



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE**  
**MÉXICO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA**

*“ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CARROCERÍA DE UN VEHÍCULO  
ELÉCTRICO DE PASAJEROS”*

**TESIS**

Que para obtener el título de:

**Ingeniero Mecánico**

Presenta:

**Luis Ricardo Trujillo Cruz**

Director de Tesis:

**Dr. Fernando Velázquez Villegas**

## AGRADECIMIENTOS

---

*A Ricardo, Lupita y Diana  
mi anhelada familia, mis padres y mi hermana  
son el regalo de Dios en la inmensidad de su obra  
y con mi alma habré de amarlos en esta vida y en la otra.*

*A Fer, porque en ti encontré un tutor, un amigo y un guía,  
si lo debo a la palabra del destino o al azar de la coincidencia  
no preciso saberlo pues haberte conocido es mi alegría.*

*A Omar Alfredo, casi un misterio, casi desconocido  
de mí no sabías y poco sabes todavía,  
por tu consejo siempre te estaré agradecido.*

*A mis amigos, a quienes aún comparten momentos conmigo  
mi memoria no los abandone y nos los olvide mi razón,  
deseo prevalezcan mucho tiempo en mi corazón.*

*A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) ...  
Por el apoyo brindado para la realización de este trabajo a través de los proyectos  
PAPPIITTA100112 "Diseño de estructuras ligeras para vehículos urbanos de  
bajo consumo energético aplicando métodos de optimización" y PAPPME  
PE102212 "Material Didáctico Interactivo Digital para el aprendizaje del  
Método de los Elementos Finitos"*

# CONTENIDO

---

AGRADECIMIENTOS .....	II
CONTENIDO.....	III
INTRODUCCIÓN .....	V
OBJETIVOS .....	VI
ALCANCES Y SUPOSICIONES .....	VI
JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA .....	VI
 <b><u>CAPÍTULO I. BASES TEÓRICAS Y CONCEPTOS FUNDAMENTALES</u></b>	
INTRODUCCIÓN .....	7
1.1 TEORÍA DE LA PLACA DE KIRCHHOFF .....	7
1.1.1 Ecuaciones de equilibrio .....	9
1.2 TIPOS Y CLASIFICACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS .....	10
1.2.1 Materiales reforzados con fibras.....	11
1.2.2 Fibra de vidrio.....	11
 <b><u>CAPÍTULO II. METODOLOGÍA</u></b>	
INTRODUCCIÓN .....	13
2.1 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS .....	13
2.1.1 Forma débil para la formulación basada en desplazamientos .....	16
2.1.2 Forma general de las ecuaciones del elemento plano de Kirchhoff .....	17
2.2 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS TIPO CORAZA (SHELL) .....	19
2.2.1 Matriz de transformación .....	20
2.2.2 Ecuaciones transformadas .....	21
2.3 BIMO: VEHÍCULO ELÉCTRICO PARA TRANSPORTE DE PASAJEROS .....	22
2.4 PRUEBAS DE IMPACTO: EURO NCAP .....	26
2.4.1 Impacto frontal .....	27
2.4.2 Impacto lateral contra otro vehículo .....	27
2.4.3 Impacto lateral de poste .....	28

2.5 ANÁLISIS DINÁMICO EXPLÍCITO .....	29
2.5.1 Integración explícita: ciclo de cálculo .....	29
2.5.2 Estabilidad numérica .....	30
<b><u>CAPÍTULO III. SIMULACIÓN</u></b>	
INTRODUCCIÓN .....	31
3.1 CAD Y MALLA .....	31
3.2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES .....	34
3.2.1 Deformación plástica: modelo Johnson–Cook .....	34
3.2.2 Fibra de vidrio tipo E con resina epóxica (Fabric M10E/3783) .....	35
3.2.3 Acero ASTM A36 .....	39
3.3 CRITERIOS DE FALLA .....	39
3.3.1 Von Mises .....	39
3.3.2 Johnson–Cook Brittle Damage .....	40
3.4 PREPARACIÓN DE LOS CASOS DE CARGA: INGRESO DE DATOS .....	42
3.4.1 Impacto frontal .....	43
3.4.2 Impacto lateral contra otro vehículo .....	44
3.4.3 Impacto lateral de poste .....	45
<b><u>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS</u></b>	
INTRODUCCIÓN .....	47
4.1 IMPACTO FRONTAL.....	47
4.2 IMPACTO LATERAL CONTRA OTRO VEHÍCULO (GOLPE EN SUSPENSIÓN) .....	57
4.3 IMPACTO LATERAL CONTRA OTRO VEHÍCULO (GOLPE EN CARROCERÍA) .....	64
4.4 IMPACTO LATERAL DE POSTE .....	70
4.5 RECOMENDACIONES DE REDISEÑO .....	75
CONCLUSIONES .....	76
TRABAJO FUTURO .....	77
REFERENCIAS .....	78

## INTRODUCCIÓN

---

El vehículo eléctrico para transporte de pasajeros llamado BIMO es un proyecto desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Su diseño conceptual se basó en construir un móvil con capacidad de hasta cuatro usuarios, ligero, impulsado por energía eléctrica y de bajo costo energético, capaz de realizar trayectos cortos dentro de zonas turísticas de la Ciudad de México.

A diferencia de casi la totalidad de los vehículos convencionales, el BIMO se sustenta sobre tres ruedas y su carrocería se fabricó a partir de fibra de vidrio y resina epóxica, sin embargo se desconocen las fracciones volumétricas utilizadas de estos materiales que unidos, dan lugar a un material compuesto (el cual tampoco se ha caracterizado).

Hasta el momento se desconoce el grado de seguridad que ofrece el carro ante colisiones de gravedad; las velocidades para las cuales ha sido diseñado dicho vehículo son relativamente bajas y los caminos que habrá de recorrer no implican riesgos; no obstante, persiste un peligro latente ya que sí puede ser impactado por otros vehículos, cuyas masas y velocidades pueden abarcar un rango sumamente amplio.

Para evitar la arbitrariedad en las consideraciones y las suposiciones de los escenarios a analizar, la mejor alternativa es seguir un procedimiento para realizar evaluaciones automovilísticas que ya sean reconocidas internacionalmente, tal como se hace para coches comerciales.

Debido a que el problema que se aborda tiene un carácter dinámico, en el que las condiciones cambian a cada instante, es necesario adoptar un enfoque que permita incluir el efecto del cambio de las variables con respecto al tiempo.

## OBJETIVOS

---

Emplear el método de los elementos finitos (FEM) para predecir el comportamiento mecánico de la carrocería de un vehículo eléctrico de pasajeros bajo circunstancias de colisión. Para lograr lo anterior de forma integral deben satisfacerse los siguientes puntos:

- ❖ Plantear los casos de carga en que habrán de soportarse las simulaciones. Para esto se tomarán como base las condiciones establecidas en las pruebas de impacto de EURO NCAP.
- ❖ Utilizar el análisis dinámico explícito como un medio para presentar resultados aproximados a la realidad, ya que éste permite estudiar grandes deformaciones e incluir el efecto de la acumulación de daño y generación de grietas en la respuesta del material.

Objetivo personal: consolidar los conocimientos teóricos que conforman el trasfondo del presente trabajo. Adquirir habilidades y técnicas que permitan transmitir a futuras generaciones una metodología apta para abordar problemas dinámicos (fenómenos que dependen del tiempo), atendiendo el comportamiento no lineal de los materiales y la geometría que constituye a cada sistema.

## ALCANCES Y SUPOSICIONES

---

En esta propuesta se pretende anticipar los daños que sufriría el BIMO, tras someterse a diferentes pruebas dinámicas. Para determinar lo anterior se parte de la geometría inicial y su respectiva configuración deformada, enfocando el estudio en las zonas donde el material se deforma permanentemente y/o se fractura.

Dado el contexto de analizar situaciones críticas, se vuelve pertinente contemplar las pruebas de impacto frontal, lateral y de poste. El BIMO es un vehículo de tres ruedas y esa condición reduce su estabilidad; un impacto lateral podría derribarlo sobre su costado pero la posibilidad de volcarlo sobre el toldo implica una situación sumamente extrema, además el BIMO se destinará a trayectos cortos a bajas velocidades, por lo que se excluye el caso de volcadura. A su vez, se omiten las sollicitaciones implicadas por uso cotidiano tales como frenado súbito, torsión en el viraje y fuerzas transmitidas desde la suspensión; si bien estas cargas pueden inducir fallas por fatiga, lo harían en un período sumamente largo y causando daños mesurados que no implicarían un alto riesgo para los ocupantes. Por otro lado, los accidentes viales duran tan sólo milisegundos, pueden destruir casi en su totalidad los vehículos y llegan a provocar la pérdida de vidas humanas.

El vehículo se constituye principalmente de fibra de vidrio; el método de fabricación (casi artesanal) propició una distribución aleatoria de las fibras dentro de la matriz de resina epóxica, razón por la cual es adecuado modelar el material como un compuesto quasi-isotrópico.

## JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA

---

A pesar de que el BIMO ya ha sido construido, no se conoce con certeza la forma en la que este vehículo respondería ante un choque; construir prototipos de prueba en serie implicaría un costo y tiempos de fabricación impensables.

Este trabajo muestra entonces su beneficio como un medio accesible para recrear eventos de esta naturaleza mediante la simulación en computadora. El análisis dinámico explícito brinda una forma de evaluar el comportamiento del BIMO, reproduciendo las condiciones en que las pruebas dinámicas tienen lugar en la realidad.

# CAPÍTULO I

---

## *Bases teóricas y conceptos fundamentales*

### INTRODUCCIÓN

El centro de atención del presente trabajo es la carrocería del vehículo eléctrico denominado BIMO, ya que ésta difiere totalmente de aquellas fabricadas para automóviles comerciales: carece de un marco metálico que funja como esqueleto y en su lugar, posee únicamente placas y láminas de fibra de vidrio de diferentes espesores.

Las placas comúnmente se consideran delgadas cuando la relación entre el espesor y la menor de las otras dos dimensiones (ancho o largo) se encuentra por debajo de  $1/20$  [1]. Puesto a que el espesor máximo hallado en la carrocería es de 13 [mm] y el carro cuenta con 3.5 [m] de longitud, 1.5 [m] en la sección frontal y 1.8 [m] de altura, resulta totalmente válido asumir que la carrocería puede modelarse como una estructura tipo coraza (shell).

Se tiene entonces la geometría como una característica del objeto de estudio. Es de suma importancia definir otra variable que permita esclarecer el panorama en cuestión y esa es el material que constituye al sistema por analizar.

Lo planteado líneas arriba resulta coherente a primera vista y evidente al razonarlo; la distribución de esfuerzo bajo un conjunto de cargas dado tiene una dependencia únicamente geométrica, mientras que las deformaciones están dadas como función de las propiedades del material. Por ende, se dedica el capítulo en curso a presentar la ecuación diferencial que modela el comportamiento de las placas delgadas; a la par, se exponen las propiedades de los materiales compuestos reforzados por fibras.

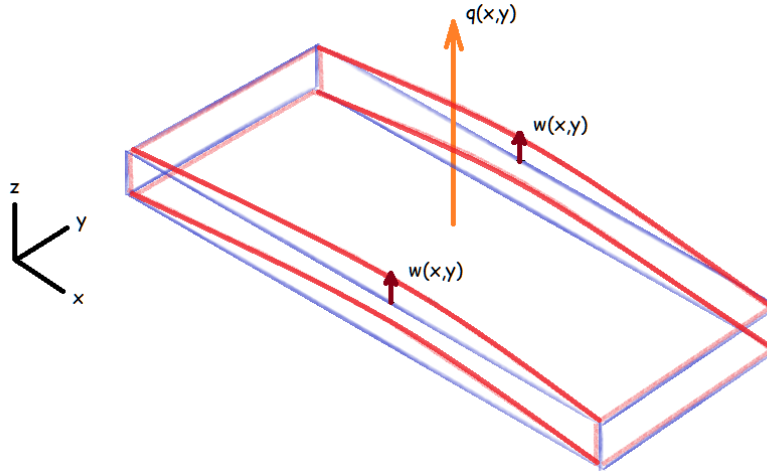
### **1.1 TEORÍA DE LA PLACA DE KIRCHHOFF [2]**

Las placas son estructuras planas con un espesor mucho menor que las otras dos dimensiones. Éstas se someten a carga transversal que causa esfuerzos normales y cortantes a lo largo de su grosor. La teoría clásica de la placa de Kirchhoff se basa en suposiciones similares a las empleadas en la teoría de vigas, incluyendo así que la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento resulte de cuarto orden.

Una placa que yace sobre el plano  $x$ - $y$  se muestra en la figura 1.1. El plano medio (superficie media) coincide con el plano  $x$ - $y$  en la configuración material (no deformada). A medida que la placa se deforma, un punto a una distancia  $z$  sobre la superficie media se somete a un desplazamiento  $w$  en la dirección del eje  $z$ .

En la teoría clásica de Kirchhoff se asume que una línea normal a la superficie media permanecerá normal a ella después de la deformación. Así, las rotaciones seccionales  $\beta_x$  (plano  $x$ - $z$ ) y  $\beta_y$  (plano  $y$ - $z$ ) están dadas por:

$$\beta_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad y \quad \beta_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad \dots (1.1)$$



**Figura 1.1.** Placa de superficie media coincidente con el plano x-y (azul) y su configuración deformada (rojo).

Los desplazamientos en las direcciones de los ejes x y y pueden ser escritos como:

$$u(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x}; \quad v(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y}; \quad w = w(x, y) \quad \dots (1.2)$$

Usando las ecuaciones de desplazamiento-deformación, las deformaciones pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \quad \dots (1.3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \quad \dots (1.4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \quad \dots (1.5)$$

Las deformaciones  $\varepsilon_z, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  se suponen nulas debido a que el espesor de una placa se asume constante incluso después de la flexión.

Las deformaciones se vinculan con los esfuerzos por medio de la *ecuación constitutiva para esfuerzo plano*. Para un material isotrópico se tienen las siguientes relaciones:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \quad \dots (1.6)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \quad \dots (1.7)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}; \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \dots (1.8)$$

donde  $E$  es el módulo de Young,  $G$  es el módulo a corte y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson. Debe notarse que el campo de desplazamientos supuesto implica que los esfuerzos cortantes en la sección transversal  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  son nulos.



### 1.1.1 Ecuaciones de equilibrio

La figura 1.2 muestra el diagrama de cuerpo libre de un diferencial de área  $(dx)(dy)$  de la placa. Las direcciones positivas de los momentos y cargas cortantes se muestran en la imagen. Por conveniencia y simplicidad, la dirección de los momentos está dada por la regla de la mano derecha, con el pulgar apuntando en el sentido de la punta de flecha.

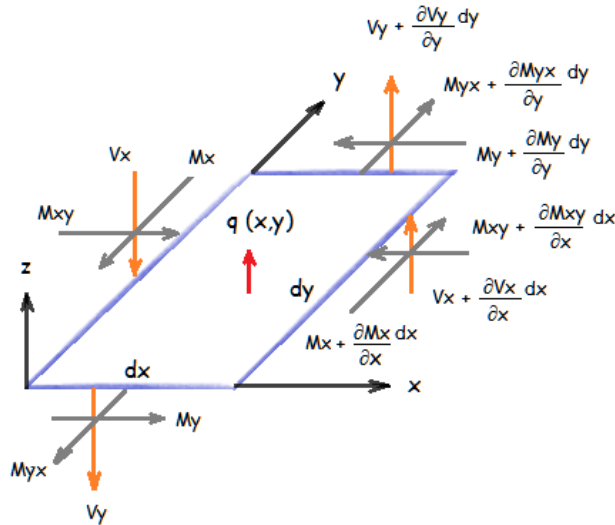


Figura 1.2. Fuerzas y momentos que actúan sobre un diferencial de área.

Donde [3]:

- $V_x$ : fuerza cortante por unidad de longitud en la dirección  $z$  sobre una cara normal al eje  $x$
- $V_y$ : fuerza cortante por unidad de longitud en la dirección  $z$  sobre una cara normal al eje  $y$
- $M_x$ : momento por unidad de longitud alrededor del eje  $y$  sobre una cara normal al eje  $x$
- $M_y$ : momento por unidad de longitud alrededor del eje  $x$  sobre una cara normal al eje  $y$
- $M_{xy}$ : momento por unidad de longitud alrededor del eje  $x$  sobre una cara normal al eje  $x$
- $M_{yx}$ : momento por unidad de longitud alrededor del eje  $y$  sobre una cara normal al eje  $y$
- $q$ : carga distribuida sobre la superficie del diferencial de área

Sumando fuerzas en la dirección  $z$ , se obtiene:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + q = 0 \quad \dots (1.9)$$

Considerando los momentos de las fuerzas alrededor del eje  $x$  y despreciando los términos que contienen  $dy^2$ , resulta:

$$V_y = \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \quad \dots (1.10)$$

Tomando en cuenta los momentos de las fuerzas alrededor del eje  $y$  y omitiendo los términos con  $dx^2$ , se obtiene:

$$V_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad \dots (1.11)$$

Las tres ecuaciones previas pueden ser combinadas al derivar  $V_x$  y  $V_y$  respecto a  $x$  y  $y$  respectivamente, para luego utilizar la primera ecuación de equilibrio; siguiendo este camino se llega a:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q = 0 \quad \dots (1.12)$$

Posteriormente se sustituyen las expresiones para momentos resultantes en términos de desplazamientos y después de realizar simplificación algebraica, se concluye con una ecuación diferencial parcial de cuarto orden que gobierna el comportamiento de las placas delgadas:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - q = 0 \quad \dots (1.13)$$

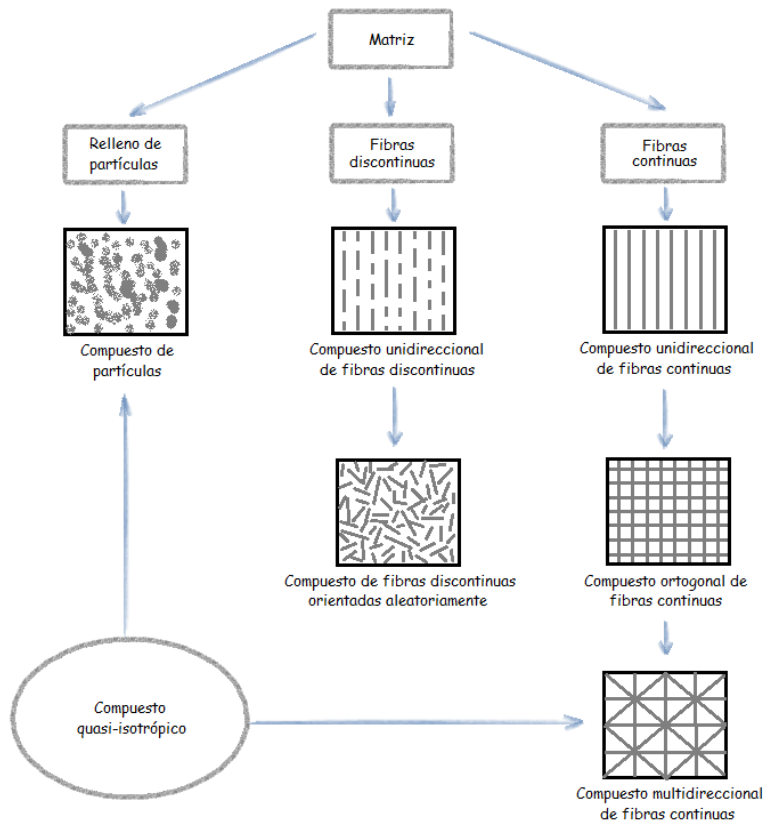
donde  $D$  es la rigidez de flexión y está dada por:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad \dots (1.14)$$

siendo  $h$  el espesor total de la placa.

## 1.2 TIPOS Y CLASIFICACIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS [4]

Los materiales compuestos de dos fases se clasifican en tres categorías generales dependiendo del tipo, geometría y orientación de la segunda fase (refuerzo), como se ilustra en el diagrama de la figura 1.3.



**Figura 1.3.** Clasificación de los materiales compuestos.

Los *compuestos de partículas* se constituyen de estas mismas en varios tamaños y formas, aleatoriamente dispersas en la matriz. Debido a esta aleatoriedad de la distribución de partículas, este tipo de compuesto se puede considerar quasi-homogéneo y quasi-isotrópico en una escala mucho mayor que el tamaño de las partículas y la distancia entre ellas (macro escala).

Los *compuestos de fibras discontinuas* pueden fabricarse a partir de fibras cortas, nanotubos o fragmentos del material que funge como la fase de refuerzo. Estas pequeñas fibras, cuya longitud puede ser considerablemente mayor contra su diámetro, pueden ya sea estar orientadas a lo largo de una dirección o distribuirse aleatoriamente. En el primer caso el material tiende a ser anisotrópico (ortotrópico particularmente), mientras que en el segundo puede considerarse como isotrópico.

Los *compuestos de fibras continuas* son los más eficientes desde el punto de vista de rigidez y resistencia, aunque básicamente tienen el mismo comportamiento que los materiales descritos en el párrafo anterior. Las fibras continuas pueden ser paralelas, pueden formar ángulos rectos unas respecto a otras o pueden orientarse a lo largo de muchas direcciones. Para el tercer caso, de nueva cuenta, es posible aseverar que el material tendrá un comportamiento isotrópico.

Los compuestos reforzados mediante fibras pueden ser clasificados en tres categorías generales de acuerdo con el material de la matriz usada: polímero, metal, cerámico y a la par existen también compuestos con matriz de carbono.

### 1.2.1 Materiales reforzados con fibras [5]

En la actualidad, existen tres tipos de refuerzo (en forma de fibras) comúnmente usados en materiales compuestos de matriz polimérica: fibra de carbono, fibra de vidrio y fibras de polímeros sintéticos tal como el Kevlar. Los componentes básicos para estos tres materiales son el carbono, silicio, oxígeno y nitrógeno; estos se caracterizan por tener fuertes enlaces covalentes interatómicos, baja densidad, estabilidad térmica y una relativa abundancia en la naturaleza.

### 1.2.2 Fibra de vidrio [5]

La fibra de vidrio aparece en muchos lugares, por ejemplo: juguetes, objetos de recreación, tuberías para químicos corrosivos y tantas otras aplicaciones sumamente comunes. En gran medida, esto se debe a que el costo de la fibra de vidrio es considerablemente menor que el de la fibra de carbono.

El sílice ( $\text{SiO}_2$ ) forma la base de casi todo el vidrio comercial. Éste existe en forma de polímero ( $\text{SiO}_2$ )<sub>n</sub>; cuando se calienta no se derrite pero sí reblandece gradualmente hasta alcanzar una temperatura de 2000 [°C], punto en el que comienza a descomponerse. Cuando el sílice es llevado hasta su fase líquida y después enfriado, forma una estructura vítrea aleatoria; sólo con un calentamiento prolongado por encima de los 1200 [°C] se induce su cristalización.

Utilizar el sílice como un vidrio es útil para muchas aplicaciones industriales. No obstante, las altas temperaturas de proceso requeridas para trabajar el vidrio y moldearlo representan un inconveniente. Varios tipos de vidrio han sido desarrollados para reducir la complejidad del proceso de fabricación e incrementar la comercialización de estos en forma de fibras.

La tabla 1.1 [6] presenta las cuatro composiciones predominantes utilizadas en forma de fibras continuas:

Relación estequiométrica	Tipo A: vidrio "soda-lime" (%)	Tipo C: vidrio químico, usado para resistencia a la corrosión (%)	Tipo E: vidrio eléctrico, utilizado con propósitos generales (%)	Tipo S: vidrio estructural, de alta resistencia, alta rigidez, usado para alto desempeño (%)
SiO <sub>2</sub>	72.0	65.0	55.2	65.0
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.5	4.0	14.8	25.0
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.5	5.0	7.3	-
MgO	0.9	3.0	3.3	10.0
CaO	9.0	14.0	18.7	-
Na <sub>2</sub> O	12.5	8.5	0.3	-
K <sub>2</sub> O	1.5	-	0.2	-
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.5	0.5	0.3	-
F <sub>2</sub>	-	-	0.3	-

**Tabla 1.1.** Principales composiciones de fibra de vidrio.

El vidrio Tipo A (soda-lime) fue el primero en utilizarse y aún permanece en algunas aplicaciones menores. El Tipo E (vidrio de borosilicato) fue desarrollado para una mayor resistencia al ataque del agua y bajas concentraciones de químicos. Parecido al Tipo E, el Tipo C tiene una mayor durabilidad ante ácidos y sustancias alcalinas. La elevada resistencia y rigidez del Tipo S lo coloca como la mejor opción para aplicaciones de alto desempeño, donde una mayor resistencia y rigidez específicas son muy importantes.

Dado que se desconoce la composición química de la fibra de vidrio utilizada en la carrocería del BIMO, es necesario adoptar un tipo de fibra conocida y caracterizada. La fibra Tipo E (propósitos generales) y la fibra Tipo S (alto desempeño) son las mejores alternativas para la aplicación en cuestión, por ello un comparativo de sus propiedades mecánicas se muestra en la tabla 1.2.

Fibra de vidrio	Módulo de Young (GPa)	Resistencia a la tensión (MPa)
Tipo E	73	3450
Tipo S	86	4500

**Tabla 1.2.** Propiedades mecánicas de la fibra Tipo E y Tipo S.

Al utilizar el valor de las propiedades mecánicas de la fibra Tipo S se incurriría en un escenario conservador y el propósito de esta propuesta es abordar la situación más crítica posible, por tal motivo se supondrá para el desarrollo de este trabajo que la carrocería del BIMO se compone de fibra de vidrio Tipo E.

# CAPÍTULO II

---

## Metodología

### INTRODUCCIÓN

En esta sección habrá de formalizarse el método de los elementos finitos, desde su concepto general hasta su aplicación en el estudio de las estructuras tipo shell. En este punto, es preciso decir que se hará uso de este método a través de un software comercial y lo que se presenta por tanto es el trasfondo teórico.

Es importante reiterar que el sistema a estudiar se constituye por la carrocería del BIMO, razón suficiente para dedicar al vehículo en general una descripción exhaustiva (desde la estructura hasta su desempeño). No obstante, no se puede dejar de lado a las solicitudes externas ni el contexto en el que se presentan, ya que define el resultado de los análisis.

Se adoptarán como guía las condiciones para pruebas de impacto establecidas por el EURO NCAP (European New Car Assessment Program), debido a que son éstas las más actuales y exigentes en el rubro; también serán un tema tratado a detalle.

Debido a la naturaleza de la situación a simular, habrá de introducirse el análisis dinámico explícito, apto para resolver modelos que implican grandes deformaciones a grandes velocidades. Las características de este método y sus ventajas serán igualmente presentadas para concluir este capítulo.

### 2.1 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Éste es un método numérico que permite obtener soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales, ya sean ordinarias o parciales. Se caracteriza por su amplio potencial en la aplicación a problemas que lidian con condiciones de frontera definidas sobre geometrías complejas y que generalmente son de carácter práctico [3].

El FEM introduce dos conceptos básicos que enseguida se describen [3]:

- ❖ *Discretizar el dominio de solución.* El dominio es dividido en múltiples subdominios simples que son llamados elementos, los cuales tienen una geometría sencilla y su solución puede ser obtenida fácilmente. Además, como el elemento sólo cubre una pequeña porción, un polinomio de bajo grado puede describir la solución a lo largo del mismo. Las ecuaciones diferenciales son convertidas en su forma integral equivalente (forma débil) y esta puede evaluarse en cada elemento para después ensamblarse, llegando así a la solución total.
- ❖ *Los coeficientes de la solución asumida sobre un elemento representan la solución y sus respectivas derivadas en los nodos.* En el FEM, los coeficientes desconocidos de la solución supuesta son definidos en términos de soluciones desconocidas en puntos preestablecidos el elemento llamados nodos. Las soluciones obtenidas en los nodos son llamadas grados de libertad.

La implementación del método de los elementos finitos se compone de seis pasos [3], como se enlistan y detallan a continuación:

➤ *Desarrollo de las ecuaciones del elemento.*

A partir de las ecuaciones diferenciales que modelan el fenómeno bajo estudio (ecuaciones de equilibrio) y mediante la aplicación de teoremas, las suposiciones pertinentes, desarrollo algebraico y simplificación, se debe obtener la forma débil del modelo matemático original. Eventualmente ésta última permitirá llegar a la expresión final de la ecuación general del elemento finito: su forma matricial.

➤ *Discretización del dominio mediante una malla de elementos finitos.*

La geometría de los elementos depende del tipo de ecuaciones diferenciales que los gobiernan; para problemas definidos por ecuaciones diferenciales ordinarias en una dimensión, los elementos resultan líneas rectas o curvas. Para los problemas definidos en dos dimensiones, regidos por ecuaciones diferenciales parciales, los elementos usualmente son triángulos o cuadriláteros [7].

Los problemas en tres dimensiones requieren elementos que definan volúmenes de control, tales como tetraedros o hexaedros. Las ecuaciones expresan la relación entre los parámetros físicos por los que se rigen las ecuaciones diferenciales y los grados de libertad en los nodos [7].

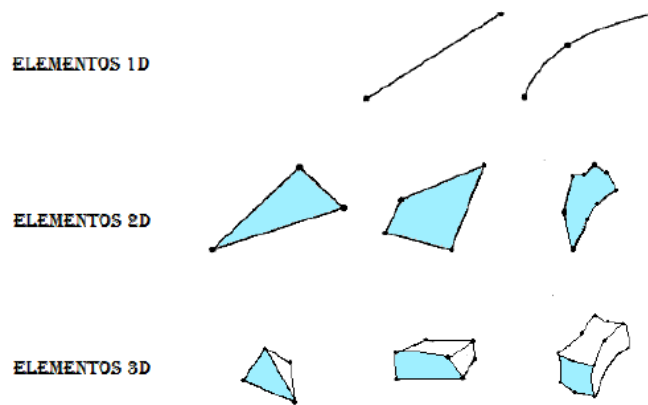


Figura 2.1. Formas típicas de elementos finitos [7].

➤ *Ensamble de las ecuaciones de los elementos (matriz de rigidez).*

A partir de las ecuaciones generales de los elementos (tratadas en el primer punto) puede obtenerse para cada uno de estos una matriz de rigidez y un vector de condiciones de frontera asociado. Ambas entidades matemáticas permiten obtener una solución únicamente válida dentro del elemento en el que existen.

A pesar de que los elementos conservan el comportamiento y propiedades del dominio al cual pertenecen, las soluciones aisladas por cada subdominio carecen de utilidad, es necesario vincularlas para que juntas formen una solución total. Cada elemento resguarda cierta particularidad, pero es un hecho que comparte características con aquellos a sus alrededores, a través de los nodos en común.

Un elemento finito, para dominios de cualquier número de dimensiones, es un segmento de dominio definido por un conjunto de  $n$  nodos que guardan una relación llamada conectividad. Un nodo representa la relación entre una posición en el dominio y un conjunto de variables desconocidas y ordenadas llamadas grados de libertad. Por lo anterior, la conectividad de un elemento finito está dada por el conjunto ordenado de los grados de libertad correspondientes a los nodos que lo definen.

Se puede entonces generar una ecuación única que contemple la aportación de cada subdominio en la respuesta del sistema, visto como un todo. A este procedimiento se le conoce como ensamble de la matriz global  $K$  de rigidez, que es la superposición de las matrices de rigidez de los elementos  $k_i$ , con  $N$  elementos finitos que conforman la estructura [8].

➤ *Inclusión de las condiciones de frontera.*

Para obtener una solución particular de una ecuación diferencial, es necesario contar con las condiciones de frontera suficientes; sea un ejemplo, para una ecuación de segundo orden, la solución particular se consigue con dos condiciones de frontera. En el caso de FEM existen dos tipos: naturales y esenciales.

Las condiciones de frontera naturales (como su nombre lo indica) aparecen por sí mismas en el desarrollo de la forma débil de un modelo matemático, pues son estas características intrínsecas del fenómeno en cuestión. Es por este motivo que son añadidas en la diagonal principal de la matriz global de rigidez.

Las condiciones de frontera esenciales son valores conocidos en la frontera del sistema a estudiar, es decir, las restricciones; estas conforman un vector (mencionado en el punto previo) y para el caso de la propuesta presente, dichas solicitaciones son cargas.

➤ *Obtención de la solución para las incógnitas nodales (grados de libertad).*

En este punto se identifica el nexo entre la matriz global de rigidez y el vector de condiciones de frontera asociado, pues el objetivo fundamental del método es hallar la solución de la siguiente ecuación matricial:

$$Kd = r \quad \dots (2.1)$$

$d$  en esta expresión representa el vector de grados de libertad, que puede ser determinado a partir de la inversión de la matriz global de rigidez, sea entonces:

$$d = K^{-1} r \quad \dots (2.2)$$

Al resolver este sistema de ecuaciones, se hallan los valores para las incógnitas nodales.

➤ *Interpolación de la solución a lo largo de cada elemento.*

Los valores de los grados de libertad obtenidos con la ecuación previa, son en sí valores discretos y válidos sólo en la posición del nodo al que pertenecen. Para conocer el comportamiento en cualquier punto interior de un elemento es preciso interpolar.

La función solución de un elemento finito es una función de la posición, dentro del subdominio, que calcula el valor interpolado de los grados de libertad. Dicha función puede ser de cualquier tipo (matemáticamente hablando); sin embargo, los polinomios son los más ampliamente utilizados por la facilidad de derivación e integración que presentan.

Se puede entonces determinar el campo de desplazamientos en todo el sistema de la siguiente manera:

$$u(x, y, z) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) u_i = (N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad \dots \quad N_n) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = N^T \cdot \vec{d} \quad \dots (2.3)$$

donde  $N_i$  son las funciones de interpolación y  $u_i$  los grados de libertad.

En el próximo subtema se desarrollarán las ecuaciones generales para el elemento plano, en el que se basa el análisis de estructuras tipo shell. Se comienza haciendo referencia a las ecuaciones de equilibrio deducidas al comienzo del primer capítulo.

### 2.1.1 Forma débil para la formulación basada en desplazamientos [2]

Para una formulación estándar basada en desplazamientos, uno puede obtener una forma débil partiendo de la ecuación diferencial de cuarto orden en términos de desplazamientos (1.13). No obstante, es conveniente trabajar con su forma de segundo orden, involucrando las derivadas de los momentos. Entonces, se comienza con la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q = 0 \quad \dots (1.12)$$

Después de aplicar el Teorema de Green, introducir relaciones de momento-curvatura, expresar las condiciones de frontera en términos de las direcciones normales y tangenciales y después de una compleja manipulación algebraica, la forma débil final es:

$$-D \iint_A \bar{\varphi}^T C \varphi dA + \iint_A q \bar{w} dA + \int_S \left( V_n + \frac{\partial M_T}{\partial T} \right) \bar{w} dS - \int_S M_n \frac{\partial \bar{w}}{\partial n} dS = 0 \quad \dots (2.4)$$

De las integrales de la frontera (integrales de línea), las condiciones de frontera naturales y esenciales pueden ahora identificarse:

CONDICIONES DE FRONTERA NATURALES	CONDICIONES DE FRONTERA ESENCIALES
$V_n + \frac{\partial M_T}{\partial T} \triangleq q_L, \text{ especificado}$	$\bar{w} = 0 \rightarrow \text{debe satisfacer } w = \text{especificado}$
$-M_n = \text{especificado}$	$\frac{\partial \bar{w}}{\partial n} = 0 \rightarrow \text{debe satisfacer } \frac{\partial w}{\partial n} = \text{especificado}$

Donde  $q_L$  es una carga distribuida y  $M_n$  es un momento aplicado a lo largo de una frontera,  $\varphi$  es el vector de curvaturas y  $\bar{w}$  es una función de ponderación. Para evitar redundancia, se definirán los factores de la forma débil restantes al final de la deducción de la forma general de las ecuaciones del elemento plano de Kirchhoff.



### 2.1.2 Forma general de las ecuaciones del elemento plano de Kirchhoff [2]

Ya que las condiciones de frontera esenciales involucran  $w$  y  $\partial w/\partial n$ , los grados de libertad por nodo deben ser tales que pueda mantenerse la continuidad de desplazamiento y su derivada normal a través de las fronteras del elemento. Desde un punto de vista físico, los parámetros nodales más deseables son la deflexión  $w$  y las rotaciones alrededor de los ejes  $x$  y  $y$ . Con las direcciones positivas, como se muestra en la figura 2.2, los parámetros nodales son de la siguiente manera:

$w = \text{deflexión vertical}$

$$\theta_x = \text{rotación alrededor del eje } x \triangleq \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\theta_y = \text{rotación alrededor del eje } y \triangleq \frac{\partial w}{\partial x}$$

Desafortunadamente, con esta elección de parámetros nodales, mantener la continuidad de las derivadas normales para elementos de forma arbitraria no es posible. Muchos elementos simples ignoran esta falta de continuidad de las derivadas normales y son llamados *elementos no conformables*.

Los elementos planos conformables usan derivadas parciales mixtas como grados de libertad o agregan restricciones para obligar la continuidad. Debido a la naturaleza sin interpretación física de las derivadas mixtas de desplazamiento, estos elementos presentan dificultades al imponer condiciones de frontera. Es por ello que el uso de elementos planos no conformables es muy común.

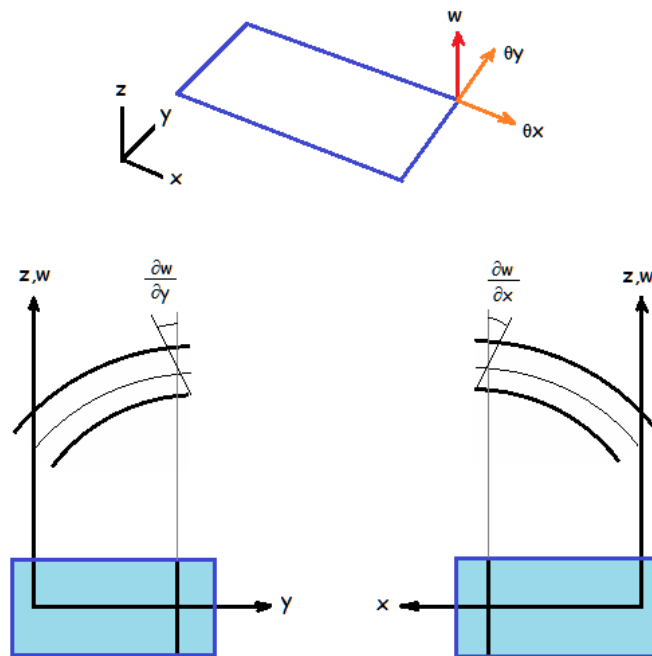


Figura 2.2. Parámetros nodales típicos para un elemento plano.

Una vez que los grados de libertad son elegidos, las ecuaciones del elemento finito pueden ser derivadas de la forma débil. Empezando con una polinomial, la solución supuesta para desplazamiento se escribe en términos de estos grados de libertad como:

$$w = (N_1 \ N_2 \ N_3 \ \dots) \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \vdots \end{pmatrix} \triangleq N^T d \quad \dots (2.5)$$

El vector de curvaturas del elemento  $\varphi$  puede ser calculado de la siguiente manera:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 N_1}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_3}{\partial x^2} & \dots \\ \frac{\partial^2 N_1}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_3}{\partial y^2} & \dots \\ 2 \frac{\partial^2 N_1}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_2}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_3}{\partial x \partial y} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \vdots \end{pmatrix} \triangleq B^T d \quad \dots (2.6)$$

Las funciones de ponderación son:

$$\bar{w} \rightarrow N_i, i = 1, 2, \dots \quad \text{y} \quad \bar{\varphi} \rightarrow B^T$$

Sustituyendo lo anterior en la forma débil (4), se generan las ecuaciones del elemento:

$$D \iint_A BCB^T dA d = \iint_A qNdA + \int_S q_L N_c dS + \int_S M_n \frac{\partial N_c}{\partial n} dS \quad \rightarrow \quad kd = r_q + r_{qL} + r_m \quad \dots (2.7)$$

donde  $N_c$  son funciones de interpolación del lado sobre el cual una carga distribuida  $q_L$  o un momento normal  $M_n$  son aplicados.

La matriz de rigidez del elemento es:

$$k = D \iint_A BCB^T dA \quad \dots (2.8)$$

Los vectores de carga equivalentes son:

$$r_q = \iint_A qNdA; \quad r_{qL} = \int_S q_L N_c dS; \quad r_m = \int_S M_n \frac{\partial N_c}{\partial n} dS; \quad \dots (2.9)$$

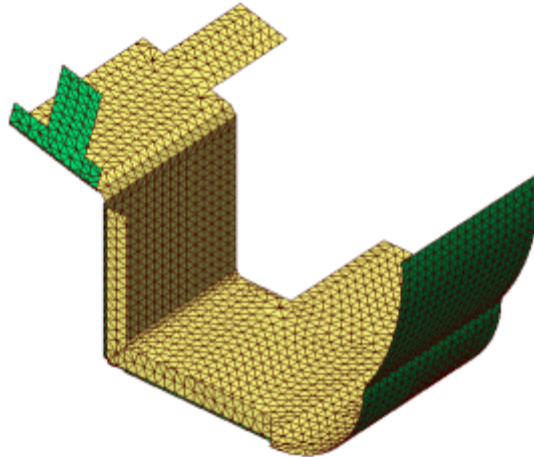
donde:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}; \quad \dots (1.14) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{pmatrix} \quad \dots (2.10)$$

## 2.2 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS TIPO CORAZA (SHELL) [2]

Una estructura tipo “shell” se muestra en la figura 2.3. Tales estructuras pueden ser analizadas al dividir las en un número adecuado de elementos planos. Cada elemento en general tendrá una orientación diferente y por ello las ecuaciones de cada elemento deben ser transformadas a un sistema coordenado global (común para todos los elementos).

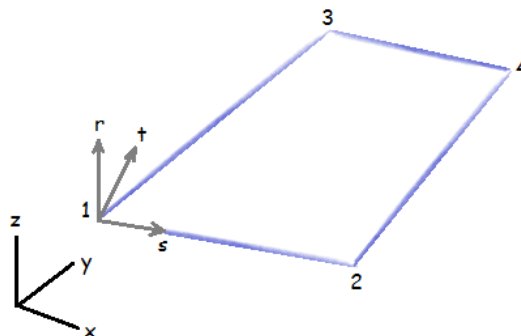
Las ecuaciones deben también ser modificadas para incluir el efecto de las fuerzas planares (efecto membrana). Dentro de la suposición de baja deflexión, las deformaciones planas no están ligadas a los efectos de la flexión (para cada elemento en su respectiva base local) y por ende, el esfuerzo plano es útil para modelar estos efectos de membrana.



**Figura 2.3.** Estructura tipo “shell” modelada con elementos planos.

Un elemento plano tipo “shell” se muestra en la figura 2.4. Los ejes locales  $s$ - $t$  yacen en el plano del elemento mientras que el eje  $r$  es normal a éste. Un elemento membrana (deformación plana) contribuye con los desplazamientos en las direcciones  $s$  y  $t$ . Un elemento placa proporcionará los desplazamientos a lo largo del eje  $r$  y las rotaciones alrededor de los ejes  $s$  y  $t$ .

Debido a que no hay un grado de libertad definido para la rotación alrededor del eje  $r$ , un elemento de esta naturaleza causaría conflictos (la matriz de rigidez podría resultar singular) si todos los elementos conectados por un nodo son coplanares. Una simple estrategia es incluir los seis grados de libertad y asignar un pequeño valor de rigidez a éste último. Las técnicas más sofisticadas añaden una *matriz de estabilización* a la existente matriz de rigidez para superar las complicaciones mencionadas.



**Figura 2.4.** Ejes locales y globales para un elemento shell.

### 2.2.1 Matriz de transformación

La matriz de transformación local-global se desarrolla al considerar tres componentes de desplazamientos y rotaciones en cada nodo como cantidades vectoriales:

$$\begin{pmatrix} d_1^i \\ d_2^i \\ \vdots \\ d_6^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ \theta_{z1} \end{pmatrix} \quad \dots (2.11)$$

donde  $H$  es una matriz de transformación de  $3 \times 3$ . Los componentes de esta matriz son los cosenos de los ángulos entre los tres ejes locales del elemento ( $s, t, r$ ) y los ejes globales ( $x, y, z$ ).

$$\begin{pmatrix} s \\ t \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_s & m_s & n_s \\ l_t & m_t & n_t \\ l_r & m_r & n_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad \dots (2.12) \quad H = \begin{pmatrix} l_s & m_s & n_s \\ l_t & m_t & n_t \\ l_r & m_r & n_r \end{pmatrix} \quad \dots (2.13)$$

Usando las coordenadas de los tres primeros nodos de un elemento, denotadas por  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots$ , los nueve cosenos directores pueden ser determinados como se mostrará enseguida. Tal y como aparece en la figura 2.4, el eje local  $s$  queda definido por el vector  $V_{12}$ , cuyo origen y destino son los nodos 1 y 2 respectivamente:

$$V_{12} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \quad \dots (2.14)$$

La magnitud del vector  $V_{12}$  es:

$$L_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad \dots (2.15)$$

Un vector unitario para el eje local  $s$  es dado entonces por:

$$\hat{V}_s = \begin{pmatrix} \frac{x_2 - x_1}{L_{12}} \\ \frac{y_2 - y_1}{L_{12}} \\ \frac{z_2 - z_1}{L_{12}} \end{pmatrix} \quad \dots (2.16)$$

Los tres cosenos directores que definen al eje local  $s$  son:

$$l_s = \frac{x_2 - x_1}{L_{12}}; \quad m_s = \frac{y_2 - y_1}{L_{12}}; \quad n_s = \frac{z_2 - z_1}{L_{12}} \quad \dots (2.17)$$

El eje local  $r$  es normal al plano definido por los nodos 1, 2 y 3. Un vector en dicha dirección se obtiene mediante el producto vectorial del vector  $V_{12}$  con el vector  $V_{13}$  (aquel que va del nodo 1 al 3), y así:

$$V_{13} = \begin{pmatrix} x_3 - x_1 \\ y_3 - y_1 \\ z_3 - z_1 \end{pmatrix}; \quad V_r = V_{12} \times V_{13} = \begin{pmatrix} y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \\ x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\ x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{pmatrix} \quad \dots (2.18)$$

La norma del vector  $V_r$  es:

$$L_r = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2 + Z_r^2} \quad \dots (2.19)$$

Entonces, los tres cosenos directores que definen al eje local  $r$  son:

$$l_r = \frac{X_r}{L_r}; \quad m_r = \frac{Y_r}{L_r}; \quad n_r = \frac{Z_r}{L_r} \quad \dots (2.20)$$

Finalmente, ya que el eje local  $t$  es normal al plano  $r$ - $s$ , puede ser definido mediante el producto cruz de los vectores unitarios correspondientes a los ejes  $r$  y  $s$ . Se tiene:

$$\hat{V}_t = \begin{pmatrix} l_t \\ m_t \\ n_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_r \\ m_r \\ n_r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} l_s \\ m_s \\ n_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_r n_s - m_s n_r \\ n_r l_s - n_s l_r \\ m_s l_r - m_r l_s \end{pmatrix} \quad \dots (2.21)$$

### 2.2.2 Ecuaciones transformadas

En términos del sistema coordenado local  $s$ - $t$ - $r$ , las ecuaciones del elemento son una superposición del elemento placa y el esfuerzo plano. Así, para un elemento cuadrilateral formado por cuatro nodos, las ecuaciones locales serán de  $24 \times 24$ .

$$k_l d_l = r_l \quad \dots (2.22)$$

La transformación entre la base local y global es:

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ \vdots \\ d_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ \vdots \\ \theta_{z1} \end{pmatrix} \rightarrow d_1 = Td; \quad d = T^T d_1 \quad \dots (2.23)$$

Usando esta matriz de transformación, las ecuaciones del elemento en coordenadas locales pueden interpretarse en coordenadas globales de la siguiente forma:

$$k_l d_l = r_l \rightarrow k_l Td = r_l \quad \dots (2.24)$$

Multiplicando ambos lados por  $T^T$ , se obtiene:

$$T^T k_l Td = T^T r_l \quad \dots (2.25)$$

Haciendo énfasis en que  $T^T r_l$  es la transformación de cargas aplicadas de la base local a la base global, se tienen entonces las siguientes ecuaciones del elemento en términos de los grados de libertad globales y cargas nodales aplicadas en las direcciones de los ejes globales:

$$kd = r; \quad \text{donde:} \quad k = T^T k_l T \quad \text{y} \quad r = T^T r_l$$

### 2.3 BIMO: VEHÍCULO ELÉCTRICO PARA TRANSPORTE DE PASAJEROS

El medio de transporte que es ahora sujeto a un minucioso estudio en este trabajo, ha seguido un proceso de ensamblaje y rediseño en la Facultad de Ingeniería (ver imágenes 2.5). Fue concebido desde el diseño conceptual para realizar trayectos turísticos cortos y transporte público dentro de la Ciudad de México, razón por la cual se estima que la máxima velocidad alcanzada en él sea de 40 km/h [8].



Imágenes 2.5. Vehículo eléctrico BIMO

Hasta el momento se ha hecho hincapié en la peculiaridad de la estructura del BIMO; la tabla 2.1 muestra a detalle los espesores de las placas que conforman los elementos de carga y carrocería. Otro pormenor digno de atenderse es que se desconoce la composición química de la fibra de vidrio utilizada en el vehículo; para efectos prácticos, se supondrá como fibra tipo E con resina epóxica y por lo tanto, se adoptarán sus propiedades mecánicas.

Sección	Espesor [mm]
Cara externa e interna del toldo y cara interna del panel posterior	3
Caras frontales, laterales y posterior externa	5
Postes para unión de sección frontal a toldo	7
Piso y estructuras internas frontal y posterior	10

Tabla 2.1. Espesores por sección del BIMO.

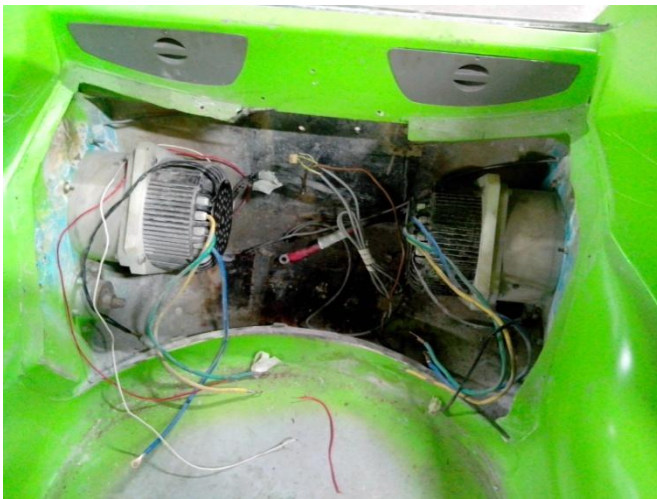
Este medio de transporte se soporta sobre tres ruedas distribuidas en dos ejes, dos de ellas al frente y la restante atrás, esto puede observarse con claridad en la imagen 2.6. Para profundizar en el funcionamiento del vehículo se presentan los siguientes puntos:

➤ *Transmisión de potencia y dirección*

El par torsional se transmite gracias a dos motores eléctricos independientes acoplados a cada una de las ruedas delanteras, a través de una reducción de velocidad implementada con un sistema de banda y poleas, como se exhibe en las imágenes 2.7. La rueda trasera proporciona la dirección del carro por medio de un motorreductor instalado sobre el eje de la misma (ver imágenes 2.9)



**Imagen 2.6.** Disposición de tres ruedas en dos ejes.



**Imágenes 2.7.** Transmisión de potencia: motores eléctricos, sistema de poleas y banda a tensión mediante un amortiguador.

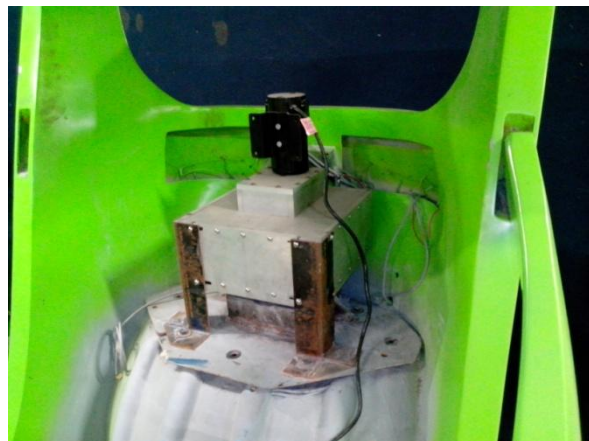
➤ **Suspensión**

Los ejes de las llantas delanteras han sido instalados en un elemento de acero con forma de "C" de 8 [mm] de espesor; éste a su vez fue atornillado a la estructura frontal de fibra de vidrio y a los cuatro largueros de PTR cuadrados de 2" X 2" que se extienden longitudinalmente en la totalidad del vehículo (ver imágenes 2.8).



**Imágenes 2.8.** Largueros de PTR y elemento estructural en “C” para suspensión delantera (en rojo).

La llanta trasera se apoya en una base de acero de dos placas de 5 [mm] cada una, atornilladas a la estructura de fibra de vidrio posterior; ésta última descansa sobre los largueros mencionados (ver imágenes 2.9) y es así como toda la carga por el peso propio del carro y sus ocupantes se propaga por estructuras metálicas únicamente, hasta los amortiguadores y de ahí a los neumáticos.



**Imágenes 2.9.** Suspensión trasera y dirección.



El carro cuenta con asientos para un conductor y tres pasajeros, dispuestos en tres filas. Debajo del asiento del conductor y la fila central se han instalado siete baterías que alimentan a los motores, tal como se muestra en las imágenes 2.10. Por todo lo mencionado hasta ahora, la masa total del carro tiende a ser considerable y para una mejor visualización, se desglosa como sigue:

- A través del software Hyperworks® se determinó la masa total de la carrocería, incluyendo los largueros y travesaños, resultando de 228 [kg].
- Considerando a los cuatro ocupantes y el hecho de que la masa promedio en la población mexicana es de 75 [kg], por este concepto se tienen un total de 300 [kg].
- Las baterías tienen una masa de 21 [kg] cada una, dando así una suma de 147 [kg].
- Los motores eléctricos, asientos, ruedas, amortiguadores, rodamientos y bases metálicas en conjunto alcanzan los 300 [kg] aproximadamente.

Como resultado se tiene un peso vehicular de 675 [kg] y un peso bruto vehicular de 975 [kg].



**Imágenes 2.10.** Distribución de baterías en el vehículo.

Por último, un punto que sugiere primordial atención es el proceso de manufactura empleado para la carrocería; con base en su aspecto, es totalmente evidente que se colocaron fibras cortas junto con la resina sin seguir un patrón fijo (ver imágenes 2.11). Dado que hay una orientación aleatoria para las fibras de refuerzo dentro de la matriz y como se establece en la figura 1.3, es válido asumir que las placas se comportarán como un material quasi-isotrópico.



**Imágenes 2.11.** Aspecto físico de la fibra de vidrio utilizada en el BIMO.

## 2.4 PRUEBAS DE IMPACTO: EURO NCAP

Euro NCAP ofrece a los consumidores de automóviles una evaluación realista e independiente del comportamiento de seguridad de algunos de los coches más populares que se venden en Europa. Fundada en 1997 y con el apoyo actual de siete gobiernos europeos y las organizaciones de automovilismo y consumidores de cada país de la UE, Euro NCAP se ha convertido rápidamente en un catalizador para fomentar importantes mejoras de seguridad en el diseño de vehículos nuevos [9].

Fue creada por el Laboratorio de Investigación del Transporte, para el Departamento de Transportes del Reino Unido. Posteriormente, otros gobiernos se han unido al programa (Francia, Alemania, Suecia, Países Bajos, la Generalitat de Cataluña y más recientemente Luxemburgo). Muchas organizaciones de consumidores de Europa son miembros a través de la Internacional Consumers Research & Testing (ICRT). Los clubes automovilísticos están representados por miembros de la Fundación FIA y por miembros individuales del club de automovilistas alemán ADAC [9].

Euro NCAP es por sí sola una Asociación Internacional de jurisdicción belga, independiente de la industria y políticas de control, y ningún miembro individual puede influir en ella a favor de sus intereses individuales, es totalmente independiente de la industria del automóvil [9].

Para los coches sometidos a ensayo antes de 2009, Euro NCAP ha publicado tres valoraciones: la protección de adultos, la protección de los ocupantes infantiles y la protección de los peatones. Las valoraciones para la protección de adultos y niños se obtienen como resultado de tres ensayos de impacto que Euro NCAP lleva a cabo: frontal, lateral y ensayo de poste. Euro NCAP lleva a cabo un conjunto diferente de ensayos del peatón para llegar a la puntuación de Valoración del peatón. Euro NCAP elige este tipo de ensayos para cubrir la gama de los accidentes con algunas de las causas dominantes de lesiones graves y mortales. Además, Euro NCAP premia los coches que tengan un testigo de aviso de cinturón de seguridad inteligente, como parte de la valoración de protección del adulto. Al comprar un vehículo ensayado antes de 2009, Euro NCAP recomienda tener en cuenta las tres categorías de valoración [9].

A partir de 2009, Euro NCAP sólo ha divulgado una valoración global de estrellas para cada vehículo ensayado con un máximo de cinco estrellas. Esta valoración global de seguridad está compuesta por las puntuaciones de cuatro áreas: la protección del adulto, la protección del niño, la protección de los peatones y la asistencia a la seguridad. La puntuación global se calcula con la ponderación de las cuatro puntuaciones relacionadas entre sí, al mismo tiempo que se garantiza que ninguna de las áreas se encuentra por debajo de su rendimiento. Los ensayos dinámicos subyacentes son idénticos a los anteriores a 2009, excepto por la adición de un ensayo para la protección ante lesiones de latigazo cervical en impacto trasero. Además, Euro NCAP ahora premia no sólo los testigos de aviso del cinturón de seguridad, sino también los limitadores de velocidad y el montaje de serie del control electrónico de estabilidad [9].

La fabricación en serie del BIMO no tendrá lugar y a pesar de que ni siquiera es capaz de alcanzar las velocidades de las pruebas dinámicas, puede verse involucrado en un accidente vial de suma gravedad al ser embestido por un vehículo que sí pueda exceder fácilmente las velocidades máximas establecidas (las posibilidades para que un accidente de esta índole se genere son muchas).

La mejor alternativa es analizar este carro con base en los ensayos propuestos en el Programa Europeo de Evaluación de Automóviles Nuevos, puesto a que plantear cada escenario posible para un accidente vial resultaría en una tarea sin sentido.

El interés de esta propuesta es analizar y predecir la respuesta dinámica de la carrocería. Ya que se reproducirán las condiciones más adversas, se utilizará la valoración para la protección de ocupantes adultos y niños la cual culmina con las pruebas de impacto frontal, lateral y de poste.

### 2.4.1 Impacto frontal [9]

El ensayo de impacto frontal se basa en el desarrollado por el Comité europeo para el incremento de la seguridad en los vehículos como base para la legislación, aunque la velocidad de impacto se ha aumentado en 8 km/h. El impacto frontal tiene lugar a 64 km/h (40 mph), el coche choca contra una barrera deformable con traslape parcial (figura 2.12).

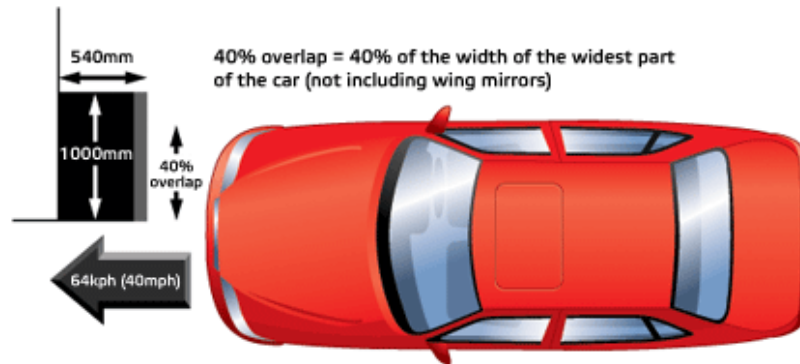


Figura 2.12. Ensayo de impacto frontal.

El solape es el 40% de la parte más ancha del coche (sin incluir retrovisores).

Cada coche probado se somete a un impacto con solape parcial contra un bloque inamovible con una estructura de panel de abeja deformable en una de sus superficies. Este impacto está destinado a representar los accidentes de tránsito más frecuentes, que tienen como resultado lesiones graves o mortales.

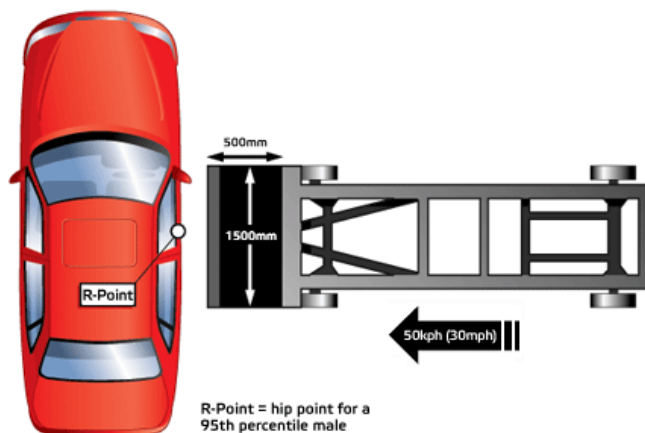
Se simula un coche que tiene un impacto frontal con otro coche de masa similar. Como la mayoría de los choques frontales sólo implican una parte del frontal del coche, en el ensayo se pretende simular un choque en el que se vea involucrado la mitad del frontal del vehículo. Esto se consigue haciendo que sólo impacte contra la barrera el 40% del frente del vehículo. La pared de la barrera deformable sirve para representar la naturaleza deformable de los coches. Este ensayo es una dura prueba de la capacidad del coche para sobrevivir al impacto sin intrusión de espacio del compartimiento del pasajero.

El contacto entre el ocupante y la intrusión de partes del compartimiento de pasajeros es la causa principal de lesiones graves y mortales para el ocupante adulto del vehículo. El ensayo de velocidad de 64 km/h representa una colisión del vehículo con otro vehículo en la que cada coche circula en torno a 55 km/h. La diferencia en velocidad se debe a la energía absorbida por la pared deformable.

La investigación de accidentes ha demostrado que esta velocidad de impacto está directamente relacionada con una parte importante de los accidentes graves y mortales. Al impedir la intrusión de espacio, las posibilidades de que el ocupante resulte impactado en el interior del coche se minimizan y el sistema de retención puede funcionar con eficacia al disponer de espacio suficiente.

### 2.4.2 Impacto lateral contra otro vehículo [9]

La segunda configuración de choque más importante es la del impacto lateral del vehículo contra otro vehículo. Euro NCAP simula este tipo de impacto con una barrera deformable móvil (MDB) que impacta contra la puerta del conductor a 50 km/h. La protección ante lesiones se evalúa mediante la colocación de un dummy en el lado de ensayo del impacto, en el asiento del conductor (figura 2.13).



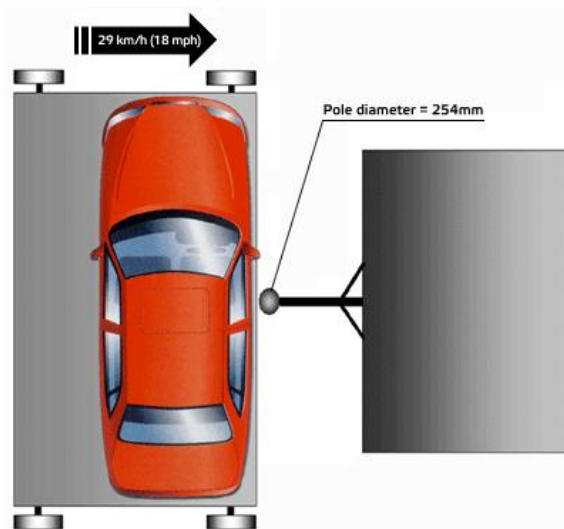
**Figura 2.13.** Ensayo de impacto lateral contra otro vehículo.

Aunque resulta difícil juzgar el nivel de protección procedente de la extensión de la intrusión de espacio, el control de cómo se produce esta intrusión es importante. A través del programa, Euro NCAP ha experimentado grandes mejoras en el comportamiento del impacto lateral. La provisión de airbags de impacto lateral ha supuesto una ayuda. Ahora es normal que los coches sometidos a ensayo por Euro NCAP estén equipados con airbags de impacto lateral.

#### 2.4.1 Impacto lateral de poste [9]

Los patrones de accidentes varían de país a país en Europa, pero aproximadamente un cuarto de todas las lesiones graves y mortales se producen en colisiones de impacto lateral. Muchas de estas lesiones tienen lugar cuando un coche embiste lateralmente a otro o contra un objeto fijo de poco grosor, como un árbol o un poste.

Para fomentar que los fabricantes adapten los dispositivos de protección de la cabeza, se puede realizar el ensayo de poste, si se incorporan estas características de seguridad. Los airbags laterales o de cortina ayudan a proteger la cabeza y el torso superior, proporcionando un efecto relleno y de protección, al impedir que la cabeza pase a través de la abertura de la ventana. En el ensayo, el vehículo examinado es impulsado a 29 km/h (18 mph) contra un poste rígido. El poste es relativamente estrecho, por lo que la penetración es mayor en la parte lateral del coche.



**Figura 2.14.** Ensayo de impacto lateral de poste.

## 2.5 ANÁLISIS DINÁMICO EXPLÍCITO

Hasta ahora se ha tratado un punto muy particular del método de los elementos finitos: la discretización en el espacio. Sin embargo, para resolver problemas no lineales en la geometría o en el comportamiento del material, es necesario abordar una técnica adicional: la discretización en el tiempo.

La naturaleza de un impacto sugiere siempre fuerzas de gran magnitud, grandes deformaciones y altas velocidades de deformación. El sistema de ecuaciones (2.1) pasa a representarse como una función del tiempo, sea entonces:

$$K u(t) + C \dot{u}(t) + M \ddot{u}(t) = p(t) \quad \dots (2.26)$$

donde [10]:

$u(t)$  = desplazamientos de los nodos  
 $K$  = ensamble de las matrices de rigidez elementales  
 $C$  = ensamble de las matrices de amortiguamiento elementales  
 $M$  = ensamble de las matrices de masa elementales

A la par, se pueden plantear las ecuaciones globales del movimiento de la estructura como:

$$f(t) + a(t) + i(t) + p(t) = 0 \quad \dots (2.27)$$

donde [10]:

$f(t)$  = fuerzas de rigidez sobre los nodos  
 $a(t)$  = fuerzas de amortiguamiento  
 $i(t)$  = fuerzas de inercia  
 $p(t)$  = fuerzas exteriores

### 2.5.1 Integración explícita: ciclo de cálculo [10]

La solución del sistema de ecuaciones (2.26) se busca para sucesivos instantes de tiempo  $t_N, N = 0, 1, 2, \dots$  separados por un intervalo o paso de integración  $\Delta t$ :  $t_{N+1} = t_N + \Delta t$ .

La integración progresa paso a paso, es decir, en cada ciclo de integración se obtienen los valores de las variables en el instante  $t_N$  a partir de los valores de las variables en el instante  $t_{N-1}$  partiendo de las condiciones iniciales del problema.

Si se llama:

$$\begin{aligned} u^N &= u(t_N) \\ \dot{u}^{N+1/2} &= \dot{u}(t_{N+1/2}) \\ \ddot{u}^N &= \ddot{u}(t_N) \\ t_{N+1/2} &= t_N + 0.5 \Delta t \end{aligned} \quad \dots (2.28)$$

un esquema de diferencias centrales supone que:

$$\begin{aligned} \dot{u}^{N+1/2} &= \dot{u}^{N-1/2} + \Delta t \ddot{u}^N \\ u^{N+1} &= u^N + \Delta t \dot{u}^{N+1/2} \end{aligned} \quad \dots (2.29)$$

donde  $u, \dot{u}$  y  $\ddot{u}$  son los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los nodos de la estructura. Por otro lado, si se plantean las ecuaciones (2.26) en el instante  $t_N$  puede obtenerse:

$$\ddot{u}^N = M^{-1} (p^N - K u^N - C \dot{u}^N) \cong M^{-1} (p^N - K u^N - C \dot{u}^{N-1/2}) \quad \dots (2.30)$$

donde la simplificación  $\dot{u}^N \cong \dot{u}^{N-1/2}$  no introduce distorsiones importantes para los valores habituales del amortiguamiento estructural y para un paso de integración tan pequeño como el necesario para la estabilidad del proceso.

Obsérvese que la relación (2.30) puede escribirse de acuerdo con (2.27):

$$\ddot{u}^N \cong M^{-1} (p^N + f^N + a^{N-1/2}) \quad \dots (2.31)$$

donde las fuerzas  $f^N$  son función exclusivamente de los movimientos  $u^N$  de los nodos a través de las matrices de rigidez elementales y las fuerzas  $a^{N-1/2}$  son también función exclusiva de las velocidades  $\dot{u}^{N-1/2}$  de los nodos mediante las matrices de amortiguamiento elementales.

La formulación de las fuerzas exteriores  $p^N$  es totalmente arbitraria. Entonces, si M es diagonal, el vector de aceleraciones  $\ddot{u}^N$  puede obtenerse recorriendo los nodos, calculando la resultante de las acciones sobre cada nodo y dividiendo por la masa correspondiente. Es decir, no hace falta ensamblar las matrices globales (rigidez, masa y amortiguamiento) de la estructura para obtener las aceleraciones de los nodos en un instante  $t_N$  determinado.

Conocido así  $\ddot{u}^N$  a partir de  $p^N, \dot{u}^{N-1/2}$  y  $u^N$ , se puede obtener sucesivamente  $\dot{u}^{N+1/2}$  y  $u^{N+1}$  a través de las ecuaciones (2.29) y así cerrar el ciclo de cálculo. Esta posibilidad de integrar las ecuaciones (2.26) trabajando a nivel local es la principal ventaja de los métodos explícitos.

## 2.5.2 Estabilidad numérica [10]

El esquema de integración paso a paso expuesto en el segmento anterior es condicionalmente estable. La estabilidad del ciclo general de integración exige que:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}} (\sqrt{1 + \varepsilon^2} - \varepsilon) \quad \dots (2.32)$$

donde  $\omega_{max}$  es la máxima frecuencia natural del modelo con que se ha representado la estructura y  $\varepsilon$  es la fracción de amortiguamiento crítico para esa frecuencia.

En conclusión se asienta lo siguiente:

- El análisis dinámico explícito no requiere resolver el sistema de ecuaciones (ensamble de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento) para cada paso de tiempo.
- El método explícito es condicionalmente estable, si el intervalo de tiempo no es lo suficientemente pequeño, la solución no converge y tenderá a alejarse exponencialmente de la solución exacta.
- Éste método no obliga el equilibrio de las fuerzas internas de la estructura con las cargas externas aplicadas.

# CAPÍTULO III

---

## *Simulación*

### INTRODUCCIÓN

Con los datos recabados y la información desarrollada en los capítulos previos, es posible abordar las herramientas computacionales que complementan el estudio de esta propuesta. En primer lugar se presentarán las características del modelo tridimensional del BIMO, atendiendo posteriormente la generación de su malla de elementos finitos.

El tipo de análisis abordado exige describir la deformación no lineal de los materiales, para tal efecto se ha hecho uso del modelo Johnson–Cook y por lo tanto será debidamente explicado. Las simulaciones se sustentan en el comportamiento de dos materiales en particular: la fibra de vidrio de la carrocería y el acero de la suspensión; las diferencias entre ellos van desde su proceso de manufactura y estructura molecular hasta su modo de falla. Obedeciendo a esta razón, se detallará para cada uno el valor de sus propiedades mecánicas y el criterio de falla correspondiente.

Por último, como registro de la interacción con el software Hyperworks® se exhibe el proceso de armado de los modelos (preproceso) para cada uno de los casos de carga.

### **3.1 CAD Y MALLA**

Una réplica virtual de la carrocería del BIMO, hecha a partir de superficies fue recibida para cumplir con los objetivos de este proyecto; los archivos fueron generados en formato IGES y se importaron gracias al software.

Con la geometría importada se llevó a cabo el primer intento de generar una malla de elementos de 15 [mm] al ejecutar el mallador automático, sin conseguir éxito alguno. La gran parte de los elementos no cumplía con los estándares de calidad, ya que estos incurrieron en una mala relación de aspecto, jacobiano cero o negativo, alabeo y oblicuidad muy pronunciados, además de que no respetaban los valores límite (máximo y mínimo) de tamaño objetivo, ángulos internos y externos.

Todo lo mencionado anteriormente fue una consecuencia de diversos detalles del CAD: superficies no coincidentes y superpuestas, entidades geométricas innecesarias (ejes y puntos fijos) que forzaban la trayectoria de la malla y cambios sumamente bruscos en la concavidad de las superficies.

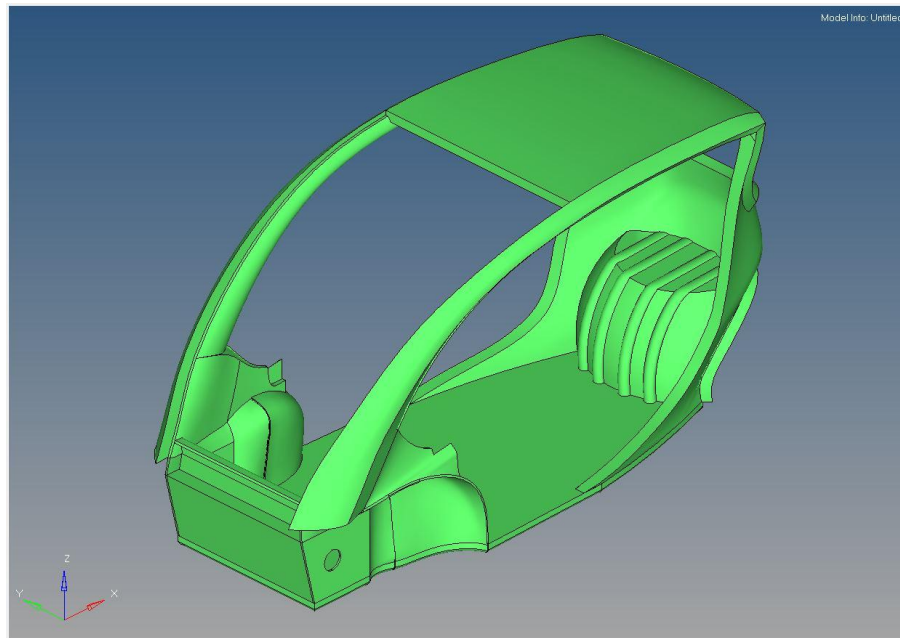
Fue necesario implementar varias herramientas del programa para corregir los defectos, tales como reconstrucción y sutura de superficies, adición y corte de ejes así como supresión y colocación de puntos fijos. En la figura 3.1 puede apreciarse el resultado final desde una vista en isométrico.

Con la geometría óptima alcanzada fue posible adoptar una nueva técnica: mallado localizado. Mediante un tamaño de elemento de 10 [mm], cada sección de la carrocería fue mallada de forma independiente, conservando desde luego la conectividad con la periferia; haber procedido de esta manera permitió que todos los elementos fueran validados por los estándares de calidad del programa.

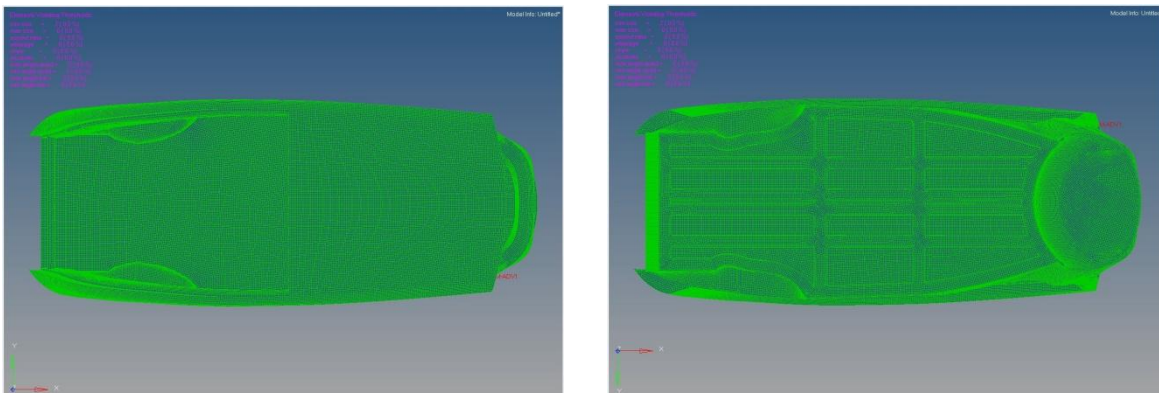
Ambos procesos en conjunto representaron un obstáculo difícil de superar, pero los resultados han sido sumamente satisfactorios pues se obtuvo una malla de muy alta calidad, en la cual los elementos presentan una buena relación de aspecto, no existe un solo elemento con jacobiano cero o negativo, no hay alabeo ni oblicuidad e inclusive el rango de valores para los ángulos internos y externos así como el tamaño objetivo de los elementos es respetado (ver figuras 3.2).

Todo lo descrito en el párrafo anterior es indispensable para garantizar la convergencia del método a cada paso de tiempo y la estabilidad numérica durante todo el proceso de cálculo.

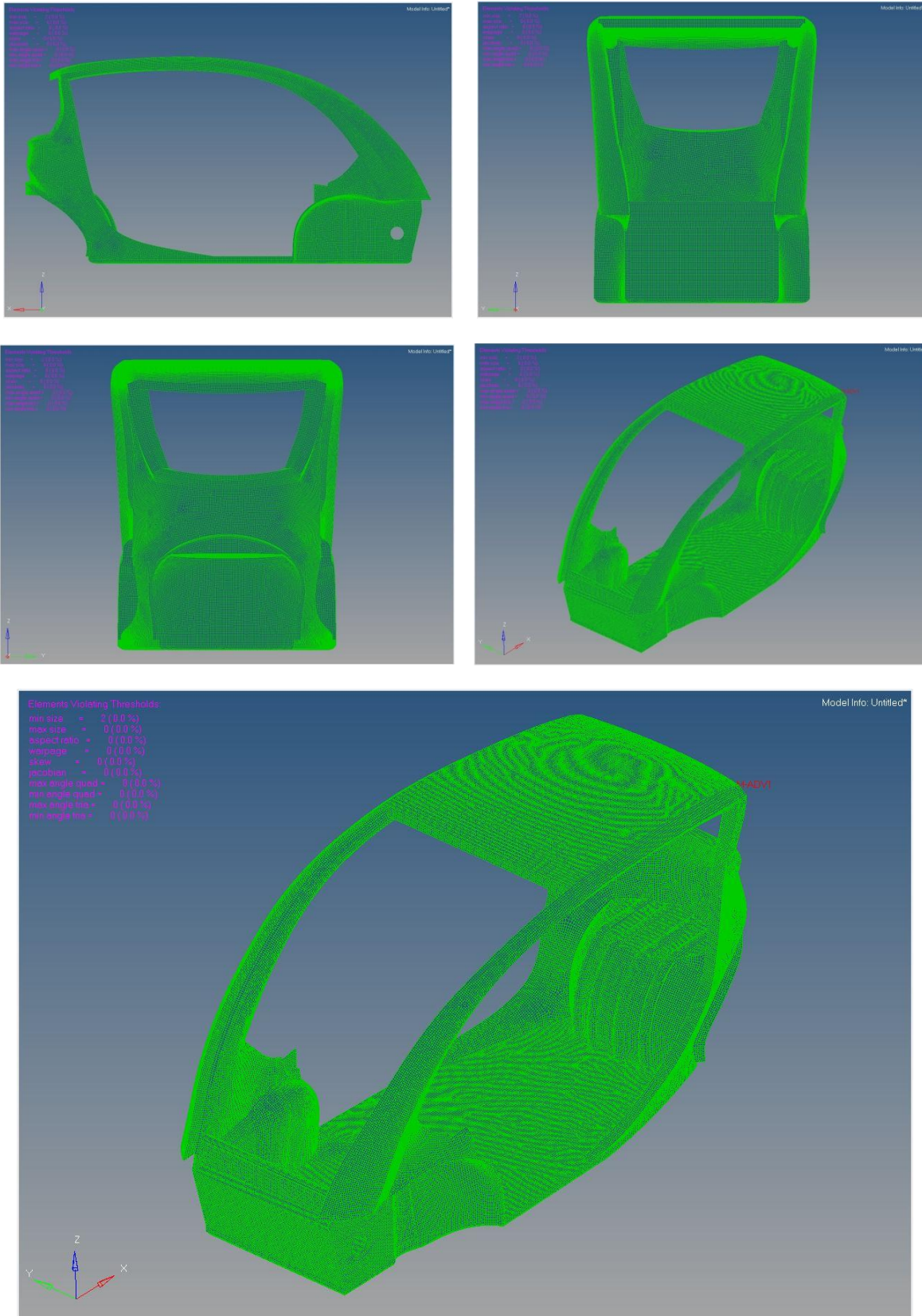
Al final, la malla generada a partir de este procedimiento se compone de 184,939 nodos y 186,829 elementos con un tamaño objetivo de 10 [mm], donde más del 95% de estos son cuadriláteros y el resto son entidades triangulares.



**Figura 3.1.** Modelo tridimensional del BIMO.







**Figuras 3.2.** Malla de elementos finitos (vista en isométrico ampliada para un mayor detalle).

## 3.2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Como se afirmó al inicio del capítulo, el modelo de plasticidad de Johnson–Cook ha sido utilizado tanto para la fibra de vidrio tipo E con resina epóxica como para el acero ASTM A36. Pese a este hecho los criterios de falla no son los mismos, la fibra de vidrio ha sido evaluada con Johnson–Cook Brittle Damage mientras que para el acero se utilizó Von Mises.

Para satisfacer los parámetros demandados por cada uno de los materiales en cuestión, se presentarán las propiedades utilizadas tanto para el modelo de plasticidad como para el criterio de falla correspondiente.

### 3.2.1 Deformación plástica: modelo Johnson-Cook [11]

Bajo esta ley de plasticidad, el material se comporta como un sólido elástico lineal cuando el esfuerzo equivalente es menor que el de cedencia. Para valores de esfuerzo mayores a este parámetro, la deformación del material es permanente. Este modelo es válido para elementos tridimensionales (brick), elementos cascarón (shell) y vigas (beam). El esfuerzo descrito durante la deformación plástica está dado por la siguiente relación:

$$\sigma = (a + b\varepsilon_p^n) \left(1 + c \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) (1 - T^{*m}) \quad \dots (3.1)$$

Donde:

$\sigma$  = flujo de esfuerzo (elástico + componentes plásticas)

$\varepsilon_p$  = deformación plástica (verdadera)

$a$  = esfuerzo de cedencia

$b$  = módulo de endurecimiento

$n$  = exponente de endurecimiento

$c$  = coeficiente de tasa de deformación

$\dot{\varepsilon}$  = tasa de deformación

$\dot{\varepsilon}_0$  = tasa de deformación de referencia

$m$  = exponente de temperatura

$$T^* = \frac{T - 298}{T_{melt} - 298} \quad \dots (3.2)$$

$T_{melt}$  = temperatura de fusión en grados Kelvin.

A la par, existen dos entradas adicionales:

- $\sigma_{max}$  = flujo de esfuerzo máximo
- $\varepsilon_{max}$  = deformación plástica de ruptura

La figura 3.3 muestra una curva típica  $\sigma - \varepsilon$  en la región no lineal. Cuando el máximo esfuerzo es alcanzado durante el cálculo, el esfuerzo permanece constante y el material experimenta una deformación plástica hasta su valor máximo. La ruptura del elemento ocurre si esta última variable es mayor a  $\varepsilon_{max}$ .

Si el elemento es un shell, es borrado al llegar a la ruptura. Si se trata de un elemento sólido, su tensor desviador de esfuerzo se fija permanentemente en cero (tensor nulo) al fracturarse, sin embargo no es eliminado, lo que induce que el material siga deformándose plásticamente con cargas constantes o incluso menores pero sin presentar la generación de grietas o fracturas y el único modo de saber que el material ha fallado es a través de la comparación del esfuerzo efectivo contra el esfuerzo máximo.

Para la situación en particular de esta propuesta, no se incluye el tercer factor de la ecuación de Johnson–Cook debido a que durante un accidente vial, la colisión entre vehículos jamás involucra un cambio significativo en la temperatura. Tampoco se contempla el segundo factor, es decir la dependencia de la tasa de deformación, pues dicha información no pudo ser recopilada para la fibra de vidrio.

Al no ingresar valor alguno para  $m$  y  $c$ , el software les asigna un valor de 0 y automáticamente desactiva el efecto de la temperatura y la tasa de deformación, por ende el modelo matemático queda como sigue:

$$\sigma = (a + b\varepsilon_p^n) \quad \dots (3.3)$$

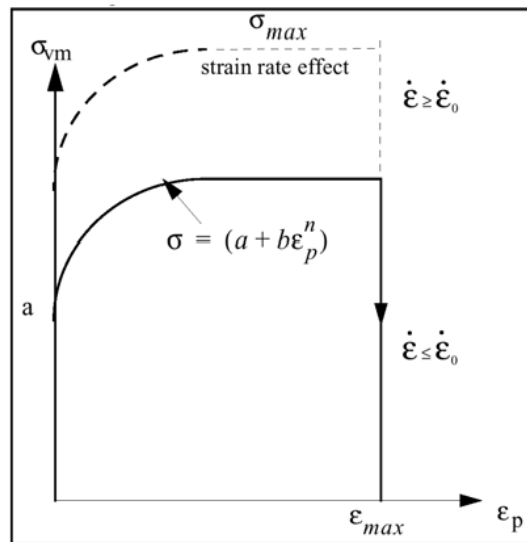


Figura 3.3. Curva esfuerzo – deformación plástica.

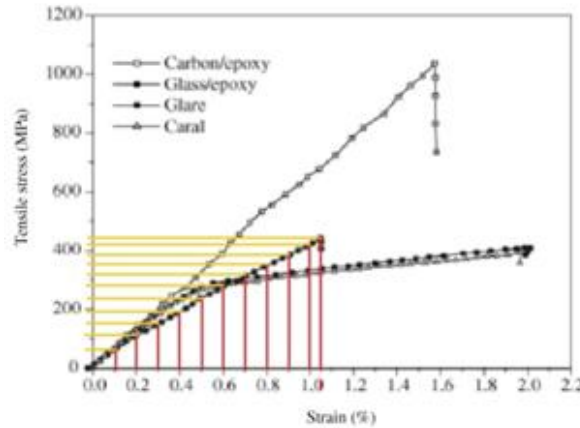
### 3.2.2 Fibra de vidrio tipo E con resina epóxica (Fabric M10E/3783)

A continuación se presentan las propiedades mecánicas halladas en el acervo para la fibra de vidrio Tipo E con resina epóxica (Fabric M10E/3783) [4]:

Densidad inicial ( $\rho_i$ ) [kg/cm <sup>3</sup> ]	1,900
Módulo de elasticidad ( $E$ ) [GPa]	24.5
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.11
Esfuerzo máximo ( $\sigma_{max}$ ) [MPa]	433
Deformación para falla a tensión en la dirección principal 1 ( $\varepsilon_{t1}$ )	0.022
Deformación máxima para falla a tensión en la dirección principal 1 ( $\varepsilon_{m1}$ )	0.024
Daño máximo para falla a tensión en la dirección principal 1 ( $d_{max1}$ )	0.999
Deformación a tensión para eliminar un elemento en la dirección principal 1 ( $\varepsilon_{f1}$ )	0.026
Deformación para falla a tensión en la dirección principal 2 ( $\varepsilon_{t2}$ )	0.022
Deformación máxima para falla a tensión en la dirección principal 2 ( $\varepsilon_{m2}$ )	0.024
Daño máximo para falla a tensión en la dirección principal 2 ( $d_{max2}$ )	0.999
Deformación a tensión para eliminar un elemento en la dirección principal 2 ( $\varepsilon_{f2}$ )	0.026

Cabe reiterar que los valores para las direcciones principales 1 y 2 son los mismos, dado que el material fue asumido desde un inicio como quasi-isotrópico.

En el caso del esfuerzo de cedencia (*a*), el módulo de endurecimiento (*b*) y el exponente de endurecimiento (*n*), surgió la necesidad de calcularlos ya que no fue posible hallar valores para estos tres parámetros que pertenecieran al material en cuestión. A falta de una tabla de datos experimentales para la curva esfuerzo-deformación, fue preciso generarla estableciendo una correlación gráfica con una curva  $\sigma - \varepsilon$  existente, como se muestra en las figura 3.4.



**Figura 3.4.** Correlación gráfica de una curva esfuerzo – deformación existente [12].

Es preciso puntualizar que la curva mostrada puede ser adaptada para diferentes composiciones químicas de fibra de vidrio con resina ya que la deformación total contempla un valor central de 0.018 y márgenes de aplicabilidad de  $\pm 0.005$  [12]. El esfuerzo máximo observado en esta gráfica se aproxima a los 430 [MPa] a una deformación de 0.0105; la fibra M10E/3783 posee un esfuerzo máximo de 433 [MPa] a una deformación de 0.022.

Los datos presentados son aproximados, sin embargo es necesario ajustar la curva para abarcar la deformación total del material de interés. A partir de los pares ordenados obtenidos para la curva  $\sigma - \varepsilon$  original, se generó la tabla de valores ajustada para definir el comportamiento mecánico de la carrocería, como se exhibe en las tablas [3.1].

$\varepsilon$ [m/m]	$\sigma$ [MPa]
0	0
0.001	60
0.002	110
0.003	160
0.004	190
0.005	230
0.006	280
0.007	320
0.008	360
0.009	390
0.01	420
0.0105	440

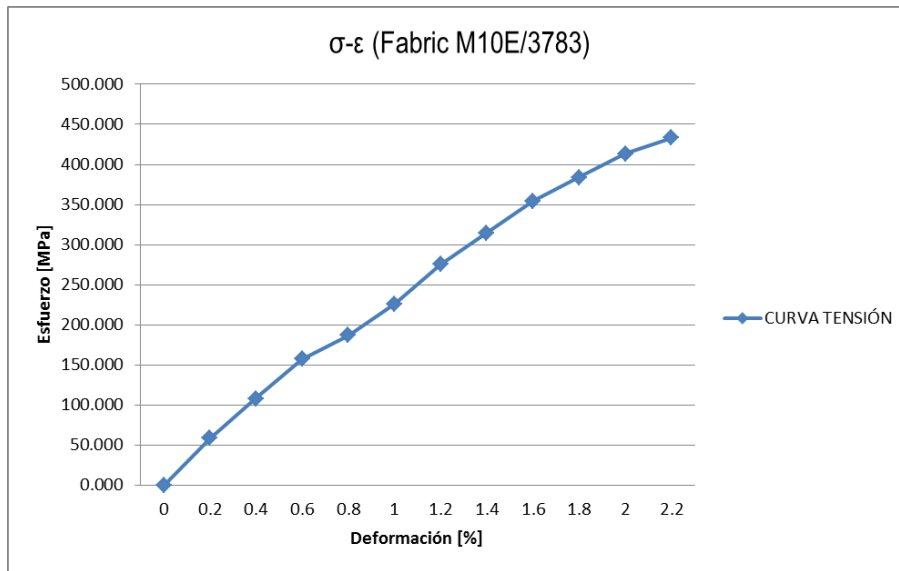
(a)

$\varepsilon$ [m/m]	$\sigma$ [MPa]
0	0.000
0.002	59.045
0.004	108.250
0.006	157.455
0.008	186.977
0.01	226.341
0.012	275.545
0.014	314.909
0.016	354.273
0.018	383.795
0.02	413.318
0.022	433.000

(b)

**Tablas 3.1.** Pares ordenados de la curva original (a) y valores para la curva ajustada (b).

Con base en los nuevos puntos obtenidos se presenta la gráfica de la figura 3.5.



**Figura 3.5.** Curva esfuerzo – deformación para fibra de vidrio Fabric M10E/3783.

Para determinar el esfuerzo de cedencia se utiliza la convención del offset: una recta paralela a la zona lineal de la curva, desplazada 0.2 % del origen sobre el eje de las abscisas. Entonces, se parte de los puntos que definen la zona elástica:

$\epsilon$ [m/m]	$\sigma$ [MPa]
0	0.000
0.002	59.045
0.004	108.250
0.006	157.455

**Tabla 3.2.** Pares ordenados que definen la zona elástica de la fibra de vidrio.

Mediante regresión lineal se determina la ecuación de la recta que presenta la misma pendiente que la zona elástica elástica del material y pasa por el origen:

$$\epsilon = 260.7835 \sigma + 2.9522 \quad \dots (3.4)$$

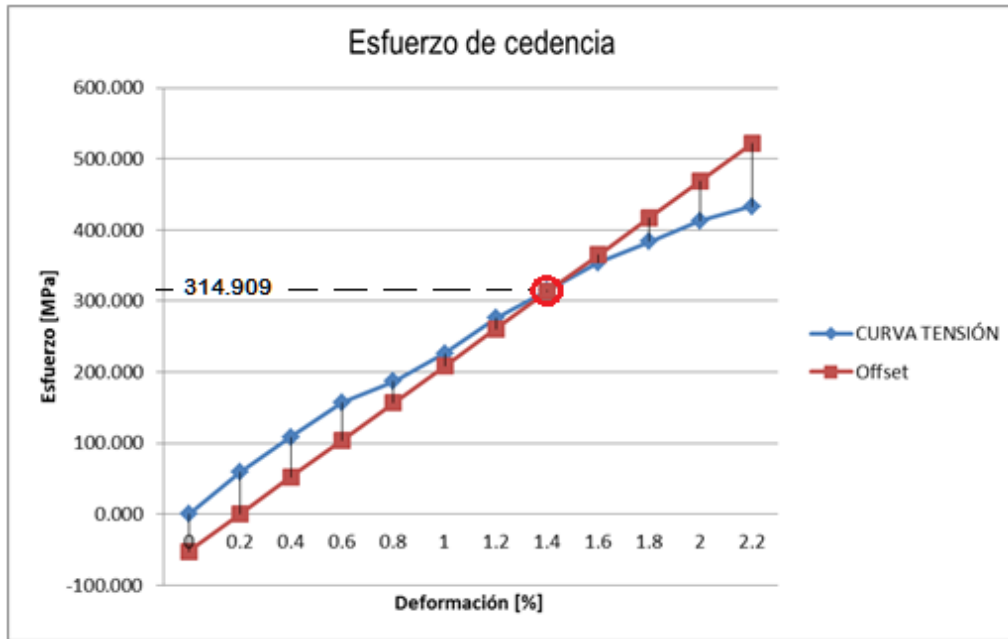
Después se desplaza la recta obtenida 0.2% sobre el eje de las abscisas, para esto se omite el término independiente y se conserva la pendiente:

$$\epsilon = 260.7835 (\sigma - 0.2) \quad \dots (3.5)$$

Así se obtiene:

$$\epsilon = 260.7835 \sigma - 52.1567 \quad \dots (3.6)$$

El esfuerzo de fluencia es la intersección entre la curva  $\sigma - \epsilon$  y la recta generada, que resulta de 314.909 [MPa] (ver gráfica 3.6).



**Figura 3.6.** Intersección entre la recta de offset y la curva  $\sigma - \varepsilon$  : esfuerzo de fluencia.

Finalmente, para calcular el módulo y exponente de endurecimiento fue necesario utilizar una hoja de cálculo a modo de iterar la ecuación  $\sigma = (a + b\varepsilon_p^n)$ , como sigue:

$$\sigma = (314.9091 + b \varepsilon_p^n) \quad \dots (3.7)$$

$b$  y  $n$  son las variables que se modifican hasta obtener una aproximación aceptable, la cual se muestra enseguida:

$\varepsilon$ [m/m]	$\sigma$ [MPa]	FUNCIÓN [MPa]
0	314.9091	314.9091
0.002	354.2727	359.9633
0.004	383.7955	388.0999
0.006	413.3182	412.1213
0.008	433	433.8080

**Tabla 3.3.** Deformación plástica y comparación entre los valores de esfuerzo de la curva  $\sigma - \varepsilon$  y aquellos calculados a través del modelo de Johnson – Cook.

La primera columna representa la deformación plástica como una variable independiente, la segunda contiene los valores correspondientes de esfuerzo y la tercera, funge como un comparativo para aseverar la validez de la iteración. Dado que la diferencia entre los datos de las últimas dos columnas es mínima, es posible afirmar que se encontraron los valores de  $b$  y  $n$  :

$$b = 139 \text{ [MPa]} \quad n = 0.7$$

### 3.2.3 Acero ASTM A36

En contraste con la fibra de vidrio, para este acero todas las propiedades requeridas fueron fácilmente halladas [13] y se exponen a continuación:

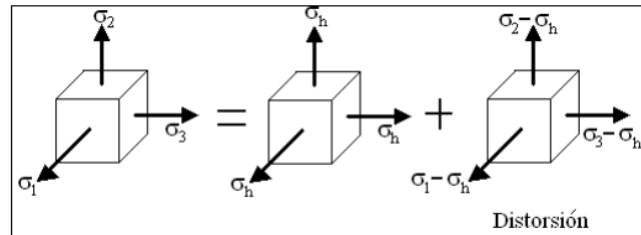
Densidad inicial ( $\rho_i$ ) [kg/cm <sup>3</sup> ]	7,900
Módulo de elasticidad ( $E$ ) [GPa]	210
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.30
Esfuerzo de cedencia ( $a$ ) [MPa]	200
Módulo de endurecimiento ( $b$ ) [MPa]	450
Exponente de endurecimiento ( $n$ )	0.5
Esfuerzo máximo ( $\sigma_{max}$ ) [MPa]	425

## 3.3 CRITERIOS DE FALLA

### 3.3.2 Von Mises [14]

La teoría de la energía de distorsión establece que la falla en un material se producirá cuando la energía de distorsión por unidad de volumen debida a los esfuerzos máximos absolutos en el punto crítico sea igual o mayor a la energía de distorsión por unidad de volumen de una probeta en el ensayo de tensión en el momento de producirse la fluencia.

El criterio señala que la energía de distorsión del elemento se debe a la diferencia entre los esfuerzos principales y el esfuerzo hidrostático  $\sigma_h = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  (ver figura 3.7).



**Figura 3.7.** Descomposición de los esfuerzos principales: tensor de esfuerzo hidrostático mas el tensor de distorsión.

Partiendo de las siguientes ecuaciones:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = S_y \quad \dots (3.8)$$

$$\frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}}{2} = S_y$$

Se define el esfuerzo de Von Mises como:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}}{2} \quad \dots (3.9)$$

Por lo tanto la falla se presenta cuando:

$$\sigma' = S_y \quad \dots (3.10)$$

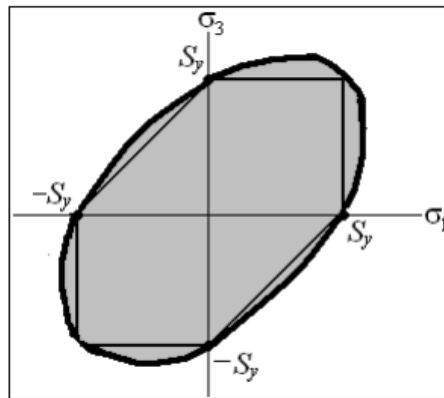
Donde :

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  = esfuerzos principales  
 $S_y$  = esfuerzo de cedencia

En el caso bidimensional  $\sigma_2 = 0$ , y el esfuerzo efectivo de Von Mises resulta:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} \quad \dots (3.11)$$

Gráficamente el criterio representa una elipse en el plano  $\sigma_1 - \sigma_3$ , tal como puede apreciarse en la figura 3.8.

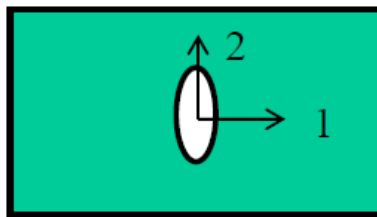


**Figura 3.8.** Elipse de Von Mises.

La falla se presentará cuando el punto determinado por los esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  se encuentre fuera del área de la elipse.

### 3.3.2 Johnson–Cook Brittle Damage [11]

Para elementos shell, puede asociarse un modelo simple de daño a la ley de Johnson–Cook al tomar en cuenta la fractura frágil. La propagación de la falla ocurre en el plano del elemento, como puede observarse en la figura 3.9.



**Figura 3.9.** Direcciones principales para la propagación de la falla.



El comportamiento elasto-plástico del material es definido por la ley de plasticidad de Johnson-Cook. No obstante, la curva esfuerzo - deformación para dicho material incorpora una última parte relacionada con la fase de daño (ver figura 3.10). Los parámetros correspondientes son:  $\varepsilon_{t1}$ ,  $\varepsilon_{m1}$ ,  $d_{max1}$  y  $\varepsilon_{f1}$ .

El elemento es removido (generando una grieta y originando la fractura) si alcanza la deformación  $\varepsilon_{f1}$ . El esfuerzo nominal y efectivo, desarrollados para el elemento se relacionan de la siguiente manera:

$$\sigma_n = \sigma_{eff}(1 - d) \quad \dots (3.12)$$

donde  $0 < d < 1$  es el factor de daño.

Las deformaciones y esfuerzos en cada dirección están dadas por:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{(1 - d_1)E} - \frac{\nu \sigma_2}{E}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu \sigma_1}{E} \quad \dots (3.13)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\sigma_{12}}{(1 - d_1)G} \quad \dots (3.14)$$

$$\sigma_1 = \frac{E(1 - d_1)}{[1 - (1 - d_1)\nu^2]} (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{[1 - (1 - d_1)\nu^2]} (\varepsilon_2 + (1 - d_1)\nu\varepsilon_1) \quad \dots (3.15)$$

Las condiciones para estas ecuaciones son:

$$\begin{aligned} 0 < d < 1 \\ \varepsilon = \varepsilon_t; \quad d = 0 \\ \varepsilon = \varepsilon_m; \quad d = 1 \end{aligned}$$

Un modelo lineal para el daño se utiliza para calcular el factor de daño en función de la deformación del material:

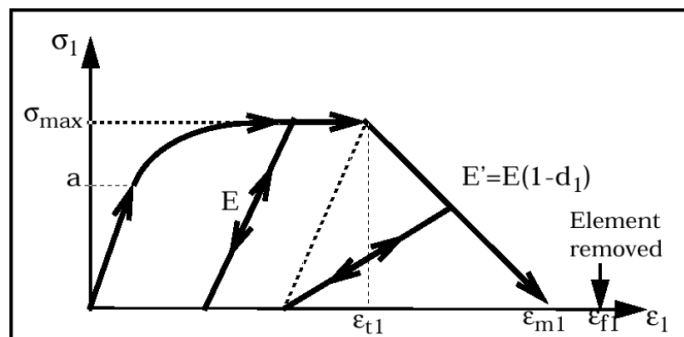
$$d = \frac{\varepsilon - \varepsilon_t}{\varepsilon_m - \varepsilon_t} \quad \dots (3.16)$$

Así la curva  $\sigma - \varepsilon$  es modificada para considerar el daño, por lo tanto:

$$\sigma = E \frac{\varepsilon_m - \varepsilon}{\varepsilon_m - \varepsilon_t} (\varepsilon - \varepsilon_t^p) \quad \dots (3.17)$$

La condición de relajación está dada por:

$$\varepsilon_m - \varepsilon_t \leq \varepsilon_t - \varepsilon_t^p \quad \dots (3.18)$$

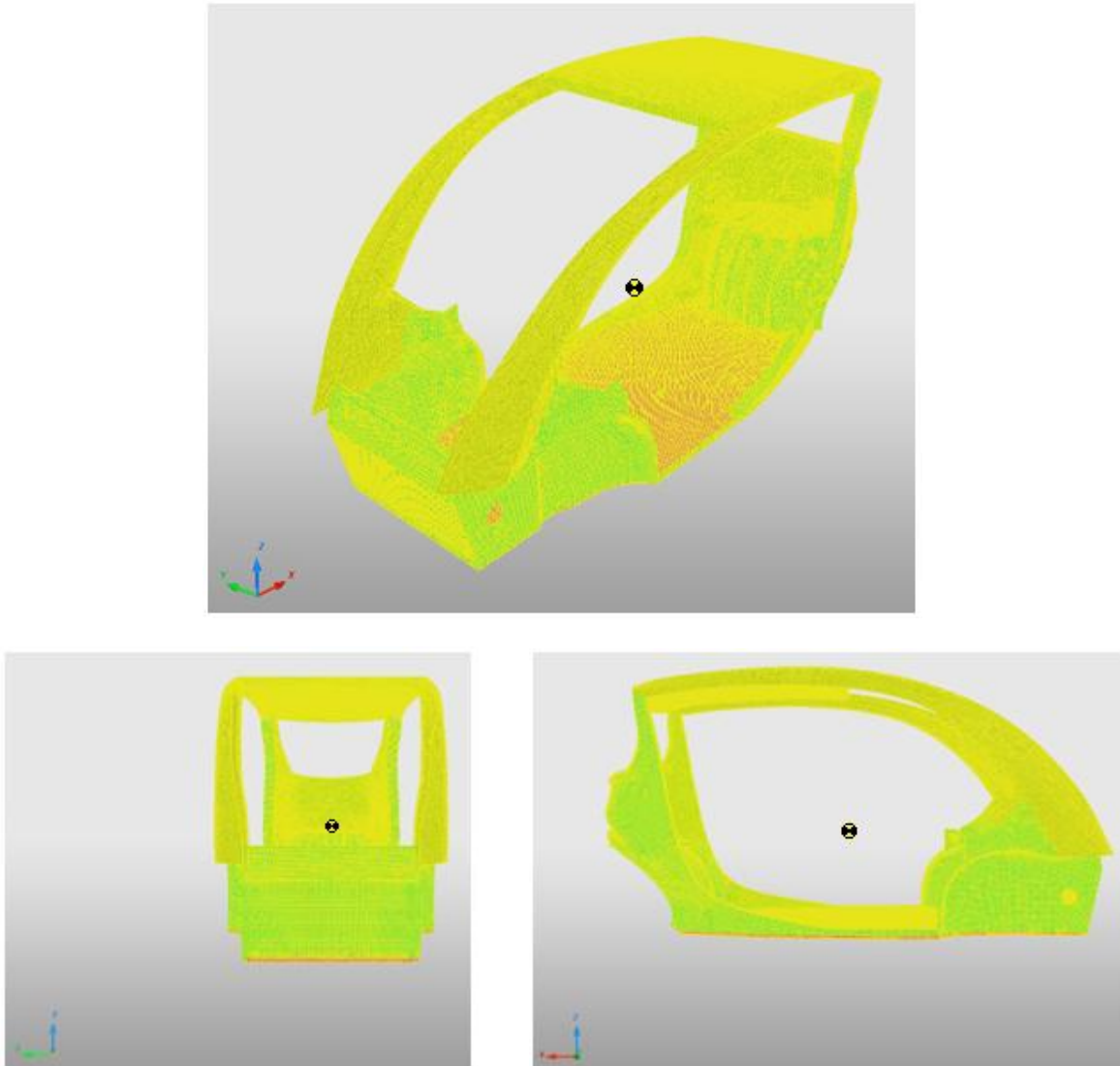


**Figura 3.10.** Curva esfuerzo - deformación contemplada bajo el criterio de falla.

### 3.4 PREPARACIÓN DE LOS CASOS DE CARGA: INGRESO DE DATOS

Para todos los modelos el paso inicial consiste en importar la geometría mallada en el módulo de Hypercrash. Para las simulaciones se ha considerado una situación crítica, es por ello que se han utilizado estructuras analíticamente rígidas (muro, vehículo de prueba y poste), a modo de transmitir el 100% de la carga del impacto al vehículo.

Posteriormente la masa total de 975 [kg] se asignó al vehículo, uniformemente distribuida en toda la carrocería. En las figuras 3.11 se puede apreciar el centro de gravedad desde diversas vistas.

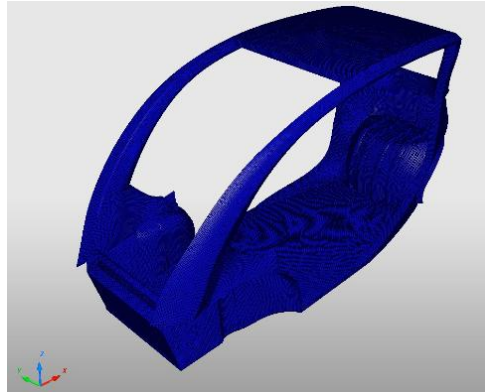


**Figuras 3.11.** Centro de gravedad desde diferentes vistas (vista en isométrico ampliada).

Las coordenadas del centro de gravedad son:

- $x = 1.873$  [m] (medido desde el panel frontal del BIMO)
- $y = 0$  [m] (por la simetría con respecto a este eje)
- $z = 0.716$  [m] (medido desde la suspensión de PTR)

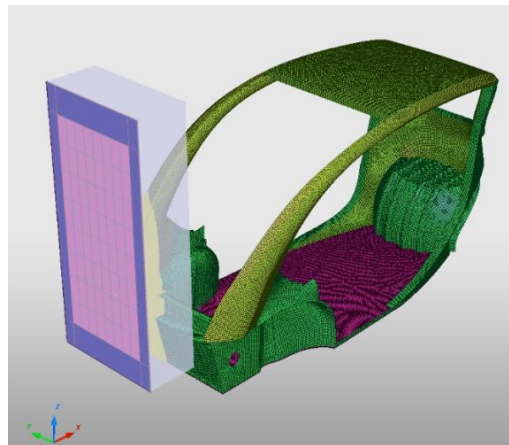
Otra característica en común es que para todos los modelos se definió una interacción conocida como condición de autoimpacto; la carrocería es a la vez una entidad maestra y esclava de sí misma (ver figura 3.12). Con esta propiedad, se evita que las superficies de la carrocería se ignoren al desplazarse y/o deformarse.



**Figuras 3.12.** Condición de autoimpacto definida en todos los elementos.

### 3.4.1 Impacto frontal

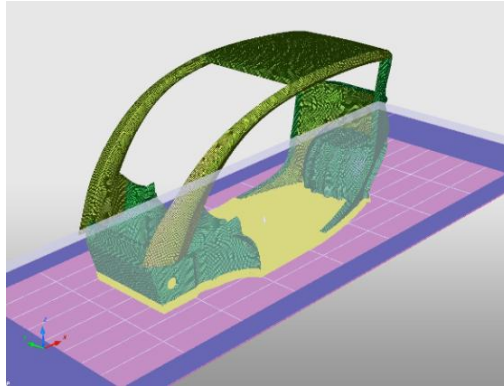
Atendiendo el requerimiento de la prueba de EURO NCAP para impactar el 40% de la sección frontal del carro, se creó un muro con los seis grados de libertad restringidos y un ancho de 0.6 [m] ya que el frente del BIMO mide 1.5 [m], tal como se observa en la figura 3.13.



**Figura 3.13.** Muro para impacto frontal del BIMO.

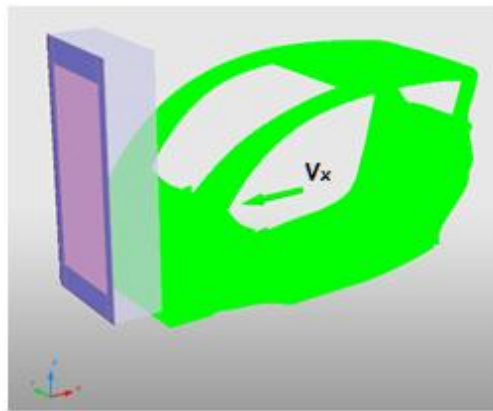
También se definió una condición de contacto entre el muro y la carrocería; el coeficiente de fricción dinámico de la fibra de vidrio sobre acero oscila entre 0.17 y 0.27 [15] y se decidió ingresar el valor mínimo de 0.17.

De la misma forma, se estableció una condición de contacto entre el piso y el vehículo. Al tratarse de la rotación de las llantas, la adherencia de las mismas al piso puede considerarse nula y el coeficiente de fricción dinámico es de tan sólo 0.001. La figura 3.14 ilustra esta interacción, en morado se observa la superficie analíticamente rígida con todos los grados de libertad restringidos que actúa como el piso y los puntos en amarillo representan los nodos esclavos de dicha superficie.



**Figura 3.14.** Interacción entre el BIMO y el suelo.

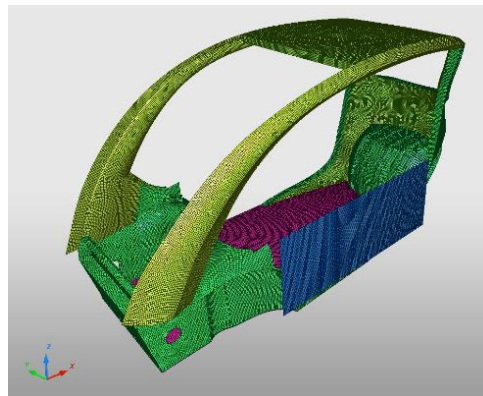
Posteriormente se asignó al BIMO una velocidad inicial de 64 km/h sobre el eje x, como se muestra en la figura 3.15.



**Figura 3.15.** Velocidad inicial para el vehículo (64 km/h) en la dirección x, representada por el vector  $V_x$ .

### 3.4.2 Impacto lateral contra otro vehículo

En esta prueba dinámica se presentan dos variantes: cuando el carro de prueba incide directamente en los travesaños de la suspensión y cuando golpea únicamente la carrocería en un costado. Por simplicidad, el vehículo de prueba se modeló a través de una placa (ver figura 3.16).

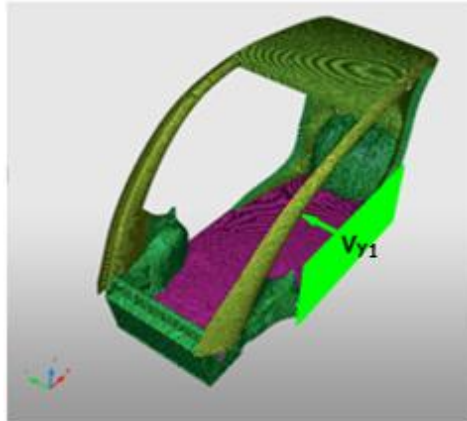


**Figura 3.16.** Impacto lateral contra otro vehículo.

Las consecuencias del impacto como una función de la localización del contacto (travesaños o carrocería) serán presentadas y discutidas en el capítulo 4.

EURO NCAP establece que el ancho del carro de prueba sea de 1.5 [m], sin embargo no especifica la altura ni la masa de éste. No obstante, la dimensión citada es igual al ancho del BIMO, entonces para complementar la información se adoptó la altura del panel frontal y la masa de este último.

Se tiene entonces una placa que funge como vehículo de prueba, con 1.5 [m] de ancho y 0.6 [m] de altura (la profundidad no debe ser especificada ya que se trata de una superficie analíticamente rígida). La masa considerada es de 975 [kg] y la placa se mueve a 50 km/h sobre el eje y; se le ha restringido el desplazamiento en el eje z, dejando todos los demás grados de libertad abiertos, la figura 3.17 permite visualizar lo anterior.



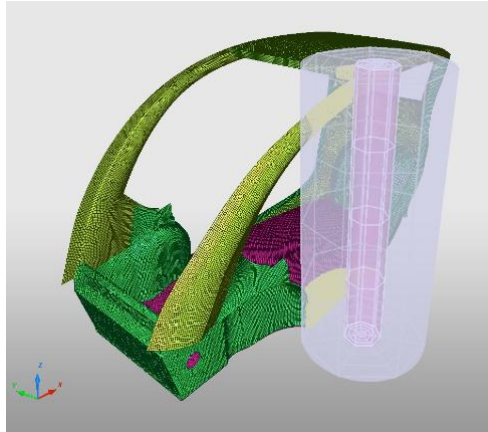
**Figura 3.17.** Velocidad inicial del vehículo de prueba (50 km/h) sobre el eje y, representada por el vector  $V_{y1}$ .

El coeficiente de fricción dinámico de la carrocería sobre la placa se estima nuevamente como fibra de vidrio sobre acero. Pero esta vez, debido al impacto se genera un desplazamiento ortogonal al sentido de rotación de las llantas y con eso se incurre en el deslizamiento. Para esta situación el coeficiente de fricción dinámico de las ruedas sobre el asfalto es de 0.8 (un valor muy alto) [16].

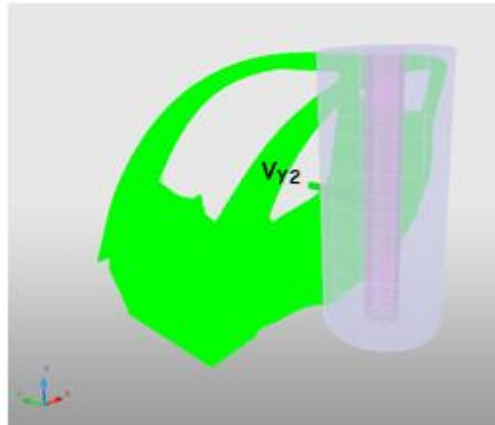
### 3.4.3 Impacto lateral de poste

En contraste con la prueba anterior, en ésta el elemento rígido permanece inmóvil mientras que el vehículo a evaluar se desplaza gracias a una mesa móvil, en la que ha sido instalado (ver figura 3.18). El impacto debe ocurrir en la ubicación del conductor, a una velocidad de 29 km/h, la figura 3.19 presenta esta configuración.

Una vez más el coeficiente de fricción dinámico entre la carrocería y el poste es de 0.17; como la mesa móvil se desplaza a través de sus ruedas, el coeficiente de fricción dinámico correspondiente es de 0.001.



**Figura 3.18.** Impacto lateral con un poste cuyo diámetro es de 254 [mm].



**Figura 3.19.** Velocidad inicial (29 km/h) del vehículo sobre mesa móvil en el sentido negativo del eje y, representada por el vector  $V_{y2}$ .

# CAPÍTULO IV

## Análisis e interpretación de los resultados

### INTRODUCCIÓN

En esta etapa final se exhibe para los tiempos críticos, los desplazamientos asociados, la configuración deformada de la carrocería, el estado de esfuerzo y el valor de distintas variables de interés (mediante gráficas) que definen la dinámica del BIMO, esto por cada uno de los casos de carga.

La duración de cada simulación es de 30 [ms], esto en aras de analizar los momentos más severos del impacto; aunado a lo anterior se implementó un paso de tiempo de 1 [ms] el cual permite obtener resultados sumamente detallados y a su vez garantizar la estabilidad numérica y la convergencia del método.

A través del estudio de la información obtenida se evaluaron las zonas de mayor riesgo para los usuarios, se ha descrito el desarrollo de los fenómenos y por último, con base en este análisis se formularon las sugerencias de rediseño.

### 4.1 IMPACTO FRONTAL

Se inicia el estudio de este caso de carga con la figura 4.1.1 que corresponde a los desplazamientos de mayor magnitud obtenidos para esta prueba.

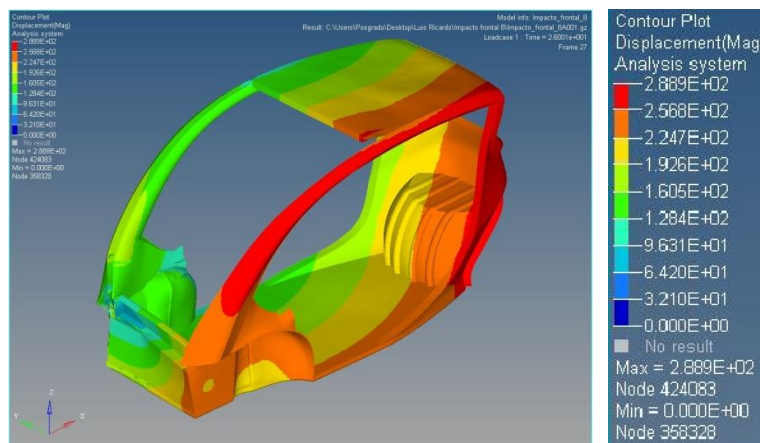
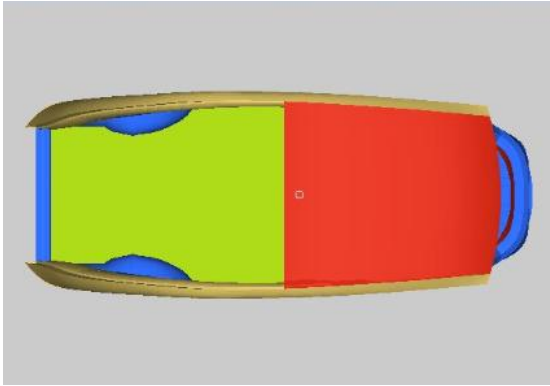


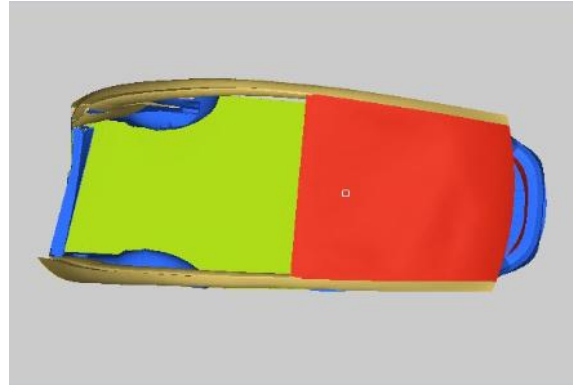
Figura 4.1.1. Desplazamientos en  $t = 26$  [ms] y escala de colores con valores en [mm].

El valor máximo de desplazamiento es de 0.289 [m] que corresponde al lado izquierdo del vehículo; dado que al iniciar la simulación el lado derecho del BIMO se encontraba a 0.5 [mm] del muro rígido (pues la condición de frontera es una velocidad inicial y ésta no depende de la posición) puede aseverarse que el habitáculo sufrió una invasión de 29 [cm] sobre el lado derecho.

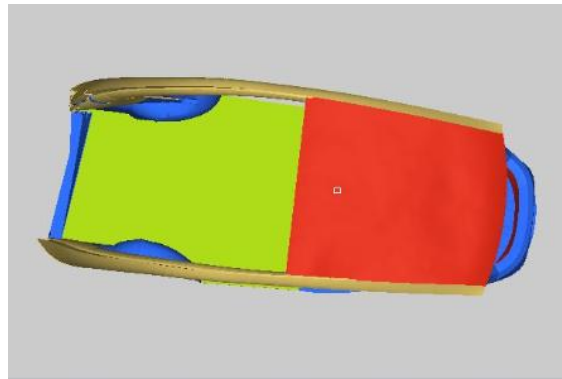
Enseguida se presentan las figuras 4.1.2 – 4.1.14 de la colisión del BIMO, que desde distintos ángulos ilustran los instantes más importantes de la prueba y a la par se describen minuciosamente. Las explicaciones dadas serán sustentadas con las gráficas que se obtuvieron en función del tiempo, al final de este apartado.



**Figura 4.1.2.** t = 0 [ms]



**Figura 4.1.3.** t = 17 [ms]



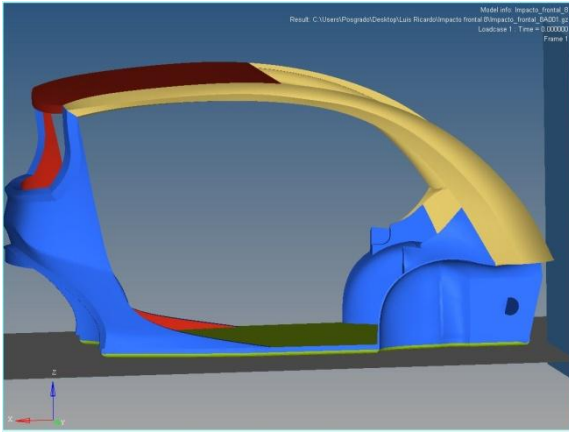
**Figura 4.1.4.** t = 29 [ms]

Partiendo de la vista de planta (figuras 4.1.2, 4.1.3 y 4.1.4) puede apreciarse cómo la carrocería se comprime, deforma y fractura del lado impactado durante los primeros 17 [ms] del choque. A partir de ese instante, el lado del carro en contacto con el muro permanece inmóvil, originando que el vehículo experimente una rotación en sentido horario respecto al eje z.

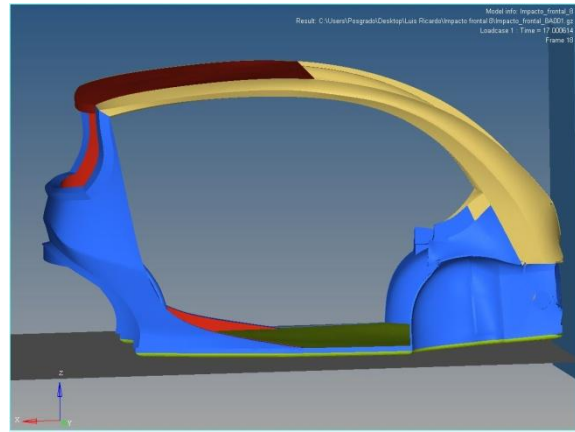
La tendencia de giro del BIMO se debe a dos cosas: el centro de masa se encuentra a 15 [cm] del extremo del muro sobre el eje y; la cantidad de movimiento total del vehículo aplicada sobre el centro de masa y con el brazo de palanca recién mencionado inducen un momento negativo (de acuerdo con la regla de la mano derecha). También está presente el hecho de que del lado golpeado, una fracción de energía se disipa mediante deformación elástica (parte de la carrocería recupera su forma original). Por tal razón el lado derecho del BIMO experimenta un desplazamiento positivo sobre el eje x después de t = 17 [ms] y hasta t = 29 [ms], mientras que el lado izquierdo continúa avanzando en el sentido positivo de dicho eje y por lo tanto el efecto de la rotación se acentúa (ver figuras 4.1.3 y 4.1.4).

Debido a que la carrocería es en realidad un monocasco, el choque tiene repercusiones no sólo en el área de contacto; en las figuras 4.1.3 y 4.1.4 puede verse cómo el techo y el lado izquierdo del BIMO oscilan.

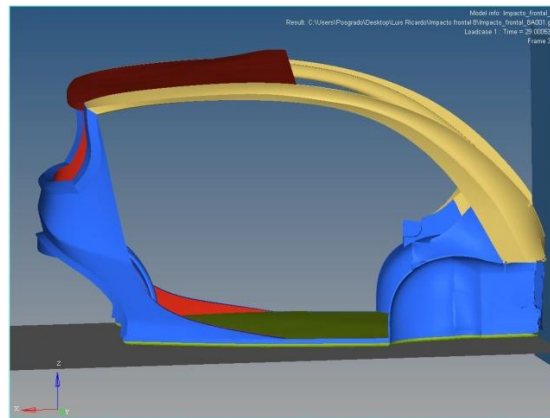




**Figura 4.1.5.**  $t = 0$  [ms]



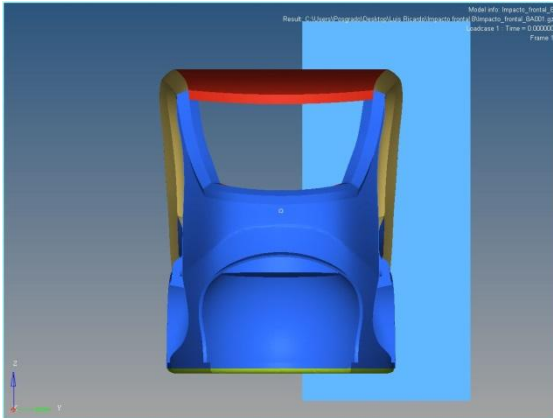
**Figura 4.1.6.**  $t = 17$  [ms]



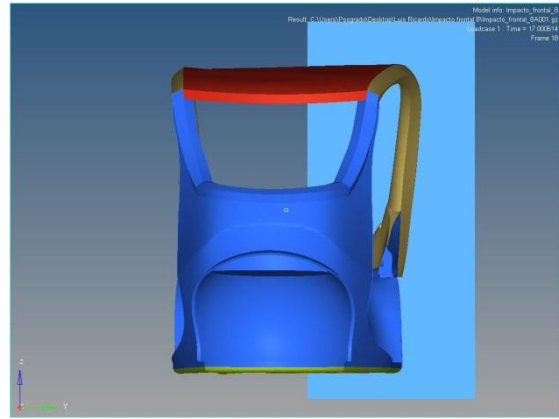
**Figura 4.1.7.**  $t = 29$  [ms]

La vista lateral derecha (figuras 4.1.5, 4.1.6 y 4.1.7) muestra que durante la colisión, el lado impactado experimenta un ascenso en la dirección  $z$  hasta  $t = 17$  [ms], esto ocurre por la inercia del BIMO: el carro sigue avanzando provocando la compresión y flexión de la estructura.

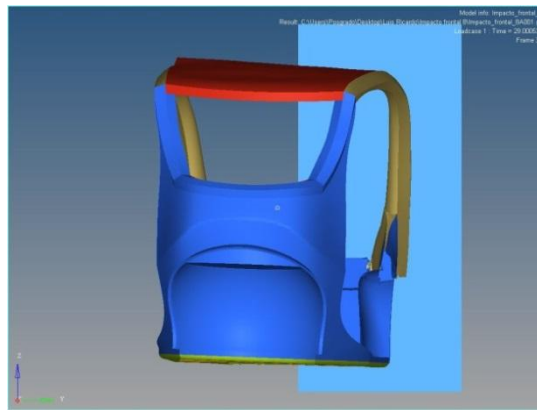
Desde el tiempo citado y hasta  $t = 29$  [ms], aparece la deformación elástica como mecanismo de disipación de energía: el lado derecho del BIMO sufre un desplazamiento negativo sobre el eje  $x$ , tal como se había mencionado anteriormente. De la misma manera, puede observarse en las figuras 4.1.6 y 4.1.7 que durante los últimos 13 [ms] el techo se desprende del poste izquierdo, confirmando la interacción integral de la carrocería ante el impacto.



**Figura 4.1.8.**  $t = 0$  [ms]



**Figura 4.1.9.**  $t = 17$  [ms]

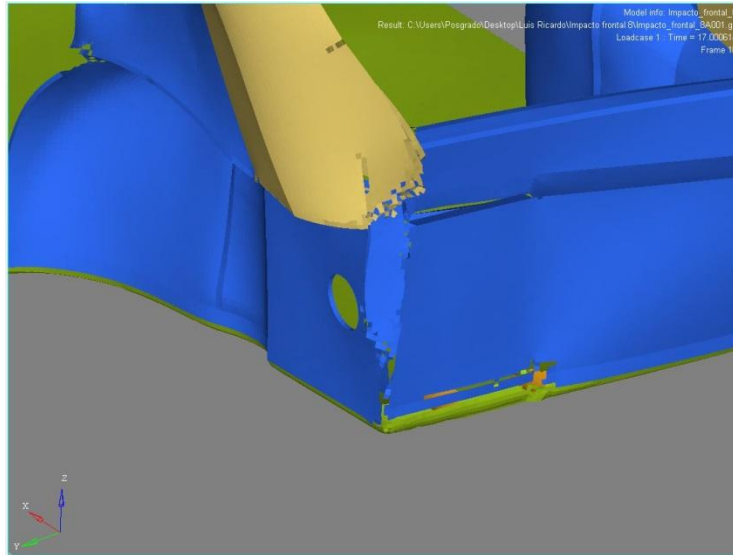


**Figura 4.1.10.**  $t = 29$  [ms]

Desde la vista posterior (figuras 4.1.8, 4.1.9 y 4.1.10) es mucho más notoria la rotación respecto al eje z, explicada con anterioridad. La sección posterior del BIMO permanece intacta a lo largo de toda la prueba; desde luego interactúa en el fenómeno (por tratarse de un monocasco) pero la carga que recibe es prácticamente nula.

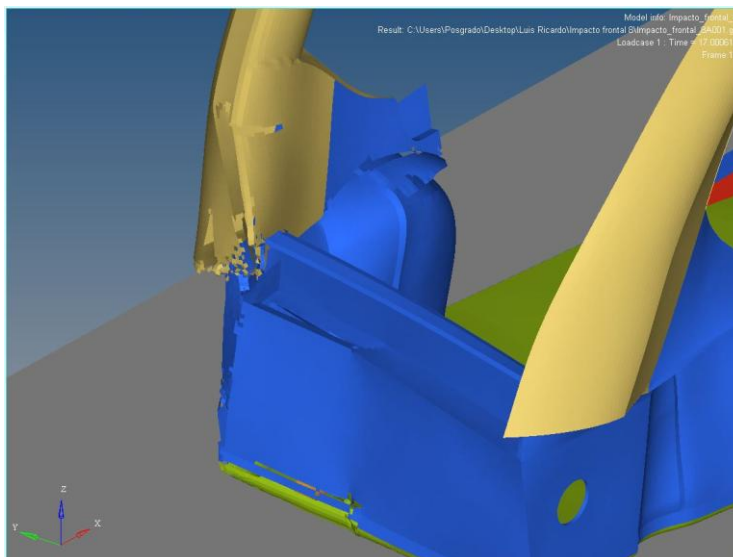
En las pruebas para vehículos convencionales siempre se observa un levantamiento de la parte trasera durante el choque; para el BIMO sucede exactamente lo mismo y se debe a lo siguiente: el centro de gravedad se encuentra a 94.6 [cm] sobre el eje z respecto al piso; la suspensión que es la estructura más rígida del carro se encuentra a 23 [cm] del piso. El área de contacto entre el muro y el extremo de los largueros actúa entonces como un centro de rotación y propicia que el centro de gravedad ejerza un momento negativo respecto al eje y, gracias a la cantidad de movimiento inicial y el brazo de palanca de 71.6 [cm].

Se ha dado evidencia de la dinámica del BIMO durante la prueba (que se complementa con las gráficas); se ha dado pauta a visualizar las características del movimiento atendiendo las causas que lo producen, sin embargo no se ha enfatizado en la generación de los daños. Las figuras 4.1.11, 4.1.12 y 4.1.13 tienen como objetivo puntualizar la configuración deformada final, proporcionando un recuento de los daños en las áreas más afectadas.



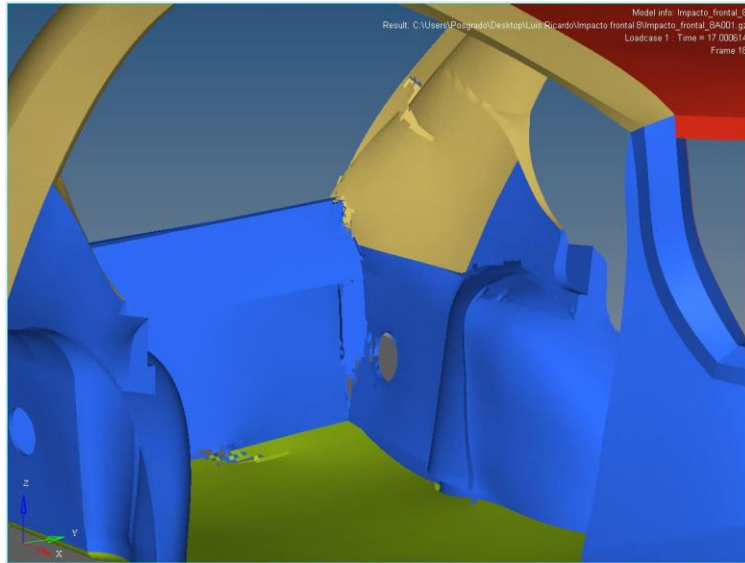
**Figura 4.1.11.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado frontal derecho).

Los paneles frontales fallan debido a la flexión e inclusive se separan del piso. La placa lateral se comprime debilitando el soporte de la flecha del motor. El poste izquierdo se comprime y falla desde su base (ver figura 4.1.11).



**Figura 4.1.12.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado frontal izquierdo).

Se observa en la figura 4.1.12 la generación de grietas en la base del poste izquierdo y los daños mencionados líneas arriba. La evaluación visual establece que los daños son irreparables en el frente del BIMO. Tanto el conductor como los pasajeros permanecerán a salvo siempre y cuando usen el cinturón de seguridad, por otro lado, los componentes electrónicos, motores y elementos del sistema de dirección y transmisión de potencia sí resultarían afectados (pues se localizan dentro de los 29 [cm] de invasión del habitáculo). La falla de la fibra de vidrio con resina se induce por el crecimiento de grietas, sin embargo no hay evidencia suficiente en las simulaciones para afirmar que el material se pueda seccionar en múltiples fragmentos.



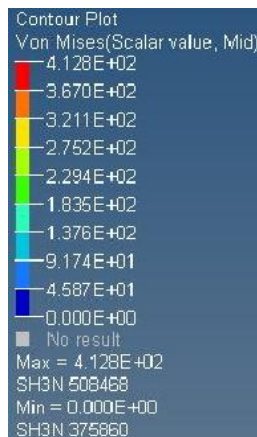
**Figura 4.1.13.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado posterior izquierdo).

Una característica muy peculiar en las animaciones es que las fallas y generación de grietas se propagan mediante la eliminación de elementos; todos aquellos elementos que alcanzan o exceden la deformación  $\varepsilon_f$  son suprimidos pues estructuralmente ya no tienen función alguna.

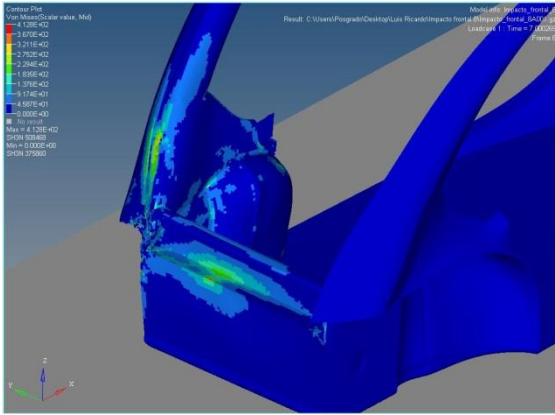
La figura 4.1.13 confirma que la integridad de los ocupantes no se verá comprometida por aplastamiento de la carrocería.

Como siguiente rubro se muestra una serie de figuras correspondientes al estado de esfuerzo. El criterio de falla mostrado (Von Mises) es aplicable a materiales que fallan de forma dúctil, ergo es útil para la suspensión. Sin embargo, no es del todo apropiado para la fibra de vidrio ya que ésta falla de forma frágil (razón por la que se utilizó Johnson-Cook Brittle Damage), pero a falta de otros criterios de falla en el postprocesador, la única alternativa fue mostrar las distribuciones de esfuerzo mediante Von Mises, no obstante, no debe perderse de vista que las fallas mostradas anteriormente fueron calculadas mediante el criterio adecuado.

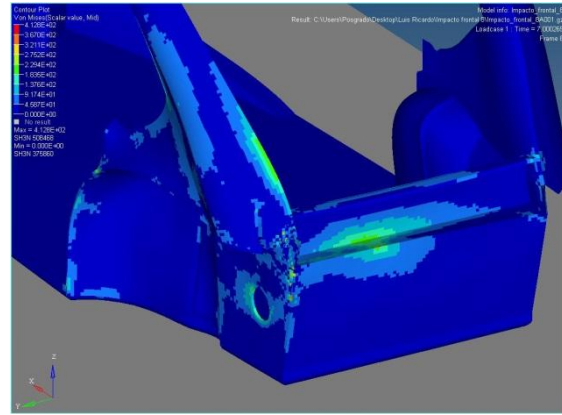
La figura 4.1.14 muestra la escala de colores con sus respectivos valores de esfuerzo, la cual corresponde a las figuras 4.1.15 – 4.1.24.



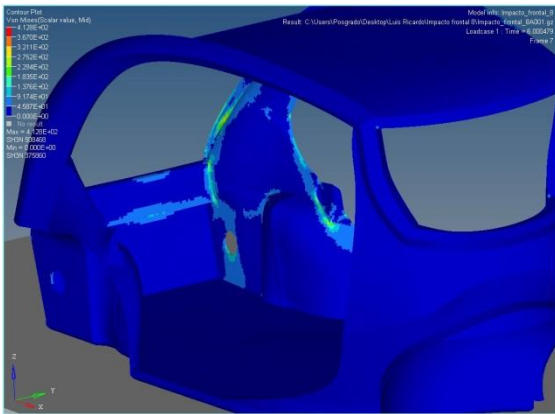
**Figura 4.1.14.** Escala de colores y valores de esfuerzo en [MPa].



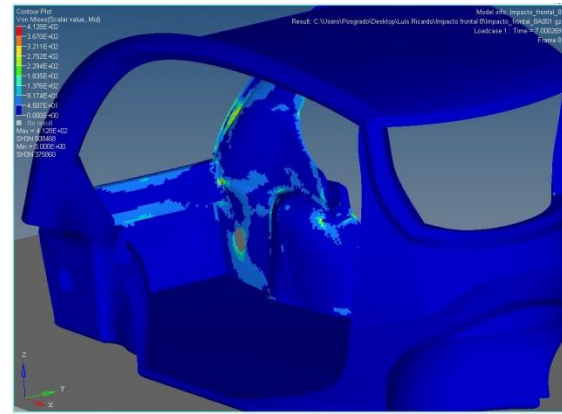
**Figura 4.1.15.**  $t = 7$  [ms]



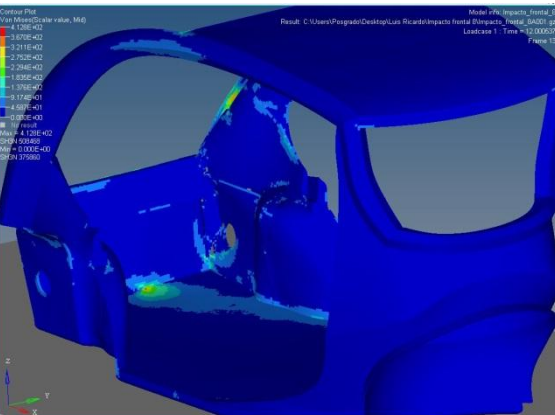
**Figura 4.1.16.**  $t = 7$  [ms]



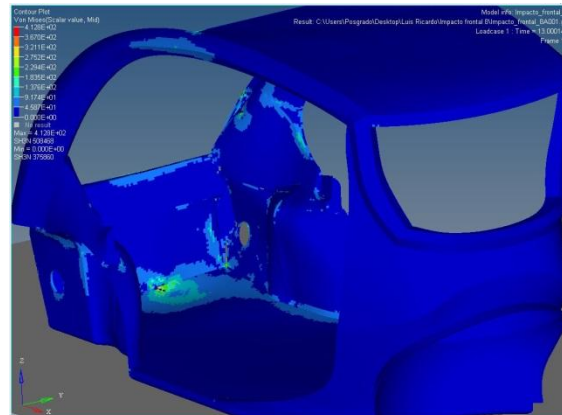
**Figura 4.1.17.**  $t = 6$  [ms]



**Figura 4.1.18.**  $t = 7$  [ms]



**Figura 4.1.19.**  $t = 12$  [ms]



**Figura 4.1.20.**  $t = 13$  [ms]

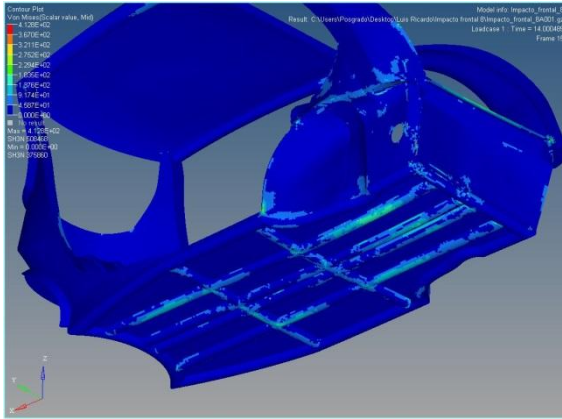


Figura 4.1.21.  $t = 14$  [ms]

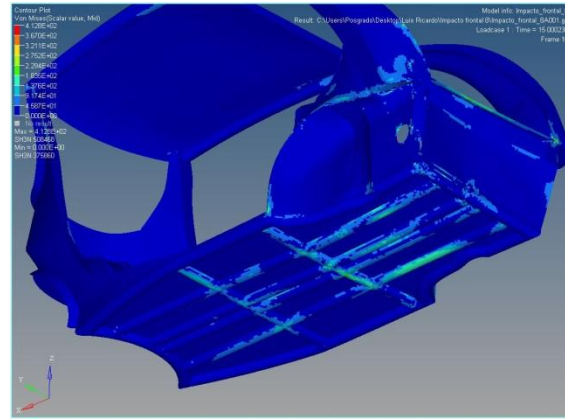


Figura 4.1.22.  $t = 15$  [ms]

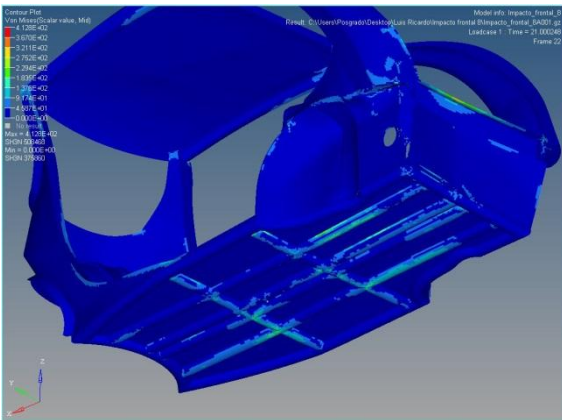


Figura 4.1.23.  $t = 21$  [ms]

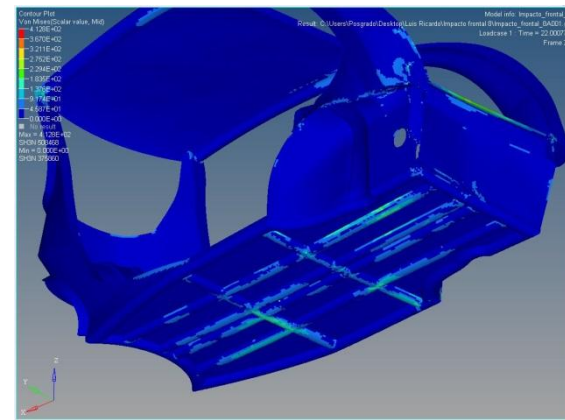


Figura 4.1.24.  $t = 22$  [ms]

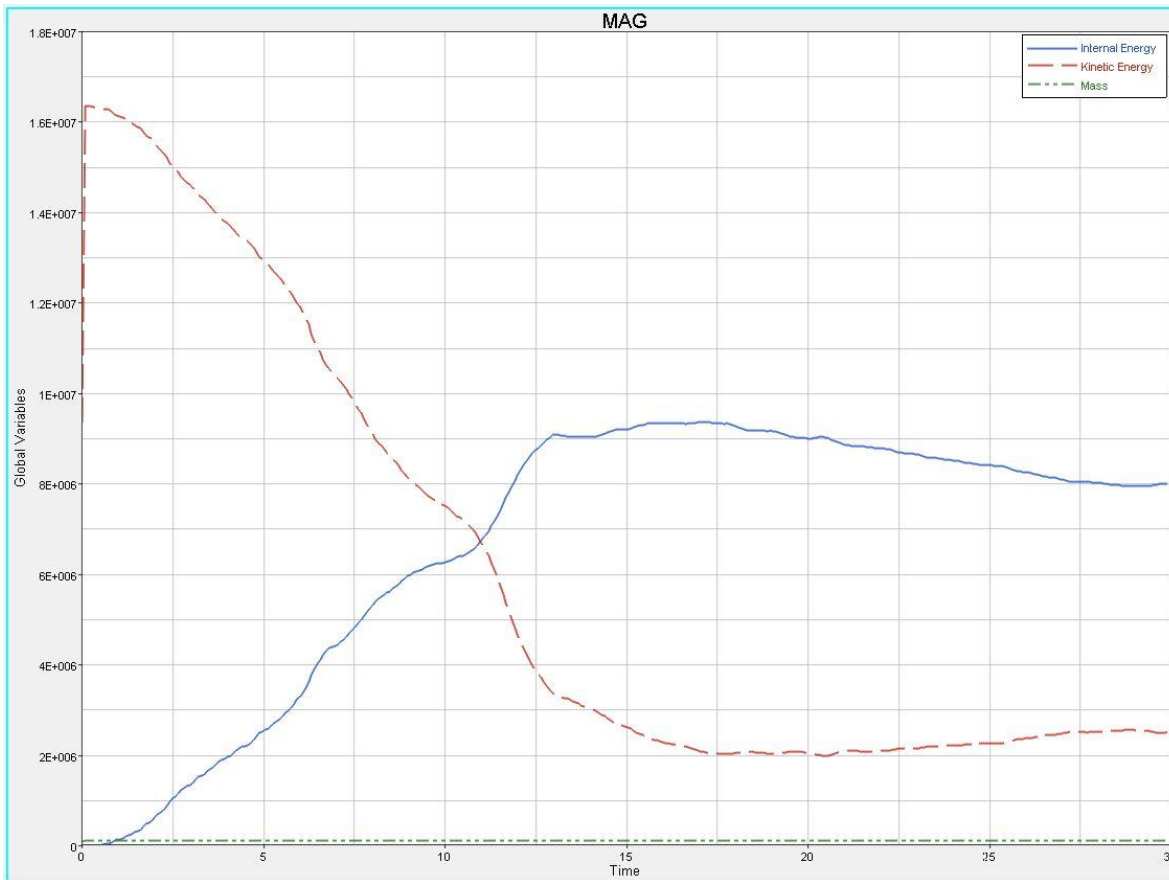
En los instantes seleccionados las rutas de carga son muy evidentes; los esfuerzos de mayor magnitud se encuentran en las esquinas y secciones afiladas lo cual resulta muy coherente pues dichas geometrías fungen como concentradores de esfuerzos.

Una particularidad de gran importancia se refleja en el gradiente de esfuerzo mostrado; el cambio de las tonalidades (y del valor de esfuerzo) es gradual, no hay saltos abruptos en la escala de colores y eso es una prueba de que los análisis han sido adecuados. Si un cambio de esa naturaleza se presentara, implicaría una concentración de esfuerzo exponencial (cargas muy grandes en diferenciales de área) y provocaría que las zonas aleatorias mostraran valores irreales.

La suspensión juega un papel crítico: debido a la alta rigidez del acero los largueros y travesaños absorben una gran cantidad de energía cinética y permiten que la severidad de los daños en la carrocería disminuya. El color predominante en la suspensión es el cian, es decir que el esfuerzo jamás supera los 183.5 [MPa] y dado que el esfuerzo de cedencia del acero es de 200 [MPa], nunca presenta una deformación plástica.

En los instantes  $t = 21$  y  $22$  [ms] (figuras 4.1.23 y 4.1.24) se comprueba la resiliencia del acero; la carga es recibida del lado derecho en dos de los cuatro largueros pero se transmite a través de todos los perfiles. Por último, se verifica la aseveración hecha para la parte posterior, nunca durante toda la prueba recibe carga y por ende se mantiene en una condición de mínimo esfuerzo.

A continuación se presentan las gráficas 4.1.1 y 4.1.2 que muestran el cambio de distintas variables respecto al tiempo (energía cinética, energía interna, velocidades en los tres ejes y cambio de masa), con las cuales se podrá formalizar la prueba de impacto frontal.



**Gráfica 4.1.1.** Energía cinética (rojo) contra energía interna (azul).

La gráfica 4.1.1 es sumamente importante porque permite conocer el estado energético del BIMO en todo momento. Se parte entonces de  $t = 0$ ; la energía interna inicial se mantiene en 0 y la energía cinética inicial es:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = 0.5(975[kg])\left(17.78\frac{m}{s}\right)^2 = 1.6 \times 10^5 [J] \quad \dots (4.1)$$

Conforme pasa el tiempo se suscita el intercambio de energía; el carro va deteniéndose, es decir disminuye su energía cinética (E) pero al mismo tiempo va deformándose tanto elásticamente como plásticamente y eso genera el aumento de la energía interna (U).

La situación continúa tal y como fue descrita líneas arriba, sin embargo es indispensable mencionar que en  $t = 11$  [ms] ambos tipos de energía son ecuánimes. Por otro lado, lo anterior no implica que toda la energía cinética cedida haya sido ganada como energía de deformación; los cambios  $\Delta E$  y  $\Delta U$  resultan:

$$\Delta E = 1.6 \times 10^5 [J] - 0.7 \times 10^5 [J] = 0.9 \times 10^5 [J] \quad \dots (4.2)$$

$$\Delta U = 0.7 \times 10^5 [J] - 0 \times 10^5 [J] = 0.7 \times 10^5 [J] \quad \dots (4.3)$$

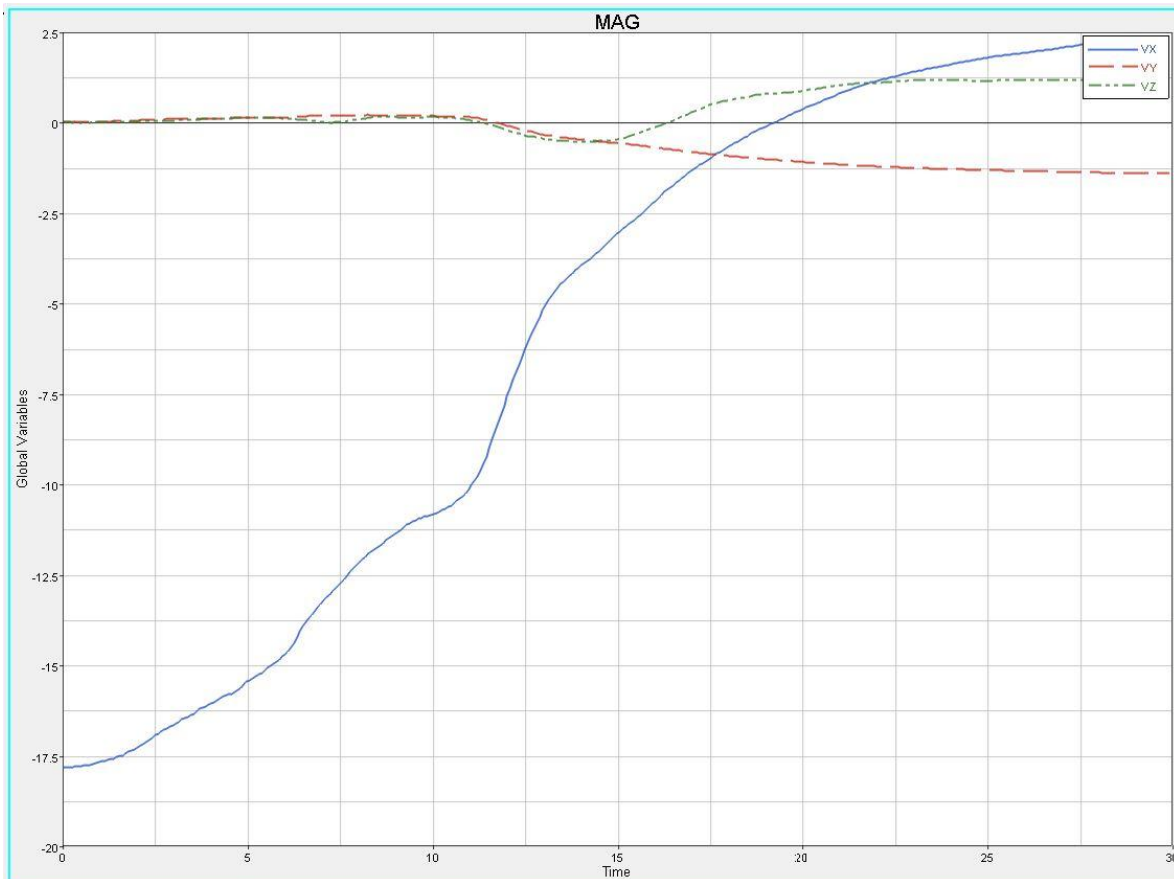
Entonces por el principio de conservación de la energía, se disiparon  $0.2 \times 10^5 [J]$  a través del movimiento de rotación del carro con respecto a los ejes y y z.

Posterior al instante citado, U y E continúan creciendo y decreciendo hasta llegar a un máximo de  $0.9 \times 10^5 [J]$  y  $0.2 \times 10^5 [J]$  respectivamente a los 17 [ms]. No obstante después viene una ligera caída de U hasta alcanzar  $0.8 \times 10^5 [J]$  (su valor final), ésta debido a las zonas de la carrocería que se habían deformado elásticamente y que después cedieron la energía ganada (como un resorte).

La energía cinética remanente a los 30 [ms] será disipada a través del movimiento, hasta que E llegue a un valor de 0 (velocidad 0). Con la información dada se asienta que de la energía cinética inicial, la mitad la absorbe el BIMO y la otra mitad se disipa con el movimiento del mismo.

EL último detalle por mencionar de esta gráfica es la curva de cambio de masa (verde). Debido a su valor y la escala en el gráfico aparece casi sobre el eje del tiempo, pero es fácilmente perceptible. Una línea recta que cruza el eje de las ordenadas y tiene una pendiente nula es la condición ideal ya que implica que a lo largo del evento, esta variable jamás cambió.

Cuando los elementos sufren deformaciones muy grandes, su volumen cambia significativamente y el software trata de mantener la densidad constante por medio de incrementar la masa. Por lo tanto, observar cambios en la masa haría evidente que el análisis no es adecuado.



**Gráfica 4.1.2.** Velocidades en x (azul), y (rojo), z (verde).

Para confirmar lo planteado sobre la dinámica del BIMO se presenta la gráfica 4.1.2 que contiene las velocidades del vehículo sobre los tres ejes.



Con gran claridad puede verse cómo la velocidad disminuye de 17.78 [m/s] a 0 en un período de 17 [ms] aproximadamente. El decrecimiento de la velocidad se debe a la compresión y deformación de la carrocería conforme transcurre el tiempo.

Al llegar al instante mencionado, como se planteó, la velocidad sobre el eje x es 0, eso vuelve al panel frontal del BIMO un elemento de rotación instantánea pues al permanecer esa área inmóvil y el resto de carro en movimiento, es que se inducen las rotaciones sobre el eje y y el eje z.

Cuando en x la velocidad es igual a 0, las velocidades en y y z son -1.2 [m/s] y 1.2 [m/s] respectivamente. Los signos de todas las velocidades se deben al sistema de referencia.

El cambio de signo de la velocidad sobre el eje x tiene un significado primordial: confirma que el BIMO al comprimirse hasta los 17 [ms], sufre una desaceleración gradual mientras mantiene un desplazamiento negativo. Después de este momento y debido a la recuperación elástica de la carrocería, el carro experimenta un desplazamiento positivo sobre x que propicia una velocidad remanente de 2.5 [m/s] a los 30 [ms], que es precisamente la energía residual de la que se hablaba anteriormente.

#### 4.2 IMPACTO LATERAL CONTRA OTRO VEHÍCULO (GOLPE EN SUSPENSIÓN)

Siguiendo la rutina abordada para el análisis anterior, se procederá con la figura 4.2.1 relativa a los desplazamientos alcanzados durante el ensayo.

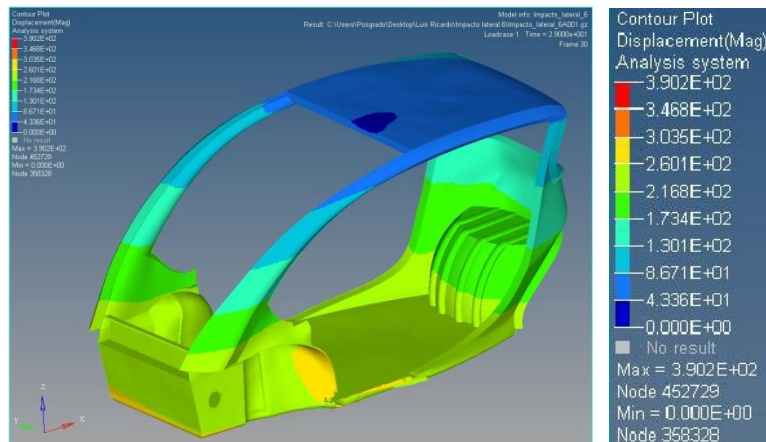
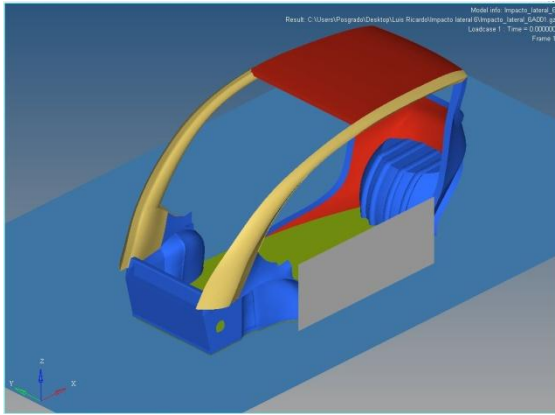
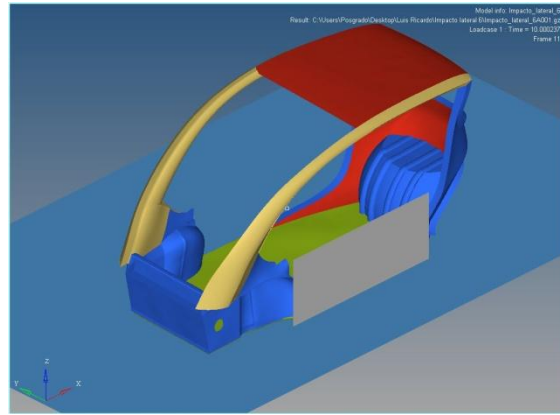


Figura 4.2.1. Desplazamientos en  $t = 29$  [ms] y escala de colores con valores en [mm].

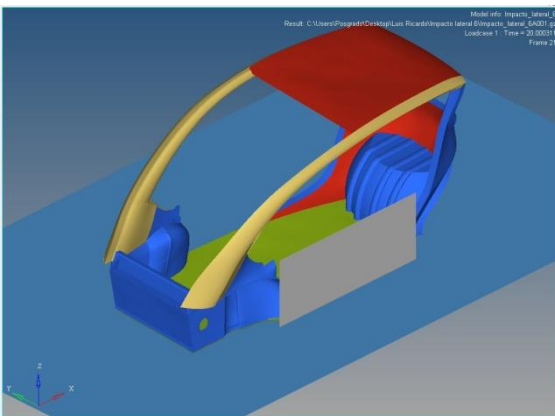
Con el impacto del vehículo de prueba sobre los travesaños, la consecuencia es un enorme desplazamiento del BIMO debido a que la carga es absorbida por los perfiles cuadrados (que se deforman elásticamente). Transcurridos 29 [ms] de la prueba, el BIMO se desplazó 26 [cm] hacia su derecha.



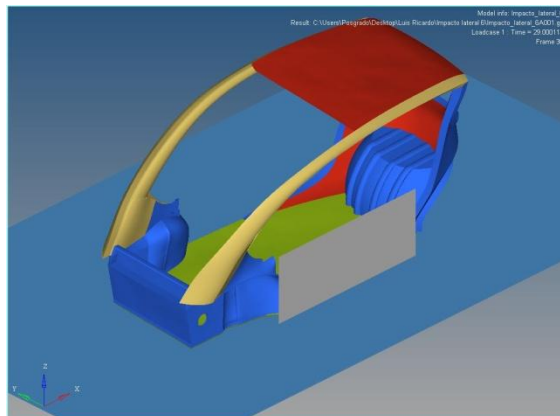
**Figura 4.2.2.**  $t = 0$  [ms]



**Figura 4.2.3.**  $t = 10$  [ms]

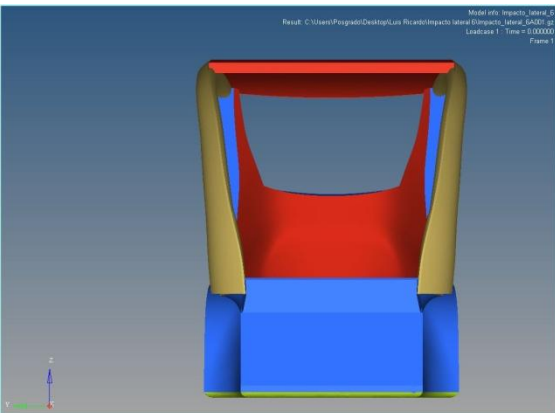


**Figura 4.2.4.**  $t = 20$  [ms]

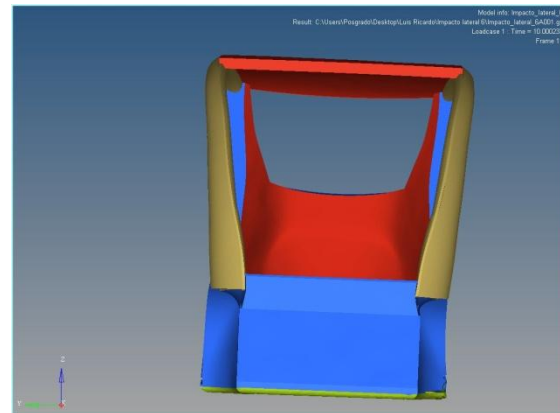


**Figura 4.2.5.**  $t = 29$  [ms]

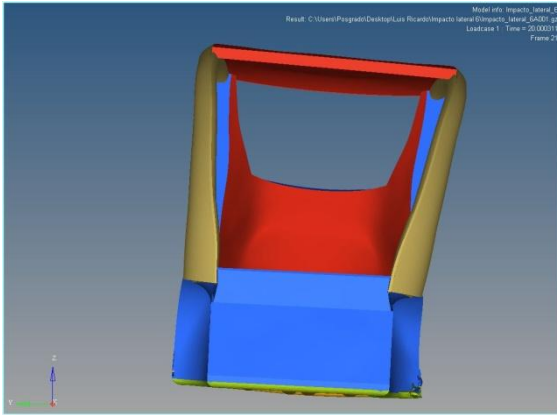
La vista en isométrico (figuras 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4 y 4.2.5) no parece mostrar la generación de daño o un desplazamiento significativo, pero eso cambia al contemplar las imágenes de la vista frontal.



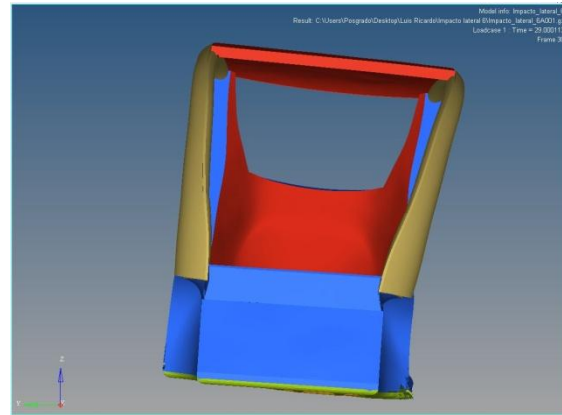
**Figura 4.2.6.**  $t = 0$  [ms]



**Figura 4.2.7.**  $t = 10$  [ms]



**Figura 4.2.8.**  $t = 20$  [ms]



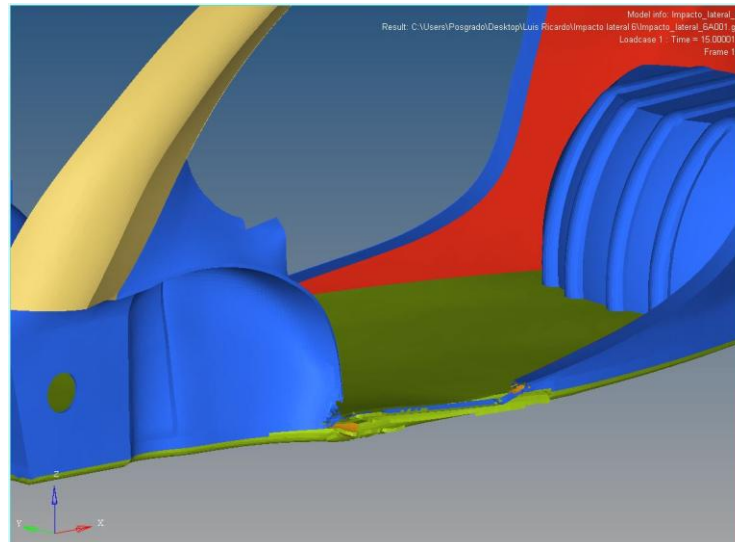
**Figura 4.2.9.**  $t = 29$  [ms]

A través de las figuras 4.2.6, 4.2.7, 4.2.8 y 4.2.9 es totalmente notorio que el vehículo casi no sufre deformaciones pero sí se desplaza. Esto hecho tiene lugar gracias a los travesaños de la suspensión; el vehículo de prueba en esta variante del impacto lateral, golpea al BIMO pero alcanzando la suspensión.

Debe recordarse que ante la condición de deslizamiento, el coeficiente de fricción dinámico entre las llantas y el asfalto es de 0.8 (un valor muy alto) y pese a eso, el BIMO se desplaza en el sentido positivo del eje y con facilidad.

Como se ha hecho ya hincapié, la resilencia del acero es el mejor medio para transmitir la carga entre todos los perfiles de PTR, que absorben gran parte de la energía proporcionada por el impacto y la transforman en movimiento.

En contraste con el caso de carga anterior, en éste los daños finales son mucho menores. La figura 4.2.10 ilustra esta situación.



**Figura 4.2.10.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado izquierdo)

Con facilidad se divisa que sólo una porción del piso del carro y parte del perfil que va unido a los travesaños se han visto comprometidos.

La figura 4.2.11 muestra la escala de colores con sus respectivos valores de esfuerzo, la cual corresponde a las figuras 4.2.12 – 4.2.21.



Figura 4.2.11. Escala de colores y valores de esfuerzo en [MPa].

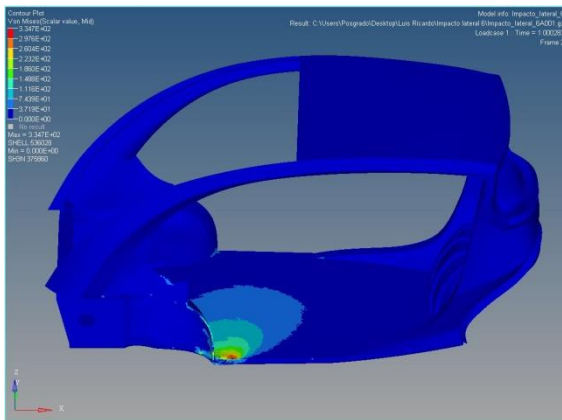


Figura 4.2.12.  $t = 1$  [ms]

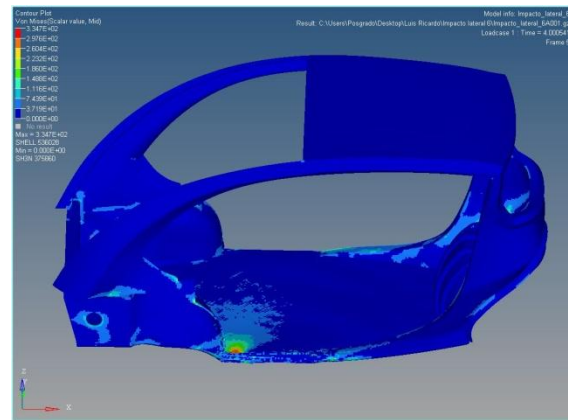


Figura 4.2.13.  $t = 4$  [ms]

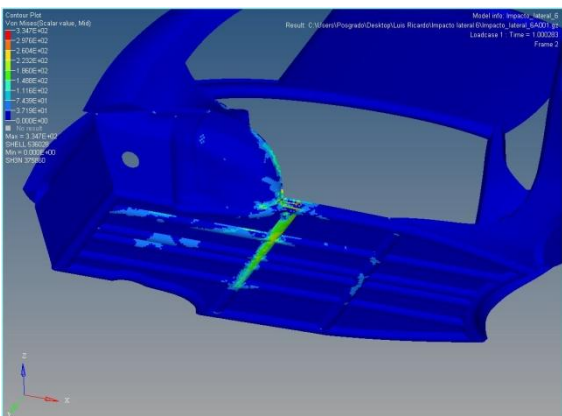


Figura 4.2.14.  $t = 1$  [ms]

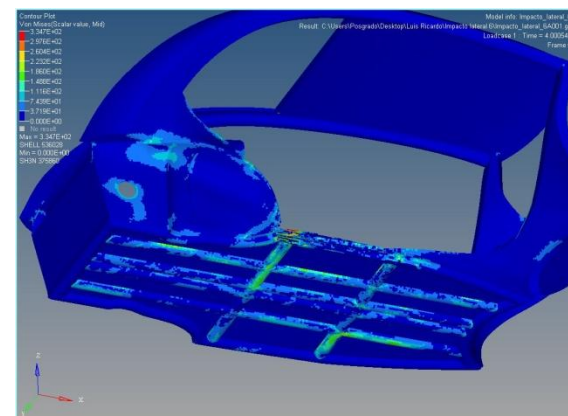


Figura 4.2.15.  $t = 4$  [ms]

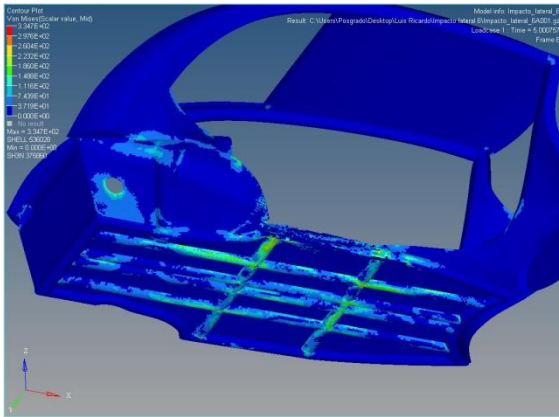


Figura 4.2.16.  $t = 5$  [ms]

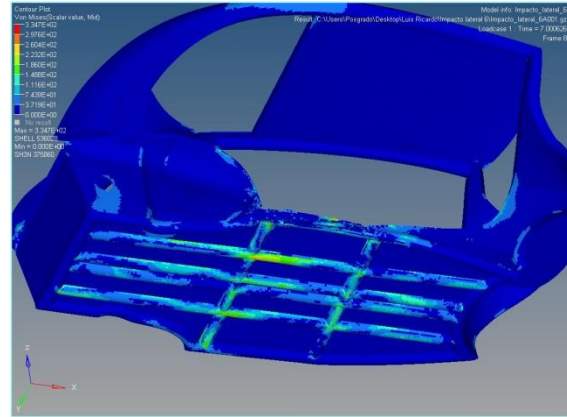


Figura 4.2.17.  $t = 7$  [ms]

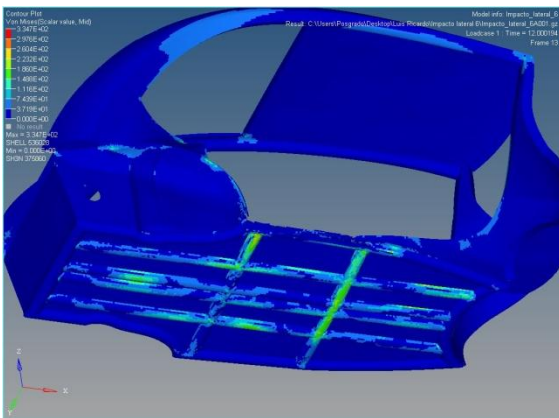


Figura 4.2.18.  $t = 12$  [ms]

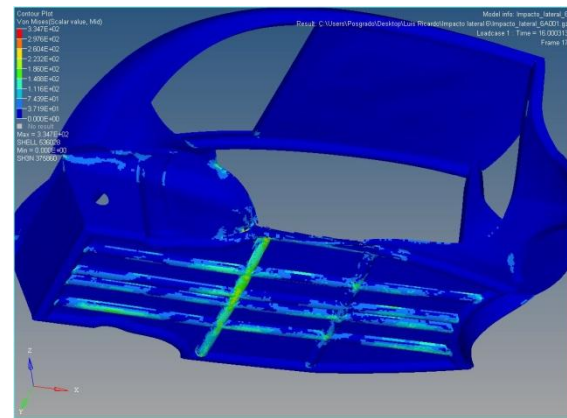


Figura 4.2.19.  $t = 16$  [ms]

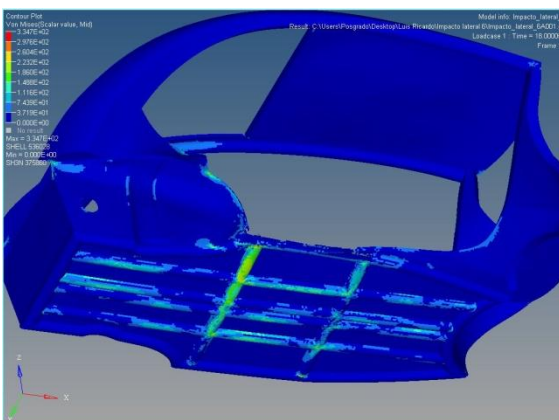


Figura 4.2.20.  $t = 18$  [ms]

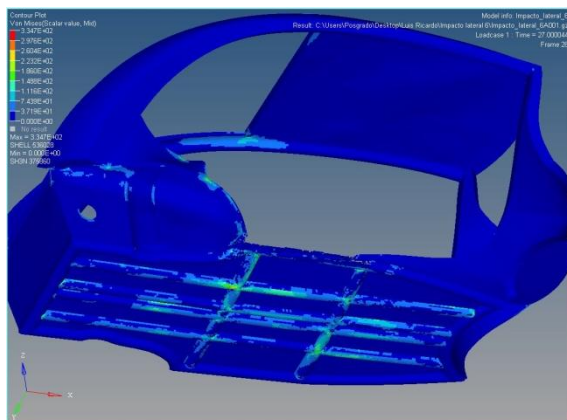


Figura 4.2.21.  $t = 27$  [ms]

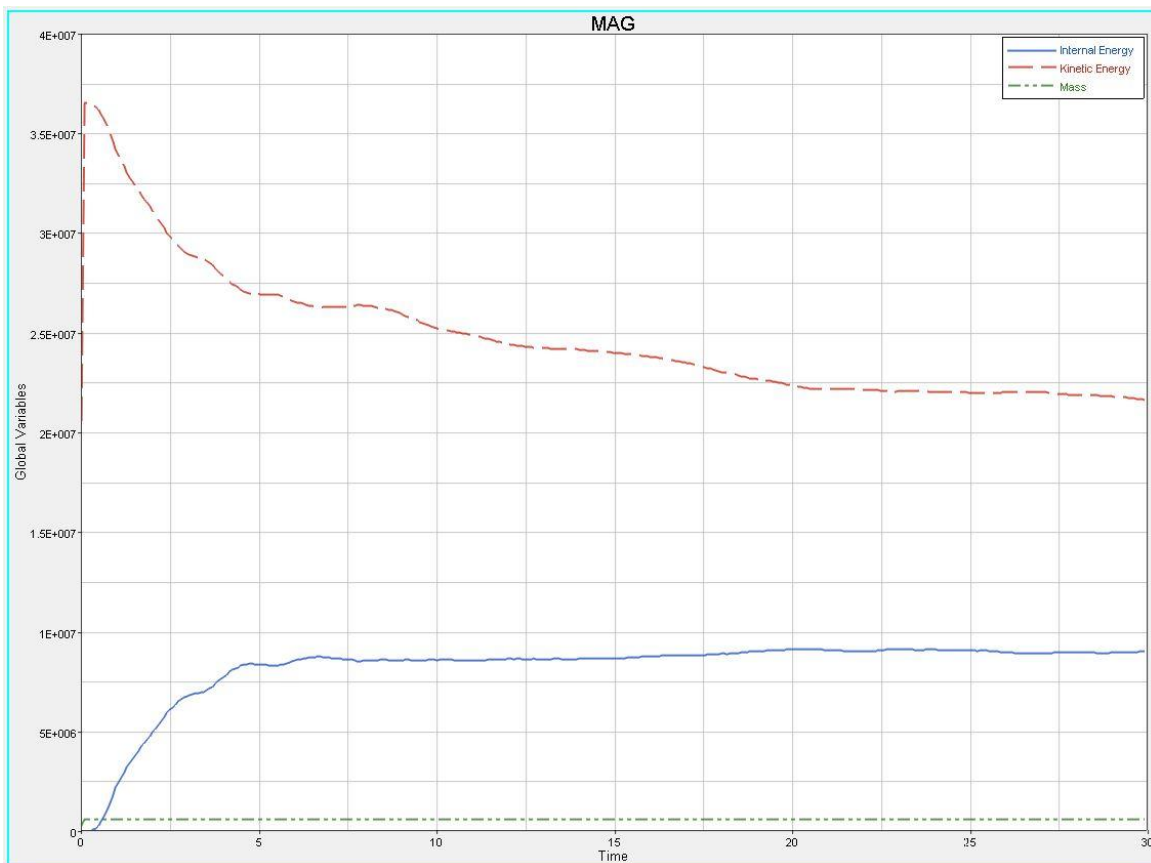
Un excelente indicador es tener nuevamente una transición gradual en la escala de colores, no hay saltos drásticos en las tonalidades por lo que se descarta la existencia de grandes áreas con una alta concentración de esfuerzo.

La historia del estado de esfuerzo arroja un resultado ya esperado: la absorción de carga por parte de la suspensión. La vistas superior e inferior en  $t = 1$  [ms] (figuras 4.2.12 y 4.2.14) revelan que el golpe impacto inicia justo a la altura del primer travesaño. Para el piso del BIMO aparece un área diminuta en color rojo pero no es posible tomar esa zona como referencia pues ahí sí hay concentración de esfuerzo debido a que la carga aplicada actúa sólo sobre un diferencial de volumen. Sin embargo, la región conexas en amarillo sí puede ser susceptible a estudiarse y de esa forma se tendría un esfuerzo máximo de 260.4 [MPa] en dicho lugar.

Al mirar con detenimiento la vista inferior en  $t = 1$  [ms] (figura 4.2.14) es enorme la diferencia respecto al piso: el 75% del travesaño golpeado está reaccionando y además casi incide en una condición de isoesfuerzo, con un valor promedio de 186 [MPa].

En las ilustraciones se aprecia cómo en todo momento es la suspensión recibe la carga (que se transmite a todos los perfiles) ya que el resto de la carrocería se mantiene en un estado mínimo de energía. Para los largueros y travesaños el máximo nivel de esfuerzo hallado es de 260 [MPa] y esto representa un problema: en algunas zonas localizadas se ha excedido el esfuerzo de cedencia (200 [MPa]), pero ese es el precio por salvaguardar la integridad del BIMO y de los pasajeros. Los daños (siendo mínimos) en perfiles cuadrados, pueden ser reparados mediante el reemplazo de los largueros y travesaños comprometidos y unidos a la suspensión nuevamente mediante cordones de soldadura.

Se cubre la parte final de esta variante del impacto lateral al presentar las gráficas 4.2.1 y 4.2.2.



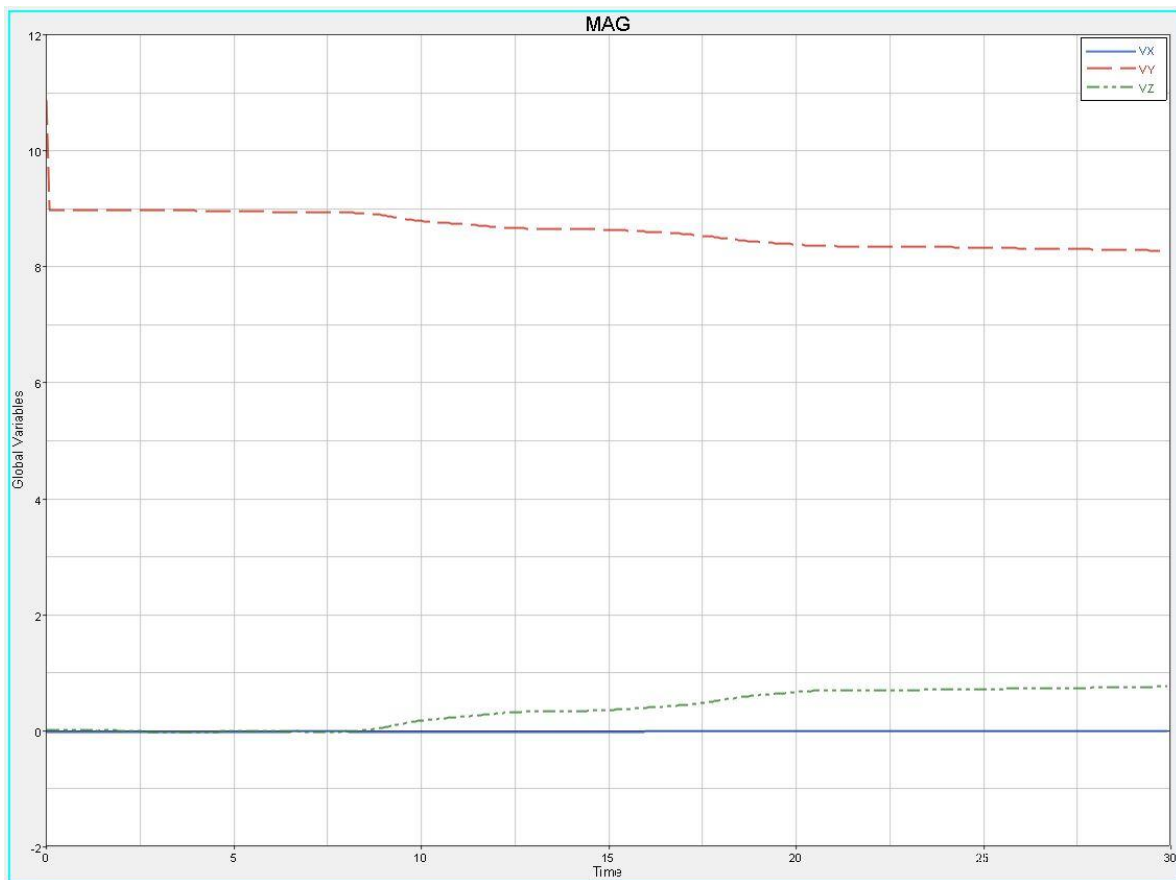
Gráfica 4.2.1. Energía cinética (rojo) contra energía interna (azul).

El evento mantiene un comportamiento similar al impacto frontal pero hay una diferencia esencial: hasta los 5 [ms] la energía cinética ha disminuido  $0.75 \times 10^5 [J]$  y la energía interna se incrementado en esa misma cantidad, es decir que durante los primeros 5 [ms] de la prueba, E se ha transformado totalmente en U.

Posteriormente se nota que el cambio de U respecto al tiempo es prácticamente nulo, pero E sigue disminuyendo. La interpretación de este suceso es que una vez que U ha alcanzado su valor máximo, el único mecanismo de disipación disponible es el movimiento del BIMO.

En  $t = 30$  [ms] aún se observa una gran cantidad de energía cinética que sólo se disipará a través de la fuerza de fricción de las llantas con el asfalto, pues el máximo de energía de deformación ha sido absorbido.

De nueva cuenta no se perciben cambios de la masa conforme pasa el tiempo, esta es la situación ideal donde las deformaciones no provocan un cambio de volumen severo y por ende el software no adicionó o retiró masa buscando mantener la densidad constante.



**Gráfica 4.2.2.** Velocidades en x (azul), y (rojo), z (verde).

El primer punto de relevancia es que en todo instante la velocidad sobre el eje x es cero, hecho que así debe ser pues el impacto es ortogonal al eje longitudinal del carro y por ningún motivo tendría que haberlo hecho desplazarse adelante o hacia atrás.

La velocidad sobre el eje y cae de 13.78 [m/s] casi instantáneamente (que explica la caída de energía cinética vista) y se mantiene constante en 9 [m/s] hasta  $t = 7.5$  [ms].

Desde el inicio y hasta finalizar el evento, la desaceleración resulta muy baja pues a los 30 [ms] la velocidad sobre el eje y es de 8 [m/s] (que es la energía cinética remanente de la que se hablaba en la gráfica anterior).

Para saber el tiempo necesario en que el vehículo de prueba se detendría puede hacerse uso de la siguiente ecuación:

$$V_f = V_0 + at \quad \dots (4.4)$$

Donde:

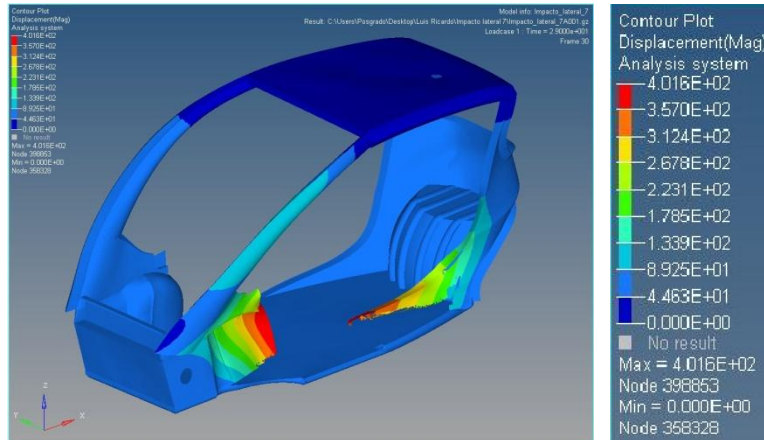
$$a = \frac{1 \left[ \frac{m}{s} \right]}{30 \left[ ms \right]} = 33.33 \left[ \frac{m}{s^2} \right], \quad V_f = 0$$

Por lo tanto:

$$t = -\frac{V_0}{a} = -\frac{8 \left[ \frac{m}{s} \right]}{33.33 \left[ \frac{m}{s^2} \right]} = 0.24 \left[ s \right] = 240 \left[ ms \right]$$

### 4.3 IMPACTO LATERAL CONTRA OTRO VEHÍCULO (GOLPE EN CARROCERÍA)

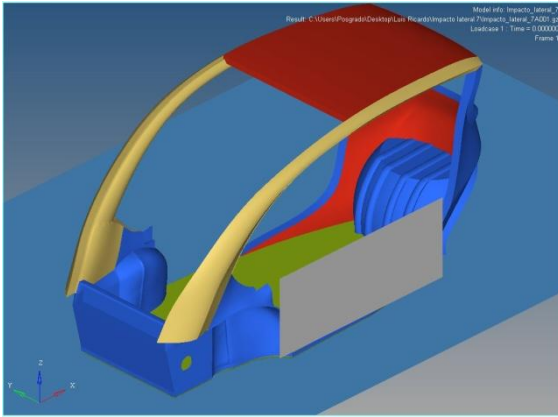
Se continúa con la secuencia establecida para esta segunda variante del impacto lateral.



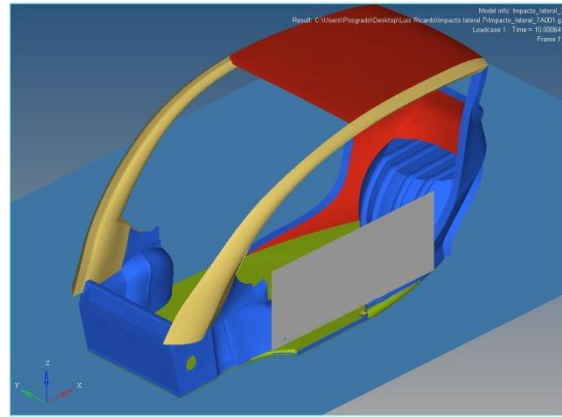
**Figura 4.3.1.** Desplazamientos en  $t = 29$  [ms] y escala de colores con valores en [mm].

Este sin duda es el caso más grave de los cuatro; como puede verse en la figura 4.3.1 en tan sólo 29 [ms] el vehículo de prueba ya ha invadido 40 [cm] del habitáculo del BIMO, a esa distancia el pasajero del lado izquierdo ya habría sido golpeado provocándole lesiones muy serias (incluso de muerte).

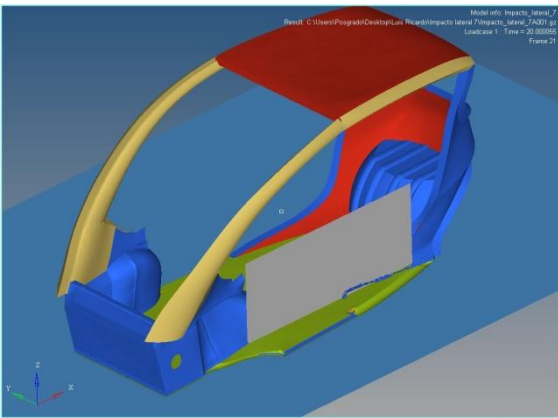




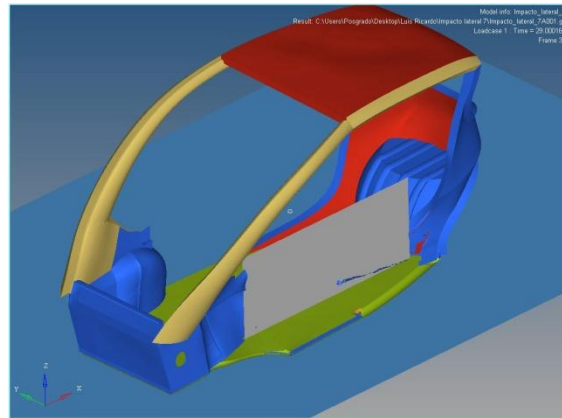
**Figura 4.3.2.** t = 0 [ms]



**Figura 4.3.3.** t = 10 [ms]



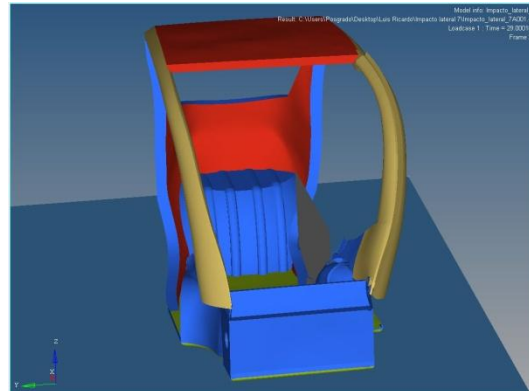
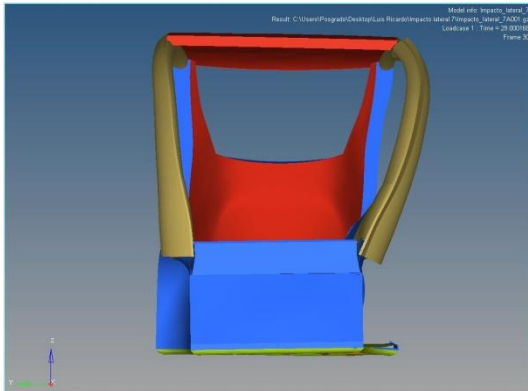
**Figura 4.3.4.** t = 20 [ms]



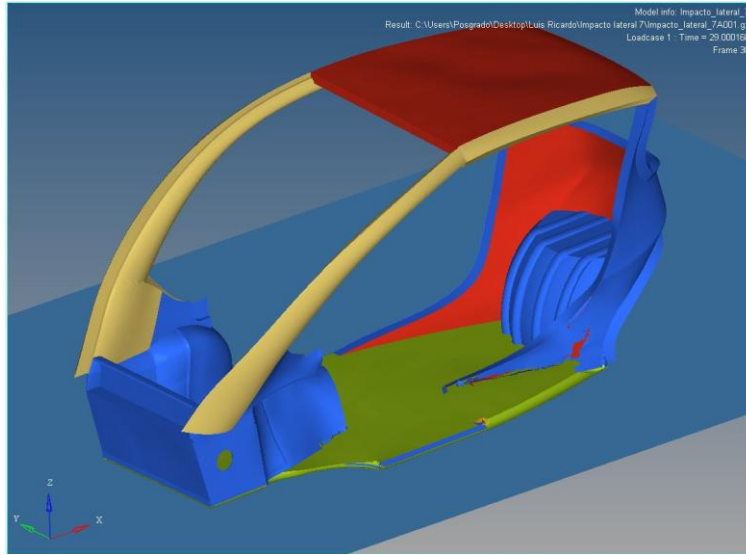
**Figura 4.3.5.** t = 29 [ms]

Con las figuras 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4 y 4.3.5 se contempla que en 29 [ms] el 26.6% del habitáculo ya ha sido invadido por el vehículo de prueba, provocando graves heridas al conductor y al pasajero del lado izquierdo y fuertes lesiones al ocupante de la tercera fila y la persona que viaja del lado derecho.

Bajo estas circunstancias, la fibra de vidrio se desprende con facilidad de la base y adopta la velocidad del vehículo invasor. Una vista frontal (figuras 4.3.6) y otra en isométrico (figura 4.3.7) otorgan una mayor visualización:



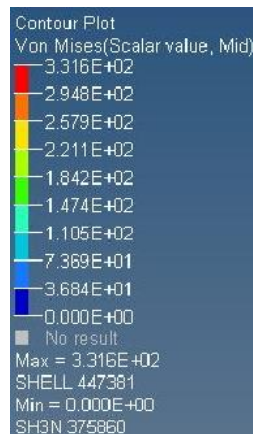
**Figuras 4.3.6.** Daños resultantes de la colisión en t = 30 [ms] (visto desde el frente)



**Figura 4.3.7.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado izquierdo).

Los daños son muy pronunciados: el lado izquierdo está destruido desde el guardafangos delantero hasta el asiento de la tercera fila, la sección trasera ha sido desgarrada desde su base y el poste izquierdo se ha fracturado en la unión con el toldo.

La figura 4.3.8 muestra la escala de colores con sus respectivos valores de esfuerzo, la cual corresponde a las figuras 4.3.9 – 4.3.14.



**Figura 4.3.8.** Escala de colores y valores de esfuerzo en [MPa].

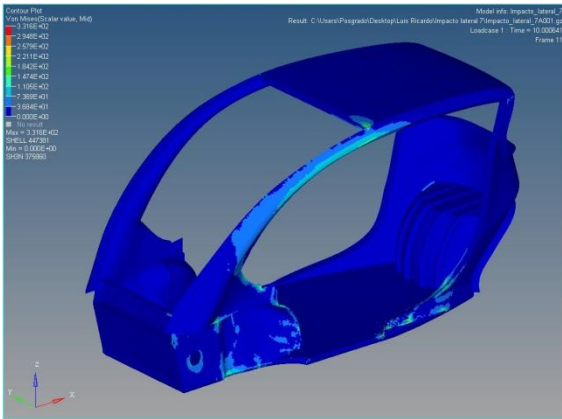


Figura 4.3.9.  $t = 10$  [ms]

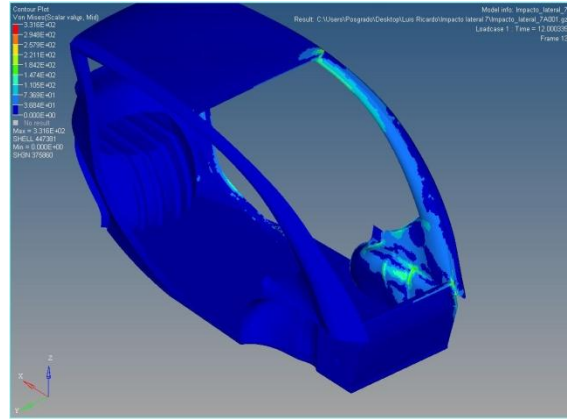


Figura 4.3.10.  $t = 12$  [ms]

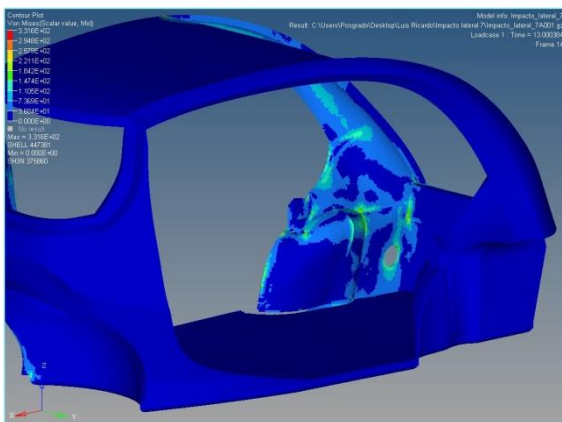


Figura 4.3.11.  $t = 13$  [ms]

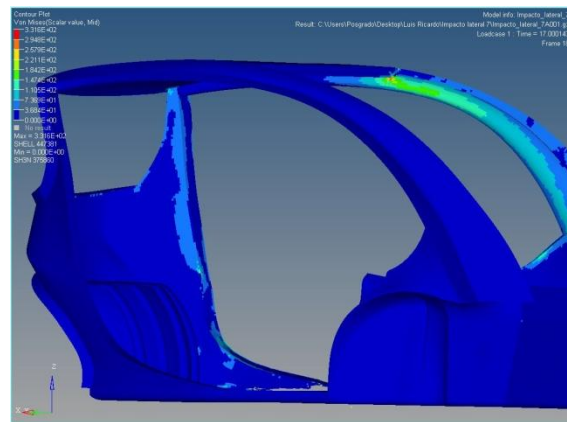


Figura 4.3.12.  $t = 17$  [ms]

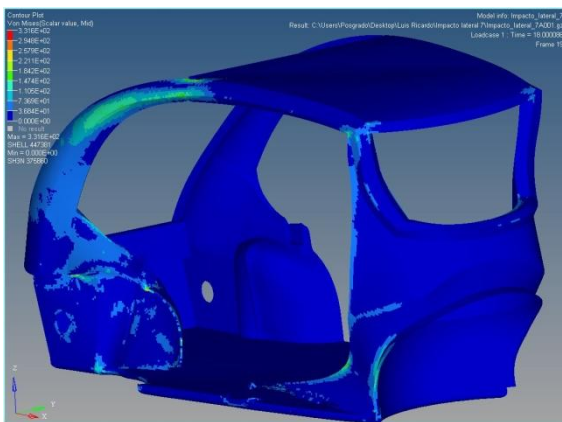


Figura 4.3.13.  $t = 18$  [ms]

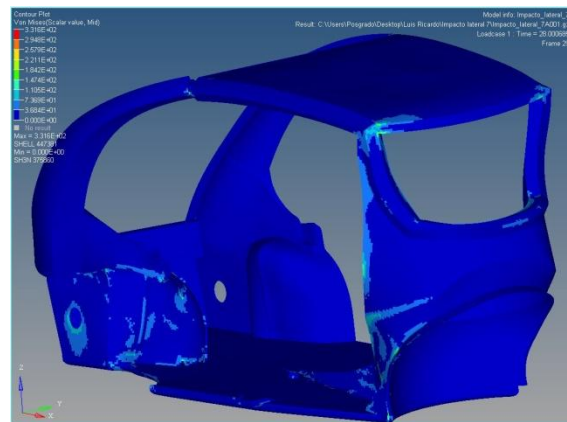
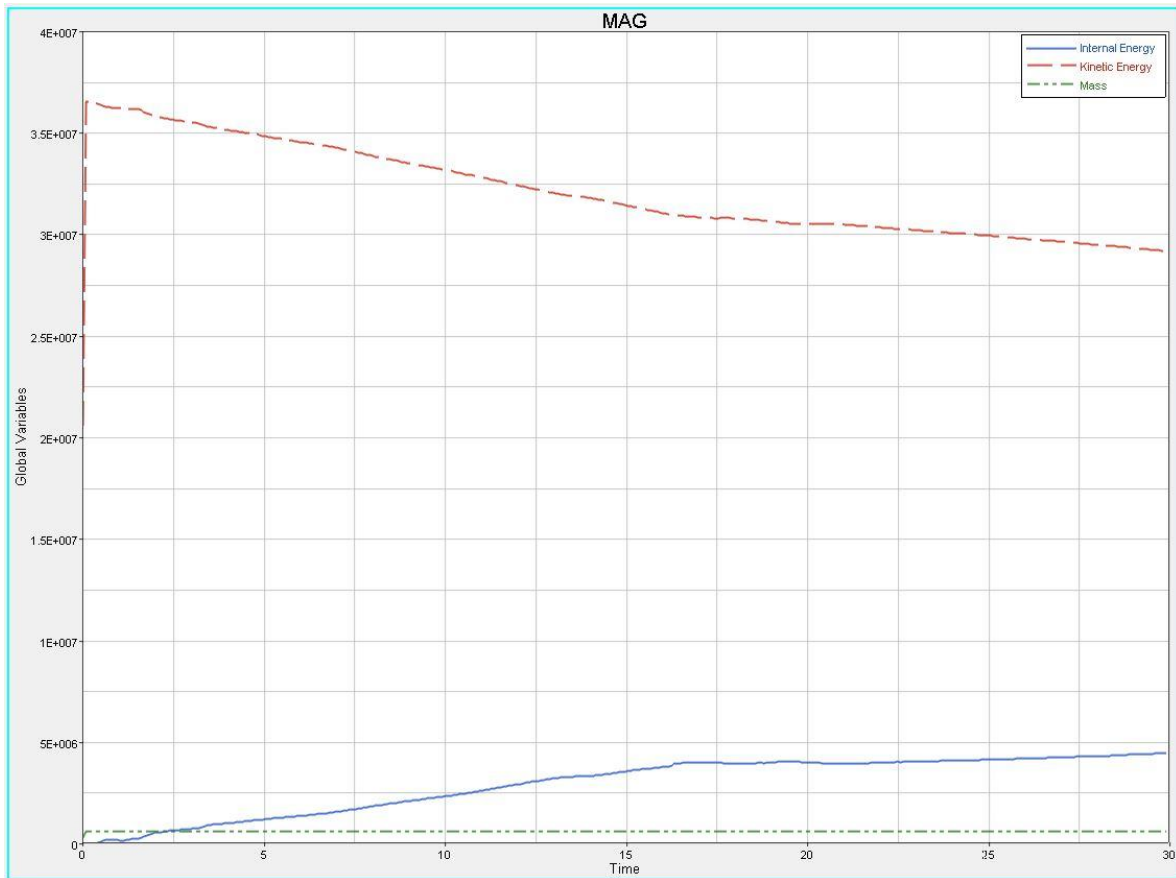


Figura 4.3.14.  $t = 28$  [ms]

Tal como en el impacto frontal, las rutas de carga son claramente visibles, de la misma forma se concentra el esfuerzo en secciones afiladas y en las esquinas (razón por la cual el poste izquierdo se fractura en la unión con el toldo). El gradiente de color presenta las mismas características que los dos casos anteriores.

Se presenta enseguida la gráfica 4.3.1:



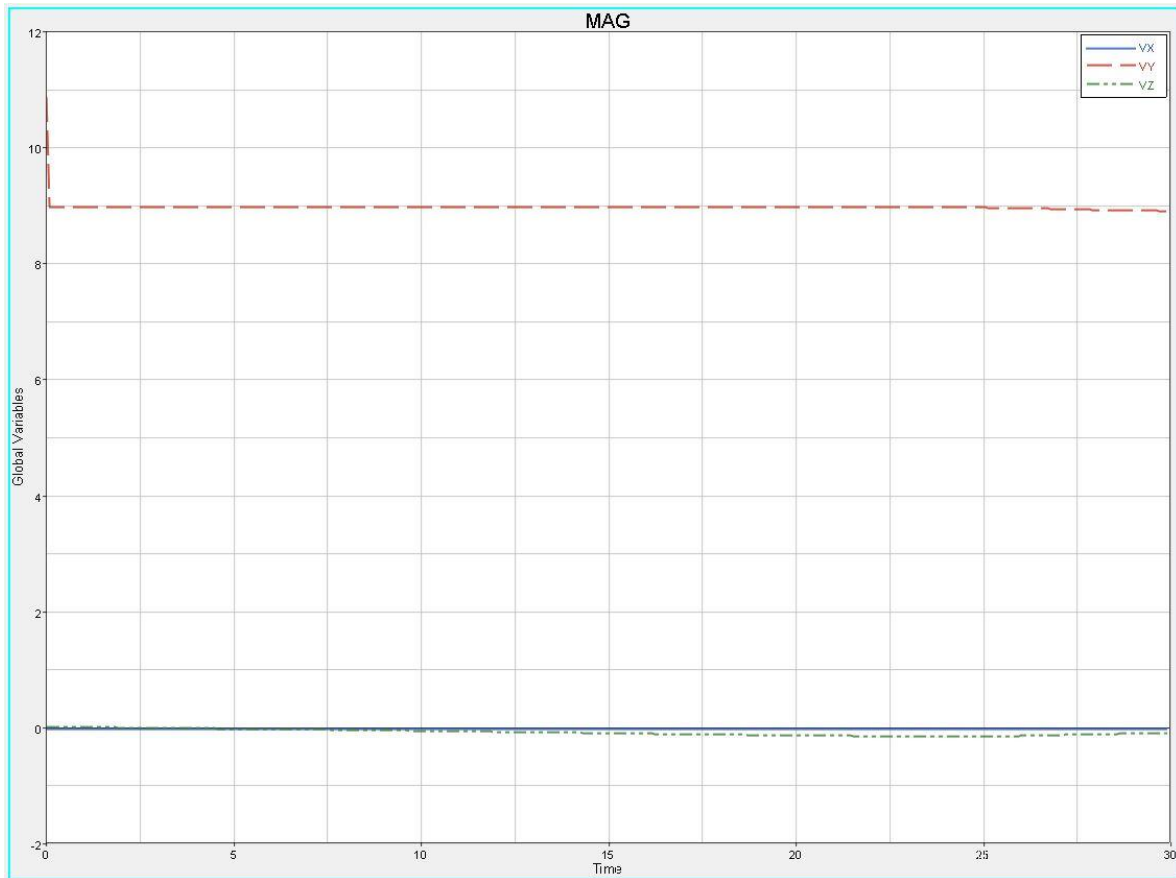
**Gráfica 4.3.1.** Energía cinética (rojo) contra energía interna (azul).

Una situación parecida al caso anterior se presenta aquí: hasta el instante  $t = 22.5$  [ms] toda la energía cinética se transforma en energía interna pues hasta ese momento  $\Delta E = \Delta U = 0.5 \times 10^5$  [J]. Debido a que el área de contacto es mucho mayor en esta prueba, las curvas son mucho más alargadas en el eje del tiempo (la transferencia de energía no es tan violenta y por ello las curvas son más suaves).

La energía cinética remanente sugiere (como en la prueba anterior) que después de los 30 [ms] el vehículo de prueba seguirá avanzando, sin embargo esta vez no provoca el desplazamiento del BIMO sino la muerte de los ocupantes pues mientras más avanza, más invade el habitáculo.

En cuanto a la curva de cambio de masa basta con decir que conserva el mismo comportamiento que en los casos estudiados anteriormente.

También se introduce la gráfica 4.3.2:



**Gráfica 4.3.2.** Velocidades en x (azul), y (rojo), z (verde).

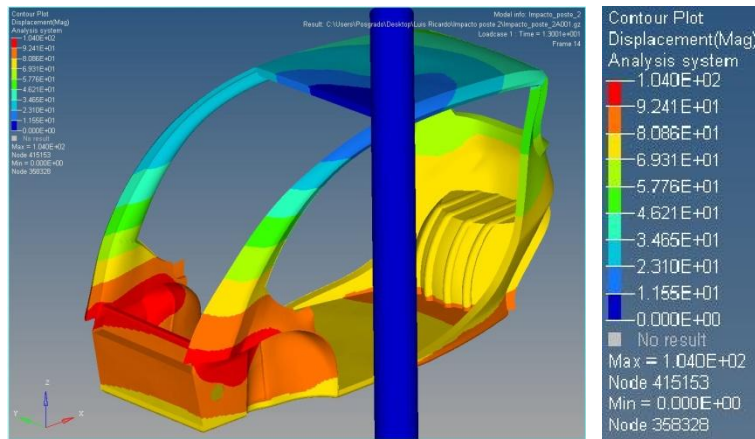
En esta ocasión el cambio de la velocidad en el eje y es imperceptible, aunque la gráfica anterior sugiere que debió existir una disminución de la misma. La explicación para esto es que el cambio siendo tan pequeño no alcanza a visualizarse en la escala del gráfico.

En 30 [ms] el carro sufrió daños permanentes pero eso no pareció afectar la velocidad del vehículo; dado que la velocidad promedio es de 9 [m/s] y el ancho del BIMO es de sólo 1.5 [m], sólo se necesitan 160 [ms] para que el carro de prueba haya alcanzado el extremo opuesto del BIMO.

Desde luego es este impacto donde se ha encontrado la condición más riesgosa de todas y por lo tanto las recomendaciones de rediseño se harán con base en el mismo.

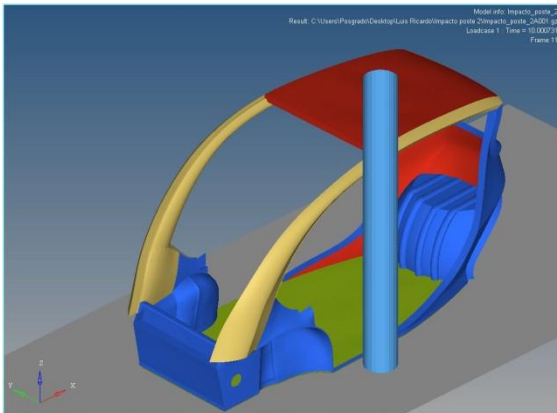
#### 4.4 IMPACTO LATERAL DE POSTE

Siguiendo el patrón definido por última vez, se parte de la figura 4.4.1 donde se hace referencia a los desplazamientos calculados.

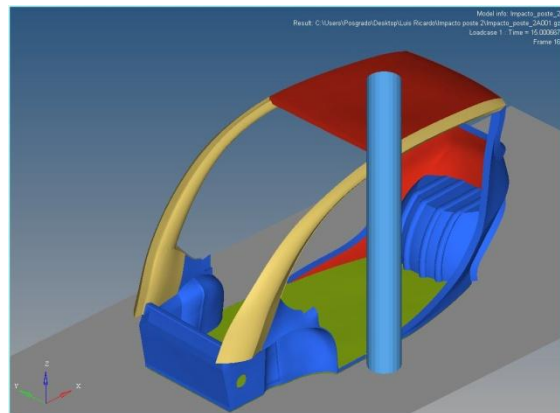


**Figura 4.4.1.** Desplazamientos en  $t = 13$  [ms] y escala de colores con valores en [mm].

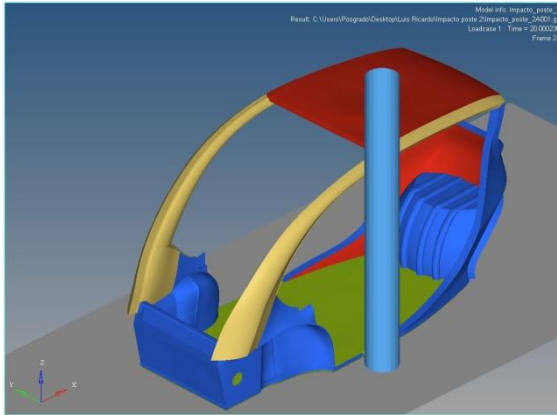
En la figura 4.4.1 se presentan los desplazamientos asociados a este caso de carga que es el de menor gravedad. El desplazamiento máximo se obtiene justo después de que el BIMO golpea el poste en el instante  $t = 13$  [ms] y como puede apreciarse el máximo desplazamiento obtenido es de 10 [cm] confirmando la baja severidad de la prueba.



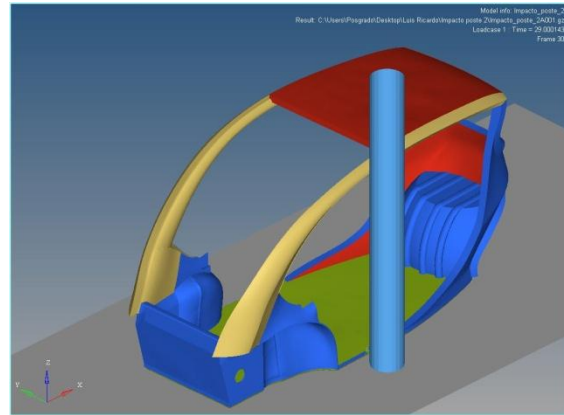
**Figura 4.4.2.**  $t = 10$  [ms]



**Figura 4.4.3.**  $t = 15$  [ms]



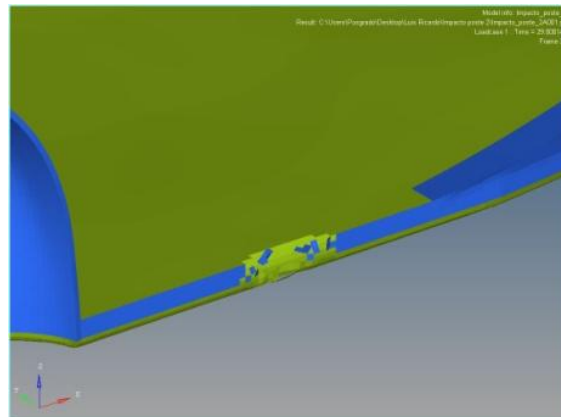
**Figura 4.4.4.**  $t = 20$  [ms]



**Figura 4.4.5.**  $t = 29$  [ms]

Al observar con detenimiento las figuras 4.4.2, 4.4.3, 4.4.4 y 4.4.5 no parece haber cambio alguno, ni desplazamiento ni deformación. La prueba de impacto de poste debería ser más severa tal y como se percibe en las pruebas de los autos convencionales. No obstante, hay dos razones para explicar esto: la cantidad de movimiento de un cuerpo es directamente proporcional a su masa y su velocidad; el BIMO tiene un peso vehicular de 975 [kg] incluyendo cuatro pasajeros de 75 [kg], los carros comerciales van desde los 1,300 [kg] hasta las 2.5 ton sin ser ocupados. La segunda razón es que nuevamente la suspensión recibe gran parte de la energía gracias a la sección tubular de fibra de vidrio que la rodea.

Se muestran entonces los daños a través de la figura 4.4.6:



**Figura 4.4.6.** Daños resultantes de la colisión en  $t = 30$  [ms] (visto desde el lado izquierdo)

La figura 4.4.7 muestra la escala de colores con sus respectivos valores de esfuerzo, la cual corresponde a las figuras 4.4.8 – 4.4.13.



Figura 4.4.7. Escala de colores y valores de esfuerzo en [MPa].

Los estragos son insignificantes y ninguno de los ocupantes corre peligro alguno. Esta situación es la más segura de las cuatro, sin embargo aún se presenta el esfuerzo de Von Mises para complementar su estudio.

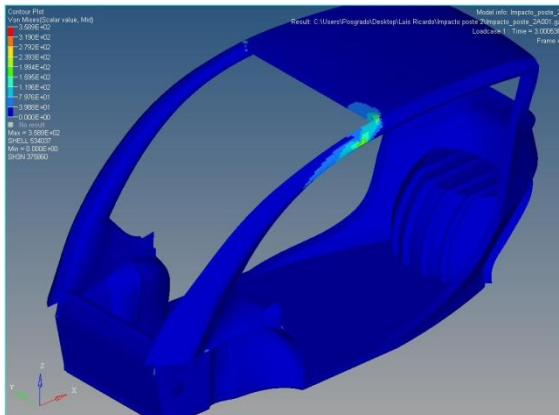


Figura 4.4.8. t = 3 [ms]

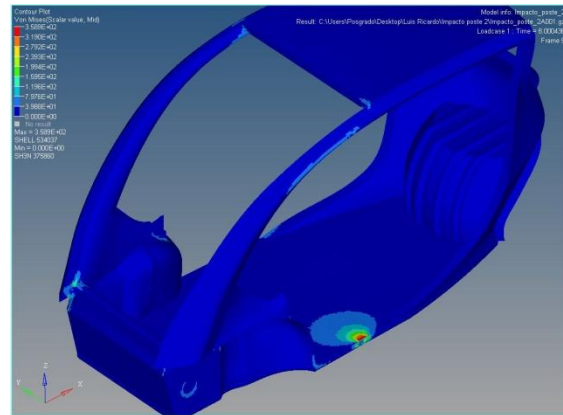


Figura 4.4.9. t = 8 [ms]

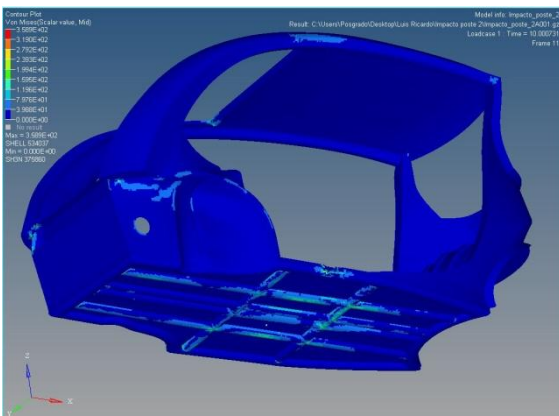


Figura 4.4.10. t = 10 [ms]

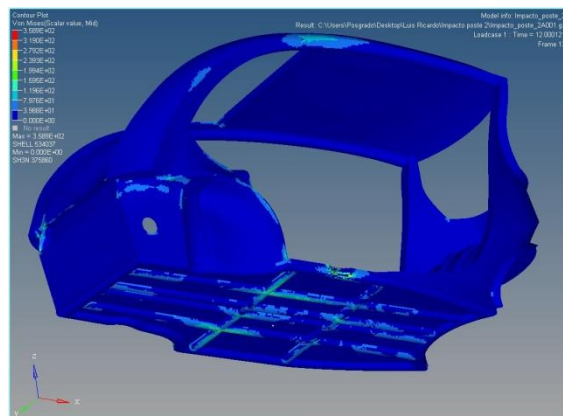
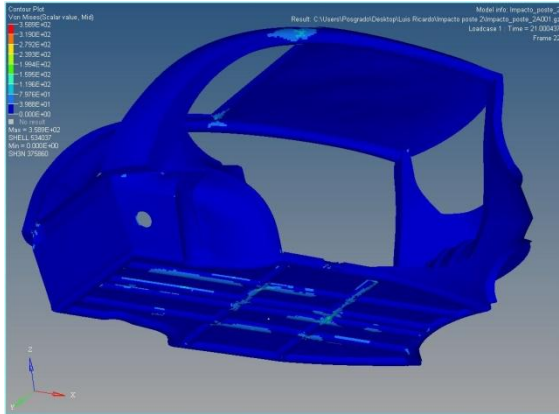
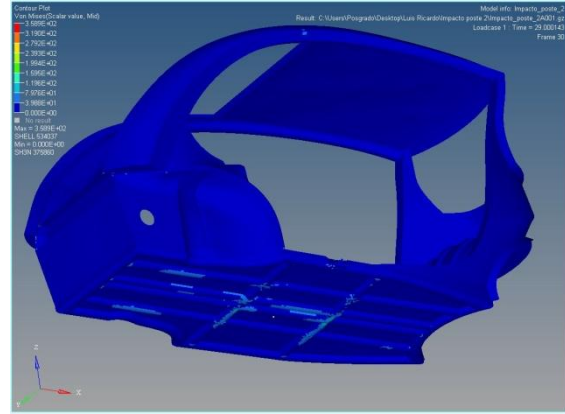


Figura 4.4.11. t = 12 [ms]





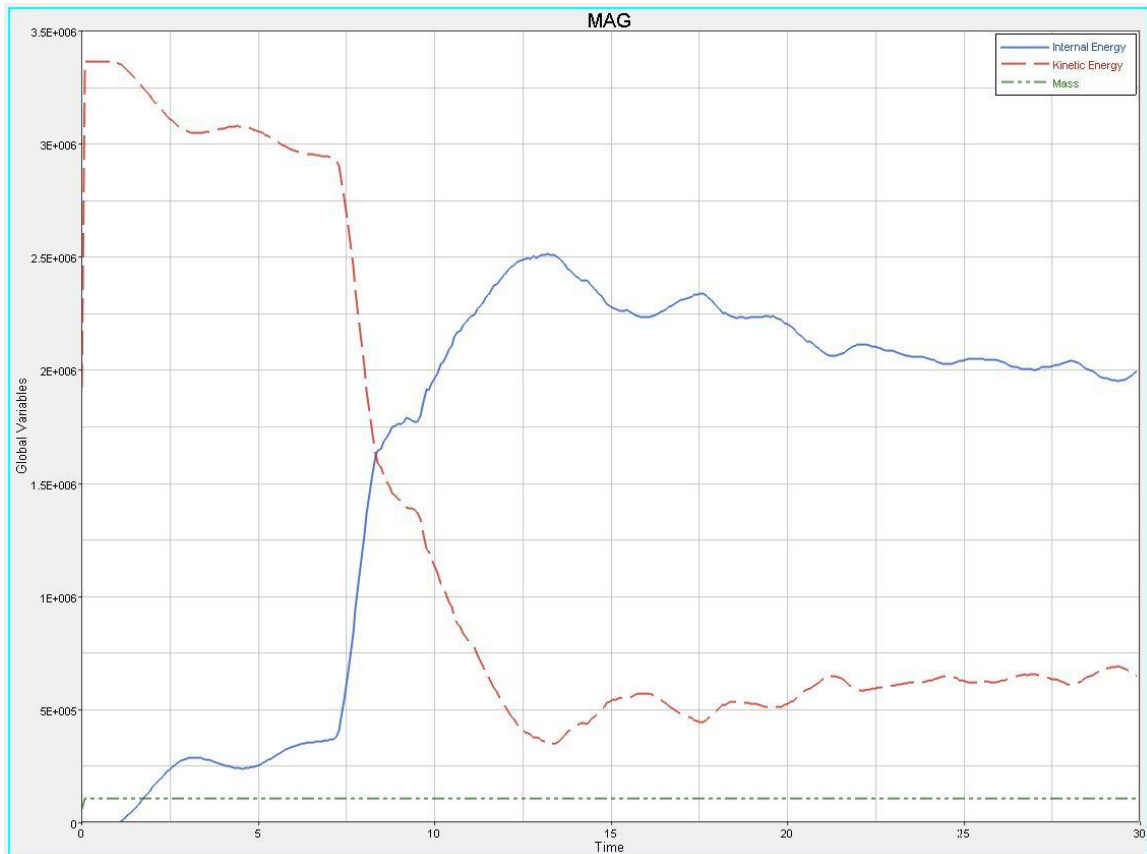
**Figura 4.4.12.**  $t = 21$  [ms]



**Figura 4.4.13.**  $t = 29$  [ms]

Una característica que ya ha sido discutida previamente se presenta de nuevo: la favorable transición de los colores en la simulación.

El color predominante en largueros y travesaños es el cian, entonces el mayor esfuerzo alcanzado es de 159.5 [MPa] que está muy por debajo del esfuerzo de cedencia y con ello es fácil aseverar que para la suspensión, no hay deformación permanente alguna. Por último se presentan y discuten las gráficas 4.4.1 y 4.4.2.



**Gráfica 4.4.1.** Energía cinética (rojo) contra energía interna (azul).

En contraste con la prueba pasada, el intercambio energético es muy rápido (sólo toma alrededor de 7 [ms]). Que las curvas presenten un cambio tan brusco se debe a la pequeña área donde fue aplicada la carga.

La ecuanimidad de los dos tipos de energía se localiza en  $t = 7.5$  [ms] y hasta ese instante la energía ganada y cedida se estima como:

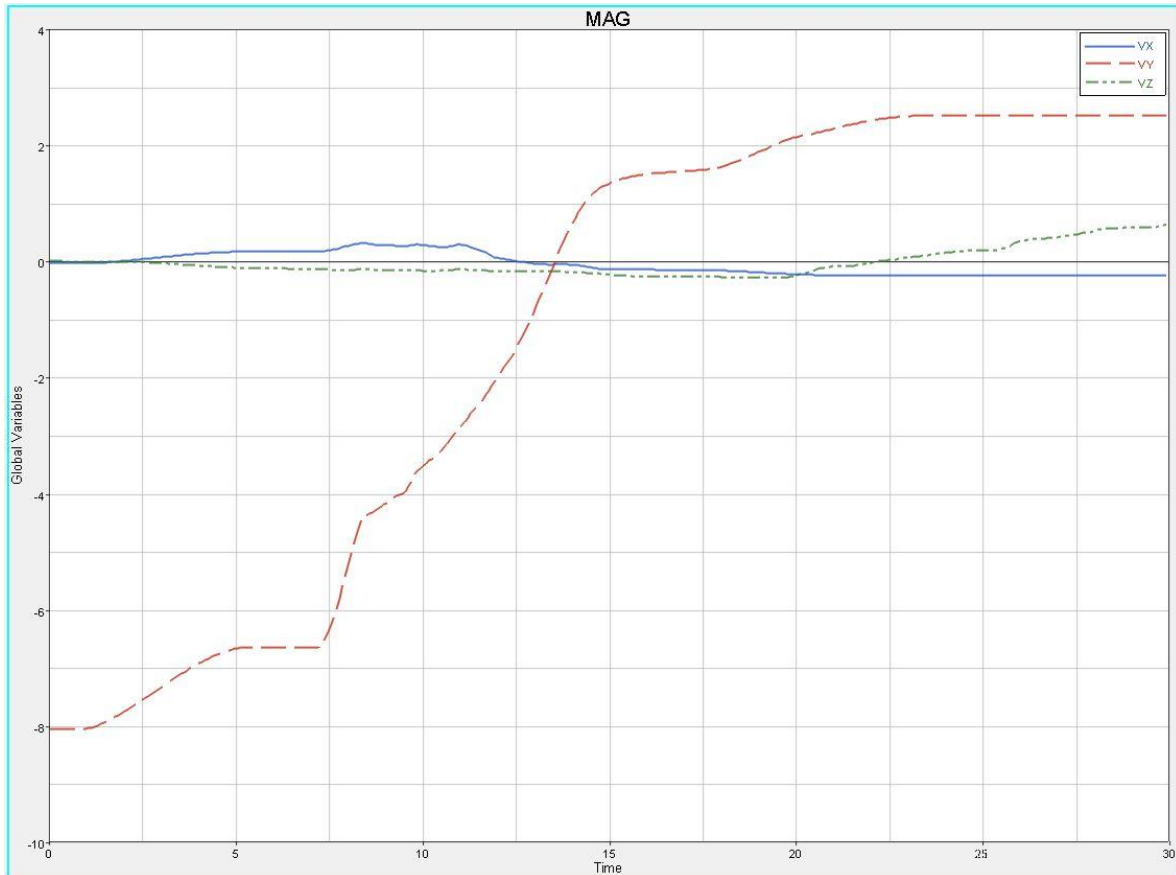
$$\Delta E = 0.325 \times 10^5 [J] - 0.15 \times 10^5 [J] = 0.175 \times 10^5 [J] \quad \dots (4.5)$$

$$\Delta U = 0.15 \times 10^5 [J] - 0 \times 10^5 [J] = 0.15 \times 10^5 [J] \quad \dots (4.6)$$

Con una diferencia de  $0.025 \times 10^5 [J]$  es mínima la energía cinética disipada por la fuerza de fricción entre los neumáticos y la mesa de ensayo.

El valor máximo de  $U$  se halla en  $t = 12.5$  [ms] y corresponde a  $0.25 \times 10^5 [J]$ . Después viene la relajación elástica donde parte de la energía es disipada cuando la carrocería (en ciertas zonas) recupera su forma original. Al alcanzar los 30 [ms] la energía de deformación final es de  $0.2 \times 10^5 [J]$ , entonces la carrocería ha absorbido el 61.54% de la energía cinética inicial, y disipándose el resto por movimiento hasta llegar a velocidad 0.

La masa (como se esperaba) no cambia respecto al tiempo como puede verse en la curva.



**Gráfica 4.4.2.** Velocidades en x (azul), y (rojo), z (verde).

Homólogo al impacto frontal, se tiene el hecho de un cambio de signo en la velocidad sobre la dirección bajo estudio. La velocidad inicial del BIMO es de 8 [m/s] y decrece hasta llegar a cero, lo cual le toma 12.5 [ms]. Posteriormente se acelera y se desplaza en el sentido positivo del eje y, hasta poseer una velocidad de 2.5 [m/s] a los 30 [ms]. Con esto se reafirma la seguridad que brinda el vehículo ante este tipo de impacto.

#### 4.5 RECOMENDACIONES DE REDISEÑO

Como parte final de la presente propuesta se enlistan sugerencias para el rediseño del BIMO. Habiendo analizado detenidamente los cuatro casos de carga, es indiscutible que el tercero es el que requiere una gran atención pues de todos, es el que amenaza las vidas de los pasajeros.

Las posibles acciones para mejorar los costados del vehículo eléctrico son:

- ❖ Instalar almas metálicas en el interior de las portezuelas; éstas pueden comprender tubo, perfil PTR cuadrado o rectangular, solera o ángulo. Para dichas estructuras el material sugerido es acero de medio carbono.
- ❖ Aunado al punto anterior, también puede incrementarse el espesor de las portezuelas utilizando la misma fibra de vidrio con la que se construyó la carrocería.
- ❖ Sustituir los postes centrales por vigas o perfiles metálicos; para que dichos elementos puedan atornillarse o soldarse, deben recorrerse hacia el interior del BIMO con el propósito de que puedan instalarse sobre los travesaños.
- ❖ Colocar dos barras huecas cruzadas, las cuales vayan de los largueros o travesaños de un lado al extremo superior del poste en el lado opuesto. Se construiría de esta forma un marco, el cual aprovecharía el tubo existente que une a los dos postes laterales y a su vez, aumentar el espesor de estos últimos.
- ❖ Cambiar el diseño de las portezuelas: darles la geometría de las puertas utilizadas en automóviles deportivos o convertibles y en su estructura añadir un marco metálico junto con la fabricación de parrillas o entramados de fibra de vidrio, de espesores considerables.

## CONCLUSIONES

---

Se empleó satisfactoriamente el método de los elementos finitos a través del análisis dinámico explícito para simular las pruebas de impacto establecidas por EURO NCAP y así evaluar el comportamiento mecánico de la carrocería del vehículo eléctrico de pasajeros denominado BIMO.

A partir de una geometría generada en archivos IGES, la cual fue editada, corregida y mejorada, se construyó la malla con un tamaño de elemento objetivo de 10 [mm], que cumplió con todos los estándares de calidad del programa Hyperworks®.

Se asignaron velocidades iniciales como condiciones de frontera y así mismo se crearon superficies analíticamente rígidas con los grados de libertad debidamente restringidos.

El cambio de las variables con respecto al tiempo (energía cinética, energía interna, masa y velocidades en los tres ejes) permitió rastrear y estudiar el intercambio energético del BIMO a cada instante, para todas las simulaciones.

Se obtuvieron los resultados más relevantes para cada prueba:

- ❖ En el impacto frontal, se presentó una invasión al habitáculo de 29 [cm] del lado frontal derecho y la carrocería del BIMO absorbió  $0.8 \times 10^5 [J]$ , que resulta ser la mitad de la energía cinética inicial.
- ❖ En el impacto lateral con golpe en suspensión, el habitáculo no presenta deformación considerable alguna, sin embargo el impacto lo obligó a desplazarse 26 [cm] en tan sólo 29 [ms]; una extrapolación de los datos indica que el BIMO llegaría a la velocidad cero transcurridos 240 [ms].
- ❖ En el impacto lateral con golpe en carrocería se encuentra una situación mortal; en 29 [ms] el vehículo de prueba logró invadir el 26.6 % del habitáculo (40 [cm] medidos de forma transversal) y con una desaceleración prácticamente nula. En condiciones de esta índole los ocupantes perderían la vida.
- ❖ En el impacto lateral de poste se encuentra el más seguro de todos los escenarios: no hay aplastamiento de la carrocería, los daños son mínimos y la velocidad con la que el BIMO es repelido al golpear el poste (2.5 [m/s]) no implica riesgo alguno.

Para el análisis, la masa del BIMO (totalmente ocupado) de 975 [kg] se distribuyó uniformemente sobre toda la carrocería, lo que propició que el centro de gravedad se elevara dando lugar así a mayores momentos respecto al nivel del piso. Por otro lado, se definió una condición de contacto entre la suspensión y el piso cuando en realidad el vehículo se apoya sobre tres ruedas; el área de contacto considerada es entonces mayor. No obstante, una revisión detallada de la dinámica del vehículo (mediante análisis de datos y simulación de video) ha mostrado que no hubo un efecto negativo al considerar los puntos anteriores, por el contrario, los resultados son confiables.

Finalmente, se logró completar el objetivo personal: se han consolidado los conocimientos teóricos que forman la base de esta propuesta y se ha dejado registro de una metodología que las futuras generaciones podrán consultar para el estudio de problemas dinámicos. Se ha adquirido como aprendizaje la interacción con el software, la creación y edición de modelos CAD, las habilidades para generar un mallado localizado de alta calidad, la técnica para llevar a cabo un análisis dinámico explícito, la capacidad de discernir las leyes de los materiales (ecuaciones constitutivas) y se ha desarrollado el criterio de selección de las condiciones de frontera adecuadas, así como la pericia en el estudio de los resultados obtenidos en un análisis por elementos finitos.

## TRABAJO FUTURO

---

Para complementar y mejorar el análisis desarrollado a lo largo del trabajo presente, se requiere:

- ❖ Incluir el CAD de todos los elementos: motores eléctricos, motorreductor trasero, rines y llantas, estructuras y bases metálicas tanto traseras como delanteras, el sistema de transmisión de potencia, asientos y baterías. A pesar de que la masa de todo lo listado fue incluida en las simulaciones, agregarlos al modelo tridimensional modificaría los momentos de inercia del BIMO y desplazaría su centro de gravedad.
- ❖ Modelar las uniones entre secciones de fibra de vidrio y metal, tales como tornillos, remaches y anclajes que en esta propuesta no han sido incluidos.
- ❖ Utilizar como base toda la información generada en este escrito, llevarla a un análisis estático implícito y por medio de los diversos métodos de optimización estructural, hallar la geometría del BIMO más eficiente: la más ligera y asimismo la más resistente.

## REFERENCIAS

---

- [1] Ugural A. C. *Advanced strength and Applied Elasticity*. Prentice Hall, 2003.
- [2] Bhatti M. A. *Advanced Topics in Finite Element Analysis and Applications: With Mathematica and MATLAB Computations*. John Wiley & Sons, 2005. Print.
- [3] Sandoval J. L. *Optimización Estructural Evolutiva: Diseño Óptimo de Estructuras Tipo Cascarón (Shell Structures)*. Tesis de licenciatura, UNAM, Diciembre 2010.
- [4] Daniel I. M. *Engineering mechanics of composite materials*. Oxford University Press, 2006.
- [5] Hyer M. W. *Stress analysis of Fiber-Reinforced composite materials*. WCB/McGraw-Hill, 1998.
- [6] Adapted from K.L. Lowenstein, *The Manufacturing Technology of Continuous Glass Fibers*, 3<sup>rd</sup> Ed., 1993, Table 4.2, with kind permission from Elsevier Science, P.O. Box 211, 1000 AE Amsterdam, The Netherlands.
- [7] Camacho F. A. *Diseño Conceptual de un Vehículo Eléctrico de Reparto, modelado como un Monocasco*. Tesis de licenciatura, UNAM, 2011.
- [8] Calvo P. R. *Diseño conceptual de chasis para un auto eléctrico por medio de optimización topológica*. Tesis de licenciatura, UNAM, 2010.
- [9] The official site of the European New Car Assessment Programme.  
<http://es.euroncap.com/es/about.aspx>
- [10] Beltrán F. *Análisis dinámico de estructuras sometidas a cargas no lineales*. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 5, 4, 473 - 501, 1989.
- [11] Radioss Theory Manual. *Large Displacement Finite Element Analysis*. 11.0 version, 2011.
- [12] Botelho E. *A review on the development and properties of continuous fiber/epoxy/aluminum hybrid composites for aircraft structures*. Materials Research, Vol. 9, 2006.
- [13] Hyperworks Tutorials
- [14] <http://dim.usal.es/eps/im/roberto/cmm/Teorasdefallabajocargasestticas.pdf>  
Página web consultada el 11/01/2014 a las 20:28.
- [15] <http://www.comercioindustrial.net/productos.php?id=tcarga&mt=ptfe>  
Página web consultada el 13/01/2014 a las 17:01.
- [16] <http://www.uclm.es/profesorado/xaguado/ASIGNATURAS/BTD/4-Apuntes/Tema4/comparativa.pdf>  
Página web consultada el 13/01/2014 a las 18:47.
- [17] [http://www.ugr.es/~grus/docencia/aei/download/tabla\\_perfiles.pdf](http://www.ugr.es/~grus/docencia/aei/download/tabla_perfiles.pdf)  
Página web consultada el 17/01/2014 a las 20:56.