UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



Vniver4dad NacionaL AvFn9ma de Mexico

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

APLICACIÓN DE LA GEOMECÁNICA EN LA ESTABILIDAD DEL AGUJERO DE UN POZO DE LA REGIÓN SUR

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PETROLERA Y GAS NATURAL - PERFORACIÓN

P R E S E N T A:

MARÍA DEL CARMEN TREJO ORTÍZ



TUTOR:

M. en I. MARIO GERARDO GARCÍA HERRERA

2009

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Fernando Samaniego Verduzco
Secretario:	Dr. Rubén Nicolás López
Vocal:	M. en I. Mario Gerardo García Herrera
1 ^{er} Suplente:	Dr. Porfirio Mendizábal Cruz
2 ^{do} Suplente:	Dr. Martín Cárdenas Soto

Lugar donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, Distrito Federal.

TUTOR DE TESIS

M. en I. MARIO GERARDO GARCÍA HERRERA

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios por permitirme terminar otra etapa de mi vida.

0

Gracias a Mario por su infatigable atención, apoyo y amor

que me ha brindado.

0 0

Gracias a mis padres y hermanas que siempre me han dado su

apoyo y cariño incondicional.

0 0 0

Gracias al Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) por brindarme sus instalaciones para la elaboración de la tesis.

0 0 0 0

Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) por permitirme continuar con mis estudios.

0 0 0 0

Gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por

la manutención que me ofreció durante la maestría.

0 0 0

Gracias al M.en I. Mario Gerardo García Herrera por su tiempo y conocimiento que me ofreció en la elaboración de la tesis.

0 0

Gracias al Dr. Rubén Nicolás López por su paciencia y espíritu

de educador que tiene.

Gracias a los sinodales por dedicar parte de su tiempo y ofrecer su conocimiento para enriquecer este trabajo.

ÍNDICE

	Pág.
RESUMEN	vii
ABSTRACT	ix
INTRODUCCIÓN	xi

CAPÍTULO I. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1.Presión de poro o de formación		1
1.1.1.	Presión subnormal	2
1.1.2.	Presión normal	2
1.1.3.	Presión anormal	3
1.2.Méto	dos de predicción de la presión de poro anormal	6
1.2.1.	Método de Hottman y Johnson	7
1.2.2.	Método de Eaton	9
1.2.3.	Método de Bowers	11
1.3.Presid	ón de fractura y métodos de predicción	15
1.3.1.	Método de Hubbert and Willis	16
1.3.2.	Método de Matthews and Kelly	17
1.3.3.	Método de Eaton	18
1.3.4.	Método de Daines	18
1.4.Teorí	a elástica lineal	19
1.4.1.	Esfuerzo	19
1.4.2.	Deformación	24
1.4.3.	Módulos elásticos	29
1.4.4.	Ecuaciones de esfuerzo-deformación para un material isotrópico	32
1.5.Clasif	ficación de fallas de Anderson	34

CAPÍTULO II. ESFUERZOS EN LA TIERRA

2.1. Esfuerzos en la Tierra antes de perforar un pozo		36
2.2. Determinación de la magnitud del esfuerzo vertical, σ_v		38
2.2.1.	Método de la Integral	38
2.2.2.	Método de Amoco	39
2.2.3.	Método de Zamora	39
2.2.4.	Método de Bourgoyne	40
2.2.5.	Método de Belloti y Giacca	42
2.3.Deter	minación de la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo, σ_h	43
2.3.1.	Esfuerzo horizontal debido a una deformación elástica uniaxial	43
2.3.2.	Esfuerzo horizontal mínimo debido a deformaciones elásticas horizontales	45
2.3.3.	Pruebas de fracturamiento hidráulico (Microfrac y Minifrac)	45
2.3.4.	Prueba de Goteo (LOT) y Prueba de Goteo Extendida (XLOT)	47
2.3.5.	Correlaciones de Breckels y van Eeckelen	50
2.4.Deter	minación de la magnitud del esfuerzo horizontal máximo, $\sigma_{\rm H}$	50
2.4.1.	Esfuerzo horizontal máximo debido a deformaciones elásticas horizontales	50
2.4.2.	Relación entre presión de poro y esfuerzos horizontales	51
2.4.3.	Con base en el criterio de falla de Mohr-Coulomb	52
2.4.4.	Pruebas de fracturamiento hidráulico	55
2.5. Esfue	erzos en la Tierra después de perforar un pozo	57

CAPÍTULO III. CRITERIOS DE FALLA DE LA ROCA

3.1. Criterios de falla de la roca	
3.1.1. Criterios de falla por compresión	64
3.1.2. Criterio de falla por tensión	72
3.2.Geometría de las fallas en la pared del agujero por compresión	73
3.3.Geometría de las fallas en la pared del agujero por tensión	75

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DEL AGUJERO DE UN POZO DE LA REGIÓN SUR

4.1. Estabilidad del agujero durante la perforación	
4.1.1. Causas de la inestabilidad del agujero y sus indicadores	
4.2. Análisis de la estabilidad del agujero de un pozo de la Región Sur	86
4.2.1. Análisis de los datos de entrada	87
4.2.2. Análisis del esfuerzo vertical, presión de poro y presión de fractura	93
4.2.3. Análisis del esfuerzo horizontal mínimo y máximo	96
4.2.4. Análisis de la presión de colapso	100

4.2.5.	Densidad óptima del fluido de control y asentamientos de TRs recomendados	107
CAPÍTU	LO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
5.1. Conc	lusiones	109
5.2. Reco	mendaciones	110
ANEXO	A. DESARROLLO DE ECUACIONES	111
ANEXO	B. MAPA MUNDIAL DE ESFUERZOS (WSM)	119
ANEXO	C. CÓDIGO EN MATLAB PARA LA OBTENCIÓN DE LA PRESIÓN DE COLAPSO POR MEDIO DE LOS CRITERIOS DE FALLA DE MOHR-COULOMB Y LADE MODIFICADO	121
NOMEN	ICLATURA	124
BIBLIO	GRAFÍA	128

RESUMEN

La estabilidad del agujero es una de las consideraciones más importantes durante la perforación de un pozo. En el mejor de los casos, un agujero inestable podría significar que la perforación se dificulte; y en el peor, podría significar un agujero colapsado y la pérdida total del pozo. Estos problemas representan costos extras y pérdida de tiempo y dinero.

Los factores que tienen influencia en la estabilidad de un pozo son: la resistencia de la roca, esfuerzos *in situ*, presión de poro, permeabilidad, efectos termales y químicos, densidad y tipo de lodo; así como también las prácticas de perforación empleadas (por ejemplo: el índice de penetración, los efectos de vibración de la tubería, torque y arrastre, frecuencia de viajes, etc). En términos mecánicos, los factores que influyen en la estabilidad del agujero son los esfuerzos *in situ*, la presión de poro, las propiedades mecánicas de las rocas y la densidad del lodo. Todos estos factores tienen un gran impacto desde los puntos de vista técnico y económico, debido a que los costos de perforación son una de las partes más importantes en los costos de desarrollo de un campo petrolero. Es por eso que en los últimos años se ha mejorado la aplicación de la Geomecánica en el análisis de la estabilidad del agujero.

En este sentido, el presente trabajo se realizó con el objetivo de profundizar el entendimiento de la estabilidad del agujero, realizando un análisis geomecánico de un pozo vertical de la Región Sur, considerando conceptos de la teoría de elasticidad lineal, esfuerzo vertical, presión de poro, presión de fractura, módulos elásticos, métodos para el cálculo de los esfuerzos horizontales máximo y mínimo (deformación elástica uniaxial, deformaciones elásticas horizontales, correlación de Breckels y van Eeckelen), solución general elástica lineal de los esfuerzos alrededor de la pared del agujero y los criterios de falla por compresión de Mohr-Coulomb y Lade Modificado para la definición de la presión de colapso.

Al comparar los resultados obtenidos mediante los diferentes métodos de cálculo de los esfuerzos horizontales máximo y mínimo, se optó por tomar en cuenta los que se obtuvieron mediante las deformaciones elásticas horizontales, ya que el pozo se encuentra en una zona tectónicamente activa, y porque este método está en función de las propiedades mecánicas de la roca.

Se elaboró un programa en Matlab para definir la presión de colapso, observando que al utilizar el criterio de falla de Lade Modificado se predice una presión de colapso menor; es decir, los valores de densidad de lodo mínima requerida son menores que los que se predicen con el criterio de falla de Mohr- Coulomb, debido a que este último criterio no toma en cuenta la influencia del esfuerzo principal intermedio sobre la resistencia de la roca.

Finalmente, se comprobó que un análisis de estabilidad mecánica del agujero basado en la teoría de elasticidad lineal y en los criterios de falla propuestos en este trabajo, es una herramienta potencial para prever o contrarrestar los problemas de inestabilidad del agujero.

ABSTRACT

Wellbore stability is one of the most important considerations in any drilling operation. At the best, an unstable wellbore means that drilling performance is impeded; at worst, it could mean a collapsed wellbore and total loss of a well. All this means extra costs and moneytime losses.

There are many factors that can influence wellbore stability. These include rock strength, in situ stresses, pore pressure, permeability, thermal and chemical effects, mud type and mud weight. In addition, the drilling practices employed (e.g. rate of penetration, vibration effects, torque and drag, frequency trips, etc). In mechanical terms, the most important factors influencing wellbore stability are in situ stresses, pore pressure, rock properties and mud weight. All these factors have a huge impact not only from the technical, but the economical point of view. It can be easily understood that these drilling costs are one of the most important parts of the development costs of a petroleum field. This is the reason why the field of wellbore stability has seen many improvements over the last years.

In this sense, the present work was realized with the purpose of deepening the understanding of wellbore stability, realizing a geomechanical analysis of a vertical well located in the South Region, including concepts of linear elasticity theory, vertical stress, pore pressure, fracture pressure, elastic modules, methods for the calculation of the horizontal stresses (uniaxial elastic strain, horizontal elastic strains, correlation of Breckels and van Eeckelen), linear elastic general solution of the stresses around the wellbore wall and the fault criterion by compression of Mohr-Coulomb and Lade Modified for the definition of the collapse pressure.

Comparing the results of the horizontal maximum and minimum stresses, was chosen to take into account those that were obtained by means of the horizontal elastic strains, since the well is in a zone tectonically activate and because this method is based on the mechanical properties of the rock and not on the depth as the correlation of Breckels and van Eeckelen.

A program in Matlab was developed to define the collapse pressure; when the fault criterion of Modified Lade is used, the collapse pressure predicted was smaller than the pressure predicted with the fault criterion of Mohr- Coulomb, because this last criterion does not take into account the influence from the intermediate main effort on the resistance from the rock.

Finally, it is verified that an analysis of wellbore stability based on the linear elasticity theory and the proposed fault criteria in this work is a potential tool for gaining insight into wellbore instability problems.

INTRODUCCIÓN

La estabilidad del agujero se considera cuando el diámetro del pozo es el mismo que el de la barrena con la que se está perforando. En contraste, la inestabilidad del agujero se refiere a las condiciones mecánicas que originan fallas por compresión o por tensión en el agujero. Las fallas por compresión se caracterizan por un comportamiento de derrumbe o por el cierre del agujero en formaciones plásticas, mientras que las fallas por tensión producen un fracturamiento hidráulico en la formación debido a que la densidad del lodo de perforación excede la resistencia a la tensión de la roca. En general, la inestabilidad del agujero se relaciona con los problemas de atrapamiento de tubería, derrumbes ó colapso del agujero, agujeros esbeltos, desviación no programada del agujero, entre otros.

Los problemas anteriormente mencionados son una de las fuentes principales de pérdidas de tiempo y dinero en las operaciones de perforación. Es por eso que en los últimos años se ha mejorado la investigación en este campo en específico. Dichas mejoras se han basado en un mejor conocimiento de los mecanismos que originan la falla de la roca. Algunos autores como Hubbert y Willis [8] y Bradley [28] han desarrollado un modelo de estabilidad del agujero en el cual la primera suposición fue un esfuerzo elástico lineal alrededor del agujero. En su trabajo, Bradley consideró que la formación alrededor del agujero podría ser presentada por medio de un modelo de un sólido lineal elástico e isotrópico, en una situación de deformación plana, la cual se presenta a lo largo del eje del agujero. No se considera el flujo del fluido hacia o desde la formación.

El trabajo presente asume la validez de la teoría elástica lineal para un medio poroso para la predicción del comportamiento geomecánico de la roca, en adición se usan datos como el reporte diario de operaciones, registros geofísicos, pedazos de formación originados durante la inestabilidad del agujero y pruebas de laboratorio de núcleos de lutitas de un pozo cercano al de interés para calibrar el modelo geomecánico. También es importante mencionar que el trabajo de investigación presentado tiene dos objetivos fundamentales; el primero, es profundizar los conocimientos de la aplicación de la Geomecánica en la estabilidad del agujero; y el segundo, es el desarrollo integral de un análisis para la estabilidad del agujero de un pozo de la Región Sur, el cual se realizó cuando el pozo ya había sido perforado, con el propósito de refinar el modelo geomecánico inicial y emplear los resultados para los futuros pozos que se perforarán en la misma zona.

El primer capítulo está dedicado a los diferentes métodos para el cálculo de la presión de poro y fractura, así como los conceptos fundamentales de la teoría de elasticidad lineal. El segundo capítulo describe los métodos para determinar los esfuerzos en la Tierra antes y después de perforar un pozo, refiriéndose respectivamente a los esfuerzos *in situ* en las formaciones en su estado natural (vertical, horizontal máximo y horizontal mínimo) y a los esfuerzos que se originan en la pared del agujero al perforar un pozo (tangencial, axial y radial). El tercer capítulo se enfoca a la descripción matemática de los diferentes criterios de falla por compresión y por tensión existentes, y a la presentación de las geometrías de las fallas.

En la primera parte del cuarto capítulo se mencionan las causas de la inestabilidad del agujero y sus indicadores. En la segunda parte se desarrolla el análisis de estabilidad del agujero de un pozo de la Región Sur, el cual se encuentra en el Activo Muspac, en el municipio de Pichucalco, Chiapas, México; como se observa en la Figura I-1. En esta parte también se elaboró un programa en Matlab para la predicción de la presión de colapso por medio de los criterios de falla de Mohr-Coulomb y Lade Modificado.



Figura I-1. Ubicación geográfica del Activo Muspac en la Región Sur.

CAPÍTULO I

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1. Presión de Formación o Poro

La presión de formación, también conocida como presión de poro (P_p) , es aquella a la cual se encuentran confinados los fluidos en el espacio poroso de la formación, que pueden ser gas, aceite y/o agua salada. Para entender las fuerzas responsables que provocan la presión de poro se deben de considerar los eventos geológicos en la zona de interés.



Figura 1.1. Distribución de la presión de formación en sedimentos deltaicos someros.

Un ejemplo de los más simples se muestra en la Figura 1.1 y ocurre en los sedimentos someros que fueron depositados lentamente en un ambiente de sedimentación deltaico [1]; el material detrítico se transporta por el río hacia el mar; los sedimentos formados

inicialmente no están consolidados, y tienen porosidades y permeabilidades relativamente altas; el agua de mar mezclada con estos sedimentos permanece en comunicación ejerciendo una presión hidrostática. Una vez que la sedimentación ocurre, el peso de las partículas solidas se soporta por el punto de contacto grano a grano; por lo tanto, la presión hidrostática del fluido contenido en los espacios porosos de los sedimentos depende solamente de la densidad del fluido. Conforme la profundidad incrementa y la sedimentación continua, los granos de la roca previamente depositados están sometidos a una carga mayor, teniendo como resultado una mayor compactación y una menor porosidad. Durante la compactación, mientras exista un flujo relativamente permeable, el agua se va desalojando de los espacios porosos hacia la superficie hasta alcanzar un equilibrio hidrostático. Finalmente, la presión de formación o poro puede clasifica se como subnormal, normal y anormal.

1.1.1. Presión subnormal

La presión subnormal de formación es menor que la presión normal, la cual se define como la presión hidrostática que ejerce una columna de agua dulce a la profundidad considerada. Generalmente estas presiones se encuentran en zonas donde las formaciones poseen un alto esfuerzo matricial y alta porosidad.

El gradiente de presión subnormal es menor de 0.465 psi/pie (1.074 g/cm³), que corresponde al gradiente de presión normal; en determinadas áreas alejadas de la costa, el gradiente de presión normal es de 0.433 psi/pie (1.0 g/cm³).

1.1.2. Presión normal

Cuando la presión de formación es aproximadamente igual a la presión hidrostática teórica a la profundidad de interés, se considera que es una presión de formación normal; esta presión regularmente se expresa como un gradiente hidrostático. La Tabla 1.1 muestra gradientes de presión normal para diferentes áreas que han tenido una actividad de perforación considerable.

En general, la presión de formación normal es la presión hidrostática ejercida por una columna de agua de 80,000 ppm de NaCl, cuya densidad es de 1.074 g/cm³ desde la superficie hasta la profundidad de interés.

Tabla 1.1. Gradientes de presión de formación normal en diferentes regiones del mundo.			
Región	Gradiente de Presión	Densidad de Agua Equivalente (q/cm^3)	
Oeste de Texas	0.433	1.000	
Costa del Golfo de	0.465	1.074	
México			
Mar del Norte	0.452	1.044	
Malasia	0.442	1.021	
Delta Mackenzie	0.442	1.021	
Oeste de África	0.442	1.021	
Cuenca Anadarko	0.433	1.000	
Montañas Rocallosas	0.436	1.007	
California	0.439	1.014	

1.1.3. Presión anormal

El término presión de formación anormal se usa para describir las presiones de formación que son mayores que la normal. El fenómeno de presión anormal en una cuenca sedimentaria ha sido atribuido a dos procesos principalmente: (1) el incremento del esfuerzo aplicado a una roca compresible, y (2) la expansión de fluido dentro de un espacio poroso limitado [2]. La habilidad para que cada uno de estos mecanismos genere presiones superiores a la presión normal depende de la roca, de las propiedades del fluido y de su rango de cambio bajo el rango normal de las condiciones de la cuenca. Las magnitudes de las presiones anormales varían de cuenca a cuenca.

Las condiciones de la cuenca que favorecen una magnitud mayor de presión anormal, desde el punto de vista de esfuerzos, son un alto índice de sedimentación y/o fuerzas compresivas laterales. Un alto índice de sedimentación crea un incremento rápido de temperatura, que a la vez favorece a la presión anormal desde el punto de vista de los mecanismos de expansión de los fluidos [2]. Otra alternativa para alcanzar un incremento rápido de temperatura es por procesos magmáticos y tectónicos. A continuación se presenta una explicación breve de los principales procesos que contribuyen a la generación de presiones anormales:

(1) Incremento del esfuerzo aplicado a una roca compresible

El incremento en el esfuerzo vertical durante la sedimentación produce un desalojo incompleto de agua en los sedimentos, ocasionando que parte del peso de la carga de las formaciones suprayacentes sea soportado por los fluidos, con lo cual se genera una presión de poro mayor. A este mecanismo comúnmente se le llama "Desequilibrio de Compactación" y la manifestación física sobre la roca es una presión de poro excesiva

acompañada de una alta porosidad en relación con una roca a la misma profundidad con presión normal y totalmente compactada.

Para entender el proceso de compactación causado por el esfuerzo vertical, se empleará el modelo de Terzaghi y Peck [3]. Como se muestra en la Figura 1.2, en este modelo se simuló la compactación de arcillas saturadas con agua, mediante un tubo cilíndrico con platos de metal perforados y separados entre sí por resortes y agua. El esfuerzo vertical o de sobrecarga se simula a través de un pistón, los resortes representan la comunicación entre las partículas de arcillas, que a su vez están representadas por los platos perforados. El tubo tiene una válvula de drene y un manómetro.



Figura 1.2. Representación esquemática de la compactación de las lutitas (Modelo de Terzaghi y Peck).

En la etapa A de la Figura 1.2, se muestra que al aplicar presión sobre el plato superior, es decir incrementando el esfuerzo vertical (σ_v), la altura de los resortes permanece sin cambio, ya que se mantiene cerrada la válvula de drene, la cual no permite escapar el agua del sistema. Como el agua es casi incompresible, la carga es soportada totalmente por la misma agua, incrementando la presión del fluido, P_p . La relación entre la presión (P_p) y el esfuerzo vertical (σ_v), está definida por, " λ ".

$$\lambda = \frac{P_p}{\sigma_v} \,. \tag{1.1}$$

Como se muestra en la Figura 1.2, en las condiciones de la etapa A, " λ " tiene un valor de uno; por lo tanto el sistema está sobrepresionado. Cuando al agua se le permite escapar del sistema (abriendo la válvula), los platos se mueven ligeramente hacia abajo (el sistema se compacta), y los resortes soportan parte del esfuerzo aplicado. Conforme más agua se deje escapar del sistema, los resortes soportarán una mayor parte de este esfuerzo, y " λ " será menor que uno, como se muestra en la etapa B. Finalmente, si se escapa suficiente agua del sistema los resortes alcanzan un estado llamado "equilibrio de compactación terminal", etapa C. En dicha etapa, la carga aplicada es soportada casi totalmente por el esfuerzo generado en los resortes y la presión en el agua, la cual es simplemente generada por la presión hidrostática. Así el valor de " λ " es aproximadamente igual a 0.465 psi/pie o 0.009 MPa/m.

Hubbert y Rubey [4] demostraron que el esfuerzo vertical (σ_v) es soportado por la presión del fluido (P_p) y por el esfuerzo vertical efectivo (σ_v) ejercido por las partículas de arcilla en la matriz rocosa; de esta manera se estableció una ecuación de equilibrio ampliamente aceptada y representada por la Figura 1.3:

$$\sigma_v = \sigma'_v + P_p \quad . \tag{1.2}$$



Figura 1.3. Representación gráfica de la ecuación de equilibrio.

Los autores anteriormente mencionados demostraron que el esfuerzo vertical efectivo (σ_v) ejercido por la matriz depende únicamente del grado de compactación de las arcillas, en otras palabras se puede decir que el esfuerzo vertical efectivo, σ_v , se incrementa continuamente con la compactación, siempre y cuando los fluidos tiendan a escapar de la matriz porosa.

La presión anormal ocasionada por el desequilibrio de compactación comienza en la profundidad donde la permeabilidad es tan pequeña para permitir un desalojo completo de agua (profundidad de retención de fluidos, PRF). El inicio de la sobrepresión es controlado por el índice de sedimentación y por la evolución de la permeabilidad y porosidad de los sedimentos durante el sepultamiento [2]. Asumiendo un mismo índice de sedimentación, la PRF es más somera en rocas sedimentarias de bajas permeabilidades y/o mayormente compresibles, y es más profunda en rocas más permeables y/o menos compresibles (como las arenas). De manera inversa, para la misma formación, la PRF es somera para altos índices de sedimentación y es profunda en índices de sedimentación bajos. Por muy alta que sea la presión anormal, teóricamente nunca podrá sobrepasar al esfuerzo de sobrecarga, pues la densidad de las rocas es demasiado alta en comparación a los fluidos contenidos en ella.

Por último, la compresión lateral es un esfuerzo adicional aplicado a rocas sedimentarias que puede llegar a generar presiones anormales. Las áreas de plegamiento típicamente contienen rocas sobrepresionadas, y la magnitud de la presión anormal en estas regiones está en relación con el monto de esfuerzo y deformación en la formación y de sus propiedades físicas.

(2) Expansión de fluido dentro de un espacio poroso limitado

La presión anormal se crea por la expansión de los fluidos en las rocas de baja permeabilidad, en donde el volumen de los fluidos intersticiales incrementa con el mínimo cambio en la porosidad y en un rango que no permite la disipación efectiva del fluido [2]. Las causas de la expansión del fluido son: deshidratación de las arcillas, transformación de esmectita a ilita, maduración de las rocas madre, craqueo de gas, precipitación mineral y reacciones de la cementación. Adicionalmente, la expansión de los fluidos y de la roca ocurre debido al incremento de temperatura con respecto a la profundidad. En todos los mecanismos anteriormente mencionados, la magnitud de la presión anormal está controlada por el rango de cambio del volumen y por las propiedades de la roca sedimentaria donde ocurre el cambio.

1.2. Métodos de predicción de la presión de poro anormal

La presión de poro anormal es uno de los factores que más afectan las operaciones de perforación cuando se obtienen valores irreales, ya que pueden suceder problemas graves, tales como: colapso de la pared del pozo, fracturamiento, pérdidas de circulación, pegadura de tubería y reventones, entre otros. La mayoría de los métodos predictivos para las presiones de poro anormales se basan en que las formaciones con presiones anormales tienden a estar menos compactadas y tienen una alta porosidad, en comparación con otra formación similar con presión de poro normal a una misma profundidad. Generalmente, el

parámetro de porosidad se mide y se grafica como una función de la profundidad. A continuación se presentan algunos métodos para su cálculo.

1.2.1. Método de Hottman y Johnson

Hottman y Johnson [5], desarrollaron un método para estimar la presión de formación anormal por medio de la interpretación de los registros eléctricos. Específicamente, las propiedades eléctricas y acústicas de las lutitas, que se pueden usar para inferir ciertas propiedades del yacimiento, tal como la presión de formación.

Para estimar la presión de formación con los datos del registro acústico en lutitas, se emplea el procedimiento siguiente:

- 1. Establecer la tendencia de compactación normal para el área, graficando el logaritmo de Δt_{sh} (tiempo de tránsito en las lutitas) contra la profundidad para el pozo en cuestión, como se muestra en la Figura 1.4.
- 2. La cima de la formación con presión anormal es la profundidad donde se nota la divergencia con respecto de la tendencia normal de los puntos graficados.
- 3. La presión del yacimiento a cualquier profundidad se encuentra de la manera siguiente:
 - a. Se mide la divergencia ($\Delta t_{ob(sh)}$ $\Delta t_{n(sh)}$) con respecto a la línea normal.
 - b. Se encuentra el valor del gradiente de la presión de formación correspondiente al valor de $\Delta t_{ob(sh)}$ $\Delta t_{n(sh)}$, utilizando la Figura 1.5.
 - c. El valor del gradiente de presión de formación se multiplica por la profundidad para obtener la presión de formación.

Para el caso en el que se utilice el registro de resistividad, el método es exactamente igual al anterior, excepto que en el paso 3 se encuentra el valor del gradiente de presión de formación correspondiente a la relación: $R_{n(sh)}/R_{ob(sh)}$, como se muestra en la Figura 1.6.



Figura 1.4. Identificación de la cima de presión anormal a través del tiempo de tránsito.



Figura 1.5. Relación entre el parámetro acústico $\Delta t_{ob(sh)}$ - $\Delta t_{n(sh)}$ y el gradiente de presión de formación.



Figura 1.6. Relación entre el parámetro resistivo $R_{n(sh)}/R_{ob(sh)}$ y el gradiente de presión de formación.

Ambos procedimientos se usan solamente para áreas en las cuales la generación de presiones de sobrecarga es principalmente el resultado del proceso de compactación en respuesta al esfuerzo de sobrecarga.

1.2.2. Método de Eaton

Este método fue desarrollado por Eaton [6], en donde básicamente se obtuvieron cuatro ecuaciones para la predicción del gradiente de la presión de formación a partir de registros geofísicos y de parámetros de la perforación. Dichas ecuaciones son:

Registros de Resistividad

$$\frac{P_p}{D} = \frac{\sigma_v}{D} - \left(\frac{\sigma_v}{D} - \frac{P_{pn}}{D}\right) \left(\frac{R_o}{R_n}\right)^{1.2};$$
(1.3)

Registros de Conductividad

$$\frac{P_p}{D} = \frac{\sigma_v}{D} - \left(\frac{\sigma_v}{D} - \frac{P_{pn}}{D}\right) \left(\frac{C_n}{Co}\right)^{1.2};\tag{1.4}$$

Registros Sónico o Sísmico

$$\frac{P_p}{D} = \frac{\sigma_v}{D} - \left(\frac{\sigma_v}{D} - \frac{P_{pn}}{D}\right) \left(\frac{\Delta t_n}{\Delta t_0}\right)^3;\tag{1.5}$$

Exponente corregido "dc"

$$\frac{P_p}{D} = \frac{\sigma_v}{D} - \left(\frac{\sigma_v}{D} - \frac{P_{pn}}{D}\right) \left(\frac{dc_o}{dc_n}\right)^{1.2};\tag{1.6}$$

donde:

$$dc = d\left(\frac{MWn}{MWa}\right). \tag{1.7}$$

En las ecuaciones anteriores R_n es la resistividad normal, R_o es la resistividad observada, C_n es la conductividad normal, C_o es la conductividad observada, Δt_n es el tiempo de tránsito normal, Δt_o es el tiempo de tránsito observado, d_{cn} es el exponente d modificado normal, d_{co} es el exponente d modificado observado, d es el exponente d, MW_n es el peso de lodo normal y MW_a es el peso de lodo con el que se está perforando.

Además tomando las consideraciones siguientes, las ecuaciones de Eaton pueden simplificarse:

Para presión de formación normal (P_{pn})

$$\left(\frac{R_o}{R_n}\right)^{1.2}, \left(\frac{Cn}{Co}\right)^{1.2}, \left(\frac{\Delta tn}{\Delta to}\right)^3, \left(\frac{dc_o}{dc_n}\right)^{1.2} = 1;$$
(1.8)

por lo tanto:

$$\frac{P_{pa}}{D} = \frac{P_{pn}}{D};\tag{1.9}$$

en presiones de poro anormalmente altas (P_{pa})

$$\left(\frac{R_o}{R_n}\right)^{1.2}, \left(\frac{Cn}{Co}\right)^{1.2}, \left(\frac{\Delta tn}{\Delta to}\right)^3, \left(\frac{dc_o}{dc_n}\right)^{1.2} \to 0;$$
(1.10)

por consiguiente:

$$\frac{P_{pa}}{D} = \frac{\sigma_v}{D}.$$
(1.11)

Las limitaciones de este método son: en los cambios de litología es difícil de definir las tendencias de compactación normal apropiadas, la compactación de la roca resulta ser un efecto combinado del esfuerzo vertical y los dos esfuerzos horizontales (solo se ha tomado en cuenta la compactación debido al esfuerzo vertical) y la presión de poro resultante de la expansión del fluido no se considera en este método.

1.2.3. Método de Bowers

Este método fue desarrollado por Bowers [7], el cual se basa en la velocidad sónica de la formación, tomando en cuenta que la presión de poro anormal es generada por un desequilibrio de compactación y por los mecanismos de expansión del fluido tales como: deshidratación de las arcillas, transformación de esmectita a ilita, maduración de los hidrocarburos, etc. El método es una aproximación del esfuerzo vertical efectivo que se calcula por medio de la velocidad; a este resultado se le resta al esfuerzo de sobrecarga para obtener la presión de poro.

Dependiendo de cual haya sido la causa de la generación de la presión anormal se utiliza la ecuación de una curva virgen o de una curva de descarga "unloading". Una guía general es que las presiones anormales generadas por compactación dependen solamente de la compresibilidad relativa de la matriz de la roca y del fluido, las cuales normalmente ocurren en profundidades someras y formaciones suaves. Y el otro caso es que la actividad de expansión del fluido se incrementa con la temperatura y por lo tanto con la profundidad, y esto suele pasar en formaciones duras.

La curva virgen es aquélla que considera las presiones normales así como las presiones anormales causadas por el desequilibrio de compactación. La curva de descarga considera los mecanismos de expansión de los fluidos que originaron que la presión de poro se incremente más rápido que el esfuerzo vertical, teniendo a la vez como resultado el decremento del esfuerzo efectivo que produce velocidades inversas, ver Figura 1.7. Por lo tanto, los esfuerzos efectivos fuera de la zona de velocidades inversas se calculan con la ecuación de la curva virgen y aquellos que corresponden a la zona de velocidades inversas se calculan con la ecuación de la curva de descarga. En la Figura 1.8, se puede observar que al utilizar la ecuación de la curva de descarga la estimación de la presión de poro será mayor que con la ecuación de la curva virgen.



Figura 1.7. Comportamiento de la compactación de lutitas: (a) curva virgen y (b) curva de descarga.



Figura 1.8. Esfuerzo efectivo dentro y fuera de la zona de velocidades inversas.

La *curva virgen* para lutitas que se muestra en la Figura 1.8 se representa por medio de la Ecuación 1.12:

$$v = 5000 + A\sigma^B; \tag{1.12}$$

donde v es la velocidad (pie/seg), σ es el esfuerzo efectivo (psi), A y B son parámetros calibrados con datos de correlación de velocidad vs. esfuerzo efectivo.

La curva de descarga se define por la siguiente relación empírica:

$$v = 5000 + A \left[\sigma_{\max} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\max}} \right)^{\frac{1}{U}} \right]^{B};$$
(1.13)

donde

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{\nu_{\max} - 5000}{A}\right)^{\frac{1}{B}};\tag{1.14}$$

 σ_{max} es el esfuerzo efectivo máximo y v_{max} es la velocidad máxima, estos valores se toman en el inicio de la velocidad inversa.

La Figura 1.9 muestra un tercer parámetro, U, el cual mide que tan plástico es un sedimento. Si U=1, implica una deformación no permanente. Si $U=\alpha$, corresponde a una deformación completamente irreversible, ya que $v = v_{max}$ para todos los valores de esfuerzo efectivo menores que σ_{max} . En la práctica, el rango de U típicamente se encuentra entre 3 y 8. En la Figura 1.10 se muestra que σ_{vc} es el esfuerzo en el cual la velocidad actual (v) intercepta con la *curva virgen*.

Resolviendo para U:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{max}}\right) = \left(\frac{\sigma_{\nu c}}{\sigma_{max}}\right)^U;\tag{1.15}$$

donde:

$$\sigma_{\nu c} = \left(\frac{\nu - 5000}{A}\right)^{1/B}.$$
(1.16)

Algunos de los ejemplos de aplicación son: la Costa del Golfo en Estados Unidos a una profundidad de 10000 pies (3028m) con A=4.4567 y B= 0.8168 y aguas profundas en el Golfo de México a profundidades entre 600 pies (182m) y 1500 pies (457m) con A= 28.3711 y B= 0.6207.



Figura 1.9. Parámetro de carga "U".



Figura 1.10. Curva de descarga normalizada.

1.3. Presión de fractura y métodos de predicción

La presión de fractura es la fuerza por unidad de área necesaria para vencer la presión de poro y la resistencia de la formación (esfuerzo matricial mínimo); esta resistencia depende de la solidez o cohesión de la roca y de los esfuerzos de compresión a los que esté sometida.

El fracturamiento hidráulico de una roca es un fenómeno complejo, difícil de describir matemáticamente. Para presentar los principios básicos involucrados, se muestra la Figura 1.11 y se considera una situación simple en la cual un fluido fracturante no penetrante se introduce en una pequeña cavidad localizada en el centro de una roca, la cual se supone que tiene una resistencia a la tensión nula [1]. Un fluido no penetrante es aquel que fluirá dentro de la fractura creada, pero no fluirá a una distancia significante dentro de los espacios porosos de la roca. Para que el fluido fracturante entre a la cavidad, su presión debe exceder la presión del fluido que se encuentra en los espacios porosos de la roca. Como la presión del fluido fracturante se incrementa (sobrepasando la presión de poro), la matriz de la roca inicia a comprimirse. La compresión es mayor en la dirección del esfuerzo matricial mínimo. Cuando la presión del fluido fracturante excede la sumatoria del esfuerzo matricial mínimo y la presión de poro, ocurre la fractura. Preferentemente la orientación de la fractura es perpendicular al esfuerzo mínimo principal.



Figura 1.11. Inicio de fractura opuesto al esfuerzo principal mínimo.

Las formaciones superficiales sólo presentan la resistencia que es debida por la cohesión de la roca. Debido a esto, la experiencia confirma que las fracturas creadas en las formaciones someras pueden ser horizontales. Sin embargo, a medida que aumenta la profundidad, se añaden los esfuerzos de compresión de la sobrecarga de las formaciones. Esto es una razón que confirma que la mayoría de las fracturas creadas en formaciones profundas son verticales.

Un gran número de ecuaciones teóricas o desarrolladas en campo han sido usadas para la aproximación de la presión de fractura. Algunas de éstas son adecuadas para cierta área, mientras que otras requieren una retrospección basada en registros eléctricos tomados después de que se ha perforado el pozo. Existe una variedad de métodos, a continuación solo se presentan algunos.

1.3.1. Método de Hubbert y Willis

Hubbert y Willis [8] revisaron las variables involucradas en la iniciación de la fractura en una formación. Se dedujo que la presión de fractura está en función del esfuerzo vertical, de la presión de formación y de la relación existente entre los esfuerzos horizontal y vertical.

Basándose en un diagrama de fuerzas y en la definición del esfuerzo vertical, se deduce que es igual en magnitud y de sentido contrario a la sumatoria de la presión de poro y el esfuerzo vertical efectivo soportado por la roca:

$$\sigma_{\nu} = \sigma_{\nu}' + P_p. \tag{1.17}$$

De acuerdo a lo anterior, para que una fractura se genere verticalmente, la presión deberá vencer la presión de poro y el esfuerzo mínimo efectivo; es decir:

$$P_f = P_p + \sigma_{min}'. \tag{1.18}$$

Hubbert y Willis [8] concluyeron que en las regiones de fallas normales, como el área del Golfo de Estados Unidos, el esfuerzo horizontal efectivo es el esfuerzo mínimo. También concluyeron que el esfuerzo mínimo efectivo en sedimentos someros es aproximadamente una tercera parte del esfuerzo vertical efectivo. Así la presión de fractura para esta situación es:

$$P_f = P_p + \sigma'_h, \tag{1.19}$$

$$P_f = P_p + \frac{\sigma'_v}{3}; \tag{1.19a}$$

donde:

$$\sigma_{\nu}{}' = \sigma_{\nu} - P_{p}. \tag{1.20}$$

Por lo tanto:

$$P_f = P_p + \frac{(\sigma_v - P_p)}{3}$$
(1.21)

$$P_f = (\sigma_v + 2P_p)/3.$$
(1.22)

La ecuación anterior tiene la desventaja de que fue propuesta para un gradiente de esfuerzo vertical de aproximadamente 1.0 psi/pie (0.021 MPa/m) en forma constante y por lo tanto, en donde existan presiones de poro normal se tendrá como resultado un gradiente de fractura constante, lo cual nunca sucede. Es conveniente mencionar que esta correlación ha sido usada con gradientes de esfuerzo vertical variables y en general se ha comprobado que este método proporciona gradientes de fractura menores a los reales.

1.3.2. Método de Matthews and Kelly

Matthews and Kelly [9] publicaron la siguiente relación para obtener la presión de fractura, la cual difiere con el modelo de Hubbert-Willis debido a la introducción de una variable K_i , que es el coeficiente matricial de la roca:

$$P_f = P_p + K_i \sigma_v^{\prime}. \tag{1.23}$$

Si $\sigma_v' = \sigma_v - P_p$ lo sustituimos en la ecuación anterior, se tiene:

$$P_f = P_p + K_i(\sigma_v - P_p). \tag{1.24}$$

Para obtener un gradiente, se divide la ecuación anterior por la profundidad:

$$\frac{P_f}{D} = \frac{P_p}{D} + \frac{K_i(\sigma_v - P_p)}{D},$$
(1.25)

donde:

$$K_i = 0.0683e^{(0.272\ln D_i)}.$$
(1.26)

 P_{f} , P_{p} , σ_{v} están en unidades de psi, D_{i} en pies y K_{i} es adimensional. El coeficiente K_{i} es a la profundidad en la cual el valor de σ_{v} ' es el esfuerzo matricial normal. Como principal desventaja de este método, se encuentra la suposición de un gradiente de esfuerzo vertical igual a 1 psi/pie.

1.3.3. Método de Eaton

Asumiendo que las formaciones de la Tierra son elásticas, Eaton [10] relacionó el esfuerzo horizontal efectivo, σ_h ' y el esfuerzo vertical efectivo, σ_v ', a través de la relación de Poisson:

$$\sigma_{\lambda}' = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_{v}'. \tag{1.27}$$

Sustituyendo el esfuerzo horizontal en la ecuación 1.19:

$$P_f = P_p + \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_v'. \tag{1.28}$$

Basándose en la ecuación 1.20, se obtiene:

$$P_f = P_p + \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_v - P_p). \tag{1.29}$$

La relación de Poisson (v) puede determinarse por medio de velocidades de onda compresional y de cizallamiento, por los módulos de elasticidad o por pruebas de laboratorio. Este método es uno de los más utilizados a nivel mundial para predecir gradientes de presión de fractura tanto en pozos terrestres como en marinos.

1.3.4. Método de Daines

Este método fue desarrollado por Daines [11], el cual se apoya en el método de Eaton haciendo una diferencia principal en la consideración del esfuerzo horizontal. Este autor planteó que los esfuerzos horizontales son una combinación de los esfuerzos causados por

la gravedad y por un esfuerzo horizontal tectónico. Este último puede no existir o llegar a ser como máximo dos o tres veces el esfuerzo vertical. Si no existe el esfuerzo horizontal tectónico la presión de fractura se calcula con la ecuación 1.29 y si existe se calcula con:

$$P_f = \sigma_t + P_p + \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_v - P_p), \tag{1.30}$$

donde σ_t es el esfuerzo horizontal tectónico, que incrementa linealmente con la profundidad y puede variar entre los limites:

$$0 \le \sigma_t \le 3\sigma_v - \sigma_v \left(\frac{v}{1-v}\right), \qquad \sigma_v = \sigma_v - P_p.$$

 σ_t se puede obtener por medio de una prueba de goteo.

1.4. Teoría de elasticidad lineal

Debido a la necesidad de describir el comportamiento de las rocas bajo un campo de esfuerzos, se desarrolló la teoría de elasticidad lineal como una primera aproximación de este fenómeno.

La teoría de elasticidad se basa principalmente en los conceptos de esfuerzo y deformación, y trata de definir el comportamiento que tienen los materiales para resistir o recuperarse de la deformación producida por fuerzas externas que actúan sobre éstos. El tipo de respuesta en esta teoría entre el esfuerzo aplicado y la deformación sufrida por el material es de tipo lineal [12].

1.4.1. Esfuerzo

En la Figura 1.12, se observa un peso en la parte superior de un pilar; debido al peso una fuerza está actuando sobre el pilar que a la vez está apoyado en el suelo. La fuerza aplicada en la parte superior del pilar debe de actuar a través de cualquier sección transversal del pilar.

Si el área de la sección transversal en el punto a) es A y la fuerza actuante se denota por F, entonces el esfuerzo promedio en la sección transversal se define como:

$$\sigma = \frac{F}{A}.$$
(1.31)



Figura 1.12. Esfuerzo en diferentes secciones de un pilar.

En el punto b), la fuerza que actúa sobre la sección transversal A' es igual que en el punto a), pero el área A' es menor que A; por lo tanto el esfuerzo en b) es mayor que el esfuerzo en a); es decir el esfuerzo depende de la posición dentro del pilar.



Figura 1.13. Esfuerzo local.

Para entender el término esfuerzo local en un punto se muestra la Figura 1.13, en la cual se divide la sección transversal del punto a), en un número infinito de subsecciones ΔA , a través de las cuales actúa una parte infinitamente pequeña de la fuerza total (ΔF); ΔF varía

de una sección a otra. Se considera una subsección i que contiene un punto P; el esfuerzo en el punto P se define como:

$$\sigma = \lim_{\Delta Ai \to 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A_i}.$$
(1.32)

La ecuación 1.32 define el esfuerzo local en el punto i dentro de la sección transversal A, mientras que la ecuación 1.31 describe el esfuerzo promedio en la sección transversal A. La orientación de la sección transversal relativa a la dirección de la fuerza es importante, si se considera la sección transversal del punto c), A'', la fuerza no es normal a la superficie, por lo tanto se descompone en un componente Fn que es normal a la sección transversal y en un componente Fp que es paralelo a la sección, como se observa en la Figura 1.14.



Figura 1.14. Componentes de una fuerza.

De esta manera podemos definir el esfuerzo normal como:

$$\sigma = \frac{F_n}{A},\tag{1.33}$$

y al esfuerzo de corte como:

$$\tau = \frac{F_p}{A} \ . \tag{1.34}$$

El esfuerzo se mide frecuentemente en Pa (N/m^2) , bar, atm, psi o dinas/cm². La convención de signos en mecánica de rocas es que los esfuerzos compresivos son positivos y los esfuerzos por tensión son negativos, lo contrario a la convención de signos en resistencia de materiales.

Tensor de esfuerzos

Para proporcionar una descripción completa del estado de esfuerzos en un punto *P* dentro de una muestra, se necesita identificar los esfuerzos relacionados a las superficies orientadas en tres direcciones ortogonales. Los esfuerzos relacionados a una superficie normal al eje *x*, se denotan como σ_x , τ_{xy} y τ_{xz} , que respectivamente representan: el esfuerzo normal, el esfuerzo de corte relacionado a una fuerza en dirección *y* y el esfuerzo de corte relacionado a una fuerza en dirección *z*. Similarmente, los esfuerzos relacionados a la superficie normal al eje *y* son: τ_{yx} , σ_y y τ_{yz} , y a la superficie normal al eje *z* son: τ_{zx} , τ_{zy} y σ_z .

Así, los nueve componentes relacionados al punto P son:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}.$$
 (1.35)

La ecuación 1.35, es el tensor de esfuerzos, el cual ofrece una descripción completa del estado de esfuerzos en el punto P.

Esfuerzos invariantes

Son aquellos que permanecen inalterados durante algún cambio de ejes coordenados, por lo tanto, el esfuerzo normal promedio es un invariante de esfuerzo:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3. \tag{1.36}$$

Existen otras combinaciones de esfuerzo que son independientes de los ejes coordenados y sus combinaciones también son esfuerzos invariantes (anexo A); las más comunes son:

$$I_{1} = \sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}$$

$$I_{2} = -(\sigma_{x}\sigma_{y} + \sigma_{y}\sigma_{z} + \sigma_{z}\sigma_{x}) + \tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{zx}^{2}.$$

$$I_{3} = \sigma_{x}\sigma_{y}\sigma_{z} + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_{x}\tau_{yz}^{2} - \sigma_{y}\tau_{zx}^{2} - \sigma_{z}\tau_{xy}^{2}$$
(1.37)

Esfuerzos desviatóricos

El esfuerzo normal promedio $\overline{\sigma}$, causa compresión o extensión uniforme y el esfuerzo desviatórico, causa distorsiones. El esfuerzo desviatórico se obtiene de la substracción del esfuerzo normal promedio de cada uno de los componentes del esfuerzo normal:

$$\begin{pmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_y & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x - \overline{\sigma} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \overline{\sigma} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z-\overline{\sigma}} \end{pmatrix}.$$
(1.38)

Los invariantes de los esfuerzos desviatóricos se establecen de una forma similar que los esfuerzos invariantes y de igual forma son independientes de la selección de los ejes coordenados:

$$J_{1} = S_{x} + S_{y} + S_{z}$$

$$J_{2} = -(S_{x}S_{y} + S_{y}S_{z} + S_{z}S_{x}) + S_{xy}^{2} + S_{yz}^{2} + S_{zx}^{2}.$$

$$J_{3} = S_{x}S_{y}S_{z} + 2S_{xy}S_{yz}S_{zx} - S_{x}S_{yz}^{2} - S_{y}S_{zx}^{2} - S_{z}S_{xy}^{2}$$
(1.39)

Los invariantes del esfuerzo desviatórico aparecen en criterios de falla, ya que están relacionados a la distorsión.

Esfuerzos principales

Los esfuerzos principales son aquellos que actúan en planos donde los esfuerzos cortantes son nulos, es decir, se trata de esfuerzos normales puros, y a los planos en donde actúan se les llama planos principales.

En la Figura 1.15, se observa el esfuerzo normal y de corte en una superficie orientada a una dirección general θ en el plano *xy*. El triángulo de la figura está en reposo, la cancelación de fuerzas implica que (ver Anexo A):

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta.$$
(1.40)

Para obtener la dirección donde actúan los esfuerzos principales y en donde τ = 0, se usa la siguiente ecuación:

$$tan2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$



Figura 1.15. Esfuerzos en el plano xy.

La ecuación 1.41 tiene dos soluciones, θ_1 y θ_2 . Las dos soluciones corresponden a dos direcciones en las cuales es esfuerzo cortante τ desaparece. Estas dos direcciones se llaman ejes principales de esfuerzo.

Los esfuerzos normales correspondientes, $\sigma_1 y \sigma_2$, son los esfuerzos principales:

$$\sigma_{1} = \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{y}) + \sqrt{\tau_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2}}$$

$$\sigma_{2} = \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{y}) - \sqrt{\tau_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2}}.$$
 (1.42)

1.4.2. Deformación

En la Figura 1.16, la posición inicial de una partícula dentro de una muestra es: x, y, z; después de una acción externa, la posición de la partícula cambia. Notando el cambio en la dirección x por u, el cambio en la dirección y por v y el cambio en la dirección z por w. Las cantidades u, v, w son los desplazamientos de la partícula, así que la nueva posición de dicha partícula es:

x' = x - u


Capítulo I

Figura 1.16. Desplazamientos de una partícula dentro de una muestra.

Nueva Posición

Posición Inicial

Si los desplazamientos u, v, w son constantes, es decir, son los mismos para cada partícula dentro de la muestra, entonces el desplazamiento es simplemente una traslación de un cuerpo rígido.

Otra forma simple de desplazamiento es *una rotación* de un cuerpo rígido, para una rotación especificada por $\vec{\omega}$, donde la magnitud $|\vec{\omega}|$ proporciona el ángulo de rotación mientras que la dirección de $\vec{\omega}$ proporciona el eje de rotación, la nueva posición de la partícula es:

$$\vec{r'} = \vec{r} + \vec{\omega} \, x \, (\vec{r} - \vec{r_0}), \tag{1.44}$$

donde $\vec{r} = (x, y, z)$ y $\vec{r}' = (x', y', z')$. El vector $\vec{r_0}$ es el centro de la rotación.

Si la posición de las partículas dentro de la muestra cambian y no pueden obtenerse por medio de la traslación o rotación de un cuerpo rígido, se dice que la muestra se ha deformado. En la Figura 1.17, se puede observar una muestra deformada, los desplazamientos relacionados a las posiciones O y P no son iguales.



Figura 1.17. Muestra deformada.

A la cantidad definida como:

$$\varepsilon = \frac{L - L'}{L},\tag{1.45}$$

se le conoce como elongación correspondiente al punto O y la dirección OP, dicha elongación es positiva para una contracción. La elongación es un tipo específico de la deformación.

Otro tipo es la deformación de corte, que es el cambio de ángulo entre dos direcciones inicialmente ortogonales (ψ), se expresa como:

$$\Gamma = \frac{1}{2} tan\psi, \tag{1.46}$$

y corresponde al punto O y la dirección OP. La deformación de corte, Γ , es el resultado de un esfuerzo de corte. La Figura 1.18 muestra este tipo de deformación.



Figura 1.18. Deformación de corte.

Haciendo el análisis en dos dimensiones para deformaciones infinitesimales en la Figura 1.19, la elongación en x, es:

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{(x + \Delta x) - x - [(x + \Delta x - u(x + \Delta x)) - (x - u(x))]}{(x + \Delta x) - x}$$

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x}.$$
(1.47)

En el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$, se tiene:

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$
(1.48)

La deformación de corte correspondiente a la dirección *x*, es:

$$\Gamma_{xy} = \frac{1}{2} tan\psi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right).$$
(1.49)



Figura 1.19. Deformación infinitesimal en dos dimensiones.

Para una descripción completa del estado de deformación en un punto dentro de un cuerpo tridimensional, las elongaciones y las deformaciones de corte son:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \qquad \Gamma_{xy} = \Gamma_{yx} = \frac{1}{2}\gamma_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \qquad \Gamma_{xz} = \Gamma_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right). \qquad (1.50)$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \qquad \Gamma_{yz} = \Gamma_{zy} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{zy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

Tensor de deformaciones

Similar a la ecuación 1.35, las deformaciones se pueden organizar en un tensor de deformaciones:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \varepsilon_{y} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \varepsilon_{z} \end{pmatrix}.$$
 (1.51)

Como se puede observar en el tensor, la diagonal principal mide las deformaciones unitarias longitudinales y los otros elementos del tensor miden las deformaciones unitarias angulares.

Deformaciones invariantes

La deformación volumétrica:

$$\varepsilon_{\nu} = \varepsilon_{\chi} + \varepsilon_{y} + \varepsilon_{z}, \tag{1.52}$$

es independiente de los ejes coordenados y por lo tanto es una deformación invariante.

Similarmente a la ecuación 1.39:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1} &= \varepsilon_{v} = \varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} + \varepsilon_{z} \\ \mathcal{I}_{2} &= -\left(\varepsilon_{x}\varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}\varepsilon_{z} + \sigma_{z}\sigma_{x}\right) + \Gamma_{xy}^{2} + \Gamma_{yz}^{2} + \Gamma_{zx}^{2}. \end{aligned} \tag{1.53}$$
$$\\ \mathcal{I}_{3} &= \varepsilon_{x}\varepsilon_{y}\varepsilon_{z} + 2\Gamma_{xy}\Gamma_{yz}\Gamma_{zx} - \varepsilon_{x}\Gamma_{yz}^{2} - \varepsilon_{y}\Gamma_{zx}^{2} - \varepsilon_{z}\Gamma_{xy}^{2} \end{aligned}$$

son deformaciones invariantes.

Deformaciones principales

En dos dimensiones, la deformación de corte desaparece en las direcciones θ , cuando:

$$\tan 2\theta = \frac{2\Gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}.$$
(1.54)

A estas direcciones se les conoce como ejes principales de deformación y a las elongaciones en las direcciones de los ejes principales de deformación se les llaman deformaciones principales y corresponden a:

$$\varepsilon_{1} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} \right) + \sqrt{\Gamma_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y})^{2}}$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} \right) - \sqrt{\Gamma_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y})^{2}}.$$
(1.55)

1.4.3. Módulos elásticos

Los módulos elásticos describen las propiedades elásticas de la roca para condiciones donde existe una relación lineal entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante. Dichos módulos pueden determinarse en forma dinámica o estática [12]. Las propiedades

elásticas estáticas son medidas directamente de pruebas de laboratorio, mientras que las dinámicas se calculan a partir de las ecuaciones de propagación elástica de las ondas acústicas en un medio sólido. Estos módulos elásticos son: módulo de Young o módulo de elasticidad (*E*), relación de Poisson (*v*), módulo volumétrico (*K*), módulo de corte (*G*) y la constante elástica de Lamé (λ). A continuación se tiene una breve descripción.



Figura 1.20. Aplicación de una fuerza a una muestra.

En la Figura 1.20 se considera una muestra de longitud *L* y un área transversal $A = D^2$, cuando la fuerza *F* se aplica en las superficies externas, la longitud de la muestra se reduce a L'. Entonces el esfuerzo aplicado es $\sigma_x = F/A$ y la elongación correspondiente es $\varepsilon_x = (L - L')/L$. Si la muestra se comporta linealmente, la relación entre σ_x y ε_x es:

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{1}{E}\sigma_{\chi} \longrightarrow E = \frac{\sigma_{\chi}}{\varepsilon_{\chi}}.$$
 (1.56)

A la ecuación 1.56 se conoce como ley de Hooke, mientras que el coeficiente E es el *módulo de Young*. Este módulo es una medida de la rigidez que tiene la roca al ser sometida a una carga uniaxial, las unidad usual para este módulo es GPa.

Otra consecuencia del esfuerzo aplicado es un incremento en D. Por lo tanto, la elongación lateral se representa como $\varepsilon_y = (D - D')/D$, en general ε_y es negativa debido a que D' > D. La relación que se define como:

$$v = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x},\tag{1.57}$$

es otro parámetro elástico, conocido como *relación de Poisson (v)*, el cual es la medición de la expansión lateral relativa a la contracción longitudinal. En la Tabla 1.2 [12] se muestran valores característicos del módulo de Young y de la relación de Poisson para diferentes rocas y materiales.

Tabla 1.2. Valores Característicos de la relación de Poisson ydel módulo de Young para diferentes rocas y materiales.			
Material	E(GPa)	υ	
Arena no consolidada	0.01-0.1	0.45	
Arenisca	0.1-30	0-0.45	
Arcilla	0.06-0.15	0.4	
Lutita	0.4-70	0-0.3	
Caliza de alta porosidad	0.5-5	0.05-0.35	
Caliza de baja porosidad	5-30	0.05-0.3	
Basalto	50-100	0.2-0.3	
Granito	5-85	0.3-0.4	
Marmol	5-90	0-0.3	
Hielo	8	0.35	
Acero	200	0.28	

Otro módulo elástico importante es el *módulo volumétrico K*, que es la relación del esfuerzo hidrostático σ_p con respecto a la deformación volumétrica ε_v . Para un estado de esfuerzo hidrostático se tiene: $\sigma_p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ mientras que $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. Por lo tanto:

$$K = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_v}.$$
(1.58)

K es la medición de la resistencia del material a una compresión hidrostática aplicada sobre este. El inverso de K es conocido como la compresibilidad volumétrica.

El *módulo de corte G*, describe la relación entre el esfuerzo de corte y la deformación de corte, también es conocido como módulo de rigidez o módulo cizallante. G es una medida de la resistencia de la roca a una deformación de corte y se define como:

$$G = \frac{\tau}{\Gamma}.$$
 (1.59)

La *constante elástica de Lamé* λ , es equivalente al módulo de Young bajo condiciones de carga triaxial y está definida por la relación entre el esfuerzo medio bajo condiciones de carga triaxial y la deformación volumétrica, y es escrito de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{\varepsilon_v}). \tag{1.60}$$

A continuación se muestra la Tabla 1.3. [12] con las relaciones entre los módulos elásticos.

Tabla 1.3. Relaciones de algunos módulos elásticos en un material isotrópico.			
E=3K(1-2v)	$K = \frac{\lambda(1+\upsilon)}{3\upsilon}$	$\frac{\lambda}{\lambda+G}=2\upsilon$	
E = 2G(1+v)	$K = \frac{2G(1+v)}{3(1-2v)}$	$\frac{G}{\lambda+G} = 1 - 2v$	
$E = \frac{9KG}{3K+G}$	$K = \lambda + \frac{2}{3}G$	$\frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 - v)$	
$E = \frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G}$	$v = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 + v)$	
$E = \frac{\lambda}{v}(1+v)(1-2v)$	$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\upsilon}{1 - 2\upsilon}$	$\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + G} = 2(2 - v)$	

1.4.4. Ecuaciones de esfuerzo- deformación para un material isotrópico

Los materiales isotrópicos son materiales cuya respuesta es independiente de la orientación del esfuerzo aplicado. Para estos materiales los ejes principales de esfuerzo y los ejes principales de deformación siempre coinciden. Para materiales isotrópicos las relaciones generales en coordenadas cartesianas entre esfuerzos y deformaciones son:

$$\sigma_{x} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{x} + \lambda\varepsilon_{y} + \lambda\varepsilon_{z}$$

$$\sigma_{y} = \lambda\varepsilon_{x} + (\lambda + 2G)\lambda\varepsilon_{y} + \lambda\varepsilon_{z}$$

$$\sigma_{z} = \lambda\varepsilon_{x} + \lambda\varepsilon_{y} + (\lambda + 2G)\lambda\varepsilon_{z}.$$
(1.61)
$$\tau_{xy} = 2G\Gamma_{xy}$$

$$\tau_{xz} = 2G\Gamma_{xz}$$

$$\tau_{yz} = 2G\Gamma_{yz}$$

En algunos casos, es conveniente tener las ecuaciones anteriores en una forma alternativa, expresando las deformaciones en función de los esfuerzos, resultando:

$$E\varepsilon_{x} = \sigma_{x} - \upsilon(\sigma_{y} + \sigma_{z})$$

$$E\varepsilon_{y} = \sigma_{x} - \upsilon(\sigma_{x} + \sigma_{z})$$

$$E\varepsilon_{z} = \sigma_{x} - \upsilon(\sigma_{x} + \sigma_{y}).$$

$$G\Gamma_{xy} = \frac{1}{2}\tau_{xy}$$

$$G\Gamma_{xz} = \frac{1}{2}\tau_{xz}$$

$$G\Gamma_{yz} = \frac{1}{2}\tau_{yz}$$
(1.62)

Para hacer el análisis de los esfuerzos de las rocas que se encuentran alrededor de un agujero perforado, es conveniente expresar los esfuerzos y deformaciones en coordenadas cilíndricas. Los esfuerzos en un punto P en un sistema coordenado cilíndrico (r, θ, z) se denotan *por* σ_r , σ_{θ} , σ_z , $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} , y $\tau_{\theta z}$. Donde σ_r es el esfuerzo radial, σ_{θ} es el esfuerzo tangencial, σ_z es el esfuerzo axial y $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} , $\tau_{\theta z}$ son los esfuerzos de corte. Las ecuaciones que describen las relaciones entre esfuerzos y deformaciones para un material isotrópico y elástico lineal en coordenadas cilíndricas son muy parecidas al juego de ecuaciones 1.61:

$$\sigma_{r} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{r} + \lambda\varepsilon_{\theta} + \lambda\varepsilon_{z}$$

$$\sigma_{\theta} = \lambda\varepsilon_{r} + (\lambda + 2G)\lambda\varepsilon_{\theta} + \lambda\varepsilon_{z}$$

$$\sigma_{z} = \lambda\varepsilon_{r} + \lambda\varepsilon_{\theta} + (\lambda + 2G)\lambda\varepsilon_{z}.$$
(1.63)
$$\tau_{xy} = 2G\Gamma_{r\theta}$$

$$\tau_{xz} = 2G\Gamma_{rz}$$

$$\tau_{yz} = 2G\Gamma_{\theta z}$$

Los esfuerzos en el sistema cilíndrico se relacionan con los esfuerzos en el sistema cartesiano mediante las siguientes expresiones:

 $\sigma_{r} = \sigma_{x} \cos^{2}\theta + \sigma_{y} \sin^{2}\theta + 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{x} sen^{2}\theta + \sigma_{y} cos^{2}\theta - 2\tau_{xy} sen\theta cos\theta$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{z}.$$

$$\tau_{r\theta} = (\sigma_{y} - \sigma_{x}) sen\theta cos\theta + \tau_{xy} (cos^{2}\theta - sen^{2}\theta)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{xz} cos\theta + \tau_{yz} sen\theta$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{yz} cos\theta - \tau_{xz} sen\theta$$
(1.64)

1.5. Clasificación de fallas de Anderson

Una falla es una rotura en la superficie rocosa en la cual existe movimiento, dicho movimiento es un desplazamiento que originado por las fuerzas tectónicas en la corteza terrestre. Anderson [13] realizó una clasificación de fallas basada en el posicionamiento de los tres vectores principales de esfuerzos: σ_v , σ_H , σ_h , que son ortogonales entre sí. Las fallas geológicas son fracturas de la roca en las que existe desplazamiento relativo en el plano de la fractura, dicha clasificación considera los siguientes aspectos:

- La posición relativa del plano de falla
- La orientación y las magnitudes relativas de los esfuerzos principales
- Las teorías de Mohr-Coulomb de fractura

De acuerdo con Anderson [13], los tres tipos principales de fallas son: 1) normal o fallas de tensión, 2) inversa o de empuje, y 3) transcurrente o fallas de deslizamiento, se diferencian solamente en la distinta orientación de los tres esfuerzos principales en relación con la superficie de la Tierra. Estos tres tipos de fallas se muestran en la Figura 1.21.

La *falla normal* debe cumplir: $\sigma_v > \sigma_H > \sigma h$. Este tipo de falla tiene las siguientes características:

- La inclinación de la falla es mayor a 45°.
- El bloque superior se mueve hacia abajo relativo al bloque inferior o portante.
- El movimiento relativo del plano de falla es en la dirección al ángulo de inclinación.
- El esfuerzo principal máximo σ_v está en la dirección vertical.
- La falla es generada por un estado de esfuerzos en el entorno de tipo tensional, o los esfuerzos compresivos laterales son vencidos por el esfuerzo compresivo vertical.

La *falla transcurrente o de deslizamiento* debe cumplir: $\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$. Este tipo de falla tiene las siguientes características:

- El movimiento relativo del plano de falla esta en dirección del rumbo, es decir; la dirección lateral.
- El esfuerzo principal intermedio σ_v es vertical.

Por último la *falla inversa* debe cumplir: $\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$. Este tipo de falla tiene las siguientes características:

- El ángulo de inclinación del plano de falla es menor de 45°. Si el ángulo de inclinación es del orden de los 10° se trata de una falla de cabalgamiento.
- El esfuerzo principal mínimo, σ_{ν} , es vertical.
- El bloque superior de la falla se mueve hacia arriba.



Figura 1.21. Clasificación de fallas de Anderson.

CAPÍTULO II

ESFUERZOS EN LA TIERRA

2.1. Esfuerzos en la Tierra antes de perforar un pozo

Cualquier estado de esfuerzos en una formación antes de perforar un pozo se puede expresar en función de tres esfuerzos perpendiculares, los cuales comúnmente se identifican como σ_v , σ_H , σ_h , considerando que: σ_v es el esfuerzo vertical o de sobrecarga, σ_H es el esfuerzo horizontal máximo y σ_h es el esfuerzo horizontal mínimo. A estos esfuerzos se les conoce como esfuerzos *in situ*, son perpendiculares entre ellos y perpendiculares al plano donde se aplican tal y como se muestra en la Figura 2.1. El esfuerzo vertical (σ_v), denota la presión originada por el peso de las formaciones suprayacentes a una profundidad (*D*) de interés; es decir, es el resultante de la carga geostática. Usualmente se le da el valor de 1 psi/pie (0.021 MPa/m) que corresponde al uso de un valor constante de la densidad volumétrica de una sección completa de sedimentos.



Figura 2.1. Campo de esfuerzos in situ.

El cálculo del esfuerzo vertical resultante de la carga geostática, no siempre describe adecuadamente el estado total de esfuerzos de la formación en la profundidad de interés puesto que los esfuerzos compresivos laterales (esfuerzos horizontales, $\sigma_H y \sigma_h$) resultantes de los procesos geológicos diferentes a la sedimentación, tienden también a causar la compactación de los sedimentos. En general, las formaciones son clasificadas en términos de esfuerzos *in situ* como normalmente estresadas o tectónicamente estresadas. En una región normalmente estresada o relajada, el máximo esfuerzo *in situ* es el esfuerzo vertical y los otros dos esfuerzos horizontales son aproximadamente iguales. Las regiones estresadas tectónicamente incluyen todas las condiciones de esfuerzos las cuales no son consideradas normalmente estresadas.

Un ejemplo es la zona costera del Oeste de Estados Unidos en donde la placa de Norte América y del Pacífico se colisionan, ocasionando grandes esfuerzos compresivos laterales además que existe un movimiento hacia arriba de una formación de baja densidad, tales como los domos salinos [1]. Y a su vez, la existencia de rocas suprayacentes con una resistencia de corte significativa, en las cuales el estado de esfuerzo vertical en la profundidad de interés podría exceder la carga geostática como se muestra en la Figura 2.2.



Figura 2.2. Ejemplo de un esfuerzo compresivo que causa un exceso de carga geostática.

En el análisis de estabilidad de agujero se requieren los siguientes datos: orientación y magnitud de los esfuerzos *in situ*, presión de poro y un criterio de falla para la roca. Los valores de los esfuerzos *in situ* son los parámetros de entrada más importantes; sin

embargo, estos son usualmente insuficientemente conocidos. En particular, la magnitud y orientación de los esfuerzos horizontales no son comúnmente medidas, incrementando la incertidumbre en los resultados. También el conocimiento de la presión de formación es vital, ya que se determinan los esfuerzos efectivos los cuales controlan la falla de la roca.

2.2. Determinación de la magnitud del esfuerzo vertical, σ_v

El esfuerzo vertical se incrementa únicamente con la profundidad. Un valor promedio del gradiente de esfuerzo vertical es 21.02 KPa/m (1 psi/pie), este puede ser tan bajo como 17.7 KPa/m (0.842 psi/pie) para una formación geológicamente joven a 1500 m y tan alto como 27.09 KPa/m (1.288 psi/pie) para una formación de mayor tiempo geológico por debajo de los 6000 m. El esfuerzo vertical varía de un lugar a otro y debe de calcularse para cada zona en especial. A continuación se muestran 5 métodos para su cálculo, los cuales ofrecen alternativas cuando no se tiene el dato de la densidad de la formación.

2.2.1. Método de la Integral

En pozos terrestres, el esfuerzo vertical se calcula a partir de:

$$\sigma_{\nu} = \int_0^D \rho_b g dD; \qquad (2.1)$$

donde g es la constante gravitacional y ρ_b es la densidad volumétrica.

La densidad volumétrica a cierta profundidad está relacionada con la densidad del grano de los sedimentos, con la densidad de los fluidos y con la porosidad. Matemáticamente se representa como:

$$\rho_b = \rho_{ma}(1-\phi) + \rho_{fl}\phi; \qquad (2.2)$$

donde ρ_b es la densidad volumétrica de la roca, ρ_{ma} es la densidad de la matriz de la roca, ρ_{fl} es la densidad del fluido de la formación y ϕ es la porosidad.

Para calcular el esfuerzo vertical de un pozo en costa afuera se considera adicionalmente el tirante de agua de mar con densidad de 1.02 gr/cm³ (8.5 lb/gal), resultando la siguiente ecuación:

$$\sigma_{\nu} = g \int_{0}^{Da} \rho_{a} dD + g \int_{Da}^{D} [\rho_{ma}(1-\phi) + \rho_{fl}\phi] dD; \qquad (2.3)$$

donde ρ_a es la densidad del agua de mar, D_a es la longitud del tirante de agua, D es la profundidad de interés.

Usualmente el cambio de la densidad volumétrica con respecto a la profundidad se determinada por medio de registros geofísicos. Dicho cambio se debe principalmente a la variación de la porosidad de los sedimentos y a la compactación.

2.2.2. Método de Amoco

En la ausencia de registro geofísico de densidad, frecuentemente se usa la ecuación de Amoco desarrollada por Traugott [14] para calcular la densidad promedio del sedimento en función de la profundidad:

$$\rho_{avg}(z) = 16.3 + [z/3125]^{0.6}; \tag{2.4}$$

donde $\rho_{avg}(z)$ es la densidad promedio del sedimento en lb/gal y z es la profundidad en pies. Obteniendo el dato anterior se aplica la ecuación 2.1 y se obtiene el esfuerzo vertical en las unidades de interés.

2.2.3. Método de Zamora

Para determinar el gradiente de esfuerzo vertical, Zamora [15] integró matemáticamente la densidad volumétrica de la formación desde la superficie hasta la profundidad de interés (D_s) usando la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_{\nu}}{D} = \frac{8.345}{D} \int_0^{D_s} \beta(u) du.$$
(2.5)

La densidad volumétrica $\beta(u)$ está definida por una curva exponencial de la forma:

$$\beta(u) = (C_1 + C_2 A) u^x; \tag{2.6}$$

donde x, C_1 y C_2 son constantes con las cuales se ajusta mejor la curva de densidad analizada por el autor y el parámetro A es un código de sobrecarga que va desde 0 hasta 14, dicho código define una familia de densidades volumétricas. Para formaciones más viejas el valor de A es mayor y viceversa. Una ventaja particular al utilizar el modelo exponencial para la densidad volumétrica es que la ecuación es fácil de integrar. El resultado de la ecuación del gradiente de esfuerzo vertical después de haber sustituido la ecuación 2.6 en 2.5 y de haber integrado es:

$$\frac{\sigma_v}{D} = \frac{1}{D} \left[(C_3 + C_4 A) D^{x+1} \right]; \tag{2.7}$$

donde:

D= Profundidad de interés (pie)

 σ_v/D = Gradiente de esfuerzo vertical (lb/gal)

La ecuación 2.7 es solamente para gradientes de esfuerzo vertical de pozos terrestres. La Tabla 2.1 muestra los valores para las constantes C_1 a C_4 y para x.

Tabla 2.1. Valores de las		
constantes C_1 a C_4 y x.		
$C_1 = 1.034$		
$C_2 = 0.030$		
$C_3 = 8.030$		
$C_4 = 0.232$		
x= 0.075		

Puesto que para los valores más grandes de *A* corresponden a formaciones más viejas, es posible relacionar intervalos de códigos de sobrecarga con intervalos de edad geológica, como se muestra en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Códigos de sobrecarga		
por edad geológica.		
$0 \le A \le 5$: Holoceno- Plioceno		
$5 \le A \le 9$: Mioceno-Oligoceno		
$9 \le A \le 10$: Eoceno- Paleoceno		
10≤ A ≤11 : Cretáceo- Triásico		
$11 \le A \le 14$: Pérmico		

2.2.4. Método de Bourgoyne

Para calcular el esfuerzo vertical, Bourgoyne [1] utilizó la relación exponencial de la porosidad promedio con respecto a la profundidad. Para usar esta aproximación, el

promedio de los datos de la densidad volumétrica son expresados primero en términos de la porosidad promedio, la cual se obtiene resolviendo la ecuación 2.2:

$$\phi = \frac{\rho_{ma} - \rho_b}{\rho_{ma} - \rho_{fl}}.$$
(2.8)

La ecuación anterior permite que los datos de densidad volumétrica promedio obtenidos de registros eléctricos puedan ser expresados en términos de la porosidad promedio, independientemente de la densidad de la matriz de la roca y de la densidad del fluido que contienen los espacios porosos.

Si se grafican los valores de porosidad promedio contra la profundidad en escala semilogarítmica y se ajustan los puntos, se obtiene una curva que corresponde a la siguiente ecuación:

$$\phi = \phi_0 e^{-K_\phi D}; \tag{2.9}$$

donde Φ_0 es la porosidad en superficie en pozos terrestres o la porosidad del lecho marino en pozos costa afuera, mientras que K_{Φ} es la pendiente de la recta ajustada y D es la profundidad de interés. Las constantes Φ_0 y K_{Φ} pueden ser determinadas gráficamente.

Sustituyendo las ecuaciones (2.2) y (2.9) en la (2.1), se obtiene:

$$\sigma_{\nu} = g \int_{0}^{D} \left[\rho_{ma} (1 - \phi_0 e^{-K_{\phi} D}) + \rho_{fl} (\phi_0 e^{-K_{\phi} D}) \right] dD; \qquad (2.10)$$

integrando y resolviendo:

$$\sigma_{\nu} = \rho_{ma}gD - \frac{g(\rho_g - \rho_{fl})\phi_0}{K_{\phi}}(1 - e^{-K_{\phi D}});$$
(2.11)

siendo esta ecuación la que determina el esfuerzo vertical para pozos terrestres.

Por lo tanto en términos de gradiente de esfuerzo vertical, es:

$$\frac{\sigma_{\nu}}{D} = \frac{\rho_{ma}g_{D} - \frac{g(\rho_{g} - \rho_{fl})\phi_{0}}{\kappa_{\phi}} (1 - e^{-\kappa_{\phi}D})}{D}.$$
(2.12)

Con este método se obtiene el esfuerzo vertical en zonas con tendencia normal de compactación y aún, en zonas anormalmente compactadas, siempre y cuando se tenga la información confiable de la densidad volumétrica de la roca a la profundidad de cálculo.

2.2.5. Método de Belloti y Giacca

Este método utiliza el registro sónico de porosidad para obtener las densidades promedio de las formaciones perforadas de arenas y lutitas compactadas y consolidadas. Este método es confiable en campos desarrollados, ya que en éstos se tienen el pleno conocimiento de las formaciones perforadas. Las ecuaciones que se presentan fueron desarrolladas experimentalmente, Belloti y Giacca [16] han demostrado que estas ecuaciones empíricas son casi exactas. Procedimiento:

1. A partir de los valores de tiempo de tránsito (Δt) del registro sónico compensado (BHC), se calculan los valores de porosidad promedio de las capas mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta t = \Delta t_{ma} (1 - \phi) + \Delta t_{fl}; \qquad (2.13)$$

donde Δt_{ma} es el tiempo de tránsito en la matriz, Δt_{fl} es el tiempo de tránsito en el fluido y Φ es la porosidad.

La ecuación 2.13 puede escribirse también como:

$$\phi = \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{\Delta t_{fl} - \Delta t_{ma}}; \tag{2.14}$$

donde Δt_{fl} se estima en 200 µseg/pie.

En la Tabla 2.3 se muestran los diferentes valores de Δt_{ma} para diferentes formaciones.

Tabla 2.3. Valores de tiempo de tránsito para diferentes matrices (Δt_{ma}) .			
Matriz	Δt_{ma} (µseg/pie)		
Anhidrita	50		
Arena	47.5-55.6		
Dolomita	43.5		
Limonita	43.5-47.6		
Lutita	47		
Sal	67		

La siguiente ecuación fue verificada por medio de pruebas de laboratorio, expresándose en base a la porosidad y el tiempo de tránsito para *formaciones consolidadas*:

$$\phi = \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{153.0}.\tag{2.15}$$

Para formaciones no consolidadas, se tiene:

Arenas

$$\phi = 1.228 \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{\Delta t + 200}.\tag{2.16}$$

Lutitas

$$\phi = 1.588 \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{\Delta t + 200}.\tag{2.17}$$

2. Calcular las densidades promedio de las capas para cada valor de porosidad con la ecuación 2.2:

$$\rho_b = \rho_{ma}(1-\phi) + \rho_{fl}\phi.$$

3. Una vez determinadas las densidades volumétricas de las capas, se puede obtener el perfil de esfuerzo vertical con la ecuación 2.1.

2.3. Determinación de la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo, o_h

Para determinar la magnitud de este parámetro, inicialmente se requiere la información de: pruebas de goteo (LOT) ó pruebas de fracturamiento hidráulico (microfrac y minifrac). Asimismo, cuando se presenta una pérdida de circulación en el pozo, se puede estimar la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo, al conocer la densidad del lodo requerida para controlar este evento. Si no se cuenta con estas mediciones directas, se hace uso de métodos indirectos para la obtención del esfuerzo horizontal mínimo. A continuación se explican algunas mediciones directas y algunos métodos indirectos.

2.3.1. Esfuerzo horizontal debido a una deformación elástica uniaxial

En una región geológica relativamente relajada, tal como una cuenca sedimentaria deltaica, los esfuerzos horizontales efectivos σ'_h y σ'_H tienden a ser aproximadamente igual y menores al esfuerzo efectivo vertical, σ'_{ν} . Si los sedimentos se comportan elásticamente, la deformación horizontal, ε_h , puede expresarse usando la Ley de Hooke [1]:

$$\varepsilon_h = \frac{\sigma'_h}{E} - v \frac{\sigma'_H}{E} - v \frac{\sigma'_v}{E}; \tag{2.18}$$

donde E es el módulo de Young y v es Poisson.

Para las rocas que solo se comprimen por la sedimentación es decir uniaxialmente, la deformación horizontal, ε_h , es cero y si se toma en cuenta que los esfuerzos horizontales efectivos son aproximadamente iguales ($\sigma'_H = \sigma'_h$), la ecuación anterior resulta:

$$0 = \frac{\sigma'_h}{E} - v \frac{\sigma'_h}{E} - v \frac{\sigma'_v}{E}; \qquad (2.19)$$

despejando σ'_h :

$$v \frac{\sigma_{\nu}}{E} = \frac{\sigma'_{h}}{E} (1 - v),$$

$$\sigma'_{h} = \left(\frac{v}{1 - v}\right) \sigma'_{v};$$

como los esfuerzos horizontales efectivos son iguales, entonces:

$$\sigma'_{h} = \sigma'_{H} = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma'_{v}.$$
(2.20)

Expresando la ecuación anterior en esfuerzos totales, se tiene:

$$\sigma_{h} - P_{p} = \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_{v} - P_{p}) \qquad \text{o} \qquad \sigma_{H} - P_{p} = \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_{v} - P_{p})$$
$$\sigma_{h} = \sigma_{H} = \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_{v} - P_{p}) + P_{p}.$$
$$\sigma_{h} = \sigma_{H} = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_{v} + P_{p}\left(\frac{1-2v}{1-v}\right) \qquad (2.21)$$

Para finalizar, las suposiciones que se hicieron para obtener las ecuaciones anteriores son:

- Medio elástico lineal.
- Medio homogéneo e isotrópico, es decir las propiedades mecánicas en todas las direcciones son iguales.
- Deformación uniaxial. No existe deformación lateral.
- Los esfuerzos horizontales son iguales.
- Los esfuerzos actuantes son esfuerzos principales.

2.3.2. Esfuerzo horizontal mínimo debido a deformaciones elásticas horizontales

Las regiones tectónicamente activas se asocian con áreas con presencia de fallas, domos salinos, etc. Estos hechos geológicos provocan que el área no esté relajada y que los esfuerzos horizontales efectivos σ'_h y σ'_H sean diferentes y que produzcan deformaciones horizontales.

Por lo tanto el esfuerzo horizontal mínimo total para este tipo de regiones es:

$$\sigma_h - P_p = \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_v - P_p) + \frac{E}{1-v^2}\varepsilon_h + \frac{E}{1-v^2}v\varepsilon_H$$

$$\sigma_h = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_v + \left(\frac{1-2v}{1-v}\right)P_p + \frac{E}{1-v^2}\varepsilon_h + \frac{E}{1-v^2}v\varepsilon_H;$$
 (2.22)

donde *E* es el módulo de Young, ε_h es la deformación causada por el esfuerzo horizontal mínimo, ε_H es la deformación causada por el esfuerzo horizontal máximo, *v* es Poisson y P_p es la presión de poro.

Las suposiciones que se hicieron para obtener la ecuación anterior es:

- Medio elástico lineal.
- Medio homogéneo e isotrópico, es decir las propiedades mecánicas en todas las direcciones son iguales.
- Existen deformaciones laterales.
- Los esfuerzos horizontales son diferentes.

2.3.3. Pruebas de fracturamiento hidráulico (Microfrac y Minifrac)

Una descripción ilustrativa es la que dan De Bree y Walters [17], en la que se dice que la prueba del Microfrac consiste en bombear volúmenes entre 2- 100 galones a un gasto entre 1 y 10 gal/min y para la Minifrac el volumen correspondiente es de 10 a 100 barriles a un gasto de 5 a 10 barriles/min, para ambas pruebas se bombea sobre una zona aislada de tubería perforada que oscila entre 1.5 y 4.5 metros.

La Figura 2.3 representa dos gráficas que muestran el bombeo escalonado que resultan de las pruebas Micro/Minifrac. La superior Tiempo vs. Presión y la inferior Gasto inyectado vs. Tiempo.



Figura 2.3. Perfil de presión contra tiempo, incluye etapas de pre-fractura, post-fractura e inyección ajustada.

En la Figura 2.3 se pueden definir claramente cuatro etapas de prueba: las pruebas de goteo antes de la fractura, la fractura, las pruebas de goteo posteriores a la fractura y la prueba de inyección ajustada. Las curvas que resultan de la declinación que sufre la presión después de varios periodos de cierre, son utilizadas para obtener el esfuerzo horizontal mínimo.

Después de haber realizado las pruebas de goteo antes de la fractura, se procede a realizar la fractura en donde el primer punto de inflexión en la curva de presión después de haber parado de bombear se define como Presión de Cierre Instantánea (ISIP). El ISIP es frecuentemente interpretado como el límite superior del esfuerzo horizontal mínimo, éste equivale a la presión que mantiene la fractura abierta al flujo, y puede acercarse a los valores alcanzados por la Presión de Propagación de la Fractura (FPP) para pérdidas de fricción pequeñas. Se puede obtener una medida más real del esfuerzo horizontal mínimo obteniendo la Presión de Cierre de Fractura (FCP), esta presión puede ser identificada como el segundo punto de inflexión sobre la curva de declinación por debajo del ISIP. En

la práctica la determinación de FCP es subjetiva [17], por lo que se debe de establecer procedimientos especiales para su determinación. Uno de esos procedimientos es el encontrar la Presión de Reapertura de Fractura (FRP), que es un punto en el inicio de la fractura donde la presión comienza a desviarse de la línea recta. Para gastos pequeños la FRP es aproximadamente igual a la FCP. La FRP se puede obtener con la prueba de inyección ajustada, que consiste en mantener la presión de inyección en el valor de la presión FRP (estimada de pruebas iniciales), claro está, que la presión inyectada oscilará formando pequeños picos (positivos y negativos, apertura y cierre de fractura) los que nos darán valores más aproximados de FRP y FCP respectivamente. Este ajuste de presión a un valor casi constante, dará la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo.

Detournay et al [18], presentaron una discusión sobre la validez de los resultados de las pruebas de Micro/Minifrac en rocas porosas. Argumentaron su posición en los siguientes puntos:

- No se puede suponer concentración de esfuerzos elásticos alrededor del agujero porque la roca saturada de fluido no responde elásticamente, excepto en algunos casos.
- El estado de esfuerzos alrededor del agujero y en las vecindades de la fractura hidráulica se altera por la difusión del fluido de fractura en la roca.
- Durante la perforación del agujero, el rápido drene del fluido de la roca saturada provoca un impacto en la concentración de esfuerzos.
- La roca se caracteriza por el módulo elástico de la roca drenada, mientras que la roca rara vez es caracterizada por el módulo de la roca no drenada.
- El máximo esfuerzo tangencial no se encuentra en las paredes del agujero como predice el análisis elástico, en rocas porosas se encuentra dentro de la roca. Para tiempos mayores los esfuerzos tangenciales de las paredes adquieren los valores máximos.

2.3.4. Prueba de Goteo (LOT) y Prueba de Goteo Extendida (XLOT)

El método de prueba de goteo (LOT) es más rápido que una microfrac o una minifrac, y además se usa para verificar que la zapata de la tubería de revestimiento esté bien asentada y cementada, evitando el riesgo de la fractura de la formación. En la Figura 2.4 se muestra la configuración del equipo necesario para la elaboración de una prueba de goteo (LOT) ó una prueba de goteo extendida (XLOT).

La técnica de prueba de goteo (LOT) fue originalmente desarrollada en la industria petrolera para determinar el gradiente de fractura de la formación (es decir, la presión máxima que puede ser aplicada en el agujero sin tener pérdidas de lodo) y para determinar parámetros óptimos de perforación tal como la densidad del lodo.



Figura 2.4. Equipo necesario para elaboración de LOT ó XLOT.

Los procedimientos para una LOT son relativamente simples. Una prueba de goteo extendida (XLOT) es una prueba más compleja con procedimientos extendidos de presurización. Una LOT, y en particular, una XLOT han sido exitosas y ampliamente usadas para estimar la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo [19].

Para llevar a cabo una LOT ó una XLOT después de haber cementado una tubería de revestimiento, se perforan de 5 metros de formación por debajo de la zapata. La zapata es presurizada por lodo a través de la tubería de perforación con una bomba de cementos que se encuentra en la superficie. La presión en la zapata es igual a la suma de la presión hidrostática de la columna del lodo y la presión ejercida por la bomba.

La Figura 2.5 muestra una curva de presión de bombeo idealizada para una XLOT. Inicialmente, el bombeo de fluido dentro del agujero origina compresión volumétrica del fluido de perforación y una expansión elástica de la tubería de revestimiento y de la roca que se encuentra alrededor del agujero. Como va aumentando la presión en el agujero se llega a alcanzar la presión de integridad de la formación (FIP), esta presión es un valor que se define solo para asegurarnos que la formación aguanta esa presión, la presión de goteo (LOP) se alcanza cuando la relación entre el incremento de presión y el volumen de fluido bombeado se desvía de su comportamiento lineal. Esto ocurre cuando el fluido empieza a entrar a la formación y comienza a dilatar la roca. Generalmente, una LOT es una prueba que termina inmediatamente después que se alcanza la LOP.

Una XLOT es una versión extendida de una LOT, pero ésta es también similar a una prueba de fracturamiento hidráulico usada para la medición de esfuerzos en la formación. La XLOT, ha sido usada desde 1990 y supera algunas de las limitaciones del procedimiento de la LOT estándar, una XLOT toma aproximadamente 1 hora para llevarse a cabo [19].



Figura 2.5. Relación idealizada entre la presión de bombeo y el tiempo ó volumen del fluido inyectado durante una XLOT.

Durante una XLOT, el bombeo continúa más allá del punto de LOP hasta que la presión tiene un pico, el cual se identifica como la presión de abatimiento de fractura (FBP) [19]. Es ahí cuando se ha creado una fractura nueva en la pared del pozo. El bombeo continua por pocos minutos más ó hasta que se bombee el volumen suficiente de fluido para asegurar la propagación estable de la fractura en la formación. La presión de bombeo entonces se estabiliza en un nivel aproximadamente constante, el cual es llamado presión de propagación de fractura (FPP). El bombeo cesa y la presión de cierre instantánea (ISIP) es definida como el punto donde la presión se decrementa después del cierre, desviándose de la línea recta. El parámetro de presión más importante es la presión de cierre de fractura (FCP) y es determinada por la intersección de dos tangentes, como se muestra en la Figura 2.5. El valor de FCP representa el esfuerzo horizontal mínimo, ya que el esfuerzo en la formación y la presión del fluido remanente en la fractura han alcanzado un equilibrio mecánico.

Para terminar la prueba, la válvula se abre y cierto volumen de fluido retorna a la presa (purga).Para confirmar los valores de presiones obtenidos en la XLOT inicial, se debe de realizar por lo menos otro ciclo de presurización para confirmar que los valores de FCP y

de ISIP son estables. La FCP y la ISIP proveen mejores estimaciones del esfuerzo horizontal mínimo que una LOP, sin embargo la diferencia en los valores de LOP y de ISIP es pequeña, también, la ISIP es visualmente más fácil de determinar que la FCP.

2.3.5. Correlaciones de Breckels y van Eeckelen

Breckels y van Eekelen [20], desarrollaron unas correlaciones que son resultado de analizar los datos de pruebas de goteo y de fracturamiento hidráulico en la Costa del Golfo de EUA, Venezuela y Brunei. Estas correlaciones fueron corregidas por efectos de sobrepresión. Las correlaciones para estimar los esfuerzos horizontales mínimos en función de la profundidad, de la presión de formación normal y anormal son las siguientes:

- Región costera de EUA (2.23) $\sigma_h = 0.197 D^{1.145} + 0.46 (P_p - P_{pn})$ para D < 11,500 pies $\sigma_h = 1.167 D - 4,596 + 0.46 (P_p - P_{pn})$ para D > 11,500 pies;
- Lago de Maracaibo, Venezuela (2.24) $\sigma_h = 0.210D^{1.145} + 0.56(P_p - P_{pn}) \text{ para 5,900 pies} < D < 9,200 \text{ pies};$
- Brunei, Asia (2.25) $\sigma_h = 0.227 D^{1.145} + 0.49 (P_p - P_{pn})$ para D < 10,000 pies;

donde *D* es la profundidad (pies), P_p es la presión de poro (psi) y P_{pn} (psi) es la presión de poro normal en cada una de las regiones.

2.4. Determinación de la magnitud del esfuerzo horizontal máximo, σ_H

El esfuerzo horizontal máximo es el tercer esfuerzo *in situ* que es necesario conocer, ya que sirve como dato de entrada para un análisis de estabilidad del agujero. Varios métodos indirectos se han desarrollado para estimar la magnitud del esfuerzo horizontal máximo. Sin embargo, solo las mediciones en un fracturamiento hidráulico nos proporcionan mediciones directas del esfuerzo horizontal máximo.

2.4.1. Esfuerzo horizontal máximo debido a deformaciones elásticas horizontales

Como se vio en la sección 2.3.1, las regiones tectónicamente activas se asocian con áreas con presencia de fallas, domos salinos, etc. Estos hechos geológicos provocan que el área

no esté relajada y que los esfuerzos horizontales efectivos σ'_h y σ'_H sean diferentes y que produzcan deformaciones horizontales.

Por lo tanto el esfuerzo horizontal máximo total para este tipo de regiones es:

$$\sigma_{H} - P_{p} = \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_{v} - P_{p}) + \frac{E}{1-v^{2}}\varepsilon_{H} + \frac{E}{1-v^{2}}v\varepsilon_{h}$$
$$\sigma_{H} = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_{v} + \left(\frac{1-2v}{1-v}\right)P_{p} + \frac{E}{1-v^{2}}\varepsilon_{H} + \frac{E}{1-v^{2}}v\varepsilon_{h};$$
(2.26)

donde *E* es el módulo de Young, ε_h es la deformación causada por el esfuerzo horizontal mínimo, ε_H es la deformación causada por el esfuerzo horizontal máximo, *v* es Poisson y P_p es la presión de poro.

2.4.2. Relación entre presión de poro y esfuerzos horizontales

Los mecanismos de generación de presión de poro anormal se relacionan con deshidratación de las arcillas, transformación de esmectita a ilita, maduración de las rocas madre, etc. Estos mecanismos muestran una relación de presión de poro-esfuerzos, la cual es diferente en una cuenca sedimentaria relajada que en una región tectónicamente activa.

La relación presión de poro-esfuerzos en un área tectónica considera dos casos, el primero es en un régimen de falla normal donde $\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$ y el segundo en un régimen de falla inversa donde $\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$ [21] En ambos casos, se asume que el bloque de la roca se limita por una falla activa, con un componente tectónico adicional de esfuerzo horizontal resultante de una fricción de falla. También se considera una misma presión en el plano de falla y en la roca intacta, al igual que un esfuerzo vertical constante. Usando la teoría de elasticidad lineal y el criterio de Falla de Mohr Coulomb, la relación entre esfuerzos horizontales y presión de poro durante la movilización de una falla normal e inversa es:

Falla normal $\frac{\sigma_H}{\sigma_h} = \frac{2v}{1-sen\phi} \left(1 - \frac{P_p}{\sigma_h}\right) + \frac{P_p}{\sigma_h}$

Falla inversa $\frac{\sigma_H}{\sigma_h} = \frac{1}{\nu(K_p+1)} \left\{ K_p - \frac{P_p}{\sigma_h} \left[K_p (1-\nu) \right] - \nu \right\};$ (2.27)

donde ϕ es el ángulo de fricción interna, Kp es el coeficiente pasivo de Morh Coulomb, $Kp = (1 + sen\phi)/(1 - sen\phi)$. Se asume una cohesión igual a cero.

Por lo tanto, la magnitud del esfuerzo horizontal máximo se puede obtener mediante el despeje de las ecuaciones 2.27.

2.4.3. Con base en el criterio de falla de Mohr-Coulomb

La teoría de Mohr-Coulomb asume que los esfuerzos normal y corte (cizalla) están relacionados mediante la siguiente ecuación lineal:

$$\tau = S_0 + \mu\sigma; \tag{2.28}$$

donde So es la cohesión del material, y μ es el coeficiente de fricción interna, este último término se escoge por analogía con el deslizamiento ordinario de un cuerpo sobre una superficie.

La forma lineal del criterio de falla de Mohr-Coulomb, es la siguiente:

$$\sigma_1 = 2s_0 \left[\frac{\cos \phi}{1 - sen \phi} \right] + \sigma_3 \left[\frac{1 + sen \phi}{1 - sen \phi} \right], \tag{2.29}$$

el término $2s_0\left[\frac{\cos\phi}{1-\sin\phi}\right]$ representa la resistencia a la compresión uniaxial (*Co*), es decir:

$$C_0 = 2S_0 \frac{\cos\phi}{1-\sin\phi}.$$
(2.30)

Se puede observar que falla de corte definida en la hipótesis de Mohr depende solamente del esfuerzo principal mínimo y máximo, tal como se muestra en la Figura 2.6.

Sustituyendo la ecuación 2.30 en la 2.29, se obtiene:

$$\sigma_1 = C_0 + \sigma_3 \left[\frac{1 + sen\phi}{1 - sen\phi} \right]. \tag{2.31}$$



Figura 2.6. Teoría de Falla Friccional a través de la envolvente de Mohr-Coulomb.

Ahora bien la ecuación 2.29, puede ser escrita en términos del ángulo de falla β ($2\beta = \phi + \frac{\pi}{2}$), de la siguiente forma:

$$\sigma_1 = 2S_0 \left[\frac{\cos\left(2\beta - \frac{\pi}{2}\right)}{1 - \sin\left(2\beta - \frac{\pi}{2}\right)} \right] + \sigma_3 \left[\frac{1 + \sin\left(2\beta - \frac{\pi}{2}\right)}{1 - \sin\left(2\beta - \frac{\pi}{2}\right)} \right]$$

por lo cual;

$$\sigma_{1} = 2S_{0} \left[\frac{\cos(2\beta) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin(2\beta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{1 - sen(2\beta) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(2\beta) \cdot sen(\frac{\pi}{2})} \right] + \sigma_{3} \left[\frac{1 + sen(2\beta) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\beta\right) \cdot sen(\frac{\pi}{2})}{1 - sen(2\beta) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2\beta\right) \cdot sen(\frac{\pi}{2})} \right]$$

finalmente se obtiene:

$$\sigma_1 = 2S_0 \frac{sen2\beta}{1+cos2\beta} + \sigma_3 \frac{1-cos2\beta}{1+cos2\beta},\tag{2.32}$$

$$\sigma_1 = 2S_0 tan\beta + \sigma_3 tan^2\beta; \tag{2.33}$$

donde $tan\beta = (\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu$ y $\mu = tan\phi$.

Si consideramos que la cohesión es nula ($S_0 \approx 0$) en la ecuación 2.33, se tiene:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2, \tag{2.34}$$

simplificando la ecuación anterior y expresándola en esfuerzos efectivos:

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2.$$
(2.35)

Por lo tanto, se puede observar que la relación del esfuerzo principal efectivo mínimo con el esfuerzo principal efectivo máximo solo está en función del coeficiente de fricción interna (μ):

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = f(\mu). \tag{2.36}$$

Finalmente, la teoría de falla de equilibrio friccional es:

$$\frac{\sigma_1 - P_p}{\sigma_3 - P_p} = \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2.$$
(2.37)

Haciendo uso de la clasificación de fallas de Anderson, la expresión anterior define los límites de las magnitudes de los esfuerzos totales, es decir, solo define el esfuerzo principal total máximo y mínimo que dependen del tipo de régimen de falla. Un aspecto implícito en la teoría de Anderson [13] es que las magnitudes de los tres esfuerzos principales en cualquier profundidad están limitadas por la resistencia de la corteza terrestre. Un límite superior para las magnitudes de los esfuerzos podría ser la resistencia a la compresión de la roca. De hecho, un límite superior más realista de las magnitudes de los esfuerzos principales in situ es la resistencia friccional de la roca previamente fallada, ya que esencialmente todas las rocas contienen fracturas y fallas preexistentes.

A continuación se muestra la ecuación 2.37 para cada uno de los regímenes:

Falla normal ($\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$):

$$\frac{\sigma_{\nu} - P_p}{\sigma_h - P_p} = \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2.$$
(2.38)

Falla transcurrente o de deslizamiento ($\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$):

$$\frac{\sigma_H - P_p}{\sigma_h - P_p} = \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2.$$
(2.39)

Falla inversa ($\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$):

$$\frac{\sigma_H - P_p}{\sigma_v - P_p} = \left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]^2.$$
(2.40)

Se puede observar que en la falla normal el esfuerzo horizontal máximo (σ_H) es el esfuerzo intermedio y por lo tanto la Teoría de Mohr Coulomb no lo toma en cuenta, así que mediante está teoría y la clasificación de fallas de Anderson solo se puede definir el esfuerzo horizontal total máximo para fallas inversas y de deslizamiento.

2.4.4. Pruebas de fracturamiento hidráulico

El método de obtención de esfuerzos por medio fracturamiento hidráulico se aplica usualmente a pozos verticales. Si se asume que el pozo es perforado verticalmente a lo largo de una dirección principal de esfuerzo, la concentración de esfuerzos alrededor de un agujero circular elástico está dada por:

$$\sigma_{r} = P_{w}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{H} + \sigma_{h} - 2(\sigma_{H} - \sigma_{h})\cos 2\theta - P_{w}.$$
(2.41)

$$\sigma_{z} = \sigma_{v} - 2v(\sigma_{H} - \sigma_{h})\cos 2\theta$$

Revisando las expresiones anteriores se muestra que el esfuerzo tangencial y el esfuerzo axial tienen valores mínimos en $\theta = 0^{\circ}$. Así que, el esfuerzo tangencial mínimo y axial mínimo son:

$$\sigma_{\theta} = 3\sigma_h - \sigma_H - P_w. \tag{2.42}$$

$$\sigma_z = \sigma_v - 2\nu(\sigma_H - \sigma_h). \tag{2.43}$$

Teóricamente, en las ecuaciones 2.42 y 2.43, σ_{θ} o σ_z podrían estar en tensión y entonces, ocurrir un fractura hidráulica en el plano horizontal o vertical. Sin embargo, si se considera que un amplio rango de esfuerzos *in situ* en campos petroleros son compresivos. Entonces,

el valor mínimo posible de σ_z ocurrirá cuando σ_H/σ_h y σ_H/σ_h sean igual a 2 y 1.5 respectivamente. En este caso, el esfuerzo axial será:

$$\sigma_z = \sigma_v (1 - 3v). \tag{2.44}$$

Sin embargo, bajo condiciones de campo, el esfuerzo axial es compresivo en la pared del agujero, y el esfuerzo tangencial es solamente un esfuerzo de tensión que origina fractura hidráulica vertical. Esta conclusión es consistente con resultados de campo y laboratorio en los cuales la fractura hidráulica inicial es normalmente vertical.

Hubbert y Willis [8] establecieron que las fracturas verticales se propagan perpendicularmente a la orientación del esfuerzo horizontal mínimo. Sin embargo, σ h se asume que es igual a *FCP* (Presión de cierre de fractura) y tiene una dirección perpendicular al plano de la fractura; entonces la dirección de $\sigma_{\rm H}$ es ortogonal a σ h.

Considerando que la presión hidrostática en el agujero es igual a la presión de abatimiento de la fractura, Pw=FBP, e implementando el criterio de falla por tensión, $\sigma_{\theta} = -T_o$, en la ecuación 2.42 el esfuerzo horizontal máximo está dado por:

$$\sigma_H = T_o + 3\sigma_h - FBP; \tag{2.45}$$

donde T_o es la resistencia a la tensión de la roca y FBP es la presión de abatimiento o ruptura de la fractura..

Si se considera la aplicación del esfuerzo efectivo de Terzaghi, el esfuerzo horizontal máximo se determina por:

$$(\sigma_H - P_p) = T_o + 3(\sigma_h - P_p) - (FBP - P_p),$$
 (2.46)

esto puede simplificarse y reescribirse como:

$$\sigma_H = T_o + 3\sigma_h - FBP - P_p. \tag{2.47}$$

Con la ecuación 2.47 se asume que la pared del agujero es impermeable, que la formación es continua, homogénea, isotrópica y linealmente elástica.

2.5. Esfuerzos en la Tierra después de perforar un pozo

Cuando un pozo se perfora, los esfuerzos en la vecindad del agujero se redistribuyen, y el soporte que originalmente ofrecían las rocas ya perforadas se reemplaza por la presión hidrostática ejercida por el lodo de perforación (P_w).

Los esfuerzos redistribuidos son el esfuerzo tangencial, σ_{θ} , el cual actúa circunferencialmente alrededor de la pared del agujero, el esfuerzo radial, σ_r , y el esfuerzo axial, σ_z , el cual actúa paralelamente al eje del agujero. En pozos desviados se genera un esfuerzo cortante adicional, $\tau_{\theta z}$, como se muestra en la Figura 2.7.

Para el desarrollo de este análisis se toman en cuenta dos aspectos importantes: el pozo es desviado y el esfuerzo horizontal es anisotrópico (es decir, el esfuerzo horizontal no es el mismo en todas las direcciones). Se asume que los esfuerzos principales en la formación virgen son: σ_v esfuerzo vertical, σ_H esfuerzo horizontal máximo, y σ_h esfuerzo horizontal mínimo. Se orienta un sistema coordenado (x', y', z'), de tal forma que x' sea paralelo a σ_H , y' sea paralelo a σ_h , y z' sea paralelo a σ_v , como se muestra en la Figura 2.8. Es conveniente describir los esfuerzos en la vecindad del pozo en un sistema coordenado (x,y,z) donde el eje x es horizontal, el eje y es paralelo a la dirección radial y el eje z es paralelo al pozo [12, 22, 23].



Figura 2.7. Estado de esfuerzos en la pared de un agujero desviado.



Figura 2.8. Sistema coordenado.

Para obtener la transformación de (x', y', z') a (x,y,z) se hacen dos operaciones: 1) una rotación del ángulo *a* alrededor del eje *z*', y 2) una rotación del ángulo *i* alrededor del eje *x*. El ángulo *i* representa la inclinación del pozo con respecto a la vertical y el ángulo *a* representa el acimut. La transformación puede describirse por medio de los cosenos directores:

 $l_{xx'}$, $l_{xy'}$, l_{xz} = cosenos directores de los ángulos existentes entre el eje x y los ejes x', y' y z', respectivamente.

 $l_{yx'}$, $l_{yy'}$, $l_{yz'}$ = cosenos directores de los ángulos existentes entre el eje y y los ejes x', y' y z', respectivamente.

 $l_{zx'}$, $l_{zy'}$, $l_{zz'}$ = cosenos directores de los ángulos existentes entre el eje z y los ejes x', y' y z', respectivamente.

Los cosenos directores se relacionan con los ángulos a e i mediante las siguientes expresiones:

$I_{xx'} = cosa \cdot cosi$	$I_{yx'} = -sena$	$I_{zx'} = cosa \cdot seni$	
$I_{xy'} = sena \cdot cosi$	$I_{yy'} = cosa$	$I_{zy'} = sena \cdot seni.$	(2.48)
$I_{xz'} = -seni$	$I_{yz'}=0$	$I_{zz'} = cosi$	

Expresados en el sistema (x, y, z), los esfuerzos de la formación σ_{H} , σ_{h} , σ_{v} , se transforman en:

$$\sigma_{x} = I_{xx'}I_{xx'}\sigma_{H} + I_{xy'}I_{xy'}\sigma_{h} + I_{xz'}I_{xz'}\sigma_{v}$$

$$\sigma_{x} = \cos^{2}\mathfrak{a} \cdot \cos^{2}i\sigma_{H} + \sin^{2}\mathfrak{a} \cdot \cos^{2}i\sigma_{h} + \sin^{2}i\sigma_{v}.$$

$$\sigma_{y} = I_{yx'}I_{yx'}\sigma_{H} + I_{yy'}I_{yy'}\sigma_{h} + I_{yz'}I_{yz'}\sigma_{v}$$

$$\sigma_{y} = sen^{2}a\sigma_{H} + cos^{2}a\sigma_{h} + 0\sigma_{v}.$$

$$\sigma_{zz} = I_{zx}I_{zx}\sigma_{H} + I_{zy}I_{zy}\sigma_{h} + I_{zz}I_{zz}\sigma_{v}$$

$$\sigma_{zz} = \cos^{2}\mathfrak{a} \cdot \operatorname{sen}^{2}i\sigma_{H} + \operatorname{sen}^{2}\mathfrak{a} \cdot \operatorname{sen}^{2}i\sigma_{h} + \cos^{2}i\sigma_{v}.$$

$$\tau_{xy} = I_{xx}I_{yx}\sigma_{H} + I_{xy}I_{yy}\sigma_{h} + I_{xz}I_{yz}\sigma_{v}$$

$$\tau_{xy} = (\cos a \cdot \cos i)(-\sin a)\sigma_{H} + (\sin a \cdot \cos i)(\cos a)\sigma_{h} + (-\sin i)(0)\sigma_{v}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{2}\sigma_{H}sen2acosi + \frac{1}{2}\sigma_{h}sen2acosi.$$

$$\tau_{xz} = I_{zx'}I_{xx'}\sigma_{H} + I_{zy'}I_{xy'}\sigma_{h} + I_{zz'}I_{xz'}\sigma_{v}$$

$$\tau_{xz} = (\cos \alpha \cdot seni)(\cos \alpha \cdot \cos i)\sigma_{H} + (sen\alpha \cdot \cos i)(sen\alpha \cdot seni)\sigma_{h} + (\cos i)(-seni)\sigma_{v}$$

$$\tau_{xz} = \frac{1}{2}\sigma_{H}sen2i \cdot \cos^{2}\alpha + \frac{1}{2}\sigma_{h}sen2i \cdot sen^{2}\alpha - \frac{1}{2}\sigma_{v}sen2i.$$

$$\tau_{yz} = I_{yx'}I_{zx'}\sigma_{H} + I_{yy'}I_{zy'}\sigma_{h} + I_{yz'}I_{zz'}\sigma_{v}$$

$$\tau_{yz} = (-sena)(cosa \cdot seni)\sigma_{H} + (cosa)(sena \cdot cosi)\sigma_{h} + (0)(cosi)\sigma_{v}$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{2}\sigma_{H}sen2aseni + \frac{1}{2}\sigma_{h}sen2aseni.$$

Las ecuaciones anteriores nos llevan a la matriz que transforma los esfuerzos in situ al sistema coordenado del agujero:

σ_x		$\int \cos^2 \alpha \cos^2 i$	$sen^2 \alpha \cos^2 i$	sen ² <i>i</i>	
σ_{y}		sen ² a	$\cos^2 \alpha$	0	
σ_{zz}		$\cos^2 \alpha \mathrm{sen}^2 i$	$sen^2 \alpha sen^2 i$	$\cos^2 i$	$\sigma_{\rm H}$
τ_{xy}	=	$-1/2 \operatorname{sen}(2\alpha) \cos i$	$1/2 \operatorname{sen}(2\alpha) \cos i$	0	$\cdot \sigma_h$
τ_{xz}		$1/2\cos^2 \alpha \operatorname{sen}(2i)$	$1/2 \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{sen}(2i)$	-1/2sen(2i)	σν
$ au_{yz}$		-1/2sen(2α)sen <i>i</i>	$1/2sen(2\alpha)seni$	0	
、ノ		\sim			

Una derivación de la solución de los esfuerzos en la pared del agujero se puede encontrar en el libro de "Fundamentals of Rock Mechanics", Jaeger y Cook [24]. La solución general elástica lineal completa de los esfuerzos alrededor de un agujero está representada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{split} \sigma_{r} &= \left(\frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2}\right) \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) + \left(\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) cos2\theta \\ &+ \tau_{xy} \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) sen2\theta + P_{w} \frac{R^{2}}{r^{2}} \\ \sigma_{\theta} &= \left(\frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2}\right) \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) - \left(\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) cos2\theta - \tau_{xy} \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) sen2\theta \\ &- P_{w} \frac{R^{2}}{r^{2}} \\ \sigma_{z} &= \sigma_{zz} - v \left[2(\sigma_{x} - \sigma_{y})\frac{R^{2}}{r^{2}}cos2\theta + 4\tau_{xy}\frac{R^{2}}{r^{2}}sen2\theta\right]; \end{split}$$
(2.49)
$$\tau_{r\theta} &= \left(\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2}\right) \left(1 - 3\frac{R^{4}}{r^{4}} + 2\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) sen2\theta + \tau_{xy} \left(1 - 3\frac{R^{4}}{r^{4}} + 2\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) cos2\theta \\ \tau_{\theta z} &= \left(-\tau_{xz}sen\theta + \tau_{yz}cos\theta\right) \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \\ \tau_{rz} &= \left(\tau_{xz}cos\theta + \tau_{yz}sen\theta\right) \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \end{split}$$
donde: a es el ángulo de acimut, *i* es el ángulo de inclinación del pozo con respecto a la vertical, θ es el ángulo entre un punto de la circunferencia del agujero y la dirección del esfuerzo horizontal máximo, P_w es la presión hidrostática ejercida por el fluido de control, R es el radio del pozo y r es la distancia radial deseada para el cálculo de los esfuerzos. Estas ecuaciones definen los valores de los esfuerzos en la vecindad del agujero (σ_r , σ_{θ} , σ_z , $\tau_{r\theta}$, $\tau_{\theta z}$, τ_{rz}) como una función de la distancia (r), de los esfuerzos in situ (σ_v , σ_H , σ_h), y de la posición angular de interés con respecto al esfuerzo horizontal máximo (θ).

En el caso de un pozo vertical que se encuentra en un campo de esfuerzos anisotrópicos $(\sigma_H \neq \sigma_h)$, en donde la inclinación es nula $(i=0^\circ)$ y el acimut igual a cero $(a=0^\circ)$; el problema se reduce porque los esfuerzos de corte son nulos y los esfuerzos normales se convierten en esfuerzos principales, obteniendo la siguiente simplificación del conjunto de ecuaciones (2.49):

$$\sigma_{r} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) + \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \cos 2\theta + P_{w} \frac{R^{2}}{r^{2}}$$

$$\sigma_{\theta} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) - \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) \cos 2\theta - P_{w} \frac{R^{2}}{r^{2}}.$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{v} - v \left[2(\sigma_{H} - \sigma_{h})\frac{R^{2}}{r^{2}}\cos 2\theta\right]$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{rz} = 0$$

$$(2.50)$$

Si se considera el cálculo en la pared del mismo pozo, en donde R=r y R/r=1. Las expresiones (2.49) resultan ser:

$$\sigma_{r} = P_{w}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{H} + \sigma_{h} - 2(\sigma_{H} - \sigma_{h})\cos 2\theta - P_{w}.$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{v}$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{rz} = 0$$
(2.51)

Se puede observar que el esfuerzo radial depende solamente de la densidad del fluido de control, mientras que el esfuerzo tangencial depende de la posición acimutal alrededor de la pared del pozo (θ) así como de la densidad del fluido de control.

Ahora, si se considera el cálculo en una distancia lejana de la pared del pozo, en donde $r \rightarrow \infty y R/r \rightarrow 0$. El juego de ecuaciones (2.49), resultan ser:

$$\sigma_{r} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \cos 2\theta,$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{v}$$
(2.52)

si $\theta = 0$, entonces $\cos(2\theta) = 1$, así que:

$$\sigma_r = \sigma_H$$

 $\sigma_{ heta} = \sigma_h$
 $\sigma_z = \sigma_v.$

La Figura 2.9 muestra como los esfuerzos (σ_r , σ_θ , σ_z) varían con la distancia, los esfuerzos en la pared del agujero disminuyen rápidamente hasta que a cierta distancia radial se convierten en esfuerzos in situ, esto tiene sentido porque lejos del pozo perforado el estado de esfuerzos de la roca no se ha perturbado. Por lo tanto σ_r converge a σ_h , σ_θ converge a σ_H y σ_z converge a σ_v , siempre y cuando $\theta=0^\circ$.



Figura 2.9. Variación de los esfuerzos en la vecindad del pozo en función de la distancia.

CAPÍTULO III

CRITERIOS DE FALLA DE LA ROCA

3.1. Criterios de falla

Dependiendo de la resistencia de la roca, magnitud y dirección de los esfuerzos *in-situ*, puede existir una gran diferencia entre los esfuerzos *in situ* y los esfuerzos en la pared del agujero cuando se está perforando un pozo. Si esta diferencia excede el criterio de falla de la roca, la roca fallará. A esta condición se le llama criterio de falla del agujero, y representa las condiciones límite en las cuales ocurre la falla. Este estado de esfuerzos puede conducir a pozos estables o inestables.



Figura 3.1. Fallas por compresión y por tensión.

Basándose en los mecanismos de falla, la inestabilidad mecánica consiste de dos tipos de fallas:

a) Fallas por compresión. Este tipo de falla se caracteriza por un comportamiento de derrumbe o cierre del agujero en formaciones plásticas, ó también de deleznamiento en las formaciones frágiles como se muestra en la Figura 3.1.

 b) Fallas por tensión. Una falla de este tipo ocurre cuando el esfuerzo creado por el lodo de perforación excede la resistencia a la tensión de la formación como se muestra en la Figura 3.1.

Por lo tanto, el criterio de falla es uno de los elementos necesarios para poder realizar un análisis de estabilidad. Una vez que se han determinado los esfuerzos alrededor del agujero es necesario compararlos con la resistencia de la formación. En los puntos donde el estado de esfuerzos exceda la resistencia de la formación (ya sea por tensión o por compresión) es donde se considera que inicia la falla.

3.1.1. Criterios de falla por compresión

Por muchos años, se han propuesto diferentes criterios de falla para describir la resistencia de la roca bajo diferentes condiciones de esfuerzos basadas en diferentes tipos de pruebas de laboratorio como se muestra en la Figura 3.2 [25]. Algunas de estas pruebas son:

- Pruebas de compresión uniaxial ($S_1 > 0$, $S_2 = S_3 = 0$), en estas pruebas solamente se comprime uniaxialmente la muestra hasta que ésta falle en un valor definido como *UCS* ó *Co* (Resistencia a la compresión uniaxial).
- Pruebas de compresión triaxial $(S_1 > S_2 = S_3 = S_o)$, es la manera más común de medir la resistencia de las rocas bajo condiciones que presuntamente simulan a aquéllas que se dan en las rocas a cierta profundidad. Tales pruebas son llamadas triaxiales, aunque solo existan dos esfuerzos de interés diferentes: la presión de confinamiento S_o y la diferencia de esfuerzos S_1 - S_2 . La presión de confinamiento se mantiene constante mientras se le aplica una carga (S_1) a la muestra.
- Pruebas poliaxiales ($S_1 > S_2 > S_3$), son pruebas en donde los tres esfuerzos principales son diferentes. Estas pruebas raramente se llevan a cabo debido que los aparatos son complicados y difícil de usar, además no es posible incluir los efectos de presión de poro.



Figura 3.2. Tipos de pruebas más comunes en mecánica de rocas.

En este apartado, se consideran cinco criterios diferentes de falla que describen el valor del esfuerzo máximo, σ_1 , en el punto de la falla de la roca como una función de los otros dos esfuerzos principales, σ_2 y σ_3 . Los criterios de Mohr Coulomb y Hoek Brown ignoran la influencia del esfuerzo principal intermedio, σ_2 , por lo tanto se puede decir que estos criterios se derivan de pruebas triaxiales convencionales [25]. Los criterios de Lade modificado, Drucker Prager Inscrito y Drucker Prager Circunscrito consideran la influencia del esfuerzo principal intermedio σ_2 en pruebas de resistencia poliaxial.

Criterio de Mohr-Coulomb

La teoría de Mohr-Coulomb asume que los esfuerzos normal y de corte están relacionados mediante la siguiente ecuación lineal [12]:

$$\tau = S_0 + \mu\sigma; \tag{3.1}$$

donde S_0 es la cohesión de la roca, y μ es el coeficiente de fricción interna, este último término se escoge por analogía con el deslizamiento ordinario de un cuerpo sobre una

superficie. Cabe mencionar que S_0 y μ , son parámetros que describen como varía la resistencia del material con respecto a las condiciones de esfuerzo a las cuales está sometido.



Figura 3.3. Criterio de Mohr-Coulomb en el espacio $\tau - \sigma$ con una envolvente de falla lineal.

La Figura 3.3 muestra el ángulo 2β , el cual proporciona la posición del punto de coincidencia del círculo de Mohr y la línea de falla. Los esfuerzos de corte y normal en el punto de contacto son:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \operatorname{sen} 2\beta, \tag{3.2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\beta;$$
(3.3)

donde σ_1 es el esfuerzo principal máximo, σ_3 es el esfuerzo principal mínimo y β es el ángulo de falla.

El ángulo de fricción interna ϕ , se relaciona con el coeficiente de fricción interna μ mediante la siguiente ecuación:

$$\tan \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\mu},\tag{3.4}$$

y los ángulos β y ϕ están relacionados por medio de:

$$\phi + \frac{\pi}{2} = 2\beta. \tag{3.5}$$

La máxima variación permisible de ϕ es de 0° a 90° (en la práctica este valor es aproximadamente igual a 30°), es claro que β variará entre los 45 y los 90°. Otro punto importante es que β es proporcionado solamente por ϕ , de tal manera que la orientación del plano de falla es independiente del esfuerzo confinante.

Sustituyendo las ecuaciones 3.2 y 3.3 en la ecuación 3.1, resulta:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)sen2\beta = S_0 + \mu \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\right]cos2\beta,$$
(3.6)

reemplazando β y μ , se obtiene:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos\phi = S_0 + \frac{1}{2}\tan\phi (\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}tan\phi sen\phi(\sigma_1 - \sigma_3),$$
(3.7)

multiplicando por $2cos\phi$ y rearreglando:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)(\cos^2\phi + \sin^2\phi) = 2S_0\cos\phi + (\sigma_1 + \sigma_3)sen\phi, \tag{3.8}$$

$$\sigma_1(1 - sen\phi) = 2S_0 cos\phi + \sigma_3(1 + sen\phi), \tag{3.9}$$

$$\sigma_1 = 2s_0 \left[\frac{\cos \phi}{1 - sen\phi} \right] + \sigma_3 \left[\frac{1 + sen\phi}{1 - sen\phi} \right]. \tag{3.10}$$

Finalmente, la ecuación 3.10, podría escribirse en términos del ángulo de falla β de la siguiente manera:

$$\sigma_1 = 2S_0 tan\beta + \sigma_3 tan^2\beta \qquad \qquad 6 \qquad \sigma_1 = C_0 + \sigma_3 tan^2\beta; \qquad (3.11)$$

donde C_o es la resistencia a la compresión uniaxial y es igual a $2S_o tan\beta$.

Como se puede observar en la Figura 3.4, el criterio de falla visto en el espacio de esfuerzos principales, tiene una superficie de falla igual a una pirámide hexagonal. La intersección de

la superficie con el plano π forma un hexágono. El plano π es perpendicular a la línea recta $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (eje hidrostático).



Figura 3.4. Proyección de criterios de falla en el espacio de esfuerzos principales.

El criterio de Mohr-Coulomb tiene la desventaja de que el análisis requiere del conocimiento previo de cuál de los tres esfuerzos principales son el máximo y el mínimo

Criterio de Hoek-Brown

Este criterio usa la resistencia a la compresión uniaxial de una roca intacta como un parámetro, e introduce dos parámetros de resistencia adimensionales, m y s [25]. Después de estudiar un amplio rango de datos experimentales, se propuso que el máximo esfuerzo principal en el punto de falla está dado por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + C_o \sqrt{m \frac{\sigma_3}{c_o} + s}; \tag{3.12}$$

donde m y s son constantes que dependen de las propiedades de la roca y C_o es la resistencia a la compresión uniaxial.

La envolvente de falla de este criterio es de tipo parabólica parecida a la envolvente curva de Mohr Coulomb. El criterio de Hoek-Brown fue originalmente desarrollado para estimar la resistencia de una masa de roca para diseños de excavación. De acuerdo a Hoek y Brown (1997), m depende del tipo de roca y s depende de las características de la masa de roca. Para rocas intactas, *s* es igual a uno y para un espécimen completamente granulado, *s* es igual a cero. Los valores de m pueden ser:

- 5<*m*<8: rocas carbonatadas con cristales bien desarrollados (dolomita, caliza, mármol).
- 4<*m*<10: rocas arcillosas litificadas (caliza, lutitas).
- 15<*m*<24: rocas arenosas con cristales fuertes (arenas, cuarcita).
- 16<*m*<19: rocas ígneas cristalinas de grano fino con poliminerales (andesita, dolerita, riolita).
- 22<*m*<33: rocas ígneas con poliminerales y rocas metamórficas (norita, diorita, gabro).

La Figura 3.5 muestra que la intersección de la superficie de falla de Hoek- Brown con el plano π es aproximadamente un hexágono. Los lados del cono de falla de Hoek- Brown no son planos, como es en el caso del criterio de Mohr Coulomb, pero en el ejemplo mostrado, la curvatura es tan pequeña que los lados del cono parecen ser rectos.

Una desventaja práctica del criterio de Hoek- Brown es que las correlaciones entre los valores de m y los registros geofísicos aún no están publicados, además de que no existe alguna relación entre m y el ángulo de fricción interna [25].



Figura 3.5. Envolventes de diferentes criterios de falla proyectadas en el plano π .

Criterio de Drucker-Prager

El criterio extendido de von Mises o también conocido como criterio de Drucker-Prager, fue originalmente desarrollado para mecánica de suelos [25]. El criterio de von Mises es el siguiente:

$$J_2 = k^2;$$
 (3.13)

donde *k* es una constante empírica. En la Figura 3.5 se puede observar que la superficie de falla del criterio de von Mises modificado en el espacio de esfuerzos principales es un cono circular igualmente inclinado al eje hidrostático en donde $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. La intersección de la superficie de falla con el plano π es un círculo. La función que utilizaron Drucker y Prager para describir el cono mediante la aplicación del teorema de que los suelos son perfectamente plásticos tiene la siguiente forma:

$$J_2^{\frac{1}{2}} = k + \alpha J_1; \tag{3.14}$$

donde α y k son propiedades del material, α se relaciona con la fricción interna y k con la cohesión del material. De esta manera el criterio de Drucker-Prager se puede comparar con el criterio de Mohr-Coulomb. Cuando α es igual a cero, la ecuación 3.14 se reduce al criterio de von Mises el cual está representado por la ecuación 3.13.

El criterio de Drucker-Prager se divide en un criterio de frontera externa (ó criterio de Drucker-Prager circunscrito) y en un criterio de frontera interna (ó criterio de Drucker-Prager inscrito). Estas dos versiones, se deben a la comparación del criterio de Drucker-Prager con respecto al criterio de Mohr-Coulomb. En la Figura 3.5, los dos criterios de Drucker-Prager se grafican en el plano π , el círculo del criterio de Drucker-Prager inscrito solo toca la parte interna del hexágono del criterio de Mohr Coulomb, mientras que el círculo del criterio de Drucker-Prager circunscrito coincide con los ápices externos del hexágono de Mohr –Coulomb [25].

El criterio de Drucker-Prager inscrito se obtiene cuando:

$$\alpha = \frac{3sen\phi}{\sqrt{9+3sen^2\phi}},\tag{3.15}$$

$$k = \frac{3C_o \cos\phi}{2\sqrt{q}\sqrt{9+3\sin^2\phi}}.$$
(3.16)

Para obtener q, se pueden utilizar las siguientes ecuaciones:

$$q = tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}), \quad q = tan^2\beta, \quad q = \left[(\mu^2 + 1)^{1/2} + \mu\right]^2;$$
 (3.17)

donde ϕ es el ángulo de fricción interna, C_o es la resistencia a la compresión uniaxial, β es el ángulo de falla y μ es el coeficiente de fricción interna.

El criterio de Drucker-Prager circunscrito se obtiene cuando:

$$\alpha = \frac{6sen\phi}{\sqrt{3}(3-sen\phi)} \qquad \qquad 6 \qquad \alpha = \frac{2\sqrt{3}sen\phi}{3-sen\phi}, \tag{3.18}$$

$$k = \frac{\sqrt{3}c_o \cos\phi}{\sqrt{q}(3-\sin\phi)} \qquad \qquad 6 \qquad k = \frac{2\sqrt{3}s_o \cos\phi}{3-\sin\phi}. \tag{3.19}$$

Criterio de Lade Modificado

El criterio de Lade Modificado es un criterio tridimensional de falla de la roca y es la modificación realizada por R.T. Ewy [23] al criterio originalmente desarrollado por Lade (1977), este criterio tiene las siguientes dos cualidades:

- Describe la influencia del esfuerzo intermedio principal sobre la resistencia de la roca.
- Se requieren solo dos parámetros de resistencia de la roca (la cohesión, So y el ángulo de fricción, ϕ).

El criterio original de Lade fue desarrollado para materiales sin una cohesión efectiva (como suelos granulares) y está dado por:

$$(I_1^3/I_3 - 27)(I_1/P_a)^{m'} = \eta_1; (3.20)$$

donde:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \tag{3.21}$$

у

$$I_3 = (\sigma_1)(\sigma_2)(\sigma_3).$$
 (3.22)

 σ_1 , σ_2 y σ_3 son los tres esfuerzos principales, I_1 y I_3 son el primero y tercer invariante del tensor de esfuerzos y P_a es la presión atmosférica. Los parámetros η_1 y m' son constantes del material.

En el criterio de Lade modificado *m*' se igualó a cero para obtener un criterio que fuera capaz de predecir un incremento de resistencia de corte lineal con un incremento de esfuerzo promedio, $I_1/3$. Para considerar materiales con cohesión, Ewy (1999) incluyó la presión de poro como un parámetro necesario e introdujo los parámetros S_1 y η como constantes del material. El parámetro S_1 se relaciona con la cohesión de la roca y η representa la fricción interna.

Realizando estos cambios, y redefiniendo los esfuerzos invariantes I_1'' y I_3'' , se obtiene el siguiente criterio de Lade modificado:

$$(I_1^{"})^3/I_3^{"} = 27 + \eta; \tag{3.23}$$

donde:

$$I_{1}^{"} = (\sigma_{1} + S_{1} - P_{p}) + (\sigma_{2} + S_{1} - P_{p}) + (\sigma_{3} + S_{1} - P_{p}),$$
(3.24)

$$I_{3}^{"} = (\sigma_{1} + S_{1} - P_{p})(\sigma_{2} + S_{1} - P_{p})(\sigma_{3} + S_{1} - P_{p}).$$
(3.25)

 S_1 y η son constantes del material, y P_p es la presión de poro. S_1 y η son directamente derivados de la cohesión S_0 y del ángulo de fricción η , esto hace que el criterio sea fácil de usar y potencialmente más descriptivo al considerarlo en un análisis de estabilidad del agujero. S_1 y η se obtienen mediante:

$$S_1 = S_0 / tan\phi, \tag{3.26}$$

$$\eta = 4tan^2\phi(9 - 7sen\phi)/(1 - sen\phi); \qquad (3.27)$$

donde S_0 y η se determinan de pruebas de compresión triaxial.

3.1.2. Criterio de falla por tensión

La falla por tensión ocurre cuando el esfuerzo impuesto por el lodo de perforación excede la resistencia a la tensión de la formación. Una densidad excesiva del lodo de perforación crea una fractura hidráulica teniendo como resultado pérdidas de circulación y deformación de la matriz. Por lo tanto, esta falla es el límite superior de la densidad del lodo para una perforación segura.

La falla por tensión comúnmente ocurre cuando el esfuerzo principal mínimo efectivo excede la resistencia a la tensión de la roca. Matemáticamente este criterio se puede expresar como sigue:

$$\sigma_3 - P_p \le T_o; \tag{3.28}$$

donde T_o es la resistencia a la tensión de la roca, σ_3 es el esfuerzo principal mínimo y P_p es la presión de poro.

3.2. Geometría de las fallas en la pared del agujero por compresión

Asumiendo que el comportamiento de las formaciones que se perforan es elástico lineal, la mayor diferencia de esfuerzos ocurrirá en la pared del agujero; por lo tanto, se espera que la falla de la roca inicie en la pared del agujero. Como se mencionó en el capítulo anterior los tres esfuerzos en la pared del agujero son: esfuerzo radial (σ_r), esfuerzo tangencial (σ_{σ}) y esfuerzo axial (σ_z), las tres magnitudes de los esfuerzos se pueden ordenar en 6 maneras diferentes:

- a) $\sigma_z > \sigma_\vartheta > \sigma_r$
- b) $\sigma_{\vartheta} > \sigma_z > \sigma_r$
- c) $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\vartheta$
- d) $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\vartheta$
- $e) \quad \sigma_r > \sigma_\vartheta > \sigma_z$
- f) $\sigma_{\vartheta} > \sigma_r > \sigma_z$

en cada uno de los escenarios anteriores existe un esfuerzo máximo y uno mínimo. Por ejemplo en el inciso a), el esfuerzo máximo es σ_z y el esfuerzo mínimo es σ_r . La diferencia entre estos dos esfuerzos gobernará la magnitud del esfuerzo de corte. Si el esfuerzo de corte es lo suficientemente mayor para satisfacer la condición de falla, entonces la roca fallará en la pared del agujero [26]. Los escenarios más comunes son las condiciones a), b) y c). En la Tabla 3.1 se describen cada una de las geometrías de las fallas de corte.

Tabla 3.1. Tipo de fallas por compresión.						
Tipo de falla	Geometría y orientación	Figura				
Shear failure shallow knockout (ssko) σ _z >σ _θ >σ _r	La falla ocurrirá en el plano radial/axial debido a que los esfuerzos máximo (σ_z) y mínimo (σ_r) están orientados en este plano (un plano vertical). La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo horizontal mínimo.					

Shear failure wide breakout (swbo) σ _θ >σ _z >σ _r	La falla ocurrirá en el plano radial/tangencial debido a que los esfuerzos máximo (σ_{ϑ}) y el mínimo (σ_r) están orientados en este plano (un plano horizontal). Esta falla cubre un amplio arco, de 30 a 90°. La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo horizontal mínimo.	
Shear failure high- angle echelon (shae) σ _z >σ _r >σ _θ	La falla ocurrirá en el plano axial/tangencial debido a que los esfuerzos máximo (σ_z) y el mínimo (σ_ϑ) están orientados en este arco (el arco de la pared del pozo). La falla forma fracturas de alto ángulo y cubre más de un cuarto de la circunferencia del agujero. La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo horizontal máximo.	
Shear failure narrow breakout (snbo) σ _r >σ _z >σ _θ	La falla ocurrirá en el plano radial/tangencial debido a que los esfuerzos máximo (σ_r) y el mínimo (σ_{ϑ}) están orientados en este plano (un plano horizontal). Esta falla cubre un arco menor a 30°. La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo horizontal máximo.	Ge
Shear failure deep knockout (sdko) σ _r >σ _θ >σ _z	La falla ocurrirá en el plano radial/axial debido a que los esfuerzos máximo (σ_r) y el mínimo (σ_z) están orientados en este plano (un plano vertical). La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo horizontal máximo.	

Shear failure low- angle echelon (slae) σ _r >σ _θ >σ _z	La falla ocurrirá en el plano axial/tangencial debido a que los esfuerzos máximo (σ_z) y el mínimo (σ_ϑ) están orientados en este arco (el arco de la pared del pozo). La falla forma fracturas de	
	La falla forma fracturas de bajo ángulo. La orientación de esta falla siempre será en dirección del esfuerzo	
	horizontal minimo.	r

3.3. Geometría de las fallas en la pared del agujero por tensión

Cuando una formación está sometida a esfuerzos por tensión, los granos que constituyen la roca se separan en la dirección en la cual se está ejerciendo la tensión [26]. Existen tres esfuerzos por tensión que pueden exceder la resistencia a la tensión de la formación:

- a) Esfuerzo radial, σ_r
- b) Esfuerzo axial, σ_z
- c) Esfuerzo tangencial, σ_{ϑ}

La resistencia a la tensión (T_o) de la formación usualmente es menor al 10% de la resistencia a la compresión uniaxial (C_o). En la Tabla 3.2 se muestran los tres tipos de falla por tensión, así como su geometría y orientación.

Tabla 3.2. Tipo de fallas por tensión.						
Tipo de falla	Geometría y orientación	Figura				
Falla por tensión cilíndrica (tcyl) σr≤ -T₀	Esta falla es concéntrica con la pared del agujero y no puede verse con registros de imágenes. Una densidad de lodo baja favorece este tipo de fallas, debido a que σ_r es menor.	Gr				

Falla por tensión horizontal (thor) $\sigma_z \le -T_o$	Esta falla crea fracturas horizontales.	Gz
Falla por tensión vertical (tver) $\sigma_{\vartheta} \leq -T_o$	Esta falla crea fracturas verticales paralelas a la dirección del esfuerzo horizontal máximo.	00

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DEL AGUJERO DE UN POZO DE LA REGIÓN SUR

4.1. Estabilidad del agujero durante la perforación

Desde el punto de vista mecánico, la perforación de un pozo petrolero tiene como consecuencia inmediata una alteración en el estado de esfuerzos *in situ* a los cuales se encuentra sometida la roca en su estado natural. En efecto, por el producto de la remoción de la roca por la barrena, se genera una pérdida de sustentación en la roca inmediatamente alrededor de las paredes del agujero. Esta pérdida de sustentación se manifiesta en la generación de esfuerzos que actúan tangencial y radialmente, induciendo a la vez esfuerzos de corte. Si este nuevo estado de esfuerzos rebasa la resistencia de la roca en algún punto, es decir si la roca no es lo suficientemente fuerte para soportarlos, entonces el agujero fallará, por el hecho de perderse la estabilidad mecánica y el equilibrio que existía.

Ahora, desde el punto de vista químico, la inestabilidad del agujero está comúnmente asociada con la hidratación de las lutitas; una serie de estudios experimentales nos lleva a la conclusión de que la resistencia de la lutita disminuye conforme pasa el tiempo y que a pesar de la tendencia de las lutitas a experimentar inestabilidad química, éstas pueden experimentar inestabilidad mecánica simultáneamente, lo cual puede ocasionar problemas más complejos. Es importante mencionar que en el presente trabajo solo se elaborará el análisis de la estabilidad mecánica del agujero de un pozo de la Región Sur.

4.1.1. Causas de la inestabilidad del agujero y sus indicadores

La causa de la inestabilidad del agujero es una combinación de factores que pueden ser clasificados por sus orígenes como controlables y no controlables [26]. Estos factores se muestran en la Tabla 4.1 y más adelante se explicarán brevemente.

Tabla 4.1. Causas de la inestabilidad del agujero.					
FACTORES NO CONTROLABLES	FACTORES CONTROLABLES				
Formaciones naturalmente fracturadas	Presión en el fondo del pozo (densidad del				
	lodo)				
Formaciones tectónicamente estresadas	Inclinación y Acimut del pozo				
Altos esfuerzos in situ	Presiones de poro transitorias				
Formaciones móviles	Interacción físico/química del sistema roca-				
	fluido				
Formaciones no consolidadas	Vibraciones de la sarta de perforación				
Colapso de lutitas naturalmente	Erosión del agujero				
sobrepresionadas					
Colapso de lutitas con sobrepresión	Temperatura del fluido de perforación				
inducida					

FACTORES NO CONTROLABLES

Formaciones naturalmente fracturadas

Una formación naturalmente fracturada puede encontrarse algunas veces bastante cerca de una falla geológica, la roca cercana a la falla puede romperse en pedazos grandes o pequeños y caer dentro del agujero teniendo como consecuencia el atrapamiento de la tubería de perforación. La Figura 4.1 muestra los posibles problemas como resultado de la perforación de una formación naturalmente fracturada o con fallas. Este mecanismo puede ocurrir en zonas tectónicamente activas, en calizas fracturadas, etc. Por ejemplo las fracturas en las lutitas proveen una ruta de invasión del fluido de perforación lo cual produce una degradación de la resistencia de las lutitas la cual es totalmente dependiente del tiempo. La disminución de la vibración de la tubería de perforación ayuda a estabilizar este tipo de formaciones.



Figura 4.1. Perforación a través de formaciones naturalmente fracturadas o con fallas.

Formaciones tectónicamente estresadas

En este caso la inestabilidad del agujero se ocasiona cuando se perforan formaciones altamente estresadas, conjuntamente con la existencia de una gran diferencia entre los esfuerzos cercanos a la pared del agujero y la presión ejercida por el fluido de perforación. Los esfuerzos tectónicos se originan en áreas donde la roca está siendo comprimida o tensionada debido a los movimientos de las placas tectónicas. En el caso de esfuerzos tectónicos la presión hidrostática requerida para estabilizar el agujero podría ser mucho más alta que la presión de fractura de la formación. Este mecanismo usualmente ocurre en o cerca de regiones montañosas. La Figura 4.2 muestra esquemáticamente dicho fenómeno.



Figura 4.2. Perforación a través de formaciones tectónicamente estresadas.

Altos esfuerzos in situ

En la vecindad de un domo salino ó cerca de fallas es donde se pueden encontrar altos esfuerzos *in situ*. En la literatura se han mostrados muy pocos casos en los cuales los problemas de perforación han sido causados por concentraciones de esfuerzos locales, principalmente han sido debido a la dificultad de la estimación de los esfuerzos *in situ*.

Formaciones móviles

En la Figura 4.3 se observa como las formaciones móviles caen dentro del agujero debido a que están siendo comprimidas por las fuerzas de sobrecarga. El comportamiento de las formaciones móviles es de tipo plástico, es decir se deforman bajo una presión; el resultado de la deformación es un decremento del diámetro del agujero, lo cual causa problemas al meter o sacar la tubería de perforación, al correr registros geofísicos y al meter la tubería de revestimiento. La deformación en este tipo de formaciones se debe a no tener la densidad suficiente del fluido de perforación para prevenir que la formación obstruya el agujero. Este mecanismo ocurre mientras se perforan formaciones salinas.



Figura 4.3. Perforación a través de formaciones móviles.

Formaciones no consolidadas

La causa principal del colapso de las formaciones no consolidadas es por haber removido la roca que originalmente soportaba los esfuerzos, esto pasa en los pozos en los cuales no se presenta un buen enjarre como se muestra en la Figura 4.4. Las formaciones no consolidadas, como las areniscas, no pueden solamente ser soportadas por el sobrebalance hidrostático ejercido por el lodo de perforación, debido a que simplemente el fluido fluiría a través de éstas y la formación caería dentro del agujero provocando atrapamiento de la tubería de perforación. Este mecanismo se asocia con profundidades someras.



Figura 4.4. Perforación a través de formaciones no consolidadas.

Colapso de lutitas naturalmente sobrepresionadas

Las lutitas naturalmente sobrepresionadas son aquellas que cuentan con una presión de poro mayor a la normal como se muestra en la Figura 4.5. Las lutitas naturalmente sobrepresionadas son el resultado de fenómenos geológicos como el desequilibrio de compactación. Si se usa una densidad baja de lodo de perforación se ocasionará la inestabilidad del agujero y éste colapsará. El período de tiempo corto de exposición con las lutitas sobrepresionadas y una densidad de lodo adecuada pueden ayudar a estabilizar estas formaciones.



Figura 4.5. Perforación a través de lutitas naturalmente sobrepresionadas.

Colapso de lutitas con sobrepresión inducida

El colapso de lutitas con sobrepresión inducida ocurre cuando la lutita asume la presión hidrostática del fluido de perforación que se encuentra cierto número de días en el agujero. Cuando se presenta una reducción de la presión hidrostática en el agujero, la lutita, la cual tiene ahora una mayor presión interna que el agujero se colapsa de una manera muy similar a las lutitas naturalmente sobrepresionadas. Este mecanismo normalmente ocurre cuando se usan lodos base agua o después de un decremento de la densidad del fluido de perforación y se representa por medio de la Figura 4.6.



Figura 4.6. Perforación a través de lutitas con sobrepresión inducida.

FACTORES CONTROLABLES

Presión en el fondo del pozo (densidad del lodo)

La presión de soporte ofrecida por la presión hidrostática estática o dinámica del fluido que se encuentra en el agujero durante la perforación, estimulación, terminación y producción de un pozo determinará la concentración de esfuerzos presente en la vecindad del agujero. Debido a que la falla de la roca es dependiente del esfuerzo efectivo, la estabilidad del agujero es altamente dependiente de qué tan rápido la presión del fluido contenido en el agujero penetre la pared del mismo.

Para evitar que la roca falle por compresión durante la perforación, la presión en el interior del agujero se debe incrementar aumentando la densidad del lodo de perforación con el fin de que la presión ejercida por el lodo contrarreste en algo la carga impuesta por los esfuerzos *in situ* sobre las paredes del agujero. La columna de roca original que soportaba los esfuerzos *in situ*, probablemente diferentes, se reemplaza por fluido de perforación, en el cual los tres esfuerzos son iguales y seguramente menores que alguno de los esfuerzos en la columna de la roca original. Por lo tanto, este cambio de esfuerzos causa deformación de la roca alrededor del agujero y puede conducir a la falla de la roca y causar el colapso de las paredes del agujero. Para evitar esto, la densidad del lodo normalmente se incrementa, sin embargo al aumentar el peso del lodo se puede crear una fractura en la formación por tensión y causar pérdida de circulación. Por lo tanto, es necesario un balance entre la densidad del lodo y la resistencia de las rocas en las paredes del agujero para prevenir el colapso del pozo y a la vez no originar una fractura.

La Figura 4.7 muestra los diferentes tipos de fallas (por compresión o tensión) en el agujero durante la perforación debido a una baja o alta densidad del lodo con respecto a la presión de poro y al esfuerzo horizontal mínimo o presión de fractura; a continuación se muestra el significado en inglés de las abreviaturas usadas en dicha figura así como la condición de esfuerzos en la pared del agujero de cada uno de los tipos de falla:

- Slae= Shear failure low angle echelon, $\sigma\theta > \sigma r > \sigma z$
- Ssko= Shear failure shallow knockout, $\sigma z > \sigma \theta > \sigma r$
- Swbo= Shear failure wide breakout, $\sigma\theta > \sigma z > \sigma r$
- Shae= Shear failure high angle echelon, $\sigma z > \sigma r > \sigma \theta$
- Snbo= Shear failure narrow breakout, $\sigma r > \sigma z > \sigma \theta$
- Sdko= Shear failure deep knockout, $\sigma r > \sigma \theta > \sigma z$
- Tver= Tensile failure vertical, $\sigma \theta > To$

Tcyl= Tensile failure cylindrical, $\sigma r > To$

en donde σ_r es el esfuerzo radial, σ_{ϑ} es el esfuerzo tangencial y σ_a es el esfuerzo axial y T_o es la resistencia a la tensión de la roca. Para mayor referencia, ver el Capítulo III.



Figura 4.7. Efectos de la densidad del lodo en los esfuerzos de la pared del agujero.

Inclinación y acimut del pozo

La inclinación y la orientación acimutal de un pozo con respecto a los esfuerzos *in situ* es un factor importante que afecta el colapso o fracturamiento de una formación. Es importante tomarlos en cuenta sobre todo cuando se está perforando un pozo en una región tectónicamente estresada debido a la anisotropía de esfuerzos existente.

Presiones de poro transitorias

Las presiones en el agujero transitorias tales como la presión de surgencia y suaveo producidas al sacar o meter la tubería de perforación pueden causar deformaciones en la pared del agujero. La presión de surgencia se origina cuando la sarta de perforación se introduce en el agujero ocasionando que el fluido de perforación situado debajo de la barrena sea forzado a salir a la superficie por el espacio anular generando así un aumento en la presión hidrostática. Las fuerzas de compresión (responsables de las presiones de surgencia) se crean cuando la sarta de perforación se baja muy rápido y el fluido no tiene tiempo de desplazarse hacia arriba. Por otra parte, como el fluido de perforación es ligeramente compresible, la presión en el pozo puede aumentar y producir fractura de la formación o pérdida del fluido de perforación y en consecuencia, puede disminuir la presión hidrostática, lo cual afecta la estabilidad del hoyo. Dicho mecanismo se representa por la Figura 4.8.



Figura 4.8. Esquema mecánico de la sarta de perforación durante la generación de presión de surgencia.

La presión de suaveo se produce cuando se saca muy rápido la tubería del hoyo, y el fluido de perforación alrededor de la sarta de perforación no baja a la misma velocidad con la cual esta sube. Este efecto disminuye la presión hidrostática y puede originar la entrada de fluidos de la formación al pozo como se muestra en la Figura 4.9.



Figura 4.9. Esquema mecánico de la sarta de perforación durante la generación de presión de suaveo.

Interacción físico/química del sistema roca-fluido

La hidratación, el ablandamiento, las presiones osmóticas, y la dispersión son algunos de los fenómenos físico/químicos en el sistema roca-fluido que modifican la resistencia de la roca en la vecindad del agujero. La importancia de estos efectos depende de una interacción compleja de factores, tales como: la naturaleza de la formación (mineralogía, dureza, resistencia), la composición del agua congénita, el historial de esfuerzos, la temperatura, la presencia de un enjarre, las propiedades y la composición química del fluido de perforación.

Vibraciones de la sarta de perforación

Las vibraciones de la sarta de perforación pueden incrementar el diámetro del agujero en algunas circunstancias. Una manera de contribuir a la disminución de inestabilidad del agujero por este efecto es diseñar un aparejo de fondo óptimo con respecto a la geometría del agujero, tomar en cuenta las formaciones que se perforarán así como la inclinación del pozo. Algunos autores aseguran que la causa de la erosión del agujero son las altas velocidades anulares de circulación, esta razón es bastante significante cuando se perforan formaciones suaves o no consolidadas, formaciones naturalmente fracturadas o sedimentos dispersos.

Temperatura del fluido de perforación

Las temperaturas existentes en el fondo del agujero pueden originar un incremento de los esfuerzos en la pared del agujero lo cual perjudica la estabilidad del mismo. La reducción de la temperatura del fluido de perforación reduce la concentración de esfuerzos en la vecindad del agujero y a la vez previene que los esfuerzos en la pared alcancen la resistencia límite de la roca.

INDICADORES DE LA INESTABILIDAD DEL AGUJERO

A continuación se muestra la Tabla 4.2 en la cual se encuentran indicadores que comúnmente existen durante la perforación al presentarse inestabilidad del agujero [26].

Tabla 4.2. Indicadores de inestabilidad del agujero							
DIRECTOS	INDIRECTOS						
Diámetro del agujero mayor que el de la Alto torque y arrastre la tubería							
barrena con la que se perforó	perforación						
Diámetro del agujero menor que el de la	Incremento en las presiones de circulación						
barrena con la que se perforó							
Volumen excesivo de recortes	Atrapamiento de tubería						
Volumen excesivo de pedazos de formación	Vibraciones excesivas de la tubería de						
	perforación						

Volumen excesivo de cemento requerido	Falla mecánica de la tubería de perforación				
	Problemas de control de desviación del				
	pozo				
	No poder correr registros				
	Ojos de llave				
	Patas de perro				

4.2. Análisis de la estabilidad del agujero de un pozo de la Región Sur

Como se ha mencionado anteriormente, el análisis de estabilidad de pozos tiene como fin el de establecer el peso del lodo óptimo, que no exceda la resistencia a la tensión de la roca y que a la vez provea el soporte suficiente para evitar el colapso de las paredes del agujero. Así que, la densidad del fluido de perforación se determina en función de:

- Presión de poro
- Esfuerzos *in situ* (esfuerzo de vertical, esfuerzo horizontal máximo y mínimo)
- Propiedades mecánicas de la formación
- Criterios de falla

Los tres primeros datos son importantes para el análisis de estabilidad, sin embargo, la mayor parte del tiempo son insuficientes, especialmente las propiedades mecánicas de la formación, las magnitudes y direcciones de los esfuerzos horizontales. La presión de poro es esencial porque con ella se determinan los esfuerzos efectivos con los cuales se controlan las fallas por compresión o tensión.

La Figura 4.10 muestra como el análisis de estabilidad del agujero es una disciplina dinámica, la cual incluye las etapas de: planeación, ejecución y evaluación.



Figura 4.10. Etapas del análisis de estabilidad del agujero.

La Figura 4.11 muestra como la etapa de planeación consiste en la construcción inicial del modelo geomecánico, el pronóstico de la estabilidad del agujero es para perforar el pozo con los procedimientos respectivos para zonas de inestabilidad potencial. La etapa de ejecución ocurre mientras se está perforando el pozo, se monitorean las condiciones de perforación en la superficie y en el agujero, y se usan las mejores prácticas de perforación para mantener el agujero estable. Si las condiciones de perforación son diferentes a las que se predicen en el modelo geomecánico inicial, se toman las mejores decisiones en sitio y el modelo geomecánico se refina. La etapa de evaluación ocurre al final del pozo: toda la información adquirida durante y después de la perforación se usa para refinar el modelo geomecánico. En cuencas donde la inestabilidad del agujero está presente, la solución más deseable no es necesariamente prevenir la inestabilidad, sino manejarla en tiempo real. El agujero podría estar inestable pero el pozo podría permanecer estable si se toman las precauciones correctas.



Figura 4.11. Diagrama de flujo para el refinamiento del modelo geomecánico.

El análisis geomecánico que se desarrolló en este apartado es de un pozo vertical exploratorio de la Región Sur, dicho análisis se realizó después de haberse perforado el pozo (etapa de evaluación), con el objetivo de que el modelo geomecánico se tome como antecedente para los futuros pozos que se perforarán en la misma zona.

4.2.1. Análisis de los datos de entrada

Para hacer el análisis de estabilidad del agujero después de la perforación del pozo se cuenta con los datos de registros geofísicos, tales como: Rayos Gamma y Resistividad en el

intervalo de 951.7- 2946.7 m, Caliper en el intervalo de 1679- 2997.4 m; que se muestran en la Figura 4.12, la densidad del lodo real que se uso en cada una de las etapas, las profundidades de asentamiento de las tuberías de revestimiento, las columnas geológica y litológica que se encuentran en la Tabla 4.3, el reporte diario de operaciones de perforación y finalmente en la Figura 4.13 se muestran pedazos de formación con forma irregular recolectados en temblorinas cuando la barrena se encontraba a la profundidad de 1820 m.



Figura 4.12. Registros de Rayos Gamma, Resistividad y Caliper.

Observando el registro de Rayos Gamma en la Figura 4.12 se puede definir que de 950-1810m se tienen valores menores de 40 GAPI, lo cual corresponde a una zona de areniscas, de 1811- 2120m los valores incrementan arriba de 50 GAPI, lo cual corresponde a una formación de lutitas, de 2121- 2600m los valores decrementan por debajo de 45 GAPI, lo cual corresponde a una zona de areniscas, y por último del intervalo 2601- 2950m los valores incrementan por arriba de 45 GAPI, lo cual corresponde a una formación de lutitas. Ahora, al trazar la línea de tendencia de compactación normal en el registro de resistividad (línea de color roja en la Figura 4.12), se puede observar que la zona de presión anormal inicia aproximadamente en la profundidad de 1500m. Finalmente, el registro de Caliper de cuatro brazos tomado en la etapa de 12 ¼", proporciona el diámetro máximo y mínimo del agujero; por lo tanto, se observa que de 1800- 1950m se originó un derrumbe del agujero con diámetros mayores a 15 pulgadas. Al relacionar los tres registros anteriores, inicialmente se puede concluir que la inestabilidad del agujero en la etapa de 12 ¼" se presentó en una formación de lutitas.

Con ayuda de las muestras de canal durante la perforación y de los registros geofísicos, se definen las columnas geológica y litológica que se muestran en la Figura 4.13 y la Tabla 4.3.



Figura 4.13. Columna geológica y litología.

Tabla 4.3. Columna geológica y litología.				
Columna	geológica			
Mioceno	60- 1800 m			
Oligoceno	1801- 2055 m			
Eoceno	2056- 2840 m			
Paleoceno	2841- 3000 m			
Litología				
Arenisca	900- 1810 m			
Lutita	1811- 2120 m			
Arenisca	2121- 2600 m			
Lutita 2601- 3000 m				

Analizando el reporte diario de operaciones de perforación se obtiene la Tabla 4.4, la cual contiene los eventos de perforación involucrados en la estabilidad del agujero:

Tabla 4.4. Eventos de perforación.								
Etapa	Profundidad	Densidad	Evento	Descripción				
	(m)	(g/cm3)						
17 ¼"	1217	1.38	Pérdida Parcial	Perforó a 1217m, fluido perdido=				
				15 m3 en 7 hrs., pérdida parcial a				
				partir de 1210m.				
	1286	1.39	Pérdida Parcial	Perforó a 1286m, bombeó baches				
				de obturante, pérdida parcial d				
				20 m3.				
	1351	1.38	Pérdida Parcial	Perforó a 1351m, bombeando				
				baches de obturante, volumen				
				perdido en 24 hrs. 12m3, volumen				
				perdido acumulado 47 m3.				
	1392	1.38	Pérdida Parcial	Perforó a 1392m, bombeo baches				
				de obturante, volumen perdido				
				24m3.				
	1431	1.38	Pescado	Perforó a 1431m, donde se				
				observó incremento de 600 a				
				1200 Amps. Y pérdida de presió				
				de 2500 a 1600psi y pérdida de				
	1.5.10	1.10		peso de 70 a 62 tons.				
	1540	1.40	Pérdida Parcial	Perforó a 1540m, bombeó baches				
				de obturante, volumen perdido				
	1.620			8m3.				
	1630	1.41	Pérdida Parcial	Perforó a 1630m con pérdida				
	1			parcial de 5m3.				
	1706	1.43	Pérdida Parcial	Pertoró a 1706m con pérdida				
				parcial de 10m3.				
	1800	1.48	Pérdida Parcial	Perforó a 1800m con pérdida				
				parcial de 13m3, volumen total				

				durante la etapa= 105m3.
12 ¼"	2576	1.78	Derrumbe del	Perforó a 2567m, suspendió
			Agujero	operación por observar recortes
				anormales en temblorinas,
				aumentando densidad de 1.78 a
				1.82 gr/cm3.
	2710	1.82	Pérdida Parcial	Perforó a 2710m, con pérdida
				parcial de 8m3, bombeo bache
				obturante.
	2744	1.86	Derrumbe del	Perforó a 2744m donde observó
			Agujero	fricción de 40 tons. Sobre su peso
				y salida de derrumbe en
				temblorinas.
	2754	1.86	Fricción de	Perforó a 2754m, intentó efectuar
			Tubería	conexión sin éxito por observar
				fricción de 20 y 40 tons. sobre su
				peso, intento de atrapamiento.
	2898	1.92	Pérdida Parcial	Perforó a 2898m, observó pérdida
				parcial de 12m3, bombeo baches
	2022	1.02		de obturante.
	2923	1.92	Fricción de	Perforó a 2923m, suspendió por
			Tuberia	observar fricción de 40 tons sobre
				su peso, saco barrena de 12 1/4
				con bonnee a 2894m, incremento
				220000 ppm $_{2}$ 250000 ppm
	2050	1.03	Dárdida Darcial	Perforá a 2050m, hombeá haches
	2930	1.75		de obturante volumen perdido
				4m3 acumulado 29m3
	2972	1 94	Atranamiento	Perforó a 2972m donde al
		1.91	de Sarta	intentar levantar Kelly observó
			de Sulta	atrapamiento de sarta.
	2980	1.90	Falta de	Perforó a 2980m, suspendió por
	2700	1.70	avance	falta de avance.
	2987	1.88	Atrapamiento	Perforó a 2987m donde suspendió
			de Sarta	por observar atrapamiento de la
				sarta al tratar de levantar la flecha
				para efectuar conexión
				(circulación normal).
	2989	1.88	Atrapamiento	Perforó a 2989m donde suspendió
			de Sarta	por observa atrapamiento de sarta
				al tratar de levantar flecha para
				efectuar conexión.
	2992	1.94	Atrapamiento	Perforó a 2992m, suspendió por
			de Sarta	observar alta torsión e intentos de
				atrapamiento.

Analizando la tabla anterior, se puede resumir que en la etapa de 17 ¹/₂" se presentaron pérdidas parciales en diferentes profundidades, lo cual indica que se superó la resistencia a la tensión de la formación. En la etapa de 12 ¹/₄" la inestabilidad se presentó mediante el derrumbe del agujero de 1800 a 1950m originando problemas de fricción y atrapamiento de tubería, es importante mencionar que la inestabilidad del agujero comenzó 4 días y medio después de que se perforó esta formación de lutitas. La magnitud del derrumbe se corroboró con el registro de Caliper y con los pedazos de formación de forma irregular recolectados de temblorinas que se pueden observar en la Figura 4.14.



Figura 4.14.Pedazos de formación recuperados en temblorinas con la barrena posicionada en 1820m.

En la Figura 4.14 se puede observar que la mayoría de los pedazos de formación son de forma irregular con caras planas y paralelas (líneas amarillas); a esta forma se le llama *tabular* y la causa de la forma de estos pedazos de roca es la perforación de formaciones naturalmente fracturadas. La falla se origina por la anisotropía en la resistencia de la roca (plano de sedimentación débil o frágil). Para evitar la falla en este tipo de formaciones se recomienda minimizar cambios de densidad del fluido de perforación, evitar las presiones de surgencia y de suaveo, al igual que no repasar y perturbar la zona fracturada.

Por último, también se toman como referencia el reporte de pruebas geomecánicas axiales y triaxiales de lutita gris de un pozo cercano al de interés, para obtener los datos promedio de

Tabla 4.5. Reporte de Pruebas Uniaxiales y Triaxiales de Lutita Gris @ intervalos 1095m-1104m y 1237-1247m, IMP							
Muestra	Tipo prueba	UCS(Psi)	E (mileslbf/pg2)	E (MPa)	۷		
SAMARIA 814N1F3	uniaxial	1388.23	183.75	1266.92	0.24		
SAMARIA814N2C7F6A	uniaxial	2189.26	288.04	1985.98	0.15		
SAMARIA814N3F2AA	uniaxial	2377.27	229.88	1584.98	0.20		
SAMARIA814N5C3F4A	uniaxial	2406.04	256.81	1770.65	0.17		
SAMARIA814N6C11F16B	uniaxial	1655.53	192.05	1324.15	0.40		
SAMARIA814N7F2A	uniaxial	2608.55	206.68	1425.02	0.19		
Muestra	Tipo prueba	P.Confi <mark>. (</mark> psi)	Co (psi)	E (mileslbf/pg2)	E (MPa)	v	Ang.Fricción
SAMARIA814N2C7F6B	triaxial	485	2000.01	122.57	845.10	0.36	
SAMARIA814N3F2AB	triaxial	250	2025.73	156.71	1080.48	0.31	22
SAMARIA814N3F2BA	triaxial	655	2936.73	99.05	<mark>682.9</mark> 3	0.19	22
SAMARIA814N5C3F4B	triaxial	250	1614.2	106.13	731.75	0.31	25
SAMARIA814N5C3F4C	triaxial	660	2668.8	330.04	2275.56	0.27	25
SAMARIA814N6C11F16C	triaxial	250	2597.65	170.25	1173.84	0.32	
SAMARIA814N6C11F16D	triaxial	1000	3083.02	191.29	1318.91	0.15	
SAMARIA814N6C11F16E	triaxial	500	3071.91	129.04	889.70	0.26	
SAMARIA814N6C11F16F	triaxial	750	3546.65	120.50	830.82	0.2	

los módulos elásticos siguientes: módulo de Young (*E*), relación de Poisson (u) y ángulo de fricción interna (ϕ). Dichos valores se observan en la Tabla 4.5.

4.2.2. Análisis del esfuerzo vertical, de la presión de poro y de la presión de fractura

Para calcular el esfuerzo vertical se necesita tener la densidad de la formación, en este caso se calculó por medio del método de Amoco que está representado por la ecuación 2.4, con dicha ecuación se obtiene la densidad promedio de la formación en función de la profundidad, después de hacer las conversiones respectivas se procede a calcular el esfuerzo vertical por medio de la integral representada por la ecuación 2.1.

$$\rho_{avg}(z) = 16.3 + [z/3125]^{0.6}. \tag{2.4}$$

$$\sigma_{\nu} = \int_0^D \rho_b g dD. \tag{2.1}$$

La presión de poro se calcula a través de la ecuación 1.3 la cual representa el método de Eaton y que está en función del esfuerzo vertical previamente calculado, de la presión de poro normal (0.465 psi/pie o 0.009MPa/m) y de la resistividad de la roca. La resistividad observada de de la roca, *Ro*, se obtiene directamente del registro, mientras de la resistividad

normal, Rn, se obtiene de la línea de tendencia de compactación normal trazada sobre el registro de resistividad como se muestra en la Figura 4.12.

$$\frac{P_p}{D} = \frac{\sigma_v}{D} - \left(\frac{\sigma_{ob}}{D} - \frac{P_{pn}}{D}\right) \left(\frac{R_o}{R_n}\right)^{1.2}.$$
(1.3)

Basándose en el esfuerzo vertical y la presión de poro previamente calculados, se procede a calcular la presión de fractura por medio del método de Eaton el cual está representado por la ecuación 1.29:

$$P_f = P_p + \left(\frac{v}{1-v}\right)(\sigma_v - P_p). \tag{1.29}$$

Se puede observar que la presión de fractura depende de la relación de la relación de Poisson (u), los valores para la lutita se obtuvieron como un promedio de los datos de las pruebas triaxiles del pozo cercano al de interés y los de las areniscas se obtuvieron de un manual de propiedades mecánicas de la roca:

Tabla 4.6. Valores de Poisson		
Intervalo	Litología	Poisson (u)
900- 1810 m	Arenisca	0.22
1811- 2120 m	Lutita	0.30
2121- 2600 m	Arenisca	0.22
2601- 3000 m	Lutita	0.30

Finalmente en la Figura 4.15 se muestra: la presión de poro, la presión de fractura y el esfuerzo vertical previamente calculados. Se puede observar que la presión de poro tiene un comportamiento normal hasta la profundidad de 1500 m (con un gradiente de 0.009 MPa/m o 0.465 psi/pie), una zona de transición de presión de poro normal a presión de poro anormal de 1500–1750m, la presión anormal empieza a decrementar aproximadamente en 2550m. También se observa que la presión de fractura decrementa en los intervalos de areniscas debido a que la relación de Poisson es menor con respecto al de lutitas. Es importante mencionar que la presión de poro y presión de fractura fueron calibradas con los eventos de perforación, tales como las pérdidas parciales y la misma densidad de lodo utilizada en el pozo durante su perforación. El gradiente de sobrecarga tiene aproximadamente un valor de 0.021 MPa/m o 1 psi/pie. En la Figura 4.16 se observa la ventana operativa en densidades equivalentes, se muestra la columna geológica, la densidad del fluido de control utilizada durante la perforación, la profundidad de asentamiento de las tuberías de revestimiento de 13 3/8" (1798 m) y de 9 5/8" (2987m).



Figura 4.15. Presión de poro, fractura y sobrecarga.



Figura 4.16. Ventana operativa en densidades equivalentes.

4.2.3. Análisis del esfuerzo horizontal mínimo y máximo

Para avanzar en el estudio de estabilidad del agujero, el siguiente paso es calcular el esfuerzo horizontal mínimo y el esfuerzo horizontal máximo. Como ya se mostró en los capítulos anteriores, existen varios métodos para su cálculo, por lo que se tiene una combinación de éstos:

CASO 1	σ_h mediante deformación elástica axial	
	σ_H mediante deformación elástica axial	
CASO 2	σ_h mediante deformaciones elásticas horizontales	
	σ_H mediante deformaciones elásticas horizontales	
CASO 3	$\sigma_{\rm h}$ mediante correlación de Breckels y van Eeckelen (Estados Unidos)	
	σ_H por medio de relación entre presión de poro y esfuerzos horizontales	

CASO 1

Se calculan los esfuerzos horizontales isotrópicos ($\sigma_H = \sigma_h$) por medio de la deformación elástica uniaxial representada por la ecuación 2.21 con los valores de Poisson de la Tabla 4.6.

$$\sigma_h = \sigma_H = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_v + P_p\left(\frac{1-2v}{1-v}\right). \tag{2.21}$$

En la Figura 4.17 se observa que los esfuerzos horizontales isotrópicos ($\sigma_H = \sigma_h$) son iguales que la presión de fractura, ya que el método de Eaton para calcular la presión de fractura no considera algún esfuerzo tectónico así como tampoco lo considera el método de deformación elástica unixial para el cálcudo de los esfuerzos horizontales. Las ecuaciones 1.29 y 2.21 son iguales.

Al utilizar este método para el cálculo de esfuerzos horizontales se está suponiendo que es una región geológica relajada; es decir, solamente existe deformación uniaxial, lo cual en este caso de estudio no aplica debido a que el pozo se encuentra en una zona tectónicamente activa, por lo que los esfuerzos horizontales son diferentes.


Figura 4.17. Esfuerzos horizontales isotrópicos ($\sigma_H = \sigma_h$) obtenidos mediante la deformación elástica uniaxial.

CASO 2

Las regiones tectónicamente activas se asocian con áreas con presencia de fallas, domos salinos, etc. Estos hechos geológicos provocan que el área no esté relajada y que los esfuerzos horizontales σ_h y σ_H sean diferentes y produzcan deformaciones horizontales. Utilizando las ecuaciones 2.22 y 2.26 y tomando como datos de entrada: las deformaciones horizontales, el módulo de Young y la relación de Poisson que se muestran en la Tabla 4.7, se obtiene la Figura 4.18.

$$\sigma_h = \left(\frac{v}{1-v}\right)\sigma_v + \left(\frac{1-2v}{1-v}\right)P_p + \frac{E}{1-v^2}\varepsilon_h + \frac{E}{1-v^2}v\varepsilon_H.$$
(2.22)

$$\sigma_H = \left(\frac{\upsilon}{1-\upsilon}\right)\sigma_\upsilon + \left(\frac{1-2\upsilon}{1-\upsilon}\right)P_p + \frac{E}{1-\upsilon^2}\varepsilon_H + \frac{E}{1-\upsilon^2}\upsilon\varepsilon_h.$$
(2.26)

Tabla 4.7. Módulos elásticos y deformaciones horizontales.					
Profundidad(m)	Litología	Poisson	E(MPa)	εh	εН
900-1810 m	Arenisca	0.22	1227.27	0.0001	0.001
1811-2120 m	Lutita	0.30	827.37	0.0001	0.001
2121-2600 m	Arenisca	0.22	1227.27	0.0001	0.001
2601-3000 m	Lutita	0.30	827.37	0.0001	0.001



Figura 4.18. Esfuerzos horizontales ($\sigma_H > \sigma_h$) obtenidos mediante las deformaciones elásticas horizontales.

La Figura 4.18 muestra que los esfuerzos horizontales obtenidos mediante las deformaciones elásticas horizontales son mayores que cuando se considera únicamente una deformación axial, la cual es resultado únicamente del esfuerzo vertical. El pozo en estudio se encuentra en una zona tectónicamente activa, por lo cual el mejor resultado hasta ahora es el que toma en cuenta las deformaciones horizontales supuestas.

CASO 3

El método para calcular el esfuerzo horizontal mínimo por medio de la ecuación 2.23 que es la correlación desarrollada por Breckels y van Eekeln a través de datos de fracturamiento hidráulico en la zona costera del Golfo de Estados Unidos. Esta correlación es práctica, ya que no depende de módulos elásticos de la roca sino de la presión de poro, presión de poro normal y de la profundidad. Para calcular el esfuerzo horizontal máximo se usa la relación existente entre la presión de poro y los esfuerzos horizontales en los regímenes de esfuerzo normal, esta relación se representa por la ecuación 2.27.

$$\sigma_h = 0.197 D^{1.145} + 0.46 (P_p - P_{pn}) \qquad \text{para } D < 11,500 \text{ pies } (3500\text{m}). \tag{2.23}$$

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_h} = \frac{2\upsilon}{1-sen\phi} \left(1 - \frac{P_p}{\sigma_h}\right) + \frac{P_p}{\sigma_h}.$$
(2.27)



Figura 4.19. Esfuerzo horizontal mínimo por medio de la correlación de Breckels y esfuerzo horizontal máximo por medio de la relación de presión de poro y esfuerzos horizontales.

En la Figura 4.19 se observa que el comportamiento de los esfuerzos horizontales sigue la curva de presión de poro y no la curva de presión de fractura como lo hacen los otros métodos. Esto es debido a que este método no depende de las propiedades mecánicas de la roca, ya que está en función de la presión de poro y la profundidad. Por lo que sería más preciso utilizar aquellos métodos que estén en función de las propiedades mecánicas, siempre y cuando éstas se puedan obtener con la información disponible.

Finalmente, el cálculo que se escoge para la obtención de los esfuerzos horizontales es el número dos, debido a que los métodos utilizados dependen de las propiedades mecánicas de la roca y el pozo se encuentra en una zona tectónicamente activa en donde los esfuerzos horizontales son diferentes.

4.2.4. Análisis de la presión de colapso

Solo para ejemplificar el cálculo de los esfuerzos radial, σ_r , tangencial, σ_{θ} , y axial , σ_z , en la vecindad del agujero en la profundidad de 1704.2m se usa el juego de ecuaciones 2.50. Estas ecuaciones suponen que la inclinación del pozo es nula, que el acimut es igual a cero y que los esfuerzos horizontales son anisotrópicos ($\sigma_H \neq \sigma_h$). Utilizando los siguientes datos y las ecuaciones 2.50 se obtiene la Figura 4.20.

 Pp=23.41 Mpa
 $\sigma H= 29.23$ MPa

 $\sigma v=35.52$ Mpa
 Pw= 24 MPa

 $\sigma h= 29.06$ MPa
 $\theta= 0^{\circ}$

 v=0.22 $= 0^{\circ}$

$$\sigma_{r} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) + \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \cos 2\theta + P_{W} \frac{R^{2}}{r^{2}}.$$

$$\sigma_{\theta} = \left(\frac{\sigma_{H} + \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) - \left(\frac{\sigma_{H} - \sigma_{h}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) \cos 2\theta - P_{W} \frac{R^{2}}{r^{2}}.$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{v} - v \left[2(\sigma_{H} - \sigma_{h})\frac{R^{2}}{r^{2}}\cos 2\theta\right].$$
(2.50)

$$\tau_{r\theta}=\tau_{\theta z}=\tau_{rz}=0 \ .$$



Figura 4.20. Esfuerzos en la vecindad del agujero en la de profundidad de 1700.4 m.

La Figura 4.20 muestra como los esfuerzos (σ_r , σ_θ , σ_z) varían con la distancia radial. Los esfuerzos en la pared del agujero disminuyen rápidamente hasta que a cierta distancia se convierten en esfuerzos *in situ*, esto tiene sentido porque lejos del pozo perforado el estado de esfuerzos de la roca no se ha perturbado. Por lo tanto σ_r converge a σ_h , σ_θ converge a σ_H y σ_z converge a σ_v , siempre y cuando $\theta=0^\circ$.

Ahora, para iniciar el cálculo de la presión de colapso primero se calculan los esfuerzos únicamente en la pared del agujero (que es donde se lleva a cabo la falla) y después se comparan con la resistencia de la roca mediante un criterio de falla.

En el caso de un pozo vertical que se encuentra en un campo de esfuerzos anisotrópicos ($\sigma_H \neq \sigma_h$), en donde la inclinación es nula (*i*=0°) y el acimut igual a cero (*a*=0°). Los esfuerzos en la pared del agujero (*R*=*r*) se calculan mediante las ecuaciones 2.51.

$$\sigma_r = P_w.$$

$$\sigma_\theta = \sigma_H + \sigma_h - 2(\sigma_H - \sigma_h)\cos 2\theta - P_w.$$

$$\sigma_z = \sigma_v.$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{rz} = 0.$$
(2.51)

Ya que se han determinado los esfuerzos alrededor del agujero es necesario compararlos con la resistencia de la formación mediante un criterio de falla. A continuación se ejemplifica como se obtuvo la presión de colapso en la profundidad de 1704.2m en una zona de areniscas por medio del criterio de falla de Mohr–Coulomb representado por la ecuación 3.11 y por el criterio de Lade Modificado representado por las ecuaciones 3.23.a 3.27.

$$\sigma_1 = C_o + \sigma_3 \tan^2 \beta. \tag{3.11}$$

$$(I_1^{"})^3/I_3^{"} = 27 + \eta.$$
(3.23)

$$I_{1}^{"} = (\sigma_{1} + S_{1} - P_{p}) + (\sigma_{2} + S_{1} - P_{p}) + (\sigma_{3} + S_{1} - P_{p}).$$
(3.24)

$$I_{3}^{"} = (\sigma_{1} + S_{1} - P_{p})(\sigma_{2} + S_{1} - P_{p})(\sigma_{3} + S_{1} - P_{p}).$$
(3.25)

$$S_1 = S_0 / tan\phi. \tag{3.26}$$

$$\eta = 4\tan^2\phi(9 - 7\operatorname{sen}\phi)/(1 - \operatorname{sen}\phi). \tag{3.27}$$

En la Tabla 4.8 se muestran los valores de la resistencia uniaxial a la compresión (*UCS*), del ángulo de fricción interna (ϕ) y del módulo de Young (*E*) que se utilizaron en los criterios de falla para el cálculo de la presión de colapso en la profundidad de 1704.2 m.

Tabla 4.8. Módulos elásticos y resistencia de la roca.					
Profundidad(m)	Litología	Poisson	UCS(MPa)	E(MPa)	Φ(°)
900-1810 m	Arenisca	0.22	10.27	1227.27	35
1811-2120 m	Lutita	0.30	13.69	827.37	25
2121-2600 m	Arenisca	0.22	10.27	1227.27	35
2601-3000 m	Lutita	0.30	13.69	827.37	25

MOHR COULOMB

• Datos de entrada en la profundidad de 1704.2m en una zona de arenisca:

<i>Pp</i> =23.41 Mpa	<i>Co</i> = 10.27MPa (1500 psi)
<i>σν</i> =35.52 Mpa	$\Phi = 35^{\circ}, \beta = 62.5^{\circ}$
σh = 29.06 MPa	v=0.22
<i>σH</i> = 29.23 MPa	

• Cálculo de los esfuerzos efectivos en la pared del agujero y definición de σ '1, σ '2 y σ '3

Los esfuerzos efectivos en la pared del agujero se calculan mediante las **ecuaciones 2.51** de la siguiente manera:

• ESFUERZO RADIAL $\sigma' r = Pw - Pp = Pw - 23.41$

• ESFUERZO TANGENCIAL (máximo) $\sigma'\theta = 3\sigma H - \sigma h - Pw - Pp = 3(29.23) - 29.06 - Pw - 23.41 = 35.22 - Pw$

• ESFUERZO AXIAL $\sigma'a = \sigma v - Pp = 35.52 - 23.41 = 12.11$

Es importante remarcar que en el análisis de la presión de colapso el esfuerzo tangencial máximo se da a los 90° del σH , por lo tanto $cos2\theta = -1$ y $\sigma'\theta = 3\sigma H - \sigma h - Pw - Pp$.

El peso de lodo (Pw) más bajo que se puede utilizar es el equivalente a 200 psi de sobrebalance, lo que equivale a 1.37 MPa más que la presión de poro, resultando ser 24.78 MPa. Bajo esta condición se tiene:

σ'r= 1.37 MPa σ'θ=10.44 MPa σ'a=12.11 MPa Donde σ'a > σ'θ > σ'r, por lo que se le asigna: σ'l=σ'a y σ'3= σ'r.

• Comparación de los esfuerzos efectivos en la pared del agujero con la resistencia de la roca mediante el criterio de falla de Mohr-Coulomb

Para conocer el peso de lodo mínimo para prevenir la falla por corte se usa el Criterio de Mohr- Coulomb, $0=Co+\sigma'3tan^2\beta-\sigma'1$, se sustituyen $\sigma'1=12.11$ y $\sigma'3=Pw-23.41$, quedando toda la ecuación en función de Pw:

0=10.27+(Pw-23.41) tan²(62.5)-12.11

Se resuelve para Pw y se obtiene la presión de colapso del agujero o el límite mínimo para la densidad del fluido de control.

 $0=-111.33+3.69Pw \rightarrow Pw=23.90MPa$

Haciendo la conversión de MPa a densidad equivalente en gr/cm³, resulta ser que el límite mínimo para la densidad del fluido de control en la profundidad de 1704.2m es 1.43 gr/cm³. Una manera más sencilla de obtener la presión de colapso por medio del criterio de falla de Mohr –Coulomb es aplicando alguna ecuación de la Tabla 4.9 al conocer previamente el régimen de esfuerzos en la pared del agujero.

Tabla 4.9. Condiciones de falla en pozos verticales por medio del Criterio de Falla					
	de Mohr-Coulomb.				
Caso	Régimen de esfuerzos	Condiciones Falla para un Pozo Vertical con Criterio			
	en la pared del agujero	de Mohr- Coulomb			
1		$P_{m} < \frac{3\sigma_{H} - \sigma_{h} + P_{p}(tan^{2}\beta - 1) - C_{o}}{2}$			
	$\sigma_{\theta} > \sigma_{z} > \sigma_{r}$	$tan^2\beta + 1$			
2		$P_{v} < \frac{\sigma_{v} + P_{p}(tan^{2}\beta - 1) - C_{o}}{C_{o}}$			
	$\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$	$T_w \ge tan^2\beta$			
3	$\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\theta$	$P_{w} \leq 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \frac{\sigma_{v} - P_{p} - C_{o}}{\tan^{2}\beta} - P_{p}$			
4		$P_{H} < \frac{(3\sigma_{H} - \sigma_{h})tan^{2}\beta - P_{p}(tan^{2}\beta - 1) + C_{o}}{2}$			
	$\sigma_r > \sigma_z > \sigma_{\theta}$	$tan^2\beta + 1$			
5	$\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$	$P_{w} \leq \sigma_{v} tan^{2}\beta - P_{p}(tan^{2}\beta - 1) + C_{o}$			
6	$\sigma_{\theta} > \sigma_r > \sigma_z$	$P_{w} \leq 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \sigma_{v} tan^{2}\beta + P_{p}(tan^{2}\beta - 1) - C_{o}$			

En la Figura 4.21 se muestra la presión de colapso obtenida por medio del Criterio de Falla de Mohr Coulomb y por un programa elaborado en Matlab (Anexo C). En la figura se observa lo siguiente: la presión de poro nunca excede la presión de fractura ó a los esfuerzos horizontales, la presión de poro si puede exceder la presión de colapso y la presión de colapso no excede la presión de fractura.



Figura 4.21. Presión de Colapso calculada mediante el Criterio de Falla de Mohr-Coulomb.

LADE MODIFICADO

• Datos de entrada en la profundidad de 1704.2m en una zona de arenisca:

<i>Pp</i> =23.41 Mpa	<i>Co</i> = 10.27MPa (1500 psi)
<i>σν</i> =35.52 Mpa	$\Phi = 35^{\circ}, \beta = 62.5^{\circ}$
σh = 29.06 MPa	v=0.22

• Cálculo de los esfuerzos efectivos en la pared del agujero y definición de $\sigma'1$, $\sigma'2$ y $\sigma'3$

Los esfuerzos efectivos en la pared del agujero se calculan mediante las ecuaciones 2.51 de la siguiente manera:

• ESFUERZO RADIAL $\sigma' r = Pw - Pp = Pw - 23.41$ Carbon ESFUERZO TANGENCIAL (máximo)
 σ'θ= 3σH-σh-Pw-Pp=3(29.23)-29.06-Pw-23.41=35.22-Pw
 Carbon ESFUERZO AXIAL
 σ'a= σv- Pp= 35.52-23.41=12.11

Es importante remarcar que en el análisis de la presión de colapso el esfuerzo tangencial máximo se da a los 90° del σH , por lo tanto cos2 θ = -1 y $\sigma'\theta$ = $3\sigma H$ - σh -Pw-Pp.

El peso de lodo (Pw) más bajo que se puede utilizar es el equivalente a 200 psi de sobrebalance, lo que equivale a 1.37 MPa más que la presión de poro, resultando ser 24.78 MPa. Bajo esta condición se tiene:

 $\sigma' r$ = 1.37 MPa $\sigma' \theta$ =10.44 MPa $\sigma' a$ =12.11 MPa

Donde $\sigma' a > \sigma' \theta > \sigma' r$, por lo que se le asigna: $\sigma' l = \sigma' a$, $\sigma' 2 = \sigma' \theta$ y $\sigma' 3 = \sigma' r$.

• Comparación de los esfuerzos efectivos en la pared del agujero con la resistencia de la roca mediante el criterio de falla de Lade Modificado

Para conocer el peso de lodo mínimo para prevenir la falla por corte se usa el Criterio de Lade Modificado, debido a la naturaleza de la sustitución de las ecuaciones que definen el criterio de falla se llega a obtener solamente una ecuación para todos los regímenes de esfuerzos en la pared del agujero de un pozo vertical:

$$P_{w} = \frac{-(3\sigma_{H} - \sigma_{h}) + \sqrt{(3\sigma_{H} - \sigma_{h})^{2} + 4\left[P_{p}(\sigma_{h} - 3\sigma_{H} + P_{p} - S_{1}) + S_{1}(3\sigma_{H} - \sigma_{h} - P_{p} + S_{1}) - \frac{\left[3(\sigma_{H} - P_{p} + S_{1}) + \sigma_{v} - \sigma_{h}\right]^{3}}{(27 + \eta)(\sigma_{v} - P_{p} + S_{1})}\right]}{-2}$$

donde η y S₁ están definidos por las ecuaciones 3.26 y 3.27.

$$S_1 = S_0 / tan\phi.$$

$$(3.26)$$

$$(3.27)$$

$$\eta = 4\tan^2\phi(9 - 7\operatorname{sen}\phi)/(1 - \operatorname{sen}\phi). \tag{3.27}$$

Sustituyendo los valores respectivos en la ecuación anterior se obtiene una presión de colapso de 23.08 MPa, haciendo la conversión de MPa a densidad equivalente en gr/cm³, resulta ser que el límite mínimo para la densidad del fluido de control en la profundidad de 1704.2m es 1.38 gr/cm³, esta densidad es menor a la que se obtiene por medio del método de Mohr–Coulomb. La Figura 4.22 muestra la presión de colapso obtenida por medio del Criterio de Falla de Lade Modificado y por un programa elaborado en Matlab (Anexo C).



Figura 4.22. Presión de Colapso calculada mediante el Criterio de Falla de Lade Modificado.

La Figura 4.23 muestra los resultados obtenidos mediante los dos criterios de falla previamente vistos. Se puede observar que la presión de colapso obtenida por medio del criterio de falla de Mohr- Coulomb es mayor que la presión de colapso obtenida por Lade Modificado debido a que el criterio de falla de Mohr-Coulomb asume que el esfuerzo principal intermedio no tiene influencia sobre la resistencia de la roca. El criterio de falla que se usará para definir la densidad recomendada es el de Lade Modificado debido a que este criterio toma en cuenta los tres esfuerzos principales.

De igual manera, se observa que la densidad del lodo real no era la ideal para prevenir las pérdidas de circulación parciales a las cuales se enfrentaron durante la perforación. El derrumbe que ocurrió en el intervalo de 1800 a 1950m fue básicamente por la inestabilidad que tienen las lutitas naturalmente fracturadas a través del paso del tiempo (cuatro días y medio después de haber perforado la formación inició el derrumbe), esto se pudo corroborar con los tipos de pedazos de formación recolectados en temblorinas. Por lo tanto, es muy importante no perder tiempo para evitar que la resistencia de la lutita se decremente y se observen este tipo de problemas.



Figura 4.23. Presión de Colapso calculada mediante los Criterios de Falla de Mohr –Coulomb y Lade Modificado.

4.2.5. Densidad óptima del fluido de control y asentamientos de TRs recomendados

De acuerdo a las definiciones de geomecánica, la ventana de la densidad del fluido de control es el rango de valores de densidad que podrían usarse para una operación segura mientras se perfora. El valor mínimo de esta ventana corresponde a la densidad del lodo requerida para evitar el colapso de la formación en el agujero, y el valor máximo corresponde a la densidad del lodo requerida para prevenir un fracturamiento hidráulico durante la perforación.

La Figura 4.24 muestra la densidad óptima recomendada y los nuevos asentamientos de la tubería obtenidos mediante el análisis geomecánico previamente realizado. La densidad óptima recomendada está representada por las barras de color verde las cuales están limitadas por la presión de colapso o presión de poro como límite mínimo y por la presión de fractura como límite máximo, dichos valores se resumen en la Tabla 4.10.



Figura 4.24. Densidad del fluido de control y profundidades de asentamiento de TRs, recomendados mediante el estudio de estabilidad del agujero elaborado.

Tabla 4.10. Densidades de lodo recomendada.		
Profundidad (m)	Densidad recomendada (g/cm3)	
950- 1530 m	1.15- 1.30	
1531- 1700m	1.37- 1.40	
1701- 2900m	1.60- 1.63	

En la Figura 4.24 también se observan los asentamientos de las TRs recomendados, los cuales se encuentran a menor profundidad que los reales en ambas etapas (TR 13 3/8" a 1700 m y TR 9 5/8" a 2900 m), con el objetivo de cubrir las zonas problemáticas con la densidad óptima calculada. La ventana operativa es bastante reducida debido a que solo se asentarán dos tuberías, si la cantidad de tuberías de revestimiento incrementa, la ventana operativa sería mayor. Es importante que en la zona de lutitas, el tiempo de exposición del fluido de control con la formación sea lo menos posible, ya que esta zona es naturalmene fracturada y con el paso del tiempo la resistencia de la roca decrementa.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Debido a que no se contaba con el registro de densidad se utilizó una correlación para obtener la densidad promedio de la formación para calcular el esfuerzo vertical. Es importante tener el esfuerzo vertical lo más exacto posible ya que se utiliza para calcular la presión de poro y a la vez la presión de poro se utiliza para calcular la presión de fractura.
- La presión de poro se puede calibrar con los eventos de perforación, tales como: pérdidas de circulación y brotes.
- Teniendo la presión de poro y el esfuerzo vertical calibrados se calcula la presión de fractura, que se toma como referencia para saber si la magnitud de los esfuerzos horizontales máximo y mínimo es razonable.
- Para calcular los esfuerzos horizontales es importante saber si la región es tectónicamente activa o relajada.
- La presión de poro, el esfuerzo vertical, los esfuerzos horizontales máximo y mínimo y las propiedades mecánicas de la roca son datos de entrada para obtener la presión de colapso.
- Las propiedades mecánicas de la lutita se obtuvieron de las pruebas uniaxiales y triaxiales de núcleos de un pozo cercano al de interés, con el objetivo de alimentar el modelo geomecánico y obtener datos más exactos.
- Los criterios de falla de Mohr- Coulomb y Lade Modificado ofrecen diferencias en la predicción de la presión de colapso. Debido a que Mohr- Coulomb asume que el esfuerzo principal intermedio no tiene influencia sobre la resistencia de la roca y Lade Modificado le da importancia al esfuerzo principal intermedio como a los esfuerzos principales máximo y mínimo.
- Idealmente un modelo de estabilidad del agujero debería cubrir todos los aspectos que interfieren en la perforación del pozo, tal como la presión del pozo, temperatura, tiempo, química del lodo. Dicho modelo no existe al día de hoy, pero

se comprueba que la teoría de elasticidad lineal es válida para modelar la estabilidad del agujero.

- Es importante monitorear los recortes durante la perforación del pozo, ya que esto nos indica la calidad del agujero. En este caso, la forma irregular de los pedazos de formación que se originaron por la inestabilidad del agujero ofrecieron datos para determinar cuál fue la razón del problema y la forma de contrarrestarlo. Se observó que la forma de los pedazos de formación recolectados en temblorinas tenían caras planas y paralelas, lo que indica que las lutitas estaban naturalmente fracturadas.
- Este análisis de estabilidad del agujero se puede tomar como antecedente para el diseño de pozos futuros en la misma región.
- En cuencas donde inevitablemente la inestabilidad del agujero está presente, la solución más deseable no es necesariamente prevenir la inestabilidad, sino manejarla en tiempo real. El agujero podría estar inestable pero el pozo podría permanecer estable si se toman las precauciones correctas.

5.2. Recomendaciones

- Hacer pruebas de laboratorio o tomar el registro sónico dipolar para obtener las propiedades mecánicas de la roca y con ellas alimentar y calibrar el modelo geomecánico.
- Realizar pruebas de integridad de la formación, goteo, goteo extendida, minifrac ó microfrac para tener una aproximación del esfuerzo horizontal mínimo.
- Recuperar y recolectar los pedazos de formación durante la inestabilidad para poder tomar una mejor decisión durante las operaciones de perforación.
- Al perforar formaciones naturalmente fracturadas, éstas proveen una ruta de invasión del fluido de perforación lo cual produce una degradación de la resistencia de la roca que es totalmente dependiente del tiempo. Por lo tanto se recomienda disminuir el tiempo de exposición ante este tipo de formaciones.
- Utilizar el criterio de falla de Lade Modificado para la obtención de la presión de colapso debido a que Mohr-Coulomb es conservativo por no tomar en cuenta el esfuerzo principal intermedio.

ANEXO A

DEDUCCIÓN DE LOS ESFUERZOS INVARIANTES

Considerando que los esfuerzos principales son aquellos que actúan en planos donde los esfuerzos cortantes son nulos y por ende que en un plano principal el esfuerzo en un punto es igual al esfuerzo normal, entonces:

$$\overline{S} = \overline{\sigma} + \overline{\tau} \rightarrow \overline{S} = \overline{\sigma}$$
 A-1

Además se sabe que el vector esfuerzo es igual al tensor esfuerzo por el vector unitario,

$$\bar{S} = [T]\bar{n}, \qquad \bar{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix}, \qquad A-2$$

y que el vector esfuerzo normal es igual al esfuerzo normal por el vector unitario.

$$\bar{\sigma} = \sigma \bar{n}, \qquad \bar{\sigma} = \sigma \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{cases}.$$
 A-3

Desarrollando la ecuación A-1, resulta:

$$\sigma \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{cases} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{cases}.$$
 A-4

Realizando la operación tenemos:

$$\sigma \cos \alpha = \sigma_{x} \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta + \tau_{xz} \cos \gamma,$$

$$\begin{aligned} \sigma \cos\beta &= \tau_{yx} \cos\alpha + \sigma_y \cos\beta + \tau_{yz} \cos\gamma, \\ \sigma \cos\gamma &= \tau_{zx} \cos\alpha + \tau_{zy} \cos\beta + \sigma_z \cos\gamma, \end{aligned}$$

Simplificando y rearreglando:

$$\begin{split} 0 &= \sigma_x \cos \alpha - \sigma \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta + \tau_{xz} \cos \gamma, \\ 0 &= \tau_{yx} \cos \alpha + \sigma_y \cos \beta - \sigma \cos \beta + \tau_{yz} \cos \gamma, \\ 0 &= \tau_{zx} \cos \alpha + \tau_{zy} \cos \beta + \sigma_z \cos \gamma - \sigma \cos \gamma, \end{split}$$

$$0 = \cos\alpha(\sigma_x - \sigma) + \tau_{xy}\cos\beta + \tau_{xz}\cos\gamma,$$

$$0 = \tau_{yx}\cos\alpha + \cos\beta(\sigma_y - \sigma) + \tau_{yz}\cos\gamma,$$

$$0 = \tau_{xx}\cos\alpha + \tau_{xy}\cos\beta + \cos\gamma(\sigma_x - \sigma),$$

A-5

Rearreglando el juego de ecuaciones A-5, se obtiene:

 $\begin{bmatrix} \sigma_{x} - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} - \sigma \end{bmatrix} \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{cases} = 0.$

Como se puede observar, el sistema de ecuaciones A-5 tiene 3 ecuaciones con 4 incógnitas las cuales son: $cos\alpha$, $cos\beta$, $cos\gamma$ y σ ; por lo tanto se necesita una ecuación más, la cual resulta ser:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1, \qquad A-6$$

con la ecuación A-6 se elimina la solución trivial del sistema A-5. Para que exista una solución del sistema diferente de la trivial, el determinante debe de ser igual a cero, lo que implica que:

$$det = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$

Desarrollando el determinante:

$$(\sigma_x - \sigma) (\sigma_y - \sigma) (\sigma_z - \sigma) + \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} + \tau_{yx} \tau_{zy} \tau_{xz} - (\sigma_y - \sigma) \tau_{zx} \tau_{xz} - (\sigma_x - \sigma) \tau_{zy} \tau_{yz} - (\sigma_z - \sigma) \tau_{yx} \tau_{xy}$$

$$=0;$$

 $\text{donde:}\; \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{N}\mathcal{Y}} = \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{Y}\mathcal{N}}, \; \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{B}\mathcal{X}} = \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{N}\mathcal{B}^{\prime}} \; \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{Y}\mathcal{B}} = \tau_{\scriptscriptstyle \mathcal{B}\mathcal{Y}}.$

$$\left(\sigma_x \sigma_y - \sigma_x \sigma - \sigma \sigma_y + \sigma^2\right) \left(\sigma_z - \sigma\right) + 2 \tau_{xy} \tau_{yy} \tau_{xz} - \left(\sigma_y - \sigma\right) \tau_{xz}^2 - \left(\sigma_x - \sigma\right) \tau_{zy}^2 - \left(\sigma_z - \sigma\right) \tau_{xy}^2 = 0$$

$$\begin{split} \sigma_x \sigma_y \sigma_z &- \sigma_x \sigma_y \sigma - \sigma_x \sigma_z \sigma + \sigma_x \sigma^2 - \sigma_y \sigma_z \sigma + \sigma_y \sigma^2 + \sigma_z \sigma^2 - \sigma^3 + \\ 2 \tau_{xy} \tau_{xy} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{xy}^2 + \sigma \tau_{xy}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 + \sigma \tau_{xy}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 + \sigma \tau_{xy}^2 = 0 \\ , \end{split}$$

$$-\sigma^{3} + \sigma^{2}(\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}) - \sigma(\sigma_{x}\sigma_{y} + \sigma_{x}\sigma_{z} + \sigma_{y}\sigma_{z} - \tau_{zy}^{2} - \tau_{xy}^{2} - \tau_{xz}^{2}) + \sigma_{x}\sigma_{y}\sigma_{z} + 2\tau_{xy}\tau_{zy}\tau_{xz} - \sigma_{x}\tau_{zy}^{2} - \sigma_{z}\tau_{xy}^{2} - \sigma_{y}\tau_{xz}^{2} = 0$$

$$A-7$$

La expresión anterior se puede escribir de la siguiente forma:

donde:

,

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \tag{A-9}$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{zy}^2 - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2, \qquad A-10$$

$$I_{3} = \begin{vmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} \end{vmatrix} = \sigma_{x}\sigma_{y}\sigma_{z} + 2\tau_{xy}\tau_{zy}\tau_{xz} - \sigma_{x}\tau_{zy}^{2} - \sigma_{z}\tau_{xy}^{2} - \sigma_{y}\tau_{xz}^{2} = Determinante del tensor esfuerzo$$
. A-11

Los valores de I_1 , I_2 e I_3 reciben el nombre de invariantes del tensor esfuerzo, por la razón de que siempre tienen el mismo valor independientemente del sistema coordenado de referencia que se use:

*I*₁- invariante lineal

I2- invariante cuadrático

I₃- invariante cúbico

La ecuación A-8 es una ecuación de tercer grado en σ , la cual nos conduce a encontrar tres valores reales, los cuales son los esfuerzos principales en el entorno de un punto y se les denomina:

- σ_{l} esfuerzo principal mayor
- σ_2 esfuerzo principal intermedio
- σ_3 esfuerzo principal mínimo

Siendo $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$

ESFUERZO NORMAL Y CORTANTE EN DOS DIMENSIONES (2D)

Haciendo el análisis de la fuerza P aplicada en el triángulo de la Figura A-1, se tiene: Para eje "*x*":

$$ABPx = OB\sigma_x + OA\tau_{yx},$$

si AB=a, OA=asen θ y OB=acos θ ,
 $aPx = acos\theta\sigma_x + asen\theta\tau_{yx},$
 $Px = cos\theta\sigma_x + sen\theta\tau_{yx}.$

Para eje "y":

$$\begin{split} ABPy &= OB\sigma_y + OA\tau_{xy}, \\ Si AB &= a, OA = asen\theta \ y \ OB = acos\theta, \\ aPy &= asen\theta\sigma_y + acos\theta\tau_{xy}, \\ Py &= sen\theta\sigma_y + cos\theta\tau_{xy}. \end{split}$$
 A-13

A-12



Figura A-1. Esfuerzos en el plano xy.

Es conveniente expresar las ecuaciones A-12 y A-13 en términos de esfuerzos normales y de corte a través del plano AB (los signos son tomando en cuenta la Figura A-1):

$$\begin{split} \sigma &= Px\cos\theta + Pysen\theta, \\ \sigma &= (a_x\cos\theta + \tau_{yx}sen\theta)\cos\theta + (a_ysen\theta + \tau_{xy}\cos\theta)sen\theta, \\ \sigma &= \sigma_x\cos^2\theta + \tau_{yx}sen\theta\cos\theta + \sigma_ysen^2\theta + \tau_{xy}sen\theta\cos\theta, \\ \text{si } \tau_{yx} &= \tau_{xy,} \\ \sigma &= \sigma_x\cos^2\theta + 2\tau_{xy}sen\theta\cos\theta + a_ysen^2\theta. \\ \Lambda - 14 \\ \tau &= Py\cos\theta - Pxsen\theta, \\ \tau &= (a_ysen\theta + \tau_{xy}\cos\theta)\cos\theta - (a_x\cos\theta + \tau_{yx}sen\theta)sen\theta, \\ \tau &= \sigma_ysen\theta\cos\theta + \tau_{xy}cos^2\theta - \sigma_xsen\theta\cos\theta - \tau_{yx}sen\theta), \\ \text{si } \tau_{yx} &= \tau_{xy,} \\ \tau &= (a_y - \sigma_x)sen\theta\cos\theta + \tau_{xy}(\cos^2\theta - sen^2\theta), \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)sen2\theta + \tau_{xy}cos2\theta. \\ \end{split}$$

ESFUERZOS PRINCIPALES (2D)

Son aquellos que actúan en planos donde los esfuerzos cortantes son nulos, es decir, se trata de esfuerzos normales puros, y a los planos en donde actúan se les llama planos principales.

Tomando el procedimiento para llegar a la ecuación A-4 pero en dos dimensiones, se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \end{cases} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{cases} \cos \alpha \\ \cos \beta \end{cases},$$
 A-16

realizando la operación tenemos:

 $\sigma \cos \alpha = \sigma_{x} \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta,$ $\sigma \cos \alpha = \sigma_{x} \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta,$

$$\sigma \cos\beta = \tau_{yx} \cos\alpha + \sigma_y \cos\beta,$$

simplificando y rearreglando:

 $0 = \sigma_x \cos\alpha - \sigma \cos\alpha + \tau_{xy} \cos\beta,$

$$\begin{aligned} 0 &= \tau_{yx} \cos \alpha + \sigma_y \cos \beta - \sigma \cos \beta, \\ 0 &= \cos \alpha (\sigma_x - \sigma) + \tau_{xy} \cos \beta, \\ 0 &= \tau_{yx} \cos \alpha + \cos \beta (\sigma_y - \sigma). \end{aligned}$$
 A-17

Rearreglando el juego de ecuaciones A-17, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} - \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix} = 0$$

Como se puede observar, el sistema de ecuaciones A-17 tiene 2 ecuaciones con 3 incógnitas las cuales son: $cos\alpha$, $cos\beta$, y σ ; por lo tanto se necesita una ecuación más, la cual resulta ser:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 1, \qquad A-18$$

con la ecuación A-18 se elimina la solución trivial del sistema A-17. Para que exista una solución del sistema diferente de la trivial, el determinante debe de ser cero, lo que implica que:

$$det = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma \end{vmatrix} = 0,$$

Desarrollando el determinante:

$$(\sigma_x - \sigma) (\sigma_y - \sigma) - \tau_{yx} \tau_{xy} = 0,$$

donde: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

$$(\sigma_x \sigma_y - \sigma_x \sigma - \sigma_y \sigma + \sigma^2) - \tau_{xy}^2 = 0,$$

$$\sigma^2 - \sigma (\sigma_x + \sigma_y) + \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 = 0,$$
A-19

Resolviendo la expresión anterior, se pueden obtener los dos esfuerzos principales (σ_1 y σ_2):

$$\sigma_{1} = \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{y}) + \sqrt{\tau_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2}},$$

$$\sigma_{2} = \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{y}) - \sqrt{\tau_{xy}^{2} + \frac{1}{4} (\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2}}.$$

ANEXO B

MAPA MUNDIAL DE ESFUERZOS (WSM)

Gracias al esfuerzo de la comunidad internacional de investigadores, el WSM (World Stress Map) del año 2008, contiene 21,750 puntos como datos, provenientes de mecanismos de sismos, análisis de breakouts, datos de fracturamientos hidráulicos, toma de núcleos, interpretación de fallas geológicas, etc.

La Figura B-1 muestra las orientaciones del esfuerzo máximo horizontal compre. La longitud de los símbolos de esfuerzos representa la calidad, siendo A la mejor; el color rojo indica fallas normales, el verde indica fallas de deslizamiento, el azul indica fallas inversas y la "U" indica un régimen tectónico desconocido. Las líneas de color negro son los límites de las placas tectónicas [27].



Figura B-1. Mapa mundial de esfuerzos, el cual ofrece la orientación del esfuerzo horizontal máximo.

ANEXO C

CÓDIGO EN MATLAB PARA LA OBTENCIÓN DE LA PRESIÓN DE COLAPSO POR MEDIO DEL CRITERIO DE FALLA DE MOHR-COULOMB

```
function Crit_Mohr
clear all
% Agrega los valores del archivo .TXT a Matlab
fid=fopen('datos.txt', 'r');
% Asignacion de los valores de entrada a la profundidad correspondiente
n=length(aux);
for i=1:1:n
            profun(i) = aux(1,i);
            pp(i) = aux(2, i);
            pf(i) = aux(3, i);
            ev(i) = aux(4,i);
            ehmin(i) = aux(5,i);
            ehmax(i) = aux(6, i);
            ucs(i) = aux(7, i);
            phi(i) = aux(8, i);
            beta(i) = aux(9,i);
            poiss(i) = aux(10, i);
end
% Cálculo de la presion de lodo con sobrebalance de 1.37 MPa o 200 psi
for j=1:1:n
                        pl(j)=pp(j)+1.37;
                         er(j)=pl(j)-pp(j);
                         et(j)=3*ehmax(j)-ehmin(j)-pl(j)-pp(j);
                         ea(j)=ev(j)-pp(j);
end
% Cálculo de la presión de colapso con los diferentes regímenes de
esfuerzo en la pared del agujero
for k=1:1:n
            if ((et(k) > ea(k)) \& (ea(k) > er(k)))
                        pc(k) = (3 + ehmax(k) - ehmin(k) + pp(k) + (tan (beta(k) + 3.1416/180)^{2}) - 1) - (tan (beta(k) + 3.1416/180)^{2}) - (tan (beta(k) + 3.141
                                          ucs(k))/(tan (beta(k)*3.1416/180)^2+1);
            elseif ((ea(k)>et(k)) && (et(k)>er(k)))
                        pc(k) = (ev(k) + pp(k) * (tan (beta(k) * 3.1416/180)^{2}-1) - ucs(k)) / (tan)
                                     (beta(k)*3.1416/180)^2);
```

```
elseif ((ea(k)>er(k)) \&\& (er(k)>et(k)))
         pc(k) = 3 + ehmax(k) - ehmin(k) - ((ev(k) - pp(k) - ucs(k))) / (tan)
               (beta(k) *3.1416/180) ^2)) -pp(k);
    elseif ((er(k)>ea(k)) \& (ea(k)>et(k)))
         pc(k) = ((3*ehmax(k)-ehmin(k))*(tan (beta(k)*3.1416/180)^2) -
             (pp(k)*(tan (beta(k)*3.1416/180)^2))+ucs(k))/((tan (beta(k))))/((tan (beta(k)))))/((tan (beta(k))))))
             (beta(k) * 3.1416/180)^{2} + 1);
    elseif ((er(k) > et(k)) \& (et(k) > ea(k)))
         pc(k) = ev(k) * (tan (beta(k) * 3.1416/180)^2) - (pp(k) * (tan ))^2
         (beta(k) * 3.1416/180)^{2}-1) + ucs(k)
    elseif ((et(k) > er(k)) \& (er(k) > ea(k)))
         pc(k) = 3 + ehmax(k) - ehmin(k) - (ev(k) + (tan))
         beta(k) \times 3.1416/180)^{2}) + (pp(k) \times (tan (beta(k) \times 3.1416/180)^{2}-1)) -
         ucs(k);
     end
end
%Datos de salida en un archivo TXT
Resul X=fopen('ResultadoPC.txt', 'w')
fprintf(Resul_X,'%12.8f\n',[pc]);
fclose(Resul X);
%Gráfica de la curva de presión de colapso
figure(1)
plot(pc,profun)
title('Presión de Colapso')
xlabel('Presión [MPa]')
ylabel('Profundidad [m]')
```

CÓDIGO EN MATLAB PARA LA OBTENCIÓN DE PRESIÓN DE COLAPSO POR MEDIO DEL CRITERIO DE FALLA DE LADE MODIFICADO

```
function Lade
clear all
% Agrega los valores del archivo .TXT a Matlab
fid=fopen('datos.txt','r');
aux=fscanf(fid,'%g %g %[10 inf]);
% Asignacion de los valores de entrada a la profundidad correspondiente
n=length(aux);
for i=1:1:n
    profun(i) = aux(1,i);
    pp(i) = aux(2, i);
    pf(i) = aux(3, i);
    ev(i) = aux(4,i);
    ehmin(i) = aux(5,i);
    ehmax(i) = aux(6,i);
    ucs(i) = aux(7, i);
    phi(i) = aux(8, i);
    beta(i) = aux(9, i);
    poiss(i) = aux(10, i);
end
```

```
% Calculo de la presión de lodo con sobrebalance de 1.37 MPa
for j=1:1:n
                        pl(j)=pp(j)+1.37;
                        er(j)=pl(j)-pp(j);
                        et(j)=3*ehmax(j)-ehmin(j)-pl(j)-pp(j);
                        ea(j)=ev(j)-pp(j);
end
   \ Calculo de las variables \eta,\ S_1 y So
for k=1:1:n
            so(k)=ucs(k)/(2*((cos(phi(k)*3.1416/180))/(1-
                               sin(phi(k)*3.1416/180)));
            si(k) = so(k) / tan(phi(k) * 3.1416 / 180);
            eta(k) = (4*(tan(phi(k)*3.1416/180))^2*(9-
                               7*sin(phi(k)*3.1416/180)))/(1-sin(phi(k)*3.1416/180));
            a(k) = -1;
            b(k) = 3 + ehmax(k) - ehmin(k);
            c(k) = (pp(k)*(ehmin(k)-3*ehmax(k)+pp(k)-si(k)))+(si(k)*(3*ehmax(k)-si(k))))
                            ehmin(k) - pp(k) + si(k)) - (((3*(ehmax(k) - pp(k) + si(k)) + ev(k) - ph(k))) + ev(k) - ph(k) + si(k)) + ev(k) - ph(k) + si(k) + si(k) + ev(k) - ph(k) + si(k) + si(
                            ehmin(k))^3)/((27+eta(k))*(ev(k)-pp(k)+si(k))));
% Cálculo de la presión de colapso para todos los regímenes de falla
pc(k) = (-b(k) + (sqrt(b(k)^2 - (4*a(k)*c(k))))) / (2*a(k));
end
%Datos de salida en un archivo TXT
Resul_X=fopen('ResultadoPC.txt','w')
fprintf(Resul_X,'%12.8f\n',[pc]);
fclose(Resul_X);
%Gráfica de la curva de presión de colapso
figure(2)
plot(pc,profun)
title('Presión de Colapso')
xlabel('Presión [MPa]')
ylabel('Profundidad [m]')
```

NOMENCLATURA

Co	Resistencia a la Compresión Uniaxial de la Roca	$[F/L^2]$
D, z	Profundidad	[L]
Е	Módulo de Young	$[F/L^2]$
G	Módulo de Corte	$[F/L^2]$
Ι	Ángulo de inclinación del pozo	[°]
I_1	Primer Esfuerzo Invariante	$[F/L^2]$
I_2	Segundo Esfuerzo Invariante	$[F/L^2]^2$
I ₃	Tercer Esfuerzo Invariante	$[F/L^2]^3$
\mathbf{J}_1	Primer Invariante de Esfuerzo Desviatórico	[F/L ²]
J_2	Segundo Invariante de Esfuerzo Desviatórico	$[F/L^2]^2$
J_3	Tercer Invariante de Esfuerzo Desviatórico	$[F/L^2]^3$
K	Módulo Volumétrico	$[F/L^2]$
K _i	Coeficiente Matricial de la Roca	[adim]
$l_{xx'}, l_{xy'}, l_{xz'}$	Cosenos Directores de los Ángulos Existentes entre el	
	Eje x y los Ejes x', y' y z', respectivamente	[adim]
$l_{yx'}, l_{yy'}, l_{yz'}$	Cosenos Directores de los Ángulos Existentes entre el	
	Eje y y los Ejes x', y' y z', respectivamente	[adim]
$l_{zx'}, l_{zy'}, l_{zz'}$	Cosenos Directores de los Ángulos Existentes entre el	
	Eje x y los Ejes x', y' y z', respectivamente	[adim]
P _p	Presión de Poro	$[F/L^2]$

\mathbf{P}_{pn}	Presión de Poro Normal	$[F/L^2]$
P _f	Presión de Fractura	$[F/L^2]$
$\mathbf{P}_{\mathbf{w}}$	Presión hidrostática en el agujero	[F/L ²]
So	Cohesión de la Roca	$[F/L^2]$
$S_x, S_y, S_z,$	Componentes del Esfuerzo Desviatórico	$[F/L^2]$
S _{xy} , S _{xz} , S _{yz}	Componentes del Esfuerzo Desviatórico	$[F/L^2]$
To	Resistencia a la Tensión de la Roca	$[F/L^2]$
V	Velocidad	[L/t]
a	Ángulo de Acimut del Pozo	[°]
β	Ángulo de Falla	[°]
3	Deformación, Elongación	[L/L]
ε _v	Deformación Volumétrica	$[L^{3}/L^{3}]$
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Componentes de Deformación	[L/L]
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ θ	Componentes de Deformación Posición angular	[L/L] [°]
ε _x , ε _y , ε _z θ λ	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé	[L/L] [°] [F/L ²]
ε _x , ε _y , ε _z θ λ μ	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna	[L/L] [°] [F/L ²] [adim]
ε _x , ε _y , ε _z θ λ μ	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³]
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_b	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³]
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_b ρ_{fl}	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³] [M/L ³]
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_b ρ_{fl} ρ_g	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca Densidad del Fluido (Agua de Formación) Densidad del Grano de la Roca (Matriz)	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³] [M/L ³] [M/L ³]
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_b ρ_{fl} ρ_g σ	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca Densidad del Fluido (Agua de Formación) Densidad del Grano de la Roca (Matriz) Esfuerzo Normal	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³] [M/L ³] [M/L ³] [M/L ³]
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_b ρ_{fl} ρ_g σ $\overline{\sigma}$	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca Densidad del Fluido (Agua de Formación) Densidad del Grano de la Roca (Matriz) Esfuerzo Normal	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³] [M/L ³] [M/L ³] [F/L ²]
$\epsilon_{x}, \epsilon_{y}, \epsilon_{z}$ θ λ μ ρ_{avg} ρ_{b} ρ_{fl} ρ_{g} σ σ σ_{v}, σ_{ob}	Componentes de Deformación Posición angular Constante Elástica de Lamé Coeficiente de Fricción Interna Densidad Promedio de la Roca Densidad Volumétrica de la Roca Densidad del Fluido (Agua de Formación) Densidad del Grano de la Roca (Matriz) Esfuerzo Normal Esfuerzo Normal Promedio	[L/L] [°] [F/L ²] [adim] [M/L ³] [M/L ³] [M/L ³] [F/L ²] [F/L ²]

$\sigma_{\rm H}$	Esfuerzo Horizontal Máximo	$[F/L^2]$
$\sigma'_{\rm H}$	Esfuerzo Horizontal Máximo Efectivo	[F/L ²]
$\sigma_{\rm h}$	Esfuerzo Horizontal Mínimo	[F/L ²]
σ _h	Esfuerzo Horizontal Mínimo Efectivo	[F/L ²]
σ_t	Esfuerzo Horizontal Tectónico	[F/L ²]
σ_{r}	Esfuerzo Radial	$[F/L^2]$
σ_{θ}	Esfuerzo Tangencial	$[F/L^2]$
σ _z	Esfuerzo Axial	$[F/L^2]$
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Esfuerzos Normales	$[F/L^2]$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \circ$	Esfuerzos Principales	[F/L ²]
S_1, S_2, S_3 $\sigma_H, \sigma_h, \sigma_v$	Esfuerzos Horizontal Máximo y Mínimo, Vertical	[F/L ²]
τ	Esfuerzo Cortante	[F/L ²]
$\tau_{xy},\tau_{xz},\tau_{yz}$	Esfuerzos Cortantes	[F/L ²]
$\tau_{r\theta},\tau_{rz},\tau_{\theta z}$	Esfuerzos Cortantes en Coordenadas Cilindricas	[F/L ²]
υ	Relación de Poisson	[L/L]
	Porosidad de la Roca	[adim]
	Ángulo de Fricción Interna	[°]
Γ	Deformación de corte	[L/L]
$\Gamma_{xy}, \Gamma_{xz}, \Gamma_{yz}$	Componentes de Deformación de Corte	$[F/L^2]$
Δt_{ma}	Tiempo de Transito de la Matriz de la Roca	[t/L]
$\Delta t_{\rm fl}$	Tiempo de Transito del Fluido de Formación	[t/L]
$\Delta t_{n(sh)}$	Tiempo de Transito Normal en Lutitas	[t/L]
$\Delta t_{ob(sh)}$	Tiempo de Transito Observado en Lutitas	[t/L]
Δt_{sh}	Tiempo de Transito en Lutitas	[t/L]

	Gradiente de Presión de Poro	$\left[\frac{F/L^2}{L}\right] o \left[\frac{M}{L^3}\right]$
$(\frac{p_{pn}}{D})$	Gradiente de Presión de Poro Normal	$\left[\frac{F/L^2}{L}\right] O\left[\frac{M}{L^3}\right]$
$(\frac{\mathbf{p}_{\mathbf{f}}}{D})$	Gradiente de Fractura	$\left[\frac{F/L^2}{L}\right] O\left[\frac{M}{L^2}\right]$
$\left(\frac{\sigma_{Ob}}{D}\right)$	Gradiente de Sobrecarga	$\left[\frac{F/L^2}{L}\right] o \left[\frac{M}{L^3}\right]$

BIBLIOGRAFÍA

- **1.** Bourgoyne Jr. A. T. and Young F.S.: "*Applied Drilling Engineering*", SPE Textbook Series, Vol.2, 1984.
- 2. Alan Huffman and Glenn Bowers: "Pressure Regimes in Sedimentary Basins and Their Prediction", *AAPG Memoir* 76, 2002.
- **3.** Terzaghi Karl and Peck R. B. "Soil *Mechanics in Engineering Practice*", John Wiley ando Sons, New York, 1948.
- 4. Hubbert M. King and Rubey, W.W.: "Role of Fluid Pressure in Mechanics of Everthrust Faulting, Part I", *GSA*, February 1959.
- 5. C.E. Hottmann and R. K. Johnson: "Estimation of Formation Pressures from Log-Derived Shale Properties", *JPT*, 1965.
- **6.** Ben A. Eaton: "The Equation for Geopressure Prediction from Well Logs", *SPE* 5544, October 1975.
- 7. Glenn L. Bowers: "Pore Pressure Estimation from Velocity Data: Accounting for Overpressure Mechanisms Besides Undercompactation", *SPE* 27488, February 1994.
- 8. Hubbert M. and Willis D. G.: "Mechanics of Hydraulic Fracturing", *AIME* (1957) 210, pag. 153-166.
- **9.** Matthews W. R. and Kelly J.: "How to Predict Formation Pressure and Fracture Gradient", *Oil Journal*, February 1967.
- **10.** Eaton Ben A.: "Fracture Gradient Prediction and its Application in Oilfield Operations", *SPE* 2163, October 1969.
- **11.** Stephen R. Daines: "Prediction of fracture Pressures for Wildcat Wells", *SPE* 9254, April 1982.
- **12.** Erling Fjaer, Rune M. Holt, Per Horsrud, Arne M. Raaen and Ramus Risnes: *"Petroleum Related Rock Mechanics"*, Elsiever, Holanda, 1992.
- **13.** Anderson, E.M.: "*The dynamics of faulting and dyke formation*", 2nd Ed. Oliver and Boyd, 1951.
- 14. M. A. Bradi, C. Sayers and R.A. Hussein: "Pore Pressure Prediction Data Using Seismic Velocities and Log Data in the Offshore Nile Delta, Egypt", SPE 68195, March 2001.
- **15.** Mario Zamora: "New Method Predicts Gradient Fracture", M-I Drilling Fluids Company, Houston, Texas.

- **16.** Bellotti, P., and Giacca, D.: "Pressure Evaluation Improves Drilling Program," The *Oil and Gas Journal*, September 1978.
- 17. De Bree P. and Walters J.V.: "Micro/Minifrac Test Procedures and Interpretation for In Situ Stress Determination", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 26, pag. 515-521 (1989).
- Detournay E., Cheng h., Roeiers J.C., Mclennan J.: "Poroelasticity Considerations in In Situ Stress Determination by Hydraulic Fracturing", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 26, pag. 507-513 (1989).
- **19.** Addis M.A., Hanssen T.H., Yassir N., Willoughby D.R. and Enever J.: "A Comparison of Leak-Off Test and Extended Leak-Off Test Data for Stress Estimation", *SPE* 47235, July 1998.
- **20.** Breckels I.M. and Eekelen H.A.M.:"Relationship Between Horizontal Stress and Depth in Sedimentary Basins", *SPE* 10336, September 1982.
- **21.** Naj Yassir y M. Anthony Addis: "Relationships between Pore Pressure and Stress in Different Tectonic Settings", *AAPG Memoir* 76, 1998
- **22.** M.R. McLean y M.A. Addis: "Wellbore Stability: The Effect of Strength Criteria on Mud Weight Recommendations", *SPE* 20405, September 1990.
- **23.** Ewy R.T.: "Wellbore- Stability Predictions by Use of a Modified Lade Criterion", *SPE* 56862, June 1999.
- **24.** Jaeger and Cook: *"Fundamentals of rock Mechanics"*, Third Edition, Chapman and Hall, London, 1979
- 25. Mark D. Zoback: "Reservoir Geomechanics" Cambridge University Press, 2007.
- **26.** Borivoje Pasic, Nediljka Gaurina, Davorin Matanovic: "Wellbore instability: causes and consequences", University of Zagreb, 2007.
- 27. The World Stress Map Project, www.world-stress-map.org
- **28.** Bradley W.B.: "Failure of inclined borehole", Journal of Energy Resources Tech., ASME, 1979.