

# Capítulo 4

## Robot TP-801

El robot de configuración cilíndrica mostrado en la Figura 4.1 es el eslabón que une al equipo nuevo y antiguo ya que sus articulaciones eran accionadas por motores de corriente directa sin retroalimentación. Su funcionamiento estaba estrictamente descrito por el control lógico de procesos. Los sensores de proximidad magnéticos enviaban señales al PLC FPC 404 y hasta que no se cumplía cierta combinación de encendido/apagado de no solo de estos sensores sino también de los del pistón y la banda, no podía moverse el robot. De modo que si uno de éstos fallaba, todo el proceso fallaba. Ésto era una gran limitante de la estación de trabajo además de que no contar con retroalimentación lo hacía no funcional para los objetivos de control del Laboratorio de Robótica.

La primer labor fue separar este solo sistema formado por el robot, la banda y el pistón junto con sus electroválvulas en dos: un sistema que comprende solo al robot TP-801 y otro que comprende a la banda transportadora y al pistón de doble efecto. El primero sería controlado por el CompactRIO 9073 y los segundos por el PLC FC20, así tendríamos libre al robot para los propósitos de investigación que en el Laboratorio de Robótica se persiguen.

En este capítulo se dará una descripción del funcionamiento del robot TP-801 desde la adaptación de sus nuevos motores hasta la instrumentación que se siguió para reactivarlo, así como las precauciones que hay que tomar al realizar experimentos con él.

### 4.1. Estructura física del robot

El robot TP-801 está formado por una pinza neumática, un módulo giratorio (véase Figura 4.2) y dos husillos de tornillo sin fin (véase Figura 4.3) unidos por una placa de aluminio intermedia. Anteriormente era accionado por motores de corriente directa pero ya que dichos motores no servían para los propósitos del reingeniería del proyecto fueron cambiados por servomotores de corriente directa dotando al robot de realimentación de posición.

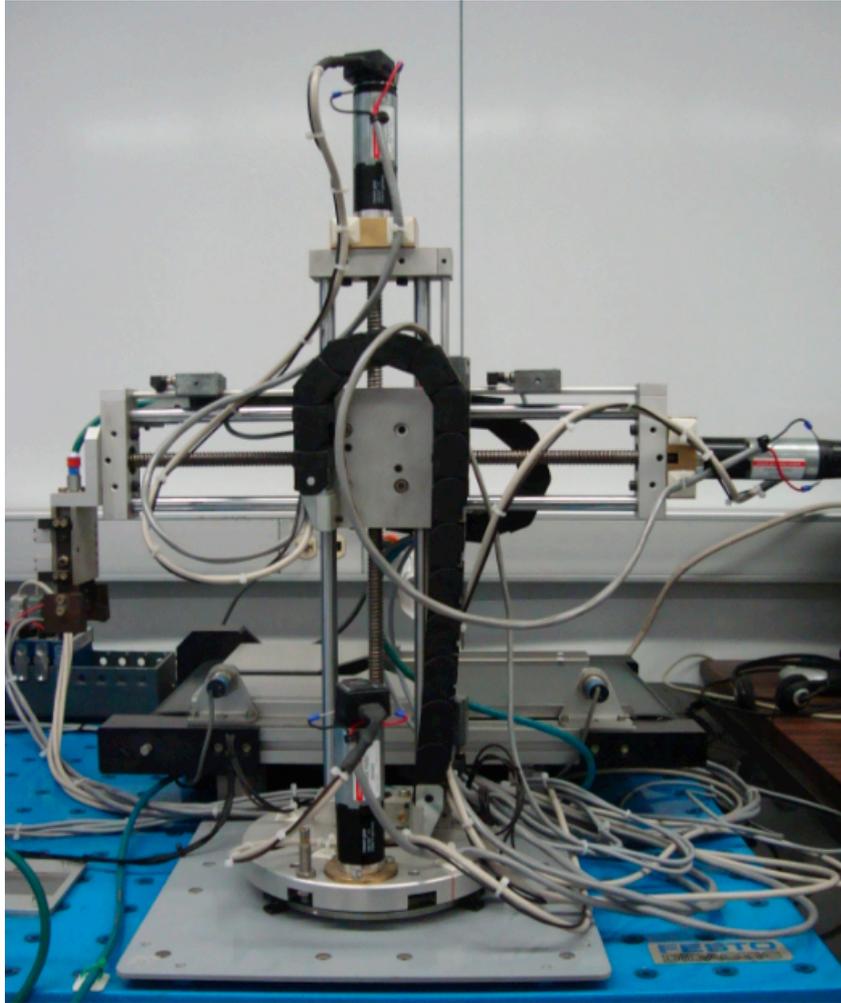


Figura 4.1: Robot Manipulador TP-801

## 4.2. Servomotores del robot TP-801

En términos prácticos, lo que genera el movimiento del robot TP-801 y en general de cualquier robot son sus actuadores, en este caso motores de corriente directa. Estos motores pueden o no contar con cajas de engranes cuya flecha girará a menos rpm que la flecha del motor dependiendo de la reducción de su transmisión. Además se necesita de un sensor que nos indique la posición angular de la flecha del motor, en este caso encoders de cuadratura.

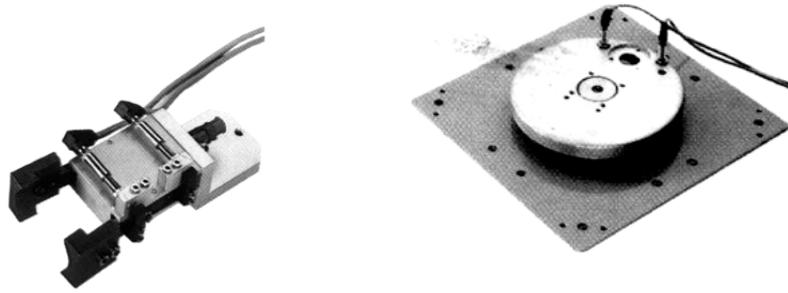


Figura 4.2: Pinza neumática y módulo giratorio (obtenida de [4])



Figura 4.3: Husillo de tornillo sin fin (obtenida de [4])

### 4.2.1. Motores Maxon A-max 32

El primer problema que se enfrentó fue que los motores originales del robot no contaban con ningún dispositivo de retroalimentación. Eran simplemente tres actuadores que se encendían al enviarles una señal de 24 V desde el PLC FPC 404. Para los propósitos de control lógico si eran útiles ya que una vez que se cumplían ciertas condiciones de encendido de los sensores se enviaba una señal de 24 V que encendía el motor hasta que se cumplieran otras que lo apagaran. Para los objetivos de control, en cambio, este proceso no era el indicado. Se necesitaba saber la posición de la flecha de los motores del robot en cada instante de tiempo para así poder cerrar el lazo de control. Era entonces de suponerse que se necesitaba de sensores de posición para estos motores mismos que serían adaptados a sus correspondientes flechas. Sin embargo, la forma física de los motores lo impedía, además de haberse logrado el juego que existía entre ellos hubiera implicado errores de medición. Se decidió entonces adquirir nuevos motores con encoders ya integrados. Estos fueron tres motores modelo *A-max 32* número 233670 de la empresa *Maxon Motor* como el que se muestra en la Figura 4.4 y cuyas hojas de datos se pueden ver en el Apéndice B.



Figura 4.4: Motor A-max 32

### 4.2.2. Caja de engranes GP 32 A

Junto con estos motores se adquirieron ya ensambladas las cajas de engranes GP 32 A con una reducción de 86:1 (número 116167) para el motor de la primera articulación y 23:1 (número 166161) para los de la segunda y tercera articulación. Ésto se hizo considerando que las nuevas reducciones se debían acercar lo más posible a las de los antiguos motores ya que no se había tenido problema con ellos al momento de accionar los tornillos si fin de las articulaciones del robot y también que el diámetro de la flecha se adaptaba perfectamente al sistema. Una de las cajas de engranes se aprecia en la Figura 4.5 y su hoja de datos también se encuentra en el Apéndice B.



Figura 4.5: Caja de engranes GP 32 A

### 4.2.3. Encoders HEDS 5540

Los sensores de posición angular más conocidos son los encoders de cuadratura. Básicamente consisten en un disco giratorio el cual posee un gran número de ranuras. Cuentan

con dos canales (A y B) que generan dos señales cuadradas defasadas 90 grados. Este defasamiento permite saber el sentido de giro del disco mientras que el número de ranuras dará la resolución en pulsos por vuelta del codificador obteniendo indirectamente el incremento en posición de la flecha del motor. De este tipo de encoders son los HEDS 5540 y se pueden apreciar en la Figura 4.6 Su hoja de especificaciones puede verse en el Apéndice B.



Figura 4.6: Encoder HEDS 5540

#### 4.2.4. Adaptación de los servomotores al robot

Como ya se mencionó en la Sección 4.2.2, para la adquisición de los nuevos servomotores se tomaron en cuenta las dimensiones de las flechas de los motores anteriores ya que era necesario que tuvieran dimensiones exactamente iguales. Esto debido a que se contaba con un acople entre la flecha del motor y el tornillo sin fin muy pequeño y difícil de reproducir.



Figura 4.7: Piezas elaboradas para la adaptación de los motores al robot TP-801

Se consiguió adquirir servomotores con la medida exacta de 32 mm en la flecha de la caja de engranes que se adaptaron perfectamente a este acople. Sin embargo, sus diámetros no se adaptaron a las piezas del robot que los sujetaban al módulo giratorio y a los

husillos de tornillo sin fin. Contrariamente a los acoples, las dimensiones de estas piezas sí permitieron reproducirlas. Fueron elaboradas en el Laboratorio de Metal-Mecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM por medio de los esquemas que se muestran en el Apéndice C y finalmente las piezas obtenidas se muestran en la Figura 4.7.

La adaptación de las piezas elaboradas se muestran en los esquemas de explosión de la Figura 4.8 para la primera articulación y en la Figura 4.9 para la segunda y tercera.

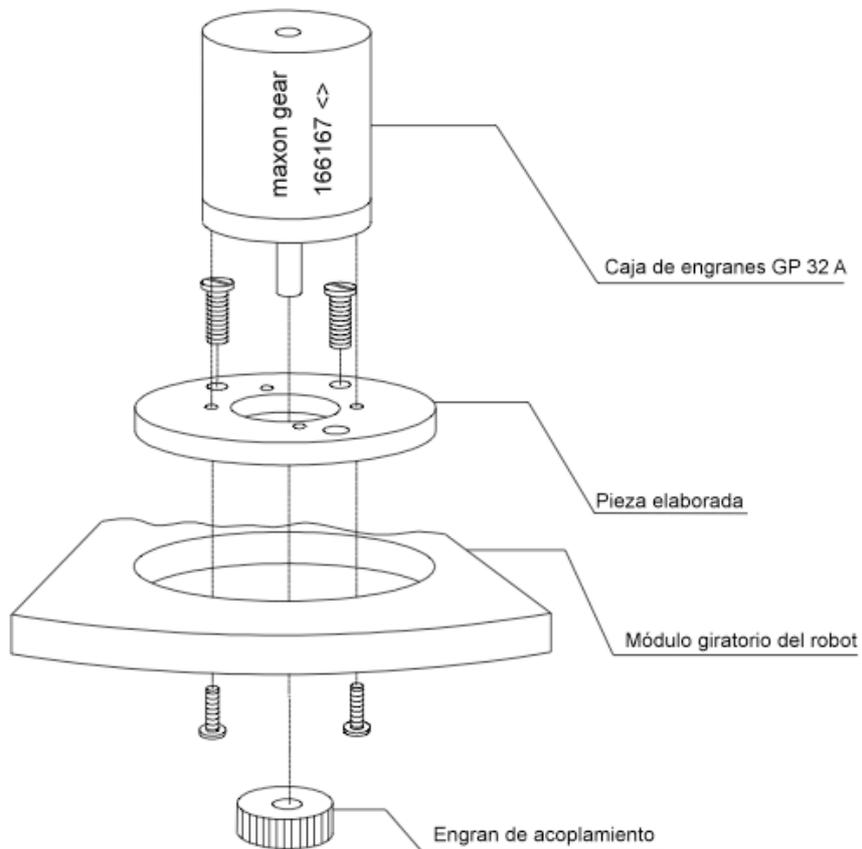


Figura 4.8: Diagrama de explosión para la pieza de la primera articulación

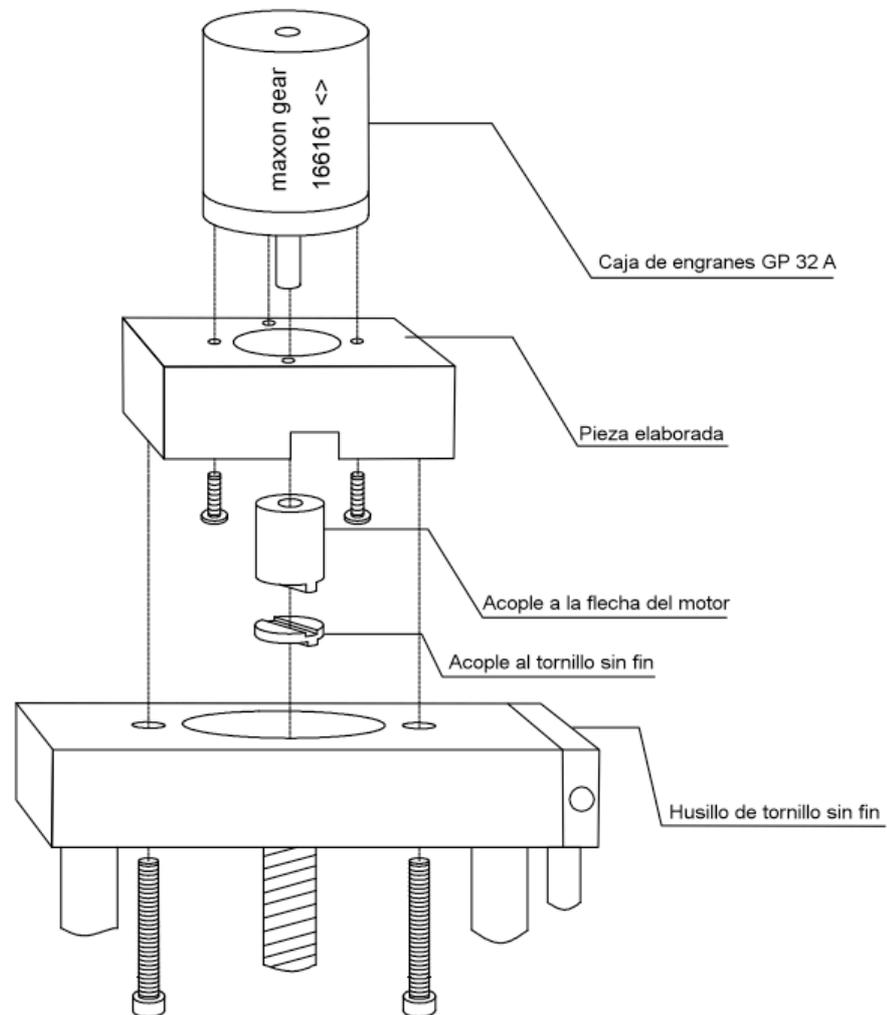


Figura 4.9: Diagrama de explosión para las piezas de la segunda y tercera articulación

### 4.3. Adaptación del controlador CompactRIO al robot TP-801

El controlador CompactRIO cuenta con la ventaja de haber sido diseñado para aplicaciones industriales, situación que lo dota de gran robustez ante cualquier ambiente en donde se encuentre. Actúa en el robot TP-801 de la siguiente manera: por medio de los módulos NI 9505 recibe las señales provenientes de los encoders y las procesa en el módulo FPGA. Éste las envía al controlador en tiempo real de su chasis en donde se realiza la ley de control. Se sigue la misma secuencia pero de manera inversa al generar las señales de control que van a cada uno de los motores y que finalmente son las que mueven al robot.

Este proceso puede verse en la Figura 4.10.

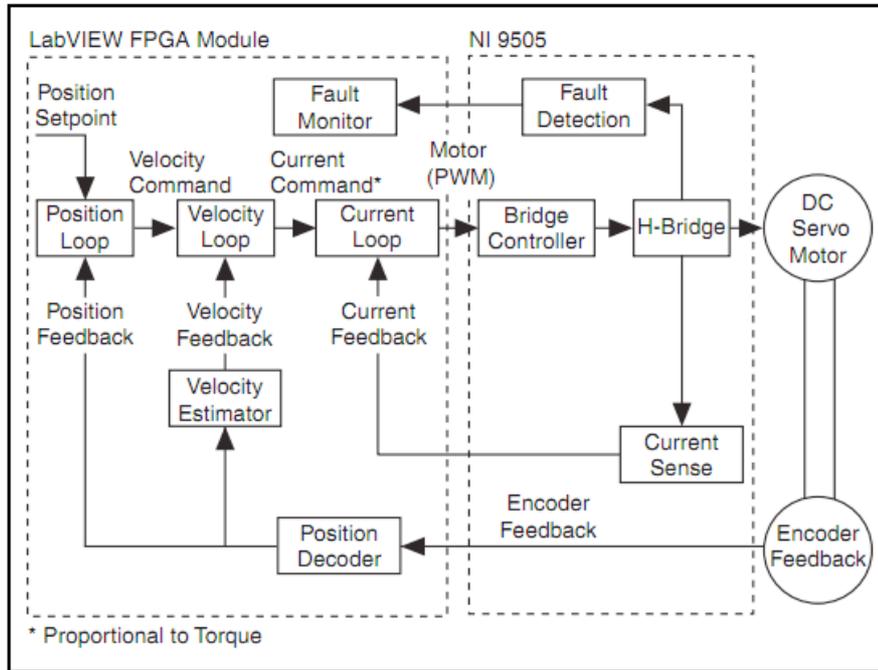


Figura 4.10: CompactRIO en el sistema del robot TP-801 (obtenida de [20])

#### 4.3.1. Conexión de los módulos NI 9505 a los motores del robot

Esta conexión es fundamental ya que los módulos NI 9505 son los encargados de adquirir y generar todos los datos que se utilizan en el control del robot.

A la fuente de 24 V se le conectan directamente cada uno de los módulos mediante los bornes C y V mostrados en la Figura 4.11. A su vez los bornes M+ y M- van conectados a las terminales de los motores.

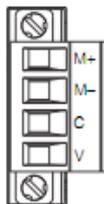


Figura 4.11: Bornes de alimentación del módulo NI 9505 (obtenida de [20])

La Figura 4.12 muestra como se conectan las terminales del motor y el encoder, una vez por cada módulo.

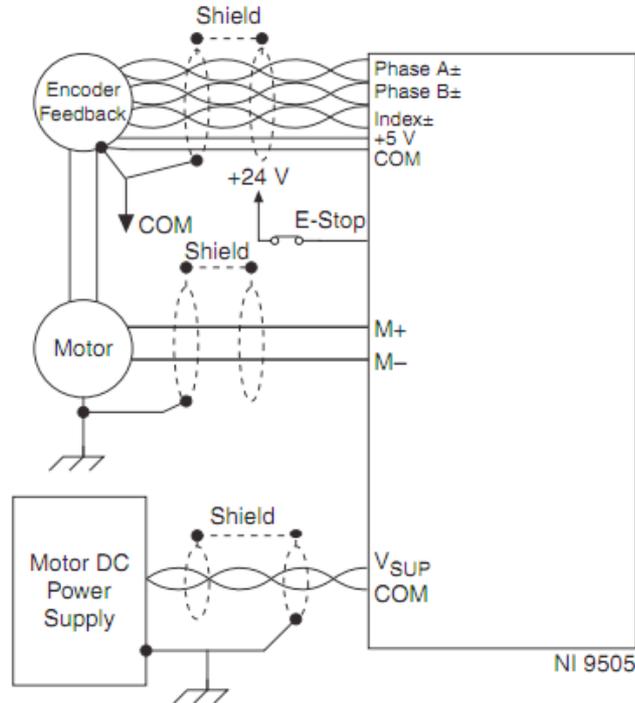


Figura 4.12: Conexiones del módulo NI 9505 (obtenida de [20])

La conexión de los encoders de cada motor al módulo implicó la construcción de tres cables que en un extremo tienen un conector DSUB macho de nueve pines como el que se muestra en la Figura 4.13 y en el otro un plug 3M 89 como se muestra en la Figura 4.14

Las correspondientes asignaciones de sus pines se muestran en la Tabla 4.1 en donde NC significa no conectado.

### 4.3.2. Conexión del módulo NI 9474 a la electroválvula 3/2

Esta conexión es sumamente sencilla. La fuente de 24 V se conecta directamente a los bornes Vsup y COM del módulo mientras que la conexión que alimenta la electroválvula 3/2 se conecta a su salida DO0 en espera de la señal que lo active.

## 4.4. Posición de *Home* del robot

La posición de *Home* es aquella a donde debe colocarse el robot antes de cualquier experimento. De esta manera se sabrá desde donde está comenzando a moverse. El robot



Figura 4.13: Conectores hembra (obtenida de [20]) y macho del módulo NI 9505



Figura 4.14: Conectores hembra y macho (obtenida de [9]) del encoder HEDS 5540

TP-801 tiene su *Home* en  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $d_2 = 19$  cm y  $d_3 = 19$  cm, cantidades que se definieron experimentalmente ya que, como se puede ver en la Figura 4.15, es en esa posición donde el robot no choca con los otros elementos de la estación de trabajo.

Una explicación detallada de lo que representan las cantidades  $\theta_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  y su relación con el movimiento del robot se darán en la Sección 4.7.

Se implementó un programa que lleva al robot a esta posición inicial ayudándose de los sensores dispuestos en sus husillos de tornillo sin fin. Como se muestra en la Figura 4.16 ambos husillos cuentan con un riel en donde se pueden montar sensores de proximidad magnéticos. A la mitad de cada husillo se encuentra un magneto que trabaja en conjunto con ellos para detectar posición.

## 4.5. Paro de emergencia

El paro de emergencia original de la estación de trabajo, además de ocupar demasiado espacio, tenía la desventaja de que sus conexiones no eran fijas ya que se trataba de equipo didáctico. En cualquier momento alguien podía desconectarlas inhabilitando el funcionamiento del botón de paro y poniendo en peligro a todo el equipo. Se decidió entonces hacer un nuevo paro que, además de detener el robot completamente ante una eventual emergencia por medio del botón rojo en forma de hongo mostrado en la Figura 4.17, cuenta con un botón adicional que ayudará a llevar al robot a la posición de Home. Al oprimir este botón de color verde se accionan los cuatro sensores de proximidad magnéticos dispues-

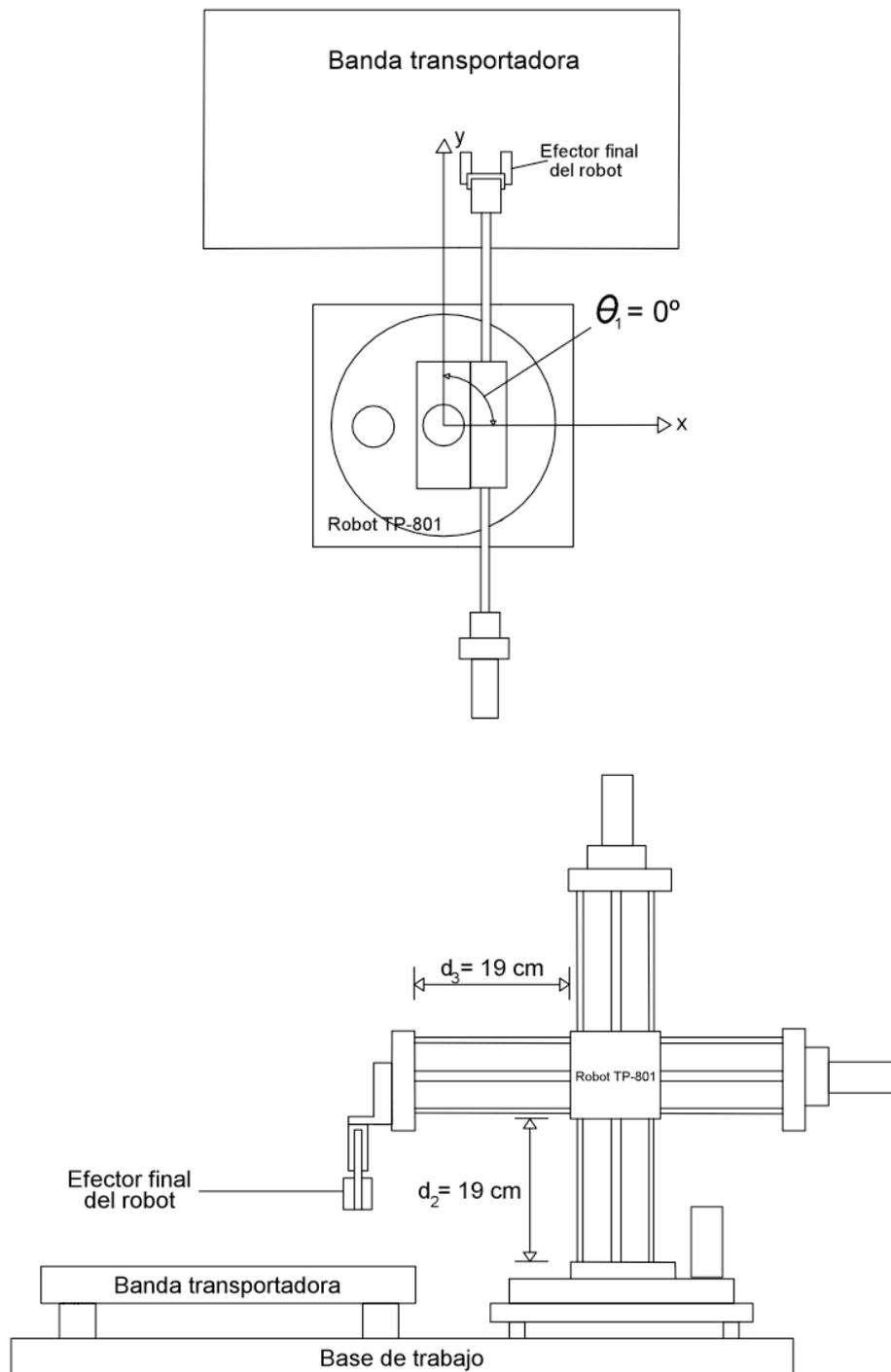


Figura 4.15: Posición de *Home* del robot TP-801

Asignación de pines	
Pin	Señal
1	Encoder Señal A
2	Encoder Señal B
3	Encoder Index
4	Paro de emergencia
5	+5 V (salida)
6	NC
7	NC
8	NC
9	Común

Tabla 4.1: Asignación de pines para la tarjeta NI 9505

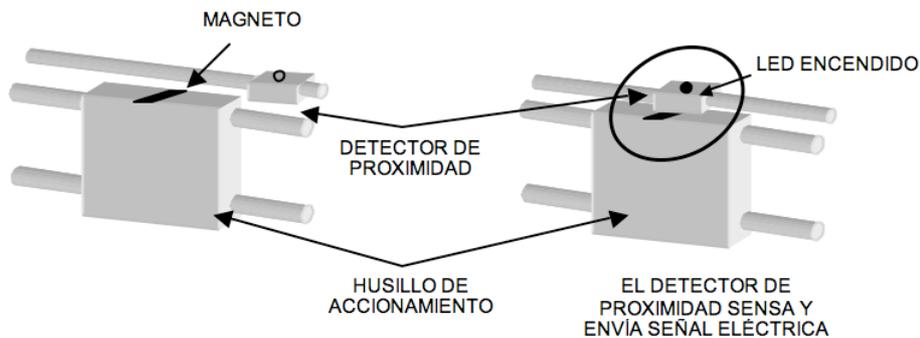


Figura 4.16: Sensor magnético montado en el husillo del robot (obtenida de [4])

tos en las articulaciones prismáticas del robot y uno en la articulación de revolución. De esta manera al llevar al robot a su posición inicial por medio de software desde cualquier posición en donde se encuentre, sus articulaciones se detendrán de manera independiente al sobrepasar sus imanes por los sensores magnéticos.

## 4.6. Puesta en marcha del robot

Una vez descritos todos los componentes necesarios para reactivar el robot se procede a explicar como es que se puso en marcha. La principal razón para adquirir las tarjetas NI 9505 fue que tratándose de un puente H completo no hace falta circuiteria externa para lograr el cambio de sentido de giro de los motores del robot y que su uso es tan simple como llegar a conectar las terminales provenientes de los encoders, las correspondientes que van



Figura 4.17: Botón de paro de emergencia

al motor y encender el CompactRIO. Además de que cuenta con protecciones internas capaces de detectar algún corto circuito e inmediatamente interrumpir el funcionamiento del módulo impidiendo un posible daño al mismo y mostrando que una falla que ha ocurrido mediante los LED's que se observan en la Figura 4.18 y donde:

1. Alimentación del módulo (verde)
2. Alimentación del motor (verde)
3. Inhabilitado (amarillo)
4. Falla (rojo)

Estos también nos indican su estatus, si esta siendo energizado correctamente o si el motor está recibiendo la señales que genera. De esta manera se procede a adquirir las

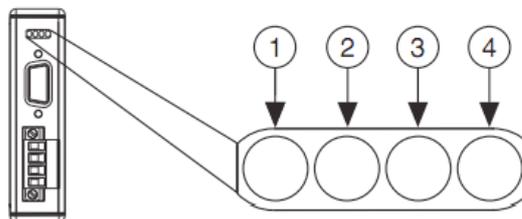


Figura 4.18: LED's del módulo NI 9505 (obtenida de [20])

señales provenientes de los encoders del motor teniendo siempre presente lo que ocurre en el módulo. El siguiente paso es saber como se deben procesar esas señales.

### 4.6.1. Adquisición y procesamiento de las señales de los encoders

Los encoders entregan indirectamente un número determinado de cuentas una vez procesados en el módulo FPGA del CompactRIO. Estas deben ser transformadas a grados y a centímetros dependiendo de que articulación se trate. Para ello se tomó el número total de cuentas que la primera articulación entrega en una vuelta completa del módulo giratorio (360 grados) y el que entregan la segunda y tercera al completar su carrera total de los tornillos sin fin. Después de hacer varias pruebas se obtuvo que para la primera el promedio de cuentas fue de 1,209,184 cuentas, para la segunda de 2,921,681 y para la tercera de 2,907,806. Para obtener  $\theta_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  que son el ángulo que gira la primera articulación y los desplazamientos de la segunda y tercer articulaciones se utilizan las siguientes ecuaciones

$$\theta_1 = \frac{(C_1)(360^\circ)}{1209184} \quad (4.1)$$

$$d_2 = \frac{(C_2 + 2921681)(27 \text{ cm})}{4151862} \quad (4.2)$$

$$d_3 = \frac{(C_3 + 2907806)(27 \text{ cm})}{4132145} \quad (4.3)$$

En donde  $C_i$ =Número de cuentas  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Los factores que están sumando a  $C_1$  y a  $C_2$  en las ecuaciones (4.2) y (4.3) corresponden al número de cuentas de la posición de Home de 19 cm para ambas (ya que físicamente el robot no puede iniciar desde 0 cm). Mientras que el factor que las está dividiendo representa el número de cuentas al que equivale 1 grado para la ecuación (4.1) y 1 cm para las ecuaciones (4.2) y (4.3). Con esto se tiene la posición exacta en donde se encontrará el robot si al inicio de cada experimento lo mandamos a *Home*. La parte de código que realiza esto se encuentra en el Apéndice D.

### 4.6.2. Generación de las señales hacia los motores

La señal de control es una señal PWM donde lo que se varía es su ciclo de trabajo respecto a ciclo de reloj del CompactRIO. Se tiene un máximo de 2000 ciclos de reloj. Si se excede esta cantidad el módulo NI 9505 entrará en fallo. Por ello se le agregó una etapa de saturación por software en donde si se excede una cantidad de 1900 ciclos de reloj, lo máximo que se podrá enviar al motor son esos mismos 1900 ciclos. La parte de código en LabVIEW que realiza esto se encuentra en el Apéndice D.

### 4.6.3. Sentido de giro de los motores

Tratándose de un puente H, solo hay que indicarle por software al módulo NI 9505 si la referencia en el programa de control es mayor o menor que el valor leído para que cambie el sentido de giro del motor en sentido horario o en sentido antihorario como se muestra en la Figura 4.19 en donde CW es sentido horario (clockwise) y CCW es sentido antihorario (counterclockwise). La parte de código que hace esto se muestra en el Apéndice D.

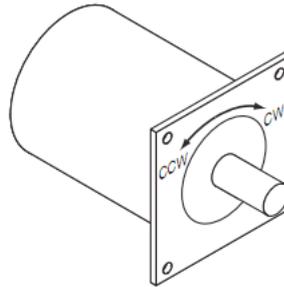


Figura 4.19: Sentido de giro horario y antihorario del motor (obtenida de [20])

### 4.6.4. Finales de carrera por software

Para proteger los motores se implementaron finales de carrera por software. Si alguna de las articulaciones salen fuera del rango de estos, se envía una señal al paro de emergencia del módulo NI 9505 haciendo que el robot se detenga. Estos rangos se muestran en la Tabla 4.2.

El código encargado de realizar esto se muestra en el Apéndice D.

Finales de carrera		
Articulación	Variable	Rango
1	$\theta_1$	-50 - 180°
2	$d_2$	0.5 - 26.5 cm
3	$d_3$	5.7 - 31.5 cm

Tabla 4.2: Finales de carrera por software

Una vez realizada la instrumentación y las mediciones necesarias para rehabilitar al robot TP-801 se observa que ya podemos obtener del equipo lo necesario para controlarlo: la posición de cada una de sus articulaciones y la señal de control PWM que hará que estas se muevan. Pasamos pues a obtener las herramientas matemáticas que nos permitan realizar el control de posición.

## 4.7. Análisis cinemático del robot TP-801

En el estudio de los manipuladores el problema de la cinemática directa es planteado de la siguiente manera: dada la posición y orientación de cada una de las articulaciones del robot, encontrar la posición y orientación del efector final. Caso contrario es el de la cinemática inversa: dadas la posición y orientación del efector final, encontrar las correspondientes de cada una de las articulaciones.

### 4.7.1. Cinemática directa

Tomando en cuenta el algoritmo desarrollado por Denavit y Hartenberg [22] se puede plantear una asignación de sistemas de referencia como se muestra en la Figura 4.20 y generar la tabla de parámetros indicada a continuación

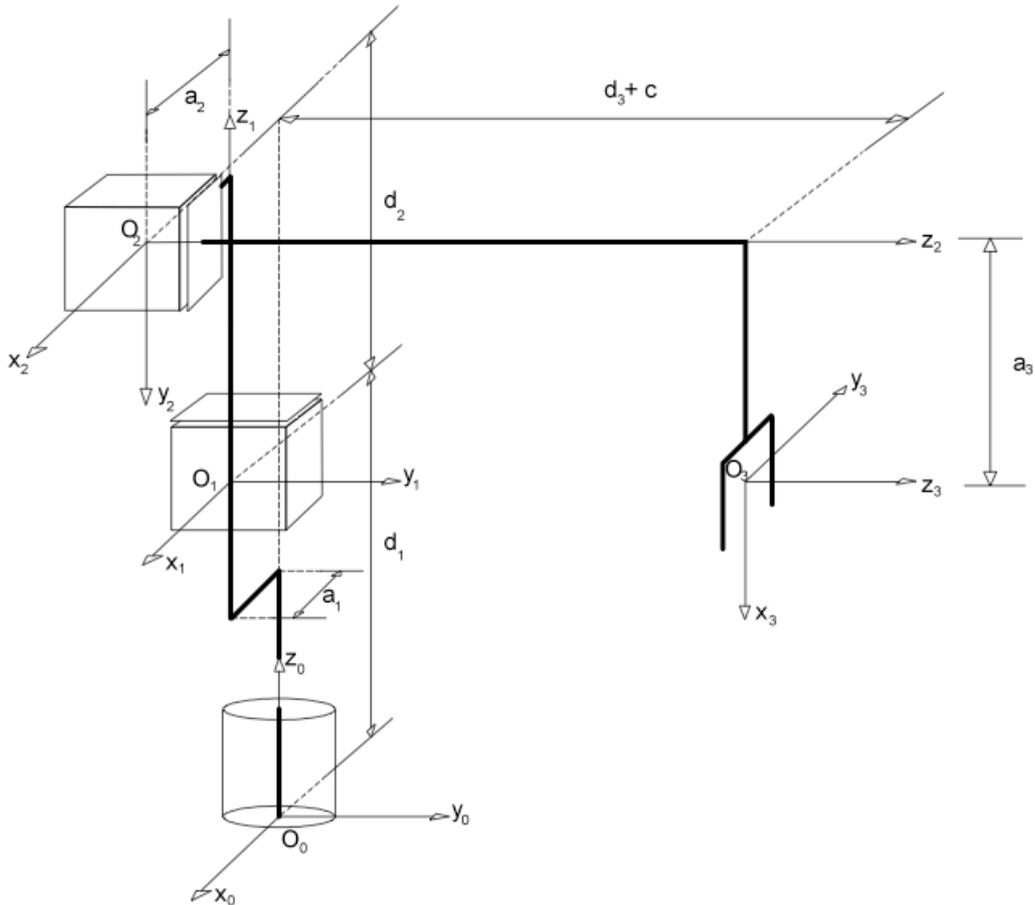


Figura 4.20: Configuración del robot TP-801

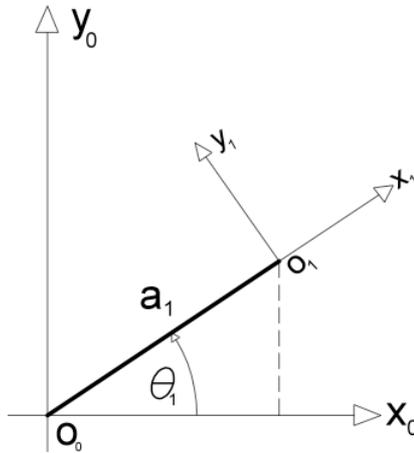


Figura 4.21: Relación entre los sistemas de referencia 0 y 1

Articulación	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$a_1$	$0^\circ$	$d_1$	$\theta_1^*$
2	$a_2$	$-90^\circ$	$d_2^*$	$0^\circ$
3	$a_3$	$0^\circ$	$d_3^*$	$0^\circ$

Tabla 4.3: Parámetros de Denavit-Hartenberg

donde (\*) indica cantidades variables.

Utilizando la notación  $c_1 = \cos \theta_1$  y  $s_1 = \sin \theta_1$ , al analizar la Figura 4.21 y siguiendo la convención de transformaciones homogéneas de Denavit-Hartenberg las matrices que relacionan al sistema de referencia  $O_{i-1}$  con el sistema de referencia  $O_i$  para  $i = 0, 1, 2, 3$  son

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 + c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

y finalmente, la matriz de transformación homogénea que relaciona al sistema  $O_0$  con  $O_3$  del robot TP-801 es

$${}^0T_3 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \quad (4.7)$$

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -c_1 & -s_1 & a_1c_1 + a_2c_1 - (d_3 + c)s_1 \\ 0 & -s_1 & c_1 & a_1s_1 + a_2s_1 + (d_3 + c)c_1 \\ -1 & 0 & 0 & d_1 - a_3 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Es importante señalar que la cuarta columna de esta matriz nos indica la posición del efector final del robot. Es decir, las coordenadas  $(P_x, P_y, P_z)$  en cada punto de su espacio de trabajo son

$$P_x = a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_1 - (d_3 + c) \sin \theta_1 \quad (4.9)$$

$$P_y = a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \theta_1 + (d_3 + c) \cos \theta_1 \quad (4.10)$$

y finalmente

$$P_z = d_1 - a_3 + d_2 \quad (4.11)$$

Para utilizar estas ecuaciones sólo en función de las variables  $\theta_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  se debe considerar las dimensiones del robot. Con ello los parámetros de D-H quedan como se muestra en la Tabla 4.4.

Por otro lado, la orientación del efector final está indicada por la matriz de  $3 \times 3$  formada por las 3 primeras filas y columnas de la matriz  ${}^0T_3$ . En el caso de este robot el efector final es una pinza rígida que nunca cambia su orientación respecto al eje  $z_0$ .

Articulación	$a_i$ [cm]	$\alpha_i$	$d_i$ [cm]	$\theta_i$
1	2	$0^\circ$	12.8	$\theta_1^*$
2	3	$-90^\circ$	$d_2^*$	$0^\circ$
3	11.8	$0^\circ$	$d_3^*$	$0^\circ$

Tabla 4.4: Valores numéricos de los parámetros de D-H

### 4.7.2. Cinemática inversa

Considerando la Figura 4.22, el ángulo que se forma entre el eje  $x_0$  y el segmento  $r$  es

$$\varphi = \text{atan2}(P_x, P_y) \quad (4.12)$$

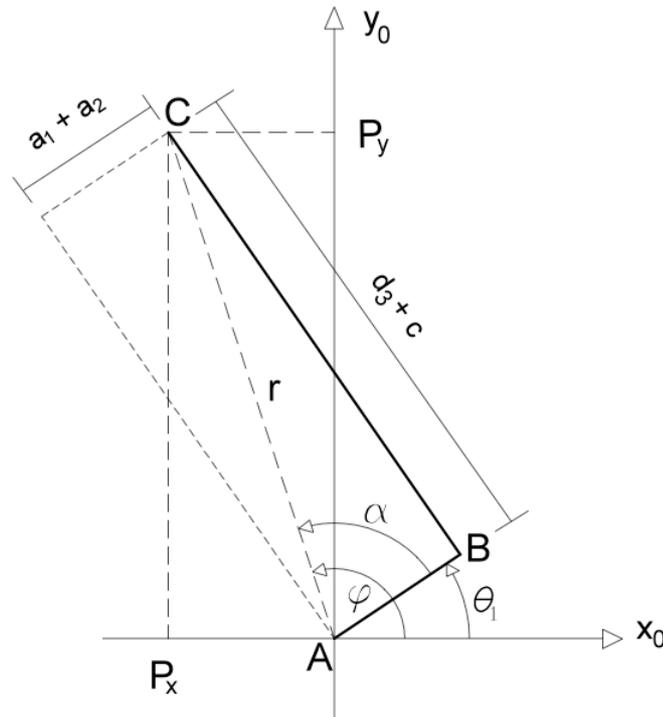


Figura 4.22: Esquema de la vista superior del robot TP-801

Considerando ahora el triángulo formado por los vértices  $ABC$ , el ángulo entre los lados  $AB$  y  $AC$  es

$$\alpha = \text{atan2}(D, \pm\sqrt{1 - D^2}) \quad (4.13)$$

en donde

$$D = \cos \alpha = \frac{a_1 + a_2}{r} = \frac{a_1 + a_2}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \quad (4.14)$$

De la Figura 4.22 vemos que

$$\theta_1 = \varphi - \alpha \quad (4.15)$$

Entonces el ángulo  $\theta_1$  respecto a las coordenadas  $P_x$  y  $P_y$  es

$$q_1 = \theta_1 = \text{atan2}(P_x, P_y) - \text{atan2}(D, \pm\sqrt{1 - D^2}) \quad (4.16)$$

Ahora bien, si se considera la Figura 4.20 y la ecuación 4.11 es evidente que la ecuación que proporciona el desplazamiento  $d_2$  respecto a la coordenada  $P_z$  se expresa como

$$q_2 = d_2 = P_z - d_1 + a_3 \quad (4.17)$$

Finalmente y usando el teorema de Pitágoras se tiene que

$$r^2 = (d_3 + c)^2 + (a_1 + a_2)^2 \quad (4.18)$$

entonces

$$P_x^2 + P_y^2 = (d_3 + c)^2 + (a_1 + a_2)^2 \quad (4.19)$$

y despejando  $d_3$

$$q_3 = d_3 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - (a_1 + a_2)^2} - c \quad (4.20)$$

En este caso se utiliza la notación  $(q_1, q_2, q_3)$  por comodidad ya que los algoritmos de control generalmente se expresan en función de éstas variables. Lo que interesa en control de robots es encontrar las ecuaciones de cinemática inversa ya que las trayectorias se planean habitualmente en el espacio cartesiano  $(x, y, z)$ . Es por ello que una vez obtenidos los polinomios en términos de coordenadas cartesianas es necesario transformarlos a coordenadas articulares  $(q_1, q_2, q_3)$  por medio de las ecuaciones (4.16), (4.17) y (4.20).

## 4.8. Control de posición del robot TP-801

El problema de control de robots manipuladores consiste en determinar las entradas de las articulaciones del robot requeridas para que el efector final ejecute un movimiento determinado. En este caso las entradas a los actuadores es el voltaje aplicado a los motores y el movimiento está determinado como una trayectoria continua dada por polinomios.

### 4.8.1. Obtención de la Función de Transferencia

La función de transferencia que relaciona el voltaje de armadura  $v(t)$  con la posición en radianes  $\theta_m(t)$  del rotor de un motor de corriente directa [22] es

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{s[(Ls + R)(J_m s + B_m) + K_b K_m]} \quad (4.21)$$

En donde se definen los siguientes parámetros

- $K_m$ : constante de torque
- $L$ : inductancia de armadura
- $R$ : resistencia de armadura
- $J_m/B_m$ : constante de tiempo mecánica
- $1/K_b$ : constante de velocidad

Para los tres motores estos parámetros se obtuvieron de las hojas de especificaciones del los motores en el apéndice B y se muestran en la Tabla 4.5.

Parámetro	Valor	Unidades
$K_m$	0.0461	$\frac{\text{Nm}}{\text{A}}$
$L$	0.000953	H
$R$	7.17	$\Omega$
$J_m/B_m$	0.0148	s
$1/K_b$	207	$\frac{\text{rpm}}{\text{V}}$

Tabla 4.5: Valores de los parámetros para la Función de Transferencia

Una vez sustituidos los parámetros y haciendo las correspondientes operaciones, la ecuación (4.21) queda como

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{0.0461}{s(0.0000141044s^2 + 0.107069s + 7.17022)} \quad (4.22)$$

Normalizando esta ecuación tenemos

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{0.0064293}{s(0.000001966s^2 + 0.0149324s + 1)} \quad (4.23)$$

Una buena aproximación del modelo anterior es

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{0.0064293}{s(0.0149324s + 1)} \quad (4.24)$$

La ecuación 4.24 es la función de transferencia de la planta a controlar y tiene la forma

$$G_P(s) = \frac{K}{s(s + \frac{1}{\tau})} \quad (4.25)$$

Una vez que se ha obtenido el modelo del sistema se procederá a controlarlo. La función de transferencia de un sistema de control retroalimentado es

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_C G_P}{1 + G_C G_P} \quad (4.26)$$

Donde  $G_C$  es la función de transferencia del controlador y  $G_P$  es la función de transferencia de la planta a controlar. Para el robot TP-801 se hizo un control independiente para cada articulación

### 4.8.2. Control PD

Ya que por naturaleza el sistema cuenta con un integrador en su función de transferencia se diseñará un controlador que involucre solamente las acciones proporcional y derivativa: el control PD. Este tipo de control es adecuado para aplicaciones que no requieren movimientos muy rápidos y especialmente en robots con reducción de engranajes muy alta entre los actuadores y las articulaciones como es el caso del robot TP-801.

La función de transferencia del controlador PD en el dominio de Laplace es

$$G_C(s) = K_D s + K_P \quad (4.27)$$

La función de transferencia en lazo cerrado del sistema con controlador PD se puede obtener sustituyendo las ecuaciones (4.25) y (4.27) en (4.26).

$$G_{PD}(s) = \frac{K K_D (s + \frac{K_P}{K_D})}{s^2 + (\frac{1}{\tau} + K K_D) s + K K_P} \quad (4.28)$$

Entonces, para diseñar el controlador PD es necesario encontrar los valores de  $\omega_n$  y  $\xi$  de la ecuación general de sistemas de segundo orden

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.29)$$

Así se llega a dos ecuaciones con dos incógnitas de la forma

$$2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau} + KK_D \quad (4.30)$$

$$\omega_n^2 = KK_P \quad (4.31)$$

De esta manera los polos de este sistema en lazo cerrado se pueden ubicar de manera aleatoria, teniendo así una amplia libertad para cumplir con requisitos de desempeño aceptables. Para el robot TP-801 se va a diseñar una respuesta transitoria con valores muy bajos. Por ejemplo el sobrepaso máximo se fija en  $\%OS = 5\%$  y un tiempo de asentamiento  $t_s = 0.8[s]$ , entonces utilizando la ecuación

$$\xi = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln(\%OS/100)]^2}} \quad (4.32)$$

Sustituyendo los valores correspondientes se tiene que

$$\xi = 0.953 \quad (4.33)$$

Y el tiempo de asentamiento

$$\omega_n = \frac{4}{t_s\xi} = \frac{4}{(0.953)(0.8)} = 5.246 \quad (4.34)$$

Si se sustituyen estos valores y los de la planta en las ecuaciones (4.30) y (4.31), se obtiene

$$K_P = \frac{\omega_n^2}{K} = \frac{(5.246)^2}{0.4305} = 63.926 \quad (4.35)$$

$$K_D = \frac{2\xi\omega_n - \frac{1}{\tau}}{K} = \frac{10 - 0.01493}{0.4305} = 23.194 \quad (4.36)$$

Con lo que se obtienen las ganancias  $K_P$  y  $K_D$  respectivas para el controlador PD.

### 4.8.3. Interpolación de trayectorias

Se discute ahora el problema de generar trayectorias suaves en el espacio articular del robot. Por trayectoria nos referimos a la historia en el tiempo de posiciones, velocidades y, si es necesario, aceleraciones de articulación.

Suponiendo que en el tiempo  $t_i$  la  $n$ -ésima variable de articulación satisface

$$q_n(t_i) = q_i \quad (4.37)$$

$$\dot{q}_n(t_i) = 0$$

$$\ddot{q}_n(t_i) = 0$$

y se quiere que llegue a los valores en  $t_f$

$$q_n(t_f) = q_f \quad (4.38)$$

$$\dot{q}_n(t_f) = 0$$

$$\ddot{q}_n(t_f) = 0$$

una manera de generar trayectorias suaves es con una función polinomial de  $t$ . Como se tienen seis restricciones a satisfacer dadas por (4.37) y (4.38) se requiere un polinomio con seis coeficientes independientes que satisfagan estas restricciones. Entonces, se considera una trayectoria de quinto orden de la forma

$$q(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0 \quad (4.39)$$

y se toma su primera y segunda derivada

$$\dot{q}(t) = 5a_5t^4 + 4a_4t^3 + 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1 \quad (4.40)$$

$$\ddot{q}(t) = 20a_5t^3 + 12a_4t^2 + 6a_3t + 2a_2 \quad (4.41)$$

Como ya se especificó en (4.37) y (4.38) se debe considerar que al inicio y al final de cada segmento de trayectoria la velocidad y la aceleración del efector final del robot sean cero. Con ello se garantiza que se detendrá completamente en cada punto que se especifique. Así pues se puede formar un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas que al resolverlo arrojará los coeficientes  $a_5, a_4, a_3, a_2, a_1$  y  $a_0$  necesarios para construir los polinomios que formaran la trayectoria final del robot. En forma matricial este sistema de ecuaciones es

$$\begin{bmatrix} t_i^5 & t_i^4 & t_i^3 & t_i^2 & t_i & 1 \\ 5t_i^4 & 4t_i^3 & 3t_i^2 & 2t_i & 1 & 0 \\ 20t_i^3 & 12t_i^2 & 6t_i & 2 & 0 & 0 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_i \\ 0 \\ 0 \\ q_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

La solución de este sistema es

$$a_5 = \frac{6q_f}{(t_f - t_i)^5} - \frac{6q_i}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.43)$$

$$a_4 = \frac{q_i(15t_f + 15t_i)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_f(15t_f + 15t_i)}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.44)$$

$$a_3 = \frac{q_f(10t_f^2 + 40t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_i(10t_f^2 + 40t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.45)$$

$$a_2 = \frac{30q_i t_f t_i (t_f + t_i)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{30q_f t_f t_i (t_f + t_i)}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.46)$$

$$a_1 = \frac{30q_f t_f^2 t_i^2}{(t_f - t_i)^5} - \frac{30q_i t_f^2 t_i^2}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.47)$$

$$a_0 = \frac{q_i t_f^3 (t_f^2 - 5t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_f t_i^3 (10t_f^2 - 5t_f t_i + t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} \quad (4.48)$$

Entonces, cada instante de tiempo  $t$  del experimento se estará evaluando en un polinomio formado por los coeficientes  $a_5$ - $a_0$ . Lo único que se tiene que especificar son la posición inicial  $q_i$  y la posición final  $q_f$  del espacio de trabajo a donde se quiere que llegue el efector final del robot. El conjunto de polinomios que sigan una secuencia respetando que la  $q_f$  del antecedente sea la  $q_i$  del consecuente formará una trayectoria suave y continua que servirá de referencia para controlar el robot TP-801.

#### 4.8.4. Obtención de las trayectorias

Si nos remitimos a la Figura 2.1 del Capítulo 2 vemos que la trayectoria que seguía la pieza de trabajo era muy limitada además de que era la única que podía realizar el robot debido a la posición de sus sensores y a las características propias del control lógico de procesos. En la estación modernizada estas limitantes son anuladas ya que el robot se puede mover a cualquier punto en su espacio de trabajo con tan solo indicarlo en el programa mostrado en LabVIEW mostrado en el Apéndice D. En este caso, lo que interesa es que transporte la pieza por los mismos lugares que lo hacía cuando era activado con el PLC FPC 404 pero ahora monitoreando la posición de cada una de sus articulaciones en cada instante de tiempo y controlando estas mediante el controlador PD obtenido anteriormente.

Los puntos principales de la estación por donde se requiere que pase el efector final del robot TP-801 al transportar la pieza de trabajo se indican en la Figura 4.23 y en la Tabla

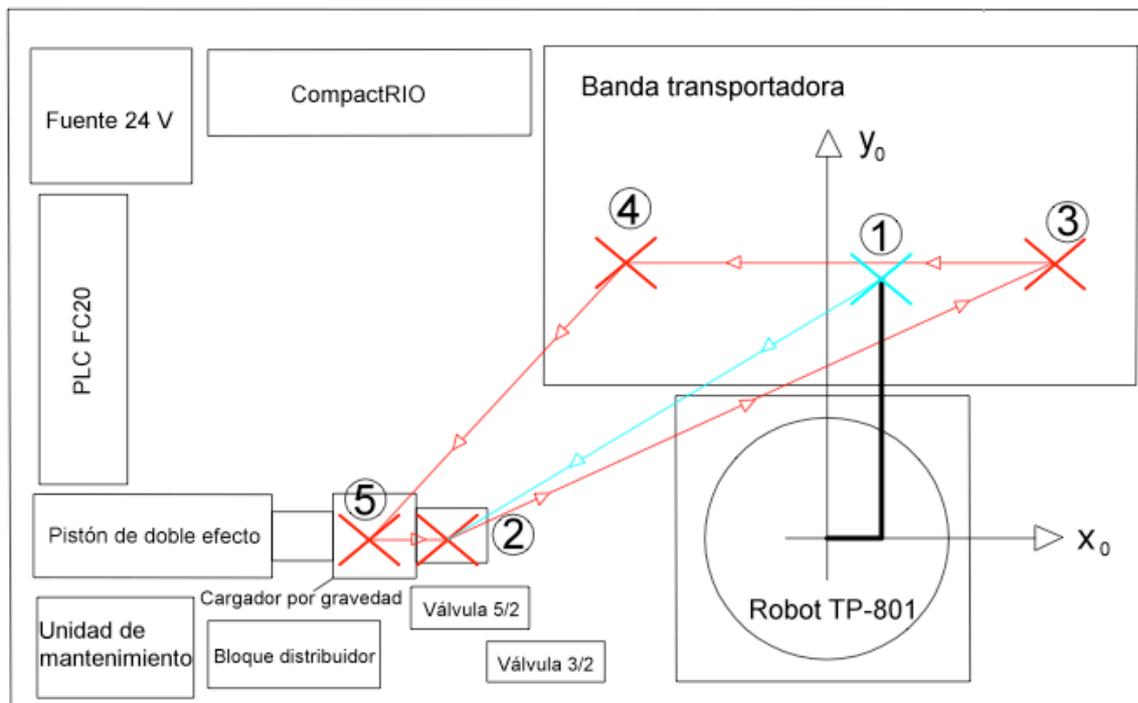


Figura 4.23: Seguimiento de trayectoria para la primera articulación

Puntos principales de la estación			
Punto	Posición	$P_i(P_x, P_y, P_z)$	$Q_i(q_1, q_2, q_3)$
1	<i>Home</i>	$P_1(4.9, 23.8, 20)$	$Q_1(0, 19, 19)$
2	Parte inferior del cargador	$P_2(-25.5, 0, 2.2)$	$Q_2(101, 1.2, 20.2)$
3	Inicio de la banda	$P_3(18.2, 27.3, 10.2)$	$Q_3(-25.5, 9.2, 27.6)$
4	Fin de la banda	$P_4(-14.4, 29.2, 11.5)$	$Q_5(34.9, 10.5, 27.4)$
5	Parte superior del cargador	$P_5(-34.4, 0, 25.5)$	$Q_5(98.2, 24.5, 29.2)$

Tabla 4.6: Puntos principales de la estación por donde pasa la pieza de trabajo

4.6 en donde las unidades de las coordenadas cartesianas  $P_i(P_x, P_y, P_z)$  están expresadas en centímetros y las coordenadas  $Q_i(q_1, q_2, q_3)$  están expresadas en grados para  $q_1$  y en centímetros para  $q_2$  y  $q_3$  con  $i = 1, \dots, 5$ .

Existen puntos intermedios que forman polinomios que ayudan al robot a sortear los componentes de la estación de trabajo pero se omiten ya que, por comodidad, el análisis solo se está haciendo en el plano  $x_0 - y_0$ .

La descripción de los puntos de la Figura 4.23 se da a continuación:

1. El robot parte de la posición de *Home*
2. El robot toma la pieza de la parte inferior del cargador por gravedad
3. El robot coloca la pieza al inicio de la banda frente a su sensor de proximidad óptico
4. El robot toma la pieza al final de la banda
5. El robot coloca la pieza en la parte superior del cargador por gravedad y la deja caer.

Una vez terminadas estas acciones, el proceso continua desde el punto 2.

#### 4.8.5. Panel frontal de la aplicación

Todos los elementos anteriores forman parte de la aplicación en LabVIEW que tiene como una parte del panel frontal la mostrada en la Figura 4.24. Al iniciar el Instrumento Virtual (VI en inglés) principal, el indicador llamado “tiempo del experimento” comienza a correr y en los correspondientes de “valor deseado” y “valor leído” se observan los valores de los polinomios evaluados en cada instante de tiempo y de la posición leída para cada articulación respectivamente. También hay una opción para activar el robot en forma manual y otra para modificar las ganancias del controlador PD o bien, agregar una acción integral I.

Más detalles de este panel frontal así como su continuación se dan en el Apéndice D.

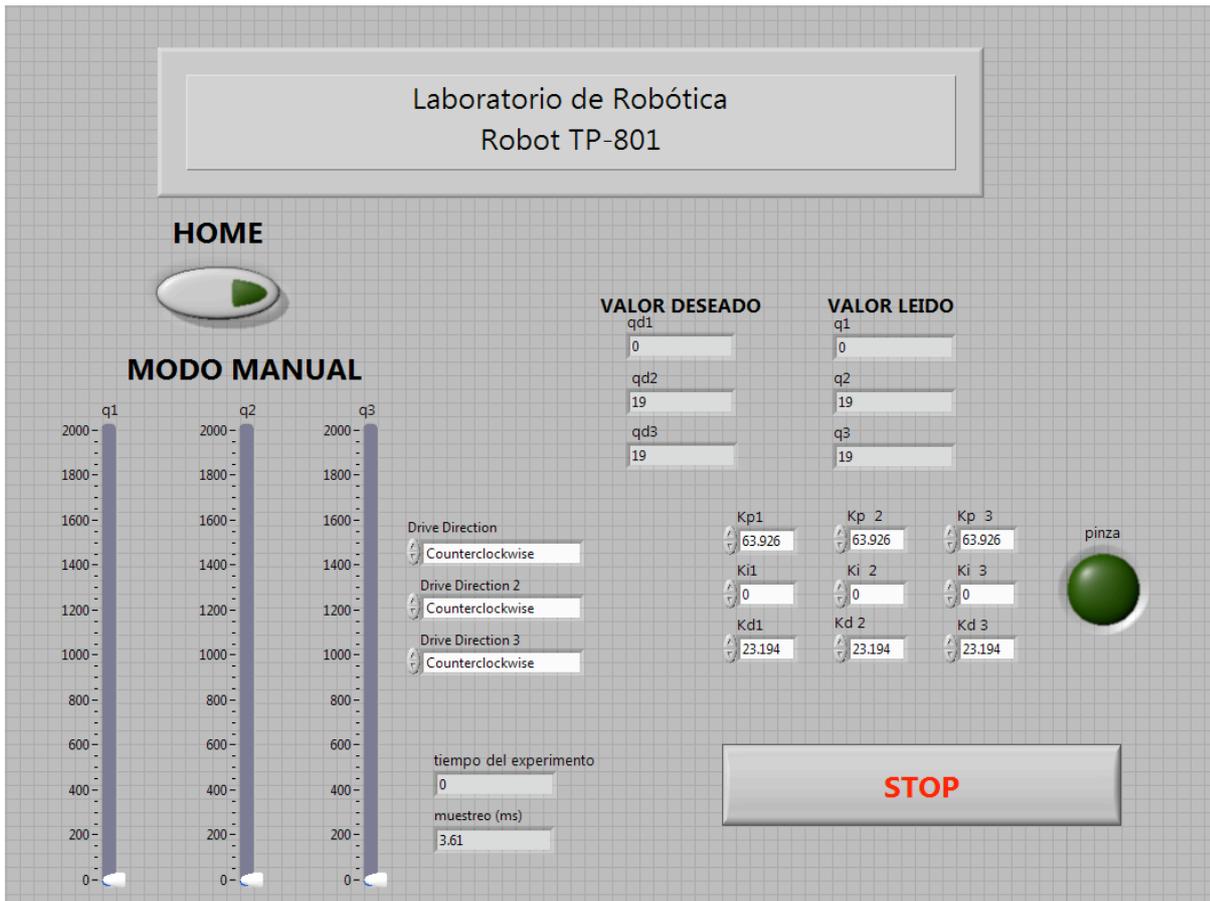


Figura 4.24: Panel frontal de la aplicación

#### 4.8.6. Resultados experimentales

Ya se obtuvo el valor de las ganancias necesarios para hacer un control PD del robot así como el conjunto de trayectorias que ha de seguir dentro de su espacio de trabajo. Los resultados del seguimiento de estas trayectorias se muestran en las Figuras 4.25, 4.26, 4.27.

Por comodidad en cuanto a la duración del experimento se tomaron las gráficas desde que el robot parte de *Home* hasta que toma la pieza al final de la banda. Así pues, se tienen posiciones que podrían considerarse “críticas” que son cuando el robot toma y coloca la pieza. Vemos que para la primera articulación el seguimiento es bueno mientras que para la segunda y la tercera no pasa lo mismo. Aún así, en las posiciones indicadas el error no es lo suficientemente grande. De lo contrario el robot no podría tomar la pieza y aún más, intentar llegar a ella de una forma inadecuada lo dañaría ya que tratándose el efector final de una pieza rígida y orientada en una sólo dirección si éste no es detenido oportunamente sus articulaciones se doblarían.

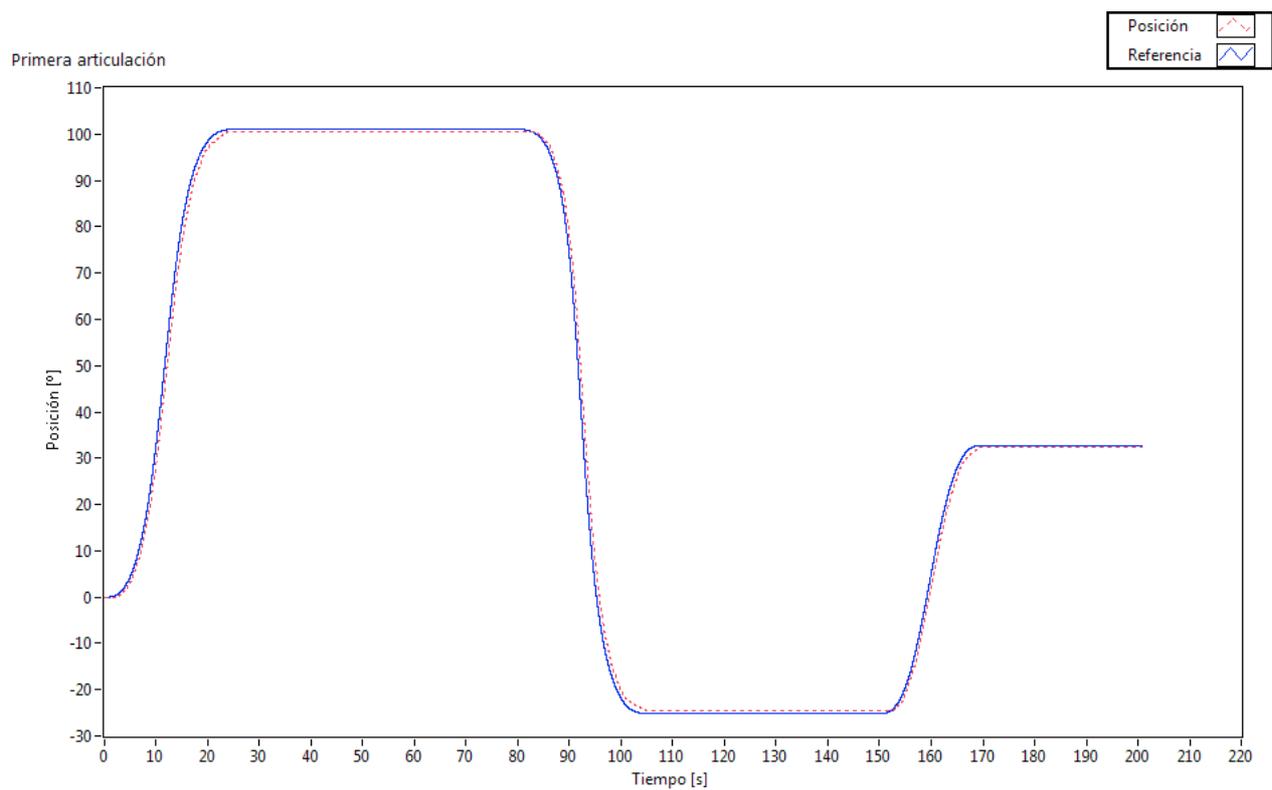


Figura 4.25: Seguimiento de trayectoria para la primera articulación

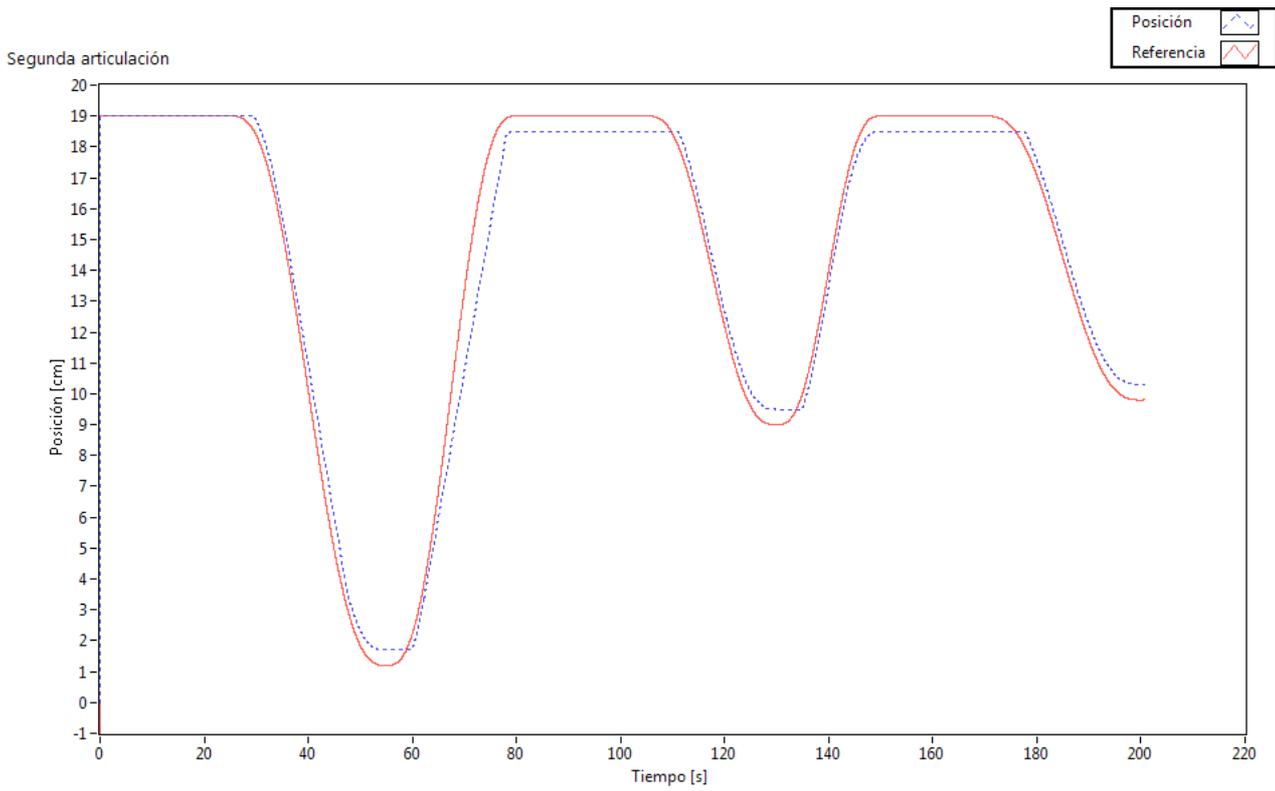


Figura 4.26: Seguimiento de trayectoria para la segunda articulación

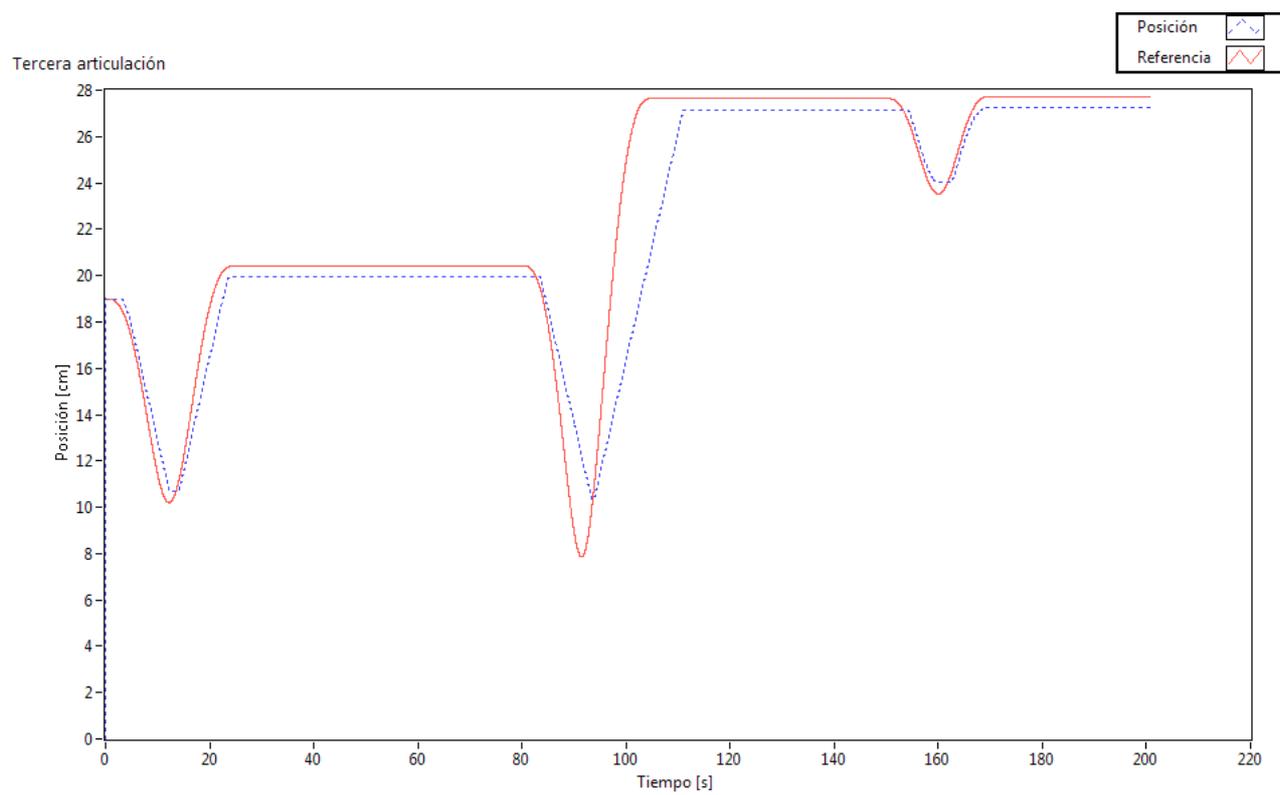


Figura 4.27: Seguimiento de trayectoria para la tercera articulación

Se tiene así un seguimiento de trayectoria aceptable en general ya que el robot se acerca a las posiciones deseadas cumpliendo con transportar la pieza de trabajo además de que no choca con los objetos distribuidos en la estación.