

Capítulo I

Representación Matemática del oleaje

I. Representación Matemática del Oleaje

I.1 Descripción del oleaje

El conjunto de ondulaciones continuas que se forman en la superficie del agua, resultado de la acción de fuerzas externas, es conocido como oleaje y se presenta en mares, océanos, ríos, lagos, canales, etc., dichas ondulaciones son variables en el espacio y en el tiempo, pero de manera sencilla pueden idealizarse como una superposición de ondas sinusoidales que se desplazan en cierta dirección de propagación. A continuación se describen los principales parámetros que se identifican en el oleaje.

Espaciales:

- × Longitud de onda (L): distancia horizontal entre dos crestas adyacentes.
- × Altura de la ola (H): distancia vertical desde el máximo de la cresta hasta el mínimo del valle.
- × Amplitud (a): distancia vertical desde el máximo de la cresta hasta el nivel medio del mar (NMM).
- × Profundidad (h): distancia vertical del nivel medio del mar hasta el fondo del lugar donde se propaga el oleaje.

Temporales:

- × Periodo de onda (T): tiempo en que dos crestas consecutivas pasan por un mismo punto.
- × Frecuencia (f): inverso del periodo de onda.

- × Celeridad (c): velocidad de desplazamiento de la onda.

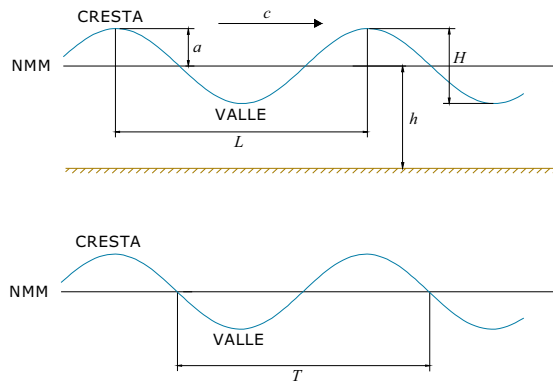


Figura I-1 Parámetros espaciales (arriba) y temporales (abajo) del oleaje

I.1.1 Clasificación de las ondas oscilatorias

El fenómeno del oleaje es variable en espacio y tiempo, y puede ser clasificado de acuerdo con la profundidad relativa sobre la cual se propaga, la fuerza principal que lo genera o su periodo de onda.

Clasificación de acuerdo a la profundidad relativa

Se define como profundidad relativa a la relación de la profundidad (h) y la longitud de la ola (L), cuyo valor permite establecer el intervalo de clasificación de la zona de propagación del oleaje:

- × Aguas profundas: cuando la profundidad relativa es mayor o igual a $\frac{1}{2}$, en esta zona la profundidad no tiene influencia sobre el oleaje.
- × Aguas someras: cuando la profundidad relativa es menor o igual a $\frac{1}{20}$, bajo esta condición el oleaje está controlado por la profundidad del agua.
- × Aguas de transición: es la zona intermedia entre las aguas profundas y las aguas someras, es decir, cuando el valor la profundidad relativa se encuentra entre $\frac{1}{20}$ y $\frac{1}{2}$.

Clasificación de acuerdo a las fuerza generadoras

- × Oleaje generado por fuerzas meteorológicas: las alteraciones producidas en la superficie del mar se deben a la acción del viento y la presión. En este tipo de oleaje se propaga la perturbación, no la masa de agua, excepto en casos de rotura.

Dentro de esta clasificación se distinguen dos categorías:

OLEAJE TIPO SEA O LOCAL: se forma y desarrolla en la zona donde existe acción directa y continua del viento en la superficie (*fetch*), generándose ondas elementales de altura, periodo, fase y dirección de propagación aleatorias e independientes, cuya interferencia da lugar a un aspecto caótico de la superficie del mar. Presenta generalmente ondas muy peraltadas con periodos y longitudes de onda pequeños, aunque en una amplia gama de frecuencias (Figura I-2).

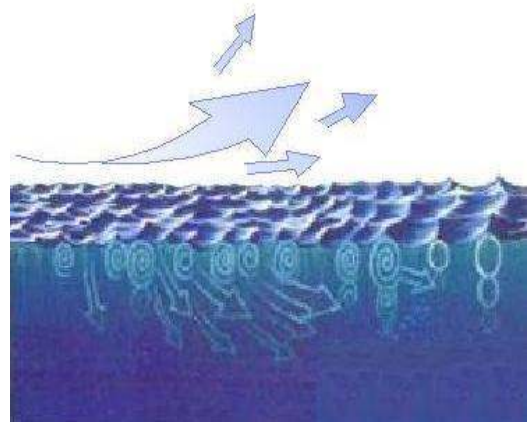


Figura I-2 Oleaje tipo Sea

OLEAJE TIPO SWELL O DISTANTE: una vez que el oleaje abandona el área de generación y se propaga a través de superficies marítimas hacia profundidades menores sin estar sometido a la acción significativa del viento, disminuyendo progresivamente hasta su extinción en la costa. Presenta olas menos peraltadas que el oleaje tipo *Sea*, con periodos y longitudes de onda grandes en una gama estrecha de frecuencias. Da lugar una perturbación ordenada y regular de la superficie (Figura I-3).



Figura I-3 Oleaje tipo Swell

- × Mareas: son ondas de periodo largo asociadas a las fuerzas generadoras resultado de de la atracción de la tierra y su hidrósfera por el sol, la luna y otros cuerpos celestes.
- × Tsunamis: olas generadas por fenómenos sísmicos, son desplazamientos bruscos de la masa de agua que se propagan con gran velocidad. La gran energía cinética que adquieren las partículas de agua mientras se desplazan es lo que hace peligroso este fenómeno.

Clasificación de acuerdo a su periodo de onda

Las ondas que se presentan en el mar pueden clasificarse en diferentes tipos de onda de acuerdo a su periodo como se muestra en la siguiente figura, propuesta por Kinsman (1965), la cual incluye también la principal fuerza generadora, restauradora y la frecuencia a la cual corresponden:

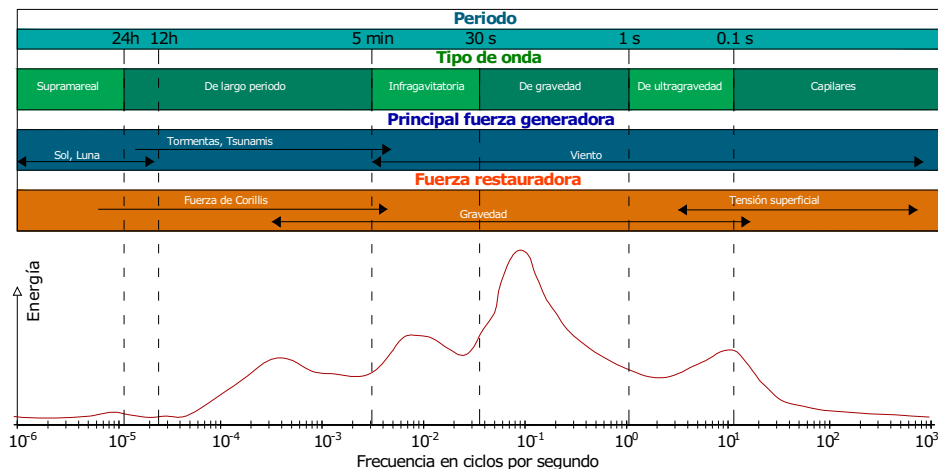


Figura I-4 Clasificación de las ondas

I.1.2 Efecto del oleaje bajo la superficie del mar

En aguas profundas, el oleaje genera que las partículas del agua bajo la superficie se muevan cíclicamente describiendo trayectorias circulares, lo cual implica que mientras una partícula en la cresta de una ola se mueve en la dirección de propagación de la misma, otra partícula en el valle lo hace en sentido contrario, a este fenómeno se le conoce como **velocidad orbital**. Las partículas situadas en la misma vertical describen órbitas de igual fase, pero sus radios disminuyen con la profundidad, por lo que en profundidades mayores a $L/2$, la velocidad se considera despreciable (Figura I-5).



Figura I-5 Velocidades orbitales en aguas profundas

En aguas someras el fondo afecta al desplazamiento vertical de las órbitas provocando que tomen forma elíptica y, si la profundidad es muy pequeña, el movimiento vertical se anula y las trayectorias de las partículas son rectas horizontales.

I.2 Hipótesis básicas del oleaje

Si se considera el oleaje generado por viento como la superposición lineal de ondas armónicas simples viajando en varias direcciones (θ_i), con diferentes amplitudes (a_i), frecuencias angulares (σ_i) y fases (ε_i), el perfil de la superficie libre resultante (Figura I-6), $\eta(x,y,t)$, es:

$$\eta(x,y,t) = \sum_i a_i \cos \left[\frac{\sigma_i^2}{g} (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i) - \sigma_i t + \varepsilon_i \right] \quad \text{Ec. I-1}$$

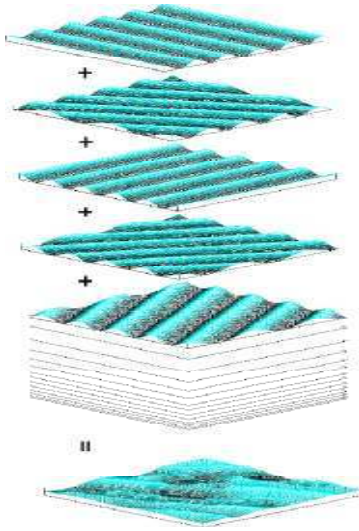


Figura I-6 Estructura del oleaje aleatorio (Pierson et al, 1978)

La ecuación Ec. I-1 expresa que el perfil en el tiempo t está dado por un número infinito de componentes de olas para todas las direcciones y para todas las frecuencias que pueden tomar valores dentro del intervalo $0 \leq \theta_i \leq 2\pi$, y $0 \leq \sigma_i < \infty$.

Para el análisis matemático del oleaje se requiere del manejo de los parámetros mencionados, los cuales se suponen variables aleatorias de un proceso estocástico, estacionario y ergódico. Estas hipótesis permiten definir las funciones estadísticas de distribución teóricas de los parámetros, dentro del dominio del tiempo y de la frecuencia, utilizando un número limitado de datos estadísticos obtenidos de una muestra del correspondiente proceso (señal).

I.2.1 Proceso estocástico

Un proceso estocástico es un proceso empírico que involucra variables aleatorias y que evoluciona en función de otra variable, como el tiempo, donde dichas variables tienen una función de probabilidad que modela su comportamiento.

El oleaje se considera un proceso estocástico Gaussiano debido a que la elevación de la superficie del mar es un evento aleatorio, $\eta(t)$, el cual se observa como resultado de una medición, y se le atribuye una función de probabilidad normal, lo que implica que el proceso queda determinado por el valor de la media (Ec. I-2) y la función de autocorrelación (Ec. I-3).

$$\mu_{\eta}(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \eta_k(t) dt \tag{Ec. I-2}$$

$$R_{\eta\eta}(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \eta_k(t) \eta_k(t + \tau) dt \tag{Ec. I-3}$$

I.2.2 Proceso estacionario

Se considera al oleaje como un proceso estacionario por cierto periodo de tiempo, llamado estado de mar, cuando se supone al fenómeno estable energética y estadísticamente, lo cual representa

que durante este lapso el valor medio es una constante y la función de correlación sólo depende de la diferencia $\tau = t + \tau$.

I.2.3 Proceso ergódico

Un proceso estacionario es ergódico si cada muestra es igualmente representativa estadísticamente de la totalidad del conjunto, por lo que la media y la función de correlación estadísticas son iguales a los temporales, es decir, con una sola muestra es posible obtener estos valores, aplicables al fenómeno dentro del estado de mar analizado.

I.3 Análisis temporal del oleaje

La realización de un análisis estadístico de la señal del registro de la superficie libre del mar en el tiempo se requiere para obtener una serie de parámetros que sean representativos del estado de mar y, que al introducidos en las funciones de distribución teóricas, permitan la definición probabilística del parámetro y, en su caso, la recomposición, mediante simulación, de una muestra temporal del proceso. Los parámetros estadísticos de interés son: el número de sucesos, la media, la media cuadrática, la media de los N/n valores mayores y el valor máximo, todos ellos para la altura de ola y periodo.

Debido a que el registro medido es la fuente de datos muestrales para el análisis, se requiere de un tratamiento previo para evitar errores que puedan alterar la información estadística que se obtenga de ellos, el cual consiste en la corrección del nivel medio y la discretización de la señal, para posteriormente hacer la estimación de los parámetros y las velocidades orbitales y la determinación de la dirección del oleaje.

I.3.1 Corrección del nivel medio

La corrección de nivel medio se realiza con la finalidad de eliminar la influencia de ondas largas sobre el nivel medio del registro; restando el valor medio ($\bar{\eta}_i$) a cada uno de los datos (η_i) se tendrán los valores corregidos.

El valor medio puede ser de orden cero (promedio aritmético), de primer orden (recta) o de segundo orden (parábola), teniendo diferentes aplicaciones cada uno de ellos.

Promedio Aritmético

Cuando las ondas largas no causan un efecto significativo sobre el registro, utilizar la media aritmética resulta adecuado para la corrección:

$$\bar{\eta}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \eta_n \quad \text{Ec. I-4}$$

Corrección lineal

Si el registro está superpuesto a una onda de marea semidiurna y tiene una duración menor al periodo de la marea, y se encuentra en la franja de ascenso de la misma, es conveniente realizar la corrección utilizando el valor medio de orden cero, que implica realizar un ajuste por mínimos cuadrados para obtener una variación lineal:

$$\bar{\eta}_n = A_0 + A_1 n \quad : \quad n = 1, 2, \dots, N \quad \text{Ec. I-5}$$

donde

$$A_0 = \frac{N_2 Y_0 - N_1 Y_1}{N_0 N_2 - N_1^2}, \quad A_1 = \frac{N_0 Y_1 - N_1 Y_0}{N_0 N_2 - N_1^2}, \quad \text{Ec. I-6}$$

$$N_r = \sum_{n=1}^N n^r, \quad Y_r = \sum_{n=1}^N n^r \eta_n \quad \text{Ec. I-7}$$

Corrección parabólica

La corrección parabólica se utiliza para registros en los que se observa una gran influencia de marea y la alteración provocada puede ajustarse a una parábola. Al igual que en la corrección lineal, se utiliza el método de mínimos cuadrados para realizar el ajuste:

$$\bar{\eta}_n = B_0 + B_1 n + B_2 n^2 \quad : \quad n = 1, 2, \dots, N \quad \text{Ec. I-8}$$

donde

$$\begin{aligned}
 B_0 &= \frac{1}{\Delta} \left[Y_0 (N_2 N_4 - N_3^2) + Y_1 (N_2 N_3 - N_1 N_4) + Y_2 (N_1 N_3 - N_2^2) \right], \\
 B_1 &= \frac{1}{\Delta} \left[Y_0 (N_2 N_3 - N_1 N_4) + Y_1 (N_0 N_4 - N_2^2) + Y_2 (N_1 N_2 - N_0 N_3) \right] \\
 B_2 &= \frac{1}{\Delta} \left[Y_0 (N_1 N_3 - N_2^2) + Y_1 (N_1 N_2 - N_0 N_3) + Y_2 (N_0 N_2 - N_1^2) \right] \\
 \Delta &= N_0 N_2 N_4 + 2 N_1 N_2 N_3 - N_2^3 - N_0 N_3^2 - N_1^2 N_4
 \end{aligned}
 \tag{Ec. I-9}$$

I.3.2 Discretización de la señal

Después de haber corregido el nivel medio, se requiere calcular las alturas y periodos de ola individuales, utilizando algunos de los siguientes procedimientos (Figura I-7):

- × Método de pasos ascendentes por cero
- × Método de pasos descendentes por cero
- × Método de distancia entre crestas
- × Método de distancia entre valles

Método de pasos ascendentes por cero

Para definir una ola, se buscan los datos η_i que cumplan con $\eta_i \cdot \eta_{i+1} < 0$ y $\eta_{i+1} > 0$, los cuales serán los pasos ascendentes que delimitarán una ola. El tiempo que hay entre dos pasos ascendentes consecutivos es el periodo de la ola; la altura se determina como la diferencia del valor máximo y el mínimo encontrado dentro del periodo. Para determinar los valores máximos se buscan tres puntos que cumplan con $\eta_{i-1} < \eta_i$ y $\eta_i > \eta_{i+1}$, y para lo mínimos $\eta_{i-1} > \eta_i$ y $\eta_i < \eta_{i+1}$ los cuales deben ser ajustados parabólicamente para encontrar el valor deseado.

Método de pasos descendentes por cero

Un paso descendente satisface la condición $\eta_i \cdot \eta_{i+1} < 0$ y $\eta_{i+1} < 0$, y las olas, alturas y periodos quedan definidos de la misma manera que en el métodos de pasos ascendentes.

Método de distancia entre crestas

Cada ola queda delimitada por dos máximos (crestas) consecutivos.

Método de distancia entre valles

Cada ola queda delimitada por dos mínimos (valles) consecutivos.

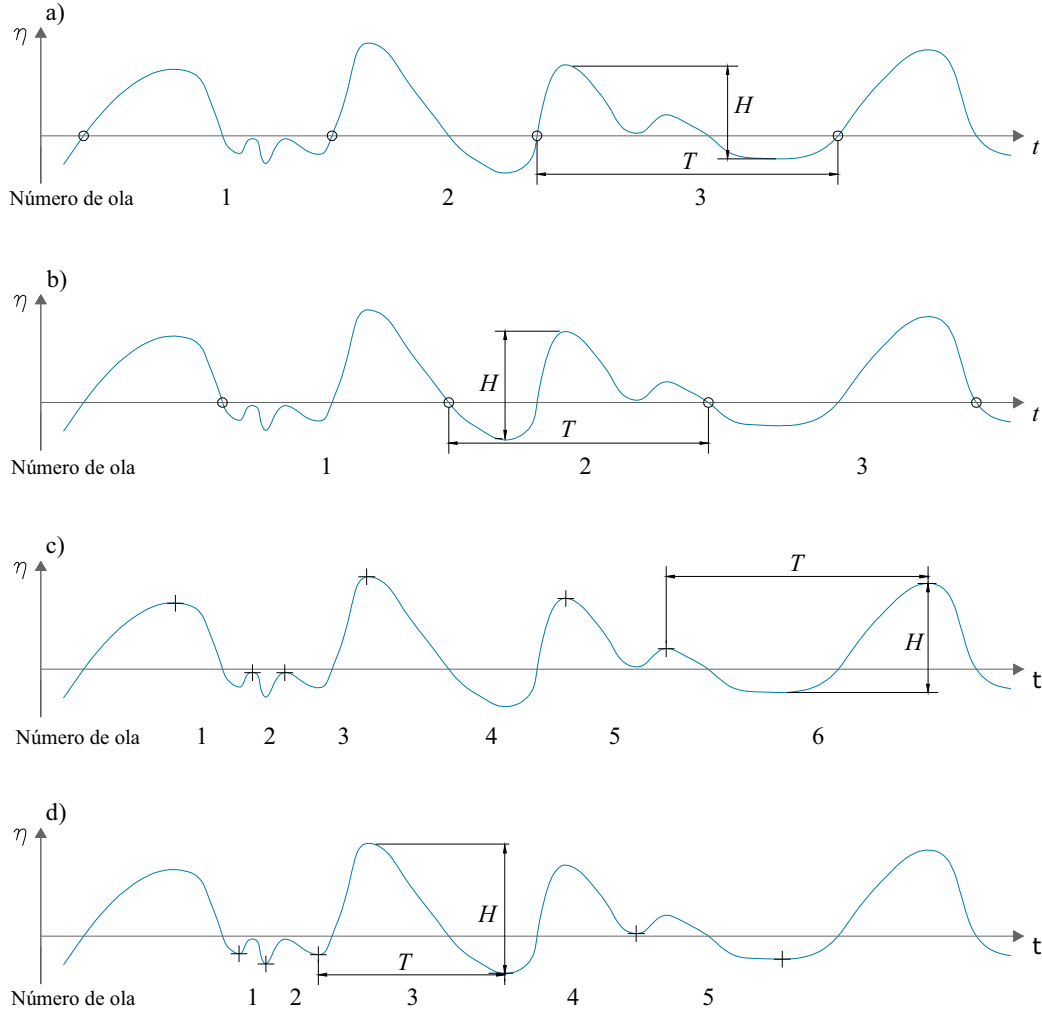


Figura I-7 Discretización de un registro de oleaje por los diferentes métodos. a) Pasos ascendentes por cero. b) Pasos descendentes por cero. c) Distancia entre crestas. d) Distancia entre valles

I.3.3 Parámetros del oleaje

Una vez obtenidos los valores de las elevaciones de superficie del agua (η_i), con el nivel medio corregido, para todos los datos recolectados (N), y el número de olas (N_0), sus alturas (H_i) y periodos (T_i), es posible determinar los parámetros estadísticos de interés previamente mencionados, que permitirán definir un estado de mar.

- × Variación del nivel medio del mar:

$$\bar{\eta}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad \text{Ec. I-10}$$

- × Variación de la media cuadrática de superficie del agua:

$$\eta_{rms}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i^2 \quad \text{Ec. I-11}$$

- × Altura media y el periodo medio:

$$\bar{H} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} H_i \quad \text{Ec. I-12}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} T_i \quad \text{Ec. I-13}$$

- × Altura cuadrática media:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} H_i^2} \quad \text{Ec. I-14}$$

- × Altura de ola 1/n, media aritmética de las N/n olas más altas:

$$H_{1/n} = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^{N/n} H_i \quad \text{Ec. I-15}$$

- × Altura de ola significativa o altura un tercio, media aritmética del tercio de olas de mayor altura del registro:

$$H_s = H_{1/3} = \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} H_i \quad \text{Ec. I-16}$$

- × Periodo de ola 1/n, media aritmética de los N/n periodos correspondientes a las N/n olas más altas del registro:

$$T_{1/n} = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^{N/n} T_i \quad \text{Ec. I-17}$$

- × Periodo de ola significativa o periodo un tercio, media aritmética del tercio de los periodos correspondientes al tercio olas de mayor altura del registro:

$$T_s = T_{1/3} = \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} T_i \quad \text{Ec. I-18}$$

Parámetros de velocidades orbitales y dirección del oleaje

Si se tiene el registro de velocidades orbitales del oleaje, los parámetros de interés son los valores máximos y la media para sus componentes U_x y U_y . Ubicadas en un plano cartesiano XY, rotando el sistema de referencia lo grados que se encuentre rotado el aparato de medición respecto al Norte, la tendencia de los datos determinará la dirección del oleaje, cuyo sentido será hacia la costa.

I.4 Distribuciones teóricas del oleaje

En ocasiones, los parámetros estadísticos más representativos para definir un estado de mar, resultan de alcance limitado para una descripción más detallada del oleaje, por lo que el uso de funciones de distribución de probabilidad es la herramienta adecuada para ello.

Las distribuciones de probabilidad existentes para el estudio de las características del oleaje se dividen en:

- × Distribuciones de desplazamientos de la superficie del agua (normal, no lineal)
- × Distribuciones de desplazamientos máximos
- × Distribuciones de altura de ola
- × Distribuciones de periodos de ola, y
- × Distribuciones conjuntas de periodo y altura de ola

I.4.1 Distribuciones de desplazamientos de la superficie del agua

Distribución normal

Como se mencionó en la descripción de las hipótesis del oleaje, el análisis se simplifica considerándolo un proceso estocástico gaussiano y resultado de la superposición de numerosos trenes de olas, con media $\bar{\eta}$ y varianza $\bar{\sigma}_\eta^2$. Utilizando el teorema del límite central se establece que la

variación de la superficie libre, η , es una variable aleatoria normalmente distribuida y se puede definir la función de densidad de probabilidad para dicha función como:

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\bar{\sigma}_\eta} e^{-\left[\frac{(\eta-\bar{\eta})^2}{2\bar{\sigma}_\eta^2}\right]} \quad \text{Ec. I-19}$$

La cual también puede escribirse también de la forma normalizada cambiando la variable η por $\xi = \frac{\eta - \bar{\eta}}{\bar{\sigma}_\eta}$, quedando definida como:

$$p(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\xi^2\right)} \quad \text{Ec. I-20}$$

Esta distribución (Ec. I-20) tiene la propiedad de tener una media igual a cero y una varianza igual a 1, $N(0,1)$.

Para obtener la función de distribución de probabilidad, se tiene que $p(\eta) = p(\xi) \frac{d\xi}{d\eta}$, y considerando $\bar{\eta} = 0$ y $\bar{\sigma}_\eta = \eta_{rms}$, la función de densidad de probabilidad finalmente resulta:

$$p(\eta) = \frac{1}{\eta_{rms}\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\frac{\eta^2}{\eta_{rms}^2}\right)} \quad \text{Ec. I-21}$$

Distribución no lineal

Cuando el oleaje se propaga en profundidades bajas o intermedias, o experimenta el fenómeno de rotura, tiene un comportamiento que no puede ser descrito utilizando un modelo gaussiano, pues la superficie libre sufre alteraciones que lo alejan de dicho modelo. Para el estudio de estados de mar que tienen estas características existen las siguientes dos propuestas:

- × Series tipo A de Gram-Charlier, desarrollada por Longuet-Higgins (1963) aplicando la función de generación acumulada.
- × Distribución basada en un desarrollo de Stokes al segundo orden, desarrollada por Tayfun (1980).
- × Distribución basada en un desarrollo de Stokes al tercer orden, desarrollada por Huang *et al* (1983).

I.4.2 Distribuciones de los desplazamientos máximos

Cartwright y Longuet-Higgins desarrollaron la siguiente expresión, basada en los trabajos de Rice (1945), para determinar la función distribución de probabilidad de los desplazamientos máximos o crestas:

$$P(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\varepsilon \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2 \right] + (1 - \varepsilon^2)^{1/2} \beta \exp \left(-\frac{1}{2} \beta^2 \right) \cdot \int_{-\infty}^{\frac{\beta}{\varepsilon}(1-\varepsilon^2)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \right] \quad \text{Ec. I-22}$$

donde

$$\varepsilon = \left[1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right]^{1/2} \quad (\text{parámetro de anchura espectral de cuarto orden}) \quad \text{Ec. I-23}$$

$$\beta = \frac{\eta_{\max}}{\sqrt{m_0}} \quad \text{Ec. I-24}$$

m_0 momento de orden cero

m_2 momento de segundo orden

m_4 momento de cuarto orden

Para obtener la distribución de desplazamientos mínimos se requiere sumar π a cada fase del modelo, logrando así no afectar el carácter aleatorio y cambiar los signos de los valores de superficie obtenidos en los máximos, esto implica que el resultado será una función de probabilidad simétrica, respecto al nivel medio, a la función de los desplazamientos máximos.

I.4.3 Distribuciones de altura de ola

Al igual que en el caso de la superficie libre del mar, para la definición del comportamiento de la altura de ola por medio de una función de probabilidad deben aceptarse ciertas hipótesis que hagan posible el desarrollo de dicha función. Es importante mencionar que las propuestas que existen no aceptan todas las hipótesis, pues algunas de ellas son mutuamente excluyentes, pero, en general, todas ellas asumen que la distribución del desplazamiento de la superficie libre es normal y que se trata de un oleaje describe un espectro de banda estrecha (correspondiente a un oleaje de tipo *Swell*).

Por ejemplo, la distribución tipo Rayleigh, propuesta por Cartwright y Longuet-Higgins (1956), define la función de probabilidad del valor de las alturas de ola de un estado de mar tipo *Swell* puro, y,

basado en la existencia de una correlación perfecta entre crestas y valles, establece que la altura de ola es el doble del valor máximo ($2\eta_{m\acute{a}x}$), por lo que la probabilidad de que la altura de ola tome un valor H/H_{rms} (de manera adimensional) queda expresada como:

$$p\left(\frac{H}{H_{rms}}\right) = 2\frac{H}{H_{rms}} e^{-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2} \quad \text{Ec. I-25}$$

Propuesta por Carter (1986), existe una distribución de altura de ola que asume que los valores de las crestas y los valles siguen una distribución tipo Rayleigh y que entre ellas no existe correlación alguna, lo cual resulta acertado para estados de mar muy desordenados. Partiendo de la distribución de probabilidad conjunta de ambas variables, Carter define la distribución de probabilidad de la altura de ola como:

$$p(H) = \frac{1}{4\sqrt{m_0}} e^{-\left(\frac{H^2}{4m_0}\right)} \left\{ 2\frac{H}{\sqrt{m_0}} e^{-\left(\frac{H^2}{4m_0}\right)} + \sqrt{\pi} \left(\frac{H^2}{m_0} - 2\right) \text{Erf}\left(\frac{H}{2\sqrt{m_0}}\right) \right\} \quad \text{Ec. I-26}$$

donde la función error, Erf, está definida como:

$$\text{Erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-u^2} du \quad \text{Ec. I-27}$$

para

$$u = \frac{y_2}{2} \quad \text{Ec. I-28}$$

$$y_2 = \beta_1 - \beta_2 \quad \text{Ec. I-29}$$

donde β_1 y β_2 son las amplitudes de cresta y valle adimensionales, respectivamente.

Otra de las hipótesis existentes es que la correlación entre crestas y valles es intermedia, lo que implica que el valor de la misma toma un valor entre 1 y 0, y que su comportamiento está definido por una distribución tipo Rayleigh bivariada, lo cual establece la propuesta hecha por Rice (1944).

En aguas someras, como se ha mencionado, el oleaje se aleja de un comportamiento normal y está determinado por la profundidad del fondo. Glukhovskiy realizó una modificación a la distribución

tipo Rayleigh donde considera una profundidad finita, la cual afecta directamente el valor de las alturas de ola obtenidas con su distribución de probabilidad.

I.4.4 Distribuciones conjuntas de periodo y altura de ola

Existen fenómenos en que la variación del periodo de la ola tiene una importancia significativa, como es el caso del *run-up* o de la estabilidad de piezas en un rompeolas, por lo que la determinación de las distribuciones conjuntas de altura son de interés.

Si se considera una distribución normal, un espectro de banda estrecha para el oleaje y la asimetría en la distribución de los periodos, se tiene la distribución propuesta por Cavanié *et al*:

$$p(h, \tau) = \frac{\alpha^3 h^2}{4\sqrt{2\pi}\varepsilon(1-\varepsilon^2)\bar{\tau}^4 \tau^5} e^{-\frac{h^2(\bar{\tau}\tau)^4}{8\varepsilon^2}((\bar{\tau}^2\tau^2 - \alpha^2)^2 + \beta^2\alpha^4)} \quad \text{Ec. I-30}$$

donde

$$h = \frac{H}{\sqrt{m_0}} \quad \text{Ec. I-31}$$

$$\tau = \frac{T}{\bar{\tau}T_c} \quad \text{Ec. I-32}$$

$$T_c = \frac{2\pi}{\alpha} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad \text{Ec. I-33}$$

$$\bar{\tau} = \left(\frac{T}{T_c} \right) \quad \text{Si } \varepsilon \leq 0.95 \rightarrow \bar{\tau} = 1 \quad \text{Ec. I-34}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right) \quad \text{Ec. I-35}$$

$$\beta^2 = \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \quad \text{Ec. I-36}$$

Como se observa, la distribución de Cavanié *et al* involucra el parámetro de anchura espectral de cuarto orden, ε , el cual, al elevar a la cuarta potencia la función de densidad espectral, provoca que cualquier error existente sea destacado, por lo que el uso de un parámetro de menor orden resulta

conveniente. La distribución de Longuet-Higgins presenta un parámetro de anchura espectral de segundo orden, ν , la cual puede escribirse de manera dimensional de la siguiente manera:

$$p(H, T) = \left(\frac{H^2 \bar{T}}{8\nu \sqrt{2\pi m_0^{3/2} T^2}} \right) e^{-\frac{H^2}{8m_0} \left[1 + \frac{1}{\nu^2} \left(1 - \frac{\bar{T}}{T} \right)^2 \right]} L(\nu) \quad \text{Ec. I-37}$$

I.4.5 Distribuciones de periodo de ola

Pueden escribirse también distribuciones que modelen la probabilidad de que el periodo tome ciertos valores sin involucrar la altura de ola. A partir de las distribuciones conjuntas de periodo y altura de ola, se han hecho las siguientes propuestas:

Distribución de Bretschneider (1959)

$$p(T) = 2.7 \frac{T^3}{\bar{T}^4} e^{-0.675 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^4} \quad \text{Ec. I-38}$$

Distribución de Longuet-Higgins (1975)

$$p(T) = \frac{\nu^2 T_{01}^2}{2 \left[\nu^2 T_{01}^2 + (T - T_{01})^2 \right]^{3/2}} \quad \text{Ec. I-39}$$

Distribución Cavanié et al. (1976)

$$p(T) = \frac{\alpha^3 \beta^2 \bar{\delta}^2 T}{\bar{T}^2 \left[\left(\frac{\bar{\delta}^2 T^2}{\bar{T}^2} - \alpha^4 \beta^2 \right) \right]^{3/2}} \quad \text{Ec. I-40}$$

Distribución Longuet-Higgins (1983)

$$p(T) = \frac{L(\nu) \bar{T}}{2\nu T^2} \left[1 + \left(1 - \frac{\bar{T}}{T} \right)^2 \frac{1}{\nu^2} \right]^{-3/2} \quad \text{Ec. I-41}$$