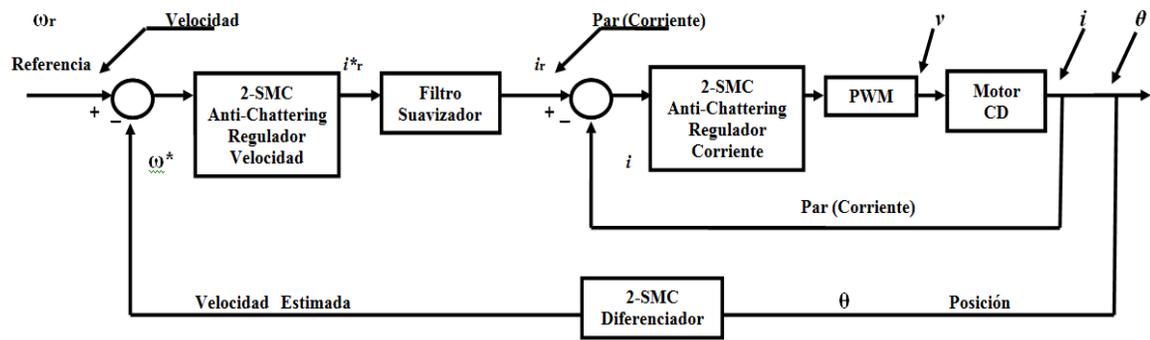


Fig. 13 Esquema del control en cascada propuesto

Una representación detallada del esquema propuesto se observa en la figura siguiente:

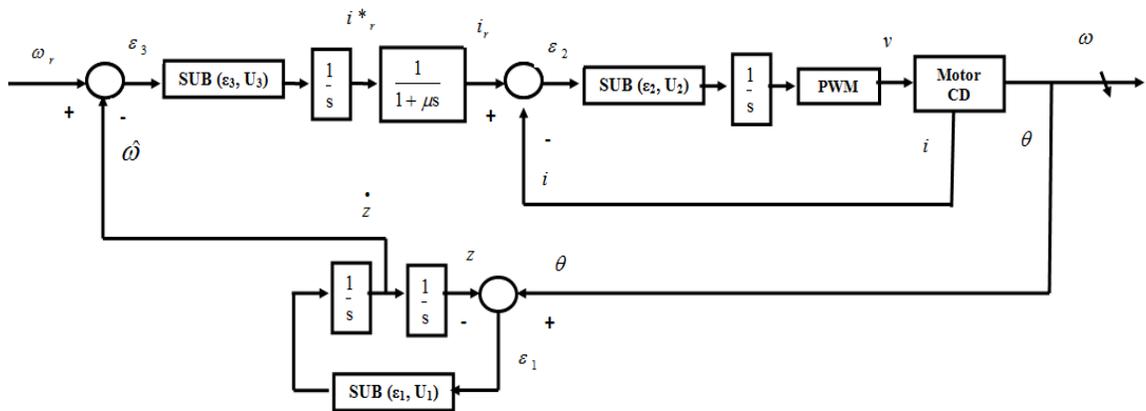


Fig. 14 Representación detallada del esquema propuesto

El observador de velocidad, localizado en el lazo de retroalimentación, es un diferenciador robusto basado en la técnica de modos deslizantes de segundo orden, su tarea es obtener la primera derivada de la posición  $\theta$  medida y entregar con convergencia en tiempo finito a la velocidad estimada  $\hat{\omega}$ , a través del bloque que



lleva por nombre “SUB”, el cual representa el algoritmo discontinuo “Sub-óptimo” presentado en el capítulo anterior. En el lazo externo se aprecia al controlador de velocidad 2-SM (integrado por el algoritmo “Sub-óptimo” más un integrador), su función es procesar el error de velocidad  $\varepsilon_3 = \omega_r - \hat{\omega}$  y la salida de éste entra a un filtro lineal de primer orden.

La salida del filtro  $i_r^*$ , genera la señal de referencia para el lazo interno de control de corriente, el cual se encarga de producir el voltaje  $v$  que será aplicado al motor de cd a través de una señal de tipo PWM.

Como ya se ha hecho mención, al agregar a la salida del controlador discontinuo un filtro, la salida del mismo entrega una señal continua y en su conjunto representan el controlador “2-SMC anti-castaño”, es decir, basados en el esquema anterior que la señal  $i_r^*$  y la señal  $v$  son señales continuas con derivadas discontinuas.

El siguiente teorema resume el esquema observador/controlador de manera completa representado por la Fig.14 y establece las condiciones suficientes para la sintonización de los parámetros constantes  $U_1, U_2, U_3$ , que garantizan el acotamiento final del error de seguimiento  $\omega_r - \hat{\omega}$ .

#### 4.2.1. TEOREMA 1

Considere el sistema definido en (4.1), el cual satisface las condiciones (4.2) a (4.5), considere también una señal de referencia aplicada  $\omega_r$  y que satisface la condición (4.6).

Se define

$$\ddot{z} = SUB(z - \theta, U_1) \quad (\text{Estimador de velocidad}) \quad (4.8)$$

$$\frac{d}{dt} i_r^* = SUB(\dot{z} - \omega_r, U_3) \quad (\text{Lazo de corriente}) \quad (4.9)$$

$$\mu \frac{d}{dt} i_r = i_r^* - i_r \quad (\text{Filtro}) \quad (4.10)$$

$$\dot{v} = SUB(i - i_r, U_2) \quad (\text{Lazo de velocidad}) \quad (4.11)$$

con la función discontinua  $SUB(x(t), W)$  definida en el capítulo anterior, con condiciones iniciales

$$z(0) = \theta(0), \quad i_r^*(0) = i_r(0) = i(0), \quad \dot{z}(0) = v(0) = 0 \quad (4.12)$$

los parámetros de ajuste  $U_1, U_2, U_3$  son escogidos de tal manera que cumplan con

$$U_1 > 2\Omega_d \quad (4.13)$$

$$U_2 > 2\Phi_1 \quad (4.14)$$

$$U_3 > 2\Phi_2 \quad (4.15)$$

donde



$$\Phi_1 = \frac{2\bar{L}}{\mu} U_3 + \bar{R} I_d + \bar{K}_e \Omega_d$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{K} \left[ \bar{J} \Omega_{rdd} + \bar{B} \Omega_d + \bar{T}_{Ld} \right]$$

entonces, existe un tiempo finito  $T$ , y una constante  $k > 0$ , tal que

$$\left| \omega_r - \hat{\omega} \right| \leq k \mu^2 \quad t \geq T \quad (4.16)$$



#### 4.2.2. PRUEBA AL TEOREMA 1

Se definen

$$\varepsilon_1 = z - \theta \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_2 = i - i_r \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_3 = \omega_r - \dot{z} \quad (4.19)$$

Si se diferencia dos veces  $\varepsilon_1$  y se sustituye la expresión (4.8), implica

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_1 &= \ddot{z} - \dot{\omega} \\ \ddot{\varepsilon}_1 &= SUB(\varepsilon_1, U_1) - \dot{\omega} \end{aligned} \quad (4.20)$$

La dinámica en (4.20) es formalmente equivalente a

$$\ddot{x} = \gamma [f(t) + u] \quad (4.21)$$

si se considera que  $\gamma = 1$  y  $f(t) = -\dot{\omega}$ , si además se tiene que  $|f| \leq F = \Omega_d$  cuando se aplica el control  $SUB(\varepsilon_1, U_1)$  por el **Lema 1**, presentado en el capítulo anterior y cuando  $U_1$  es ajustado de acuerdo a la condición (4.13), se sabe que las variables  $\varepsilon_1$  y su derivada  $\dot{\varepsilon}_1$  son llevadas a cero en tiempo finito  $T_1$ .

$$\varepsilon_1(t) = \dot{\varepsilon}_1(t) = 0 \quad t \geq T_1 \quad (4.22)$$

Esto significa que  $\dot{z} = \omega$ , de lo anterior se desprende que

$$\varepsilon_3 = \omega_r - \hat{\omega} \quad t \geq T_1 \quad (4.23)$$

Ahora bien, diferenciado  $\varepsilon_2$  dos veces se puede obtener:

$$\ddot{\varepsilon}_2 = -\frac{1}{L} \left[ \frac{1}{\mu} (SUB(\varepsilon_3, U_3) - \frac{1}{\mu} (i_r * -i_r)) + R \frac{d}{dt} i(t) + K_e \frac{d}{dt} \omega(t) - \dot{v}(t) \right] \quad (4.24)$$



Expresión que puede ser escrita como

$$\ddot{\varepsilon}_2 = -\frac{1}{L} \left[ \varphi_1(t) - \dot{v}(t) \right]$$

$$\ddot{\varepsilon}_2 = -\frac{1}{L} [\varphi_1(t) + SUB(\varepsilon_2, U_2)] \quad (4.25)$$

donde

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{\mu} \left[ SUB(\varepsilon_3, U_3) - \frac{1}{\mu} (i_r^* - i_r) \right] - R \frac{d}{dt} i - K_e \frac{d}{dt} \omega(t) \quad (4.26)$$

La dinámica en (4.26) es formalmente equivalente a (4.21) cuando es aplicado un control  $SUB(\varepsilon_2, U_2)$ , razón por la que puede aplicarse nuevamente el **Lema 1** a este análisis, aunque primero hay que encontrar una cota superior para  $|\varphi_1(t)|$  ya que se necesita para una sintonización adecuada del parámetro  $U_2$  según la condición (4.14) y garantizar de esta forma la convergencia en tiempo finito de las variables  $\varepsilon_2$  y su derivada  $\dot{\varepsilon}_2$ .

Por lo antes expuesto, se define la variable:

$$\xi = i_r^* - i_r \quad (4.27)$$

y se considera a la función de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \xi^2 \quad (4.28)$$

la derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias, según la expresión (4.10), de la función de Lyapunov, esta dada por

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \left[ \frac{1}{\mu} \xi - \frac{d}{dt} i_r^* \right] \\ \dot{V} &= - \left[ \frac{1}{\mu} |\xi| - \frac{d}{dt} i_r^* \text{signo}(\xi) \right] |\xi| \end{aligned} \quad (4.29)$$

De la expresión (4.9) y de la definición de la función discontinua  $SUB(x(t), W)$ , presentada en el capítulo anterior, se desprende la expresión:

$$\left| \frac{d}{dt} i_r^* \text{signo}(\xi) \right| = U_3 \quad (4.30)$$

Considerando la expresión (4.29) y (4.30) y realizando un análisis de Lyapunov estándar, se obtiene el siguiente dominio, para el cual la derivada de  $V$  es invariante y negativa definida.

$$|\xi| < \mu U_3 \quad (4.31)$$

Cuando  $\xi(0)=0$  la condición (4.31), se mantiene para  $t=0$ .



De acuerdo a la condición (4.31) y considerando ahora (4.4) y (4.5) en (4.26), el término  $\varphi_1(t)$  puede ser finalmente acotado como sigue

$$|\varphi_1(t)| \leq \Phi_1, \quad \Phi_1 = \frac{2\bar{L}}{\mu} U_3 + \bar{R}I_d + \bar{K}_e \Omega_d \quad t \geq T_1 \quad (4.32)$$

Si el parámetro  $U_2$  se escoge de acuerdo con la condición (4.14) i.e. al menos dos veces más grande que el acotamiento final ese puede garantizar  $\Phi_1$ , entonces se puede garantizar que las variables  $\varepsilon_2$  y su derivada  $\dot{\varepsilon}_2$  son llevadas a cero en el tiempo finito  $T_2 > T_1$ .

$$\varepsilon_2(t) = \dot{\varepsilon}_2(t) = 0 \quad t \geq T_2 \quad (4.33)$$

Continuando con la prueba, se propone diferenciar dos veces el término  $\varepsilon_3$ , de la expresión (4.19).

Mediante una manipulación algebraica se obtiene

$$\ddot{\varepsilon}_3(t) = \frac{K_l}{J} \left[ \frac{J}{K_l} \ddot{\omega}_r + \frac{B}{K_l} \dot{\omega} + \frac{1}{K_l} \dot{T}_L(t) - \frac{d}{dt} i_r \right] \quad (4.34)$$

Por las expresiones (4.18) y (4.33), la condición  $i = i_r$  se mantiene y (4.34) puede ser escrito como se muestra

$$\ddot{\varepsilon}_3(t) = \frac{K_l}{J} \left[ \frac{J}{K_l} \ddot{\omega}_r + \frac{B}{K_l} \dot{\omega} + \frac{1}{K_l} \dot{T}_L(t) - \frac{d}{dt} i_r \right] \quad t \geq T_2 \quad (4.35)$$

Ahora se define las siguientes variables auxiliares

$$\beta = \frac{d}{dt} i_r \quad (4.36)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{K_l} \left[ J \ddot{\omega}_r + B \dot{\omega} + \dot{T}_L(t) \right] \quad (4.37)$$

Tan pronto como se establezca la condición en modo deslizante definida por el control 2-SMC en el tiempo  $t \geq T_2$ , según la expresión (4.33), la dinámica acoplada dada por (4.35) y (4.10) se puede escribir como:

$$\ddot{\varepsilon}_3(t) = \frac{K_l}{J} [\varphi_2 + \beta] \quad (4.38)$$

$$\mu \dot{\beta} + \beta = SUB(\varepsilon_3, U_3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \gamma [f(t) + u] & f(t) &\leq F \\ \dot{u} &= \frac{1}{\mu} (q - u) \end{aligned} \quad (4.39)$$



La dinámica en (4.38) es formalmente equivalente a (4.39) cuando es aplicado un control  $SUB(\varepsilon_3, U_3)$ , como se definió en el capítulo anterior, razón por la cual, puede ahora aplicarse el **Lema 2** a este análisis, cuando se conoce el acotamiento final de  $\varphi_2$ , dado por

$$|\varphi_2(t)| \leq \Phi_2 \quad \Phi_2 = \frac{1}{K} \left[ \bar{J} \Omega_{rdd} + \bar{B} \Omega_d + \bar{T}_{Ld} \right] \quad t \geq T_2 \quad (4.40)$$

Si el parámetro  $U_3$  satisface la desigualdad de la condición (4.15), entonces se asegura la convergencia en el tiempo finito  $T_3 > T_2$  del error  $\varepsilon_3$ , al conjunto invariante del tipo:

$$|\varepsilon_3(t)| = \rho \mu^2 \quad (4.41)$$

Para algún  $\rho > 0$ , independiente de  $\mu$ , lo cual es equivalente a la condición (4.16).

Con lo que se da por terminada la prueba al teorema.



### 4.3 SINTONIZACIÓN EXPERIMENTAL

La sintonización de los parámetros de ajuste  $U_1, U_2, U_3$  está basada en ciertas desigualdades como acaba de mostrarse, pero cabe aclarar que estas desigualdades pueden ser reemplazadas por el comportamiento observado en la práctica, después de una gran cantidad de pruebas experimentales se determinó que el parámetro  $U_1$  debe fijarse primero y este debe ser al menos dos veces más grande que la aceleración esperada.

El parámetro  $U_3$  se ajusta enseguida y este debe ajustarse para que pueda entregar un ancho de banda suficiente para la dinámica del lazo de corriente (ya que el inversor agrega un retardo al sistema y el parámetro  $U_3$  debe contemplar el efecto del mismo), se puede ajustar a prueba y error en el sistema real, analizando el comportamiento del mismo en las pruebas experimentales.

Finalmente el parámetro  $U_2$  puede ajustarse incrementando de forma progresiva su valor hasta que se presente un comportamiento adecuado (no se activen las protecciones) cuando se le aplican señales de prueba como senoides, o bien, señales cuadradas, en el sistema en lazo cerrado.



---

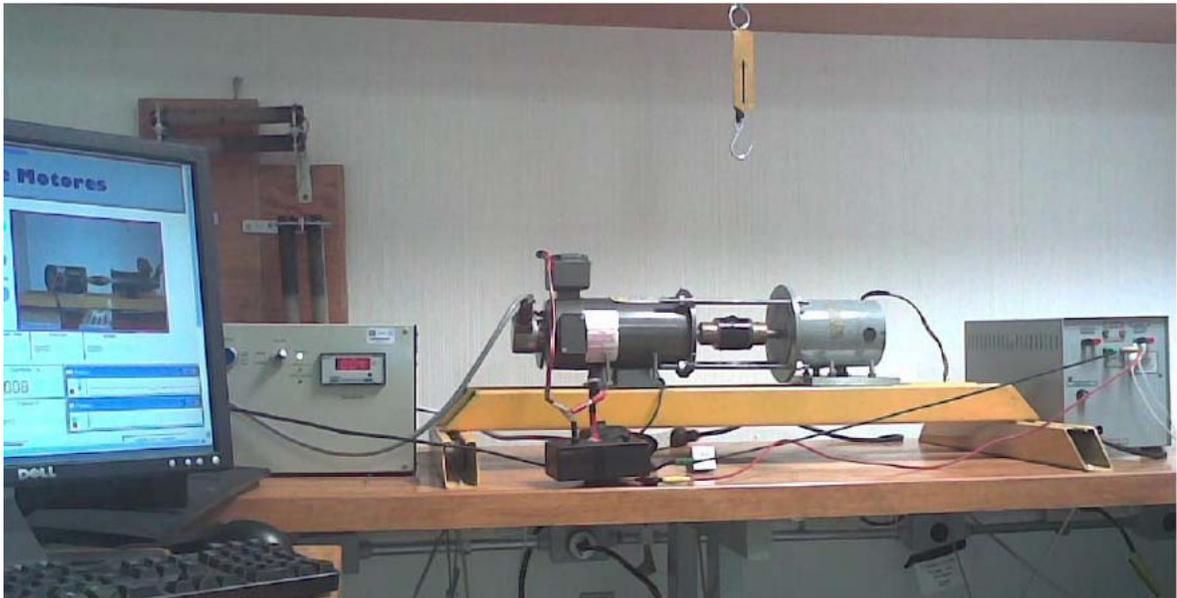
# Capítulo V

## Pruebas experimentales

### 5.1 IMPLEMENTACIÓN

El control en cascada propuesto para el motor de corriente directa se implementó a través de la tarjeta dSPACE 1104.

Se diseñó y se construyó la plataforma experimental para realizar las pruebas y la evaluación de la técnica propuesta como se muestra:



**Fig. 15 Plataforma experimental: Motor maestro (izquierda), esclavo (derecha)**

Puede observarse de la Fig.15 que los motores están mecánicamente acoplados.

El motor maestro es el que será controlado en su velocidad y posición con el esquema estudiado anteriormente.

El motor (esclavo) será controlado también, pero a este se le controlará el par por medio de un controlador de tipo proporcional de tal forma que este pueda entregar un par constante al fijar una ganancia lo suficientemente grande para ofrecer una respuesta rápida.

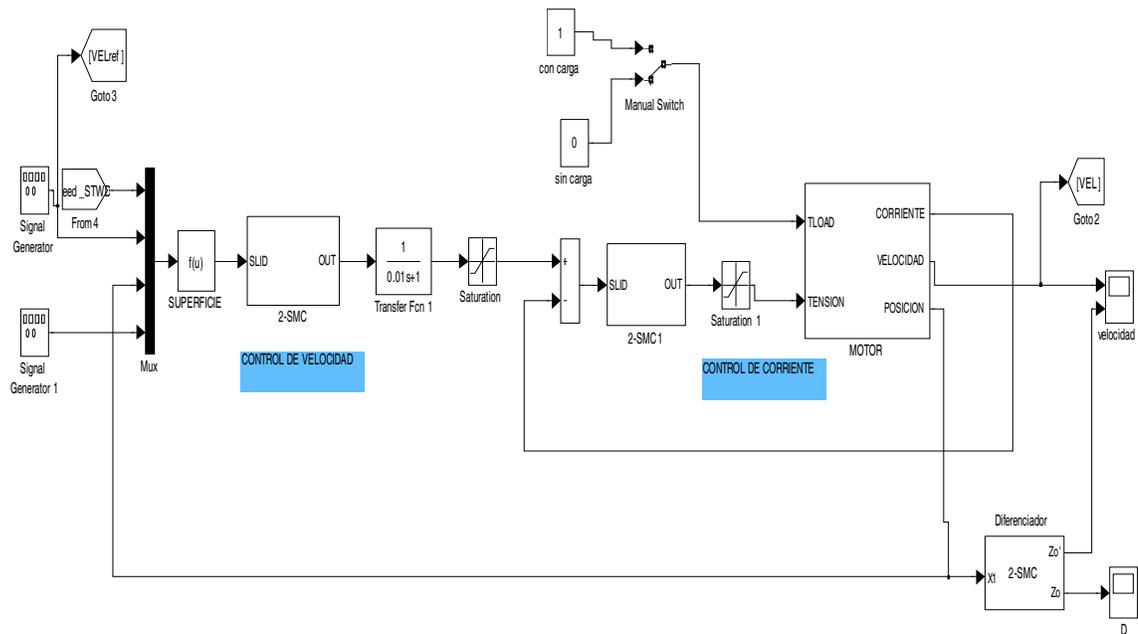
Lo que se pretende realizar con esta plataforma, son pruebas que permitan analizar el desempeño del esquema propuesto frente a variaciones abruptas en el par de carga (perturbación acoplada) y presentar un comparativo con un controlador clásico con el mismo método de ajuste.



### 5.1.1. AJUSTE DE PARÁMETROS Y SINTONIZACIÓN

Para llevar a cabo las pruebas sobre la plataforma experimental, fue necesario realizar las simulaciones del esquema propuesto y de esta forma determinar ciertos límites de los parámetros de ajuste y sintonización de los controladores basados en la metodología planteada para llevar acabo esta tarea.

Cabe señalar, que la simulación solo ofrece en este caso en particular una idea del rango de valores que los parámetros pueden tomar, ya que en la práctica los valores de los parámetros aplicados al sistema regularmente difieren a los de simulación.



**Fig. 16 Modelo en Simulink del esquema propuesto para fines de simulación**

Realizadas las simulaciones puede iniciarse a adecuar el sistema para su funcionamiento en tiempo real, para lograr esto es necesario diseñar varias etapas de acondicionamiento de señales para su utilización de cada uno de los elementos que integran el esquema de control propuesto.

Como se presenta en el Apéndice A, la tarjeta dPACE1104 ofrece una variedad de puertos de ENTRADA/SALIDA que sirven para comunicar cada uno de los dispositivos que integran el sistema de control.



## 5.1.2. ACONDICIONAMIENTO DEL MOTOR (MAESTRO)

La correcta selección de los bloques del motor en Simulink y algunas protecciones como los saturadores son de gran importancia al llevar a cabo la tarea de la implementación debido a que se tiene que proteger en todo momento a la tarjeta dSPACE y el demás equipo.

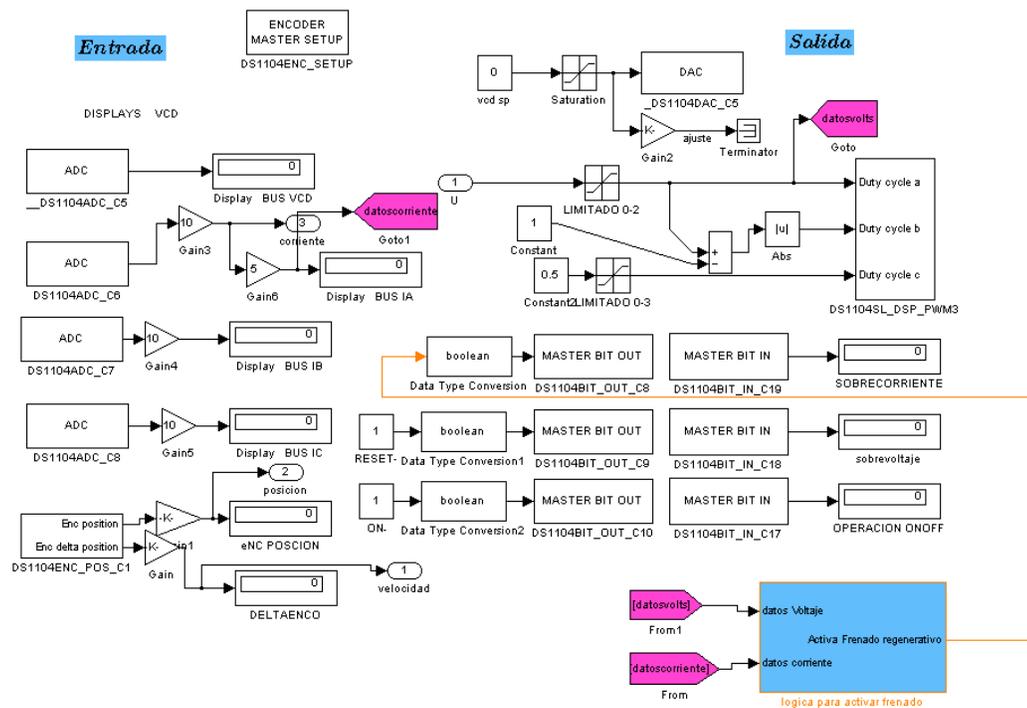


Fig. 17 Acondicionamiento del motor maestro

## 5.1.3. ACONDICIONAMIENTO PARA EL FRENADO REGENERATIVO

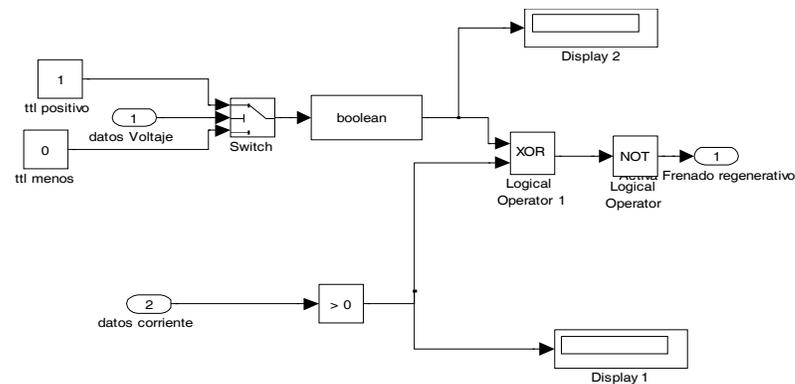


Fig. 18 Acondicionamiento frenado regenerativo



### 5.1.4. ACONDICIONAMIENTO PARA EL MOTOR (ESCLAVO)

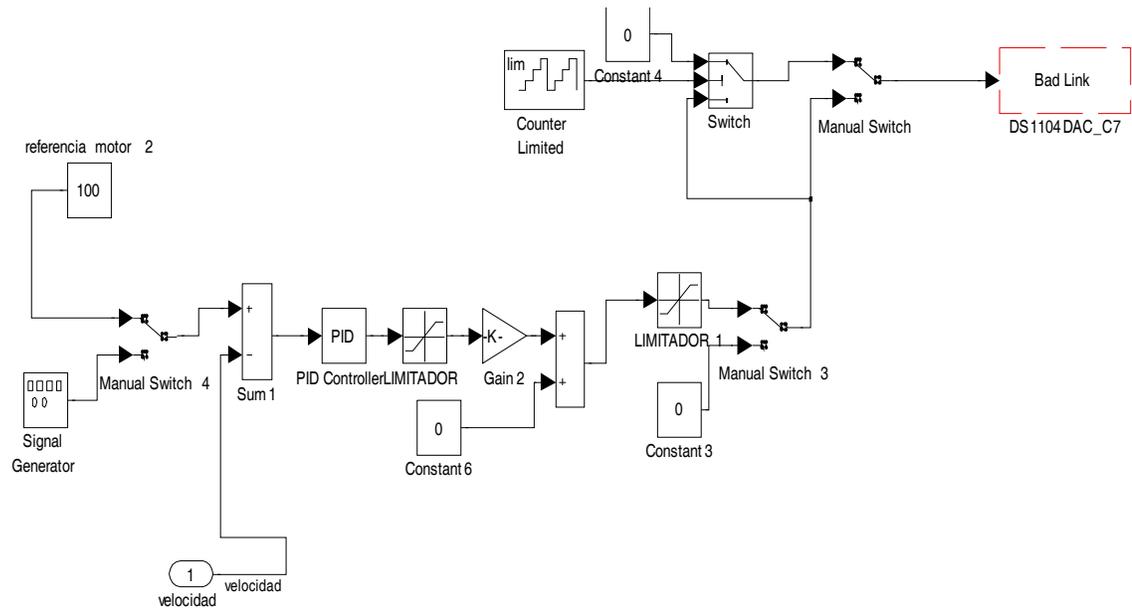


Fig. 19 acondicionamiento motor esclavo

### 5.1.5. ACONDICIONAMIENTO PARA LA SEÑAL DE PWM

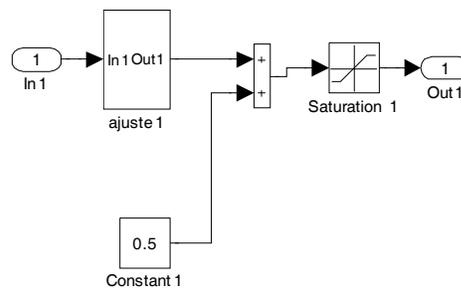


Fig. 20 Acondicionamiento PWM

Es importante mencionar que la tarjeta dSPACE1104 ofrece un software (ControlDesk), el cual es de gran utilidad en la etapa de pruebas. ControlDesk permite realizar el ajuste de parámetros en línea y observar de inmediato el efecto de la variación del parámetro de interés, además de ofrecer entre sus tantas características la recuperación de la variable en estudio para un posterior análisis.

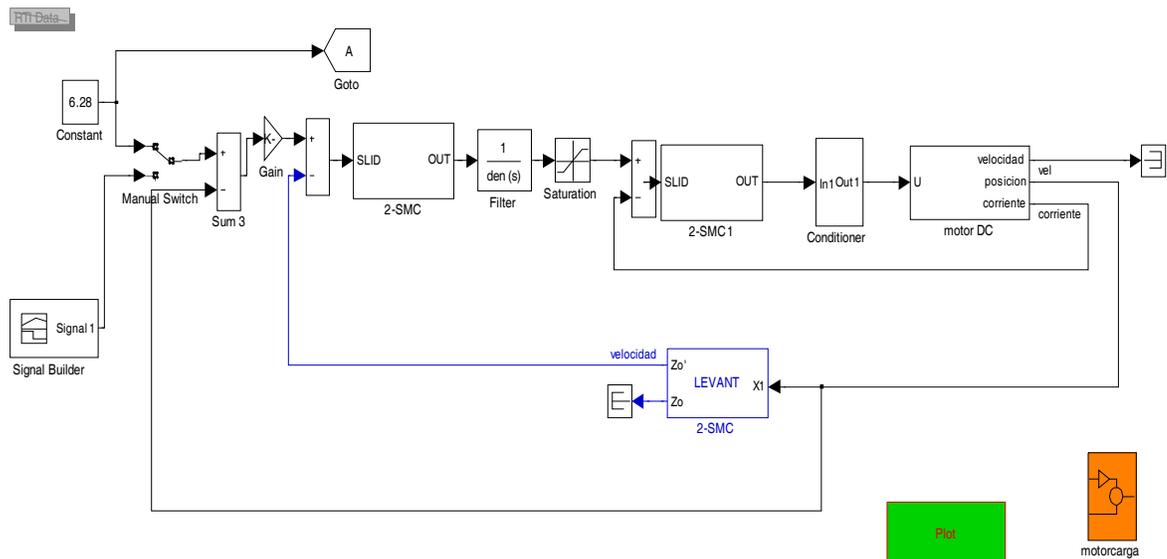


De lo antes mencionado se presenta una tabla que resume (después de una cantidad razonable de pruebas en simulación digital y experimental) los parámetros obtenidos para el esquema de control en cascada a través de los controladores 2-SMC.

<b>Resolución del Encoder</b>	<b>1024 pulsos por revolución.</b>
<b>Voltaje aplicado</b>	<b>90 Volts</b>
<b>Frecuencia del PWM</b>	<b>15 kHz</b>
<b>Periodo de muestreo</b>	<b>100µs</b>
<b>Ganancias del Diferenciador (2-SMC)</b>	<b>200 y 40</b>
<b>Ganancia del Regulador de Vel. (2-SMC)</b>	<b>90</b>
<b>Ganancia del Regulador de Corriente (2-SMC)</b>	<b>90</b>
<b>Constante de tiempo del filtro</b>	<b>0.01 s</b>
<b>Constante para referencia de la Posición</b>	<b>14</b>

## 5.2 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Se programó en Simulink el siguiente modelo que será traducido al lenguaje de la tarjeta dSPACE1104 para su uso.



**Fig. 21 Modelo en Simulink del esquema propuesto**



Se realizaron varios experimentos para control de posición y velocidad del motor de cd (maestro) frente a condiciones de incertidumbre paramétrica y una variación abrupta de la carga. De los resultados destacaron:

### 5.2.1. EXPERIMENTO 1

Al aplicar una señal de referencia  $\omega_r = 100 \sin(0.16t)$  [rad/s] y considerar que el par de carga  $T_L=0$ , es decir, que el motor (esclavo) no opera el resultado alcanzado por el esquema de control puede verse en la Fig.22.

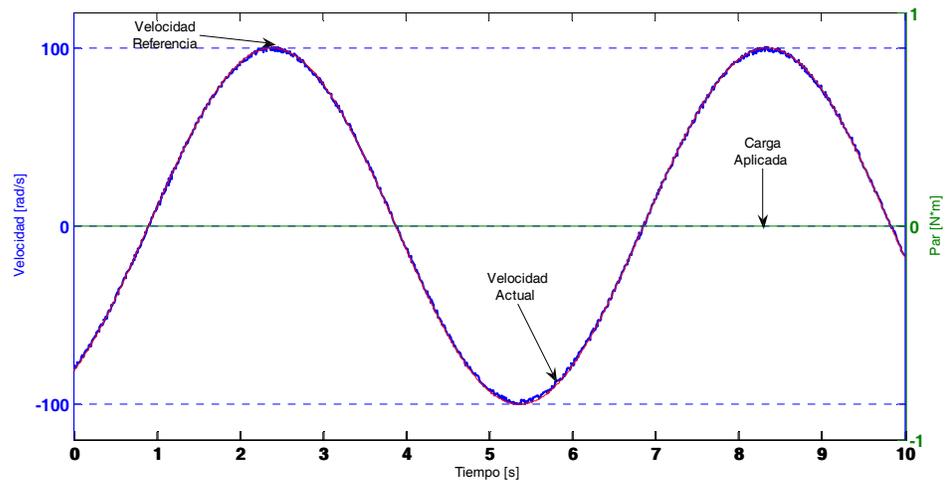


Fig. 22 Resultados obtenidos durante el experimento 1

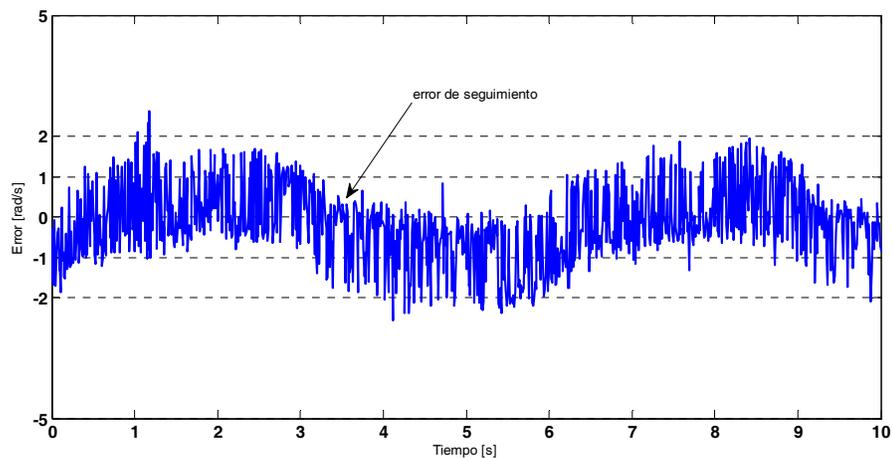


Fig. 23 Señal error durante el experimento 1

De la Fig.23 se observa que el error es mínimo por lo que hablamos de un seguimiento casi perfecto cuando el motor se encuentra operando sin variaciones en la carga.

### 5.2.2. EXPERIMENTO 2

La misma señal de referencia  $\omega_r = 100 \sin(0.16t)$  [rad/s] es aplicada, con la variante de que entra en operación el motor esclavo, el cual se encargara de perturbar al sistema al realizar variaciones de la carga de forma intermitente. El resultado se puede observar en la Fig.24.

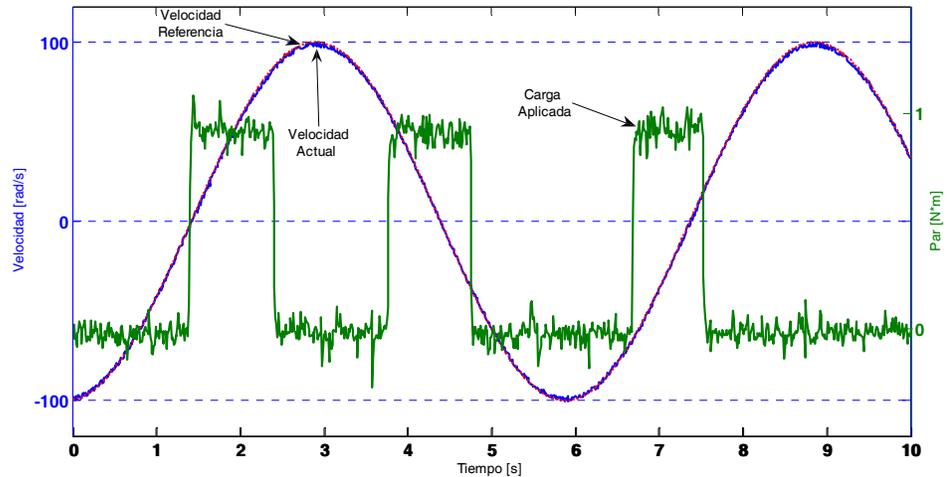


Fig. 24 Resultados obtenidos durante el experimento 2

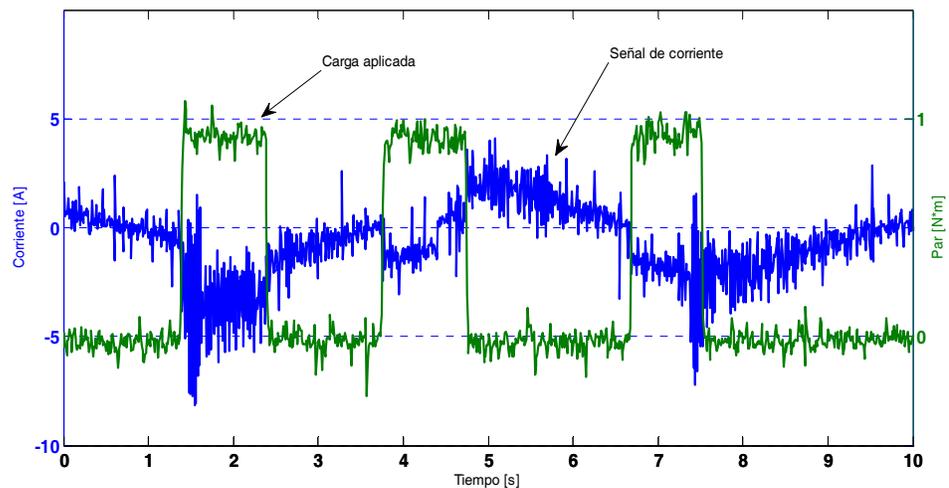


Fig. 25 Señal de corriente durante el experimento 2

De la Fig. 24 se aprecia claramente el rechazo a la variación de la carga. La señal de corriente de acuerdo con la Fig.25, se mantiene en un nivel adecuado no provocando ningún fenómeno indeseable como el calentamiento de la máquina o la activación de las protecciones físicas del equipo.

### 5.2.3. EXPERIMENTO 3

Se cambia la señal de referencia de velocidad de la máquina a una señal de tipo escalón, con amplitud de  $\pm 50$  [rad/s], además de variar el par de carga de forma intermitente en el punto donde la señal se encuentre en estado estable para no confundir el efecto del mismo, con pérdida de la referencia (sobrepaso) o bien con el fenómeno de rizo en el motor.

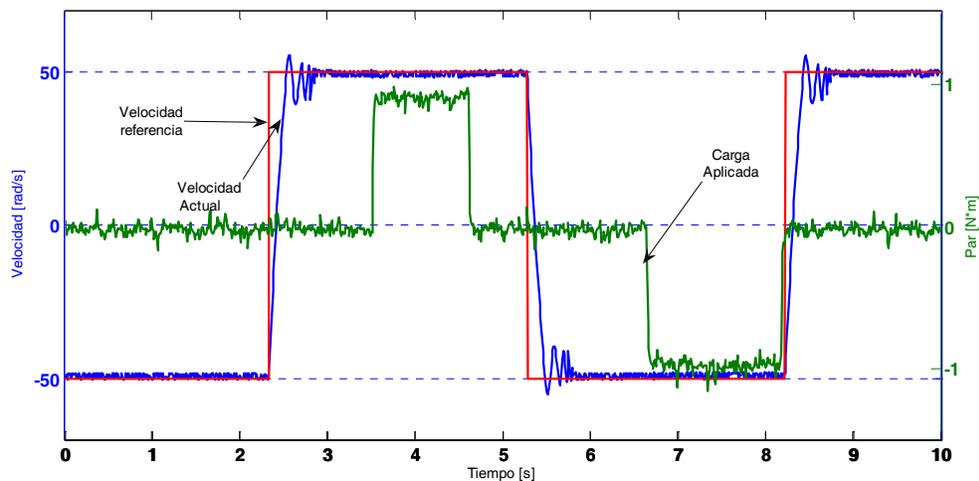


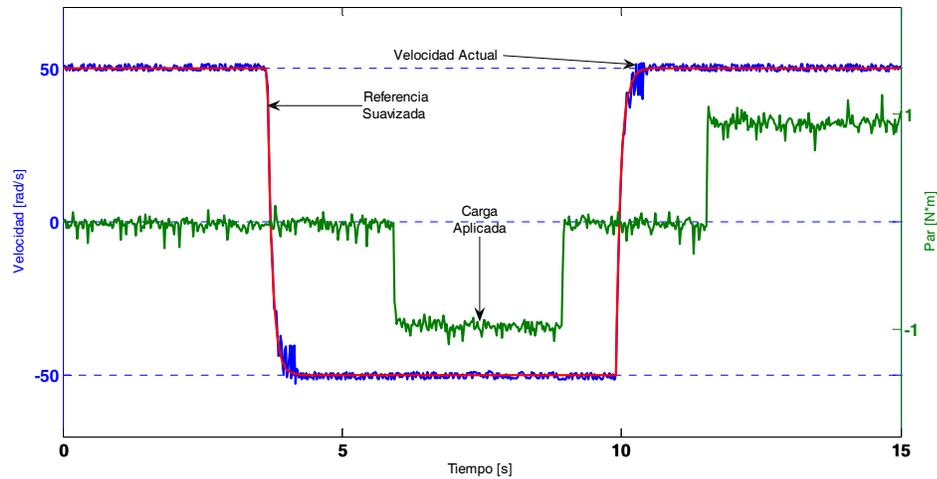
Fig. 26 Resultados obtenidos durante el experimento 3

De la Fig.26 se aprecia un rechazo absoluto de la perturbación, o bien, esta no tiene efectos visibles; lo cual describe un control robusto. El transitorio de velocidad provocado por el tipo de señal de referencia no resulta ser satisfactorio dadas las oscilaciones y el sobrepaso aparente, éste fenómeno es causado por la inevitable pérdida del comportamiento en modo deslizante frente a los cambios abruptos de la señal de referencia, cambios que físicamente para el motor, no son factibles de realizar, además de ser una señal que no es diferenciable en el punto de discontinuidad.

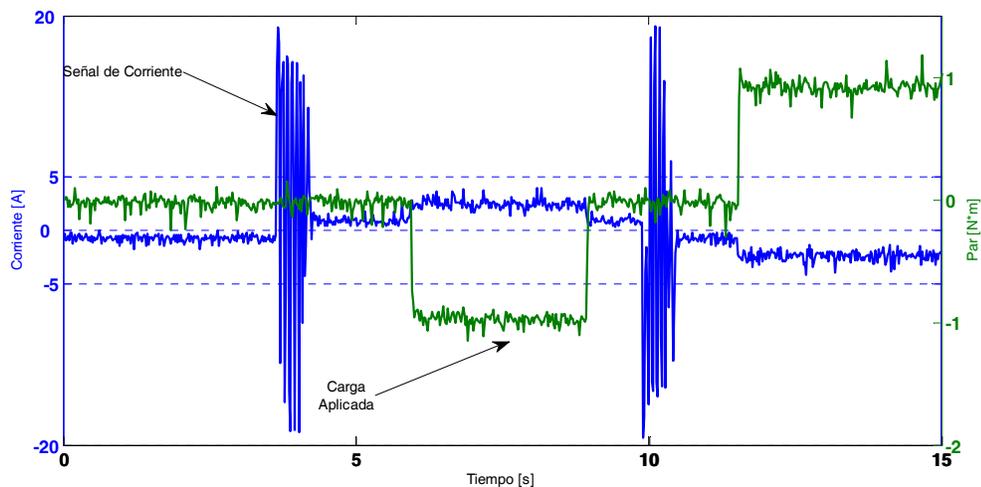
Este comportamiento puede ser corregido cuando se adopta una señal de referencia continua o suavizada para la prueba.

### 5.2.4. EXPERIMENTO 4

Para esta prueba se aplicó una versión suavizada de la señal discontinua aplicada en la prueba anterior, esto se logra al pasar la señal de referencia de tipo escalón a través de un filtro de primer orden. El resultado de esta prueba se muestra en la Fig. 27 y Fig.28.



**Fig. 27 Resultados obtenidos durante el experimento 4**



**Fig. 28 Señal de corriente durante el experimento 4**

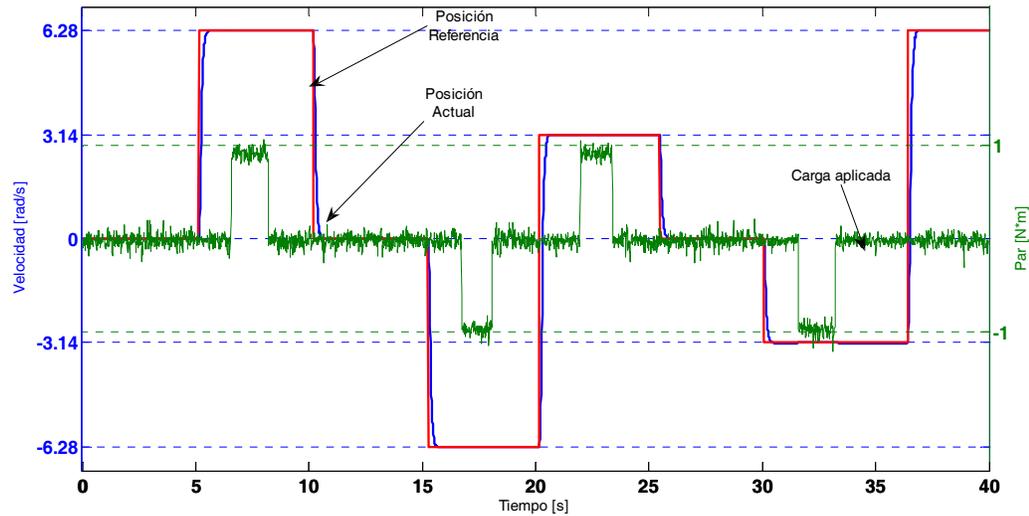
De la Fig.27 puede observarse que el comportamiento en modo deslizante nunca se pierde como consecuencia directa de usar una referencia suave se aprecia una notable disminución del sobrepaso y las oscilaciones (de rizo) de menor amplitud pero según la Fig.28 también es evidente el aumento de energía requerida por el controlador alcanzando un valor de corriente mayor que en el experimento 3.

### 5.2.5. EXPERIMENTO 5

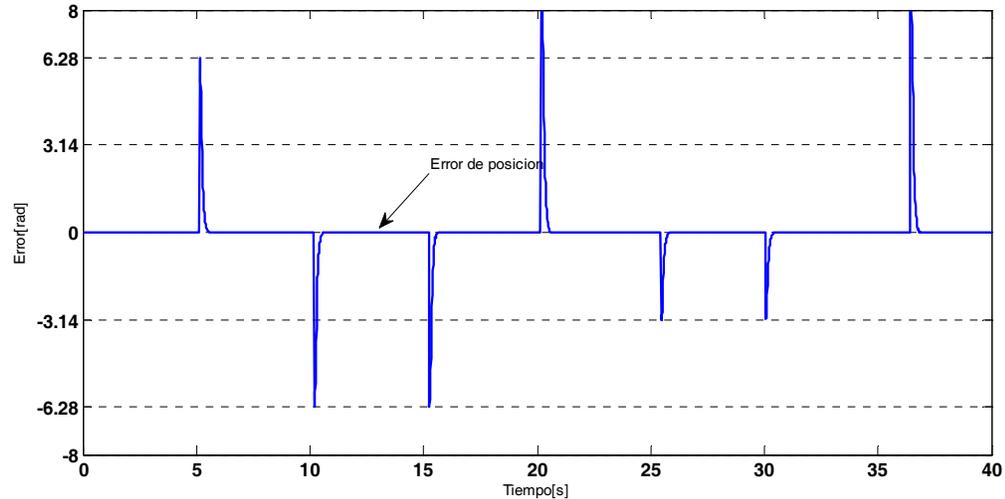
La siguiente prueba tiene como fin observar el problema de regulación de posición, para esta se diseño una señal de referencia de posición que tenga amplitudes en  $\pm 2\pi$  [rad/s] y  $\pm\pi$  [rad/s]; de igual modo control esta



sujeto a las variaciones del par de carga generado por el motor esclavo. Los resultados son presentados por la serie de figuras siguientes:

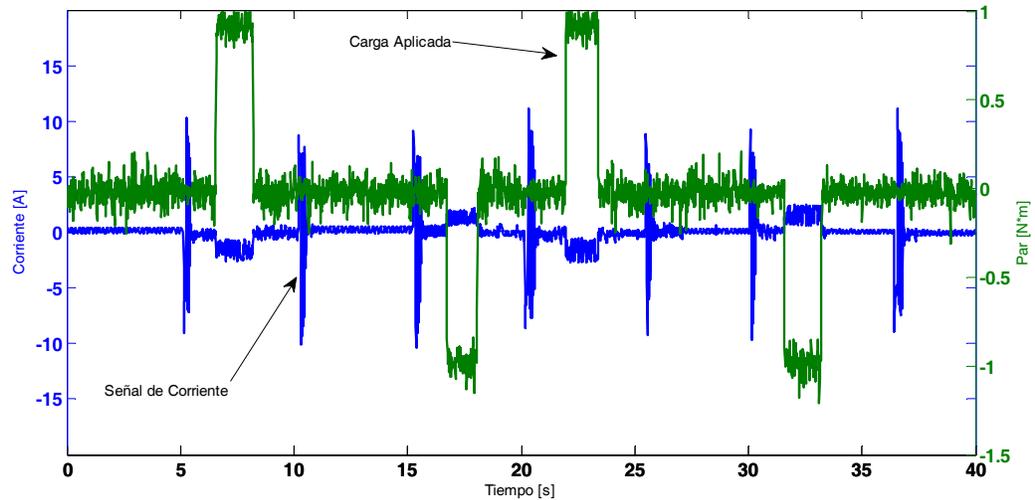


**Fig. 29 Resultados obtenidos durante el experimento 5**



**Fig. 30 Señal de error durante el experimento 5**

De la Fig. 29 se observa que la referencia es alcanzada en un tiempo mínimo y que la presencia de la perturbación no afecta el desempeño de la estrategia de control dada la robustez con la que operan los controladores de modos deslizantes de segundo orden.

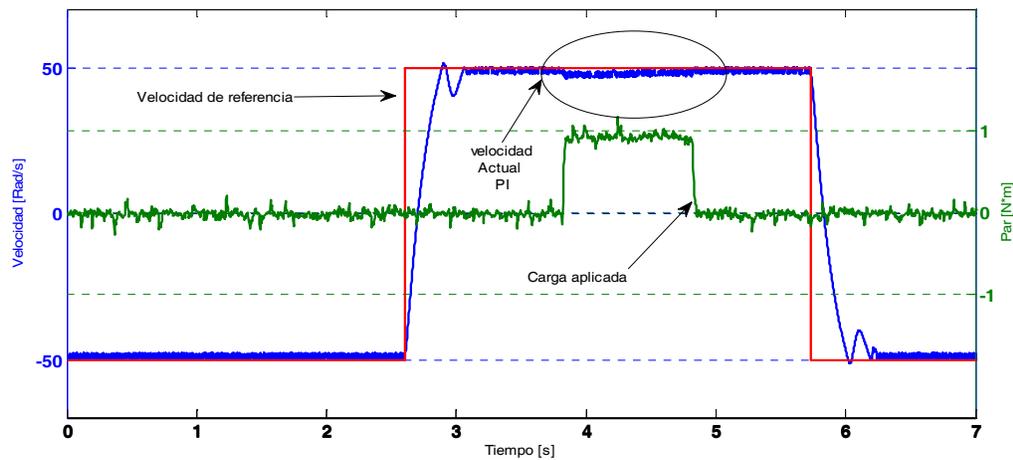


**Fig. 31 Señal de corriente durante el experimento 5**

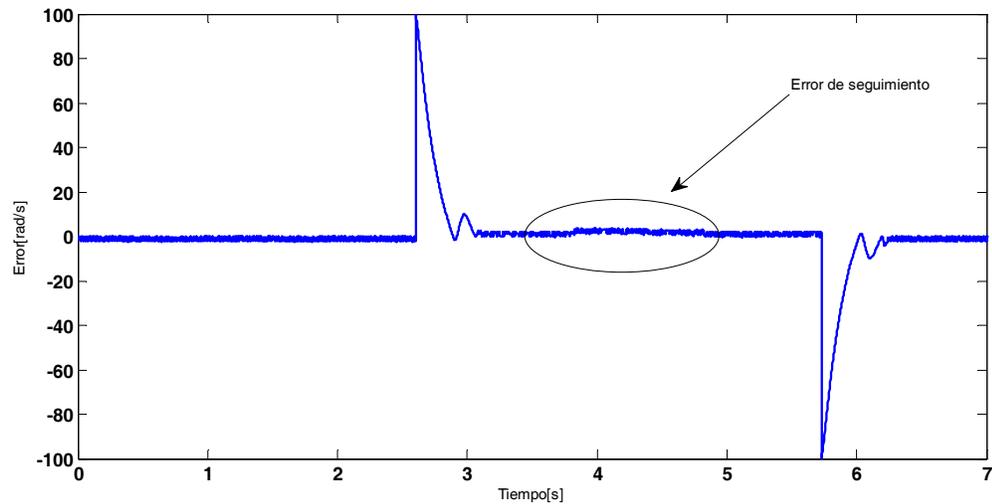
La precisión con la que se regula la posición es notable, al observar la grafica del error de regulación. Claramente se aprecia un seguimiento perfecto de la señal de referencia aplicada como prueba, aun frente a las condiciones de perturbación.

### 5.2.6. EXPERIMENTO 6

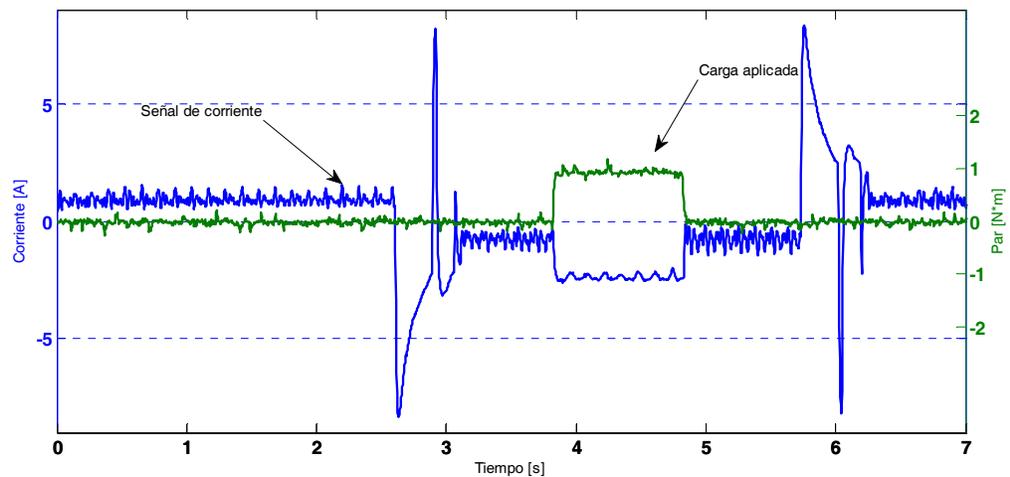
Por último, se consideró una prueba donde se pudiera apreciar el desempeño basados en la estructura de control en cascada propuesta sustituyendo los controladores 2-SMC por controladores PI clásicos, frente a las mismas condiciones de variar el par de carga y el mismo método de ajuste.



**Fig. 32 Resultados obtenidos durante el experimento 6**



**Fig. 33 Señal de error durante el experimento 6**



**Fig. 34 Señal de corriente durante el experimento 6**

Para presentar una comparación significativa se empleó el diferenciador “Super-Twisting” (2-SMC) para la estimación de la velocidad. Los parámetros de los controladores PI’s fueron seleccionados de la siguiente manera: para el lazo de corriente  $K_p=210$   $K_I=0.4$ ; para el lazo de velocidad  $K_p=220$   $K_I=0.5$ .

El criterio de evaluación del desempeño de la estructura propuesta frente a la aplicada con los controladores PI’s se realizó por simple inspección de la Fig. 26 y la Fig.32, donde se aprecia la respuesta de la velocidad actual dada una velocidad de referencia de tipo escalón. Puede apreciarse que la velocidad actual se desvía mas de 3 [rad/s] en presencia de la variación de la carga al aplicar un controlador clásico con el ajuste sugerido.



---

## Conclusiones

En este trabajo se presentó un esquema de control propuesto para el control de velocidad y posición del motor de corriente directa de imanes permanentes basado en la implementación de los algoritmos de control de modos deslizantes de segundo orden. La solución propuesta puede ser considerada como una generalización directa del esquema de control basado en los controladores PI's clásicos, de hecho cada controlador PI fue reemplazado por el control discontinuo "Sub-óptimo" vía un integrador (anti-chattering). En contraste con el esquema basado en el uso de controladores PI's, éste resulta ser de fácil implementación y sintonización ya que los lazos tanto de corriente como de velocidad están definidos por el ajuste de un parámetro escalar mismo que se sintoniza por la definición de una simple desigualdad o un ajuste intuitivo experimental. El ajuste complejo de las ganancias proporcional e integral de los controladores PI's se descartó y se buscó una sintonización práctica a través de varias pruebas incrementando de manera gradual cada una de ellas según el planteamiento en este trabajo para los controladores 2-SMC. Se estimó la velocidad del eje del motor a través de la información entregada por el sensor de posición por medio de un diferenciador robusto basado en los algoritmos de modos deslizantes de segundo orden, se descartó el empleo del algoritmo "Sub-óptimo" como observador de la velocidad en las pruebas experimentales ya que la información que entrega el sensor de posición ("encoder incremental") en la plataforma de pruebas es demasiado ruidosa y este no opera de forma adecuada bajo estas condiciones por lo que se aclara como una desventaja en las pruebas. Se mostró la intercambiabilidad de los algoritmos de modos deslizantes al ser reemplazado el algoritmo "Sub-óptimo" por el algoritmo "Super-Twisting", ambos basados en la teoría de modos deslizantes de segundo orden para las pruebas experimentales. Los resultados experimentales muestran de forma clara la robustez del esquema propuesto y de manera particular evidencian la robustez de los algoritmos de modos deslizantes de segundo orden con respecto a los controladores PI's convencionales al menos cuando ocurren cambios abruptos en el par de carga al motor de corriente directa y cuando el ajuste del controlador clásico se trató de hacer mediante un ajuste intuitivo de ganancias de manera experimental y no por el sugerido por la teoría de sintonización basada en los métodos de Ziegler-Nichols ya que se asume que el modelo y la variación de sus parámetros son desconocidos.

Este trabajo resulta ser de gran importancia dentro de la teoría de modos deslizantes al ser el primero en mostrar la operación de los controladores de segundo orden bajo una configuración en cascada probados experimentalmente evidenciando la robustez de la técnica.



---

## Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se propone:

- Diseñar un esquema que aproveche la energía disipada durante el frenado regenerativo del motor e inyectarla al sistema para mejorar el desempeño.
- Estimar y compensar los efectos de fricción viscosa.
- Realizar la prueba de estabilidad para la versión discreta del esquema planteado en este trabajo.
- Intercambiar el motor (esclavo) y/o variar la carga de forma gradual, durante las pruebas.
- Combinar los controladores SMC con controladores PI's bajo el mismo esquema.



---

## Publicaciones del trabajo

- Pisano A., Dávila A., Fridman L., Usai E., “*Cascade Control of PM-DC drives via Second Order Sliding Mode Technique*” IEEE, Transactions on Industrial Electronics. Mayo 13, 2008. Por publicar en Octubre 2008.
- Pisano A., Dávila A., Fridman L., Usai E., “*Cascade Control of PM-DC drives via Second Order Sliding Mode Technique*” Variable Structure Systems, 2008.(VSS’08) International Workshop. 8-10 June 2008 Pages:268 – 273. Antalya, Turkey. Disponible en IEEE Xplore.
- Charla como invitado  
Davila A., “*Control en Cascada para Motores de CD vía Modos Deslizantes de Segundo orden*”. Departamento de Telecomunicación e Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma de Barcelona. 12 de Junio de 2008. Barcelona, España.



---

## Apéndice A

### A.1 TARJETA DS1104

La tarjeta DS1104 de la empresa dSPACE es un sistema de desarrollo de prototipos de control que consta de un procesador *Power PC* MPC8240 de 64 bits a 250MHz un DSP esclavo TMS320F240 de 16 bits y una memoria RAM de 32 MB.

Las principales características de la tarjeta DS1104 son:

- 4 canales de conversión analógica-digital (ADC) para la entrada de señales, con rango de  $\pm 10$  [V], tiempo de conversión de 800 [ns].
- 8 canales de conversión digital-analógica (DAC) para la salida de señales, con rango de  $\pm 10$  [V] y corriente de salida máxima  $\pm 5$  [mA], tiempo de conversión máximo 10 [ $\mu$ s].
- Puerto digital de 20 bits en paralelo con la posibilidad de configurar cada bit para ser usado bidireccionalmente, corriente de salida máxima  $\pm 5$  [mA].
- Salidas de señales con modulación en ancho de pulso (PWM) con frecuencias que van desde los 20 [Hz], hasta los 100 [kHz].
- Una interfaz Simulink/MATLAB amigable al usuario.
- “dSPACE Control Desktop”, software que permite controlar todos los procesos de la tarjeta, facilita la depuración del proceso, la medición de señales en la propia pantalla de la PC, así como el manejo de parámetros internos en un ambiente gráfico bastante amigable.
- El programa fuente se compila en la computadora, y el ejecutable se descarga en la memoria interna de la tarjeta. Esto hace más rápida la ejecución del programa del controlador.
- Manejo de múltiples usuarios para una misma tarjeta por medio de una red de área local (LAN).

### A.2 CONFIGURACIÓN Y MODO DE EMPLEO

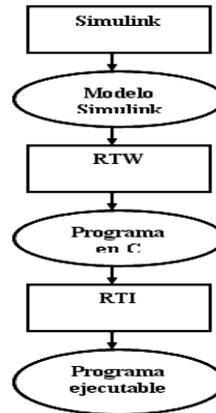
Para probar el controlador sobre la planta real (motor), es necesario generar un código que se ejecute sobre un procesador (el de la Tarjeta de Control dSPACE 1104) para actuar como controlador sobre la planta. Es aquí donde entra en juego el proceso de generación automática del código mencionado, basado en el programa **RTW** (*Real Time Workshop*), capaz de generar a partir de un modelo en Simulink un programa ejecutable que reproduce en tiempo real el comportamiento del modelo Simulink.

**RTW** genera un archivo en lenguaje de programación **C** como paso intermedio entre el modelo Simulink y el ejecutable. La generación del ejecutable requiere de algunos archivos de configuración que indican al **RTW** las características del hardware destino, un compilador de **C** que genere código para ese hardware a partir del



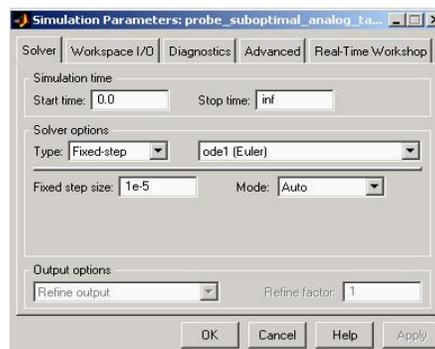
archivo intermedio y, posiblemente algunas librerías particulares de ese hardware que el compilador enlazará al programa principal para generar el ejecutable.

A grandes rasgos, el proceso de generación automática de código descrito hasta ahora es de la siguiente manera



**Fig. 35 Cadena de generación automática a partir de modelos Simulink**

Ahora bien, para generar un ejecutable con **RTW** a partir de un modelo Simulink es necesario configurar previamente una serie de parámetros. Esto se hace desde la ventana Simulink en que tenemos el modelo que vamos a compilar. En primer lugar, hay que indicar, de la misma forma que se hacía para una simulación, los parámetros de la pestaña *solver* de la ventana *simulation/parameters*. Estos parámetros afectan de igual forma a una simulación que se active a partir de ese momento como al código generado si se invoca a **RTW**. Por otra parte, hay que indicar a **RTW** cómo generar el código para el hardware específico que se elija. La instalación del *Real Time Interface* que acompaña a la tarjeta de control configura por defecto los parámetros de esta ventana para que el código generado sea para ejecutarse en la tarjeta:



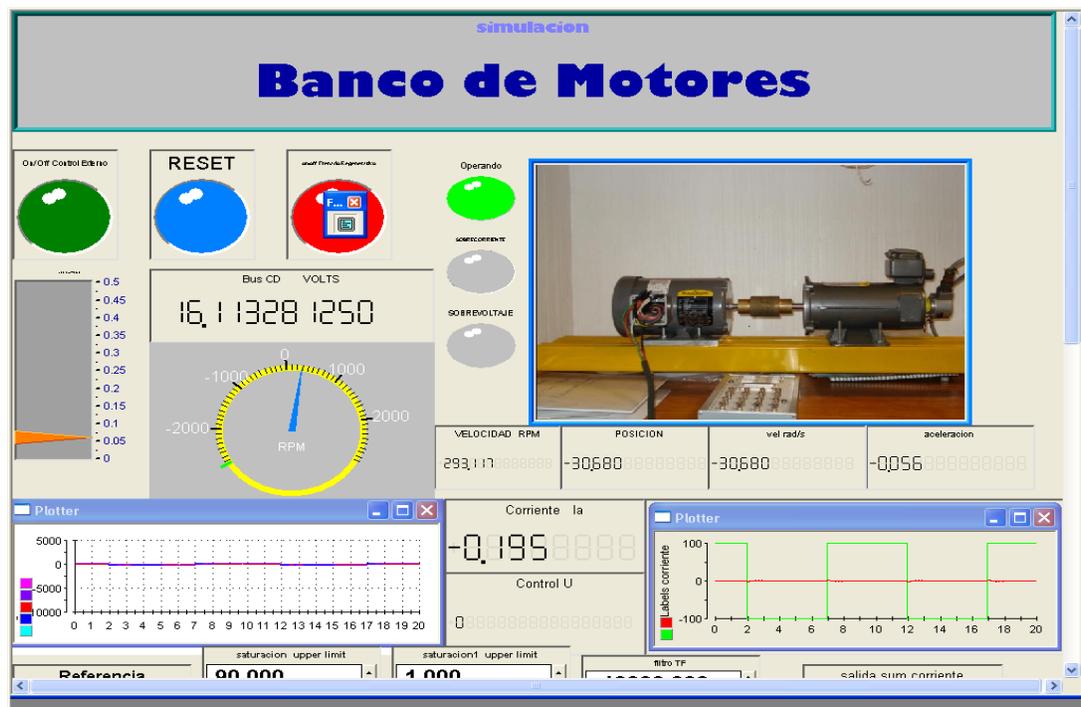
**Fig. 36 Ventana de Parámetros del Real Time Workshop**



Una vez configurados los parámetros necesarios, la generación de código es tan simple como elegir en el menú del modelo Simulink el comando *tools/rtwbuild*. Esto desencadena todo el proceso de traducción, que culmina con la carga y ejecución a la tarjeta.

Se puede usar Simulink como un panel que permita interactuar con el programa en ejecución en tiempo real, cambiar parámetros del programa en ejecución y observar directamente, en tiempo real, los efectos de esos cambios.

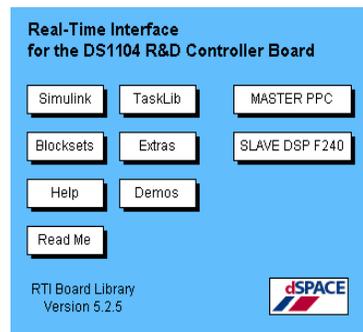
En este trabajo, no se emplea esta posibilidad del **RTW**, en su lugar, se emplea el **ControlDesk**. El **ControlDesk** es un programa que ofrece un panel interactivo de manipulación sencilla, agradable e intuitiva, para las aplicaciones de Control en estudio.



**Fig. 37 Pantalla de Interacción con Simulink del Programa ControlDesk**

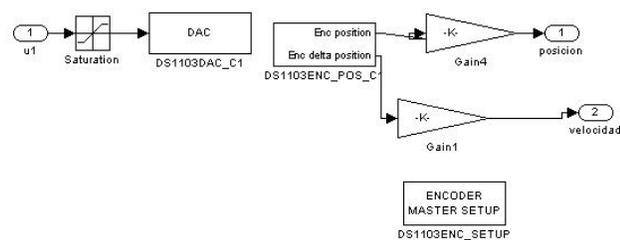
El objetivo que se persigue es conseguir la traducción automática de un modelo Simulink a un programa que se ejecute sobre la tarjeta, para ello es necesario especificar en el modelo qué elementos funcionales de entrada / salida de la tarjeta se van a utilizar en el modelo, especificando en el caso de aquellos que se encuentran duplicados en la tarjeta el número del elemento elegido, esto establece la correspondencia entre las señales del modelo Simulink y las entradas y salidas de la tarjeta.

Para conseguir esta finalidad el RTI (*Real Time Interface*) de la tarjeta proporciona una nueva librería de bloques Simulink que representan los distintos elementos de E/S de la tarjeta.

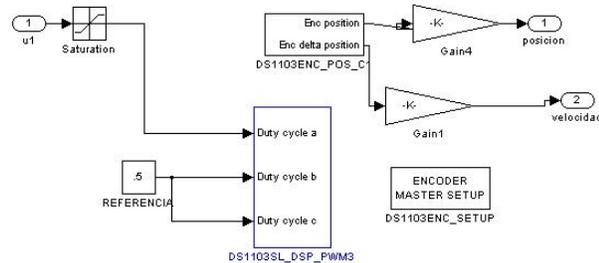


**Fig. 38 RTI del DSpace 1104**

Por ejemplo los bloques que se emplean para la realización de pruebas son:



**Fig. 39 Bloques DAC y Enc. Position del Real Time Interface**



**Fig. 40 Bloques PWM y Enc. Position del Real Time Interface**

**Bloque DAC:** este bloque permite la conversión de señales digitales en analógicas en un rango de  $\pm 10$  [V].

**Bloque PWM:** el subsistema de E/S digital de la tarjeta es capaz de generar, mediante la carga de un programa determinado en el procesador auxiliar, señales PWM's independientes. Esta funcionalidad queda recogida en el bloque PWM que añade el RTI a Simulink, este bloque recibe tres entradas, una por cada PWM a generar, para cada una de ellas, el valor que tome la señal de entrada indica el valor del ciclo de trabajo (un porcentaje del ciclo en que la señal está alta, en rango  $[0,1]$ ), este bloque tiene varios parámetros configurables individualmente para cada una de las señales, los valores inicial y final del ciclo de trabajo y de forma común a todas las señales, la frecuencia de generación del PWM (limitada por la frecuencia máxima de operación del Convertidor de Potencia).



---

**Bloque ENC\_POS:** permite el acceso a los valores de ángulo generados por los *encoders* incrementales de la tarjeta a partir de los trenes de pulsos defasados de un *encoder* del mismo tipo conectado a ellos. La conversión entre la salida de este bloque y el ángulo que representa, en radianes, obedece a la siguiente lógica: el *encoder* almacena el ángulo actual mediante un contador que se incrementa en una unidad por cada pulso que recibe en una dirección y se decrementa por cada pulso en la dirección contraria, el contador tiene 24 bits. La salida que proporciona el bloque tiene un rango  $[-1,1]$ , que corresponde a la interpretación del valor del contador como un entero que varía en el rango  $[-2^{23}, 2^{23-1}]$ , y su correspondiente escalado.

Por todo ello, la conversión a realizar es la siguiente para obtener el ángulo real en radianes:

$$\text{ángulo [rad]} = \frac{2\pi}{\text{resolución del encoder}} = \frac{2\pi}{1024 \text{ pulsos}}$$



## Apéndice B

### B.1 INVERSOR TRIFÁSICO DE 3[kW] PARA OPERACIÓN DE MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA



Fig. 41 Convertidor de potencia (Inversor Trifásico)

El inversor empleado en este trabajo basa su operación en semiconductores con tecnología **IGBT** para la generación de señales **PWM** y posee las siguientes características:

- Tensión de alimentación: 220 [V], Trifásica, 60 [Hz]
- Corriente pico máxima: 50 [A]
- Corriente nominal: 11 [A rms], 16 [A pico]
- Tensión del Bus de CD: Variable por control 35 [V CD] mínima estable, hasta 300[V CD].
- Tensión PWM: Depende del valor del Bus de CD, 300 [V pico]
- Potencia nominal de salida: 3 [kW] / 4 [kVA]
- Frecuencia máxima de Conmutación: 15 [kHz]
- Tiempo Muerto: 1 [ $\mu$ s], generado de manera interna por el control.
- Medición de corriente de salida: 3 canales,  $\pm 50$  [A pico], 200[mV/A] con rango completo de medición en  $\pm 10$  [V].
- Ancho de banda del sensor de corriente: CD-100 [kHz], 35 [A/ $\mu$ s]

El equipo se puede emplear como un chopper de 4 cuadrantes para el control de motores de cd. Se debe garantizar que las señales de control **PWM** son generadas adecuadamente. Se puede usar indistintamente cualquier combinación de dos de las tres fases de salida, para formar el **punto H** de conmutación. Debe garantizarse que la rama que no es empleada quede en un estado de operación fijo.



La estructura consta de dos etapas: un convertidor controlado **CA/CD** basada en dispositivos **SCR** como primer modulo y un convertidor **CD/CA** de dispositivos **IGBT** como inversor de salida. El control como ya se menciona esta basado en un modulador de anchura de pulso (**PWM**, por sus siglas en inglés), con una frecuencia de conmutación determinada por las señales de control externas.

Junto con la etapa de potencia existen cinco bloques operativos del sistema:

- Control **SCR**, que es el circuito donde se realiza el ajuste del ángulo de disparo para los **SCR**.
- Frenado Regenerativo, que es el bloque que activa la operación del **IGBT** de frenado regenerativo, para limitar la tensión máxima del bus de **CD** cuando existe retorno de energía desde la carga.
- Control **PWM** y Tiempo Muerto, para generar los seis pulsos de encendido del inversor, a partir de las señales de control suministradas por el usuario.
- Medición, para realizar el acondicionamiento de las tres señales de corriente y de la tensión del Bus de **CD**.
- Supervisorio, que es el sistema general para interactuar con la tarjeta de control.

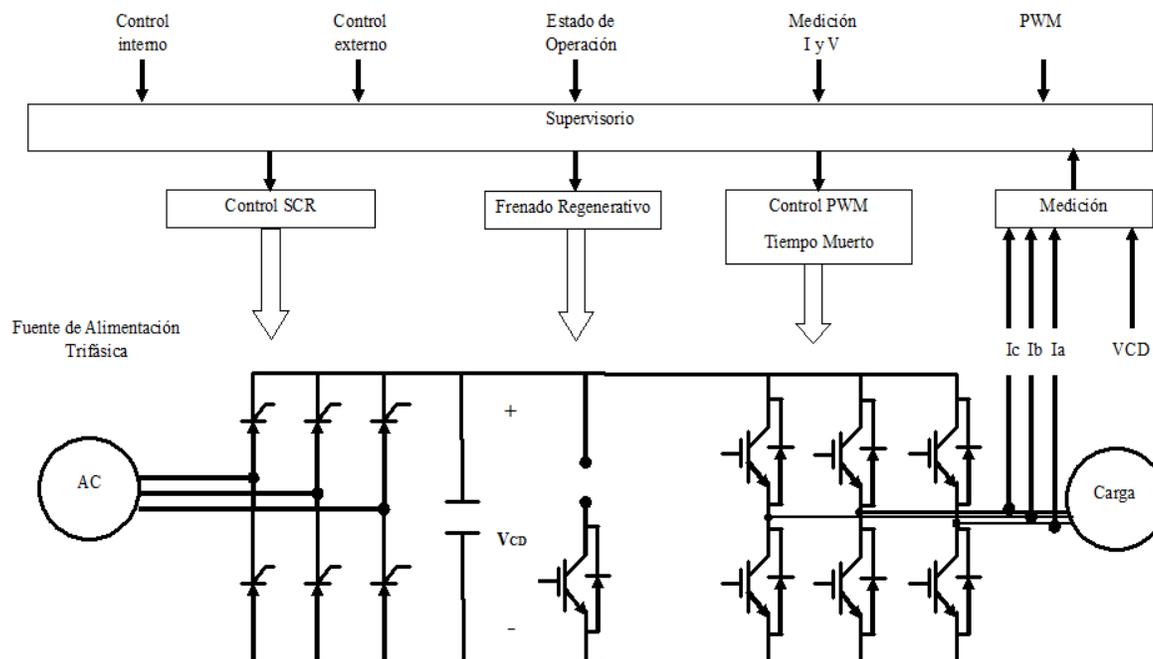


Fig. 42 Estructura base del convertidor



# Apéndice C

## C.1 FRENADO REGENERATIVO

El estado de funcionamiento de un motor de cd se puede representar gráficamente como se muestra en la Fig.43, para ello se utiliza un sistema de coordenadas en el que el eje vertical representa la f.e.m. (V) y el eje horizontal la corriente inducida (I). Como la f.e.m. es proporcional a la velocidad el eje vertical también será de velocidades; del mismo modo, el par se representa en el eje horizontal porque es proporcional a la corriente. Estos dos parámetros definen el punto el punto de funcionamiento del motor. Así, en los cuadrantes 1° y 3° el producto f.e.m- intensidad positivo equivale a decir que la potencia es positiva y que el motor esta absorbiendo energía para convertirla en energía mecánica; en otras palabras se esta comportando como motor. En los cuadrantes 2° y 4°, el producto es negativo; en estas condiciones la máquina cede energía eléctrica, es decir, se comporta como generador.

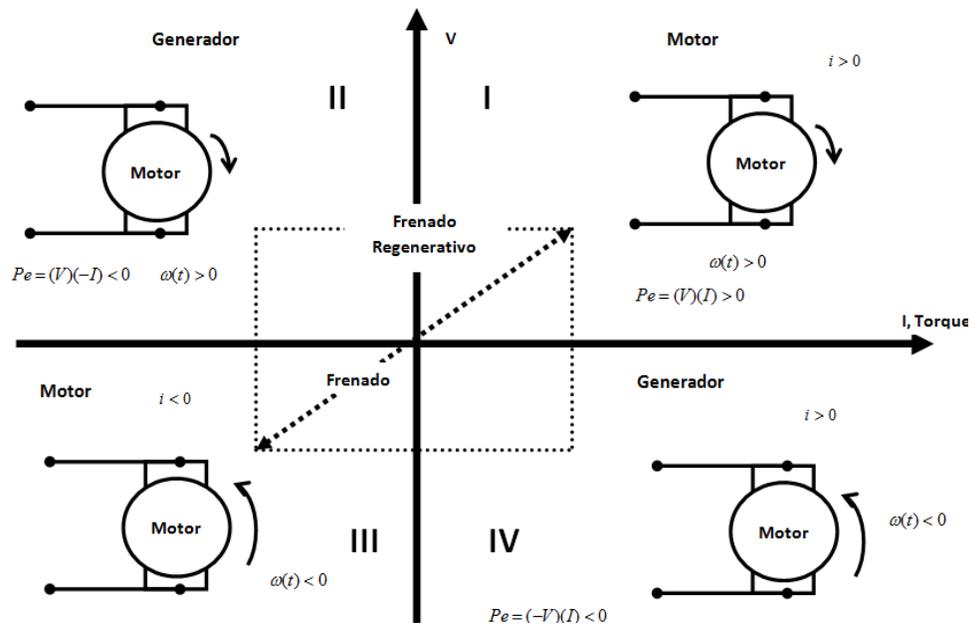


Fig. 43 Funcionamiento del Motor de CD

Cuando se da la orden al motor para que disminuya su velocidad, este responde perdiendo energía que tiene acumulada por inercia a causa de la entrega de energía de la fuente de alimentación. El sistema puede llegar a ser un sistema demasiado lento cuando sean necesarias inversiones de giro rápidas y sin valores excesivos de corrientes.



---

Si se actúa sobre el motor, de manera que se le pida una inversión del sentido de giro para acelerar la inversión, la energía que en ese momento tiene el motor, tendrá que tener un camino por el cual volver a la red de alimentación.

Lo anterior crea la necesidad de involucrar un bloque en el sistema de control, capaz de ofrecer un camino de descarga hacia la alimentación cuando se reduce la velocidad del motor. Ya sea para ser aprovechada para mejorar la eficiencia del sistema o bien, para disipar la energía en forma de calor a través de una resistencia como se aplica en este trabajo.



**Fig. 44 Resistencia de disipación para el frenado regenerativo**

En la Fig.43 se observa como ejemplo que el comportamiento del motor pasa directamente del 1er al 3er cuadrante y viceversa sin entrar en el 2° y 4° cuadrante.

A este proceso se le conoce como frenado regenerativo.



---

## Bibliografía

- [1] Attaianese C., Perfetto A. and Tomasso G., “*Robust Position control of DC Drive by means of  $H_\infty$  Controllers*”, IEEE Proceeding-Electronics and Power Applications. Vol. 146, No. 4, pp. 391-396, July 1999.
- [2] Butler H., Honderd G. and Amerongen J., “*Model Reference Adaptive Control of a Direct-Drive DC Motor*”, IEEE Control Systems Magazine, Vol. 9, No.1, pp. 80-84, 1989.
- [3] Jun Oh Jang, “*Neural Network Saturation Compensation for DC Motor Systems*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics Vol. 54, No. 3, pp. 1763-1767, 2007.
- [4] Utkin V.I., Sliding Modes “*Control Design Principles and Applications to Electric Drives*” IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 40, pp. 23-35, 1993.
- [5] Utkin V.I., Gulder J., Shi J., “*Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*”, Taylor and Francis, UK, 1999.
- [6] Young K.D., Utkin V.I., Ozguner U., “*A control engineer's guide to sliding mode control*” IEEE Transactions Control Systems Technologies Vol. 7, No. 3, pp. 328-341, 1999.
- [7] Chang F.J., Twu S.H., Chang S., “*Tracking control of DC motors via an improved chattering alleviation control*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 39, No. 1, pp. 25-29 (1992)
- [8] Zhang J. and Barton T., “*Robustness enhancement of dc drives with a smooth optimal sliding-mode control*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 27, No. 4, pp. 686-693, 1991.
- [9] Rossi C. and Tonielli A. “*Robust Control of Permanent Magnet Motors: VSS Techniques Lead to Simple Hardware Implementations*”, IEEE Transactions on Industrial Applications. Vol. 41, No. 4, pp.451-460, 1994.
- [10] Sabanovic A, Jezernik K, Sabanovic N., “*Sliding modes applications in power electronics and electrical drives*” Variable structure systems: towards the 21st Century. Xinghuo Yu Jian-Xin Xu (Eds.), Springer Lecture Notes on Control and Information Sciences, Vol. 274, pp.223-51. Berlin, Germany, 2002.
- [11] Bartolini G., Ferrara A., Usai E., “*Chattering Avoidance by Second Order Sliding Mode Control*”, IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 43, pp. 241-246, 1998.



- 
- [12] Bartolini G., Ferrara A., Levant A. and Usai E., “*On Second Order Sliding Mode Controllers*”, in Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control, K.D. Young and U. Ozguner (Eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, Vol. 247, p. 329-350, 1999.
- [13] Bartolini G., Pisano A., Usai E., “*Variable Structure Control of Nonlinear Sampled Data Systems by Second Order Sliding Modes*” in "Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control", K.D. Young and U. Ozguner eds., Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, Vol. 247, pp. 44-67, 1999.
- [14] Bartolini G., Levant A., Pisano A., Usai E. , “*On the robust stabilization of nonlinear uncertain systems with incomplete state availability*”, ASME Journal of Dynamic System Measurement and Control, Vol. 122, pp. 738-745, 2000.
- [15] Bartolini G., Damiano A., Gatto G., Marongiu I., Pisano A., Usai E., “*Robust Speed and Torque Estimation in Electrical Drives by Second Order Sliding Modes*”, IEEE Transactions on Control Systems. Technology. Vol.11, No. 1, pp. 84-90, 2003.
- [16] Boiko I., Fridman L., Pisano A., Usai E. “*Performance Analysis of Second-Order Sliding-Mode Control Systems with Fast Actuators*”. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 52, No. 6, pp.1053-1059, 2007.
- [17] Levant A., “*Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*”, International Journal of Control. Vol. 58, pp. 1247-1263, 1993.
- [18] Damiano A., Gatto G., Pisano A., Usai E., “*Digital Second Order Sliding Mode Control of PM DC Motor*”, International Symposium on Industrial Electronics (ISIE '99), Bled (Slovenia), 1999.
- [19] Damiano A., Gatto G., Marongiu I., Pisano A. “*Second-Order Sliding-Mode Control of DC Drives*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 51, No. 2, pp. 364-373, 2004.
- [20] Khalid Khan M., Edwards C. and Spurgeon S., “*Second order sliding mode control applied to DC motor position control with limited state availability*”, Proc. of the 8th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS '04), September 6-8, 2004, Vilanova i la Geltru, Spain. Disponible en IEEE Xplore.
- [21] Levant A. “*Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control*”, International Journal of Control. Vol. 76, pp. 924-941, 2003.



- 
- [22] Kelly R., Moreno J. “*Learning PID structures in an introductory course of automatic control*”, IEEE Transactions on Education. Vol. 44, No.4, pp. 376-379, 2001.
- [23] The Math Works Inc, “*Using Real Time Workshop*”, 1998.
- [24] Real-Time Interface (RTI and RTI-MP), “*Implementation Guide*”, dSPACE, Marzo 2004.
- [25] Katsuhiko Ogata. “*Ingeniería de Control Moderna*”, Prentice Hall, México, 2003.