

Apéndice A. Antecedentes de electrostática

A.1. Ley de coulomb

La ley de Coulomb establece que si se tienen dos cuerpos relativamente pequeños separados a una distancia muy grande experimentan una fuerza proporcional a la carga en cada cuerpo e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa (ver figura A.1) [1].

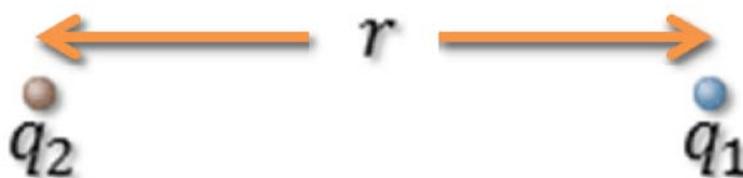


Figura A.1. Dos cuerpos separados a una distancia relativamente grande.

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} [N] , \quad (A.1)$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Nm^2}{C^2} \right] , \quad (A.2)$$

k : Constante de proporcionalidad

r : Distancia entre ambos cuerpos

q_1, q_2 : Carga en cada cuerpo

ϵ_0 : Permitividad en el vacío, en este caso aire.

A.2. Permitividad eléctrica

En el estudio de los capacitores es importante saber que le sucede a un material aislante (no conductor) cuando se encuentra en presencia de una diferencia de potencial, la característica principal que hace notar la diferencia entre un aislante y otro está dada por una constante del

material llamada permitividad eléctrica [2]. La permitividad eléctrica es la capacidad que tiene un cuerpo para hacer pasar a través de él un campo eléctrico, la permitividad en el vacío es

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \left[\frac{F}{m} = \frac{C^2}{Nm^2} \right]. \quad (A.3)$$

A.3. Intensidad de campo eléctrico

Suponiendo que se tienen dos cuerpos con sus respectivas cargas en un espacio en el vacío donde una de las cargas q_1 se fija en un punto en el vacío y la carga q_2 se mueve en todas direcciones alrededor de q_1 . Lo que experimenta q_2 es un campo eléctrico en todas las direcciones provocado por la carga q_1 , la fuerza por unidad de carga da origen al término de Intensidad de campo eléctrico [3] (ver figura A.2).

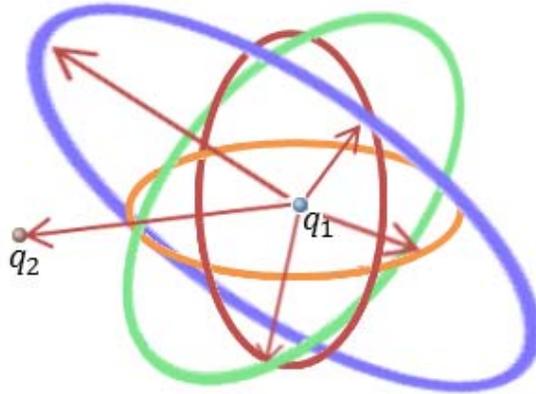


Figura A.2. Campo eléctrico.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = k \frac{q_1}{r^2} \hat{r} \left[\frac{N}{C} \right]. \quad (A.4)$$

A.4. Trabajo

Es la energía necesaria para mover un cuerpo desde un punto inicial hasta un punto final conocido, en la figura A.3 se puede observar la carga q del cuerpo en su punto inicial (q_{ini}) y final (q_{fin}), matemáticamente el trabajo es directamente proporcional al producto de la fuerza por el desplazamiento.

$$W = F \cdot L [J]. \quad (A.5)$$

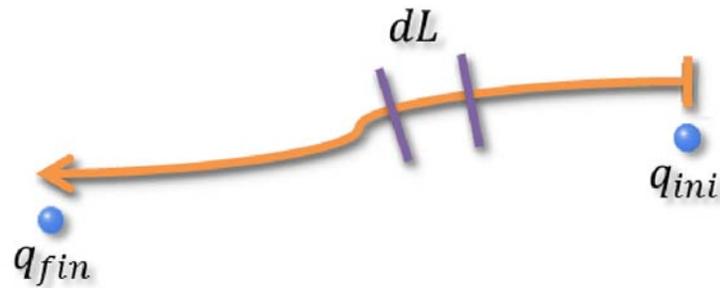


Figura A.3. Trabajo necesario para mover una carga q hasta q' .

Gráficamente el trabajo se representa por el área bajo la curva del producto de la fuerza por el desplazamiento, cuando la trayectoria del desplazamiento no es una línea recta el trabajo se puede obtener integrando todas las áreas para obtener la energía total [4].

$$W = \int_{ini}^{fin} \vec{F} \cdot d\vec{L} . \quad (A.6)$$

A.5. Diferencia de potencial

Es una magnitud física que nos proporciona información de cuanta energía se requiere para realizar el trabajo de llevar una carga (electrón) desde un punto A hasta un punto B en presencia de un campo eléctrico \vec{E} (ver figura A.4). La diferencia de potencial está dada por

$$V = \frac{W}{q} \left[\frac{J}{C} = v \right] . \quad (A.7)$$

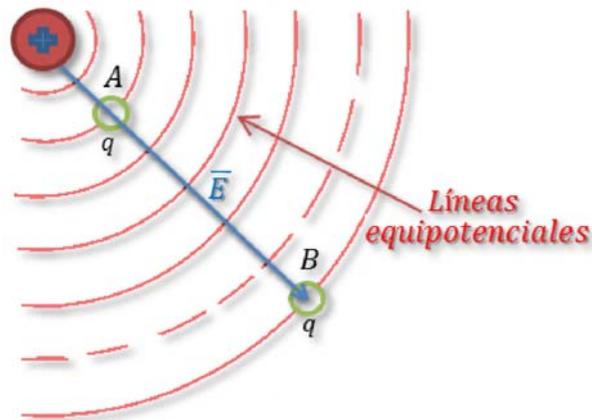


Figura A.4. Diferencia de potencial.

En la figura A.4 se puede observar que el potencial va disminuyendo hasta cero en la dirección donde el potencial es nulo, la dirección del campo eléctrico es perpendicular a las líneas equipotenciales y su sentido es hacia donde el potencial disminuye. La carga q_1 se encuentra a un mayor potencial que la carga q_2 . Si q_2 se encuentra en un punto del espacio en el infinito el potencial en ese punto será cero. Combinando las ecuaciones (A.5), (A.6) y (A.7) se obtiene la forma integral de la diferencia de potencial

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{L} . \quad (\text{A.8})$$

Si la carga q_2 se trae desde el infinito hasta el punto A, la diferencia de potencial será la siguiente

$$V_{BA} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{L} . \quad (\text{A.9})$$

A.6. Desplazamiento eléctrico

Es una medida de densidad de carga eléctrica, tiene la misma dirección del campo eléctrico, cuantifica cuantas líneas de flujo eléctrico atraviesan una superficie normal a estas, por unidad de área (ver figura A.5). El desplazamiento eléctrico es directamente proporcional al campo eléctrico, donde la constante de proporcionalidad es la permitividad absoluta ϵ .

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \left[\frac{C}{m^2} \right] . \quad (\text{A.10})$$

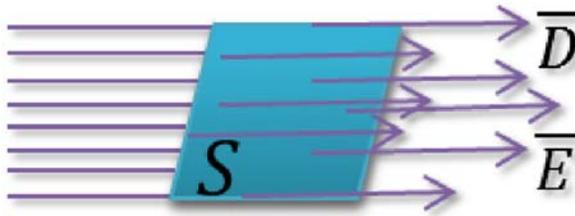


Figura A.5. Desplazamiento eléctrico.

A.7. Ley de gauss

El flujo eléctrico (ϕ) que pasa a través de cualquier superficie cerrada (S) es igual a la carga total encerrada (Q_T) por esa superficie (ver figura A.6). La ley de Gauss se representa por la integral de superficie cerrada del desplazamiento eléctrico \bar{D}_S por la diferencial de área superficial ($d\bar{S}$).

$$\phi = \oint_S \bar{D}_S \cdot d\bar{S} = Q_T [C]. \quad (\text{A.11})$$

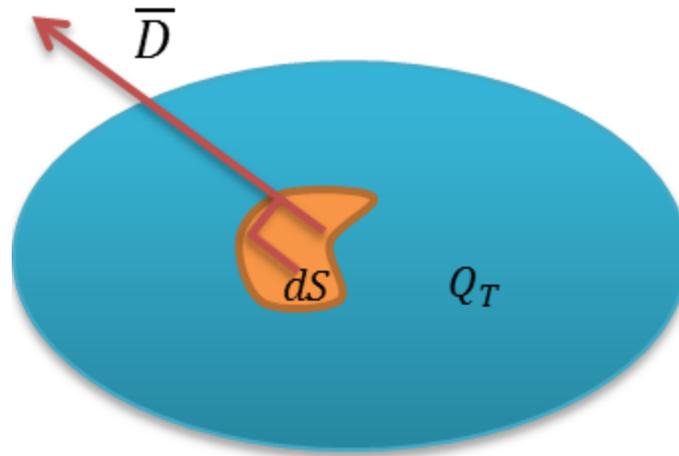


Figura A.6. Ley de Gauss.

A.8. El capacitor como un elemento que almacena energía

Si se colocan dos placas (o electrodos) cargados de cualquier geometría a una diferencia de potencial no nula en un medio con una permitividad eléctrica (ϵ), la capacitancia se define como la relación entre la diferencia de potencial que existe entre las placas (P_1 y P_2) del capacitor y la carga almacenada en éstas [3].

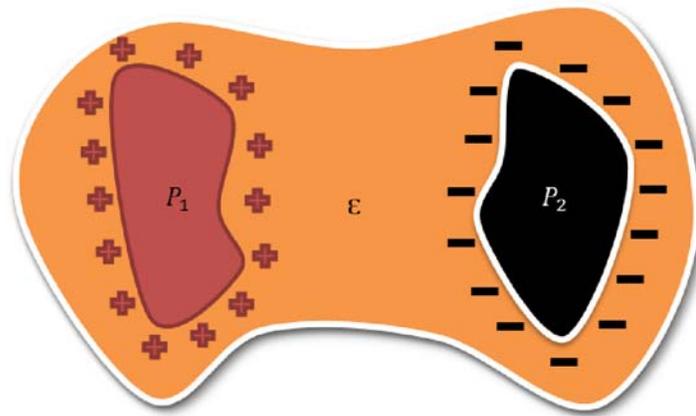


Figura A.7. Dos electrodos sumergidos en un medio dieléctrico.

Un capacitor es un dispositivo que almacena la carga eléctrica que recibe, la carga almacenada en el capacitor puede ser devuelta a la fuente después de que dicha fuente sea desconectada. La ecuación que describe a la capacitancia está dada por

$$C = \frac{Q}{V} \left[\frac{C}{V} = F \right]. \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.9) y (A.11) en (A.12) se puede obtener la representación de la capacitancia en su forma integral

$$C = \frac{\oint_S \bar{D}_S \cdot d\bar{S}}{-\int \bar{E} \cdot d\bar{L}}. \quad (\text{A.13})$$

A.9. Intensidad de corriente

Al flujo de carga eléctrica por unidad de tiempo se le conoce como intensidad de corriente [4]. La ecuación que representa dicha intensidad de corriente es

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \left[\frac{C}{s} = A \right]. \quad (\text{A.14})$$

En electrónica y modelado de sistemas físicos la intensidad de corriente se obtiene de despejar Q de la ecuación (A.12), derivar con respecto al tiempo y sustituir en la ecuación (A.14)

$$i_c(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}. \quad (\text{A.15})$$

A.10. Elementos activos

Un circuito eléctrico es un sistema cerrado formado por distintos elementos, donde: los elementos que proporcionan la energía a una red son llamados elementos activos, los elementos pasivos disipan la energía en forma de calor o la almacenan, entre los elementos activos destacan los mostrados en la figura A.8 [6].

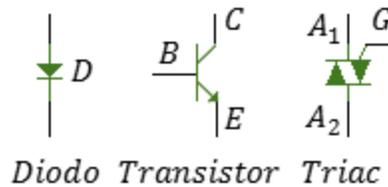


Figura A.8. Elementos activos.

A.11. Elementos pasivos

Los elementos pasivos son los que toman la energía que entregan los elementos activos. Estos elementos disipan la energía en forma de calor o la almacenan (una resistencia disipa calor, el capacitor y el inductor son dispositivos que almacenan energía asociada a la carga eléctrica y campo magnético) [6]. En la figura A.9 se muestran los elementos pasivos.

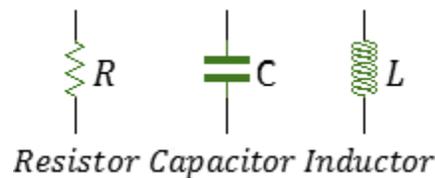


Figura A.9. Elementos pasivos.

A.12. Resistencia e impedancia

La resistencia está definida como la dificultad que tienen los electrones libres al fluir en un circuito cerrado entre un átomo y otro [7]. En el análisis de circuitos todo elemento que consume energía tiene una resistencia, la ley de Ohm establece que la tensión (V) es directamente proporcional al producto de la intensidad de corriente (i) por la resistencia (R). En electrónica es

muy importante hacer mediciones de señales que dependen del tiempo, tomando en cuenta esto la ley de Ohm queda

$$V(t) = Ri(t) . \quad (A.16)$$

La impedancia tiene un papel similar a la resistencia y sus unidades son las mismas, en los circuitos de corriente alterna a la resistencia se le conoce como impedancia [8].

$$V = ZI , \quad (A.17)$$

la impedancia es una cantidad compleja que se expresa como

$$Z = R + jX , \quad (A.18)$$

R : Resistencia

X : Reactancia

La impedancia es un número complejo el cual tiene magnitud ($|Z|$) y ángulo de fase (ϕ)

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \phi = \text{angtan} \left(\frac{X}{R} \right) . \quad (A.19)$$

En un capacitor la reactancia es lo que se opone al paso de la corriente. Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación (A.15)

$$I(s) = CsV(s) , \quad (A.20)$$

despejando $V(s)$

$$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) \quad (A.21)$$

La reactancia en un capacitor es

$$X_C = \frac{1}{sC} . \quad (A.22)$$

En el dominio de Laplace “ s ” es una variable compleja que se expresa de la siguiente forma

$$s = \sigma + j\omega , \quad (A.23)$$

σ : Atenuación de la señal.

ω : Frecuencia angular de la señal.

En el dominio de la frecuencia se margina la parte real de s quedando solo la parte imaginaria [9]

$$s = j\omega , \quad (A.24)$$

La reactancia en un capacitor en función de la frecuencia se puede obtener sustituyendo de la ecuación (A.24) en la ecuación (A.22) [7]

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} , \quad (\text{A.25})$$

La impedancia de un circuito puramente capacitivo es

$$Z = X_C . \quad (\text{A.26})$$

A.13. Referencias

1. Jaramillo, Gabriel y Alvarado, Alfonso, (1990), "Electricidad y Magnetismo", Trillas, 2ª Preedición, pp. 1-10
2. Hlawiczka, Paul, (1977), "Introducción a la Electrónica Cuántica", Reverté S.A., pp. 175-181
3. Hayt, William, (2006), "Teoría electromagnética", McGraw Hill, 2ª Edición, pp. 30-35, 57-67, 88-90, 96-98, 103-104, 149-152
4. Wilson, Jerry y Buffa, Anthony, (2003), "Física", Prentice Hall, 5ª edición, pp. 142-143
5. Burbano, Santiago y Gracia, Carlos, (2006), "Física General", Tébar, 32ª Edición, pp. 450
6. Carretero, Alfonso, (2009), "Electrónica", Editex, 1ª Edición, pp. 87-88
7. Senner, Adolf, (1994), "Principios de Electrotecnia", Reverté S.A., 1ª Edición, pp. 28, 146
8. Edminister, Joseph, (1997), "Circuitos Eléctricos", McGraw Hill, 3ª Edición, pp. 229-230
9. Ogata, Katsuhico, (2004), "Ingeniería de control Moderna", Prentice Hall, 4ª edición, pp. 492-493

Apéndice B. Amplificadores

B.1. Amplificador operacional

Un amplificador operacional básicamente está conformado por dos terminales de entrada de señal llamadas “terminal no inversora” (V^+) y “terminal inversora” (V^-). Su ganancia en malla abierta es infinita ($A \rightarrow \infty$). La impedancia de entrada es muy alta $z = \infty$ y la impedancia a la salida es $z = 0$ [1].

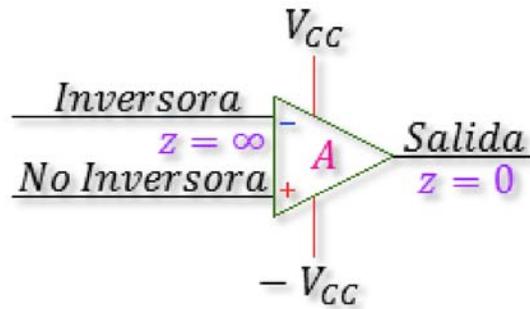


Figura B.1. Amplificador Operacional.

El amplificador operacional necesita para su funcionamiento una polarización externa diferente a la señal de entrada, esta es una polarización de corriente directa positiva ($+V_{CC}$) y una polarización negativa ($-V_{CC}$), en la figura B.2 se muestra como se polariza un amplificador operacional.

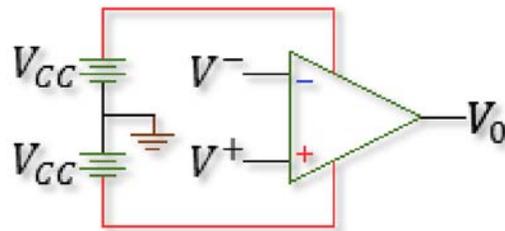


Figura B.2. Polarización del amplificador operacional.

La ecuación que describe el comportamiento de la señal de salida de un amplificador operacional es la mostrada en la ecuación (B.1).

$$V_0 = -A(V^- - V^+). \tag{B.1}$$

B.2. Amplificador operacional inversor

Se le llama amplificador operacional inversor porque es dispositivo que permite amplificar la señal de entrada y además invierte la señal de entrada o realiza un retardo de fase de 180 grados con respecto a la señal de entrada.

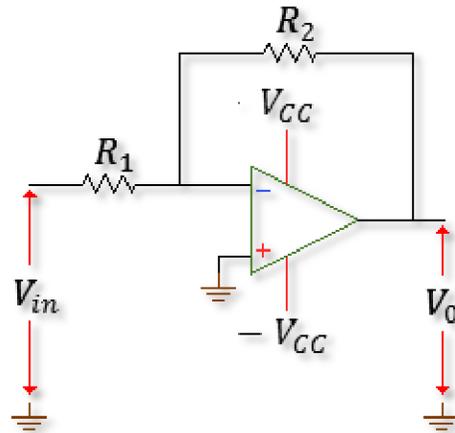


Figura B.3. Amplificador Operacional Inversor.

Para obtener el comportamiento de V_0 se buscan primero las ecuaciones que representen a las tensiones en ambas terminales del amplificador

Para V^+ se tiene

$$V^+ = 0[v]. \quad (\text{B.2})$$

Para V^- se tiene

$$V^- = V_{V_{in}}^- + V_{V_0}^- . \quad (\text{B.3})$$

Por superposición $V_{in} = 0$

$$V_{V_0}^- = \frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} . \quad (\text{B.4})$$

Por superposición $V_0 = 0$

$$V_{V_{in}}^- = \frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2} , \quad (\text{B.5})$$

sustituyendo (A.4) y (A.5) en (A.3)

$$V^- = \frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} , \quad (\text{B.6})$$

sustituyendo (A.6) en (A.1)

$$V_0 = -A \left(\frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} + 0 \right), \quad (B.7)$$

dejando los términos que contengan a V_0 del lado izquierdo de la igualdad

$$\frac{v_0}{A} + \frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} = - \frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2} \quad (B.8)$$

$$V_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = - \frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2}, \quad (B.9)$$

sustituyendo la ganancia en malla abierta ($A \rightarrow \infty$)

$$V_0 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = - \frac{R_2 V_{in}}{R_1 + R_2}, \quad (B.10)$$

despejando la señal de salida V_0

$$V_0 = - \frac{R_2}{R_1} V_{in}, \quad (B.11)$$

para obtener la ganancia de voltaje se divide la señal de salida entre la señal de entrada [1]

$$\frac{V_0}{V_{in}} = - \frac{R_2}{R_1}. \quad (B.12)$$

B.3. Amplificador operacional no inversor

Un amplificador no inversor es un amplificador que tiene la cualidad de amplificar la señal de entrada sin alterar su fase

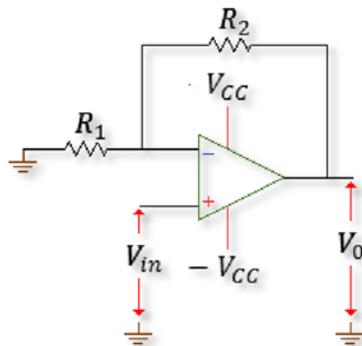


Figura B.4. Amplificador Operacional no Inversor.

Para encontrar V_0 se busca V^- y V^+

Para V^+ se tiene

$$V^+ = V_{in} . \quad (B.13)$$

Para V^- se tiene

$$V^- = \frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} . \quad (B.14)$$

sustituyendo (A.13) y (A.14) en (A.1)

$$V_0 = -A \left(\frac{R_1 V_0}{R_1 + R_2} - V_{in} \right) , \quad (B.15)$$

dejando los términos que contengan a V_0 del lado izquierdo de la igualdad

$$V_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = V_{in} , \quad (B.16)$$

sustituyendo la ganancia en malla abierta ($A \rightarrow \infty$)

$$V_0 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = V_{in} , \quad (B.17)$$

despejando la señal de salida V_0

$$V_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{in} , \quad (B.18)$$

la ganancia de voltaje

$$\frac{V_0}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} . \quad (B.19)$$

B.4. Amplificador operacional seguidor de voltaje

Un amplificador seguidor de voltaje es también llamado buffer y desacoplador de voltaje su característica es que tiene una alta impedancia $z = \infty$ de entrada y una impedancia mínima $z = 0$ a la salida del amplificador. La señal de salida de este amplificador es la misma que la señal de entrada lo cual dice que la carga que sea conectada a este buffer no alterará la señal de entrada.

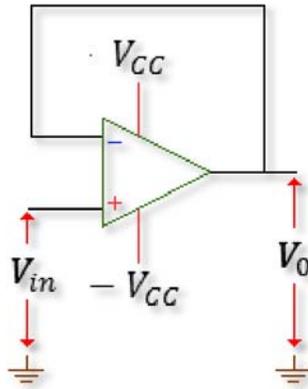


Figura B.5. Amplificador Operacional Seguidor.

Para encontrar V_0 se busca V^- y V^+

Para V^+ se tiene

$$V^+ = V_{in} . \quad (\text{B.20})$$

Para V^- se tiene

$$V^- = V_0 , \quad (\text{B.21})$$

sustituyendo (B.20) y (B.21) en (B.1)

$$V_0 = -A(V_0 - V_{in}) , \quad (\text{B.22})$$

dejando los términos que contengan a V_0 del lado izquierdo de la igualdad

$$V_0 \left(\frac{1}{A} + 1 \right) = V_{in} , \quad (\text{B.35})$$

sustituyendo la ganancia en malla abierta ($A \rightarrow \infty$)

$$V_0 = V_{in} , \quad (\text{B.36})$$

la ganancia de voltaje

$$\frac{V_0}{V_{in}} = 1 . \quad (\text{B.37})$$

B.5. Amplificador de instrumentación

Un amplificador de instrumentación está diseñado para eliminar ruido en la señal. Si el ruido generado sumado a las señales diferenciales en el amplificador por un agente externo es común en ambas entradas del amplificador dicho ruido será grandemente rechazado y las señales de entradas diferenciales son amplificadas.

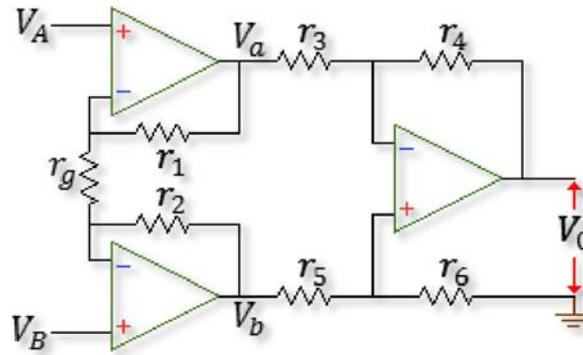


Figura B.6. Amplificador de instrumentación.

La señal de salida V_0 depende de las tensiones en los puntos V_a y V_b

$$V_0 = V_{0a} + V_{0b} . \tag{B.38}$$

Las tensiones en los puntos V_a y V_b dependen de las señales de entrada del amplificador de instrumentación

$$V_a = V_{aA} + V_{aB} \tag{B.39}$$

$$V_b = V_{bA} + V_{bB} . \tag{B.40}$$

Por el teorema de superposición $V_B = 0$

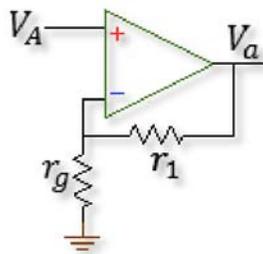


Figura B.7. Cuando $V_B = 0$.

Queda un amplificador operacional no inversor

$$V_{a_A} = \left(1 + \frac{r_1}{r_g}\right) V_A . \quad (\text{B.41})$$

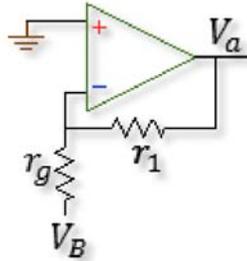


Figura B.8. Cuando $V_A = 0$.

Por el teorema de superposición $V_A = 0$

Queda un amplificador inversor

$$V_{a_B} = -\frac{R_1}{R_g} V_B , \quad (\text{B.42})$$

sustituyendo las ecuaciones (B.41) y (B.42) en (B.39)

$$V_a = \left(1 + \frac{r_1}{r_g}\right) V_A - \frac{R_1}{R_g} V_B , \quad (\text{B.43})$$

de igual forma se calcula V_b

$$V_b = \left(1 + \frac{r_2}{r_g}\right) V_B - \frac{R_1}{R_g} V_A . \quad (\text{B.44})$$

Al arreglo de la figura B.9 se le conoce como amplificador diferencial.

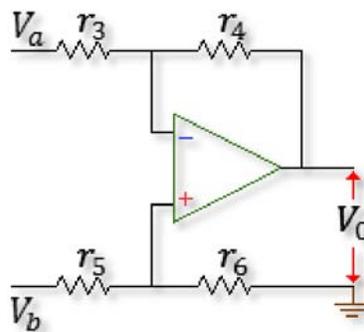


Figura B.9. Amplificador diferencial.

Para obtener la señal de salida V_0 se aplica el mismo teorema de superposición.

Por el teorema de superposición $V_b = 0$

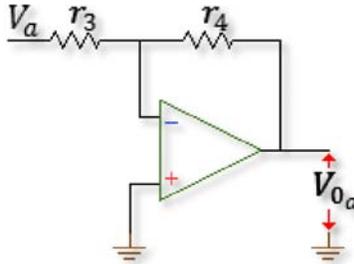


Figura B.10. Amplificador inversor.

Queda un amplificador operacional inversor, donde la señal de salida debido a la tensión V_a es

$$V_{0a} = -\frac{r_4}{r_3} V_a . \quad (B.45)$$

Por el teorema de superposición $V_b = 0$

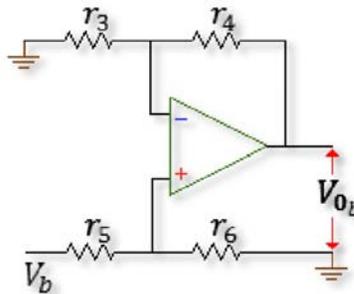


Figura B.11. Amplificador no inversor.

Queda un amplificador operacional no inversor, para obtener la tensión en la terminal V^+ se hace un divisor de tensión. La señal de salida debido a la tensión V_b es

$$V_{0b} = \left(1 + \frac{r_4}{r_3}\right) \frac{r_6 V_b}{r_5 + r_6} , \quad (B.46)$$

sustituyendo las ecuaciones (B.43) y (B.44) en (B.40)

$$V_0 = -\frac{r_4}{r_3} V_a + \left(1 + \frac{r_4}{r_3}\right) \frac{r_6 V_b}{r_5 + r_6} , \quad (B.47)$$

sustituyendo las ecuaciones (B.38) y (B.39) en (B.41)

$$V_0 = -\frac{r_4}{r_3} \left[\left(1 + \frac{r_1}{r_g} \right) V_A - \frac{r_1}{r_g} V_B \right] + \left(1 + \frac{r_4}{r_3} \right) \frac{r_6}{r_5+r_6} \left[\left(1 + \frac{r_2}{r_g} \right) V_B - \frac{r_2}{r_g} V_A \right]. \quad (\text{B.48})$$

Un amplificador de instrumentación integrado normalmente tiene todas sus resistencias iguales ($r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = r$), a excepción de la resistencia que le da la ganancia al amplificador (r_g). Considerando lo anterior la señal de salida del amplificador de instrumentación es

$$V_0 = (V_B - V_A) \left(1 + \frac{2r}{r_g} \right). \quad (\text{B.49})$$

B.6. Razón de rechazo en modo común del amplificador de instrumentación

La razón de rechazo en modo común se encuentra en el amplificador diferencial interno de un amplificador de instrumentación (ver figura B.9). Si las fuentes de tensión del amplificador diferencial son sustituidas por fuentes de modo común y de modo diferencial V_{CM} y V_{DM} la figura B.9 se transforma en la figura [B.12]. [1][2]

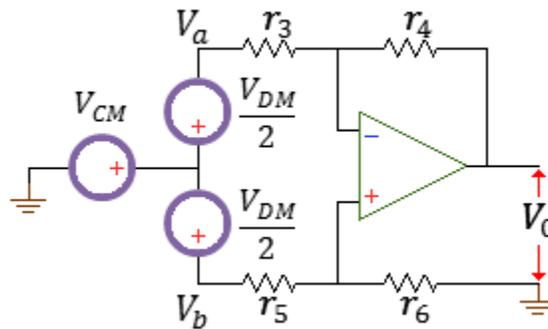


Figura B.12. Amplificador diferencial en términos de V_{CM} y V_{DM} .

Las componentes de entrada en común y diferencial son

$$V_{CM} = \frac{V_a + V_b}{2} \quad (\text{B.50})$$

$$V_{DM} = V_b - V_a, \quad (\text{B.51})$$

despejando V_a y V_b de las ecuaciones (B.50) y (B.51)

$$V_a = V_{CM} - \frac{V_{DM}}{2} \quad (B.52)$$

$$V_b = V_{CM} + \frac{V_{DM}}{2}, \quad (B.52)$$

sustituyendo las ecuaciones (B.52) y (B.53) en (B.47)

$$V_0 = -\frac{r_4}{r_3} \left(V_{CM} - \frac{V_{DM}}{2} \right) + \left(1 + \frac{r_4}{r_3} \right) \frac{r_6}{r_5+r_6} \left(V_{CM} + \frac{V_{DM}}{2} \right), \quad (B.53)$$

la ecuación (B.53) en términos de sus ganancias del modo común y diferencial queda de la siguiente forma

$$V_0 = \left[\left(\frac{r_3+r_4}{r_3} \right) \frac{r_6}{r_5+r_6} - \frac{r_4}{r_3} \right] V_{CM} + \frac{1}{2} \left[\frac{r_4}{r_3} + \left(\frac{r_3+r_4}{r_3} \right) \frac{r_6}{r_5+r_6} \right] V_{DM} \quad (B.54)$$

$$V_0 = A_{cm} V_{CM} + A_{dm} V_{DM}, \quad (B.55)$$

A_{cm} : Ganancia del modo común

A_{dm} : Ganancia del modo diferencial

La razón de rechazo en modo común (CMRR) del amplificador de instrumentación se obtiene de la misma forma que en un amplificador diferencial, como se muestra a continuación:

$$CMRR_{db} = 20 \log_{10} \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right|, \quad (B.56)$$

si las resistencias del amplificador de instrumentación son iguales $R_3 = R_5$ y $R_4 = R_6$ entonces la señal de salida de amplificador será:

$$V_0 = 0V_{CM} + \frac{R_4}{R_3} V_{DM}, \quad (B.57)$$

para este caso cuando $A_{cm} \rightarrow 0$, la razón de rechazo en modo común tenderá al infinito ($CMRR_{db} \rightarrow \infty$).

La razón de rechazo en modo común es un dato que proporciona el fabricante en la hoja de especificaciones del amplificador.

B.7. Amplificador Lock-in

¿Para qué sirve un amplificador Lock-in?

Un amplificador Lock-in es un instrumento de medición que permite detectar señales pequeñas (nano-voltios, pico-amperios) que la mayoría de las veces estas señales no son fáciles de

detectar en osciloscopios comunes por tener una señal tan pequeña o que esta señal tiene una amplitud menor a la del ruido lo cual ocurre a menudo [3].

Un amplificador Lock-in utiliza la técnica de Detección de Fase Sensible (DFS) o multiplicador, donde se multiplica la señal de referencia del Lock-in con la señal que viene del experimento.

¿Por qué usar un amplificador Lock-in?

En cualquier sistema de medición electrónico es muy importante hacer mediciones de la señal que viene de un experimento ya sea de voltaje (V_{EXP}) o de corriente (I_{EXP}) que queremos medir e ignorar el ruido del amplificador ya sea de instrumentación o un amplificador Lock-in. En la figura B.13 se pueden observar las características de fabricación de todo amplificador, como lo es el ruido de voltaje y corriente en la entrada de amplificador (V_R y I_R), y su ancho de banda B .

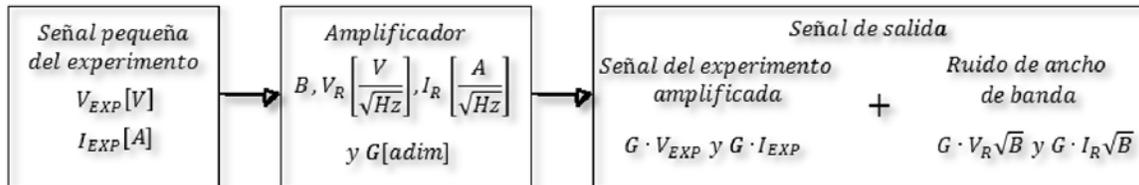


Figura B.13. Características de la señal de salida de un amplificador.

A diferencia de los amplificadores de instrumentación, el amplificador Lock-in SR850 tiene un ancho de banda muy estrecho $B = 0.01 [Hz]$. Se puede observar de la figura B.13 que si la señal V_{EXP} tiene una magnitud pequeña y el amplificador tiene un ancho de banda mayor a $B = 100 [kHz]$ la señal empezaría perderse en la salida del amplificador [3].

Ruido térmico en la entrada de un amplificador

El ruido térmico (Johnson) es causado por la agitación térmica de los portadores de un conductor o semiconductor el cual estará presente en todo elemento pasivo que se oponga al paso de la corriente. En la figura B.14a se muestra una resistencia R_R con ruido y en las figuras B.14b y B.14c se ha considerado el ruido de Johnson equivalente, donde R es una resistencia sin ruido, V_n y I_n son los elementos activos de ruido.

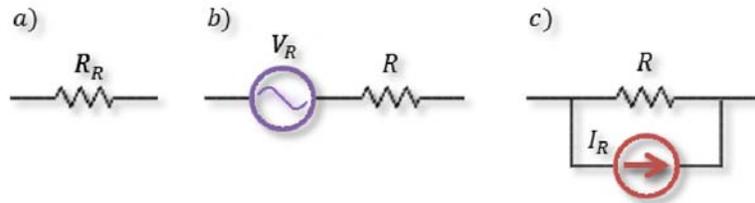


Figura B.14. Equivalencia de la resistencia R_n considerando Johnson.

El ruido que se presenta en la entrada de un amplificador se puede observar en la figura B.15.

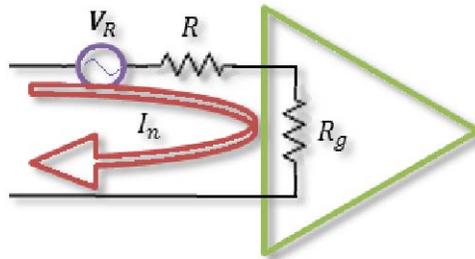


Figura B.15. Ruido de entrada de un amplificador.

La corriente de la rama es

$$I_R = \frac{V_R}{R+R_n} [A] . \quad (B.58)$$

La tensión en la entrada es

$$V_g = \frac{V_R R_g}{R+R_g} [v] . \quad (B.59)$$

La potencia en la resistencia interna de amplificador es

$$P = I_R V_g , \quad (B.60)$$

sustituyendo las ecuaciones (B.58) y (B.59) en (B.60)

$$P = \frac{V_R^2 R_g}{(R+R_g)^2} , \quad (B.61)$$

si $R = R_g$

$$P = \frac{V_R^2}{4R_g} = \frac{V_R^2}{4R}, \quad (\text{B.62})$$

la densidad espectral de la potencia de ruido se define como la potencia de ruido en 1 [Hz] de ancho de banda [4].

$$P = \frac{V_R^2}{4R} = kTB[W], \quad (\text{B.63})$$

k : Es la constante de Boltzmann $(1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{J}{K} \right])$.

T : Es la temperatura en grados Kelvin.

B : Es el ancho de banda.

Considerando a T como una constante a la que está la resistencia, el promedio del cuadrado del voltaje de ruido térmico [5] entre los extremos de la resistencia es

$$\overline{V_R^2} = 4RkTB, \quad (\text{B.64})$$

V_n : Es el voltaje de la potencia de ruido en la resistencia interna del amplificador.

El dato que muestran los fabricantes de amplificadores es este voltaje V_n por unidad de la raíz del ancho de banda es

$$\frac{V_R}{\sqrt{B}} = 2\sqrt{RkT} \left[\frac{v}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]. \quad (\text{B.65})$$

Otro dato que muestran los fabricantes es la corriente de ruido [6] a la entrada del amplificador I_R . El cual está dado de la siguiente forma

$$\frac{I_R}{\sqrt{B}} = 2\sqrt{\frac{kT}{R}} \left[\frac{A}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]. \quad (\text{B.66})$$

Reserva dinámica

Suponiendo una señal de entrada al amplificador Lock-in consiste de una señal a escala completa a una frecuencia de referencia más el ruido en otra frecuencia. La reserva dinámica es la razón de señal de ruido tolerable más grande a escala completa de la señal.

Cómo se realiza una medición en un amplificador Lock-in

Un amplificador Lock-in requiere una frecuencia de referencia para su funcionamiento, dicha frecuencia de referencia puede ser tomada de un generador de funciones o del oscilador interno del amplificador Lock-in, ambos generador de funciones y amplificador Lock-in pueden excitar al experimento a una amplitud V_r y a una frecuencia angular ω_r .

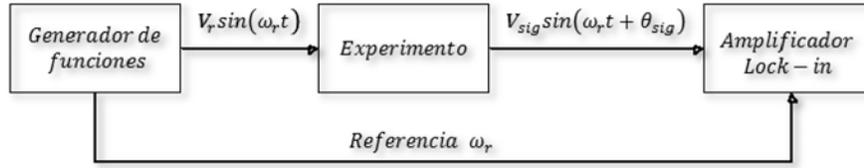


Figura B.16. Frecuencia de referencia tomada de un generador de funciones.

Cuando la señal de referencia entra al Lock-in es sujeta por un PLL el cual *amarra* la frecuencia de la señal, entonces el Lock-in genera una señal con una frecuencia angular ω_L la cual debe tener el mismo valor de ω_r , después esta señal generada es desplazada a una fase conocida de referencia θ_r (ver figura B.18), dicho ángulo puede ser ajustado por el usuario.

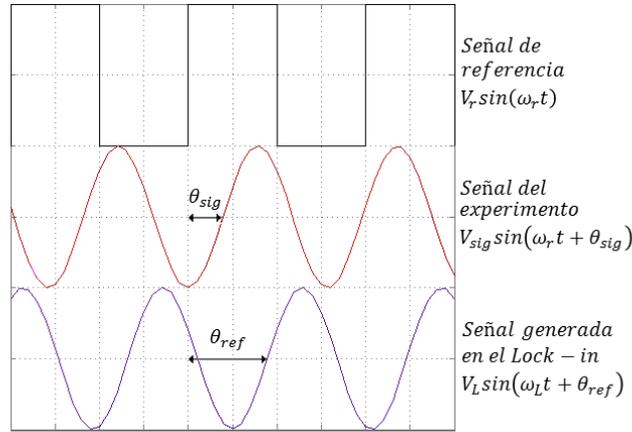


Figura B.17. Señales de referencia, del experimento, y la generada en el Lock-in.

La señal generada y desplazada en fase la señal del Lock-in y la señal del experimento entran a un a un multiplicador o detector sensible a la fase (PSD) el cual hace el producto de las señales esto se hace para después obtener como resultado la componente X de la señal

$$V_{psd_1} = V_{sig} V_L \sin(\omega_r t + \theta_{sig}) \sin(\omega_L t + \theta_{ref}), \quad (B.67)$$

la señal generada también es desplazada una fase fija de 90° ($V_L \sin(\omega_L t + \theta_{ref} + 90^\circ)$), esta señal es multiplicada por la señal del experimento esto se hace para después obtener la componente en Y de la señal

$$V_{psd_2} = V_{sig} V_L \sin(\omega_r t + \theta_{sig}) \sin(\omega_L t + \theta_{ref} + 90^\circ), \quad (B.68)$$

por trigonometría las ecuaciones (B.67) y (B.68) se expanden de la siguiente forma

$$V_{psd_1} = \frac{V_{sig} V_L \cos((\omega_r - \omega_L) + \theta_{sig} - \theta_{ref})}{2} + \frac{V_{sig} V_L \cos((\omega_r + \omega_L) + \theta_{sig} + \theta_{ref})}{2} \quad (B.69)$$

$$V_{psd_2} = \frac{V_{sig}V_L \cos((\omega_r - \omega_L) + \theta_{sig} - \theta_{ref} - 90^\circ)}{2} + \frac{V_{sig}V_L \cos((\omega_r + \omega_L) + \theta_{sig} + \theta_{ref} + 90^\circ)}{2}, \quad (B.70)$$

dichas ecuaciones muestran una resta de frecuencias $\omega_r - \omega_L$ y una suma de frecuencias $\omega_r + \omega_L$, en cada componente de ambos PSD. La salida de cada PSD es pasado por un filtro paso bajas; en general, la salida de cada PSD tendrá como salida una señal de componente de DC

$$X = \frac{V_{sig}V_L \cos(\theta_{sig} - \theta_{ref})}{2} \quad (B.71)$$

$$Y = \frac{V_{sig}V_L \cos(\theta_{sig} - \theta_{ref} + 90^\circ)}{2}, \quad (B.72)$$

por trigonometría La ecuación (B.72) se transforma en

$$Y = \frac{V_{sig}V_L \sin(\theta_{sig} - \theta_{ref})}{2}, \quad (B.73)$$

si la amplitud V_L es la unidad, las amplitudes de X y Y representan la componente real e imaginaria proporcionales a la señal del experimento.

Referencias

1. Franco, Sergio, (2005), "Diseño con Amplificadores Operacionales y Circuitos Integrados Analógicos", pp. 8-21, 63-85
2. Schuler, Charles, (2002), "Electrónica, Principios y Aplicaciones", Reverté, 1ª Edición, pp. 163
3. (1992), "Model SR850 Lock-in DSP Amplifier", Stanford Research Systems (SRS), Revision 2.0 (01/2009)
4. Lesurf, Jim, (2010), "Information and Measurement –Alternative Ways to Describe Noise", University of St. Andrews, 2ª Edición
5. Tomásí, Wayne, (2003), "Sistemas de Comunicaciones Electrónicas", Prentice Hall, 4ª Edición, pp. 34-37
6. Skoog, Douglas, (2008), "Principios de Análisis Instrumental", Cengage Learning, 6ª Edición, pp. 110-114

Apéndice C. Respuesta en frecuencia de un sistema en estado estacionario

Para cualquier señal sinusoidal que entra a un sistema con un retraso de fase fijo o variable (θ). Se puede demostrar que es posible obtener la señal de salida y_{ss} en estado estacionario siempre y cuando todos los polos del sistema sean negativos, como se muestra en la figura 1.

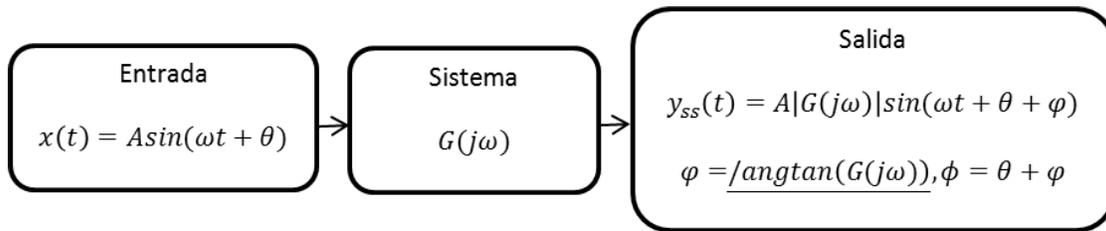


Figura C.1. Respuesta de un sistema en estado estacionario cuando se tiene un retraso en la fase inicial.

$x(t)$: Señal de entrada.

A : Amplitud inicial.

θ : Ángulo de fase inicial.

$y_{ss}(t)$: Señal de salida en estado estacionario.

$G(j\omega)$: Función de transferencia.

$|G(j\omega)|$: Magnitud de $G(j\omega)$.

φ : Ángulo de fase $G(j\omega)$.

ϕ : Ángulo de fase total de $y_{ss}(t)$.

La señal de entrada sinusoidal se puede expresar en su forma compleja [1] como

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) = \frac{A}{2j} e^{j(\omega t + \theta)} - \frac{A}{2j} e^{-j(\omega t + \theta)}, \quad (C.1)$$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) = \frac{A e^{j\theta}}{2j} e^{j\omega t} - \frac{A e^{-j\theta}}{2j} e^{-j\omega t}, \quad (C.2)$$

aplicando la transformada de Laplace a la señal de entrada [1]

$$X(s) = L\{A\sin(\omega t + \theta)\} = L\left\{\frac{Ae^{j\theta}}{2j} e^{j\omega}\right\} - L\left\{\frac{Ae^{-j\theta}}{2j} e^{-j\omega}\right\} \quad (C.3)$$

$$X(s) = L\{A\sin(\omega t + \theta)\} = \frac{Ae^{j\theta}}{2j} L\{e^{j\omega}\} - \frac{Ae^{-j\theta}}{2j} L\{e^{-j\omega}\} \quad (C.4)$$

$$X(s) = L\{A\sin(\omega t + \theta)\} = \frac{Ae^{j\theta}}{2j} \frac{1}{s-j\omega} - \frac{Ae^{-j\theta}}{2j} \frac{1}{s+j\omega}. \quad (C.5)$$

La transformada de Laplace de la señal de salida es

$$Y(s) = G(s)X(s), \quad (C.6)$$

sustituyendo la ecuación (C.5) en (C.6)

$$Y(s) = G(s) \left(\frac{Ae^{j\theta}}{2j} \frac{1}{s-j\omega} - \frac{Ae^{-j\theta}}{2j} \frac{1}{s+j\omega} \right), \quad (C.7)$$

donde $G(s)$ es la función de transferencia del sistema, para que la señal de salida sea estable dicha función de transferencia debe tener todos sus polos negativos. La función de transferencia está dada por

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{(s+s_1)(s+s_2)(s+s_3)\dots(s+s_n)}. \quad (C.8)$$

Si los polos de $Y(s)$ son únicamente polos distintos (simples) el desarrollo en fracciones parciales queda

$$Y(s) = \frac{a}{s+j\omega} + \frac{\bar{a}}{s-j\omega} + \frac{b_1}{s+s_1} + \frac{b_2}{s+s_2} + \dots + \frac{b_n}{s+s_n}, \quad (C.9)$$

a, b_i son constantes y \bar{a} es el conjugado de a

La transformada inversa de Laplace la señal de salida es

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = \underbrace{ae^{-j\omega t} + \bar{a}e^{j\omega t}}_{\text{Estado Estacionario}} + \underbrace{b_1e^{-s_1t} + b_2e^{-s_2t} + \dots + b_ne^{-s_nt}}_{\text{Estado Transitorio}}, \quad (C.10)$$

Estado Estacionario

Estado Transitorio

cuando $t \rightarrow \infty$ los términos transitorios tienden a cero, por lo tanto la respuesta en estado estacionario es

$$y_{ss}(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = ae^{-j\omega t} + \bar{a}e^{j\omega t}. \quad (C.11)$$

De la ecuación (C.9) se puede obtener a de la siguiente forma

$$a = G(s) \frac{(s+j\omega)e^{j\theta} + (-s+j\omega)e^{-j\theta}}{2j(s^2+\omega^2)} \Big|_{s=-j\omega} = G(-j\omega) \frac{2j\omega e^{-j\theta}}{2j(-2j\omega)}, \quad (C.12)$$

$$a = -G(-j\omega) \frac{e^{-j\theta}}{2j} \quad (C.13)$$

$$\bar{a} = G(s) \frac{(s+j\omega)e^{j\theta} + (-s+j\omega)e^{-j\theta}}{2j(s^2+\omega^2)} (s-j\omega) \Big|_{s=j\omega} = G(j\omega) \frac{2j\omega e^{j\theta}}{2j(2j\omega)} \quad (C.14)$$

$$\bar{a} = G(j\omega) \frac{e^{j\theta}}{2j}, \quad (C.15)$$

$G(j\omega)$: Es una cantidad compleja la cual se puede reescribir de la siguiente forma

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{j\varphi}, \quad \varphi = \underline{/G(j\omega)} \text{ angtan} \left(\frac{\text{Im}\{G(j\omega)\}}{\text{Re}\{G(j\omega)\}} \right), \quad (C.16)$$

donde

$$G(-j\omega) = |G(-j\omega)|e^{-j\varphi} = |G(j\omega)|e^{-j\varphi}, \quad (C.17)$$

sustituyendo las ecuaciones (B.16) y (B.17) respectivamente en (B.13 y B.15)

$$a = -|G(j\omega)| \frac{e^{-j(\theta+\varphi)}}{2j} \quad (C.18)$$

$$\bar{a} = |G(j\omega)| \frac{e^{j(\theta+\varphi)}}{2j}, \quad (C.19)$$

Sustituyendo las ecuaciones (C.18) y (C.19) en (C.11)

$$y_{ss}(t) = |G(j\omega)| \frac{e^{j(\omega t+\theta+\varphi)} - e^{-j(\omega t+\theta+\varphi)}}{2j},$$

Finalmente las ecuaciones que representan a la señal de salida en estado estacionario son

$$y_{ss}(t) = |G(j\omega)|X \sin(\omega t + \theta + \varphi) \quad (C.20)$$

$$\varphi = \underline{/G(j\omega)}. \quad (C.21)$$

Función de transferencia sinusoidal

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}. \quad (C.22)$$

Cociente de amplitud entre las señales sinusoidales de salida y de entrada

$$|G(j\omega)| = \frac{|Y(j\omega)|}{|X(j\omega)|}. \quad (C.23)$$

Desplazamiento en fase de la señal sinusoidal de salida con respecto a la de entrada

$$\varphi = \underline{/G(j\omega)} = \frac{\underline{/Y(j\omega)}}{\underline{/X(j\omega)}}. \quad (C.24)$$

C.1. Referencias

1. Papoulis, Athanasios y Bertrán, Miquel, (1989), "Sistemas y Circuitos: Digitales y Analógicos", Marcombo, 1ª Edición, pp. 83-84
2. Ogata, Katsuhico, (2003), "Ingeniería de Control Moderna", Prentice Hall, 4ª edición, pp. 492-496

Apéndice D. Componentes

D.1. Hoja de especificaciones del amplificador TL074 (CI_1, CI_2, CI_3 y CI_4)

TL071, TL071A, TL071B, TL072
TL072A, TL072B, TL074, TL074A, TL074B
LOW-NOISE JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS
SLOS080D – SEPTEMBER 1978 – REVISED AUGUST 1996

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ● Low Power Consumption ● Wide Common-Mode and Differential Voltage Ranges ● Low Input Bias and Offset Currents ● Output Short-Circuit Protection ● Low Total Harmonic Distortion 0.003% Typ | <ul style="list-style-type: none"> ● Low Noise $V_n = 18 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ Typ at $f = 1 \text{ kHz}$ ● High Input Impedance . . . JFET Input Stage ● Internal Frequency Compensation ● Latch-Up-Free Operation ● High Slew Rate . . . $13 \text{ V}/\mu\text{s}$ Typ ● Common-Mode Input Voltage Range Includes V_{CC+} |
|--|---|

description

The JFET-input operational amplifiers in the TL07_ series are designed as low-noise versions of the TL08_ series amplifiers with low input bias and offset currents and fast slew rate. The low harmonic distortion and low noise make the TL07_ series ideally suited for high-fidelity and audio preamplifier applications. Each amplifier features JFET inputs (for high input impedance) coupled with bipolar output stages integrated on a single monolithic chip.

The C-suffix devices are characterized for operation from 0°C to 70°C. The I-suffix devices are characterized for operation from -40°C to 85°C. The M-suffix devices are characterized for operation over the full military temperature range of -55°C to 125°C.

absolute maximum ratings over operating free-air temperature range (unless otherwise noted)†

| | |
|--|------------------------------|
| Supply voltage, V_{CC+} (see Note 1) | 18 V |
| Supply voltage, V_{CC-} (see Note 1) | -18 V |
| Differential input voltage, V_{ID} (see Note 2) | $\pm 30 \text{ V}$ |
| Input voltage, V_I (see Notes 1 and 3) | $\pm 15 \text{ V}$ |
| Duration of output short circuit (see Note 4) | unlimited |
| Continuous total power dissipation | See Dissipation Rating Table |
| Operating free-air temperature range, T_A : C suffix | 0°C to 70°C |
| I suffix | -40°C to 85°C |
| M suffix | -55°C to 125°C |
| Storage temperature range | -65°C to 150°C |
| Case temperature for 60 seconds: FK package | 260°C |
| Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 10 seconds: J, JG, or W package | 300°C |
| Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 10 seconds: D, N, P, or PW package | 260°C |

† Stresses beyond those listed under "absolute maximum ratings" may cause permanent damage to the device. These are stress ratings only, and functional operation of the device at these or any other conditions beyond those indicated under "recommended operating conditions" is not implied. Exposure to absolute-maximum-rated conditions for extended periods may affect device reliability.

- NOTES: 1. All voltage values, except differential voltages, are with respect to the midpoint between V_{CC+} and V_{CC-} .
2. Differential voltages are at $IN+$ with respect to $IN-$.
3. The magnitude of the input voltage must never exceed the magnitude of the supply voltage or 15 V, whichever is less.
4. The output may be shorted to ground or to either supply. Temperature and/or supply voltages must be limited to ensure that the dissipation rating is not exceeded.

operating characteristics, $V_{CC\pm} = \pm 15 \text{ V}$, $T_A = 25^\circ\text{C}$

| PARAMETER | TEST CONDITIONS | TL07xM | | | ALL OTHERS | | | UNIT |
|-----------|--|--|-----|-----|------------|-----|-----|------------------------|
| | | MIN | TYP | MAX | MIN | TYP | MAX | |
| SR | Slew rate at unity gain $V_I = 10 \text{ V}$, $C_L = 100 \text{ pF}$, $R_L = 2 \text{ k}\Omega$, See Figure 1 | 5 | 13 | | 8 | 13 | | V/ μs |
| t_r | Rise time overshoot factor $V_I = 20 \text{ mV}$, $C_L = 100 \text{ pF}$, $R_L = 2 \text{ k}\Omega$, See Figure 1 | | 0.1 | | | 0.1 | | μs |
| V_n | Equivalent input noise voltage $R_S = 20 \Omega$ | $f = 1 \text{ kHz}$ | | | 18 | | | nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ |
| | | $f = 10 \text{ Hz to } 10 \text{ kHz}$ | | | 4 | | | μV |
| I_n | Equivalent input noise current $R_S = 20 \Omega$, $f = 1 \text{ kHz}$ | 0.01 | | | 0.01 | | | pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ |
| THD | Total harmonic distortion $V_{\text{rms}} = 6 \text{ V}$, $R_L \geq 2 \text{ k}\Omega$, $f = 1 \text{ kHz}$ | 0.003% | | | 0.003% | | | |

D.2. Hoja de especificaciones del amplificador INA114AP (AI)





INA114

Precision INSTRUMENTATION AMPLIFIER

FEATURES

- **LOW OFFSET VOLTAGE:** 50 μ V max
- **LOW DRIFT:** 0.25 μ V/ $^{\circ}$ C max
- **LOW INPUT BIAS CURRENT:** 2nA max
- **HIGH COMMON-MODE REJECTION:** 115dB min
- **INPUT OVER-VOLTAGE PROTECTION:** \pm 40V
- **WIDE SUPPLY RANGE:** \pm 2.25 to \pm 18V
- **LOW QUIESCENT CURRENT:** 3mA max
- **8-PIN PLASTIC AND SOL-16**

APPLICATIONS

- BRIDGE AMPLIFIER
- THERMOCOUPLE AMPLIFIER
- RTD SENSOR AMPLIFIER
- MEDICAL INSTRUMENTATION
- DATA ACQUISITION

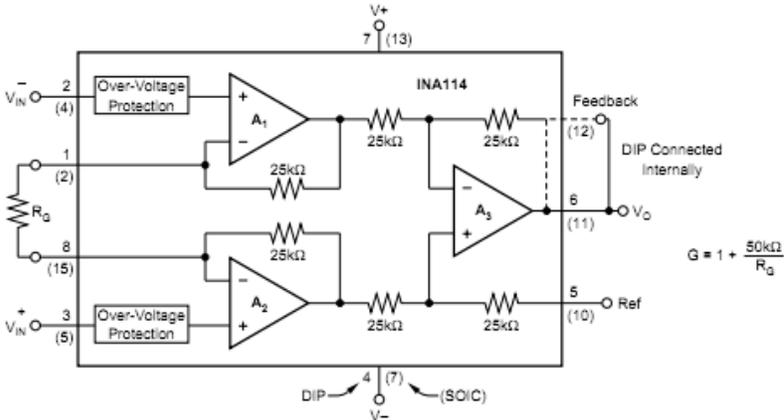
DESCRIPTION

The INA114 is a low cost, general purpose instrumentation amplifier offering excellent accuracy. Its versatile 3-op amp design and small size make it ideal for a wide range of applications.

A single external resistor sets any gain from 1 to 10,000. Internal input protection can withstand up to \pm 40V without damage.

The INA114 is laser trimmed for very low offset voltage (50 μ V), drift (0.25 μ V/ $^{\circ}$ C) and high common-mode rejection (115dB at G = 1000). It operates with power supplies as low as \pm 2.25V, allowing use in battery operated and single 5V supply systems. Quiescent current is 3mA maximum.

The INA114 is available in 8-pin plastic and SOL-16 surface-mount packages. Both are specified for the -40° C to $+85^{\circ}$ C temperature range.



$G = 1 + \frac{50k\Omega}{R_g}$

International Airport Industrial Park • Mailing Address: PO Box 11400, Tucson, AZ 85734 • Street Address: 8730 S. Tucson Blvd., Tucson, AZ 85706 • Tel: (520) 745-1111 • Twx: 910-952-1111
 Internet: <http://www.burr-brown.com/> • FAXLine: (800) 548-6133 (US/Canada Only) • Cable: BBRCORP • Telex: 066-6491 • FAX: (520) 889-1510 • Immediate Product Info: (800) 548-6132

