



## **4. ARRASTRE DE SEDIMENTOS**

### **4.1 GENERALIDADES DEL ARRASTRE DE SEDIMENTOS**

El material erosionado en una cuenca, parte es arrastrado por el flujo y parte es captado por la cobertura vegetal y topografía de la cuenca. La parte que es arrastra por el flujo se puede depositar en zonas que el mismo flujo propicia para esta acción, en sitios donde el flujo no permite el arrastre o lo permite para otro tipo de condiciones que se requieren para el mismo deposito. Cuando el fenómeno de arrastre es permitido el suelo es erosionado y las partículas son trasportadas hacia valles o almacenamientos, así hasta volverse a presentar las condiciones de arrastre durante un tiempo indefinido.

Los volúmenes de sedimentos acumulados son una serie de datos importantes que ayudan en el diseño de obras hidráulicas para poder estimar parámetros como el tiempo de azolve y des-azolve de cauces u otras obras que así lo requieran, para poder precisar con mayor precisión los resultados de los volúmenes de sedimentación que se pueden obtener a través de los registros que se obtienen en estaciones de aforo.

Algunos de los métodos mas utilizados en este tipo de situaciones de arrastre de sedimentos son lo que a continuación se mencionan y se aclara que solo se ejemplificara uno de estos pues al ser este tema lo bastante extenso como para merecer un trabajo de especial enfoque, en el presente solo se pretende establecer la secuencia lógica que llevaría a un profesional de la hidráulica a pretender conocer mas a fondo las variables principales, que debemos de conocer en el modelado hidráulico.

La naturaleza del problema de arrastre de sedimentos tiene tres fases: erosión, transporte y deposito, aunque en el presente trabajo solo nos enfocamos en el transporte de sedimento el cual puede dividirse en 1) Por tracción, y 2 por suspensión. En el primer caso, la velocidad de las partículas sólidas es menor que la del agua, y en el segundo caso, ambas velocidades son iguales.



La forma natural del fondo de un cauce puede ser lisa, o bien, tomar el lecho la forma de una serie de dunas, rizos o bancos algo similares a los formados en las playas por el reflujo de la marea ver imagen 3.8

Las causas que originan y controlan el régimen de estos rizos son parte de los problemas más absorbentes e intrincados de la hidráulica fluvial.

El principal problema que causa el sedimento cuando es transportado por el agua, es su acción abrasiva en altas velocidades; esto obliga a su eliminación de estructuras hidráulicas, como canales revestidos y plantas hidroeléctricas, por medio de tomas especiales y tanques desarenadotes.

El conocimiento del transporte de sedimentos en el caso de los modelos de ríos con fondo móvil nos menciona a tomar en cuenta y con mucha atención los conceptos siguientes:

- a) Condición de similitud debido a que se debe reproducirse la pérdida de carga en canales fluviales, se impone una condición sobre el tamaño del material a usarse en el modelo
- b) Erosión en el cauce de un río, esta es inestable debido a la variación de gastos de escurrimiento.
- a) En el caso de los ríos es necesario reproducir un histograma típico del flujo y una topografía de detalle.
- b) Los modelos de ríos se pueden construir con una amplia distribución del tamaño del material y tener características cohesivas.

## 4.2 CONCEPTOS DE LA MECÁNICA DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

### a) Esfuerzo cortante en el lecho de un cauce.

Supóngase que el canal representado en la siguiente figura y supóngase que las secciones 1 y 2 entran lo suficientemente cercanas para aceptar que entre ellas el flujo se puede considerar uniforme. Si además, se acepta que en el canal la relación  $B/h$  es suficientemente grande como sucede en la mayoría de los cauces naturales, puede decirse que es la fricción en el fondo la que realmente opone al flujo y ésta no es otra cosa que un esfuerzo cortante que se resina  $\tau_0$ . Con base en esta consideración y de acuerdo a la figura se puede escribir la igualdad:

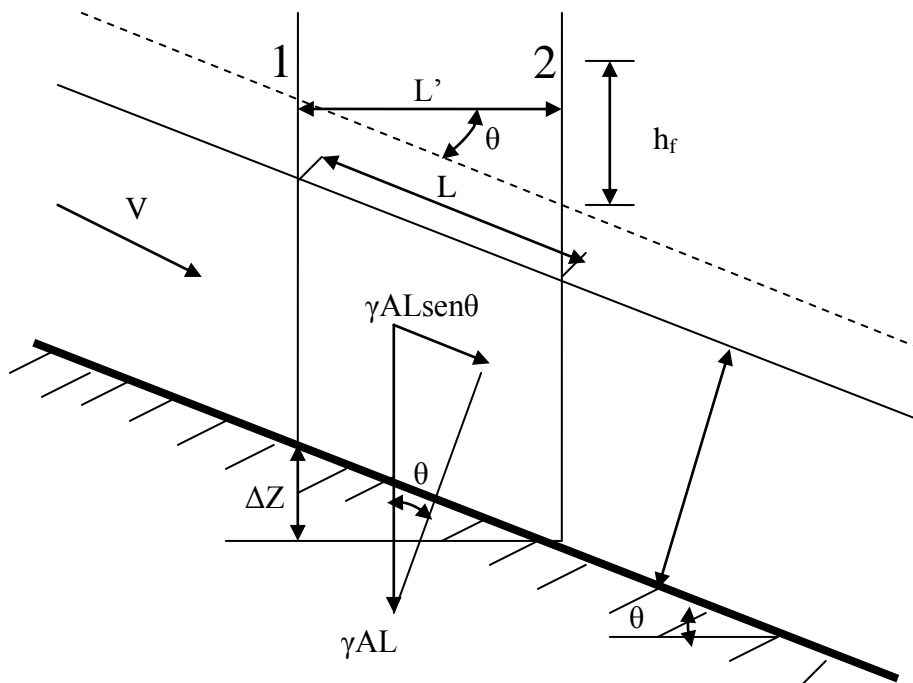


Figura 4.1 Vista de perfil de secciones supuestas de un cauce

$$\gamma \cdot A \cdot L \cdot \text{sen} \theta = \tau_0 \cdot p \cdot L \quad (4.1)$$

Que equivale a:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R \cdot S \quad (4.2)$$



b) Velocidad al esfuerzo cortante.

Si  $\rho$  es la masa específica del fluido, se define como velocidad al esfuerzo cortante  $V_*$  a la expresión.

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad 4.3$$

Se le llama “velocidad” únicamente por sus unidades, no por su significado real. Por otro lado recordando  $\gamma = \rho g$ , se obtiene la relación:

$$V_*^2 = g \cdot R \cdot S \quad 4.4$$

Para calcular  $V_*$  basta referirse a la velocidad del flujo  $V$  y al coeficiente de rugosidad. Por ejemplo, si se hace la referencia a la fórmula de Darcy, deducida para secciones circulares de diámetro  $D$  y que puede escribirse de la forma:

$$S = \frac{f}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad 4.3$$

Recordando que  $R = D/4$ , se concluye que.

$$\left(\frac{V_*}{V}\right)^2 = \frac{f}{8} \quad 4.4$$

Análogamente, si se usa el coeficiente de rugosidad  $n$  de la fórmula de Manning, se obtiene la equivalencia:

$$\left(\frac{V_*}{V}\right)^2 = \frac{g \cdot n^2}{R^{1/3}} \quad 4.5$$

En el sistema MKS.

El coeficiente de rugosidad de Manning para diferentes granulometrías del lecho puede calcularse con expresiones como las que se indican a continuación:

Strikler (1923).

$$n = 0.042 \cdot \psi_{65}^{1/6} \quad 4.6$$



Williamson (1951)

$$n = 0.038 \cdot \left( \frac{U_{75}}{v} \right)^{1/6} \quad 4.7$$

Meyer-Peter y Müller (1948)

$$n = 0.038 \cdot \left( \frac{U_{90}}{v} \right)^{1/6} \quad 4.8$$

En estas formulas, el diámetro representativo del grano  $d_p$  esta en metro y como es sabido p es el porcentaje en peso de la muestra granulométrica del material, cuyo diámetro es menor o igual a  $d_p$ .

c) Numero de Reynolds de la partícula.

Si  $d$  es el diámetro de una partícula sólida sumergida en un líquido en movimiento cuya viscosidad cinemática sea  $\nu$ , se llama número de Reynolds de la partícula a:

$$Re_* = \frac{V_* \cdot d}{\nu} \quad 4.9$$

### 4.3 CONDICIONES DE SIMILITUD

El método para le estudio teórico y semiteórico del transporte de sedimentos, como anteriormente se menciona, es variado, dependiendo del autor y del proceso del transporte. Sin embargo, de acuerdo al mecanismo de transporte, se pueden distinguir, en forma general, dos modos de transporte ya mencionados: el arrastre por el fondo (deslizamiento, rodamiento y saltación) y el de suspensión.

El arrastre por el fondo, se fundamenta en el inicio de movimiento de las partículas del sedimento que, de acuerdo a M. S. Yalin, los parámetros más representativos, del fluido, del flujo y del material, se agrupan en la función homogénea o adimensional de la ecuación que se presenta a continuación:

$$\pi_A = F\left(\frac{u_* \cdot D}{\nu}, \frac{\rho^2 \cdot u_*}{\gamma_s \cdot D}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{1}{D}\right) \quad 4.10$$

Siendo el primer parámetro el numero de Reynolds del tamaño del grano ( $Re^*$ ), el segundo el parámetro de Shields, también llamado numero de Froude densimétrico ( $Fr^*$ ), ligados ambos a la velocidad del flujo  $U$ , a través de  $u_*$ .

La ecuación 4.1 se obtuvo con un análisis dimensional. El análisis dimensional es una técnica que da información utilizando las dimensiones de las variables que intervienen en un problema.

En ingeniería se usa frecuentemente en la verificación de fórmulas, comprobando que las unidades de los dos lados de la ecuación sean iguales, y en la transformación de fórmulas de un sistema de unidades a otro, usualmente del inglés al métrico o al sistema internacional. El análisis dimensional tiene una restricción: en él solamente pueden intervenir cantidades físicas que tengan un significado cuantitativo, o sea, que tenga sentido decir "dos veces más rápido" o "cinco veces más largo"

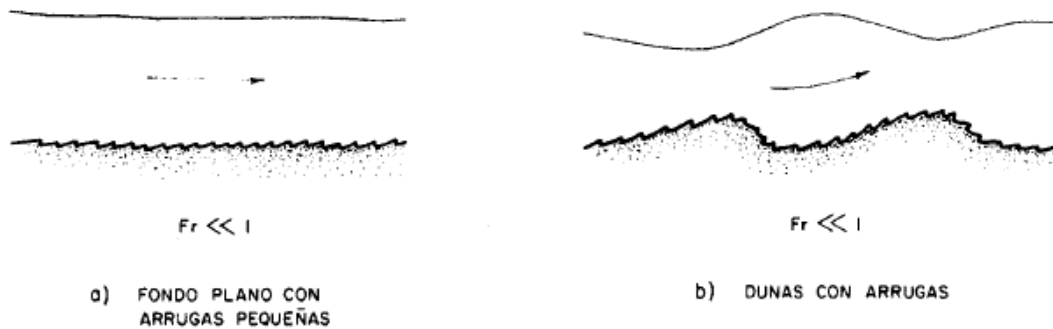
El transporte por el fondo depende de las siguientes magnitudes: densidad  $\rho$ , viscosidad  $\mu$  del fluido; diámetro (D), peso específico sumergido  $\gamma_s'$  de las partículas del sedimento, (g) la aceleración debida a la gravedad, una longitud común y ( $u_*$ ) la velocidad al cortante, que de acuerdo al análisis dimensional sobre ellas en conjunto se obtuvieron los parámetros adimensionales de la ecuación 4.1

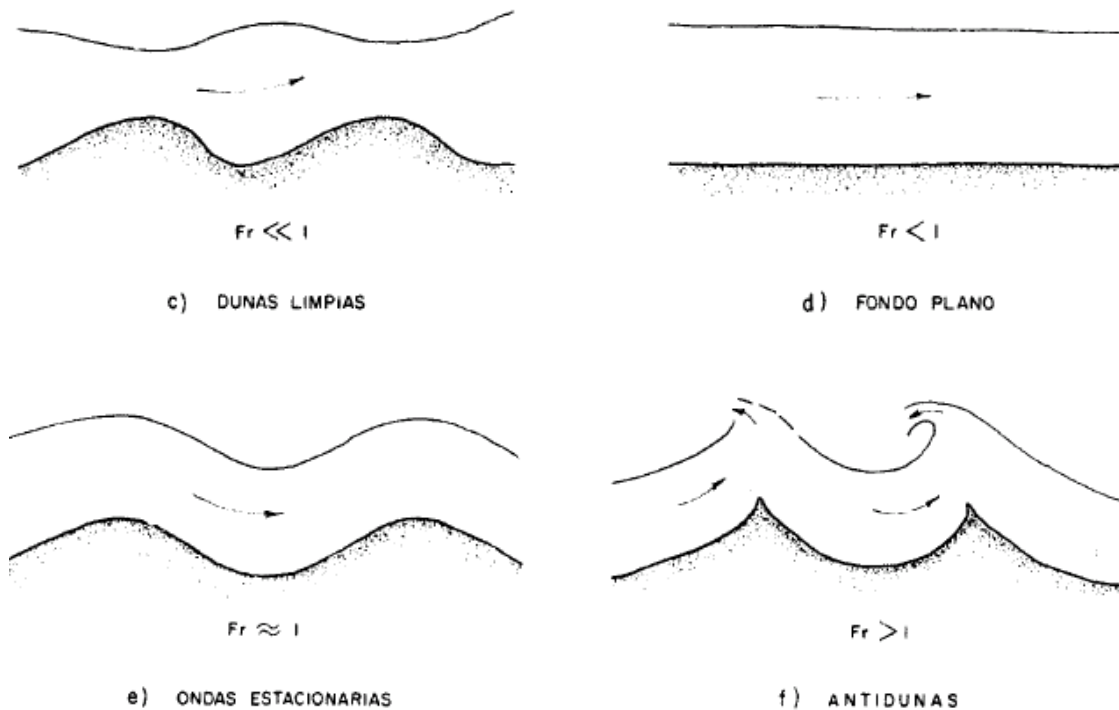
Una vez introducidos los parámetros  $Fr^*$  y  $Re^*$  por A. Shields en 1936, cuyos valores experimentales fueron graficados junto con los de otros investigadores, dando como resultado el llamado "Diagrama de Shields".

#### Formación del lecho en cauces con materiales no cohesivos.

El material sólido transportado por una corriente puede ir siempre rodando por el fondo o saltando, caso en que se habla de arrastre de fondo, o también puede ser arrastrado por la corriente sin tener ningún contacto con el fondo, que es cuando se habla de gasto sólido del material lavado.

Simons y Richardson estudiaron el comportamiento del fondo en materiales no cohesivos y diámetro máximos del orden de 0.5 mm.





**Fig. 4.2 Formaciones en el fondo del cauce**

Partiendo de un fondo totalmente plano para un modelo de froude  $Fr \approx 0$  al empezar a aumentar la velocidad del flujo aparecen pequeñas arrugas que se desplazan en el sentido de la corriente. Si se aumenta el numero de Froude, se forman dunas que tienen mas suave el talud aguas arriba que el posterior. Estas dunas aun con rugosidades se desplazan también en el sentido del flujo y para mayores velocidades dichas rugosidades desaparecen.

Obsérvese en los últimos dos casos, el perfil del agua tiene las características típicas de la zona subcrítica

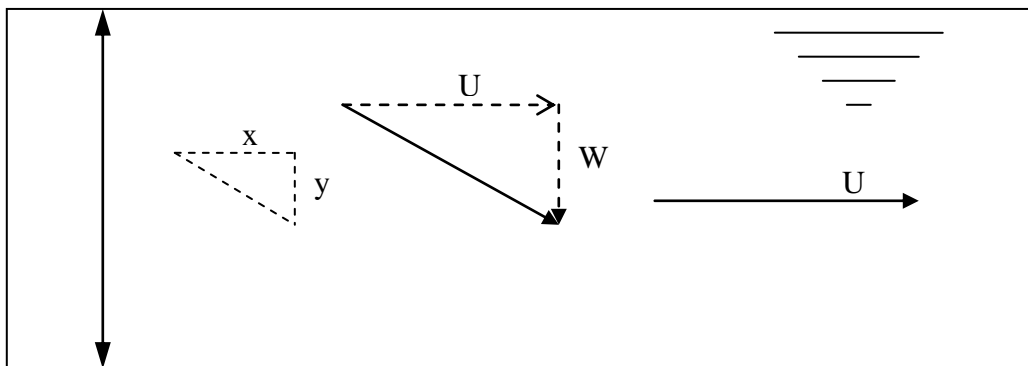
Para mayor velocidad el fondo se hace otra vez plano; después, cuando  $Fr \approx 1$ , aparecen ondas prácticamente paralelas entre el fondo y la superficie; y por ultimo, ya en la zona supercrítica, se forman antidunas que se desplazan en sentido contrario al flujo.

Ni las dunas ni las rugosidades se extienden a todo el ancho del cauce, sino solo en tramos mas o menos irregulares; el material asciende por la parte anterior y se deposita en la posterior, creando así el mecanismo de desplazamiento en la dirección de la corriente. Según Henderson, las rugosidades no se presentan si el diámetro medio de los granos es mayor 2 mm o la velocidad de caída es mayor de 8mm/s. por su parte, Kolar señala 0.6 mm de diámetro máximo para que se formen las arrugas y dice que estas miden hasta 60 cm. de longitud y tienen una altura máxima de 60 cm. Estas formaciones pueden observarse en los fondos de los ríos con baja velocidad o en las playas y también son ocasionadas por el viento, como es común ver en los desiertos.

### Similitud del transporte de sedimento

Esta similitud debe tratarse en dos aspectos: el primero relativo al movimiento individual de los granos, como es el caso de velocidad de caída de las partículas en suspensión y el inicio de movimiento por el fondo; el segundo implica tomar en cuenta el movimiento de las partículas en su conjunto, como es el gasto sólido, haciendo notar que en ambos casos el sedimento a tratar es de material no cohesivo, del cual por ejemplo se constituyen las playas, con un intervalo estrecho de distribución granulométrica.

- a) Velocidad de caída. Cuando una partícula sólida se deposita en la superficie de un líquido en reposo, empieza a descender acelerándose hasta alcanzar una velocidad uniforme que se debe al equilibrio entre su propio peso sumergido y la fuerza de fricción que experimenta al moverse en contacto con dicho líquido. A esta velocidad uniforme se le llama velocidad de caída, cuando el descenso de la partícula no está sujeto a la influencia de las paredes del recipiente ni es afectado por la vecindad de otras partículas. Además si el líquido es agua la norma dice que esta debe encontrarse a la temperatura de 24° C. Esta condición obliga a conservar las trayectorias de las partículas en suspensión, recorriendo distancias horizontales (x) y verticales (y) proporcionales a la velocidad media del flujo (U) y a la velocidad de caída (W), respectivamente véase la siguiente figura:



**Figura 4.3 Velocidad de caída del sedimento**

La siguiente ecuación representa en primera instancia el transporte de una partícula del sedimento al caer dentro de una masa líquida en movimiento.

De modo que

$$\frac{U}{x} = \frac{W}{Y} \quad 4.11$$





Donde:

$$W = \left( S \cdot D \right)^{1/2} \cdot f \left( \sqrt{\gamma' g \cdot D \cdot D / \nu} \right) \quad 4.12$$

$$\text{Peso relativo aparente del sedimento } \gamma' = (S - \gamma) \gamma \quad 4.13$$

$$\text{Densidad relativa aparente del sedimento } \rho' = (S - \rho) \rho \quad 4.14$$

$\gamma_s$  = peso específico del sedimento

$\gamma$  = peso específico del agua.

$D$  = diámetro del sedimento.

Representa en primera instancia el transporte de una partícula del sedimento al caer dentro de una masa líquida del movimiento.

- b) Inicio de movimiento del sedimento. En un cauce natural se altera y cambia su funcionamiento cuando los granos que lo forman empiezan a desplazarse. Mientras no se ha llegado a este punto, los granos del lecho están en reposo y el cauce no se deforma; algo que es generalmente una característica buscada en el diseño. Es por eso que es muy importante el concepto llamado principio del movimiento que señala el momento en que empiezan a producirse deformaciones.

El momento en que un grano empieza a moverse no es totalmente claro, aunque podría definirse como el instante en que cada partícula sólida empieza a perder su equilibrio estático. Sin embargo, los granos son de diferente tamaño y forma, es necesario tomar en cuenta por lo menos la curva granulométrica del material del cauce y considerar que el desplazamiento de este comienza cuando la energía del agua es suficiente para que todo el lecho entre en movimiento.

Por otra parte, como muchas formulas se relacionan con un diámetro  $d$  que puede considerarse representativo del material del lecho del río, existen diferentes opiniones sobre cual deba ser esa dimensión característica. Henderson recomienda usar  $d_{75}$  como diámetro representativo, aclarando que probablemente dicho valor sea un poco mayor en la mayoría de los cauces, por lo que tal suposición esta del lado de la seguridad del análisis.

La ecuación 4.1 indica los parámetros principales que intervienen en la mecánica del transporte individual del sedimento por el fondo bajo un flujo permanente, el tratar de establecer un criterio de similitud en esta condición es prácticamente imposible pues al emplear fluidos y sedimentos iguales en el modelo y prototipo los regímenes hidráulicos y factores de fricción no tienen la escala adecuada. Por otra parte en el caso de los cauces naturales se tiene bastante estudiado este fenómeno un ejemplo de esto es el caso ya mencionado de A. Shields y que a continuación se presenta con mayor detalle.



A Shields (Berlín, 1936) hizo estudios experimentales en cauces formados con granos no cohesivos de diámetro uniforme  $d$  y determino en ellos el momento en que su lecho empieza a desplazarse. Este fenómeno que llamo “**inicio o principio del movimiento**”, es función, según concluyo, del  $Re_*$ , y del parámetro adimensional  $F_s$  que denomino “factor de transporte” y que tiene la siguiente forma:

$$F_s = \frac{\tau_0}{(\rho_s - 1)g \cdot d} = \frac{V_*^2}{(\rho_s - 1)g \cdot d} \quad 4.15$$

En donde  $S_s$  es la relación del peso específico de la partícula sólida al peso específico del agua en que se encuentra sumergida, es decir, si  $\gamma_s$  es el peso específico del grano y  $\gamma$  el del agua:  $S_s = \gamma_s / \gamma$

Shields detecto experimentalmente el principio del movimiento y otros fenómenos como la formación de arrugas en el lecho, de dunas, así como el momento en que los granos “saltan” y, por ultimo, cuando estos quedan totalmente suspendidos en la corriente.

Este investigador grafico sus resultados en donde resalta la curva limite arriba de la cual empiezan los granos a moverse causando la deformación del lecho. La zona inferior a la curva corresponde entonces a un lecho en total reposo.

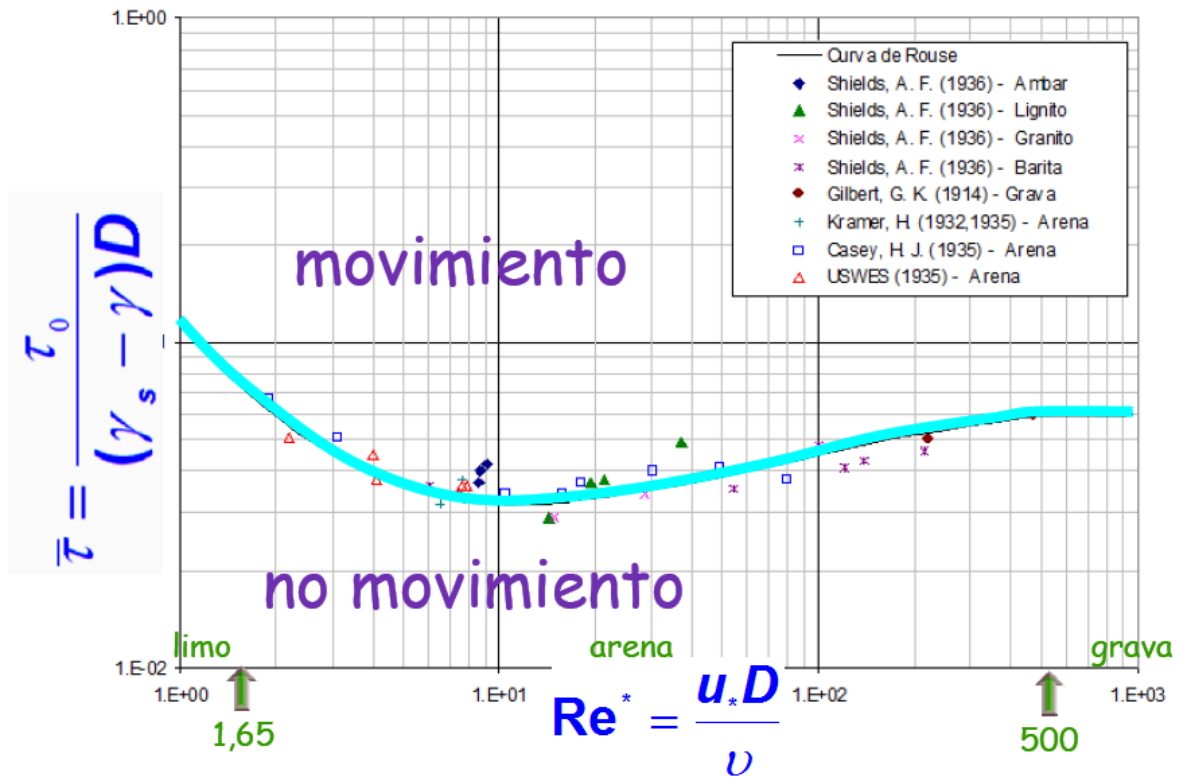


Fig. 4.4 Gráfica de Shields



Se observa en la figura que en la línea limite de inicio de movimiento existe una parte en que la relación  $F_s = f(Re_*)$  es lineal hasta un valor aproximado de  $Re_* = 2$ . en esta zona los granos de arena de diámetro  $d$  están cubiertos por una capa laminar cuyo espesor es:

$$\delta = 11.6 \nu / V_* \quad 4.16$$

(El coeficiente 11.6 es adimensional)

y por tal razón, el flujo se comporta como si las paredes estuvieran lisas, es decir, se trata de un flujo laminar en el lecho del cauce. Posteriormente aparece un tramo curvo que tiene un punto abajo del cual en ningún caso hay movimiento. Este punto corresponde aproximadamente al valor de  $F_s = 0.03$  y finalmente en el extremo derecho de la curva, cuando  $Re_* \geq 400$ , los granos son de mayor tamaño que el espesor de la capa laminar, es decir,  $d > \delta$ , ya que dicho espesor ha disminuido al aumentar  $V_*$  y desaparece así la influencia de la viscosidad a partir de ese momento, haciéndose además el fenómeno independiente del numero de Reynolds de la partícula, por lo que se tiene un régimen turbulento en el lecho del cauce. En dicho régimen,  $F_s$  alcanza un valor constante e igual a 0.056.

por otra parte, en un gran numero de casos, el material no cohesivo que forma el lecho de los ríos es cuarzo con un peso especifico medio, tal que  $S_s = 2.65$ , y se supone que el lecho esta formado por granos de este tipo y el flujo es turbulento ( $F_s = 0.056$ ), y la velocidad al esfuerzo cortante en cm. /s que de la siguiente forma:

$$V_*^2 = g \cdot R \cdot S \quad 4.4$$

$$V_*^2 = 0.056 \cdot 1.65 \cdot 981d = 90.64d \quad 4.4.1$$

Y como en la zona turbulenta:

$$Re_* = \frac{V_* \cdot d}{\nu} \geq 400 \quad 4.9$$

Y para el agua

$$\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s},$$

La condición anterior implica que:

$$V_* \geq \frac{4}{d} \quad \text{Ó} \quad V_*^2 \geq \frac{16}{d^2}$$

Expresión que implica que para que haya régimen turbulento en el lecho es necesario que el grano tenga un diámetro mínimo de **0.56 cm.** (en la literatura inglesa se especifica esta condición como:  $d \geq 1/4''$ ). Esto significa que si en la zona turbulenta en el lecho  $d < 0.56$  cm., necesariamente habrá deformación en el cauce.



Partiendo también de la expresión 4.4.1 y de la definición 4.9 ( $Re_* = V_* d / \nu$ ) se llega a la conclusión de que en la zona turbulenta para el material en que  $S_s = 2.65$ , se cumple:

$$d = 0.0103 Re_*^{2/3}; [\text{cm.}] \quad 4.17$$

Lo que significa que en un aumento del número de Reynolds de la partícula implica necesariamente un diámetro mayor de los granos para que estos se encuentren en la frontera del movimiento si el flujo en el lecho es turbulento. Además, puede decirse que el lecho se encuentra en reposo si para un cierto  $Re \geq 400$ , el diámetro de los granos cumple con la condición:

$$d > 0.0103 Re_*^{2/3}; [\text{cm.}] \quad 4.18$$

Ya que en tal caso,  $F_s$  sería menor de 0.056. Recíprocamente, si  $d$  es menor que el indicado en  $d = 0.0103 Re_*^{2/3}$  es material se encuentra en movimiento siempre que  $Re_* \geq 400$ .

Con base en todo lo anterior se puede establecer, en forma general, que la similitud en un modelo fluvial de fondo móvil presenta la dificultad de reproducir, por un lado, el movimiento del material del fondo respecto al movimiento del agua y por otra parte, la rugosidad del cauce que depende del movimiento del sedimento y de las formaciones del fondo. Por tanto, la rugosidad no puede ser controlada o colocada de antemano, así que las escalas se obtendrán a partir de la satisfacción de las condiciones de las características del flujo y de las características del transporte del sedimento.

### Similitud del flujo

Esta similitud implica satisfacer completamente la condición del flujo turbulento, o condición de froude, para lo cual deberá cumplirse también que  $Re = U Rh / \nu > 500$ , ( $Rh$  es el radio hidráulico). Por tanto, las escalas de velocidad, de gastos y de tiempo, son las mismas que se tienen en la siguiente figura.

Magnitud Física	Ecuación Básica	Escala
Área	$A = a \times b$	$E_A = E_L \quad E_L = E_L^2$
Perímetro Mojado	$P = a + b$	$E_P = E_L$
Volumen	$V = a \times b \times c$	$E_V = E_a \quad E_b \quad E_c^2 = E_L^3$
Velocidad	$v = L / t$	$E_v = E_L^{1/2}$ según Froude
Tiempo	$t = L / v$	$E_t = E_L / E_v = E_L^{1/2}$
Aceleración	$a = v / t$	$E_a = E_L / E_t = 1$ ó $E_a = E_g = 1$
Pendiente	$S = x / y$	$E_s = E_x / E_y = 1$



Radio Hidráulico	$R = A / P$	$E_R = E_L^2 / E_L = E_L$
Gasto	$Q = vA$	$E_Q = E_V E_A = E_L^{5/2}$
Coefficiente de Fricción de Chezy	$C = v / (RS)^{1/3}$	$E_C = E_V / (E_R E_S)^{1/2} = 1$
Coefficiente de Fricción de Manning	$n = (R^{2/3} S^{1/2}) / v$	$E_n = E_R^{2/3} E_S^{1/2} / E_V = E_L^{1/6}$
Fuerzas	$F = m a$	$E_F = E_m E_a = E_p E_V E_a = E_L^3$
Presión	$p = F / A$	$E_p = E_F / E_A = E_L$

a, b, c, L = Magnitudes Lineales
a = Aceleración
m = masa

Fig. 4.5

Cabe mencionar que este tema es muy extenso y cada autor que lo ha estudiado puede proponer su propio criterio ,aunque algunos de éstos criterios son similares en variables estudiadas, resultados obtenidos u alguna otra coincidencia la manera mas generalizada de abordar este tema y la cual es la más publicada en libros de hidráulica de modelos e hidráulica de canales, es la teoría mencionada en el inciso b) de esta sección es decir usando la grafica de Shields además de ser la teoría mas utilizada para los estudiantes de licenciatura, a los conceptos descritos en la grafica de Shields la cual básicamente nos orienta para tener una idea cuantitativa de cuando se mueve el material del cauce de interés midiendo el numero de Reynolds de la partícula y el factor de transporte

Siguiendo esta tendencia, se tienen como consecuencia distintas teorías acerca del fenómeno de arrastre de sedimentos , cabe señalar que en modelos a escala y sobre todo en modelos distorsionados los resultados en este tipo de estudios son mas cualitativos que cuantitativos, ya que como se observo en la teoría descrita en este capitulo las variables a controlar son muchas y estas no son del todo manejables como lo puede ser el escalar la granulometría de un cauce natural en un modelo de laboratorio, además, de que al distorsionar dimensiones el fenómeno de arrastre se complica aun mas.

Existe la frase que menciona que “ ya todo en la ciencia esta descubierto o deducido lo único que nos falta es hacer mediciones más precisas” se aplica a este estudio pues al ser tan amplio el tema existen muchas teorías basándose en los conceptos mencionados en esta sección y cada teoría es aplicable bajo ciertas condiciones muy particulares para las cuales cada autor realizo sus estudios y experimentos.

En la siguiente sección se describirán las generalidades de algunas teorías de este tipo de problemas las cuales son solo una muestra de las muchas teorías que existen para abordar este tema.



#### 4.4 TEORÍAS DE ARRASTRE DE SEDIMENTOS

##### Método de Einstein.

Hans Albert Einstein (1950) presenta su método en el cual considera una fuerza crítica tractiva como característica del flujo y la probabilidad de movimiento o depósito de las partículas de sedimento

Por otra parte, toma en cuenta para evaluar el transporte de sedimentos el material que levantado del fondo se mueve en suspensión así como el que se mueve por la capa del fondo, en función de la probabilidad de que una partícula sea o no removida del fondo por el flujo; utilizando una serie de gráficas y tablas que facilitan el cálculo, por lo anterior se considera que dicho estudio es de los más completos. Su rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 1 y 10 mm.

##### Método de Bagnold.

Para la evaluación del gasto sólido Ralph Alger Bagnold (1966) trata a el proceso natural de transporte desde un punto de vista de la física considera al igual que Einstein, que el arrastre total es igual al arrastre de fondo más el arrastre en suspensión de material proveniente del fondo. Además considera las velocidades del fluido en cada punto, el peso sumergido de las partículas la fuerza necesaria que debe ejercer el fluido para levantarlas y arrastrarlas e introduce factores de corrección para tomar en cuenta las velocidades del fluido y que los esfuerzos no siguen la misma dirección las limitantes de este método es que solo puede ser utilizado para materiales friccionantes y cuyos diámetros sean mayores de 0.015 mm.

##### Método de Lischtvan – Lebediev

Este método permite determinar el valor de la socavación general en cualquier sección a lo largo de un río, en el cálculo de la socavación general consideran que al incrementarse la velocidad del flujo se aumenta la capacidad de arrastre del flujo, resultando en consecuencia la degradación del fondo; al descender el fondo aumenta poco a poco el área hidráulica, reduciéndose paulatinamente el valor medio de la velocidad de la corriente y por ende la velocidad de arrastre, hasta el momento en el que se alcanza un estado de equilibrio. El equilibrio se produce cuando es igual la velocidad media del flujo y la velocidad media que se requiere para que un material de características dadas sea arrastrado

##### Método de Laursen

Laursen (1958) desarrollo su método en función de las características hidráulicas del cauce así como de las granulometrías del material del fondo y apoyándose además en resultados obtenidos en laboratorio nos presenta para la determinación del arrastre de sedimentos su método, basado en dos parámetros; uno es la relación de la velocidad al esfuerzo cortante y la velocidad de caída de las partículas sólidas, el cual expresa la efectividad de la acción de mezclado de la turbulencia, el segundo parámetro se ocupa del concepto del arrastre de



fondo, el rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 0.01 y 4.08 mm.

#### 4.5 MÉTODO DE BAGNOLD.

Transporte de material

En el método de bagnold se enfrenta el problema desde un punto de vista de la física general, la existencia y mantenimiento de una fuerza de sustentación de magnitud igual al peso sumergido de los sólidos; dicha fuerza es el punto clave en el transporte de sedimentos.

La relación del peso seco de los sólidos transportados ( $mg$ ), al peso sumergido de los mismos ( $m'g$ ), esta dado por:

$$m'g = \frac{e_s - e}{e} mg \quad 4.19$$

En donde:

$m'g$  = peso sumergido de la fase sólida.

$e_s$  = densidad de la fase sólida (densidad del material seco)

$e$  = densidad del fluido.

$mg$  = peso seco de la fase sólida

La masa total sumergida de la fase sólida ( $m'$ ), esta compuesta por la masa total sumergida correspondiente al arrastre por el fondo ( $m'_b$ ) y por la masa total sumergida correspondiente al arrastre en suspensión ( $m'_s$ ).

$$m' = m'_b + m'_s \quad 4.20$$

Similarmente, la velocidad media de la fase sólida ( $\bar{\mu}$ ), se puede descomponer en la velocidad media de la fase sólida que se mueve por el fondo ( $\bar{\mu}_b$ ), y en la velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión ( $\bar{\mu}_s$ ).

$$\bar{\mu}' = \bar{\mu}'_b + \bar{\mu}'_s \quad 4.21$$

Bagnold define al porcentaje de transporte como:

$$i = i_b + i_s = \frac{e_s - e}{e} m \cdot g \cdot \bar{\mu} \quad 4.22$$

$$i_b + i_s = m'_b \cdot g \cdot \bar{\mu}_b + m'_s \cdot g \cdot \bar{\mu}_s \quad 4.23$$



En donde:

$i$  = transporte total

$i_b$  = porcentaje de transporte por el fondo.

$i_s$  = porcentaje de transporte en suspensión.

Los anteriores son porcentajes dinámicos de transporte, pero para poder expresarlos como porcentajes de trabajo, es decir que el esfuerzo y la velocidad tengan la misma dirección, se necesita multiplicarlos por los factores “ $A_b$ ” y “ $A_s$ ” cada uno definido en la relación.

$$\frac{\text{Esfuerzo tractivo necesario para mantener acarreo}}{\text{Esfuerzo normal debido al peso sumergido del acarreo}} = A$$

El factor “ $A_b$ ” es igual al coeficiente de fricción ( $\tan \alpha$ ) en donde “ $\alpha$ ” es igual al ángulo de reposo de las partículas sólidas, por lo tanto el porcentaje de trabajo de arrastre por el fondo está dado por:

$$i_b \tan \alpha = m'_b \cdot g \cdot \mu_b \tan \alpha \quad 4.24$$

El factor “ $A_s$ ” denominado como la contraparte de  $\tan \alpha$  es igual a:

$$\frac{\omega}{\mu_s} = A_s \quad 4.25$$

En donde:

$\omega$  = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas.

$\mu_s$  = Velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión.

El porcentaje de trabajo del arrastre en suspensión se expresa como:

$$i_s \frac{\omega}{\mu_s} = m'_s \cdot g \cdot \mu_s \quad 4.26$$

Bagnold iguala el porcentaje de trabajo realizado con la potencia utilizable, en virtud de que una cierta cantidad de potencia no es utilizable, la potencia disponible debe multiplicarse por una cierta eficiencia:

Porcentaje de trabajo realizado = potencia disponible x eficiencia.

La potencia utilizable por unidad de longitud y ancho esta dada por la siguiente ecuación.

$$W \cdot e_T = \frac{\gamma \cdot Q \cdot S_0}{B} = \gamma \cdot d \cdot S_0 \cdot \dot{v} \quad 4.27$$





En donde

$W \cdot e_T$  = Potencia utilizable.

$e_T$  = Eficiencia.

$\gamma$  = Peso específico del fluido.

$d$  = Tirante de la fase líquida.

$S_0$  = Pendiente.

$v$  = Velocidad media de la fase líquida.

Si la eficiencia “ $e_T$ ” la descomponemos en “ $e_b$ ” factor de eficiencia asociado al transporte por el fondo y en “ $e_s$ ” asociado al transporte en suspensión, los porcentajes de transporte por el fondo y en suspensión se pueden expresar de la forma siguiente:

$$i_b \tan \alpha = e_b \cdot W \quad 4.28$$

$$i_b = \frac{e_b \cdot W}{\tan \alpha} \quad 4.29$$

$$i_s \frac{\omega}{\mu_s} = e_s \cdot W(1 - e_b) \quad 4.30$$

$$i_s = W \cdot \frac{e_s \cdot \mu_s}{\omega} (1 - e_b) \quad 4.31$$

La obtención de la expresión para calcular el arrastre total, se logra sumando las ecuaciones 4.29 y 4.30

$$g'_{BT} = i = i_b + i_s \quad 4.31$$

$$g'_{BT} = W \left[ \frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{e_s \cdot \mu_s}{\omega} (1 - e_b) \right] \quad 4.32$$

$$g'_{BT} = i = \text{Arrastre}_{Total}$$

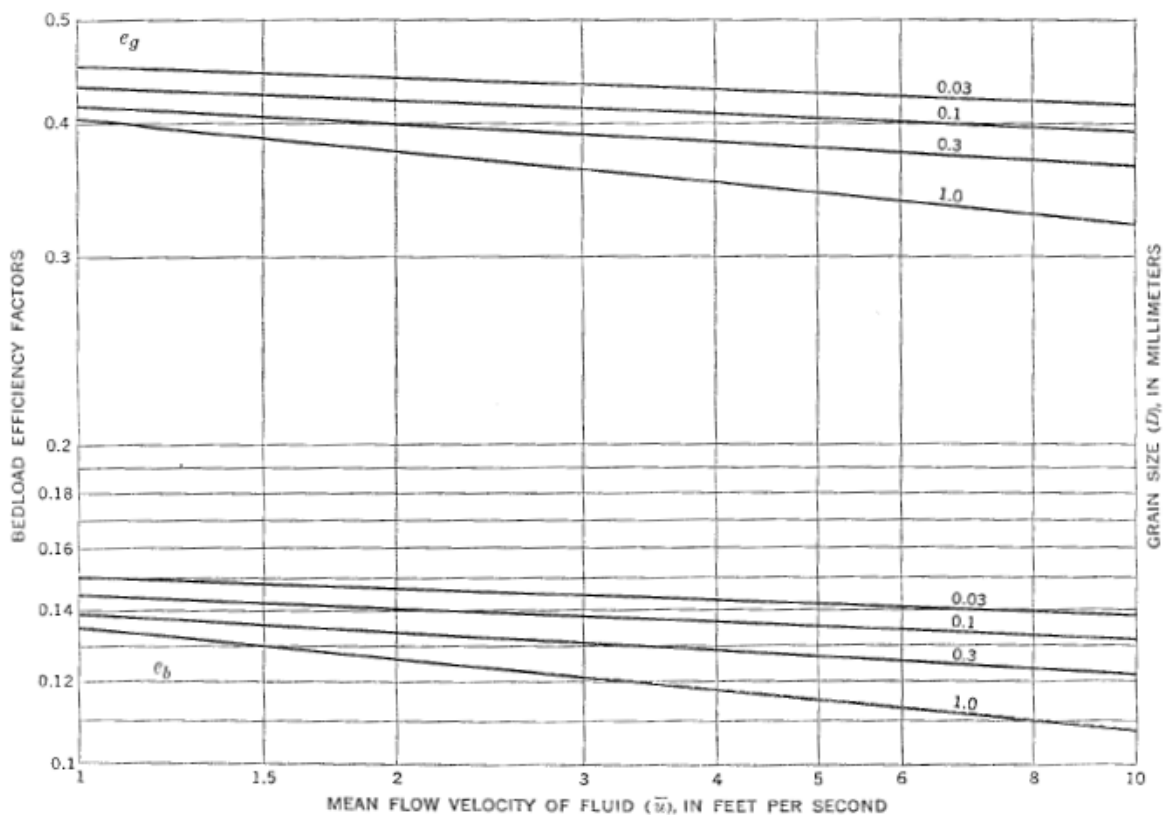
La ecuación anterior es aplicable a flujo laminar y turbulento. Si el flujo es laminar el segundo término de la ecuación 4.32 desaparece, debido a que el arrastre en suspensión está en función de la turbulencia del fluido.

Quedan solamente por definir, los valores de los parámetros  $e_b$ ,  $e_s$ ,  $\mu_s$  y  $\tan \alpha$ .



Por medio de una aproximación bastante buena para la mayoría de los casos, el número de parámetros se reduce a tres ( $e_b, e_s, \tan \alpha$ ); en virtud de que el viaje de las partículas sólidas no presenta oposición, se asume que estas viajan con la misma velocidad que el fluido que las rodea. El error que se comete al sustituir la velocidad media del fluido ( $v$ ) por la velocidad media de los sólidos ( $\mu_s$ ) es suspensión, es despreciable.

Bagnold demuestra que para un flujo turbulento el factor ( $e_b$ ) esta en función de la velocidad media del fluido ( $v$ ) y del diámetro de las partículas ( $D$ ), como se ilustra en la figura siguiente.



**Fig. 4.6** Valores de los factores teóricos ( $e_b, e_s$ ) para la eficiencia del arrastres de fondo, en función de la velocidad media del flujo, para diferentes tamaños de partículas, según Bagnold 1966



A través de datos experimentales se obtiene, que es  $e_s(1-e_b)$  toma un valor de 0.01. Sustituyendo los valores de los parámetros anteriores en la ecuación 4.32 se obtiene:

$$g'_{BT} = W \left[ \frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{v}{\omega} \right] \quad 4.33$$

En donde:

$g'_{BT}$  = Gasto total de la fase sólida, expresado en peso sumergido y por unidad de ancho y tiempo

$W$  = Potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg m/s)

$e_b$  = Factor de eficiencia para el transporte obtenido por el fondo se obtiene de la figura 4.6.

$v$  = Velocidad media de la fase líquida expresada en (m/s)

$\omega$  = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas expresa en m/s, figura 4.7

$\tan \alpha$  = Factor de fricción, se obtiene de la siguiente figura 4.8.



**Fig. 4.7** Velocidad de caída o sedimentación ( $\omega$ ), para diferentes tamaños de granos de cuarzo, según Rubey.

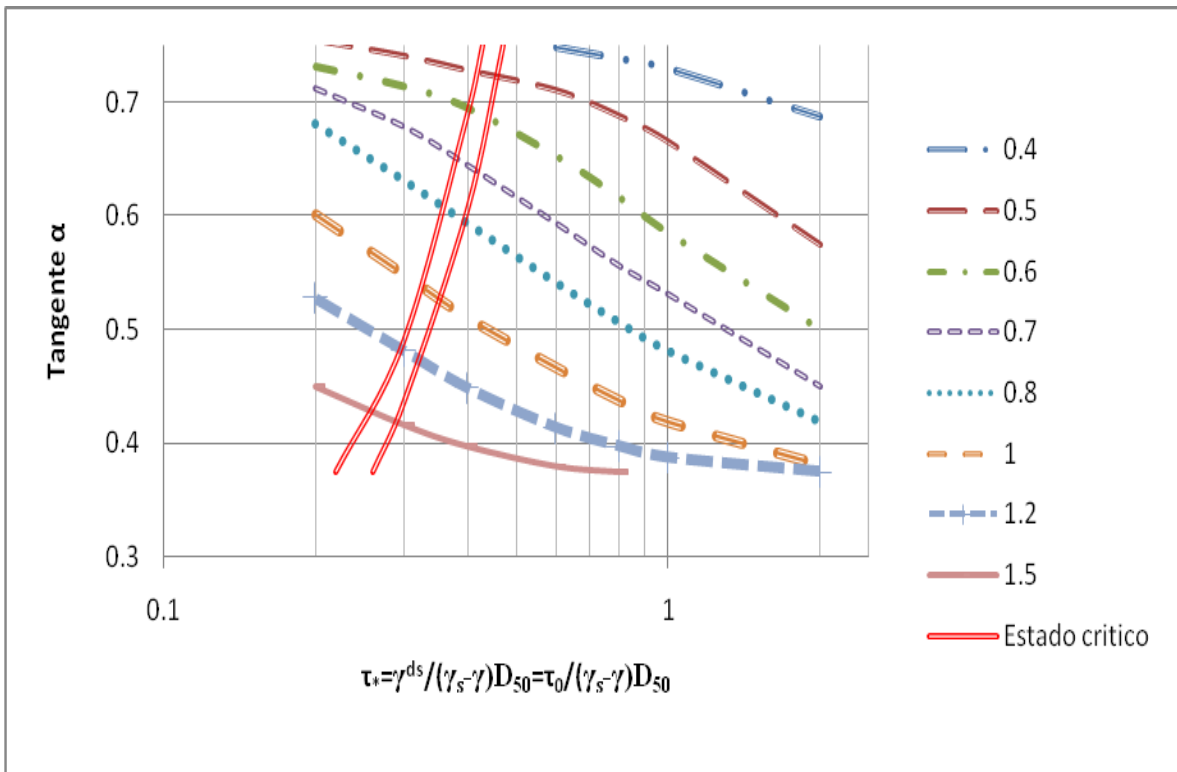
Este método es aplicable para partículas sólidas con diámetros mayores de 0.015 mm.

Para expresar el gasto sólido en peso seco por unidad de ancho y de tiempo ( $g_{BT}$ ) hay que multiplicar la ecuación 4.33 por el factor  $\left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma}\right)$  en donde ( $\gamma_s$ ) es el peso específico de la fase sólida en  $\text{kg/m}^3$  y ( $\gamma$ ) es el peso específico de la fase líquida en  $\text{kg/m}^3$ , resultando.

$$g_{BT} = g'_{BT} \left( \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right) \quad 4.34$$

Si es necesario expresar el gasto en volumen por unidad de ancho y tiempo ( $q_{BT}$ ), hay que dividir el gasto sólido expresado en peso seco ( $g'_{BT}$ ) por el peso específico de la fase sólida ( $\gamma_s$ ):

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s} \quad 4.35$$



**Fig. 4.8 Coeficiente de fricción según Bagnold 1966**



## 4.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN

A continuación se presenta un ejemplo de este método y una secuela de cálculo, que es aplicable a problemas prácticos de laboratorio.

Datos		
$s_0$	0.0015	
$\gamma$	1000	kg/m <sup>3</sup>
$\gamma_s$	2650	kg/m <sup>3</sup>
$D_{50}$	1.16	mm.
$\sigma$	1.2	desviación estándar
$Q$	2.5	m <sup>3</sup> /s-m

1. Se anota el diámetro (D) del material del fondo, en mm.
2. Se anota el tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en metros.
3. Se obtiene el gasto líquido unitario (q) de la fase líquida

$$q = \frac{Q}{A}$$

En donde:

Q = gasto líquido, en m<sup>3</sup>/seg.

A = Área de la sección en estudio, en m<sup>2</sup>.

4. Se calcula la velocidad media de la fase líquida:

$$\bar{v} = \frac{q}{d}$$

En donde:

$\bar{v}$  = velocidad media de la fase líquida, en m/s.

q = se obtiene del punto 3

d = se obtiene del punto 2

5. se calcula la potencia utilizable con la siguiente expresión.

$$W = \gamma \cdot d \cdot S_0 \cdot \bar{v} \quad 4.27$$



En donde:

$W$  = potencia utilizable, en kg-m/s.

$\gamma$  = peso específico de la fase líquida, en kg/m<sup>3</sup>.

$d$  = se obtiene del punto 2

$S_0$  = pendiente, es dato.

$v$  = velocidad media de la fase líquida se obtiene del punto 4, en m/s.

6. De la figura 4.6 se obtiene el factor de eficiencia

7. de la figura 4.8 se obtiene con ayuda de  $\tau_*$  se obtiene el coeficiente  $\tan \alpha$ ; el coeficiente  $\tau_*$  se obtiene con la siguiente expresión.

$$\tau_* = \frac{\gamma \cdot d \cdot S_0}{(\gamma_s - \gamma) D_{50}} \quad 4.36$$

En donde:

$\gamma$  = peso específico de la fase líquida, en kg/m<sup>3</sup>.

$d$  = tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en m.

$S_0$  = Pendiente.

$\gamma_s$  = peso específico de la fase sólida, en kg/m<sup>3</sup>.

$D_{50}$  = Diámetro cincuenta de la curva granulométrica del material del fondo, en metro.

8. De la figura 4.7 y en función del diámetro del material del fondo se obtiene la velocidad de caída o de sedimentación de las partículas sólidas ( $\omega$ ), en m/s.

9. Se obtiene el gasto sólido con la siguiente expresión.

$$g'_{BT} = W \left[ \frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{v}{\omega} \right] \quad 4.32$$

En donde:

$g'_{BT}$  = Gasto sólido, por unidad de ancho expresado en peso sumergido y por unidad de ancho de cauce, en kg/s-m

$W$  = Potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg m/s) se obtiene del punto 5.

$e_b$  = Factor de eficiencia para el transporte obtenido por el fondo se obtiene del punto 6.

$v$  = Velocidad media de la fase líquida expresada en (m/s), se obtiene del punto 4

$\omega$  = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas expresa en m/s, se obtiene del punto 8.

$\tan \alpha$  = se obtiene del punto anterior.



10. Se obtiene el gasto sólido expresado en peso seco con la siguiente expresión:

$$g_{BT} = g'_{BT} \left( \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right) \quad 4.34$$

$g_{bt}$  = gasto sólido por unidad de ancho expresado en peso seco, en kg/m-s. Punto 9

$\gamma$  = peso específico de la fase líquida, en kg/m<sup>3</sup>.

$\gamma_s$  = peso específico de la fase sólida, en kg/m<sup>3</sup>.

11. Finalmente se calcula el gasto sólido por unidad de ancho expresado en volumen con la siguiente expresión:

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s} \quad 4.35$$

$q_{bt}$  = gasto sólido por unidad de ancho expresado en volumen, en m<sup>3</sup>/s.

$\gamma_s$  = peso específico de la fase sólida, en kg/m<sup>3</sup>.

Los resultados obtenidos son los siguientes para cada punto antes mencionado.

1	2	3	4
Diámetro	Tirante en la fase líquida	gasto líquido unitario	velocidad media de la fase líquida
D	d	$q = Q/A$	$v = q/d$
1.16	1	2.5	2.5
m	m	m <sup>2</sup> /s	m/s

5	6	Ec. 4.36	7
Potencia utilizable	Factor de eficiencia Fig. 4.6	$\tau^*$	fig. 4.8
$W = \gamma d S_o v$ [Kg.-m/s.]	$e_b$	$\tau^* = \gamma d S_o / (\gamma_s - \gamma) D_{50}$	$\tan \alpha$
3.75	0.11	0.78369906	0.44



<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
Fig. 4.7	con la expresión 4.32	con la expresión 4.34	con la expresión 4.35
$\omega$ [cm./seg.]	$g'_{BT}$ [Kg./m-s]	$g_{BT}$ [Kg./m-s]	$q_{BT}$ [m <sup>3</sup> /s.]
20	0.9421875	0.57102273	0.00021548

**Fig. 4.9** Resultados del método de Bagnold

La columna 11 nos da por resultado el gasto sólido por unidad de ancho en una sección supuesta de un cauce con las características necesarias para utilizar este método, por mencionar algo, si consideramos que el peso específico del cuarzo es de 2650 Kg./m<sup>3</sup> podemos saber que en cada segundo pasan 0.57 Kg./s de material en la sección supuesta del cauce y esto ya nos da una idea clara de la cantidad de sedimentos que se podrían acumular o de la degradación del suelo de la cuenca a la que pertenezca el cauce.

Como se había mencionado en capítulos anteriores estos resultados de transporte de sedimentos en modelación son mas cualitativos que cuantitativos y aunque es difícil extrapolarlos a los prototipos, nos dan una gran visión de la acción que provocan los fluidos en situaciones de socavación o erosión para poder mitigar los posibles daños de estos fenómenos en ciertas regiones de los cauces. Aunque este tema es muy extenso, pues existen muchas mas teorías y cada una es aplicable bajo ciertas condiciones, es importante abordarlos de manera que podamos contabilizar cuantitativamente los resultados pues continuando con la investigación y modelación estos procesos tan complejos podrán llegar a comprenderse aunque sea específicamente en ciertos casos de cauces que nos interesen y merezcan nuestra atención para así llegar a soluciones optimas que impliquen costos menores en obras y así mismo disminuir los posibles desastres en los cauces.