



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

“ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CIMENTACIÓN DE UN VENTILADOR DE TIRO INDUCIDO, UTILIZANDO EL MODELO DEL SEMIESPACIO; COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS TEÓRICOS CON MEDICIONES DE CAMPO”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA
(MECÁNICA DE SUELOS)

PRESENTA:

ULISES TALONIA VARGAS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

MÉXICO, CIUDAD UNIVERSITARIA, MAYO DE 2008.

AGRADECIMIENTOS:

Dios:

Gracias Padre, por darme la oportunidad de vivir, de amar, de SER y de crecer día con día.

M en I Jorge Efraín Castilla Camacho:

Ing. Castilla, realmente tengo tanto que agradecerle por su apoyo desinteresado en el desarrollo de este trabajo, usted lo conoció desde un inicio y lo ha visto culminado. Gracias por su tiempo, paciencia y acertados comentarios. Gracias por sus enseñanzas, por compartirme parte de su conocimiento, por su calidad humana, por apoyarme y por creer en mí.

Dr. Rigoberto Rivera Constantino:

Gracias Doctor Rivera, por apoyarme en la culminación de un peldaño más en mi vida profesional, por confiar en mí, por dedicar parte de su tiempo en la dirección y revisión de este trabajo. Gracias por aceptar participar conmigo en este proyecto, el cual sin su ayuda hubiera sido difícil de lograr.

M en I Gherman Castellanos Román

Gracias por compartirme parte de tu experiencia en el diseño de cimentaciones y por tus acertados comentarios y sugerencias al presente trabajo.

A todas aquellas personas que de alguna manera participaron en la elaboración del presente trabajo.

A TODOS MUCHAS GRACIAS!!!!!!

DEDICATORIAS:

Flor:

Porque formas parte de un lugar muy importante en mi vida, por todos y cada uno de los momentos que hemos pasado juntos, por tu comprensión, tu apoyo y tu cariño...Gracias mi Amor, por la paciencia, el tiempo y todo lo que me has brindado para seguir creciendo tanto personal como profesionalmente. TE AMO MI VIDA!

Florecita y Pao:

Gracias mis queridas hijas, por ser parte de mi vida y por todos los momentos de felicidad que me han dado. Son el mejor regalo que me ha dado Dios. Las AMO, mis princesas.

Papá y Mamá:

Tal vez no haya manera de expresarles mi agradecimiento por regalarme la vida, por creer en mí y por apoyarme a lograr esta meta.

A mis hermanos y hermanas

Por ser mis compañeros y amigos durante toda mi vida, por preocuparse por mi y por todo lo que he aprendido a su lado.

Araceli:

Gracias por tu amistad, por tu apoyo, por tu tiempo, por ser parte de este proyecto y por todo lo que hemos compartido. Gracias!

Fabiola:

Gracias por ser mi amiga, por alentarme a culminar este trabajo y sobretodo porque siempre creíste en mí.

A todos mis amigos:

Por apoyándome siempre y en todo momento para seguir escalando metas, por dedicarme su tiempo y por compartir parte de su vida conmigo.

A la Subgerencia de Geotecnia y Materiales de la CFE

Porque ha sido pilar en mi desarrollo profesional, porque he conocido grandes amigos que me han enseñado el valor de la amistad y por apoyarme en el logro de grandes proyectos.

RESUMEN:

Además de las acciones estáticas, tales como el peso de la máquina y su cimentación, las cargas que actúan debidas al funcionamiento propio de la máquina sobre la cimentación, son de naturaleza dinámica.

La amplitud del movimiento de la cimentación debida a las acciones dinámicas propias del funcionamiento de la maquinaria y de su frecuencia de operación, son los parámetros más importantes por determinar en el diseño, además de considerar la frecuencia natural del sistema suelo - cimentación - maquinaria.

El modelo del semiespacio, en conjunto con los coeficientes de rigidez y amortiguamientos dinámicos, definidos con los criterios propuestos por Dobri y Gazetas, proporcionan una herramienta valiosa a través de la cual se determinan las amplitudes de los desplazamientos del sistema cimentación- suelo. Se presenta el cálculo de las rigideces y amortiguamientos dinámicos para cada uno de los seis modos de vibrar del sistema, y de acuerdo con las acciones inducidas por la operación del equipo se plantean las matrices para evaluar la respuesta dinámica (amplitudes de los desplazamientos) del sistema.

Debido a que se cuenta con registros de amplitudes medidas en este equipo, se comparan los resultados teóricos, obtenidos de la solución del sistema de ecuaciones planteadas, con los medidos en campo, para cada una de las frecuencias antes mencionadas.

Finalmente, se presentan las conclusiones de las limitaciones y bondades del método propuesto para evaluar la respuesta de la cimentación.

Tabla de contenido

1	Introducción	1
1.1	Antecedentes	1
1.2	Tipos de máquinas	3
1.2.1	Máquinas reciprocantes	4
1.2.2	Máquinas rotatorias	4
1.2.3	Máquinas de impacto	5
1.3	Alcance	5
2	Criterios de diseño.....	6
2.1	Efectos producidos por las vibraciones de maquinaria	9
2.1.1	Efecto sobre las estructuras	11
2.1.2	Efecto en los humanos.....	12
2.2	Acciones sobre la cimentación.....	14
2.2.1	Acciones permanentes	15
2.2.2	Acciones variables.....	15
2.2.3	Carga de par (torque) normal	15
2.2.4	Acciones térmicas	15
2.2.5	Acciones dinámicas.....	16
3	Análisis del problema	24
3.1	Ecuaciones de movimiento	27
4	Coeficientes de rigidez y amortiguamiento.....	35
4.1	Coeficientes de rigidez	36
4.1.1	Rigidez vertical.....	36
4.1.2	Rigidez horizontal	38
4.1.3	Rigidez por cabeceo.....	41
4.1.4	Rigidez torsional	42
4.2	Amortiguamiento por radiación	43
4.2.1	Amortiguamiento vertical.....	43
4.2.2	Amortiguamiento horizontal	43
4.2.3	Amortiguamiento por cabeceo.....	45
4.2.4	Amortiguamiento por torsión.....	46

4.3	Consideraciones para reducir o eliminar el amortiguamiento por radiación.....	47
4.3.1	Contacto suelo paredes (QW).....	48
4.3.2	Incremento de la rigidez del suelo con la profundidad (QC).....	48
4.3.3	Suelo muy rígido o roca cerca de la base (QI)	48
4.4	Corrección por amortiguamiento interno del suelo	49
4.5	Ubicación de las reacciones del suelo.....	49
4.5.1	Caso de excitación vertical:	52
4.5.2	Caso de excitación horizontal en dirección longitudinal	53
4.5.3	Caso de excitación horizontal en dirección lateral	53
5	Análisis de la cimentación de un ventilador de tiro inducido (VTI).....	54
5.1	Antecedentes	54
5.2	Propiedades del suelo	55
5.3	Características del equipo	56
5.4	Dimensiones de la cimentación	56
5.5	Análisis dinámico de la cimentación	59
5.5.1	Coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos	59
5.5.2	Acciones dinámicas.....	60
5.5.3	Respuesta dinámica del sistema.....	60
5.6	AMPLITUDES DE VIBRACIÓN MEDIDAS.....	61
5.7	Comparación entre el comportamiento medido (IIE) y el evaluado.....	65
5.8	Aplicabilidad del método propuesto.....	66
5.9	Criterios de aceptación	67
5.9.1	Criterio de frecuencia	67
5.9.2	Otros criterios	67
6	Conclusiones.....	68
	Referencias	71

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 1. Factores de servicio (Tomada de Richart et al, 1970).	10
Tabla N° 2. Vibración en general de maquinaria. Datos de severidad (Tomada de Richart et al, 1970)	11

Tabla N° 3. Fuerzas desbalanceadas y pares de fuerzas para diferentes arreglos de manivelas (Richart, 1970).	23
Tabla N° 4. Valores de rigidez y amortiguamientos dinámicos del sistema	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura N° 1. Grados de libertad de un bloque de cimentación	7
Figura N° 2. Límites de amplitud del desplazamiento en función de la frecuencia (Tomada de Richart et al, 1970)	8
Figura N° 3. Criterio para vibraciones de maquinaria rotatoria (Richart, 1970).	10
Figura N° 4. Espectro de respuesta para los límites de vibración	12
Figura N° 5. Sistema mecánico simplificado que representa al cuerpo humano.	13
Figura N° 6. Niveles de vibración que producen iguales tiempos de eficiencia.	14
Figura N° 7. Efecto de las amplitudes de vibración en las personas.	14
Figura N° 8. Procedimiento más simple de balanceo.	17
Figura N° 9. Fuerzas de excitadores con masas rotatorias.	18
Figura N° 10. Mecanismo de manivela.	20
Figura N° 11. Aceleración del pistón como función del ángulo de rotación de la manivela, para $r/L = 0.25$	20
Figura N° 12. Planta y sección de una cimentación superficial de geometría arbitraria.	25
Figura N° 13. Cimentación con geometría arbitraria, embebida en el terreno	26
Figura N° 14. Cimentación real y su modelo para análisis	28
Figura N° 15. Ejemplos de formas arbitrarias y su correspondiente rectángulo circunscrito	29
Figura N° 16. Dibujo del modelo para el sistema 6 X 6.	29
Figura N° 17. Cimentaciones superficiales. Coeficiente de rigidez dinámica vs frecuencia	37
Figura N° 18. Coeficientes de rigidez dinámica lateral y longitudinal	39
Figura N° 19. Cimentación embebida. Efecto de la profundidad y relación de aspecto en el coeficiente longitudinal de la rigidez dinámica	40
Figura N° 20. Cimentación embebida. Efecto de la profundidad y relación de aspecto en el coeficiente lateral de la rigidez dinámica	40
Figura N° 21. Cimentación parcialmente embebida. Efecto del contacto de los muros sobre los coeficientes de rigidez dinámica	41
Figura N° 22. Coeficiente de radiación vertical vs frecuencia.	44

Figura N° 23. Coeficiente de amortiguamiento lateral y longitudinal vs frecuencia	44
Figura N° 24. Coeficiente de amortiguamiento por radiación	46
Figura N° 25. Coeficiente de amortiguamiento por radiación torsional	47
Figura N° 26. Coeficiente de amortiguamiento por torsión en cimentación embebida.	47
Figura N° 27. Esquema 3D, con puntos de aplicación de las reacciones del suelo	50
Figura N° 28. Cimentación actual	57
Figura N° 29. Sistema ventilador - cimentación - suelo	57
Figura N° 30. Fuerzas dinámicas aplicadas al sistema ventilador - cimentación suelo.	60
Figura N° 31. Espectro de respuesta del cimientto para el modo vertical.	62
Figura N° 32. Espectro de respuesta del cimientto para el modo lateral	62
Figura N° 33. Espectro de respuesta del pedestal lado libre para el modo vertical	63
Figura N° 34. Espectro de respuesta del pedestal lado libre para el modo lateral.	63
Figura N° 35. Espectro de respuesta del pedestal lado cople para el modo vertical.	64
Figura N° 36. Espectro de respuesta del pedestal lado cople para el modo lateral.	64
Figura N° 37. Espectro de respuesta de amplitudes en función del modulo G.	66

Anexo "A". Análisis de la cimentación

1 INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

Hasta las décadas de los 50's y 60's, el análisis y diseño de cimentaciones de maquinaria se llevó a cabo mediante la aplicación de métodos empíricos y reglas semi-empíricas, las cuales se basaron en los estudios experimentales realizados por la DEGEBO (German Research Society for Soil Mechanics) Alemana (ref. 1), efectuados en los años 30, y con el uso de conceptos de "Masa en fase", "Frecuencia natural reducida" de Tschebotarioff y la "Reacción dinámica de subgrado" (ref. 2).

Después de los 60's, los métodos anteriores se reemplazaron por procedimientos más racionales, con el empleo de soluciones analíticas basadas en la representación del suelo mediante un semiespacio elástico o viscoelástico, en los cuales se utilizaron los conceptos de rigidez y amortiguamiento del suelo. Estos métodos incluían la disipación de energía a través del "amortiguamiento geométrico" y permitían el cálculo de las amplitudes de vibración, en la frecuencia de "resonancia". Debido a que la teoría del semiespacio es un procedimiento analítico, ciertas simplificaciones matemáticas tuvieron que introducirse, las cuales no son muy realistas; sin embargo, las soluciones que aportan, sirven de guía para evaluar la respuesta simple de cimentaciones y proporcionan un medio racional para estimar las constantes de rigidez y amortiguamiento que deben de ser incorporadas en los parámetros amortiguados de un sistema vibratorio masa-resorte-amortiguador.

Estudios de Lysmer (1965) mostraron que la respuesta de vibraciones verticales en una zapata circular rígida apoyada sobre un semiespacio elástico, puede ser representada con bastante precisión, siempre que las constantes del resorte y del amortiguador sean elegidas correctamente. Posteriormente, los estudios de Richart y Whitman (1967) mostraron que el comportamiento dinámico de las cimentaciones puede ser resuelto mediante la teoría del semiespacio.

El desarrollo de las computadoras personales ha permitido la solución de problemas complejos, gracias al desarrollo de un gran número de herramientas computacionales sofisticadas y poderosas que permiten la evaluación de coeficientes dinámicos de rigidez y de amortiguamiento en suelos considerados lineales. Gazetas (ref. 3) ha presentado una revisión amplia del estado del arte de las técnicas y de los resultados obtenidos con estas herramientas.

Un desarrollo paralelo, ha sido la formulación de métodos aproximados simples, ecuaciones y cartas que le permiten al ingeniero encargado del diseño, obtener fácilmente los coeficientes de amortiguamiento y de rigidez del suelo, de manera que le permitan realizar el análisis y diseño, sin depender de la disponibilidad y manejo de programas muy especializados. Estos métodos están basados en conceptos derivados de la teoría del semiespacio y han sido calibrados con resultados obtenidos con métodos computacionales sofisticados.

El primero de estos métodos fue el de un sistema de un grado de libertad, propuesto por Lysmer y Richart en 1966, el cual consideró a la rigidez y al amortiguamiento como independientes de la frecuencia y se enfocó a solucionar la respuesta de una cimentación circular desplantada sobre un semiespacio elástico.

Sistemas similares fueron posteriormente desarrollados para resolver el caso de una zapata circular con otros modos de vibración y en la actualidad, son ampliamente usados en el diseño de cimentaciones circulares y no circulares, a través del empleo del “círculo equivalente”.

Los métodos simples, para cimentaciones superficiales y embebidas, con geometría arbitraria y desplantadas sobre un semiespacio, tuvieron su auge después de la década de los 80's, a partir de los estudios realizados paralelamente por Dobry para determinar los coeficientes de amortiguamiento del suelo y por Gazetas para los coeficientes de rigidez del terreno.

Estos estudios se basaron en conceptos simples, pero físicamente sólidos y fueron calibrados con resultados obtenidos a partir de técnicas exactas, para cimentaciones de forma circular, rectangular y en franja, reportadas por diversos autores.

Subsecuentemente, esfuerzos conjuntos de Dobry y Gazetas, culminaron en una investigación (ref. 4) que presenta cartas y ecuaciones para la determinación de la rigidez y el amortiguamiento que dependen de la frecuencia, en los seis posibles modos de vibración de un sistema.

El caso más complejo de la respuesta de cimentaciones de maquinaria, superficiales, parcial o totalmente embebidas y de forma arbitraria, ha sido tratado en varias publicaciones técnicas, desarrolladas por: i) Gazetas, Dobry y Tassoulas (ref. 5) para la excitación vertical, ii) Gazetas y Tassoulas (ref. 6 y 7) para excitación horizontal; iii) Hatsikonstantinou, Tassoulas, Gazetas, Kotsanopoulus y Fotopoulou (ref. 8); y Fotopoulou, Kotsanopoulus,

Gazetas y Tassoulas (ref. 9) para cabeceo y; iv) Kotsanopoulus, Fotopoulou y Gazetas (ref. 10) para excitación torsional.

Una característica de estos métodos simplificados es que explícitamente separan las contribuciones de la base y de los lados a la rigidez y amortiguamiento del sistema. Más aún, permiten las posibilidades de empotramiento parcial, de escaso contacto o separación entre las paredes laterales y el suelo circundante. Esto es especialmente importante para el amortiguamiento por radiación del sistema, el cual es muy sensitivo al área de contacto entre la cimentación y el suelo, así como por la calidad de este contacto.

Las cimentaciones para soportar cualquier tipo de maquinaria, requieren de atención específica por parte de un ingeniero especialista en cimentaciones, debido a la naturaleza propia de las acciones que deberán ser soportadas por la cimentación. Además de las acciones estáticas, tales como el peso de la máquina y su cimentación, las cargas que actúan debidas al funcionamiento propio de la máquina sobre la cimentación, son de naturaleza dinámica. De manera general, las acciones dinámicas asociadas con las partes móviles de la maquinaria, son pequeñas comparadas con la estática.

En cimentaciones de maquinaria, una acción dinámica es aplicada sobre un largo período, aunque su magnitud sea pequeña, por lo tanto, es necesario que el comportamiento del suelo sea elástico, o de otra manera la deformación se incrementará con cada ciclo de carga hasta que el suelo presente un comportamiento inaceptable.

La amplitud del movimiento de la cimentación debida a las acciones dinámicas propias del funcionamiento de la maquinaria y de su frecuencia de operación, son los parámetros más importantes por determinar en el diseño, además de considerar la frecuencia natural del sistema suelo - cimentación - maquinaria.

Existen diversas clases de maquinaria, las cuales, de acuerdo con su sistema de funcionamiento generan acciones periódicas con magnitud y dirección diversas, las principales se describen en el siguiente inciso.

1.2 TIPOS DE MÁQUINAS

No es posible hacer una clasificación universal de los tipos de máquinas que pueden inducir vibraciones en estructuras (ref. 11), sin embargo, de acuerdo con el tipo de vibración que generan las máquinas, podemos hacer una clasificación general de las mismas (ref. 12 y 13):

- Máquinas reciprocantes
- Máquinas rotatorias
- Máquinas de impacto
- El resto de las máquinas que no encajan en ninguno de los incisos anteriores, pueden ser vehículos que se mueven sobre las estructuras. Por ejemplo, grúas viajeras, o bien puede tratarse de máquinas especiales como molinos, prensas, trituradoras y rodillos de laminación.

En los párrafos siguientes se describen de manera general cada una de ellas.

1.2.1 MÁQUINAS RECIPROCANES

El funcionamiento de estas máquinas se logra debido a la expansión violenta de un gas, y la combinación de émbolos, bielas y manivelas. El movimiento alternante, generalmente armónico simple del émbolo, se transforma por la acción de la biela en un movimiento circular de la manivela. Generalmente son máquinas de baja velocidad, dentro de las cuales se encuentran las de combustión interna, compresoras de pistón, máquinas de vapor y todas aquellas que involucren mecanismos de manivela. Normalmente, la velocidad de operación de estas máquinas es menor a 600 rev/min.

Para el análisis de la cimentación, las fuerzas desbalanceadas se consideran con una variación senoidal y se distinguen los siguientes tipos:

- ◆ Máquinas de vapor: Generalmente constan de uno o dos cilindros y, pueden ser horizontales o verticales. El vapor generado en una caldera impulsa el émbolo de cada cilindro.
- ◆ Motores diesel y de gasolina: Constan generalmente de más de tres cilindros. Pueden ser de dos o de cuatro tiempos. El ciclo básico presión - volumen de los motores a base de diesel se denomina ciclo Diesel. El de los motores de gasolina, ciclo de Otto. El impulso se debe a la formación de gases producto de la explosión de una mezcla de combustible y aire.
- ◆ Compresoras de émbolo: Pueden constar de uno o varios pasos de compresión. Generalmente están asociadas a motores diesel o de gasolina.
- ◆ Bombas de émbolo: Pueden ser horizontales o verticales, dependen de la posición de los cilindros; o bien de acción sencilla o doble.

1.2.2 MÁQUINAS ROTATORIAS

En máquinas de este tipo, el desplazamiento de casi todas las partes móviles describe una trayectoria circular. El movimiento generalmente obedece a la ley de acción y reacción, al desplazarse un fluido entre los alabes de una o más ruedas, en otros casos se debe a la existencia de un conductor en un campo magnético variable. Generalmente éste tipo de maquinaria está diseñado para trabajar a velocidad constante e incluye turbinas, bombas centrífugas, compresores axiales, ventiladores y turbogeneradores.

La velocidad de operación es del orden de 3 000 rev/min, e incluso pueden sobrepasar las 10,000 rev/min. Son máquinas de alta velocidad, dentro de las cuales se pueden distinguir los tipos siguientes:

- ◆ Turbogeneradores. El agua o el vapor, al desplazarse entre los alabes, impulsan la turbina, la cual está acoplada con el campo móvil (rotor) de un generador eléctrico.
- ◆ Bombas y compresoras rotatorias. En máquinas de este tipo, las partes móviles, generalmente accionadas por un motor externo, obligan al fluido (agua, aceite, aire, etc.) a circular entre los alabes y desplazarse en determinada dirección. En algunas circunstancias estas máquinas pueden operar indistintamente como turbinas o como bombas, invirtiéndose el sentido de flujo del fluido.

- ◆ Motores eléctricos. Un campo magnético variable hace que los conductores del rotor se desplacen, produciéndose un movimiento circular.

1.2.3 MÁQUINAS DE IMPACTO

Existen cargas que pueden considerarse como pulsos singulares, dado que su efecto termina antes de que ocurra la siguiente carga, lo que provoca una vibración de tipo transitorio.

Para evaluar la respuesta de una cimentación sujeta a éste tipo de cargas, es necesario obtener la información de fuerza-tiempo para cada impulso. Usualmente esta información sólo puede obtenerse experimentalmente.

La magnitud de la fuerza aplicada depende del peso del martillo. Algunos ejemplos característicos son máquinas punzadoras, martillos neumáticos, martinetes, estampadoras, etc.

1.3 ALCANCE

Debido a la gran cantidad de metodologías que existen para efectuar la revisión de una cimentación sujeta a cargas dinámicas, el proyecto de investigación tuvo que ser acotado con los siguientes alcances:

- Presentar de manera general los resultados de los trabajos desarrollados por Dobry, Gazetas y colaboradores, para la definición y obtención de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez que intervienen en el diseño dinámico de una cimentación.
- Mostrar la metodología para llevar a cabo el análisis o revisión de una cimentación sometida a acciones dinámicas.
- Para verificar la aplicabilidad del método propuesto, se efectuó la revisión de la cimentación de un ventilador de tiro inducido, y se compararon los resultados obtenidos de la aplicación del método, con las mediciones del comportamiento dinámico de la cimentación.

2 CRITERIOS DE DISEÑO

El diseño de cimentaciones para maquinaria, además de satisfacer los estados límite de falla (capacidad de carga) y de servicio (desplazamientos) recomendados en los reglamentos y códigos locales, debe tener presente la naturaleza dinámica de las acciones que se generan sobre el conjunto máquina-cimiento-suelo.

Los efectos de las acciones dinámicas se manifiestan mediante vibraciones producidas al operar la máquina, mismas que se transmiten a su cimentación y al terreno que la circunda, por lo que el propósito del diseño es evitar que las vibraciones que se produzcan, causen daño o interfieran con el funcionamiento correcto de la máquina, o bien ocasionen molestias a las estructuras, instalaciones o personas en el entorno de la propia máquina y su cimentación.

Para diseñar la cimentación de una máquina y evaluar su comportamiento futuro de manera adecuada, se han realizado estudios para determinar las limitantes de los efectos que pueden producir los diferentes tipos de máquinas bajo diferentes condiciones de operación y terrenos de cimentación, los cuales han conducido a establecer valores límite para evitar daños o molestias a las estructuras, equipos o personas, cercanas a la instalación que se diseña.

En el presente capítulo se presentan algunos criterios para determinar los efectos que pueden producir las máquinas en operación y se indican los valores límites establecidos bajo diferentes criterios de diseño, los cuales son la base para evaluar el comportamiento satisfactorio del conjunto máquina-cimiento-suelo.

En el análisis de la vibración de cimentaciones de maquinaria, se representa a la cimentación como un bloque rígido, desplantado directamente sobre el suelo. Cuando actúan sobre él las acciones dinámicas, su magnitud puede ser tal, que se producen desplazamientos o giros en cualquiera de los seis grados de libertad ilustrados en la figura 1 (ref. 14). Los desplazamientos se asocian a la dirección de los ejes de referencia y cada giro a un par alrededor de cada eje.

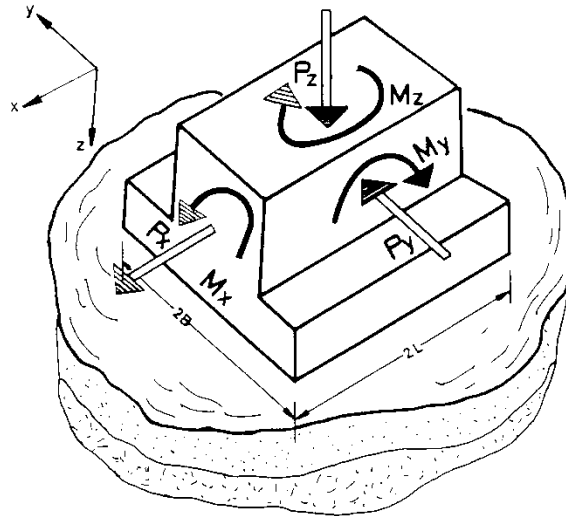


Figura N° 1. Grados de libertad de un bloque de cimentación

El producto final del procedimiento de diseño, consiste en verificar que las dimensiones de la cimentación, soporten satisfactoriamente al equipo o máquina que sostiene y a los efectos de las acciones dinámicas impuestas por la operación del equipo. Por tal motivo, el criterio de diseño está relacionado con la respuesta dinámica de la cimentación, en la que la condición de falla se alcanza cuando el movimiento inducido por la operación del equipo excede un valor límite, el cual está expresado en términos de velocidad, aceleración o amplitud del desplazamiento de la cimentación.

La figura 2 muestra los órdenes de magnitud de la amplitud de desplazamiento en relación con la frecuencia, que deben de considerarse en el criterio para evaluar la respuesta dinámica satisfactoria de un conjunto máquina-cimiento-suelo. Se presentan curvas que limitan los niveles de apreciación de las vibraciones por las personas, producidas por el conjunto máquina-cimiento-suelo al operar, desde “no apreciable” hasta “severo”; y curvas que limitan el efecto de estos factores sobre la maquinaria, los cimientos o las estructuras para evitar daño en ellas. Por lo que respecta a las personas, los límites corresponden a la apreciación de vibraciones verticales estando ellas de pie.

Para garantizar su estabilidad, toda cimentación para maquinaria debe cumplir los estados límite de falla y de servicio (ref. 15 y 16) que se indican en los párrafos siguientes.

a) Estado límite de falla del suelo

En el terreno sobre el cual se apoya la cimentación no deberá sobrepasarse la resistencia al corte cuando esté sujeto a las sollicitaciones estáticas y dinámicas producidas por la cimentación que soporta. La revisión de este estado deberá hacerse con base en las teorías

de capacidad de carga adecuadas a cada sitio y debe cumplirse los requisitos establecidos al respecto en los reglamentos o códigos locales.

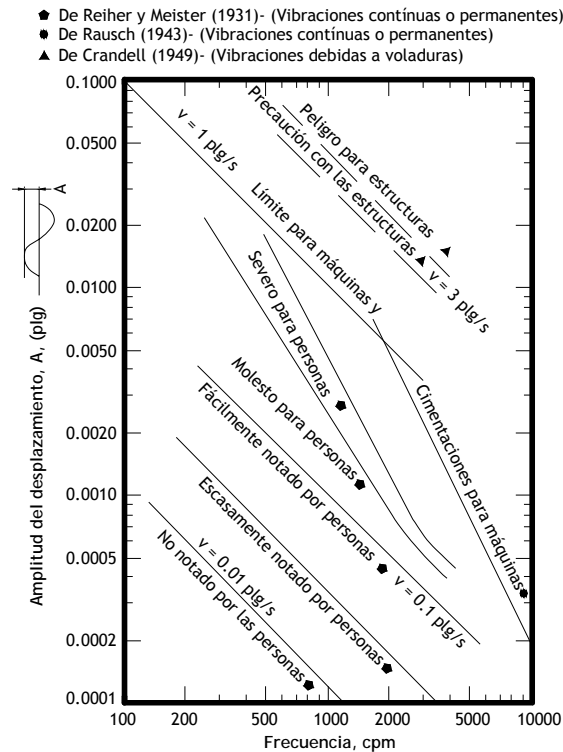


Figura N° 2. Límites de amplitud del desplazamiento en función de la frecuencia (Tomada de Richart et al, 1970)

b) Estado límite de falla de la cimentación

La estructura de cimentación, no deberá rebasar ningún estado límite de falla, cuando se le someta a las sollicitaciones estáticas y dinámicas producidas por la maquina que soporta. La revisión se hará con base en el diseño estructural.

c) Estado límite de servicio por vibración de maquinaria

Para funcionar correctamente, tanto las máquinas alternantes como las giratorias requieren que, bajo condiciones de operación, no se encuentren sujetas a movimientos excesivos. En la mayoría de los casos, los movimientos máximos aceptables son definidos por el fabricante del equipo, comúnmente establecen límites para los desplazamientos en direcciones y puntos específicos.

Las vibraciones excesivas en este tipo de máquinas pueden llevar a desgastes heterogéneos y prematuros de las piezas rotatorias, que aumentan el costo del mantenimiento y disminuyen la vida útil del equipo.

d) Estado límite por resonancia

Cuando alguna de las frecuencias de operación (la fundamental o las armónicas) coincide con alguna de las frecuencias naturales del conjunto máquina - cimentación - suelo, se presenta la resonancia. El fenómeno de resonancia se caracteriza por producir desplazamientos excesivos, que pueden dañar el equipo y/o causar molestias a los operadores, por lo que debe evitarse siempre.

e) Estado límite por transmisión de vibraciones

Las vibraciones que la máquina transmite al suelo a través de su cimentación bajo condiciones de servicio, no deberán ser molestas a personas que requieran permanecer cerca del equipo, ni deberán afectar el funcionamiento de otras máquinas o estructuras vecinas.

2.1 EFECTOS PRODUCIDOS POR LAS VIBRACIONES DE MAQUINARIA

Para el caso de maquinaria con vibraciones continuas o permanentes por un lapso de tiempo, el criterio de diseño relacionado con la operación de la máquina, depende de la función fundamental de la instalación completa y de la importancia de cada máquina en esta función. Además, se involucran aspectos de costo inicial, costo de mantenimiento y el costo de reemplazar la unidad. El sistema de cimentación debe ser diseñado de acuerdo con el nivel de operación deseado por el propietario. Blake (1964) preparó la información mostrada en la figura 3, misma que puede ser usada para establecer las amplitudes permisibles del movimiento a la velocidad de operación de la máquina. En esta figura, las amplitudes de vibración se refieren a movimientos horizontales, medidos sobre el soporte o base de la maquinaria. El mismo autor, propuso el concepto de “Factor de Servicio” (tabla 1), mediante el cual marca la importancia de cada tipo de máquina en la función principal de la planta. El valor más alto, indica las máquinas más críticas.

Con la introducción del factor de servicio, la figura 3 puede ser usada para evaluar el desempeño de una amplia variedad de máquinas.

Información general relacionada con la operación de máquinas rotatorias, se encuentra en la tabla 2 (Baxter y Bernhard, 1967 en Richart, 1970). Estos límites están basados sólo en el criterio de velocidad límite y puede ser representado por líneas rectas sobre trazas similares a las de las figuras 2 y 3.

Es notable la similitud en valores de velocidad pico, para el límite inferior del rango para máquinas clasificadas como “suave” (0.010 pulg/seg, en la tabla 2) y el límite inferior del rango “escasamente notado por personas” (0.010 pulg/seg, en la figura 2). De la misma forma, el límite para máquinas, en el rango “ligeramente agitada” (0.160 pulg/seg en la tabla 2) y el “molesto para personas” (0.100 pulg/seg de la figura 2) corresponden y, el límite peligroso de “muy agitada” (> 0.63 pulg/seg, en la tabla 2) y el límite para máquinas y cimentaciones de máquinas (1.0 pulg/seg en la figura 2).

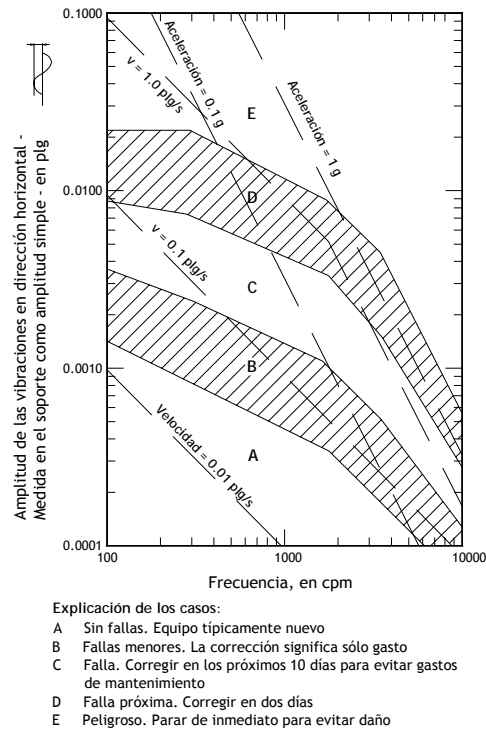


Figura N° 3. Criterio para vibraciones de maquinaria rotatoria (Richart, 1970).

TIPO DE EQUIPO	F. S.
Bomba centrífuga de un paso, motor eléctrico, ventilador.	1.0
Equipo típico de un proceso químico, no crítico.	1.0
Turbina, turbogenerador, compresor centrífugo	1.6
Centrífuga de eje rígido (desplazamiento horizontal sobre la canasta del cojinete), bomba centrífuga de paso múltiple.	2.0
Equipo diverso, características desconocidas.	2.0
Centrífuga de eje suspendido, sobre eje cerca del depósito.	0.5
Centrífuga, conexión suspendida, colgada.	0.3
<p>F. S. Factor de servicio</p> <p>Vibración efectiva = medida de una amplitud simple, en pulgadas, multiplicada por el factor de servicio.</p> <p>Las máquinas herramientas son excluidas. Los valores son para equipo anclado, cuando no sea así, multiplique el factor de servicio por 0.4 y use el producto como factor de servicio.</p> <p>Precaución: La vibración es medida sobre los soportes, excepto donde se indique otra cosa.</p>	

Tabla N° 1. Factores de servicio (Tomada de Richart et al, 1970).

Velocidad horizontal pico (pulg/seg)	Operación de la máquina
<0.005	Extremadamente suave
0.005 - 0.010	Muy suave
0.010 - 0.020	Suave
0.020 - 0.040	Muy buena
0.040 - 0.080	Buena
0.080 - 0.160	Regular
0.160 - 0.315	Ligeramente agitada
0.315 - 0.630	Agitada
> 0.630	Muy agitada

Tabla N° 2. Vibración en general de maquinaria. Datos de severidad (Tomada de Richart et al, 1970)

2.1.1 EFECTO SOBRE LAS ESTRUCTURAS

Este efecto es importante no sólo en las estructuras que contienen al equipo o maquinaria que origina las vibraciones, sino además en las estructuras aledañas al sitio en el que se instala el equipo.

Generalmente los límites que se utilizan para evitar los daños a las estructuras, están basados en las experiencias obtenidas de las detonaciones de explosivos. Aunque el límite inferior marcado en la figura 2, denotado “ligeramente peligroso a estructuras”, representa una velocidad pico de 3 pulg/seg, en la práctica, es usual limitarlo a 2 pulg/seg. El Departamento de Minas de los Estados Unidos señala que para evitar daños a estructuras debidas a detonaciones, para frecuencias menores de 3 ciclos por segundo, la velocidad máxima debe ser menor a 2 pulg/seg, y arriba de esta frecuencia, la aceleración máxima no debe exceder de 0.1 g.

Cuando las condiciones de falla están gobernadas por los límites de velocidad o aceleración máximas, Richart y Hall recomiendan dibujar esta información en un diagrama tripartita como el de la figura 4, donde se pueden leer simultáneamente los valores límite de la velocidad, el desplazamiento o la aceleración. En esta figura se muestran los siguientes límites:

- ◆ Para personas (vibraciones poco perceptibles y molestas)
- ◆ Los límites de Rausch para máquinas y cimentaciones de máquinas
- ◆ El criterio del Departamento de Minas de los Estados Unidos
- ◆ Dos zonas aseguradas que describen la posibilidad de daño estructural, en particular sobre paredes.

A este tipo de diagrama se le conoce como “Espectro de Respuesta”.

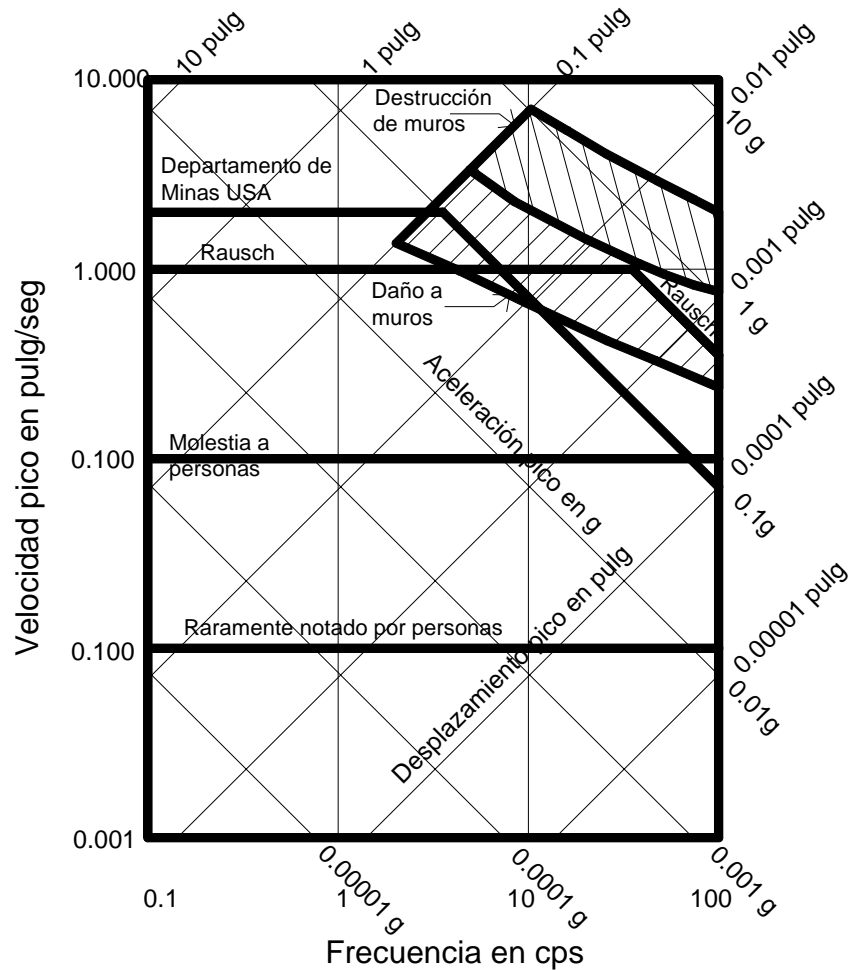


Figura N° 4. Espectro de respuesta para los límites de vibración

2.1.2 EFECTO EN LOS HUMANOS

Cuando el diseño de un sistema suelo - cimentación involucra la consideración de personas en la vecindad inmediata, el problema se torna complejo. El primer punto a ser establecido es el del nivel de vibración tolerable para el área en la que se ubicará el personal que operará la máquina y el segundo, es asegurarse que estos niveles pueden darse para los rangos de vibración producidos por la máquina y para el terreno de cimentación existente.

El efecto principal de las vibraciones en las personas que trabajan en o cerca de las instalaciones de una máquina, se refiere a las molestias físicas y psicológicas que en ellas se producen y que afectan necesariamente sus rendimientos. Estas molestias varían un poco de una persona a otra, y a la vez son función de la posición respecto a la máquina en la que trabaja cada persona (ref. 17 en 18). La figura 5 muestra un sistema mecánico que representa al cuerpo humano; parado sobre una superficie que vibra verticalmente; a través del análisis de este modelo es posible comprender la razón por la cual los efectos en una persona son función, además de la magnitud de los movimientos transmitidos, de las frecuencias de excitación. La figura 6 muestra los niveles de vibración, en términos de la aceleración media y la frecuencia de excitación, en los cuales se produce una igual

eficiencia en los individuos al desarrollar trabajo; cuando se rebasan los tiempos de exposición indicados en esta figura, en la mayoría de las situaciones se origina fatiga y una deficiencia en el rendimiento de los trabajadores.

La figura 7 muestra algunas curvas usadas como criterio para el análisis de respuesta dinámica; estas curvas indican las zonas de diferente sensibilidad para personas, con rango de imperceptible a severo; estas categorías corresponden a personas paradas sujetas a vibraciones verticales.

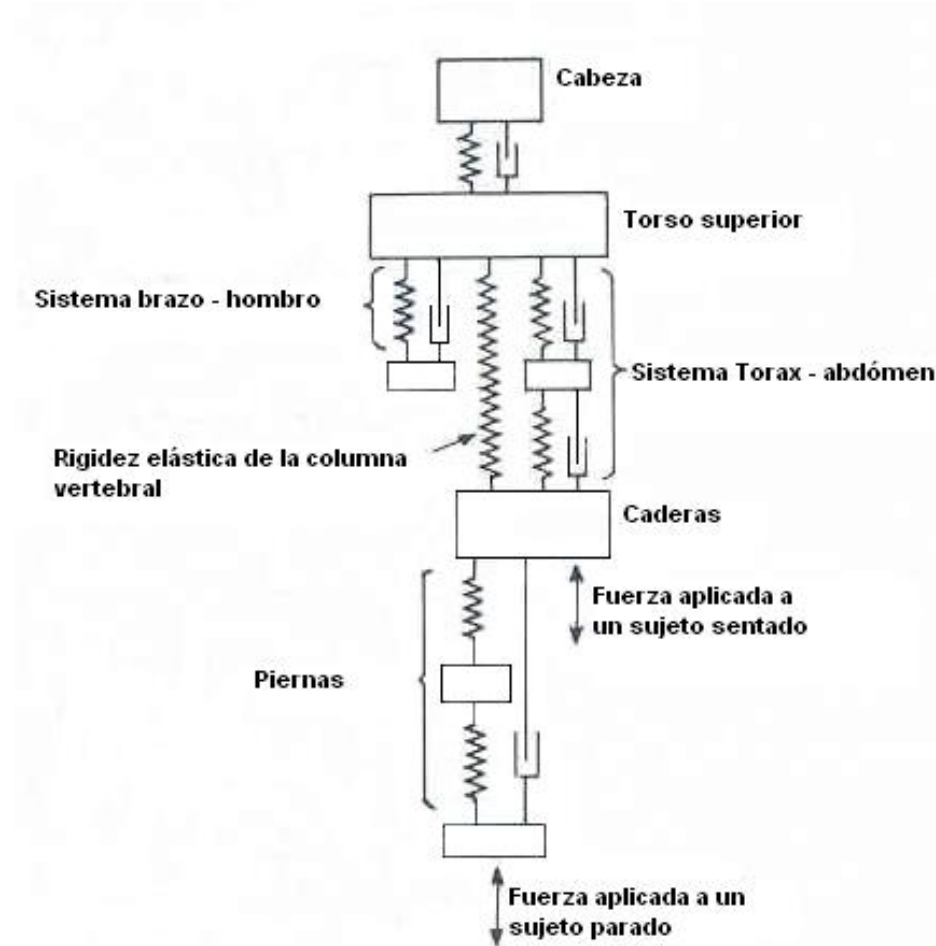


Figura N° 5. Sistema mecánico simplificado que representa al cuerpo humano.

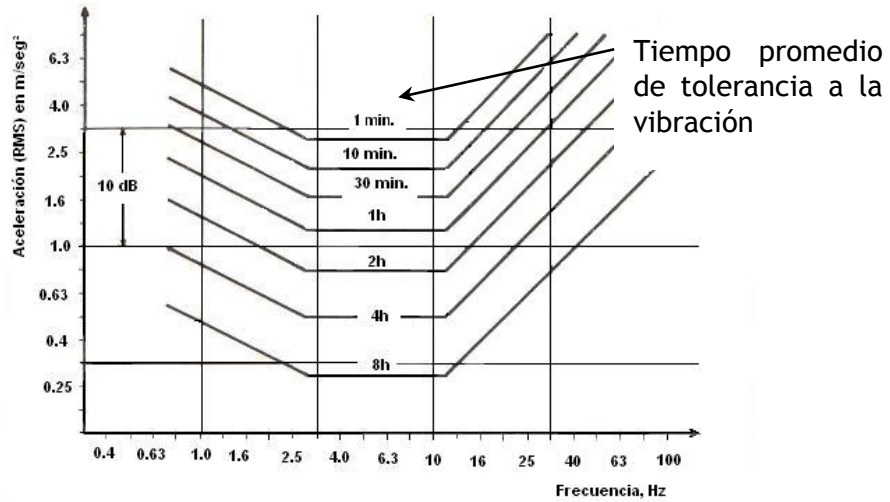


Figura N° 6. Niveles de vibración que producen iguales tiempos de eficiencia.

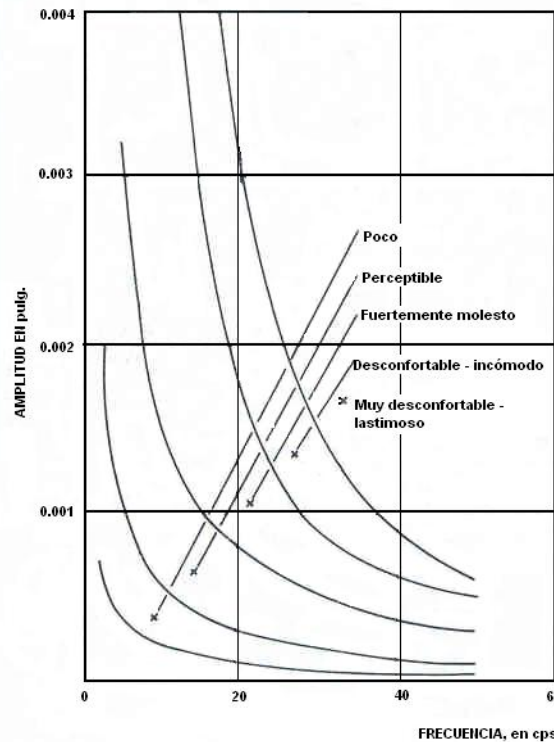


Figura N° 7. Efecto de las amplitudes de vibración en las personas.

2.2 ACCIONES SOBRE LA CIMENTACIÓN

La cimentación de cualquier maquina, debe ser diseñada de manera que soporte sin problema las acciones a las que será impuesta durante toda su vida útil. Las acciones que se generan sobre la cimentación, pueden variar de máquina a máquina; sin embargo de manera general las acciones que gravitan sobre la cimentación pueden ser definidas como sigue:

2.2.1 ACCIONES PERMANENTES

Las acciones permanentes se refieren al peso propio de todos los elementos de la cimentación. Se considera también el peso de todo el equipo que acompaña a la máquina y en su caso todas las instalaciones tales como las tuberías y/o racks que deban colocarse sobre la cimentación. Generalmente, el peso muerto de la máquina es un dato proporcionado por el fabricante del equipo.

Los fabricantes de las máquinas, algunas veces recomiendan con base en su experiencia, considerar cierto peso de la cimentación, por ejemplo, si la máquina es rotatoria, que la masa del bloque sea de 3 a 5 veces la masa de la máquina (ref. 19), lo cual es una regla claramente obsoleta e insegura, porque al incrementar la masa, se modifica la frecuencia natural y se reduce la relación de amortiguamiento por radiación (ref. 20).

2.2.2 ACCIONES VARIABLES

Las acciones variables se refieren a aquellas acciones que varían su intensidad y/o en ocurrencia con el tiempo. Es recomendable considerar por lo menos 1 t/m² (ref. 21) o la que se indique en los reglamentos o códigos locales.

2.2.3 CARGA DE PAR (TORQUE) NORMAL

En el caso de turbogeneradores, las fuerzas de vapor desarrolladas en cada sección de la máquina, imponen un par sobre los soportes, en dirección contraria a la rotación del rotor. El par normal de operación sobre el estator del generador es en la misma dirección que la rotación del rotor. La magnitud del par depende de la velocidad, masa y potencia de la sección de la turbina.

2.2.4 ACCIONES TÉRMICAS

Los cambios de temperatura por funcionamiento propio de la maquinaria, causan expansiones y contracciones, estos efectos hacen que en algunos casos, estos movimientos sean transmitidos a sus apoyos. Cuando los apoyos no están debidamente lubricados, se pueden inducir esfuerzos adicionales a la cimentación.

Los esfuerzos y deflexiones originadas por el gradiente térmico dentro de la cimentación debido a las elevadas temperaturas en las superficies cercanas a la máquina, generalmente no son tomados en cuenta en el diseño.

Las deflexiones adicionales debidas a la expansión térmica de la cimentación, pueden ser importantes; sin embargo, su evaluación cuantitativa no se realiza y generalmente es estimada por el fabricante, basada en sus mediciones de campo, efectuadas en instalaciones previas.

En algunos casos, sobre todo en maquinas de baja vibración, se puede realizar una medición de las deflexiones durante la etapa de prueba del equipo.

2.2.5 ACCIONES DINÁMICAS

Antes de que un diseño para la cimentación de una máquina se lleve a cabo, es necesario obtener tanta información como sea posible de la magnitud y características de las acciones dinámicas involucradas, además de las estáticas. A menudo esta es una tarea muy difícil debido a que los fabricantes no desean admitir que pueda existir algún desbalanceo de fuerzas en su equipo. Las fuerzas dinámicas que produce una máquina pueden originarse por causas muy diversas, las cuales dependen del tipo, modelo, instalaciones y mantenimiento de la máquina.

Dentro de las causas comunes que producen la vibración de una máquina se tienen:

- ◆ La rotación de uno o más elementos de la máquina, lo cual origina la fluctuación de fuerzas internas que actúan sobre los soportes que sostienen al equipo.
- ◆ El desbalanceo que prácticamente siempre existe en una maquinaria, debido a que el centro de masas no coincide exactamente con el centro o eje de rotación.
- ◆ El desgaste de las piezas origina un desbalanceo que produce fuerzas y momentos muy importantes.
- ◆ El o los movimientos provocados por la cimentación de la propia máquina o del equipo complementario.
- ◆ Existen algunas otras causas de vibración debidas por ejemplo a la combinación de las masas y rigideces estructurales, a las reacciones entre los apoyos sujetos a diferentes fuerzas internas.

La determinación de la magnitud y tipo de fuerzas dinámicas que actúan en el sistema es fundamental para el correcto análisis. En los párrafos siguientes se describen las características principales de las fuerzas de desbalanceo en máquinas rotatorias y reciprocantes.

a) Máquinas rotatorias

Las máquinas rotatorias se diseñan para operar a velocidad constante por largos períodos de tiempo; se incluyen las turbinas, compresores axiales, bombas centrífugas, turbogeneradores y ventiladores.

Aunque teóricamente es siempre posible balancear las partes móviles a fin de evitar fuerzas por desbalanceo, en la práctica existe siempre una porción cuya magnitud depende de factores que involucran el diseño, la fabricación, la instalación y el mantenimiento del equipo. Estos factores pueden incluir un eje de rotación que no pasa por el centro de gravedad de las componentes que giran, un eje de rotación que no pasa por el eje principal de inercia de la unidad, lo cual origina pares longitudinales, deflexión gravitacional de la flecha, desalineamiento durante la instalación, daño, corrosión, desgaste de las partes móviles o simplemente debido al apretado impropio de los componentes que constituyen la máquina.

Las acciones transmitidas a la cimentación son de tipo senoidal y pueden expresarse por:

$$Q = Q_o \text{sen}(\omega \cdot t) \tag{1}$$

En la cual Q_o puede ser una constante o una función de la frecuencia de rotación (ω). La fuerza en función de la frecuencia está dada por:

$$Q_o = m_e e \omega^2 \tag{2}$$

donde:

- Q_o Fuerza desbalanceada
- m_e Masa total desbalanceada
- e Excentricidad
- ω frecuencia de excitación

La figura 8 muestra una forma típica de disminuir las fuerzas más simples por desbalanceo.

Bastará determinar la excentricidad, pues la masa total y la frecuencia generalmente son propias del sistema y proporcionadas por el fabricante, para estimar la magnitud de la fuerza de desbalanceo. En casos en los que el origen de las fuerzas por desbalanceo sea más complicado, se requiere de instrumentación especial para detectar las causas y medir la magnitud de tales fuerzas.



Figura N° 8. Procedimiento más simple de balanceo.

La fuerza centrípeta desarrollada por el giro de una sola masa rotatoria (ec. 3, figura 9a), puede representarse por un vector dirigido hacia el centro de rotación. Cuando se tienen dos masas girando en ejes paralelos dentro de un mismo mecanismo se puede producir una fuerza oscilatoria en una determinada dirección. La figura 9-b ilustra la manera como dos masas que giran en sentido opuesto se pueden sincronizar de manera que las componentes horizontales se cancelan, pero las verticales se sumarán; en este caso, si cada masa vale m_1 y la excentricidad es e , la fuerza vertical producida es:

$$Q = 2m_1e\omega^2\sin\omega t \tag{3}$$

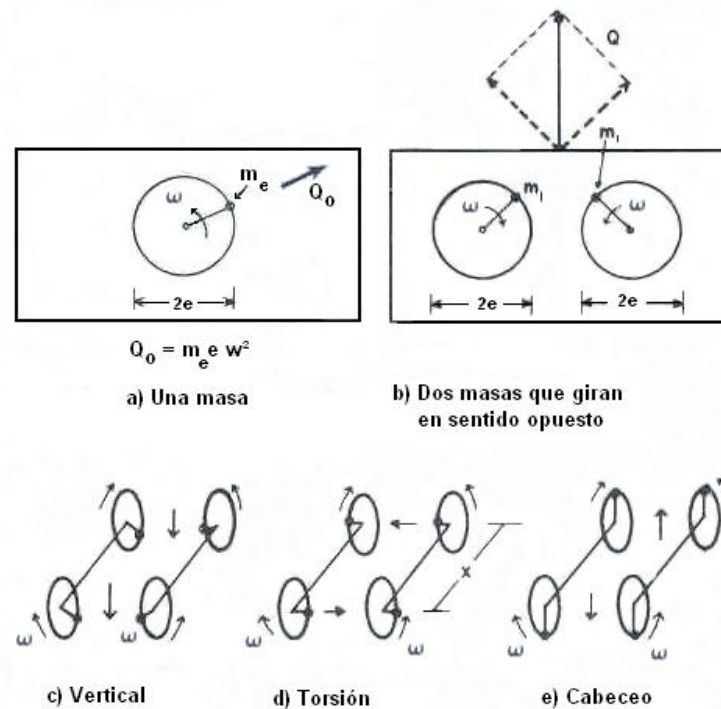


Figura N° 9. Fuerzas de excitadores con masas rotatorias.

En el mecanismo de varios vibradores es frecuente utilizar cuatro masas excéntricas iguales que se arreglan de manera que exista una de ellas en cada extremo de dos ejes paralelos. De acuerdo con el arreglo que se les dé a estas masas, se puede producir una fuerza cíclica vertical (figura 9-c), un par torsionante (figura 9-d) o un momento de cabeceo (figura 9-e). En los dos últimos casos el par torsionante o de cabeceo está dado por:

$$M = 4m_1e \frac{d}{2} \omega^2 \sin\omega t \tag{4}$$

Donde:

d es la distancia entre los extremos de cada eje.

Es notorio que en las tres expresiones anteriores, para valores fijos de las excentricidades, la magnitud de las fuerzas o pares varía en función del cuadrado de la frecuencia de excitación.

b) Máquinas reciprocantes

Las máquinas de combustión interna, compresoras y bombas de pistón, máquinas de vapor y otros tipos de máquinas que involucren un mecanismo de manivela-pistón, producen fuerzas reciprocantes. El mecanismo de manivela transforma un movimiento reciprocante en un movimiento rotatorio y viceversa. Una vez que el peso y el centro de

gravidad de cada una de las partes móviles han sido determinados, se pueden evaluar las fuerzas resultantes.

El mecanismo básico de una manivela se muestra en la figura 10. Consiste de un pistón que se mueve verticalmente dentro del cilindro que sirve como guía, una manivela de longitud r , que gira alrededor del eje o y una varilla de longitud L , unida al pistón en el punto p y a la manivela en el punto C . Se nota que, mientras el punto p se mueve longitudinalmente, el punto C se mueve circularmente a una velocidad ω , en consecuencia los puntos intermedios tienen un movimiento elíptico.

Al conocerse la velocidad angular ω de la manivela, es posible determinar el desplazamiento del pistón en cualquier instante de tiempo t y en consecuencia pueden obtenerse la velocidad y la aceleración con las expresiones siguientes:

$$Z_p = \left(r + \frac{r^2}{4L} \right) - r \left(\cos \omega t + \frac{r}{4L} \cos 2\omega t \right) \quad (5)$$

$$\dot{Z}_p = r\omega \left(\sin \omega t + \frac{r}{2L} \sin 2\omega t \right) \quad (6)$$

$$\ddot{Z}_p = r\omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{r}{L} \cos 2\omega t \right) \quad (7)$$

Al multiplicar las expresiones (6 y 7) por la masa del pistón, se obtienen respectivamente, las fuerzas de impacto y de inercia que el pistón produce al moverse.

Obsérvese en las dos últimas expresiones que uno de los términos de la derecha, varía con la frecuencia de rotación, mientras que el segundo término varía con el doble de dicha frecuencia y su valor depende de la relación $\frac{r}{L}$; al primero de estos términos se le conoce como término primario y al segundo como término secundario. La importancia del término secundario es establecida por la relación $\frac{r}{L}$, si la longitud de la varilla tiende a infinito, el término secundario desaparece y el pistón se mueve en movimiento armónico. En el caso de una varilla de longitud finita, el movimiento del pistón es periódico, pero no armónico. La figura 11, muestra la influencia que tiene, en la aceleración del pistón, el término secundario sobre el primario para relaciones $\frac{r}{L} = 0.25$.

Si existen fuerzas de desbalanceo en la flecha, éstas pueden ser sustituidas por el efecto de una masa concentrada en el muñón (punto C), la cual produce las mismas fuerzas de inercia que el sistema original.

El movimiento vertical del punto C en la figura 10, está dado por:

$$Z_c = r(1 - \cos \omega t) \quad (8)$$

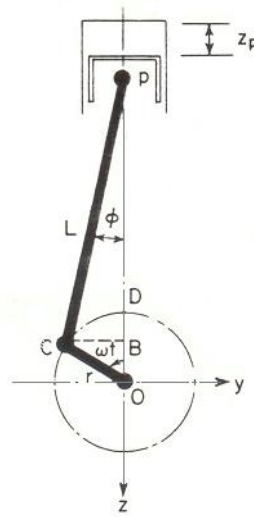


Figura N° 10. Mecanismo de manivela.

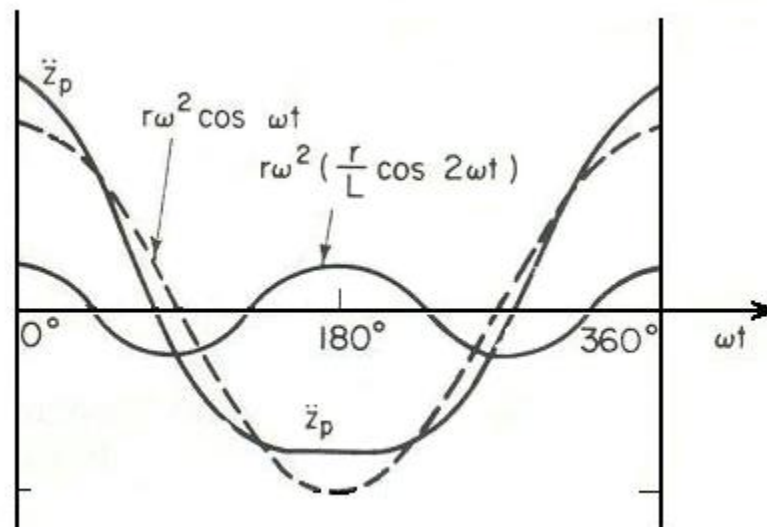


Figura N° 11. Aceleración del pistón como función del ángulo de rotación de la manivela, para $r/L = 0.25$

y la velocidad y aceleración son:

$$\dot{z}_c = r\omega \text{sen}\omega t \tag{9}$$

$$\ddot{z}_c = r\omega^2 \text{cos}\omega t \tag{10}$$

y las componentes horizontales:

$$y_c = -r \cdot \text{sen}\omega t \tag{11}$$

$$\dot{y}_c = -r\omega \cos \omega t \quad (12)$$

$$\ddot{y}_c = r\omega^2 \sin \omega t \quad (13)$$

Si se considera una porción de la masa de la barra conectora como parte del pistón y la otra porción como parte de la masa que gira en la articulación C , la masa total del sistema manivela pistón se puede dividir en una masa que se mueve en forma recíprocante (m_{rec}), y en otra que se mueve en forma rotatoria (m_{rot}). En estas circunstancias y tomando en consideración las ecuaciones (7, 10 y 13) de aceleración, la fuerza inercial vertical está dada por:

$$F_z = (m_{rec} + m_{rot}) \cdot r\omega^2 \cos \omega t + m_{rec} \frac{r^2}{L} \omega^2 \cos 2\omega t \quad (14)$$

y la horizontal por:

$$F_y = m_{rot} r\omega^2 \sin \omega t \quad (15)$$

Es conveniente observar que mientras la fuerza vertical tiene una componente “primaria” actuando a la misma velocidad de rotación y una componente “secundaria” actuando al doble de esa frecuencia, la componente horizontal sólo tiene componente primaria.

Al tomar en cuenta la geometría y las consideraciones antes descritas, el momento alrededor del eje o (figura 10), representa al momento que actúa en el eje de rotación.



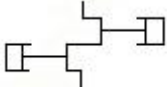
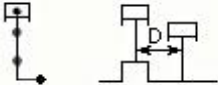

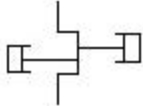
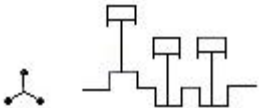
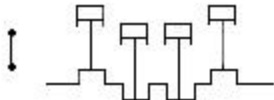
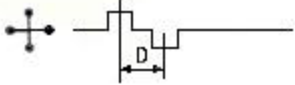
Su magnitud está dada por:

$$M = -m_{rec} \omega^2 r^2 \sin \omega t \left(\frac{r}{2L} + \cos \omega t + \frac{3r}{2L} \cos 2\omega t \right) \quad (16)$$

Con el “contrabalanceo” las fuerzas de inercia debidas a las masas rotatorias pueden ser reducidas o eliminadas completamente. Normalmente esto se hace en el diseño de máquinas de combustión interna, en los compresores y en las bombas, sin embargo, las masas recíprocantes aún producen desbalanceo en un sistema simple como el mostrado en la figura 10. Por lo tanto, una máquina de un solo cilindro es siempre desbalanceada.

En máquinas y compresores de varios cilindros es posible arreglar los cilindros de manera que se minimicen las fuerzas desbalanceadas. La tabla 3 muestra las fuerzas desarrolladas por máquinas de varios cilindros, para diferentes arreglos de manivela y número de cilindros. Para una máquina particular, las fuerzas desbalanceadas primaria y secundaria, así como los momentos, deben ser proporcionados por el fabricante, debido a que estas cantidades fueron empleadas en el diseño de la máquina.

Es importante mencionar que la tabla 3 muestra las fuerzas desbalanceadas desarrolladas por máquinas de varios cilindros, que tienen el mismo diámetro y golpe en cada uno de ellos.

ARREGLOS DE MANIVELA	FUERZA		PARES DE FUERZAS	
	PRIMARIA	SECUNDARIA	PRIMARIA	SECUNDARIA
Manivela sencilla 	F' sin contrapesos 0.5 F' con contrapesos	F''	Cero	Cero
Dos manivelas a 180° Cilindros en línea  Cilindros opuestos 	0	2F''	F'D sin contrapesos 0.5 F'D con contrapesos	Cero
Dos manivelas a 90° 	(1.41)F' sin contrapesos 0.707 F' con contrapesos	0	(1.41)F'D sin contrapesos 0.707 F'D con contrapesos	F''D
Dos cilindros en una manivela Cilindros a 90° 	F' sin Contrapesos 0 con contrapesos	1.41 F''	Nada	Nada
Dos cilindros en una manivela Cilindros opuestos 	2 F' sin contrapesos F' con contrapesos	0	Cero	Nada
Tres manivelas a 120° 	0	0	3.46 F'D sin contrapesos 1.73 F'D con contrapesos	3.46 F'' D
Cuatro cilindros Manivelas a 180°  Manivelas a 90° 	0	0	0	0
	0	0	1.41 F'D sin contrapesos 0.707 F'D con contrapesos	4 F'' D


<p>Seis cilindros</p> 	0	0	0	0
---	---	---	---	---

Tabla N° 3. Fuerzas desbalanceadas y pares de fuerzas para diferentes arreglos de manivelas (Richart, 1970).

- L longitud de la varilla en pulg
- D Distancia entre centros de cilindros en pulg
- F' $0.0000284 r W (\text{rpm})^2 = \text{Primaria}$
- r radio de la manivela (pulg)
- W peso recíprocante de un cilindro (lb)
- $F'' \quad \frac{r}{L} F' = \text{Secundaria}$

3 ANÁLISIS DEL PROBLEMA

En general, la investigación de vibraciones de una cimentación masiva que se apoya sobre un suelo, puede ser estudiada como la respuesta de un bloque sólido que descansa sobre un sólido elástico semi-infinito; por lo tanto, es necesario hacer algunas consideraciones:

- ✓ Se asume que existe una relación lineal entre el suelo que reacciona sobre una cimentación vibratoria y el desplazamiento de la cimentación.
- ✓ El suelo que subyace a la cimentación no tiene propiedades inerciales, sólo elásticas.
- ✓ El bloque de cimentación, sólo tiene propiedades inerciales y no elásticas.
- ✓ Cuando el bloque de cimentación se encuentra parcial o totalmente embebido en el terreno, las reacciones elásticas del suelo actúan en la base de la cimentación y también a lo largo de las superficies laterales.

El problema de la respuesta dinámica de una cimentación masiva para soportar una máquina se plantea como sigue:

Dada la cimentación de la máquina mostrada en la figura 1, sometida a la acción de fuerzas dinámicas P y M producidas por el funcionamiento propio de la máquina. Las seis sollicitaciones dinámicas que actúan sobre un bloque de cimentación rígida son:

- ✓ Una fuerza horizontal (P_x) que actúa en la dirección longitudinal de la cimentación.

- ✓ Una fuerza lateral (P_y), que actúa en la dirección transversal.
- ✓ Una fuerza vertical (P_z)
- ✓ Un momento de cabeceo (M_x), alrededor del eje longitudinal X.
- ✓ Un momento de cabeceo (M_y), alrededor del eje transversal Y.
- ✓ Un Momento torsionante (M_t), alrededor del eje Z.

La respuesta del sistema ante estas acciones está constituida por seis grados de libertad: tres desplazamientos (dos horizontales y uno vertical) y tres rotaciones (dos de cabeceo y uno de torsión). Los desplazamientos se designan como modos de vibración traslacional y los originados por los momentos, se denominan como modos rotacionales.

En el caso de cimentaciones superficiales (figura 12) se asume que la reacción total del suelo para cada uno de los tres modos traslacionales siempre pasa a través del centroide de la superficie de contacto de la cimentación.

De manera general, es posible que el centro de gravedad del sistema masa - cimentación no coincida con el centro de gravedad de la superficie de contacto, por lo que los seis modos de vibración están acoplados y se estudian juntos.

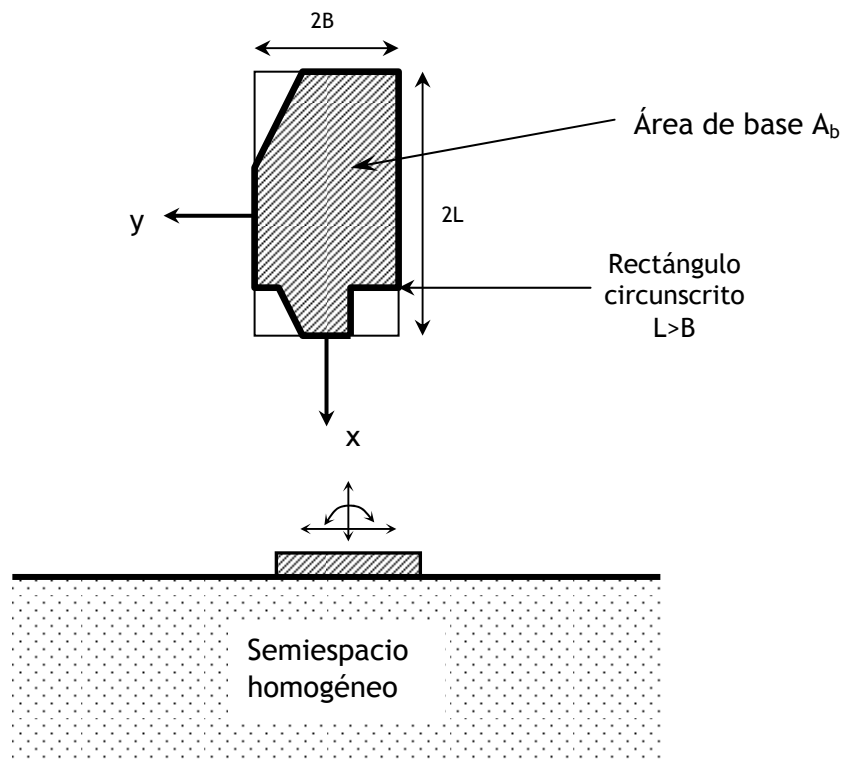


Figura N° 12. Planta y sección de una cimentación superficial de geometría arbitraria.

Para las cimentaciones embebidas en el terreno de cimentación, el caso es más complicado. En la figura 13, se muestra una cimentación rígida y masiva, con igual profundidad de contacto a lo largo de todo su perímetro.

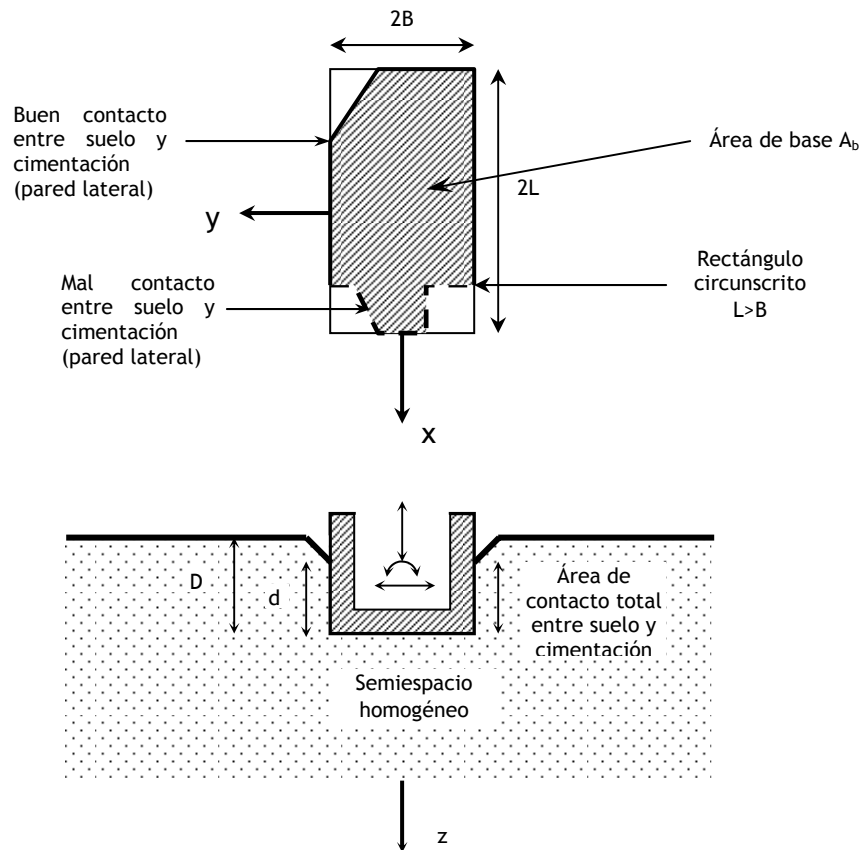


Figura N° 13. Cimentación con geometría arbitraria, embebida en el terreno

La superficie de contacto suelo cimentación puede presentar cualquier geometría, con lo cual, la posición de su centro de gravedad puede no coincidir con el centroide global de la masa cimentación - máquina. En este caso, nuevamente los modos de traslación y de rotación se encuentran acoplados.

Algunas de las razones que pueden generar la desviación de la simetría de cargas o geométrica son las siguientes:

- ✓ Existe un eje vertical de simetría pero el centro de gravedad de la masa no cae sobre él.
- ✓ La superficie de contacto de la cimentación no es simétrica.
- ✓ La profundidad de empotramiento o la calidad del contacto entre la cimentación y el suelo no es la misma para los diversos lados.

Por lo tanto, para el caso general de geometría arbitraria, parcial o totalmente embebida en el terreno de cimentación, se considerará en lo siguiente, el completo acoplamiento de los seis modos de vibración.

La solución de este problema se rige por tres principios básicos de la mecánica aplicada:

- ✓ El principio de equilibrio dinámico, el cual relaciona las fuerzas externas P con las internas R.
- ✓ El principio de continuidad, el cual relaciona los desplazamientos con las deformaciones.
- ✓ El principio de las relaciones esfuerzo-deformación, las que están dadas por la naturaleza de las propiedades del suelo de cimentación y su respuesta a solicitaciones dinámicas.

3.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Comúnmente, las cimentaciones de máquinas son construidas como bloques rígidos de concreto reforzado, los cuales responden a las fuerzas dinámicas a partir de las deformaciones del terreno que las soporta.

Una cimentación con geometría arbitraria en planta, de área A_b , parcial o totalmente embebida en un semiespacio elástico y homogéneo (figura 14), está sometida a fuerzas y momentos armónicos de la forma:

$$V = V_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (17)$$

Donde:

V	Fuerza armónica
V_0	Amplitud de la fuerza
e	base de logaritmos naturales
ω	Frecuencia circular en rad/seg
φ	Ángulo de fase en radianes
t	Tiempo en segundos
i	$\sqrt{-1}$

La figura 14, muestra el modelo propuesto para análisis, en el que se observa que se emplea un bloque con las mismas propiedades y geometría que la cimentación original, sólo que sin masa (ref. 22).

Las fuerzas y momentos para el modelo de cimentación equivalente, son las reacciones dinámicas del suelo R_x y R_y (horizontal), R_z (vertical), R_{cx} y R_{cy} (cabeceo) y R_t (torsión). Para cada uno de los seis modos de vibración, es posible definir una rigidez dinámica equivalente K y un coeficiente de amortiguamiento por radiación, C. Por ejemplo, en la figura 14, para el modo vertical; $K = K_z$, $C = C_z$. Se define también a la rigidez compleja vertical:

$$k_z = K_z + i\omega C_z = \frac{R_z}{u_z} \quad (18)$$

Donde: $u_z = \bar{u}_z e^{i(\omega t + \phi)}$ es el desplazamiento complejo vertical de la cimentación actual y k_z es la rigidez compleja vertical. Cinco expresiones similares a la ecuación 18, definen a k para los modos restantes, a partir de los correspondientes K y C , para cada modo de vibración.

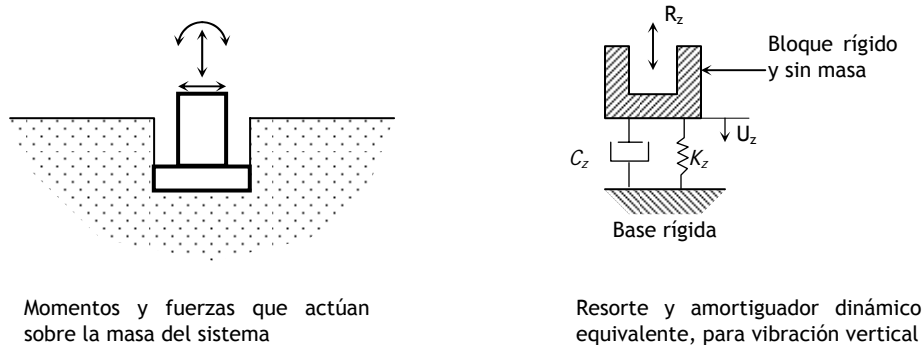


Figura N° 14. Cimentación real y su modelo para análisis

Los símbolos asignados a los pares restantes son: K_z , C_z para el modo vertical, K_x , C_x para el modo longitudinal; K_y , C_y para el modo lateral; K_{cx} , C_{cx} para el modo de cabeceo alrededor del eje longitudinal; K_{cy} , C_{cy} para el modo de cabeceo alrededor del eje lateral y; K_t , C_t para el modo torsional.

Es importante mencionar que, las rigideces y los amortiguamientos son función de la frecuencia de excitación ω , así como de las características de la cimentación y de las distribuciones de presiones en el contacto suelo-cimiento (en la base o en el contacto lateral) y de las propiedades dinámicas del semiespacio (ref. 23, 24).

La ecuación 18, puede ser interpretada como sigue: La componente real K_z llamada “rigidez dinámica”, refleja la rigidez e inercia del suelo de apoyo; su dependencia con la frecuencia es atribuida solamente a la influencia que ejerce sobre la inercia, dado que las propiedades del suelo son en gran medida independientes de la frecuencia. La componente imaginaria ωC_z , refleja los dos tipos de amortiguamiento -amortiguamiento del material y el debido a la radiación- generada en el sistema-. El primero de ellos, corresponde a la energía disipada en el suelo por la acción histerética y el segundo, por la energía acarreada por la propagación de las ondas en el medio.

Para cimentaciones de forma arbitraria, (como las mostradas en la figura 15), el modelo propuesto por Dobry plantea definir un rectángulo circunscrito, con dimensiones $2B \times 2L$. La idea general es la de alinear la mayor dimensión de la cimentación con la longitud del rectángulo circunscrito y la menor con su ancho. En los casos en los que esto no resulte obvio, deberá emplearse el juicio ingenieril para delimitarlo.

La figura 16, muestra un esquema tridimensional de una cimentación rectangular embebida en el terreno de cimentación. El sistema es excitado por seis fuerzas dinámicas (fuerzas y momentos), aplicadas en el centro de gravedad del sistema (masa de la cimentación más la del equipo). En la misma figura se muestran las rigideces y amortiguamientos dinámicos equivalentes, para los seis modos de vibrar del sistema, representados por las rigideces complejas.

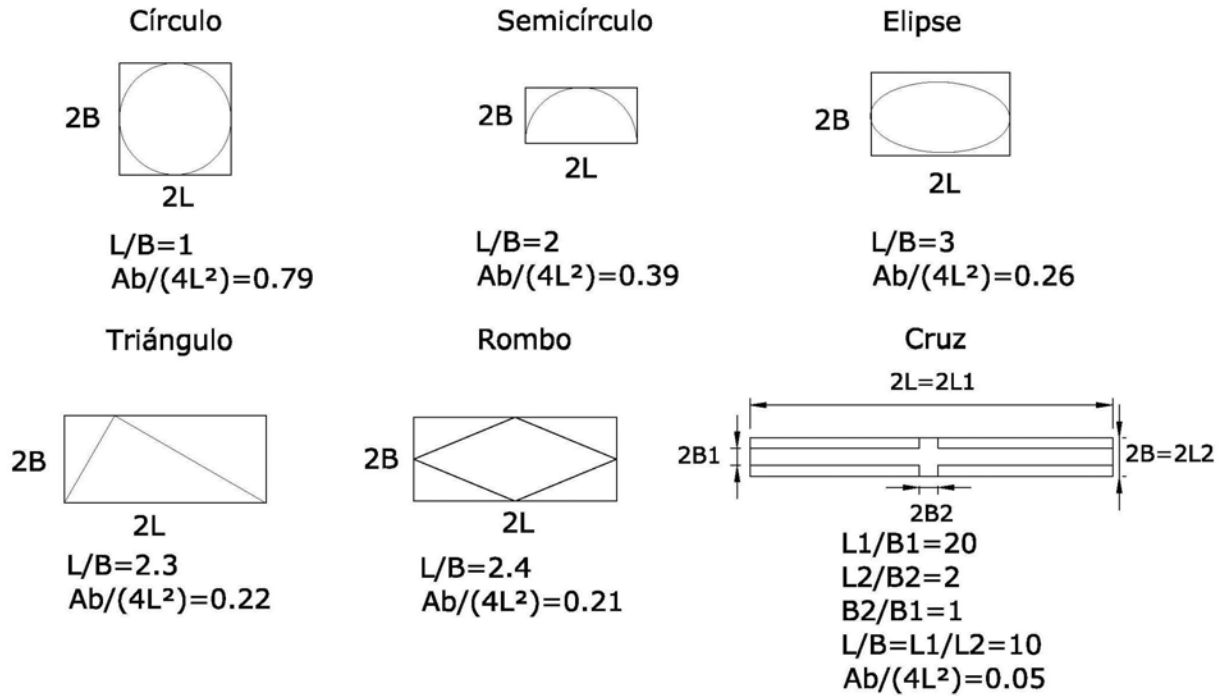


Figura N° 15. Ejemplos de formas arbitrarias y su correspondiente rectángulo circunscrito

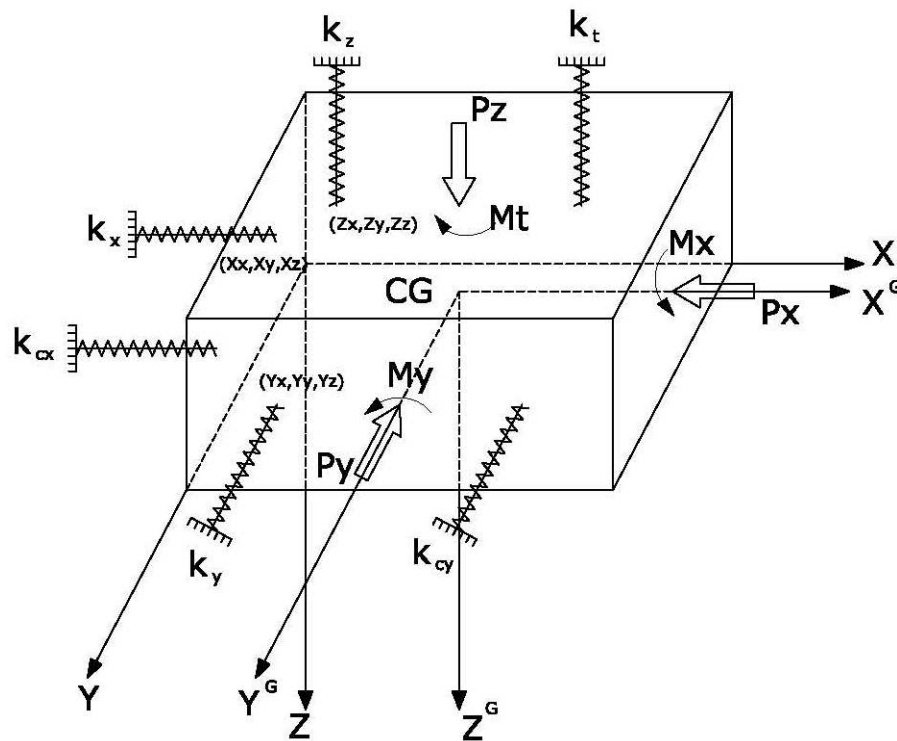


Figura N° 16. Dibujo del modelo para el sistema 6 X 6.

En la figura 16, el sistema coordenado (X^G, Y^G, Z^G) pasa por el centroide y es paralelo al sistema coordenado (x, y, z) ; X_x, X_y y X_z son las coordenadas, en este nuevo sistema del punto de aplicación de la rigidez compleja k_x . La ubicación de esta rigidez compleja, define la posición de la rigidez K_x y de la constante de amortiguamiento C_x . En el capítulo siguiente, se hablará del amortiguamiento histéretico (β) y el nuevo valor de amortiguamiento se considera que actúa en el mismo punto.

De la misma forma, el punto en el cual se aplica el resorte K_y y el coeficiente de amortiguamiento C_y tiene las coordenadas Y_x, Y_y, Y_z , y el punto en el cual se considera el resorte K_z y el amortiguador C_z tiene las coordenadas Z_x, Z_y y Z_z . Las rigideces complejas de cabeceo y torsional se aplican directamente sobre el centroide la cimentación.

Las ecuaciones dinámicas que gobiernan el movimiento del sistema, se describen en los párrafos siguientes, y en lo subsecuente, se consideran las variables u, v y w como los desplazamientos horizontales y verticales en las direcciones x, y , y z respectivamente.

En los seis pasos siguientes, se proponen las ecuaciones dinámicas en forma independiente y posteriormente se procede a su ensamble.

- Para un desplazamiento complejo u del sistema, las fuerzas y momentos complejos resultantes son:

Fuerza de inercia: $m\ddot{u}$

Fuerza resorte-amortiguador: $k_x u$

Momento resultante alrededor del eje y : $k_x u x_z$

Momento resultante alrededor del eje z : $-k_x u x_y$

m = masa del sistema y, $k_x = K_x + i\omega C_x$

- Para un desplazamiento complejo v del sistema, las fuerzas y momentos complejos resultantes son:

Fuerza de inercia: $m\ddot{v}$

Fuerza resorte-amortiguador: $k_y v$

Momento resultante alrededor del eje x : $-k_y v y_z$

Momento resultante alrededor del eje z : $k_y v y_x$

$k_y = K_y + i\omega C_y$

- Para un desplazamiento complejo w del sistema, las fuerzas y momentos complejos resultantes son:

Fuerza de inercia: $m\ddot{w}$

Fuerza resorte-amortiguador: $k_z w$

Momento resultante alrededor del eje x : $k_z w z_y$

Momento resultante alrededor del eje y : $-k_z w z_x$

$$k_z = K_z + i\omega C_z$$

- Si se tiene una rotación compleja, θ_x , alrededor del eje x, las fuerzas y momentos complejos resultantes serán:

Momento de inercia: $I_x \ddot{\theta}_x$

Momento resultante resorte - amortiguador: $k_{cx} \theta_x$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_y : $-k_y (y_z \theta_x)$

Momento resultante alrededor de x: $k_y \theta_x y_z^2$

Momento resultante alrededor de z: $-k_y \theta_x y_x y_z$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_z : $k_z (z_y \theta_x)$

Momento resultante alrededor de x: $k_z \theta_x z_y^2$

Momento resultante alrededor de y: $-k_z \theta_x z_x z_y$

I_x es el momento de inercia de masa, alrededor del eje x, y $k_{cx} = K_{cx} + i\omega C_{cx}$

- Si se tiene una rotación compleja, θ_y , alrededor del eje y, las fuerzas y momentos complejos resultantes serán:

Momento de inercia: $I_y \ddot{\theta}_y$

Momento resultante resorte - amortiguador: $k_{cy} \theta_y$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_x : $k_x (x_z \theta_y)$

Momento resultante alrededor de y: $k_x \theta_y x_z^2$

Momento resultante alrededor de z: $-k_x \theta_y x_z x_y$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_z : $-k_z (z_x \theta_y)$

Momento resultante alrededor de x: $-k_z \theta_y z_x z_y$

Momento resultante alrededor de y: $k_z \theta_y z_x^2$

I_y es el momento de inercia de masa, alrededor del eje y, y $k_{cy} = K_{cy} + i\omega C_{cy}$

- Finalmente, si se tiene una rotación compleja, θ_z , alrededor del eje z, las fuerzas y momentos complejos resultantes serán:

Momento de inercia: $J \ddot{\theta}_z$

Momento resultante resorte - amortiguador: $k_t \theta_z$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_x : $-k_x (x_y \theta_z)$

Momento resultante alrededor de y: $-k_x \theta_z x_y x_z$

Momento resultante alrededor de z: $-k_x \theta_z x_y^2$

Fuerza resultante del resorte - amortiguador k_y : $k_y (y_x \theta_z)$

Momento resultante alrededor de x: $-k_y\theta_z y_x y_z$

Momento resultante alrededor de z: $k_y\theta_z y_x^2$

J es el momento polar de inercia alrededor del eje z, y $k_t = K_t + i\omega C_t$

El equilibrio de fuerzas paralelas a los ejes x, y, y z dan las ecuaciones siguientes:

$$m\ddot{u} + k_x u + k_x(x_z\theta_y) - k_x(x_y\theta_z) = P_x \quad (19)$$

$$m\ddot{v} + k_y v - k_y(y_z\theta_x) + k_y(y_x\theta_z) = P_y \quad (20)$$

$$m\ddot{w} + k_z w + k_z(z_y\theta_x) - k_z(z_x\theta_y) = P_z \quad (21)$$

Al tomar momentos alrededor de los ejes x, y, y z, tenemos:

$$I_x\ddot{\theta}_x + k_{cx}\theta_x + k_y\theta_x y_z^2 + k_z\theta_x z_y^2 - k_y v y_z + k_z w z_y - k_z\theta_y z_x z_y - k_y\theta_z y_x y_z = M_x \quad (22)$$

$$I_y\ddot{\theta}_y + k_{cy}\theta_y + k_x\theta_y x_z^2 + k_z\theta_y z_x^2 + k_x u x_z - k_z w z_x - k_z\theta_x z_x z_y - k_x\theta_z x_y x_z = M_y \quad (23)$$

$$J\ddot{\theta}_z + k_t\theta_z + k_x\theta_z x_y^2 + k_y\theta_z y_x^2 + k_y v y_x - k_x u x_y - k_x\theta_y x_z x_y - k_y\theta_x y_x y_z = M_t \quad (24)$$

Las expresiones 19 a 24 definen un sistema de seis ecuaciones diferenciales complejas, con seis incógnitas. En forma matricial, el sistema de ecuaciones puede ser reordenado como sigue:

$$[M] \cdot [\ddot{u}] + [k] \cdot [u] = [P] \quad (25)$$

Donde:

$[M]$	Matriz de masa
$[k]$	Matriz de rigideces complejas
$[u]$	Vector de desplazamientos y rotaciones complejos
$[P]$	Vector de fuerzas complejas

Estas matrices y vectores se definen como:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix}; \quad [u] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}e^{i\phi_x} \\ \bar{v}e^{i\phi_y} \\ \bar{w}e^{i\phi_z} \\ \bar{\theta}_x e^{i\phi_{cx}} \\ \bar{\theta}_y e^{i\phi_{cy}} \\ \bar{\theta}_z e^{i\phi_t} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad [P] = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_x e^{i\phi_x} \\ \bar{P}_y e^{i\phi_y} \\ \bar{P}_z e^{i\phi_z} \\ \bar{M}_x e^{i\phi_r} \\ \bar{M}_y e^{i\phi_r} \\ \bar{M}_t e^{i\phi_t} \end{bmatrix} e^{i\omega t}$$

Donde:

- ω frecuencia de excitación
- $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{\theta}_x, \bar{\theta}_y, \bar{\theta}_z$ amplitudes reales del movimiento
- $\bar{P}_x, \bar{P}_y, \bar{P}_z, \bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_t$ amplitudes reales de excitación de las fuerzas y momentos
- φ_a ángulos de fase de los movimientos, (a = x, y, z, cx, cy, t)
- φ_a' ángulos de fase de la excitación de fuerzas y momentos, (a = x, y, z, cx, cy, t)

La matriz de rigideces está dada por:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & k_x x_z & -k_x x_y \\ 0 & k_y & 0 & -k_y y_z & 0 & k_y y_x \\ 0 & 0 & k_z & k_z z_y & -k_z z_x & 0 \\ 0 & -k_y y_z & k_z z_y & k_{cx} + k_y y_z^2 + k_z z_y^2 & -k_z z_x z_y & -k_y y_x y_z \\ k_x x_z & 0 & -k_z z_x & -k_z z_x z_y & k_{cy} + k_x x_z^2 + k_z z_x^2 & -k_x x_y x_z \\ -k_x x_y & k_y y_x & 0 & -k_y y_x y_z & -k_x x_z x_y & k_t + k_x x_y^2 + k_y y_x^2 \end{bmatrix}$$

sustituyendo todas estas ecuaciones y reordenándolas, la ecuación 25, puede ser re-escrita de la forma:

$$[A] \cdot [u] = [P] \tag{26}$$

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix} A(1,1) & 0 & 0 & 0 & k(1,5) & k(1,6) \\ 0 & A(2,2) & 0 & k(2,4) & 0 & k(2,6) \\ 0 & 0 & A(3,3) & k(3,4) & k(3,5) & 0 \\ 0 & K(4,2) & K(4,3) & A(4,4) & K(4,5) & K(4,6) \\ K(5,1) & 0 & K(5,3) & K(5,4) & A(5,5) & K(5,6) \\ K(6,1) & K(6,2) & 0 & K(6,4) & K(6,5) & A(6,6) \end{bmatrix}$$

en la que:

$$A(l, l) = k(l, l) - M(l, l)\omega^2$$

$$[u] = \begin{bmatrix} \bar{u}e^{i\varphi_x} \\ \bar{v}e^{i\varphi_y} \\ \bar{w}e^{i\omega\varphi_z} \\ \bar{\theta}_x e^{i\varphi_{cx}} \\ \bar{\theta}_y e^{i\varphi_{cy}} \\ \bar{\theta}_z e^{i\varphi_t} \end{bmatrix}$$

$$[P] = \begin{bmatrix} \bar{P}_x e^{i\varphi_x} \\ \bar{P}_y e^{i\varphi_y} \\ \bar{P}_z e^{i\varphi_z} \\ \bar{M}_x e^{i\varphi_{cx}} \\ \bar{M}_y e^{i\varphi_{cy}} \\ \bar{M}_t e^{i\varphi_t} \end{bmatrix}$$

Con lo anterior, la ecuación 26 es un sistema lineal complejo de seis ecuaciones con seis incógnitas.

En la solución del sistema, se tienen las siguientes consideraciones:

- Las impedancias k_{ij} donde $i = x, y, z, cx, cy, t, j = x, y, z, cx, cy, t$, y $i \neq j$, son despreciables. Esto es válido porque estamos tratando sólo con cimentaciones superficiales o cimentaciones embebidas (ref. 25).
- Las rotaciones θ_i ($i = x, y, z$) son muy pequeñas, así que: $\sin \theta_i \approx 0$ y $\cos \theta_i \approx 1$.

4 COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO

El primer paso para analizar la respuesta dinámica de una cimentación embebida, es evaluar la correcta rigidez dinámica compleja (rigidez y amortiguamiento dependientes de la frecuencia), para cada uno de los seis grados de libertad del sistema, en la frecuencia o rango de frecuencias de interés. Para realizar lo anterior, se recurrirá a los métodos simplificados publicados en la literatura, tal como se mencionó en el capítulo 1.

En este capítulo, se presentan las expresiones recomendadas para obtener los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de cada uno de los seis grados de libertad, se menciona primeramente la solución para cimentaciones superficiales de geometría arbitraria y posteriormente, la de cimentaciones de forma arbitraria (ref. 26), embebidas total o parcialmente en el terreno de cimentación (ref. 27, 28, 29, 30, 31).

La rigidez compleja vertical de una cimentación, se define por:

$$k_z = \frac{R_z(t)}{u_z(t)} \quad (27)$$

Donde $R_z(t)$, es la fuerza vertical armónica aplicada en la base de la cimentación embebida y sin masa, y es resistida por el suelo, y $u_z(t) = u_{zo} e^{i\omega t}$ es el asentamiento armónico uniforme de la interfase suelo-cimentación.

La reacción del suelo R_z está formada por los esfuerzos normales sobre la base y en el caso de cimentaciones embebidas, se adicionan los esfuerzos cortantes a lo largo de los lados verticales.

La rigidez compleja por torsión, k_t , es definida a través de la relación entre el momento torsionante y la rotación. Las rigideces complejas horizontales k_x y k_y se definen como la relación entre la fuerza correspondiente y el desplazamiento en dicha dirección. Finalmente, las rigideces complejas por cabeceo k_{cx} , k_{cy} , se determinan a partir de las relaciones entre los momentos y las rotaciones de cabeceo.

Con relación a la ecuación 26, es interesante notar que las fuerzas dinámicas y los desplazamientos están generalmente fuera de fase, y si R_{zo} es un número real, u_{zo} debe ser complejo. Por lo anterior, es necesario representar a las fuerzas y los desplazamientos en notación compleja. Una rigidez compleja como la definida por la ecuación 26, puede ser reescrita en la forma:

$$k_a(\omega) = K_{a1}(\omega) + iK_{a2}(\omega) \quad (28)$$

Donde: $a = x, y, z, cx, cy, t$; $K_{a1}(\omega) = K_a A_a(\omega)$, esto es, la parte real de la rigidez compleja es el producto de la rigidez estática K_a por el coeficiente adimensional de rigidez dinámica $A_a(\omega)$, de manera que $A_a(0) = 1$; y $K_{a2}(\omega) = \omega C_a(\omega)$ es la parte imaginaria de la rigidez compleja; es el producto de la frecuencia de excitación ω por el coeficiente de amortiguamiento $C_a(\omega)$.

4.1 COEFICIENTES DE RIGIDEZ

4.1.1 RIGIDEZ VERTICAL

Para evaluar los coeficientes de rigidez estático y dinámico para cimentaciones con geometría arbitraria, embebidas en un depósito de suelo razonablemente homogéneo y profundo, se emplean las siguientes expresiones:

Para el caso de cimentaciones superficiales; la rigidez estática es:

$$K_{z,\text{sup}} = \frac{2GL}{1-\nu} S_z$$

Donde:

$$S_z = 0.8 \text{ para } \frac{A_b}{4L^2} < 0.02$$

$$S_z = 0.73 + 1.54 \left(\frac{A_b}{4L^2} \right)^{0.75} \text{ para } \frac{A_b}{4L^2} > 0.02$$

L = Semi largo del rectángulo en el que se circunscribe el área de la cimentación.

G = Módulo de rigidez al corte del suelo.

ν = Relación de Poisson del suelo.

A_b = área de la base de cimentación

Para el caso de una cimentación embebida, tenemos:

$$K_{z,emb} = K_{z,sup} \left[1 + \left(\frac{D}{21B} \right) \left(1 + \frac{4A_b}{12L^2} \right) \right] \cdot \left[1 + 0.19 \left(\frac{A_w}{A_b} \right)^{\frac{2}{3}} \right]$$

Donde:

D = profundidad de empotramiento

B = Semi ancho del rectángulo en el que se circunscribe el área de la cimentación.

A_w = área total de contacto entre las paredes de la cimentación y el suelo.

Los coeficientes de rigidez dinámica para el caso de cimentaciones superficiales, se obtienen de la figura 17.

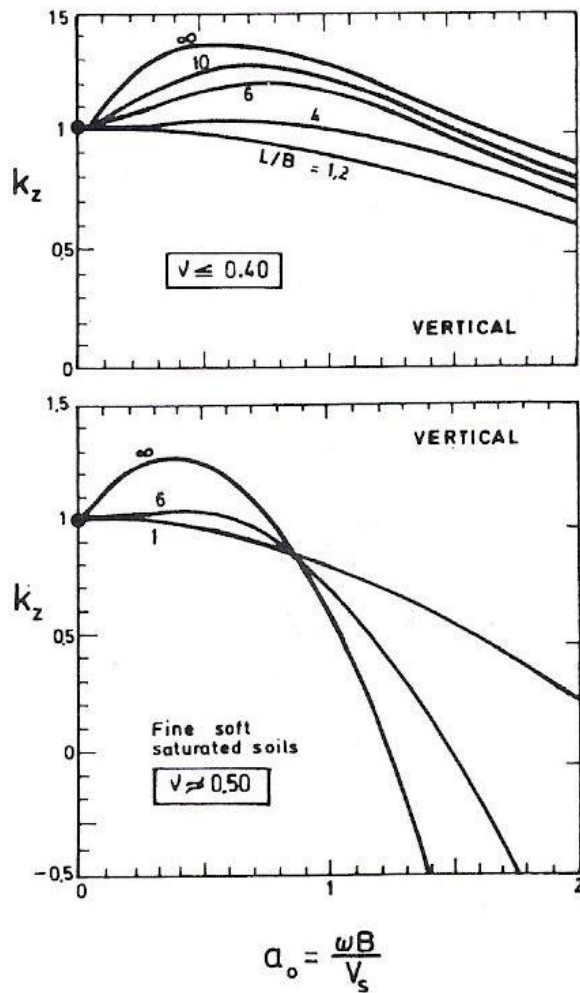


Figura N° 17. Cimentaciones superficiales. Coeficiente de rigidez dinámica vs frecuencia

Para las cimentaciones embebidas, en suelos con relación de Poisson ≤ 0.40 , el coeficiente de rigidez dinámica esta dado por:

$$k_{z,emb} = k_{z,sup} \left[1 - 0.09 \left(\frac{D}{B} \right)^{0.75} a_0^2 \right]$$

Donde:

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_s}; \text{ es la frecuencia adimensional}$$

V_s = Velocidad de propagación de ondas de corte

Y en el caso de relación de Poisson comprendida entre 0.4 y 0.5, el coeficiente de rigidez dinámica es:

$$k_{z,emb} = k_{z,sup} \left[1 - 0.09 \left(\frac{D}{B} \right)^{0.75} a_0^2 \right], \text{ para relaciones } \frac{L}{B} \leq 2$$

$$k_{z,emb} = k_{z,sup} \left[1 - 0.35 \left(\frac{D}{B} \right)^{0.5} a_0^{3.5} \right], \text{ para relaciones } \frac{L}{B} > 2$$

4.1.2 RIGIDEZ HORIZONTAL

Los coeficientes de rigidez horizontal para cimentaciones superficiales en la dirección lateral están dados por:

$$K_{y,sup} = \frac{2LG}{2 - \nu} S_y$$

Donde:

$$S_y = 2.24 \text{ para } \frac{A_b}{4L^2} < 0.16$$

$$S_y = 4.5 \left(\frac{A_b}{4L^2} \right)^{0.38} \text{ para } \frac{A_b}{4L^2} > 0.16$$

y en la dirección longitudinal:

$$K_{x,sup} = K_{y,sup} - \frac{0.21 \cdot L \cdot G}{0.75 - \nu} \left(1 - \frac{B}{L} \right)$$

Para el caso de cimentaciones embebidas:

$$K_{x,emb} = K_{x,sup} \left(1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right) \cdot \left[1 + 0.52 \left(\left(D - \frac{d}{2} \right) \frac{A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$$

$$K_{y,emb} = K_{y,sup} \left(1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right) \cdot \left[1 + 0.52 \left(\left(D - \frac{d}{2} \right) \frac{A_w}{L^2} \right)^{0.4} \right]$$

Donde:

d = altura de los lados en contacto con el suelo (d ≤ D).

Los coeficientes de rigidez dinámica, para cimentaciones superficiales, se obtienen de la figura 18 y, para las cimentaciones embebidas, los valores están graficados en las figuras 19 a 21.

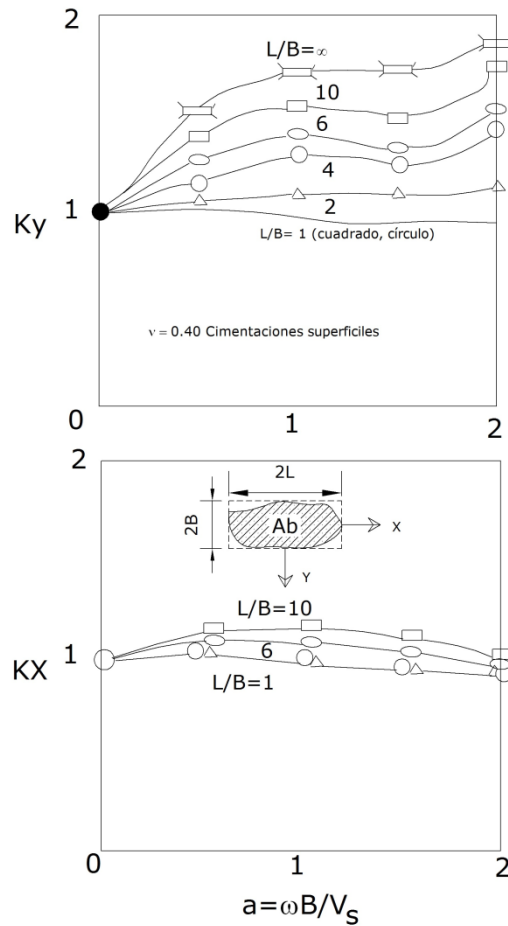


Figura N° 18. Coeficientes de rigidez dinámica lateral y longitudinal

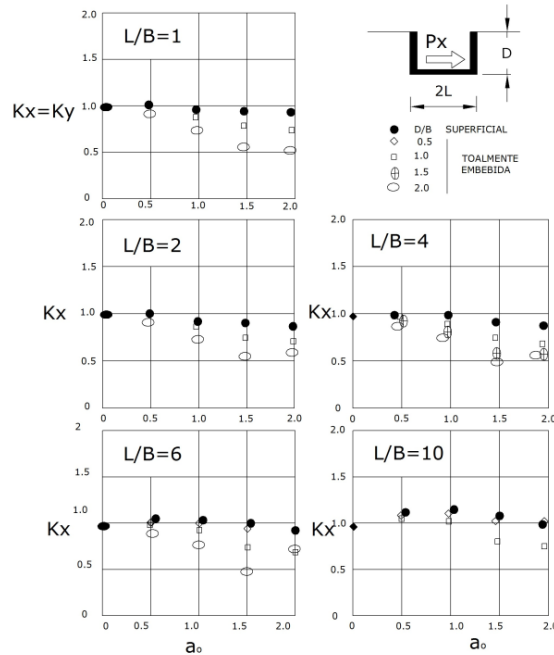


Figura N° 19. Cimentación embebida. Efecto de la profundidad y relación de aspecto en el coeficiente longitudinal de la rigidez dinámica

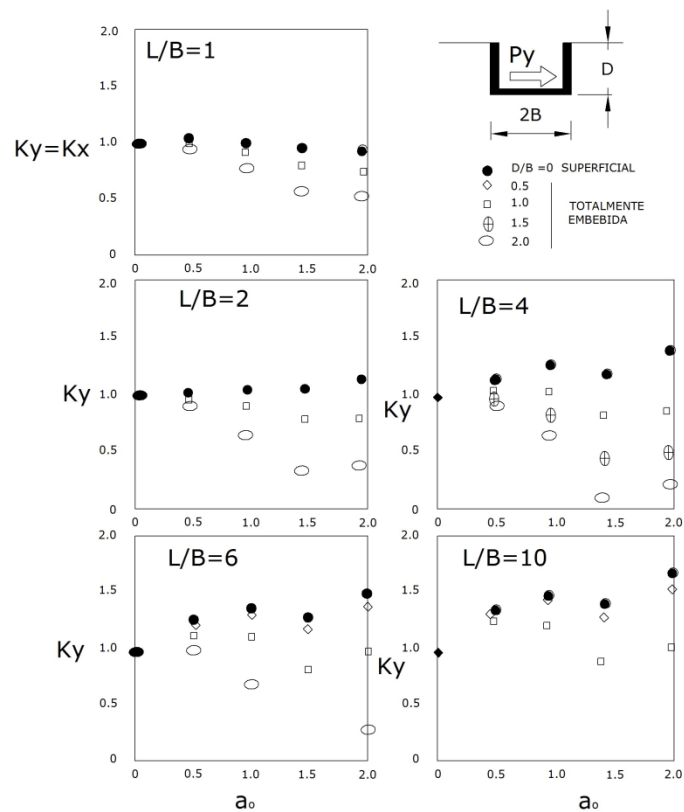


Figura N° 20. Cimentación embebida. Efecto de la profundidad y relación de aspecto en el coeficiente lateral de la rigidez dinámica

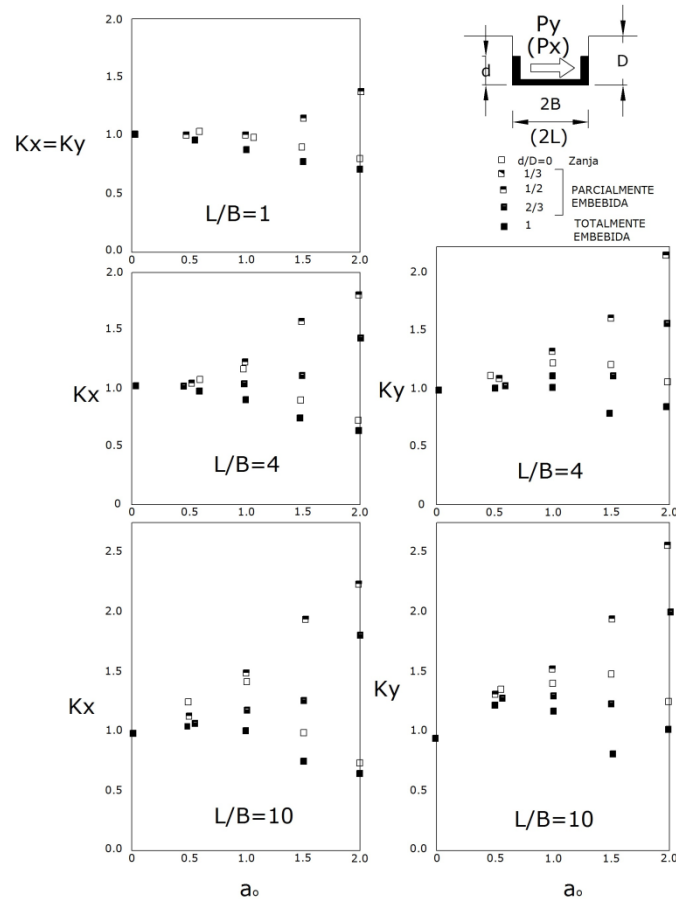


Figura N° 21. Cimentación parcialmente embebida. Efecto del contacto de los muros sobre los coeficientes de rigidez dinámica

4.1.3 RIGIDEZ POR CABECEO

Los coeficientes de rigidez para cimentaciones superficiales son:

$$K_{cx,sup} = \left(\frac{G}{1 - \nu} \right) \cdot I_{bx}^{0.75} \cdot \left(\frac{L}{B} \right)^{0.25} \left(2.4 + 0.5 \frac{B}{L} \right)$$

$$K_{cy,sup} = \left(\frac{3G}{1 - \nu} \right) \cdot I_{by}^{0.75} \cdot \left(\frac{L}{B} \right)^{0.15}$$

Donde:

I_{bx} , I_{by} = momentos de inercia del área de la cimentación, alrededor de los ejes centroidales.

Para cimentaciones embebidas las rigideces estáticas para cabeceo son:

$$K_{cx,emb} = K_{cx,sup} \left\{ 1 + 1.26 \frac{d}{B} \left[1 + \frac{d}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}} \right] \right\}$$

$$K_{cy,emb} = K_{cy,sup} \left\{ 1 + 0.92 \left(\frac{d}{L} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d}{L} \right)^{1.9} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.6} \right] \right\}$$

Los coeficientes dinámicos de rigidez para el cabeceo, en cimentaciones superficiales están dados por:

$$k_{cx} \approx 1 - 0.20a_0$$

$$k_{cy} \approx 1 - 0.30a_0 \quad \text{para } v < 0.45 \text{ y } L/B \geq 2;$$

$$k_{cy} \approx 1 - 0.25a_0 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.30} \quad \text{para } v \geq 0.50$$

En el caso de cimentaciones embebidas, los coeficientes pueden tomarse como:

$$k_{cx,emb} \approx k_{cx,sup}$$

$$k_{cy,emb} \approx k_{cy,sup}$$

4.1.4 RIGIDEZ TORSIONAL

La rigidez estática por torsión en una cimentación superficial es:

$$K_{t,sup} = GJ_b^{0.75} \left[3.8 + 10.7 \left(1 - \frac{B}{L} \right)^{10} \right], \quad \text{para } B/L \geq 0.25$$

Donde $J_b = I_{bx} + I_{by}$ = momento polar de inercia del área de la cimentación, respecto al centroide de la misma.

Para las cimentaciones embebidas:

$$K_{t,emb} = K_{t,sup} \left[1 + \left(1.3 + 1.32 \frac{B}{L} \right) \left(\frac{D}{B} \right)^{0.9} \right]$$

El coeficiente dinámico para torsión, en el caso de una cimentación superficial de geometría arbitraria es:

$$k_t = 1.0 - \left(0.33 - 0.13 \sqrt{\frac{L}{B} - 1} \right) \left[\frac{a_0^2}{\left(\frac{0.8}{1 + 0.33 \left(\frac{L}{B} - 1 \right)} \right) + a_0^2} \right]$$

4.2 AMORTIGUAMIENTO POR RADIACIÓN

4.2.1 AMORTIGUAMIENTO VERTICAL

En el caso de oscilación vertical, el coeficiente de amortiguamiento por radiación para una cimentación de superficie es:

$$C_{z,\text{sup}} = \rho V_{La} A_b \bar{C}_z$$

Donde:

\bar{C}_z , se obtiene de la figura 22 y

ρ , es la densidad de masa del suelo.

$V_{La} = \frac{3.4V_s}{\pi(1-\nu)}$, es la analogía de la velocidad propuesta por Lysmer.

Para el caso de cimentaciones embebidas, el coeficiente está dado por:

$$C_z = C_{z,\text{sup}} + \rho V_s A_w$$

4.2.2 AMORTIGUAMIENTO HORIZONTAL

Para cimentaciones superficiales, los coeficientes de amortiguamiento horizontal, están dados por:

$$C_x = \rho V_s A_b \bar{C}_x$$

$$C_y = \rho V_s A_b \bar{C}_y$$

Donde \bar{C}_x, \bar{C}_y son los coeficientes adimensionales que se obtienen de la figura 23.

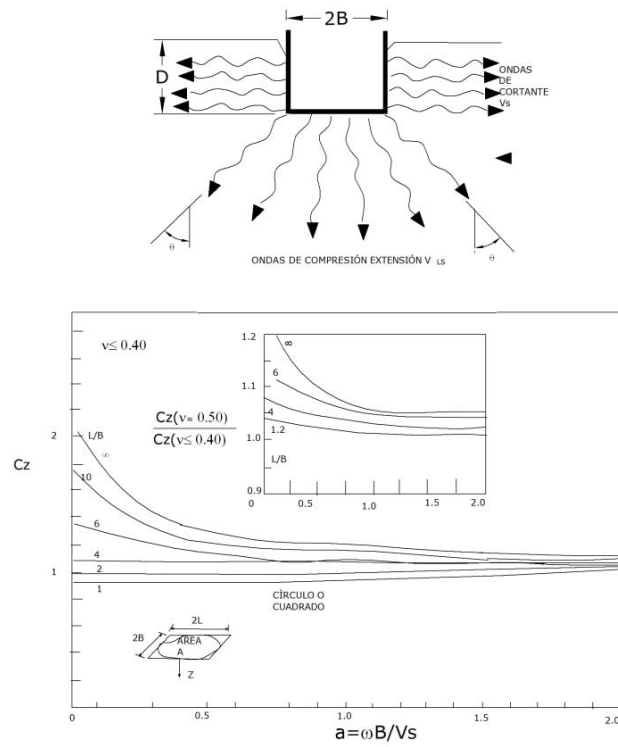


Figura N° 22. Coeficiente de radiación vertical vs frecuencia.

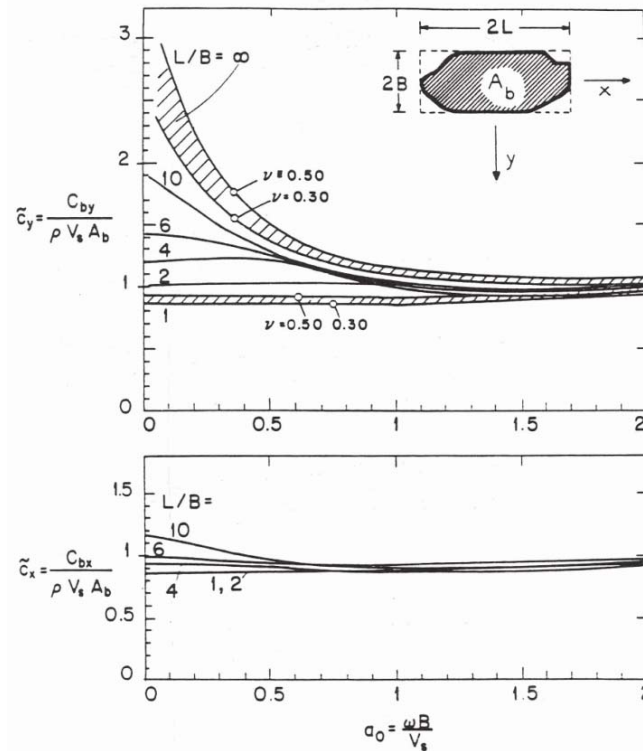


Figura N° 23. Coeficiente de amortiguamiento lateral y longitudinal vs frecuencia

Para las cimentaciones embebidas total o parcialmente, los coeficientes de amortiguamiento por radiación, están dados por:

$$C_x = \rho V_s A_b \left[\bar{c}_x + \frac{D}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{0.2} \left(1 + \frac{3.4B}{\pi(1-\nu)L} \right) \right]$$

$$C_y = \rho V_s A_b \left[\bar{c}_y + \frac{D}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{0.35} \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} + \frac{B}{L} \right]$$

4.2.3 AMORTIGUAMIENTO POR CABECEO

La estimación de los coeficientes de amortiguamiento por cabeceo en cimentaciones rígidas de geometría arbitraria embebidas en un semiespacio elástico y homogéneo es:

$$C_{cx} = \rho V_{La} I_{bx} \bar{c}_{cx}$$

$$C_{cy} = \rho V_{La} I_{by} \bar{c}_{cy}$$

donde:

\bar{c}_{cx} , \bar{c}_{cy} , son coeficientes adimensionales que se obtienen de la figura 24.

Para el caso de cimentaciones embebidas, las fórmulas para los coeficientes de amortiguamiento son:

$$C_{cx} = \rho V_{La} I_{bx} C_{cx1} \left\{ \left(\frac{d}{B} \right)^3 + 2.77(1-\nu) \left(\frac{d}{B} \right) + 0.92(1-\nu) \left[\frac{d}{L} + \frac{d^3}{LB^2} \right] \right\}$$

Donde:

$$C_{cx1} = \bar{c}_{cx} + \left[0.25 + 0.65 \left(a_0 \left(\frac{d}{D} \right)^{-a_0} \left(\frac{D}{B} \right)^{-0.5} \right)^{0.5} \right]$$

y

$$C_{cy} = \rho V_{La} I_{by} C_{cy1} C_{cy2}$$

con:

$$C_{cy1} = \bar{c}_{cy} + \left[0.25 + 0.65 \left(a_0 \left(\frac{d}{D} \right)^{-a_0} \left(\frac{D}{B} \right)^{-0.5} \left(\frac{L}{B} \right)^{0.5} \right)^{0.5} \right]$$

$$C_{cy2} = \left(\frac{d}{L} \right)^3 + 2.77(1-\nu) \left(\frac{d}{L} \right) + 0.92(1-\nu) \left[\frac{d}{B} + \frac{d^3}{BL^2} \right]$$

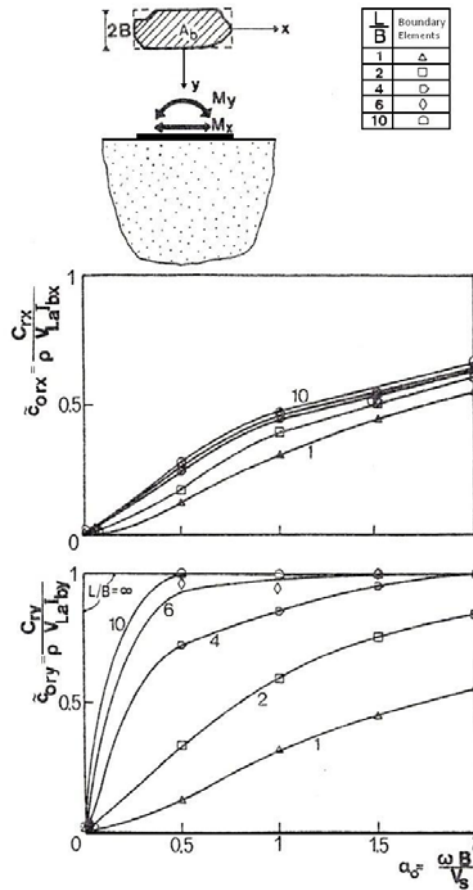


Figura N° 24. Coeficiente de amortiguamiento por radiación

4.2.4 AMORTIGUAMIENTO POR TORSIÓN

El coeficiente de amortiguamiento por torsión para cimentaciones superficiales está dado por:

$$C_t = \rho V_s J_b \bar{c}_t$$

\bar{c}_t es un coeficiente adimensional, obtenido de la figura 25.

La estimación del coeficiente de amortiguamiento torsional de una cimentación de geometría arbitraria, embebida en un semiespacio homogéneo, es:

$$C_t = (\rho V_s J_b) \left(\bar{c}_t + h \frac{d}{B} \left(\frac{3}{Q} + \frac{S}{Q} \left(\frac{L}{B} \right)^2 + \frac{3L}{BQ} + S \frac{B}{LQ} \right) \right)$$

Donde:

h es un coeficiente obtenido de la figura 26.

$$S = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)}$$

$$Q = 1 + \left(\frac{L}{B} \right)^2$$

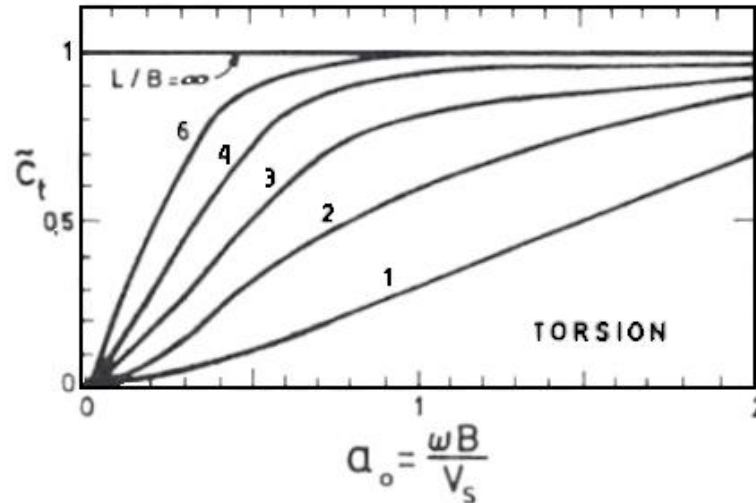


Figura N° 25. Coeficiente de amortiguamiento por radiación torsional

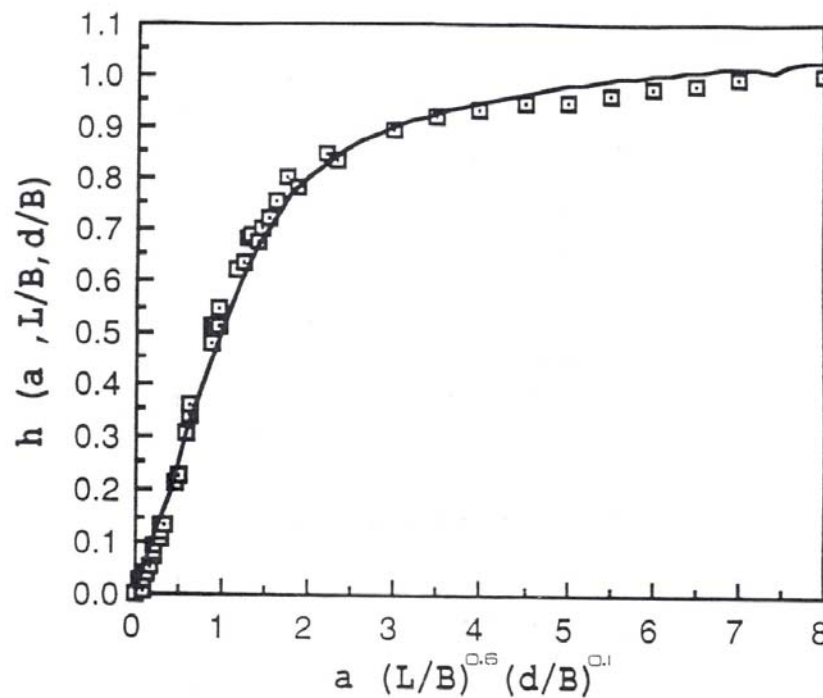


Figura N° 26. Coeficiente de amortiguamiento por torsión en cimentación embebida.

4.3 CONSIDERACIONES PARA REDUCIR O ELIMINAR EL AMORTIGUAMIENTO POR RADIACIÓN

Todos los coeficientes de amortiguamiento (C) presentados en la sección anterior, consideran que existe un contacto adecuado entre el área de los lados del bloque de cimentación y el suelo. Se asume que el suelo es un semiespacio uniforme con una velocidad de ondas de corte (V_s) constante hasta una gran profundidad. Estos valores de amortiguamiento en la práctica son bastante sensibles a la desviación de las consideraciones citadas al principio de este

párrafo, por lo que el amortiguamiento decrece si el contacto no es bueno, si V_s se incrementa con la profundidad o el suelo de cimentación está subyacente por un estrato de roca o suelo con una velocidad (V_s) mucho mayor.

Para tomar en cuenta estos efectos, se consideran tres factores adimensionales que varían entre 0 y 1: el factor de calidad del contacto suelo - paredes (QW); el factor de cimentación (QC) para tomar en cuenta el incremento de la rigidez del suelo con la profundidad y; el factor (QI) para tomar en cuenta el efecto de un depósito de roca o un suelo mucho más rígido que el terreno de desplante. Mientras que QW afecta solamente a la contribución de las paredes, al amortiguamiento por radiación, QC afecta la contribución de la base y QI los afecta a ambos.

La selección de estos parámetros, dependerán de las circunstancias de la cimentación y requerirá del juicio ingenieril del proyectista.

4.3.1 CONTACTO SUELO PAREDES (QW)

Los coeficientes de amortiguamiento para cimentaciones embebidas, dependen en gran medida del contacto entre las paredes y el suelo para los seis modos de vibrar. Esto es así porque el área de las paredes es mucho menor que la de la base y, también por la gran contribución de estas áreas a resistir momentos. Si el contacto se pierde o es de menor calidad, el amortiguamiento por radiación de la cimentación puede ser sustancialmente disminuido y puede aproximarse al caso de una cimentación superficial.

La compactación inadecuada del relleno que circunda a la cimentación, la separación debida a la contracción causada por el secado de materiales arcillosos o la separación del material debida a oscilaciones muy grandes, afectan el contacto en las paredes, por lo que se requiere emplear $QW < 1$.

4.3.2 INCREMENTO DE LA RIGIDEZ DEL SUELO CON LA PROFUNDIDAD (QC)

Si la rigidez del depósito se incrementa con la profundidad, en vez de permanecer constante, la contribución de la base al amortiguamiento por radiación decrece, dado que parte de la energía radiada será reflejada hacia el sistema. El efecto es mayor para los modos traslacionales que para los rotacionales y tiende a desaparecer a muy altas frecuencias de excitación. Para una velocidad (V_s) constante con la profundidad, $QC = 1$, de lo contrario, $QC < 1$.

4.3.3 SUELO MUY RÍGIDO O ROCA CERCA DE LA BASE (QI)

Cuando una cimentación superficial o embebida es soportada por un estrato de espesor H y bajo este existe una base perfectamente rígida, ubicada a una profundidad menor de cuando menos una vez el ancho de la cimentación, los coeficientes de amortiguamiento son nulos para todos los modos, para frecuencias de excitación ω menores que la frecuencia fundamental del estrato en cortante, $f_s = \frac{V_s}{4H}$. Por lo tanto, si $\omega < f_s$, entonces $QI = 0$ y el amortiguamiento del sistema viene sólo de la contribución del amortiguamiento interno del suelo β . Por otro lado, si ω es mucho mayor que f_s , en primera instancia, la solución del semiespacio es válida y $QI = 1$.

4.4 CORRECCIÓN POR AMORTIGUAMIENTO INTERNO DEL SUELO

Todos los valores de rigideces y amortiguamiento del suelo, mencionados hasta aquí, han asumido que el suelo es perfectamente elástico con nulo amortiguamiento. Sin embargo, aún a pequeños niveles de deformación, el suelo presenta amortiguamiento histerético, usualmente especificado a través de una relación β independiente de la frecuencia.

Para la mayoría de los suelos y para cimentaciones de maquinaria bien diseñadas, que causan ligeras deformaciones en la masa de suelo, los valores típicos de β varían de 0.01 a 0.07.

Una vez que los valores de rigidez y amortiguamiento han sido determinados para los seis modos, a la correspondiente frecuencia ω , para un medio elástico con $\beta=0$, se incorpora el efecto del amortiguamiento del material, empleando el principio de la viscoelasticidad (ref. 32). Por lo tanto, la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguamiento corregidos, para todos los modos de vibración, tienen la forma:

$$\bar{K}(\beta) \cong \bar{K} - \omega C \beta$$

$$\bar{C}(\beta) \cong C + 2 \frac{\bar{K} \beta}{\omega}$$

Esta corrección para β llega a ser más importante, o aún crítica cuando el amortiguamiento por radiación es bajo, lo cual ocurre con:

- Modos rotacionales de cimentaciones de superficie, especialmente en el rango de baja frecuencia.
- Modos rotacionales de cimentaciones embebidas si el contacto con la pared no es bueno.
- En todos los modos a bajas frecuencias, cuando el amortiguamiento por radiación es pequeño o nulo, debido a la presencia de una base rígida o a un suelo que incrementa su rigidez con la profundidad.

4.5 UBICACIÓN DE LAS REACCIONES DEL SUELO

Cuando una cimentación es sometida a fuerzas dinámicas verticales u horizontales, esfuerzos cortantes y normales actúan sobre su base y paredes laterales, los cuales dependen del tipo de carga. La principal consideración hecha en este trabajo para determinar la ubicación de las fuerzas resultantes, es que estos esfuerzos están uniformemente distribuidos. Esto es equivalente a asumir que cada resorte o amortiguador representando ya sea en la base o en cualquier contacto con las paredes, es la resultante de una cama de resortes y amortiguadores de suelo uniformemente distribuidos sobre esa área (hipótesis de Winkler).

La figura 27 muestra una cimentación rectangular embebida, sujeta a fuerzas verticales y horizontales, las cuales producen desplazamientos verticales y horizontales. La idea es encontrar los puntos de aplicación de las reacciones del suelo correspondientes en el sistema de ejes coordenados, ubicados en el centroide de la figura. Hay algunos puntos que fueron

previamente definidos en la figura 16, para las reacciones horizontales y verticales en las direcciones x , y , z , respectivamente.

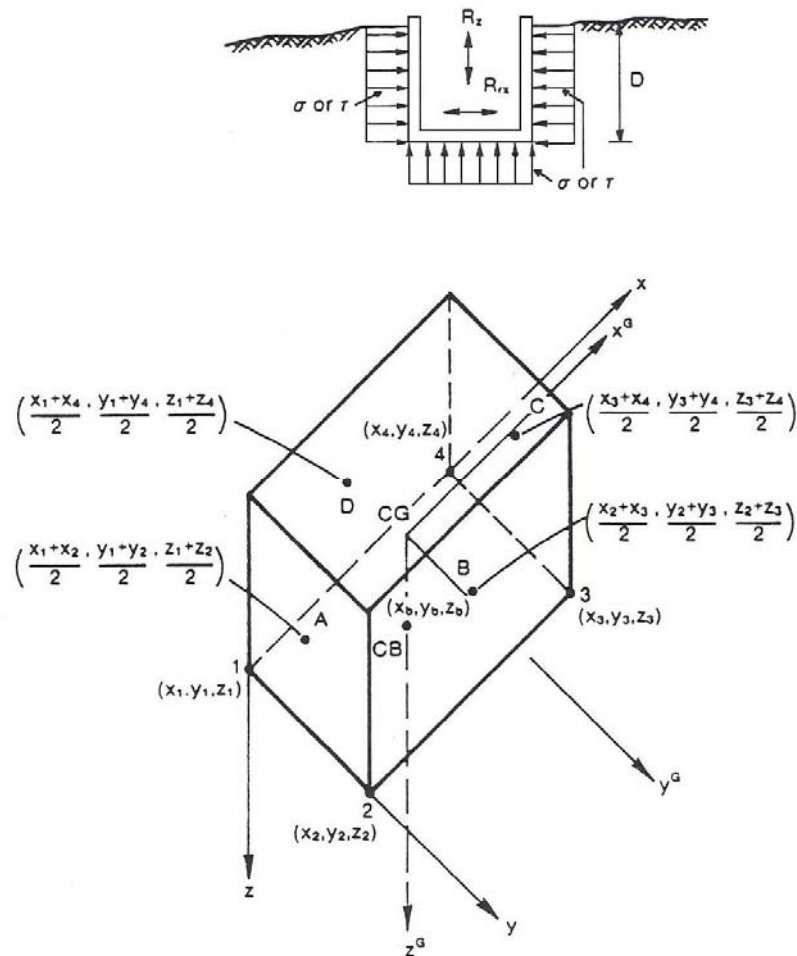


Figura N° 27. Esquema 3D, con puntos de aplicación de las reacciones del suelo

Las coordenadas de los vértices del bloque de cimentación (puntos 1 a 4 de la figura) y de los centroides de las paredes (puntos A, B, C, D) y de la base (punto CB) están referidas al sistema de ejes centroidales.

Debido al hecho de considerar una distribución uniforme de esfuerzos sobre cada una de las paredes de la cimentación, los puntos A, B, C, D, y CB corresponden a la ubicación del resorte y amortiguador para cada área de contacto y, además son los puntos de aplicación de la reacción de suelo adecuada.

Es necesario determinar el punto de aplicación de la resultante de todas las fuerzas aplicadas sobre la cimentación. Se considera que este punto es independiente de la frecuencia y coincide con el punto de aplicación de la resistencia del suelo ante carga estática, lo cual es correcto para cimientos superficiales, pero es una aproximación para cimentaciones embebidas, para las cuales la importancia relativa de las fuerzas en los resortes y amortiguadores cambia con la frecuencia. En otras palabras, los puntos de aplicación de las

reacciones del suelo en las direcciones x, y, y z, van a ser determinadas para el caso de carga estática y estos puntos serán usados para todas las frecuencias de interés.

La rigidez estática para los casos de excitaciones horizontales y verticales está dada por:

$$K = K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} I_{\text{pared}}$$

Donde:

$$I_{\text{zanja}} = \frac{K_{\text{zanja}}}{K_{\text{sup}}} > 1$$

$$I_{\text{pared}} = \frac{K_{\text{emb}}}{K_{\text{zanja}}} > 1$$

K_{zanja} = rigidez estática de una cimentación embebida sin contacto sobre sus paredes.

La expresión puede ser reescrita como:

$$K = K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} I_{\text{pared}} + K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} - K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} = K_{\text{sup}} (I_{\text{zanja}} I_{\text{pared}} - I_{\text{zanja}}) + K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} = K_w + K_{\text{base}}$$

Donde

$$K_w = K_{\text{sup}} (I_{\text{zanja}} I_{\text{pared}} - I_{\text{zanja}}) = \text{contribución de la rigidez estática de las paredes y,}$$

$$K_{\text{base}} = K_{\text{sup}} I_{\text{zanja}} = \text{contribución estática de rigidez de la base de cimentación.}$$

Al considerar que la rigidez está uniformemente distribuida sobre la pared, la rigidez por unidad de área está dada por:

$$K'_w = \frac{K_w}{A_w}$$

Donde A_w = área total de la pared en contacto con el suelo y la rigidez estática individual sobre el muro l es:

$$K_w^{(l)} = K'_w A_w^{(l)}$$

Donde

$$A_w^{(l)} = \text{área de una pared l (l = 1, 2, 3, 4 para una cimentación de 4 lados).}$$

En los párrafos siguientes se describe este procedimiento para encontrar los puntos de aplicación de la reacción de suelo estática para los casos de excitaciones horizontales y verticales:

4.5.1 CASO DE EXCITACIÓN VERTICAL:

Al tomar el momento generado por las reacciones, respecto al eje y (figura 26), tenemos:

$$K_{wz}^{(1)}x_{12} + K_{wz}^{(2)}x_{23} + K_{wz}^{(3)}x_{34} + K_{wz}^{(4)}x_{41} + K_{base,z}x_b = K_z z_x$$

Donde

$$x_{ij} = \frac{x_i + x_j}{2}, \quad x_i = \text{coordenada } x \text{ de la } i\text{ésima esquina de la cimentación, } x_j = \text{coordenada } x$$

de la j-ésima esquina de la cimentación, $K_{wz}^{(i)}$ = rigidez estática de la pared i en excitación vertical, $K_{base,z}$ = rigidez estática de la base en excitación vertical, K_z es la rigidez estática total de la cimentación en excitación vertical, z_x es la coordenada x del punto de aplicación de la reacción del suelo resultante en excitación vertical y x_b es la coordenada x del centroide de la base.

Se define al vector:

$$X(l) = [x_{12} \quad x_{23} \quad x_{34} \quad x_{41}]$$

Por lo que la ecuación anterior puede describirse como:

$$z_x = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wz}^{(l)} X(l) + K_{base,z} x_b}{K_z}$$

donde

N = número de esquinas de la cimentación = número de paredes.

Al tomar momentos alrededor del eje x :

$$z_y = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wz}^{(l)} Y(l) + K_{base,z} y_b}{K_z}$$

donde

$Y(l) = [y_{12} \quad y_{23} \quad y_{34} \quad y_{41}]$; $y_{ij} = \frac{y_i + y_j}{2}$, y_i coordenada y de la i ésima esquina de la cimentación, y_j = coordenada y de la j ésima esquina de la cimentación, y_b = coordenada y del centroide de la base, z_y = coordenada y del punto de aplicación de la reacción de suelo resultante en excitación vertical.

Dado que Z_z no aparece en las ecuaciones de movimiento, no es necesario calcularlo.

4.5.2 CASO DE EXCITACIÓN HORIZONTAL EN DIRECCIÓN LONGITUDINAL

Al tomar momentos de las reacciones de suelo en excitación longitudinal respecto a los ejes z , y , centroidales, se definen las coordenadas del punto de aplicación y , (x_y) y z , (x_z) de la reacción de suelo resultante K_x :

$$x_y = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wx}^{(l)} Y(l) + K_{base,x} y_b}{K_x}$$

$$x_z = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wx}^{(l)} Z(l) + K_{base,x} z_b}{K_x}$$

donde

$Z(l) = [z_{12} \ z_{23} \ z_{34} \ z_{41}]$; $z_{ij} = \frac{z_i + z_j}{2}$, z_i coordenada z de la i ésima esquina de la cimentación, z_j = coordenada z de la j ésima esquina de la cimentación, z_b = coordenada z del centroide de la base.

Dado que X_x no aparece en las ecuaciones de movimiento, no es necesario calcularlo.

4.5.3 CASO DE EXCITACIÓN HORIZONTAL EN DIRECCIÓN LATERAL

Al tomar momentos de las reacciones de suelo en excitación lateral respecto a los ejes centroidales x , z , se definen las coordenadas del punto de aplicación x , (Y_x) y z , (Y_z) de la reacción de suelo resultante K_y :

$$y_x = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wy}^{(l)} X(l) + K_{base,y} X_b}{K_y}$$

$$y_z = \frac{\sum_{l=1}^N K_{wy}^{(l)} Z(l) + K_{base,y} Z_b}{K_y}$$

Donde las literales tienen el significado descrito en las secciones anteriores.

Dado que y_y no aparece en las ecuaciones de movimiento, no es necesario calcularlo.

5 ANÁLISIS DE LA CIMENTACIÓN DE UN VENTILADOR DE TIRO INDUCIDO (VTI)

5.1 ANTECEDENTES

Los ventiladores de recirculación de gases (tipo tiro inducido) de las dos unidades de la C. T. Villa de Reyes, presentaron problemas de vibraciones excesivas desde su puesta en marcha en 1986. Específicamente el ventilador 2-B original, no funcionó en condiciones adecuadas durante el arranque, por lo que su rotor debió ser sustituido.

En estas condiciones, el ventilador trabajó con ciertos problemas (requiriendo mantenimiento con mucha frecuencia) hasta 1990. En este año, las vibraciones se incrementaron notablemente, de manera que provocaban frecuentes paros del ventilador, lo cual afectaba la producción de la Central.

Ante esto, en 1993, se modificó la geometría de las losas de cimentación con el fin de rigidizarlas y aumentar la frecuencia crítica del sistema, para así tratar de disminuir las vibraciones. Esta modificación, no corrigió el comportamiento del ventilador, pero permitió que operase dentro de límites de vibración tolerables.

En 1995, el ventilador presentaba vibraciones del orden de los 0.3 mm de amplitud de desplazamiento y durante los trabajos de mantenimiento efectuados por la Central, el ventilador presentó un comportamiento anormal, de manera que al ponerlo en operación, las vibraciones se incrementaron hasta 1.5 mm de amplitud de desplazamiento, por lo que se

decidió efectuar un estudio para conocer las causas de esta vibración y dictaminar la solución del problema.

Como complemento a estos estudios, el IIE (ref 33) realizó mediciones de amplitudes de desplazamiento de las vibraciones en diversas partes de la cimentación y de los componentes del ventilador, para apoyar en el diagnóstico del problema.

En la fotografía siguiente se muestra el equipo dentro de la central.



Fotografía N° 1. Vista general de la posición del VTI de la Central Villa de Reyes

5.2 PROPIEDADES DEL SUELO

Las propiedades geotécnicas del terreno de cimentación de acuerdo con las referencias 34 y 35, son:

- Velocidad de onda de cortante, $V_s = 690 \text{ m/s}$
- Relación de Poisson $\nu = 0.25$
- Densidad $\rho = 1940 \text{ kg}_m/\text{m}^3$ ($0.198 \text{ t}_f \text{ s}^2/\text{m}^4$)
- Amortiguamiento histerético $=0.03$
- Espesor del estrato de apoyo de la cimentación $= 14.5 \text{ m}$

5.3 CARACTERÍSTICAS DEL EQUIPO

El equipo es un ventilador de tiro inducido, y sus características de acuerdo con la referencia 36 son las siguientes:

- Peso del rotor $W_r = 22 \text{ T}$
- Peso de la carcaza $W_{cz} = 21.3 \text{ T}$
- Momento de inercia de la carcaza $I_{cz} = 106.3 \text{ T}\cdot\text{m}^2$
- Peso del motor $W_m = 15.5 \text{ T}$
- Frecuencia crítica del rotor $f_c = 20 \text{ Hz (1200 RPM)}$
- Peso desbalanceado 1 onza (oz)
- Excentricidad 1.45 m
- Frecuencia de operación del equipo $f_{op} = 14.83 \text{ Hz (890 RPM)}$
- Altura del centro de rotación respecto a la subrasante $= 5.33 \text{ m}$

Las características de las chumaceras son:

- Radio del cojinete $R = 12.7 \text{ cm}$
- Holgura radial de la chumacera 0.11 mm
- Longitud del cojinete 249.9 mm
- Viscosidad del lubricante = $2 \times 10^{-6} \text{ lb/in}^2$
- Carga soportada = 24 250 lb
- Rigidez lateral de la silleta 64 700 t/m
- Rigidez vertical de la silleta 323 500 t/m

5.4 DIMENSIONES DE LA CIMENTACIÓN

Las dimensiones de la cimentación se observan en la figura 28, y las del pedestal lado cople son de 2.36 m de ancho, 4.07 m de largo y 2.44 m de altura. El pedestal del lado libre, tiene 1.12 m de ancho, 5.52 m de largo y 2.44 m de altura. La figura 29, muestra un esquema en elevación de la cimentación y la posición del equipo.

Aún cuando se conoce la geometría de la cimentación anterior, en el caso del presente trabajo, se realizará el análisis del comportamiento con base en la geometría actual de la cimentación.

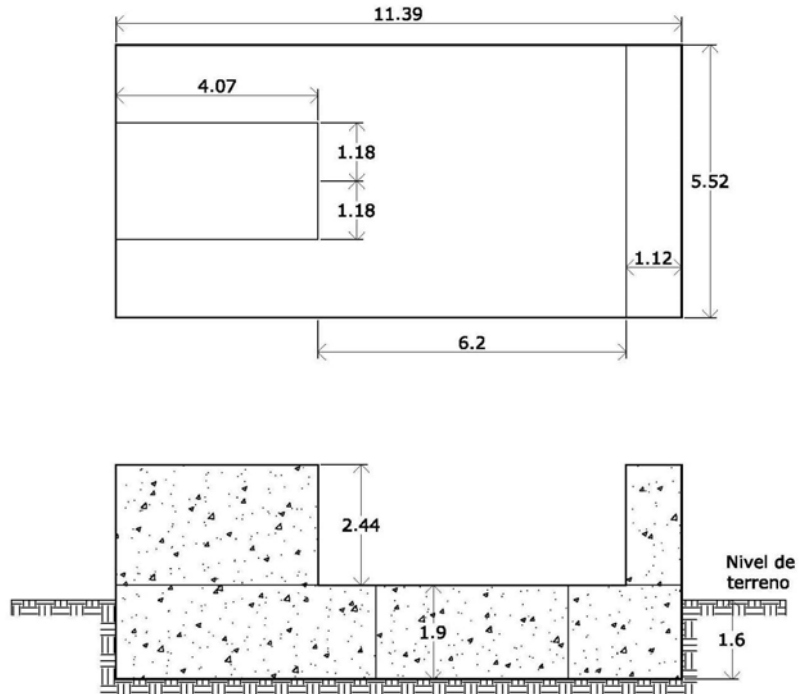


Figura N° 28. Cimentación actual

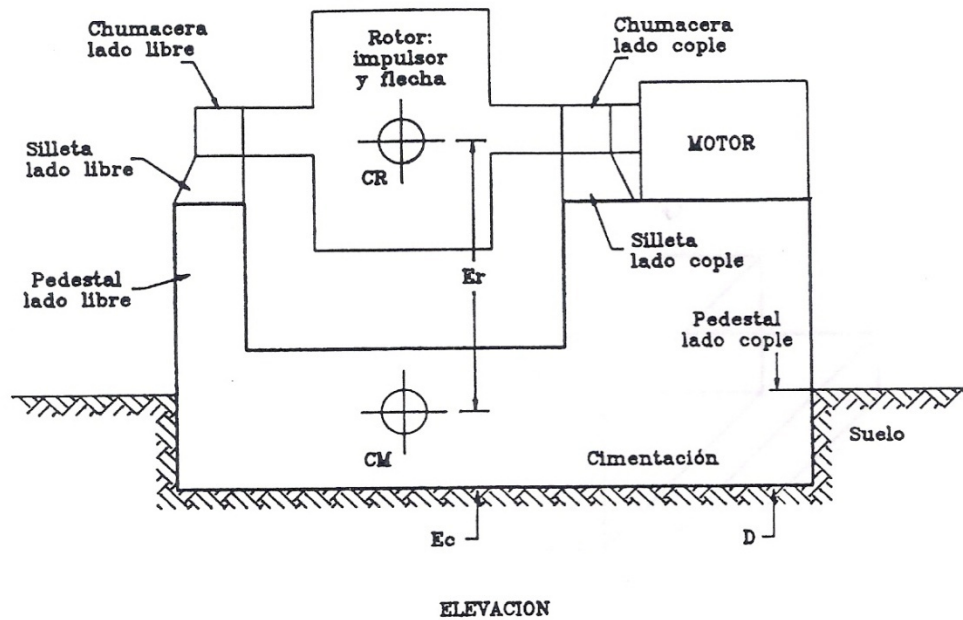


Figura N° 29. Sistema ventilador - cimentación - suelo

En las fotografías siguientes se muestra la geometría de la cimentación y el ventilador de tiro inducido de la Central Termoeléctrica Villa de Reyes.



Fotografía N° 2. Vista del lado cople de la cimentación del VTI.



Fotografía N° 3. Vista lateral del VTI y su cimentación



Fotografía N° 4. Vista frontal del VTI

5.5 ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CIMENTACIÓN

Definidos los parámetros del suelo, conocida la geometría de la cimentación y los datos del ventilador, se procedió al cálculo de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para cada uno de los modos de vibrar, considerando una cimentación embebida en el terreno y posteriormente, se procedió a integrar el efecto del amortiguamiento del terreno en cada uno de los coeficientes.

5.5.1 COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO DINÁMICOS

Para cada uno de los modos de vibrar de la cimentación del VTI, se determinó la rigidez y amortiguamiento dinámico con base en las expresiones indicadas en el capítulo 4. Los valores se indican en la tabla siguiente y el desglose de los mismos se muestra en el anexo “A”:

Modo	Rigidez dinámica	Amortiguamiento dinámico
Vertical	2,248,271	21,247
Longitudinal X	3,016,415	17,886
lateral Y	3,184,362	22,172
Cabeceo X	33,343,914	65,061
Cabeceo Y	83,125,021	198,889
Torsión	117,697,273	162,496

Tabla N° 4. Valores de rigidez y amortiguamientos dinámicos del sistema

Una vez determinados los coeficientes, se procedió a determinar el punto de aplicación de cada una de las fuerzas y a evaluar la posición de los centros de cargas y de reacciones.

En este análisis se determinó que la cimentación está sometida a un momento de volteo estático en dirección del eje “x”, es decir presenta un giro estático alrededor del eje “y”, y

es debido a la excentricidad de las cargas, sin embargo este valor no representa mayor problema para la cimentación.

5.5.2 ACCIONES DINÁMICAS

De acuerdo con la referencia 34, se tiene una masa desbalanceada de una onza, y una excentricidad de 1.45 m, por lo que con apoyo en las expresiones 1 y 2, se definió la fuerza desbalanceada que se aplicará al sistema.

La fuerza se descompuso en sus componentes ortogonales (horizontal y vertical) que actúan sobre la cimentación, en la figura siguiente se muestra el comportamiento de la fuerza.

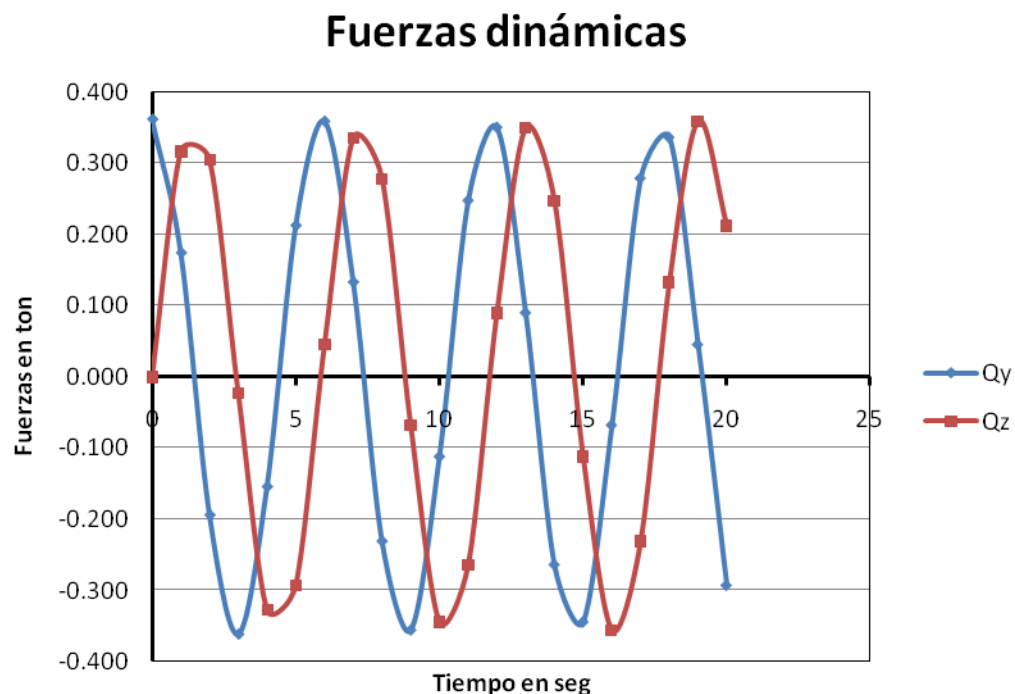


Figura N° 30. Fuerzas dinámicas aplicadas al sistema ventilador - cimentación suelo.

La magnitud de la fuerza dinámica empleada en el análisis es de 0.361 ton.

5.5.3 RESPUESTA DINÁMICA DEL SISTEMA

La respuesta dinámica se evaluó con el procedimiento indicado en el capítulo 3. Con base en él y con apoyo en los coeficientes de amortiguamiento y rigidez, se procedió a la definición de las ecuaciones de movimiento y posteriormente se plantearon las matrices de rigidez y de masas, para finalmente ensamblarlas.

El ensamble final, plantea una serie de seis ecuaciones con seis incógnitas (ecuación 26), y al resolver el sistema se tiene la solución al sistema. Los resultados de este análisis indican lo siguiente:

◆ Desplazamiento vertical de la cimentación:	0.0142 mils/oz
◆ Desplazamiento lateral de la cimentación: -	0.0084 mils/oz
◆ Desplazamiento longitudinal de la cimentación	0.0046 mils/oz
◆ El giro alrededor del eje X	7.15E-08 rad
◆ El giro alrededor del eje Y	4.69E-08 rad
◆ El giro alrededor del eje Z	2.36E-08 rad

Mils = milésimas de pulgada.

En el anexo A, se presenta el desglose de los cálculos efectuados.

5.6 AMPLITUDES DE VIBRACIÓN MEDIDAS

Como se mencionó, el IIE (ref. 33) realizó mediciones de vibraciones en los VTI's de la central y los resultados de estos análisis se muestran en las figuras 31 a 36.

El equipo de medición utilizado consta de lo siguiente:

- Grabadora de 21 canales marca TEAC
- Analizador de Espectros marca spectral dynamics, modelo SD-380
- Instrumento de adquisición de datos DAI-108
- Sensores de aceleración de alta sensibilidad marca PBC
- Sensores de desplazamiento marca Dymac
- Computadora personal
- Cables y accesorios

Se registraron vibraciones de los ventiladores con su propia instrumentación, complementada con sensores de desplazamiento relativo (flecha) y sensores sísmicos de aceleración (chumaceras, pedestales y cimentación). Todas las señales fueron grabadas en cinta magnética para su análisis posterior.

Además de mediciones en la cimentación (figuras 31 y 32), se efectuaron mediciones en cada uno de los pedestales, los resultados de éstas se indican en las figuras 33 y 34 para el pedestal del lado libre y en las figuras 35 y 36 para el pedestal lado cople.

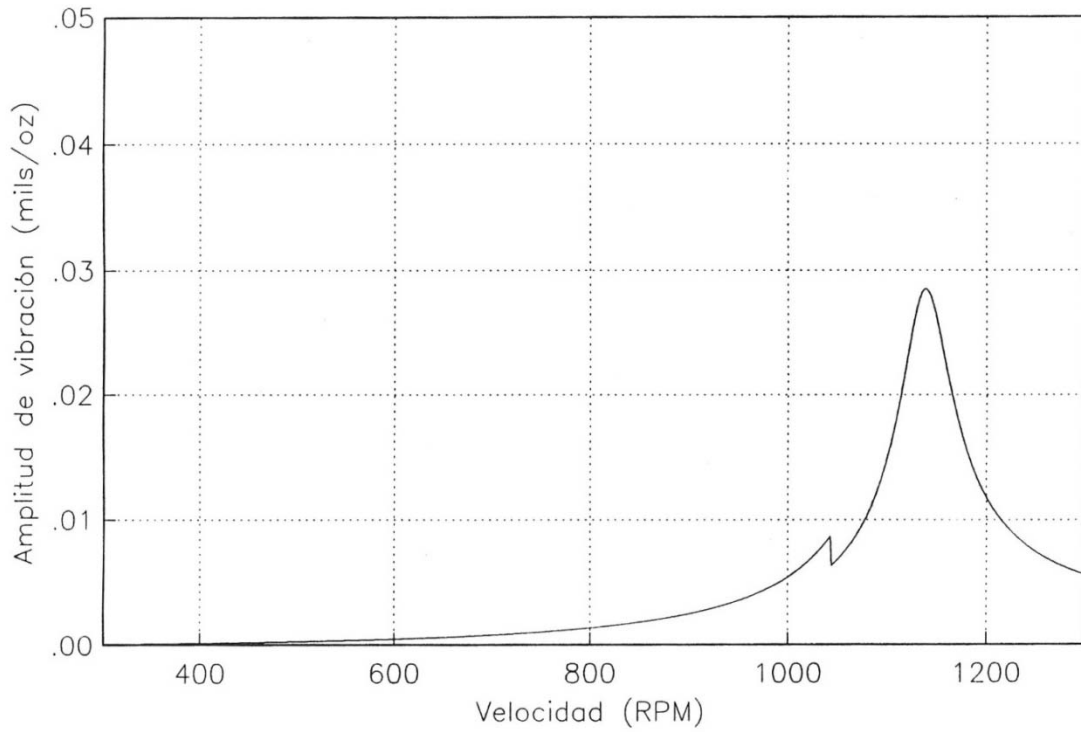


Figura N° 31. Espectro de respuesta del cimiento para el modo vertical.

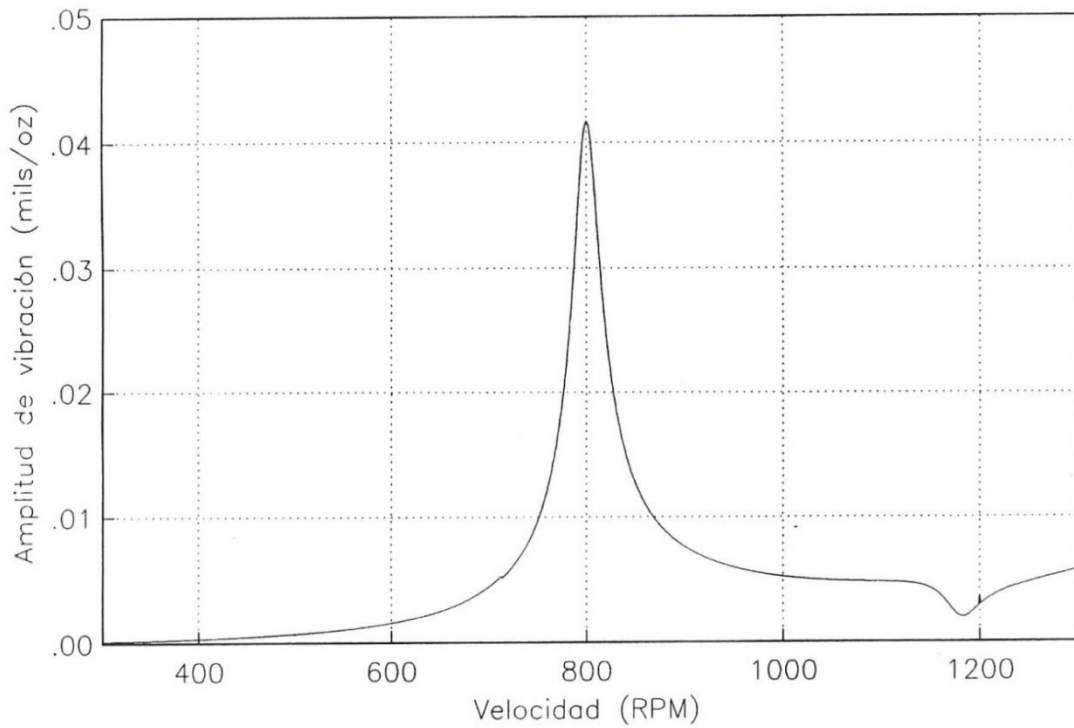


Figura N° 32. Espectro de respuesta del cimiento para el modo lateral

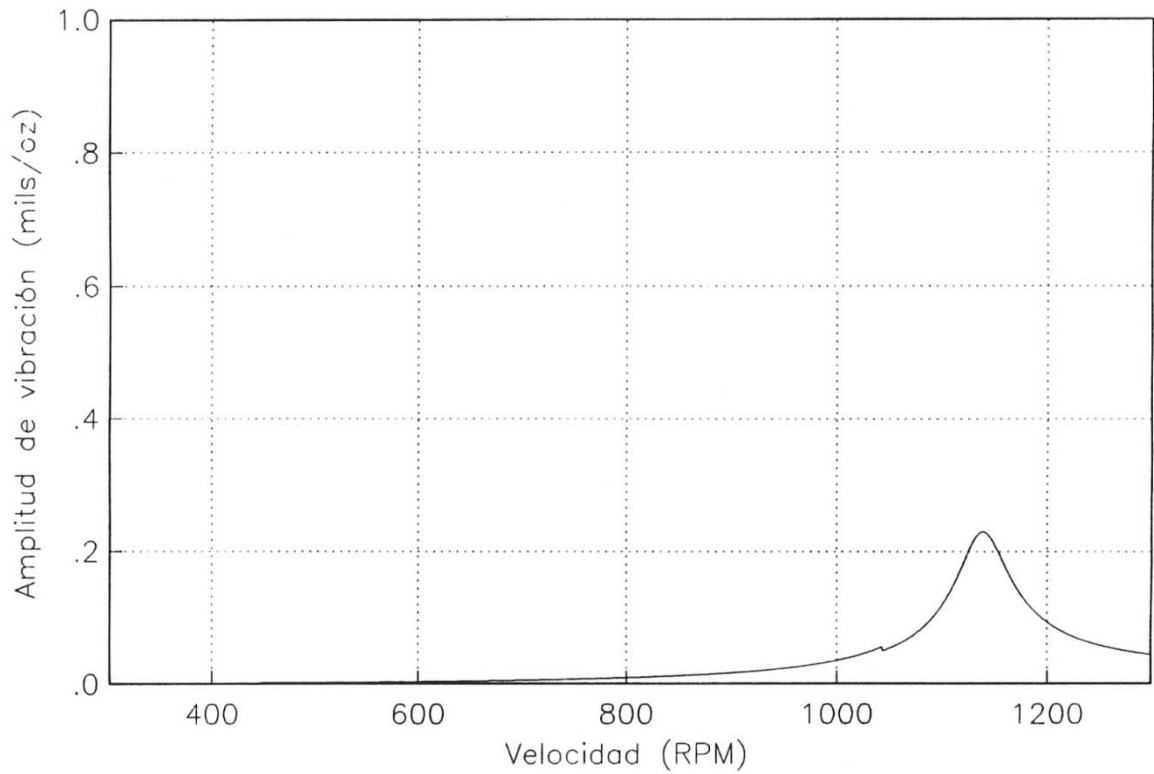


Figura N° 33. Espectro de respuesta del pedestal lado libre para el modo vertical

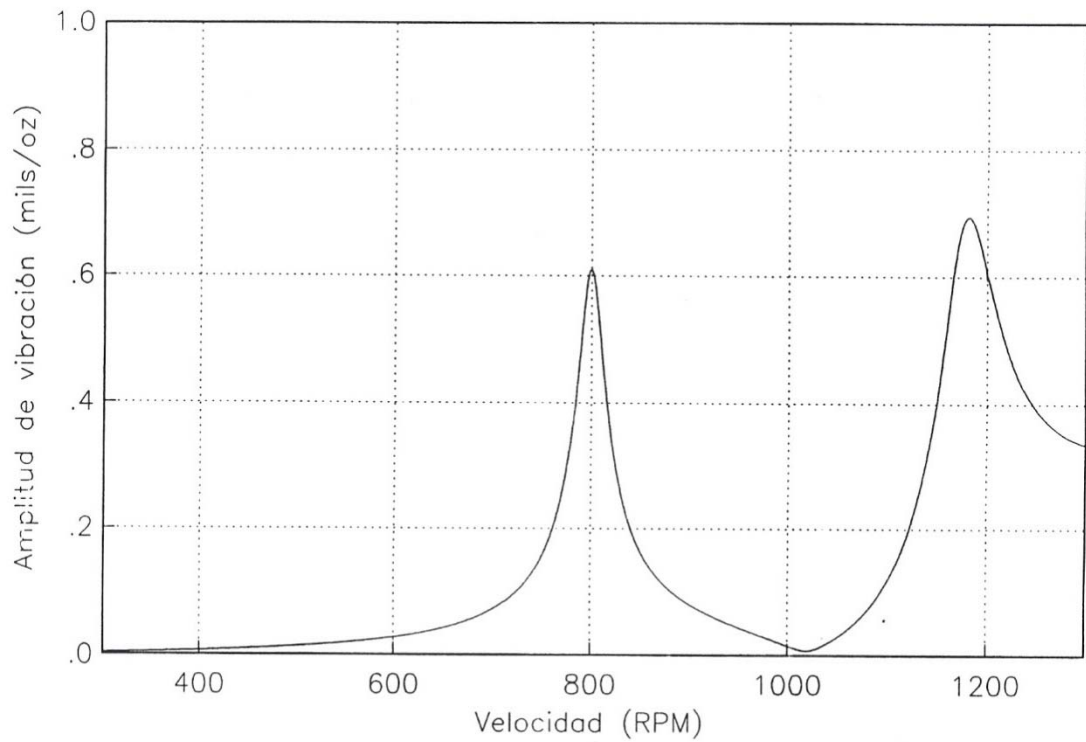


Figura N° 34. Espectro de respuesta del pedestal lado libre para el modo lateral.

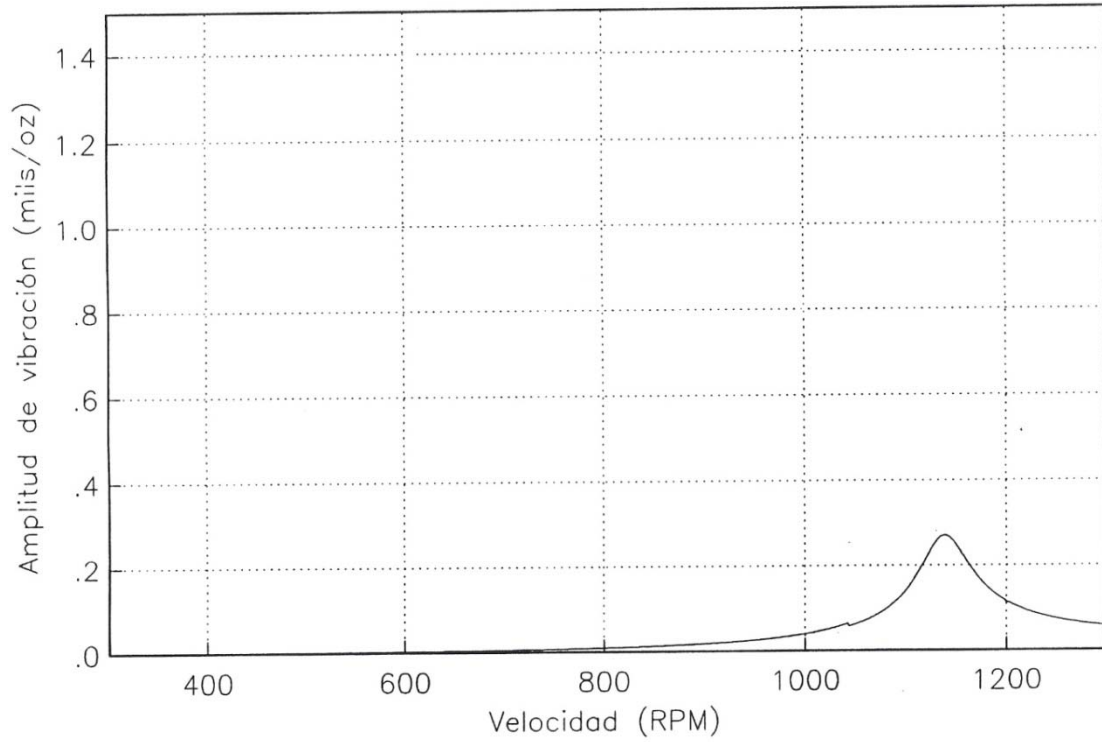


Figura N° 35. Espectro de respuesta del pedestal lado cople para el modo vertical.

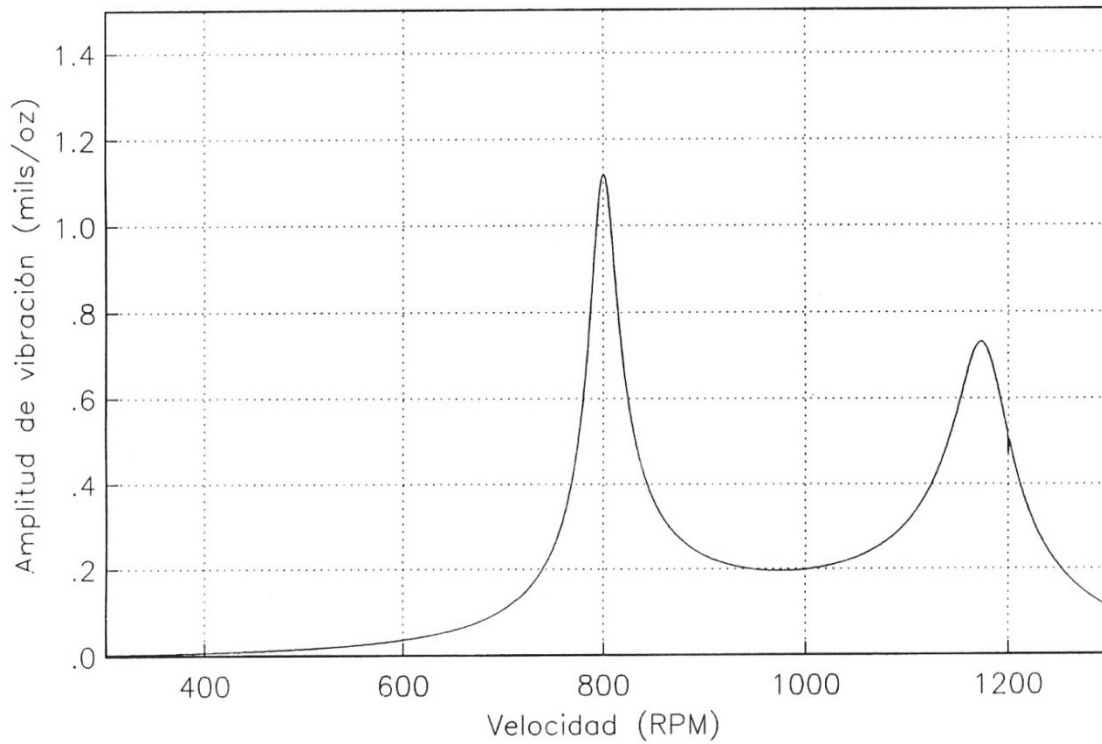


Figura N° 36. Espectro de respuesta del pedestal lado cople para el modo lateral.

5.7 COMPARACIÓN ENTRE EL COMPORTAMIENTO MEDIDO (IIE) Y EL EVALUADO

Al analizar los resultados obtenidos con la teoría del semiespacio, se observa que los mayores desplazamientos de la cimentación para una frecuencia de operación de 14.83 Hz (890 RPM), se presentan en las direcciones lateral y vertical.

Los resultados de los análisis efectuados de acuerdo con el criterio presentado en este trabajo, se incluyen en el anexo A, y se discuten en los siguientes párrafos.

Avilés (Ref. 35), indica que los principales movimientos de los ventiladores se presentan en dirección lateral, lo cual se verifica al observar las gráficas de los espectros de respuesta medidos en la cimentación, dado que las amplitudes de respuesta para la frecuencia de operación en los modos vertical y lateral (figuras 31 y 32) son de 0.0023 y 0.008 mils/oz respectivamente.

Para el modo lateral, el valor determinado con el criterio expuesto en el presente trabajo (ver 5.5.3 y anexo A) es de 0.0084 mils/oz, por lo que al compararlo con el valor medido para la frecuencia de operación, las amplitudes en ambos casos son prácticamente iguales.

En el modo vertical, la diferencia en las amplitudes calculadas para la frecuencia de operación es del orden de 6 veces mayor (0.0142, calculado vs 0.0023 mils/oz, medido); que la medida por el IIE.

En las figuras 31 y 32, se observa que la frecuencia fundamental del sistema es cercana a 800 RPM (13.33 Hz) en el modo lateral, y la segunda frecuencia muestra un corrimiento a la derecha con un valor de 1139 RPM (18.98 Hz) en el modo vertical. Estos valores se aproximan a la frecuencia de operación (890 RPM) y a la frecuencia crítica del rotor (1200 RPM, 20 Hz) recomendados por el fabricante. En general, los valores medidos son ligeramente menores con una diferencia máxima del 11 %.

Al revisar la amplitud de la vibración en los espectros de respuesta medidos sobre el pedestal del lado libre, los valores de sensibilidad (peso desbalanceado aplicado en el diámetro exterior del impulsor, requerido para producir un desplazamiento unitario (lateral o vertical) pico a pico en las chumaceras, ref. 37) para la frecuencia de operación, son: 0.015 mils/oz en el modo vertical y 0.092 mils/oz en el modo lateral. Los valores calculados para la misma frecuencia, con la metodología propuesta son 0.0084 para el modo lateral y 0.0142 para el vertical, valores que para el modo vertical resultan muy cercanos a los medidos (0.015 vs 0.0142), mientras que para el modo lateral, los valores presentan una diferencia de 11 veces menor (0.092, medido vs 0.0084 mil/oz, calculado).

Al observar las gráficas de las figuras 33 y 34, las amplitudes máximas son del orden de 0.231 y 0.692 mils/oz para vibraciones verticales y laterales respectivamente y se presentan cerca de la frecuencia crítica del rotor.

Al realizar el mismo proceso, pero ahora en el pedestal del lado cople, tenemos que para la frecuencia de operación, las amplitudes resultan 0.023 y 0.246 mils/oz para los modos vertical y lateral respectivamente y como se menciona anteriormente, los valores calculados para la misma frecuencia, con el método del semiespacio son 0.0084 para el modo lateral y 0.0142 para el vertical. Estos valores para el modo vertical son 62% mayores (0.023 vs 0.0142), mientras que para el modo lateral se tiene una diferencia de 29 veces.

5.8 APLICABILIDAD DEL MÉTODO PROPUESTO

Después de revisar los resultados del inciso anterior, se observa que las mediciones realizadas sobre la base de la cimentación, presentan una buena concordancia para el modo de vibración lateral, mientras que para el modo vertical se observa una gran diferencia entre lo medido y lo calculado.

La situación se complica al revisar los resultados de las mediciones realizadas en los pedestales, debido a factores como amplificaciones locales, o falta de rigidez en las silletas.

Con la finalidad de verificar la influencia del modulo de rigidez al corte, en el modelo de análisis, se calcularon las amplitudes para los modos vertical, lateral y longitudinal con variaciones del modulo de hasta 6 veces mayor que el utilizado en los análisis. Los resultados se muestran en la figura siguiente:

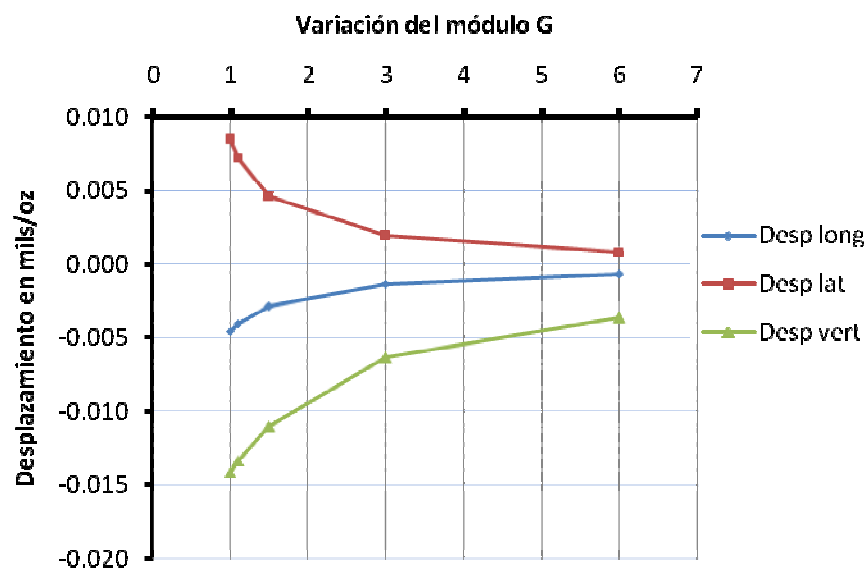


Figura N° 37. Espectro de respuesta de amplitudes en función del modulo G.

En esta gráfica se observa que a medida que se incrementa el modulo de rigidez al corte, los desplazamientos tienden a disminuir, lo cual muestra que el valor de la rigidez al corte influye en gran medida en la respuesta del sistema suelo-cimiento.

Debido a que todos los valores de los modos de vibración tienden a reducirse a medida que la magnitud de la rigidez al corte crece, el modelo de análisis propuesto es congruente con sus resultados, sin embargo los valores de amplitudes no corresponden como se espera.

Los comentarios aquí realizados deben manejarse con reserva, dado que sólo se ha presentado un caso y antes de tomar una decisión sobre la aplicabilidad o no de este método en otro problema, es necesario realizar un mayor número de verificaciones para contar con base firmes para proponer un ajuste en el mismo.

A pesar de lo antes expuesto, se considera que por la facilidad de aplicación del método, los resultados obtenidos son bastante aceptables para fines de un primer análisis del comportamiento de la cimentación, dado que el diseño queda del lado conservador.

5.9 CRITERIOS DE ACEPTACIÓN

A partir de los espectros de respuesta, se determinan la frecuencia crítica del sistema y las amplitudes de vibración en las chumaceras para las condiciones de resonancia y operación. Con base en estos resultados, los criterios de aceptación que deben satisfacerse para validar el diseño de la cimentación son los que se especifican en los siguientes incisos:

5.9.1 CRITERIO DE FRECUENCIA

Es un criterio de aceptación, en el cual el sistema debe mantenerse fuera de la zona de influencia de la resonancia, por lo que es recomendable de acuerdo con la referencia 34, que la frecuencia crítica del sistema se encuentre alejada al menos 15% de la velocidad de operación del equipo, lo cual se expresa:

$f_s > 1.15 f_o$; cimentación de alta sintonía
 $f_s < 0.85 f_o$; cimentación de baja sintonía

donde f_s es la frecuencia crítica fundamental del sistema y f_o la frecuencia de operación del equipo. Para cimentaciones de baja sintonía, la misma referencia indica que es recomendable revisar además la segunda frecuencia crítica del sistema.

En el caso estudiado, la frecuencia crítica o de resonancia se presenta a 1139 RPM, y la de operación es de 800 RPM, con lo cual se trata de una cimentación de baja sintonía y se tiene una diferencia del 40%, entre frecuencias, por lo cual se cumple con el requisito.

5.9.2 OTROS CRITERIOS

Se revisan también los criterios indicados en el capítulo 2, y se concluye que las vibraciones transmitidas a la cimentación, no afectan su estabilidad, ni causa molestia al personal que labora en las inmediaciones.

6 CONCLUSIONES

Después de revisar la metodología propuesta por Dobry y Gazetas, y además emplearla para determinar su aplicabilidad a las cimentaciones de ventiladores de tiro inducido (VTI), se tienen los siguientes comentarios:

El modelo permite integrar de manera independiente cada uno de los aspectos que intervienen en la determinación de los valores de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para cada uno de los modos de vibrar del sistema, considerando los efectos de la geometría de la cimentación, los efectos de zanja y trinchera para el caso de cimentaciones embebidas y los efectos de disipación de energía por el amortiguamiento del suelo.

Aún cuando se observan diferencias entre los valores de amplitudes medidos y los calculados con el procedimiento planteado, los valores se encuentran dentro de los rangos aceptables para fines de ingeniería de cimentaciones.

Los resultados obtenidos con el modelo para el caso de amplitudes de vibraciones verticales, indican que los valores de desplazamientos verticales estimados son mayores a los que se presentan en la realidad, lo cual implica que el diseñar una cimentación con este criterio, se encuentra dentro del lado conservador porque en la cimentación real, se limitarían los desplazamientos a valores menores.

En la respuesta lateral, el modelo presenta una adecuada concordancia entre lo medido y lo calculado, por lo que la aplicación del modelo es adecuada.

En el caso particular de ventiladores de tiro inducido, la respuesta del comportamiento dinámico del modelo, obedece además del comportamiento de la cimentación, a las rigideces de la propia estructura, tal como la de los pedestales y de las silletas de apoyo del rotor, por lo que para la respuesta de la cimentación, el modelo satisface el comportamiento, sin embargo, gran parte de la respuesta dinámica del equipo está regida por la rigidez de las silletas y de los pedestales que lo soportan.

Para cimentaciones de ventiladores de tiro inducido, es necesario considerar un modelo más completo, en el que se incluyan las rigideces de los apoyos (silletas y chumaceras), debido a que juegan un papel importante en la respuesta del sistema. En el caso analizado, la rigidez de las silletas para modo vertical tiene una diferencia de casi siete veces (2,248,271 vs 323,500 t/m) respecto a la rigidez dinámica calculada de la cimentación y para el modo horizontal es de casi 50 veces (3,184,362 vs 64,700 t/m). De aquí se observa que las silletas son una parte débil en la respuesta del sistema y es en ellas en donde se presenta la mayor amplificación.

El modelo de análisis permite integrar geometrías de cimentaciones complejas y tratarlas de una manera sencilla, pero será válido en la medida que las acciones generadas por la cimentación, sean debidamente transmitidas a la cimentación.

El modelo propuesto fue evaluado en el caso particular de una cimentación de un ventilador de tiro inducido, y las conclusiones derivadas de los análisis aquí presentados no son de ninguna manera general, son sólo un caso particular y será necesario efectuar un mayor número de análisis entre las mediciones y los cálculos teóricos, a fin de validar o de efectuar los ajustes necesarios para la mejor respuesta del modelo.

El modelo podrá ser ajustado en la medida en la que se cuente con datos de mediciones de comportamiento de cimentaciones, y de las propiedades del suelo en el desplante., porque como se vio en la gráfica de la figura 37, el valor del módulo de rigidez al corte tiene gran influencia en la respuesta dinámica del conjunto.

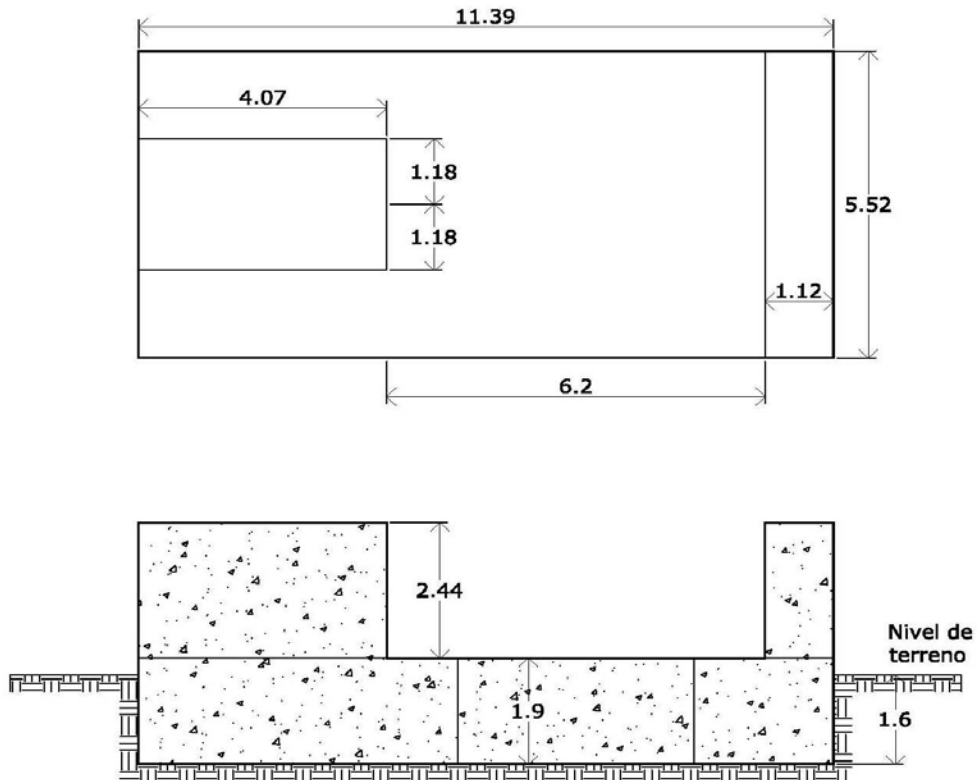
En la medida en la que se reduzcan las incertidumbres en la determinación de las propiedades geotécnicas de los terrenos de cimentación y se cuente con mediciones del comportamiento de las cimentaciones, se podrá optimizar el diseño dinámico de las cimentaciones.....

ANEXO A

ANÁLISIS DE LA CIMENTACIÓN

ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CIMENTACIÓN DE UN VENTILADOR DE TIRO INDUCIDO

La geometría de la cimentación es la siguiente:



Datos para análisis:

$2B =$	5.52 m	$2L =$	11.39 m	$D =$	1.60 m
$d =$	1.60 m	$B =$	2.76 m	$L =$	5.70 m
$B / L =$	0.48	$D / B =$	0.58	$d / B =$	0.58
$L / B =$	2.06	$d / L =$	0.28	$D / d =$	1.00
$A_B =$	62.87 m ²	$A_w =$	54.11 m ²	$A_B / 4L^2 =$	0.48
$I_{bx} =$	159.65 m ⁴	$I_{by} =$	679.72 m ⁴		
$J_b =$	839.36 m ⁴	Peralte cim =	1.90 m		
$H =$	14.50 m	$v =$	0.25	$V_s =$	690 m/s
$\gamma =$	1.94 T/m ³	$\rho =$	0.198 T-s ² /m ⁴		
$\beta =$	0.03	$G =$	94,152.29 T/m ²		
Frecuencia de operación del equipo =	14.83 Hz				
$f_s =$	11.90 Hz	Frecuencia adimensional (ao) =	0.373		
$\omega =$	93.18 rad/s				

CÁLCULO DE LAS RIGIDECES

Rigidez vertical

$$S_z = 1.62$$

$$K_{z \text{ sup}} = 2,322,812.32 \text{ T/m} \quad \text{Para cimiento superficial}$$

$$K_{z \text{ emb}} = 2,446,514.82 \text{ T/m} \quad \text{Para cimiento embebido}$$

$$K_{\text{basez}} = 2,428,368 \text{ T/m}$$

$$K_{wz} = 18,146 \text{ T/m}$$

$$K'_{wz} = 335.35 \text{ T/(m}^2\text{-m)}$$

Las rigideces verticales dinámicas son:

$$K_{z \text{ sup}} = 0.97$$

$$K_{z \text{ sup}} = 2,253,127.96 \text{ T/m}$$

$$K_{z \text{ emb}} = 2,303,518.12 \text{ T/m}$$

$K_z(\beta) = 2,248,271 \text{ T/m}$

Rigidez horizontal lateral

$$S_y = 3.42$$

$$K_{wx} = 907,301 \text{ T/m}$$

$$K_{y \text{ sup}} = 2,094,049.42 \text{ T/m}$$

$$K_{\text{basey}} = 2,333,207 \text{ T/m}$$

$$K_{y \text{ emb}} = 3,240,508 \text{ T/m}$$

Rigidez horizontal longitudinal

$$K_{wy} = 857,014 \text{ T/m}$$

$$K_{x \text{ sup}} = 1,977,987.89 \text{ T/m}$$

$$K_{\text{basex}} = 2,203,890 \text{ T/m}$$

$$K_{x \text{ emb}} = 3,060,904 \text{ T/m}$$

De las gráficas de las figuras 18 a 20, de tesis de utv, obtenemos los valores de los factores de rigidez dinámica

$$K_{x \text{ sup}} = 1.02$$

$$K_{x \text{ emb}} = 1$$

$$K_{y \text{ sup}} = 1.05$$

$$K_{y \text{ emb}} = 1$$

Las rigideces horizontales dinámicas son:

$$K_{x \text{ sup}} = 2,017,547.65 \text{ T/m}$$

$$K_{x \text{ emb}} = 3,060,904.34 \text{ T/m}$$

$$K_{y \text{ sup}} = 2,198,751.89 \text{ T/m}$$

$$K_{y \text{ emb}} = 3,240,507.69 \text{ T/m}$$

$K_x(\beta) = 3,016,415 \text{ T/m}$

$K_y(\beta) = 3,184,362 \text{ T/m}$

Rigidez por cabeceo

$$K_{cx \text{ sup}} = 17,855,443.42 \text{ T/m}$$

$$K_{cx \text{ emb}} = 36,161,132.30 \text{ T/m}$$

$$K_{cy \text{ sup}} = 55,888,872.11 \text{ T/m}$$

$$K_{cy \text{ emb}} = 94,046,502.29 \text{ T/m}$$

y las rigideces dinámicas son:

$$K_{cx \text{ sup}} = 0.93$$

$$K_{cx \text{ emb}} = 33,465,547 \text{ T/m}$$

$$K_{cy \text{ sup}} = 0.89$$

$$K_{cy \text{ emb}} = 83,530,639 \text{ T/m}$$

$K_{cx}(\beta) = 33,343,914 \text{ T/m}$
--

$K_{cy}(\beta) = 83,125,021 \text{ T/m}$
--

Rigidez torsional

$K_{t\ sup} = 56,000,377.86\ T/m$

$K_{t\ emb} = 122,500,064.57\ T/m$

El coeficiente de amplificación dinámico es:

$l = 0.20$

$b = 0.59$

$K_t = 0.96$

la correspondiente rigidez dinámica es :

$K_{t\ emb} = 117,939,221\ T/m$

$K_t(\beta) = 117,697,273\ T/m$

CÁLCULO DE AMORTIGUAMIENTOS

Amortiguamiento vertical

$V_{La} = 995.67\ m/s$

De la figura 22, el coeficiente $C_z = 1$

$C_{z\ sup} = 12,379.76\ T-s/m$

y para el amortiguamiento de la cimentación embebida;

$C_{z\ emb} = 19,763.49\ T-s/m$

$C_z(\beta) = 21,247\ T-s/m$

Amortiguamiento horizontal:

$C_{x\ sup} = 7,463.87\ T-s/m$

De la figura 23, el coeficiente $C_x = 0.87$

$C_{y\ sup} = 8,750.74\ T-s/m$

De la figura 23, el coeficiente $C_y = 1.02$

Y en el caso de cimentación embebida, los valores son:

$C_{x\ emb} = 15,915.36\ T-s/m$

$C_x(\beta) = 17,886\ T-s/m$

$C_{y\ emb} = 20,085.18\ T-s/m$

$C_y(\beta) = 22,172\ T-s/m$

Amortiguamiento por cabeceo

$C_{rx\ sup} = 4,086.51\ T-s/m$

De la figura 24, el coeficiente $C_{rx} = 0.13$

$C_{ry\ sup} = 33,459.44\ T-s/m$

De la figura 24, el coeficiente $C_{ry} = 0.25$

Y en el caso de cimentación embebida, los valores son:

$C_{rx\ emb} = 43,512.10\ T-s/m$

$C_{rx1} = 0.83$

$C_{ry1} = 1.05$

$C_{ry\ emb} = 145,102.65\ T-s/m$

$C_{rx2} = 1.66$

$C_{ry2} = 1.04$

$C_{rx}(\beta) = 65,061\ T-s/m$

$C_{ry}(\beta) = 198,889\ T-s/m$

Amortiguamiento por torsión

$C_{t\ sup} = 22,906.71\ T-s/m$

De la figura 25, el coeficiente $C_t = 0.2$

$C_{t\ emb} = 86,552.57\ T-s/m$

De la figura 26, el coeficiente $h = 0.25$

$S = 1.44$

$Q = 5.26$

$a(l/B)^{0.6}(d/B)^{0.1} = 0.55$

$C_t(\beta) = 162,496\ T-s/m$

Factores de ajuste por contacto del terreno con la cimentación

Contacto entre el suelo y las paredes laterales	QW =	1
Incremento de la rigidez con la profundidad	QC =	1
Suelo muy rígido o roca en la base	QI =	1

CÁLCULO DE LOS PUNTOS DE APLICACIÓN DE LAS REACCIONES DEL TERRENO

Coordenadas de la base de la cimentación

Punto	X (m)	Y (m)		
			$X_b = 5.70 \text{ m}$	$Y_b = 2.76 \text{ m}$
1	0	0	$X_{12} = 0.00 \text{ m}$	$y_{12} = 2.76 \text{ m}$
2	0	5.52	$X_{23} = 5.70 \text{ m}$	$y_{23} = 5.52 \text{ m}$
3	11.39	5.52	$X_{34} = 11.39 \text{ m}$	$y_{34} = 2.76 \text{ m}$
4	11.39	0	$X_{41} = 5.70 \text{ m}$	$y_{41} = 0.00 \text{ m}$
1	0	0		

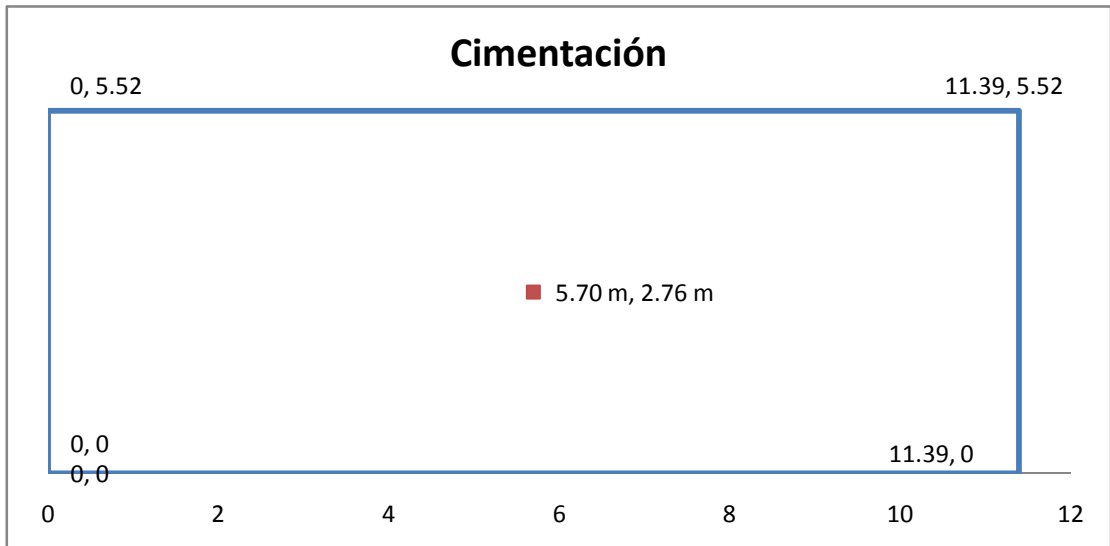
Cálculo de las áreas laterales

- $A_w^1 = 8.83 \text{ m}^2$
- $A_w^2 = 18.22 \text{ m}^2$
- $A_w^3 = 8.83 \text{ m}^2$
- $A_w^4 = 18.22 \text{ m}^2 \dots \text{ok}$

Cálculo del centroide por reacciones verticales.

- $K_{wz}^1 = 2,961.8 \text{ T/m}$
- $K_{wz}^2 = 6,111.4 \text{ T/m}$
- $K_{wz}^3 = 2,961.8 \text{ T/m}$
- $K_{wz}^4 = 6,111.4 \text{ T/m} \dots \text{ok}$

$Z_x = 5.70 \text{ m}$
 $Z_y = 2.76 \text{ m}$



Cálculo del centroide por reacciones en sentido longitudinal.

$$\begin{aligned}
 K_{wx} &= 16,767.09 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wx}^1 &= 148,086.97 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wx}^2 &= 305,563.51 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wx}^3 &= 148,086.97 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wx}^4 &= 305,563.51 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m})
 \end{aligned}$$

$X_y = 2.76 \text{ m}$
 $X_z = -0.80 \text{ m}$

...ok

$$\begin{aligned}
 Z_b &= -0.80 \text{ m} \\
 Z_1 &= 0.00 \text{ m} & Z_{12} &= -0.80 \text{ m} \\
 Z_2 &= 0.00 \text{ m} & Z_{23} &= -0.80 \text{ m} \\
 Z_3 &= 0.00 \text{ m} & Z_{34} &= -0.80 \text{ m} \\
 Z_4 &= 0.00 \text{ m} & Z_{41} &= -0.80 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Cálculo del centroide por reacciones en sentido lateral.

$$\begin{aligned}
 K_{wy} &= 15,837.79 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wy}^1 &= 139,879.33 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wy}^2 &= 288,627.83 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wy}^3 &= 139,879.33 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m}) \\
 K_{wy}^4 &= 288,627.83 \text{ T}/(\text{m}^2\text{-m})
 \end{aligned}$$

$Y_x = 5.70 \text{ m}$
 $Y_z = -0.80 \text{ m}$

...ok

Las acciones que actuan sobre la cimentación son:

Peso de la cimentación

Figura	B	L	H
Bloque int	2.36 m	4.07 m	2.44 m
Bloque ext	5.52 m	1.12 m	2.44 m

Bloque	Volumen	X	Y	WX	WY
Base	119.46	5.70 m	2.76 m	1,632.76	791.29
Bloque int	23.44	2.04 m	2.76 m	114.46	155.24
Bloque ex	15.09	10.83 m	2.76 m	392.09	99.92
Motor	15.50	2.04 m	2.76 m	31.54	42.78
Rotor	22.00	5.70 m	2.76 m	125.29	60.72
Carcaza	21.25	5.70 m	2.76 m	121.02	58.65
Totales	437.90			2,417.16	1,208.61

Centro de cargas estáticas

$$\begin{aligned}
 X &= 5.52 \text{ m} \\
 Y &= 2.76 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Excentricidad en } x &= 0.18 \text{ m} \\
 \text{Excentricidad en } y &= 0.00 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Momentos de volteo} & \quad MX = 0.00 \text{ T-m} \\
 & \quad My = 76.69 \text{ T-m}
 \end{aligned}$$

Esfuerzo estático transmitido por la cimentación

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= 6.96 \text{ T/m}^2 \\
 \sigma_y &= 7.61 \text{ T/m}^2
 \end{aligned}$$

Respuesta del sistema

$$Q_0 = M_e * e * w^2$$

$$Q_0 = 0.361319947$$

$$M_d = 1.00 \text{ oz}$$

$$0.0000287 \text{ T}$$

$$e = 1.45 \text{ m}$$

De manera gráfica tenemos:



El vector de fuerzas queda dado por:

$$P = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.361 \\ 0.361 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE INERCIA DE LA MASA

I_{xm}

Bloque	Masa	(a ² +b ²)/12	r ²	mr ²	I
Base	29.23	2.84	0.00	0.00	83.00
Carcaza	2.17	10.83	5.33	11.55	22.38
Totales	31.39			<i>I_{xm}</i> =	105.38 t-m-s ²

I_{ym}

Bloque	Masa	(a ² +b ²)/12	r ²	mr ²	I
Base	29.23	11.11	0.00	0.00	324.75
Carcaza	2.17	10.83	5.33	11.55	22.38
Totales	31.39			<i>I_{ym}</i> =	347.12 t-m-s ²

Tesis de Maestría

Izm	Masa	(a ² +b ²)/12	r ²	mr ²	I
Bloque	29.23	13.35	0.00	0.00	390.16
Base	29.23				
Totales	29.23			lxm =	390.16 t-m-s ²

Masa de la cimentación = 40.82 T-s²/m
 La matriz de rigideces queda:

$$M = \begin{bmatrix} 40.82 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40.82 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40.82 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 105.38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 347.12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 839.36 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigideces esta dada por:

$$K = \begin{bmatrix} 3,016,415 & 0 & 0 & 0 & -2,413,132 & -8,325,305 \\ 0 & 3,184,362 & 0 & 2,547,489 & 0 & 18,134,940 \\ 0 & 0 & 2,248,271 & 6,205,229 & -12,803,906 & 0 \\ 0 & 2,547,489 & 6,205,229 & 52,508,338 & 35,338,781 & 14,507,952 \\ -2,413,132 & 0 & -12,803,906 & 35,338,781 & 157,973,772 & 6,660,244 \\ -8,325,305 & 18,134,940 & 0 & 14,507,952 & 6,660,244 & 243,953,599 \end{bmatrix}$$

$$Mw^2 = \begin{bmatrix} 354,380 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 354,380 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 354,380 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 914,931 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,013,877 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7,287,740 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2,662,035 & 0 & 0 & 0 & -2,413,132 & -8,325,305 \\ 0 & 2,829,982 & 0 & 2,547,489 & 0 & 18,134,940 \\ 0 & 0 & 1,893,891 & 6,205,229 & -12,803,906 & 0 \\ 0 & 2,547,489 & 6,205,229 & 51,593,407 & 35,338,781 & 14,507,952 \\ -2,413,132 & 0 & -12,803,906 & 35,338,781 & 154,959,895 & 6,660,244 \\ -8,325,305 & 18,134,940 & 0 & 14,507,952 & 6,660,244 & 236,665,859 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.00000048 & -0.00000023 & -0.00000009 & 0.00000002 & -0.00000001 & 0.00000003 \\ -0.00000023 & 0.00000077 & -0.00000018 & 0.00000002 & -0.00000002 & -0.00000007 \\ -0.00000009 & -0.00000018 & -0.00000082 & 0.00000018 & -0.00000011 & 0.00000000 \\ 0.00000002 & 0.00000002 & 0.00000018 & -0.00000002 & 0.00000002 & 0.00000000 \\ -0.00000001 & -0.00000002 & -0.00000011 & 0.00000002 & -0.00000001 & 0.00000000 \\ 0.00000003 & -0.00000007 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000001 \end{bmatrix}$$

Solución del sistema

u =	-1.16E-07 m	-0.0046 mils	-0.000005 plg
v =	2.14E-07 m	0.0084 mils	0.000008 plg
w =	-3.60E-07 m	-0.0142 mils	-0.000014 plg
θ _x =	7.15E-08 rad	4.10E-06 °	Sen (θ) = 7.14889E-08
θ _y =	-4.69E-08 rad	-2.69E-06 °	Sen (θ) = -4.68743E-08
θ _z =	-2.36E-08 rad	-1.35E-06 °	Sen (θ) = -2.35875E-08

REFERENCIAS

- 1 Tschebotarioff, G. P. (1952). Soil Mechanics, Foundations, and Earth Structures. First edition. New York.
- 2 Richart, F. E., Hall, J. R. and Woods, R. D. (1984). Vibrations of Soils and Foundations. Prentice Hall, New Jersey. 1970. Analysis of Machine Foundations Vibrations: "State of the Art". International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, ASCE, vol 110, Jan.
- 3 Gazetas, G. (1984). Analysis of Machine Foundations Vibrations: "State of the Art". International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol 110, Jan.
- 4 Dobry, R. and Gazetas, G. (1986). Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 112, Jan.
- 5 Gazetas, G. et al (1985). Vertical Response of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 111, June.
- 6 Gazetas, G. and Tassoulas, J. L. (1987). Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 113, May.
- 7 Gazetas, G. and Tassoulas, J. L. (1987). Horizontal Damping of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 113, May.
- 8 Hatzikonstadinou, A. et al,(1989). Rocking Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 115, April.
- 9 Fotopoulou, M, et al.(1989). Rocking Damping of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, VOL. 115, April.
- 10 Kotsanopolos, P., Fotopoulou, M, and Gazetas G. Damping of Foundations in Torsion: Experimental Verification.
- 11 Comisión Federal de Electricidad. (1969). Manual de Diseño de Obras Civiles. Tomo I.I.I.E.5. México.
- 12 Rodríguez, C. A. Análisis Tridimensional de Cimentaciones Masivas para Maquinaria. Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional. México 1995.
- 13 Shamsheer, P. (1996). Soil Dynamics.. Shamsheer Prakash Foundation, Missouri.
- 14 Winterkorn H. F and Say Y. F. H. (1975). Foundation Engineering Handbook. Van Nostrand Reinhold Company. New York.
- 15 Comisión Federal de Electricidad. (1981). Manual de Diseño de Obras Civiles. Estructuras. Tomo C.2.2. Diseño Estructural de Cimentaciones. México.
- 16 Richart F. E. Jr, *et al.* (1970). Vibrations of Soils and Foundations. (Chapter 10). Prentice hall, New Jersey.
- 17 Broch, J. T., *et al.* (1973). Mechanical Vibration and Shock Measurements, Holanda.
- 18 Flores, B. R. (1980). X Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.

- 19 Ramírez, R. M. (1989). Análisis de Cimentaciones Superficiales para Maquinaria. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- 20 Dobry R. y Gazetas G. (1988). Curso de Dinámica de suelos y Diseño de Cimentaciones de Maquinaria. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. México.
- 21 American Society of Civil Engineers. (1987). Design of Large Steam Turbine-Generator Foundations. Task Committee on Turbine Foundations. New York.
- 22 Hsai,-Y. F. (1991). Foundation engineering handbook. Chapter 15. Van Nostrand Reinhold. New York.
- 23 . Constantino, Z. et al. (2002). XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. Tomo II. México.
- 24 Dobry, R and Gazetas, G. (1986). ASCE. Journal of geotechnical engineering. Vol. 112 “Dynamic response of arbitrarily shaped foundations”.
- 25 Gazetas, G. (1983). International Journal of soil Dynamics and earthquake engineering. Vol. 2, “Analysis of machine foundations vibrations: “state of the art”. Jan.
- 26 Dobry, R. and Gazetas, G. (1986). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Dynamic response and damping of arbitrarily shaped foundations”. Vol. 112, Jan.
- 27 Fotopoulou, M., et al, (1989). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Rocking damping of arbitrarily shaped embedded foundations”. Vol. 115, April.
- 28 Gazetas, G. et al, (1985). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Vertical response of arbitrarily shaped embedded foundations”. Vol. 111, June.
- 29 Gazetas, G. and Tassoulas, J. L. (1987). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Horizontal stiffness of arbitrarily shaped embedded foundations”. Vol. 113, May.
- 30 Gazetas, G. and Tassoulas, J. L. (1987). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Horizontal damping of arbitrarily shaped embedded foundations”. Vol. 113, May.
- 31 Hatzikonstadinou, A., et al, (1989). Journal of geotechnical engineering, ASCE. “Rocking stiffness of arbitrarily shaped embedded foundations”. Vol. 115, April.
- 32 Lysmer J. (1980). Proceedings 2nd ASCE conference on civil engineering and nuclear power. Vol. II. “Foundation vibrations with soil damping”, Knoxville, Tennessee, paper 10-4.
- 33 Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE). (1994). Medición y análisis de vibraciones de los VTI´S de la CTE Villa de Reyes de San Luis Potosí. División de Sistemas Mecánicos. México.
- 34 Subgerencia de geotecnia y materiales (CFE,1995). C. T. Villa de Reyes, San Luis Potosí. Problemas de vibración del ventilador de recirculación de gases 2B., Informe 95-35-GS.
- 35 Aranda L. R. (1994). Estudio geosísmico de Cross Hole en la C. T. Villa de Reyes, S. L. P.
- 36 Avilés L. J. y Trueba L. V. (1995). Análisis de sistemas maquinaria - cimentación- suelo para equipo rotatorio: aplicación a ventiladores de tiro inducido. México.
- 37 Walters, D. B. (1982). Design of fan foundations. Journal of the energy division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 108, N° EY1, March.