Capítulo 3

3. Imagen Digital Multiespectral

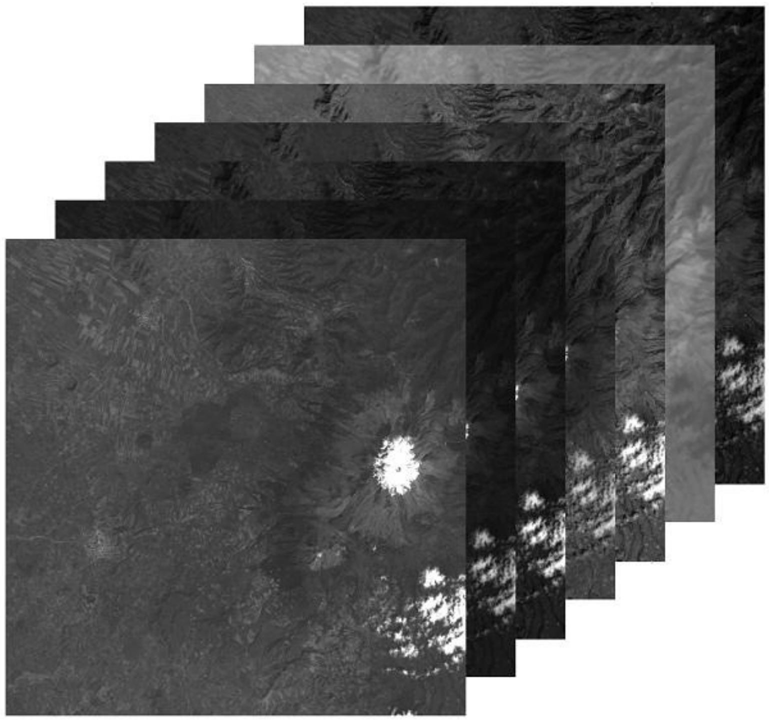


Ilustración 1 Imagen Digital Multiespectral

Una imagen digital multiespectral es un conjunto de bandas para una escena dada las cuales caracterizan la distribución espacial y espectral de la radiación proveniente de ella. La ilustración 31 es una imagen multiespectral Landsat TM del estado de Puebla.

3.1 Imagen digital multiespectral

El objetivo de estudio y análisis en percepción remota es el paisaje (sistema físico tridimensional) iluminado por una fuente de iluminación.

Por medio del paisaje se encuentra la escena, sobre la cual se ubican o localizan los objetos de interés, sobre la escena se define un elemento con dimensiones físicas, también llamado campo instantáneo de vista (CIV) cuyo tamaño depende de las dimensiones del paisaje, la resolución del sensor remoto y de la distancia de este sensor al CIV (Ilustración 28).

La energía luminosa reflejada o emitida por el CIV incide sobre el sensor opto-electrónico y por un conjunto de dispositivos de conducción que hacen llegar esta energía hasta un conjunto de filtros (Ilustración 28).

Todo lo anterior se realiza con el fin de obtener la información proveniente de la escena simultáneamente a través de los filtros, así se registra una imagen digital por cada filtro.

Este proceso se puede entender si se toma una sucesión de fotografías de la misma escena, pero cada vez interponiendo un filtro diferente; el resultado es una serie de imágenes mostrando aspectos diferentes de la misma escena.

Así, cada objeto tiene una manera diferente de manifestarse cuando es vista bajo diferentes filtros. Se obtienen para una misma escena tantas representaciones numéricas como filtros se hayan empleado. Por lo anterior podemos denominar al conjunto de imágenes digitales como **"imagen multiespectral"** y al conjunto de números para cada CIV se les conoce como **"firma espectral"**

Una imagen digital multiespectral está formada por un conjunto de imágenes digitales (también llamadas bandas) para una escena dada y caracteriza la distribución espacial y espectral proveniente de aquella.

Una imagen multiespectral, está entonces formada por un conjunto de imágenes digitales, y cada una contiene diversos aspectos de la escena.

Una imagen multiespectral se obtiene a través de un mecanismo de captura de datos de la escena. Dependiendo del método de captura, los mecanismos se dividen en dos grupos: directos (de contacto) e indirectos (percepción remota)

Existen dos enfoques para la caracterización matemática de imágenes multiespectrales: una descripción determinista y una descripción estocástica.

En una descripción determinista se supone que se conocen las relaciones de valor que genera cada pixel de la imagen en relación con sus vecinos y a partir de éstas se define una función matemática donde se incluyen las relaciones puntuales y regionales de la imagen:

$$z = g(x,y,\iota) \tag{III.1}$$

Donde ι = diferentes bandas de la imagen, z = definida para toda (x,y) $g(x,y,\iota)$ define la imagen relativa a una escena dada

En una descripción estocástica no se conocen o no se emplean las relaciones de valor que den una función única y definida de los pixeles de la imagen, la imagen se describe a través de propiedades promedio utilizando funciones probabilísticas como la de densidad y distribución. En una distribución estocástica el valor resultante en el momento de realizar las mediciones sobre los CIV de la escena es indeterminado. En una descripción estocástica z es una variable aleatoria (expresión III.1).

Si en el proceso de captura el valor de z está bien determinado, el proceso es determinista, pero si se encuentra regido por leyes de probabilidad entonces es un proceso estocástico. El proceso de captura es una operación realizada sobre la escena por lo que el sistema de captura es un operador que transforma la información del marco de referencia de la escena al de la imagen.

Por otro lado, una imagen multiespectral es la representación espacial de la distribución de energía proveniente de la escena para un conjunto de intervalos de energía, donde cada intervalo corresponde a una banda de la imagen multiespectral, por lo que la energía radiante depende de las coordenadas espaciales (x,y), del tiempo t y de un parámetro ι.

Una función que representa una imagen multiespectral es la siguiente:

$$0 <= g_{\iota}^{\min} <= g_{\nu}(k\Delta x, l\Delta y, \iota, t) <= g_{\iota}^{\max} \qquad \text{(III.2)}$$

Los valores asociados a g dependen de la escena utilizada para representarlos y son finitos. Los valores de las coordenadas (x,y) también están acotados y su intervalo de validez depende del tamaño espacial asociado a la imagen y del sistema de coordenadas empleado.

La función g puede ser vista como un campo escalar o como un campo vectorial. Si g está definida para un conjunto de valores ι, el campo es vectorial; si en cambio g está definida para un solo valor de ι, entonces el campo es escalar.

Barredores multiespectrales

Un ***barredor multiespectral*** es un dispositivo opto-electrónico formado por un conjunto de filtros y detectores, que se ocupa de la adquisición de imágenes simultáneas.

Todo ello conlleva un diseño avanzado de los sistemas de percepción remota ya que se necesita obtener la respuesta espectral y la resolución temporal y espacial de la escena.

El sensor remoto tiene que ser capaz de responder rápidamente a la energía luminosa proveniente del CIV, además de operar a niveles de ruido muy bajos y altos de eficiencia.

Existen algunos diseños fundamentales de barredores, como los siguientes:

- Los de diseños opto-mecánico. Ejemplos de este tipo de barredor son el Barredor Multiespectral MSS y el Mapeador temático TM
- Los de arreglo lineal. Ejemplo es el barredor que utiliza el satélite SPOT.
- Los de arreglo opto-mecánico lineal
- Los de arreglo matricial.

3.2 Despliegue de imágenes

Después de obtener los datos digitales del sensado remoto, es decir, que la escena ha sido discretizada, estos datos son almacenados en dispositivos ya sean magnéticos u ópticos para después ser convertidos en información útil.

Los datos digitales de un sensado remoto son guardados usualmente como una matriz de números (arreglos matriciales).

Ya que el conjunto de datos puede consistir en n bandas individuales, es posible identificar los valores de brillantez de un elemento particular de la imagen (píxel) en un conjunto de datos multiespectral especificando su fila (i) y su columna (j), y banda (k).

Para poder visualizar la imagen digital es necesario contar con tarjeta de video y un monitor de despliegue a color, estos dispositivos deben ser capaces de leer un punto en un tono de gris o de color de intensidad proporcional a su valor.

Primero se lee el valor de uno o varios pixeles en una o varias bandas y se envían al monitor de color en las mismas coordenadas relativas que ocupan el archivo donde están almacenados. A cada píxel se le asigna un área en la pantalla y a cada valor un tono ya sea de color o de gris.

Cuando se trabaja con imágenes multiespectrales se debe seleccionar alguna de las bandas para ser desplegada o bien, si el *hardware* lo permite manejar los tres cañones del monitor (rojo, verde y azul) independientemente. Es posible desplegar tres bandas cualesquiera al mismo tiempo.

Esta representación visual de la imagen digital permite apreciar en tonos diferentes los patrones espaciales y espectrales si se utilizan los tres cañones del monitor

La representación visual de una imagen multiespectral, tiene las siguientes modalidades:

Tonos de gris

Se despliega una sola banda y consiste en usar una escala de gris para generar una imagen digital, generalmente se asigna un tono negro a un valor 0, un tono blanco a un valor 2^k-1, (k = numero de bits utilizados para representar un píxel, generalmente k = 8) y tonos grises a los valores intermedios (Ilustración 32).

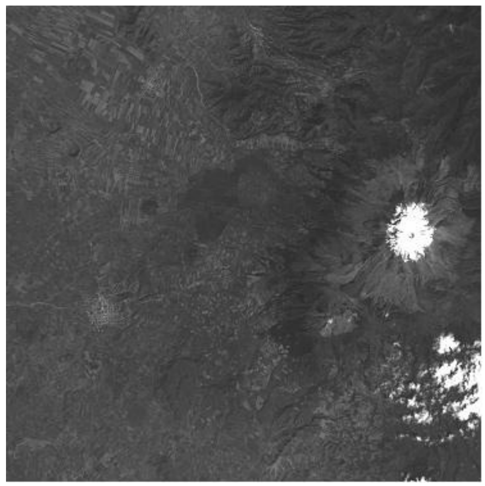


Ilustración 2 Imagen en tonos de gris

Pseudocoloración

Se despliega una sola banda y los valores de los pixeles se subdividen en intervalos asignando a cada intervalo un conjunto de tonos de un cierto color. Por ejemplo si tenemos el intervalo [0 a 2^k-1], lo dividimos en segmentos, y a los colores de cada segmento le asignamos un tono de color de acuerdo con una cierta función (Ilustración 33)

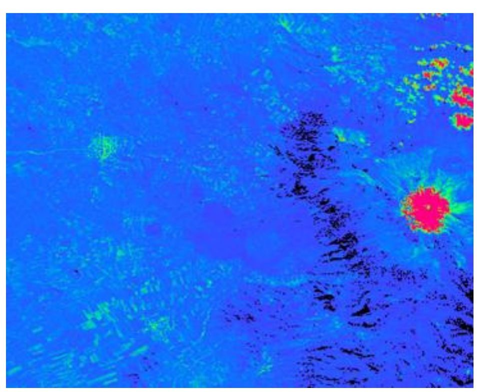


Ilustración 3 Pseudocoloración de una imagen

Falso color

Son seleccionadas 3 bandas cualesquiera de la imagen, y se asigna a cada una de estas bandas tonos de uno de los colores primarios. A esta reconstrucción también se le llama compuesto RGB (Ilustración 34).

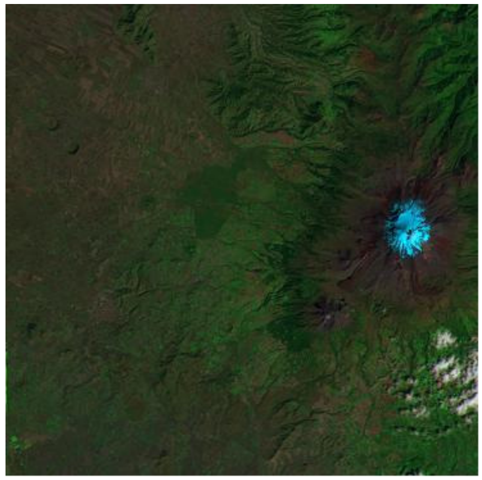


Ilustración 4 Composición RGB de la imagen multiespectral (Bandas 7,4 y2)

En cualquiera de las modalidades anteriores para la representación visual de una imagen multiespectral, la asignación de tonos ya sea en gris o color se hace por medio de una función, también conocida como función de color la cual no necesariamente es lineal y se representa por medio de una tabla.

3.3 Patrones y clase de patrones

Un patrón es un arreglo de entes de la misma naturaleza (Lira, 2002). A pesar de que no se especifica qué tipo de arreglo o qué tipo de entes lo constituyen, la única restricción es en cuanto a su naturaleza.

Existen dos posibles clases de arreglos, los de orden lógico y los de orden físico.

Un arreglo de orden físico se manifiesta siempre en una dimensión espacial por lo que es necesario emplear entes con un tamaño o área definidos.

Un ejemplo de arreglo lógico es el siguiente: ABC.

Cuando se tiene una imagen multiespectral cada uno de los pixeles que forman la imagen es un patrón de orden lógico, y representan la respuesta espectral de los CIV de una escena dada. Un píxel es, entonces, un patrón espectral de orden lógico.

Si deseamos considerar un patrón de orden físico, tenemos que recordar la relación CIV ⇔ pixel para poder asignarle un tamaño al píxel.

Por si misma la imagen digital no tiene dimensión asociada para poder visualizarla por lo que hay que asociarle un tamaño físico a los pixeles para que así se tenga una representación lógica y visual o física.

Cuando realizamos lo anterior es posible considerar arreglos de pixeles con una estructura física que forman un patrón espacial.

Así entonces a cada píxel le asignamos un tamaño igual para todas las bandas y valores diferentes para cada una de ellas.

Por ejemplo, en la ilustración 33 se observa una imagen multiespectral esquematizada de cuatro bandas, donde se ha asignado una cierta área cuadrada a los píxeles:

55	55	57	58	58	55	50	59
47	52	55	56	56	52	48	59
48	50	54	56	57	53	50	63
53	51	53	57	56	53	49	63
56	52	52	55	52	51	48	57
54	49	49	50	48	50	51	53
48	45	45	45	46	52	53	59
50	51	53	53	53	56	58	59

Banda 1

50	51	51	51	51	50	50	51
50	50	50	50	50	49	49	53
50	50	50	51	51	49	50	54
50	51	51	52	50	50	49	51
51	50	51	51	49	49	48	49
50	49	49	49	48	49	48	49
48	47	47	47	48	49	51	52
48	47	47	47	49	50	52	52

Banda 2

56	56	55	56	56	57	57	51
53	56	54	56	56	54	55	54
55	56	55	56	59	55	57	58
58	56	56	56	57	55	56	54
55	57	55	56	54	55	54	49
53	55	53	56	53	56	55	48
52	52	53	52	53	57	57	57
45	45	46	46	49	54	54	60

Banda 3

30	30	31	33	32	38	44	58
68	46	31	28	31	37	46	55
72	58	35	29	31	35	49	53
52	54	37	31	31	37	50	53
41	49	42	35	39	49	54	59
39	50	53	44	53	57	48	60
47	65	66	65	64	41	43	54
56	68	65	65	60	40	48	47

Banda 4

Ilustración 5 Imagen multiespectral de cuatro bandas

La imagen multiespectral se encuentra representada en una dimensión espacial en donde se asocia a cada píxel una posición y un área dentro de cada banda (retícula). De esta manera cuando seleccionamos cualquier arreglo (físico) de pixeles se forma un patrón espacial que puede estar compuesto por uno o hasta por todos los pixeles que constituyen la imagen sin importar su valor o vecindad con otros. El patrón anterior tendrá una dimensión espectral (profundidad espectral) ya que se manifiesta a través de las cuatro bandas de la imagen

En el análisis de imágenes digitales existe un gran interés por estudiar el reconocimiento de patrones tanto espaciales como espectrales. Por lo que es importante revisar la definición de clase de patrones.

Una clase de patrones es un conjunto de patrones con características similares, formada tanto de patrones espaciales como espectrales, con propiedades morfológicas o espectrales que son comunes.

Cuando se define una clase de patrones para identificar un conjunto de patrones espaciales o espectrales se reduce el universo de patrones a uno manejable lo cual hace que se mantenga una relación directa con la escena en estudio, al momento de definirlas es importante elegir el modelo matemático adecuado para cuantificar las propiedades de similitud que se establecen en la definición de patrón.

Cuando se define un **patrón espacial** es muy importante definir las relaciones contextuales que guardan cada píxel con sus vecinos y el valor que tienen.

Cuando se define un **patrón espectral** es esencial la manera como corresponden espectralmente los CIV de la escena. Cada objeto de la escena, dentro de ciertos límites, tiene una firma o respuesta espectral que lo distingue de los demás, de esta manera al agrupar pixeles con base en su repuesta espectral, nos permite detectar objetos de la escena y asignarlos a una clase, este proceso se denomina clasificación.

Podemos entonces considerar una clase espectral y una clase espacial, dependiendo de las propiedades similares que se hayan definido

En un patrón espacial importan las relaciones contextuales que guardan cada píxel con sus vecinos y el valor que tienen. Por ejemplo, un objeto puede contener pixeles con diferente color pero estar agrupados en un patrón o clase espacial de acuerdo con las características morfológicas de dicho objeto.

En la clase espectral, las características similares están relacionadas únicamente con las propiedades espectrales de los pixeles.

Los diferentes objetos que se encuentran presentes en una imagen están caracterizados por patrones espaciales o espectrales de tal manera que los objetos del mismo tipo forman una clase.

3.4 Ruido y artefactos

Cuando se captura o se aplica una transformación a una imagen es posible que se generen patrones ajenos a la escena respectiva, dichos patrones son el Ruido y el Artefacto.

a) Ruido

Es un patrón espacial, que no tiene relación con la escena cuyo comportamiento y propiedades estadísticas son obtenibles a partir de la imagen o del proceso de generación de esta última. El ruido es el resultado de un proceso estocástico con una función de probabilidad conocida y asociada al sistema que genera la imagen digital.

b) Artefacto

Es un patrón espacial o espectral que se introduce en la imagen digital y que no tiene relación alguna con los objetos del sistema físico que se desea estudiar.

Un artefacto se introduce en la imagen por algún mal funcionamiento del sistema sensor o por error o limitación de una transformación aplicada a la imagen. Un artefacto ocurre de manera aleatoria.

3.5 Relaciones de vecindad

La estructura de una imagen digital hace que las direcciones en ésta se encuentren discretizadas, únicamente ciertas de ellas son dadas de acuerdo con el arreglo matricial de los pixeles.

Código de Freeman

El código de Freeman es una roseta de ocho direcciones principales, entendiendo como dirección principal a aquella que únicamente pasa por el centro de un conjunto de pixeles alineados y contenidos en la imagen (Ilustración 36), cualquier otra situación diferente determina una dirección secundaria no especificada en el código de Freeman.

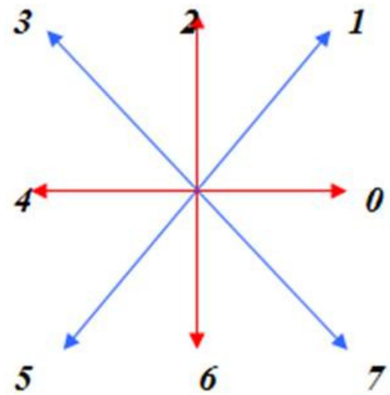


Ilustración 6 Código de Freeman

Conectividad

La conectividad es una relación de vecindad entre dos pixeles. Es posible cuantificar la relación de vecindad de un grupo de pixeles espacialmente arreglados marcando el contorno o borde de un objeto. Así el contorno definido por ciertos valores de pixeles puede ser codificado empleando el código de Freeman.

Si se comenzara por cualquier extremo de una imagen, primero se anota la dirección en la cual se encuentra el siguiente píxel, escribiendo el número correspondiente de acuerdo con el código de Freeman; así al finalizar se obtendrá una sucesión de dígitos, la cual es conocida como *cadena de Freeman*. Hay que tener en cuenta que al momento de codificar un contorno es necesario adoptar convenciones como: ¿dónde se comienza? y ¿en qué sentido se hace el seguimiento?

Conectividad 4 y conectividad 8

Sea un píxel ***p*** con coordenadas (i,j), sus p**rimeros próximos vecinos son aquellos con coordenadas** (i+1, j)**,** (i, j-1)**,** (i-1, j)**,** (i, j+1), es decir aquellos que se encuentran en las direcciones horizontales y verticales especificadas por las direcciones 0, 2, 4 y 6 del código de Freeman y se denotan por $N_4(p)$ (Ilustración 37), es decir, $N_4(p) = \{(i+1,j), (i,j-1), (i-1,j), (i,j+1)\}$.

Los segundos próximos vecinos de ***p*** son aquellos con coordenadas (i+1, j-1), (i-1, j-1), (i-1, j+1), (i+1, j+1), es decir, aquellos que se encuentran localizados en las diagonales especificadas por las direcciones 1, 3, 5 y 7 del código de Freeman. A este grupo de pixeles se les denota como $N_D(p)$, es decir, $N_D(p) = \{ (i+1,j-1), (i-1,j-1), (i-1,j+1), (i+1,j+1)\}$

(i-1,j-1)	(i,j-1)	(i+1,j-1)
(i-1,j)	***p*** *(i,j)*	(i+1,j)
(i-1,j+1)	(i,j+1)	(i+1,j+1)

Ilustración 7 Tipos de conectividad

La unión de los grupos $N_D(p)$ y $N_4(p)$ forman los ocho primeros vecinos de ***p*** y son designados como $N_8(p)$, es decir

$$N_8(\boldsymbol{p}) = N_D(\boldsymbol{p}) \cup N_4(\boldsymbol{p}) \qquad \text{(III.3)}$$

La conectividad constituye una relación de vecindad espacial entre un píxel y sus próximos vecinos. Sea N_g el conjunto de valores posibles (256 en muchos casos) que puede asumir un píxel en una banda dada, entonces:

Conectividad 4: Dos pixeles ***p*** y ***q*** con valores N_g tienen conectividad 4 si ***q*** pertenece al grupo $N_4(p)$

Conectividad 8: Dos pixeles ***p*** y ***q*** con valores N_g tienen conectividad 8 si ***q*** pertenece al grupo $N_8(p)$

Sistemas de vecindad

Es posible cuantificar la relación de vecindad de un grupo de pixeles espacialmente arreglados que marcan el contorno o borde de un objeto.

Con base en los conceptos de vecindad y conectividad es posible introducir el concepto de Sistemas de Vecindad.

Sea $N = \{r_{11}, r_{12}, \ldots r_{MN}\} \in D$ el conjunto finito de nodos de una *lattice*, llamado también el conjunto de sitios de un dominio finito discreto D, donde éste dominio es un subconjunto finito del espacio bidimensional discreto $\mathbb{Z}^2$: $D \subset \mathbb{Z}^2$. La definición de lattice es la siguiente: Una *lattice* es una partición del espacio continuo ($\mathbb{R}^n$) en células elementales, donde toda la partición es recubierta por células que no se interceptan. También se les conoce como "pixeles ($\mathbb{Z}^2$)" y/o "voxels" ($\mathbb{Z}^3$).

En una imagen digital, los nodos r_{ij} son vectores de posición que apuntan a los centros de los pixeles.

El conjunto de sitios define una malla finita y discreta de nodos (*lattice*) de acuerdo con un cierto arreglo que puede ser rectangular o hexagonal. Si se asocia a N una familia de sitios de vecindad denotada como $V=\{v_{11},v_{12},\ldots,v_{MN}\}$ tal que $vij \subset N$, donde $r_{ij} \in v_{ij}$ y $r_{lm} \notin v_{st}$ sí y sólo si $r_{lm} \notin v_{st.}$

El conjunto V es llamado un sistema de vecindad para el conjunto de sitios N, y los puntos v_{ij} son vecinos de r_{ij}. La dupla de conjuntos [N,V] denota un conjunto de N sitios denotados por un sistema de vecindad N. Los sitios correspondientes a una lattice N se relacionan entre sí a través de lo que conocemos como un sistema de vecindad V.

Un **sistema de vecindad de V sobre N** se define como

$$V=\{V_{ij} | \ \forall \ i,j \in N\} \tag{III.4}$$

Donde:

V_i es el conjunto de sitios vecinos al sitio i (píxel)

Sistema de vecindad homogéneo y orden de vecindad

Sea una lattice rectangular N, el conjunto vecino del píxel i (Vi), se define como el conjunto de los sitios más cercanos dentro de un círculo de radio r:

$$Vi =\{i \in N \mid [dist(pixel_i, pixel_j)]^2 \leq r, i \neq j\} \tag{III.5}$$

Donde dist($pixel_i$, $pixel_j$) denota la distancia euclidiana entre los pixeles i y j de tal forma que r toma un valor entero (Ilustración 38). Es importante notar que los sitios cercanos a los límites de la circunferencia tienen un número menor de vecinos

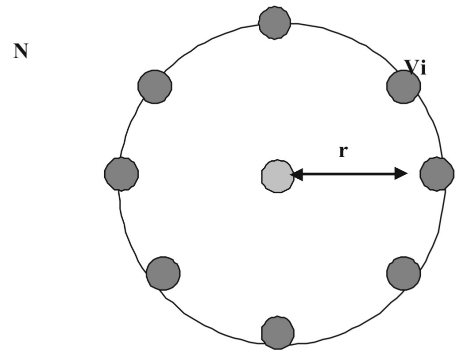
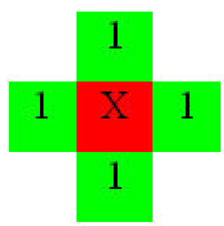


Ilustración 8 Sistema de vecindad circular

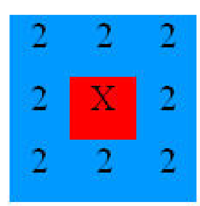
Vecindad de primer orden

Llamado también sistema de 4-vecinos, cada sitio (interior) tiene cuatro vecinos.
X denota el sitio considerado y los marcados con 1 son sus vecinos.



Vecindad de segundo orden

Llamado también sistema de 8-vecinos, hay ocho vecinos por cada sitio (interior)



La forma de un conjunto de vecinos Vi puede ser descrita como la envolvente de todos los sitios del conjunto.

Los sitios más alejados del sitio central se muestran en la siguiente Ilustración en donde el número que aparece en cada casilla indica el orden del sistema de vecindad al que corresponde

5	4	3	4	5
4	2	1	2	4
3	1	X	1	3
4	2	1	2	4
5	4	3	4	5

3.6 Campos vectoriales en una imagen multiespectral

Los modelos matemáticos dan la oportunidad de probar loa campos vectoriales de manera minuciosa, realizando desde modificaciones pequeñas hasta cambios radicales.

La simulación de un túnel de viento puede rastrear la velocidad del aire en cada punto del automóvil y alrededor de este. Una función que asigna un vector, por ejemplo, un vector de velocidad a cada punto del espacio se denomina **Campo Vectorial**.

Para determinar dónde ocurren remolinos y turbulencias en el flujo del fluido se deben calcular integrales de línea, por otro lado, el rotacional y la divergencia permiten analizar las propiedades rotacionales y lineales del flujo de un fluido.

Campo vectorial

Un campo vectorial en el plano es una función $V(x,y)$ que aplica puntos en $\mathbb{R}^2$ en el conjunto de vectores bidimensionales.

Se escribe:

$$V(x,y) = (v_1(x,y),\ v_2(x,y)) = v_1(x,y)\mathbf{i} + v_2(x,y)\mathbf{j} \qquad \text{(III.6)}$$

Para funciones escalares $v_1(x,y)$ y $v_2(x,y)$.

En $\mathbb{R}^3$, un campo vectorial es una función $V(x,y,z)$ que aplica puntos en $\mathbb{R}^3$ en el conjunto de vectores tridimensionales. En este caso se escribe:

$$V(x,y,z) = (v_1(x,y,z),\ v_2(x,y,z),\ v_3(x,y,z)) = v_1(x,y,z)\mathbf{i} + v_2(x,y,z)\mathbf{j} + \mathbf{v}_3(x,y,z)\mathbf{k} \qquad \text{(III.7)}$$

Para funciones escalares $v_1(x,y,z)$, $v_2(x,y,z)$ y $v_3(x,y,z)$

En general, si a una región del espacio en un sistema cartesiano de n dimensiones se le asocia a cada punto $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ un vector dado por $u(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ se dice que se tiene un campo vectorial representado por $\boldsymbol{U} = \{u(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)\}$.

Gráficamente, un campo vectorial se representa en una región del espacio por un grupo de vectores de magnitud y dirección de acuerdo con la expresión del campo (Ilustración 39).

Cualquier curva de esta región tal que el campo vectorial sea tangente a los puntos que la componen es llamada **línea de flujo de campo**.

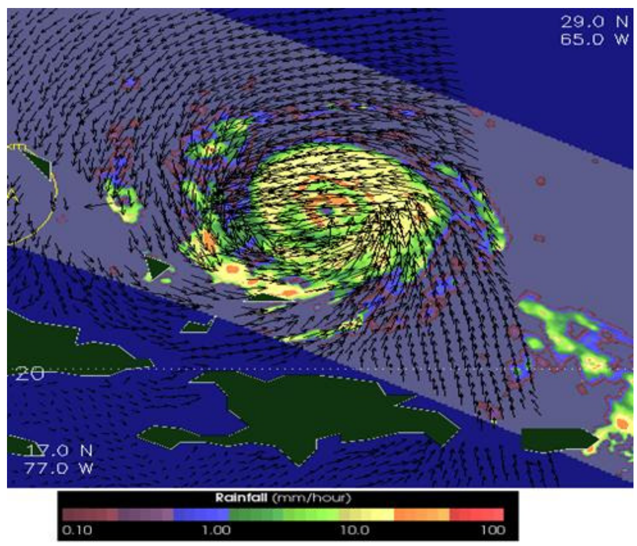


Ilustración 9 Ejemplo de campo vectorial
Imagen que muestra al Huracán Floyd en la cual se observa el campo vectorial del comportamiento de éste.

(Imagen obtenida de http://visibleearth.nasa.gov)

Campo vectorial de una imagen digital multiespectral

Si consideramos una *lattice* rectangular discreta $\mathcal{L} = \{1,\ldots,N\} \times \{1,\ldots.M\}$ que centrada en cada nodo de $\mathcal{L}$ se localiza un CIV (subregión rectangular de una escena).

Cada CIV tiene asociado un vector n-dimensional $\{b_1, b_2, \ldots b_n\}$ que es generado por medio de un conjunto de sensores multiespectrales. Cada vector $\{b_1, b_2, \ldots b_n\}$ representa las propiedades espectrales promedio de un CIV de la escena y se le conoce como píxel de una imagen multiespectral: píxel vector = $\{b_1, b_2, \ldots b_n\}$.

Por tanto, el CIV es un elemento físico de la escena, mientras que el píxel es un valor entero o número digital (ND) en la imagen.

Sea $g = \{g_i\}$ una imagen multiespectral formada por un grupo de pixeles de acuerdo con el conjunto $g_i = \{b_j(k,l)\}_i$, , $\forall\ i \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots n$, donde i representa la colección de bandas de una imagen multiespectral y (k,l) es la pareja de valores enteros que representan las coordenadas espaciales de un píxel perteneciente a la imagen, es decir

$$(k,l) \in A \equiv \{(s,t) \mid (s,t) \in \mathbb{N},\ 1 \leq s \leq M;\ 1 \leq t \leq N\} \qquad \text{(III.8)}$$

Los valores de los pixeles en la imagen multiespectral pueden asumir valores enteros denotados por b_i:

$$b_i \in B \equiv \{p \mid p \in \mathbb{N},\ 0 \leq p \leq 2^m - 1\},\ m \in \mathbb{N},\ 7 \leq m \leq 12 \qquad \text{(III.9)}$$

En resumen, una imagen digital multiespectral **g** es una función tal que $\mathbf{g}: \mathcal{L} \rightarrow B$.

Entonces, si X_i es el conjunto $X_i \equiv \{x_i \mid x_i \in \mathbb{N},\ 0 \leq x_i \leq 2^m - 1\}$, $\forall\ i \in \mathbb{N}$. El producto cartesiano $X^n = X_1 \times X_2 \times \ldots X_n$ define el conjunto de n-tuplas ordenadas $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, donde $n \in \mathbb{N}$ es el número máximo de bandas en la imagen multiespectral. Por otra parte, si se tiene que $(b_1, b_2, \ldots b_n)$ es un pixel en el sistema cartesiano de coordenadas, para cada n-tupla $(b_1, b_2, \ldots b_n)$ se tiene asociado un vector u:

$$\mathbf{u} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \Leftarrow (b_1, b_2, \ldots b_n) \qquad \text{(III.10)}$$

Sea E un espacio Euclidiano n-dimensional discreto, $E \in \mathbb{N}^n$, la dimensión del vector **u** está dada por la métrica euclidiana:

$$\|\mathbf{u}\| = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(III.11)}$$

El conjunto de vectores $\{(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$ es el resultado de la proyección de la imagen multiespectral sobre un campo vectorial (Ilustración 40).

Si se observa el conjunto de n-tuplas $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ del dominio $D(X^n) \in E$, sólo una parte de ellas tienen un vector asociado, dependiendo de la información espectral contenida en la imagen. Sin embargo, es posible que para alguna n-tupla $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se tenga más de un vector asociado, debido a la redundancia de información espectral.

En conclusión, el conjunto de vectores asociados con la imagen multiespectral forman el espacio vectorial $\boldsymbol{U} = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$ en el dominio $D(X^n) \in E$,

Modelar la imagen como un campo vectorial trae como consecuencia la evaluación de texturas en la imagen (Ilustración 40).

Banda 1

Banda 7

53	55	49	50	49	49	51	53
51	55	50	48	50	50	52	50
71	76	75	56	48	49	49	49
114	103	110	98	95	87	91	105
71	67	70	72	87	95	96	96
50	53	54	51	51	51	50	51
51	53	54	53	53	52	52	50
51	53	54	53	53	52	52	50

21	22	20	21	19	20	21	23
21	22	20	19	20	22	22	22
32	37	37	23	20	21	20	19
59	51	56	48	48	43	47	51
31	29	31	34	42	47	46	48
21	21	22	21	21	21	21	21
20	21	22	22	22	22	22	20
20	21	22	21	22	21	22	20

Valores lógicos de un subconjunto de pixeles de una imagen multiespectral, empleando las bandas 1 y 7

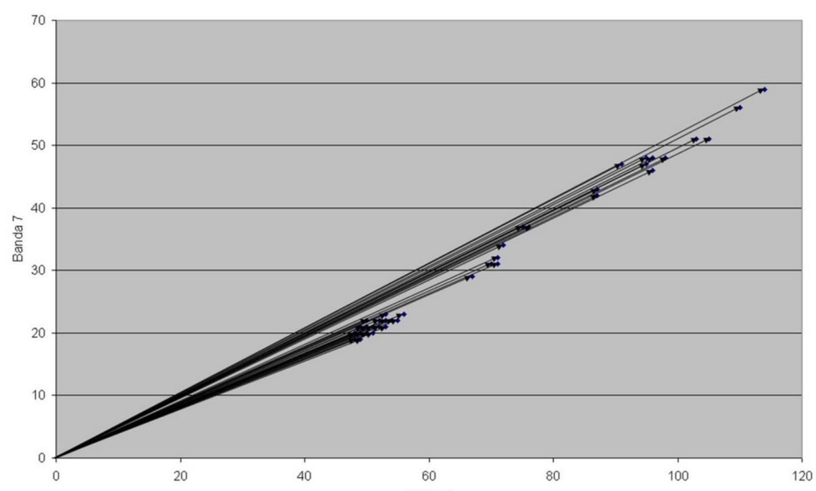


Ilustración 10 Campo vectorial formado por un subconjunto de valores de pixeles de una imagen multiespectral empleando las bandas 1 y 7