



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CONTROL BASADO EN
PASIVIDAD DE UN
MICROACTUADOR
ELECTROSTÁTICO

TESIS

PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO ELÉCTRICO-ELÉCTRICO

PRESENTA:

SALVADOR GÓMEZ MOYA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PAUL R. MAYA ORTIZ



JULIO 2012

**CONTROL BASADO EN
PASIVIDAD DE UN
MICROACTUADOR
ELECTROSTÁTICO**

Dedicatoria

El ingeniero José Mariano Jiménez, graduado del Real Seminario de Minas en 1804, se unió a las fuerzas independentistas de Hidalgo como director de artillería, donde obtendría el grado de coronel. El 26 de julio de 1811 fue fusilado junto con Allende y otros insurgentes. Su cabeza fue expuesta a lado de las de Hidalgo y Allende para escarmentar a la población. En 2010, los restos de Jiménez y otros héroes patrios fueron llevados al Palacio Nacional para ser exhibidos con motivos del Bicentenario de la Independencia.

Dedico esta tesis a todos los ingenieros que han perdido la cabeza por una buena causa.

La Pasividad es la Ley de la vida.

Dr. Gerardo Espinosa

*Esos ejemplos permitieron que un bibliotecario
de genio descubriera la ley fundamental
de la Biblioteca (el Universo).*

Jorge Luis Borges en *Ficciones*

Agradecimientos

Si creyera en Dios agradecería a Dios; como no es así, detallo a continuación las personas e instituciones que me han ayudado a lograr este trabajo de tesis, que más que un texto, es la consecución de muchos años de estudio:

A mi madre, pues de ella aprendí a decir «Sí» a las oportunidades y *luego* arreglármelas.

A mi padre, pues de él aprendí que el trabajo diario y silencioso es tan importante como el llamativo y ostentoso.

A mis hermanas, pues siempre es más fácil recorrer un camino que ya ha sido iluminado por otros.

A la familia, pues.

Al Dr. Paul Maya, por haber confiado ciegamente en mi trabajo.

Al jurado, que ha enriquecido con sus comentarios esta tesis.

A la Facultad de Ingeniería, pues estoy seguro que de haber estudiado en otra institución, quizá sería igual un profesional, pero mucho menos ser humano.

A los amigos, pues estoy convencido de que esta es una carrera en equipo, y de que va más allá de salones de clases.

A la UNAM, pues.

Índice general

1. Introducción	11
1.1. Objetivos	12
1.2. Descripción de la tesis	12
1.3. Estado del arte	13
2. El sistema	15
2.1. El actuador electrostático	15
2.1.1. El fenómeno de <i>Pull-in</i>	16
2.1.2. Ecuaciones normalizadas	17
3. El control	21
3.1. Control Basado en Pasividad	21
3.2. Metodología SIDA-PBC	22
3.3. Demostración de estabilidad	26
4. El simulador	29
4.1. El panel frontal	30
4.2. Simulación en lazo abierto	32
4.3. Simulación con SIDA-PBC	33
5. Resultados y conclusiones	39
5.1. Espectativas a futuro	40
A. Diagrama de bloques	41

Índice de figuras

2.1. Actuador electrostático de placas paralelas [4].	16
4.1. Ejecutable donde se muestra el panel frontal del simulador. . .	30
4.2. Panel frontal reducido.	31
4.3. Simulación en lazo abierto con $u = 0$	32
4.4. Simulación en lazo abierto con $u = 0,8$	33
4.5. Simulación en lazo abierto con $u = 1$	34
4.6. Simulación en lazo abierto con $u = 1,1$	35
4.7. Posición en 0.8 con SIDA-PBC.	36
4.8. Posición en 0.66 con SIDA-PBC.	36
4.9. Posición en 0.2 con SIDA-PBC.	37
4.10. Posición en 0.2 con con parámetros en $r_3 = -5$ y $\gamma_2 = 5$	37
4.11. Comparación de las simulaciones en a) LabVIEW y b) Matlab .	38
A.1. Diagrama de bloques principal.	41
A.2. Diagrama de bloques del sub-vi.	42

Glosario

$f(x, t)$	Sistema descrito por sus ecuaciones diferenciales dinámicas.
u	Ley de control
g	Matriz que multiplica al vector de control en sistemas del tipo $\dot{x} = f(x) + g(x)u$.
g^\perp	Matriz cuyas filas son ortogonales a las columnas de g , tal que $g^\perp g = 0$; se le conoce como aniquilador izquierdo de g .
H_d	Función de energía deseada, en este caso también es el Hamiltoniano del sistema.
∇H_d	Gradiente de H_d .
$\nabla^2 H_d$	Hessiano del sistema.
F_d	Representa las estructura deseada de interconexión y amortiguamiento.
F_d^\top	Transpuesta de F_d .
x^*	Puntos de equilibrio del sistema.
r_3	Parámetro que sirve como grado de libertad para lograr 3.3 .

Capítulo 1

Introducción

La asignatura de Control de sistemas no lineales (CSNL) de la Facultad de Ingeniería (FI) de la UNAM, cuenta en su plan de estudios con temas que por sí solos requerirían de cursos completos para su entero entendimiento. Esta tesis nació de la necesidad de sintetizar uno de esos temas, el de Control basado en pasividad, el cual es una línea de investigación ampliamente conocida en el área de Control de la FI.

Motivado por lo anterior, se hizo pertinente el uso de los sistemas microelectromecánicos, en particular del actuador electrostático, pues su dinámica, dada por tres ecuaciones diferenciales, nos ofrece ventajas de las que nos serviremos para explicar las características del control antes mencionado.

El actuador electrostático consta de dos placas paralelas, una de las cuales es móvil. Esta placa tiene cierta distancia libre para moverse; sin embargo, estos sistemas tienen también una característica especial llamada *pull-in*, en la cual la placa móvil sólo puede ser controlada cierta distancia, después de la cual la placa colapsa. Con el control SIDA-PBC lograremos controlar la distancia completa.

Otro aspecto importante a destacar, es que las simulaciones realizadas en esta tesis fueron hechas por entero con el software LabVIEW de National Instruments, pues esta Facultad cuenta con un convenio con la empresa texana; así pues, el estudiante de la FI no tendrá ningún inconveniente en reproducir las simulaciones.

En favor del uso de LabVIEW debemos agregar que ofrece al usuario una interfaz gráfica amigable y visualmente atractiva: el alumno podrá manipular datos (voltajes, parámetros, tiempos) y controles (perillas, botones) y así verá en gráficas el comportamiento del sistema ante estos cambios. El

programa se podrá usar intuitivamente, aunque en el Capítulo 5 se da una explicación detallada de cómo usarlo. En el anexo se hablará brevemente de cómo construir este tipo de programas.

1.1. Objetivos

La presente tesis pretende ser una herramienta para facilitar la comprensión del llamado Control Basado en Pasividad para los alumnos de la asignatura de Control de Sistemas no Lineales de la Facultad de Ingeniería de la UNAM; así como para todo aquel interesado en este enfoque de control. A partir de esto hemos diseñado e implementado un controlador basado en pasividad para un actuador electrostático.

Los objetivos particulares son:

1. Estudiar la representación matemática del actuador.
2. Estudiar la metodología de control basado en pasividad.
3. Diseñar una ley de control para el actuador usando el enfoque de pasividad.
4. Implementar la ley de control diseñada en LabView.
5. Crear, usando LabView, los programas ejecutables para ser usados como herramientas en clase.

1.2. Descripción de la tesis

En el Capítulo 2 presentamos al sistema que estudiaremos a lo largo de esta tesis, el actuador electrostático. Al final del capítulo se ha optado por normalizar las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del actuador, esto con el fin de facilitar nuestro estudio y las simulaciones.

En el Capítulo 3 comenzamos por exponer conceptos sobre el Control basado en pasividad en especial el de Asignación Simultánea de Interconexión y Amortiguamiento (SIDA-PBC). Luego explicamos el procedimiento SIDA-PBC por medio de un caso de estudio (el actuador electrostático). Al final obtendremos la ley de control.

En el Capítulo 4 presentamos el simulador que diseñamos en LabVIEW para mostrar el comportamiento del sistema así como de su control en lazo abierto y con el controlador SIDA-PBC. Se explicará a detalle el panel frontal del programa y se dejará para los anexos el diagrama de bloques.

Finalmente en el Capítulo 5 se discutirán los resultados obtenidos al modelar el sistema, luego al diseñar nuestro controlador y posteriormente su simulación.

1.3. Estado del arte

Los Sistemas Microelectromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés) son, literalmente, sistemas muy pequeños (sus componentes pueden ir de unos pocos micrómetros a décimas de micrómetros [1]) que contienen dispositivos eléctricos, así como componentes móviles [2]. El MEMS que abordaremos en la presente tesis es el actuador electrostático de placas paralelas. El modelo de dicho actuador es ampliamente utilizado en el estudio de MEMS como los micro-espejos, rejillas ópticas, capacitores variables y acelerómetros [3].

Se pueden encontrar muchas referencias sobre MEMS y algún tipo de control para éstos. Para microactuadores se pueden citar [4]; o [5], donde se construye un control adaptativo.

No es la primera vez que se utiliza el enfoque de la Pasividad en un Sistema Microelectromecánico, ya en [6] se obtiene una ley de control por medio de IDA-PBC, muy similar al nuestro.

Existen otros esfuerzos para diseñar leyes de control al mismo sistema, por ejemplo en [7] se hacen comparaciones entre el control en lazo abierto y otro en lazo cerrado. Por su parte, en [3] se hacen comparaciones entre distintos tipos de control (*Flatness-Based Control* y *Backstepping Design*).

Capítulo 2

El sistema

2.1. El actuador electrostático

Presentamos al actuador electrostático de placas paralelas en la Fig. 2.1. En ella se puede observar que consta de dos partes, una eléctrica y una mecánica. La parte mecánica puede ser representada como un arreglo masa-resorte-amortiguador, donde m es la masa de la placa móvil, b el coeficiente de amortiguamiento y k la constante de elasticidad.

El actuador es controlado por una fuente de voltaje, donde $I_s(t)$, $V_s(t)$ y $V_a(t)$ son la fuente de corriente, el voltaje aplicado y el voltaje de actuación, respectivamente. Podemos ver al actuador como un capacitor de placas paralelas, por lo que llamaremos Q a la carga que se acumula en el dispositivo. También llamaremos G a la distancia entre placas; G_0 será la distancia en reposo, es decir, la posición que toma la placa móvil cuando no hay voltaje aplicado. A será el área de la placa superior y ϵ es la permitividad del espacio entre placas. En [2] se presenta una explicación detallada del cómo se obtienen las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del actuador electrostático. También en [6] se reporta una forma alternativa para obtener estas ecuaciones; las cuales tienen la siguiente estructura:

$$\dot{Q} = I = \frac{1}{R} \left(V_s - \frac{QG}{\epsilon A} \right) \quad (2.1)$$

y

$$\frac{Q^2}{2\epsilon A} + b\dot{G} + m\ddot{G} + k(G - G_0) = 0 \quad (2.2)$$

El primer término en (2.2) es la fuerza electrostática que jala a la placa

movible; los otros términos son las fuerzas que se oponen al movimiento: amortiguamiento, inercia y elasticidad. En 2.1 V_s es el voltaje de la fuente y $\frac{QG}{\epsilon A}$ es el voltaje a través del capacitor. (Para todos los elementos básicos se supusieron relaciones constitutivas lineales).

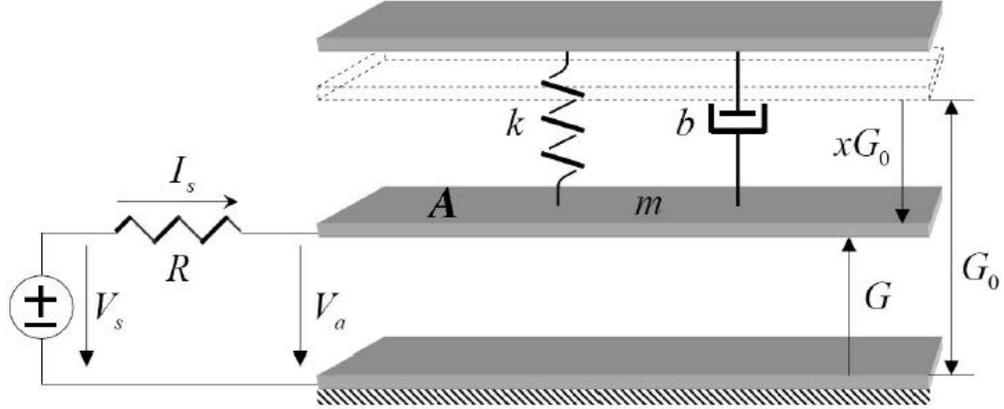


Figura 2.1: Actuador electrostático de placas paralelas [4].

2.1.1. El fenómeno de *Pull-in*

Es conocido que el actuador electrostático de placas paralelas presenta un importante comportamiento llamado *pull-in* [2]. Consideremos la estabilidad del equilibrio que debe existir entre la fuerza electrostática que se ejerce hacia abajo y la fuerza del resorte que tira a éste hacia arriba. El análisis de la estabilidad consiste en perturbar ligeramente la posición y analizar si la fuerza neta tiende o no a retornar a la posición de equilibrio.

La fuerza neta en la placa superior con voltaje V y distancia G , utilizando la convención de signos que asigna un signo positivo para la fuerza que incrementa la distancia, es

$$F_{net} = \frac{-\epsilon AV^2}{2G^2} + k(G_0 - G) \quad (2.3)$$

donde G_0 es la distancia con cero volts y con una extensión del resorte de cero. En el punto de equilibrio, F_{net} es cero. Si ahora analizamos cómo varía la F_{net} con una pequeña perturbación de la distancia a $G + \delta G$, podemos

escribir

$$\delta F_{net} = \left. \frac{\delta F_{net}}{\delta G} \right|_V \delta G$$

Si δF_{net} es positiva para δG positiva, entonces G es un punto de equilibrio inestable, debido a un pequeño incremento de δG se crea una fuerza que tiende a aumentar. Si δF_{net} es negativa, entonces G es un punto de equilibrio estable.

Podemos evaluar δF_{net} usando (2.3) de la siguiente forma

$$\delta F_{net} = \left(\frac{\varepsilon AV^2}{G^3} - k \right) \delta G \quad (2.4)$$

Para que G sea un equilibrio estable, la expresión en paréntesis debe ser negativa, lo cual significa que

$$k > \frac{\varepsilon AV^2}{G^3}$$

Se puede observar que dado que la distancia de equilibrio decrece con el incremento de voltaje, habrá un voltaje específico en el cual la estabilidad del equilibrio se pierde. A esto se le llama el *voltaje de pull-in*, denotado por V_{PI} . En V_{PI} , existen dos ecuaciones que se deben cumplir: el requerimiento original de que $F_{net} = 0$, y el requerimiento

$$k = \frac{\varepsilon AV_{PI}^2}{G_{PI}^3} \quad (2.5)$$

Sustituyendo (2.5) en (2.3) con $F_{net} = 0$ se llega a que el pull-in se produce en

$$G_{PI} = \frac{2}{3} G_0 \quad (2.6)$$

y, con este valor de distancia, el voltaje de equilibrio es

$$V_{PI} = \sqrt{\frac{8kG_0^3}{27\varepsilon A}} \quad (2.7)$$

2.1.2. Ecuaciones normalizadas

Para llevar a (2.1) y (2.2) al espacio de estados, debemos identificar tres variables de estado. Seleccionamos a éstas como

$$x_1 = G \quad (2.8)$$

$$x_2 = \dot{G} \quad (2.9)$$

$$x_3 = Q \quad (2.10)$$

donde, como hemos dicho, G es la posición que puede tomar la placa superior móvil, \dot{G} es la velocidad de la placa y Q es la carga.

Al normalizar simplificamos el análisis y las simulaciones, por lo que (2.8), (2.9) y (2.10) es preferible escribirlas como

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{G}{G_0} \\ x_2 &= \dot{G} \\ x_3 &= \frac{Q}{Q_{PI}} \end{aligned}$$

Además

$$\tau = \omega_0 t \quad \text{con} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad u_s = \frac{V_{in}}{V_{PI}}$$

Es decir, la distancia G se divide entre la distancia con voltaje cero G_0 ; el voltaje de la entrada V_s entre el voltaje de *pull-in* V_{PI} ; la carga del capacitor Q entre la carga de *pull-in* Q_{PI} , donde $Q_{PI} = \frac{3}{2}C_0V_{PI}$ y $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{g_0}$; el tiempo con respecto a la frecuencia natural del sistema. También utilizaremos $\zeta = \frac{b}{2m\omega_0}$ que es el factor de amortiguamiento normalizado y $r = \omega_0 C_0 R$ la resistencia normalizada. Desarrollando y simplificando obtenemos finalmente las ecuaciones de estado normalizadas que representan la dinámica de nuestro sistema.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.11)$$

$$\dot{x}_2 = -(x_1 - 1) - 2\zeta x_2 - \frac{1}{3}x_3^2 \quad (2.12)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{r} \left(\frac{2}{3}u_s - x_1 x_3 \right) \quad (2.13)$$

Estas ecuaciones serán utilizadas en las simulaciones del Capítulo 4.

Para obtener ζ y r nos basamos del Cuadro 2.1, el cual fue obtenido de un MEMS utilizado como interruptor para la banda ka en las telecomunicaciones [8].

Parámetro	Símbolo	Valor
Permitividad del aire	ε_0	$8,85 \times 10^{-12} \frac{Nm^2}{C^2}$
Área de la placa movable	A	$100 \times 300 \times 10^{-12} m^2$
Masa de la placa movable	m	$2,16 \times 10^{-10} Kg$
Constante de viscosidad	b	$2,75 \times 10^{-5} \frac{Ns}{m}$
Posición con $V_s = 0$	G_0	$5 \times 10^{-6} m$
Resistencia de la fuente	R	$2 \times 10^6 \omega$
Constante del resorte	k	$1,663 \frac{N}{m}$

Cuadro 2.1: Valores de los parámetros [8]

Capítulo 3

El control

En la primera y segunda sección de este capítulo presentamos, a partir de un caso de estudio (el actuador electrostático), la metodología de diseño SIDA-PBC (Asignación Simultánea de Interconexión y Amortiguamiento). En la siguiente sección demostraremos la estabilidad del punto de equilibrio deseado.

3.1. Control Basado en Pasividad

El Control Basado en Pasividad (PBC) es un nombre genérico dado a una familia de técnicas de diseño de controladores que garantizan estabilización del sistema vía la ruta de pasivización, esto es, al hacer el sistema en lazo cerrado pasivo con una función de almacenamiento deseada, que califica como función de Lyapunov para el análisis de estabilidad.

Para definir *pasividad* pensemos en un sistema físico P , el cual tiene la propiedad de que su energía puede ser incrementada únicamente a través del suministro de una fuente externa. Un ejemplo elemental, pero ilustrativo, es la cocción de una papa en un horno de microondas. Mientras no se le permita a la papa quemarse, su energía puede aumentar únicamente por la suministrada por el horno.

Este tipo de diseño de controladores se basa en el aprovechamiento de las propiedades de almacenamiento y disipación de energía de sistemas que son modelados por ecuaciones Hamiltonianas. Estas representaciones son útiles al momento de modelar al sistema de tal forma que las trayectorias del sistema tiendan a un punto de mínima energía.

Dentro de las distintas técnicas de diseño que comprende el PBC se tienen:

1. Control L_gV : Donde un sistema pasivo se hace estrictamente pasivo al adicionar en un lazo de retroalimentación negativa la salida pasiva, garantizando entonces la estabilidad asintótica del punto de equilibrio.
2. $IDA-PBC$: Donde la acción de control se conforma como la suma de dos términos, un término de moldeo de energía, que es responsable de asignar la función de energía (almacenamiento) deseada al mapa pasivo, y un segundo término L_gV que inyecta amortiguamiento para garantizar la estabilidad asintótica.
3. $SIDA-PBC$: Esta es una variación de la técnica anterior, donde las etapas de moldeo de energía e inyección de amortiguamiento se realizan de manera simultánea.

3.2. Metodología SIDA-PBC

Se resuelve el problema de estabilización de un punto de equilibrio de un sistema no lineal de la forma

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x)u \quad (3.1)$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados; $u \in \mathfrak{R}^m$ es la acción de control; $g(x)$ es de rango completo.

Cabe señalar que el sistema (3.1) es subactuado, i.e., se tienen más estados que entradas de control ($n > m$).

Se desea que el sistema en lazo cerrado sea un sistema Hamiltoniano controlado por puerto de la forma

$$\dot{x} = F_d(x, t)\nabla H_d \quad (3.2)$$

donde F_d es una matriz del tipo

$$F_d = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix}$$

con

$$\nabla H_d = \frac{\partial H_d}{\partial x}$$

$H_d : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ es una función escalar, el hamiltoniano deseado del sistema, que tiene un mínimo en el punto de equilibrio a estabilizar del sistema (3.2).

Como se menciona en [9] y [10] la matriz F_d debe cumplir con la desigualdad

$$F_d(x, t) + F_d^\top(x, t) \leq 0 \quad (3.3)$$

Cabe señalar que se desea que el sistema en lazo cerrado tenga la forma de un sistema hamiltoniano debido a las propiedades de pasividad de estos sistemas [11]. Al igualar (3.1) y (3.2) se tiene

$$g^\perp f + g^\perp g u = g^\perp F_d \nabla H_d \quad (3.4)$$

g^\perp es el aniquilador izquierdo de g (por ejemplo $g^\perp g = 0$) para que

$$g^\perp f = g^\perp F_d \nabla H_d \quad (3.5)$$

conocida como *ecuación de aparejamiento*.

Sobre estas ecuaciones no tenemos control, son restricciones que se tienen que satisfacer.

De (3.1) y (3.2) desarrollamos

$$f + g u = F_d \nabla H_d \quad (3.6)$$

$$g u = F_d \nabla H_d - f \quad (3.7)$$

$$g^\top g u = g^\top F_d \nabla H_d - g^\top f \quad (3.8)$$

$$u = [g^\top g]^{-1} g^\top F_d \nabla H_d - [g^\top g]^{-1} g^\top f \quad (3.9)$$

Al resolver (3.9) se obtiene la ley de control u .

Para continuar debemos proponer una H_d que es una función de energía deseada. En nuestro caso, esta función toma la forma

$$H_d = \frac{1}{2}(x_1 - x_1^*)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - x_2^*)^2 + \frac{1}{2}\gamma_2(x_3 - x_3^*)^2 \quad (3.10)$$

donde ∇H_d será

$$\nabla H_d = \left[\frac{\partial H_d}{\partial x_1} = \nabla H_1 \quad \frac{\partial H_d}{\partial x_2} = \nabla H_2 \quad \frac{\partial H_d}{\partial x_3} = \nabla H_3 \right]^T \quad (3.11)$$

Considerando (3.10) y (3.11) tenemos que

$$\nabla H_1 = (x_1 - x_1^*) \quad (3.12)$$

$$\nabla H_2 = (x_2 - x_2^*) \quad (3.13)$$

$$\nabla H_3 = \gamma_2(x_3 - x_3^*) \quad (3.14)$$

Recordemos las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica de nuestro sistema:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.15)$$

$$\dot{x}_2 = -(x_1 - 1) - 2\xi x_2 - \frac{1}{3}x_3^2 \quad (3.16)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{r}x_1x_3 + \frac{2}{3r}u \quad (3.17)$$

Es necesario igualar a cero las ecuaciones del sistema, esto con el objetivo de obtener los puntos de equilibrio posibles que puede tomar el actuador electrostático, entonces se debe satisfacer

$$0 = x_2^* \quad (3.18)$$

$$0 = -(x_1^* - 1) - 2\xi x_2^* - \frac{1}{3}(x_3^*)^2 \quad (3.19)$$

$$0 = -\frac{x_1^*x_3^*}{r} + \frac{2u^*}{3r} \quad (3.20)$$

Sustituyendo y desarrollando las ecuaciones tenemos que

$$x^* = \left(x_1^*, 0, \sqrt{3(1 - x_1^*)} \right)$$

y

$$u_* = \frac{3x_1^*\sqrt{3(1 - x_1^*)}}{2}$$

x_1 es la posición que puede tomar la placa móvil del actuador electrostático, que va de 0 a 1.

Con la intención de facilitar nuestro análisis, llevaremos nuestro sistema al origen, para esto debemos restar (3.15), (3.16) y (3.17) con (3.18), (3.19) y (3.20) respectivamente.

Tenemos pues

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_2^* \\ \dot{x}_2 &= -(x_1 - x_1^*) - 2\xi(x_2 - x_2^*) - \frac{x_3^2 - (x_3^*)^2}{3} \\ \dot{x}_3 &= -\frac{x_1x_3 - x_1^*x_3^*}{r} + \frac{2(u - u^*)}{3r} \end{aligned}$$

Igualemos al sistema trasladado al origen con $F_d \nabla H_d$. Utilizamos únicamente las ecuaciones que no cuentan con una entrada de control.

$$x_2 - x_2^* = F_{11}\nabla H_1 + F_{12}\nabla H_2 + F_{13}\nabla H_3 \quad (3.21)$$

$$-(x_1 - x_1^*) - 2\xi(x_2 - x_2^*) - \frac{x_3^2 - (x_3^*)^2}{3} = F_{12}\nabla H_1 + F_{22}\nabla H_2 + F_{23}\nabla H_3 \quad (3.22)$$

Sustituyendo (3.12), (3.13) y (3.14) en (3.21) y (3.22) respectivamente

$$x_2 - x_2^* = F_{11}(x_1 - x_1^*) + F_{12}(x_2 - x_2^*) + F_{13}(x_3 - x_3^*) \quad (3.23)$$

$$-(x_1 - x_1^*) - 2\xi(x_2 - x_2^*) - \frac{x_3^2 - (x_3^*)^2}{3} = F_{21}(x_1 - x_1^*) + F_{22}(x_2 - x_2^*) + F_{23}\gamma_2(x_3 - x_3^*) \quad (3.24)$$

Como todo buen arte, existen reglas o pasos a seguir, pero también un espacio libre para el creador. Lo anterior fueron los pasos a seguir, lo que sigue es que el ingeniero encargado de hacer el control encuentre las cantidades necesarias para que las igualdades en (3.23) y (3.24) se cumplan de la mejor manera posible, es decir, si es posible, que sea *sencillo* de implementar.

Para que las igualdades (3.23) y (3.24) se cumplan los elementos de la matriz F_d se escogieron como sigue:

$$F_{11} = F_{13} = F_{31} = F_{32} = 0; \quad F_{12} = 1; \quad F_{21} = -1 \quad F_{22} = -2\xi$$

$$F_{23} = -\frac{1}{3\gamma_2}(x_3 + x_3^*); \quad F_{33} = r_3$$

Así pues, F_d nos queda de la siguiente forma

$$F_d = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2\xi & -\frac{1}{3\gamma_2}(x_3 + x_3^*) \\ 0 & 0 & r_3 \end{pmatrix}$$

Obtenida esta matriz podemos ver si se cumple (3.3). Como no es posible comprobar esto por los menores principales, necesitamos utilizar el complemento de Schur [16]. Éste nos dice que, para una matriz simétrica (como lo es la nuestra $-F_d + F_d^\top$), se puede descomponer como se indica en (3.25).

$$F_d = \begin{pmatrix} A & B \\ B^\top & C \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Lo que sigue es que se cumpla $C \succeq 0$, $(I - CC^\dagger)B^\top$, $A - BC^\dagger B^\top \succeq 0$, donde C^\dagger es la pseudoinversa de C . Se ha comprobado que para que la matriz sea

negativa semidefinida, r_3 debe ser cualquier cantidad negativa, por su parte γ_2 debe ser positiva. Corroborado esto, y utilizando (3.9), nuestro control es:

$$u = \frac{3r}{2}[r_3\gamma_2(x_3 - x_3^*)] + \frac{3}{2}(x_1x_3 - x_1^*x_3^*) + u^* \quad (3.26)$$

Con $r_3 < 0$ y $\gamma_2 > 0$.

3.3. Demostración de estabilidad

Ahora analizaremos la estabilidad en el sentido de Lyapunov del punto de equilibrio deseado del sistema [12]. Para esto utilizaremos la función H_d como candidata de Lyapunov. Con ella necesitamos comprobar que tenga un punto de mínima energía que sea igual al punto de equilibrio que deseamos estabilizar.

Así pues, proponemos a la función Hamiltoniana como función candidata de Lyapunov:

$$H_d = \frac{1}{2}(x_1 - x_1^*)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - x_2^*)^2 + \frac{1}{2}\gamma_2(x_3 - x_3^*)^2$$

Como primer paso debemos evaluar H_d en el punto de equilibrio; el resultado debe ser cero. Si se evalúa $x = x^*$ (donde $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$) en H_d se puede comprobar que ésto es cierto.

Ahora aplicar el gradiente a H_d y éste debe ser cero cuando se evalúa en el punto de equilibrio. Si sustituimos $x = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ en (3.12), (3.13) y (3.14), vemos que (3.11) es cero.

Lo que sigue es demostrar que el Hessiano H_d es positivo definido. Tenemos que

$$\nabla^2 H_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

A simple vista se puede apreciar que (3.27) es positivo definido (todos sus menores principales son positivos) con $\gamma_2 > 0$.

Por último, y con la finalidad de demostrar estabilidad del punto de equilibrio, debemos derivar H_d a lo largo de las trayectorias del sistema; ésta debe ser negativa semidefinida. Esto es

$$\dot{H} = \frac{\partial H^\top}{\partial x} \dot{x} \quad (3.28)$$

Usando (3.2), (3.28) también se puede escribir

$$\dot{H} = \frac{\partial H^\top}{\partial x} F \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.29)$$

Debemos hacer un paréntesis para indicar que F es una matriz que puede descomponerse en su parte simétrica y antisimétrica, es decir:

$$F = F_s + F_a$$

Entonces (3.29) se puede reescribir como

$$\dot{H} = \frac{\partial H^\top}{\partial x} F_s \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H^\top}{\partial x} F_a \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.30)$$

Es de notar que (3.30) es una forma cuadrática, por lo que la parte antisimétrica será cero.

$$\dot{H} = \frac{\partial H^\top}{\partial x} F_s \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.31)$$

Al ser F_s una matriz simétrica, se puede descomponer de la forma

$$F_s = F + F^\top \quad (3.32)$$

donde $F_s = F_d$, que es (3.3), y como se había mencionado, con $r_3 < 0$ y $\gamma_2 > 0$, F_d es negativa semidefinida.

De esta manera hemos demostrado estabilidad del punto de equilibrio.

Capítulo 4

El simulador

En este capítulo presentaremos un simulador de la dinámica del actuador electrostático, así como de su controlador. Lo realizamos por en entero en LabVIEW de National Instruments. LabVIEW es un “software de diseño de sistemas para crear aplicaciones de medidas y control” (www.ni.com/labview). Una de las razones por la que se optó por este software, es que la Facultad de Ingeniería de la UNAM cuenta con un convenio con la empresa texana. Esto quiere decir que los alumnos de Control de sistemas no lineales podrán hacer uso del simulador sin restricciones.

Como se dijo al inicio, una de las intenciones de este trabajo de tesis, es el demostrar que las simulaciones necesarias en el estudio del Control pueden hacerse no sólo en el otro muy solicitado software de simulación, Matlab y su herramienta Simulink. Hay que decir también que LabVIEW cuenta con una ventaja con respecto a Matlab, y es que, como se dijo anteriormente, el principal objetivo de esta tesis es enseñar la técnica de control SIDA-PBC a un grupo de estudiantes. Nos referimos a que LabVIEW cuenta diversas herramientas útiles y agradables visualmente: perillas, gráficas, botones, indicadores, cuadros de diálogo, imágenes, todo lo cual puede al final mostrarse como programa ejecutable (del tipo .EXE), con lo que se facilita su portabilidad. Se le dará dicho ejecutable al estudiante para que pueda ejecutarlo sin necesidad de contar con el software de National Instruments, algo que no es del todo posible con los archivos de Matlab.

4.1. El panel frontal

Es momento de explicar el funcionamiento del simulador. En la Figura 4.1 vemos el ejecutable por entero, lo que equivale al panel frontal (PF) de un *vi*, es decir, de un archivo de LabVIEW. Como se sabe, los archivos de LabVIEW cuentan, además del panel frontal, con un diagrama de bloques (DB); sin embargo, como no pretendemos ser un tutorial sobre LabVIEW, hemos optado por mostrarlo en el Anexo A. De la Figura 4.1, la columna izquierda muestra la “Descripción” donde se explica brevemente el significado de un MEMS, el objetivo de la simulación y el mostrar las ecuaciones diferenciales del sistema, de aquí en adelante esa parte se omitirá, esto con la intención de ahorrar espacio para mostrar de mejor manera los controles y los indicadores del simulador. La imagen resultante se muestra en la Figura 4.2.

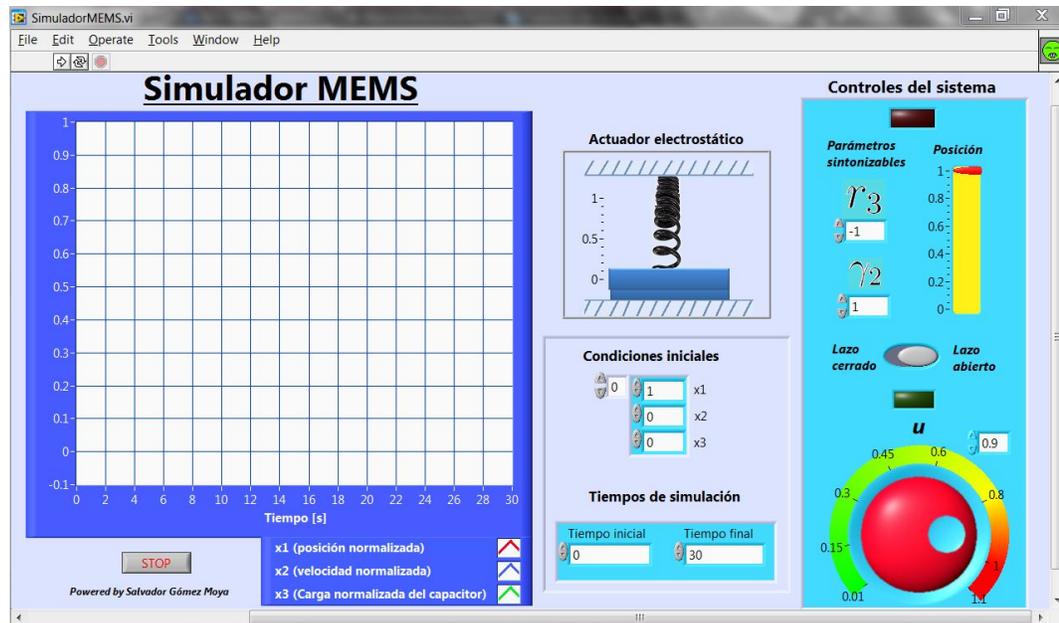


Figura 4.1: Ejecutable donde se muestra el panel frontal del simulador.

En la Figura 4.2 vemos que el simulador está conformado por un indicador del tipo gráfico, donde se representarán los tres estados que nos interesan con respecto al tiempo: posición de la placa movable (x_1), su velocidad (x_2) y la carga (x_3) que se almacena entre las dos placas. El recuadro “Actuador elec-

trostático” es un indicador de la posición de la placa movable del actuador. Funciona dependiendo del valor que tome el estado x_1 . Abajo del recuadro tenemos otro, en él hay dos controles: el de las condiciones iniciales (x_1 siempre estará en 1, pues asumimos que en un principio el actuador no está alimentado, y por lo tanto no hay carga ni fuerza electrostática que obligue a la placa moverse), y el de tiempo de simulación, es decir, en él podemos modificar el tiempo inicial y final en el que queremos ver la simulación.

Finalmente está el bloque rectangular donde se encuentran los controles con los que operaremos el sistema. En medio, de color gris, tenemos un control booleano con el que podremos controlar al sistema en lazo abierto y lazo cerrado, esto es, con nuestro control SIDA-PBC. Cuando usemos el control en lazo abierto se enciende un indicador tipo LED en verde que nos indica que podemos usar la perilla, con ésta *inyectaremos* el voltaje normalizado al sistema. Si escogemos el lazo cerrado, se encenderá el LED rojo, y entonces entrará en operación nuestro control SIDA-PBC. Con él, como se verá más adelante, podemos manipular a la placa movable de 1 a 0, caso contrario al lazo abierto. También hay otros controles llamados “Parámetros sintonizables”, con los que se pueden obtener diferentes respuestas del sistema.

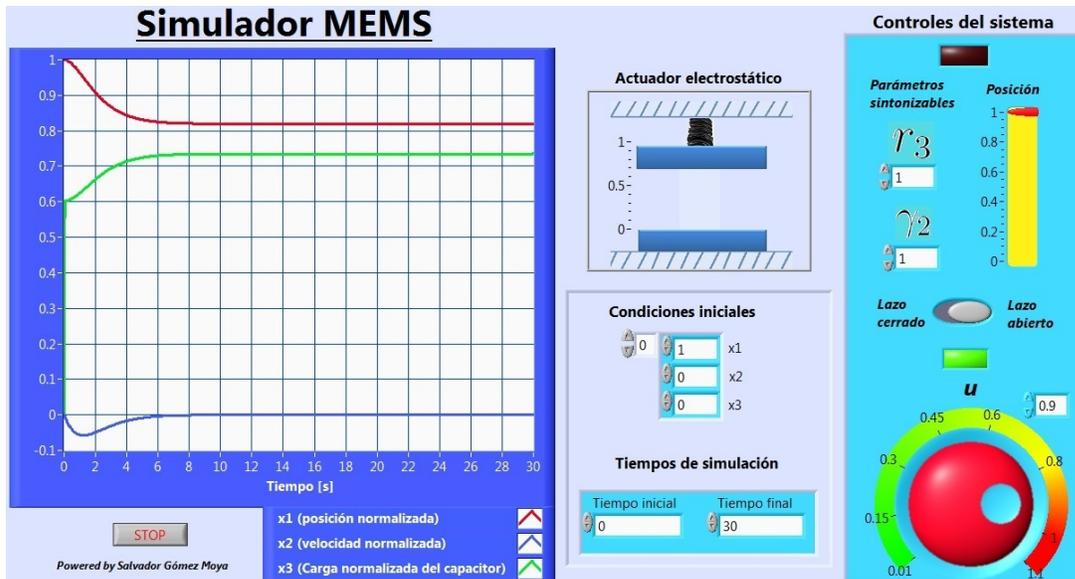


Figura 4.2: Panel frontal reducido.

4.2. Simulación en lazo abierto

Ahora veremos lo que pasa cuando operamos al simulador en lazo abierto. Como se ve en la Figura 4.3 el control booleano está precisamente en “lazo abierto”; igualmente el LED verde está encendido (y el rojo apagado). El control u está en su mínimo, no hay alimentación. Se observa en el indicador gráfico que la posición (línea roja) no se modifica, por lo que la velocidad (línea azul) permanece en cero; evidentemente, si no hay voltaje no hay carga (línea verde). Por su parte, el indicador de las placas del actuador electrostático (IPCE) que se muestra en un recuadro, tampoco presenta ningún movimiento.

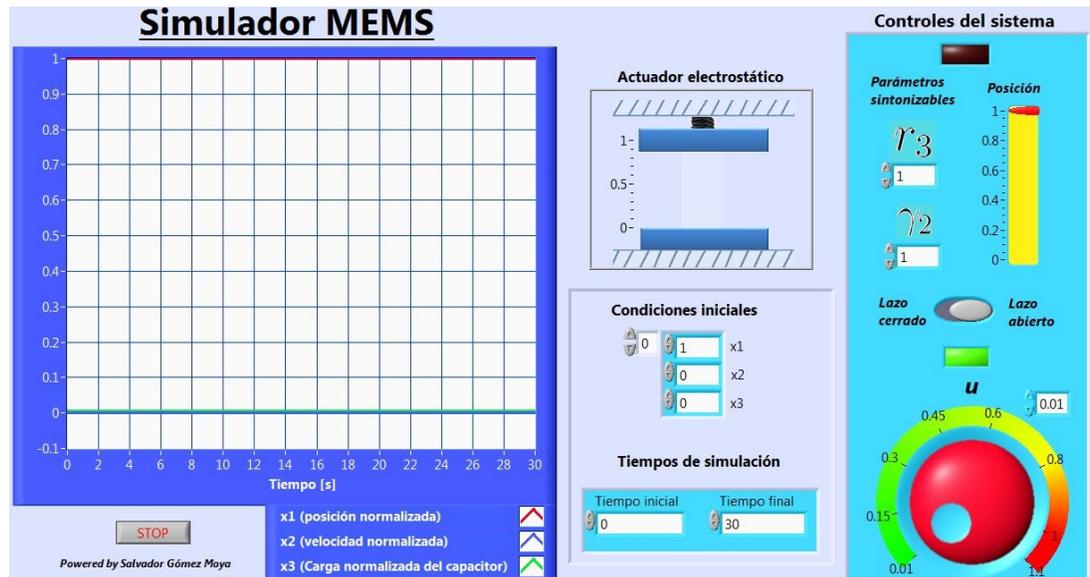


Figura 4.3: Simulación en lazo abierto con $u = 0$.

Lo que haremos ahora será aplicar cierto voltaje y ver lo que sucede. Movemos la perilla u hasta 0,8. En la Figura 4.4 se ve el resultado. La gráfica muestra que la posición x_1 se va apenas por debajo de 0,9; el IPCE se mueve ligera pero claramente. Intencionalmente colocamos a la perilla el valor máximo de $u = 1,1$, pues más allá de $u = 1$ la placa superior colapsa.

En la Figura 4.5 y la Figura 4.6 se observa lo que pasa con el control puesto en 1 y 1,1 respectivamente. Con $u = 1$ tenemos nuestra posición máxima controlable, es decir, un tercio de la distancia total en la que puede

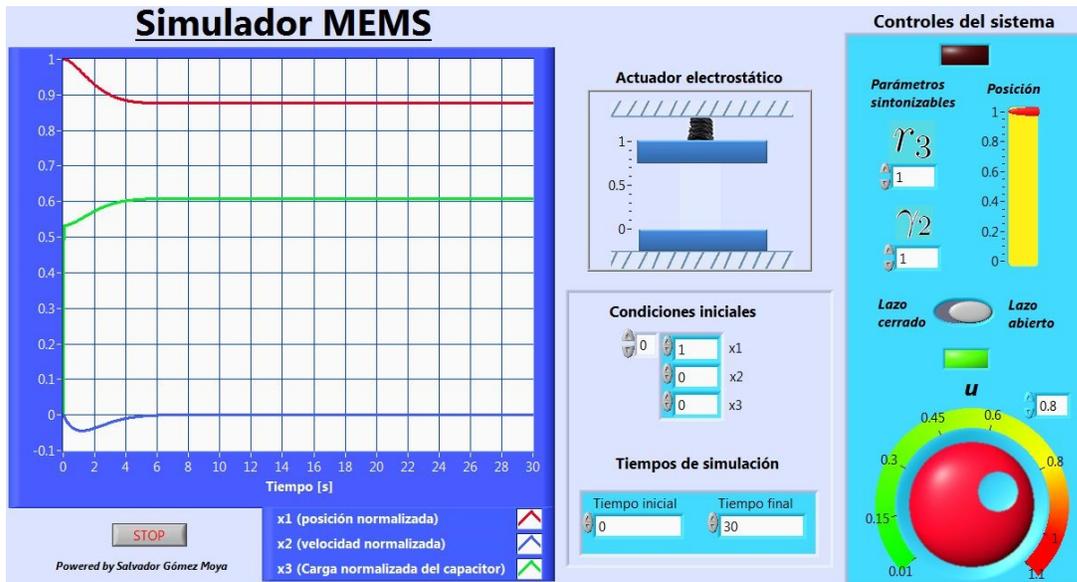


Figura 4.4: Simulación en lazo abierto con $u = 0,8$.

desplazarse la placa superior, que va de 0 a 1, por lo que el estado x_1 se queda en 0.66 (obsérvese que el IPCE también se coloca en esa posición). Con un voltaje normalizado de $u = 1,1$ (Fig. 4.6), es notorio en el IPCE que la placa superior choca con la inferior. En la gráfica se observa que el estado x_1 de posición se va a cero y los otros dos estados de velocidad (x_2) y carga (x_3) se van a infinito.

Resumimos. Hemos visto que en lazo abierto sólo podemos usar el control hasta que $u = 1$, i. e., apenas un tercio de la distancia en la que se puede mover la placa superior. Voltajes normalizados superiores provocan que la placa colapse. Vemos pues, la necesidad de implementar un control con el se pueda colocar a la placa superior en cualquier posición normalizada deseada de 1 a 0.

4.3. Simulación con SIDA-PBC

Ahora probaremos cómo funciona nuestro controlador SIDA-PBC. Colocamos el control booleano en *Lazo cerrado* (se enciende el LED rojo). Con

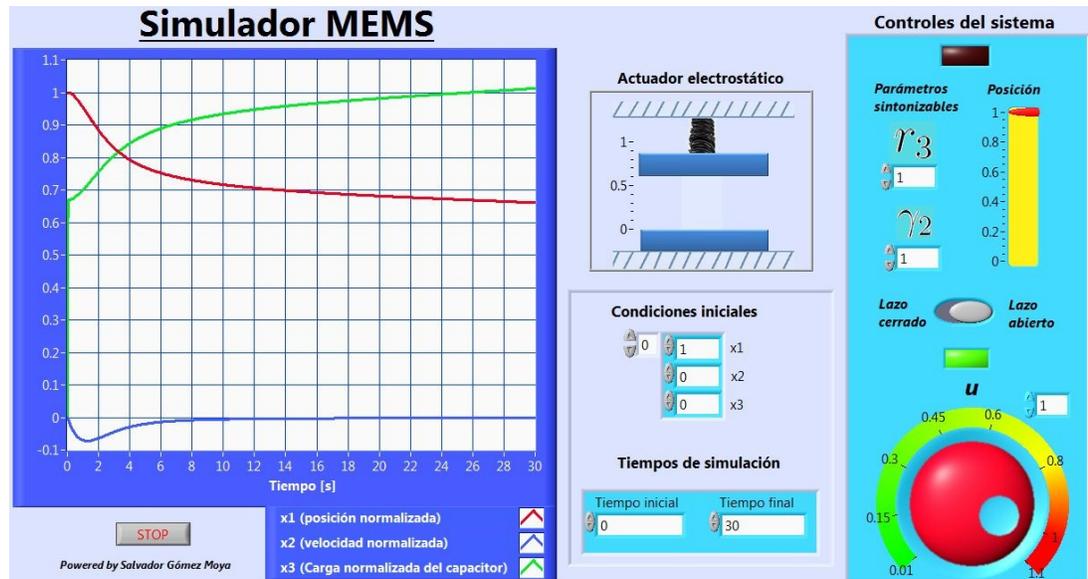


Figura 4.5: Simulación en lazo abierto con $u = 1$.

esto activamos el control deslizante *Posición* y los *Parámetros sintonizables*¹.

Haremos tres pruebas: colocaremos el control *Posición* en 0,8, 0,66 (posición máxima en lazo abierto) y 0,2. Todo esto se ve en Fig. 4.7, Fig. 4.8 y Fig. 4.9 respectivamente. En la Fig. 4.7 vemos que la placa, al igual que en lazo abierto, alcanza el valor deseado. En Fig. 4.8, como antes, y como se puede ver en IPCE, toma la posición.

En la Fig. 4.9 se muestra lo que motivó esta tesis: vemos que la posición supera sin problemas el límite en que la posición no podía superar $\frac{2}{3}x_1$. La posición, tanto en el indicador gráfico como en el IPCE se observa claramente que va hacia 0,2.

Veamos lo que pasa cuando se modifican los parámetros. Tomamos valores arbitrarios como $r_3 = -5$ y $\gamma_2 = 5$ (ver Fig. 4.10). Si comparamos la Fig. 4.9 con la Fig. 4.10 se observa que cuando aumentamos los parámetros el sistema responde más rápidamente.

Debemos hacer una prueba final. Quizá existan dudas acerca de qué tan bueno es LabVIEW para simular sistemas descritos por sus ecuaciones dife-

¹Como se dijo en el capítulo anterior, r_3 siempre debe ser negativo. Si se llegase a poner un valor positivo, el programa entrará en un excepción y no funcionará más, por lo que éste debe ser cerrado y ejecutado de nuevo para volverlo a usar.

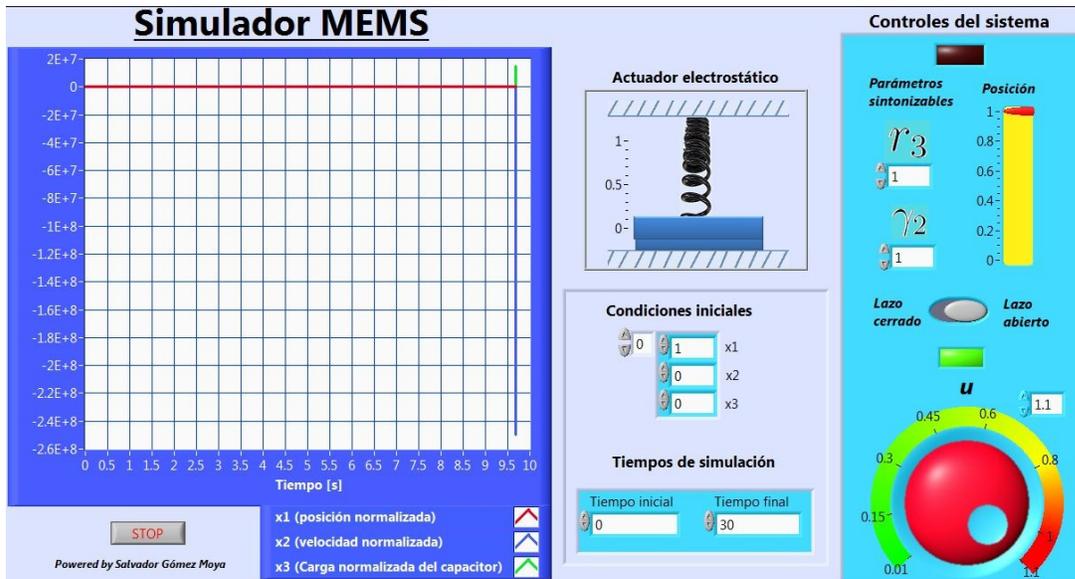


Figura 4.6: Simulación en lazo abierto con $u = 1,1$.

renciales ordinarias. Es por esto que en la Fig. 4.11 compararemos la simulaciones realizadas en LabVIEW y Matlab. Las dos están hechas para que la posición final sea 0.5.

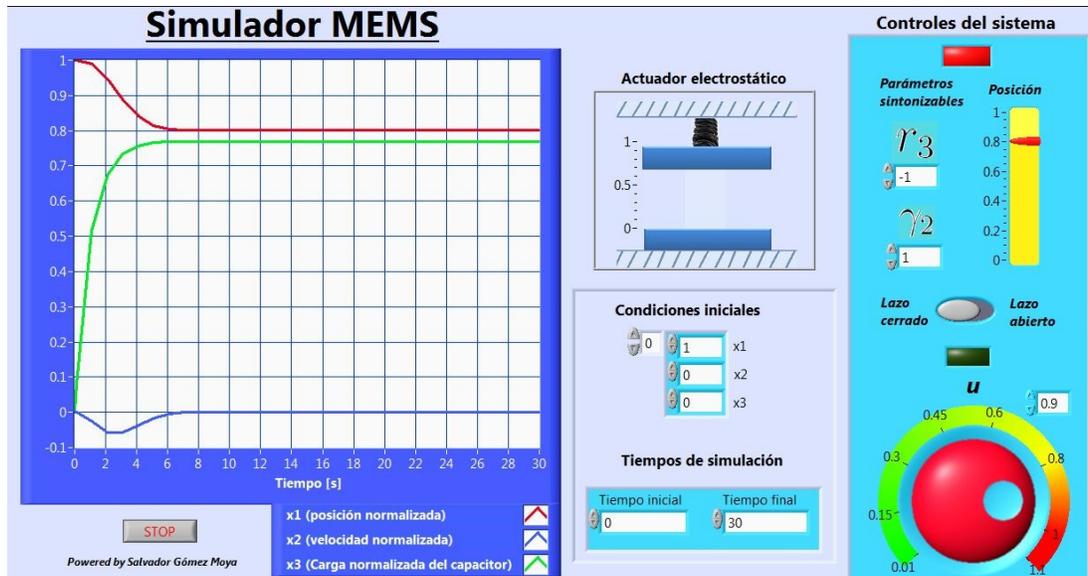


Figura 4.7: Posición en 0.8 con SIDA-PBC.

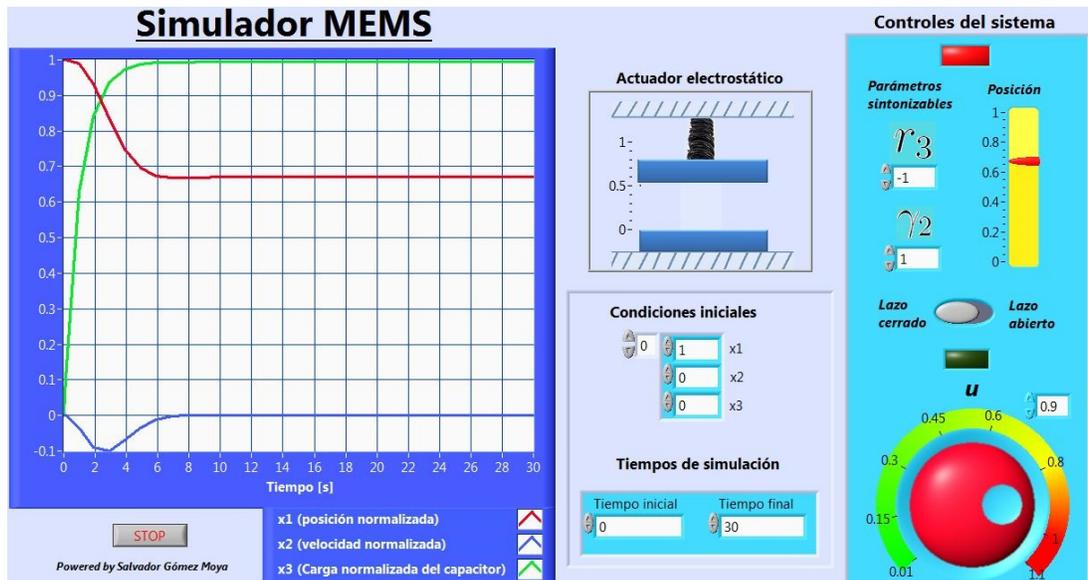


Figura 4.8: Posición en 0.66 con SIDA-PBC.

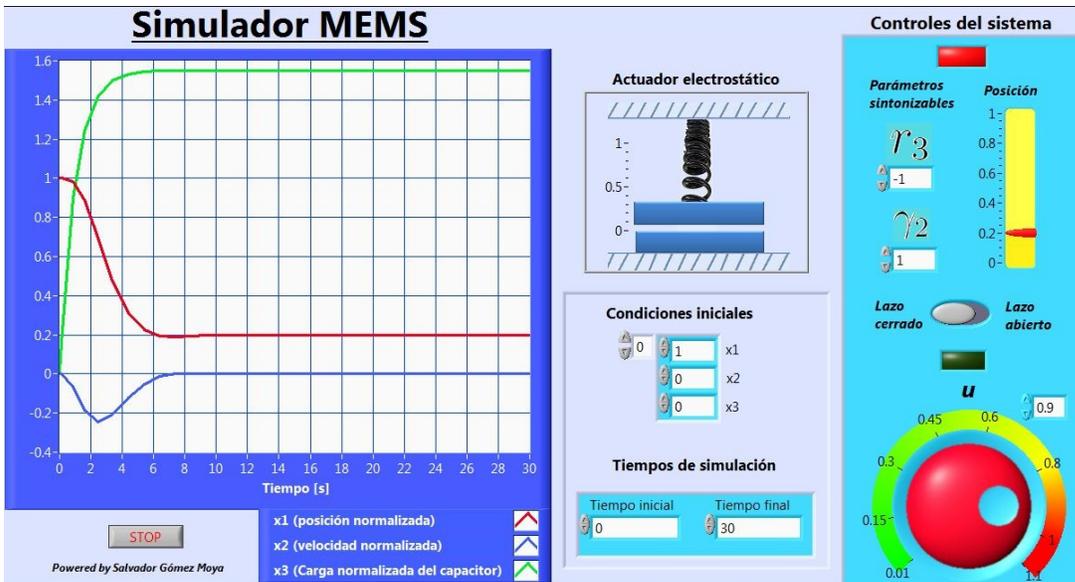


Figura 4.9: Posición en 0.2 con SIDA-PBC.

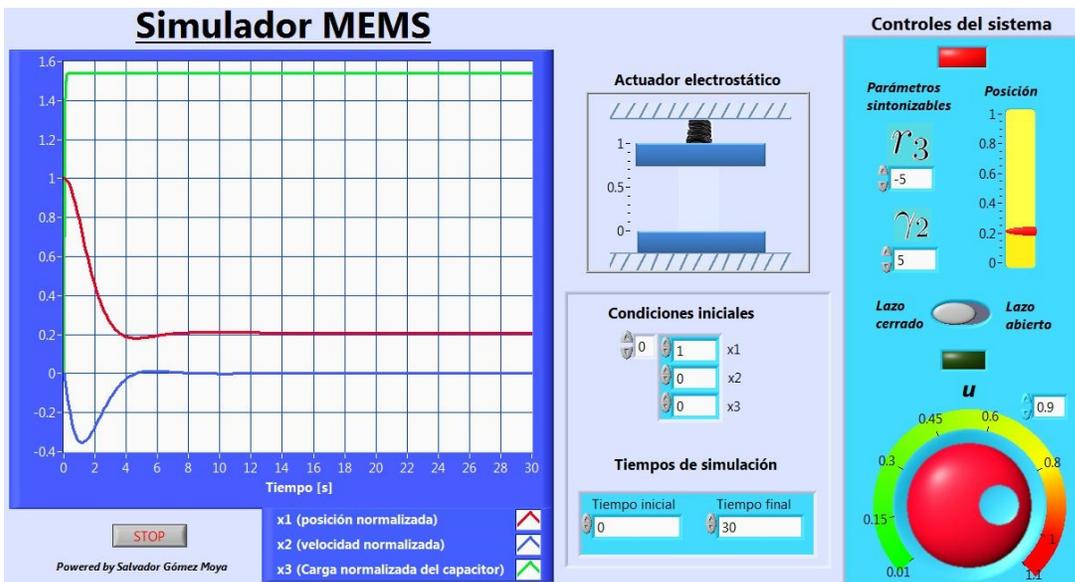
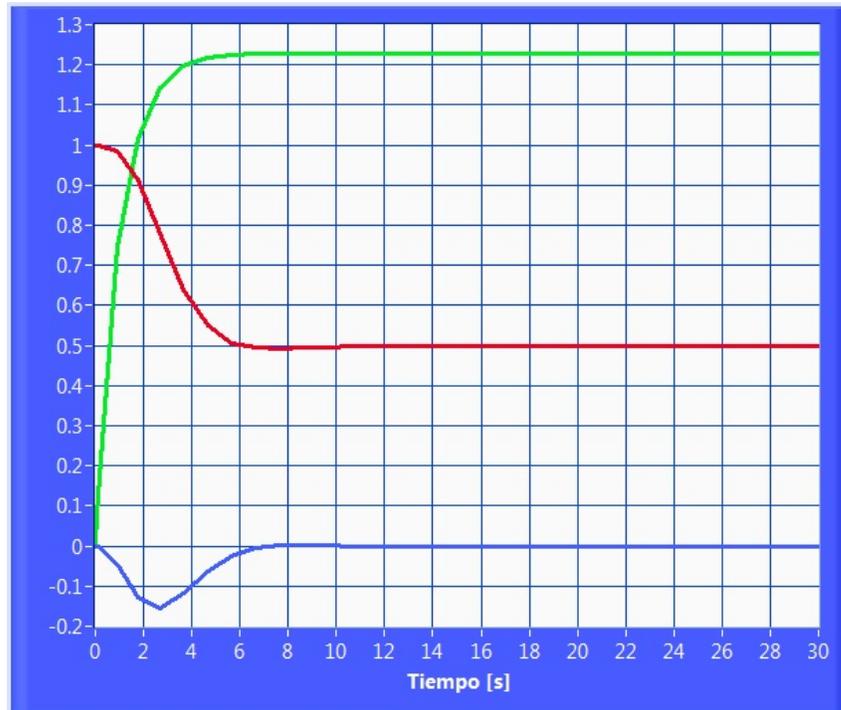
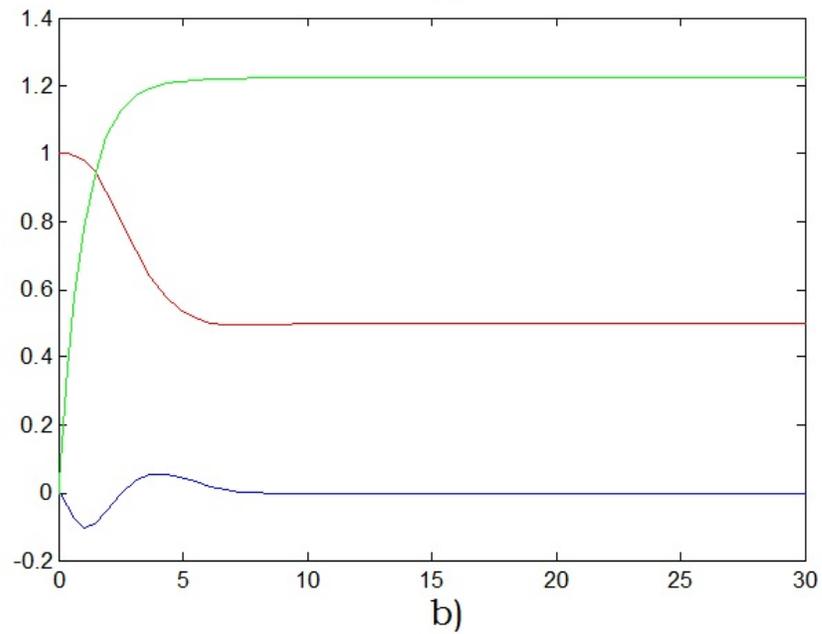


Figura 4.10: Posición en 0.2 con con parámetros en $r_3 = -5$ y $\gamma_2 = 5$.



a)



b)

Figura 4.11: Comparación de las simulaciones en a) LabVIEW y b) Matlab .

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

De la expresión (3.26) es posible hacer algunas observaciones:

a) Es posible medir la corriente a la entrada y el voltaje de actuación; también es posible medir la capacitancia del dispositivo [13]. A partir de estas mediciones se pueden deducir tanto la carga del dispositivo Q , como la posición de la placa superior G . Por lo que la ley de control depende solamente de los estados medibles x_1 y x_3 .

b) Esta ley de control es de fácil sintonización, dado que solo se tienen dos parámetros a elegir r_3 y γ_2 que deben satisfacer las restricciones dadas en la ecuación (3.3) (r_3 negativa y γ_2 positiva).

Hemos comparado el comportamiento de nuestro controlador con el de [1] (un controlador IDA-PBC del mismo sistema). Se vio que la respuesta es muy similar, quizá la nuestra sea ligeramente más rápida y más suave, algo que sin embargo se puede modificar utilizando los parámetros sintonizables.

También es importante destacar que al comparar el comportamiento de las simulaciones con LabVIEW y Matlab (ver Fig. 4.11), vemos que sólo hay una diferencia: el estado x_2 (línea azul) tiene una sobreoscilación positiva que no aparece en la simulación de LabVIEW.

Esperamos que el simulador del MEMS y su controlador sean lo bastante sencillos para utilizar. Se hizo todo lo posible para que a primera vista el alumno pueda utilizarlo, no obstante en el Capítulo 4 hay un instructivo.

En lo concerniente a la ley de control, hemos visto que superamos el umbral de los $2/3$, es decir, en lazo abierto no podíamos pasar de la posición 0.66 normalizada, mientras que con nuestro controlador SIDA-PBC se ha logrado manipular la placa en la totalidad de la distancia.

Hemos demostrado también que simulaciones comúnmente realizadas en

Matlab y Simulink también son posibles en LabVIEW, sobre todo para sistemas no lineales, pues para los sistemas lineales LabVIEW cuenta con muchas herramientas perfectamente identificables, no así para los no lineales.

Finalmente, esperamos que esta tesis logre los fines docentes y didácticos para los que fue hecha.

5.1. Espectativas a futuro

La UNAM cuenta con una división para el estudio de los sistemas micro-electromecánicos, UNAMEMS. Una de las motivaciones tácitas de esta tesis es que en subsecuentes estudios de posgrado, nuestro MEMS y su respectiva ley de control pasen de las simulaciones a la realidad.

Apéndice A

Diagrama de bloques

El diagrama de bloques (DB) de nuestro simulador al final resultó muy complejo para ser explicado a detalle. Por tal motivo sólo explicaremos grosso modo los bloques más importantes que componen a nuestro simulador. En la Figura A.1 se puede ver el (DB) principal. En él hay dos bloques fundamentales: *ODE Solver* y *ODE-Simulador*. ODE se refiere a *ecuación diferencial ordinaria* por sus siglas en inglés.

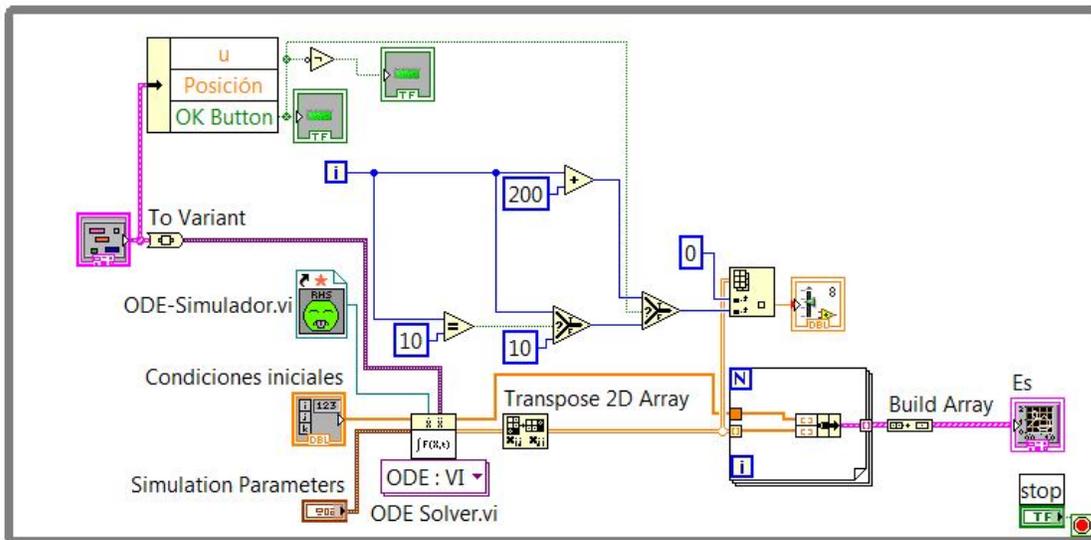


Figura A.1: Diagrama de bloques principal.

El *ODE Solver* es el encargado de resolver las ecuaciones diferenciales del

sistema y, por medio de un indicador gráfico, darnos las trayectorias de las soluciones. Se debe prestar atención sólo a él (Fig. A.1), pues los demás bloques son sólo para mejorar la simulación (por ejemplo, que el IPCE reaccione a una velocidad adecuada para que podamos ver cómo se mueve la placa superior). Vemos que el *ODE Solver* requiere como entradas a las condiciones iniciales, los parámetros de simulación (el tiempo), variables como la *Posición* y un sub-vi que contenga el comportamiento del sistema.

El *ODE-Simulador* es un sub-vi, es decir, un programa dentro de nuestro programa principal. En él está propiamente nuestro sistema. El DB de éste se muestra en la Figura A.2. Los rectángulos con bordes azules son *Mathscpts*, esto es, bloques con los que podemos realizar operaciones matemáticas. Por ejemplo, para simular (3.26) escribiríamos: $u = 1,5 * erre * (\text{gamma}2 * r3 * (x3 - x3_{as})) + 1,5 * (x1 * x3 - r * x3_{as}) + u_{as}$, donde *erre*, *gamma2*, *r3*, *x3*, *x3_{as}*, *x1*, *u_{as}* son constantes o variables que se calculan en otros *Mathscpts*. En LabVIEW también existen bloques iguales a los de Simulink; sin embargo optamos por los *Mathscpts* pues resulta ventajoso al momento de hacer modificaciones al sistema o al control, pues con éstos simplemente cambiamos las ecuaciones en lugar de suprimir o crear bloques y sus consecuentes conexiones. El inconveniente es que se pierde el entendimiento visual que tienen los DB.

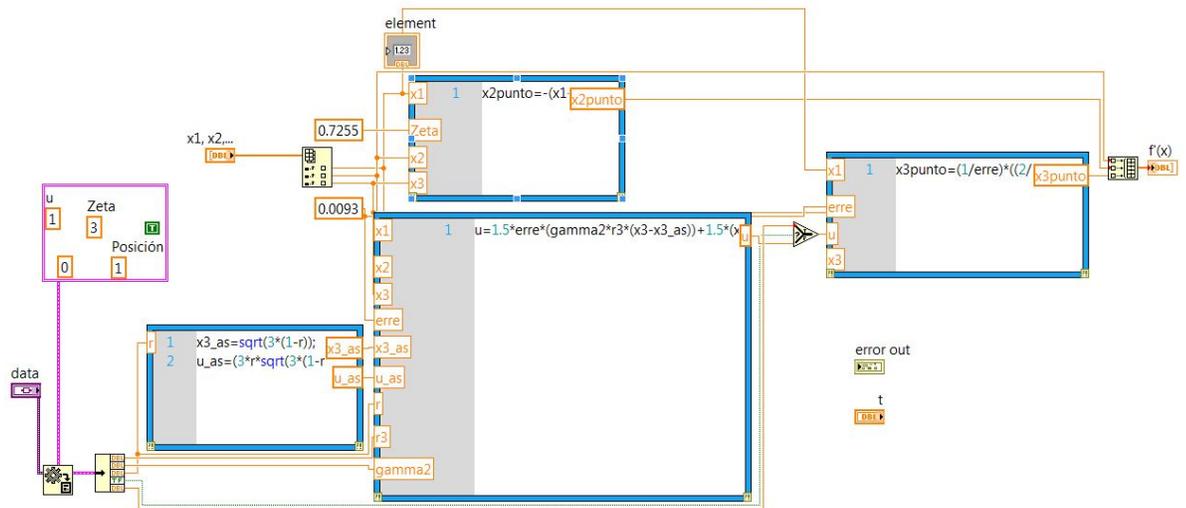


Figura A.2: Diagrama de bloques del sub-vi.

Bibliografía

- [1] A. Menéndez Velázquez. *Una revolución en miniatura*. Publicaciones de la Universidad de Valencia. España, 2010. Visible en Google Books.
- [2] S. Senturia. *Microsystem Design*. Ed. Kluwer Academic Publishers. USA, 2002.
- [3] G. Zhu, J. Lévine, L. Praly. *Improving the Performance of an Electrostatically Actuated MEMS by Nonlinear Control: Some Advances and Comparisons*. 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005.
- [4] L. Dong. *Closed-loop voltage control of a parallel-plate MEMS electrostatic actuator*. American Control Conference (ACC), 2010.
- [5] K. P. Tee, S. S. Ge y F. E. Hock Tay. *Adaptive Control of Electrostatic Microactuators With Bidirectional Drive*. IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 17, NO. 2, MARCH 2009.
- [6] J.M. Díaz Antúnez. *Control basado en pasividad de dispositivos MEMS*. Tesis de maestría, UNAM, 2010.
- [7] B. Borovic, A. Q. Liu, D. Popa, H. Cai y F. L. Lewis. *Open-loop versus closed-loop control of MEMS devices: choices and issues*. JOURNAL OF MICROMECHANICS AND MICROENGINEERING. Published 19 August 2005.
- [8] Domingo Teodoro Mendoza Rosales. *Desarrollo de un interruptor mems para la banda ka utilizando tecnología exible de circuito impreso*. Tesis de maestría, UNAM, 2007.

- [9] C. Batlle, A. Dòria-Cerezo, G. Espinosa-Pérez, R. Ortega. *Simultaneous Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control: Two Practical Examples*. 3rd IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control, Nogoya 2006.
- [10] C. Batlle, A. Dòria-Cerezo, G. Espinosa-Pérez, R. Ortega. *Simultaneous Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control: The Induction Machine Case Study*. International Journal of Control, Vol. 82, No. 2, pp. 241–255, 2009.
- [11] A. van der Shaft, R. Ortega, B. Maschke, G. Escobar. *Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems*. Automatica 38, 2002.
- [12] R. Sepulcre, M. Jankovic y P. Kokotovic. *Constructive Nonlinear Control*. Ed. Springer. 1^{ra} edición, USA, 1997.
- [13] G. Zhu, J. Lévine, L. Praly. *On the differential flatness and control of electrostatically actuated mems*. American Control conference, 2005.
- [14] Ortega R. y García-Canseco E. *Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: A Survey* European Journal of Control, 2004.
- [15] K. Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Ed. Prentice Hall. 1^{ra} edición, México, 1980.
- [16] Jean Gallier. *The Schur Complement and Symmetric Positive Semidefinite (and Definite) Matrices*. Diciembre, 2012.