

CAPÍTULO 8

Ejemplo de aplicación

Para emplear los algoritmos y ecuaciones planteados en el presente trabajo es necesario aplicarlos en un modelo físico que disponga la Facultad de Ingeniería, para que el alumno pueda comprobarlo con otros datos.

Cabe aclarar que el presente trabajo presenta los algoritmos y ecuaciones para cualquier proyecto que tenga un cimacio de cresta libre, ya sea modelo o prototipo.

Sección 8.1

Planteamiento del problema

Al analizar el funcionamiento hidráulico de un cimacio de cresta libre localizado en el laboratorio de hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. El cimacio se opera con tres cargas de operación incluyendo la de diseño, por lo que se procede a:

a) Revisar el perfil del cimacio y obtener la carga de diseño H_0 . Obtener el perfil del cimacio con uno de los criterios presentados en este trabajo y compáralo con el construido.

Para las tres condiciones de operación obtener:

- b) El perfil de la superficie libre del agua sobre el cimacio medido
- c) La superficie libre del agua sobre el cimacio
- d) La distribución de la carga de presión sobre el fondo del cimacio

Para los últimos incisos por medio de la solución de las ecuaciones de los algoritmos del capítulo ocho presentadas en este trabajo y mediante las gráficas experimentales.

- e) Comparar los resultados obtenidos con los valores medidos en el laboratorio.

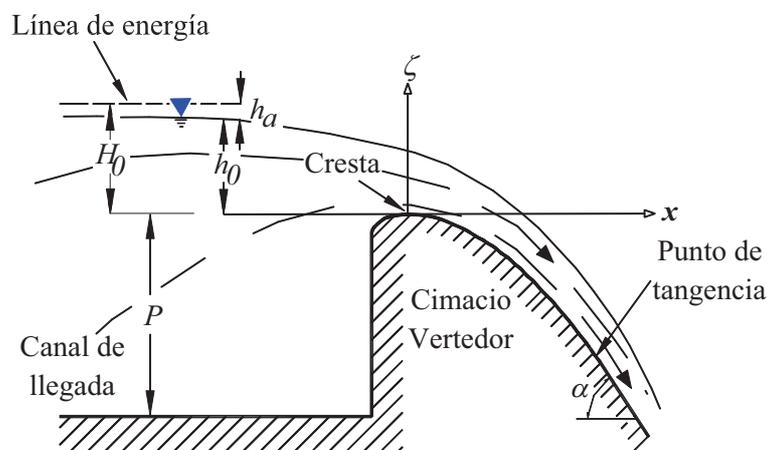


Figura 8.1: Vertido libre sobre un vertedor de pared delgada

El cimacio no tiene contracciones laterales por lo que el ancho del canal de aproximación al cimacio es igual al ancho del vertedor de la cresta $L_e = 0,4$ m. La profundidad de canal entre la cresta y el fondo del canal de llegada es $P = 0,3031$ m.

Sección 8.2

Solución del problema

Se midió el perfil del cimacio. Luego se estableció la condición de diseño, que corresponde a una carga de operación sobre el cimacio, $h_0 = 0,150$ m, figura 8.1, se obtuvo el gasto, Q , del flujo transitando en el canal y se midió el perfil de la

superficie libre del agua sobre el cimacio. Se modificó la carga de operación y se repitió el procedimiento para otras dos condiciones distintas a la de diseño; $h_1 = 0,0750$ m (aproximadamente $0,5h_0$) m y $h_2 = 0,2052$ m (aproximadamente $1,33h_0$).

Una vez establecida la carga de diseño sobre el cimacio; se midió la carga sobre el vertedor de pared delgada que se encuentra aguas abajo del cimacio, para calcular el gasto. Para cada condición de operación del cimacio se midió la carga sobre el vertedor y se obtuvo el gasto correspondiente.

En el cuadro 8.1 se muestran algunos resultados y cálculos preliminares para aplicar los algoritmos de solución.

| | | Condiciones de operación | | |
|---|--|--------------------------|----------------------|----------------------|
| | | Diseño | Menor a la de diseño | Mayor a la de diseño |
| | | $h_0 = 0,1500$ m | $h_1 = 0,0750$ m | $h_2 = 0,2052$ m |
| Gasto Q , en $\frac{m^3}{s}$ | | 0,0589 | 0,0156 | 0,0933 |
| Área hidráulica A , en m^2 | $A = (P + h)b$ | 0,1836 | 0,1516 | 0,2037 |
| Velocidad media V , en $\frac{m}{s}$ | $V = \frac{Q}{A}$ | 0,3206 | 0,1032 | 0,45792 |
| Carga de velocidad h_a , en m | $h_a = \frac{V^2}{2g}$ | 0,0052 | 0,0005424 | 0,01068769 |
| Carga total H , en m | $H = h + h_a$ | 0,1550 | 0,0755 | 0,2159 |
| Coefficiente de descarga experimental, en $\frac{m^{1/2}}{s}$ | $C = \frac{Q}{LeH^{3/2}}$ | 2,2945 | 1,8835 | 2,32500133 |
| Parámetro adimensional, F | $F = \frac{C}{\sqrt{2g}} \left(\frac{H}{H_0} \right)^{3/2}$ | 0,518010 | 0,137576 | 0,821148 |
| Relación adimensional de perfil de cimacio | $\frac{P}{H_0}$ | 1,888 | 4,00794 | 1,40165 |

Cuadro 8.1: Cálculos preliminares para la solución del problema

Cabe destacar que para el desarrollo del ejemplo se eligió el criterio del USBR, de donde es necesario emplear el valor $\frac{h_a}{H_0}$ que vale 0,031613 de donde de los cuadros 2.1

y 2.2 se obtiene el valor de las siguientes variables:

$$k = 0,50732$$

$$n = 1,85619$$

$$\frac{R_1}{H_0} = 0,51419; R_1 = 0,07870$$

$$\frac{R_2}{H_0} = 0,21619; R_2 = 0,03351$$

$$\frac{x_c}{H_0} = 0,26719; x_c = -0,04142$$

$$\frac{y_c}{H_0} = 0,11335; y_c = -0,01757$$

Para revisar el perfil del cimacio y darle solución al inciso **a**, se debe medir el perfil del cimacio cuyos valores son:

| x , m | y , m |
|---------|---------|
| -0.03 | -0.0107 |
| -0.02 | -0.0040 |
| -0.01 | -0.0006 |
| 0 | 0 |
| 0.04 | -0.0063 |
| 0.08 | -0.0231 |
| 0.12 | -0.0489 |
| 0.16 | -0.0840 |
| 0.20 | -0.1266 |

Cuadro 8.2: Coordenadas del perfil medido del cimacio

Para obtener la carga total de diseño H_0 para cada punto de medición del perfil medido, se obtuvo de la ecuación 2.1 la carga H_0 que corresponde, de acuerdo con los resultados del cuadro 8.3.

| x , m | y , m | H_0 , m |
|---------|---------|-----------|
| 0.04 | -0.0063 | 0.156 |
| 0.08 | -0.0231 | 0.154 |
| 0.12 | -0.0489 | 0.155 |
| 0.16 | -0.0840 | 0.154 |
| 0.20 | -0.1266 | 0.1545 |
| | | 0.155 |

promedio de H_0

Cuadro 8.3: Coordenadas del perfil medido del cimacio aguas abajo de la cresta

8.2.1. Perfil del cimacio

La revisión del perfil existente del cimacio se hace utilizando el valor de H_0 promedio. La programación para la obtención del perfil en la hoja de Mathcad se hizo siguiendo los pasos del algoritmo *perfil del cimacio* ejemplificado en la figura 7.1. A continuación se muestran las corridas hechas en el programa donde $H_0 = 0,155$ m, $R_1 = 0,07870$, $R_2 = 0,03351$, $x_c = -0,041415$, $y_c = -0,01757$;

| | | | |
|------------------|------------------|---------------------------|-------------------|
| $H_0 := 0.155$ | | | |
| $R_1 := 0.07870$ | $R_2 := 0.03351$ | $x_c := -0.041415$ | $y_c := -0.01757$ |
| $k := 0.50732$ | $n := 1.85619$ | $\alpha := 50.\text{deg}$ | |

Obtener el punto de tangencia P_T

$$x_T := \frac{H_0}{\left[k \cdot \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} \right) \cdot n \right]^{n-1}} = 0.2040768$$

$$y_T := -k \cdot H_0 \cdot \left(\frac{x_T}{H_0} \right)^n = -0.131026$$

Obtener el Punto B

Se Resuelve las siguientes ecuaciones simultáneamente

Given

| | |
|-------------------------------------|--|
| Circulo 1 | Circulo 2 |
| $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R_2^2$ | $(x - 0)^2 + [y - (-R_1)]^2 = (R_1 - R_2)^2$ |

Find(x,y) \rightarrow $\begin{pmatrix} -0.0130679062764190713 & -0.035329628233294230046 \\ -0.035440712840469423162 & -0.050522820068409627635 \end{pmatrix}$

Las coordenadas del punto B que quedan dentro del triangulo AOC es:

$$x_B := -0.0130679062764190713$$

$$y_B := -0.035440712840469423162$$

Obtener el Punto P

Se Resuelve las siguientes ecuaciones simultáneamente

$x := 1 \quad y := 1$

Given

| | |
|--------------------------------------|--|
| $(x - 0)^2 + [y - (-R_1)]^2 = R_1^2$ | $\left(\frac{y - (-R_1)}{x - 0} = \frac{y_B - (-R_1)}{x_B - 0} \right)$ |
|--------------------------------------|--|

$x < 0$

Find(x,y) = $\begin{pmatrix} -0.0227566 \\ -0.0033677 \end{pmatrix}$

Las coordenadas del punto P que es mas cerca al eje X es:

$$x_P := -0.0227566$$

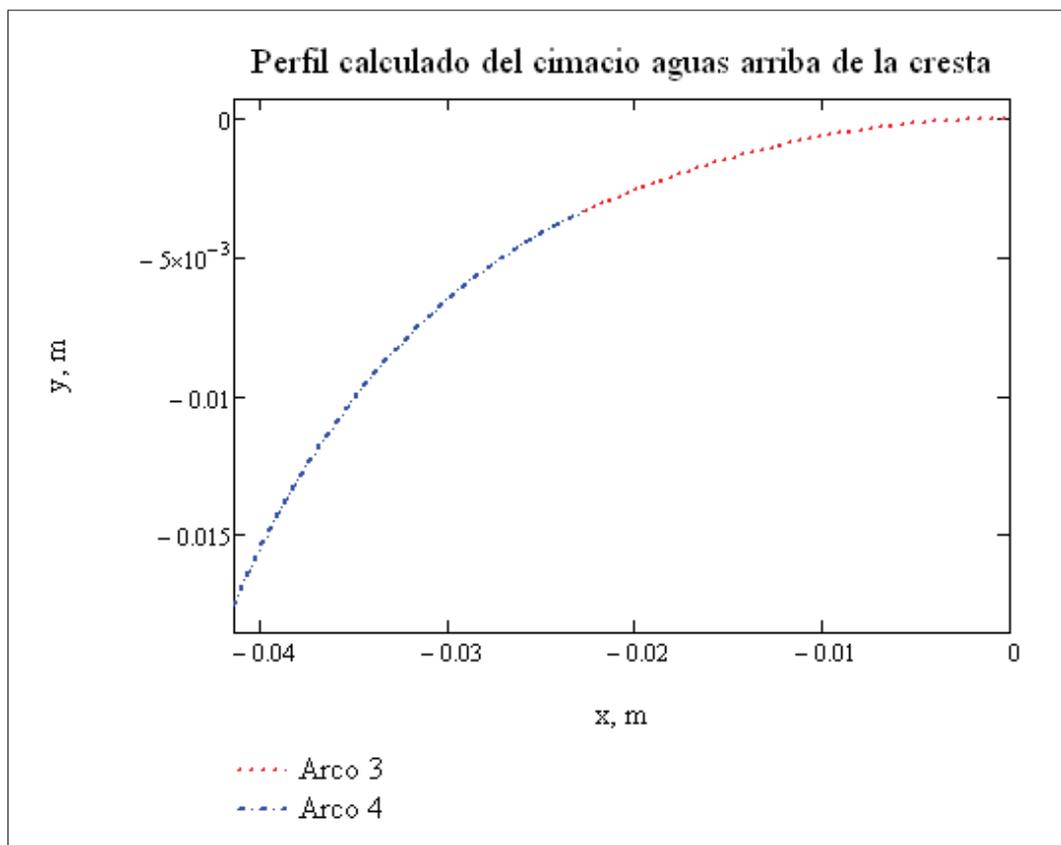
$$y_P := -0.0033677$$

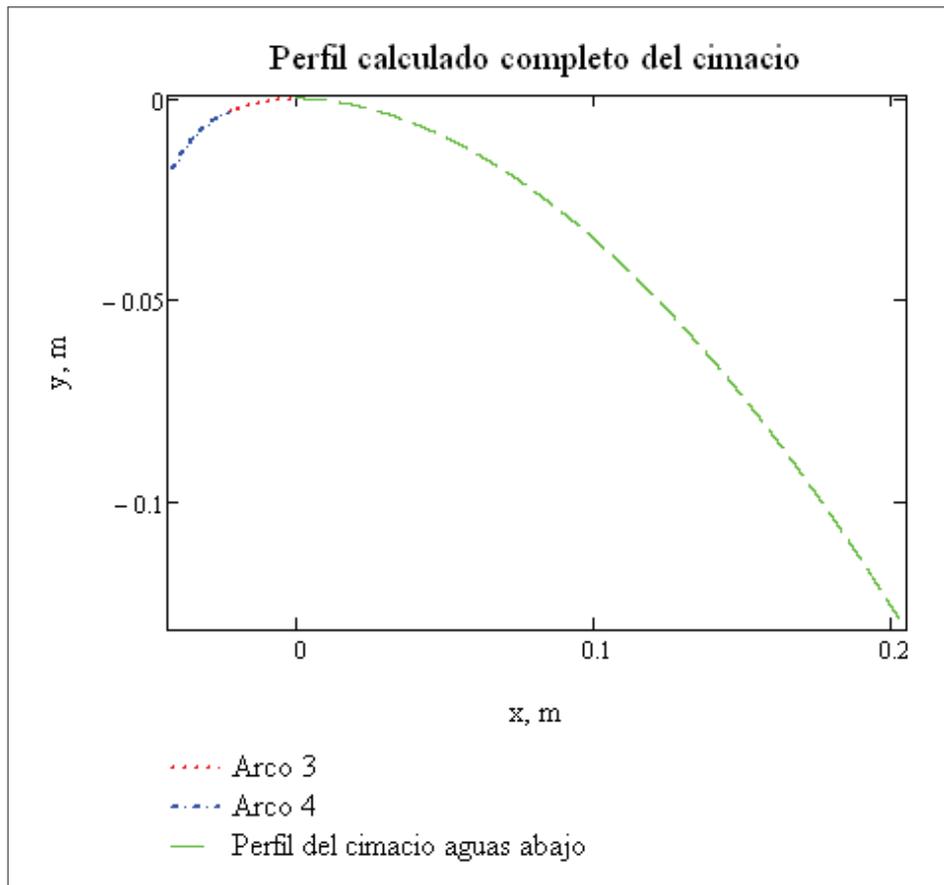
Graficar el perfil del cimacio aguas arriba del cimacio:

$$\text{Perfil}_{\text{abajo}}(x_{\text{abajo}}) := -k \cdot H_0 \cdot \left(\frac{x_{\text{abajo}}}{H_0} \right)^n \quad x_{\text{abajo}} := 0, (0 + 0.000001) \dots x_T$$

$$A_3(x_3) := \sqrt{R_1^2 - x_3^2} - R_1 \quad x_3 := x_P, (x_P + 0.000001) \dots 0$$

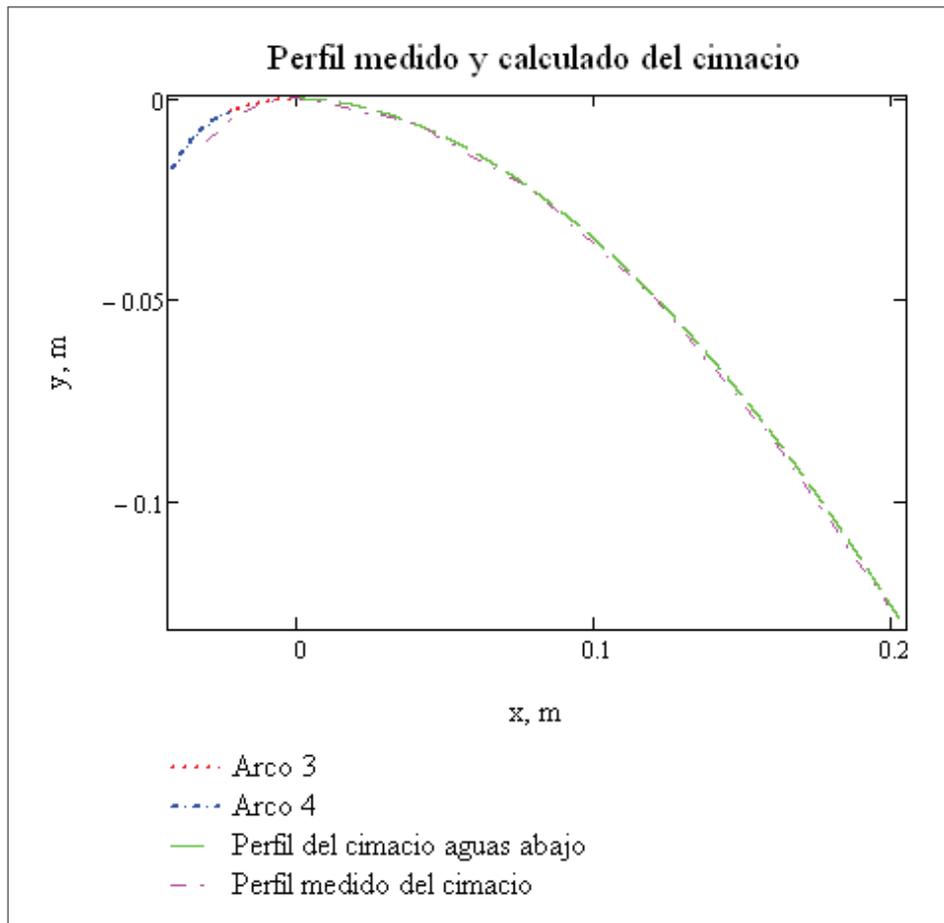
$$A_4(x_4) := y_B + \sqrt{-(x_4)^2 + 2 \cdot x_4 \cdot x_B - x_B^2 + R_2^2} \quad x_4 := x_C, (x_C + 0.000001) \dots x_P$$





Los puntos medidos son:

| | | | |
|------------------------|--|------------------------|---|
| $x_{\text{puntos}} :=$ | $\begin{pmatrix} -0.03 \\ -0.02 \\ -0.01 \\ 0 \\ 0.04 \\ 0.08 \\ 0.12 \\ 0.16 \\ 0.20 \end{pmatrix}$ | $y_{\text{Puntos}} :=$ | $\begin{pmatrix} -0.0107 \\ -0.004 \\ -0.0006 \\ 0 \\ -0.0063 \\ -0.0231 \\ -0.0489 \\ -0.084 \\ -0.1266 \end{pmatrix}$ |
|------------------------|--|------------------------|---|



8.2.2. Régimen crítico

El análisis para la obtención de ese régimen está en función de la carga de operación, por lo que, cada una de las tres cargas de operación del problema tendría un análisis distinto y por lo tanto una posición y tirante crítico diferente. Como se había mencionado la localización de éste régimen se obtiene mediante un proceso iterativo.

| Condiciones de operacion | | |
|-------------------------------|----------------|----------------------------------|
| $H_{\text{crítico}} := 0.155$ | $H_0 := 0.155$ | |
| Variables para el perfil | | |
| $n := 1.85619$ | $k := 0.50732$ | $F_{\text{crítico}} := 0.520968$ |

Punto de analisis

$$x := 0.0148831$$

$$y := \left[-k \cdot H_0 \left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right] = -0.00101576$$

Variables adimensionales

$$x_{\text{sobre}}_{H_0} := \frac{x}{H_0} = 0.0960329$$

$$H_{\text{sobre}}_{H_0} := \frac{H}{H_0} = 1$$

$$\text{posicion} := -k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n = -0.0065533$$

$$\tan \theta := \frac{-k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n \cdot n \cdot H_0}{x} = -0.12666675$$

$$\cos \theta := \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 \cdot n^2 \cdot H_0^2}{x^2}}} = 0.99207303$$

$$\text{segunda}_{\text{derivada}} := -\frac{k \cdot H_0 \cdot \left(\frac{x}{H_0} \right)^n \cdot n \cdot (n-1)}{x^2} = -7.2858636$$

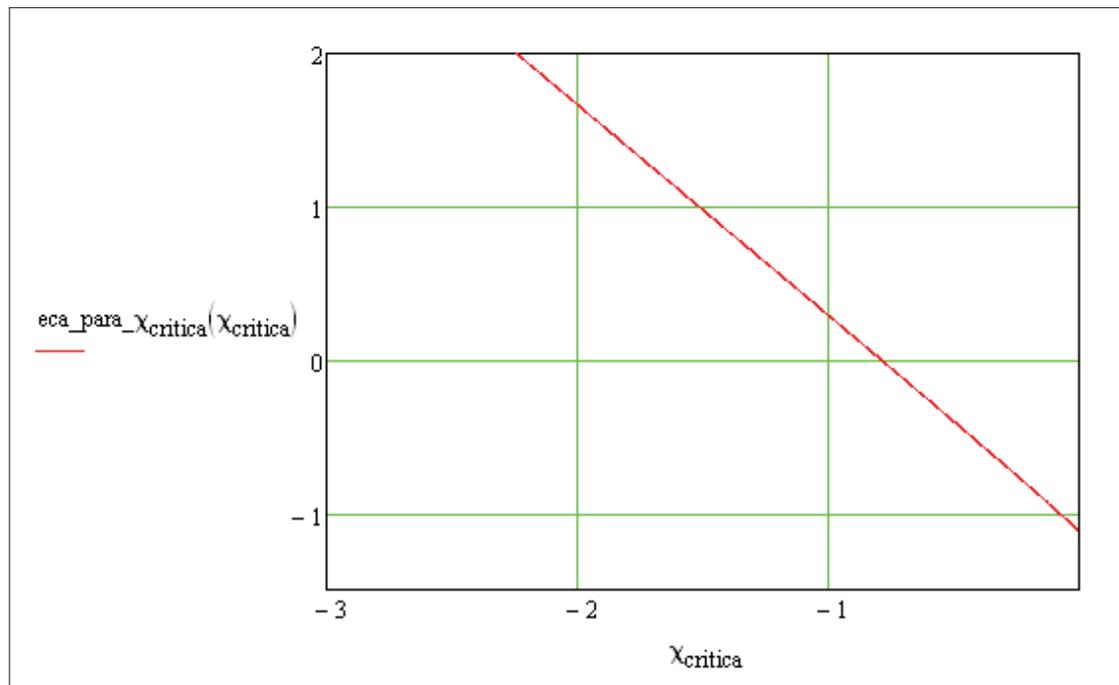
$$\text{kappa}_{H_0} := \frac{-\left[k \cdot \left(\frac{x}{H_0} \right)^n \cdot n \cdot (n-1) \cdot H_0^2 \right]}{x^2 \cdot \left[1 + \frac{k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 \cdot n^2 \cdot H_0^2}{x^2} \right]^{\frac{3}{2}}} = -1.10266518$$

$$\text{segunda_derivada_kappa} := \frac{k \cdot n \cdot H_0^3 \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{x}{H_0}\right)^n \left[-n \cdot x^2 + 2 \cdot k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0}\right)^n\right]^2 \cdot n^3 \cdot H_0^2 + 2 \cdot x^2 - k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0}\right)^n\right]^2 \cdot n^2 \cdot H_0^2 \right]}{\sqrt{\frac{x^2 + k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0}\right)^n\right]^2 \cdot n^2 \cdot H_0^2}{x^2} \cdot \left[x^2 + k^2 \cdot \left[\left(\frac{x}{H_0}\right)^n\right]^2 \cdot n^2 \cdot H_0^2 \right]^2 \cdot x}}$$

segunda_derivada_kappa = 2.11697235

Ecuacion para obtener χ critica

$$\text{eca_para_}\chi\text{critica}(\chi\text{critica}) := \frac{\text{kappa}_{H_0}}{\cos\theta} (H_{\text{sobre } H_0} - \text{posicion}) - \chi\text{critica} + \frac{1}{2} \left[\frac{(1 - \chi\text{critica}) \cdot \ln(1 - \chi\text{critica})}{\ln(1 - \chi\text{critica}) + 1} \right]$$



$$\chi\text{critica} := -1$$

$$\chi\text{resultado} := \text{root}(\text{eca_para_}\chi\text{critica}(\chi\text{critica}), \chi\text{critica}) = -0.78958238$$

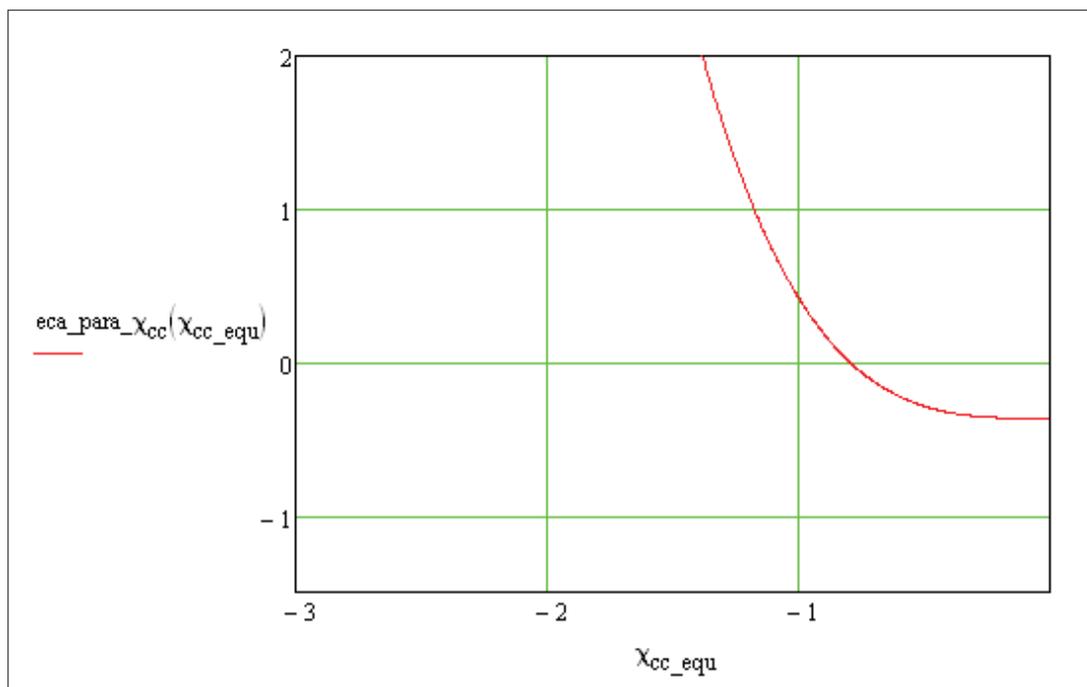
La ecuación para obtener la posición de la sección crítica

$$f := (1 - \chi_{\text{resultado}}) \cdot \tan\theta + \left[2 \cdot (H_{\text{sobre}} H_0 - \text{posicion}) - 3 \cdot \frac{\cos\theta}{\text{kappa}_{H0}} \cdot \chi_{\text{resultado}} \right] \cdot \frac{\text{segunda_derivada_kappa}}{\text{kappa}_{H0}}$$

$$f = -0.00000882$$

Ecuación para obtener χ_{cc}

$$\text{eca_para_}\chi_{cc}(\chi_{cc_equ}) := \frac{\text{kappa}_{H0}}{\cos\theta} (F \cdot \text{kappa}_{H0})^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{[(1 - \chi_{cc_equ}) \cdot \ln(1 - \chi_{cc_equ})]^3}{\ln(1 - \chi_{cc_equ}) + 1} \right]$$



$$\chi_{cc_equ} := -0.5$$

$$\chi_{cc} := \text{root}(\text{eca_para_}\chi_{cc}(\chi_{cc_equ}), \chi_{cc_equ}) = -0.79599176$$

$$\kappa := \frac{k \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right] n \cdot H_0 \cdot (n-1)}{x^2 \cdot \left[1 + \frac{k^2 \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 n^2 \cdot H_0^2}{x^2} \right]^{\frac{3}{2}}} = -7.11396893$$

$$d_c := \frac{\chi_{cc}}{\kappa} = 0.11189137$$

Es necesario obtener la posición del régimen crítico para cada una de las tres cargas de operación del cimacio, ya que la posición del régimen crítico depende de la carga total en que esta operando el cimacio. Sin mostrar la totalidad de iteraciones necesarias, en los cuadros 8.4, 8.5 y 8.6 se muestran los últimos cálculos para encontrar la posición del régimen crítico; es decir el punto x que haga que la ecuación 7.8 sea igual a cero.

| $x_{crítica}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | $\frac{d\zeta}{dx} = \tan\theta$ | $\cos\theta$ | $\frac{d^2\zeta}{dx^2}$ | κH_0 | $H_0^2 \frac{d\kappa}{dx}$ | χ_c | ecuación 7.8 |
|---------------|---------------------|----------------------------------|--------------|-------------------------|--------------|----------------------------|-------------|--------------|
| 0,01 | -0,00313184 | -0,09010613 | 0,995965 | -7,71479636 | -1,18137667 | 3,01215211 | -0,84100519 | 0,14205659 |
| 0,02 | -0,01133885 | -0,16311473 | 0,9869565 | -6,98286013 | -1,04054072 | 1,69653854 | -0,75164806 | -0,0963527 |
| 0,017 | -0,00838604 | -0,14192614 | 0,99007813 | -7,14798459 | -1,0752853 | 1,90715844 | -0,77253676 | -0,04372218 |
| 0,013 | -0,00509684 | -0,11280062 | 0,99369809 | -7,4291354 | -1,12988263 | 2,37211729 | -0,80699064 | 0,04595916 |
| 0,0148851 | -0,0065533 | -0,12666675 | 0,99207303 | -7,2858636 | -1,10266518 | 2,11697235 | -0,78958238 | -0,00000882 |

Cuadro 8.4: Localización de la sección crítica para la carga de diseño; $H_0 = 0,1550m$

| $x_{crítica}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | $\frac{d\zeta}{dx} = \tan\theta$ | $\cos\theta$ | $\frac{d^2\zeta}{dx^2}$ | κH_0 | $H_0^2 \frac{d\kappa}{dx}$ | χ_c | ecuación 7.8 |
|---------------|---------------------|----------------------------------|--------------|-------------------------|--------------|----------------------------|-------------|--------------|
| 0,004 | -0,00057167 | -0,04111895 | 0,99915569 | -8,80140933 | -1,36076588 | 7,81166588 | -0,47523209 | 0,20161899 |
| 0,02 | -0,01133885 | -0,16311473 | 0,9869565 | -6,98286013 | -1,04054072 | 1,69653854 | -0,37361184 | -0,15812346 |
| 0,01 | -0,00313184 | -0,09010613 | 0,995965 | -7,71479636 | -1,18137667 | 3,01215211 | -0,41463477 | -0,01932059 |
| 0,008 | -0,00206974 | -0,07443564 | 0,99724113 | -7,96638142 | -1,22459741 | 3,7479249 | -0,42869574 | 0,02579391 |
| 0,009074 | -0,00261497 | -0,08291289 | 0,99658035 | -7,82336198 | -1,20022337 | 3,30793086 | -0,42070546 | 0,00000619 |

Cuadro 8.5: Localización de la sección crítica para la carga de operación; $H_1 = 0,0755m$

| $x_{crítica}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | $\frac{d\zeta}{dx} = \tan\theta$ | $\cos\theta$ | $\frac{d^2\zeta}{dx^2}$ | κH_0 | $H_0^2 \frac{d\kappa}{dx}$ | χ_c | ecuación 7.8 |
|---------------|---------------------|----------------------------------|--------------|-------------------------|--------------|----------------------------|-------------|--------------|
| 0,015 | -0,00664751 | -0,12750344 | 0,99196922 | -7,27781117 | -1,10110079 | 2,10379497 | -1,05572067 | 0,07310688 |
| 0,03 | -0,02406733 | -0,23081326 | 0,97438179 | -6,58733362 | -0,94455846 | 1,33585531 | -0,93145388 | -0,20546569 |
| 0,02 | -0,01133885 | -0,16311473 | 0,9869565 | -6,98286013 | -1,04054072 | 1,69653854 | -1,005192 | -0,04486277 |
| 0,017 | -0,00838604 | -0,14192614 | 0,99007813 | -7,14798459 | -1,0752853 | 1,90715844 | -1,03382352 | 0,02069908 |
| 0,017884 | -0,00921346 | -0,14822178 | 0,9891929 | -7,096064 | -1,06461405 | 1,83642213 | -1,0249242 | 0,00000851 |

Cuadro 8.6: Localización de la sección crítica para la carga de operación; $H_2 = 0,2159m$

Para obtener el tirante crítico, d_c se resuelve la ecuación 4.12. La solución para cada carga de operación se presenta en el cuadro siguiente:

| | Carga de operación | | |
|---------------|--------------------|------------------|------------------|
| | $H_o = 0,1550$ m | $H_1 = 0,0755$ m | $H_2 = 0,2159$ m |
| $x_{critica}$ | 0,0148851 | 0,009074 | 0,017884 |
| χ_{cc} | -0,79599176 | -0,43572608 | -0,99086255 |
| κ | -7,11396893 | -7,74337659 | -6,93732449 |
| d_c, m | 0,11189137 | 0,05627081 | 0,14283065 |

Cuadro 8.7: Resumen de resultados del régimen crítico

8.2.3. Cálculos preliminares para el perfil de la superficie libre del agua y la distribución de presión sobre el cimacio

Las características físicas del perfil de la lámina vertiente son distintas, de acuerdo con la condición de operación del cimacio; muchas de ellas se obtienen mediante las reglas trigonométricas y la derivación de ecuaciones. El software Mathcad permite la programación del algoritmo que permite obtener las características de acuerdo con la condición de operación,

Condiciones de operacion

$H := 0.155$ $H_0 := 0.155$

VARIABLES para el perfil

$n := 1.853546$ $k := 0.503246$

Un parametro adimensional

$F_{max} := 0.520968$

Variable adimensional

$H_{sobre_H_0} := \frac{H}{H_0} = 1$

Punto de analisis

$$x := 0.2$$

$$x_{\text{sobre}_H_0} := \frac{x}{H_0} = 1.290323$$

Ecuacion del perfil del cimacio aguas abajo de la cresta (adimensional)

$$eca_{\text{aguas_abajo_sobre}_H_0} := -k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n$$

$$y_{\text{sobre}_H_0} := eca_{\text{aguas_abajo_sobre}_H_0} = -0.807169$$

$$y := eca_{\text{aguas_abajo_sobre}_H_0} \cdot H_0 = -0.125111$$

La primera derivada de la ecuacion del perfil

$$\text{primera_derivada} := -\frac{k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n n \cdot H_0}{x} = -1.159497$$

cos θ

$$\cos_{\theta} := \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{k^2 \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 n^2 \cdot H_0^2}{x^2}}} = 0.653102$$

sin θ

$$\sin_{\theta} := \frac{k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n n \cdot H_0}{x \sqrt{1 + \frac{k^2 \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 n^2 \cdot H_0^2}{x^2}}} = 0.75727$$

El termino κH_0

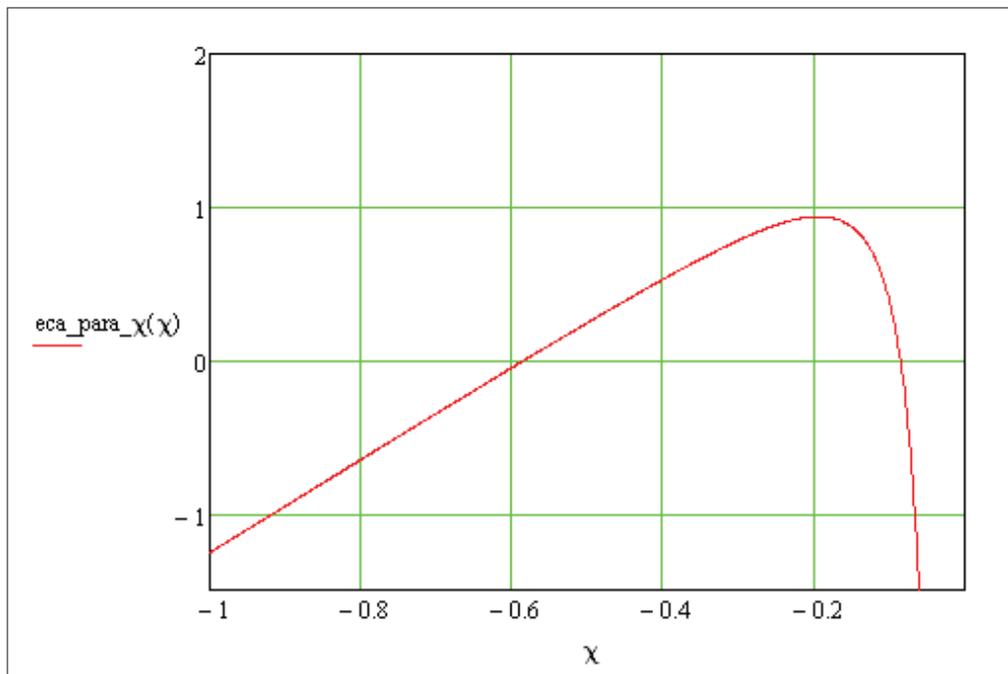
$$\kappa_{\text{por } H_0} := - \frac{k \left(\frac{x}{H_0} \right)^n n \cdot H_0^2 \cdot (n-1)}{x^2 \cdot \left[1 + \frac{k^2 \left[\left(\frac{x}{H_0} \right)^n \right]^2 n^2 \cdot H_0^2}{x^2} \right]^{\frac{3}{2}}} = -0.213669$$

8.2.4. Perfil de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión

Una vez conocidas las características del cimacio se puede continuar con los incisos **c** y **d** y se resuelvan las ecuaciones 7.26, 7.27 y 7.28.

La ecuacion para obtener χ

$$\text{eca_para_}\chi(\chi) := (H_{\text{sobre } H_0} - y_{\text{sobre } H_0}) - \frac{\cos_{\theta} \cdot \chi}{\kappa_{\text{por } H_0}} - \left[\frac{F \cdot \kappa_{\text{por } H_0}}{(1 - \chi) \cdot \ln(1 - \chi)} \right]^2$$



$$\chi := -0.0003$$

$$\chi_{\text{resultado}} := \text{root}(\text{eca_para_}\chi(\chi), \chi) = -0.085978$$

El tirante d es

$$d_{\text{entre_H}_0} := \frac{\chi_{\text{resultado}}}{\kappa_{\text{por_H}_0}} = 0.402391 \qquad d := d_{\text{entre_H}_0} \cdot H_0 = 0.062371$$

La ecuación para obtener la carga de presión (adimensional)

$$\text{presion_sobre_H}_0 := (H_{\text{sobre_H}_0} - y_{\text{sobre_H}_0}) - \left(\frac{F \cdot \kappa_{\text{por_H}_0}}{\ln(1 - \chi_{\text{resultado}})} \right)^2 = -0.014179$$

$$\text{presion} := \text{presion_sobre_H}_0 \cdot H_0 = -0.002198$$

$$\text{presion_ajustada} := y - \text{presion} = -0.122914$$

Coordenadas de la superficie libre del agua

$$x_{\text{superficie}} := x + d \cdot \sin_{\theta} = 0.247231$$

$$y_{\text{superficie}} := y + d \cdot \cos_{\theta} = -0.084377$$

Los cuadros siguientes resumen las características de la lámina vertiente, la obtención de la superficie libre del agua y la carga de presión que actúa sobre el fondo del cimacio. Los cuadros 8.8 y 8.9 muestran los resultados obtenidos para la carga total de diseño \mathbf{H}_0 , los cuadros 8.10 y 8.11 para la carga total de operación \mathbf{H}_1 que corresponde a una carga menor que la de diseño y finalmente los cuadros 8.12 y 8.13 para la carga total de operación \mathbf{H}_2 que es mayor que la de diseño.

$H_0 = 0,1550 \text{ m}$

| x | $\frac{x}{H_0}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | ζ | $\tan \theta$ | $\cos \theta$ | $\sin \theta$ | κH_0 |
|--------|-----------------|---------------------|-----------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| -0,04 | -0,258065 | -0,100008 | -0,015501 | 1,350693 | 0,59503 | 0,803703 | -4,625485 |
| -0,02 | -0,129032 | -0,016453 | -0,016453 | 0,259236 | 0,968002 | 0,250941 | -1,944793 |
| -0,015 | -0,096774 | -0,009189 | -0,001424 | 0,19163 | 0,98213 | 0,188206 | -1,944793 |
| -0,01 | -0,064516 | -0,004063 | -0,00063 | 0,12647 | 0,992097 | 0,125471 | -1,944793 |
| -0,005 | 0,032258 | -0,001013 | 0,000157 | 0,062859 | 0,99803 | 0,062735 | 1,944793 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1,944793 |
| 0,005 | 0,032258 | -0,000865 | -0,000134 | -0,049775 | 0,998763 | 0,049714 | -1,316241 |
| 0,03 | 0,193548 | -0,024067 | -0,00373 | -0,230813 | 0,974382 | 0,2249 | -0,944558 |
| 0,035 | 0,225806 | -0,03204 | -0,004966 | -0,263378 | 0,967022 | 0,254693 | -0,903073 |
| 0,045 | 0,290323 | -0,051084 | -0,007918 | -0,326609 | 0,950583 | 0,310469 | -0,827348 |
| 0,06 | 0,387097 | -0,087136 | -0,013506 | -0,41783 | 0,922695 | 0,38553 | -0,725981 |
| 0,09 | 0,580645 | -0,184951 | -0,028667 | -0,591245 | 0,8608 | 0,508943 | -0,556075 |
| 0,12 | 0,774194 | -0,315475 | -0,048899 | -0,756377 | 0,797552 | 0,60325 | -0,424362 |
| 0,15 | 0,967742 | -0,477363 | -0,073991 | -0,915613 | 0,737541 | 0,675302 | -0,324998 |
| 0,20 | 1,290323 | -0,814252 | -0,126209 | -1,171341 | 0,649291 | 0,76054 | -0,212751 |

Cuadro 8.8: Cálculos preliminares para el perfil de la superficie libre del agua y la distribución de presión para la carga total de diseño H_0

| $\frac{H}{H_0} = 1,00$ | x | $\frac{d}{H_0}$ | d | $\frac{p}{\rho H_0}$ | $\frac{p}{\rho}$ | $\frac{p}{\rho}$ ajustada | Coordenadas de la superficie libre del agua |
|------------------------|--------|-----------------|----------|----------------------|------------------|---------------------------|---|
| $F = 0,520968$ | | | | | | | ζ |
| -8,450766 | -0,04 | 1,827001 | 0,283185 | -0,051005 | -0,007906 | -0,0075955 | -0,187597 |
| -1,790724 | -0,02 | 0,920779 | 0,142721 | 0,041869 | 0,00649 | -0,00904 | -0,055814 |
| -1,72663 | -0,015 | 0,887822 | 0,137612 | -0,011068 | -0,001716 | 0,000291 | -0,040899 |
| -1,679934 | -0,01 | 0,863811 | 0,133891 | -0,052263 | -0,008101 | 0,007471 | -0,026799 |
| -1,651284 | -0,005 | 0,849079 | 0,131607 | -0,07873 | -0,012203 | 0,012046 | -0,013256 |
| -1,641592 | 0,00 | 0,844096 | 0,130835 | -0,0879 | -0,013625 | 0,013625 | 0 |
| -0,981676 | 0,005 | 0,745818 | 0,115602 | -0,004335 | -0,000672 | 0,000538 | 0,010747 |
| -0,654661 | 0,03 | 0,693086 | 0,107428 | 0,069261 | 0,010735 | -0,014466 | 0,054161 |
| -0,604188 | 0,035 | 0,669036 | 0,103701 | 0,041099 | 0,00637 | -0,011337 | 0,061412 |
| -0,525847 | 0,045 | 0,635581 | 0,098515 | 0,010581 | 0,00164 | -0,009558 | 0,075586 |
| -0,433882 | 0,06 | 0,597649 | 0,092636 | -0,014248 | -0,002208 | -0,011298 | 0,095714 |
| -0,300231 | 0,09 | 0,539911 | 0,083686 | -0,032612 | -0,005055 | -0,023613 | 0,132592 |
| -0,209728 | 0,12 | 0,49422 | 0,076604 | -0,032807 | -0,005085 | -0,043814 | 0,166211 |
| -0,148025 | 0,15 | 0,455463 | 0,070597 | -0,027011 | -0,004187 | -0,069805 | 0,197674 |
| -0,085375 | 0,20 | 0,401291 | 0,0622 | -0,016065 | -0,00249 | -0,123719 | 0,247306 |

Cuadro 8.9: Cálculo del perfil de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión sobre el cimacio para la carga total de diseño H_0

$H_1 = 0,0755 \text{ m}$

| x | $\frac{x}{H_0}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | ζ | $\tan \theta$ | $\cos \theta$ | $\sin \theta$ | κH_0 |
|--------|-----------------|---------------------|-----------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| -0,04 | 0,258065 | -0,100008 | -0,015501 | 1,350693 | 0,59503 | 0,803703 | -4,625485 |
| -0,02 | -0,129032 | -0,016453 | -0,016453 | 0,259236 | 0,968002 | 0,250941 | -1,944793 |
| -0,015 | -0,096774 | -0,009189 | -0,001424 | 0,19163 | 0,98213 | 0,188206 | -1,944793 |
| -0,01 | -0,064516 | -0,004063 | -0,00063 | 0,12647 | 0,992097 | 0,125471 | -1,944793 |
| 0,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1,944793 |
| 0,035 | 0,225806 | -0,03204 | -0,004966 | -0,263378 | 0,967022 | 0,254693 | -0,903073 |
| 0,045 | 0,290323 | -0,051084 | -0,007918 | -0,326609 | 0,950583 | 0,310469 | -0,827348 |
| 0,06 | 0,387097 | -0,087136 | -0,013506 | -0,41783 | 0,922695 | 0,38553 | -0,725981 |
| 0,09 | 0,580645 | -0,184951 | -0,028667 | -0,591245 | 0,8608 | 0,508943 | -0,556075 |
| 0,12 | 0,774194 | -0,315475 | -0,048899 | -0,756377 | 0,797552 | 0,60325 | -0,424362 |
| 0,15 | 0,967742 | -0,477363 | -0,073991 | -0,915613 | 0,737541 | 0,675302 | -0,324998 |
| 0,20 | 1,290323 | -0,814252 | -0,126209 | -1,171341 | 0,649291 | 0,76054 | -0,212751 |

Cuadro 8.10: Cálculos preliminares para el perfil de la superficie libre del agua y la distribución de presión para la carga total de operación H_1

| $\frac{H}{H_0} = 0,50$ | | | | | | | | | | | Coordenadas de la superficie libre del agua | | |
|------------------------|--------|-----------------|----------|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---|--------------------|--------------------|
| $F = 0,172143$ | | | | | | | | | | | x | ζ | |
| χ | x | $\frac{d}{H_0}$ | d | $\frac{p}{\rho g H_0}$ | $\frac{p}{\rho g}$ | $\frac{p}{\rho g}$ | $\frac{p}{\rho g}$ |
| -4,611571 | -0,04 | 0,996992 | 0,154534 | 0,3869 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 | 0,059969 |
| -0,875911 | -0,02 | 0,450388 | 0,06981 | 0,233253 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 | 0,036154 |
| -0,823173 | -0,015 | 0,42327 | 0,065607 | 0,198457 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 | 0,030761 |
| -0,77873 | -0,01 | 0,400418 | 0,062065 | 0,166129 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 | 0,02575 |
| -0,729928 | 0 | 0,375324 | 0,058175 | 0,126889 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 | 0,019668 |
| -0,294085 | 0,035 | 0,325649 | 0,050476 | 0,168422 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 | 0,026105 |
| -0,247338 | 0,045 | 0,298953 | 0,046338 | 0,13582 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 | 0,021052 |
| -0,197147 | 0,06 | 0,271559 | 0,042092 | 0,104778 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 | 0,016241 |
| -0,129478 | 0,09 | 0,232843 | 0,036091 | 0,066839 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 | 0,01036 |
| -0,086782 | 0,12 | 0,204501 | 0,031698 | 0,044958 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 | 0,006968 |
| -0,059215 | 0,15 | 0,1822 | 0,028241 | 0,03159 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 | 0,004896 |
| -0,032704 | 0,2 | 0,15372 | 0,023827 | 0,019075 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 | 0,002957 |

Cuadro 8.11: Cálculo del perfil de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión sobre el cimacio para la carga total de operación H_1

$H_2 = 0,2159 \text{ m}$

| x | $\frac{x}{H_0}$ | $\frac{\zeta}{H_0}$ | ζ | $\tan \theta$ | $\cos \theta$ | $\sin \theta$ | κH_0 |
|--------|-----------------|---------------------|-----------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| -0,04 | 0,258065 | -0,100008 | -0,015501 | 1,350693 | 0,59503 | 0,803703 | -4,625485 |
| -0,02 | -0,129032 | -0,016453 | -0,016453 | 0,259236 | 0,968002 | 0,250941 | -1,944793 |
| -0,015 | -0,096774 | -0,009189 | -0,001424 | 0,19163 | 0,98213 | 0,188206 | -1,944793 |
| -0,01 | -0,064516 | -0,004063 | -0,00063 | 0,12647 | 0,992097 | 0,125471 | -1,944793 |
| 0,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1,944793 |
| 0,035 | 0,225806 | -0,03204 | -0,004966 | -0,263378 | 0,967022 | 0,254693 | -0,903073 |
| 0,045 | 0,290323 | -0,051084 | -0,007918 | -0,326609 | 0,950583 | 0,310469 | -0,827348 |
| 0,06 | 0,387097 | -0,087136 | -0,013506 | -0,41783 | 0,922695 | 0,38553 | -0,725981 |
| 0,09 | 0,580645 | -0,184951 | -0,028667 | -0,591245 | 0,8608 | 0,508943 | -0,556075 |
| 0,12 | 0,774194 | -0,315475 | -0,048899 | -0,756377 | 0,797552 | 0,60325 | -0,424362 |
| 0,15 | 0,967742 | -0,477363 | -0,073991 | -0,915613 | 0,737541 | 0,675302 | -0,324998 |
| 0,20 | 1,290323 | -0,814252 | -0,126209 | -1,171341 | 0,649291 | 0,76054 | -0,212751 |

Cuadro 8.12: Cálculos preliminares para el perfil de la superficie libre del agua y la distribución de presión para la carga total de operación H_2

| $\frac{H}{H_0} = 1,33$ | | | | | | | | | | |
|------------------------|--------|-----------------|----------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $F = 0,779394$ | | | | | | | | | | |
| χ | x | $\frac{d}{H_0}$ | d | $\frac{p}{\rho H_0}$ | $\frac{p}{\rho g}$ |
| -11,020684 | -0,04 | 2,382601 | 0,369303 | -0,669608 | -0,103789 | -0,103789 | 0,088288 | 0,088288 | 0,088288 | 0,088288 |
| -2,45921 | -0,02 | 1,26451 | 0,195999 | -0,143015 | -0,022167 | -0,022167 | 0,019617 | 0,019617 | 0,019617 | 0,019617 |
| -2,390963 | -0,015 | 1,229418 | 0,19056 | -0,199361 | -0,030901 | -0,030901 | 0,029477 | 0,029477 | 0,029477 | 0,029477 |
| -2,342834 | -0,01 | 1,20467 | 0,186724 | -0,241205 | -0,037387 | -0,037387 | 0,036757 | 0,036757 | 0,036757 | 0,036757 |
| -2,304591 | 0,00 | 1,185006 | 0,183676 | -0,275786 | -0,042747 | -0,042747 | 0,042747 | 0,042747 | 0,042747 | 0,042747 |
| -0,691025 | 0,035 | 0,771008 | 0,119506 | -0,403951 | -0,062612 | -0,062612 | 0,057667 | 0,057667 | 0,057667 | 0,057667 |
| -0,624169 | 0,045 | 0,760118 | 0,117818 | -0,358227 | -0,055525 | -0,055525 | 0,047645 | 0,047645 | 0,047645 | 0,047645 |
| -0,533001 | 0,06 | 0,739321 | 0,114595 | -0,310848 | -0,048181 | -0,048181 | 0,03475 | 0,03475 | 0,03475 | 0,03475 |
| -0,384535 | 0,09 | 0,69493 | 0,107714 | -0,240981 | -0,037352 | -0,037352 | 0,008874 | 0,008874 | 0,008874 | 0,008874 |
| -0,27627 | 0,12 | 0,652548 | 0,101145 | -0,184305 | -0,028567 | -0,028567 | -0,019972 | -0,019972 | -0,019972 | -0,019972 |
| -0,199274 | 0,15 | 0,612968 | 0,09501 | -0,138418 | -0,021455 | -0,021455 | -0,051949 | -0,051949 | -0,051949 | -0,051949 |
| -0,118161 | 0,20 | 0,553011 | 0,085717 | -0,083897 | -0,013004 | -0,013004 | -0,112107 | -0,112107 | -0,112107 | -0,112107 |

| Coordenadas de la superficie libre del agua | |
|---|----------|
| x | ζ |
| -0,33681 | 0,204245 |
| -0,069184 | 0,187177 |
| -0,050864 | 0,18573 |
| -0,033428 | 0,184618 |
| 0 | 0,183676 |
| 0,06528 | 0,110661 |
| 0,081374 | 0,104183 |
| 0,103918 | 0,092414 |
| 0,144494 | 0,064435 |
| 0,180674 | 0,032387 |
| 0,213832 | 0,00303 |
| 0,264911 | -0,06913 |

Cuadro 8.13: Cálculo del perfil de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión sobre el cimacio para la carga total de operación H_2

Comentarios

Los resultados calculados, experimentales y mediante gráficas adimensionales, de las figuras 5.2 y 6.2 se dibujaron para las tres condiciones de operación; tanto los de la superficie libre del agua como los de la distribución de la carga de presión.

En las figuras 8.2, 8.3 y 8.4 se observa la concordancia de los resultados obtenidos por el cuerpo de ingenieros WES, los valores teóricos y los experimentales. Los perfiles del flujo calculados para las tres condiciones de operación se muestran con línea llena donde se observan también los puntos obtenidos experimentalmente. Se observa una excelente concordancia entre los perfiles teóricos y los experimentales para la región aguas abajo de la cresta, pero para la región antes de ella, se presentan pequeñas diferencias. La comparación entre los valores teóricos y los experimentales de la distribución de la carga de presión nuevamente se observan mayores discrepancias antes de la cresta que después que ella, ya que para los valores de χ se acercan o rebasan el valor límite de (-2) que es el límite de acuerdo con las hipótesis de un flujo poco profundo. Como en el caso de la superficie libre del agua las mayores discrepancias se presentan ligeramente detrás de la cresta, pero una vez alcanzada la sección crítica existe una gran coincidencia entre los valores teóricos y experimentales.

Pudo así afirmarse que la aplicación de las ecuaciones y la teoría a las curvas convexas conduce efectivamente a buenos resultados, ya que a pesar de las pequeñas diferencias, habría que pensar que los resultados experimentales también tienen un grado de error humano.

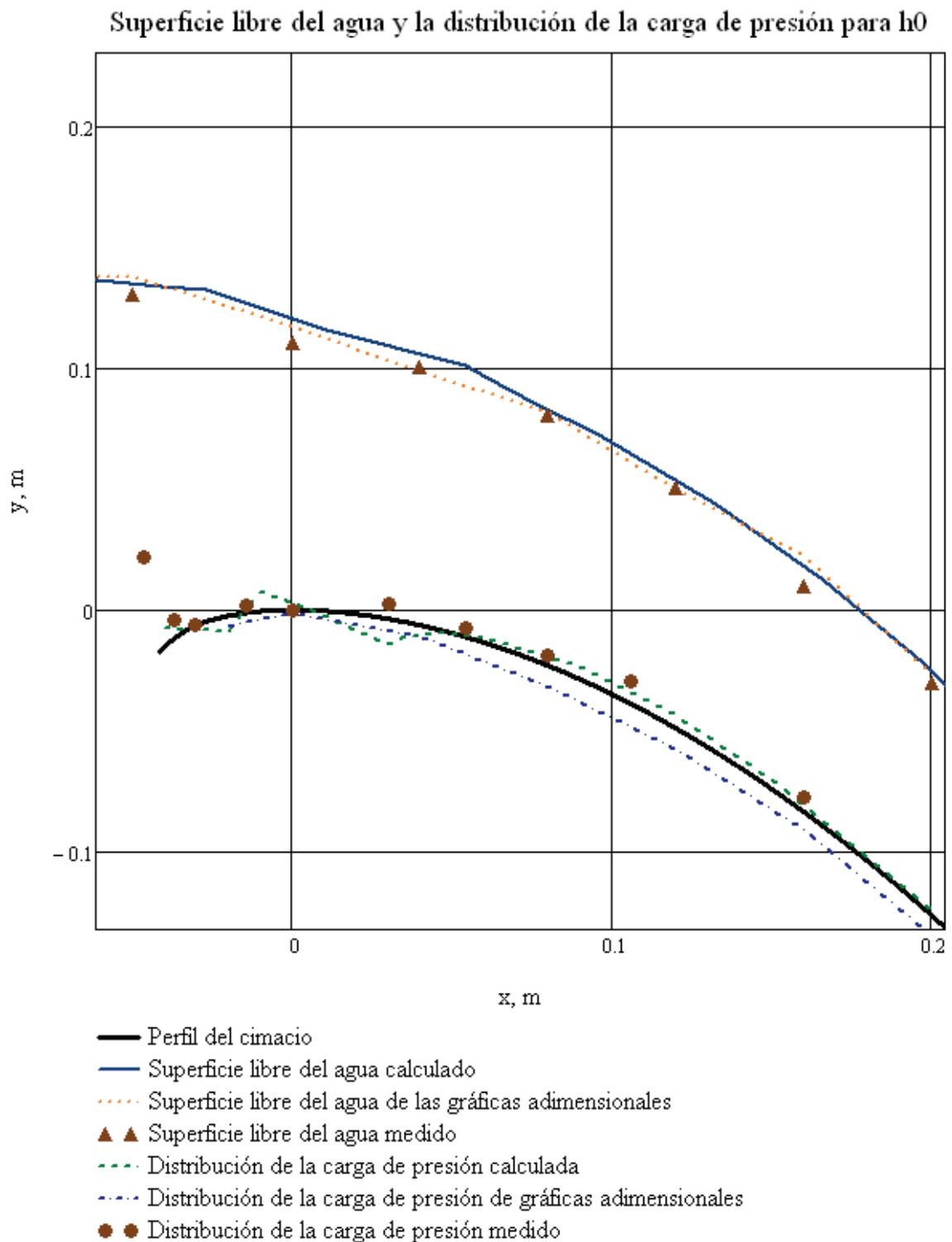


Figura 8.2: Perfiles de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión sobre el cimacio para $H = 1,00H_0$

Superficie libre del agua y la distribución de la carga de presión para h_1

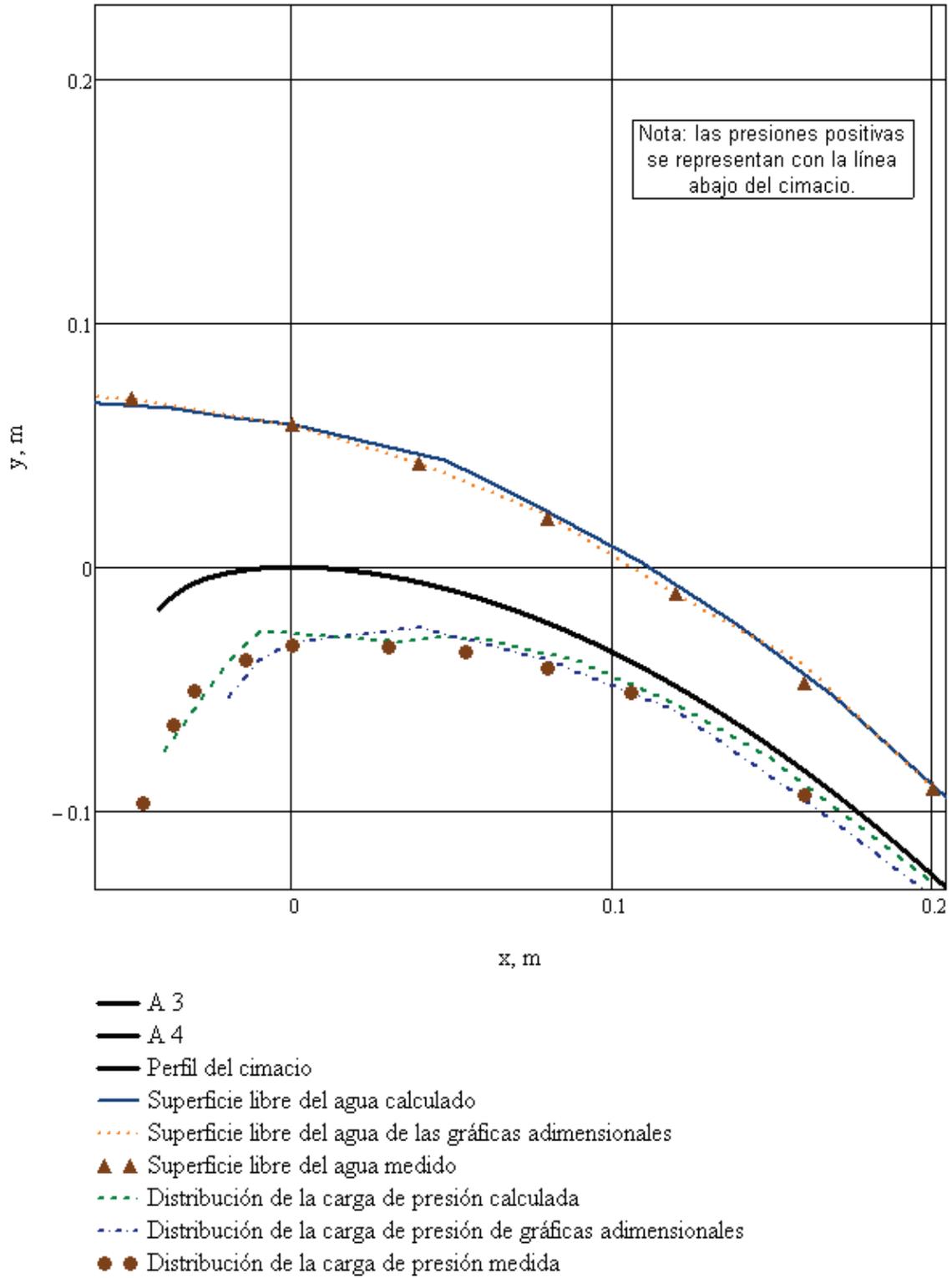


Figura 8.3: Perfiles de la superficie libre del agua y distribución de la carga de presión sobre el cimacio para $H = 0,50H_0$

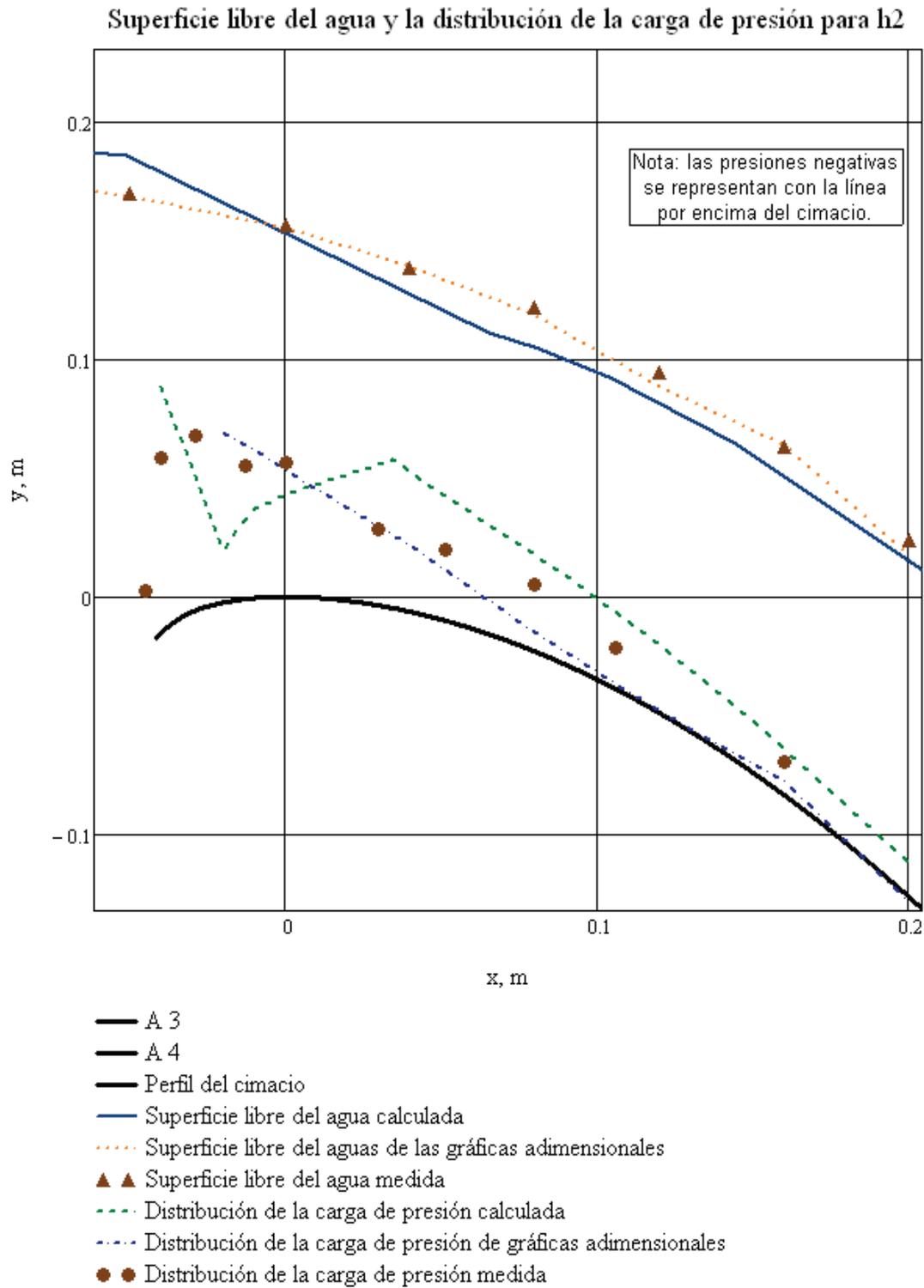


Figura 8.4: Perfiles de la superficie libre del agua y la distribución de la carga de presión sobre el cimacio para $H = 1,33H_0$