

Universidad Nacional Autónoma de México



Facultad de Ingeniería

Diseño, Análisis y Manufactura del Múltiple de Admisión para el Vehículo Fórmula SAE UNAM 2011

Tesis que para obtener el Título de:

Ingeniero Mecánico

Presenta:

Manuel Alejandro Tapia Romero

Director de Tesis: Dr. William Vicente y Rodríguez

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se lo dedico a mis padres, que me han acompañado en cada etapa de mi vida; por el invaluable apoyo, consejos y comprensión que me han traído a lograr esta meta. A mis hermanos, Raquel y Ramón, por ser pilares indispensables, compañeros y testigos del trabajo que he realizado a lo largo de toda mi carrera y sobre todo por el buen ejemplo que siempre han sido para mí.

También gracias a mi tía y a mi abuelita, que aunque fallecieron hace tiempo, recordaré siempre sus enseñanzas.

Agradezco también al Dr. William Vicente y Rodríguez por haber confiado en mí, por toda la paciencia y correcciones a este trabajo.

No podría dejar de mencionar a mis compañeros de equipo, por todo el trabajo realizado para lograr un objetivo en común.

Gracias a todos.

1 Introducción.....	4
1.1 Descripción de la competencia.....	4
1.2 Objetivo de la tesis.....	5
1.3 Componentes básicos del múltiple de admisión.....	6
1.4 Lineamientos reglamentarios del múltiple de admisión.....	6
1.5 Estructura de la tesis.....	7
2 Componentes y parámetros de diseño del múltiple de admisión.....	9
2.1 Mapa de los componentes.....	9
2.2 Cuerpo de aceleración.....	10
2.3 Difusor.....	11
2.4 Plenum.....	13
2.4.2 Importancia de la geometría del plenum.....	13
2.4.3 Sensores ubicados en el plenum.....	16
2.5 Runners.....	17
2.5.1 Modelos Históricos.....	17
2.5.2 Resonador de Helmholtz.....	19
2.5.3 Importancia de la forma de los runners.....	22
2.6 Adaptadores al motor.....	23
2.7 Riel de inyección e inyectores.....	25
3 Manufactura del múltiple de admisión.....	26
3.1 Método de manufactura para plenum y runners.....	26
3.1.1 Métodos tradicionales y estado del arte.....	26
3.1.2 Manufactura avanzada y características de la impresión tridimensional....	27
3.2 Selección de materiales para el plenum y los runners.....	28

3.2.1 Termoplásticos de Ingeniería.....	28
3.2.2 Polifenilsulfona.....	28
3.3 Manufactura y selección de materiales del difusor.....	29
3.4 Manufactura y selección de materiales de los adaptadores para el motor.....	29
3.5 Ensamble del múltiple de admisión.....	30
4 Ecuaciones de transporte.....	31
4.1 Continuidad.....	31
4.2 Cantidad de movimiento.....	31
4.3 Promediado de las ecuaciones.....	32
5 Método de solución.....	36
5.1 Volúmenes finitos.....	36
6 Simulación numérica para la validación del diseño.....	44
6.1 Caso a simular.....	44
6.2 Detalles numéricos.....	46
6.3 Resultados de la simulación.....	50
6.3.1 Resultados runner 2.....	51
6.3.2 Resultados runner 4.....	51
7 Conclusiones.....	58
Apéndice A Modelos de Turbulencia.....	61
A.1 Cierres de segundo orden.....	61
A.2 Modelos de viscosidad turbulenta.....	66
A.3 Modelo $k - \varepsilon$	68

Apéndice B Esquemas de discretización.....	71
B.1 Esquemas lineales.....	72
B.1.1 Diferencias desplazadas de primer orden.....	72
B.1.2 Diferencias centrales.....	73
B.1.3 Híbrido.....	73
Referencias bibliográficas.....	75

1 Introducción

1.1 Descripción de la competencia

Formula SAE es una competencia estudiantil sobre el diseño de un auto tipo fórmula, organizada por la SAE International (Society of Automotive Engineers).

El objetivo de esta competencia es que el equipo de estudiantes cree una empresa ficticia que manufacture un pequeño auto tipo fórmula. El auto de carreras prototipo será evaluado por su potencial de ser producido en grandes cantidades. El mercado objetivo de este auto es el conductor de autocross amateur. Cada equipo diseñará, construirá y probará su prototipo basándose en una serie de reglas que promueven la seguridad además de la solución ingeniosa de problemas.

Formula SAE promueve la profesión y la excelencia en la ingeniería, además de que abarca todos los aspectos de la industria automotriz, incluyendo diseño, manufactura, evaluación, desarrollo, mercadeo, administración y finanzas. De esta manera, Formula SAE saca a los alumnos del salón de clases y les permite aplicar la teoría de los libros de texto para así obtener experiencia en proyectos reales.

La competencia llevada a cabo en el Autoclub Speedway en Fontana California consiste en una serie de eventos estáticos y dinámicos.

Los eventos estáticos son los siguientes:

- Engineering Design

Este evento califica la calidad del diseño ingenieril con el cual se desarrolló el auto. Los jueces evalúan las ideas innovadoras de los estudiantes, así como las pruebas que se hicieron y la teoría involucrada en el diseño. Durante esta etapa se inspeccionan los datos de las pruebas y los análisis realizados por el equipo.

- Cost Analysis

El equipo debe entregar un reporte detallado acerca del costo del prototipo, el capital y los gastos de fabricación, horas hombre, etc.

- Business Presentation

Se evalúa la capacidad del equipo de hacer una presentación con el objetivo de vender el auto, simulando ser una firma de manufactura hipotética cuyo propósito es construir cuatro autos diarios en una producción limitada.

Los eventos dinámicos son:

- Skid Pad

Este evento mide el agarre del auto en curvas y consiste en que el auto pase a través de un pequeño circuito en forma de ocho trazado con conos. Lo ideal es que el auto no tire ninguno de los conos.

- Acceleration

Este evento mide la capacidad del auto de acelerar desde el reposo hasta recorrer una distancia de 250 pies, la más rápida de cuatro pruebas es la que queda como resultado.

- Autocross

Este evento consiste en que el auto sea conducido por un circuito con bastantes vueltas cerradas y *slaloms*, la vuelta concluida en el menos tiempo es la que se toma en cuenta.

- Endurance y Fuel Economy

Es una carrera de 22 kilómetros que pone a prueba los límites del auto y del conductor, en esta se hace un cambio de piloto obligatorio a mitad del curso. La economía de combustible se mide al final y se compara con la de los demás autos; solo los autos que terminan esta prueba pueden obtener una cantidad importante de puntos.

En el año 2011 el diseño del auto se dividió en sistemas, los cuales estuvieron a cargo de una o varias personas cada uno.

Uno de los sistemas más importantes del auto, que requiere de más consideraciones en cuanto a parámetros de diseño y variables de control es el múltiple de admisión. La función del múltiple de admisión es conducir equitativamente aire a las cámaras de combustión del motor, en el cual los inyectores de combustible están montados. En esta competencia también cumple la función de limitar la potencia del motor a través de un restrictor de aire de 20mm de diámetro. Por esto es un reto buscar la manera de mejorar el flujo de aire y así optimizar el desempeño del motor a pesar de esta limitante impuesta por el reglamento de la competencia.

En esta tesis se abordará el diseño del múltiple de admisión del Fórmula SAE 2011, principalmente desde el punto de vista de la dinámica de fluidos computacional.

1.2 Objetivo de la Tesis

Diseño, análisis y manufactura del múltiple de admisión bajo los lineamientos reglamentarios, con la finalidad de hacerlo eficiente y funcional, mediante el control de las condiciones del flujo a través del restrictor, de la frecuencia de resonancia y de que la geometría sea la más conveniente desde el punto

de vista de la dinámica de fluidos; cuidando que el flujo sea lo más directo posible hacia la cámara de combustión y que no haya zonas de estancamiento, calentamiento del aire y ruido.

1.3 Componentes básicos del múltiple de admisión

- Cuerpo de aceleración

Es un dispositivo mecánico que se encarga de abrir o cerrar y así permitir o bloquear el paso de aire hacia adentro del múltiple de admisión, el cual se acciona por medio de un chicote conectado al pedal del acelerador.

- Restrictor

Limita el flujo de aire hacia el interior del plenum, limitando así la potencia del motor.

- Plenum

Es una cámara por la cual pasará el aire y su función es la de amortiguar la caída de presión ejercida por los émbolos del motor.

- Runners

Son los puertos de entrada a las cámaras de combustión, en estos se incorpora el combustible para ser mezclado con el aire.

1.4 Lineamientos reglamentarios del múltiple de admisión

El reglamento de esta competencia [1] tiene como objetivo que el diseño de todo el auto cumpla con ciertas normas de seguridad, dimensionales y restricciones de diseño. En caso de que no se respete el reglamento el equipo no podrá participar en los eventos. Las reglas para múltiple de admisión únicamente son las siguientes:

- Todas las partes del múltiple de admisión deben estar contenidas dentro de la superficie definida por la cúspide de la *roll bar* y el exterior de las llantas.
- Cualquier porción del sistema que se encuentre a menos de 350mm del suelo debe estar protegida de impactos laterales o traseros por la estructura de la regla B3.24 del reglamento [1].
- El múltiple de admisión debe estar perfectamente sujetado al motor, se permite el uso de hule para sellar pero no se considera una unión estructural.
- Los sistemas con una masa significativa o cantiléver deben ser soportados para prevenir esfuerzo en el sistema de admisión. Los soportes al motor deben ser rígidos. Los soportes al chasis deben incorporar algún aislamiento para permitir movimiento del motor y flexión del chasis.
- El auto debe estar equipado con un carburador o cuerpo de aceleración que puede ser de cualquier tamaño o diseño.

- El cuerpo de aceleración debe ser activado mecánicamente vía cable o sistema de barras, los electrónicos están prohibidos.
- El cable debe tener una operación suave y posibilidad nula de doblarse demasiado, torcerse o atascarse.
- El cuerpo de aceleración tiene que utilizar por lo menos dos (2) resortes para regresar a su posición original por si uno de ellos falla.
- Nota: el TPS no se puede considerar un resorte de retorno.
- Los cables del cuerpo de aceleración deben estar por lo menos 50.8mm alejados de cualquier componente del sistema de escape y fuera del camino del escape.
- El pedal debe tener un tope para prevenir un sobreesfuerzo en el cable del acelerador
- Debe haber un restrictor circular entre el papalote y el motor y todo el aire que ingrese al motor debe pasar a través de él.
- Está prohibido cualquier mecanismo cuya función sea que la garganta esté después del restrictor.
- Los diámetros máximos del restrictor son: 20mm para gasolina y 19mm para E-85.
- El restrictor debe estar colocado para facilitar su medición durante la inspección técnica.
- El restrictor no debe ser movable ni flexible de ninguna forma.
- Si se usa más de un motor todo el aire debe pasar por un solo restrictor para todos los motores.

1.5 Estructura de la Tesis

La presente tesis se divide en 7 capítulos. El primero de ellos es la introducción, en donde se da una breve descripción de la competencia y el sistema que se analizará a lo largo de toda esta tesis, así como de sus componentes, la función de cada uno de ellos y los lineamientos reglamentarios que se deben cumplir para su diseño y manufactura.

En el capítulo 2 se presentan los parámetros de diseño para cada componente de un múltiple de admisión, la justificación de su forma, las consideraciones acústicas, algunos modelos históricos importantes, y el funcionamiento del resonador de Helmholtz.

En el capítulo 3 se presentan los métodos de manufactura empleados, así como la selección de materiales para los componentes del múltiple de admisión.

En el capítulo 4 se presentan las ecuaciones instantáneas que gobiernan el movimiento del flujo de aire a través del múltiple de admisión, seguido por la deducción de las ecuaciones promediadas que se resolverán mediante un método de volúmenes finitos. Estas ecuaciones son: de continuidad y de cantidad de movimiento.

La introducción al método de solución por volúmenes finitos se hace en el capítulo 5, el cual permite resolver las ecuaciones de transporte que describen el flujo a través del múltiple de admisión.

La configuración experimental propuesta para verificar el diseño y el análisis de los resultados obtenidos de la investigación se describen en el capítulo 6, haciendo principal énfasis en los valores de las componentes de la velocidad en el restrictor y de la presión en el interior del plenum.

Finalmente en el capítulo 7, se muestran las conclusiones basadas en los resultados obtenidos de los modelos utilizados, así como de la simulación, además de una comparación con los resultados reales, obtenidos en competencia en el Autoclub Speedway en Fontana California en Junio del 2011.

2 Componentes y parámetros de diseño del múltiple de admisión.

En este capítulo se presentará una descripción detallada de los componentes del múltiple de admisión y los parámetros de diseño para cada uno de ellos.

2.1 Mapa de los componentes.

En la Figura 2.1 se puede apreciar un esquema de los componentes del múltiple de admisión una vez ensamblado.

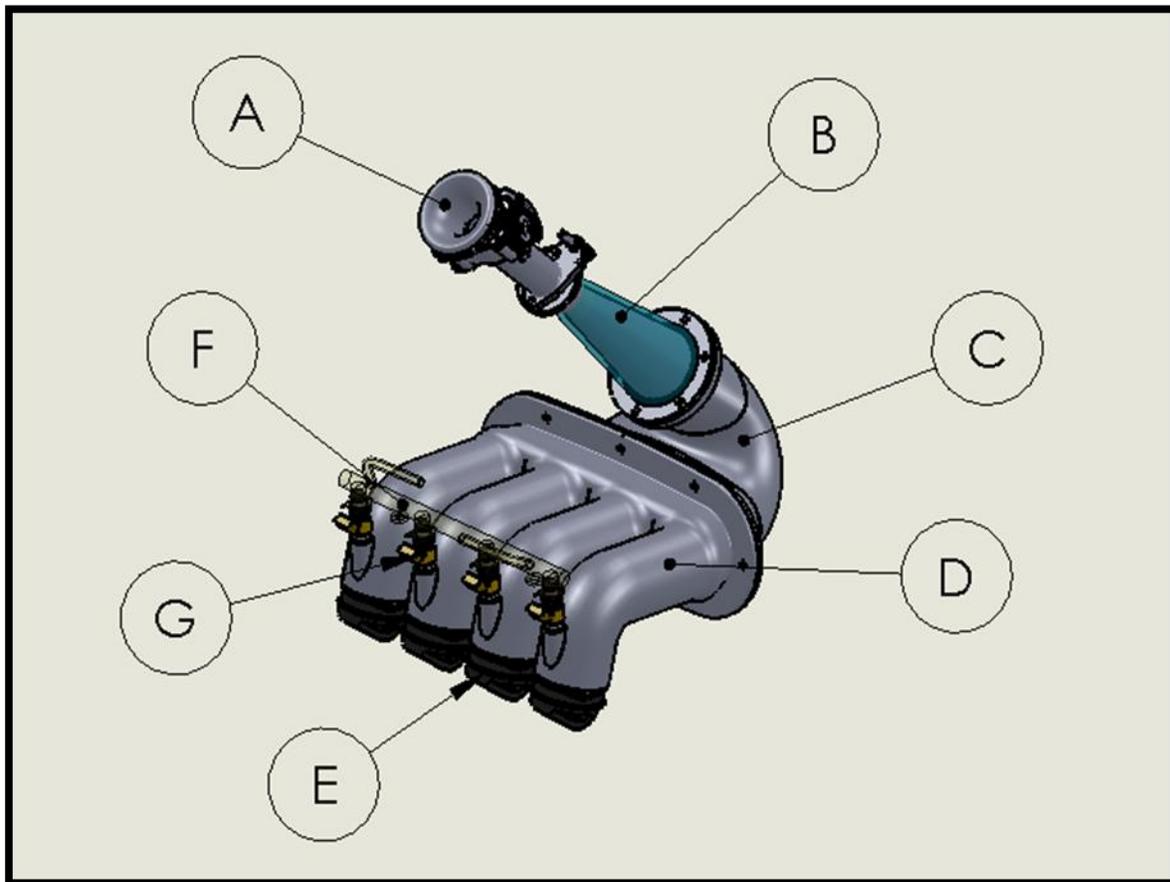


Fig. 2.1 Componentes del múltiple de admisión.

- A. Cuerpo de aceleración
- B. Difusor
- C. Plenum
- D. Runners
- E. Adaptadores al motor
- F. Riel de inyección
- G. Inyectores de combustible

2.2 Cuerpo de aceleración.

En el auto del año anterior (2010) se utilizó un cuerpo de aceleración de 50mm de diámetro, esto provocaba que no hubiera un buen control de la aceleración, ya que con muy poco desplazamiento ejercido en el pedal se abría un orificio bastante grande, provocando un flujo de aire bastante grande, e impedía que el proceso de aceleración pudiera ser gradual y sencillo de controlar.

Es por eso que para este año (2011) se eligió comprar el cuerpo de aceleración a la empresa AT Power (Active Technologies) que se puede observar en la **figura 2.2**.

Dentro del cuerpo de aceleración está restrictor, es un dispositivo cuya función es limitar la potencia del motor de los autos en esta competencia y está formado por una disminución en la sección transversal del puerto de alimentación de aire del múltiple de admisión. En este caso, se encuentra en el cuerpo de aceleración del auto justo después del papalote, como se puede observar en la **figura 2.3**.

Uno de los mayores problemas con el restrictor es el número de Mach que se presenta en su sección transversal más pequeña, definido como:

$$M = \frac{\text{velocidad del fluido}}{\text{velocidad del sonido}} \quad (1)$$

Principalmente los problemas se presentan cuando el número de Mach es mayor a uno ya que el aire simplemente deja de fluir hacia adentro del plenum provocando un vacío muy grande que hará que la mezcla aire-combustible deje de ser óptima y se presentan problemas en el motor.

La ventaja que proporciona este cuerpo de aceleración (**figura 2.2**) es, que el número de Mach alto se puede evitar con cambios de sección poco bruscos, una solución es hacer una tobera larguísima, otra es hacer que el cambio de sección sea muy bajo y esta segunda opción es la que nos ofrece el cuerpo de aceleración que se obtuvo de AT Power ya que el diámetro de entrada es de 28mm, el diámetro del restrictor es de 20mm, mientras que el diámetro del cuerpo de aceleración anterior es de 50mm lo que hará la notable diferencia en la “throttle response” que tendremos con respecto al auto anterior.

El cuerpo de aceleración es muy adecuado y funcional, tiene una entrada suave y nos pone al nivel de los mejores equipos. Este está hecho de aluminio, lo que hace que pese apenas 331g cumpliendo con la política de diseño de ahorrar peso al máximo.

En el cuerpo de aceleración se encuentra el sensor TPS (Throttle position sensor) que se puede ver en la **Figura 2.2**, el cual se encarga de medir qué tan abierto está el papalote, así como el flujo de aire que está ingresando al motor. El sensor TPS es un potenciómetro que al variar envía información a la computadora que controla el motor y le dará instrucciones a los inyectores sobre qué cantidad de combustible inyectar en cada instante, guiándose claro en qué tan abierto se encuentra el papalote, además de otros parámetros medidos con otros sensores [2], que se abordarán solo en forma superficial un poco más adelante en este mismo capítulo.

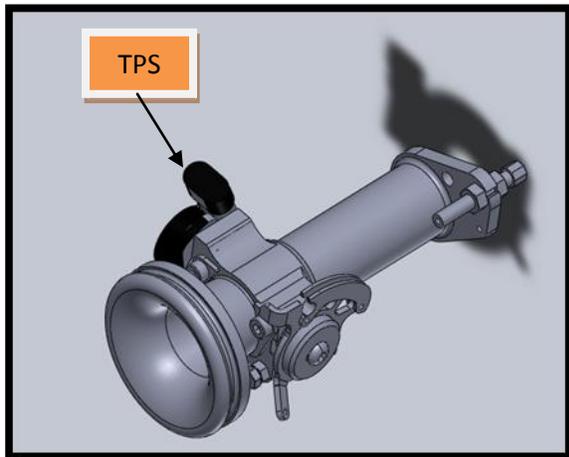


Fig. 2.2 Cuerpo de aceleración y Sensor TPS

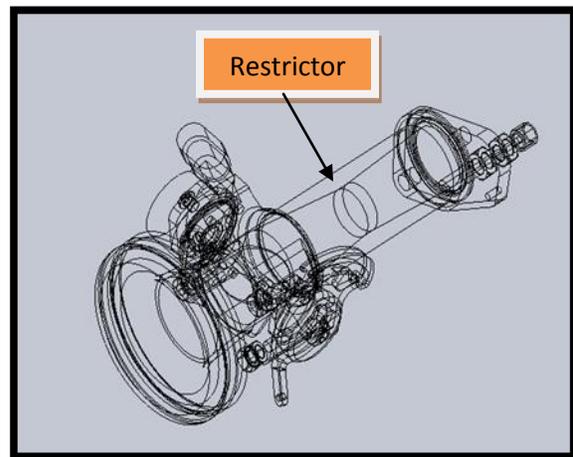


Fig. 2.3 Representación del restrictor de aire en el cuerpo de aceleración

2.3 Difusor

El difusor que se puede observar en la **Figura 2.4**, está encargado de conducir el aire hacia el plenum y está diseñado con un ángulo de apertura muy similar al del restrictor de aire del cuerpo de aceleración. Como se puede observar en la **Figura 2.5**, para evitar vórtices y que el aire entre directamente al plenum, la filosofía de diseño que se ha seguido hasta ahora se ha basado en la experiencia observando flujos, simulaciones o experimentos de visualización como líneas de traza hechas con listones o con partículas de densidad neutra en diversos flujos. Se conoce que cuando se tiene un cambio brusco en alguna superficie, o cualquier otro tipo de obstáculo, se generará un vórtice o una zona de estancamiento, que es justamente lo que no queremos. De hecho lo que se está buscando es un flujo directo de aire hacia las cámaras de combustión del motor. Muchos de los equipos de otras Universidades no consideran el punto de vista de la mecánica de fluidos y solo consideran la parte del modelado acústico, incluso hacen que sus difusores y plenums tengan formas muy sencillas únicamente para que sea fácil modelarlos matemáticamente. Para el diseño de este múltiple de admisión se ha hecho uso del sentido común, con el propósito ya mencionado (flujo directo y sin obstáculos para evitar

estancamientos y vórtices) y en los capítulos 6 y 7 de esta tesis se presentará una simulación de dinámica de fluidos computacional y la discusión de sus resultados para comprobar si el objetivo ha sido logrado de una manera científica de ingenieril.

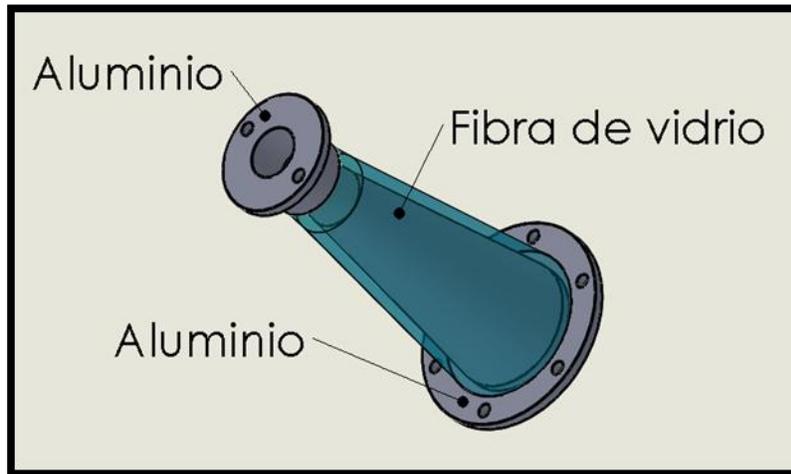


Fig. 2.4 Difusor.

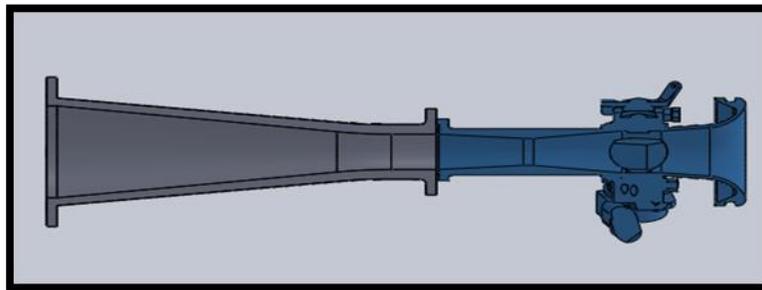


Fig. 2.5 Corte longitudinal del ensamblaje difusor-cuerpo de aceleración con cambios muy pequeños de sección entre ambos.

2.4 Plenum.

Tiene la función de distribuir de manera equitativa una cantidad de aire para cada pistón y así mejorar la eficiencia volumétrica del motor, definida como:

$$\eta_v = \frac{m_{aire}}{\rho_{aire} \cdot V_{cil}} \quad (2)$$

donde:

m_{aire} = masa de aire que entra a la cámara de combustión

ρ_{aire} = densidad del aire atmosférico

V_{cil} = desplazamiento volumétrico de un cilindro

2.4.1 Importancia de la geometría del múltiple de admisión.

La geometría propuesta para el plenum se basa en superficies suaves, sin cambios bruscos de forma, que sea una continuación del difusor como se puede observar en la **Figura 2.6**. Cuando se piensa en la geometría que mejor distribuiría el aire para todos los pistones, se imagina lógicamente un cono o una especie de estructura “triangular” que vuelva el flujo lo más directo posible al cilindro. Por otro lado, ¿cuál es el volumen que debe tener el plenum? En muchos lugares se encuentra la sugerencia de que el plenum debe tener un tamaño suficiente para poder alimentar a todos los runners sin problemas y sin interferir con la respuesta del motor. Siempre se debe tener en cuenta para qué aplicación se está diseñando el plenum, si se diseña para un auto de autocross se quiere que se tenga un rango medio de velocidades del motor bastante eficiente y sólido. En cambio si se diseña para un *dragster* se tendría que buscar una eficiencia en el rango de velocidades más alto posible, los plenums grandes actúan como un tanque de reserva de aire y una regla seguida por muchos diseñadores es que se debe tener por lo menos de 1.5 a 2 veces el volumen del desplazamiento del motor, aunque hay que tomar en cuenta que esto es para motores que no tienen una restricción en la toma de aire.

Para motores con restrictor esta regla no se puede respetar tan fácilmente ya que quedarían plenums muy pequeños. La cilindrada del motor es de 600cm³, entonces se tendría un plenum de 1.2 litros que es muy poco considerando que el motor en su aplicación original es de aspiración natural y no restringida. En el caso de motores con restricción, la función de un plenum un poco más grande es la de amortiguar la caída de presión ejercida por cada cilindro. Por eso que el plenum de este trabajo tiene aproximadamente 3 litros. Además de que ayuda a que la geometría sea suave y conduzca al fluido de principio a fin hacia el cilindro. Si se tiene un plenum exageradamente grande es posible que la respuesta al acelerador sea un poco lenta y esto es indeseable. Un buen plenum es aquel que en estado de apertura total del papalote, o como se le conoce mejor en el argot de ingeniería de motores: estado de W.O.T. (wide open throttle), su presión interior es muy parecida a la presión del ambiente, además

de que si la presión es lo más uniforme posible dentro del plenum, contribuirá a que la alimentación de aire para cada cilindro sea equitativa, mejorando así el desempeño del motor.

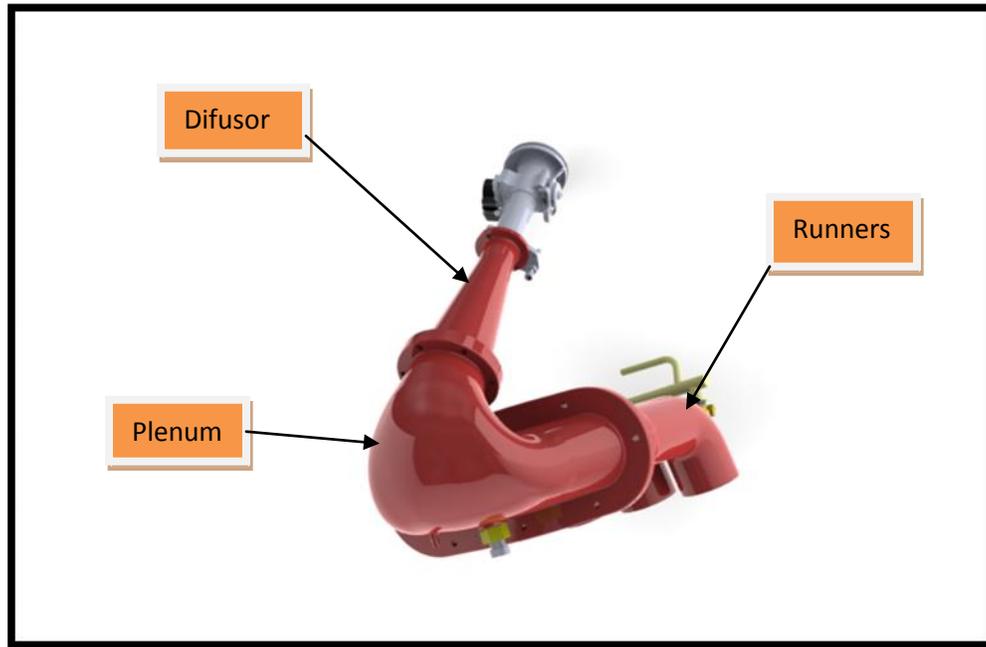


Fig. 2.6 Representación del plenum en el sistema de alimentación de aire.

El plenum está doblado en esa forma (**figura 2.6**) por motivos de empaquetamiento. Según el reglamento, el plenum debe estar contenido dentro de la superficie trazada por la cúspide de la barra de seguridad anti-volcaduras y las cuatro llantas así si el auto llega a volcarse el plenum estará protegido.

La forma ideal sería aquella en la cual plenum conserve una forma alargada y no estuviera doblado, pero además de problemas de empaquetamiento, habría que fabricar un soporte que lo sujetara al chasis, lo que no es sencillo ya que los soportes hacia el chasis deben ser un poco flexibles para evitar que algo se rompa cuando haya movimiento relativo entre el motor y el chasis. También la configuración de la suspensión limitó esta posibilidad. Con el doblado se disminuyó mucho el cantiléver del sistema, además de que se conservó la forma larga que se deseaba desde un principio.

Lo que se quiere evitar manteniendo una geometría larga y sin cambios bruscos se ilustra a continuación en las **figuras 2.7 y 2.8**. En estas figuras se pueden observar dos de las configuraciones más comunes para plenums y runners que son: tronco con entrada a la mitad (**figura 2.7**) y tronco con entrada lateral (**figura 2.8**). En las **figuras 2.9 y 2.10** se han ilustrado los contornos de velocidades para cada configuración, suponiendo un flujo estacionario y con iguales condiciones de presión en cada salida de cada runner, es evidente que las condiciones no son iguales y ni siquiera parecidas para todos los runners. En el plenum de la **figura 2.9** los dos runners centrales se alimentan de manera más eficiente que los dos runners de las orillas. En el plenum de la **figura 2.10**, todos los runners se encuentran en

desigualdad de condiciones y esto se acentúa mientras más alejados se encuentren de la boca de alimentación.

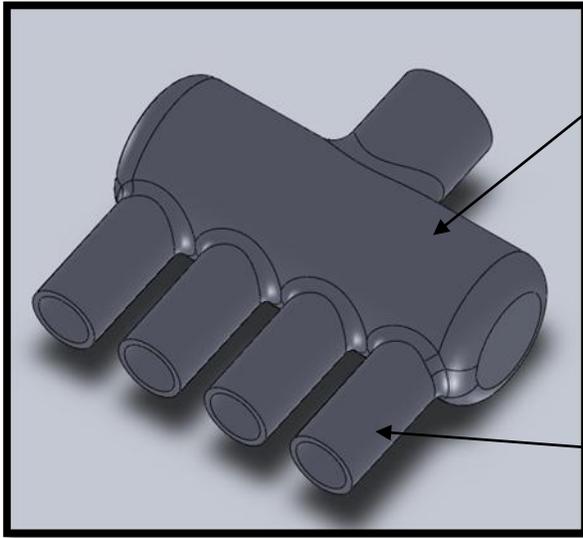


Fig. 2.7 Tronco con entrada a la mitad

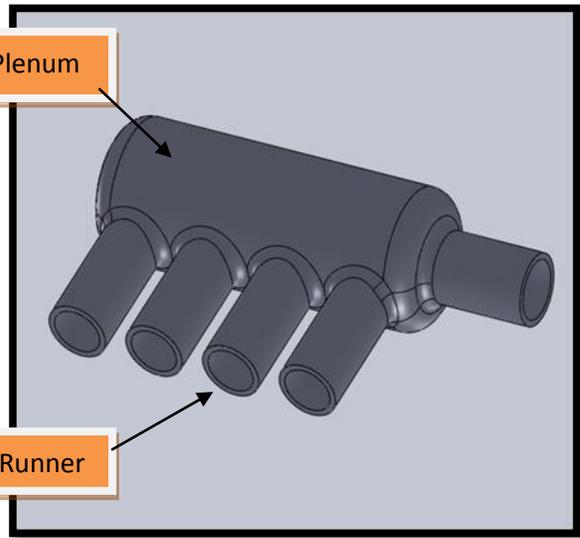


Fig. 2.8 Tronco con entrada lateral

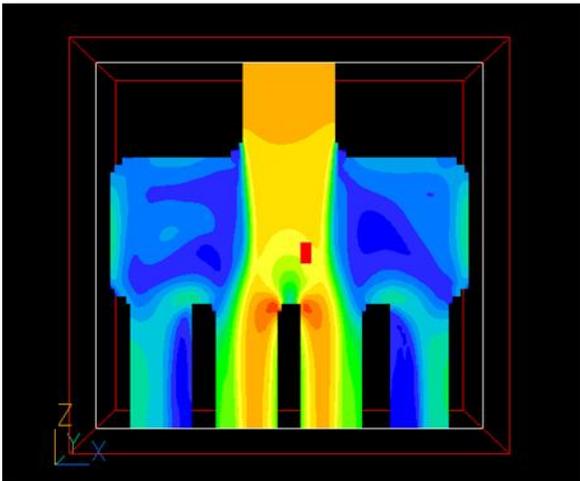


Fig. 2.9 Contornos de velocidad para tronco con entrada a la mitad

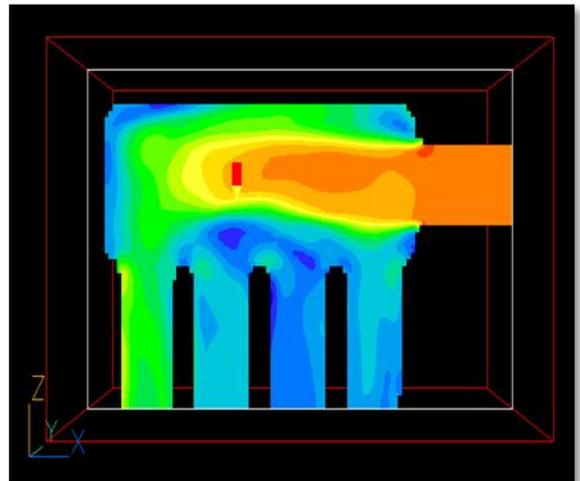


Fig2.10 Contornos de velocidad para tronco con entrada lateral.

2.4.2 Sensores ubicados en el plenum.

En el plenum se encuentran ubicados dos sensores muy importantes para un buen desempeño del motor, ya que con base en sus lecturas se calculan las cantidades de combustible que se inyectarán en cada instante para tener una buena mezcla, para profundizar en el uso de estos sensores, así como del TPS se puede verificar la referencia [2]. Estos sensores son:

- **IAT** (Intake air temperature): Como su nombre lo dice, su función es la de medir la temperatura del aire para así ajustar mejor la mezcla aire-combustible, funciona por medio de un termistor.
- **MAP** (Manifold absolute pressure): Este mide la presión dentro del múltiple de admisión, para mandar información a la computadora y optimizar la mezcla, funciona por medio de un piezoeléctrico que se activa por la diferencia de presión.

En la **figura 2.11** se muestra una imagen del plenum y en la **figura 2.12** se muestra la ubicación de los orificios donde se colocarán los sensores IAT y MAP.

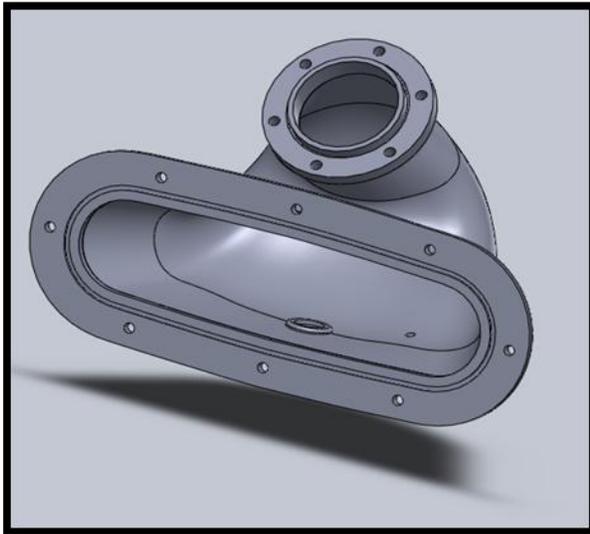


Fig. 2.11 Representación del Plenum

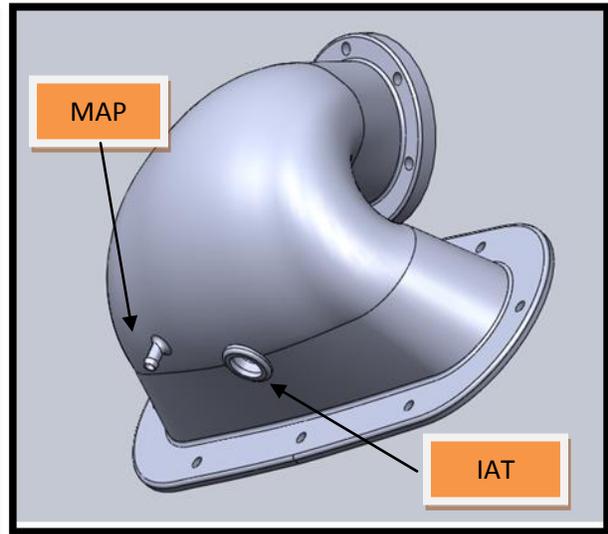


Fig. 2.12 Ubicación de entradas para los sensores IAT y MAP

2.5 Runners.

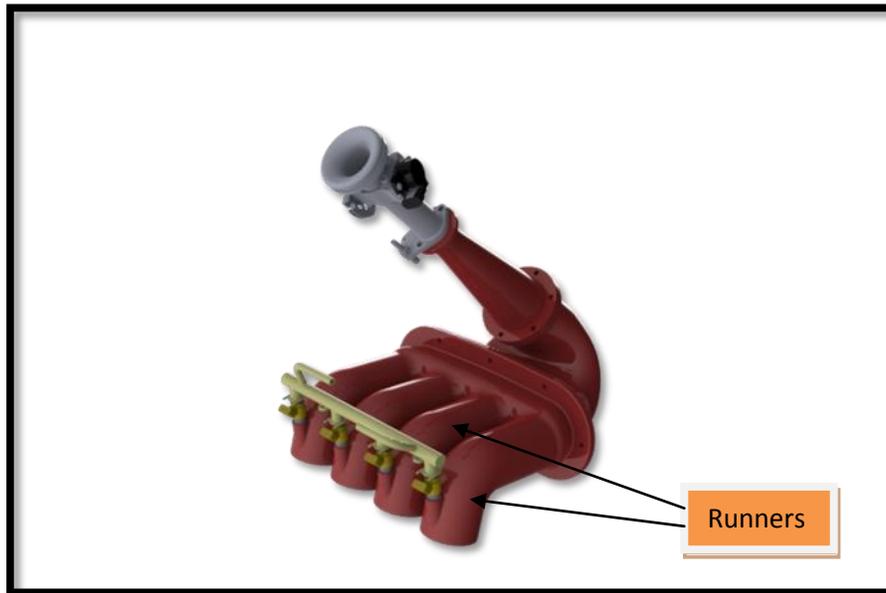


Fig. 2.13 Runners

2.5.1 Modelos históricos

Los runners son cada puerto individual que conduce el flujo de aire a cada cámara de combustión (Fig. 2.13), estos pueden ser modelados desde varios puntos de vista. A lo largo de la historia han surgido varios modelos, ya sean basados en datos experimentales o en la física y en especial en la acústica.

A continuación se hará una rápida revisión de los modelos utilizados históricamente para la optimización de los runners.

Para fijar la longitud de los runners se hizo una revisión de los métodos existentes. Primero están las analogías hechas con un órgano tubular utilizadas históricamente por Ricardo y Platner [3]:

La expresión de **Ricardo** es:

$$\frac{5.4 \cdot 10^7}{3N^{1.85}} \leq L \leq \frac{5.4 \cdot 10^7}{N^{1.85}} \quad (3)$$

Donde:

N= velocidad del motor en rpm.

L= Longitud de los runners en pies.

Los cálculos se realizaron para una eficiencia máxima en 10,000 rpm, apelando a las recomendaciones antes vistas para un vehículo de autocross, en los cuales se recomienda tener un rango medio de velocidades bastante sólido y eficiente. Se obtiene el siguiente resultado para la ecuación (3):

$$0.7166ft \leq L \leq 2.1498ft$$

O

$$21.8421cm \leq L \leq 65.5263cm$$

La expresión de Ricardo varía tanto porque más que una expresión analítica es una expresión basada en datos empíricos, esto quiere decir que implícitamente toma en cuenta la geometría de todo el sistema y puede ser usada solo para el motor específico de Ricardo, y varía por un factor de tres veces, así que queda descartada.

La ecuación de **Platner** nos dice:

$$L = \frac{6c}{N} \quad (4)$$

En donde c es la velocidad del sonido en pies por segundo y L y N son lo mismo que en la expresión anterior.

Esta ecuación se deriva del análisis que describe a los órganos tubulares, el 6 de la ecuación de Platner es una constante que ya incorpora unidades. Es un modelo bastante preciso, incluso bajo ciertas condiciones da los mismos resultados que el modelado con resonador de Helmholtz.

Y el resultado que se obtiene para 10,000 rpm con la ecuación (4) es:

$$L = 19.8792cm$$

Los dos modelos (Ricardo y Platner) previamente vistos se basan en datos experimentales, es por esto que se tomará como único resultado válido el calculado con la analogía del Resonador de Helmholtz, que se expondrá a continuación.

2.5.2 Resonador de Helmholtz

La geometría de los runners (área de su sección transversal y longitud) es una parte muy importante del diseño, porque la frecuencia de resonancia que sea elegida para optimizar el múltiple de admisión, depende totalmente de estos parámetros en conjunto con el volumen de la cámara de combustión. En este trabajo por tratarse del diseño para un auto de tipo autocross, se ha elegido optimizar un rango medio de velocidades cercano a 10,000 rpm.

Un Resonador de Helmholtz [4] es un contenedor con gas, usualmente aire y también tiene un agujero o cuello que lo comunica con el ambiente. Cuando se induce la entrada de aire a este contenedor, el aire en el interior se comprime y se *recupera* (pero no se recupera por completo), provocando una vibración y comportándose de forma parecida a un resorte como se puede observar en la **figura 2.14**:

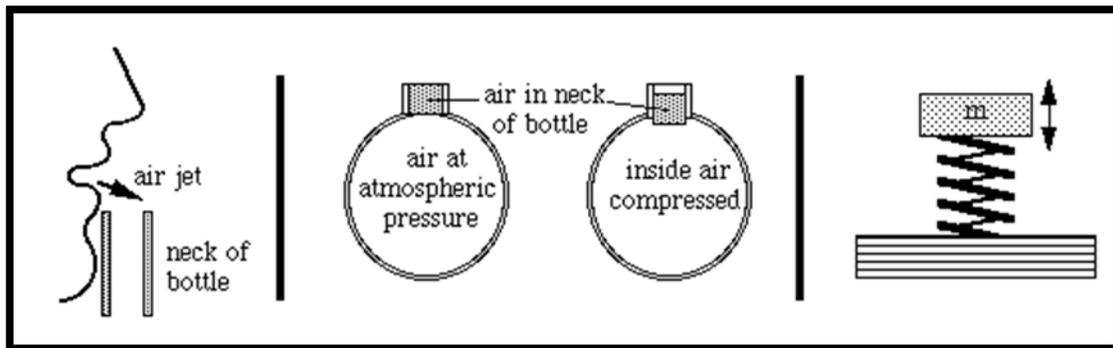


Fig. 2.14 Analogía del comportamiento del aire parecido a un resorte debido a su elasticidad.

El volumen de aire contenido en el cuello del recipiente de la figura anterior el cual tiene una longitud efectiva L y área de la sección transversal S , del cual sabemos que su masa es el producto SL por la densidad del aire ρ . Si esta porción de aire desciende una pequeña distancia x dentro de la botella, esto provocará que el aire que está dentro del contenedor se comprima, disminuyendo su volumen de V a $V - Sx$ y al mismo tiempo aumentando su presión de la presión atmosférica P_A a $P_A + p$, como se ilustra en la **figura 2.15** en donde se muestran los parámetros útiles para la formulación de las ecuaciones:

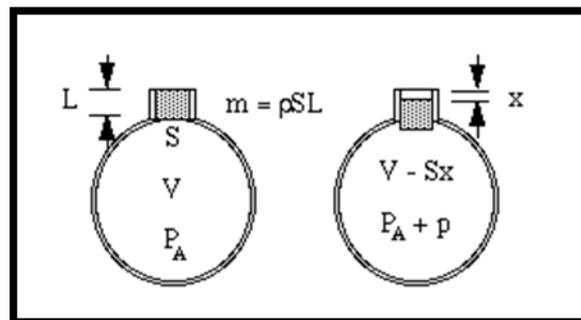


Fig. 2.15 Formulación de las ecuaciones.

Suponiendo que es un proceso de compresión y expansión adiabático se tiene la siguiente relación, en donde γ es una constante que representa la razón de calores específicos.

$$\frac{P}{P_a} = -\gamma \frac{\Delta V}{V} = -\gamma \frac{Sx}{V} \quad (5)$$

Considerando que la masa m (del aire en el cuello de la botella) se mueve por la diferencia de presión, se puede poner en términos de la fuerza aplicada y utilizar la segunda ley de Newton.

$$F = ma \quad (6)$$

Acomodando la ecuación y escribiendo la aceleración en términos de la distancia x :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} \quad (7)$$

Sustituyendo para F y m :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{pS}{\rho SL} = -\frac{\gamma SP_a}{\rho VL} x \quad (8)$$

En la ecuación (8) se puede observar que la fuerza de recuperación es proporcional al desplazamiento. Esta es la condición para que el movimiento sea armónico simple, y este tiene una frecuencia de $\frac{1}{2}\pi$ veces la raíz cuadrada de la constante de proporcionalidad, por lo tanto:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma SP_a}{\rho VL}} \quad (9)$$

La velocidad del sonido en un gas ideal puede ser calculada con la siguiente ecuación:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{P_a}{\rho}} \quad (10)$$

Se puede escribir entonces que:

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{VL}} \quad (11)$$

Frecuencia de Resonancia:

Engelman, Eberhard y Thompson [3], [5] fueron los primeros autores que intentaron modelar una fórmula analítica para optimizar un múltiple de admisión y se incorporó el cilindro al análisis con el Resonador de Helmholtz como se puede observar en la **figura 2.16**. Analizando el runner y el cilindro simultáneamente se puede predecir en qué velocidad del motor se tendrá la máxima eficiencia volumétrica, para esto se utilizan las siguientes ecuaciones:

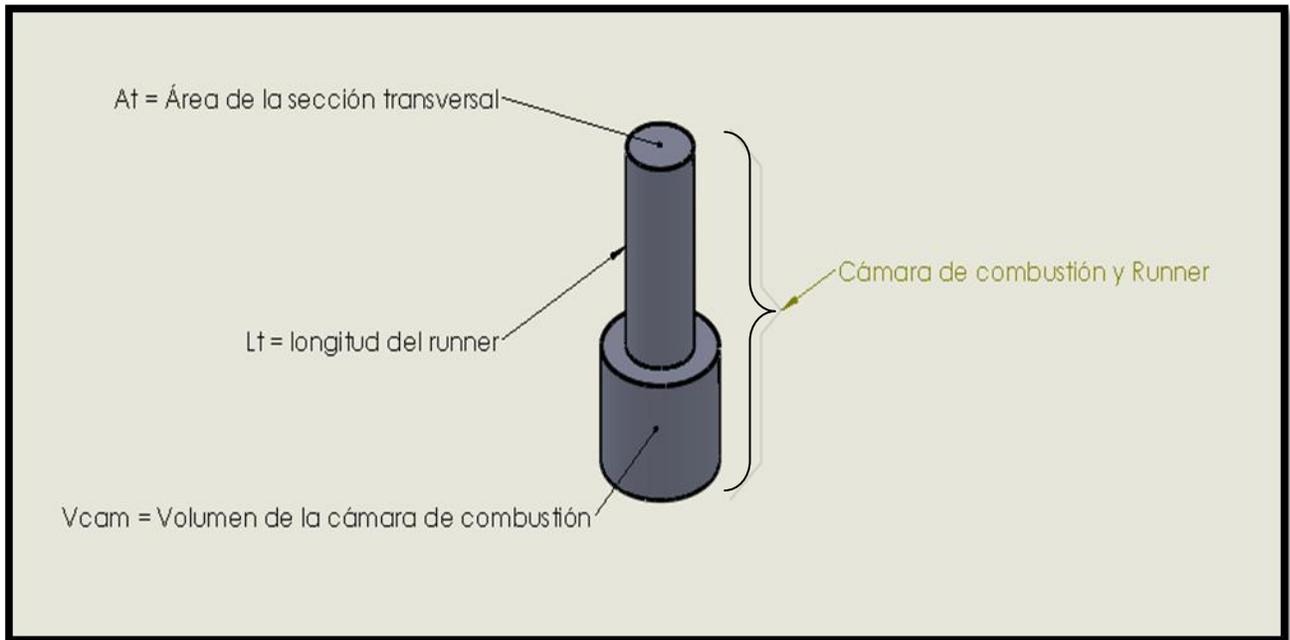


Fig. 2.16 Aplicación del resonador de Helmholtz a la optimización de los runners.

Frecuencia de Helmholtz

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A_t}{L_t \cdot V_{cam}}} \quad (12)$$

En donde:

f = frecuencia de Helmholtz

c = velocidad del sonido

A_t = área de la sección transversal del tubo (runner)

V_{cam} = volumen de la cámara de combustión

Y para predecir la velocidad del motor a la cual se encontrará la mayor eficiencia volumétrica se utiliza la siguiente fórmula:

$$frecuencia_{Helmholtz} = 2 \cdot frecuencia_{motor} = \frac{N[RPM]}{30} \quad (13)$$

Para este trabajo la frecuencia de Helmholtz es de 348Hz según la ecuación (12), considerando runners de 25cm de longitud.

Por lo que la velocidad del motor a la cual se tendrá la mayor eficiencia volumétrica es 10,450 rpm según la ecuación (13).

Esto significa que las ondas de presión comprimirán el aire en el interior de la cámara de combustión en forma más eficiente para esta velocidad del motor. Cada vez que se abra la válvula de admisión las ondas de presión forzarán la entrada de aire dentro del pistón, y según la ecuación (2), si el aire en la cámara de combustión está más comprimido la eficiencia volumétrica del motor será mayor, el aire en el interior también se comprimirá por la inercia del aire que está entrando a altas velocidades.

El análisis con resonador de Helmholtz establece que la mayor eficiencia volumétrica estará en 10,450 rpm, lo cual es un buen rango de velocidades para que un auto tipo autocross sea eficiente, según las recomendaciones previamente vistas en las secciones 2.5.1 y 2.5.2 (considerando que el motor llega a 19,000 rpm) y que queremos un rango medio de velocidades eficiente.

Se ha elegido tomar en cuenta el resonador de Helmholtz como modelo para calcular la longitud óptima de los runners, ya que es el modelo que está mejor fundamentado en la física y no tanto en datos empíricos que se pueden ver alterados por la configuración del experimento entero de donde surgieron.

El cálculo hecho con el resonador de Helmholtz nos dice que los runners deben medir 25cm de longitud, pero se debe considerar que el motor tiene un puerto de aproximadamente 5cm para llegar a la válvula de admisión, es por esto que los runners tendrán 20cm de longitud.

2.5.3 Importancia de la forma de los runners

Es importante tomar en cuenta que mientras más cambios de dirección tenga un flujo dentro de una tubería tendrá mayor pérdida de carga, eso es igual en los runners del múltiple de admisión, se ha intentado que haya las menores vueltas posibles, que todos tengan la misma longitud y forma para garantizar la alimentación más uniforme posible. Cada runner tiene integrada una entrada para el inyector de combustible **figura 2.17**, además de un *velocity stack* que es una entrada suave del plenum al runner como se puede observar en la **figura 2.18** y que mejorará las condiciones del flujo.

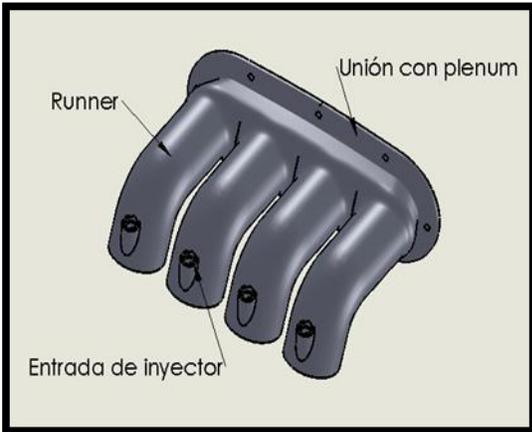


Fig. 2.17 Representación de la entrada del inyector

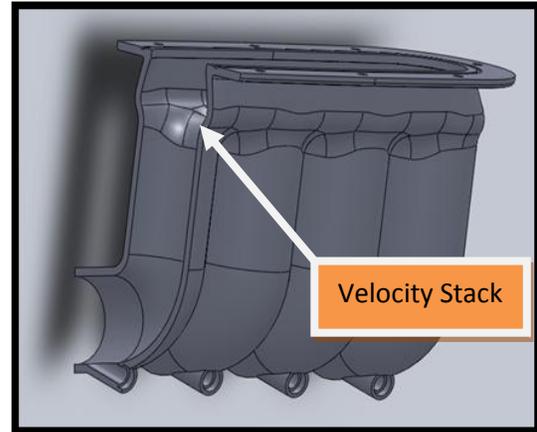


Fig. 2.18 Corte en runner para observar las entradas suavizadas (Velocity Stacks)

2.6 Adaptadores al Motor.

Los adaptadores al motor fueron diseñados con la misma filosofía de superficies suaves. Cada uno de los adaptadores incluye una ranura situada específicamente para que el inyector pueda pasar. La parte que se adapta a los selladores de goma del motor fue copiada de las cámaras de mezclado originales de la motocicleta, porque es necesario que selle perfecto la unión múltiple de admisión-motor o se estaría cometiendo una falta grave al reglamento, en el apartado que dice que todo el aire que ingresa al motor debe pasar por un solo restrictor de 2cm de diámetro.

Las piezas que adaptan los runners al motor se tornearon en aluminio 6061 (**figura 2.18**), las cuales deben ser manufacturadas con mucha precisión para evitar que el múltiple de admisión tenga fugas de

aire. Los adaptadores también deben tener un espesor suficiente para soportar todo el esfuerzo en el múltiple de admisión ejercido por su propio peso y por las fuerzas inerciales durante las pruebas dinámicas. Puede decirse éstas que son la unión estructural entre el múltiple de admisión y el motor en ellos se incluyen las orejas de donde se atornillará el múltiple de admisión al motor y también se aprovecharán para atornillar los soportes del riel de inyección.

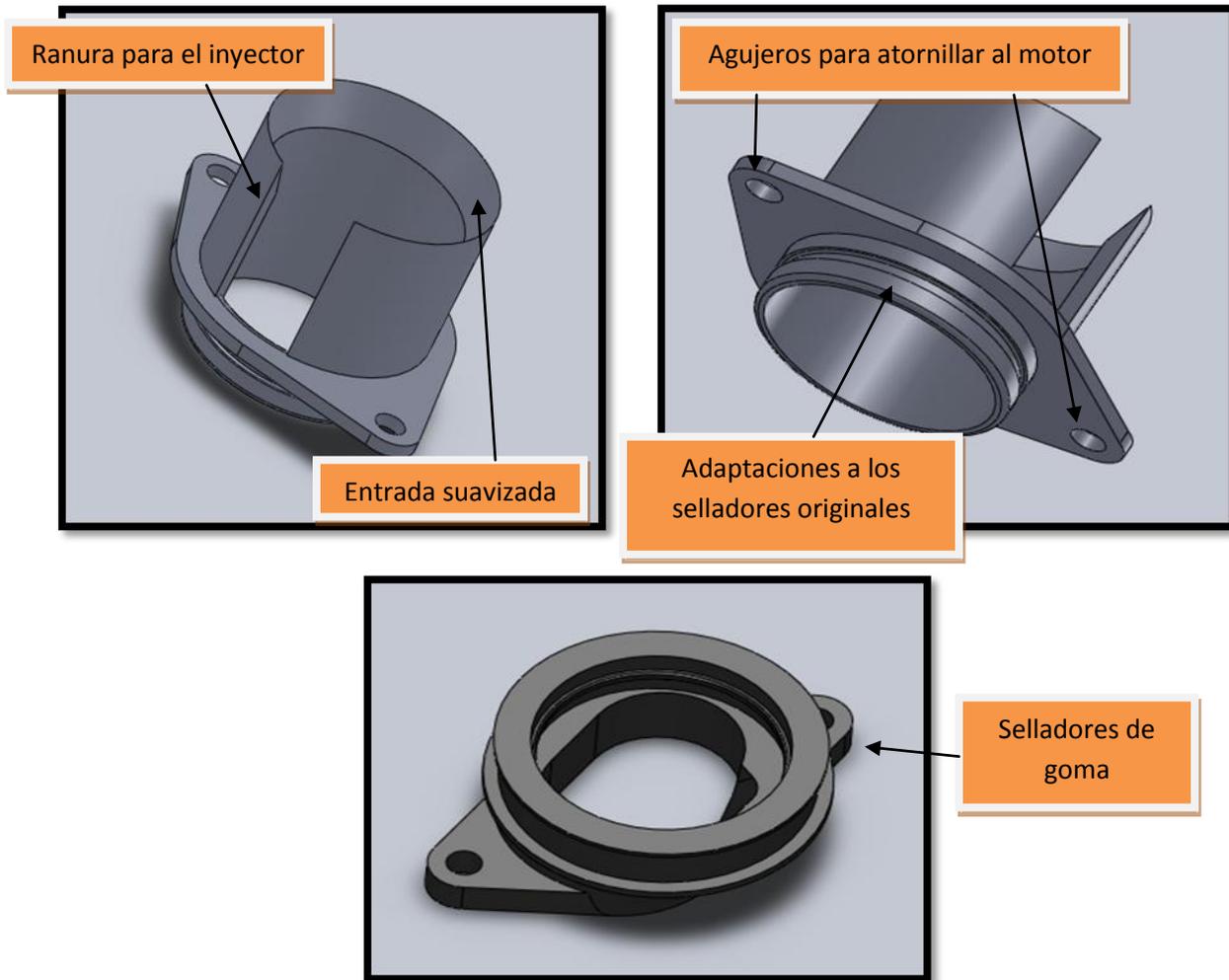


Fig. 2.18 Adaptadores y sellador de goma original del motor.

2.7 Riel de Inyección e inyectores

El riel de inyección (**figura 2.19**) es un pequeño tubo que recibe alimentación de gasolina constantemente y a su vez satisface la demanda de gasolina de cada inyector.

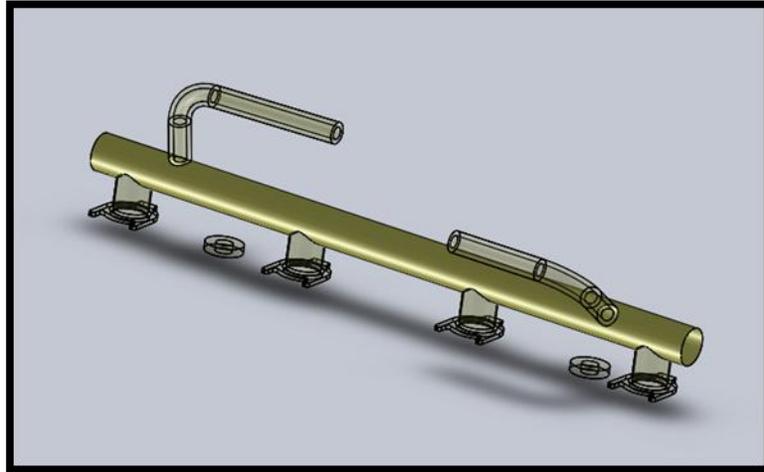


Fig. 2.19 Riel de inyección

En el riel de inyección se colocan los inyectores de combustible (**figura 2.20**), en este caso son los mismos que usaba la motocicleta originalmente. Éstos se encargan de atomizar la gasolina para después inyectarla al flujo de aire que se dirige hacia la válvula de admisión conducido por el runner, posteriormente la válvula se cierra y empieza en ciclo Otto con el cual funcionan los motores de combustión interna que funcionan con gasolina. La computadora es la encargada de inyectar una cantidad óptima de combustible al émbolo, según la información que reciba de los sensores del vehículo.

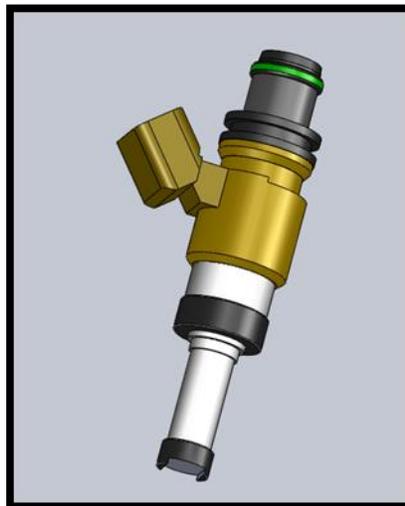


Fig. 2.20 Inyector de combustible.

3 Manufactura y ensamble del múltiple de admisión

3.1 Método de manufactura para plenum y runners.

3.1.1 Métodos tradicionales y estado del arte.

Tradicionalmente los plenums son construidos con aluminio (**figuras 3.1 y 3.2**), fibra de vidrio o fibra de carbono (**figura 3.3**). Estos materiales se trabajan en forma artesanal, requieren de la fabricación de moldes bastante complejos y en varias piezas, que ocupan muchas horas hombre en tiempo de manufactura. Debe recordarse que Formula SAE es un proyecto en el cual se debe desarrollar un auto cada año para llevarlo a competencia, por lo cual el tiempo es un aspecto muy importante en el desarrollo de todos los sistemas que componen el auto y mientras más tiempo se pueda ahorrar es mejor, ya que se puede invertir en cualquier otra actividad que acelere el desarrollo del auto. Por esta razón la gran mayoría de los plenums tienen formas bastante sencillas como las configuraciones en “tronco” de las **figuras 2.7 y 2.8**, perdiendo así las posibilidades de tener un plenum eficiente desde el punto de vista de la mecánica de fluidos.



Fig. 3.1 Múltiple de admisión de aluminio



Fig. 3.2 Múltiple de admisión dual de aluminio



Fig. 3.3 Múltiple de admisión de Fibra de carbono

Los runners se construyen tradicionalmente de tubos de aluminio (**figuras 3.1 y 3.2**), lo cual es muy complicado porque no es tan sencillo obtener los dobleces convenientes para el empaquetamiento que se tenga planeado, además de que deben ser muy precisos para que el sistema ensamble correctamente en el motor, otro inconveniente es que al estar las entradas de los inyectores montadas en los runners, deben ser soldadas a estos, lo cual requiere de mucha experiencia en manufactura para que quede bien.

3.1.2 Manufactura Avanzada y características de la impresión tridimensional.

Cada vez con más frecuencia los equipos de las mejores universidades emplean métodos de manufactura avanzada como la impresión tridimensional (**figura 3.4**) para la construcción de sus plenums.

Las ventajas de la impresión tridimensional son:

- Se pueden construir formas tan complejas como se desee.
- Es la forma más sencilla de manufactura avanzada ya que se obtienen piezas finales en un solo paso.
- Las piezas están listas en tiempos muy cortos (pocos días).
- Las piezas se imprimen con bastante precisión.

Las desventajas de la impresión tridimensional son:

- Es un método de manufactura bastante costoso.
- Hay una escasa variedad de materiales en los que se puede imprimir.
- No hay margen de error. No se permite ninguna falla en las características dimensionales o de diseño de cualquiera de las piezas, debido a su elevado costo de producción sería imposible repetirlas en caso de algún error.

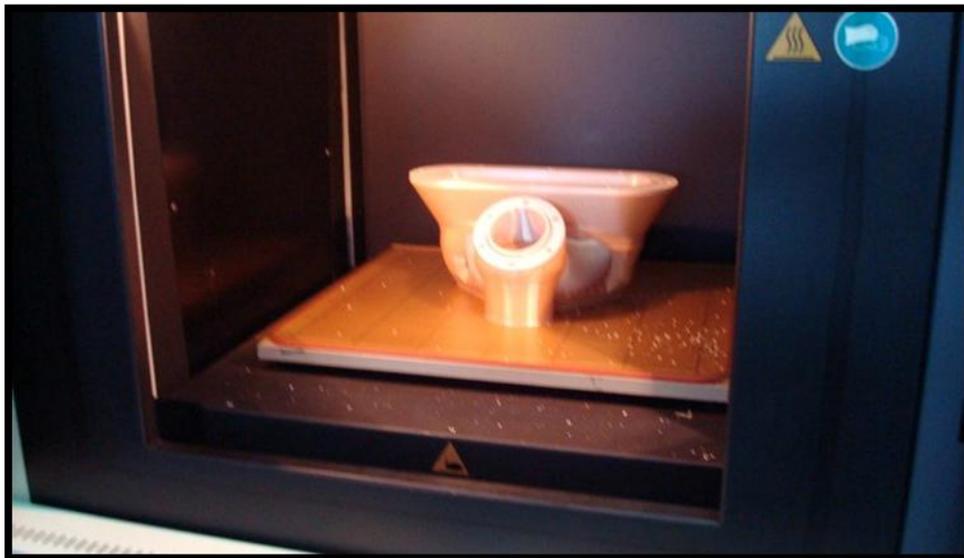


Fig. 3.4 Plenum recién impreso.

3.2 Selección de Materiales para el plenum y los runners.

3.2.1 Termoplásticos de Ingeniería

A diferencia de los termoplásticos comerciales, los termoplásticos de ingeniería presentan propiedades que les permiten competir con los metales, mientras que los comerciales solo compiten con el vidrio, el papel o la madera.

El material más común con el que trabajan las impresoras tridimensionales es el ABS (acrilonitrilo butadieno estireno), el cual por desgracia pertenece a los termoplásticos comerciales y por lo tanto tiene una limitada resistencia al calor, así como puede ser atacado por los disolventes de hidrocarburos aromáticos, por lo tanto no es el material adecuado para la manufactura de este sistema.

3.2.2 Polifenilsulfona

Las sulfonas [6] son termoplásticos amorfos de ingeniería que destacan por su alta temperatura de flexión con carga, extraordinaria estabilidad dimensional, propiedades eléctricas, excelente resistencia química, y por ser biológicamente inertes, rígidas, resistentes y fáciles de tratar por diferentes métodos. Estos plásticos resistentes en virtud de su resistencia al calor y a la flama se han usado como sustitutos de fenólicos termofijos en aplicaciones eléctricas y electrónicas para moldear conectores y enchufes, además de que soportan el contacto con metales a temperaturas de hasta 260°C, otras aplicaciones incluyen cajas para bombas industriales, válvulas y piezas para pozos petroleros, así como piezas moldeadas para calefactores, secadores, hornos de microondas y planchas y componentes para automóvil para uso bajo el capó.

Las sulfonas más comunes son las polisulfonas (PSU), las poliarilsulfonas (PASU), las polietersulfonas (PES), y las polifenilsulfonas (PPSF), estas últimas utilizan como material en impresión tridimensional o FDM (fused deposition modeling) que consiste en la extrusión del material fundido en delgadas capas (figuras 3.5 y 3.6) hasta formar una geometría deseada.

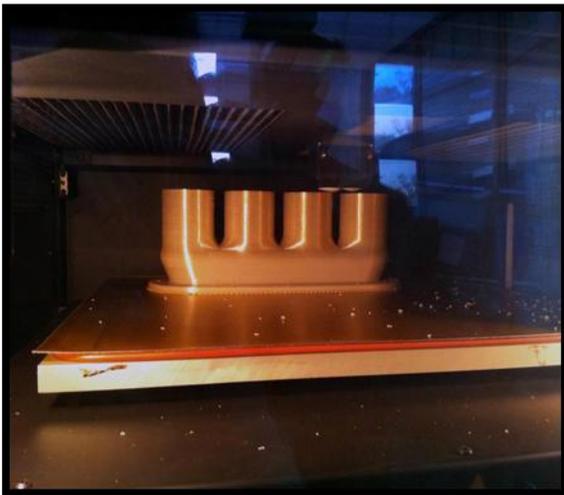


Fig. 3.5 Impresión de los runners 30%

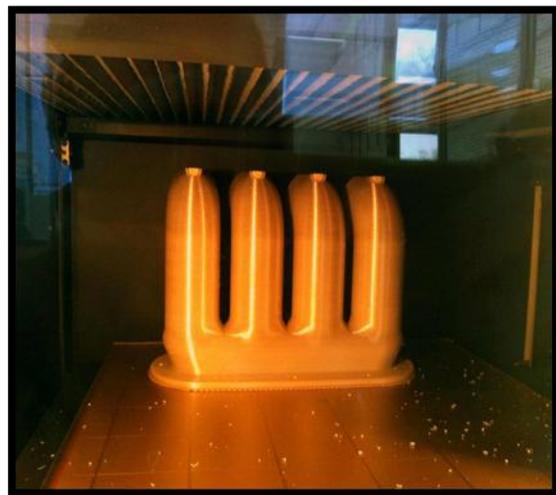


Fig. 3.6 Impresión de los runners 98%

3.3 Manufactura del difusor

El difusor por ser un artefacto de geometría muy sencilla sí puede ser manufacturado fácil y rápidamente a partir de un molde. En este caso, el difusor se fabricó de fibra de vidrio cubierta con relleno plástico y las partes en donde están las bridas, que se atornillarán al cuerpo de aceleración y al plenum, se tornearon en aluminio. Las bridas se montaron en un molde cónico y se cubrió con desmoldante, posteriormente fibra de vidrio y relleno plástico (**figura 3.7**) y se le dio un buen acabado superficial en el torno y a mano (**figura 3.8**).



Fig. 3.7 Manufactura del difusor



Fig. 3.8 Piezas listas para ensamblarse

3.4 Manufactura y selección de materiales de los adaptadores para el motor

Los adaptadores para el motor necesitan ser piezas bastante rígidas porque soportarán la mayoría de las fuerzas ejercidas en el múltiple de admisión y se eligió torneárselas en aluminio 6061, ya que se necesita precisión dimensional en ellas porque también están encargadas de que no haya fugas en la unión motor-runners y se están adaptando a los selladores de goma originales del motor (**Figura 3.10**). Al final solo se ranuran con la fresadora y también se remueve el material innecesario para crear las orejas de las cuales se atornillan.



Fig. 3.9 Adaptadores al motor



Fig. 3.10 Montada en el sellador

3.5 Ensamble del múltiple de admisión

El múltiple de admisión se ensambla como se muestra en la **figura 3.11**.

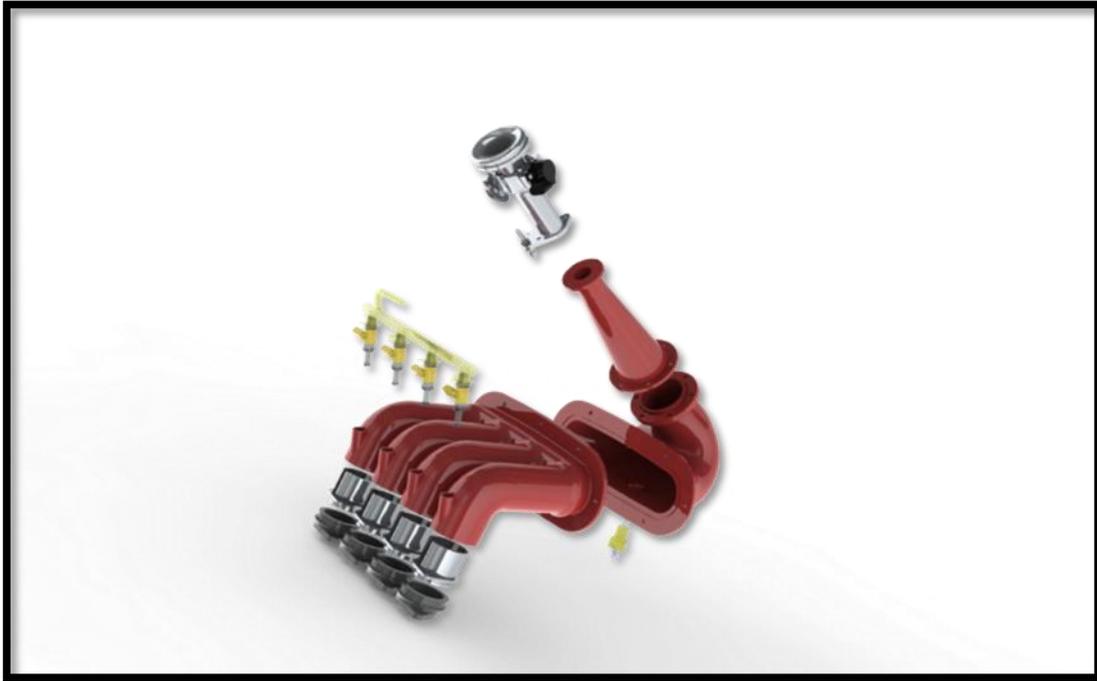


Fig. 3.11 Ensamble del múltiple de admisión

Finalmente se monta en el motor como se muestra en la **figura 3.12**.



Fig. 3.12 Múltiple de admisión montado en el motor

4 Ecuaciones de transporte

En este capítulo se abordan, primeramente, las ecuaciones instantáneas de transporte que gobiernan el flujo que se ha estudiado numéricamente en ésta tesis. Dicho flujo es turbulento y la geometría considerada es multidimensional.

Las ecuaciones que rigen el flujo son: de continuidad y de cantidad de movimiento.

Posteriormente se introduce la alternativa empleada en este trabajo para la simulación del flujo, que es la Alternativa de Ecuaciones Promediadas (Reynolds o Favre Averaged Navier-Stokes Equations, RANS), que es el promediado temporal de las ecuaciones mencionadas en el párrafo anterior.

4.1 Continuidad

La ecuación de continuidad, que expresa la conservación de masa, puede escribirse como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (14)$$

Donde:

\vec{v} es la velocidad instantánea del flujo de aire.

ρ es la densidad instantánea del flujo de aire.

4.2 Conservación de la cantidad de movimiento

La conservación de cantidad de movimiento del flujo es descrita a través de la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}' + \rho \vec{f}_m \quad (15)$$

donde:

P es la presión.

$\bar{\tau}'$ es el tensor de esfuerzos viscosos

\bar{f}_m son las fuerzas másicas, por ejemplo la gravedad, \bar{g} .

Según la ley de Navier-Poisson el tensor de esfuerzos viscosos es [7]:

$$\bar{\tau}' = \mu(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T) + (\mu_v - 2/3\mu)(\nabla \cdot \bar{v})\bar{\delta} \quad (16)$$

donde

μ es la viscosidad molecular del flujo de aire

μ_v es el coeficiente de viscosidad volumétrico

$\bar{\delta}$ es el tensor delta de Kronecker.

Generalmente, el coeficiente de viscosidad volumétrico es despreciado [8].

Si se sustituye la ecuación (16) en (15), se obtienen las ecuaciones de Navier- Stokes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \bar{v})\bar{\delta} \right) \right] + \rho \bar{g} \quad (17)$$

4.3 Promediado de las ecuaciones

El flujo en la mayor parte de los problemas de interés práctico, así como en este trabajo, es turbulento. Una de las características de este tipo de flujos es la variación aleatoria e irregular tanto en el espacio como en el tiempo de las propiedades del fluido.

Una de las alternativas para la simulación de flujos turbulentos, es el promedio de las ecuaciones instantáneas de conservación. Con este método, se promedian todas las fluctuaciones de las escalas temporales y se resuelven ecuaciones de transporte para los valores medios de las propiedades del fluido. Estas ecuaciones no son cerradas, por lo cual se requieren modelos que reemplacen los términos no cerrados.

Si el flujo presenta variaciones en la densidad, se pueden usar dos tipos de promedio. Uno es el promedio de Reynolds, el cual toma a la densidad como constante. El otro es el promedio de Favre, que es ponderado con la densidad ([9] y [10]).

De manera ilustrativa, se presenta con el símbolo Φ cualquier propiedad transportada, tal como las componentes de la velocidad \vec{U} . Los valores instantáneos de estas propiedades son escritos en términos de un promedio y una fluctuación turbulenta:

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (18)$$

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \quad (19)$$

Los dos promedios $\bar{\Phi}$ y $\tilde{\Phi}$ están definidos como:

$$\bar{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \Phi^{(i)} \quad \text{Promedio de Reynolds} \quad (20)$$

$$\tilde{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \rho^{(i)} \Phi^{(i)} \quad \text{Promedio de Favre} \quad (21)$$

En donde

$\Phi^{(i)}$ es la muestra i del conjunto de realizaciones n^e de un experimento.

De las definiciones anteriores:

$$\overline{\rho\Phi''} = 0, \quad \overline{\Phi''} \neq 0 \quad (22)$$

Con la definición de los dos promedios se obtiene:

$$\overline{\Phi} = \overline{\tilde{\Phi}} + \overline{\Phi''} \quad (23)$$

$$\overline{\Phi''} = -\frac{\overline{\rho'\Phi''}}{\bar{\rho}} \quad (24)$$

$$\overline{\rho'\Phi''} = \overline{\rho'\Phi'} \quad (25)$$

$$\overline{u_i\Phi'} = u_i\overline{\tilde{\Phi}} + \frac{\overline{\rho'u_i\Phi''}}{\bar{\rho}} + \overline{u_i\Phi''} \quad (26)$$

Una de las razones para aplicar el promedio de Favre en las ecuaciones instantáneas de transporte, es que cuando se aplica dicho promedio, genera ecuaciones muy sencillas que no incluyen correcciones con fluctuaciones de la densidad en las ecuaciones resultantes.

Si se aplica el promedio de Favre a las ecuaciones instantáneas de continuidad y cantidad de movimiento, se obtienen las siguientes ecuaciones [8]:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}) = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{v}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v} \tilde{v}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \left[\underbrace{\mu \left(\nabla \tilde{v} + (\nabla \tilde{v})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{v}) \tilde{e} \right)}_I \right] + \underbrace{\nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}'' \tilde{v}'')}_{II} + \rho \bar{g} \quad (28)$$

Si se aplica el promedio de Favre en la ecuación homogénea se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\phi}_z) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v} \phi_z) = -\nabla \cdot \left(\underbrace{\Gamma \nabla \tilde{\phi}_z}_I \right) + \nabla \cdot \left(\underbrace{\bar{\rho} \tilde{v}'' \phi_z''}_{II} \right) \quad (29)$$

Las ecuaciones anteriores tienen una forma idéntica a las correspondientes ecuaciones instantáneas, con un término adicional $(u''_i \Phi'')$, que involucra las fluctuaciones de la velocidad y el escalar Φ , y que representa físicamente el transporte convectivo de Φ por movimientos turbulentos. En flujos turbulentos, el término de difusión laminar (I), de las ecuaciones anteriores, es generalmente despreciable frente al término de difusión turbulenta (II). Por lo tanto, las ecuaciones (27), (28), y (29) se escriben como:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}) = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{v}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v} \tilde{v}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}'' \tilde{v}'') + \rho \bar{g} \quad (31)$$

Si el flujo es de baja velocidad ($Ma \ll 1$), generalmente se supone que las fluctuaciones de la presión son despreciables [10]. El valor medio de la densidad se puede expresar como:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (32)$$

Los flujos turbulentos $\tilde{v}'' \Phi''$ de la ecuación (31) son términos desconocidos que requieren modelización. El cierre del término $\bar{\rho} \tilde{v}'' \tilde{v}''$ de la ecuación media de cantidad de movimiento (31) se trata en el apéndice A.

5 Método de solución

El método de volúmenes finitos, permite dar solución a las ecuaciones presentadas en el capítulo anterior, las cuales componen la aerodinámica del flujo medio reactivo. Por ello, en este capítulo se presenta dicho método de solución.

5.1 Método de volúmenes finitos

Mediante una ecuación general, se pueden representar las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por $\tilde{\phi}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\phi}) + \nabla \cdot (\rho\alpha_i\tilde{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla_\phi) = \bar{S}_\phi \quad (33)$$

Donde

Γ_ϕ es el coeficiente de difusión

\bar{S}_ϕ es el término fuente.

Los términos del lado izquierdo de la ecuación (33) son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente.

Los términos Γ_ϕ y \bar{S}_ϕ están especificados para cada variable $\tilde{\phi}$. En el caso de la ecuación de continuidad, $\tilde{\phi} = 1$.

Esta ecuación general (33), se puede discretizar con el método de volúmenes finitos. Con este método, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (**figura 4.1**), asociando a cada uno de ellos un punto nodal. De manera similar, se discretiza el tiempo en intervalos temporales. La ecuación diferencial resultante, se integra en cada volumen de control y en cada intervalo temporal, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de $\tilde{\phi}$ para un determinado grupo de puntos nodales. Esta

ecuación algebraica expresa el principio de conservación de $\tilde{\phi}$ en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo P puede expresarse en forma general como:

$$a_P \tilde{\phi}_P = \sum_{i,I=E,W,N,S,H,L} a_i \tilde{\phi}_I + a_T \tilde{\phi}_T + B \quad (34)$$

Donde el subíndice I representa las celdas vecinas, i la cara entre las celdas P e I , T el valor correspondiente en el intervalo temporal anterior, y B el término fuente. La deducción detallada de la ecuación (34) puede consultarse en ([11] y [12]), así como en un gran número de textos de dinámica de fluidos computacional.

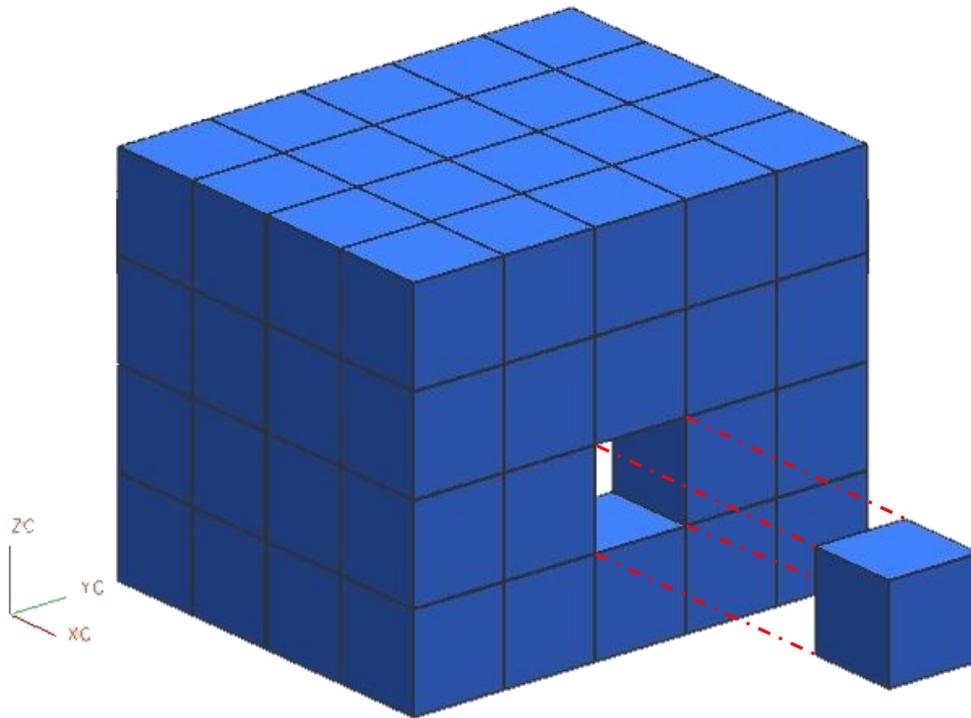


Fig. 4.1 Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.

En el caso de una malla cartesiana, escalona (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se puede emplear por sencillez un volumen de control bidimensional, como el que se muestra en la **figura 4.2** (el espesor de la celda en dirección z puede considerarse la unidad.) En una malla

escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, correspondientes a la celda, se encuentran desplazadas a las caras de la celda.

En la **figura 4.2**, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda P, sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “x” e “y” y como “Low” y “High” en la dirección z. Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. La celda P en el paso temporal se nota como T.

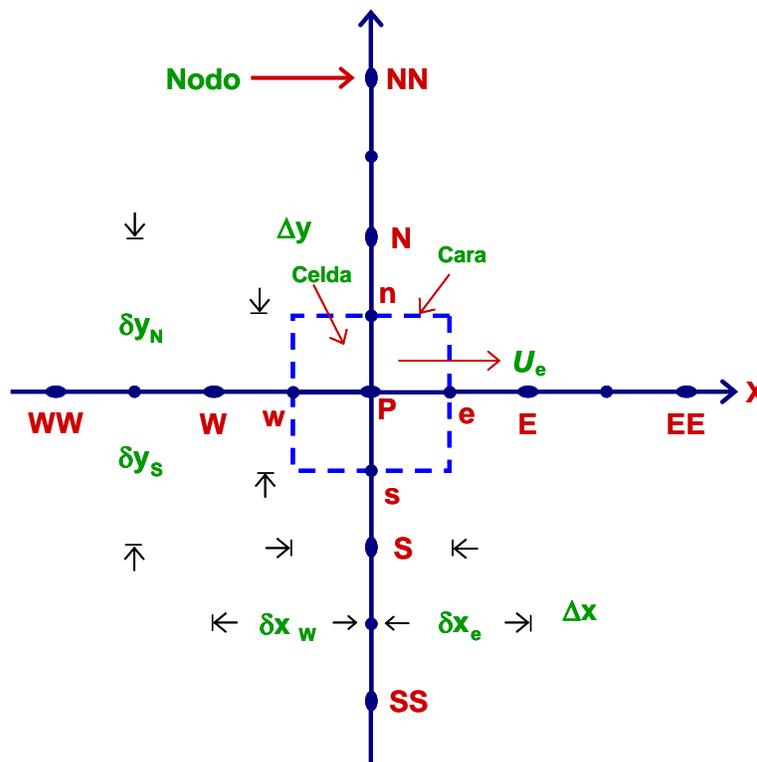


Fig. 4.2 Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.

A continuación, se presentan los términos de la ecuación discretizada (34).

Definiendo tres expresiones mediante los símbolos F , D , y Pe como:

$$F = \bar{\rho} \tilde{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (35)$$

Donde

\bar{v}_i es la velocidad en la cara i

δ_i es la distancia entre los nodos que incluyen la cara i

Pe es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión.

Las expresiones para F y D representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte (33).

Los coeficientes a_i de la ecuación (34) son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (36)$$

Los valores F y D en la cara de la celda de la ecuación (80) son:

$$F_i = (\bar{\rho} \tilde{v})_i \Delta_i \quad D_i = \frac{\Gamma_i \Delta_i}{(\delta_i)}, \quad i=n, s, e, w \quad (37)$$

donde Δ_i es la longitud de la cara i .

Para determinar F_i se necesita conocer $\bar{\rho}$ y \tilde{v}_i en la cara de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte (33) requiere también el conocimiento de la variable escalar, $\tilde{\phi}$, en la cara de la celda. La velocidad \tilde{v}_i está calculada en la cara de la malla escalonada; pero $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}$ están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados a la cara para calcular los coeficientes a_i de la ecuación discretizada (33).

La obtención de estas variables en la cara de la celda es importante para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de $\bar{\rho}$ y $\bar{\phi}_i$ da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función $f(|Pe|)$ de la ecuación (38) depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas, $f(|Pe|)=1$. Para el sistema híbrido [20]:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (38)$$

En el apéndice B se presentan estos esquemas de discretización lineales con más detalle, pues son los que se utilizarán en esta tesis en la discretización del término convectivo de las ecuaciones de cantidad movimiento, energía, especies químicas y modelo de turbulencia.

El coeficiente para el término transitorio es:

$$a_T = \frac{\bar{\rho}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (39)$$

Para el cálculo del término D_i (81) se necesita obtener el coeficiente de difusión, Γ , en la cara de la celda. El coeficiente Γ no es necesariamente una constante, probablemente puede ser función de valores variables que se conocen en los nodos (por ejemplo la temperatura) y por tanto es necesario interpolarlo en la cara. Esta interpolación puede ser aritmética o armónica. Como ejemplo, para la cara e, estas interpolaciones son:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x (\Gamma_P + \Gamma_E)}{2 \delta x_e} \quad \Gamma_e = \frac{2 \delta x_e}{\Delta x \left(\frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E} \right)} \quad (40)$$

El término fuente de la ecuación general (1), \bar{S}_ϕ , se linealiza como:

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}_{\phi,c} + \bar{S}_{\phi,v} \tilde{\phi}_p \quad (41)$$

Donde

el término $\bar{S}_{\phi,v}$ se elige de acuerdo a la relación existente entre \bar{S}_ϕ y $\tilde{\phi}$, en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Con esta suposición, los términos B y a_p de la ecuación (34) son:

$$B = \bar{S}_{\phi,c} \Delta x \Delta y + a_T \tilde{\phi}_T \quad (42)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\phi,v} \Delta x \Delta y \quad (43)$$

La ecuación (34) se aplica en cada celda del dominio, para cada $\bar{\phi}$ y para cada paso temporal Δt , por lo que se tiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes a pueden depender, directa o indirectamente de $\tilde{\phi}$, por lo que el sistema es realmente pseudo-lineal). Para resolver este sistema de ecuaciones se puede utilizar cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.

En el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se tiene el inconveniente de que la presión, cuyo gradiente aparece como término fuente en las ecuaciones de cantidad de movimiento, no tiene una ecuación propia para calcularla. Una solución ampliamente utilizada, es transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión.

Entre los algoritmos iterativos que se basan en este procedimiento, están los de la familia SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), ([13], [12] y [14]). El algoritmo utilizado en esta tesis para resolver el problema de acoplamiento velocidad-presión pertenece a esta familia.

El proceso de solución de este sistema de ecuaciones es iterativo y durante éste, las ecuaciones del sistema, en general, no se cumplen; el balance entre la parte izquierda y derecha de la ecuación se denomina residuo. La convergencia del proceso iterativo se da cuando los residuos disminuyen.

Para procurar acelerar esta convergencia, se utiliza un método de relajación de algunas de las variables dependientes y propiedades. Se emplean dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial se emplea para las velocidades y los parámetros de turbulencia, y aumenta la diagonal de la matriz de coeficientes al agregar a la ecuación de cualquier variable $\tilde{\phi}$, el término fuente:

$$\bar{S}_{\phi,r} = \frac{\bar{\rho}V_P}{\Delta t_f} (\tilde{\phi}_P^{(n-1)} - \tilde{\phi}_P^{(n)}) \quad (44)$$

donde

V_P es el volumen de la celda P

Δt_f es el intervalo de tiempo falso

n se refiere al número de iteración.

Para la presión y la densidad se emplea la relajación lineal dada por:

$$\tilde{\phi}_P^{(n)} = \alpha \tilde{\phi}_P^{sol} + (1 - \alpha) \tilde{\phi}_P^{(n-1)} \quad (45)$$

donde

α es el factor de relajación

“sol” se refiere al valor de la propiedad proporcionado por el “solver” en la iteración actual.

α , es el factor de relajación que normalmente toma valores entre 0 y 1.

El criterio de convergencia utilizado para detener el proceso iterativo para un paso temporal dado y pasar al siguiente es tal que, para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuos en todo el dominio sea menor que un determinado porcentaje de un valor de referencia.

En este trabajo, se usa el código de Dinámica de Fluidos Computacional, PHOENICS [15], para resolver las ecuaciones que describen la aerodinámica del flujo, recordando que son, la de continuidad y la de cantidad de movimiento.

6 Simulación numérica para la validación del diseño.

En este capítulo se abordará la simulación de dinámica de fluidos computacional realizada al sistema para verificar cualitativa y cuantitativamente varios parámetros de interés del flujo de aire a través del múltiple de admisión.

Los parámetros de interés son:

- **Velocidad a través del restrictor**

Con el valor del número de Mac (Ma) se puede establecer si el flujo entrará sin problemas al múltiple de admisión. En un caso extremo llegara a ser próximo a 1, con lo cual se generarían ondas de choque y el flujo ingresaría con mucha dificultad al interior del plenum, provocando una presión vacuométrica considerable que limitará la velocidad del motor y en el peor de los casos hará que se dañe el plenum. También, la desigualdad $Ma^2 \ll 1$ es un parámetro importante para saber si es prudente hacer la consideración de flujo incompresible, lo cual simplifica mucho el análisis.

- **Vórtices y zonas de estancamientos**

Esta visualización de las zonas en donde hay vórtices y estancamientos nos da un parámetro cualitativo acerca de qué tan directo está siendo el flujo a las cámaras de combustión del motor.

- **Uniformidad de la presión dentro del plenum**

Mientras más uniforme sea la presión dentro del plenum el desempeño del motor será mejor, ya que la alimentación de aire para cada runner será más uniforme.

6.1 Caso a simular

Se simulará el flujo de aire a través del múltiple de admisión, en estado transitorio para un tiempo de 0.006 s, que es el tiempo en que el cigüeñal da una revolución cuando va a 10,000 rpm.

Para la simplificación del análisis fue necesario modelar por medio de CAD la parte interior del múltiple de admisión (únicamente el hueco). Utilizar el diseño original hubiera sido muy difícil ya que consumiría muchísimos recursos computacionales de forma inútil, lo que nos interesa en este trabajo es saber lo que pasa únicamente dentro del múltiple.

En las **figuras 6.1, 6.2 y 6.3** se resume la descripción del experimento.

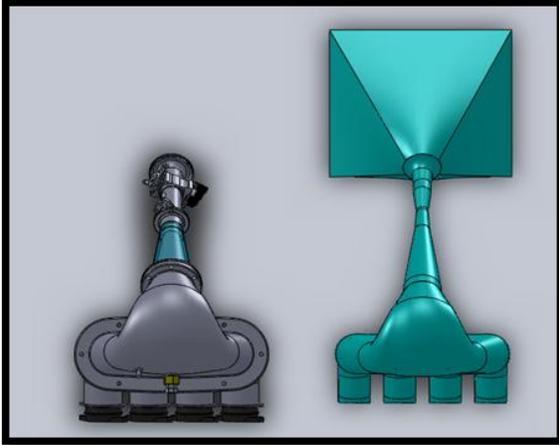


Fig. 6.1 Modelo para análisis

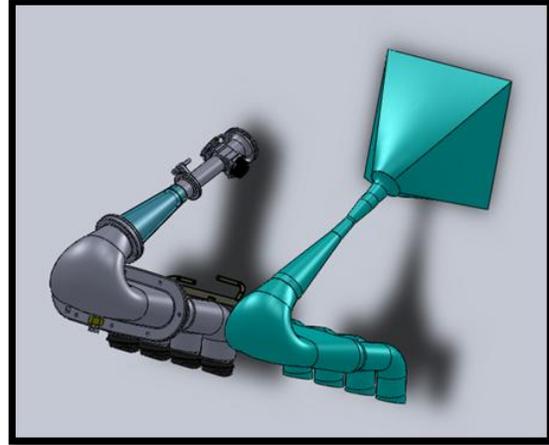


Fig. 6.2 Modelo para análisis

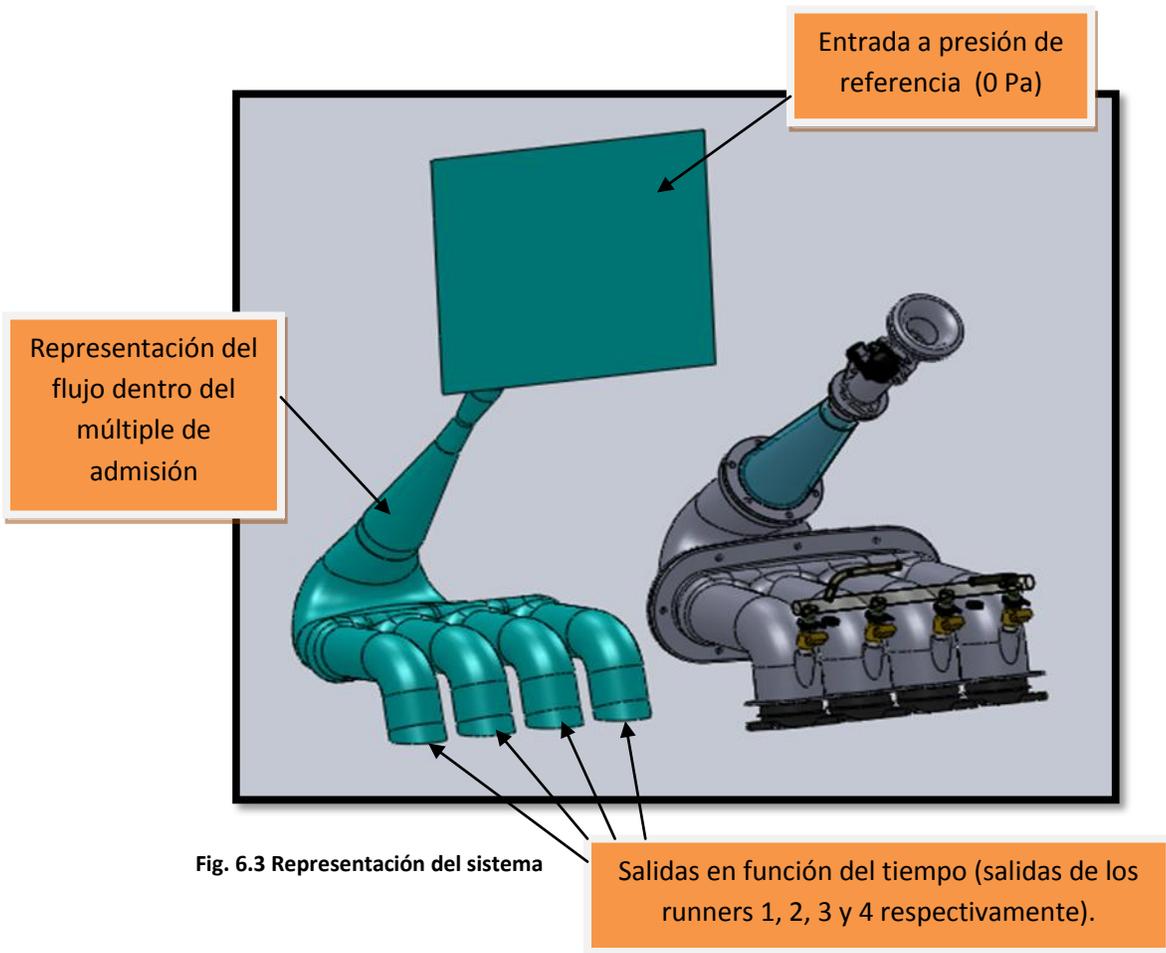


Fig. 6.3 Representación del sistema

El sólido que será exportado a PHOENICS tiene esa forma modificada porque debe adaptarse al dominio computacional de PHOENICS (**figura 6.4**) que tiene la forma de un paralelepípedo rectángulo y es conveniente que las entradas y salidas de fluido estén ubicadas justo en los límites del dominio computacional de la siguiente forma.

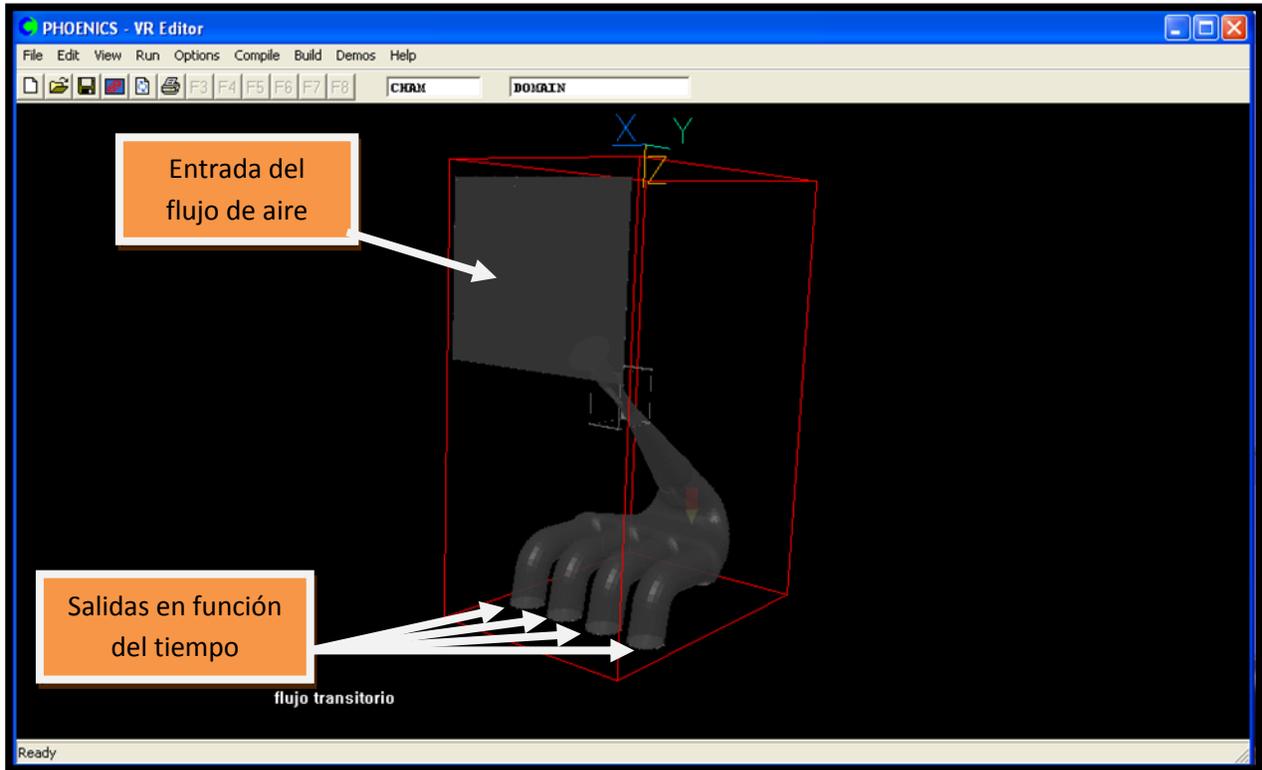


Fig. 6.4 Dominio computacional de PHOENICS.

Se ha empleado una malla cartesiana tridimensional para la discretización del sistema, contando con:

- 100 celdas en dirección X
- 100 celdas en dirección Y
- 130 celdas en dirección Z

Formando un total de 1,300,000 celdas, que son suficientes para una solución bastante precisa de los campos de velocidades y presiones, se puede notar que el tamaño del dominio computacional se ha ajustado bastante al tamaño del cuerpo, esto es para no desperdiciar recursos computacionales en cálculos inútiles de regiones que no interesan.

El tamaño de las celdas es bastante importante para que el cálculo se haga de manera satisfactoria, en las **figuras 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8** se presenta el mallado que se utilizó, así como donde se colocó el punto de monitorización para la solución de las ecuaciones, las zonas de análisis más importantes también se tratarán en la sección de resultados de la simulación.

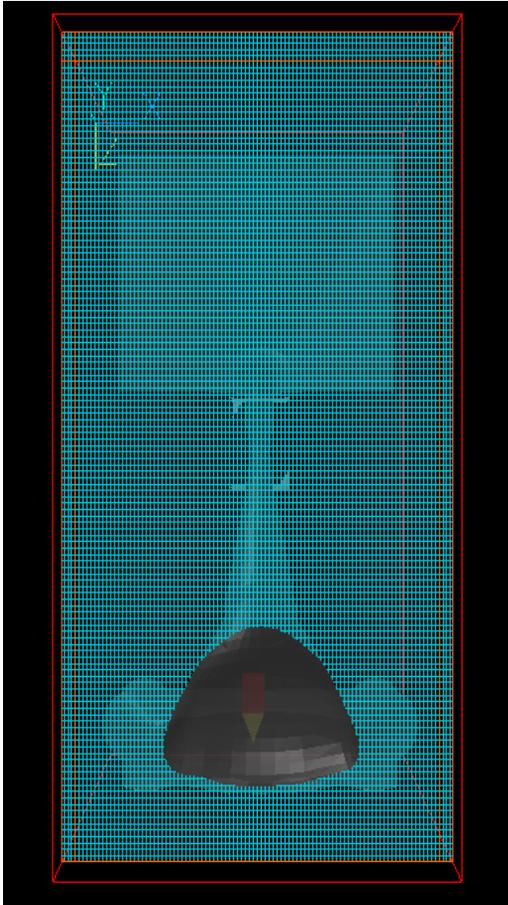


Fig. 6.5 Malla en plano xz

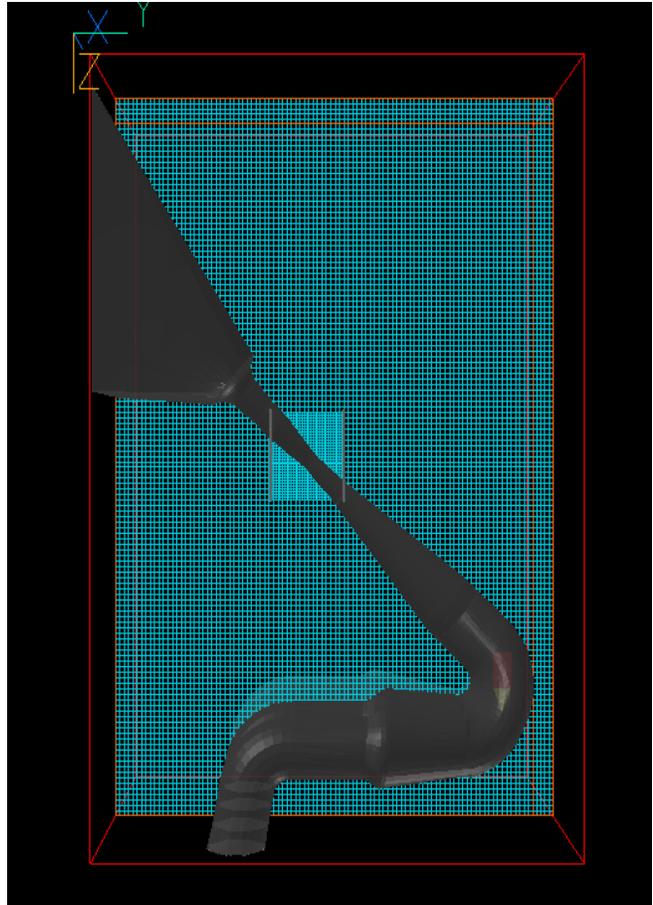


Fig.6.6 Malla en plano yz

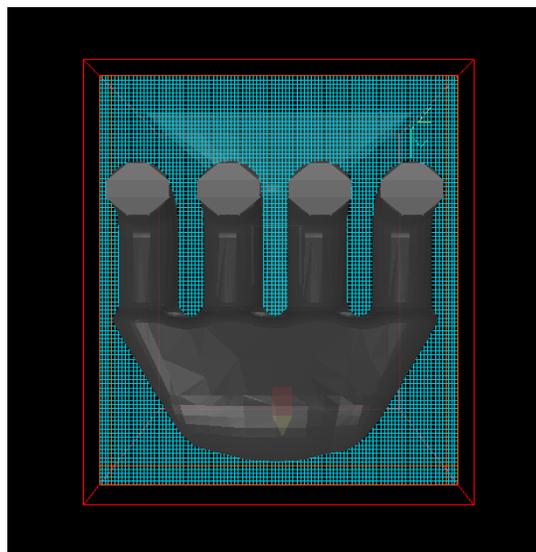


Fig. 6.7 Malla en plano xy

En la zona del restrictor se colocó una malla más fina porque es una de las zonas que se deben analizar con más cuidado (**figura 6.8**).

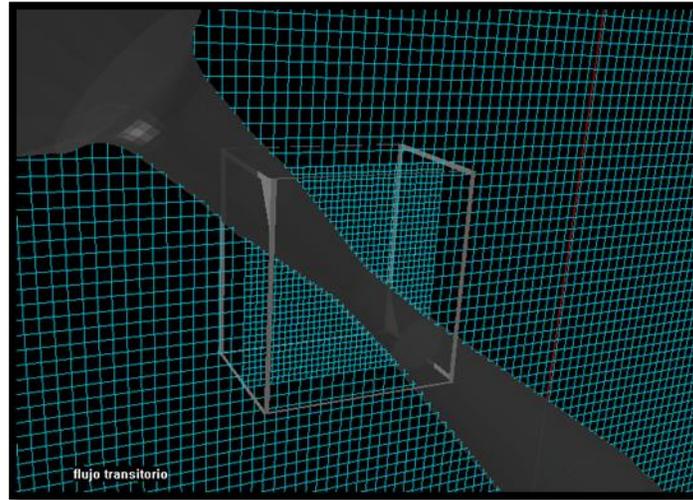


Fig. 6.8 Mallado preferencial en la zona del restrictor

6.2 Detalles numéricos

Las condiciones de frontera ayudan a describir el estado físico del experimento en cada instante, es por esto que se debe intentar que sean muy parecidas a la realidad.

Se ha elegido hacer la simulación de lo que ocurre en el múltiple de admisión cuando el motor está a 10,000 rpm, ya que los cálculos para la máxima eficiencia volumétrica se han hecho también para estas velocidades. Asumiremos que tenemos flujo incompresible para simplificar el análisis y se determinará si esta consideración es prudente cualitativamente observando la velocidad del flujo alcanzada en el restrictor, ya que este es el lugar en donde se alcanza la mayor velocidad.

En este caso en la entrada se ha puesto la presión de referencia como 0 Pa y las salidas se han puesto en función del tiempo, al no poder medir las caídas de presión en función del tiempo, lo que se eligió variar fue el gasto, asumiendo que tendremos flujo incompresible.

Los cálculos y consideraciones para esta simulación han sido:

- Que el cigüeñal está girando a 10,000 rpm.
- Que es un motor que trabaja con el ciclo Otto, por lo tanto la válvula de admisión abre una vez por cada dos vueltas que da el cigüeñal.
- Si el volumen de una cámara de combustión cuando se encuentra en punto muerto inferior es de $1.4984 \times 10^{-4} m^3$, entonces el gasto volumétrico es de

Entonces para obtener un gasto volumétrico medio:

$$\text{Gasto volumétrico medio} = \frac{(5000 \text{ aperturas})(1.4984 \times 10^{-4} \text{ m}^3)}{60 \text{ s}} = 0.01249 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (46)$$

Entonces el gasto másico medio es:

$$\begin{aligned} \text{Gasto másico} &= (\text{Gasto volumétrico})(\text{densidad del aire}) = \left(0.01246 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right) \left(1.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \\ &= 0.01374 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad (47) \end{aligned}$$

Esto es considerando que el flujo másico para cada cámara de combustión fuera constante. Se sabe que no es así, ya que cuando empieza a bajar el pistón, este va bastante más lento que cuando va a media carrera de admisión (a la mitad de su recorrido) y cuando va llegando al punto muerto inferior irá otra vez más despacio. Se debe buscar cierta variación de la velocidad o del gasto en el tiempo para que la entrada de aire sea gradual a la cámara de combustión y considerando los tiempos tan pequeños que se manejan, ya que el tiempo en que el cigüeñal dará una vuelta cuando el motor está a 10,000rpm, será de 0.006s. Para variar la velocidad en el tiempo se puede recurrir al teorema de valor medio del cálculo integral. Si se tiene el gasto como una constante entonces se puede aproximar una función cuya área bajo la curva sea la misma que de la función constante y así considerar que se tiene el mismo gasto, pero distribuido en forma distinta para cada instante. Una función sencilla de aproximar y más parecida al comportamiento real del flujo es una parábola. Los valores de esta función se dividirán en intervalos en el tiempo, que le darán valor a la velocidad y al gasto en cada instante de tiempo que sea definido en la simulación.

Si se supone que la apertura de la válvula de admisión dure $1.875 \times 10^{-3} \text{ s}$ se puede ajustar una función sencilla y parecida al comportamiento real, por su sencillez fue elegido el comportamiento de la **figura 6.9**:

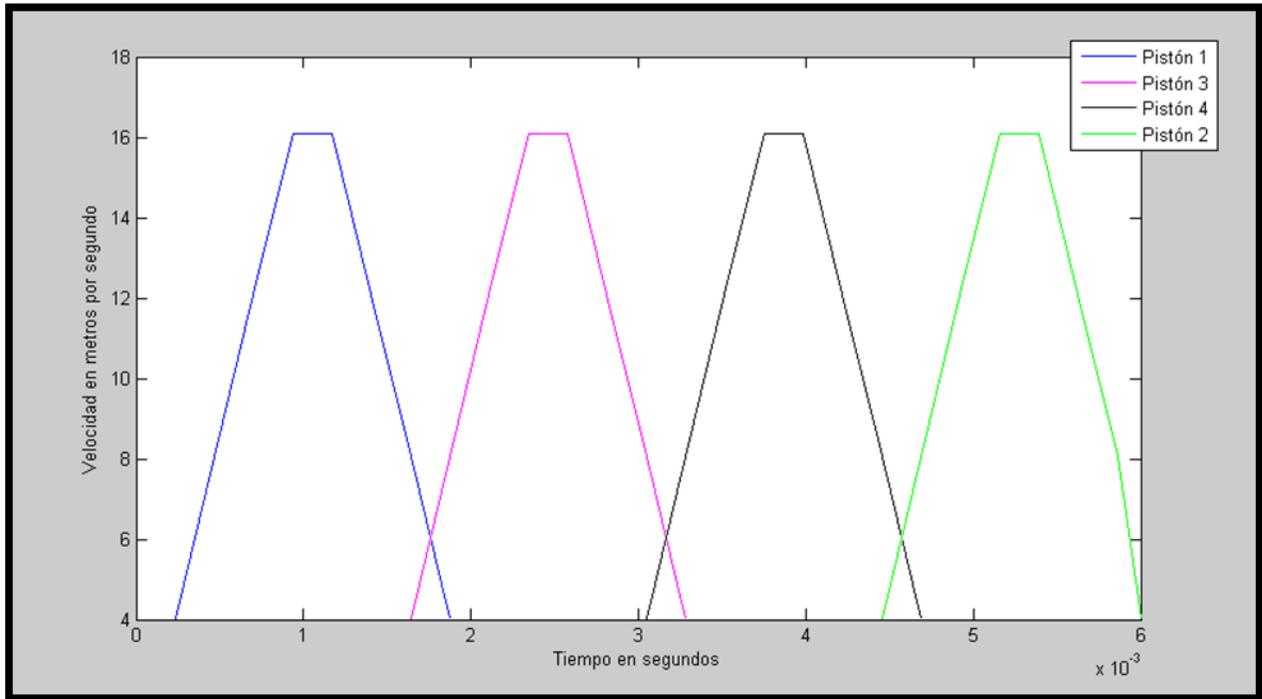


Fig. 6.9 Velocidades en las salidas de los runners.

Estas funciones quedaron discretizadas y distribuidas en 26 pasos de tiempo usados para representar el estado transitorio en el que se encuentra el flujo en el interior del múltiple de admisión.

Con esto queda definido todo lo que se necesita para empezar la simulación de dinámica de fluidos computacional.

Se utilizará como modelo de turbulencia el KERNG, que se tratará en el apéndice A.

6.3 Resultados de la simulación:

A continuación se presentarán las predicciones de simulación numérica para los casos en los que los runners 4 y 2 se encuentran demandando gasto. Los casos de los runners 1 y 3 son muy similares y por lo tanto no es necesario exponerlos.

El orden de encendido del motor es 1, 3, 4, 2. El restrictor una vez que se ha estabilizado el flujo transitorio, la velocidad máxima que se encontró en la escala de velocidades es de 125.9 m/s (**figura 6.12**), que representa un número de Mach de 0.4 con lo cual se comprueban varias cosas:

El flujo hacia el interior del plenum a 10,000 rpm, que es la velocidad seleccionada a la cual se requiere la mayor eficiencia volumétrica no tendrá problemas, ya que la velocidad promedio en el restrictor es de 110m/s y el Mach es por lo tanto muy inferior a la unidad, lo que nos indica que el aire ingresará a través del restrictor sin problemas para esta velocidad.

La consideración de flujo incompresible es una buena aproximación, ya que el Mach elevado al cuadrado sí es menor que la unidad.

6.3.1 Resultados en el runner 2:

Los campos de velocidades en las zonas críticas del múltiple de admisión se muestran en la **figura 6.10**, para un estado en donde el runner 2 está demandando gasto. En la **figura 6.10 A** se observa que la máxima velocidad en el restrictor es de 118m/s y la velocidad promedio en esta sección es del orden de 110m/s. Además en la **figura 6.10 B** se observan los vectores de velocidad en el plenum y en los cuales no se encuentra ninguna zona de recirculación de fluido. Finalmente en la **figura 6.10 C** se observan los vectores de velocidad en el runner, que indican que se tiene un flujo bastante directo a la cámara de combustión y en donde el flujo sale a 15m/s que es la condición de frontera en ese instante.

Los contornos de presión en el múltiple de admisión para el mismo estado (runner 2 demandando gasto), se exhiben en la **figura 6.11** y en donde la caída presión dentro del plenum se verifica que es muy uniforme y con un valor del orden de 9kPa en ese instante.

6.3.2 Resultados en el runner 4:

Los campos de velocidades en las zonas críticas del múltiple de admisión, pero en este caso para el instante en donde el runner 4 demanda gasto, se ilustran en la **figura 6.12**. En el acercamiento de la **figura 6.12 A** la velocidad máxima en el restrictor resulta de 125.9 m/s, mientras que la velocidad promedio en esta sección es también del orden de 110m/s. En la **figura 6.12 B** se muestra que en los vectores de velocidad en el plenum no se encuentran zonas de recirculación tampoco para ese instante. Finalmente en la **figura 6.12 C**, se puede observar que el flujo por el runner es bastante directo también.

Los contornos de presión en el múltiple de admisión mientras el runner 4 demanda gasto se observan en la **figura 6.13**, aquí se comprueba que para un instante distinto la caída de presión dentro del plenum es uniforme y alcanza un valor del orden de 10 kPa en ese instante.

La presión de referencia colocada como condición de frontera a la entrada es de 0 Pa, por esto mismo todos los campos de presiones dentro del múltiple de admisión son negativos. La simulación numérica nos indica que el valor de la presión de succión en la salida del runner es del orden de 12 kPa, con lo cual se observa que la diferencia de presión entre el plenum y el runner oscila entre los 2 y 3 kPa.

Fig. 6.10 Campos de velocidad dentro del múltiple de admisión (cuando el runner 2 demanda gasto al máximo)

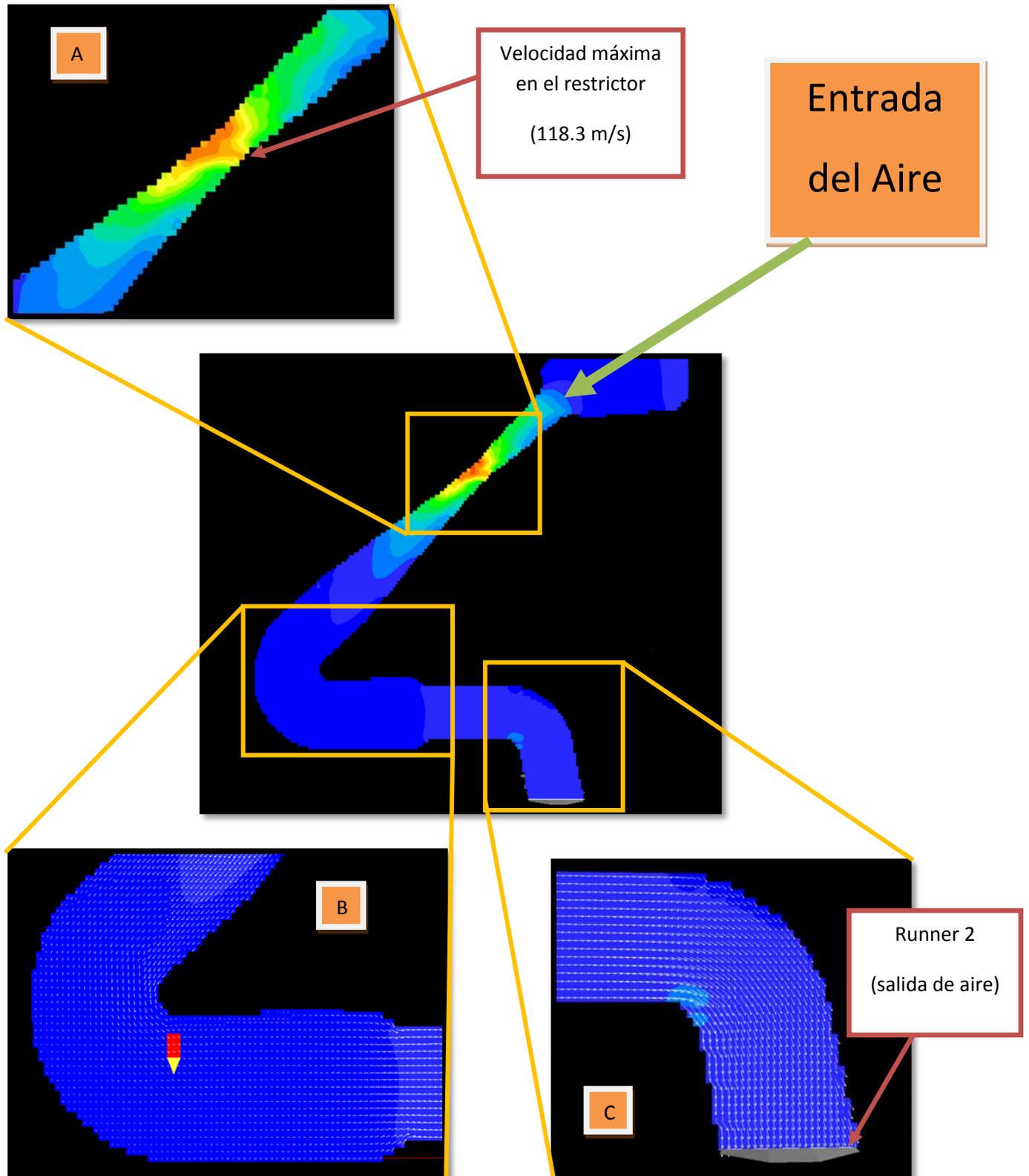


Fig 6.11 Campos de presiones dentro del múltiple de admisión (cuando el runner 2 demanda gasto al máximo)

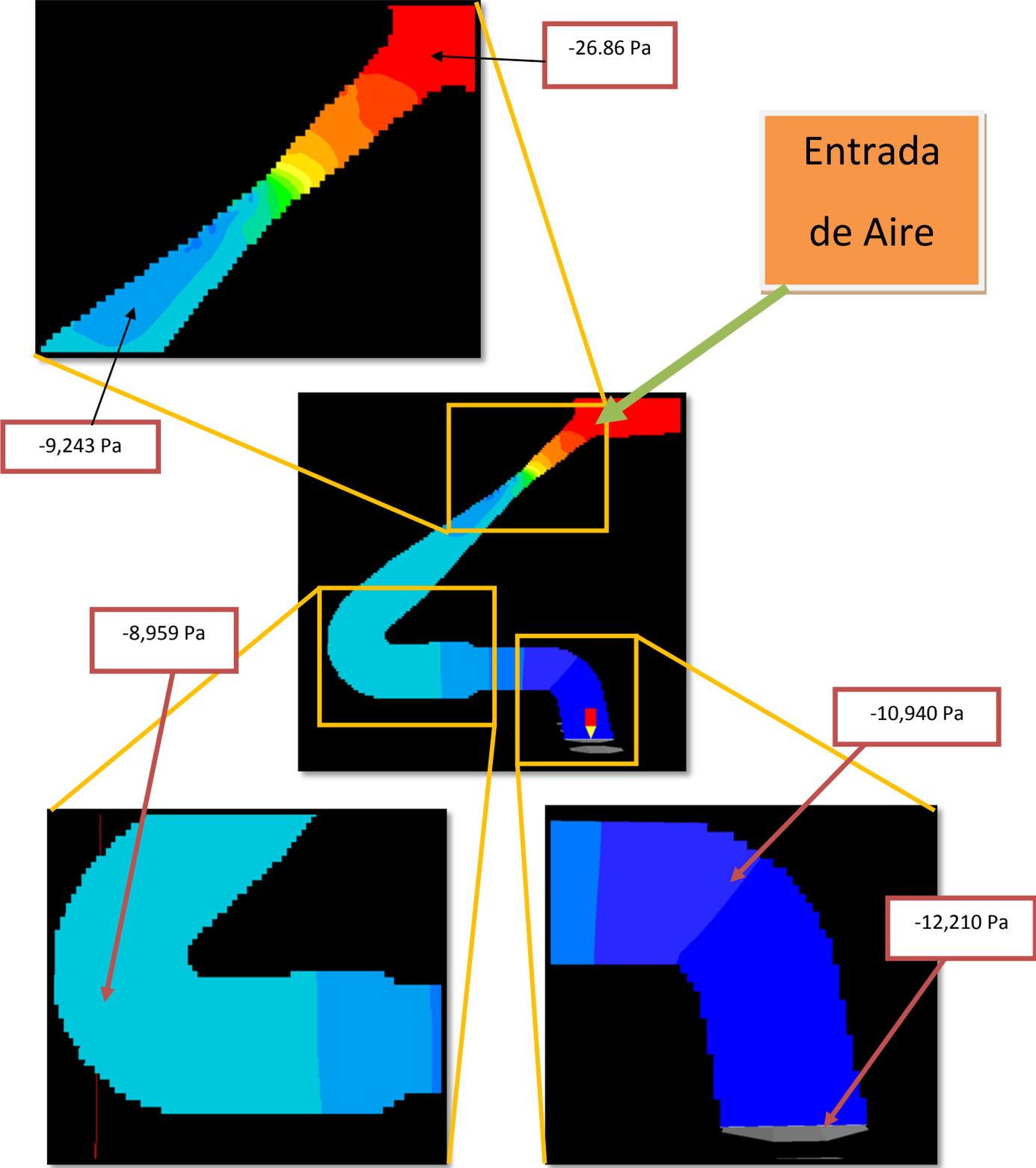


Fig. 6.12 Campos de velocidad dentro del múltiple de admisión (cuando el runner 4 demanda gasto al máximo)

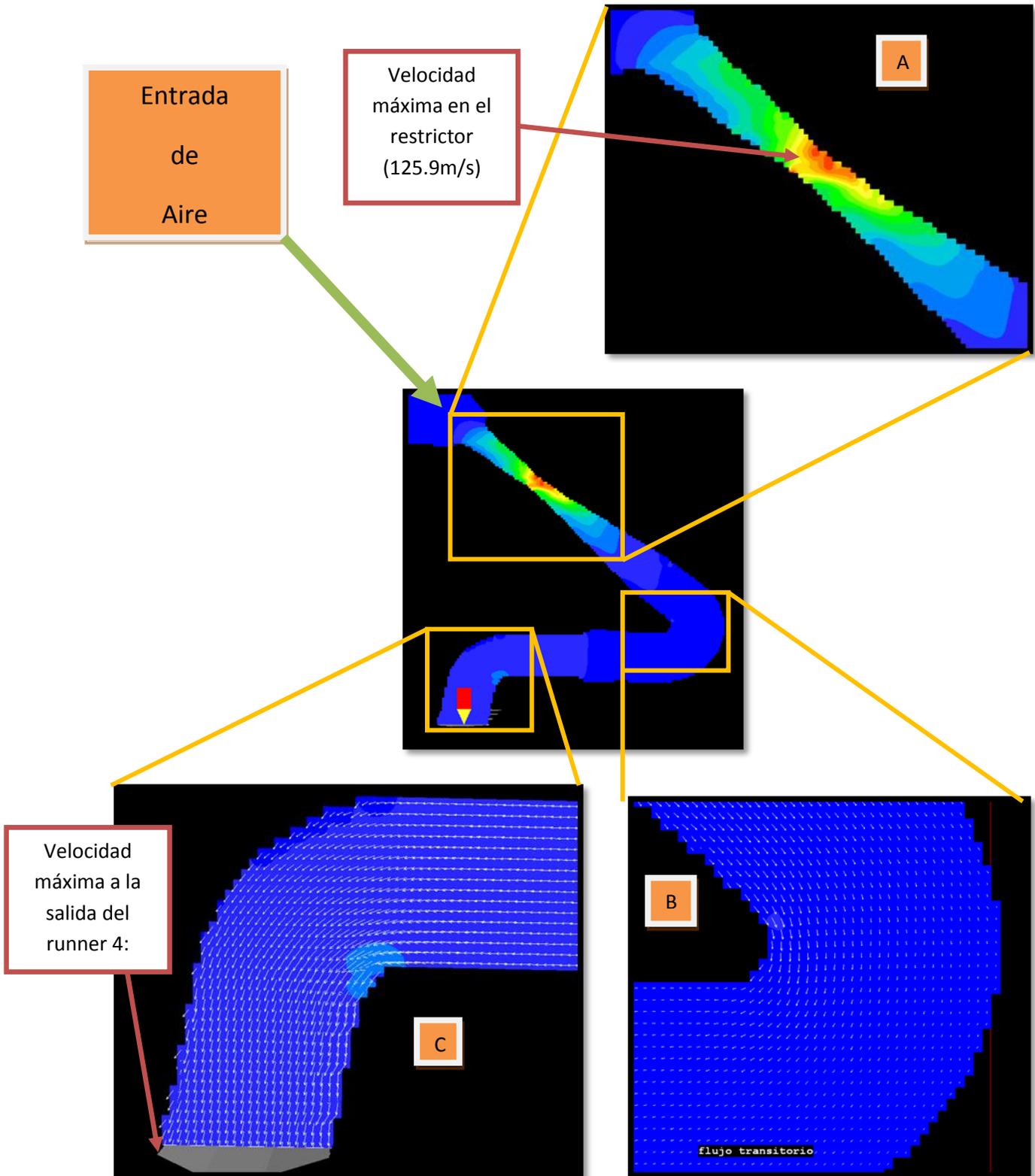
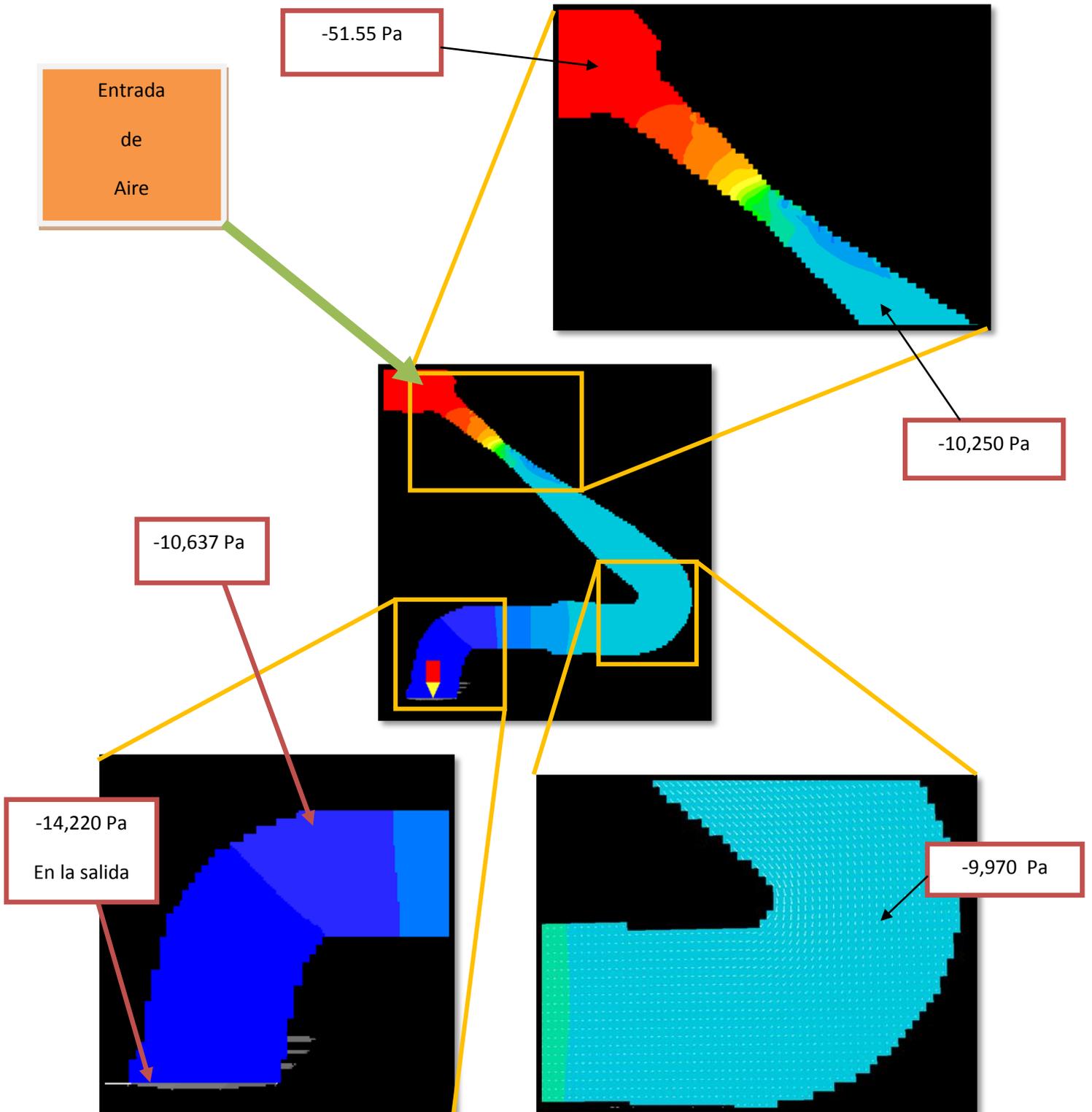


Fig. 6.13 Campos de presiones dentro del múltiple de admisión (cuando el runner 4 demanda gasto al máximo)



Una mejor forma de observar la uniformidad en la presión dentro del plenum es con un corte en el plano z. La uniformidad de la presión dentro del plenum es uno de los aspectos más importantes para el buen desempeño del motor ya que de esto depende la alimentación equitativa para cada cámara de combustión. En las **figuras 6.14 y 6.15** se muestra un corte en el plano z de los campos de presiones y velocidades dentro del plenum para el instante en que el runner 4 demanda el gasto solicitado por la cámara de combustión:

El primer instante es con el runner 4 demandando gasto:

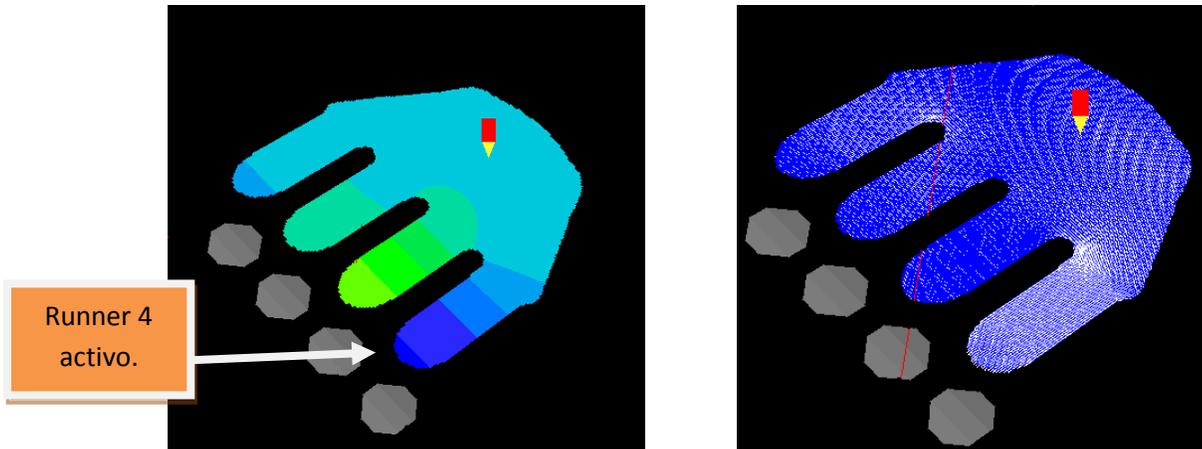


Fig. 6.14 contornos de presión en el plenum. Fig. 6.15 concentración de vectores de velocidad en el runner 4.

Cuando se demanda gasto por el runner 4, también el valor de la presión en este runner disminuye, pero en el plenum se conserva bastante uniforme y con un valor del orden de 10kPa (**figura 6.14**).

En las **figuras 6.16 y 6.17** se puede observar un corte en el plano z de los campos de presiones y velocidades dentro del plenum para el instante en que el runner 2 demanda gasto:

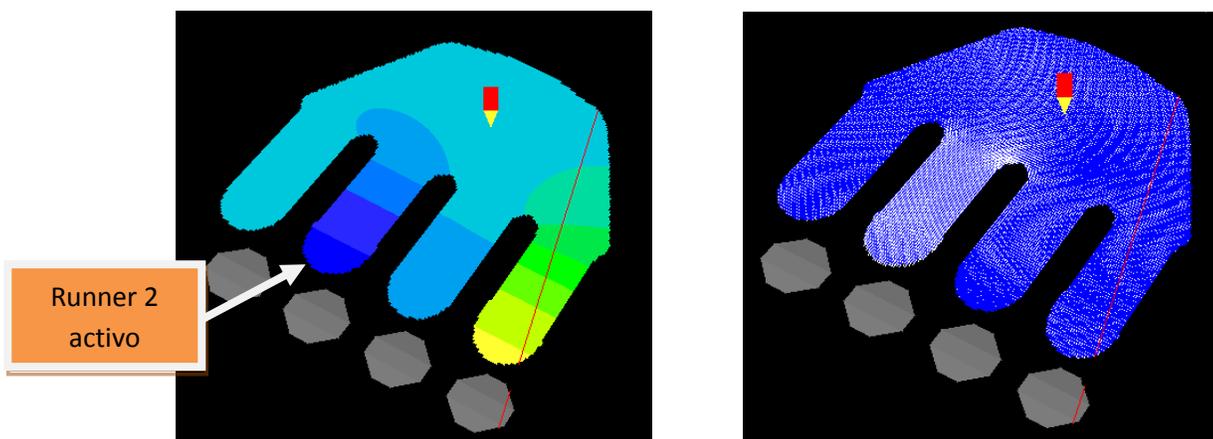


Fig. 6.16 contornos de presión en el plenum. Fig. 6.17 concentración de vectores de velocidad en el runner 2.

Para este instante también se observa la presión en el plenum bastante uniforme (**figura 6.16**) y con un valor del orden de 9kPa, al igual que el runner 4, también en la **figura 6.17** se ilustra la concentración de vectores de velocidad en el runner 2.

El restrictor es la zona en donde se observa la mayor concentración de energía cinética durante el funcionamiento del múltiple de admisión (**figuras 6.18 y 6.19**).

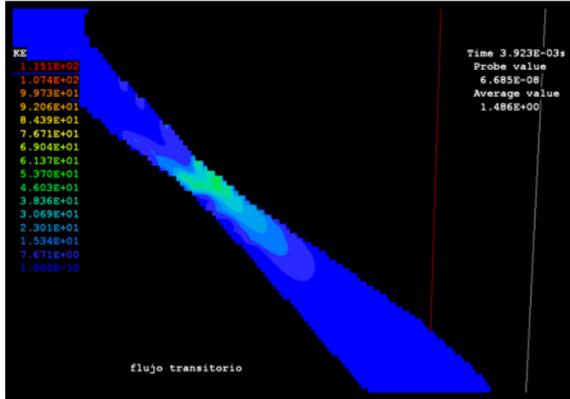


Fig. 6.18 concentración de energía cinética en el restrictor cuando el runner 4 demanda gasto

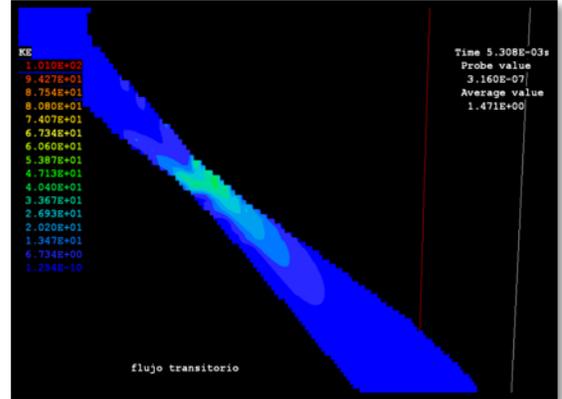


Fig. 6.19 concentración de energía cinética en el restrictor cuando el runner 2 demanda gasto

Los valores de esta variable indican el nivel de la turbulencia en el fluido. El cambio en la energía cinética se da en esta zona por el cambio brusco de velocidad que se presenta en el restrictor.

7 Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.

- 1) Se diseñó un múltiple de admisión más eficiente, evitando las zonas de recirculación de fluido para lograr que el flujo fuera lo más directo posible hacia las cámaras de combustión y evitar el ruido.

La geometría del plenum fue diseñada con el objetivo de que la caída de presión en su interior fuera uniforme durante todo su funcionamiento y sin importar qué runner se encuentre activo. El volumen del plenum tiene como objetivo amortiguar de manera eficiente las caídas de presión en su interior, aunque también se tuvo cuidado de que no fuera excesivamente grande como para interferir con la respuesta al acelerador.

Los runners están diseñados para que el aire dentro de la cámara de combustión tenga una frecuencia de resonancia de 348 Hz, obteniendo así una eficiencia volumétrica máxima en 10,450 rpm.

- 2) El funcionamiento del múltiple de admisión se simuló por medio de dinámica de fluidos computacional y se obtuvieron resultados satisfactorios según las siguientes predicciones:

La caída de presión dentro del plenum resultó ser muy uniforme y tener valores del orden de 9 kPa, que no es una caída de presión demasiado grande. La uniformidad en la presión contribuye a que la alimentación sea equitativa en todos los runners.

La velocidad puntual máxima en el restrictor es de 125.9m/s, pero la velocidad promedio en la sección transversal del mismo tiene un valor del orden de 110m/s.

Se verificó que en el interior del plenum y en los runners el flujo era muy directo hacia la cámara de combustión ya que en la simulación no se observan zonas de recirculación de fluido.

- 3) Finalmente el múltiple de admisión se construyó por medio de impresión tridimensional y se comprobó su buen funcionamiento en la competencia Formula SAE West 2011 en el Autoclub Speedway en Fontana California.

Los resultados obtenidos en la competencia por parte del diseño que se ha tratado a lo largo de todo este trabajo fueron bastante buenos:

- Se tuvo el segundo auto más potente de toda la competencia con 84 equipos inscritos.

El auto del año anterior solamente tuvo un máximo de 70 HP de potencia y en este año se obtuvieron 85 HP con el mismo motor, aumentando 15 caballos de potencia la cual es una cantidad bastante importante, este aumento en la potencia necesariamente se vio influenciado por el diseño del nuevo múltiple de admisión, además de que contribuyó a que fuera más eficiente la admisión de aire y también el nuevo mapeo del motor [2]. Esta potencia se obtiene a una velocidad del motor de 11,399 rpm que es una velocidad bastante cercana la cual fue calculada la mayor eficiencia volumétrica con la teoría del resonador de Helmholtz.

Estos resultados se dieron a conocer el 16 de Junio de 2011 después de probar el auto en el dinamómetro oficial de la competencia (**figura7.1**).



Fig. 7.1 Resultados en el dinamómetro de la competencia.

- La prueba de ruido, que es uno de los requisitos para que el auto pueda participar en los eventos dinámicos, este año fue superada sin mayor problema a diferencia del año anterior en donde se tuvo que improvisar un aislante acústico para poder competir.

En el múltiple de admisión de este año se evitaron las zonas de recirculación, que pueden propiciar la generación de ruido.

Gracias a esto, este año se participó en todos los eventos dinámicos. El año pasado se perdieron todas las pruebas dinámicas con excepción de endurance a causa del problema del ruido.

- En la prueba de aceleración se logró cubrir la distancia de la pista en las 4 oportunidades por debajo del tiempo mínimo para recibir puntos.

- No hubo ninguna queja por parte de los pilotos con respecto a la dificultad para controlar la aceleración del vehículo.

El año pasado el cuerpo de aceleración tan amplio no permitía que la aceleración fuera gradual, ya que era demasiado grande el orificio que se abría al dar muy poco desplazamiento al pedal del acelerador. Este año se tuvo un cuerpo de aceleración del tamaño adecuado.

- El comentario de los jueces de la competencia en el Autoclub Speedway en Fontana California, fue positivo.

Los jueces mencionaron que el sistema cumplía con su objetivo, que era un buen diseño y que estaba bien entendido su funcionamiento.

Las recomendaciones para trabajos futuros son:

Incorporar el modelo de flujo compresible al análisis, para tener un resultado más próximo a la física del problema.

Un análisis riguroso de los componentes internos del motor. En especial de la interacción entre el cigüeñal, el árbol de levas y las válvulas de admisión, con el objetivo de calcular de manera precisa los tiempos de apertura de las mismas.

La instrumentación y obtención de datos experimentales del motor en conjunto con el múltiple de admisión, para validar el modelo numérico.

Apéndice A

MODELOS DE TURBULENCIA.

A continuación se introducen, de manera concisa, algunos de los modelos que se pueden utilizar para representar el efecto de la turbulencia en el flujo de aire dentro del múltiple de admisión simulado en esta tesis. Los modelos se clasifican en dos categorías:

- Modelos de tipo “difusividad turbulenta”, esencialmente variantes del método conocido como $k-\varepsilon$.
- Cierres de segundo orden, en la forma de modelos de transporte de los esfuerzos de Reynolds.

En primer lugar se presentará la ecuación exacta para los esfuerzos de Reynolds, seguida por los cierres de segundo orden, que constituyen el transporte de esfuerzos de Reynolds, utilizados en este trabajo. Posteriormente, se presenta el modelo utilizado en esta tesis, el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ estándar.

A.1 Cierres de segundo orden.

La ecuación de transporte exacta para los esfuerzos de Reynolds $(\overline{u_i'' u_j''})$ es [16]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i'' u_j''}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \overline{u_i'' u_j''}) = - \underbrace{\left(\overline{u_i'' \frac{\partial p}{\partial x_j}} \overline{u_j'' \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right)}_{(a)}$$

$$\begin{aligned}
& - \underbrace{\left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right)}_{(b)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} \right)}_{(c)} \\
& - \underbrace{\overline{\rho} \left(u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right)}_{(d)} \\
& - \underbrace{\left(\overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}} + \overline{\tau_{ik}'' \frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} \right)}_{(e)} \tag{48}
\end{aligned}$$

Los términos del lado derecho de la ecuación (48) representan, el efecto del gradiente de presión media (*a*), la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad (*b*), el transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds (*c*), la producción de los esfuerzos de Reynolds por velocidad de deformación media (*d*), y la disipación viscosa (*e*). De los términos anteriores, en (*a*), (*b*), (*c*), y (*e*) están presentes correlaciones desconocidas, y por tanto requieren modelización.

Si se hace uso de la definición (10) del capítulo 4, el término que expresa el efecto del gradiente de presión media (*a*), se puede escribir como:

$$- \left(\overline{u_i'' \frac{\partial p}{\partial x_j}} \overline{u_j'' \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right) = \frac{\overline{\rho' u_j''}}{\overline{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\overline{\rho' u_i''}}{\overline{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_j} \tag{49}$$

La correlación $\overline{\rho' u_j''}$ se puede modelar de una ecuación de conservación truncada como [16]:

$$\overline{\rho' u_j''} = -\frac{1}{4.3} \frac{\tilde{k}}{\varepsilon} u_i'' u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \quad (50)$$

donde $k = 1/2 u_i'' u_i''$ es la energía cinética turbulenta y ε es su tasa de disipación. La contribución de este término es muy pequeña y frecuentemente se desprecia ([17] y [14]).

Con fines de modelización, la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, (b) , frecuentemente se divide en una parte re-distributiva y una parte isotrópica [9]:

$$\left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) = - \left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \quad (51)$$

La parte isotrópica se divide en dos términos, uno de transporte por presión y otro de dilatación por presión:

$$-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} = \underbrace{-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{\frac{\partial p' u_k''}{\partial x_k}}}_{(I)} + \underbrace{-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' \frac{\partial u_k''}{\partial x_k}}}_{(II)} \quad (52)$$

En flujos de baja velocidad $Ma \ll 1$, el término (II) de la ecuación (94) generalmente se desprecia [18]. El término (I) se suma al término de transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds (c) para formar el término:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (C_{ijk}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{p u_i'' u_j'' u_k''} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' u_k''} \right) \quad (53)$$

El término C_{ijk} se modela mediante un cierre de tipo gradiente [7]:

$$C_{ijk} = -C_s \frac{\tilde{k}}{\tilde{\varepsilon}} u_k'' u_l'' \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_l} \quad (54)$$

El término (e) es la correlación de la disipación viscosa:

$$\overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}} + \overline{\tau_{ik}'' \frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} = \overline{\rho} \varepsilon_{ij} \quad (55)$$

Si se supone isotropía local, el término ε_{ij} se puede escribir en función de la disipación de energía cinética turbulenta, ε , como [16]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \tilde{\varepsilon} \delta_{ij} \quad (56)$$

La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, $\tilde{\varepsilon}$, se calcula de la siguiente ecuación de transporte, deducida por procedimientos similares a los utilizados en el caso de densidad constante [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{\varepsilon}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{\varepsilon} u_j}) = & \underbrace{-C_{\varepsilon 1} \overline{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} u_k'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j}}_{(A)} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \overline{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\tilde{k}}}_{(B)} + \underbrace{C_{\varepsilon 3} \frac{\overline{\rho' u_j''}}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_j}}_{(C)} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{\varepsilon} \overline{\rho} \frac{\tilde{k}}{\tilde{\varepsilon}} u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right)}_{(D)} \end{aligned} \quad (57)$$

donde, de acuerdo con lo expuesto anteriormente, el término (C) se desprecia.

La parte re-distributiva de la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, expresión (51), usualmente se divide en dos partes: una que incluye cantidades turbulentas y otra que incluye la tasa de deformación media.

Modelos para este término han sido propuestos, por ejemplo por Launder et al [18] (modelo ML), Gibson y Younis [19] (modelo MG) y Musonge [20] (modelo MJ). Denotando al término redistributivo como Π_{ij} , los modelos se escriben como:

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & -C_1 \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \left(\frac{u_i'' u_j''}{\tilde{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) + C_2 \delta_{ij} \bar{\rho} u_l'' u_m'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_m} - C_3 \bar{\rho} P_{ij} + C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{2}{3} C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \left(\frac{2}{3} C_2 + C_3 \right) \left(\bar{\rho} u_l'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_i} + \bar{\rho} u_l'' u_i'' \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_j} \right) \quad (58) \end{aligned}$$

donde

$$P_{ij} = -\left(u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right).$$

Las constantes de las ecuaciones (53), (56), y (57) se presentan en la tabla 1.

Sustituyendo las ecuaciones (52), (55) y (57) en la ecuación de los esfuerzos de Reynolds (90) se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} u_i'' u_j'') + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho} \tilde{u}_k u_i'' u_j'') = \frac{\partial}{\partial x_k} (C_{ijk}) - \bar{\rho} \left(u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\epsilon} \delta_{ij} + \Pi_{ij} \quad (59)$$

Tabla 1: Constantes de las ecuaciones (54), (57) y (58).

Modelo	MG	ML	MJ
C _{ε1}	1.4	1.44	1.40
C _{ε2}	1.8	1.90	1.90
C _{ε3}	0.15	0.15	0.18
C _{ε4}	0.22	0.21	0.22
C ₁	3	1.50	3.00
C ₂	0.3	-0.582	-0.44
C ₃	-	0.764	0.46
C ₄	-	-0.182	-0.23

A.2 Modelos de viscosidad turbulenta.

Estos modelos son un método alternativo para determinar los esfuerzos de Reynolds $u_i'' u_j''$. Están basados en el concepto de viscosidad turbulenta y suponen que, de la misma manera que en un flujo laminar los esfuerzos viscosos son proporcionales al gradiente de la velocidad, en un flujo turbulento, los esfuerzos

causados por las fluctuaciones turbulentas son proporcionales al gradiente de la velocidad media. Esta relación entre los esfuerzos de Reynolds y las variables medias es:

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = -\overline{\rho} \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \left(\overline{\rho k} + \overline{\rho} \nu_T \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (60)$$

Donde $\nu_T (= \mu_T/\overline{\rho})$ es la viscosidad turbulenta. A diferencia de la viscosidad molecular ($\nu = \mu/\rho$), ν_T no es una propiedad del fluido, sino una característica del estado del flujo, y puede variar significativamente de un punto a otro dentro del mismo flujo.

Para el flujo turbulento de escalar, el concepto de viscosidad turbulenta o, propiamente, de difusividad turbulenta, se expresa como:

$$\overline{\rho u_i'' u_\alpha''} = -\overline{\rho} \frac{\nu_T}{S_{c_T}} \frac{\partial \bar{\phi}_\alpha}{\partial x_i} \quad (61)$$

donde S_{c_T} es el número de Schmidt/Prandtl turbulento.

La viscosidad turbulenta ν_T , puede calcularse de diferentes formas, dando lugar a una variedad de modelos con un número variable de ecuaciones diferenciales. Los más populares de estos modelos son, probablemente, los de la familia del modelo $k - \varepsilon$. Las variantes utilizadas en este trabajo se presentan a continuación.

A.3 Modelo $k - \varepsilon$

Este modelo es el empleado en ésta tesis. En él, se define como:

$$v_T = C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (62)$$

Donde C_μ es una constante determinada experimentalmente. Los valores de \tilde{k} y $\tilde{\varepsilon}$ se calculan a través de la ecuaciones de transporte.

La ecuación para la energía cinética turbulenta, \tilde{k} se obtiene de la ecuación (1), haciendo $i = j$, aplicando la hipótesis de isotropía local, y dividiendo entre dos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_j \tilde{k}) + \rho \overline{u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left(\frac{1}{2} \overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''} \right)}_{(a)} - \rho \tilde{\varepsilon} \quad (63)$$

Los esfuerzos de Reynolds $\overline{u_i'' u_j''}$ se expresan de acuerdo con la ecuación (60).

El término (a) se aproxima como:

$$- \left(\frac{1}{2} \overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''} \right) \approx \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \quad (64)$$

Sustituyendo las expresiones (13) y (17) en la ecuación (18), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_j \tilde{k}) = \rho(P_k - \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right) \quad (65)$$

donde:

$$P_k = \nu_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{2}{3} \left(\tilde{k} + \nu_T \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (66)$$

Aplicando hipótesis similares a las utilizadas para la ecuación de \tilde{k} (64), la ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta, $\tilde{\varepsilon}$, se obtiene a partir de la ecuación (56):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_j \tilde{\varepsilon}) = \rho \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right) \quad (67)$$

Las constantes de las ecuaciones (65) y (67) se muestran en la tabla 2.

Tabla 2: Constantes del modelo $k-\varepsilon$ estándar.

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
0.09	1.0	1.314	1.44	1.92

El modelo $k-\varepsilon$, tal y como ha sido presentado, se comporta satisfactoriamente en flujos sencillos, normalmente flujos parabólicos para los cuales el modelo fue desarrollado en la década de 1970. En flujos

más complejos, incluidos aquellos con rotación o con curvatura apreciable en las líneas de corriente, como los investigados en esta tesis, las hipótesis de isotropía en las que se basa el modelo no son aplicables, y las predicciones proporcionadas por el modelo son, en general, menos satisfactorias. La popularidad de este tipo de modelos, en la que su sencillez y economía juega un papel importante, ha dado lugar a una serie de modificaciones o variantes, que intentan compensar estas deficiencias, sin tener que abandonar la hipótesis de viscosidad turbulenta a favor de cierres de segundo orden.

Apéndice B

ESQUEMAS DE DISCRETIZACIÓN

A continuación, se presentan los esquemas lineales que se usan en la discretización del término convectivo de la ecuación general (32), en el capítulo 5.

En la formulación de la ecuación discretizada (32), se requiere conocer la densidad ρ y la variable escalar, ϕ , en la cara de la celda. Estas variables se calculan en el nodo de la celda, por lo que es necesario interpolar entre celdas para conocer su valor en la cara. De tal modo que el cálculo de ϕ y ρ en la cara de la celda da lugar a los llamados esquemas de discretización. La determinación de los valores de estas variables en la cara es importante para la precisión y convergencia de la solución numérica.

Enseguida se presentan los esquemas de discretización lineales y no lineales empleados en esta tesis. Estos esquemas se describirán en base al sistema de celdas que se ilustra en la figura B.1. Como ejemplo, se obtendrá el valor de ϕ en la cara e de la celda P. La velocidad en la cara e se considerará, sin pérdida de generalidad, positiva ($u_e > 0$).

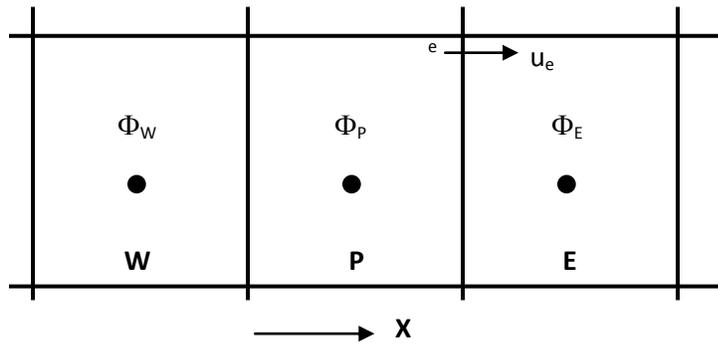


Figura B.1. Diagrama esquemático de celdas.

B.1 Esquemas lineales

B.1.1 Diferencias desplazadas de primer orden

Con este esquema se supone que el valor de la variable ϕ en la cara e es igual al nodo adyacente aguas arriba, es decir, para $u_e > 0$ [21]:

$$\phi_e = \phi_P \quad (68)$$

Esta alternativa es de implementación sencilla, acotada y altamente estable casi bajo cualquier situación pero tiene como inconvenientes, su precisión, ser de primer orden y presentar problemas de difusión numérica. Esta falsa difusión es mayor si en el flujo hay un desalineamiento en la dirección del flujo y las líneas de malla, como por ejemplo en flujos de recirculación.

B.1.2 Diferencias centradas

Este esquema supone la variación lineal de ϕ entre los nodos P y E; por tanto, el valor de la cara e es:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (69)$$

Este esquema tiene una precisión de segundo orden, pero tiene el inconveniente de no estar acotado, por lo que puede presentar inestabilidades numéricas. El límite de estabilidad de este esquema viene dado en función del número de Peclet, ecuación (34) en el capítulo 5, que es un parámetro comparativo entre los procesos convectivo y difusivo.

Para situaciones en que los procesos convectivos dominan sobre los difusivos ($Pe > 2$), por ejemplo, flujos con número de Reynolds altos, el esquema presenta oscilaciones numéricas.

B.1.3 Híbrido

Este esquema fue introducido por Spalding y consiste en combinar los esquemas de diferencias desplazadas y centradas para calcular el valor de la propiedad ϕ en la cara del volumen de control. La selección del esquema se hace en función del número de Peclet de la celda:

- Si $Pe \leq 2$, se usan diferencias centradas:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (70)$$

- Si $Pe > 2$, se usan diferencias desplazadas:

$$\phi_e = \phi_P, \quad Pe > 2 \quad (71)$$

Para flujos con bajo número de Reynolds/Peclet, el esquema utilizado es el de diferencias centradas, y por tanto resulta de orden 2; sin embargo, el esquema presenta problemas asociados al esquema de diferencias desplazadas cuando el flujo está dominado por los procesos de convección $Pe > 2$.

Los esquemas lineales de alto orden presentan una buena precisión, pero no están acotados, por lo que pueden presentar oscilaciones numéricas. Su uso no es recomendado en el cálculo de cantidades que no aceptan valores negativos, o en general de cantidades acotadas, tales como concentraciones, pues la oscilaciones introducidas por el modelo pueden sacar al escalar de su dominio de definición.

Referencias

- [1] 2011 Formula SAE Rules
- [2] Verde B., Implementación del Sistema de Control del Motor Para el Vehículo “Fórmula SAE UNAM 2011” Tesis de Licenciatura. Ingeniería Mecatrónica, Universidad Nacional Autónoma de México 2011.
- [3] Development and Validation of an Impedance Transfer Model for High Speed Engines.
Sam Zimmerman, Dan Cordon, Michael Anderson and Steven Beyerlein. Mechanical Engineering, University of Idaho Copyright © 2005 SAE International.
- [4] <http://www.phys.unsw.edu.au/jw/Helmholtz.html>
- [5] Walter Wayne Eberhard, A mathematical model of ram-charging intake manifolds for four stroke diesel engines. Ohio State University 1971
- [6] Pat L. Mangonon, Ciencia de Materiales Selección y Diseño.
- [7] Aris, R. Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics.
Prentice Hall International Series in the Physical and Chemical Engineering Sciences. 1962.
- [8] Warnatz, J., Mass, U., Dibble, R. W. Combustion. Springer. 1996.
- [9] Biagioli, F. Comparison Between Presumed and Monte Carlo PDF Transport Methods for Turbulent Combustion Modeling. AIAA-Journal of Propulsion and Power, 13(1):109-116. 1997.
- [10] Favre, A. Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics. SIAM. 1969.
- [11] Ferziger, H. H., Peric, M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer-Verlag. 1996.
- [12] Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science. Hemisphere Publishing Corporation. 1980.
- [13] Patankar, S. V., Spalding, D. B. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows. Int. J. Heat and Mass Transfer, 15. pp. 1787-1806. 1972.
- [14] Spalding, D. B. Mathematical Modeling of Fluid Dynamics, Heat Transfer and Mass Transfer Process. Technical Report HTS/8011, Imperial College of Science Technology and Medicine. 1980.

- [15] Ludwig, J. C., Qin, H. Q., Spalding, D. B. The PHOENICS Reference Manual. Technical Report CHAM TR/200, CHAM Ltd, London. 1989.
- [16] Briggs, G.A. Plume Rise and Buoyancy Effects. Atmospheric Science and Power Production, pp. 327-366. 1984.
- [17] Spalding, D. B. A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives. Int. Journal. Num. Methods Engineering, 4, pp. 551. 1972.
- [18] Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. Journal of Fluid Mechanics, 65:537. 1975.
- [19] Daly, B. J., Harlow, F. H. Transport Equations in Turbulence. Physics of Fluids, 3(11):2634-2649. 1970.
- [20] Spalding, D. B. Combustion and Mass transfer. Pergamon. 1979
- [21] Lumley, J. L. Pressure-Strain Correlation. Physics of Fluids. 18(6):750. 1975