



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELADO DEL ENSAYO DE
MICROINDENTACIÓN INSTRUMENTADA
EN TEJIDO ÓSEO**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA

EDGAR OSVALDO NAVA PÉREZ

ASESOR

DR. RAFAEL SCHOUWENAARS FRANSSENS

2011



Agradecimientos:

Agradezco especialmente al Dr. Rafael Schouwenaars, por su tiempo y conocimiento que me brindó en la realización de esta tesis.

A los profesores:

Dr. Armando Ortiz Prado

Dr. Víctor Hugo Jacobo Armendáriz

M. C. Edgar Isaac Ramírez Díaz

Ing. Marco Antonio Gómez Ramírez

Por el tiempo y consejos para la mejora de mi trabajo.

Al grupo de la UDIATEM que siempre me ayudó y orientó en mi trabajo: Sofía, Hugo, Humberto, Carlos, Agustín y Osvaldo.

A mi mamá Margarita, por el apoyo y confianza que me ha dado siempre, y a mi papá, que de igual forma me apoyó.

A Yazmín, por su apoyo incondicional, regaños y cariño. Pero principalmente por su compañía.

A mis hermanos, que siempre han confiado en mí.

A todos mis amigos de la facultad que nunca me permitieron alejarme de mis deberes sociales. Sin duda tengo que agradecer a Alex Lora, Tacho, Emilio, Mario y demás.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y la Facultad de Ingeniería.

Contenido.

1. INTRODUCCIÓN.	1
2. ANTECEDENTES.	3
2.1 Estructura del hueso.	3
2.2 Propiedades mecánicas del hueso.	5
2.2.1 Elasticidad.	5
2.2.2. Plasticidad.	7
2.2.3. Viscosidad.	9
2.2.4. Anisotropía.	9
2.3 El ensayo de microindentación.	10
2.3.1 El ensayo Vickers.	11
2.3.2. El ensayo de indentación instrumentada.	12
2.3.1 La ley de Kick.	13
2.4. Análisis por elementos finitos.	14
2.5 El método explícito.	16
2.6 Optimización del costo computacional.	18
2.6.1 Densidad.	18
2.6.2 Escalamiento de masa.	19
3. DESARROLLO EXPERIMENTAL	21
3.1 Materiales y métodos.	21
3.1.1 Probeta 1.	23
3.1.2 Probeta 2.	24
3.2 Preparación de muestras de hueso esponjoso.	25
3.3. Manejo de datos experimentales.	27
4. MODELADO CON ELEMENTO FINITO.	29
4.1. Geometría.	29
4.2 Especificaciones de los materiales.	31
4.3. Módulo <i>Step</i> .	32
4.4. Interacciones.	33

4.5. Carga.	34
4.6. Mallado.	34
4.7. Módulo <i>Job</i>	39
5. RESULTADOS.	40
5.1. Probeta 1.	40
5.2. Probeta 2.	43
6. DISCUSIÓN.	51
CONCLUSIONES.	58
REFERENCIAS.	60

Prólogo:

El hueso es un tejido capaz de regenerarse por completo y también de adaptarse al modo de vida del individuo. Sin embargo, esta capacidad es limitada y, por tanto, la aparición de prótesis, así como el estudio de su comportamiento y propiedades se ha vuelto indispensable para el ser humano. El estudio de las propiedades mecánicas del hueso no es sencillo, pues además de ser un tejido vivo, es un material compuesto.

En un ensayo de microindentación instrumentada se puede conocer, además de la dureza, la relación entre carga y penetración para el material. La obtención de propiedades elastoplásticas a partir de esta relación es el tema de esta tesis, pues se propone que al igualar mediante simulación numérica la curva de carga-penetración generada en la experimentación, el modelo matemático arroje las propiedades mecánicas del material.

El objetivo primordial de este trabajo es desarrollar un modelo por medio de elemento finito del ensayo de microindentación instrumentada, que basado en los datos experimentales de la instrumentación del equipo, ayude a conocer propiedades mecánicas más certeras del hueso y que, incluso, pueda ser empleado en otros materiales.

Este estudio se desarrolla con la siguiente estructura básica:

Inicialmente se presenta una breve introducción sobre el tema a discutir. En el segundo capítulo se revisan los temas y conceptos necesarios para adentrarse en este análisis. A continuación se presenta el método experimental utilizado para la realización de los ensayos de microindentación, así como una pequeña discusión acerca de distintos caminos a seguir para la preparación de muestras de hueso esponjoso. En el capítulo 4 se detalla el desarrollo del modelo propuesto para realizar el análisis por elemento finito del ensayo de microindentación. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos experimentalmente, así como los generados por el modelo al representar las pruebas experimentales. Finalmente, en el último capítulo se realiza una discusión de los resultados obtenidos.

1. Introducción.

El sistema óseo tiene una gran importancia, pues brinda soporte al cuerpo además de forma y protección. De él depende también la movilidad del organismo, producto de la interacción con el músculo, además de albergar la médula ósea, responsable de la generación sanguínea.

Los extremos de los huesos que forman una articulación están recubiertos por cartílago articular, que amortigua las fuerzas que actúan sobre el hueso y permite la libre movilidad del mismo. La articulación se halla rodeada por una cápsula recubierta en su interior por una fina membrana denominada sinovial, la cual se encarga de lubricar para reducir el desgaste de la articulación. Cuando el cartílago articular se desgasta, produce dolor y rigidez en la articulación, haciendo necesario reemplazar en el caso de la cadera, por ejemplo, el extremo superior del fémur (epífisis) por un implante artificial que devuelva la movilidad. Problemas similares motivan el uso de prótesis en la rodilla, sustituyendo en ésta el extremo inferior del fémur y la tibia, además de requerir en la mayoría de los casos reemplazar también la rótula [1].

Para implantar una prótesis total, se requiere maquinar previamente el hueso, a fin de formar una cavidad en la que se anclará la prótesis, que se fijará principalmente apoyada en el tejido esponjoso. Las prótesis totales tienen un período de vida limitado, después del cual deben ser retiradas para implantar una nueva prótesis, en la cual se ofrece una probabilidad de éxito mucho menor, debido a la cantidad de material removido durante la primera cirugía. Una alternativa que surge para tales problemas es el uso de las prótesis de superficie, desarrolladas con el ideal de remover sólo el cartílago dañado, removiendo considerablemente menos material para la implantación y logrando de esta manera, mejorar los resultados ante una cirugía de revisión [1].

El desarrollo de nuevas prótesis requiere optimizar el método de fijación que usará, así como el de reemplazo al término de su vida útil y la selección del material que mejor responda ante las sollicitaciones que se le impongan durante su uso.

Para una implantación exitosa es necesario que el tejido sea capaz de soportar el implante y que no rechace el material del cual está fabricado. Además, hay que tomar en cuenta que los implantes son sometidos al ambiente bioquímico del cuerpo, lo que puede causar su degradación.

La posibilidad de modelar y caracterizar mecánicamente la estructura ósea de una manera adecuada conlleva la ventaja de predecir el comportamiento del hueso ante las distintas cargas que se le imponen en diversas situaciones tanto en la vida cotidiana, como los nuevos requerimientos que deberá soportar al recibir una prótesis.

Modelar un problema con métodos computacionales es un asunto bastante común y atractivo hoy en día; pero también es fácil apreciar la forma en que estos métodos pueden ser sobreestimados, pues el correcto modelado requiere amplios conocimientos tanto del método como de la ciencia de materiales, así como cierta capacidad analítica para interpretar y validar los resultados.

Dada la complejidad del método de elemento finito, así como la naturaleza no homogénea de los materiales, todo ingeniero prudente prefiere validar los resultados obtenidos numéricamente con la experimentación tanto como se permita, dejando así el análisis computacional en un plano más estratégico, en el que se analizan principalmente distribuciones de esfuerzos, posibles zonas de falla, etcétera.

En esta tesis se propone un modelado inverso del ensayo de microindentación instrumentada, en el que se trata de ajustar la respuesta que produce el modelo tanto como sea posible a los resultados de las pruebas experimentales, al tiempo que se verifica la confiabilidad del modelo y se compara con los datos existentes.

2. Antecedentes.

El hueso es un tejido en constante regeneración controlada. Dicho proceso permite una renovación de un 5-15% anual en condiciones normales de salud. El remodelado óseo se da por la actividad específica de sus principales células, y consiste en la reabsorción de una cantidad determinada de hueso por parte de los osteoclastos, así como una siguiente formación de la matriz ósea, llevada a cabo por los osteoblastos para su posterior mineralización [2].

El tejido óseo se forma de material mineral, embebido en una matriz orgánica. La sustancia mineral está formada por hidroxapatita ($\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$), mientras que la matriz orgánica se forma principalmente de colágeno, otras proteínas no colagénicas, fosfolípidos y proteoglicanos.

2.1 Estructura del hueso.

La estructura general del hueso está formada por dos componentes básicos: el tejido cortical y el esponjoso, los cuales difieren principalmente en su estructura.

El hueso cortical forma la parte externa de todos los huesos del organismo, generalmente es un conducto tubular que encierra la cavidad medular, donde asientan las principales estructuras neurovasculares junto con la médula amarilla. La superficie externa se cubre por el periostio, rico en vasos y terminaciones sensitivas, en esta parte también se insertan ligamentos y tendones. En la capa interior del periostio se hallan los osteoblastos. El hueso cortical es una masa sólida y representa alrededor del 80% de la masa esquelética de un ser humano adulto.

La matriz ósea está organizada en numerosas unidades estructurales llamadas osteonas o sistemas de Havers. Una osteona se compone de una matriz calcificada y se forma a partir

de pequeñas láminas paralelas conocidas como lamelas. En una osteona circular la lamelas se agrupan de forma concéntrica. De tal forma que rodean un canal central que contiene vasos sanguíneos, como se aprecia en la figura 2.1.

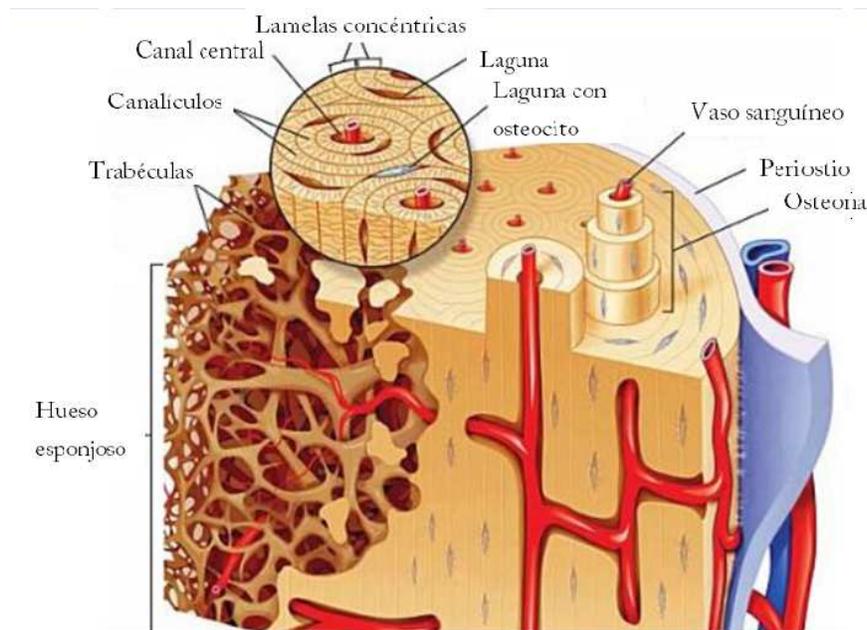


Figura 2.1. Disposición de lamelas y osteonas en el hueso [3]

El tejido esponjoso se encuentra dentro de cavidades que forma el hueso cortical, y consiste de laminillas llamadas trabéculas que se acomodan en una de forma irregular, dando como resultado una estructura altamente porosa, rodeada de médula ósea roja.

Morfológicamente, los huesos se clasifican en largos, cortos y planos. Huesos planos son aquéllos en que el grosor es significativamente menor al de sus otras dimensiones. Los huesos cortos poseen medidas similares en cualquier sentido, mientras que en los largos predomina la longitud.

Los huesos largos se constituyen por un cilindro conocido como diáfisis, en el cual tienen una capa exterior gruesa de tejido cortical y una cavidad interior que contiene la médula ósea. En cada extremo se distingue una epífisis, que se recubre por cartílago, mientras que en su interior está constituida por tejido esponjoso y médula ósea roja. La epífisis está formada principalmente por tejido esponjoso, pues el grosor del tejido cortical externo en esta zona es considerablemente menor que en la diáfisis (Figura 2.2).

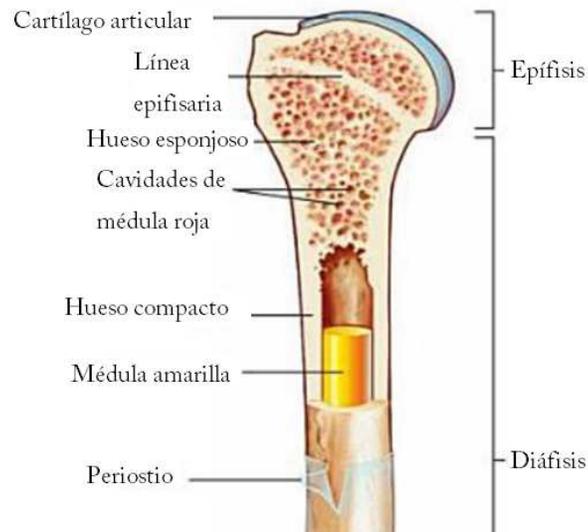


Figura 2.2. Estructura básica de los huesos largos [3].

2.2 Propiedades mecánicas del hueso.

El hueso, además de ser un tejido vivo que se regenera, puede ser considerado desde el punto de vista de la ingeniería de los materiales como un material compuesto susceptible de ser estudiado y caracterizado mecánicamente.

2.2.1 Elasticidad.

Generalmente, a bajos niveles de carga, la deformación que se produce sobre un material es linealmente dependiente del esfuerzo al que se somete, dicha deformación es elástica si se manifiesta de manera instantánea, es decir, no depende del tiempo, permanece mientras no se retire la carga, y desaparece al ser retirado. En tal caso el esfuerzo puede representarse mediante notación tensorial de la forma:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

Donde σ es el tensor de esfuerzos, C es conocido como el tensor de rigidez, y ε es el tensor de deformaciones. Como se puede apreciar en la figura 2.3, el estado de esfuerzos, así como las deformaciones se producen en más de una dirección.

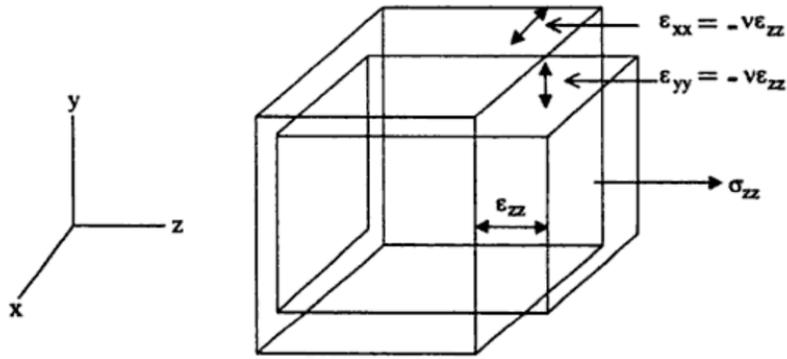


Figura 2.3 Deformación ocasionada por una carga [4].

La relación entre la magnitud de las deformaciones normales recibe el nombre de módulo de Poisson ν . Para el caso de sólidos isotrópicos esta relación es constante en cualquier dirección [4].

$$\nu = -\frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{zz}}$$

De modo que para un material isotrópico se tiene la deformación elástica en sus direcciones principales como

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu \frac{\sigma_{yy}}{E} - \nu \frac{\sigma_{zz}}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} + \nu (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})); & \epsilon_{xy} &= \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{xy} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})); & \epsilon_{yz} &= \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{yz} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{1}{E} (\sigma_{zz} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})); & \epsilon_{xz} &= \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{xz} \end{aligned}$$

Donde E es módulo de Young o módulo elástico del material. Tiene unidades de Pascal igual que el esfuerzo. En forma matricial se puede representar como:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$

2.2.2. Plasticidad.

Cuando el esfuerzo sobrepasa un valor límite (esfuerzo de cedencia), se dice que el material llega a su límite elástico y deforma irreversiblemente. Sin embargo, la aparición de deformación plástica no implica la pérdida de la recuperación elástica al retirar la carga.

En los metales la deformación plástica se acompaña generalmente de un endurecimiento del material, producto del movimiento relativo entre sus átomos. En los metales el incremento en la densidad de dislocaciones del material ocasiona que para seguir deformando, el esfuerzo necesario (conocido como esfuerzo de fluencia), se incrementa, aunque no ocurra linealmente como en el caso elástico. En el caso de los cerámicos, también se puede presentar endurecimiento por deformación producto de la acumulación de dislocaciones, pero en una pequeña cantidad. La movilidad de las dislocaciones en los cerámicos es muy pequeña, y por tanto, no tienen un endurecimiento por trabajo en frío importante, pues se comportan como materiales frágiles.

En el caso de los polímeros también puede darse un endurecimiento por trabajo en frío, sólo que el mecanismo de endurecimiento es diferente, pues éste endurecimiento no se debe al incremento de dislocaciones, sino que se da por la alineación y cristalización de las cadenas poliméricas que lo conforman. Los polímeros termoplásticos generalmente endurecen al deformarlos, pero otros pueden presentar un efecto inverso en el que incluso disminuye el esfuerzo de fluencia con la deformación plástica.

El hueso es un material compuesto que presenta mecanismos complejos relativos a su endurecimiento y deformación plástica que podrían ser muy similares al comportamiento de algunos polímeros. No obstante, se ha reportado que comportamiento mecánico del hueso se desarrolla de una manera similar a la de los metales para ensayos de tracción [5], como se muestra en el diagrama esfuerzo-deformación de la figura 2.4, de modo que puede ser descrito por el uso de ecuaciones constitutivas usadas tradicionalmente en metales.

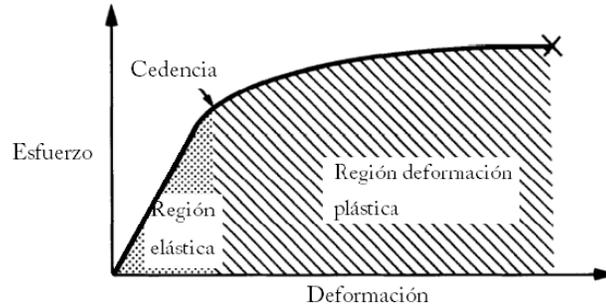


Figura 2.4. Diagrama esfuerzo-deformación del hueso [5]

El endurecimiento por deformación plástica puede ser aproximado mediante la ecuación de Ludwik, que describe el comportamiento en la región plástica del material:

$$\sigma = B \varepsilon_p^n$$

Donde ε_p es la deformación plástica, mientras que n y B son parámetros determinados experimentalmente para cada material. Una de las ecuaciones constitutivas comúnmente usadas para modelar el endurecimiento en metales es la ecuación de Johnson-Cook:

$$\sigma = (A + B \varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \left(1 - \left(\frac{T - T_y}{T_m - T_y}\right)^m\right)$$

Que es un modelo basado en la ecuación de Ludwik, donde los parámetros C , B , n y m son determinados experimentalmente y A representa en esfuerzo de cedencia, mientras que T_m es la temperatura a la cual el material cambia de fase a líquido; T_y es la temperatura de transición, que es la temperatura a la cual el material no presenta dependencia del esfuerzo de cedencia respecto a la temperatura, en casos prácticos puede ser la temperatura ambiente. El término $\dot{\varepsilon}$ hace referencia a la velocidad de deformación, mientras que $\dot{\varepsilon}_0$ es una velocidad de deformación de referencia [6].

El uso de la ecuación de Johnson Cook en la actualidad prácticamente se ha limitado a metales y empíricamente ha mostrado como desventaja no adaptarse del todo bien al comportamiento del material para pequeñas deformaciones [7]. Sin embargo, la ecuación tiene la ventaja de eliminar la dependencia de la temperatura y velocidad de deformación simplemente ajustando los parámetros de referencia T_m , T_y y $\dot{\varepsilon}$, consiguiendo finalmente un modelo cercano a la ecuación de Ludwick de la forma

$$\sigma = A + B \varepsilon_p^n$$

Otra ventaja en el uso de la ecuación de Johnson-Cook es que se trata de un modelo ampliamente utilizado, por lo que se encuentra disponible en paqueterías de análisis por elemento finito.

Intuitivamente se considera al hueso como un material frágil, pues fuera de su entorno natural se comporta de esta forma, principalmente gracias a la deshidratación que sufre al ser extraído del cuerpo. No obstante, al encontrarse en su medio original exhibe propiedades distintas, de tal forma que se le puede considerar como un material viscoelástico.

2.2.3. Viscosidad.

La elasticidad implica la reversibilidad en la deformación, mientras que la viscosidad representa la disipación de la energía de deformación. En los sólidos no idealizados se presentan simultáneamente viscosidad y elasticidad (o plasticidad), de modo que presentan una relajación de esfuerzos. Es bien conocido que el hueso y todos los materiales biológicos presentan propiedades viscoelásticas que pueden ser modeladas mediante diversos modelos constitutivos [8].

La viscoelasticidad en el hueso tiene una gran importancia en el análisis experimental, pues hay que considerar que la velocidad de deformación afecta las propiedades mecánicas que éste muestra. El estudio de McElhaney y Byars [9] muestra que para ensayos de compresión, al incrementar la velocidad de deformación, el módulo de Young se incrementa, al igual que el esfuerzo último, mientras que el rango de deformación capaz de soportar disminuye. La fluencia viscosa se presenta de manera regular en el hueso durante la vida diaria [10], por lo que su influencia experimental no debe ser ignorada.

2.2.4. Anisotropía.

Cuando las propiedades mecánicas del material varían de acuerdo a la dirección en la que se somete a una carga se dice que el material tiene un comportamiento anisotrópico.

El hueso tiene un marcado comportamiento anisotrópico que varía de manera muy importante, y difiere principalmente en sus direcciones longitudinal y transversal, mostrando un módulo elástico aproximadamente 40% mayor en dirección longitudinal que en la transversal [11]. Sin embargo, la mayoría de las trabéculas son cargadas a compresión o flexión, por lo que para algunos fines prácticos únicamente el módulo de Young longitudinal tiene importancia [12].

El hueso puede ser asumido como un material ortotrópico con tres constantes elásticas, tres módulos cortantes y tres coeficientes de Poisson independientes. El tensor de rigidez puede consecuentemente ser escrito como [13]:

$$[C] = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

Se pueden determinar las constantes elásticas del material a partir de la medición en dos ejes ortogonales [14], lo cual resulta más interesante y realista. Dicho método ha sido desarrollado para determinar un tensor ortotrópico para el hueso [15]. No es objetivo de este trabajo determinar las constantes elásticas del hueso, sino discutir una metodología adecuada para obtenerlas, por lo que este estudio se limitará a considerar el hueso como material isotrópico.

2.3 El ensayo de microindentación.

Las pruebas de indentación permiten conocer la dureza de un material gracias a la penetración del mismo por un indentador. Con el ensayo se puede determinar la dureza, además de otros datos de interés, incluyendo elasticidad, plasticidad e incluso viscosidad cuando se instrumenta. Esto, junto con la relativa sencillez de los ensayos ha propiciado su extensa aplicación en la ciencia e ingeniería de los materiales.

La dureza de un material es la resistencia que opone a la penetración por parte de un cuerpo más duro. Dicha resistencia se determina introduciendo un cuerpo de forma

conocida mediante una fuerza controlada, provocando una deformación permanente (plástica) en el material.

2.3.1 El ensayo Vickers.

En este caso se emplea como cuerpo de penetración una pirámide cuadrangular de diamante con una geometría establecida por el ángulo entre sus caras opuestas de 136° , como se ilustra en la figura 2.5

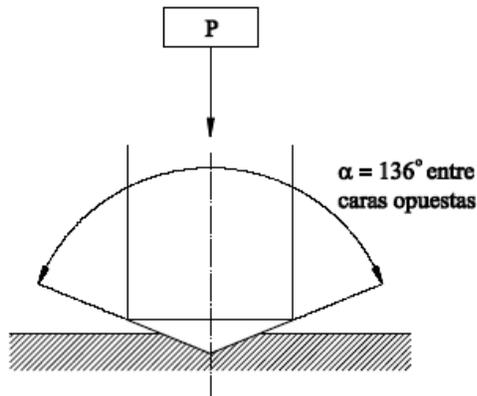


Figura 2.5. Geometría del indentador Vickers [16].

La dureza Vickers se calcula partiendo de la carga máxima P aplicada en Newton, sobre el área de contacto al penetrar.

$$HV = \frac{P}{A} = \frac{P}{\frac{d^2}{2 \sin \alpha/2}} = \frac{2P \sin \alpha/2}{d^2}$$

Donde d es el valor medio de las diagonales marcadas por el indentador sobre el material (Figura 2.6).

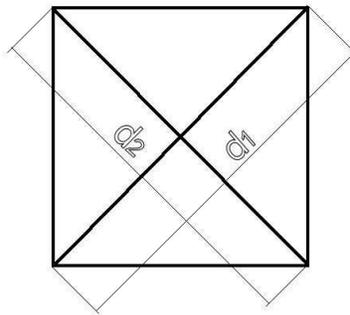


Figura 2.6. Longitud de las diagonales marcadas por un indentador Vickers.

Dado que el valor de α es siempre igual a 136° , la fórmula anterior puede simplificarse como:

$$HV = 1.8544 \frac{P}{d^2}$$

2.3.2. El ensayo de indentación instrumentada.

Conociendo la carga y penetración del indentador, se puede encontrar el área de contacto con el material y así obtener la dureza. Para el caso de la microindentación instrumentada se puede también obtener el área de contacto y magnitud de la carga en cada incremento, con lo que se determinan las curvas de carga-descarga/penetración.

El modelo común de carga-descarga para materiales que muestran propiedades viscosas es el trapezoidal, que consiste en incrementar y retirar la carga de manera constante, con un período de carga máxima intermedio (figura 2.7).

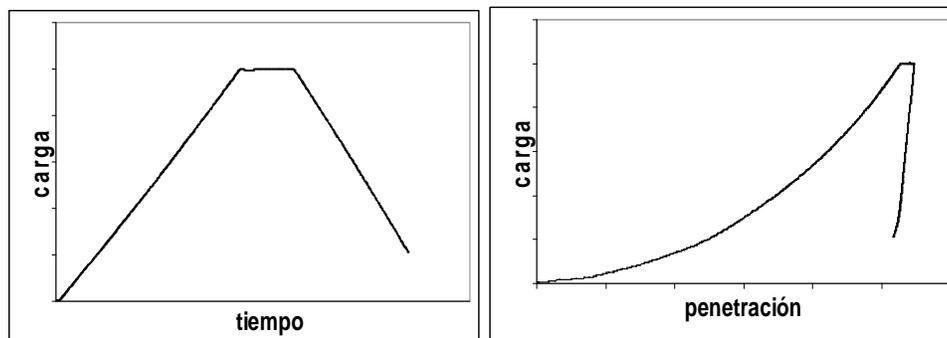


Figura 2.7. Indentación trapezoidal. Relaciones entre carga-tiempo y carga-penetración.

El tiempo de carga constante es importante para analizar la fluencia, pues en este período toda la deformación es viscosa [17]. Sin embargo, durante el tiempo de carga constante el indentador sigue penetrando, por lo que el tamaño de la huella en el material se incrementa. Debido a esto, la dureza real del material no corresponderá con la dureza calculada a partir del tamaño de la huella.

Durante la descarga, se garantiza que el material no deforme de manera plástica, por lo que a partir de conocer el área de contacto y la profundidad del indentador se calcula el módulo elástico del material. Se debe ser cuidadoso con esto, ya que el módulo elástico calculado es un módulo aparente, pues si se trata de un material viscoso puede continuar fluyendo debido a que no se le ha retirado por completo la carga.

El ensayo instrumentado cuenta también con la ventaja de que a partir de la curva de indentación, es posible determinar la energía disipada por el material, así como la energía de deformación elástica de la forma $W^d = W - W^e$ como se ve en la figura 2.8.

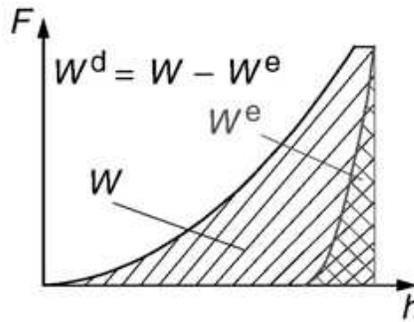


Figura 2.8. Determinación del trabajo de indentación [17].

Donde W^d es la energía total disipada, mientras que W es la energía total y W^e es la energía elástica.

2.3.1 La ley de Kick.

La curva de carga de puede aproximar de forma analítica relacionando la carga de indentación con la profundidad de la penetración de la siguiente manera:

$$P = K h^2$$

Donde h siempre tiene un exponente igual a 2 según Cheng [18], K es una constante del material, que a su vez se compone de otros parámetros.

$$K = f H \alpha$$

Donde f es un factor geométrico que depende de la forma del indentador, H depende de las propiedades elásticas y plásticas del material y α es un parámetro que caracteriza la deformación superficial alrededor de la huella [19].

2.4. Análisis por elementos finitos.

Para crear un modelo capaz de representar la realidad de una manera adecuada y eficiente, es necesario adentrarse en la metodología. Con este fin, se presenta una breve introducción al método de elemento finito. Se distinguen dos métodos de solución, primero el método de solución implícita, para explicar a continuación la forma de solución explícita, pues dada la geometría del problema a representar, así como el nivel de deformación existente en el material, es conveniente analizar el método de solución a usar. Para resolver el problema se usará el método explícito, sin embargo, se partirá del método implícito con el fin de hacer una comparativa entre ambos métodos.

El método de elemento finito tiene como base crear un sistema discreto a partir de un sistema continuo. El sistema original se divide en elementos más pequeños, llamados elementos finitos. Dichos elementos son unidos por nodos compartidos entre sí. A la colección de nodos formados por los elementos del sistema se le conoce como mallado.

En análisis de mecánica de sólidos cada elemento representa una pequeña porción de la estructura, y en un análisis de esfuerzos los desplazamientos de los nodos son las variables fundamentales a calcular. Una vez conocidos los desplazamientos nodales, los esfuerzos y deformaciones son calculados mediante el uso de ecuaciones constitutivas [20].

Para cada elemento del sistema se calcula la deformación a partir de los desplazamientos de sus nodos. La figura 2.9 representa dos elementos formados por tres nodos, en uno de los cuales se aplica una fuerza.

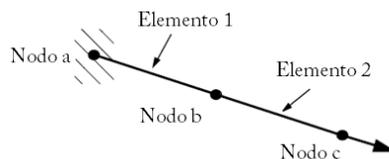


Figura 2.9. Representación de dos elementos unidimensionales sobre los cuales se aplica una fuerza [20].

Para el elemento 1, la deformación estaría dada por:

$$\varepsilon_{11} = (u^b - u^a) / L$$

Donde u^a y u^b son los desplazamientos nodales y L es la longitud original del elemento.

Para un material puramente elástico el esfuerzo corresponde con la deformación, multiplicada por el módulo elástico del material.

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11}$$

De modo que, multiplicando por el área

$$A E \varepsilon_{11} = F = \sigma_{11} A = A E \frac{(u^b - u^a)}{L}$$

Es posible escribir para el nodo a , la condición de equilibrio como:

$$F_a + A E \frac{(u^b - u^a)}{L} = 0$$

Mientras que para el nodo b , tomando en cuenta que las fuerzas que actúan en a tienen sentido contrario, se establece el equilibrio como:

$$F_b + A E \frac{(u^b - u^a)}{L} + A E \frac{(u^c - u^b)}{L} = 0$$

Determinando del mismo modo el equilibrio para el número de nodos existentes en el análisis, se obtiene un sistema de ecuaciones. De modo implícito, se tienen que resolver todas las ecuaciones simultáneamente para encontrar los desplazamientos de todos los nodos, por lo que conviene manejar el sistema de forma matricial, el cual se escribe como:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U}$$

Donde \mathbf{U} está formada por los desplazamientos nodales y \mathbf{K} es conocida como la matriz de rigidez y contiene las propiedades mecánicas y geométricas del sistema a resolver.

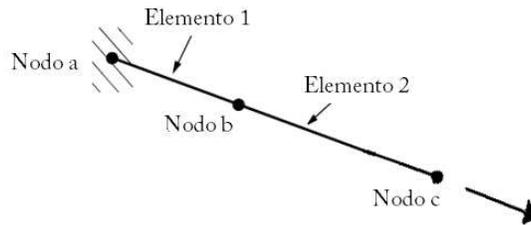
El sistema de ecuaciones generado tiene que ser resuelto para encontrar los valores de cada desplazamiento desconocido, así como de las fuerzas P . Una vez calculado cada desplazamiento, se pueden calcular los esfuerzos generados en cada elemento para cada incremento de la solución. En contraste con lo anterior, se puede llegar a la solución de

forma explícita. Este método no requiere de la solución de un sistema de ecuaciones simultáneas o calcular una matriz de rigidez global. En lugar de eso, la solución se genera ligada a la dinámica del sistema de un incremento al siguiente.

2.5 El método explícito.

El método explícito tiene la característica de resolver incrementos de tiempo muy pequeños para llegar a la solución del sistema. El incremento en la deformación de un elemento se calcula a partir de integrar la velocidad de deformación a lo largo del incremento de tiempo. La deformación total, es la suma del incremento de deformación y la inicial. Una vez que la deformación es conocida, los esfuerzos son calculados a partir del modelo constitutivo del material.

Para el sistema de la figura 2.9, manejado en forma explícita, se resuelve primero para el elemento 2:



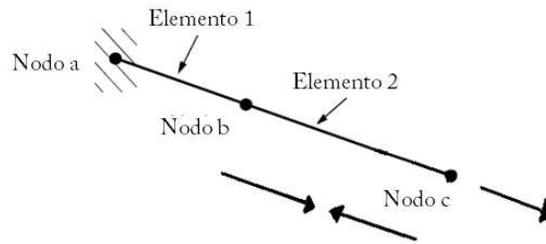
$$\ddot{u}_2 = \frac{P}{M_2}; \quad \dot{u}_2 = \int \ddot{u}_2 dt; \quad \dot{\epsilon}_{el2} = \frac{\dot{u}_2}{l}; \quad \Delta \epsilon_{el2} = \int \dot{\epsilon}_{el2} dt; \quad \epsilon_{el2} = \epsilon_0 + \Delta \epsilon_{el2};$$

$$\sigma_{el2} = E \epsilon_{el2}$$

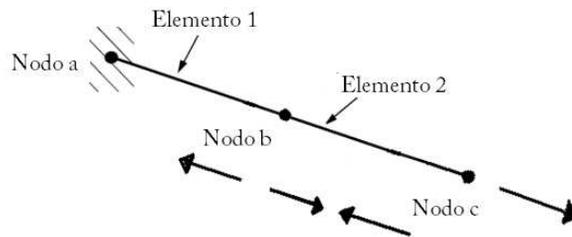
Durante el primer incremento de tiempo, sólo se calcula la deformación para el primer elemento en el nodo que recibe directamente la perturbación, mientras que para el segundo incremento, la carga se transfiere también al siguiente nodo.

$$\ddot{u}_2 = \frac{P - I_{el2}}{M_2}; \quad \dot{u}_2 = \dot{u}_2^{ant} + \int \ddot{u}_2 dt; \quad \dot{\epsilon}_{el2} = \frac{\dot{u}_2 - \dot{u}_1}{l}; \quad \Delta \epsilon_{el2} = \int \dot{\epsilon}_{el2} dt;$$

$$\ddot{u}_1 = \frac{I_{el2}}{M_1}; \quad \dot{u}_1 = \int \ddot{u}_1 dt \quad \epsilon_{el2} = \epsilon_0^{ant} + \Delta \epsilon_{el2} \rightarrow \sigma_{el2} = E \epsilon_{el2}$$



El proceso continúa, de modo que en el tercer incremento el esfuerzo se transmite al siguiente elemento, y continúa del mismo modo hasta terminar con los incrementos.



El uso de un método de solución explícita tiene grandes ventajas, así como desventajas comparado con el implícito:

- El costo computacional del análisis crece con el tamaño del problema, mientras que el costo de resolver ecuaciones no lineales con integración implícita crece mucho más rápidamente al crecer el tamaño del problema, por lo que el método explícito se vuelve especialmente atractivo para problemas grandes.

- La integración explícita es más eficiente que el método implícito para resolver discontinuidades.

- Los problemas que involucran propagación de esfuerzos son generalmente más eficientes computacionalmente al ser tratados de manera explícita.

- El método implícito es incondicionalmente convergente, a diferencia del método explícito, que presenta un límite de estabilidad, como se verá más adelante.

-La aparición de no linealidades en problemas resueltos con el método implícito conduce a la reformulación de la matriz de rigidez asociada al sistema, que implica que el problema deje de ser resuelto simplemente resolviendo el sistema de ecuaciones generado, como en problemas lineales. Esto genera un notable incremento en el costo computacional. El método explícito se maneja por incrementos de tiempo y no requiere la formulación de una matriz de rigidez, por lo que la diferencia en el tiempo de cálculo es mínima.

2.6 Optimización del costo computacional.

Una característica importante del método explícito es que para llegar a la solución del problema no se genera una matriz de rigidez, sin embargo, la respuesta generada es más sensible a los parámetros físicos del material.

El método explícito trabaja con incrementos de tiempo fijos, basados en los parámetros físicos del sistema, que generalmente deben ser muy pequeños para llegar a una solución correcta. Si se trabaja con incrementos de tiempo mayores, se excede el límite de estabilidad del problema y se genera una inestabilidad numérica. Por otro lado, trabajar con incrementos de tiempo muy pequeños lleva a realizar un mayor número de cálculos para llegar a la respuesta.

El límite de estabilidad para un sistema está definido en términos de la frecuencia más alta en el sistema, la cual se basa en una serie de factores interrelacionados, por lo que es difícil conocer el incremento de tiempo exacto permisible para garantizar la convergencia en la solución.

2.6.1 Densidad.

Para fines prácticos conviene calcular la máxima frecuencia que presentan los elementos individualmente en el problema, pues ésta es siempre mayor que la frecuencia más alta del modelo completo. Así, el límite de estabilidad se puede calcular de una forma conservadora usando las propiedades del elemento más pequeño generado en el modelo.

$$\Delta t_{\text{estable}} = \frac{L^e}{C_d}$$

Donde L^e es la longitud del elemento más pequeño, mientras que c_d es la velocidad con que se desplaza una onda acústica en él. Por otro lado la velocidad de una onda acústica es una propiedad el material, que se puede calcular como

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Donde E es el módulo de Young, mientras que ρ es la densidad del material.

$$\Delta t = \frac{L\sqrt{\rho}}{\sqrt{E}}$$

De donde se observa que el tamaño en los incrementos de tiempo aumenta con la raíz cuadrada de la densidad del material, y disminuye de igual forma al incrementar el módulo elástico.

La longitud del elemento más pequeño depende del mallado, por lo que se debe prestar especial cuidado a éste. A pesar de que la densidad y módulo elástico son propiedades el material, la densidad se puede incrementar razonablemente sin cambiar la respuesta original del sistema, principalmente en análisis estáticos para disminuir de esta manera el número de incrementos de tiempo.

2.6.2 Escalamiento de masa.

Lo más adecuado para controlar el límite de estabilidad del sistema es generar en el mallado elementos con geometrías similares y evitar así la aparición de elementos excesivamente pequeños, pero esto no es posible en la mayor parte de los casos.

Abaqus® calcula el límite de estabilidad basándose en la frecuencia del elemento crítico del sistema de una manera automática y segura, sin embargo, este método es bastante conservador en cuanto al límite de estabilidad real en el sistema.

El método más sencillo para evitar que los incrementos de tiempo se vuelvan excesivamente pequeños cuando no se logra incrementar la longitud de un elemento, es cambiar sus propiedades, pues de éstas depende también su frecuencia. Abaqus® ofrece la posibilidad de incrementar artificialmente la densidad del material en todo el modelo, región o elemento en particular, controlando de así el límite de estabilidad del sistema. Aumentar la densidad de un solo elemento en el sistema permite que los incrementos de tiempo sean mayores, sin afectar de manera considerable el comportamiento en el sistema. Esta herramienta es conocida como factor de escalamiento de masa.

3. Desarrollo experimental

El principal objetivo de esta tesis, más allá de realizar un estudio sobre las propiedades mecánicas del hueso, es crear un modelo que pueda ser empleado para obtener dichas propiedades, así como una metodología experimental a seguir. Por tanto, la parte experimental en este trabajo es limitada, pues su objetivo es verificar la fiabilidad y capacidad de adaptación del modelo propuesto, además de ofrecer una breve reseña de la metodología usada para obtener los resultados.

Las propiedades del hueso pueden ser afectadas de manera muy significativa durante la experimentación si no se preparan las muestras de la manera adecuada, pues se debe considerar que es un tejido vivo y en general el entorno donde se experimenta con él dista mucho del medio en que se desenvuelve naturalmente. Por lo anterior es importante emplear una metodología experimental fiable que minimice los errores de medición y el tiempo de experimentación.

3.1 Materiales y métodos.

La experimentación se realizó en hueso de fémur bovino de la zona que une la epífisis con la diáfisis, caracterizada por estar compuesta de tejido cortical y trabecular. Sin embargo, sólo se realizaron pruebas sobre tejido cortical.

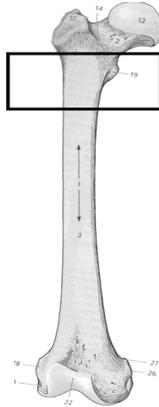


Figura 3.1. La zona de experimentación seleccionada está compuesta de tejido trabecular y cortical [3]

De dicho segmento se cortaron muestras de 5mm de espesor con disco de diamante bajo lubricación constante, a 600 rpm, en una cortadora BUEHLER ISOMET 1000. Se cortaron verticalmente y luego de forma horizontal (figura 3.2) hasta obtener segmentos como el de la figura 3.3

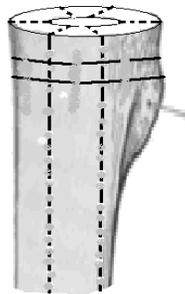


Figura 3.2. Cortes realizados

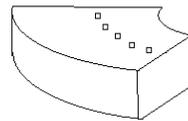


Figura 3.3. Geometría final de la muestra.

Se eligieron dos probetas como las de la figura 3.3, sobre las cuales se realizaron los diferentes ensayos sobre tejido cortical. Las probetas fueron fijadas sobre una barra de aluminio pulida por ambos lados hasta garantizar el paralelismo en sus caras (figura 3.4). Para fijar las muestras sobre la barra se usó cianoacrilato de etilo, de modo que se pudieran sujetar correctamente en el microdurómetro.



Figura 3.4. Sujeción de las muestras de hueso

3.1.1 Probeta 1.

Los ensayos de microindentación se realizaron en una máquina Micro Photonics Inc. Nanovea, con un indentador Vickers a una tasa de carga de 10 N/min durante 30 s, seguidos por un tiempo de carga constante de 5 s, y una descarga de 10 N/min.

El equipo de microdureza aproxima el indentador hacia el material a una velocidad constante seleccionada por el usuario, mientras ocurre este desplazamiento la carga permanece en valores cercanos a cero hasta que se detecta un incremento importante en la fuerza de reacción de la muestra hacia el indentador. El incremento en esta fuerza de reacción es asumido como el punto de contacto entre ellos. El valor de la fuerza de reacción necesaria para iniciar la prueba también debe ser elegido por el usuario y es un aspecto importante para garantizar que el punto elegido por la máquina es el verdadero. Cuando la máquina elige el punto de contacto, comienza la prueba. Los valores de velocidad de aproximación y fuerza de reacción se asignaron como 10 $\mu\text{m}/\text{min}$ y 15 mN, respectivamente.

Se realizaron 8 ensayos para una misma probeta a una distancia de 500 μm entre el origen de cada huella moviéndose en el sentido longitudinal de la muestra, como se muestra en la figura 3.5. A partir de ellos se obtuvieron como datos las curvas experimentales, que sirven de base para trabajar con el modelo computacional.

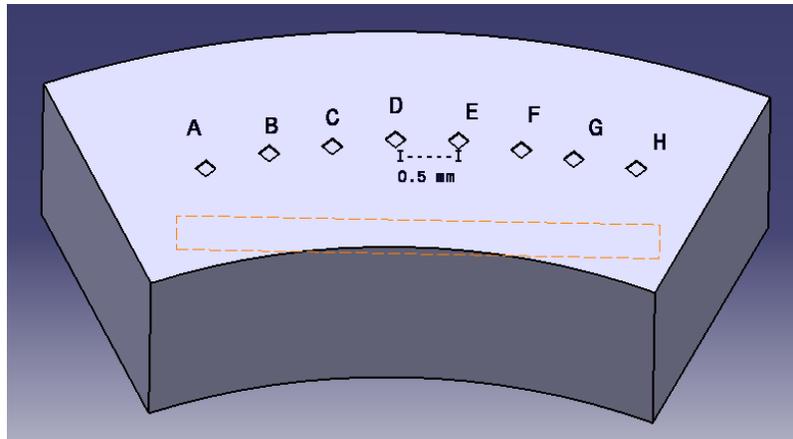


Figura 3.5. Disposición de los ensayos sobre la probeta 1

3.1.2 Probeta 2.

En una segunda probeta se realizaron ensayos con diferentes velocidades de carga y para diferentes ubicaciones en la probeta. Se hicieron tres ensayos para una velocidad de 5 N/min, siguiendo el mismo modelo trapezoidal, con un período de cinco segundos de carga máxima constante; primero en la zona marcada con 1, después en la zona marcada con 2, y finalmente en la parte más alejada del centro del hueso, marcada con 3. Después se repitió el procedimiento para una velocidad de 10 N/min. y finalmente para 50 N/min, como se muestra en la figura 3.6.

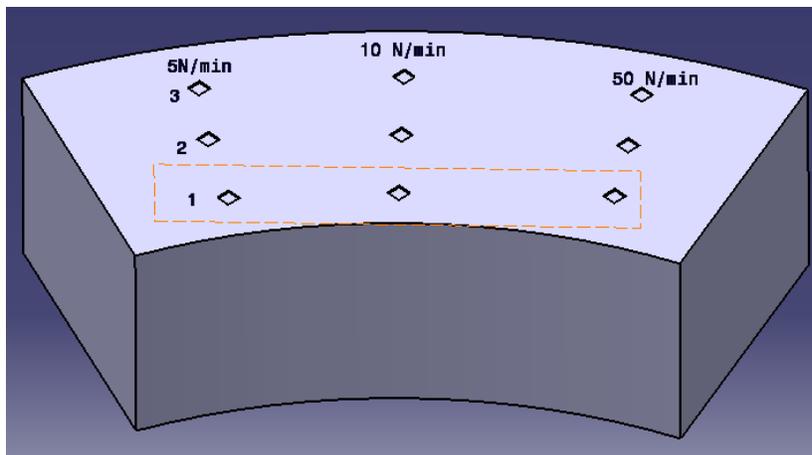


Figura 3.6. Realización de los ensayos en la segunda probeta.

3.2 Preparación de muestras de hueso esponjoso.

Durante este estudio no se realizaron ensayos en tejido trabecular, sin embargo, este trabajo va encaminado a poder aplicar la metodología aquí descrita también a hueso esponjoso, así como a otros materiales en general. Por lo anterior se incluye una breve reseña acerca de la preparación de muestras de tejido esponjoso en ensayos de microdureza, puesto que es un poco más elaborada que la preparación de tejido cortical, y su método de preparación más adecuado depende de los objetivos a seguir.

Las muestras deben ser cortadas igualmente con disco de diamante hasta obtener probetas de dimensiones semejantes a las obtenidas para análisis de tejido cortical, con la diferencia de preferir en este caso probetas de 3.5 mm de espesor, con el fin de facilitar la extracción de la médula ósea. Probetas más delgadas no tienen el grosor suficiente para admitir una estructura esponjosa representativa, por lo que las laminillas tienden a separarse de la estructura.

La extracción de médula del tejido esponjoso se realiza inyectando agua a presión a 55-60°C. A temperaturas mayores la médula fluye más fácilmente, sin embargo, no es recomendable someter el hueso a ellas, pues el colágeno es una proteína y puede coagular con el aumento de la temperatura, presentado un efecto de endurecimiento [21]. También es recomendable realizar la limpieza por medio de baños ultrasónicos a la temperatura habitual del cuerpo [22].

Tradicionalmente se han manejado varios tipos de preparación de las muestras en tejido esponjoso: embebidas en resina, hidratadas sin montar en resina y deshidratadas también sin montar.

El estudio sobre muestras deshidratadas sólo es conveniente con fines comparativos entre un tipo y otro de hueso, ya que las propiedades mecánicas se verán afectadas por la deshidratación. Las pruebas sobre tejido hidratado sin montar en resina, son confiables pues en general la estructura del hueso es capaz de soportar las cargas de microdureza sin aportar importantes cambios en el valor de la dureza Vickers para cargas moderadas. No

obstante, es común que la estructura trabecular falle para cargas mayores de 50 gf [23]. No hay que ignorar que la razón por la que falla una trabécula es porque forma parte de una estructura en la que puede presentar esfuerzos adicionales, semejantes a los que provocaría un ensayo de flexión en una viga, dicho efecto se ilustra en la figura 3.7.

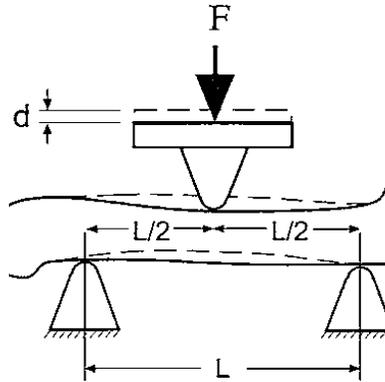


Figura 3.7. El ensayo de indentación puede causar flexión en la estructura trabecular [24].

Para ensayos de microindentación instrumentada, esto ocasiona que las mediciones no sean confiables más allá de los valores de dureza, pues la penetración calculada por el equipo de indentación incluirá además de la penetración real, el desplazamiento ocasionado por la flexión de la trabécula.

El manejo sobre probetas montadas en resina muestra un incremento en las propiedades comparado con el análisis sin resina según el estudio de Dall'Ara, de donde concluye que no es confiable. Sin embargo, realiza sus estudios deshidratando las muestras en etanol, lo que incrementa la dureza del hueso [25]. Por otra parte, es cierto que las indentaciones realizadas cerca de los límites con la resina pueden causar un efecto en las propiedades originales, sin embargo, éste puede ser suprimido si se realizan los ensayos a una distancia adecuada de la resina [26]. Por lo tanto, puede decirse que las mediciones sobre tejido trabecular embebido en resina, pueden ser confiables, eliminando el efecto de la flexión sobre la estructura, si se toman las debidas precauciones.

Para montarse en resina correctamente, es necesario que el material se encuentre deshidratado completamente para evitar que reaccione durante la síntesis de la resina. Las muestras se dejan secar durante 18 horas a temperatura ambiente, puesto que la deshidratación con otros métodos puede alterar las propiedades originales del material. Se

montan en resina epóxica o Polimetilmetacrilato (PMMA) y se vuelven a cortar con disco de diamante. Es recomendable lijar progresivamente con tamaños de grano más pequeños, para después pulir con partículas de diamante del orden de $1\ \mu\text{m}$ [27].

Una vez que las muestras han sido montadas en resina, se rehidrata el hueso en solución salina durante al menos 1.5 horas [17] antes de los ensayos.

3.3. Manejo de datos experimentales.

De las curvas obtenidas a partir de la máquina se caracterizó cada una en su zona de carga como una curva parabólica de la forma Ax^n (figura 3.8), obteniendo los coeficientes de A y n para cada una.

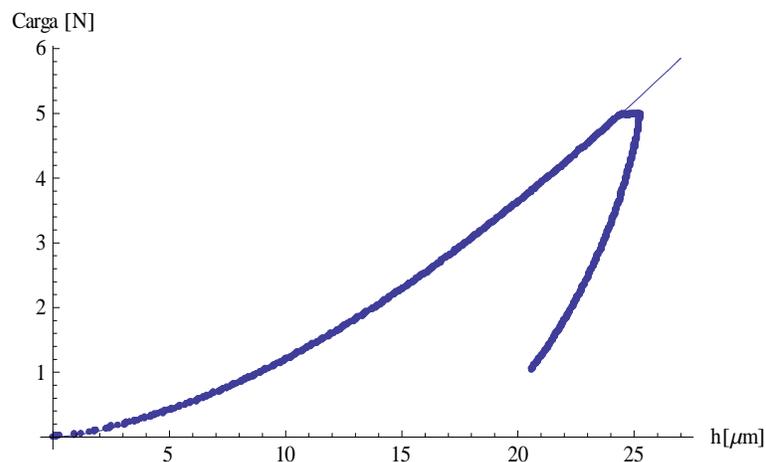


Figura 3.8. Ajuste de una curva de indentación mediante una función parabólica.

Para cada grupo de curvas se obtuvieron los valores medios de A y n, con los cuales se eligió la curva cuyos coeficientes fueran más aproximados al valor medio del grupo. La curva resultante se eligió como ejemplar para representar con el modelo. Con ayuda del microscopio óptico que acompaña el microindentador se obtuvieron las imágenes de las marcas dejadas por el microdurómetro sobre el material, lo que permite obtener la medida de las diagonales para encontrar manualmente las medidas de dureza, así como verificar que la zona de contacto se encuentre libre de impurezas o porosidades importantes.

La obtención de las imágenes de las muestras es importante además para seleccionar el punto de contacto entre el indentador y el hueso. La instrumentación del microindentador permite elegir el punto de contacto basado en la variación de la carga aplicada al aproximarse a la muestra, pero la presencia de vibraciones en el ambiente, así como la complejidad de un material no homogéneo, hacen necesario un análisis más a fondo en este aspecto. El equipo proporciona la penetración máxima del indentador en el material, con ésta, se puede verificar a partir de la medida de la marca dejada que la profundidad proporcionada por el equipo sea la correcta. Si la información muestra grandes discrepancias, se puede inferir que existe un error en la medición.

4. Modelado con elemento finito.

En este capítulo se analizará con detalle el modelo propuesto para reproducir el ensayo de microindentación, con sus consideraciones, ventajas y limitaciones.

4.1. Geometría.

Se realizó el modelo del ensayo de microindentación con ayuda de la paquetería de elemento finito Abaqus 6.9 ®. Dado que la geometría del indentador Vickers es esencialmente la de una pirámide cuadrangular y la aplicación de la carga es distribuida sobre toda la superficie superior del indentador, el ensayo es idealmente simétrico para cada una de las caras de la pirámide, así como para el material con el que interactúan durante el ensayo.

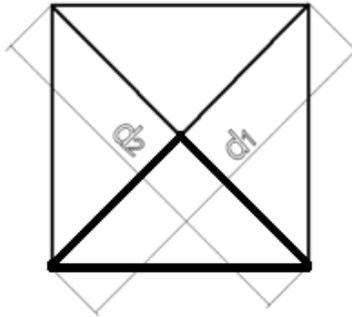


Figura 4.1. La simetría en el indentador permite el uso de una cuarta parte de la geometría original

La aparición de simetrías significa que no existe fluencia del material respecto a los planos de simetría, por lo que se puede prescindir del modelado del resto del sistema físico. Para el modelo se consideró sólo la cuarta parte de la geometría, marcada en la figura 4.1, con la precaución de restringir los desplazamientos nodales en dirección normal a los planos de simetría, para mejorar así el tiempo de cálculo. En la parte superior del indentador se extruyó la base cuadrangular del diseño piramidal del indentador, con el fin de evitar la

flexión en sus extremos, así como la generación de elementos muy pequeños o con un factor de forma fuera del rango, ocasionados por la aparición de ángulos agudos en la geometría del problema [28], como se muestra en la parte derecha de la figura 4.2 para geometrías similares. Finalmente, la figura 4.3 muestra la configuración final del modelo propuesto tomando en cuenta las consideraciones mencionadas.

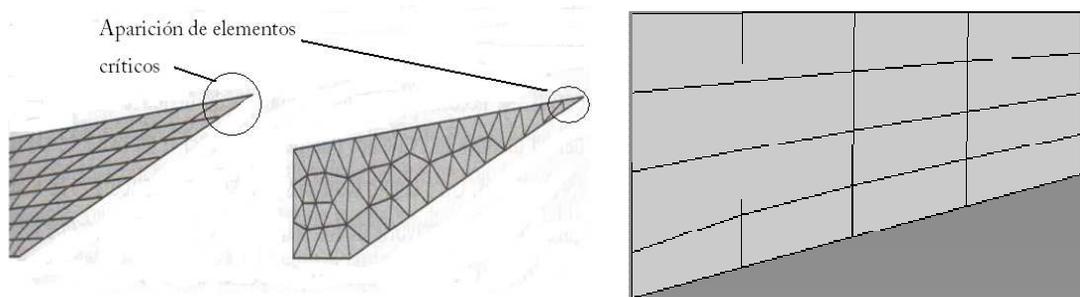


Figura 4.2. Izquierda. Generación de elementos críticos por la aparición de un ángulo agudo en la geometría [28] y Derecha. Supresión de elementos críticos al modificar la geometría.

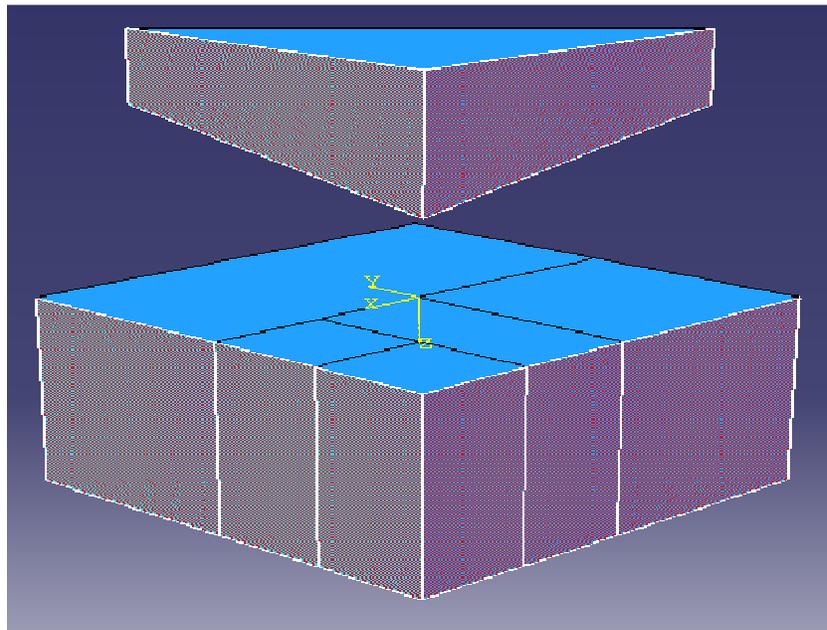


Figura 4.3 Geometría generada. Las caras marcadas son a su vez planos de simetría.

4.2 Especificaciones de los materiales.

Abaqus® no asigna unidades por defecto, por lo que se tiene que asignar un sistema propio conveniente o cómodo para el usuario. En este caso, dado que las dimensiones del sistema son muy pequeñas, se decidió trabajar en un sistema con las siguientes unidades:

Magnitud	Unidades
Tiempo	Segundo (s)
Masa	Kilogramo (kg)
Longitud	Milímetro (mm)
Temperatura	Grado Celsius (C)

El uso de milímetros como unidad de longitud dentro del programa permite manejar los datos con mayor familiaridad, y evitar errores en la geometría por el manejo de cantidades pequeñas. Es importante ver aquí que al elegir un sistema de unidades, todas las unidades derivadas cambiarán también, por lo que la densidad, por ejemplo, tendrá que expresarse para este caso en kg/mm^3 .

Para el indentador se definió el diamante como un material isotrópico con un módulo elástico de 1141 Gpa y un módulo de Poisson de 0.07, [29]. La densidad del indentador se tomo como $1 \text{ kg}/\text{mm}^3$, que es por sí mismo un valor muy alto, sin embargo, acelera el proceso de solución sin generar excesiva energía cinética en el sistema, lo cual se analizará más adelante con detalle. El hueso se definió también como material isotrópico, con una densidad de $1 \text{ kg}/\text{mm}^3$, módulo de Poisson de 0.33; mientras que el resto de parámetros de Johnson-Cook, así como el módulo elástico se variaron hasta encontrar la combinación que ajusta la respuesta del modelo computacional a los ensayos experimentales. Con excepto los que muestran dependencia de la temperatura.

Parámetro	A	B	n	E	m	Tm	Temperatura transición.
Magnitud	Variable	Variable	Variable	Variable	1	10000 0	300

Los valores dados a las temperaturas, así como a m , pretenden disminuir la dependencia de la temperatura del proceso tanto como se pueda, mientras que la parte dependiente de la velocidad de deformación no es necesariamente utilizada en Abaqus®. El objetivo final es tener un modelo de endurecimiento cercano al modelo de Ludwick, considerando el límite de cedencia del material, con la ventaja de ya encontrarse disponible en la paquetería utilizada.

$$\sigma = A + B \varepsilon^n$$

4.3. Módulo *Step*.

El análisis consistió de tres pasos de tipo dinámico, explícito:

Paso	Duración [s]	Tiempo total [s]	Escalamiento de masa
1	3	3	1000000
2	62	65	1000
3	3	68	1000000

En el primer paso el indentador es desplazado hacia abajo hasta el punto en que inicia el contacto con la probeta, sólo para efectos visuales, por lo que se da un factor de escalamiento de masa de 1000000, y con una duración de tres segundos.

En el segundo paso se desarrolla la indentación. Tiene una duración de 62 segundos, en los que la carga se incrementa linealmente de 0 a 5 N en 30 s, con un lapso de 5 s a carga constante, para después retirar la carga del indentador linealmente en 30 s.

Puesto que el análisis incluye grandes deformaciones en los elementos más próximos a la punta del indentador se activa el parámetro NLGEOM que se encarga de resolver no linealidades geométricas en el modelo. Para este paso se usó un factor de escalamiento de masa de 1000 en todo el modelo.

Al incrementar la densidad en el modelo se reduce el tiempo de cálculo, pero también se incrementa la cantidad de energía cinética del proceso, por lo que es indispensable verificar que la energía cinética no es un problema. En un paso estático (en el que se pueden considerar las fuerzas inerciales despreciables), se recomienda verificar que la energía cinética sea menor al 2% en comparación con la energía de deformación. En un análisis dinámico se puede manipular libremente la densidad del material, en tanto la energía cinética no sea mayor al 1% de la de deformación [20]. Si esta relación es superada, se prefiere trabajar con los valores reales del sistema. El análisis de dichas energías en la figura 4.4 muestra que el cociente de la energía cinética entre la energía de deformación durante todo el segundo paso es prácticamente igual a cero.

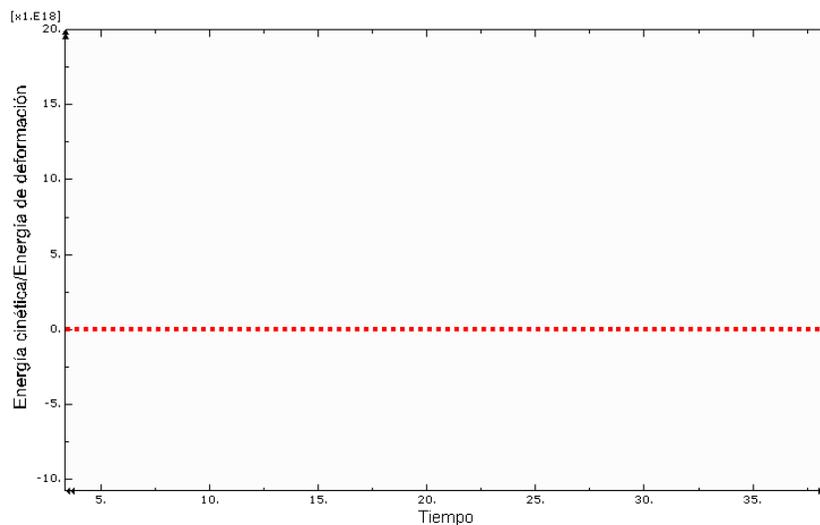


Figura 4.4. Relación entre energía cinética y energía de deformación a través del tiempo

En el tercer paso, se retira el indentador del hueso, sólo para permitir observar el tamaño y forma de la huella. Tiene una duración de tres segundos, y un factor de escalamiento de masa de 1000000.

4.4. Interacciones.

Se creó una interacción entre la superficie superior del hueso y la cara inferior del indentador con un coeficiente de fricción de 0.3 entre ambas superficies. Los problemas de contacto en Abaqus® se manejan asignando propiedades entre las superficies que

interactúan en entre sí. Las propiedades se asignan definiendo una superficie “maestra” (master) y una “esclava” (slave) para cada interacción.

A la superficie esclava se le asignan propiedades a lo largo de todos sus elementos, de modo que ningún nodo o elemento puede penetrar a la superficie maestra, mientras que para una superficie maestra no existen estas limitaciones, permitiendo que los elementos penetren entre los nodos de la superficie esclava.

La asignación de las propiedades de cada superficie debe ser cuidadosa para evitar tanto como se pueda que un material admita penetraciones que no causen deformaciones. Para evitar esto se recomienda siempre elegir como superficie esclava aquella con el mallado más fino. Se eligió como superficie maestra la del indentador, mientras que como superficie esclava la del hueso.

4.5. Carga.

Se creó la amplitud de una función para representar un modelo trapezoidal del ensayo, que consta de incremento lineal de la carga de 0 a 5 N durante los primeros 30 s, seguida por una carga constante de 5 N para los siguientes 5 s, para finalmente retirar la carga linealmente de 5 a 0.5 N durante los últimos 27 s. Después de este tiempo, se retira la carga por completo. La carga se aplicó como una presión uniforme sobre la cara superior del indentador, con una magnitud definida tabularmente.

4.6. Mallado.

El mallado es especialmente importante en un análisis explícito, puesto que el tiempo de cálculo además de aumentar con el número de elementos generados, se incrementa con la reducción del tamaño de los elementos, por lo que refinar el mallado puede incrementar el costo computacional de una manera muy drástica. A pesar de esto, comparado con el método implícito, generalmente representa una gran ventaja a medida que el tamaño del modelo crece.

El uso de un mallado fino tiene la ventaja de otorgar soluciones más precisas, al tiempo que el número de elementos se hace más grande. Se recomienda siempre resolver un problema con un mallado grueso e incrementar el número de nodos paulatinamente de manera razonable para verificar que el tamaño de los elementos no es un problema y la solución es tan precisa como lo requiere el análisis. Esto permite también estimar el error provocado por el uso de un mallado menos fino.

Para este trabajo se crearon dos modelos, uno con un mallado fino y uno con un mallado más grueso, pues el objetivo general es encontrar los coeficientes más adecuados para representar la curva de indentación del material. Un trabajo que requiere de la repetida simulación para el análisis. Se hicieron particiones en la geometría del hueso para los dos modelos, de modo que permitiera un mallado especialmente fino en el área de indentación, al tiempo que elementos más grandes en el resto del tejido. En la figura 4.5 se puede observar que los elementos generados en el bloque de hueso tienen una marcada diferencia en su longitud vertical, respecto a las otras. Este aspecto es necesario pues se debe tomar en cuenta que los elementos deformarán principalmente en la dirección vertical, mientras que en las direcciones restantes se requiere de elementos muy pequeños para verificar el tamaño final de la marca dejada por el indentador (Figura 4.6).

Para ambos modelos, dado el elevado módulo elástico del diamante, el elemento crítico generado con el mallado aparece en el indentador, por lo que se plantea la posibilidad de modelar el material del indentador simplemente como un cuerpo rígido formado por un solo elemento, mejorando considerablemente el tiempo de cálculo en el problema.

La diferencia entre modelar el mismo problema con un material rígido y uno deformable para el indentador es menor al 3% [29]. Por otra parte, el elemento crítico del indentador para el modelo con mallado grueso (Figura 4.5, derecha) genera incrementos de tiempo apenas 26% mayores de los que generaría el elemento más pequeño de la superficie a indentar. Además, los nodos existentes en el indentador suman 115, mientras que el material de hueso 1638, por lo que el incremento en el tiempo de cálculo es menor de 34%. Para el modelo con mallado más fino se buscó tener la misma relación de incrementos de tiempo y número de elementos.

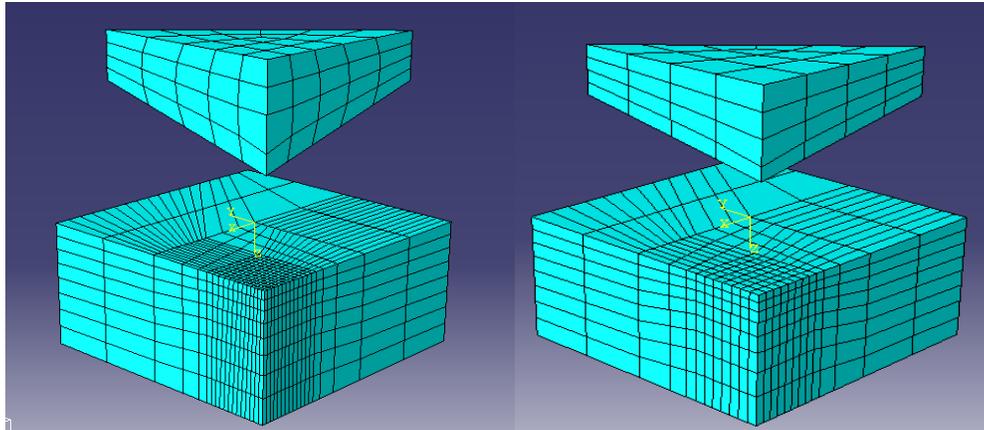


Figura 4.5. Mallado fino y mallado grueso

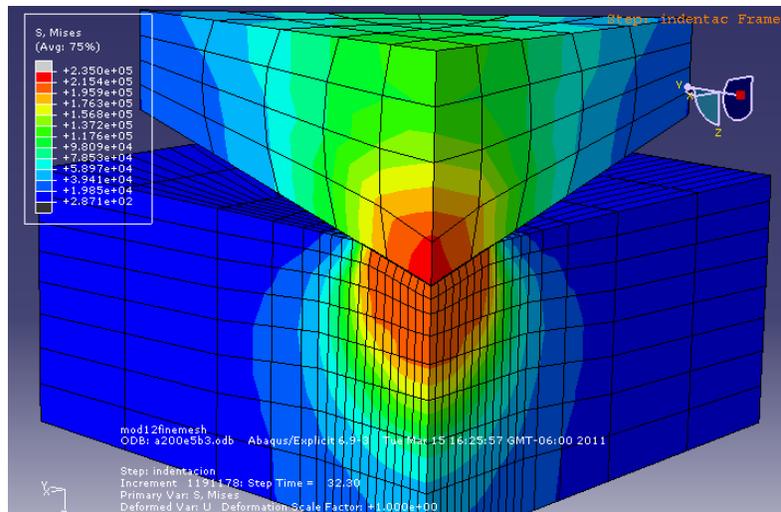


Figura 4.6. Los elementos generados para el hueso tienen una longitud vertical predominante, se muestra la deformación ocasionada por el indentador para una penetración de 26 μm , así como la distribución de esfuerzos del material.

Se comparó la respuesta del modelo ante ambos mallados, antes de realizar las pruebas, así como después de encontrar los coeficientes para validar los resultados obtenidos.

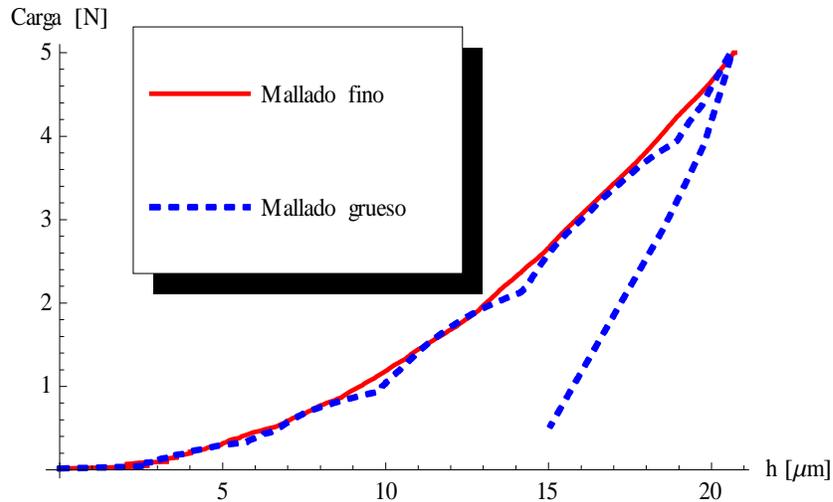


Figura 4.7. Comparación de la respuesta generada por un mallado grueso contra uno fino.

En la figura 4.7 se puede apreciar que el mallado grueso es incluso tan confiable como el fino en la respuesta final, aunque no es capaz de representar adecuadamente la curva en todos los puntos. La diferencia entre simular el modelo con un mallado fino y uno grueso es de un ahorro de 80% del tiempo. El tiempo de cálculo para el modelo con mallado grueso es aproximadamente de 80 minutos, para un equipo de cómputo con un procesador Intel Core (TM) Duo a 2.53 GHz.

Una parte importante que se debe considerar al generar el mallado es la elección del tipo de elementos a usar, debido a que éstos también pueden influir en la solución del sistema de forma considerable. Se usaron elementos hexaédricos de 8 nodos (brick), de primer orden con integración reducida. El uso de elementos triangulares y tetraédricos debe ser evitado tanto como sea posible para análisis de esfuerzos, especialmente si se trata de elementos lineales, pues muestran una pobre convergencia con la mejora del mallado, por lo que se recomienda sólo usarlos en zonas muy difíciles de manejar con otro tipo de elementos [30]. Abaqus® en el modo explícito permite el uso de integración completa o reducida para elementos hexaédricos, mientras que sólo permite el uso de elementos con integración reducida para elementos planos cuadrangulares.

Para elementos con integración reducida, el número de puntos de integración a lo largo del elemento es suficiente para integrar exactamente las contribuciones del campo de esfuerzos, mientras que para los elementos con integración completa el número de puntos

de integración es suficiente para integrar el trabajo virtual exactamente. El uso de elementos con integración reducida provee grandes ventajas, pues el menor número de puntos de integración reduce de manera significativa el tiempo requerido para llegar a la solución. Otra ventaja es que los esfuerzos y deformaciones son calculados en los lugares que proveen una mayor precisión.

La gran desventaja del uso de elementos con integración reducida es que este procedimiento puede admitir modos de deformación en los puntos de integración, los cuales no generan energía de deformación. Este fenómeno es conocido como *hourglassing* y puede conducir a respuestas inadecuadas.

La ausencia de un mallado fino puede dar por resultado la generación de hourglassing. Por ello es necesario monitorear que la cantidad de energía artificial es despreciable en comparación con el total de la energía interna. Valores de energía artificial de deformación menores al 2% indican que la deformación artificial no es un problema [20].

El análisis marca que el cociente entre ambas energías permanece siempre por debajo del 0.015 % hasta los 33 segundos, donde se estabiliza para después disminuir de nueva cuenta al retirar el indentador, como se puede ver en la figura 4.8.

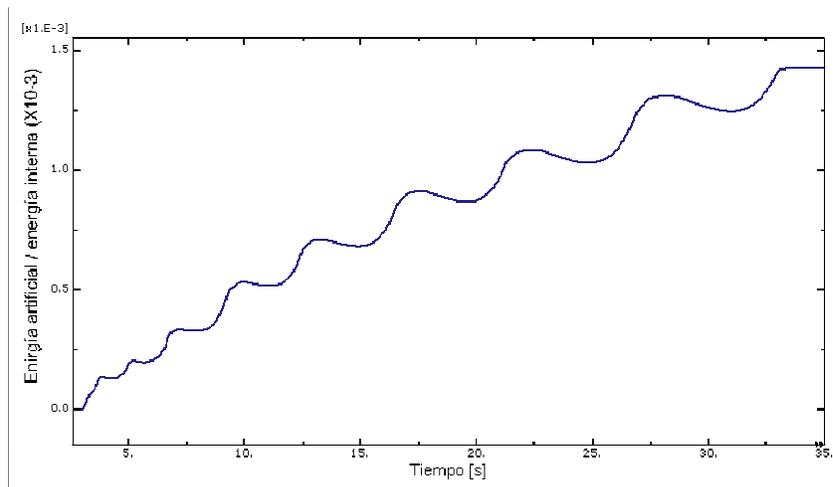


Figura 4.8. Energía artificial de deformación entre le energía total interna del sistema.

4.7. Módulo *Job*.

Abaqus® maneja en el modo implícito por defecto un tamaño de palabra de 64 bits, mientras que para el modo explícito, usa precisión simple (32 bits). Sin embargo, se puede utilizar doble precisión a un mayor costo computacional si el análisis así lo requiere.

Se recomienda usar precisión simple si el número de incrementos en el análisis es menor de 300000, pues el error más grande producido por redondeo es normalmente menor a $1 \times 10^{-4} \%$ en el desplazamiento nodal.

Para este análisis se usó el método explícito y, dada la duración del análisis, el número de incrementos se vuelve considerable, por lo que se hace indispensable trabajar con doble precisión. El incremento en el tiempo de cálculo es de alrededor del 30% al usar doble precisión.

5. Resultados.

La parte esencial de este trabajo es sugerir un modelo basado en el método de elemento finito, capaz de extraer las propiedades mecánicas del material a partir de igualar curvas de indentación experimentales con las generadas por el modelo. En este capítulo se presentan tanto los resultados obtenidos experimentalmente, como la respuesta obtenida por el modelo, dejando pendiente la discusión para el próximo.

5.1. Probeta 1.

Para la probeta 1 se obtuvieron los siguientes datos a partir de la instrumentación del microindentador.

Tabla 5.1. Información de la probeta 1

Prueba	E (Gpa)	D1 (mm)	D2 (mm)	HVm	HVc
A	14.43	0.12	0.113	29.8925	8.11
B	12.33	0.121	0.121	30.219	7.81
C	15.52	0.13	0.115	30.43	7.71
D	15.55	0.113	0.101	29.43	8.83
E	18.35	0.11	0.112	36.22	8.51
F	16.05	0.109	0.116	33.48	8.40
G	17.03	0.112	0.117	34.63	8.25
H	16.35	0.103	0.105	34.21	9.09
Valor medio	15.7	0.1125	0.11	32.31	8.33
σ	1.78	0.008	0.006	2.61	0.47

Donde D1 y D2 son las diagonales medidas manualmente, HVm es el valor de la dureza Vickers proporcionado por el equipo, HVc es el valor calculado con base en la medida de las diagonales y σ es la desviación estándar. Las curvas proporcionadas por la máquina se analizaron usando el software Mathematica®. A partir de los datos obtenidos se caracterizaron las curvas como una función de la forma $f(x) = A x^n$, para obtener los coeficientes A y n de cada curva.

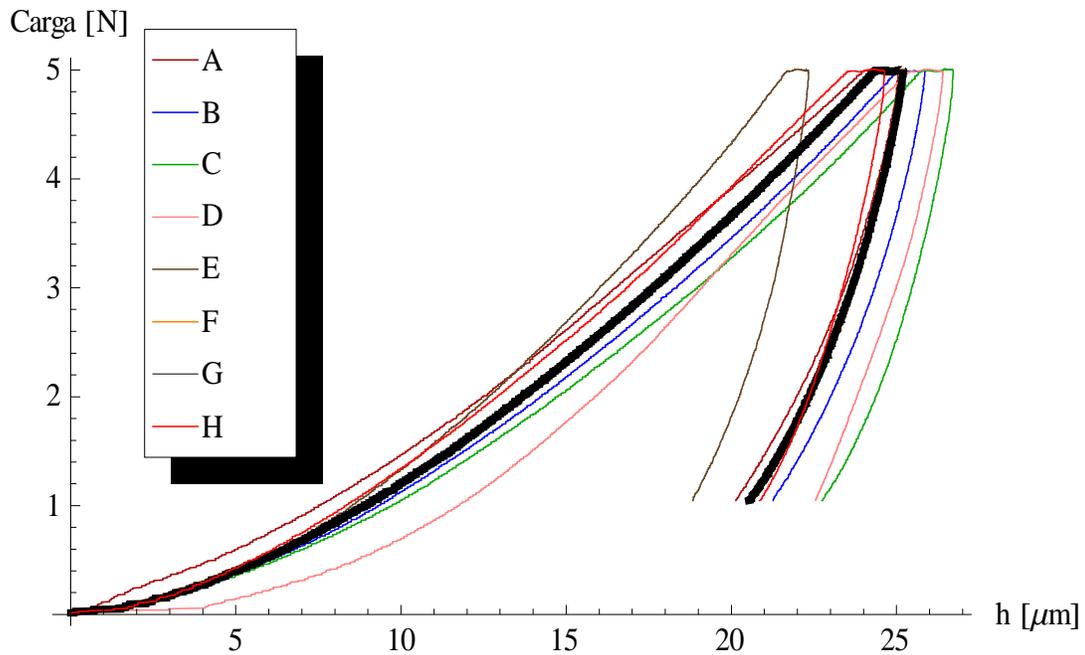


Figura 5.1. Curvas obtenidas a partir del microdurómetro para la probeta 1

Se eligió como ejemplo a la que se ajustó mejor a los parámetros promedio obtenidos. A partir de estos datos se observa que las curvas D y E quedan muy alejadas del valor medio, por lo que se omiten en el análisis. La curva ejemplar elegida se muestra resaltada en la figura 5.1 y corresponde con la curva G, la cual representa el comportamiento medio del resto en cuanto a los valores A y n, así como en la penetración máxima y dureza calculada por el indentador.

Tabla 5.2. Caracterización de las curvas para la probeta 1

Curva	A	n
A	0.061	1.38
B	0.027	1.61
C	0.024	1.63
D	0.007	2.02
E	0.026	1.70
F	0.031	1.58
G	0.031	1.59
H	0.038	1.54
Valor medio	0.030	1.63
σ	0.015	1.54

El modelo desarrollado en Abaqus® no permite obtener un exponente n de la curva de indentación a menor que 2, de acuerdo con la Ley de Kick, mientras que las curvas reales presentan una n media de 1.63. Esto impide que se puedan igualar las curvas mediante este modelo. En la figura 5.2 se muestran la curva elegida experimentalmente y la mejor aproximación lograda por el modelo.

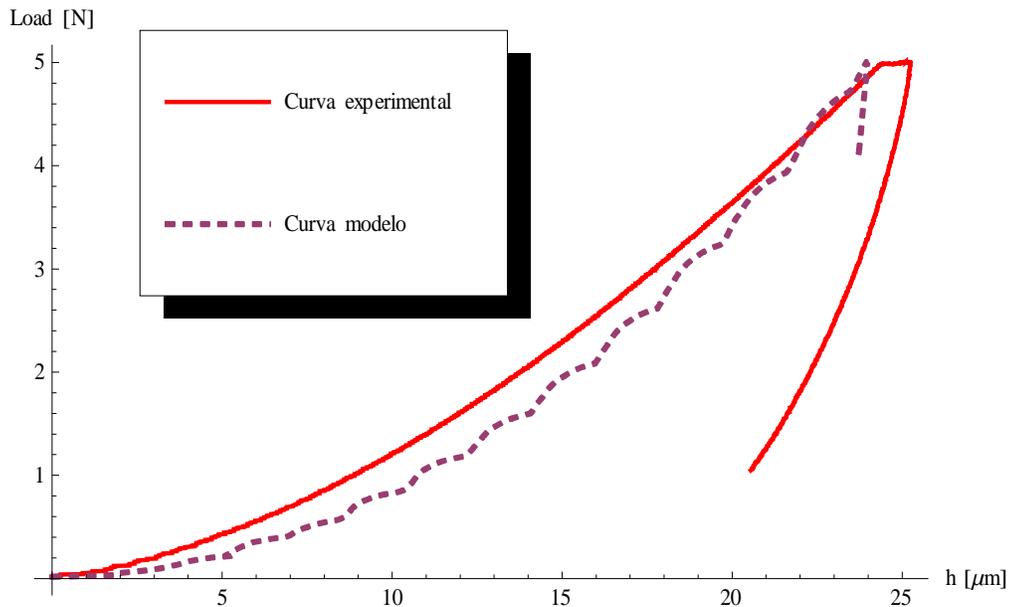


Figura 5.2. Mejor aproximación que logra el modelo computacional.

La curva obtenida por el modelo está dada por los siguientes parámetros:

Tabla 5.3. Resultados para la probeta 1

Módulo elástico[Gpa]	A [Mpa]	B [Mpa]	n
20	320	4	0.01

5.2. Probeta 2.

Para la probeta 2 se dividió el análisis en tres partes: Primero se presentan los ensayos realizados sobre la zona 1, seguidos por la zona 2 y se finaliza con los ensayos de la zona 3.

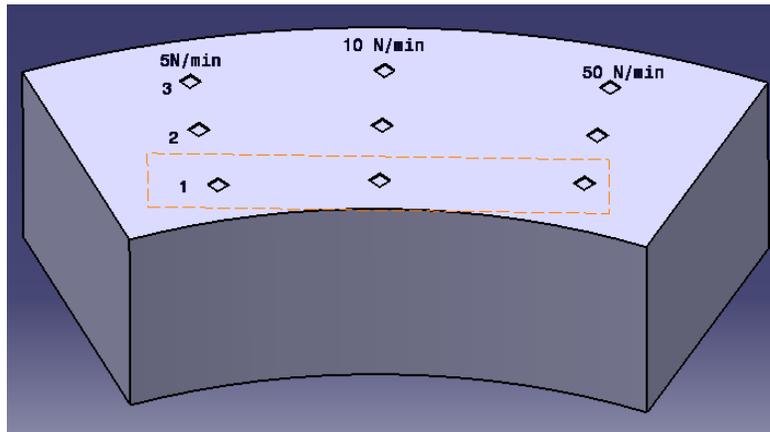


Figura 5.3. Disposición de los ensayos para la probeta 2.

Los valores obtenidos a partir del microdurómetro para la probeta 2 en la zona 1 son los siguientes:

Tabla 5.4. Propiedades observadas de acuerdo a la zona de indentación en la probeta 2.

Tasa carga [N/min]	H.V.	Penetración [μm]	E [Gpa]
5	24.53	30.22	12.20
10	36.78	25.2	11.76
50	15.87	37.5	6.54

Se obtuvieron además las curvas de indentación y sus coeficientes A y n.

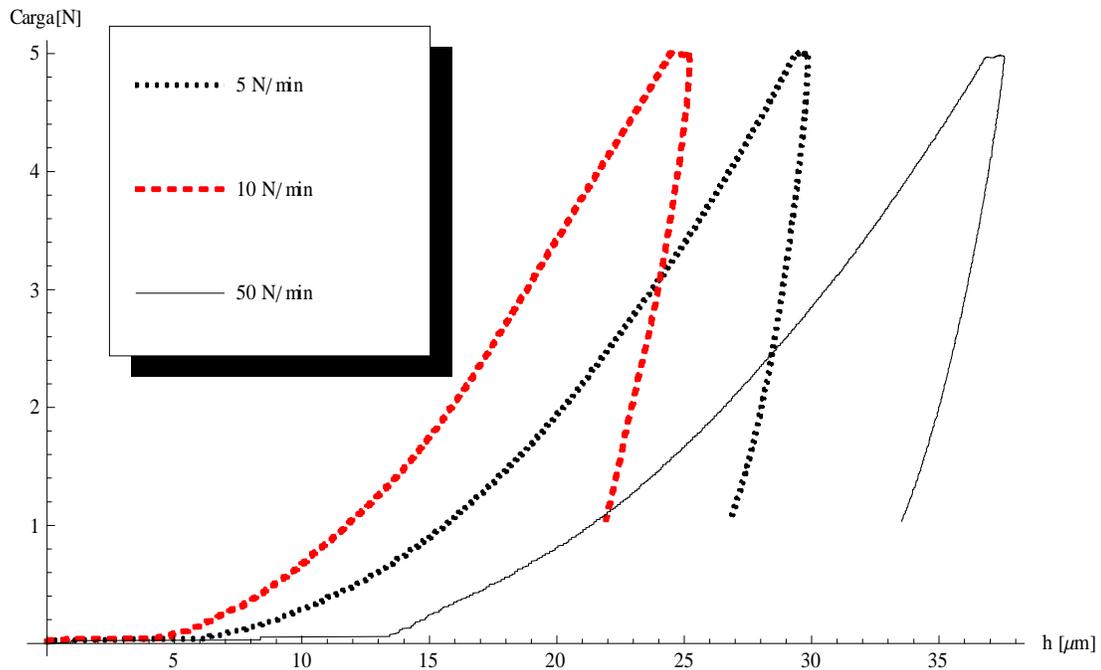


Figura 5.4. Curvas de indentación para diferentes velocidades de carga en la zona interna de la probeta

Tabla 5.5. Valores de las curvas para la zona 1

Tasa de carga [N/min]	A	n
5	0.00097	2.5339
10	0.0049	2.0336
50	6.7e-6	3.94

El elevado valor de n para la prueba a 50 N/min en la tabla 5.5, así como la zona lineal al inicio del gráfico de la figura 5.4, son signos de que pudiera existir un problema de contacto al inicio de la prueba, por lo que se debe recurrir a la imagen de la huella para verificar. La imagen de la huella muestra que las medidas de las diagonales son de 118 y 120 micrómetros, hasta donde permite la claridad de la imagen y precisión del aparato medir el contorno.

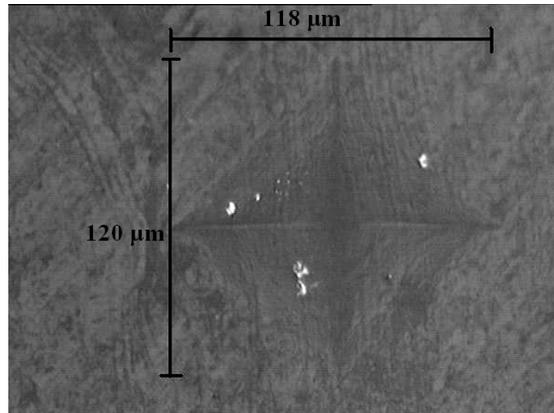


Figura 5.5. Imagen de la huella dejada por el indentador

La imagen de la indentación muestra también algunas partículas sobre la superficie de la huella (figura 5.5), por lo que se puede inferir que el punto de contacto seleccionado por la máquina pudo ser anticipado por la presencia de partículas adheridas al hueso o al indentador mismo.

Conociendo la geometría del indentador y la medida de las diagonales, se puede calcular la profundidad máxima en la huella, que en este caso es de poco menos de 23 μm. Este resultado sin embargo no representa la profundidad máxima alcanzada por el indentador, y de hecho se puede garantizar que no lo es, puesto que se debe considerar que el material ya ha tenido una recuperación elástica y por lo tanto la huella finaliza con un tamaño más pequeño, sin embargo, es una buena referencia para verificar errores importantes.

En este caso se ubicó el punto de contacto manualmente, basado en los datos de la máquina, que muestra una penetración de 8.37 micrómetros, mientras que la carga se mantiene en un valor muy bajo (Figura 5.6). Los datos proporcionados por la instrumentación del microdurómetro muestran además que al inicio de la prueba la cantidad de datos generados es prácticamente nula hasta que se alcanzan los 8.37 μm, por lo que se consideró prudente tomar este valor como el punto de contacto real y aplicar estos cambios en el gráfico (Figura 5.7). Un análisis comparativo con los resultados de la probeta 1 indica que para el valor medio de 112 μm en la medida de las diagonales, la penetración máxima promedio es de 24.7 μm, mientras que el valor corregido para este caso queda en 29.1 μm.

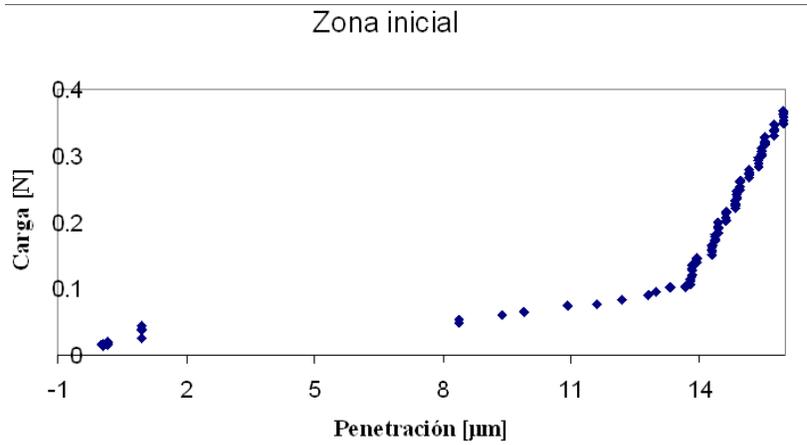


Figura 5.6. Zona inicial de la curva de indentación a analizar.

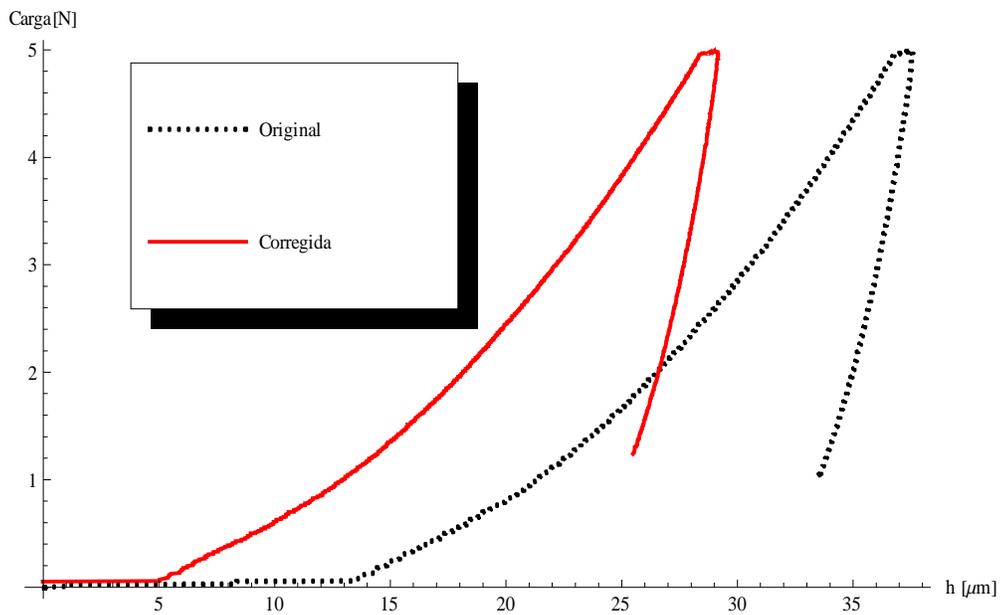


Figura 5.7. Comparación entre la curva original y corregida

El cambio en el punto de contacto para este análisis es tan importante porque la caracterización matemática de los gráficos se ve afectada de una manera muy significativa, pues los coeficientes A y n ahora son 0.0436 y 2.174, respectivamente. La nueva curva se puede representar con el modelo.

Tabla 5.6. Valores corregidos para la zona 1 en la probeta 2.

Tasa de carga [N/min]	A	n
5	0.00097	2.5339
10	0.0049	2.0336
50	0.0436	2.174

De modo que la curva ajustada con el modelo queda de la siguiente manera:

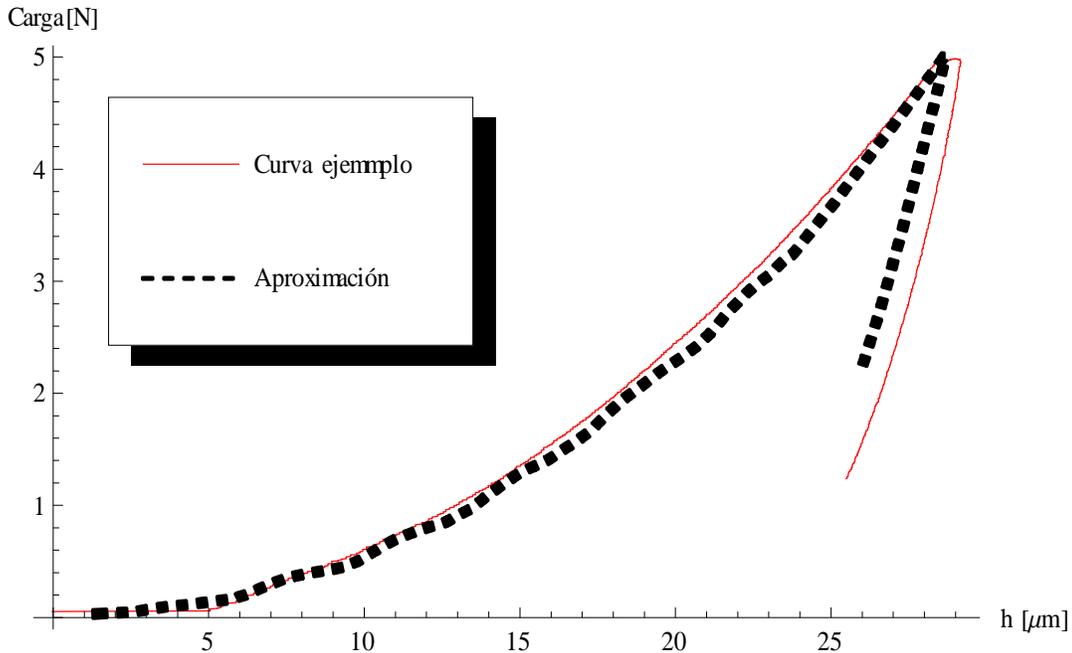


Figura 5.8. Mejor aproximación obtenida para la zona 1.

Obtenida con los siguientes parámetros:

Tabla 7. Resultados obtenidos para la zona 1

Módulo elástico [Gpa]	A [Mpa]	B [Mpa]	n
15	225	35	0.3

La curva ajustada en este caso está dada por una velocidad de carga de 50 N/min, como se aprecia en la figura 5.8. El modelo computacional simula un ensayo de indentación con un aumento en la carga de 10 N/min, como se comentó en la sección 4.5, sin embargo, no hace falta cambiar la tasa de carga, pues el modelo actual no incluye dependencia del tiempo en su respuesta, de no ser por el incremento que pudiera presentar en la energía cinética.

Para la zona 2 se obtienen los datos de la figura 5.9:

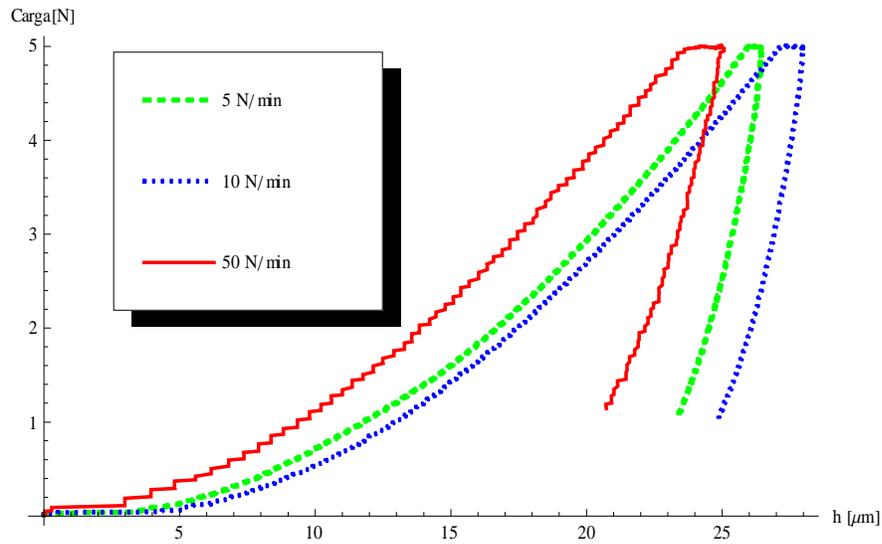


Figura 5.9 Curvas de indentación para diferentes velocidades de carga en la zona 2.

Tabla 5.8. Valores de las curvas para la zona 2 probeta 2

Velocidad Carga [N/min]	A	n
5	0.05696	2.0677
10	0.0043	2.14455
50	0.01984	1.7521

De las cuales se elige como ejemplo la curva de 5 N/min, para ser ajustada por el modelo de elemento finito. En la figura 5.10 se muestra dicha curva, así como la aproximación del modelo.

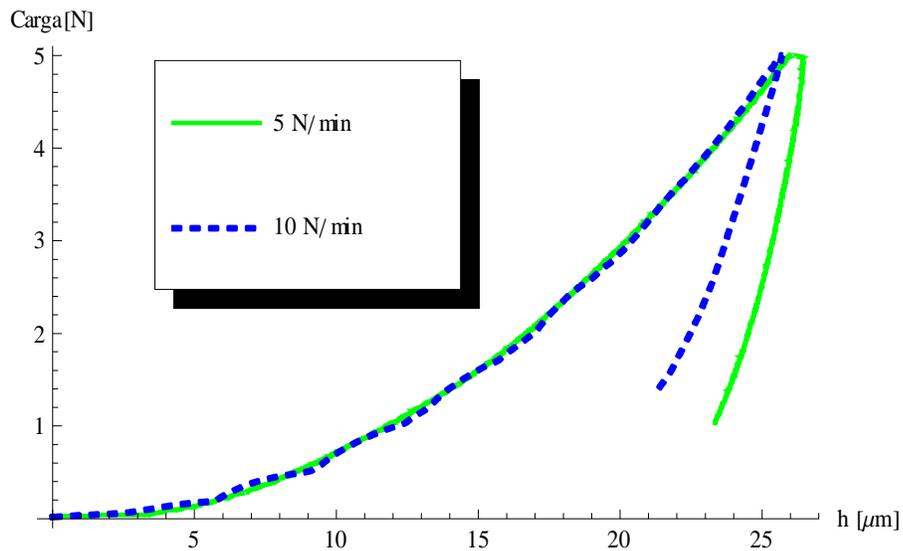


Figura 5.10. Comparación de curvas experimentales con las conseguidas por el modelo.

De donde la curva mostrada fue obtenida con los parámetros de la tabla 5.9:

Tabla 5.9. Resultados obtenidos para la zona 2

Módulo elástico [Gpa]	A [Mpa]	B [Mpa]	n
21.5	260	40	0.4

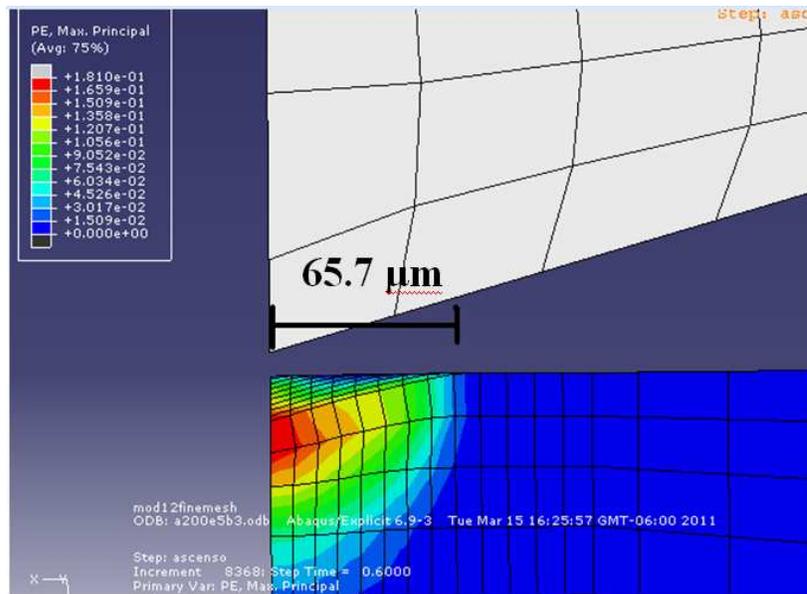


Figura 5.11. Marca final dejada por el indentador para la zona 2 de la probeta 2. Se muestra además el nivel de deformación plástica en el material.

Adicionalmente, se puede obtener el tamaño de la marca dejada por el indentador sobre el material, que en este caso es de 65.7 μm , como se aprecia en la figura 5.11, por lo que se puede decir que el tamaño de las diagonales de la huella obtenida mediante la simulación es de 131.4 μm , mientras que el tamaño medido de la marca en el material usando el microscopio es de 112 μm .

Finalmente en la zona exterior se obtuvieron los gráficos mostrados en le figura 5.11.

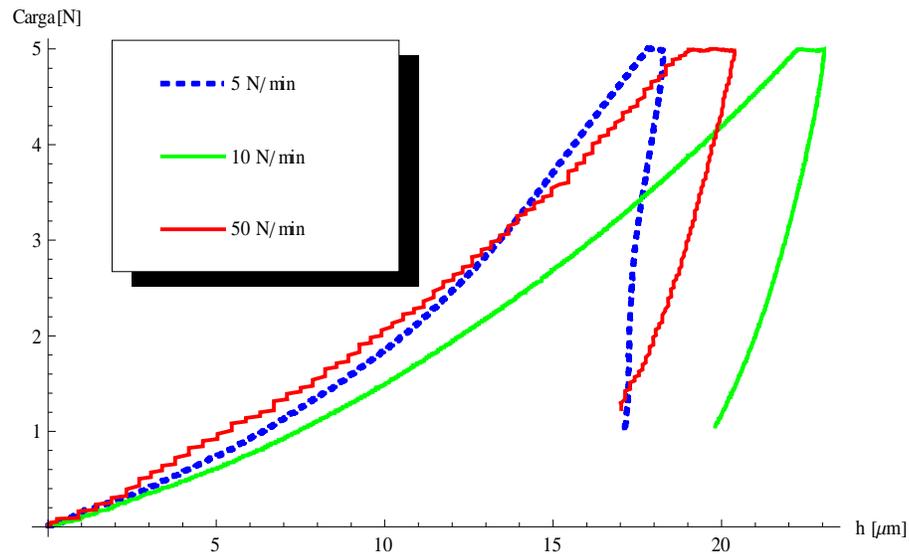


Figura 5.11. Datos obtenidos para la zona exterior de la probeta.

Tabla 10. Valores de las curvas de la zona 3.

Velocidad Carga [N/min]	A	n
5	0.05049	1.5783
10	0.04945	1.4807
50	0.10372	1.30685

Que muestran un valor de n muy bajo, imposible de ajustar por el modelo propuesto de elemento finito. Las curvas muestran también un inicio muy peculiar, pues en lugar de iniciar con una pendiente cero como una parábola, comienzan con una pendiente mayor. Esta característica es de llamar la atención dada la geometría del indentador.

6. Discusión

En esta sección se presenta un breve resumen de los resultados obtenidos por la máquina y modelo propuesto, así como una comparación y discusión de los mismos. En la tabla 6.1 se puede apreciar una breve recopilación de los datos generados por el microdurómetro, así como las propiedades obtenidas por el modelo de elemento finito para cada curva ajustada.

Tabla 6.1. Resultados generales de los ensayos

Prueba	HV	Penetración [μm]	E_{maq} [Gpa]	E_{mod} [Gpa]	A [Mpa]
Zona 1	26.45	30.22	12.27	15	225
Zona 2	53.37	25.6	12.28	21.5	260
Zona 3	60.9	19.63	13.38	-	-
Probeta 1	32.31	24.7	15.701	-	-

Donde la penetración se refiere a la dureza medida por el equipo de indentación, antes del período de carga constante, medida en micrómetros. E_{maq} es el módulo elástico proporcionado por el microindentador, E_{mod} es el módulo elástico ajustado por el modelo propuesto, HV es la dureza Vickers calculada por el microindentador, y A es el parámetro de Johnson-Cook introducido en la ecuación, que corresponde con el límite de cedencia calculado para el material. No se incluyen los resultados de la probeta 1 y zona 3 de la probeta 2 puesto que no se logró ajustar satisfactoriamente la curva en la zona de carga.

En los resultados obtenidos para la probeta 2 se aprecia una disminución importante en la penetración máxima, a medida que se desplaza radialmente hacia la zona exterior del hueso, lo que supone un incremento importante en el módulo elástico del material. A pesar de esto, la instrumentación del equipo no calcula grandes diferencias en el módulo elástico, mientras que el valor de la dureza se incrementa considerablemente.

Las constantes obtenidas para E se muestran en ambos casos mayores para el modelo que en los datos del durómetro. Sin embargo se hallan dentro de lo reportado en la literatura. El esfuerzo de cedencia para pruebas de tracción se halla generalmente alrededor de los 100 Mpa (figura 6.3), mientras que el estudio de Keaveny [31] (figura 6.1) muestra que el esfuerzo de cedencia se incrementa significativamente para pruebas de compresión, por lo que los valores obtenidos se muestran apegados a la realidad.

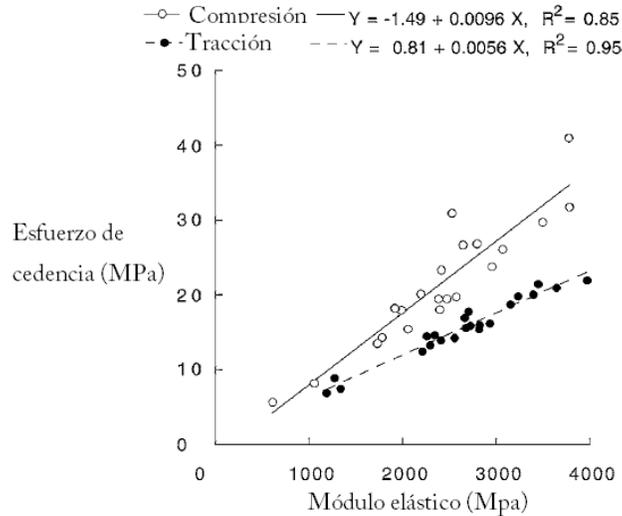


Figura 6.1. Esfuerzo de cedencia como función del módulo elástico para pruebas de tracción y compresión [31].

De la probeta 2 fue posible ajustar exitosamente las curvas de indentación en las zonas 1 y 2 (figura 5.3). Se observa que para ambas zonas, las curvas obtenidas tienen una gran variación respecto a la velocidad de carga, incluso después de ajustar manualmente el punto de contacto. Es evidente que la cantidad de pruebas realizadas en la probeta 2 es insuficiente para caracterizar de manera correcta la dependencia del tiempo en los ensayos de indentación. No obstante, se ha reportado dicha dependencia, así como modelos para estudiar el comportamiento viscoso en el hueso [29][32]. Queda fuera del alcance de este trabajo caracterizar a fondo las propiedades mecánicas del hueso, por lo que se debe entender que los resultados numéricos aquí obtenidos no son culminantes en esta investigación.

El objetivo principal de esta tesis es mostrar que al igualar la trayectoria de la curva de indentación experimental en cada punto mediante el modelo, éste arroje las constantes

correctas del material. La obtención de los mejores coeficientes de Johnson-Cook significa que la curva sólo pueda ser igualada mediante una combinación de constantes. El modelo computacional, sin embargo, puede representar la misma curva de carga mediante una combinación diferente, y puede, seguramente ser aproximada mediante otras combinaciones diferentes.

Se buscó igualar las curvas presentadas en los resultados con combinaciones diferentes en los parámetros de la ecuación de Johnson-Cook. Se logró igualar la curva ejemplo de la zona interna del hueso en la probeta 2 (figura 5.8). Se obtuvo la aproximación mostrada en la figura 6.2.

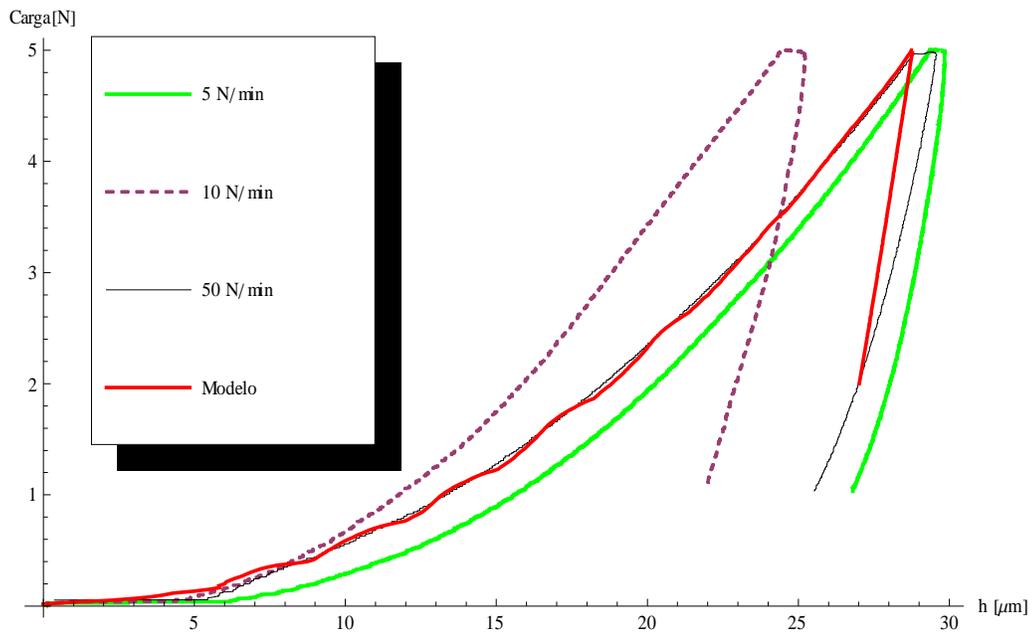


Figura 6.2. Obtención de una curva experimental con coeficientes errados.

Con los siguientes coeficientes:

Módulo elástico [Gpa]	A [Mpa]	B [Mpa]	n
22	165	25	0.3

El comportamiento del modelo en la zona de carga se ajusta de un modo muy conveniente a la curva ejemplar obtenida experimentalmente, mas no en la zona de descarga, donde el

modelo computacional muestra una curva casi lineal. La curvatura en la zona de descarga depende de la deformación plástica ocasionada durante la penetración del indentador, de modo que una curvatura más pronunciada representa un menor nivel de deformación plástica [19], originando que la zona de descarga tienda a ser nuevamente parabólica, y que la energía de deformación elástica sea mayor (Figura 2.8). La combinación anterior muestra también que la pendiente de la zona de descarga es mayor que el inicio de la pendiente en el caso experimental, que es precisamente la zona donde tradicionalmente se calcula el módulo elástico del material [33], por lo que se aprecia que el módulo elegido no corresponde con el del material.

En el caso presentado en la sección de resultados se logra ajustar la curva tanto en la zona de carga como en la de descarga, así como la dureza del material (figura 5.11). Se debe tomar en cuenta que la medida de la marca en el modelo se realiza con base en el último nodo deformado, por lo que existe un error inherente a esta medición. La obtención del tamaño correcto de la huella de indentación es de gran importancia, pues implica el nivel de recuperación elástica del material es el correcto, lo que da una mayor certeza en la validez de los resultados obtenidos.

La mayoría de los estudios muestran que el comportamiento del hueso posterior al esfuerzo de cedencia se adapta al comportamiento de los metales de una manera aceptable para ensayos de tracción, aunque dichos estudios muestran también una gran variación en sus resultados (figura 6.3). En dichos resultados se muestra además que el hueso tiene un comportamiento muy sensible a la forma en que se conservan y preparan las muestras, así como a la velocidad de deformación que se le imponga.

Las pruebas realizadas en la probeta 2 muestran que las propiedades mecánicas del hueso varían significativamente de acuerdo con la zona radial en que se analizan. Resulta claro que el valor de n se reduce en la dirección radial del hueso, mientras que el valor de A aumenta.

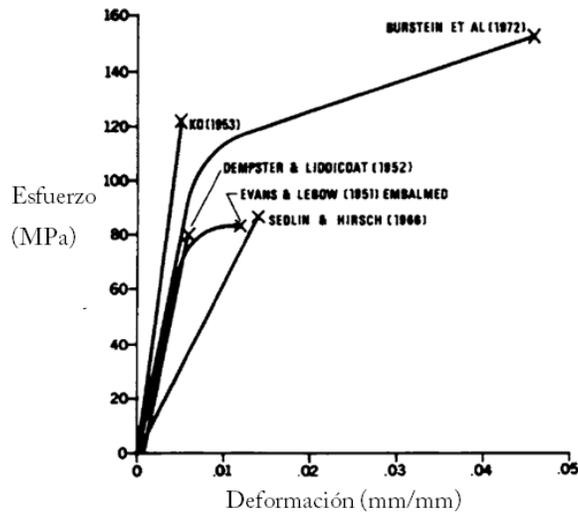


Figura 6.3. Resultados obtenidos por diversos autores bajo ensayos de tracción [8]

La penetración del indentador, contraria a la dureza, muestra un incremento al acercarnos a la zona interior; lo cual resulta muy razonable, pues los principales esfuerzos son soportados por esta zona ante su entorno natural, principalmente ocasionados por flexión. El módulo elástico, como es de suponerse, también se incrementa en la periferia del hueso, aunque los cambios no son muy notables en cuanto a los datos proporcionados por el durómetro. Sin embargo, el modelo propuesto calcula un incremento del 36 % al cambiar de la zona 1 a la 2.

Para la zona 3 de la probeta 2 se observa un comportamiento muy peculiar al inicio de la curva de indentación. Dada la pendiente inicial de la curva de estos casos, puede considerarse la posibilidad de un problema en el contacto, que impida ubicar con certeza el punto real en el que el indentador realmente comienza a penetrar. Dicho problema puede ser originado por una composición muy irregular o por la presencia de porosidad en esta zona.

Una posible causa para explicar las peculiaridades en el comportamiento en esta zona puede ser que, por un diferente arreglo en las osteonas en la zona exterior del fémur, se admita su deslizamiento, o el de un grupo de lamelas por la cementación entre ellas. Este comportamiento puede darse como producto de una diferente disposición de las osteonas o la fase mineral que las rodea, en comparación con el arreglo presentado en la zona interior del hueso. En este caso, se podría justificar la tendencia lineal de la gráfica, pues en

realidad se estaría penetrando sobre un elemento que tiene una mayor dureza, embebido en una matriz con propiedades elásticas diferentes. Esta posibilidad parece importante, pues las mayores deformaciones en el fémur del hueso deben producirse en la zona exterior, para flexión o torsión, por lo que no sería sorprendente encontrar que dicha zona ofrezca la posibilidad de permitir el deslizamiento del material sin fallar, comportándose como un material dúctil ante grandes sollicitaciones.

Para verificar el supuesto anterior, se creó una variante en el modelo, en la que se incluyó un pequeño bloque sobre el cual penetra inicialmente el indentador. Para simular su deslizamiento en el material, se le asignaron propiedades elastoplásticas más altas que al bloque que lo soporta. El bloque deslizante se añadió con una forma cúbica de dimensiones de 80 μm por cada lado. Se montó sobre el resto del bloque (figura 6.4) asignando como interacción entre ellos un coeficiente de fricción de 0.3. Las propiedades elastoplásticas de cada bloque se asignaron como sigue:

Tabla 6.2. Propiedades de los dos materiales usados

	Bloque base	Bloque central.
E [GPa]	23	40
A [MPa]	180	300
B [MPa]	20	40
n	0.4	0.5

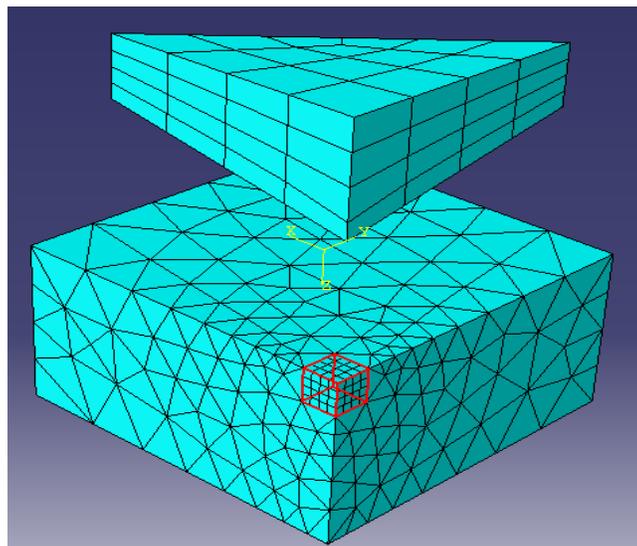


Figura 6.4. Introducción de un elemento con diferentes propiedades.

Al nuevo bloque deslizante se asignan elementos hexaédricos, al igual que en el modelo original. No obstante, la remoción de material para insertar el nuevo elemento provoca que el bloque original ya no pueda ser mallado automáticamente con este tipo de elementos, por lo que ahora recurre a elementos tetraédricos.

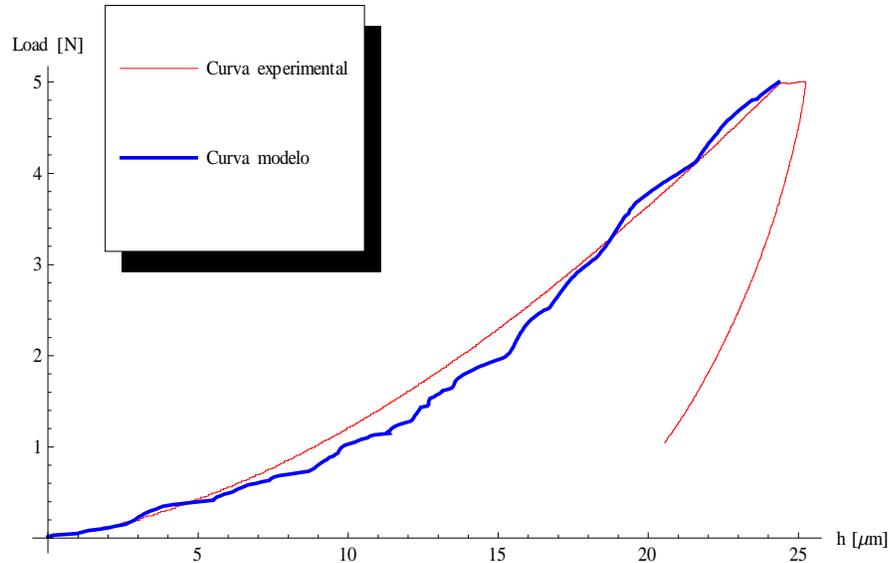


Figura 6.5. Nueva aproximación considerando un elemento se desplace al ser penetrado.

La variante en el modelo logra aproximar de una mejor manera el comportamiento para curvas en las que el exponente n es menor que 2. En el gráfico de la figura 6.5, la curva lograda por el modelo tiene como parámetros A y n 0.0124 y 1.869, respectivamente y, aunque no representa por completo el comportamiento de la curva, logra manipular el parámetro n más convenientemente.

Tanto los valores dados a las propiedades mecánicas de ambos bloques de material, como la medida del pequeño bloque y la interacción entre los bloques sólo tienen como objetivo mostrar de un modo cualitativo lo que podría ocurrir en un material heterogéneo y por lo tanto, no son verdaderamente parámetros representativos del material, pero sostienen la idea de que para algunas zonas del hueso se debe estudiar mejor la estructura, si se desea modelar más correctamente.

Conclusiones.

El modelo muestra que el hueso se puede analizar en algunas zonas mediante el modelo constitutivo de Johnson-Cook de manera satisfactoria y obtener así sus propiedades elastoplásticas, mientras que en otras falta considerar otras propiedades del material. El modelo mostró adaptarse bien para la zona central e interior de fémur bovino.

Para los casos analizados se puede ver que se puede obtener la misma curva de carga con diferentes constantes de Johnson-Cook, pero las opciones incorrectas se pueden descartar pues no son capaces de representar el comportamiento en la zona de descarga. El modelo aquí presentado mostró la capacidad de representar curvas de indentación tanto en la zona de carga como en la zona de descarga, aunque la carencia de un modelo de fluencia viscosa en el análisis impide considerar la dependencia del tiempo en el análisis. La ausencia de un modelo viscoso, por otro lado, también tiene un efecto en la obtención de las propiedades que arroja el modelo, pues se debe considerar que éstas cambiarán al incorporar la viscosidad. En este trabajo no se toma en cuenta la presencia de anisotropía en el material, así como la de heterogeneidad, por lo que debe ser entendido como una base para el desarrollo de un modelo más amplio y no como un modelo definitivo capaz de obtener las propiedades reales del hueso.

Las diferentes curvas de indentación muestran que las propiedades mecánicas del hueso varían de forma importante dependiendo de la zona en que se midan, lo que debe ser estudiado cuidadosamente. Por otro lado, la caracterización matemática de las curvas experimentales mostró ser muy sensible en cuanto a la correcta consideración del punto de inicial de contacto, generando que la precisión de este modelo dependa en mayor medida del correcto uso del microdurómetro.

El modelo presentado es muy eficiente en cuanto al tiempo de cálculo, sin embargo, la elección de las constantes por un método de prueba y error ocasiona significativas demoras en adaptar una curva correctamente. La generación de una base de datos para predecir el comportamiento de una curva a partir de las constantes elegidas queda pendiente.

La introducción de distintas fases en el modelado de hueso incrementa la capacidad de adaptación del modelo y abre al mismo tiempo un extenso campo de investigación.

Referencias

1. Narváez C. M. Análisis de la mecánica de implantación de prótesis de superficie no cementada. Tesis de maestría. Facultad de Ingeniería. UNAM. 2007.
2. Fernández T. I. Physiological bases of bone regeneration I. Histology and physiology of bone tissue. *Med Oral Patol Oral Cir Bucal*.11:E 47-51 2006
3. Tibodeau. P. estructura y función del cuerpo humano. Elsevier Mosby 13 ed. España, 2008.
4. González. J. L. Metalurgia mecánica. Ed Limusa. México. 2003.
5. Turner C. H, Burr D. B: Basic biomechanical measurements of bone. *Bone*, 14, 595-608. 1993
6. Office of Aviation Research. Failure modeling of titanium 6Al-4V an Aluminium 2024-T3 with the Johnson-Cook material model. 2003.
7. Soderberg, A, Sellgren, U. Modelling of strain hardening and strain rate hardening of dual phase steel in finite element analysis of energy-absorbing components. KTH, Suecia, 2005.
8. Reilly, D, Burstein, A. The Mechanical Properties of Cortical Bone. *The journal of bone*.56, 1001-1022. 1974
9. Mcelhaney. H, Byarse. Dynamic Response of Biological Materials. ASME 65 WMHUF-9,1-8. 1965
10. Kim, D. G, Huja S. S. Relationships of viscosity with contact hardness and modulus of bone matrix measured by nanoindentation, *J Biomechanics Eng*. 132(2):1-5. 2010.
11. Thurner, C, Rho H. J. The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar: results from two microscopic measurement techniques. *Journal of Biomechanics* 32. 437-441. 1999
12. Ramírez D. E. Desarrollo de un modelo micromecánico para la predicción de las propiedades de hueso mediante paquetería de elemento finito. Tesis de maestría. Instituto de Investigación en materiales. UNAM. 2007.
13. Séverine V. Fracture of Bone Using Microindentation. Tesis maestría. University of Nebraska at Lincoln. 2010

14. He Q. C, Curnier A. A more fundamental approach to damaged elastic stress-strain relations. *Int J Solids Struct.* 32:1433–1457. 1995
15. Franzoso G, Zysset P. K. Elastic anisotropy of human cortical bone secondary osteons measured by nanoindentation. *J Biomech Eng*;131 1–11. 2009
16. Imagen de <http://www.utp.edu.co/~gcalles/DUREZAVICKERS.pdf>
17. Wolfram. U, Wilke H. J. Rehydration of vertebral trabecular bone: Influences on its anisotropy, its stiffness and the indentation work with a view to age, gender and vertebral level. *Bone* 46. 348–354.2010
18. Cheng Y. T, Cheng C. M. Can stress strain relationships be obtained from indentation curves using conical and pyramidal indenters? *J. Mater. Res.* 14, 3493. 1999.
19. Zishun L. Edy H. Material characterization based on instrumented and simulated indentation tests. *International Journal of Applied Mechanics.* Vol. 1 no. 1 61-84.2009
20. Abaqus simulia 6.7 Documentation. Get started with abaqus.
21. H-Beyer, W-Walter, manual de química orgánica, 19 ed. editorial reverte. España. 1987
22. Chavalier Y, Pahr D, Allmer H, Charlebois M, Zysset P. Validation of a voxel-based FE method for prediction of the uniaxial apparent modulus of human trabecular bone using macroscopic mechanical tests and nanoindentation. *J Biomech.* 40(15):3333–40. 2007
23. Dall'Ara E, Ohman C, Baleani M. Viceconti M. The effect of tissue and applied load on Vickers hardness of human trabecular bone. *Journal of biomechanics.* 40, 3267–3270. 2007
24. Cowin. S. Bone mechanics handbook. 2a Ed. Boca ratón. FL; CRC Press, 2001
25. Bushby A. J, Ferguson V. L, Boyde A. Nanoindentation of bone: Comparison of specimens tested in liquid and embedded in polymethylmethacrylate. *J Mater Res* 19(1):249–259. 2004
26. Mitra E, Akella S, Qin YX. The effects of embedding material, loading rate and magnitude, and penetration depth in nanoindentation of trabecular bone. *J Biomed Mater Res Part A* 79(1):86–93. 2006
27. Mazza G, Franzoso G, Pretterklieber M. Anisotropic elastic properties of vertebral compact bone measured by microindentation. *Journal of biomechanics.* 16th ESB Congress, Oral Presentations, Monday 7 July 2008.
28. Cengel Y. A. Mecánica de Fluidos, fundamentos y aplicaciones. McGraw-Hill. México, 2006

29. Olesiak S. D. Oyen M. L. Viscous-elastic-plastic behavior of bone using Berkovich nanoindentation. *Mech Time-Dependent Mater.* 14; 111-124. 2010 .
30. Abaqus, Analysis user's manual. Vol. 4. Solid elements.
31. Keaveny, T. M., Wachtel, E. F, Ford, C. M., and Hayes, W. C., Differences between the tensile and compressive strengths of bovine tibial trabecular bone depend on modulus, *J. Biomech*, 27, 1137–1146, 1994.
32. Lakes B.S, Katz J,L, Viscoelastic properties of wet cortical bone: Part II, relaxation mechanisms, *J. Biomech.*, 12, 679–687, 1979.
33. Gouldstone A, Chollacoop N. Dao M, Li J, Minor A, J. Indentation across size and disciplines: Recent developments en experimentation and modeling. *ActaMaterialia*. 55, 4015-4039. 2006