



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO DE ELEMENTOS
DE CONCRETO REFORZADO: SU INFLUENCIA EN LA
CONFIABILIDAD SÍSMICA DE EDIFICIOS**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

Luis Alfonso López López

TUTOR:

Dr. Luis Esteva Maraboto

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Meli Piralla Roberto
Secretario:	Dra. Ruiz Gómez Sonia Elda
Vocal:	Dr. Esteva Maraboto Luis
1 ^{er} . Suplente:	Dr. Díaz López Orlando Javier
2 ^{do} . Suplente:	Dr. Garcia Perez Jaime

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Esteva Maraboto

CON TODO MI CARIÑO Y MI AMOR

*PARA MIS PADRES, HERMANOS, SOBRINOS, MI NOVIA, MIS AMIGOS Y AL DR.
LUIS ESTEVA.*

AGRADECIMIENTOS

A quienes les debo la maravillosa dicha de la vida, que me han sabido conducir a través de este sendero, a ellos que les debo todo lo que soy y que algún día seré, a ellos mis Padres. **A MI MAMÁ Y A MI PAPÁ** que con todo su amor y su cariño me han conducido hasta este grandioso triunfo, a ellos GRACIAS DE TODO CORAZÓN.

A MIA HERMANOS que tanto quiero, y en quienes he encontrado la motivación necesaria para llegar hasta aquí y mucho mas allá, y sobre todo que con su enorme aprecio han sido el gran apoyo que me ha mantenido en pie, siempre con un objetivo, alcanzar la meta y a quienes les deseo la mejor de las suertes en sus vidas.

A MIS SOBRINOS por tantos momentos de cariño, amistad, juegos, motivación, espontaneidad, satisfacciones, etc; que más puedo decir, en verdad que se aprende a jugar al futbol con ellos.

A MI NOVIA por todo el apoyo, cariño y amor; por todos esos consejos y opiniones que ayudan a crecer como persona. Mis mejores deseos de superación son para ti.

A TODA MI FAMILIA por todo el cariño y amistad que siempre me ha brindado, y por todos aquellos momentos inolvidables que siempre hemos compartido.

A MIS AMIGOS (DENTRO Y FUERA DEL INSTITUTO) quienes en todo momento bueno y malo me fortalecen con su amistad. Les estoy plenamente agradecido y sepan que cuentan conmigo.

A LA UNAM Y EL INSTITUTO DE INGENIERÍA por permitirme hacer uso de sus instalaciones, y porque me permitieron recibir una formación no solo académica, sino deportiva, cultural y en otros aspectos de la vida, siempre estaré agradecido con estas instituciones.

A CONACYT Y AL INSTITUTO DE INGENIERÍA por el apoyo económico otorgado para la realización de mis estudios.

A MIS SINODALES DR. ROBERTO MELI PIRALLA, DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ, DR. LUIS ESTEVA MARABOTO, DR. ORLANDO JAVIER DÍAZ LÓPEZ Y DR. JAIME GARCÍA PÉREZ por la revisión de la Tesis que sirvió para enriquecerla, y por compartir un poco de sus tantos conocimientos y experiencias, no solo son grandes investigadores, también grandes personas.

A MI TUTOR PRINCIPAL DE LA TESIS, DR. LUIS ESTEVA MARABOTO, por el gran apoyo en la realización de esta tesis; siempre le voy a estar agradecido por tanta experiencia, inteligencia, amistad, sencillez, humildad y paciencia brindada. Es un gran investigador y es un gran ser humano.

AL DR. ALFREDO REYES SALAZAR por el gran apoyo que siempre me ha brindado siempre le estaré agradecido, y por su gran amistad.

A TODOS LOS PROFESORES que me han impartido clases, porque han sido pieza fundamental en mi formación, para que yo pudiera lograr esta meta más en mi Vida.

AL PATRONATO GUASAVE 400 (FUNDACION IGNACIO BORQUEZ ZAZUETA): VICTOR LOPEZ Y PROFESOR SANTILLÁN por apoyar a tantos jóvenes Guasavenses en el fortalecimiento de su educación, que es la base para el futuro de una mejor Nación. Espero que cada día haya más personas como ustedes en este Mundo.

CONTENIDO

RESUMEN.....	<i>i</i>
ABSTRACT.....	<i>ii</i>
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Alcance y Limitaciones.....	3
2. INCERTIDUMBRES ASOCIADAS A LA RESPUESTA DINÁMICA DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES Y FUNCIONES DE CONFIABILIDAD	5
2.1 Modelos probabilísticos de excitaciones sísmicas	5
2.2 Modelos probabilísticos de las propiedades estructurales.....	8
2.3 Análisis de incertidumbre para estimar la respuesta dinámica mediante sistemas simplificados de referencia, SSR	20
2.4 Funciones de confiabilidad	23
3. COMPORTAMIENTO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO ANTE EXCITACIONES CÍCLICAS.....	25
3.1 Pruebas de laboratorio: datos experimentales.....	26
3.2 Modelos matemáticos de leyes constitutivas.....	28
3.2a Modelo Campos-Esteva (1997), basado en Wang y Shah (1987)	30
3.2b Modelo Esteva-López. Modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado CR.....	33
3.3 Aplicación de modelos	38
3.3a Modelo Campos-Esteva (1997).....	38
3.3b Modelo Esteva-López (2008)	45
4. CASOS ESTUDIADOS.....	49
4.1 Excitaciones sísmicas.....	49
4.2 Sistemas estructurales.....	51

4.2a	Sistemas estructurales con propiedades nominales	51
4.2b	Sistemas estructurales con propiedades simuladas.....	62
5.	RESPUESTAS ESTRUCTURALES, FACTORES DE TRANSFORMACIÓN Y FUNCIONES DE CONFIABILIDAD	65
5.1	Consideraciones para la estimación de las respuestas no lineales de los sistemas de interés	65
5.1a	Interacción suelo-estructura.....	65
5.1b	Caracterización de la rigidez en elementos de concreto reforzado	66
5.1c	Criterio para determinar la capacidad última de deformación global en la estructura	67
5.2	Análisis de la respuesta no lineal del SMGL.....	67
5.2a	Análisis paso a paso del SMGL	67
5.2b	Análisis de empuje lateral del SMGL	71
5.3	Sistema simplificado de referencia.....	74
5.3a	Propiedades de los sistemas simplificados de referencia	74
5.3b	Análisis paso a paso de los SSR	76
5.3c	Determinación de los factores de transformación de las respuestas	78
5.4	Funciones de confiabilidad	90
5.4a	Estimación de las funciones.....	90
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	99
6.1	Conclusiones	99
6.2	Recomendaciones	101
APÉNDICES	103
Apéndice A.	Criterio utilizado para el análisis de empuje lateral.	103
Apéndice B.	Relaciones de propiedades estructurales y de respuesta entre SSR y SMGL.....	104
Apéndice C.	Algoritmo matemático del modelo Esteva-López.	107
Apéndice D.	Procedimiento para tomar en cuenta los efectos de ISE	111
REFERENCIAS	113

RESUMEN

Se estudia la influencia de la variación de las rigideces y resistencias de entrepiso de marcos dúctiles de concreto reforzado, a lo largo de su altura, en las funciones de confiabilidad y en los factores de transformación de sistemas simplificados de referencia. Con ese fin, se estudian 3 marcos dúctiles de concreto reforzado de 12 niveles. Uno de ellos fue diseñado según el RDF-04; los otros dos, irregulares en cuanto a rigideces y resistencias de entrepiso, se obtienen a partir del primer caso, afectando tales propiedades por un factor que varía desde 1.0 en la azotea hasta un valor especificado en la base. Al estimar las respuestas sísmicas esperadas con el objeto de determinar indicadores de desempeño ante temblores específicos, se toman en cuenta los valores probables de las propiedades mecánicas de cada sistema.

Se presenta un nuevo modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado, el cual considera que el máximo daño del elemento estructural corresponde a la pérdida total de resistencia y rigidez, cuando se forma una articulación completa. Dicho modelo intenta representar en forma realista y aproximada los ciclos de carga mediante una representación curvilínea controlada por parámetros de ajuste. También se obtienen parámetros de ajuste para el nuevo modelo y para el de Campos-Esteva (1997) a pruebas de laboratorio realizadas en la universidad de California en Berkeley. Con lo anterior se valida el nuevo modelo de comportamiento histerético, y de los ajustes del modelo Campos-Esteva (1997) se obtienen parámetros diferentes a los que se presentan en la literatura, los cuales se aprovechan para estudiar la influencia de la variación de estos en las funciones de confiabilidad.

ABSTRACT

A study is presented about the influence of the form of variation of the story strength and stiffness of ductile frames along their height on their seismic reliability functions and on the response transformation factors from simplified reference systems. With this purpose, three 12-story reinforced concrete ductile plane frames are studied. One of them was designed according to NTC-RCDF-2004, while the other two, have an irregular variation of story strength and stiffness; they were obtained from the former, affecting those properties with factors that vary from 1.0 on the top to a specified value at the base. In estimating the expected seismic response with the purpose of determining performance indicators during specific ground motions, probabilistic values of mechanical properties of the systems are considered.

A new model is presented to describe the hysteretic behavior and damage accumulation of reinforced concrete beams used to predict response. This model considers that the maximum damage of the structural element corresponds to a total loss of strength and stiffness, when the plastic hinge appears. The model aims at representing the hysteretic loops in a realistic approximate manner, through curves controlled by means of fitted parameters. Also, fitting parameters were obtained for the new model and for that of Campos-Esteve (1997), using the results of laboratory tests carried out at the University of California at Berkeley. With the information mentioned above the new hysteretic behavior model is validated. The parameters obtained for the Campos-Esteve behavior model differ from those presented in the literature; they are used to study their influence on the reliability functions.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los objetivos generales del diseño sísmico de obras de ingeniería son bien conocidos: se pueden resumir en el logro de un equilibrio adecuado entre los costos de construcción y de mantenimiento y los riesgos aceptables de daños o fallas durante la vida útil de cada obra. Esto implica, por una parte, mantener a un nivel suficientemente bajo el riesgo de colapso ante temblores de las mayores intensidades probables en el sitio de la construcción, de manera de ofrecer una protección adecuada a la integridad física de sus ocupantes y de salvaguardar sus bienes y, por otra, controlar las pérdidas económicas asociadas con posibles daños materiales, con costos de reparación y con la interrupción de las funciones de dicha construcción o de las actividades que en ella deban desarrollarse.

Por su parte, el diseño sismorresistente basado en confiabilidad y en desempeño tiene como fin obtener las características de sistemas estructurales, que conducen a obtener niveles óptimos de desempeño y confiabilidad durante su ciclo de vida.

Para aplicar criterios basados explícitamente en niveles de desempeño será necesario estimar desplazamientos y deformaciones de sistemas no lineales de múltiples grados de libertad. Además de las reducciones de la rigidez que acompañan al crecimiento de las deformaciones, el comportamiento no lineal de los sistemas estructurales típicos incluye la influencia del daño acumulado, que se manifiesta como deterioro de las rigideces y de las resistencias como función de la historia de deformaciones globales y locales. Se han dedicado muchos esfuerzos a estos estudios, pero aun existen limitaciones en el conocimiento sobre el

comportamiento de sistemas reales sujetos a historias de deformaciones cíclicas tan irregulares como las causadas por temblores; de ahí que uno de los retos importantes para la formulación de criterios de diseño sísmico basados en desempeño sea el de desarrollar y calibrar métodos simples, eficientes y confiables para estimar amplitudes máximas de las respuestas sísmicas de sistemas estructurales complejos de comportamiento no lineal.

1.1. ANTECEDENTES

Evaluar la confiabilidad estructural e introducir los criterios de diseño por desempeño en los reglamentos de diseño sismorresistente ha sido desde hace más de treinta y cinco años el principal objetivo de algunos investigadores como Cornell (1969), Meli (1976), Rosenblueth (1976), Reyes (1999) y Esteva et al (2001), por mencionar algunos.

Esteva et al. (2001) utilizan el planteamiento propuesto por Rosenblueth (1976) y lo aplican a sistemas estructurales conformados por marcos de concreto reforzado. Se toma como variable de control, dentro del proceso de optimación, a la rigidez de la estructura, pues se considera que los niveles de daño corresponden a intensidades bajas y moderadas, donde la ocurrencia de la falla es poco probable. Para determinar los costos esperados por daño se emplean sistemas simplificados de referencia, así como los correspondientes factores de transformación de respuestas, que expresan las relaciones probabilísticas entre las amplitudes máximas de las distorsiones laterales estimadas con la ayuda de modelos simplificados de los sistemas estructurales de interés y los que se obtendrían empleando modelos detallados de dichos sistemas.

1.2. OBJETIVOS

Obtener funciones de confiabilidad (en términos del índice β de Cornell, como función de la demanda de ductilidad del Sistema Simplificado de Referencia (SSR))

y factores de transformación de las respuestas de sistemas simplificados de referencia en las respuestas de los Modelos Detallados (MD).

Se estudia la influencia de la variación de las rigideces y resistencias de entrepiso de marcos dúctiles de concreto reforzado, a lo largo de su altura, en las funciones de confiabilidad y en los factores de transformación (referidos a distorsión máximas de entrepiso y distorsión máxima global).

Con pruebas de laboratorio realizadas a vigas en voladizo en la universidad de California en Berkeley, se pretende validar un nuevo modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado, el cual intenta representar en forma realista y aproximada los ciclos de carga mediante una representación curvilínea controlada por parámetros de ajuste. Con las mismas pruebas se ajusta el modelo de Campos-Esteva (1997) y, se obtienen parámetros de ajuste diferentes a los que se recomienda en la literatura, los cuales se aprovechan para estudiar la influencia de la variación de estos en las funciones de confiabilidad.

1.3. ALCANCE Y LIMITACIONES

De acuerdo con la filosofía de diseño basada en desempeño, en este trabajo se proponen criterios para determinar parámetros cuantitativos que permiten obtener la confiabilidad de estructuras de concreto reforzado. Se considera una alternativa simple para evaluar las funciones de confiabilidad en términos de las respuestas de sistemas simplificados de referencia (SSR); se toma en cuenta la incertidumbre asociada a las relaciones entre las respuestas estimadas con los SSR y las que se obtendrían empleando modelos detallados.

Se consideran casos de estructuras regulares en cuanto a geometría, pero irregulares en la variación de rigideces y resistencias de entrepiso, a lo largo de su altura. Se toma un marco interior de cada edificio para estudiar la influencia de la variación mencionada en las funciones de confiabilidad y en los factores de transformación de los SSR; se toman en cuenta los valores probables de las

propiedades mecánicas de cada sistema. Se desprecian los efectos de torsión y se toma en cuenta los efectos de interacción suelo estructura.

Como excitaciones sísmicas, se emplean 50 sismos simulados para el análisis paso a paso de marcos de concreto reforzado con propiedades inciertas.

En este trabajo la respuesta estructural se mide exclusivamente en términos de las distorsiones laterales tanto de entrepiso como global. No se estudian aceleración y la velocidad de los entrepisos, por lo que los daños causados en equipo y otros contenidos sensibles a estas respuestas no son considerados.

CAPÍTULO 2

INCERTIDUMBRES ASOCIADAS A LA RESPUESTA DINÁMICA DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES Y FUNCIONES DE CONFIABILIDAD

Son muchas las incertidumbres que influyen en la evaluación de la respuesta dinámica no lineal de los sistemas estructurales, mismos que para un estudio de confiabilidad deben ser consideradas. Las incertidumbres más comunes que aquí consideraremos son: 2.1) la incertidumbre asociada a las características detalladas del movimiento del terreno durante un sismo; 2.2) la incertidumbre relacionada con las propiedades de los sistemas estructurales; 2.3) la incertidumbre proveniente de usar sistemas simplificados de referencia (SSR) en la evaluación de la respuesta de sistemas de múltiples grados de libertad (SMGL); finalmente se muestra el criterio seguido en las funciones de confiabilidad.

2.1 MODELOS PROBABILÍSTICOS DE EXCITACIONES SÍSMICAS

Existe la necesidad de simular acelerogramas, dado que la información disponible de registros de aceleraciones reales para diferentes sitios es limitada. Partiendo de esa justificación, podemos simular acelerogramas; se debe cumplir que dichos acelerogramas deben representar a las fuentes potenciales de generación de sismo y deben corresponder a diferentes intensidades sísmicas.

El procedimiento que aquí se emplea para simular registros es el método híbrido desarrollado por Ismael y Esteva (2006), el cual aprovecha las ventajas que presentan el método de las funciones de Green empíricas, MFGE (Ordaz et al.,

1995) y el método de las funciones generalizadas de atenuación (Alamilla et al., 2001a,b).

El método de las funciones generalizadas de atenuación permite obtener acelerogramas sintéticos a partir de la suposición de que los acelerogramas se consideran como una realización de un proceso estocástico no estacionario gaussiano, con parámetros estadísticos que dependen de la magnitud y la distancia del evento sísmico.

Por otro lado, el método de las funciones de Green empíricas permite simular registros de sismos de gran magnitud utilizando registros de sismos de magnitud menor. La ventaja de este método es que la información de la trayectoria y los efectos de sitio están incluidos en los registros pequeños (Aguirre e Irikura, 2004). Para fines de estimar la probabilidad de falla de un sistema estructural, este método presenta una limitación, pues dichos registros corresponden a distancias entre fuente sísmica y sitio de interés que no necesariamente coinciden con las que se tienen para los registros que se quiere simular.

En lo que sigue se describen brevemente los aspectos más relevantes del método híbrido; los detalles, así como el alcance y algunos resultados, se pueden ver en Ismael y Esteva (2006).

1. Determinación de M y R dado un valor de intensidad

Para determinar la combinación de valores de M y R asociados a un nivel de intensidad en el sitio de interés es necesario hacer una definición adecuada de la medida de la intensidad; aquí se emplea como medida la ordenada del espectro lineal de pseudoaceleraciones para el periodo fundamental de la estructura de interés y para un amortiguamiento del 5% del crítico. Además se utiliza el criterio propuesto por Allamilla (2001), que toma en cuenta la incertidumbre en los valores de M y R que pueden originar un valor dado de intensidad para un sistema estructural dado.

Para simular los valores de M y R, dada una intensidad, se procede como a continuación se indica:

- Se define el nivel de intensidad, el cual puede estar asociada a un periodo de retorno dado, para el periodo estructural.
- Se simula la fuente que puede provocar dicho nivel de intensidad, entendiendo como fuente la región finita espacialmente. El accidente geológico en el cual se generan los sismos.
- Después se procede a simular la magnitud del evento, de acuerdo con la sismicidad local de la fuente simulada previamente.
- Dado $M=m$ se genera un valor de R. Los detalles para la determinación de R dado M se encuentran en la misma referencia.

La simulación de cada uno de los parámetros anteriores se lleva a cabo utilizando las funciones de distribución de probabilidad adecuada (Alamilla, 2001).

2. Determinación de los parámetros de fuente

Estos son los momentos sísmicos (M_0) y la caída de esfuerzos ($\Delta\sigma$), y son requeridos para llevar a cabo el proceso de simulación cuando se utiliza el MFGE.

3. Selección del registro semilla (función de Green)

La función de Green puede ser obtenida de la base de datos reales en el sitio de interés.

4. Determinación del factor de escalamiento de la función de Green

El factor de escalamiento modifica a la función de Green por efecto de la distancia. Esto se logra utilizando las leyes de atenuación adecuadas dadas en términos de la intensidad de Arias.

5. Obtención de los registros sintéticos

Utilizando la técnica desarrollada por Ordaz et al., (1995) y el factor de escalamiento obtenido en el paso anterior se procede a generar los acelerogramas sintéticos.

2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS DE LAS PROPIEDADES ESTRUCTURALES

Al estimar las respuestas sísmicas esperadas con el objeto de determinar indicadores de desempeño ante temblores específicos, deben tomarse en cuenta los valores probables de las propiedades mecánicas de cada sistema, en vez de considerar los valores nominales más desfavorables (o característicos) que se suponen al aplicar los requisitos de diseño.

Los valores probables de las propiedades mecánicas, así como sus valores promedios, se determinan a partir de los valores nominales de la estructura diseñada, mediante la metodología de simulación Monte Carlo; los modelos probabilísticos empleados para tomar en cuenta la incertidumbre en las propiedades estructurales son los siguientes:

2.2a) Cargas vivas

Para estimar la incertidumbre en la intensidad de la carga viva se emplea el modelo de Pier y Cornell (1973), que corresponde a un modelo probabilístico lineal obtenido con la siguiente expresión:

$$w(x, y) = m + \gamma_b + \gamma_f + \varepsilon(x, y) \quad (2.1)$$

En ella, $w(x,y)$ es la intensidad de la carga viva sostenida sobre un punto cualquiera con localización horizontal (x,y) de un nivel en particular y para una estructura dada; m es el valor medio de la carga viva para la población de estructuras con el mismo tipo de ocupación: oficinas, departamentos, y otros; γ_b es una variable aleatoria independiente con media cero que toma en cuenta la variabilidad de la carga media de una estructura a otra; γ_f se define de la misma manera que γ_b , pero toma en cuenta la variabilidad de la carga de un piso a otro en un mismo edificio; $\varepsilon(x,y)$ es una variable aleatoria independiente de γ_b y γ_f , que representa la variación espacial de la intensidad de la carga sobre un piso dado de una estructura determinada.

Las propiedades estadísticas para $w(x,y)$ en dos puntos distintos (x_0,y_0) y (x_1,y_1) sobre un mismo piso están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$E[w(x,y)] = m \quad (2.2)$$

$$\text{cov}[w(x_0,y_0), w(x_1,y_1)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \text{cov}[\varepsilon(x_0,y_0), \varepsilon(x_1,y_1)] \quad (2.3)$$

En la Ecuación 2.3 σ representa la desviación estándar y el último término es la función de covarianza entre $\varepsilon(x_0,y_0)$ y $\varepsilon(x_1,y_1)$. Esta función adopta la forma siguiente:

$$\text{cov}[\varepsilon(x_0,y_0), \varepsilon(x_1,y_1)] = \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d} \quad (2.4)$$

La cual σ_{sp}^2 es la varianza espacial de $\varepsilon(x,y)$, r es la distancia horizontal entre los dos puntos (x_0,y_0) y (x_1,y_1) y d es un parámetro estimado. Cuando dos puntos (x_0,y_0) y (x_2,y_2) están localizados en diferentes pisos, la Ecuación 2.4 se transforma en la siguiente:

$$\text{cov}[\varepsilon(x_0,y_0), \varepsilon(x_2,y_2)] = \rho_c \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d} \quad (2.5)$$

Aquí ρ_c es la correlación entre la variación espacial de la intensidad de las cargas en dos puntos, uno en un piso y otro directamente sobre el superior. Esta correlación se presenta cuando los ocupantes que habitan un edificio tienden a cargar de la misma forma los pisos. ρ_c depende del número de pisos entre los dos puntos y por simplicidad se asume que es constante para un edificio dado.

Para fines prácticos, es necesario expresar el modelo descrito en párrafos anteriores en términos de cargas unitarias por unidad de área, $U(A)$, para distintos valores de A . Para ello se requiere integrar la función $w(x,y)$ sobre un área dada y posteriormente dividirla entre el área de integración. De esta forma, para un área rectangular de un piso determinado las propiedades estadísticas de $U(A)$ se expresan como:

$$E[U(A)] = m \quad (2.6)$$

y

$$\text{var}[U(A)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A} \quad (2.7)$$

En esta última ecuación:

$$\sigma_U^2 = \pi d \sigma_{sp}^2 \quad (2.8)$$

$$K(A) = \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{A}{d}} \right) - \sqrt{\frac{d}{A\pi}} (1 - e^{-A/d}) \right]^2 \quad (2.9)$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (2.10)$$

Para el caso de que existan n pisos con área rectangular común de un edificio dado, las Ecuaciones 2.6 y 2.7, se pueden escribir como

$$E[U(A_n)] = m \quad (2.11)$$

$$\operatorname{var}[U(A_n)] = \sigma_b^2 + \frac{\sigma_f^2}{n} + \frac{\sigma_U^2 K(A)}{nA} + \rho_c \left(\frac{n-1}{n} \right) \frac{\sigma_{sp}^2 K(A)}{A} \quad (2.12)$$

Se hace necesario calibrar el modelo mediante el ajuste a casos reales de los coeficientes de variación de la carga unitaria $\sqrt{\operatorname{var}[U(A)]}/m$, contra A , y $\sqrt{\operatorname{var}[U(A)]}/m$, contra n . De esta calibración se obtienen los valores de los parámetros que intervienen en la Ecuación 2.12.

Basados en trabajos de Mitchel y Woodgate, Pier y Cornell (1973) observaron que la función de densidad de probabilidades de $U(A)$ es una función tipo Gamma, $G(k, \lambda)$, con parámetros k y λ , definidos por las siguientes expresiones:

$$k = \frac{E[U(A)]^2}{\operatorname{var}[U(A)]} = \frac{m^2}{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A}} \quad (2.13)$$

$$\lambda = \frac{E[U(A)]}{\operatorname{var}[U(A)]} = \frac{m}{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A}} \quad (2.14)$$

Por lo anterior, Alamilla hace una transformación de los valores de dichos parámetros con el propósito de representar los valores de éstos para condiciones de edificación en el Distrito Federal. Así, toma el valor medio de la carga viva en

edificios de oficinas obtenido por Ruiz y Soriano (1997), $m_o=75.1\text{kg/m}^2$. La transformación consiste en expresar la incertidumbre en el modelo citado en términos de coeficientes de variación. Esto se justifica ya que los datos estadísticos expresados en términos de los coeficientes de variación de cargas vivas en edificios desplantados en la ciudad de México se ajustan adecuadamente al modelo ajustado por Pier y Cornell. La metodología anterior se puede ver con detalle en el trabajo de Alamilla (2001) y en varios trabajos de la serie azul del Instituto de Ingeniería, UNAM (Soriano *et al* (1997) y Sampayo *et al* (2001)).

2.2b) Cargas muertas en edificios

La incertidumbre generada de estimar las cargas muertas depende de las variaciones en las dimensiones de los elementos y por las variaciones de los pesos específicos de los materiales empleados, principalmente. Al respecto, solo se cuenta con datos estadísticos suficientes para considerar de manera aproximada la variabilidad de los pesos específicos de los materiales.

En el reglamento de construcciones del Distrito Federal vigente se establece, para fines de diseño, un valor nominal para la carga muerta. Este valor corresponde a una probabilidad de ser excedida que en general varía entre 2 y 5%. De acuerdo con Meli (1976), la relación entre el valor nominal de carga muerta w_n , y su valor medio, m_{cm} , se puede expresar como sigue:

$$m_{cm} = \frac{w_n}{1 + 2C_v} \quad (2.15)$$

En ésta expresión, C_v , corresponde al coeficiente de variación de la carga muerta, al que generalmente se asigna un valor igual a 0.08.

Para evaluar la intensidad de la carga muerta, en este trabajo se emplea una metodología desarrollada por Alamilla (2001) y basada en el método de Monte Carlo. En ésta, las intensidades de las cargas se consideran como variables aleatorias correlacionadas de piso a piso. Para cada entrepiso se adopta una

variable aleatoria que es caracterizada por una función de distribución marginal tipo gamma, con media dada por la Ecuación 2.15 y coeficiente de variación igual a 0.08.

Este autor considera que la correlación entre cargas que provienen de diferentes pisos se puede obtener en forma subjetiva por medio de la distribución del cociente entre cargas en pisos diferentes. La correlación se evalúa de manera que la probabilidad de que dicho cociente tome valores entre 0.8 y 1.25 sea de 0.90; de esta forma se obtiene un coeficiente de correlación igual a 0.5.

2.2c) Características de elementos estructurales de concreto reforzado

En relación con las características geométricas de los elementos estructurales (altura, ancho, área de acero, espesor de losa, peraltes efectivos, etc.) pueden presentarse variaciones debidas al tipo de molde empleado, a la calidad de la mano de obra y el control de la misma, entre otros; estas variaciones generan errores en la estimación de la rigidez, la resistencia y la capacidad de deformación de los elementos citados; de ahí la necesidad de considerar incertidumbres relacionadas con la geometría de los elementos estructurales de CR.

Es evidente que el procedimiento que se emplea para la construcción de estructuras de concreto reforzado determina el grado de desviación o error entre los valores de diseño y los reales. Para una recopilación de trabajos de mediciones en edificios construidos en varios países, incluido México, Mirza y MacGregor (1979a) evaluaron las propiedades estadísticas, media y desviación estándar, de las diferencias o errores entre las dimensiones reales de secciones transversales de elementos y las correspondientes dimensiones proyectadas. Dichos errores se consideran como variables aleatorias correlacionadas con distribución de probabilidad normal (Alamilla, 2001), y se calculan de acuerdo con la metodología propuesta por este autor, en donde la correlación se determina a partir de los primeros momentos estadísticos de las variables en estudio y bajo la suposición de que los valores de las propiedades estadísticas provienen de la misma muestra de

secciones transversales; además, se considera que las variabilidades de los errores son estadísticamente independientes en secciones de diferentes elementos.

De esta forma, para obtener valores representativos de las variaciones que experimentan las características geométricas de las secciones durante el proceso de construcción respecto a su valor de diseño, se aplica el método de Monte Carlo. Para ello se obtienen simulaciones de los errores de las variables descritas y, posteriormente, estos valores simulados se suman a las dimensiones proyectadas (nominales) de diseño.

2.2d) Resistencia a compresión del concreto de la estructura

Para conocer la resistencia a compresión del concreto utilizado para la fabricación de elementos estructurales se realizan pruebas de laboratorio. Estas consisten en ensayos (pruebas destructivas) sobre cilindros con 28 días de edad y con ciertas condiciones de prueba (curado, humedad, etc) o, en su caso, pruebas destructivas sobre muestras extraídas de la estructura ya construida.

Es evidente que existe incertidumbre en la estimación de la resistencia a compresión del concreto. Esta incertidumbre puede ser expresada en forma cuantitativa por las variaciones existentes entre la resistencia nominal a compresión del concreto, f'_c , y la resistencia real del cilindro o muestra.

Ha sido posible estimar las propiedades estadísticas de la resistencia a compresión del concreto en la estructura, como función de la resistencia media obtenida de ensayos experimentales de cilindros de concreto (Mendoza, 1991). Este autor obtiene las siguientes relaciones:

$$\bar{f}_{co} = 0.95 \bar{f}'_c \quad (2.16)$$

$$V_{co} = 1.15 V_c \quad (2.17)$$

Aquí, \bar{f}_{co} es la resistencia media del concreto a compresión en la estructura, \bar{f}'_c , es la resistencia media de ensayos de cilindros de concreto sometidos a compresión,

V_{co} es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión del concreto en la estructura y V_c es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión que proviene de ensayos de cilindros de concreto.

En otro trabajo (Meli y Mendoza, 1991), se estiman los primeros momentos estadísticos de la resistencia a compresión de concretos utilizando pruebas de cilindros de concreto de resistencias nominales especificadas. Estos autores concluyen que es posible representar la resistencia mediante una función de distribución de probabilidad de tipo normal. También, determinan que para una resistencia nominal igual a $f'_c=250\text{kg/cm}^2$, que es la que se utiliza en este trabajo, la resistencia a compresión del concreto en cilindros tiene media igual a $\bar{f}'_c=268\text{kg/cm}^2$ y coeficiente de variación $V_c=0.167$.

Por otro lado, existe una elevada correlación entre las resistencias de un mismo elemento, de diferentes elementos en un mismo entrepiso, así como de los elementos de concreto en todo el edificio (Alamilla, 2001). Para tomar en cuenta esta correlación, este autor estima en forma subjetiva los coeficientes de correlación de la resistencia a compresión del concreto entre elementos de un mismo nivel, y entre los elementos de diferentes entrepisos. Estos coeficientes son calculados a partir de los coeficientes de las resistencias de los elementos en cuestión y de aplicar la metodología que él propone.

En el presente trabajo se emplea el procedimiento descrito en el párrafo anterior para obtener los valores simulados de la resistencia a compresión del concreto en elementos estructurales, y además se considera que dicha resistencia se comporta de acuerdo con una función de distribución lognormal, ya que los valores de las resistencias del concreto solo pueden tomar valores positivos.

2.2e) Resistencia a tensión del concreto en la estructura

Es importante caracterizar y cuantificar la incertidumbre asociada a la resistencia a tensión del concreto, ya que esta influye en el nivel de agrietamiento de los

elementos de concreto cuando estos se someten a esfuerzos de tensión originados por flexión, principalmente. El valor de f_t puede ser caracterizado en forma adecuada en función de la raíz cuadrada de la resistencia nominal a compresión del concreto, f'_c (Mendoza, 1984), como sigue:

$$f_t = \phi_t \sqrt{f'_c} \quad (2.18)$$

Aquí ϕ_t es una variable con media $\bar{\phi}_t = 1.935$ y coeficiente de variación $V_{\phi} = 0.20$. En esta ecuación se muestra que existe una correlación importante entre la resistencia a tensión del concreto y la resistencia a compresión del mismo. La correlación no ha podido ser evaluada en términos cuantitativos, debido principalmente a que las resistencias a compresión y tensión de los cilindros provienen de muestras distintas.

En Alamilla (2001) se propone una metodología para estimar la correlación entre dichas variables. De acuerdo con esta metodología, se asume que la resistencia a tensión y compresión del concreto son variables aleatorias representadas por F_t y F_c , respectivamente, y que se relacionan como sigue:

$$F_t = \beta \sqrt{F_c} \quad (2.19)$$

Aquí, β representa a una variable aleatoria independiente, con media $\bar{\beta}$, y coeficiente de variación V_{β} , dados por las siguientes ecuaciones:

$$\bar{\beta} = E \left[\frac{F_t}{\sqrt{F_c}} \right] = \frac{\bar{\phi}_t \sqrt{f'_c}}{\sqrt{f'_c} (1 - V_c^2 / 8)} \quad (2.20a)$$

$$V_{\beta}^2 = \frac{V_{\phi}^2 (8 - V_c^2)^2 - 16V_c^2}{64 + V_c^4} \quad (2.20b)$$

En las ecuaciones anteriores, $E[.]$ denota al operador esperanza y V_c es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión del concreto. La Ecuación 2.20b es válida para todo $V_{\phi}^2 > V_{\sqrt{F_c}}^2 = (16V_c^2 / (8 - V_c^2)^2)$.

β y F_c se suponen con distribución lognormal. Para determinar los valores simulados de resistencias de concreto se simulan los valores de β en forma independiente de los valores dados de F_c , como opción práctica, debido a que no es necesario evaluar el coeficiente de correlación entre las variables, y además, los valores de F_t se obtienen a partir de distribuciones marginales de probabilidad, las cuales presentan ventajas al simular respecto a las distribuciones conjuntas.

2.2f) Módulo tangente del concreto, E_c

Esta propiedad, al igual que la resistencia a tensión del concreto, está correlacionada con la resistencia nominal a compresión. De esta forma, se puede escribir:

$$E_c = \phi_E \sqrt{f'_c} \quad (2.21)$$

En donde ϕ_E es una variable aleatoria con propiedades estadísticas dadas y f'_c es la resistencia a compresión del concreto dada en kg/cm^2 . De acuerdo con estudios realizados por Mendoza (1984), se encontró que tales propiedades, media y coeficiente de variación son: 8500 y 0.12, respectivamente.

En el presente trabajo se procede a utilizar la metodología propuesta en Alamilla (2001), análoga a la utilizada para la resistencia a tensión, dado que la correlación existente entre el módulo tangencial y la resistencia a compresión no ha sido evaluada cuantitativamente.

Para llevar a cabo lo propuesto por Alamilla (2001), E_c y f'_c se consideran variables aleatorias independientes representadas por M_E y F_c , respectivamente, y cuya relación está dada por la siguiente expresión:

$$M_E = \gamma \sqrt{F_c} \quad (2.22)$$

Aquí γ , representa a una variable aleatoria independiente, con media $\bar{\gamma}$, y coeficiente de variación V_γ , dados por las siguientes ecuaciones:

$$\bar{\gamma} = E \left[\frac{M_E}{\sqrt{F_c}} \right] = \frac{\bar{\phi}_E \sqrt{f'_c}}{\sqrt{\bar{f}'_c} (1 - V_c^2 / 8)} \quad (2.23a)$$

$$V_\gamma^2 = \frac{V_{\phi E}^2 (8 - V_c^2)^2 - 16V_c^2}{64 + V_c^4} \quad (2.23b)$$

La ecuación 2.23b es válida para todo $V_{\phi E}^2 > V_{\sqrt{F_c}}^2 = (16V_c^2 / (8 - V_c^2)^2)$.

De acuerdo con la ecuación 2.22, dada la resistencia a compresión del concreto y obteniendo por simulación de Monte Carlo el valor de la variable γ , es posible obtener el valor de E_c asociado con dicha resistencia (Alamilla, 2001).

2.2g) Comportamiento mecánico del acero de refuerzo

En el caso de estructuras de concreto reforzado, es de interés conocer la variabilidad en las propiedades mecánicas de los aceros de refuerzo producidos en México. De acuerdo con pruebas experimentales de probetas de acero ensayadas a tensión y con un régimen de carga monótonico, Rodríguez y Botero (1996) determinan el comportamiento esfuerzo-deformación de barras de acero fabricadas en México, utilizando un modelo como el mostrado en la figura 2.1.

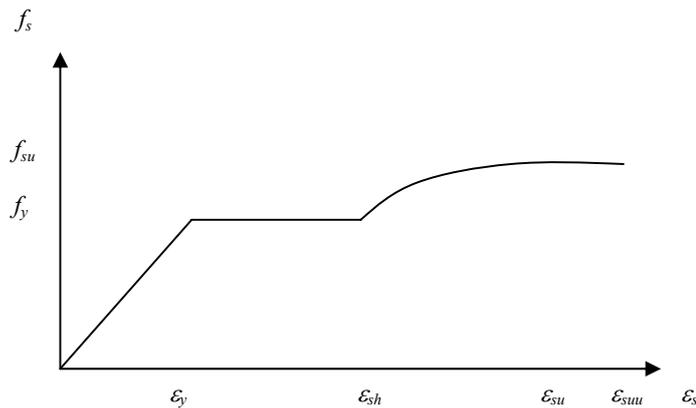


Figura 2.1. Comportamiento esfuerzo-deformación de barra de acero.

La **zona elástica** está comprendida en el intervalo de 0 a ϵ_y , donde ϵ_y es la deformación unitaria de fluencia, que se toma igual a 0.002. Si el módulo de

elasticidad (E_s) del acero es conocido, el esfuerzo para este intervalo se puede evaluar con la ecuación 2.24. La **zona de fluencia** corresponde al intervalo $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$, donde ε_{sh} es la deformación unitaria del acero en el límite de la zona de endurecimiento por deformación; para la zona de fluencia, el esfuerzo se evalúa con la ecuación 2.25. La **zona de endurecimiento por deformación** ocurre en el intervalo $\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$, donde ε_{su} es la deformación última del acero asociada al esfuerzo máximo en la barra, f_{su} ; en esta zona el esfuerzo puede ser caracterizado en forma adecuada por la expresión propuesta por Mander (1984), ecuación 2.26.

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.24)$$

$$f_s = f_y \quad (2.25)$$

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P \quad (2.26)$$

La ecuación 2.26 es válida para $f_y \leq f_s \leq f_{su}$. P es un parámetro adimensional que controla la forma de dicha ecuación. Después de que esta función alcanza el esfuerzo máximo, se presenta una disminución gradual de esfuerzos, así como un aumento continuo de deformaciones hasta alcanzar la ruptura del acero, misma que ocurre a una deformación ε_{suu} .

Con base en los resultados experimentales obtenidos de las probetas ensayadas, Alamilla (2001) define un conjunto de variables aleatorias con el fin de representar las características observadas en cada una de las zonas descritas arriba. Dichas variables caracterizan a las propiedades estadísticas (media y desviación estándar) de los parámetros que controlan la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

$$f_y = f_y \quad (2.27a)$$

$$\xi_0 = f_{su} - f_y \quad (2.27b)$$

$$\xi_1 = \varepsilon_{sh} - \varepsilon_y \quad (2.27c)$$

$$\xi_2 = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (2.27d)$$

$$\xi_3 = \varepsilon_{suu} - \varepsilon_{su} \quad (2.27e)$$

Para estas variables se obtiene la matriz de covarianzas y se ajusta una función de distribución de probabilidad logarítmico normal. El coeficiente de variación de la resistencia se toma del trabajo realizado por Mirza y MacGregor (1979b) y es asociado al obtenido para una sola fuente de procedencia del acero. Por otro lado, se considera a la resistencia de un lecho de acero R , de la cual depende de la variabilidad dentro del lote y de la variabilidad de lote a lote (Alamilla, 2001). Los coeficientes de variación están descritos por la ecuación siguiente:

$$V = \sqrt{\left(\sqrt{1 - V_{FY}^2} - 1\right)} \quad (2.28)$$

Aquí, V_{FY} es el coeficiente de variación de f_y , definida en la Ecuación 2.27a. El procedimiento utilizado para obtener los valores simulados de la curva de comportamiento del acero para cada lecho de las estructuras aquí estudiadas está basado en lo descrito en el párrafo anterior.

2.2h) Porcentaje de acero longitudinal

El área de acero real de refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado difiere de la cantidad de acero que se obtiene de los cálculos de diseño, lo cual es debido al proceso de detallado del elemento y a la variación entre el diámetro nominal y el producido en las siderúrgicas.

El área de acero real en cada sección transversal de elementos de concreto reforzado se puede representar mediante la variable aleatoria $A_R = \phi A_D$ (Mirza y MacGregor, 1979b), donde ϕ es una variable aleatoria independiente con media igual a 1.01 y coeficiente de variación de 0.04 y A_D es el área de acero que resulta del diseño convencional, por lo que es una variable determinista. En el presente trabajo, se obtienen valores de A_R simulando independientemente valores de ϕ para cada lecho de acero con base en la distribución de probabilidad logarítmico normal propuesta por los autores mencionados (Alamilla, 2001).

2.3. ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE PARA ESTIMAR LA RESPUESTA DINÁMICA MEDIANTE SISTEMAS SIMPLIFICADOS DE REFERENCIA, SSR

Uso de los SSR

Para aplicar criterios basados explícitamente en niveles de desempeño se requiere estimar desplazamientos y deformaciones de un gran número de sistemas no lineales de múltiples grados de libertad, lo cual implica un trabajo excesivo. De ahí que uno de los retos importantes para el desarrollo de criterios sísmicos basados en desempeño sea el de desarrollar y calibrar métodos simples, eficientes y confiables.

Por su parte los sistemas simplificados equivalentes son sistemas de un grado de libertad a los cuales podemos aplicar análisis paso a paso para estimar el desplazamiento relativo máximo del extremo superior de sistemas de múltiples grados de libertad (SMGL) con respecto a su base, con ayuda de una curva $V-u_N$ proveniente del empuje lateral del SMGL. En tal caso, los máximos de las deformaciones locales y de entrepiso se estiman suponiendo que cuando dicho máximo ocurre es válida la configuración de respuesta lateral que se obtiene mediante el método del empuje lateral para un desplazamiento relativo del extremo superior igual al estimado con el sistema simplificado equivalente.

Es evidente que al utilizar los SSR se está incluyendo, para fines de estimar las respuestas locales, una incertidumbre asociada con las simplificaciones introducidas en el modelo estructural. Estas últimas incluyen las asociadas con la reducción en el número de grados de libertad, las resultantes de la representación inadecuada de las funciones constitutivas de los miembros estructurales sujetos a ciclos de carga de gran amplitud, y las que resultan de no hacer la representación explícita de la interacción entre los diversos elementos estructurales.

Caracterización del SSR

En este trabajo se emplea un modelo sencillo de un grado de libertad tal como el que se idealiza en la figura 2.2 que caracteriza al sistema de referencia (Esteva *et al* 2001) y otros trabajos como el de Bojórquez y Ruíz (2007). Este sistema se define por su rigidez inicial, k_1 , rigidez posterior a la fluencia, k_2 , masa, m , amortiguamiento, c , cortante y desplazamiento de fluencia, v_y y u_y , respectivamente. Estos parámetros son obtenidos de la curva que relaciona al cortante basal con el desplazamiento de azotea, ambos obtenidos del análisis de empuje lateral del sistema detallado con propiedades medias, explicado en el Apéndice A. En este trabajo dicho análisis se realiza en forma dinámica, aplicando en la base de la estructura una aceleración del terreno que crece monótonicamente en forma lineal, lo que permite que la estructura se deforme únicamente por los efectos inerciales. Se supone muy lento el crecimiento de la aceleración con el tiempo, a fin de evitar la ocurrencia de respuestas dinámicas indeseables. El comportamiento histerético del SSR es caracterizado por un modelo bilineal.

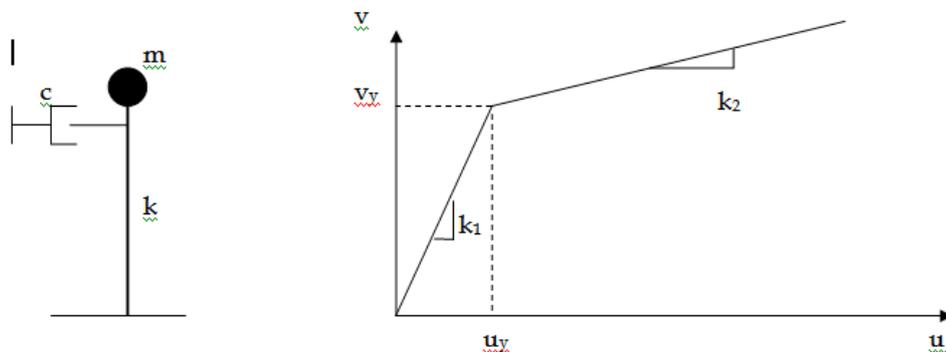


Figura 2.2 Idealización del sistema simplificado de referencia, SSR.

En el empleo de los SSR para estimar respuestas no lineales de SMGL, es conveniente establecer las relaciones existentes tanto en sus propiedades estructurales como de respuesta. Dichas relaciones se describen en el Apéndice B.

Factores que toman en cuenta la incertidumbre asociada al emplear sistemas simplificados de referencia

Se tiene claro que para establecer formatos de diseño que puedan ser aplicados por los ingenieros de la práctica se debe cumplir con que tales formatos sean sencillos y modelen explícitamente el comportamiento estructural. Por ello se debe buscar que las metodologías desarrolladas para establecer dichos formatos también sean sencillas. No obstante, se debe tener un equilibrio adecuado entre la simplicidad del método y el grado de aproximación que se obtiene al utilizarlo. Es por ello que al emplear los SSR para estimar la respuesta de SMGL se requiere tomar en cuenta la incertidumbre inherente que se presenta.

La incertidumbre, que se cuantifica por medio de factores de transformación de la respuesta, se asocia al error posible que se origina al hacer la simplificación de un sistema de varios grados de libertad a uno de un solo grado. En este último no se puede representar en forma adecuada la respuesta local de los elementos, y mas aún, no se toman en cuenta los efectos de los modos superiores sobre la respuesta estructural, que en ocasiones son significativos.

Las expresiones y criterios para determinar los factores de transformación asociados son descritos en los párrafos siguientes (Esteva *et al.*, 2002b):

$$\rho_i = \frac{\psi_i}{\bar{\alpha}_s \bar{\rho} \varepsilon_i \bar{\psi}_0} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\psi_{li}}{\bar{\psi}} \quad (2.30)$$

$$\bar{\psi} = \rho \cdot \bar{\psi}_0 \quad (2.31)$$

El valor de ψ_i representa la distorsión de entrepiso del SMGL en la ecuación 2.29; en dicha ecuación 2.29, ψ_i se refiere a la distorsión de entrepiso máxima obtenida mediante un análisis paso a paso. En la ecuación 2.30, ψ_{li} se refiere a la distorsión de entrepiso máxima, obtenida de la configuración lateral que proviene del empuje;

ψ es la distorsión global obtenida del análisis paso a paso del SMGL, $\bar{\psi}_0$ es el valor esperado de la distorsión del SSR, $\bar{\rho}$ es el valor esperado de $\psi / \bar{\psi}_0$, $\bar{\alpha}_s = 1.0$.

2.4. FUNCIONES DE CONFIABILIDAD

La teoría de la confiabilidad estructural parte de que toda obra de ingeniería está sujeta al riesgo de experimentar el colapso parcial o total, o de ser incapaz de cumplir con alguna de sus funciones. De lo anterior se desprende el concepto de modo de falla, el cual corresponde a la forma en que el sistema puede alcanzar una condición crítica que conduce a pérdidas excesivas o le impide seguir cumpliendo con sus funciones. A cada modo de falla corresponden ciertas consecuencias, las que pueden ser de diversos tipos y pueden incluir, entre otros conceptos, daños a personas o pérdidas de vidas, daños materiales, costos de reparación e interrupción de actividades. Por otro lado, a cada modo de falla se le puede asociar una correspondiente probabilidad de ocurrencia. El complemento de la probabilidad de que ocurra un cierto modo posible de falla se denomina confiabilidad, y ésta es la probabilidad correspondiente a que dicho modo de falla no se presente. La confiabilidad y su complemento, se pueden referir a la ocurrencia de una perturbación dada o a las que puedan ocurrir durante un lapso determinado.

La importancia de estimar tanto la confiabilidad como la probabilidad de falla radica en que éstas proporcionan información para realizar estudios de optimación, en términos de funciones que relacionan costos iniciales con riesgos y beneficios esperados; además de establecer criterios de diseño sísmico basados en niveles aceptables de riesgo.

En los siguientes párrafos se describe el criterio utilizado para la determinación de la confiabilidad de los sistemas que se emplean en este trabajo.

La probabilidad de falla última, $p_F(y)$, se calcula ordinariamente asumiendo que la falla ocurre cuando la distorsión lateral $\psi(y)$ que resulta de la respuesta dinámica

del sistema ante un sismo con intensidad y excede la capacidad de deformación ψ_c , determinado del empuje lateral. Ambos ψ y ψ_c son afectados por incertidumbres y se manejan como variables aleatorias. La confiabilidad del sistema bajo un sismo con intensidad y puede ser medida aproximadamente por el índice de confiabilidad $\beta(y) = \bar{Z} / \sigma_z$, calculado como la relación del valor esperado y la desviación estándar del margen de seguridad aleatoria Z , definida como el logaritmo natural de la relación de la capacidad de deformación demandada, $\psi_c / \psi(y)$: $Z = \ln \psi_c - \ln \psi(y)$. La espereza y desviación estándar de Z se calculan con las ecuaciones 2.32 y 2.33, respectivamente.

$$\bar{Z} = E[Z] = a - by + c \exp\left(\frac{-c}{|c|} y\right) \quad (2.32)$$

$$\sigma_z = \sqrt{E[Z - \bar{Z}]^2} = \sqrt{p \exp(qy^2)} \quad (2.33)$$

CAPÍTULO 3

COMPORTAMIENTO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO ANTE EXCITACIONES CÍCLICAS

La capacidad global de una estructura, para permitir deformaciones inelásticas y resistir cargas dinámicas, está íntimamente relacionada con el comportamiento local de sus elementos estructurales. Durante un sismo severo, la falla deseada para una estructura a base de marcos de CR, es aquella en la que las articulaciones plásticas se forman gradualmente en los extremos de las trabes, dejando para el final las articulaciones de las columnas de la plata baja, las cuales desarrollan su articulación en la base de la misma.

Dicho lo anterior, para poder evaluar la capacidad global de una estructura ante sismo, es necesario estudiar el comportamiento histerético de los elementos estructurales.

Existen varios modelos para representar el comportamiento histerético no lineal; se hablará de algunos de ellos en el subcapítulo 3.2: Modelos matemáticos de leyes constitutivas. Adicionalmente, en este capítulo se presentan algunas pruebas de laboratorio de trabes de CR en voladizo, se abordan los modelos matemáticos de leyes constitutivas y se aplican los modelos Campos-Esteve (1997) y Esteve-López a dichas pruebas de laboratorio; el modelo Esteve-López es un nuevo modelo que se aporta en esta tesis.

3.1. PRUEBAS DE LABORATORIO: DATOS EXPERIMENTALES

La realización de pruebas de laboratorio, en general demanda tiempo y resulta económicamente costosa; no obstante, siempre existe la necesidad de recurrir a pruebas de laboratorio cuando se trata de validar un modelo de comportamiento histerético.

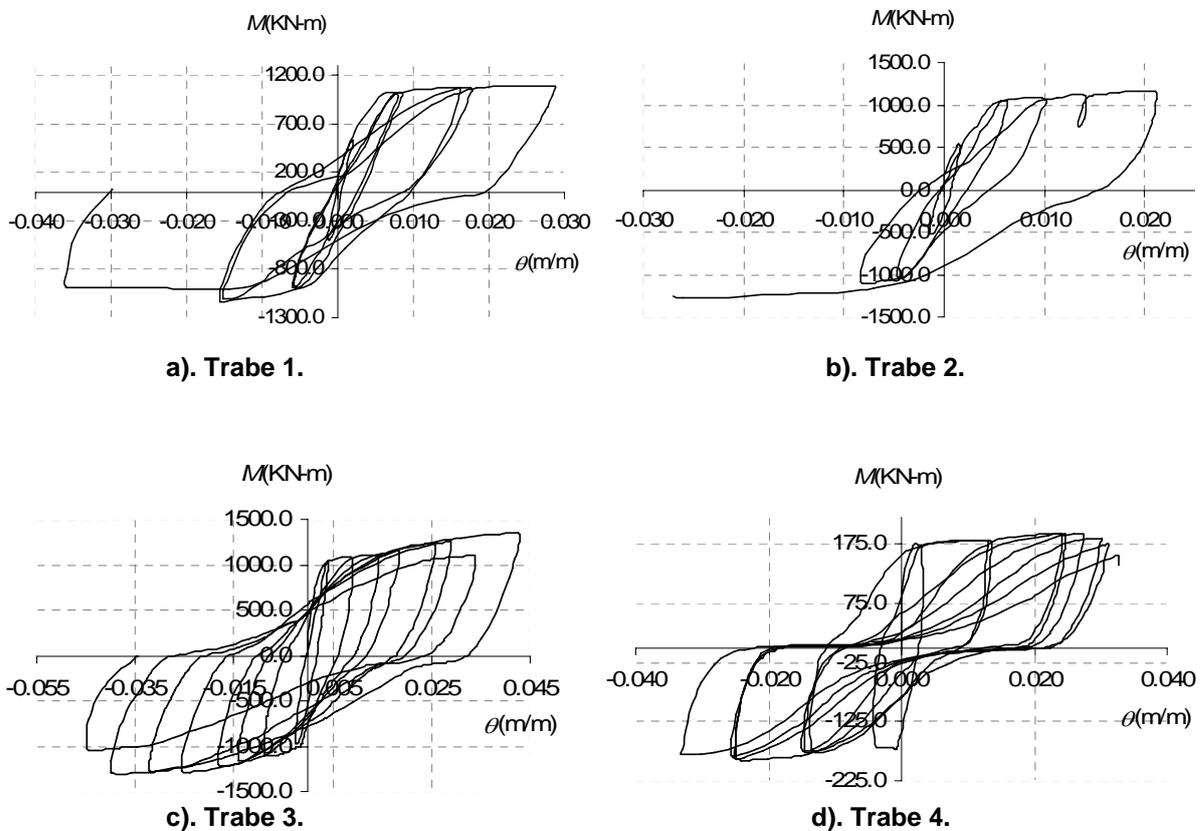
El modelo Esteva-López se desarrolló para representar los resultados de ensayos realizados en la universidad de California en Berkeley, a cargo de Bertero, Popov, *et al* (1972, 1975). Los ciclos histeréticos, producto de esos ensayos, fueron tomados de los informes publicados por “Earthquake Engineering Research Center”, y posteriormente digitalizados para su empleo.

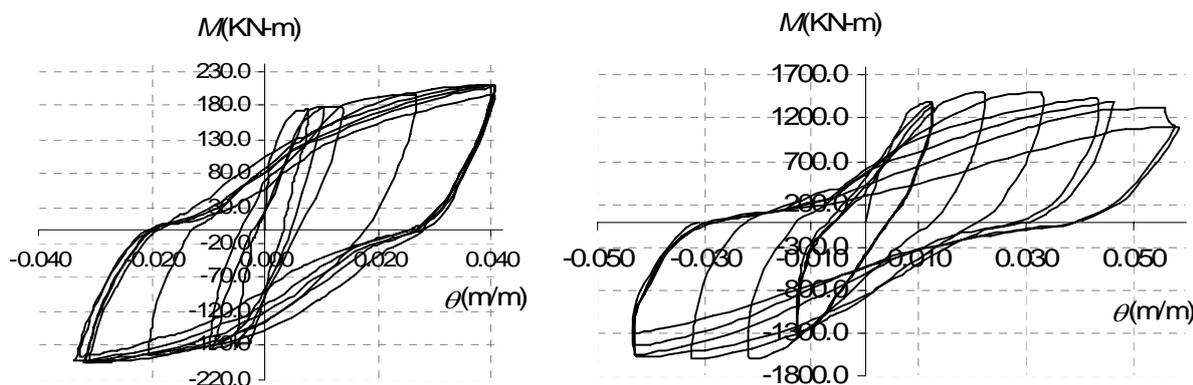
En el **informe de 1972**, Bertero, Popov, *et al* estudian el comportamiento de tres trabes de concreto en voladizo. Las trabes tienen una sección transversal de 15 por 29 pulgadas, con un refuerzo longitudinal de 6 barras del No. 9 en cada lecho, superior e inferior. La principal diferencia en el diseño de estos especímenes, fue la separación del refuerzo de cortante. Ellos nombraron a los especímenes como “Beam 35, Beam 46 y Beam 43” –el número en el nombre se refiere a la denominación de los estribos. Su objetivo fue estudiar el efecto de fuerza cortante sobre deformación, resistencia, rigidez y capacidad de disipar energía en miembros a flexión. En lo que sigue, al identificar cada espécimen se empleará el término “viga”, como la traducción de “beam” al español.

La “viga 35” fue diseñada conforme el código ACI 63, el cual supone que el concreto y el acero transversal contribuyen a resistir el cortante último de diseño; en la “viga 46”, se supone que el concreto no participa en resistir cortante y en consecuencia todo el cortante es tomado por el refuerzo transversal; para la “viga 43” se supone que la contribución del concreto para soportar cortante es despreciable y en consecuencia el refuerzo transversal fue diseñado para resistir el máximo cortante que pudiera desarrollarse. Para nuestros fines, retomaremos las tres pruebas, las cuales serán mostradas mas adelante.

En el **informe de 1975**, Bertero y Popov presentan información sobre más pruebas de laboratorio sobre traveses en voladizo; algunas de estas traveses fueron diseñadas a mitad de escala. Para nuestros fines, retomaremos tres pruebas de las que ellos realizaron; *viga R-5*, *R-6* y *33M*; las dos primeras traveses tienen una sección transversal de 9 por 14 pulgadas, con un refuerzo longitudinal de 4 barras del No. 6 en cada lecho, superior e inferior; la tercera tiene una sección transversal de 15 por 29 pulgadas, con un refuerzo longitudinal de 6 barras del No. 9 en cada lecho, superior e inferior.

En la figura 3.1 se muestran las gráficas momento-rotación plástica, recabadas de dichos informes. La prueba “*Beam 35*” recibe el nombre de “*Trabe 1*”; la prueba “*Beam 46*”, el nombre de “*Trabe 2*”; la prueba “*Beam 43*”, el nombre de “*Trabe 3*”; la prueba “*Beam R-5*”, el nombre de “*Trabe 4*”; la prueba “*Beam R-6*”, el nombre de “*Trabe 5*”; la prueba “*Beam 33M*”, el nombre de “*Trabe 6*”.





e). Trabe 5.

f). Trabe 6.

Figura 3.1. Pruebas experimentales de las traves de CR en voladizo.

La información de diseño de las traves se muestra en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Datos de las traves de CR en voladizo.

Espécimen	L (in)	h (in)	b (in)	d (in)	d' (in)	f'_c (ksi)	A'_s (in ²)	A_s (in ²)	p	p'	p_b
Trabe 1	78	29	15	25.25	3.75	3.86	6	6	0.016	0.016	0.024
Trabe 2	78	29	15	25.25	3.75	3.99	6	6	0.016	0.016	0.024
Trabe 3	78	29	15	25.25	3.75	5.03	6	6	0.016	0.016	0.034
Trabe 4	38.5	16	9	14	1.38	4.35	1.77	1.77	0.014	0.014	0.027
Trabe 5	63.5	16	9	14	1.38	4.34	1.77	1.77	0.014	0.014	0.026
Trabe 6	78	29	15	25.25	3.75	5.85	6	6	0.016	0.016	0.030

Acero longitudinal			Estribos			Criterio de diseño
F_y (ksi)	F_{max} (ksi)	E_s (ksi)	F_y (ksi)	F_{max} (ksi)	Estribos	
67	103	29716.73	53	90	# 3 @ 4.5 in	ACI-63
67	103	29716.73	60	96	# 4 @ 6.0 in	ACI-63
60	97	28605.53	60	96	# 4 @ 3.0 in	ACI-74
66	95	29000.00	62	85	2 # 2 @ 3.5 in	ACI
66	98	29000.00	62	85	2 # 2 @ 3.5 in	ACI
69	111	29000.00	71.5	111.2	2 # 3 @ 3.0 in	ACI

3.2. MODELOS MATEMÁTICOS DE LEYES CONSTITUTIVAS:

La modelación del comportamiento histerético de los elementos estructurales es uno de los aspectos centrales de un programa para el análisis estructural no lineal; algunos de estos programas son: DRAIN (Kanaan and Powell, 1973), IDARC (Park *et al.*, 1987) y Ruaumoko (Carr, A.J., 2002). Estos programas incorporan los resultados de diversas investigaciones orientadas a caracterizar el comportamiento

histerético de los elementos de concreto reforzado (CR), tomando en cuenta su rigidez, resistencia y capacidad de deformación.

Entre los modelos de comportamiento estudiados se encuentra el de **Wang y Shah (1987)**, que considera la degradación de rigidez y resistencia de los elementos viga de CR, las cuales dependen de la amplitud máxima y del número de ciclos de deformación experimentados por un miembro estructural. De manera similar y aplicando el mismo criterio de deterioro de la rigidez y resistencia, fue creado el **modelo de Campos y Esteva (1997)**, que ha sido incluido en programa de computadora "DEIHINTE" que tiene como base el programa DRAIN-2D (Powell, 1973), en su versión modificada en el Instituto de Ingeniería. Desde hace 10 años ha sido empleado para el análisis de la respuesta sísmica inelástica de marcos de CR.

Por otro lado, en la Universidad Estatal de Nueva York en Búfalo se desarrolló el **modelo de tres parámetros (Park et al., 1987)** para representar la respuesta histerética de elementos de CR, el cual fue incorporado al programa IDARC (Park et al., 1987), igualmente creado en Búfalo, con el propósito de analizar degradación de rigidez y resistencia en los elementos estructurales de edificios de CR. Desde entonces, se han agregado numerosas mejoras a este programa, incluso la habilidad de analizar una amplia variedad de estructuras y materiales estructurales y, recientemente, de dispositivos amortiguadores.

Así mismo, el programa Ruaumoko (Carr, A.J., 2002) emplea una gran variedad de reglas histeréticas (43 reglas), que le permiten representar el comportamiento inelástico de miembros estructurales; entre ellos podemos citar: Takeda Modificado con Rigidez Degradante (Modified Takeda Degrading Stiffness), Kivell con Rigidez Degradante (Kivell Degrading Stiffness), SINA con Rigidez Degradante (SINA Degrading Stiffness), Muto Tri-lineal con Rigidez Degradante (Muto Tri-linear Degrading Stiffness) y Fukada Tri-lineal con Rigidez Degradante (Fukada Tri-linear Degrading Stiffness).

En los incisos siguientes se describen las leyes constitutivas de algunos de los modelos mencionados arriba.

3.2a) Modelo Campos-Esteva (1997), basado en Wang-Shah (1987)

Se trata de un modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado (CR), inspirado en el modelo de Wang y Shah (1987). Considera que el deterioro se concentra en secciones extremas del elemento y que el máximo daño corresponde a la pérdida total de resistencia y rigidez de dicha sección, cuando se forma una articulación completa.

Este modelo considera la degradación de rigidez y resistencia con base en un índice de daño, ε , que a su vez depende de la acumulación de amplitudes en curvatura o rotación alcanzadas en cada ciclo de carga para el elemento en cuestión. Las amplitudes acumuladas se toman en cuenta con un parámetro de daño acumulado, D . Los parámetros ε y D se definen mediante las siguientes expresiones:

$$D = \sum \frac{\theta}{\theta_F} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon = 1 - e^{-\alpha D} \quad (3.2)$$

El valor de α depende de la información experimental que se haya empleado para ajustar el modelo a los resultados de pruebas de laboratorio; en el trabajo de Campos-Esteva se tomó igual a 0.0671; ε toma valores en el intervalo de 0 a 1; θ y θ_F serán definidos más adelante.

La expresión anterior supone que la falla en el elemento estructural ($\varepsilon = 1$) no sucede cuando D alcanza un valor de 1, sino que el elemento puede soportar aún más daño, el cual se incrementa de acuerdo con la ecuación anterior. El efecto del daño en el comportamiento que el elemento presenta bajo carga cíclica se introduce como una disminución en las ordenadas de sus curvas Momento-rotación. El momento reducido se define como $M_D(\theta) = M(\theta)(1 - \varepsilon)$, en donde θ es la rotación máxima en la estructura en el ciclo i , $M(\theta)$ es el momento correspondiente a la

rotación θ en la curva primaria de la relación momento-rotación plástica y $M_D(\theta)$ es el momento reducido con daño acumulado D , determinado de acuerdo con la ec. 3.1.

En la figura 3.2 se muestra el modelo utilizado el cual corresponde a un diagrama momento-rotación plástica, que a su vez se obtiene de una curva envolvente que relaciona el momento y la curvatura, dada una carga monótonica creciente.

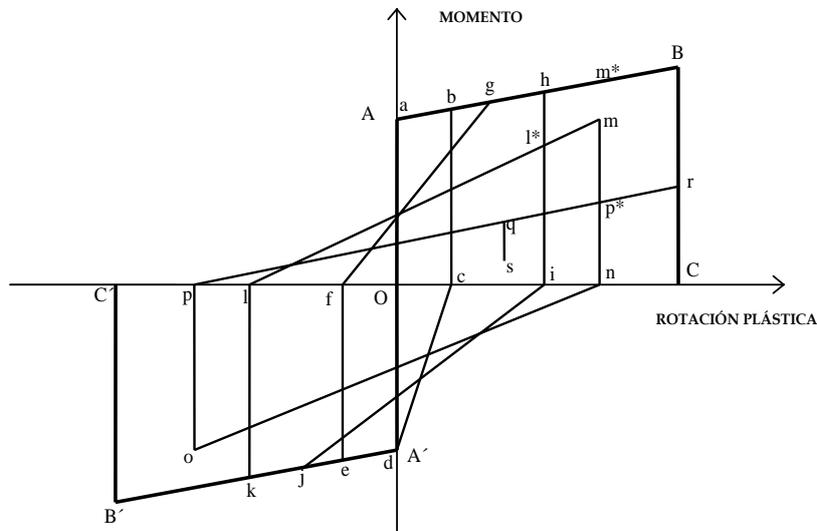


Figura 3.2. Modelo de deterioro de rigidez y resistencia

En el desarrollo del modelo se supone que el diagrama momento-curvatura se caracteriza por una curva envolvente bilineal, donde aparecen solamente los puntos de fluencia (punto A) y de falla (punto B); es decir, el punto de agrietamiento no es tomado en cuenta, ya que se considera que el daño en el intervalo lineal de deformaciones es nulo. De esta forma, es fácil pasar de un diagrama momento-curvatura a uno de momento rotación plástica si se utilizan las siguientes relaciones (Campos y Esteva, 1997):

$$\theta = lp(\phi - \phi_y), \text{ para } \phi_y \leq \phi \leq \phi_F \quad (3.3)$$

$$\theta_F = lp(\phi_F - \phi_y) \quad (3.4)$$

Aquí, θ es la rotación plástica; θ_F , es la rotación asociada a la falla; l_p , es la longitud de articulación plástica que se considera constante, y ϕ_y, ϕ y ϕ_F , son las curvaturas de fluencia, post-fluencia y de falla, respectivamente.

El desarrollo del comportamiento histerético –Fig. 3.2– está controlado por las siguientes reglas, donde las rotaciones están referidas a rotaciones plásticas o de posfluencia:

TRAMO Oa : Mientras $M < M_Y$, $\theta=0$.

TRAMO ab : Cuando $M > M_Y$ se continúa por la curva envolvente AB .

TRAMO bc : Cuando la sección se descarga, $\theta=\theta_b$ donde b es el punto máximo alcanzado en el ciclo, y $D_b=\theta_b/\theta_F$.

TRAMO fg : Se fija un punto f' , entre f y g , y sobre la recta de descarga bc , $f'=(\theta_{f'}, M_{f'})$, $\theta_{f'}=\theta_b$, $M_{f'}=[1-\varepsilon(D_b)]M_b$, $\varepsilon=1-\exp(-\alpha*D_b)$. Si desde el punto f se supera el punto f' se puede alcanzar a la envolvente AB en g y continuar por ella (tramo gh) hasta h , donde se inicia la siguiente descarga.

TRAMO hi : La descarga es similar al tramo bc , y $D_h=D_b+\theta_h/\theta_F$.

TRAMO lm : Se debe pasar por $l'=(\theta_{l'}, M_{l'})$ obtenida como f' . $\theta_{l'}=\theta_b$, $M_{l'}=[1-\varepsilon(D_h)]M_h$. Si m no alcanza la envolvente, no habrá cambio de pendiente.

TRAMO mn : Descarga similar a bc , $D_m=D_h+\theta_m/\theta_F$.

TRAMO pq : Se define $p'=(\theta_{p'}, M_{p'})$, de forma similar a los puntos f' y l' , sobre el tramo mn de descarga. $\theta_{p'}=\theta_m$, $M_{p'}=[1-\varepsilon(D_m)]M_m$, donde M_m corresponde a la envolvente. q no superó p' .

TRAMO qs : Descarga similar a bc , $D_q=D_m+\theta_q/\theta_F$.

TRAMO pr : En el ciclo anterior no se superó la rotación θ_m ; no se cruzó el tramo mn . La recarga pq podría superar p' , y alcanzaría a la envolvente en r , tramo BC donde $\theta=\theta_F$, perdiéndose totalmente la capacidad de resistir momento positivo ($\varepsilon=1$); la curva descenderá, entonces, desde r hasta C .

Se considera que una deformación incrementa el daño solo si en la correspondiente descarga el momento cambia de signo. Por ejemplo en la figura 3.2, si en s hay una

recarga positiva, la curva regresaría hacia p y continuaría después hacia p' , sin que D y ε sufran modificaciones debido a la descarga qs .

3.2b) Modelo Esteva-López. Modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado CR

Es un nuevo modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de CR, el cual considera que el máximo daño del elemento estructural corresponde a la pérdida total de resistencia y rigidez, cuando se forma una articulación completa. La medida del deterioro en las secciones de este elemento estructural es considerada mediante la evolución de un índice de daño y de parámetros adicionales que más adelante serán presentados.

El modelo intenta representar en forma realista y aproximada los ciclos de carga mediante una representación curvilínea controlada por parámetros de ajuste; dichos parámetros se obtienen de un gran número de pruebas experimentales.

Este modelo es similar al modelo de Pérez y Esteva (Pérez, 2007) para muros de mampostería. Recientemente, dicho modelo de Pérez y Esteva fue incorporado –con la ayuda de Orlando Díaz– al programa DEIHINTE, para considerar el deterioro de muros de mampostería sometidos a carga dinámica. Ambos modelos fueron inspirados en el modelo de Wang y Shah (1987) y en curvas histeréticas obtenidas mediante pruebas de laboratorio, además de los trabajos realizados en el modelo de Campos y Esteva (1997).

El comportamiento histerético de elementos presenta ciertos patrones; uno de ellos es que no supera la curva momento-curvatura obtenida con carga monotónica creciente. A esta curva la llamamos envolvente y se presenta tanto para el momento positivo como para el negativo. Esta curva simplificada de momento-curvatura es transformada a una curva envolvente de momento-rotación, mediante las relaciones (Campos y Esteva, 1997):

$$\theta = lp(\phi - \phi_y), \text{ para } \phi_y \leq \phi \leq \phi_F \quad (3.5)$$

$$\theta_F = lp(\phi_F - \phi_y) \quad (3.6)$$

Aquí, θ es la rotación plástica; θ_F , es la rotación asociada a la falla; lp , es la longitud de articulación plástica que se considera constante, y ϕ_y, ϕ y ϕ_F , son las curvaturas de fluencia, post-fluencia y de falla, respectivamente.

Modelo de daño

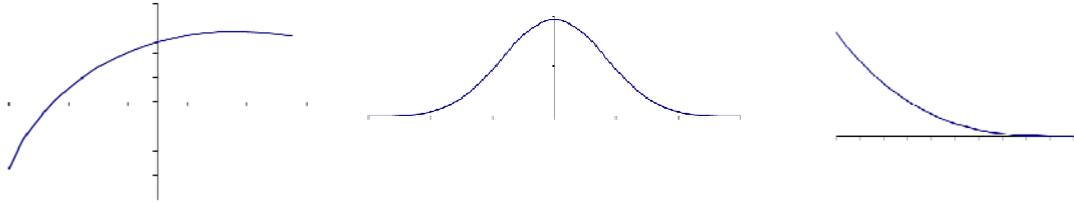
Retomando lo comentado arriba, la medida del deterioro en las secciones de la viga es considerada mediante la evolución de un índice de daño, que es función de la acumulación de sus amplitudes, en rotación, alcanzadas en cada ciclo de carga. En la ecuación 3.7 se define el daño acumulado; θ_i es rotación plástica y θ_u rotación asociada a la falla.

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i}{\theta_u} \quad (3.7)$$

Se pretende simplificar el modelo a su máxima expresión con el menor número de parámetros y con expresiones lo mas sencillas posibles, y que además éste sea capaz de representar de una manera mas real los ciclos de histerésis; se requiere combinar tres curvas para lograr los ajustes curvilíneos realistas y aproximados, de acuerdo con el punto inicial de (re)carga y con el daño acumulado en ese instante. En la ecuación 3.8 y en la figura 3.4 se refleja lo que hemos dicho en este párrafo.

$$M = M_1 - (M_2 + M_3) \quad (3.8)$$

Enseguida se muestra la representación esquemática de las tres curvas constitutivas (figura 3.4). Posteriormente se presentan las ecuaciones que definen a M_1, M_2 y M_3 (en las ecuaciones 3.9 a la 3.11); las tres curvas serán envolventes que cubrirán el intervalo de $-\theta_u$ a θ_u .



a). Curva 1 (M_1).

b). Curva 2 (M_2).

c). Curva 3 (M_3).

Figura 3.4. Representación esquemática de las curvas constitutivas.

La **Curva 1** (M_1) queda establecida con la siguiente expresión:

$$M_1(\theta) = A(-M_{uo} + k_{uo}(\theta + \theta_u) - c_1(\theta + \theta_u)^n) \quad (3.9)$$

Los valores de M_{uo} , k_{uo} y θ_u son los valores razonables que se obtienen a partir de la curva momento-rotación de la sección de la viga alcanzada durante una carga monotónica; la variable θ es la rotación plástica de la sección del elemento estructural, la cual evoluciona en el tiempo en tanto la viga sufre deformación por efecto de cargas dinámicas; los parámetros A , c_1 y n se definen después de presentar la ecuación de la curva 3, así como los nuevos parámetros que aparezcan en las ecuaciones 3.10 y 3.11.

La **Curva 2** (M_2) queda establecida con

$$M_2(\theta) = AE \left(1 + \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \cdot \left(1 - \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \quad (3.10)$$

En tanto que la **Curva 3** (M_3) se define por

$$M_3(\theta) = A.c_3(\theta_u - \theta)^m \quad m > 1.0 \quad (3.11)$$

Complementando un comentario anterior, A es la medida del daño en el ciclo de carga considerado, y se calcula como sigue:

$$A = \exp(-k_A \cdot D) \quad (3.12)$$

Aquí, k_A es un parámetro de ajuste obtenido de pruebas experimentales que guarda relación con el daño; D es la medida del daño de la sección, calculado con la ecuación (3.7).

Continuando, c_1 y n son constantes que surgen de considerar condiciones de frontera, $M_1(-\theta_u) = -M_{uo}A$ y $M_1'(-\theta_u) = k_{uo}A$; c_1 depende de n , y a su vez, n depende del parámetro de ajuste $M_1(0)$.

$$c_1 = \frac{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo}}{2^{n-1} \cdot \theta_u^n} \quad (3.13)$$

$$n = 1 + \frac{\ln\left(\frac{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo}}{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo} - (M_1(0)/A)}\right)}{\ln(2)} \quad (3.14)$$

Se proponen las siguientes ecuaciones para calcular el valor de E ; k_E es un parámetro de ajuste:

$$E = A[1 - \exp(-k_E \cdot D)]M_{1,0} \quad (3.15)$$

$$M_{1,0} = (-M_{uo} + k_{uo} \cdot \theta_u - c_1 \cdot \theta_u^n)A \quad (3.16)$$

$$M_u = A \cdot M_{uo} \quad (3.17)$$

$$k_u = A \cdot k_{uo} \quad (3.18)$$

El valor de T depende directamente del parámetro de ajuste k_T ,

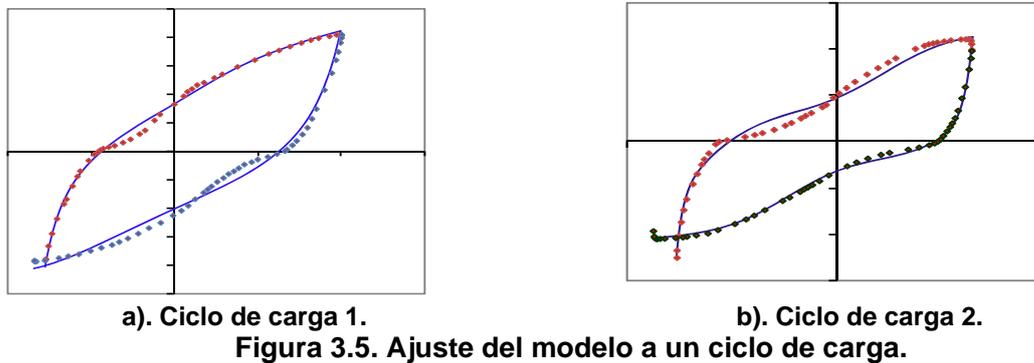
$$T = k_T \quad (3.19)$$

Tomando en cuenta condiciones de frontera en términos de la pendiente de las curvas, $M_0 = M_1(\theta_0) - M_2(\theta_0) - M_3(\theta_0)$ y $M_0' = M_1'(\theta_0) - M_2'(\theta_0) - M_3'(\theta_0)$, es posible llegar al valor de m y c_3 ; sin embargo, por simplificar el desarrollo, en el cuerpo principal de la tesis ya no se despliegan más ecuaciones al respecto; en el Apéndice C se presenta un algoritmo matemático completo del modelo, como material de apoyo para su implantación en programas de análisis dinámico no lineal.

Parámetros de ajuste

En resumen, son cuatro los parámetros de ajuste: k_A , $M_1(0)$, k_E y k_T ; cada uno de ellos controla la forma de alguna(s) de las tres curvas constitutivas, y de manera conjunta dan forma y magnitud a los ciclos analíticos. De curvas histeréticas obtenidas de pruebas experimentales, se observa una doble curvatura causada por

el daño interno que ha sufrido el elemento estructural; de aquí la necesidad de estos cuatro parámetros que controlan las tres curvas constituyentes, para lograr los ajustes curvilíneos realistas y aproximados. En la figura 3.5, con línea punteada se muestran dos ciclos de carga –uno en la figura 3.5a y otro en la 3.5b–; como puede observarse, en la figura 3.5b se refleja una mayor pronunciación de la doble curvatura que en la figura 3.5a. En estas figuras la línea continua corresponde al modelo analítico.



Por ahora, no abundaremos en pruebas experimentales: para ello se cuenta con un apartado especial en esta tesis –aplicación de modelos a pruebas experimentales–; la presentación de la figura 3.5 se hizo con la finalidad de ilustrar lo que se dijo en el párrafo anterior.

Para sensibilizar un poco en las tres curvas constitutivas observemos la figura 3.6, la cual corresponde a la curva analítica de recarga del ciclo de carga 1 mostrado en la figura 3.5a. Posteriormente observemos la figura 3.7 y apreciemos el orden de las magnitudes de las tres curvas, cuya suma constituye la curva de la figura 3.6.

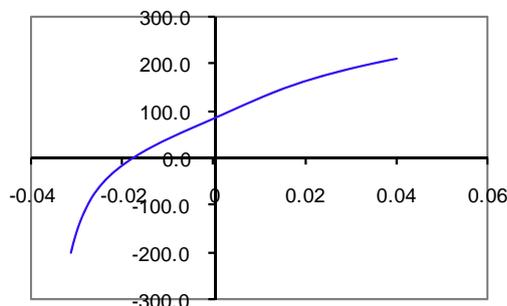


Figura 3.6. Curva de recarga del ciclo 1.

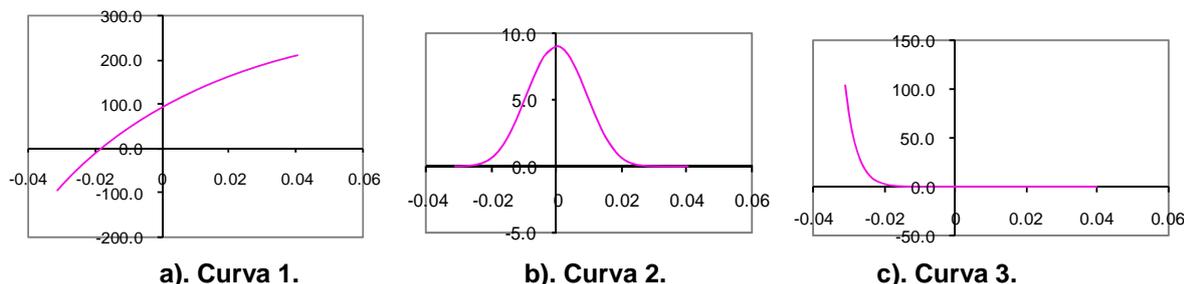


Figura 3.7. Las tres curvas constitutivas.

Es claro que los valores relativos de las amplitudes de las curvas constitutivas dependen del ciclo de carga experimental que se desea reproducir; sin embargo, sabemos que la relación $M = M_1 - (M_2 + M_3)$ condiciona dichos valores relativos: la curva 1 siempre tendrá mayor amplitud que las curvas 2 y 3; a su vez, las curvas 2 y 3 tendrán magnitud pequeña o mediana, comparada con la curva 1, dependiendo de lo pronunciado de la doble curvatura del ciclo de carga que se desea reproducir

3.3. APLICACIÓN DE MODELOS

Se ajustan los modelos de Campos-Esteva (1997) y Esteva-López (2008) a las pruebas de laboratorio que fueron presentadas, y se obtienen parámetros de ajuste para ambos. Estos pretenden minimizar el error cuadrático que se obtiene al ajustar las pruebas de laboratorio.

3.3a) Modelo Campos-Esteva (1997)

Según se dice en la sección 3.2 en las aplicaciones de Campos-Esteva (1997) se ha tomado el parámetro α igual a 0.0671. En este trabajo haremos depender las leyes constitutivas de las relaciones momento-rotación de otros dos parámetros, además de α . En cada caso considerado, los valores de los tres parámetros se tomarán iguales a los que representan el mejor ajuste a las curvas obtenidas en una prueba de laboratorio.

Los parámetros en cuestión son: 1) α , que está relacionado con el daño acumulado, 2) M_Y , que considera el momento de fluencia en la curva envolvente (ver punto A de

la figura 3.8), 3) k_e , la pendiente de la línea comprendida entre los puntos A y B en la curva envolvente (ver figura 3.8).

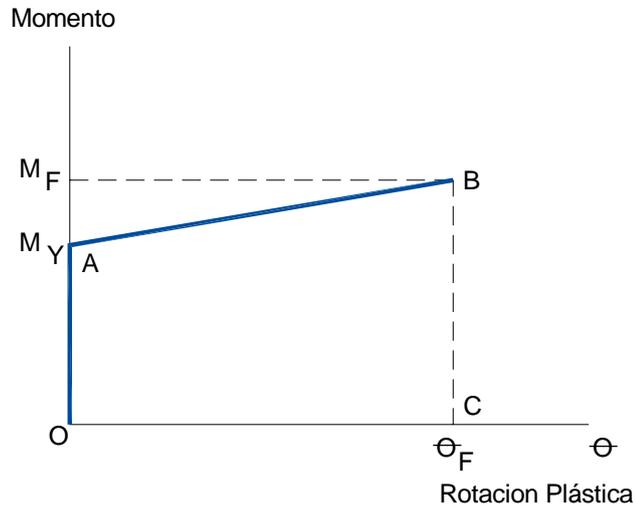
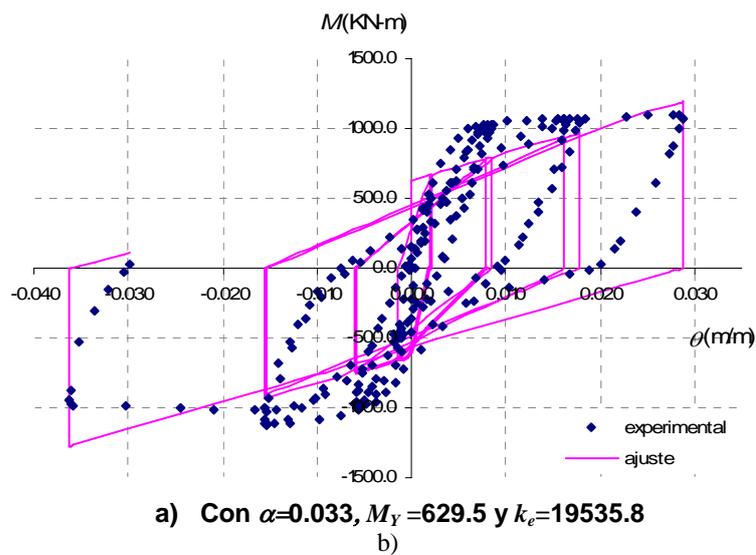
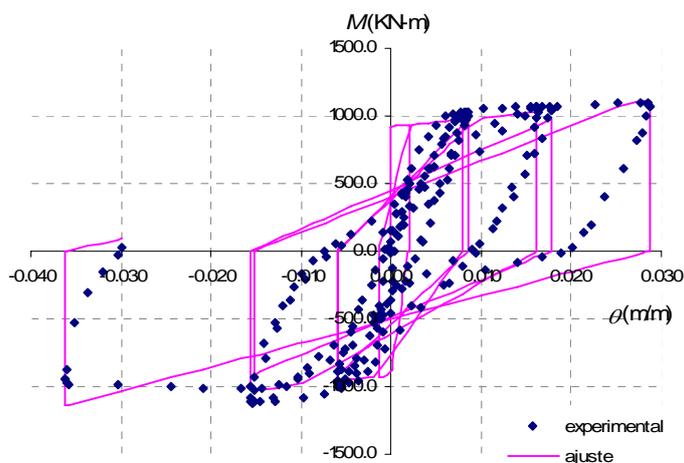


Figura 3.8. Curva envolvente momento-rotación plástica.

Los valores de M_Y y k_e que se adoptaron, no son exactamente los que minimizan el error. Como ejemplo en la figura 3.9 se observa que a pesar de que en a) se obtiene un error cuadrático mínimo (36 340 741), el ajuste del caso b) representa mas adecuadamente la envolvente, a costa de conducir a un error cuadrático un poco superior (40 582 000).





b) Con $\alpha=0.140$, $M_Y=920$ y $k_e=6800$

Figura 3.9. Misma prueba de laboratorio ajustada con diferentes valores.

Por consiguiente si M_Y y k_e fueran exactamente los valores que minimizan el error, en ocasiones las curvas de ajuste muestran una configuración diferente de las de las curvas experimentales, en el intento de minimizar el error. Lo anterior se debe a ciertas limitaciones que pueda presentar el modelo; algunos de ellos son: la envolvente parte del origen $O(0,0)$ y se dirige a un punto de fluencia $A(0, M_Y)$, es decir, el punto de agrietamiento no es tomado en cuenta, ya que considera que el daño en el intervalo lineal de deformaciones es nulo; la descarga de los ciclos de ajuste siempre se realizan de manera vertical desde el punto máximo alcanzado en el ciclo hasta el eje horizontal, característica que en la realidad casi nunca sucede.

Por otra parte, para el caso en el que se minimiza el error cuadrático, los valores de los parámetros obtenidos presentan una gran dispersión, como se muestra en la tabla 3.2; en ella se puede observar que los valores de α obtenidos en cada ajuste se disparan significativamente de un caso a otro, anulando la posibilidad de correlacionarlos con las propiedades físicas de la viga ensayada en cada caso o bien con el daño de la misma. De igual manera, los valores de M_Y y k_e obtenidos en cada ajuste no permiten correlacionar con las propiedades de la viga.

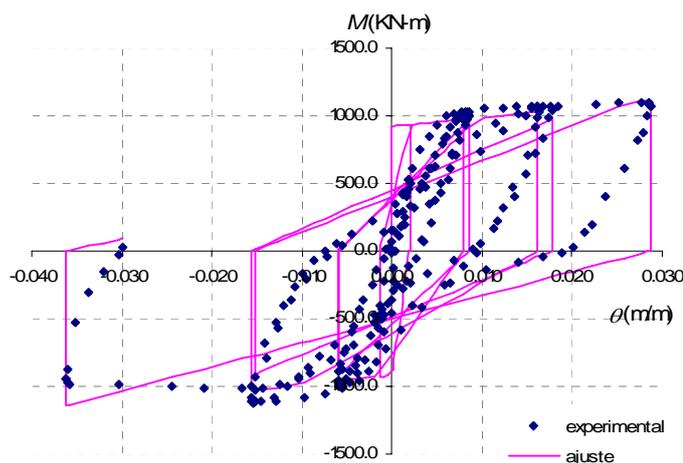
Tabla 3.2. Trabes ensayadas, con los valores de α que minimizan el error cuadrático.

Especímenes	M_y (KN-m)	k_e	α	Error cuadrático mínimo.
Trabe 1	639.5	19535.8	0.033	36 340 741
Trabe 2	650.0	11540.4	0.000	26 806 295
Trabe 3	920.4	12493.8	0.134	92 958 469
Trabe 4	141.7	1847.9	0.096	1 742 724
Trabe 5	131.6	2348.9	0.014	2 666 439
Trabe 6	1087.8	9194.6	0.117	91 559 577

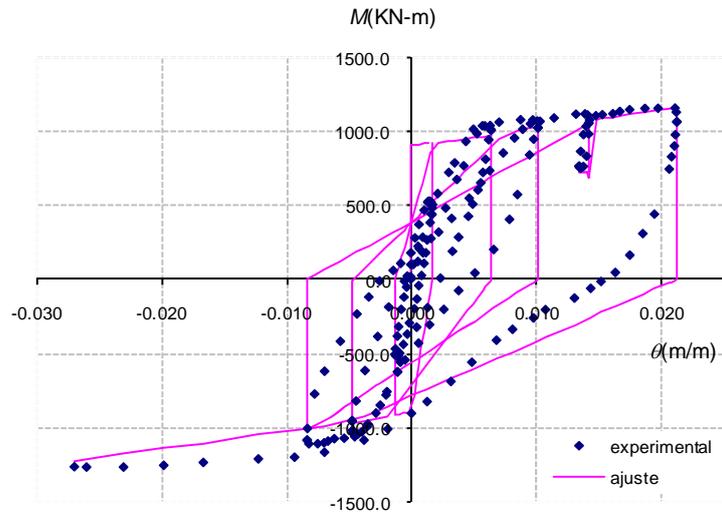
Consecuentemente, para obtener parámetros de ajuste (α) mas coherentes con las características de la viga, no son recomendables los valores de M_y y k_e que minimizan el error, sino los que permitan al modelo una configuración mas similar a la real en las zonas de carga y recarga. Siguiendo este criterio, se lograron los ajustes de la figura 3.10, cuyos parámetros se presentan en la tabla 3.3.

Tabla 3.3. Trabes ensayadas, con los valores de α que generan error cuadrático ligeramente mayor al mínimo.

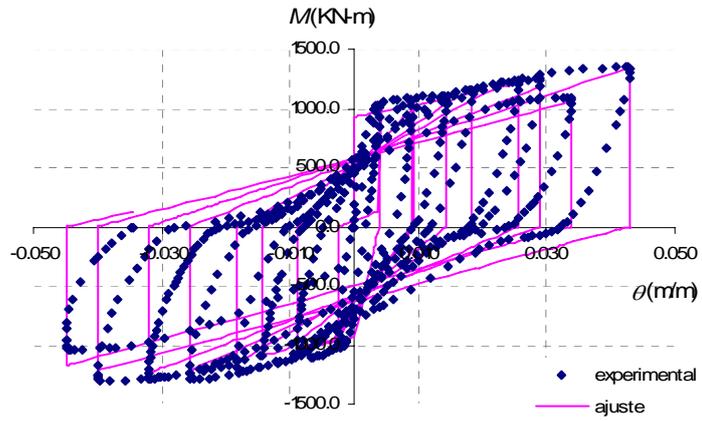
Especímenes	M_y (KN-m)	k_e	α	Error cuadrático mínimo.
Trabe 1	920	6 800	0.140	40 582 077
Trabe 2	900	12 000	0.294	30 114 720
Trabe 3	930	11 000	0.127	93 186 859
Trabe 4	165	1 100	0.055	1 876 317
Trabe 5	165	1 500	0.017	2 765 508
Trabe 6	1087	9 194	0.117	91 513 445



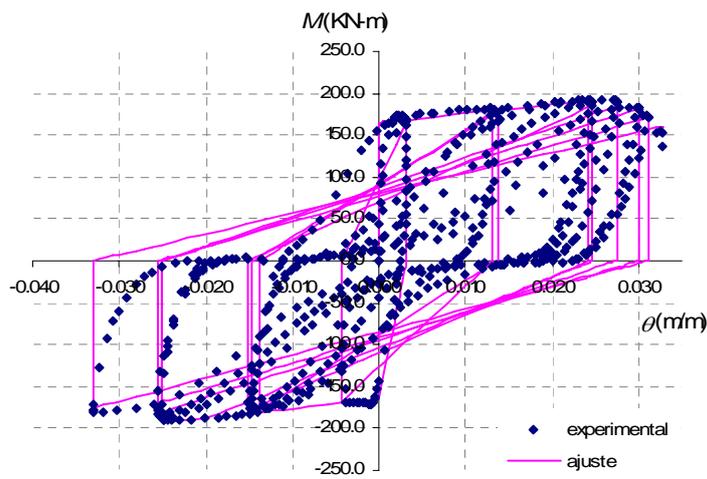
a). Trabe 1.



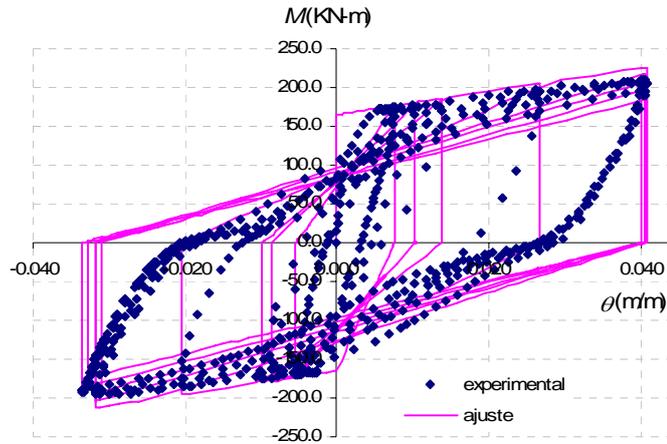
b). Trabe 2.



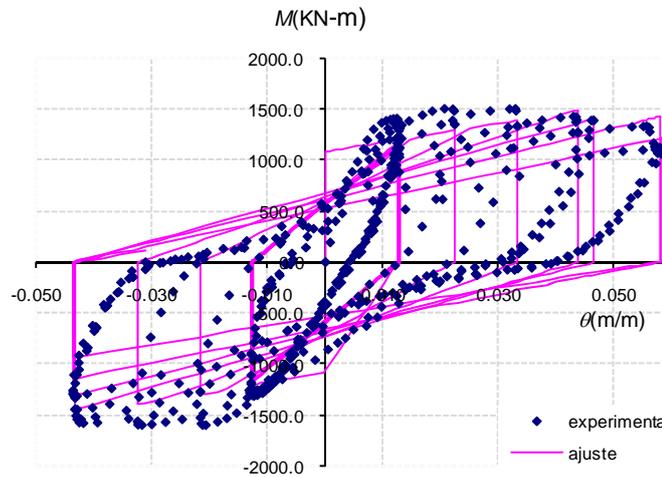
c). Trabe 3.



d). Trabe 4.



e). Trabe 5.

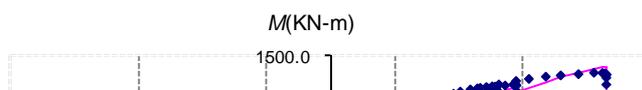


f). Trabe 6.

Figura 3.10. Ajuste de las pruebas experimentales con el modelo Campos-Esteva.

Como se dijo en los objetivos del capítulo 1, de los ajustes realizados a las pruebas se tomarán valores del parámetro α diferentes a los que se presentan en la literatura, los cuales se aprovechan para estudiar la influencia de la variación de estos en las funciones de confiabilidad; para estos fines se propone utilizar 0.12 y 0.29, como valores representativos.

En la figura 3.11, para los datos experimentales de la *Trabe 3*, se muestran diferentes configuraciones obtenidas con el modelo, con los diferentes valores del parámetro α que serán empleados para estudiar la influencia de la variación de



estos en las funciones de confiabilidad; en la tabla 3.4 se muestran los errores cuadráticos obtenidos con los diferentes valores del parámetro α . Para esto, se seleccionó la *Trabe 3* dado que es la prueba que presenta más información, mayor número de ciclos de carga.

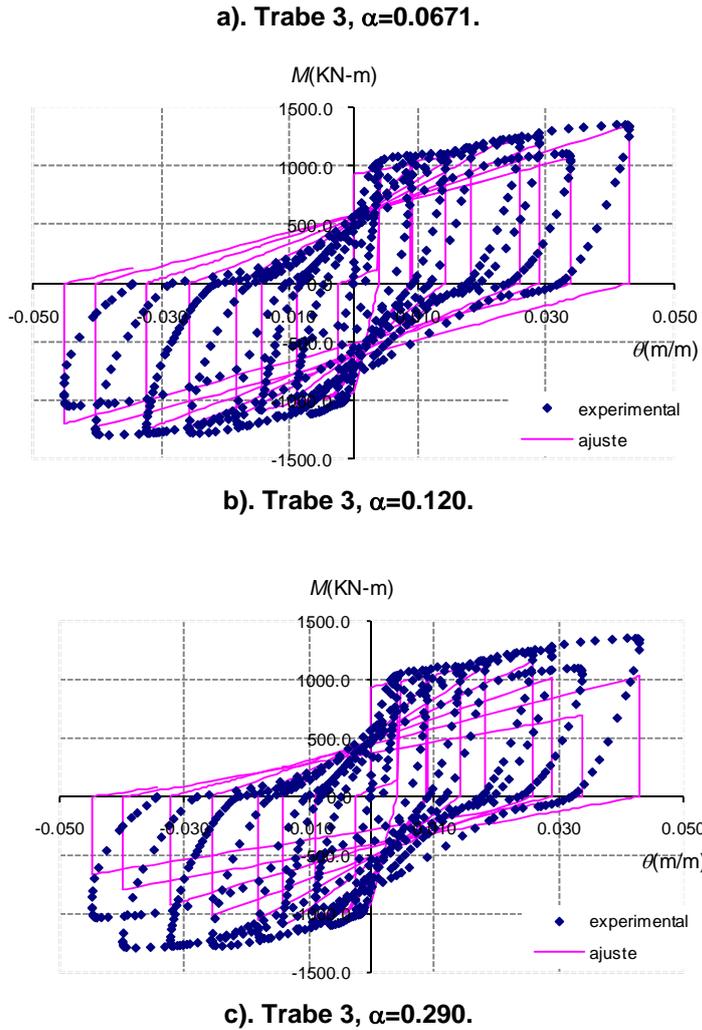


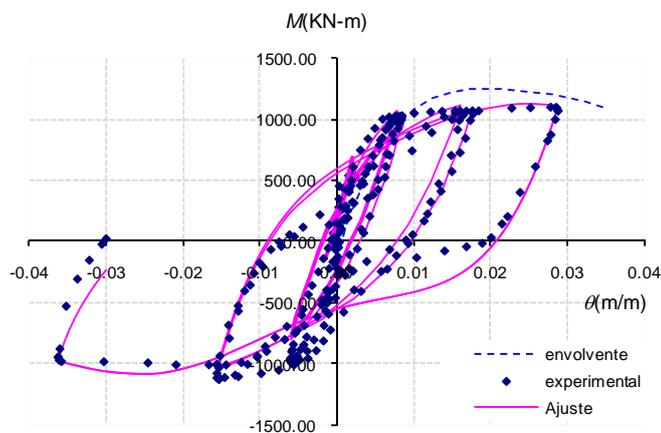
Figura 3.11. Ajuste de los datos de la *Trabe 3*, con diferentes valores del parámetro α .

Tabla 3.4. Error cuadrático de la *Trabe 3*, obtenido con diferentes valores del parámetro α .

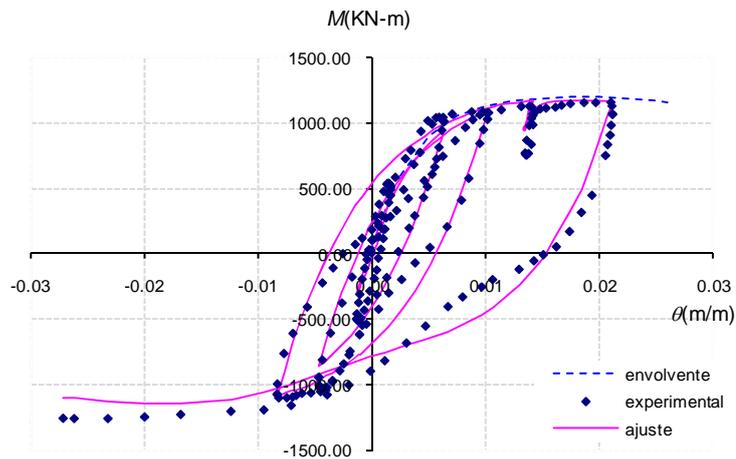
Valor del parámetro α	Error cuadrático.
0.0671	94 489 269
0.120	93 206 747
0.290	109 588 794

3.3b) Modelo Esteva-López (2008)

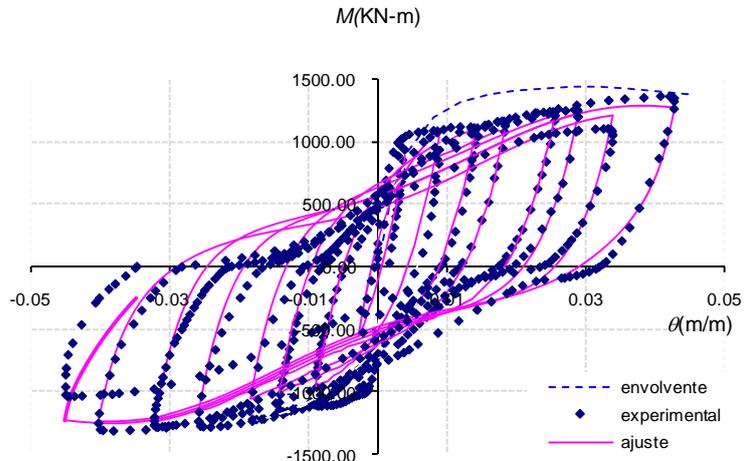
También se realizaron ajustes a las pruebas experimentales con el modelo Esteva-López. Dichos ajustes se presentan en la figura 3.12; los ajustes con este modelo muestran una buena aproximación y una representación más realista que otros modelos, dado que es posible representar la doble curvatura causada por el daño interno que ha sufrido el elemento estructural, además de la degradación de rigidez y resistencia.



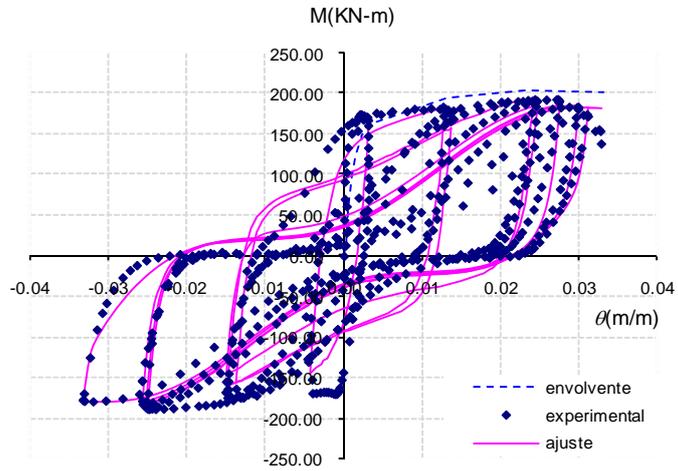
a). Trabe 1.



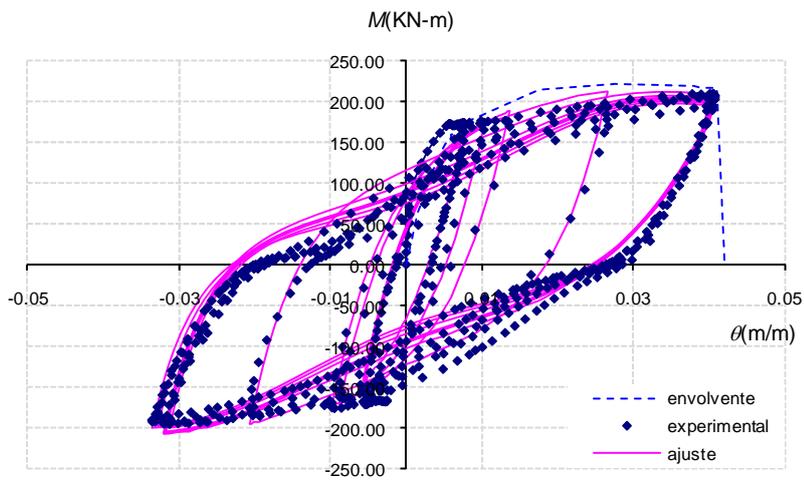
a). Trabe 2.



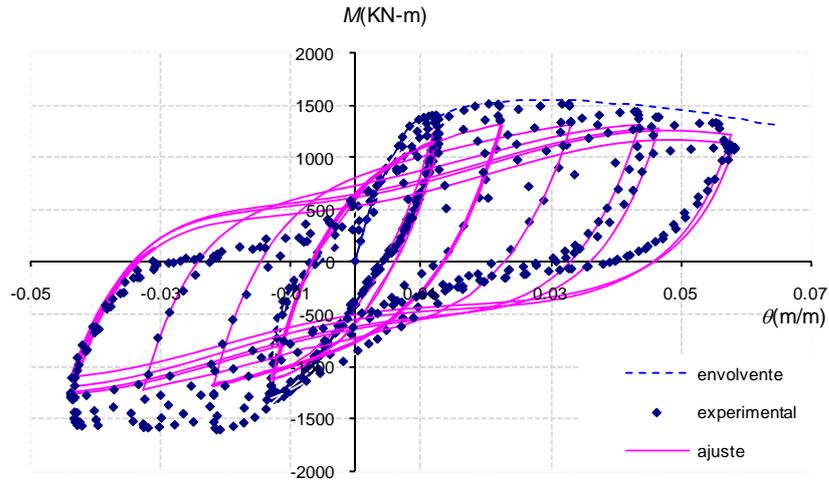
a). Trabe 3.



a). Trabe 4.



a). Trabe 5.



a). Trabe 6.

Figura 3.12. Ajuste de las pruebas experimentales con el modelo Esteva-López.

En la tabla 3.5, se muestran los parámetros de ajuste y el error cuadrático mínimo obtenido en los 6 ajustes; en la tabla 3.6, los valores de los parámetros M_{uo} , k_{uo} , y θ_u considerados como razonables.

Tabla 3.5. Parámetros de ajuste y error cuadrático mínimo.

Especímenes	k_A	$M_I(0)$	k_E	k_T	Error cuadrático mínimo
Trabe 1	0.07	1116.8	0.68	4.35	6 467 702
Trabe 2	0.01	950.1	0.05	9.98	4 080 445
Trabe 3	0.15	1150.2	1.31	3.41	18 847 040
Trabe 4	0.07	161.0	1.79	3.65	605 583
Trabe 5	0.03	170.3	0.31	3.32	225 291
Trabe 6	0.16	1402.7	1.29	3.50	63 429 844

Tabla 3.6. Parámetros considerados como razonables.

Especímenes	M_{uo}	k_{uo}	θ_u
Trabe 1	1050	239 845.9	0.037
Trabe 2	1130	315 154.5	0.028
Trabe 3	1370	350 000.0	0.046
Trabe 4	200	147 569.2	0.035
Trabe 5	215	47 312.1	0.041
Trabe 6	1300	250 000.0	0.065

Se comparan los errores cuadráticos mínimos, obtenidos con ambos modelos, de los ajustes realizados a las pruebas experimentales. Dichos valores se imprimen en

la tabla 3.7 y se comparan gráficamente en la figura 3.13; el nuevo modelo mejora la aproximación, dado que minimiza notablemente el error cuadrático.

Tabla 3.7. Error cuadrático mínimo que se genera.

Especímenes	Campos-Esteva	Esteva-López
Trabe 1	40 582 077	6 467 702
Trabe 2	30 114 720	4 080 445
Trabe 3	93 186 859	18 847 040
Trabe 4	1 876 317	605 583
Trabe 5	2 765 508	225 291
Trabe 6	91 513 445	63 429 844

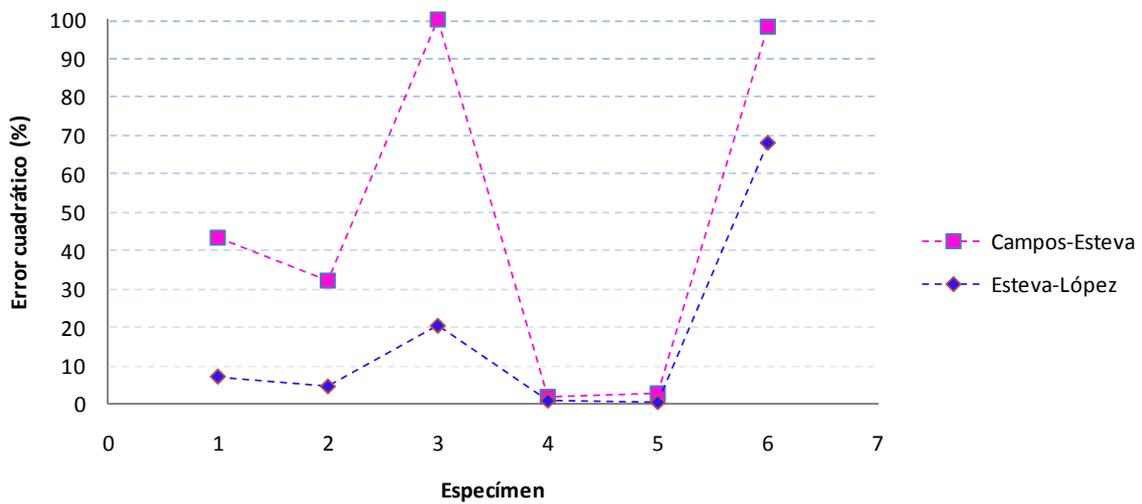


Figura 3.13. Error cuadrático mínimo generado con ambos modelos.

CAPÍTULO 4

CASOS ESTUDIADOS

En este capítulo se habla de las excitaciones sísmicas empleadas en el análisis dinámico paso a paso no lineal de los sistemas estructurales de CR, así como de dichos sistemas estructurales.

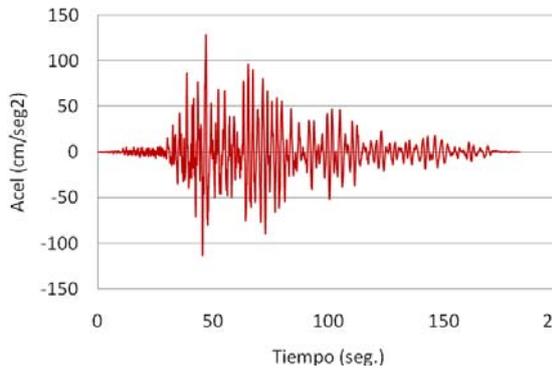
4.1. EXCITACIONES SÍSMICAS

Como excitaciones sísmicas, se emplearon 50 sismos simulados para el análisis paso a paso de los marcos de CR con propiedades inciertas; la simulación de los sismos se realizó mediante el procedimiento descrito en el subcapítulo 2.1.

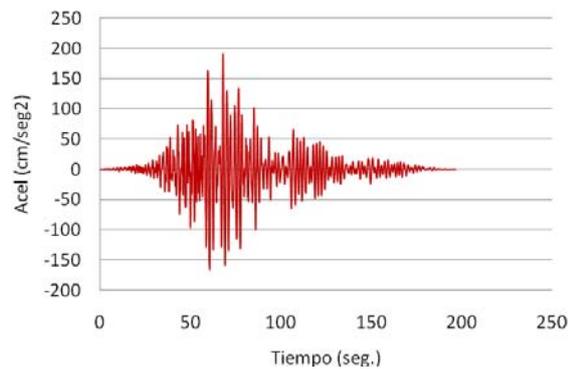
Inicialmente se simularon 300 sismos; una vez simulados, se obtuvieron espectros elásticos de respuesta; de dichos espectros, se observó la intensidad máxima de cada uno, de lo cual se distinguieron una gran variedad de intensidades máximas, comprendidas entre 0.15 a 1.8 g. Posteriormente, todos los espectros fueron escalados en la misma proporción hasta llevar el pico del espectro con intensidad máxima a 2g. Con ese mismo factor fueron escalados los 300 sismos; después, fueron agrupados de acuerdo con la intensidad del espectro correspondiente a cada uno de ellos. De esta manera se formaron 5 grupos definidos entre los siguientes intervalos de intensidades: de 0.0-0.4, 0.4-0.8, 0.8-1.2, 1.2-1.6 y 1.6-2.0 g. Finalmente, se seleccionaron 10 sismos de cada grupo, de manera aleatoria.

Con lo anterior, tenemos 50 sismos seleccionados, los cuales cubren un intervalo muy amplio de intensidades, de 0.2 a 2.0 g.

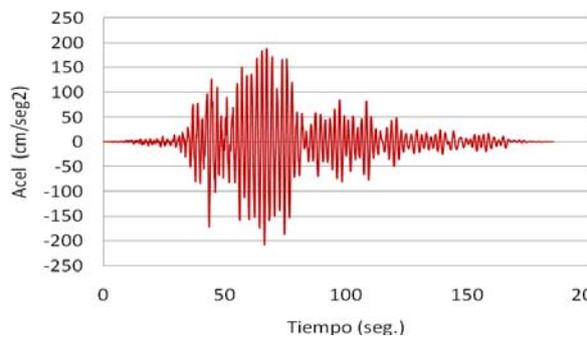
En la figura 4.1 se muestran 4 de los 50 sismos seleccionados; en el pie de cada gráfica se encuentra el nombre del sismo y entre paréntesis la intensidad máxima de su espectro de respuesta.



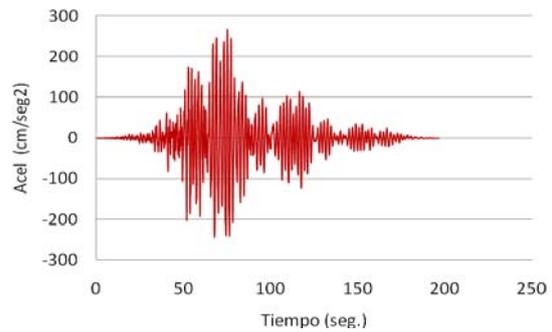
a). Sismo 16 ($S_{a_{max}} = 0.54 \text{ g.}$).



b). Sismo 21 ($S_{a_{max}} = 1.06 \text{ g.}$).



c). Sismo 37 ($S_{a_{max}} = 1.59 \text{ g.}$).



d). Sismo 42 ($S_{a_{max}} = 2.00 \text{ g.}$).

Figura 4.1. Sismos simulados.

En la figura 4.2 se muestran los espectros de respuesta elástica correspondientes a los 50 sismos seleccionados. Los espectros se calcularon para un amortiguamiento del 5% del crítico.

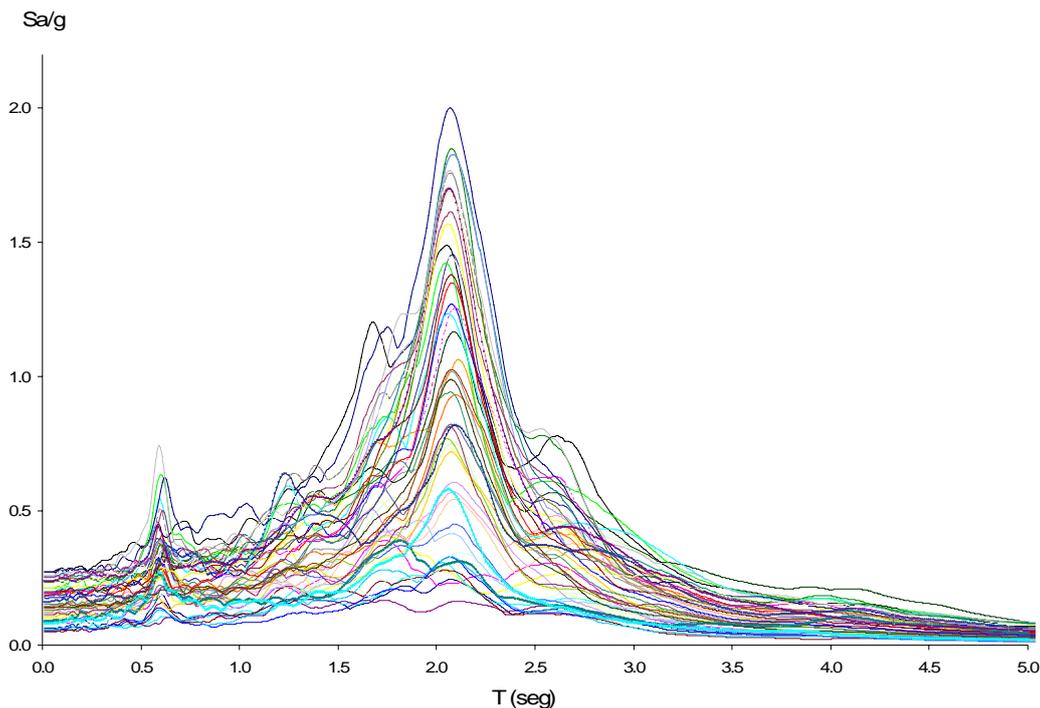


Figura 4.2. Espectros de respuesta elástica.

4.2. SISTEMAS ESTRUCTURALES

4.2a) Sistemas estructurales con propiedades nominales

Para seleccionar los sistemas estructurales se tomó en cuenta el objetivo de estudiar la influencia de la variación de las rigideces y resistencias de entrepiso de los edificios, a lo largo de su altura, en las funciones de confiabilidad y en los factores de transformación mencionados en el subcapítulo 2.3. Con este fin, se estudian 3 edificios de 12 niveles, estructurados a base de marcos dúctiles de CR, el primero de los tres fue diseñado según el NTC del RCDF-04, tomado de casos estudiados por E. Ismael, el cual llamaremos " $f_m=1.0$ "; los otros dos edificios se obtienen a partir del primer caso, haciendo variar de manera lineal las rigideces y resistencia de entrepiso, desde 1.0 en la azotea hasta el factor de modificación (f_m) deseado en la base. De esta manera para el segundo caso se utilizó un factor de modificación en la base igual a 1.5, el cual llamaremos " $f_m=1.5$ "; en tanto que para el tercer caso se usó un factor de modificación en la base igual a 0.8, el cual llamaremos " $f_m=0.8$ ".

El caso " $f_m=1.0$ " se ilustra en la figura 4.3 y sus datos generales de diseño se mencionan a continuación:

- ▶ Edificio destinado a oficinas.
- ▶ Edificación tipo B.
- ▶ Factor de comportamiento sísmico $Q=4.0$.
- ▶ Análisis sísmico modal espectral.
- ▶ En el diseño se considera interacción suelo estructura ISE.
- ▶ Altura total de edificio 37m.
- ▶ Cimentación mixta (cajón y pilotes de fricción).
- ▶ Cajón de cimentación desplantada a 4.0 m.
- ▶ Se emplearon 37 pilotes de fricción con longitud igual a 31.0 m y diámetro 0.75m.
- ▶ El sitio de desplante es en la zona III_b con periodo del suelo $T_s=2.0$ seg.
- ▶ Profundidad de depósito firme igual a 38.0 m.
- ▶ Como resistencia de diseño se tiene $f'_c=250$ kg/cm² y $f_y=4200$ kg/cm².

Los dos edificios irregulares en cuanto a rigideces y resistencias de entrepiso, " $f_m=1.5$ " y " $f_m=0.8$ ", tienen las siguientes propiedades comunes con el caso diseñado según RCDF: cimentación, sitio de desplante, resistencias de los materiales, alturas de entrepiso, ancho de crujía, número de crujías, etc. Las únicas diferencias entre los tres casos son las variaciones de rigideces y resistencias de entrepisos, lo que genera diferentes secciones transversales y diferentes cuantías de acero longitudinal y transversal de los elementos estructurales.

De un edificio a otro, la variación de rigideces de entrepiso es dependiente de las modificaciones realizadas a las dimensiones de las secciones transversales de los elementos estructurales; la variación de resistencias de entrepisos es dependiente de las modificaciones realizadas a las cuantías de acero de los elementos estructurales.

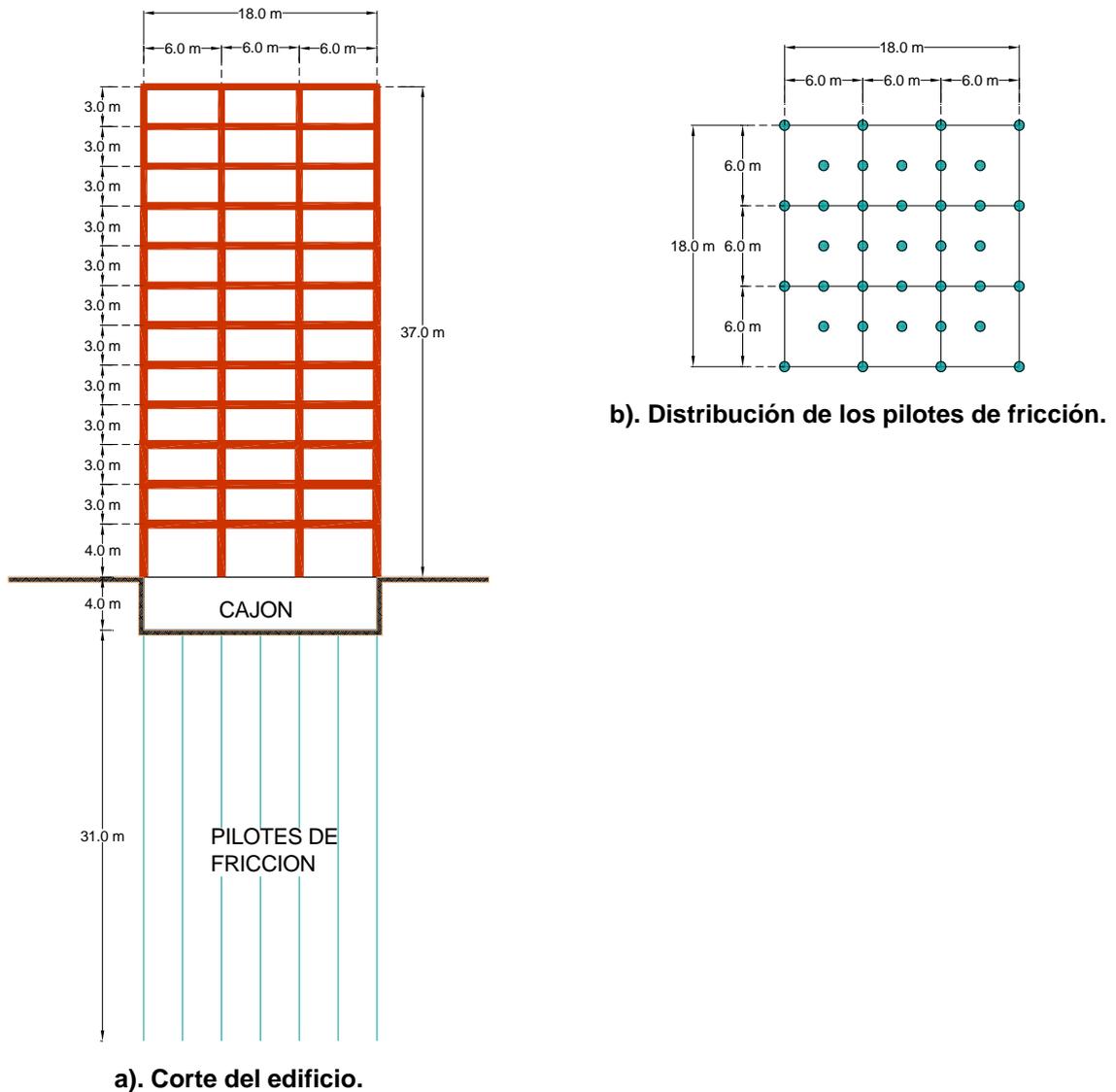


Figura 4.3. Edificio diseñado según RCDF-04.

Variación de las rigideces de entrepiso de un edificio a otro

Tomando en cuenta las rigideces de entrepiso del caso " $f_m=1.0$ " y los factores de modificación que se presentan en la tabla 4.3, podemos llegar a las nuevas secciones de los dos edificios irregulares.

Para los tres casos, las dimensiones de las traveses se muestran en la tabla 4.1 y las dimensiones de las columnas se muestran en la tabla 4.2. Las nuevas dimensiones

de los dos edificios irregulares se obtuvieron mediante la ecuación 4.1 a partir de las dimensiones del edificio diseñado según RCDF-04; en dicha ecuación, b es la dimensión de la sección transversal del elemento estructural del caso " $f_m=1.0$ "; f_m es el factor de modificación correspondiente al entrepiso del elemento estructural del caso en cuestión. Los factores de modificación se muestran en la tabla 4.3; b_m es la nueva dimensión requerida para los edificios irregulares. Los factores de modificación fueron obtenidos a partir de las relaciones existentes entre las rigideces de entrepiso del edificio irregular y las del edificio regular; en la figura 4.4 se observan las variaciones de rigideces de entrepiso de los tres casos.

$$b_m = f_m^{1/4} b \quad (4.1)$$

Tabla 4.1. Dimensiones en centímetros de las trabes para los 3 casos.

Entrepiso	$f_m=1.0$	$f_m=1.5$	$f_m=0.8$
12	30.0 x 50.0	30.0 x 50.0	30.0 x 50.0
11	30.0 x 50.0	31.0 x 51.7	29.6 x 49.3
10	30.0 x 50.0	31.6 x 52.7	29.3 x 48.8
9	30.0 x 60.0	32.0 x 64.1	29.1 x 58.1
8	30.0 x 60.0	32.3 x 64.6	28.9 x 57.8
7	30.0 x 60.0	32.5 x 65.1	28.8 x 57.6
6	35.0 x 65.0	38.2 x 70.9	33.5 x 62.1
5	35.0 x 65.0	38.3 x 71.2	33.4 x 62.0
4	35.0 x 65.0	38.5 x 71.4	33.3 x 61.8
3	35.0 x 70.0	38.6 x 77.1	33.2 x 66.4
2	35.0 x 70.0	38.7 x 77.3	33.2 x 66.3
1	35.0 x 70.0	38.7 x 77.5	33.1 x 66.2

Tabla 4.2. Dimensiones en centímetros de las columnas para los 3 casos.

Entrepiso	$f_m=1.0$	$f_m=1.5$	$f_m=0.8$
12	55.0 x 55.0	55.0 x 55.0	55.0 x 55.0
11	55.0 x 55.0	56.9 x 56.9	54.2 x 54.2
10	55.0 x 55.0	58.0 x 58.0	53.7 x 53.7
9	60.0 x 60.0	64.1 x 64.1	58.1 x 58.1
8	65.0 x 65.0	70.0 x 70.0	62.6 x 62.6
7	65.0 x 65.0	70.5 x 70.5	62.3 x 62.3
6	65.0 x 65.0	70.9 x 70.9	62.1 x 62.1
5	65.0 x 65.0	71.2 x 71.2	62.0 x 62.0
4	65.0 x 65.0	71.4 x 71.4	61.8 x 61.8
3	70.0 x 70.0	77.1 x 77.1	66.4 x 66.4
2	70.0 x 70.0	77.3 x 77.3	66.3 x 66.3
1	70.0 x 70.0	77.5 x 77.5	66.2 x 66.2

Tabla 4.3. Factores de modificación de rigideces y resistencias usados en el diseño de los dos edificios irregulares.

Entrepiso	Altura (m)	$f_m=1.5$	$f_m=0.8$
12	37	1.000	1.000
11	34	1.142	0.943
10	31	1.234	0.906
9	28	1.299	0.881
8	25	1.347	0.861
7	22	1.384	0.847
6	19	1.413	0.835
5	16	1.437	0.825
4	13	1.457	0.817
3	10	1.473	0.811
2	7	1.488	0.805
1	4	1.500	0.800

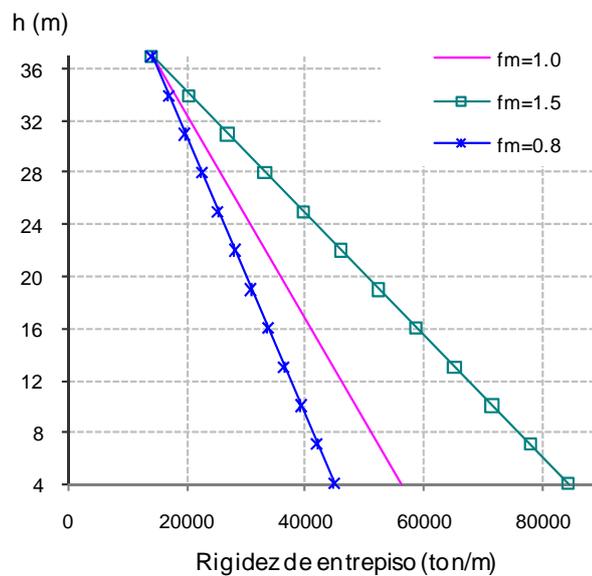


Figura 4.4. Rigideces de entreciso de los 3 casos.

Variación de las resistencias de entreciso de un edificio a otro

Para la variación de las resistencias de entreciso se usaron los mismos factores de modificación empleados en la variación de las rigideces, tabla 4.3; en la figura 4.5 se muestran las resistencias de entreciso, en términos de cortante, del caso " $f_m=1.0$ ", así como las resistencias deseadas para los dos edificios irregulares.

Tomando en cuenta la resistencia de los elementos estructurales del caso " $f_m=1.0$ " y el factor de modificación deseado, podemos llegar a los armados de los nuevos elementos estructurales. De esta manera, fue posible obtener el acero longitudinal de los edificios irregulares, tomando en cuenta el momento resistente de cada sección transversal; los estribos se obtuvieron tomando en cuenta el cortante resistente de cada sección transversal.

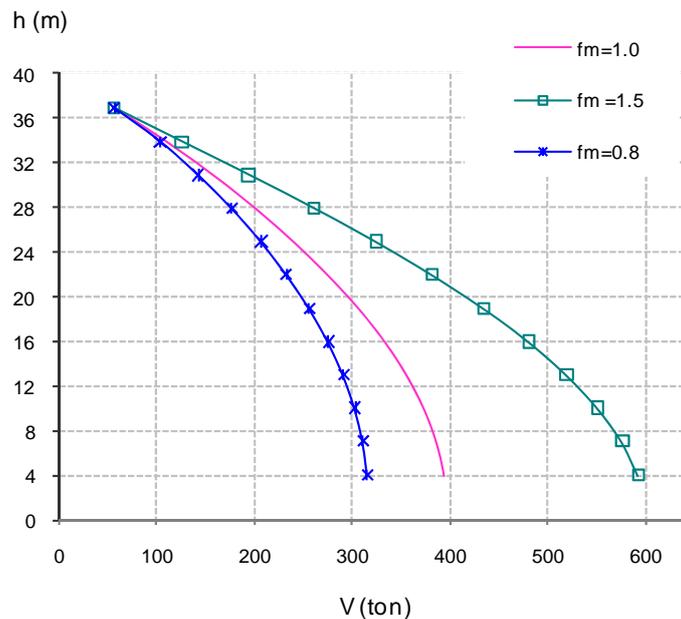


Figura 4.5. Resistencias de entresaca, en términos de cortante, de los 3 casos.

Para las trabes, se consideraron como elementos mecánicos el momento último M_U y el cortante último V_U de diseño, calculados con las ecuaciones que se establecen en las NTC-04. En cada caso, dichos elementos mecánicos fueron afectados por el factor de modificación correspondiente para cada trabe, con el propósito de diseñar el armado longitudinal y transversal de las nuevas secciones con la resistencia requerida, tanto a flexión como a cortante.

Para los tres casos, en la tabla 4.4 se muestran las áreas de acero longitudinal del lecho superior de las trabes; las áreas de acero longitudinal del lecho inferior no se muestran dado que su comparación resulta algo similar a la del lecho superior. Viendo la figura 4.3a, las trabes están enumeradas de izquierda a derecha,

empezando en el nivel 1 y terminando en el nivel 12, de tal manera que la trabe No. 1 es la trabe del lado izquierdo del primer nivel y la trabe No. 36 es la trabe del lado derecho del nivel 12. En dicha tabla se muestran las áreas de acero longitudinal para ambos extremos de las trabes; el extremo A corresponde al extremo izquierdo del miembro y el extremo B corresponde al extremo derecho del miembro; aunque aquí no se presente, las trabes fueron divididas en cinco tramos o segmentos con el fin de variar el acero longitudinal.

Tabla 4.4. Áreas de acero longitudinal en cm^2 (del lecho superior) de los extremos de las trabes, para los tres casos.

Trabe	$f_m=1.0$		$f_m=1.5$		$f_m=0.8$	
	A	B	A	B	A	B
1	28.32	25.47	38.96	34.94	23.80	21.43
2	25.77	25.77	35.35	35.35	21.68	21.68
3	25.47	28.32	34.94	38.96	21.43	23.80
4	29.73	25.59	40.80	34.96	25.09	21.63
5	27.83	27.83	38.10	38.10	23.50	23.50
6	25.59	29.73	34.96	40.80	21.63	25.09
7	30.39	24.91	41.21	33.59	25.80	21.20
8	27.72	27.72	37.49	37.49	23.56	23.56
9	24.91	30.39	33.59	41.21	21.20	25.80
10	30.10	24.12	40.75	32.43	25.65	20.62
11	27.59	27.59	37.24	37.24	23.55	23.55
12	24.12	30.10	32.43	40.75	20.62	25.65
13	29.65	22.75	39.65	30.20	25.44	19.59
14	27.01	27.01	36.01	36.01	23.20	23.20
15	22.75	29.65	30.20	39.65	19.59	25.44
16	29.02	21.41	38.05	27.87	25.21	18.65
17	26.12	26.12	34.14	34.14	22.71	22.71
18	21.41	29.02	27.87	38.05	18.65	25.21
19	25.35	18.82	32.77	24.13	22.19	16.54
20	23.40	23.40	30.16	30.16	20.51	20.51
21	18.82	25.35	24.13	32.77	16.54	22.19
22	23.98	17.24	30.52	21.77	21.31	15.37
23	21.80	21.80	27.67	27.67	19.39	19.39
24	17.24	23.98	21.77	30.52	15.37	21.31
25	21.71	15.16	26.67	18.52	19.68	13.78
26	19.31	19.31	23.67	23.67	17.52	17.52
27	15.16	21.71	18.52	26.67	13.78	19.68
28	18.10	13.28	21.24	15.53	16.77	12.33
29	16.75	16.75	19.64	19.64	15.53	15.53
30	13.28	18.10	15.53	21.24	12.33	16.77
31	14.72	9.83	16.26	10.84	14.06	9.40
32	13.38	13.38	14.77	14.77	12.78	12.78
33	9.83	14.72	10.84	16.26	9.40	14.06

34	10.15	7.10	10.15	7.10	10.15	7.10
35	9.69	9.69	9.68	9.68	9.68	9.68
36	7.10	10.15	7.10	10.15	7.10	10.15

También para los tres casos, en la tabla 4.5 se muestran las separaciones de estribos de las traveses para ambos extremos; aunque en la tabla no se presente, al igual que para el acero longitudinal, las traveses se dividen en cinco tramos o segmentos con el fin de variar la separación de estribos; se usan estribos rectangulares de varilla No. 3.

Tabla 4.5. Separaciones en centímetros de los estribos de las traveses, para los tres casos.

Trabe	$f_m=1.0$		$f_m=1.5$		$f_m=0.8$	
	A	B	A	B	A	B
1	11.0	9.0	8.1	6.4	13.1	10.1
2	13.0	13.0	8.9	8.9	13.1	13.1
3	9.0	11.0	6.4	8.1	10.1	13.1
4	10.0	9.0	7.4	6.4	12.5	10.1
5	8.0	8.0	6.2	6.2	9.7	9.7
6	9.0	10.0	6.4	7.4	10.1	12.5
7	10.0	9.0	7.2	6.6	12.0	10.1
8	8.0	8.0	6.2	6.2	9.7	9.7
9	9.0	10.0	6.6	7.2	10.1	12.0
10	10.0	9.0	7.9	6.7	12.0	10.3
11	12.0	12.0	8.7	8.7	13.1	13.1
12	9.0	10.0	6.7	7.9	10.3	12.0
13	10.0	9.0	7.8	7.1	11.7	10.6
14	12.0	12.0	8.9	8.9	13.1	13.1
15	9.0	10.0	7.1	7.8	10.6	11.7
16	10.0	10.0	7.3	7.5	11.5	11.0
17	13.0	13.0	9.3	9.3	13.1	13.1
18	10.0	10.0	7.5	7.3	11.0	11.5
19	11.0	14.0	8.8	11.6	12.6	13.1
20	14.0	14.0	11.5	11.5	13.1	13.1
21	14.0	11.0	11.6	8.8	13.1	12.6
22	11.0	14.0	9.3	12.5	12.7	13.1
23	14.0	14.0	11.0	11.0	13.1	13.1
24	14.0	11.0	12.5	9.3	13.1	12.7
25	12.0	14.0	9.5	13.1	13.1	13.1
26	14.0	14.0	12.4	12.4	13.1	13.1
27	14.0	12.0	13.1	9.5	13.1	13.1
28	12.0	12.0	11.2	12.2	11.2	11.2
29	12.0	12.0	12.2	12.2	11.2	11.2
30	12.0	12.0	12.2	11.2	11.2	11.2
31	12.0	12.0	11.9	11.9	11.3	11.3

32	12.0	12.0	11.9	11.9	11.3	11.3
33	12.0	12.0	11.9	11.9	11.3	11.3
34	12.0	12.0	11.5	11.5	11.5	11.5
35	12.0	12.0	11.5	11.5	11.5	11.5
36	12.0	12.0	11.5	11.5	11.5	11.5

Para tomar en cuenta la capacidad a flexión de las columnas, primero se obtuvieron diagramas de interacción de las secciones con el procedimiento de las NTC-04, posteriormente fue tomado ese diagrama como referencia para los casos “ $f_m=1.5$ ”, y “ $f_m=0.8$ ”. En cada caso, el momento balanceado, M_b , del diagrama de interacción fue afectado por el factor de modificación correspondiente a cada columna, con el propósito de diseñar el acero longitudinal de las nuevas secciones con una nueva resistencia requerida a flexión.

En cuanto a la capacidad a cortante de las columnas, se tomó el cortante último V_U de diseño conforme a las NTC-04; en cada caso, dicho cortante fue afectado con el factor de modificación correspondiente para cada columna, con el propósito de diseñar el refuerzo transversal de las nuevas secciones con una nueva resistencia requerida a cortante.

Para los tres casos, en la tabla 4.6 se muestran las áreas de acero longitudinal de las columnas. Viendo la figura 4.3a, las columnas están enumeradas de izquierda a derecha, empezando en el nivel 1 y terminando en el nivel 12, de tal manera que la columna No. 1 es la columna del lado izquierdo del primer nivel y la columna No. 48 es la columna del lado derecho del nivel 12.

Tabla 4.6. Áreas de acero longitudinal en cm^2 de las columnas, para los tres casos.

Columna	$f_m=1.0$	$f_m=1.5$	$f_m=0.8$
1	209.80	288.10	175.60
2	195.20	268.24	163.96
3	195.20	268.24	163.96
4	209.80	288.10	175.60
5	107.60	152.72	87.99
6	112.80	160.17	93.66
7	112.80	160.17	93.66
8	107.60	152.72	87.99

9	86.40	124.70	69.52
10	90.10	128.05	74.57
11	90.10	128.05	74.57
12	86.40	124.70	69.52
13	111.70	152.72	93.66
14	115.80	160.17	96.57
15	115.80	160.17	96.57
16	111.70	152.72	93.66
17	88.50	121.39	74.57
18	91.30	124.70	77.17
19	91.30	124.70	77.17
20	88.50	121.39	74.57
21	78.30	105.54	64.64
22	77.70	105.54	64.64
23	77.70	105.54	64.64
24	78.30	105.54	64.64
25	71.30	96.57	62.27
26	65.10	87.99	55.42
27	65.10	87.99	55.42
28	71.30	96.57	62.27
29	54.30	72.03	46.91
30	42.30	57.66	35.47
31	42.30	57.66	35.47
32	54.30	72.03	46.91
33	59.60	77.17	53.23
34	47.30	62.27	40.99
35	47.30	62.27	40.99
36	59.60	77.17	53.23
37	47.50	55.42	40.99
38	35.10	40.99	30.35
39	35.10	40.99	30.35
40	47.50	55.42	40.99
41	37.20	42.92	35.47
42	30.30	35.47	28.73
43	30.30	35.47	28.73
44	37.20	42.92	35.47
45	32.01	32.01	32.01
46	30.35	30.35	30.35
47	30.35	30.35	30.35
48	32.01	32.01	32.01

También para los tres casos, en la tabla 4.7 se comparan las separaciones de estribos de las columnas, tanto para la parte central como para los extremos de las columnas. Los estribos constan de tres ramas de varilla No. 3 en cada dirección.

Tabla 4.7. Separaciones en cms. de los estribos de las columnas, para los tres casos.

Columna	$f_m=1.0$		$f_m=1.5$		$f_m=0.8$	
	extremos	centro	extremos	centro	extremos	centro
1	4.2	4.2	3.0	3.0	5.2	5.2
2	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6
3	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6
4	4.2	4.2	3.0	3.0	5.2	5.2
5	7.6	7.6	6.1	6.1	7.6	7.6
6	7.6	16.7	7.2	16.7	7.6	16.7
7	7.6	16.7	7.2	16.7	7.6	16.7
8	7.6	7.6	6.1	6.1	7.6	7.6
9	5.0	16.7	3.7	16.7	5.8	16.7
10	7.6	16.7	7.5	16.7	7.6	16.7
11	7.6	16.7	7.5	16.7	7.6	16.7
12	5.0	16.7	3.7	16.7	5.8	16.7
13	4.9	7.6	3.5	6.5	5.8	7.6
14	7.6	16.7	6.4	16.7	7.6	16.7
15	7.6	16.7	6.4	16.7	7.6	16.7
16	4.9	7.6	3.5	6.5	5.8	7.6
17	5.2	16.7	4.0	16.7	6.0	16.7
18	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
19	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
20	5.2	16.7	4.0	16.7	6.0	16.7
21	5.5	16.7	4.3	16.7	6.2	16.7
22	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
23	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
24	5.5	16.7	4.3	16.7	6.2	16.7
25	6.0	16.7	4.7	16.7	6.7	16.7
26	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
27	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
28	6.0	16.7	4.7	16.7	6.7	16.7
29	7.3	16.7	5.9	16.7	7.6	16.7
30	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
31	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
32	7.3	16.7	5.9	16.7	7.6	16.7
33	7.5	16.7	6.2	16.7	7.6	16.7
34	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
35	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
36	7.5	16.7	6.2	16.7	7.6	16.7
37	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
38	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
39	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
40	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
41	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
42	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
43	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
44	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
45	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
46	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
47	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7
48	7.6	16.7	7.6	16.7	7.6	16.7

Parámetros de Interacción Suelo Estructura ISE

Dado que la cimentación es idéntica para los tres edificios y el lugar de desplante se supone el mismo, los parámetros de ISE calculados para el edificio diseñado según RCDF-04 se consideran aplicables a los tres casos.

Los parámetros de ISE fueron calculados conforme el Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo NTCDS-04; K_x , rigidez de traslación; K_r , rigidez al cabeceo; C_x , amortiguamiento de traslación; C_r , amortiguamiento al cabeceo. Los valores de dichos parámetros son:

$$K_x=2.94305 \times 10^6 \text{ kg/cm}$$

$$K_r=5.06622 \times 10^{12} \text{ kg.cm}$$

$$C_x=1.09006 \times 10^5 \text{ kg.seg/cm}$$

$$C_r=9.48243 \times 10^9 \text{ kg.cm.seg}$$

4.2b) Sistemas estructurales con propiedades simuladas

Para el estudio de simulación realizado en este trabajo, se tomó un marco plano interior de cada uno de los tres edificios con propiedades nominales; después, a partir de cada uno de los tres marcos planos con propiedades nominales, se obtuvieron 50 marcos con propiedades inciertas y uno con propiedades medias; en total, de los tres casos se generaron 150 estructuras simuladas y 3 estructuras con propiedades medias.

Todo el trabajo de simulación de las estructuras fue realizado mediante el empleo del programa de cómputo SIMESTRU.EXE, el cual fue desarrollado en el Instituto de Ingeniería (Alamilla, 2001). Dicho programa obtiene valores probables de las propiedades mecánicas, así como valores promedios, mediante la metodología de simulación Monte Carlo descrito en el subcapítulo 2.2.

Finalmente, las estructuras con propiedades simuladas fueron empleadas para los análisis paso a paso, y las estructuras con propiedades medias fueron empleadas para el empuje lateral pseudo-estático.

Los periodos fundamentales de vibrar, con ISE y sin ISE, de los tres marcos con propiedades medias se muestran en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Periodo fundamental de vibrar de los tres marcos con propiedades medias.

Marco con propiedades medias	Periodo con base rígida T_e (seg.)	Periodo con base flexible \tilde{T}_e (seg.)
$f_m=1.0$	1.350	1.423
$f_m=1.5$	1.120	1.212
$f_m=0.8$	1.500	1.564

CAPÍTULO 5

RESPUESTAS ESTRUCTURALES, FACTORES DE TRANSFORMACIÓN Y FUNCIONES DE CONFIABILIDAD

En este capítulo, se presentan las respuestas obtenidas del análisis no lineal de los SSR y SMGL, así como los factores de transformación de dichas respuestas, y las funciones de confiabilidad del SMGL.

5.1. CONSIDERACIONES PARA LA ESTIMACIÓN DE LAS RESPUESTAS NO LINEALES DE LOS SISTEMAS DE INTERÉS

5.1a) Interacción suelo-estructura

En el análisis no lineal de los sistemas estructurales de interés, se consideraron efectos de ISE; para dichos análisis se empleó el programa de cómputo DEIHINTE el cual tiene como base el programa (Drainer) desarrollado en el Instituto de Ingeniería (Mendoza, 1991a).

Para modelar la interacción suelo-estructura, Mendoza (1991a) utiliza grados de libertad adicionales en el programa de cómputo original para considerar los efectos de traslación y cabeceo que experimenta el sistema suelo-cimentación. Estos grados de libertad se describen por medio de parámetros de rigidez y amortiguamiento equivalentes que representan las propiedades del sistema suelo-cimentación, tal y como lo propone el Apéndice A de las NTCDS del RCDF- 04.

El programa de cómputo DEIHINTE incluye el modelo de comportamiento histerético propuesto por Campos y Esteva (1997).

5.1b) Caracterización de la rigidez en elementos de concreto reforzado

Es importante caracterizar en forma adecuada la rigidez de los elementos de concreto reforzado, pues de ésta depende la estimación del periodo de la estructura.

En este trabajo, se calcularon los coeficientes de rigidez de cada elemento de acuerdo con el planteamiento propuesto por Alamilla (2001). Este planteamiento se basa en el método de trabajo virtual para obtener los coeficientes de rigidez a partir de las rigideces a flexión, $EI = My / \phi_y$, donde My y ϕ_y son momento de fluencia y curvatura de fluencia en una sección, respectivamente. Además, se considera que la longitud del elemento se discretiza en siete segmentos contiguos; los dos segmentos extremos se consideran con rigidez infinita y longitudes que dependen de las características geométricas de las secciones de dichos segmentos; la rigidez en el resto de los segmentos del elemento se considera invariable a lo largo de su longitud y se obtiene del diagrama momento-curvatura de una sección transversal típica en el segmento, cuyas propiedades geométricas y mecánicas se consideran inciertas.

El modelo de comportamiento esfuerzo-deformación del concreto utilizado para el cálculo del diagrama momento-curvatura, es el propuesto por Mander *et al.* (1988), y para caracterizar el modelo de comportamiento del acero se usa el modelo de Rodríguez y Botero (1996). Se considera que cada lecho de acero asume su curva esfuerzo-deformación con propiedades inciertas, las que se obtienen mediante simulación de Monte Carlo.

En trabes se considera la influencia de la losa, tanto a tensión como a compresión, por medio del ancho equivalente, que es del orden de un cuarto de las longitudes de los claros adyacentes a la sección transversal de interés (Paulay y Priestley, 1992).

5.1c) Criterio para determinar la capacidad última de deformación global en la estructura

Para determinar la capacidad de deformación lateral de un sistema complejo no lineal, de múltiples grados de libertad, se ha propuesto un criterio basado en la aplicación de un sistema de cargas laterales, con una configuración pre-establecida (tiene la forma de la combinación de los modos), que se aplica en forma gradualmente creciente sobre dicho sistema. Conforme crecen estas cargas, las deformaciones locales de los elementos estructurales alcanzan valores que corresponden a su intervalo no lineal, incluyendo disminuciones de rigidez o agotamiento de sus capacidades de deformación. De aquí resulta una curva de fuerza cortante en la base, como función del desplazamiento lateral del extremo superior, que representa el comportamiento global del sistema. Dicha fuerza cortante alcanza un máximo y luego se reduce al crecer la deformación; cuando la reducción alcanza un valor del 20 por ciento con respecto al máximo, se dice que se alcanzó la capacidad de deformación.

En el Apéndice A de este trabajo se presenta el criterio utilizado para el análisis de empuje lateral.

5.2. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA NO LINEAL DEL SMGL

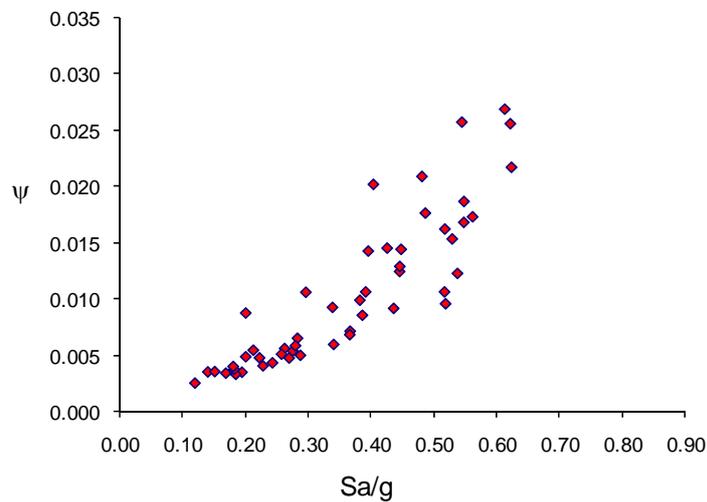
5.2a) Análisis paso a paso del SMGL

Se realizaron análisis paso a paso de respuesta dinámica de los marcos simulados, mencionados en la sección 4.2b. Dichos marcos se dividen en tres familias de estructuras: (" $f_m=1.0$ ", " $f_m=1.5$ ", " $f_m=0.8$ "); cada familia está formada por 50 estructuras simuladas. Los nombres de las familias hacen referencia al nombre del marco con propiedades nominales a partir del cual fueron simuladas; los marcos con propiedades nominales se definen en el subcapítulo 4.2.

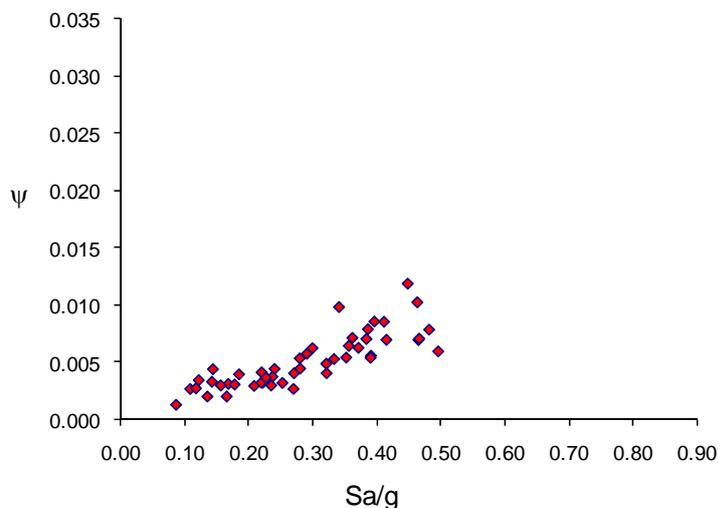
Los 50 sismos simulados, presentados en el subcapítulo 4.1, fueron utilizados para obtener las respuestas máximas de las tres familias de estructuras simuladas;

dentro de una familia de estructuras, cada estructura se somete a un sismo específico. Las respuestas máximas se cuantifican en términos de distorsiones globales y locales máximas; la distorsión global máxima de un marco se obtiene de dividir el desplazamiento máximo obtenido en la azotea, relativo a su base, entre su altura total; las distorsiones locales máximas de un marco se obtienen de dividir los desplazamientos máximos relativos de entrepiso entre las alturas de entrepiso.

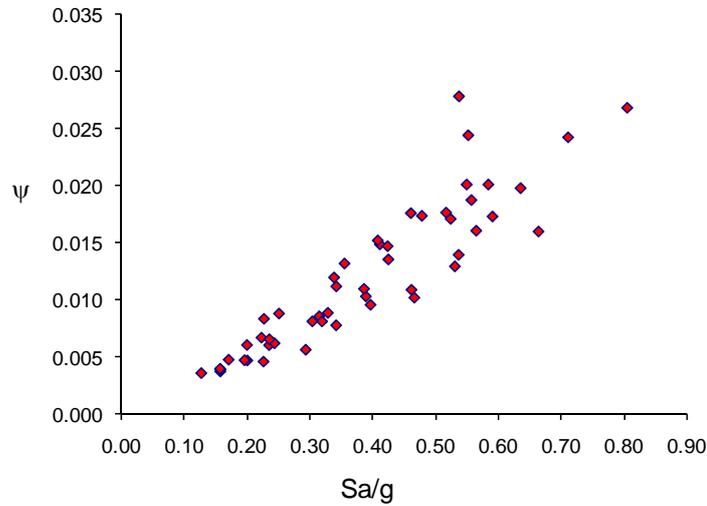
Para las tres familias de estructuras, en la figura 5.1 se muestran las distorsiones globales máximas, en función de las intensidades.



a). Familia $f_m=1.0$.



b). Familia $f_m=1.5$.

c). Familia $f_m=0.8$.**Figura 5.1. Distorsiones globales máximas, para las tres familias.**

De la figura 5.1 se observan los niveles de deformación de las familias de marcos planos; en cada familia, se obtienen niveles de deformación variados debido a que los cincuenta sismos empleados presentan también una variedad de intensidades. La familia " $f_m=1.5$ " presenta menores niveles de deformación que la familia " $f_m=1.0$ ", lo que es de esperarse debido a que los elementos estructurales de dicha familia tienen mayor resistencia; las distorsiones máximas obtenidas están dentro del límite de distorsiones permisibles de entrepiso que se indican en la tabla A.1 del Apéndice A de las NTCDS del RCDF-04; dicha distorsión es de 0.03 para marcos dúctiles de CR.

Además se realizaron otros dos análisis a la familia de estructuras " $f_m=1.0$ ", con el mismo modelo de comportamiento histerético (descrito en la sección 3.2a), pero con valores del parámetro α , diferentes a los que se presentan en la literatura; para estos dos análisis, se utilizaron valores de α iguales a 0.12 y 0.29, tomados de los ajustes realizados a las pruebas experimentales del subcapítulo 3.3 de esta tesis.

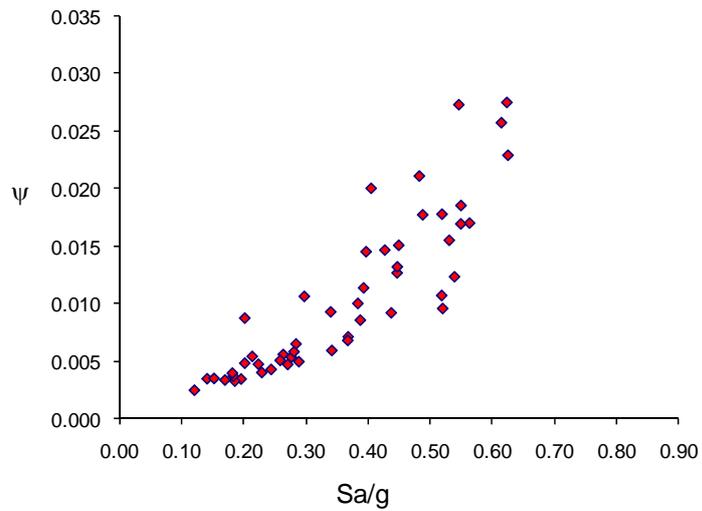
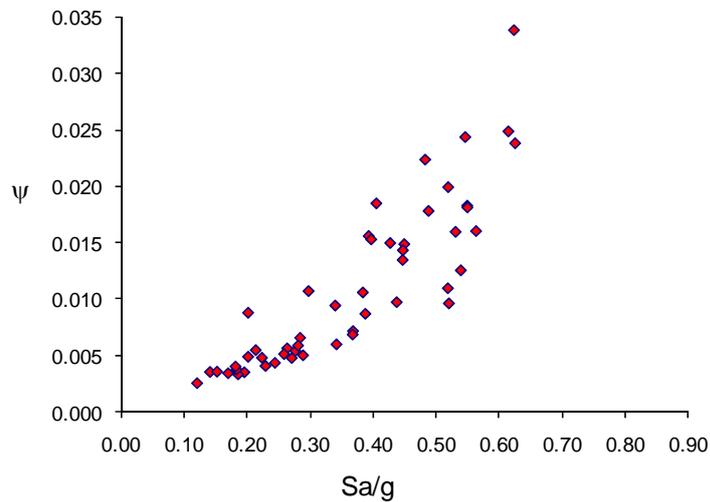
a). Con $\alpha=0.12$.b). Con $\alpha=0.29$.

Figura 5.2. Distorsiones globales máximas para los dos casos en que se varía el valor de α ($f_m=1.0-LC=0.12$ y $f_m=1.0-LC=0.29$).

Para valores mayores de α se obtienen niveles de daño más grandes en las secciones de los extremos de los elementos estructurales; por lo tanto, a medida que se utilicen valores mayores de α se esperan valores más grandes de las distorsiones globales; lo anterior se cumple para las figura 5.1a, 5.2a y 5.2b, aunque son apenas perceptibles las diferencias que se presentan; para algunos casos particulares, de una figura a otra no se cumple lo esperado, lo cual puede deberse a efectos dinámicos que combinados con un nivel de daño poco mayor de los

elementos estructurales pudiera generar efectos favorables para obtener una distorsión global menor.

5.2b) Análisis de empuje lateral del SMGL

Se realizó análisis de empuje lateral a los marcos simulados con propiedades medias; en la figura 5.3 se muestran las curvas de cortante basal contra desplazamiento global; el desplazamiento global es el desplazamiento de la azotea del edificio, relativo a su base.

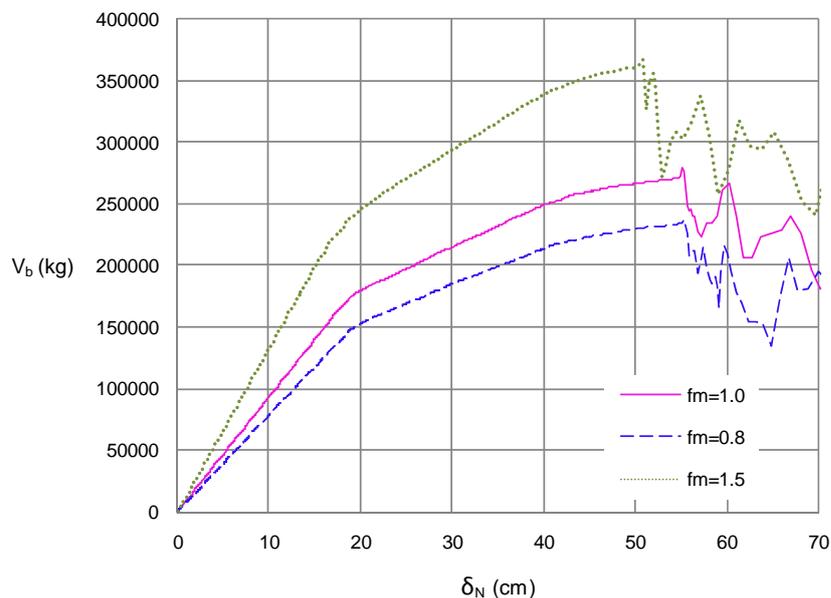
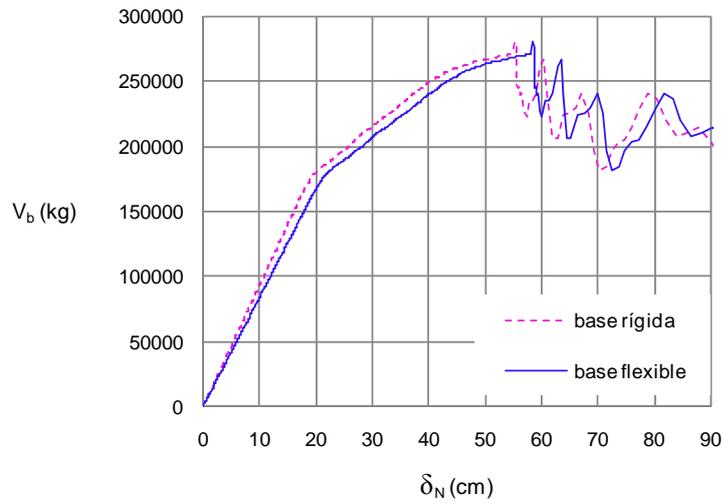


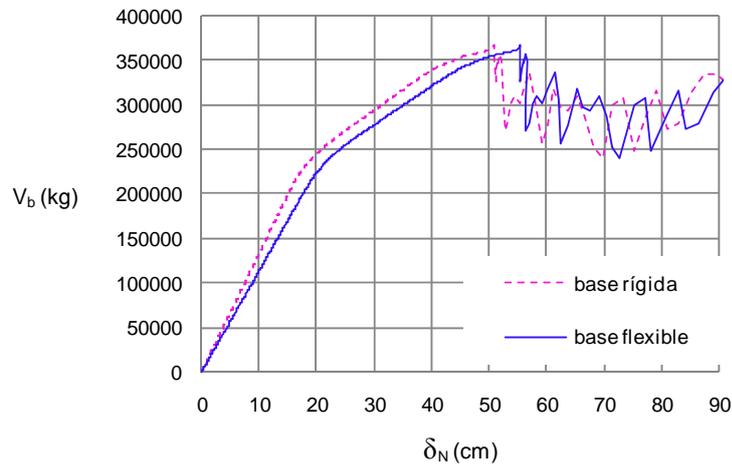
Figura 5.3. Curvas de cortante basal contra desplazamiento global, sin considerar efectos de ISE.

De la figura 5.3 se observa que las curvas presentan ondulaciones después del punto donde se alcanza el máximo cortante basal; lo anterior puede deberse a que el empuje lateral se realizó mediante una excitación dinámica en la base (Apéndice A de esta tesis), lo cual implica que dichas ondulaciones se presentan debido a efectos dinámicos que tienen lugar en el momento en que se forman articulaciones plásticas.

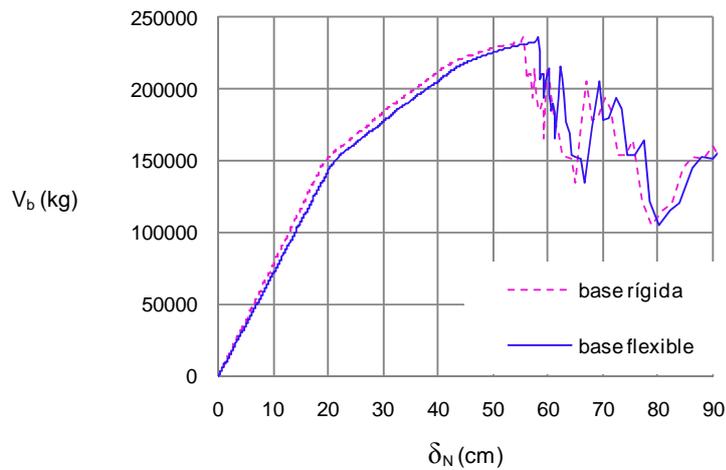
Para incluir efectos de ISE en las curvas $V_b - \delta_N$, se empleó el criterio descrito en el Apéndice D. En la figura 5.4 se muestran las curvas de empuje lateral, con efectos de ISE y sin ellos.



a). Caso $f_m=1.0$.



b). Caso $f_m=1.5$.



c). Caso $f_m=0.8$.

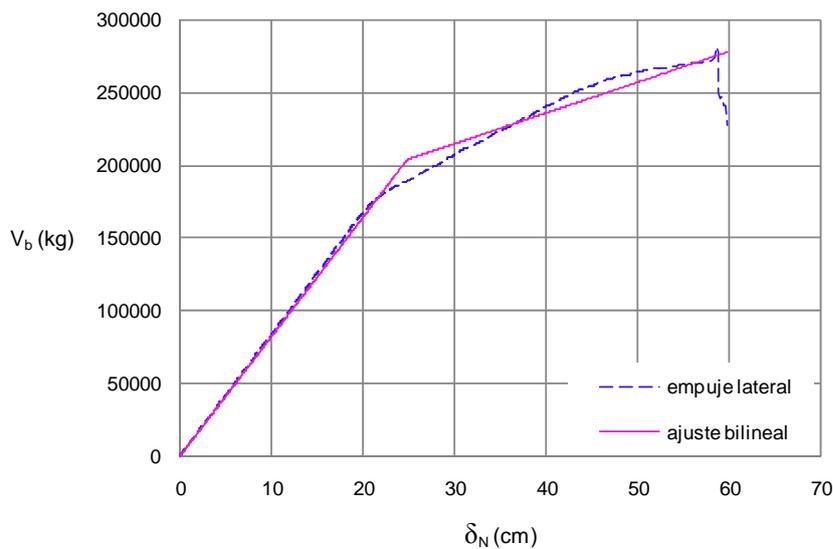
Figura 5.4. Curvas de empuje lateral, con efectos de ISE y sin ellos.

En la figura 5.4 se observa que las curvas obtenidas no presentan un punto definido que nos permita caracterizar la fluencia del sistema, por lo tanto, se hace necesario realizar un ajuste bilineal a dichas curvas; en dichos ajustes, se consideró que las áreas bajo las curvas real y ajustada sean iguales, hasta el punto donde se alcanza la capacidad última de deformación. En la figura 5.5 se muestran los ajustes bilineales realizados a las curvas de empuje lateral.

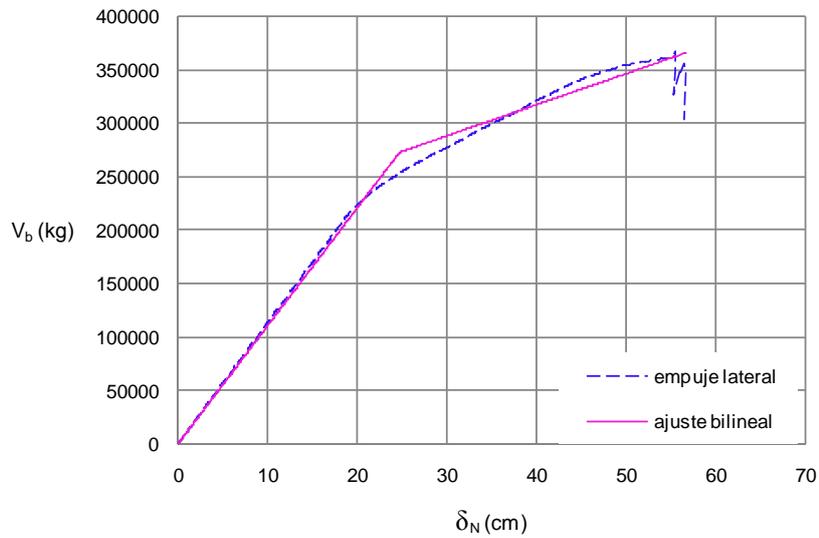
La capacidad última de deformación se determinó con el criterio descrito en la sección 5.1c, lo cual consiste en localizar un punto en la curva $V_b - \delta_N$ tal que el cortante basal se reduzca 20 por ciento con respecto al máximo, después de haber alcanzado dicho máximo. La capacidad última de las tres estructuras con propiedades medias se muestra en la tabla 5.1.

Tabla 5.1. Capacidad última de deformación de las estructuras con propiedades medias.

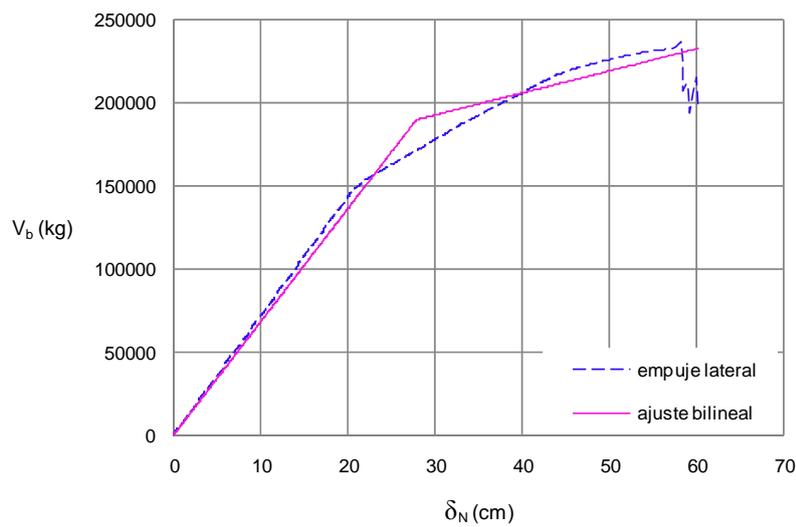
Casos	δ_N (cm)	ψ_c
$f_m=1.0$	59.69	0.0161
$f_m=1.5$	56.35	0.0152
$f_m=0.8$	60.06	0.0162



a). Caso $f_m=1.0$.



b). Caso $f_m=1.5$.



c). Caso $f_m=0.8$.

Figura 5.5. Ajuste bilineal del empuje lateral, para los tres casos.

5.3. SISTEMA SIMPLIFICADO DE REFERENCIA

5.3a) Propiedades de los sistemas simplificados de referencia

En la tabla 5.2 se muestran las propiedades dinámicas de los SSR. T es el periodo fundamental de vibrar, el cual se mantiene igual al periodo del SMGL con base flexible, dado que es una característica del procedimiento empleado en este trabajo; los parámetros m , k , q y F_p , (masa, rigidez, factor de transformación y factor de

participación), se calculan con las ecuaciones del Apéndice B; ω es la frecuencia de vibración del sistema; α_0 y β_0 son los parámetros usados en la expresión de amortiguamiento, $c = \alpha_0 M + \beta_0 K$. Para el caso en que solo se conoce una frecuencia natural $\alpha_0 = \zeta\omega$ y $\beta_0 = \zeta/\omega$; ζ se toma igual a 5% del amortiguamiento crítico.

Tabla 5.2. Propiedades dinámicas de los SSR.

CASOS	T (seg)	m (ton seg ² /cm)	k (ton/cm)	q	F_P	ω (rad/seg)	α_0	β_0
$f_m=1.0$	1.423	0.3100	6.0443	1.3780	1.4620	4.4154	0.2208	0.0113
$f_m=1.5$	1.212	0.2979	8.0059	1.4160	1.5200	5.1841	0.2592	0.0096
$f_m=0.8$	1.564	0.3194	5.1543	1.3930	1.4300	4.0174	0.2009	0.0124

Para realizar los análisis paso a paso de los SSR, fue necesario representar el modelo de un grado de libertad a través de un marco plano de un nivel y una crujía; dicho marco plano se constituye de dos columnas flexibles y una trabe infinitamente rígida. La altura del marco se consideró de 600 cm y el ancho de crujía de 400 cm.

En la tabla 5.3 se muestran las propiedades del marco plano de un nivel, E es el módulo de elasticidad del material; EI se calculó con la expresión $EI = kL^3/24$; b es la dimensión de las columnas; A es el área de la sección transversal de una columna; v_y es el cortante de fluencia del marco y se calcula con la expresión $v_y = V_y/(F_P q)$, la cual aparece en el Apéndice B; en esta expresión, V_y es el cortante de fluencia del SMGL, el cual se obtiene del ajuste bilineal realizado a las curvas de empuje lateral mostradas en la sección 5.2b de esta tesis; M_R es el momento resistente de cada columna y se calcula con la expresión $M_R = v_y L/4$; q se define en el Apéndice B.

Tabla 5.3. Propiedades geométricas y resistencias de los SSR.

CASOS	E (ton/cm ²)	EI de 2 col.	I (cm ⁴) de 1 col.	b (cm) de 1 col.	A (cm) de 1 col.	v_y (ton)	M_R (ton.cm) de 1 col.
$f_m=1.0$	229.19	54398727	237352.2	41.08	1687.67	101.01	15151.62
$f_m=1.5$	229.19	72052875	314380.7	44.07	1942.31	126.61	18991.14
$f_m=0.8$	229.19	46388340	202401.3	39.48	1558.47	95.13	14269.65

5.3b) Análisis paso a paso de los SSR

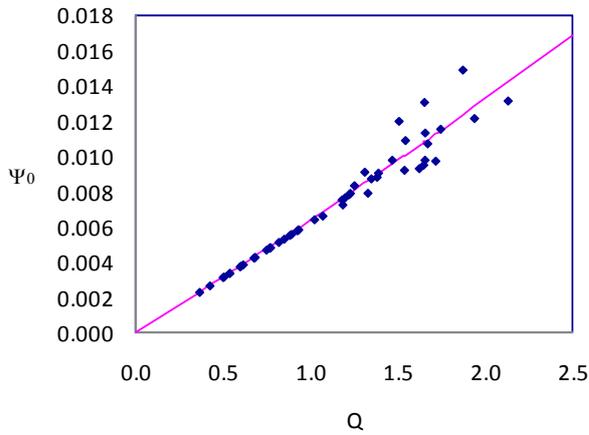
Para conocer la respuesta no lineal de los SSR, se realizó un análisis paso a paso con los mismos registros sísmicos empleados en el análisis del SMGL. Dichas respuestas, obtenidas en términos de desplazamiento, fueron multiplicadas por los factores siguientes: factor de participación F_p y factor de corrección para eliminar los desplazamientos de cuerpo rígido asociados a la interacción suelo-estructura r_δ . Así se estimaron los desplazamientos en el extremo superior del SMGL, relativos a su base, mismos que pueden transformarse en las distorsiones ψ_0 , si se normaliza con respecto a la altura H del sistema detallado. El criterio empleado en la estimación de dichas respuestas se describe con detalle en el Apéndice D, así como el proceso de consideración de la ISE en el SSR.

En la figura 5.6 se muestran las distorsiones $\psi_0(Q)$ en función de una medida de intensidad normalizada (Q) que se obtiene de dividir la ordenada del espectro de respuesta elástica de desplazamientos entre el desplazamiento de fluencia del SSR, $Q = S_{dl}/u_y$; la ordenada espectral a su vez se obtiene de dividir la ordenada del espectro de respuesta elástica de pseudo-aceleraciones, normalizada con respecto a la gravedad, entre el cuadrado de la frecuencia del sistema.

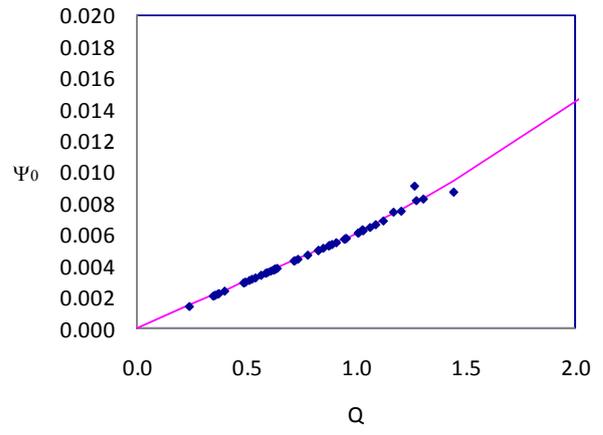
La medida de intensidad normalizada Q nos permite aprovechar mejor la información estadística que se pueda tener para temblores de distintas intensidades y sistemas de distintas resistencias laterales.

El ajuste de los datos, para obtener el valor esperado de $\psi_0(Q)$, se realizó empleando la ecuación 5.1; en dicha ecuación, las literales a , b , c y d son los parámetros de ajuste que minimizan el error cuadrático. Los valores de los parámetros obtenidos para los ajustes se muestran en la tabla 5.4.

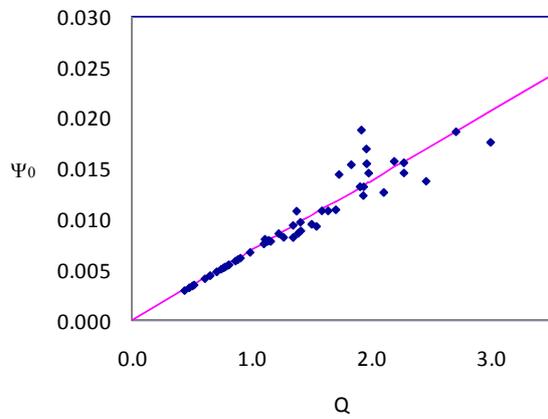
$$\bar{\psi}(Q) = a + bQ + c(1 - e^{-dQ}) \quad (5.1)$$



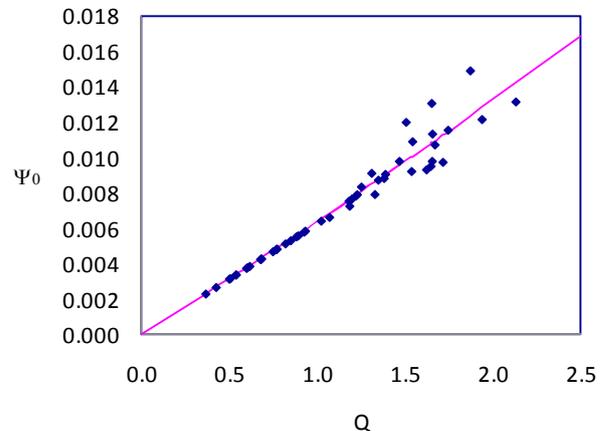
a). Familia $f_m=1.0$.



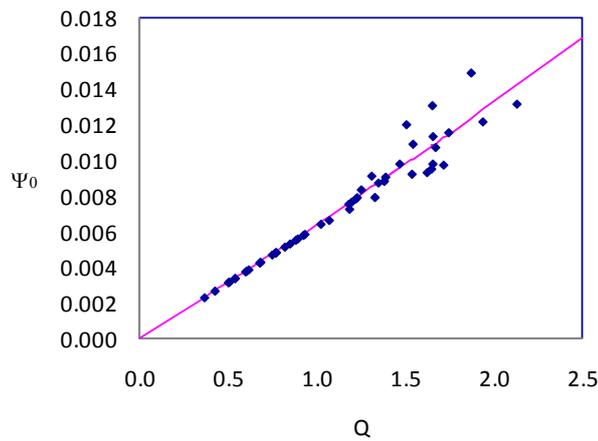
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.



e). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.29$.

Figura 5.6. Distorsiones globales estimadas con el SSR.

Tabla 5.4. Valores de los parámetros de ajuste, para obtener el valor esperado de ψ_0 .

CASOS	a	b	c	d
$f_m=1.0$	0.0000	0.0022	-0.0373	-0.1054
$f_m=1.5$	0.0000	0.0008	-0.0373	-0.1354
$f_m=0.8$	0.0000	0.0069	0.0000	0.0428
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.0000	0.0022	-0.0373	-0.1054
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.0000	0.0022	-0.0373	-0.1054

En la figura 5.6 se observa que para valores de Q menores o iguales que 1.0, los puntos pueden ajustarse perfectamente con una línea recta; a su vez, dicha línea recta debe interceptar a los ejes en el origen; lo anterior se cumple dado que dentro de ese límite la estructura responde elásticamente. Para valores de Q mayores que 1.0 se observa una dispersión de los puntos, producida por el comportamiento inelástico de las estructuras analizadas. También se observa que la familia “ $f_m=1.5$ ” posee pocas estructuras respondiendo en el intervalo inelástico, comparada con las demás familias; lo anterior es de esperarse, dado que las estructuras de la familia “ $f_m=1.5$ ” son 1.5 veces más resistentes en la base que las estructuras de la familia “ $f_m=1.0$ ”. También se observan niveles máximos de ductilidad cercanos a 3.0.

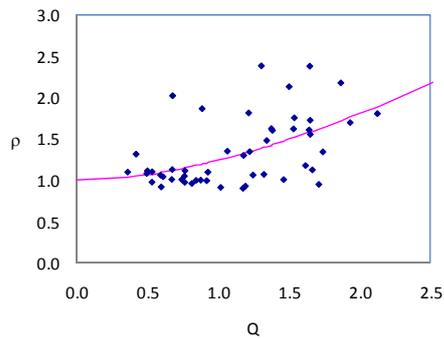
5.3c) Determinación de los factores de transformación de las respuestas

En esta sección, se presentan los factores que toman en cuenta la incertidumbre asociada al emplear SSR para estimar las respuestas de los SMGL. También se muestran los correspondientes momentos estadísticos, media y coeficiente de variación, de dichos factores.

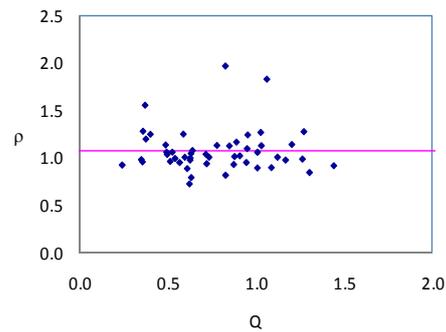
Factor ρ

Este factor de transformación relaciona la distorsión global máxima (ψ) del SMGL con la distorsión máxima esperada ($\bar{\psi}_0$), estimadas a partir del SSR. Dicho factor se calcula usando la ecuación 2.31, la cual indica que $\rho = \psi / \bar{\psi}_0$. En la figura 5.7 se muestran los valores estimados de ρ en función de la medida de intensidad Q ;

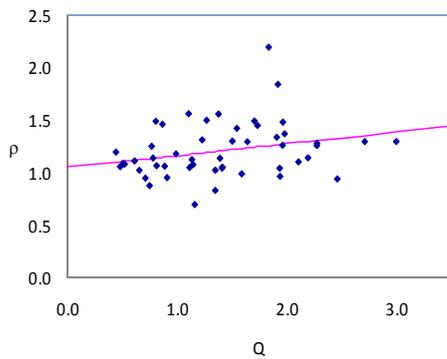
además, con línea continua se muestran los valores esperados de ρ . Dichos valores esperados se obtienen con la ecuación 5.1, mediante un ajuste de mínimos cuadrados; el conjunto de parámetros a , b y d , de la ecuación 5.1, son nulos o positivos; la pendiente de $\bar{\psi}(Q)$ es igual a cero para $Q=0$, por lo cual se debe satisfacer la siguiente relación $b + cd = 0$, como una consecuencia, $c \leq 0$. En la tabla 5.5 se muestran los valores de los parámetros, obtenidos de los ajustes.



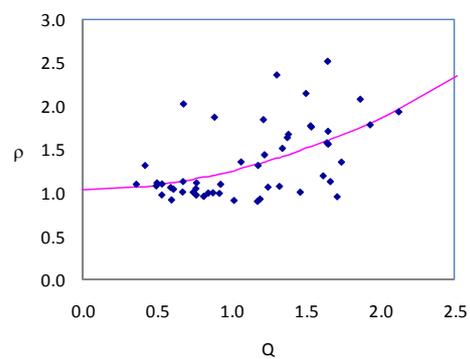
a). Familia $f_m=1.0$.



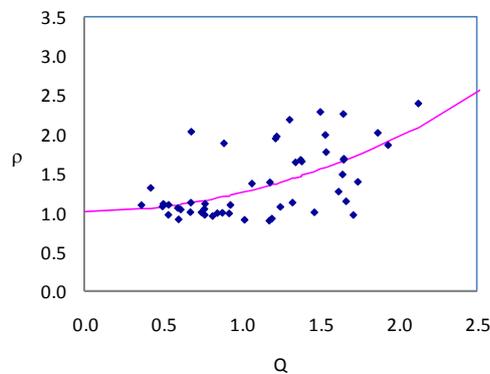
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.



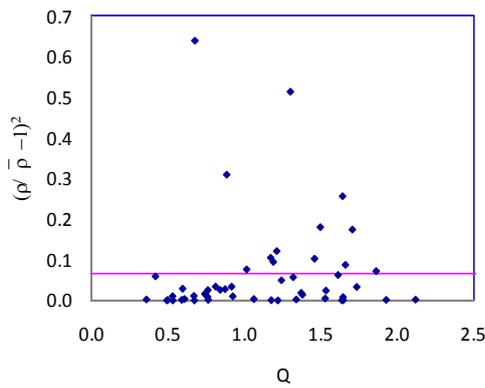
e). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.29$.

Figura 5.7. Valores esperados de ρ .

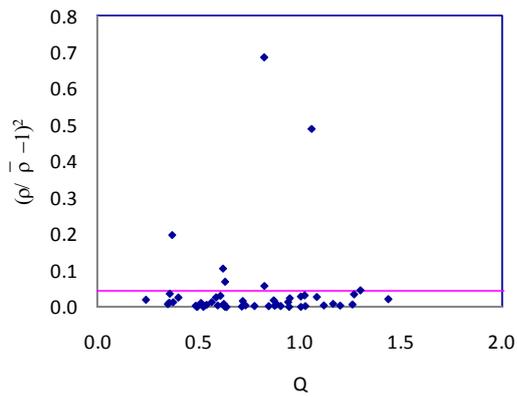
Tabla 5.5. Parámetros de ajuste estimados al obtener el valor esperado de ρ .

CASOS	a	b	c	d
$f_m=1.0$	1.0097	0.9623	-1.6238	0.5926
$f_m=1.5$	1.0759	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=0.8$	1.0632	0.1102	-0.0087	12.6031
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	1.0379	3.4360	-26.2531	0.1309
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	1.0218	44.6462	-4156.3899	0.0107

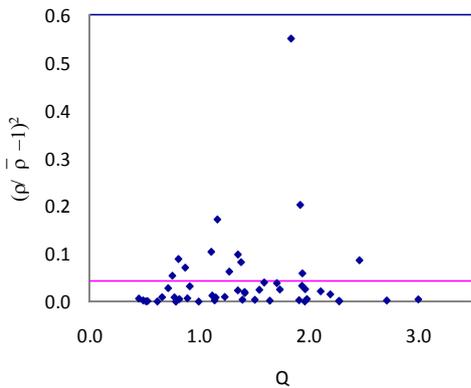
En la figura 5.8 se muestran los cuadrados de los coeficientes de variación de ρ . El ajuste de los datos se realizó con una constante; el valor de dicha constante se presenta en la tabla 5.6, para los cinco casos.



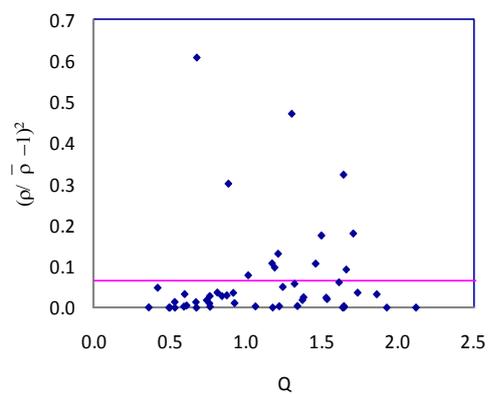
a). Familia $f_m=1.0$.



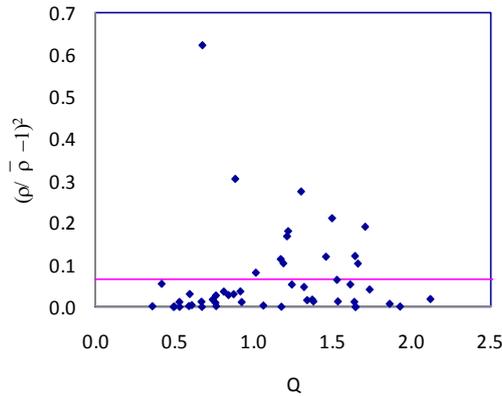
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.



c). Familia $f_m=1.0$, $\alpha=0.29$.

Figura 5.8. Cuadrado del coeficiente de variación de ρ .

Tabla 5.6. Parámetros de ajuste estimados al obtener los cuadrados de los coeficientes de variación de ρ .

CASOS	a
$f_m=1.0$	0.0663
$f_m=1.5$	0.0428
$f_m=0.8$	0.0416
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.0665
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.0654

Factor ρ_i

Este factor de transformación relaciona las respuestas locales (distorsión máxima de entrepiso) estimadas con ambos sistemas, SMGL y SSR. Para estimar las respuestas locales empleando el SSR, se parte de un valor esperado de la distorsión global $\bar{\nu}$, el cual permite especificar el nivel de deformación al cual debemos obtener una configuración de deformación lateral del SMGL, provenientes del empuje lateral, con el fin de obtener distorsiones de entrepiso.

El factor ρ_i se calcula usando la ecuación 2.29. De la figura 5.9 a la 5.11, se muestran los valores estimados de ρ_i en función de Q ; además, se muestran los valores esperados de ρ_i con línea continua. Dichos valores esperados se obtienen

con la ecuación 5.1, mediante un ajuste de mínimos cuadrados; el conjunto de parámetros a , b y d son nulos o positivos; la pendiente de $\bar{\psi}(Q)$ es igual a cero para $Q=0$, por lo cual se debe satisfacer la siguiente relación $b+cd=0$, como una consecuencia, $c \leq 0$. En la tabla 5.7 se presentan los valores de los parámetros.

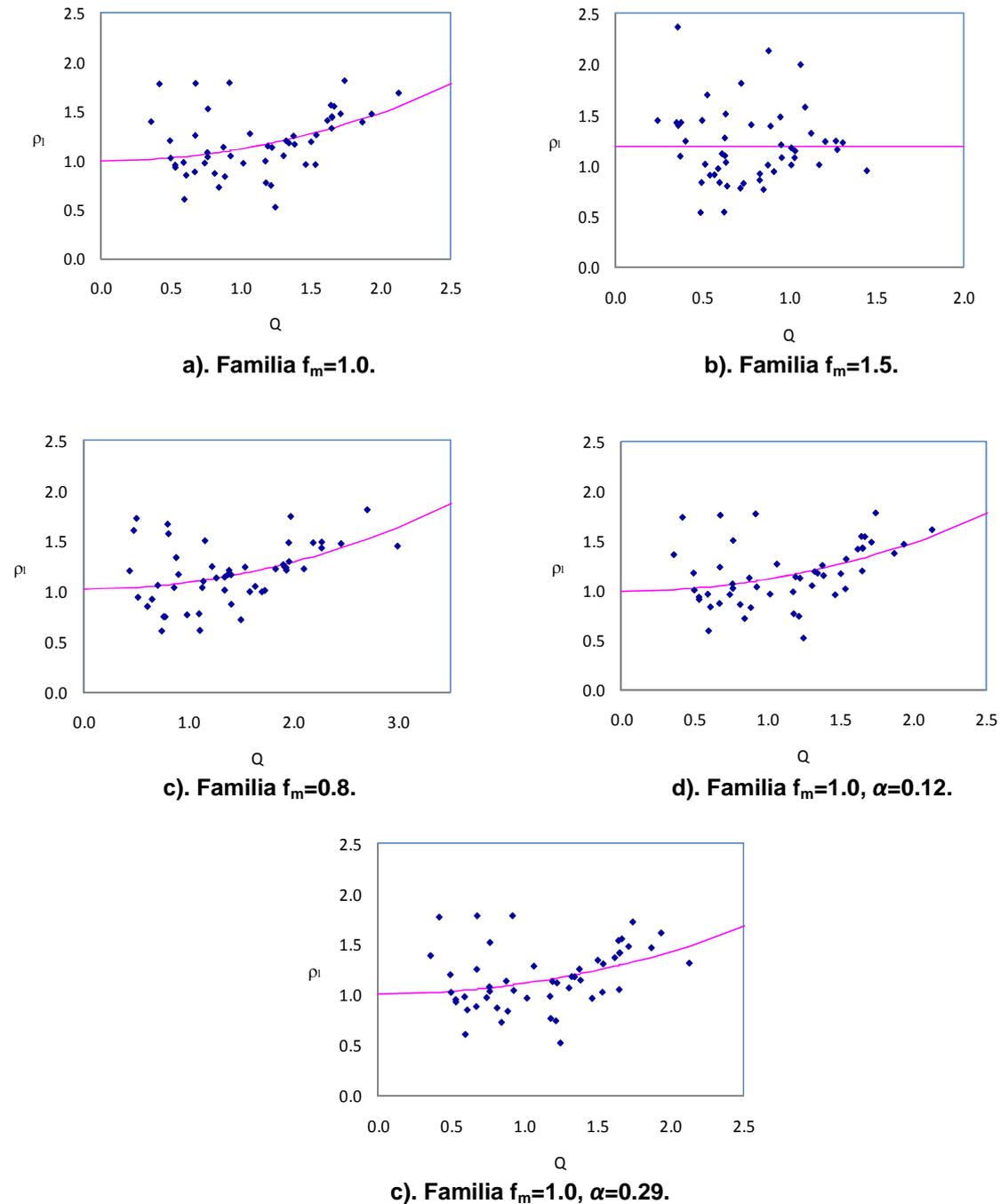
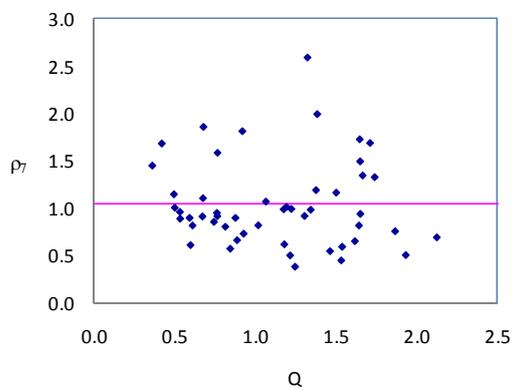


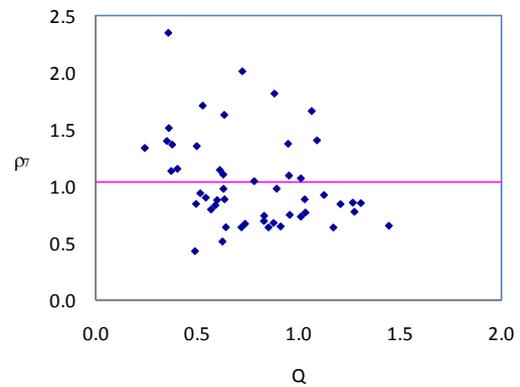
Figura 5.9. Valores esperados de ρ_i , para el entropeso 1.

Tabla 5.7. Parámetros de ajuste estimados al obtener el valor esperado de ρ_i , para el entresiso 1.

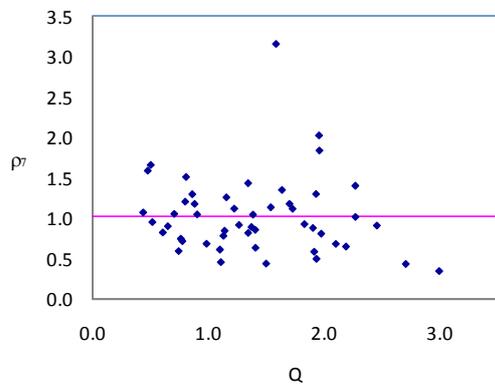
CASOS	a	b	c	d
$f_m=1.0$	1.0014	577.1112	-1373982.4248	0.0004
$f_m=1.5$	1.1895	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=0.8$	1.0262	577.1112	-2466235.8445	0.0002
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.9929	577.1112	-1374387.5071	0.0004
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	1.0135	577.1112	-1602505.4950	0.0004



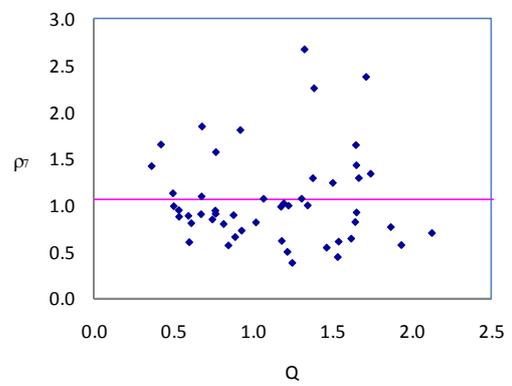
a). Familia $f_m=1.0$.



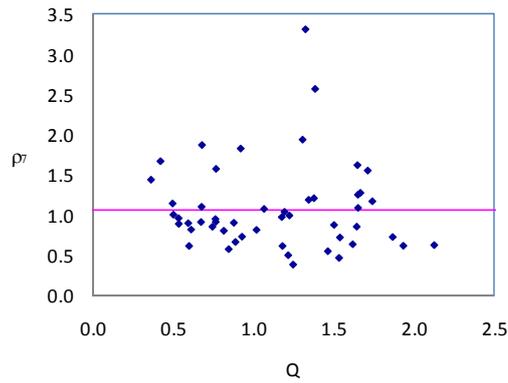
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.

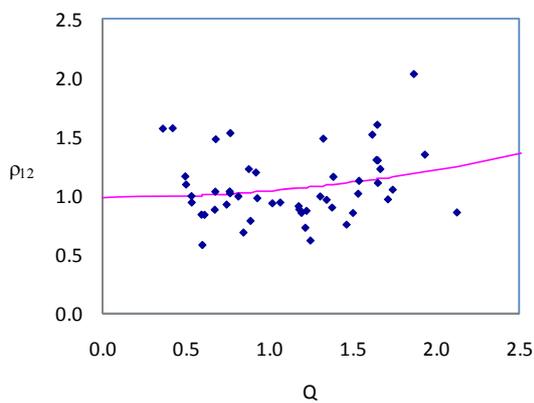


c). Familia $f_m=1.0$, $\alpha=0.29$.

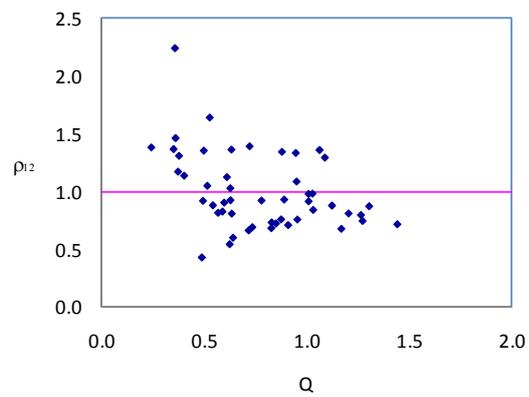
Figura 5.10. Valores esperados de ρ_i , para el entepiso 7.

Tabla 5.8. Parámetros de ajuste estimados al obtener el valor esperado de ρ_i , para el entepiso 7.

CASOS	a	b	c	d
$f_m=1.0$	1.0403	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=1.5$	1.0338	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=0.8$	1.0341	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=1.0$, $\alpha=0.12$	1.0589	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=1.0$, $\alpha=0.29$	1.0735	0.0000	0.0000	0.0000



a). Familia $f_m=1.0$.



b). Familia $f_m=1.5$.

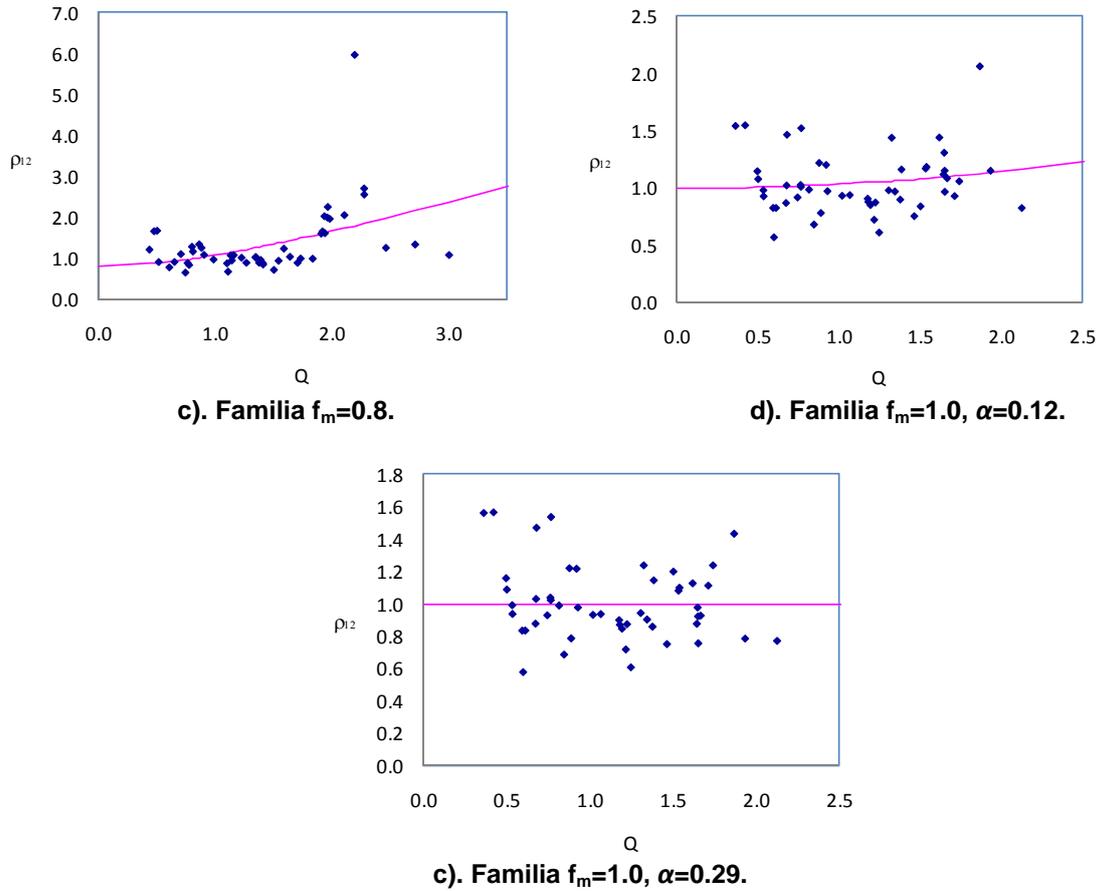


Figura 5.11. Valores esperados de ρ_i , para el entropiso 12.

Tabla 5.9. Parámetros de ajuste estimados al obtener el valor esperado de ρ_i , para el entropiso 12.

CASOS	a	b	c	d
$f_m=1.0$	0.9873	291.9929	-732483.7375	0.0004
$f_m=1.5$	0.9977	0.0000	0.0000	0.0000
$f_m=0.8$	0.8261	0.7938	-0.8985	0.8835
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.9932	25.1016	-8957.0901	0.0028
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.9995	0.0000	0.0000	0.0000

De la figura 5.12 a la 5.14 se muestran los coeficientes de variación al cuadrado para ρ . El ajuste de los datos se realizó con una constante; los valores de dicha constante se presentan de la tabla 5.10 a la 5.12, para los cinco casos.

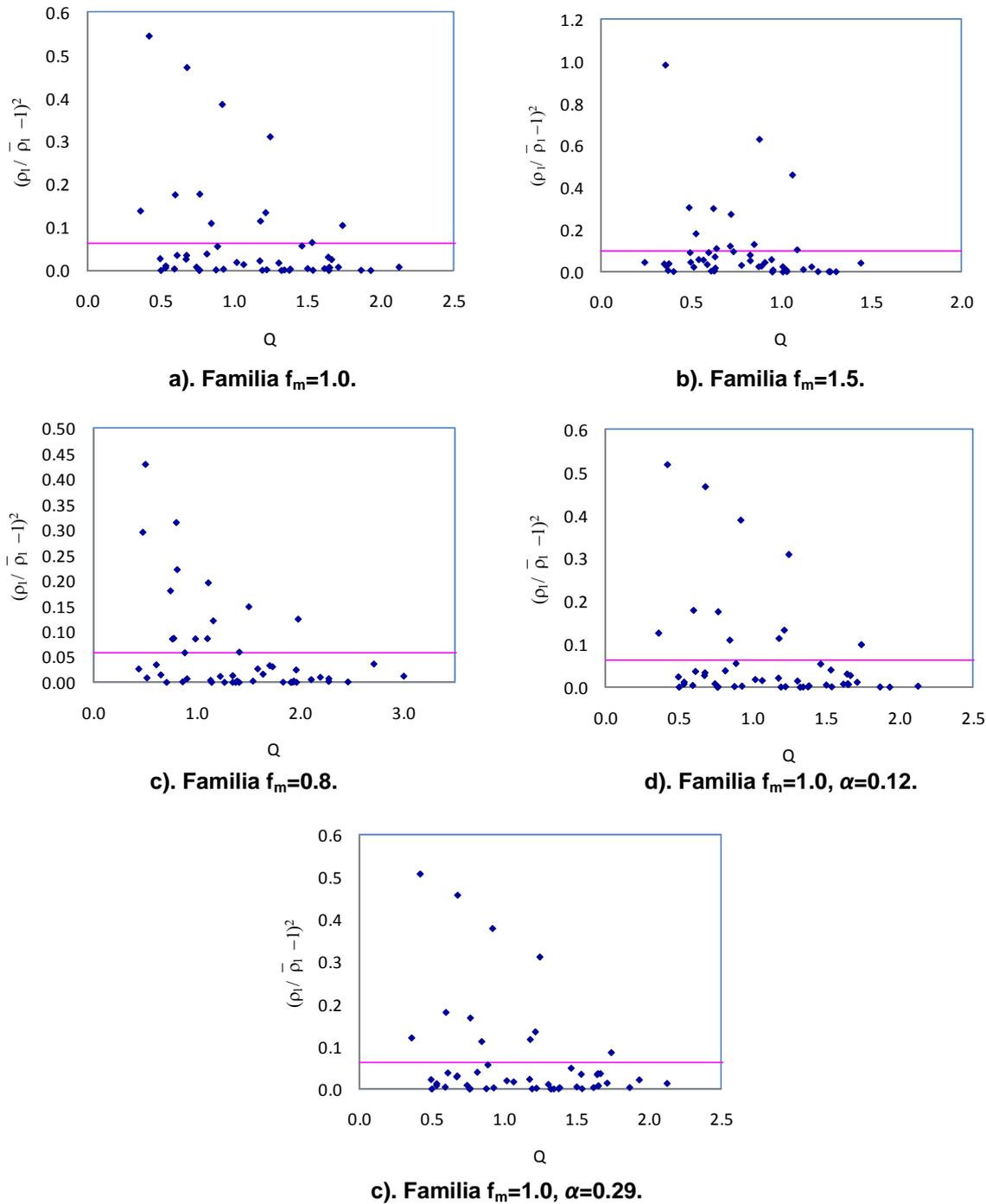
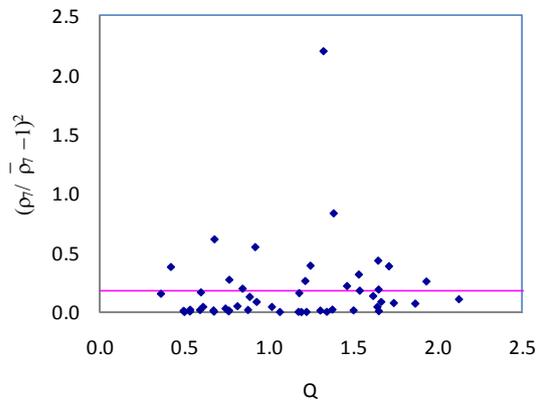


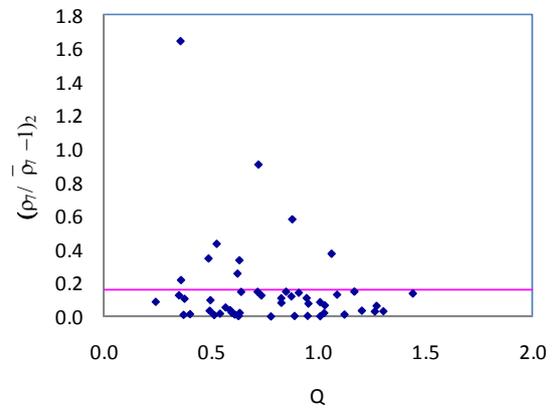
Figura 5.12. Cuadrado del coeficiente de variación de ρ_i , para la distorsión del entrespiso 1.

Tabla 5.10. Parámetros de ajuste estimados al obtener los cuadrados de los coeficientes de variación de ρ_i , para el entrepiso 1.

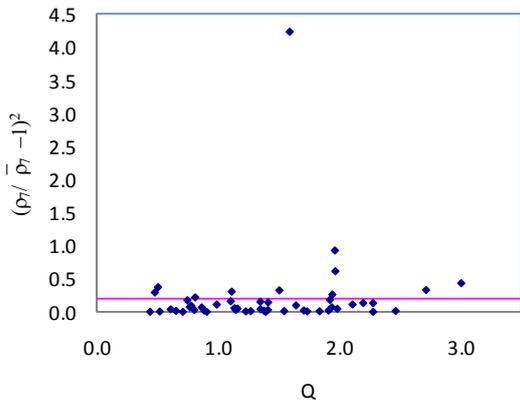
CASOS	a
$f_m=1.0$	0.0643
$f_m=1.5$	0.0964
$f_m=0.8$	0.0565
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.0629
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.0638



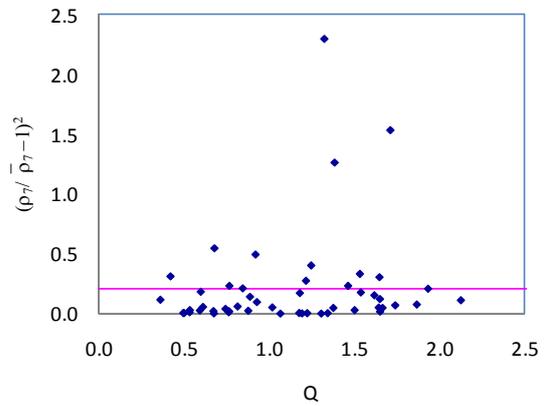
a). Familia $f_m=1.0$.



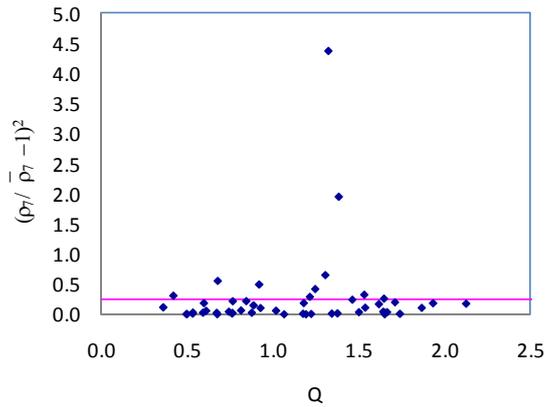
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.

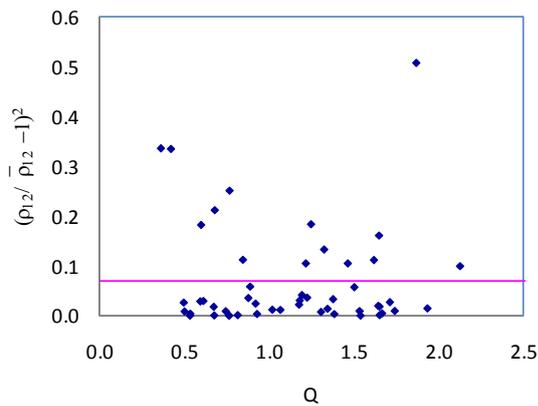


c). Familia $f_m=1.0$, $\alpha=0.29$.

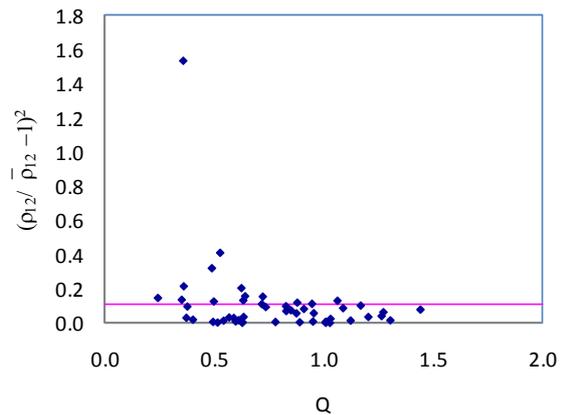
Figura 5.13. Cuadrado del coeficiente de variación de ρ_i , para la distorsión del entrespiso 7.

Tabla 5.11. Parámetros de ajuste estimados al obtener los cuadrados de los coeficientes de variación de ρ_i , para el entrespiso 7.

CASOS	α
$f_m=1.0$	0.1855
$f_m=1.5$	0.1540
$f_m=0.8$	0.2096
$f_m=1.0$, $\alpha=0.12$	0.2128
$f_m=1.0$, $\alpha=0.29$	0.2509



a). Familia $f_m=1.0$.



b). Familia $f_m=1.5$.

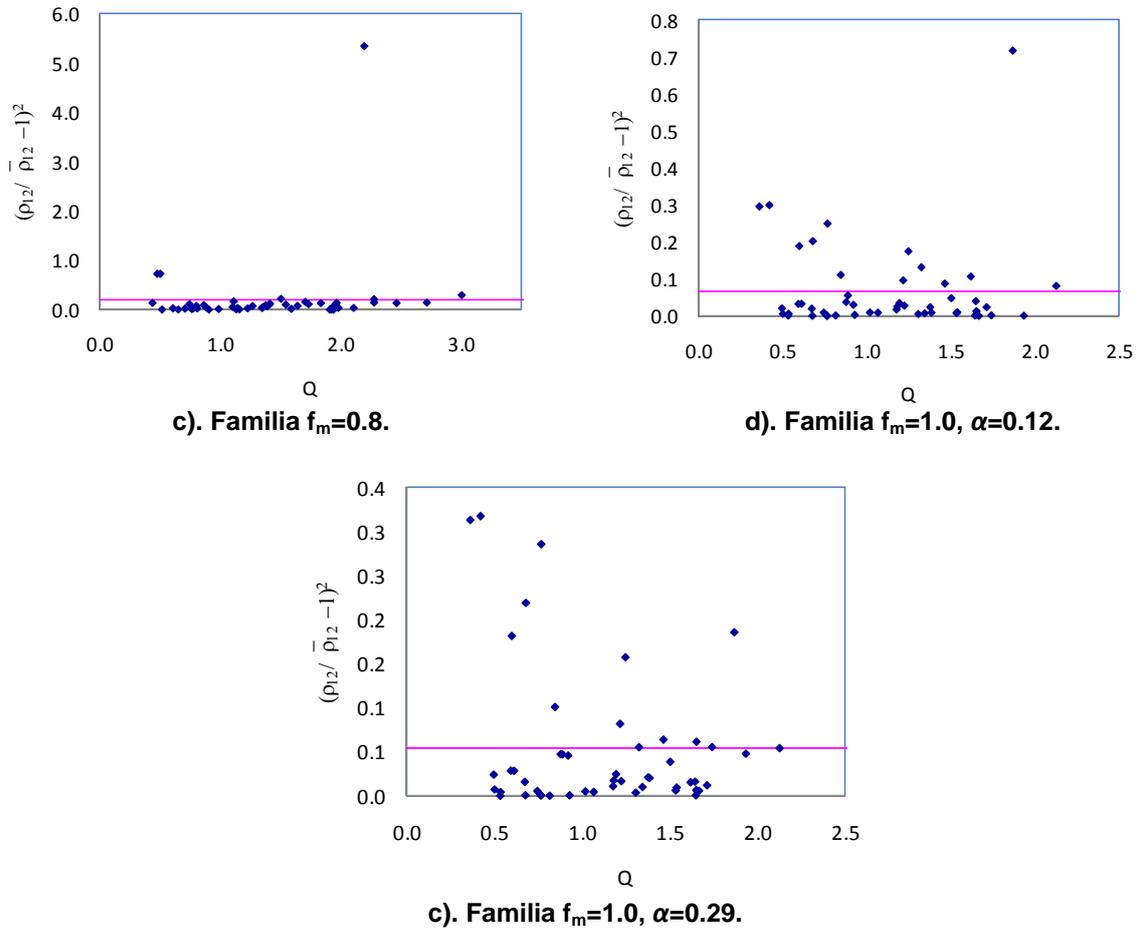


Figura 5.14. Cuadrado del coeficiente de variación de ρ_i , para la distorsión del entrespiso 12.

Tabla 5.12. Parámetros de ajuste estimados al obtener los cuadrados de los coeficientes de variación de ρ_i , para el entrespiso 12.

CASOS	a
$f_m=1.0$	0.0693
$f_m=1.5$	0.1066
$f_m=0.8$	0.2053
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.0660
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.0538

5.4. FUNCIONES DE CONFIABILIDAD

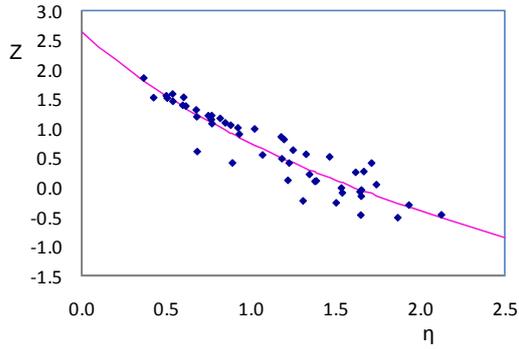
Se presentan y se comparan las funciones de confiabilidad obtenidas de las tres familias de estructuras, con el fin de conocer la influencia de la variación de las rigideces y resistencias de los marcos dúctiles. También, para la familia “ $f_m=1.0$ ”, se comparan las funciones de confiabilidad que resultan de variar el índice α , del modelo Campos y Esteva (1997), en el análisis paso a paso.

En este trabajo, las funciones de confiabilidad se calculan mediante el criterio de capacidad de deformación; se asume que la estructura falla cuando la distorsión global máxima (ψ), obtenida del análisis paso a paso, supera la capacidad ψ_c , obtenida del empuje lateral. Dichas funciones se presentan en función de la intensidad normalizada $\eta = Q$.

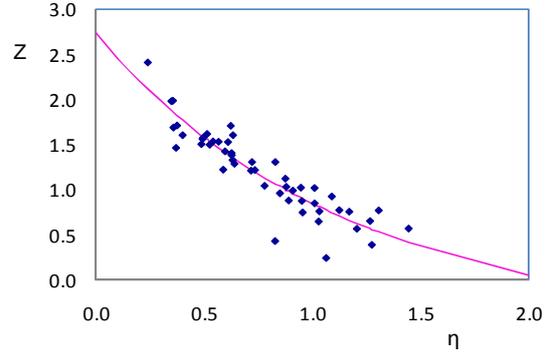
5.4a) Estimación de las funciones

Dado que se tiene la muestra de valores $Z=\ln(\psi_c-\psi)$, se continúa calculando los momentos estadísticos de acuerdo con las ecuaciones 2.32 y 2.33, que corresponden al valor esperado y desviación estándar de Z , respectivamente. Finalmente se calcula el índice de confiabilidad $\beta(\eta) = \bar{Z}/\sigma_Z$. Los valores de ψ_c utilizados son los que se muestran en la tabla 5.1.

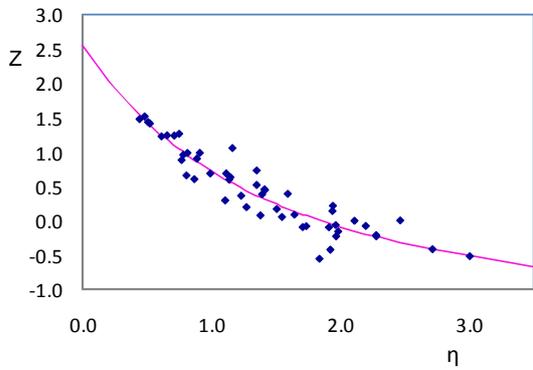
Para los cinco casos, en la figura 5.15 se muestran los valores esperados de Z . La ecuación empleada para realizar los ajustes es $\bar{Z} = a - b\eta + c \exp(-c\eta/c)$; los valores de los parámetros de ajuste, (a , b y c), se muestran en la tabla 5.13.



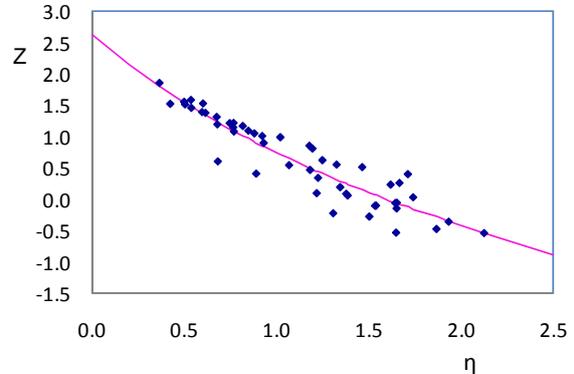
a). Familia $f_m=1.0$.



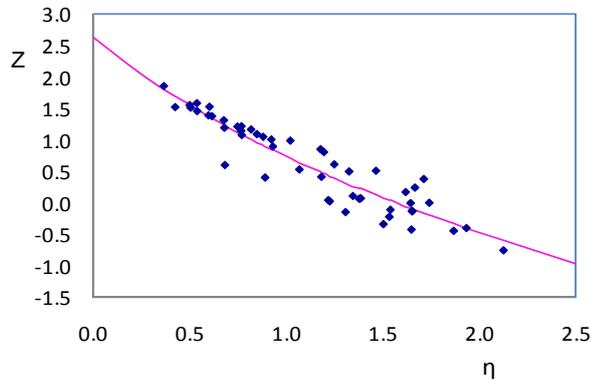
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.



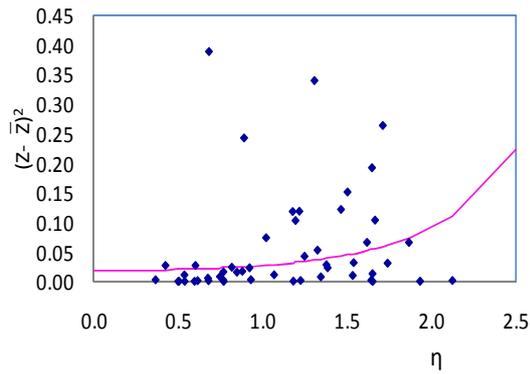
e). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.29$.

Figura 5.15. Valores esperados de Z , para los cinco casos.

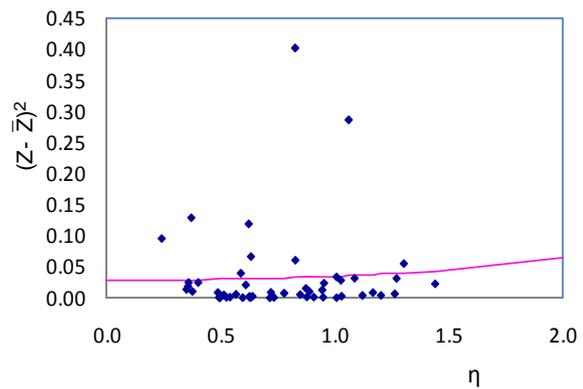
Tabla 5.13. Parámetros de ajuste estimados al obtener el valor esperado de Z .

CASOS	a	b	c
$f_m=1.0$	0.7796	0.7079	1.8530
$f_m=1.5$	0.0000	0.1566	2.7313
$f_m=0.8$	0.0000	0.2102	2.5631
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.8249	0.7400	1.8054
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.9084	0.8020	1.7176

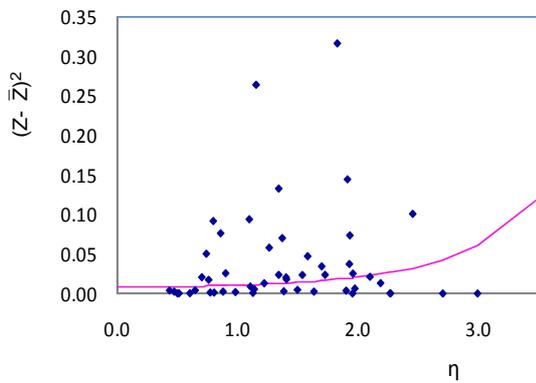
Para los cinco casos, en la figura 5.16 se muestra la varianza de Z . La ecuación empleada para realizar los ajustes es $\sigma_z^2 = p \exp(q\eta^2)$; los valores de los parámetros de ajuste, (p y q), se muestran en la tabla 5.14.



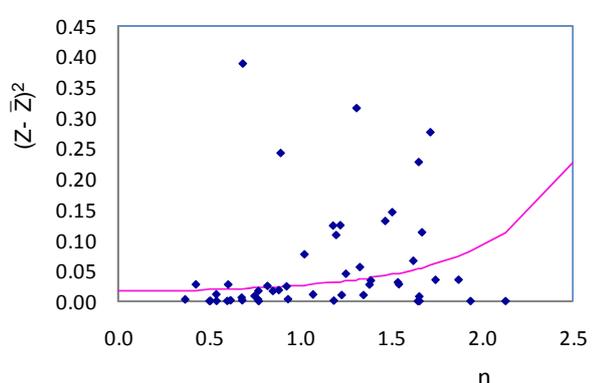
a). Familia $f_m=1.0$.



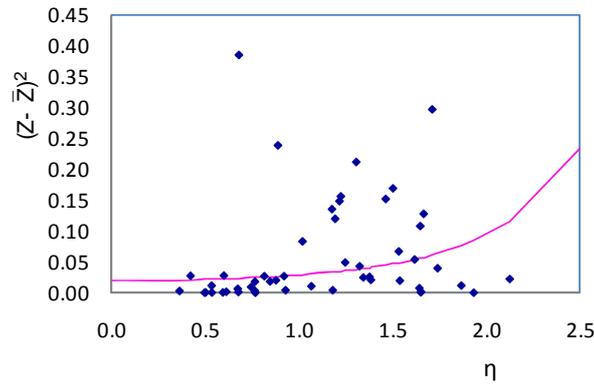
b). Familia $f_m=1.5$.



c). Familia $f_m=0.8$.



d). Familia $f_m=1.0, \alpha=0.12$.



c). Familia $f_m=1.0$, $\alpha=0.29$.

Figura 5.16. Cuadrado del coeficiente de variación de Z , para los cinco casos.

Tabla 5.14. Parámetros de ajuste estimados al obtener cuadrado del coeficiente de variación de Z .

CASOS	p	q
$f_m=1.0$	0.0178	0.4047
$f_m=1.5$	0.0272	0.2110
$f_m=0.8$	0.0092	0.2092
$f_m=1.0, \alpha=0.12$	0.0178	0.4077
$f_m=1.0, \alpha=0.29$	0.0176	0.4135

En la figura 5.17 se comparan las funciones de confiabilidad de las tres familias de estructuras (" $f_m=1.0$ ", " $f_m=1.5$ ", " $f_m=0.8$ ").

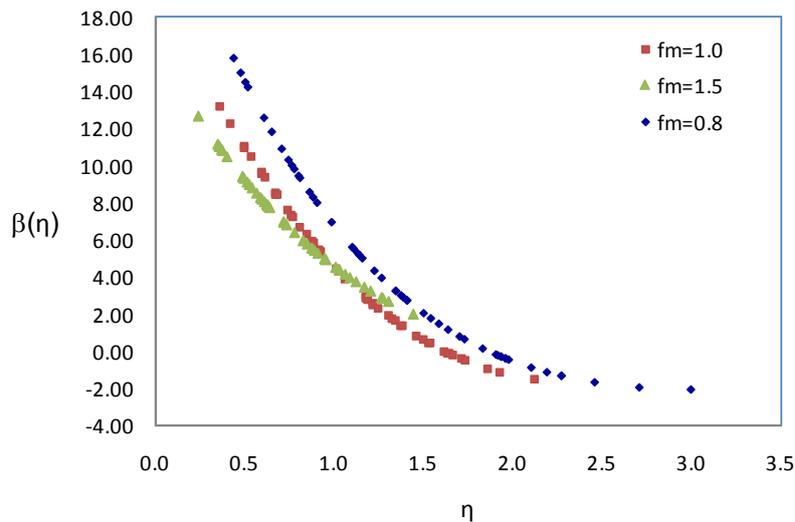


Figura 5.17. Valor de β como función de η , para las tres familias de estructuras (" $f_m=1.0$ ", " $f_m=1.5$ ", " $f_m=0.8$ ").

En la figura 5.18 se comparan las funciones de confiabilidad para el sistema " $f_m=1.0$ ", considerando valores diferentes del parámetro α (" $f_m=1.0$ "-LC=0.0671, " $f_m=1.0$ "-LC=0.12, " $f_m=1.0$ "-LC=0.29); en el nombre de los casos, la Ley Constitutiva (LC) es el valor empleado del parámetro α .

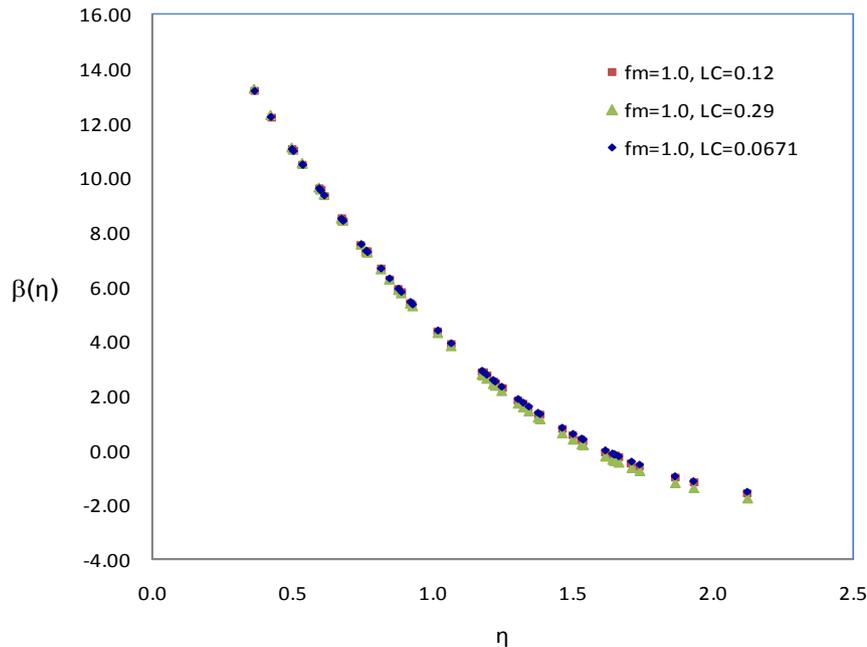


Figura 5.18. Valor de β como función de η , para los tres casos de estructuras, con valores diferentes de parámetro α , de la familia " $f_m=1.0$ ".

De las figuras 5.17 y 5.18 se observan niveles de confiabilidad menores a los que parecen ser congruentes con la experiencia, lo anterior conlleva a pensar que probablemente se haya supuesto una capacidad de deformación demasiado baja.

Las distorsiones últimas que se presentaron en la tabla 5.1, empleadas en la estimación de los índices de confiabilidad de las figuras 5.17 y 5.18, son mucho menores que la distorsión permisible de entrepiso que se indican en la tabla A.1 del Apéndice A de las NTCDS del RCDF-04; dicha distorsión permisible es de 0.03 para marcos dúctiles de CR.

Por otra parte, si regresamos a ver las curvas de los empujes laterales de la figura 5.4, observamos las ondulaciones que se presentan después del punto donde se alcanza el máximo cortante basal; tomando en cuenta que esas ondulaciones se deben a efectos dinámicos generados por una aceleración lentamente creciente, es razonable pensar que se está despreciando una parte importante de la capacidad de deformación inelástica que posee la estructura.

Con los comentarios anteriores, se propone un segundo criterio para determinar valores mas razonables de las distorsiones últimas, mayores a los empleados en las curvas de confiabilidad de las figuras 5.17 y 5.18. Para las curvas de empuje lateral mostradas en la figura 5.4, se proponen límites mayores de deformación última, los que se ilustran con un punto en cada curva de la figura 5.19. Los nuevos valores de la capacidad última de deformación se muestran en la tabla 5.15. Este segundo criterio empleado para determinar dichos límites de deformación fue similar al anterior, ya que se considera que la capacidad última es la alcanzada cuando el cortante basal se reduce un 20 % con respecto al máximo, solo que ahora la reducción en la curva se mide en el punto de inflexión de cada ondulación, entre un máximo y un mínimo.

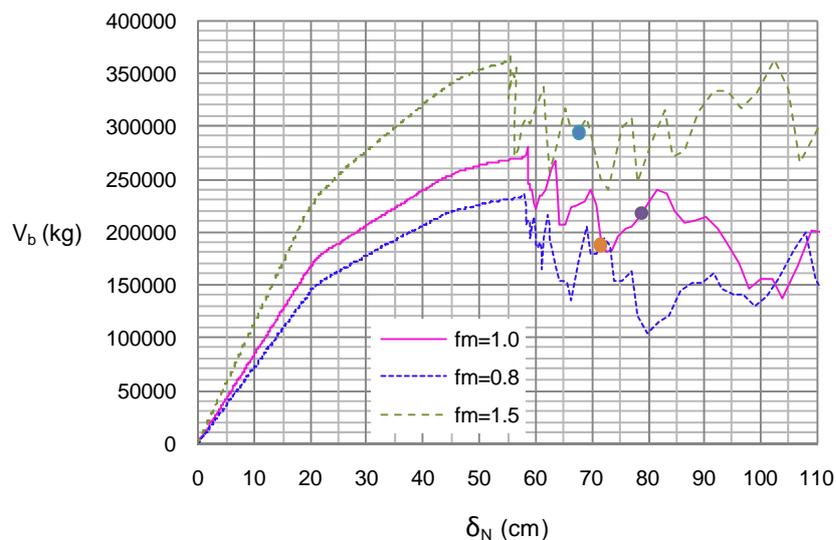


Figura 5.19. Capacidad última de deformación ψ_c , en las curvas de empuje lateral.

Tabla 5.15. Capacidad última de deformación de las estructuras con propiedades medias.

Casos	δ_N (cm)	ψ_c
$f_m=1.0$	78.07	0.0211
$f_m=1.5$	67.71	0.0183
$f_m=0.8$	72.15	0.0195

Con los ψ_c propuestos en la tabla 5.15, se obtienen los niveles de confiabilidad de la figura 5.20.

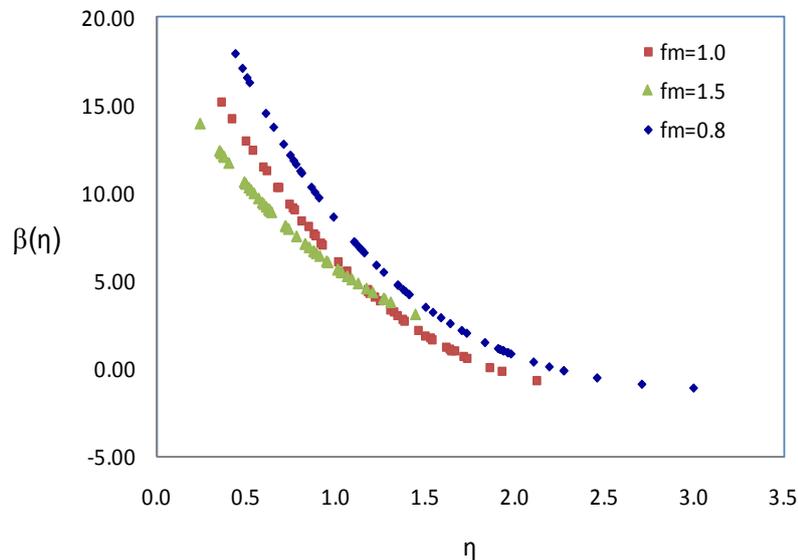


Figura 5.20. Valor de β como función de η , para las tres familias de estructuras (" $f_m=1.0$ ", " $f_m=1.5$ ", " $f_m=0.8$ "), empleando el segundo criterio.

Se propone un tercer criterio para definir el valor de ψ_c ; dicho criterio consiste en proponer el valor de ψ_c igual a la distorsión permisible de entrepiso que se indica en la tabla A.1 del Apéndice A de las NTCDS del RCDF-04, dicha distorsión permisible es de 0.03 para marcos dúctiles de CR; se obtienen los niveles de confiabilidad de la figura 5.21.

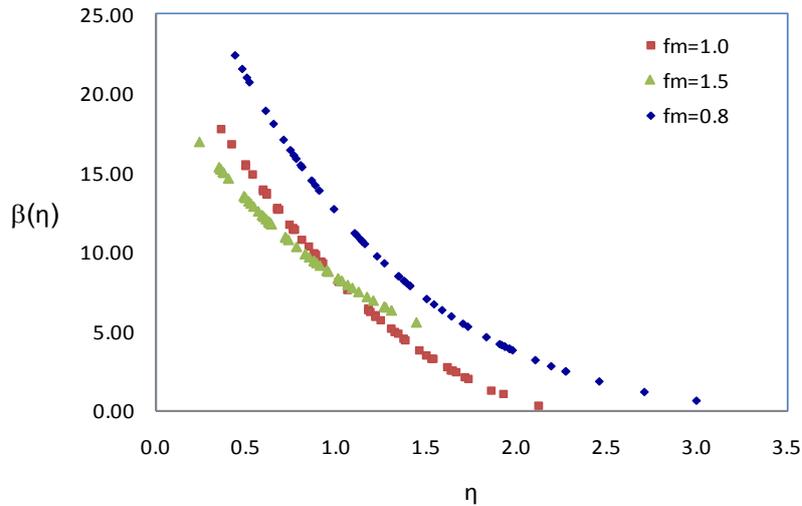


Figura 5.21. Valor de β como función de η , para las tres familias de estructuras (" $f_m=1.0$ ", " $f_m=1.5$ ", " $f_m=0.8$ "), empleando el tercer criterio.

Las curvas de confiabilidad de las figuras 5.17, 5.20 y 5.21, se obtuvieron con valores diferentes de ψ_c ; se observa que los niveles de confiabilidad obtenidos son influenciados significativamente por la capacidad última de deformación considerada; conforme se proponga una capacidad de deformación mayor, se obtienen niveles más grandes de confiabilidad.

La familia " $f_m=0.8$ " presenta valores mayores del índice β para cada valor de Q ; la familia " $f_m=1.5$ " presenta valores menores del índice β para valores de Q menores que 1.0; se observa una influencia significativa en las curvas de confiabilidad obtenidas, causada por las variaciones de las rigideces y resistencia de los marcos, a lo largo de su altura.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se estudió la influencia de la variación de las rigideces y resistencias de entrepiso de marcos dúctiles de concreto reforzado, a lo largo de su altura, en las funciones de confiabilidad y en los factores de transformación de sistemas simplificados de referencia; para dichas funciones, también se estudió la influencia de la variación del valor del parámetro α del modelo de comportamiento Campos-Esteva (1997), empleado en los análisis de respuesta no lineal de los marcos de CR. Se presentó un nuevo modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado, el cual considera que el máximo daño del elemento estructural corresponde a la pérdida total de resistencia y rigidez, cuando se forma una articulación completa. De los estudios anteriores se llegó a las siguientes conclusiones y recomendaciones:

6.1. CONCLUSIONES

El nuevo modelo, Esteva-López, permite reproducir en forma realista y aproximada los ciclos histeréticos mediante una representación curvilínea controlada por cuatro parámetros de ajuste.

El modelo Esteva-López presenta un error cuadrático mucho menor que el que se genera con el modelo Campos-Esteva (1997), en los ajustes de las pruebas experimentales; dicho error cuadrático en promedio es seis veces menor en el nuevo modelo.

Para las tres familias de estructuras ($f_m=1.0$, $f_m=1.5$ y $f_m=0.8$) se obtuvieron valores esperados de los factores de transformación ρ (para la distorsión global máxima) y

ρ_i (para la distorsión máxima de entrepiso), dichos valores de los factores se obtienen para diferentes niveles de ductilidad Q ; en las figura 5.7, 5.9, 5.10 y 5.11 pueden observarse dichos valores esperados de los factores de transformación. Los valores esperados de ρ presentan coeficiente de variación parecidos, del orden de 0.22; Los valores esperados de ρ_i presentan coeficiente de variación que oscilan entre 0.22 y 0.44.

Al variar las rigideces y resistencias de entrepiso de marcos dúctiles de concreto reforzado, a lo largo de su altura, se observa una influencia significativa en los niveles de confiabilidad y en los factores de transformación de sistemas simplificados de referencia; para la familia de estructuras " $f_m=0.8$ ", se obtienen mayores niveles de confiabilidad para un mismo valor de la intensidad normalizada, Q .

Se compararon las funciones de confiabilidad para diferentes valores del parámetro α , del modelo de comportamiento Campos-Esteva (1997), dichos valores empleados fueron 0.0671, 0.12 y 0.25; no se observó influencia significativa en las funciones de confiabilidad; tampoco se observó influencia significativa en los factores de transformación de sistemas simplificados de referencia.

Los niveles de confiabilidad, obtenidos por el criterio de capacidad de deformación, son muy sensibles al valor considerado de la capacidad última de deformación ψ_c . Al emplear niveles de distorsión global última del orden de 0.016, se obtienen niveles bajos de confiabilidad; para niveles de distorsión global última del orden de 0.020, se obtienen niveles razonables de confiabilidad; para niveles de distorsión global última de 0.030, se obtienen niveles altos de confiabilidad.

Empleando el modelo de comportamiento Campos-Esteva (1997), se representó y comparó la prueba experimental correspondiente a la *Trabe 3*, empleando los diferentes valores del parámetro α , a considerar en los estudios realizados en esta

tesis; se obtuvieron variaciones del 17% en el error cuadrático. Tomando en cuenta el comentario anterior y la segunda conclusión la cual dice que el modelo Esteva-López genera errores cuadráticos del orden de seis veces menor al modelo de Campos-Esteva, podemos de alguna manera inferir que aunque la variación del valor del parámetro α no influyó significativamente en las funciones de confiabilidad, se podría esperar que al emplear el nuevo modelo de comportamiento histerético, se presenten niveles de confiabilidad un tanto diferentes a las que se obtienen actualmente empleando el modelo Campos-Esteva(1997).

6.2. RECOMENDACIONES

Realizar ajustes, con el modelo Esteva-López, a una mayor cantidad de pruebas experimentales, de ser posible a especímenes típicos de la ciudad de México, y obtener una gran cantidad de datos de los parámetros de ajustes, de tal manera que sea posible proponer valores representativos de ellos.

Implementar el modelo Esteva-López a programas de análisis dinámico de respuesta no lineal, con el fin de representar de una manera más aproximada el daño de los elementos estructurales ante excitaciones cíclicas.

Dada la gran sensibilidad de los valores del índice de confiabilidad β a los criterios empleados para determinar la capacidad de deformación, posiblemente sea recomendable emplear el criterio de índice de reducción de la rigidez secante, propuesto por Esteva y Díaz (2006).

Se hace necesario considerar muestras más grandes de datos en la estimación y calibración de los factores de transformación; así mismo, se recomienda usar sismos de mayor intensidad, para contar con mas muestras con niveles de ductilidad cercanos a 4.0.

APÉNDICE A

Criterio utilizado para el análisis de empuje lateral

Para realizar el análisis pseudo-estático, al SMGL se le colocan masas concentradas, una por cada nivel; además los nodos de un mismo nivel se restringen a un grado de libertad de desplazamiento horizontal. Cada nivel recibirá fuerzas de inercia, provenientes de las masas, que se generaran debido a una excitación dinámica en la base; las masas concentradas deben ser suficientemente grandes, con el fin de que las cargas debidas a carga muerta y viva del marco no influyan en las fuerzas inerciales. La excitación dinámica es una rampa de aceleración; la pendiente de dicha rampa de aceleración debe ser tal que permita obtener una gráfica de desplazamiento de azotea contra cortante basal, que no presente efectos dinámicos. Para lograr lo anterior, se realizan una serie de análisis de este tipo para diferentes pendientes de la excitación.

Las fuerzas laterales tienen una configuración igual a la forma de la combinación de los modos de vibrar de la estructura; dicha configuración de las cargas laterales se logra mediante la distribución de las masas concentradas. La proporcionalidad entre las configuraciones de las masas y las fuerzas laterales se refleja en la ecuación 2, la cual se deduce directamente a partir de resolver la ecuación 1.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -MJ\ddot{x}_0 = F(t) \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{Bmatrix} \ddot{x}_0 = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} f(t) \quad (2)$$

APÉNDICE B

Relaciones de propiedades estructurales y de respuesta entre SSR y SMGL.

Mediante el procedimiento que aquí se describe, el SSR mantiene el mismo periodo fundamental de vibrar que el SMGL; dicho periodo se refiere al que considera ISE.

Considérese un sistema de múltiples grados de libertad, SMGL, con las siguientes propiedades:

M = matriz de masas.

K = matriz de rigideces.

Z = configuración supuesta con amplitud igual a uno en el extremo superior; esta configuración se considera igual a la configuración dominante durante la respuesta sísmica.

V = fuerza cortante en la base, obtenido de un empuje lateral.

x_N = desplazamiento del extremo superior, relativo a la base, obtenido de un empuje lateral.

V_y, x_{Ny} = fuerza cortante en la base y desplazamiento del extremo superior, ambos en el instante en que ocurre la fluencia en la curva $V - u_N$.

De igual manera, las propiedades del SSR son las siguientes:

m = masa.

k = rigidez lateral.

u = desplazamiento relativo a la base.

v = fuerza cortante.

v_y, u_y = fuerza cortante y desplazamiento de fluencia.

Por otra parte:

F_p = factor de participación.

J = vector de unos.

x_0 = excitación sísmica.

A continuación, se describe el planteamiento de la respuesta dinámica del SMGL con el fin de relacionar las respuestas de ambos sistemas:

$$M\dot{X} + g(x_N, \dot{x}_N)KX = -MJx_0 \quad (1)$$

Sea $X = uZ$; pre multiplicado por Z^T :

$$Z^T MZ\dot{u} + g(u, \dot{u})Z^T KZu = -Z^T MJx_0 \quad (2)$$

Esta se transforma en la ecuación 3, en donde $p^2 = k/m$.

$$u + g(u, \dot{u})p^2u = -F_p x_0 \quad (3)$$

Supóngase que para obtener u tomamos el segundo miembro de la ecuación 3 igual a x_0 . Entonces para un nivel de ductilidad dado se obtendría $x_N = F_p u$; esto implica $x_{Ny} = F_p u_y$.

La fuerza cortante en la base del modelo detallado vale $V = J^T KZF_p u = qF_p ku$, y la fuerza cortante en el sistema de referencia vale $v = ku$. De aquí, $V/v = qF_p$. Esto implica $V_y/v_y = qF_p$.

El valor de q se calcula con la ecuación 4, en donde k es la rigidez del SSR; V es el cortante en la base, obtenido de un empuje lateral, del SMGL, donde V es un punto cualquiera en la parte elástica; x_N es el desplazamiento del extremo superior, relativo a la base, correspondiente al nivel de cortante V que acabamos de mencionar. La ecuación 4 es una aplicación práctica de $q = (J^T KZ)/(Z^T KZ)$.

$$q = \frac{V}{kx_N} \quad (4)$$

La rigidez k del SSR que contiene efectos de ISE se calcula con la ecuación 5, en donde m es la masa del SSR, y \tilde{T}_e es el periodo del SMGL con base flexible.

$$k = \frac{4\pi^2 m}{\tilde{T}_e^2} \quad (5)$$

La masa del SSR se calcula con la ecuación 6, y el factor de participación F_p se calcula con la ecuación 7:

$$m = Z^T M Z \quad (6)$$

$$F_p = \frac{Z^T M J}{Z^T M Z} \quad (7)$$

APÉNDICE C

Algoritmo matemático del modelo Esteva-López

En este apartado se presentan las ecuaciones necesarias para automatizar el modelo Esteva-López –el desarrollo algebraico fue suprimido por ser laborioso– así como las condiciones empleadas para llegar a dichas expresiones finales. Con esto se pretende proporcionar el “camino” necesario para su implantación directa en programas de análisis dinámico no lineal.

Como se dijo en el cuerpo principal de la tesis, se requiere de cuatro parámetros de ajuste (k_A , $M_1(0)$, k_E y k_T), mas tres (M_{uo} , k_{uo} y θ_u) que se obtienen mediante ajuste visual a partir de la curva momento-rotación de la sección de la viga alcanzada durante una carga monotónica.

Para dar a conocer las expresiones finales, tomemos en cuenta que un ciclo de histéresis se compone de dos curvas: una de *(re)carga* y otra de *descarga*; la curva de *(re)carga* es la que sube de izquierda a derecha y la curva de *descarga* es la que baja de derecha a izquierda. A continuación se aborda cada curva por separado:

Curva de (re)carga (M^+)

La curva de *(re)carga* queda definida por la ecuación 1, la que a su vez, se constituye con las ecuaciones 2, 3 y 4.

$$M^+ = M_1 - (M_2 + M_3) \quad (1)$$

$$M_1(\theta) = A(-M_{uo} + k_{uo}(\theta + \theta_u) - c_1(\theta + \theta_u)^n) \quad (2)$$

$$M_2(\theta) = AE \left(1 + \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \cdot \left(1 - \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \quad (3)$$

$$M_3(\theta) = Ac_3(\theta_u - \theta)^m \quad m > 1.0 \quad (4)$$

Se propone la siguiente expresión para tomar en cuenta el daño:

$$A = \exp(-k_A \cdot D) \quad (5)$$

Donde, k_A es un parámetro de ajuste relacionado en el daño que presenta el elemento estructural en el ciclo de carga considerado; D es una medida del daño y la expresión para cuantificarla es:

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i}{\theta_u} \quad (6)$$

De considerar condiciones de frontera, $M_1(-\theta_u) = -M_{uo} \cdot A$ y $M_1'(-\theta_u) = k_{uo} \cdot A$, se conocen c_1 y n ; $M_1(0)$ es un parámetro de ajuste:

$$c_1 = \frac{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo}}{2^{n-1} \cdot \theta_u^n} \quad (7)$$

$$n = 1 + \frac{\ln\left(\frac{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo}}{k_{uo} \cdot \theta_u - M_{uo} - (M_1(0)/A)}\right)}{\ln(2)} \quad (8)$$

Se proponen las siguientes ecuaciones para calcular el valor de E , en donde k_E es un parámetro de ajuste:

$$E = A[1 - \exp(-k_E \cdot D)]M_{1,0} \quad (9)$$

$$M_{1,0} = (-M_{uo} + k_{uo} \cdot \theta_u - c_1 \cdot \theta_u^n)A \quad (10)$$

$$M_u = A \cdot M_{uo} \quad (11)$$

$$k_u = A \cdot k_{uo} \quad (12)$$

El valor de T depende directamente del parámetro de ajuste k_T ,

$$T = k_T \quad (13)$$

Considerando condiciones de frontera en términos de la pendiente de las curvas, $M_0 = M_1(\theta_0) - M_2(\theta_0) - M_3(\theta_0)$ y $M'_0 = M'_1(\theta_0) - M'_2(\theta_0) - M'_3(\theta_0)$, es posible obtener m y c_3 ; aquí, θ_0 y M_0 representan el punto inicial de cada ciclo de carga:

$$a = k_{uo} \cdot A - [k_{uo} - c_1 \cdot n(\theta_0 + \theta_u)^{n-1}]A \quad (14)$$

$$b = A \cdot E \left\{ \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^T \left[-\frac{T}{\theta_u} \cdot \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^{T-1} \right] + \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^T \left[\frac{T}{\theta_u} \cdot \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^{T-1} \right] \right\} \quad (15)$$

$$c = [-M_{uo} + k_{uo}(\theta_0 + \theta_u) - c_1(\theta_0 + \theta_u)^n]A - A \cdot E \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^T \cdot \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u}\right)^T - M_0 \quad (16)$$

$$m = \frac{a+b}{c}(\theta_u - \theta_0) \quad (17)$$

$$c_3 = \frac{c}{A(\theta_u - \theta_0)^m} \quad (18)$$

Curva de descarga (M)

La curva de carga queda definida por la ecuación 19, la que a su vez, se constituye con las ecuaciones 20, 21 y 22.

$$M = M_1 + M_2 + M_3 \quad (19)$$

$$M_1(\theta) = A(M_{uo} - k_{uo}(-\theta + \theta_u) + c_1(-\theta + \theta_u)^n) \quad (20)$$

$$M_2(\theta) = AE \left(1 + \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \cdot \left(1 - \frac{\theta}{\theta_u}\right)^T \quad (21)$$

$$M_3(\theta) = A c_3 (\theta_u + \theta)^m \quad (22)$$

Las ecuaciones 5 a la 13, proporcionadas arriba en la primera curva, serán usadas de igual manera para esta segunda curva dado que no sufren modificaciones de signo.

Considerando condiciones de frontera en términos de la pendiente de las curvas, $M_0 = M_1(\theta_0) + M_2(\theta_0) + M_3(\theta_0)$ y $M'_0 = M'_1(\theta_0) + M'_2(\theta_0) + M'_3(\theta_0)$, es posible obtener m y c_3 :

$$a = k_{uo}A - [k_{uo} - c_1 n(-\theta_0 + \theta_u)^{n-1}]A \quad (23)$$

$$b = A.E \left\{ \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^T \left[-\frac{T}{\theta_u} \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^{T-1} \right] + \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^T \left[\frac{T}{\theta_u} \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^{T-1} \right] \right\} \quad (24)$$

$$c = -[M_{uo} - k_{uo}(-\theta_0 + \theta_u) + c_1(-\theta_0 + \theta_u)^n]A - A.E \left(1 + \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^T \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_u} \right)^T + M_0 \quad (25)$$

$$m = \frac{a+b}{c}(\theta_u + \theta_0) \quad (26)$$

$$c_3 = \frac{c}{A(\theta_u + \theta_0)^m} \quad (27)$$

APÉNDICE D

Procedimiento para tomar en cuenta los efectos de ISE

1) Efectos de ISE en el empuje lateral del SMGL

La ecuación 1 nos permite calcular la curva de empuje lateral con efectos de ISE a partir de la curva de empuje lateral con base empotrada.

$$\delta_e = \delta_0 + \frac{V}{k_C} \quad (1)$$

δ_e = desplazamiento total, relativo a la base, incluyendo efectos de ISE.

δ_0 = desplazamiento total, relativo a la base, sin incluir efectos de ISE.

V = cortante basal, sin incluir efectos de ISE.

k_C = rigidez de la base, incluye efectos de traslación y cabeceo.

Para conocer k_C , se idealiza a la estructura-cimentación con un modelo que consiste en dos resortes colocados en serie, el primer resorte se refiere a la rigidez de la estructura, k_0 ; el segundo se refiere a la rigidez de la cimentación, k_C .

$$\frac{1}{\tilde{k}_e} = \frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_0} \quad (2)$$

Con un simple despeje podemos llegar a la ecuación 3.

$$k_C = \frac{k_0 \tilde{k}_e}{k_0 - \tilde{k}_e} \quad (3)$$

Sabemos que la rigidez efectiva \tilde{k}_e puede ser estimada con la ecuación 4.

$$\tilde{k}_e = k_0 \frac{T_0^2}{\tilde{T}_e^2} \quad (4)$$

T_0 es el periodo de la estructura con base rígida, y \tilde{T}_e es el periodo de la estructura considerando efectos de ISE.

2) Factor para eliminar los desplazamientos de cuerpo rígido asociados a la ISE en la respuesta del SSR

Si u es la respuesta del SSR, cuya función $V - u$ se determinó tomando en cuenta la ISE, entonces, en ves de la relación $x_N = F_p u$ que aplicaríamos en el caso sin ISE, tendríamos la relación $\tilde{\delta}_e = F_p u$. Por lo tanto, nuestra estimación ψ_0 de la distorsión global, por medio del sistema simplificado que incluye el efecto de la ISE, se obtiene con la ecuación 5.

$$\psi_0 = F_p r_\delta u / H \quad (5)$$

El factor de corrección para eliminar los desplazamientos de cuerpo rígido asociados a la ISE r_δ se calcula con la ecuación 6.

$$r_\delta = 1 - \frac{\delta_c}{\tilde{\delta}_e} \quad (6)$$

$\tilde{\delta}_e$ es el desplazamiento máximo efectivo del sistema detallado, estimado con el SSR; se calcula como $\tilde{\delta}_e = F_p u$, donde F_p es el factor de participación y u es el desplazamiento máximo obtenido del análisis paso a paso del SSR. δ_c es el desplazamiento de traslación y cabeceo que aporta la base de la estructura, y se puede estimar a partir de la ecuación 7.

$$\delta_c = \frac{V(\tilde{\delta}_e)}{k_c} \quad (7)$$

Dado $\tilde{\delta}_e$, se obtiene $V(\tilde{\delta}_e)$, de la curva carga-deformación del SSR, obtenida del empuje lateral. k_c se calcula con las ecuaciones 3 y 4.

REFERENCIAS

Aguirre, J and K. Irikura (2004), "Source characterization of Mexican subduction earthquakes for prediction of strong motions" 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada, Paper No. 1572.

Alamilla, J (2001), "Criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad de estructuras aporricadas" *Tesis doctoral*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Alamilla, J, L Esteva, J García-Pérez, y O Díaz-Lopez (2001a), "Evolutionary properties of stochastic models of earthquake accelerograms: Their dependence on magnitude and distance", *Journal of Seismology*, 5: 1-21.

Alamilla, J, L Esteva, J García-Pérez y O Díaz-Lopez (2001b), "Simulating earthquake ground motion at a site, for given intensity and uncertain source location", *Journal of Seismology*, 5: 475-485.

Bertero V. V., Krawinkler H. y Popov E. P. (1972), "Cyclic behavior of three reinforced concrete flexural members with high shear", Reporte del Earthquake Engineering Research Center, Reporte No. EERC 72-5.

Bertero V. V. y Popov E. P. (1975), "Hysteretic behavior of ductile moment resisting reinforced concrete frame components", Reporte del Earthquake Engineering Research Center, Reporte No. EERC 75-16.

Bojórquez E. y Ruiz S. E. (2007), "Algunos factores de transformación entre S1GL y SMGL, correspondientes a ductilidades, a distorsiones máximas de entrepiso y a energía histérica normalizada". Asociación Española de Ingeniería Sísmica. Girona, 8-10.

Campos-Arias, D y L Esteva (1997), "Modelo de comportamiento histérico y de daño para vigas de concreto reforzado", *XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Veracruz, Ver. Mexico, pp 567-573

Carr, A.J. (2002), *Ruaumoco*. Computer Program Library. University of Canterbury, Department of Civil Engineering.

Cornell, C A (1969), "A probability-based structural code", *Journal of American Concrete Institute*, 66 (12).

Esteva, L (2000), "Diseño sísmico basado en desempeño: tendencias y retos", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 63, pp. 35-54.

Esteva, L y O Díaz (2000), "Diseño sísmico basado en confiabilidad: marco de referencia, método operativo y aplicaciones", *Informe de investigación elaborado para el Gobierno del Distrito Federal*, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Esteva, L, O Díaz, J García, G Sierra, E Ismael y M A Fernández (2001), "Indicadores de desempeño para el desarrollo y aplicación de criterios óptimos de diseño sísmico", *Informe de investigación elaborado para el gobierno del Distrito Federal*, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Esteva, L (2002), "Retos para el establecimiento de criterios óptimos para diseño sísmico basado en desempeño", *Memorias, VII Simposio Nacional de Ingeniería Sísmica*, Cuernavaca, Mor., México, CD-ROM.

-
- Esteva, L, O Díaz-López, J García-Pérez, G Sierra y E Ismael (2002a), "Life-cycle optimization in the establishment of performance-acceptance parameters for seismic design", *Structural Safety*, Vol. 24, No. 2-4 (Special volume), pp 187-204.
- Esteva, L, O Díaz-López, J García-Pérez, G Sierra y E Ismael (2002b), "Simplified reference systems in the establishment and application of displacement-based seismic design criteria", *Memorias, 12th European Conference on Earthquake Engineering*, Londres, Inglaterra, Artículo No. 419, CD-ROM.
- Esteva L, O Díaz-Lopez J, (2006), "Seismic reliability functions for complex systems based on a secant-stiffness reduction index," *Proceedings of the 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*. Geneva, Switzerland.
- Ismael E y L Esteva (2006), "A hybrid method for simulating strong ground motions records", *Memorias, First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Ginebra, Suiza, Artículo No. 1265, CD-ROM.
- Kanaan, A.E. and Powell, G.H. (1973), *General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of Plane Structures*. Report EERC 73-6, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- Mander, J (1984), "Seismic design of bridge piers", *Report 84-2*, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Nueva Zelanda.
- Mander, J B, M J N Priestley y R Park (1988), "Theoretical stress-strain model for confined concrete" *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. Vol. 114, No. 8, Agosto, pp. 1804-1825.
- Meli, R (1976), "Bases para los criterios de diseño estructural del proyecto del reglamento de construcciones para el distrito federal", *Serie azul del Instituto de Ingeniería*, UNAM. No. 375, Junio, pp. 137-157.
- Meli, R y C J Mendoza (1991), "Reglas de verificación de calidad del concreto", *Revista de Ingeniería LXI*, México.
- Mendoza, C J (1984), "Propiedades mecánicas de los concretos fabricados en el Distrito Federal", *Tesis de maestría*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Mendoza, C J (1991), "Evaluación de la resistencia del concreto en la estructura por medio del ensaye de corazones", *Revista de Construcción y Tecnología, IMCYC*, Vol. III, No. 34, Marzo, pp. 6-11.
- Mendoza, E. (1991a), "Drainer": Programa de computadora para el análisis inelástico de marcos planos con interacción suelo-estructura. Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Mirza, S A y J G MacGregor (1979a), "Variability in dimensions of reinforced concrete members", *Journal of Structural Division (ASCE)*, Vol. 105, No. ST4, Abril, pp. 751-766.
- Mirza, S A y J G MacGregor (1979b), "Variability of mechanical properties of reinforcing bars", *Journal of Structural Division (ASCE)*, Vol. 105, No. ST5, Mayo, pp. 921-937.
- NTC del RCDF (2004), "Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcción del Distrito Federal", Departamento del Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, 29 de enero, México D.F.
-

-
- Ordaz, M., Arboleda, J. y Singh, S.K. (1995). A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*. Vol. 85. No. 6. Pp. 1635-1647.
- Park, Y J y H S Ang (1984), "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal of Structural Division ASCE*, Vol. 110, pp 722-739.
- Park, Y. J., Reinhorn, A. M., and Kunnath, S. K. (1987), "IDARK 2D: Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame – shear – wall structures", Technical Report NCEE-87-0008, State University of New York at Buffalo.
- Pérez, R (2007), "Confiabilidad y optimización para diseño sísmico de edificios considerando la contribución de muros de mampostería" *Tesis doctoral en proceso*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Pier J. y A Cornell (1973), "Spatial and temporal variability of live loads", *Journal of the Structural Division ASCE*, Vol. 99, No. ST5, Mayo, pp. 903-922.
- Reyes, C (1999), "El estado límite de servicio en el diseño sísmico de edificios", *Tesis doctoral*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Rodríguez, M y J C Botero (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México", *Serie azul del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 575, Enero.
- Rosenblueth, E (1976), "Optimum design for infrequent disturbances", *Journal of Structural Division ASCE*, No. 102. pp 1807-1825.
- Ruiz S. E. y A Soriano (1997), "Design live loads for office buildings in Mexico and the United States", *Journal of the Structural Engineering*. Vol.123, No. 6, Junio, pp. 816-822.
- Sampayo A., S.E. Ruiz , A. Soriano, J. M. Vázquez, G. Cervantes (2001), "Cargas vivas máximas para salones de clase", *Serie azul del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 621, Abril.
- Soriano A., S. E. Ruiz (1997), "Análisis teórico de cargas vivas en edificios", *Serie azul del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 586, Febrero.
- Wang, M L y S P Shah (1987), " Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concept", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp 993-1003.
-