



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

COMPARACIÓN DE MÉTODOS PARA EVALUAR EL
TIEMPO DE LIBERACIÓN DE FALLA EN SISTEMAS
DE POTENCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en Ingeniería
Ingeniería Eléctrica - Control

PRESENTA:

Leopoldo Quiñones Soto

TUTOR:

Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

CO-TUTOR:

Dra. María Cristina Verde Rodarte

2010



Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez
Secretario: Dra. María Cristina Verde Rodarte
Vocal: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz
1er Suplente: Dr. Luis A. Alvarez Icaza Longoria
2do Suplente: Dr. Claudio Ruben Fuerte Esquivel

Lugar donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México
México, D.F.

TUTOR DE TESIS:
DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ

FIRMA

A mi Padre

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco al Dr. Paul Maya por haberme aguantado durante tanto tiempo y por toda su ayuda tan necesaria para poder terminar esta tesis. Igualmente, a la Dra. Cristina por sus comentarios que ayudaron a mejorar el presente trabajo. Agradezco también al jurado de mi examen de grado, los doctores Paul, Cristina, Luis, Gerardo y Claudio, y a los demás profesores que tuve durante la maestría, en especial a los doctores Jaime y Jesús, por todos los conocimientos que me transmitieron.

A mi familia, a mis papás Rafael y Ana María, a mis hermanos Raúl y Selene, por estar conmigo en todo momento.

A Dios, por haberme guiado durante toda mi vida y por darme la fuerza para seguir adelante.

Finalmente, agradezco a CONACYT (Registro Núm. 268100) por la beca de maestría que me otorgó.

Índice General

Introducción	9
Motivación	9
Antecedentes	10
Objetivos y Contribución	11
Organización de la Tesis	12
1 Sistemas Eléctricos de Potencia: Conceptos Generales	13
1.1 Estabilidad	14
1.1.1 Estabilidad Transitoria	15
1.2 Generador Síncrono Conectado a un Bus Infinito (SMIB)	17
1.2.1 La Máquina Síncrona	18
1.2.2 Ecuaciones Electromagnéticas	19
1.2.3 Ecuaciones Mecánicas	26
1.2.4 Ecuaciones de la Red	27
1.2.5 Modelo Matemático del Sistema SMIB	28
1.2.6 Modelo de Tercer Orden con Decaimiento de Flujo	29
2 El Tiempo Crítico de Liberación de Falla (t_{cr})	33
2.1 Introducción	33
2.2 Análisis del Sistema SMIB	35

2.2.1	Forma de Representar las Fallas	37
2.3	Métodos para Estimar el t_{cr}	39
2.3.1	Simulación	39
2.3.2	Región de Atracción	41
2.3.3	Punto de Equilibrio Inestable	42
2.3.4	Sensibilidad	44
3	Ejemplo Ilustrativo	46
3.1	Lazo Abierto	47
3.2	Lazo Cerrado	51
3.2.1	Controlador IDA-PBC	52
3.2.2	Controlador IDA-OF	56
3.3	Comparación de los Resultados Obtenidos	59
4	Conclusiones	62
	Bibliografía	64
A	Función de Lyapunov en Lazo Abierto	66
A.1	Derivada de la Función de Lyapunov	68
B	Puntos de Equilibrio en Lazo Abierto	69

Índice de Figuras

1.1	Sistema Eléctrico de Potencia (SEP)	13
1.2	Clasificación de la estabilidad en los SEP	15
1.3	Estabilidad transitoria para el sistema SMIB	16
1.4	Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)	17
1.5	Conjunto de ecuaciones que describen al sistema SMIB	18
1.6	Diagrama esquemático de un generador trifásico elemental	19
1.7	Circuitos de rotor y estator de una máquina síncrona	20
1.8	Circuito magnético básico	21
1.9	Circuitos magnéticamente acoplados	22
1.10	Circuito equivalente de la fase a del SMIB	28
2.1	El Tiempo Crítico de Liberación de Falla (t_{cr})	34
2.2	Diagrama del SMIB durante una falla	37
2.3	Circuito equivalente: (a) prefalla = posfalla (b) durante la falla	38
2.4	Intervalos de tiempo cuando ocurre una falla	39
2.5	Comportamiento de los parámetros del sistema SMIB durante una falla	39
2.6	Tipo de respuesta obtenida mediante el método de simulación	40
2.7	Tiempo crítico aplicando el método UEP	43
2.8	Estimado del tiempo crítico	44

3.1	Comportamiento de los estados en lazo abierto	47
3.2	Curvas de nivel de la función de Lyapunov en lazo abierto y respuesta del sistema con dos valores de t_{cl}	49
3.3	Zoom de la Figura 3.2	50
3.4	Sensibilidad del sistema en lazo abierto, para dos tiempos de liberación de falla	51
3.5	Comportamiento de los estados en lazo cerrado. Controlador IDA-PBC	54
3.6	Curvas de nivel de la función de Lyapunov con el controlador IDA-PBC y respuesta del sistema para dos valores de t_{cl}	55
3.7	Sensibilidad del sistema en lazo cerrado. Controlador IDA-PBC.	56
3.8	Comportamiento de los estados en lazo cerrado. Controlador IDA-OF	58
3.9	Curvas de nivel de la función de Lyapunov con el controlador IDA-OF y respuesta del sistema para dos valores de t_{cl}	60
3.10	Sensibilidad del sistema en lazo cerrado. Controlador IDA-OF	61

Introducción

Motivación

En pleno siglo XXI, la sociedad actual no podría concebir su mundo sin energía eléctrica; esta forma de energía es la más usada en el mundo, es la base para el desarrollo industrial y tecnológico de todos los países, además de ser parte importante del desarrollo social. La energía eléctrica es el motor que mueve al mundo.

Los sistemas responsables de la generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica a nivel mundial, son los llamados “Sistemas Eléctricos de Potencia” (SEP). Estos sistemas operan hace más de un siglo, y en un principio empezaron como sistemas pequeños con un número reducido de máquinas y consumos. Con el paso de los años, gracias al desarrollo industrial y al crecimiento exponencial de la población mundial, estos sistemas fueron creciendo, dando lugar a los grandes sistemas interconectados existentes hoy en día. En las últimas tres décadas, y debido principalmente a factores como el incremento del consumo de energía eléctrica en las áreas de carga, se ha provocado la tendencia de operar a los SEP bajo condiciones inusuales de sobrecarga, lo cual ha dado lugar a que estos sistemas experimenten nuevos problemas que antes pasaban inadvertidos.

En este contexto, siendo los SEP uno de los sistemas más complejos que existen, debido a la gran cantidad de componentes que los conforman, es lógico pensar que hay muchos problemas relacionados con ellos. Uno de los muchos problemas presentes en los SEP es el de la estabilidad. En la presente tesis, se estudiará un tipo de estabilidad denominada *transitoria*, la cual está relacionada con el comportamiento del SEP cuando se presenta una falla de gran magnitud, como puede ser la pérdida de una línea o de un generador. El tiempo máximo durante el cual se debe liberar la falla para evitar que todo el sistema se vuelva inestable, denominado *tiempo crítico de liberación de falla* (t_{cr}), es un indicador importante de la estabilidad transitoria del SEP.

La razón principal que motivó a la creación de la presente tesis fue que, aunque en la literatura se dispone de una gran variedad de métodos para calcular un valor aproximado del t_{cr} , existen discrepancias evidentes en los resultados obtenidos. Por tal razón, se presenta el análisis y la comparación de cuatro de los métodos usados para calcular el t_{cr} ; dichos métodos serán: simulación, región de atracción, punto de equilibrio inestable y sensibilidad. Lo anterior se lleva a cabo haciendo

uso de un sistema formado por un generador síncrono conectado a un bus infinito mediante líneas de transmisión¹.

Antecedentes

Existen distintos métodos para calcular el t_{cr} , probablemente el más usado por la comunidad aplicada de Sistemas de Potencia es la simulación en el dominio del tiempo, el cuál consiste en resolver las ecuaciones que caracterizan al sistema, empleando distintos métodos de integración [Salam, 1984]. Es considerado el más exacto y en teoría, puede manejar cualquier modelo del generador, cargas y otros sistemas de control. Este método es usado siempre como un marco de referencia respecto a otros métodos, sin embargo resulta ser muy lento cuando se trabaja con SEP de gran magnitud, debido a la gran cantidad de simulaciones que se deben llevar a cabo.

Existen también los llamados métodos “directos” los cuales evalúan el tiempo de liberación de falla sin resolver las ecuaciones diferenciales del Sistema de Potencia. Un método directo es el llamado de las áreas iguales, el cuál analiza en forma gráfica las áreas bajo la curva formadas por la relación entre la potencia eléctrica generada y el ángulo del rotor de los tres estados de operación de un generador síncrono (antes, durante y después de una falla) y de esta forma, permite saber si un sistema, formado por un generador acoplado a un bus infinito², sigue siendo estable o no, después de ser sujeto a una falla; lo anterior se lleva a cabo sin resolver las ecuaciones que describen al sistema, lo único que se requiere conocer es la máxima desviación en el ángulo del rotor del generador para así determinar el margen de estabilidad [Anderson and Foad, 1999].

Igualmente, dentro de los métodos directos, existen los que hacen uso de funciones de energía, éstos emplean un criterio de estabilidad basado en la construcción de una función de Lyapunov para determinar la estabilidad del punto de equilibrio para el sistema posfalla. Dichos métodos son más rápidos que los basados en simulación, sin embargo son menos exactos debido a que dependen de la función de Lyapunov elegida, además de que frecuentemente es difícil encontrar una función adecuada.

En este contexto, en [El-Abiad and Nagappan, 1966] se obtiene un aproximado de la región de estabilidad asintótica para el sistema posfalla, basándose en el teorema de Lyapunov, para así poder calcular el t_{cr} ; además, se presenta el método para calcular dicha región de estabilidad. Uno de los primeros trabajos que analizan completamente el problema de estabilidad transitoria aplicando funciones de energía es [Pai, 1989], el cuál contempla además la incorporación de los modelos de carga no lineal empleando funciones de energía individuales. Este trabajo, que está basado principalmente en [Pai, 1981], también muestra la forma de obtener el tiempo crítico a través del cálculo del punto de equilibrio inestable (UEP, Unstable Equilibrium Point) del sistema posfalla y mediante la integración

¹Todos los conceptos mencionados en este párrafo serán descritos más detalladamente en capítulos subsecuentes.

²Este sistema será analizado en la Sección 1.2

de las ecuaciones del sistema con falla hasta dicho punto.

Dentro de las características importantes de los métodos directos, se encuentra la posibilidad de relacionar las variaciones de una función de energía con respecto a algún parámetro del sistema, lo cual permite el control y monitoreo del sistema de potencia, como en [Nguyen *et al.*, 2002], en donde se obtiene la sensibilidad de la variación de una función de energía del sistema con respecto a dos tiempos de liberación de falla menores al t_{cr} , y mediante una interpolación se obtiene un aproximado del t_{cr} .

Otro tipo de métodos son los híbridos, los cuales son relativamente recientes e intentan unificar las mejores bondades de los métodos descritos anteriormente, i.e., hacen uso de la integración en el dominio del tiempo y de un método basado en una función de energía. Dichos métodos pueden simular con mucho detalle a cada uno de los elementos del sistema y evalúan la estabilidad transitoria por un método directo, una vez que han reconocido condiciones de estado del sistema, al resolver las ecuaciones diferenciales [Siewierski *et al.*, 1996].

Recientemente, las redes neuronales artificiales (ANN, Artificial Neural Network), las cuales son una técnica avanzada de reconocimiento de patrones que usan neuronas artificiales para resolver problemas específicos, han sido usadas para determinar el t_{cr} , como se muestra en [Krishna *et al.*, 2008] y [Pothisarn and Jiriwibhakom, 2003].

Objetivos y Contribución

Objetivos

Se plantean los siguientes objetivos:

1. Analizar cómo una falla, en particular un cortocircuito trifásico, afecta la estabilidad del sistema.
2. Realizar el análisis y la comparación de cuatro métodos usados para calcular el tiempo crítico de liberación de falla.
3. Mostrar cómo se mejora el tiempo crítico de liberación de falla mediante el uso de controladores.

Contribución

La principal contribución de esta tesis es la de comparar los resultados que arrojan algunos métodos presentados en la literatura científica para calcular el tiempo crítico de liberación de falla, y de esta

forma, analizar las discrepancias que ocurren entre los mismos; aquí se trabajará con cuatro métodos en particular: simulación, región de atracción, punto de equilibrio inestable y sensibilidad.

Cuando se presenta un cortocircuito trifásico en el sistema formado por un generador síncrono conectado a un bus infinito, se hace la suposición de que, durante el tiempo en el que está presente el cortocircuito, solo cambiará uno de los parámetros del modelo [Ortega *et al.*, 2001]. En realidad, ésto no es así; por lo tanto, otra contribución será la explicación de cómo cambian otros parámetros del sistema, lo cuál será estudiado en el Capítulo 3 de la presente tesis. Una contribución adicional será el cálculo de un aproximado de la región de atracción, para el sistema posfalla en lazo abierto.

Organización de la Tesis

El resto de la tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 1 se empieza por revisar algunos conceptos relativos a Sistemas de Potencia que serán útiles a lo largo de la tesis, principalmente se revisa el concepto de estabilidad transitoria y se hace un estudio del sistema utilizado para los análisis de estabilidad, el cual está formado por un generador síncrono acoplado a un bus infinito a través de líneas de transmisión. En el Capítulo 2 se revisa a fondo el concepto de tiempo crítico de liberación de falla y su influencia en la estabilidad transitoria, se analiza con más detalle el modelo deducido en el Capítulo 1 y se muestran cuatro métodos para calcularlo. En el Capítulo 3, haciendo uso de valores numéricos, se obtiene el valor del t_{cr} para dos escenarios del sistema, en lazo abierto y en lazo cerrado, se implementan dos controles basados en pasividad y se hace una comparación de los resultados obtenidos. En el Capítulo 4 se presentan las conclusiones correspondientes y se propone un trabajo a futuro.

Capítulo 1

Sistemas Eléctricos de Potencia: Conceptos Generales

Un SEP está formado básicamente por tres partes principales que son: generación, transmisión y distribución. El proceso mediante el cual la energía eléctrica llega desde una central generadora hasta el consumidor final, se representa en la Figura 1.1. Las centrales generadoras son el primer eslabón en esta cadena, el principio mediante el cual se rigen todas las centrales es el mismo: al hacer girar una espira que está bajo la acción de un campo magnético, se genera una corriente eléctrica gracias al fenómeno de inducción. Lo que hace diferentes a estas centrales es la forma de obtener la fuerza o par que hace girar dicha espira, ya sea por medios hidráulicos, eólicos, vapor, etc. Esta potencia eléctrica es llevada a través de largas líneas de transmisión, las cuales hacen uso de transformadores para elevar el voltaje y así lograr una mejor transmisión de corriente alterna. Por último el sistema de distribución maneja voltajes menores y se encarga de llevar la energía eléctrica al usuario final.

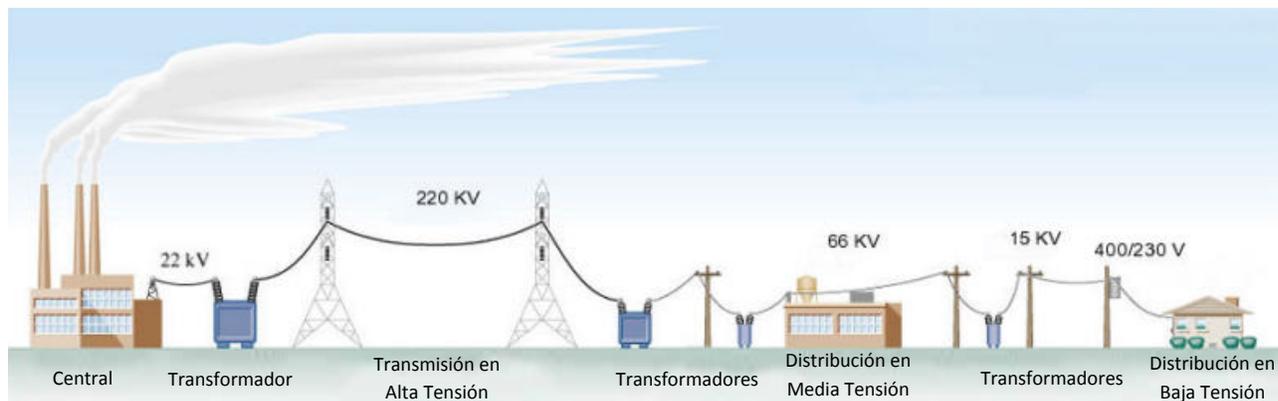


Figura 1.1: Sistema Eléctrico de Potencia (SEP)

Los SEP son sistemas muy complejos, lo que ocasiona que existan muchos fenómenos aso-

ciados a ellos. Sin embargo, dentro de los más estudiados se encuentra el fenómeno de estabilidad, el cuál será analizado a detalle en este capítulo.

1.1 Estabilidad

Aunque la estabilidad de un SEP no es un problema trivial, el concepto general es bastante simple. La estabilidad se define como la capacidad de un sistema de potencia para mantener un estado de equilibrio en condiciones normales de operación y para recobrar un estado de equilibrio después de estar sujeto a una perturbación física, con todas las variables del sistema (voltaje, corriente, etc.) acotadas, tal que sea preservada la integridad del sistema [Kundur, 1993].

La integridad del sistema se preserva cuando prácticamente todo el SEP sigue funcionando sin ausencia de generadores o cargas, excepto por aquellos elementos que intencionalmente se desconectan para conservar la continuidad en la operación del resto del sistema. El SEP es un sistema altamente no-lineal el cuál opera en un ambiente en constante cambio: cargas, salidas del generador, topología y parámetros clave de operación, que cambian constantemente.

Ciertamente, la estabilidad en los SEP comprende un solo problema, sin embargo, el intentar estudiarlo así genera muchas dificultades, debido a su complejidad y a la gran cantidad de variables inmersas en el mismo. Debido a ésto, se optó por hacer algunas simplificaciones logrando así reducir la magnitud del problema y poniendo una mayor atención a los factores que influyen de una forma significativa en el caso de estudio. Así, surgen áreas de estudio específicas en el campo de la estabilidad de los SEP como se muestra en la Figura 1.2 (obtenida de [Kundur *et al.*, 2004]), donde se puede observar un panorama general de los distintos tipos de estabilidad dentro de los SEP. En esta figura se remarca el tipo de estabilidad con que se trabajará, que es la llamada “estabilidad transitoria”, que está relacionada con fallas de gran magnitud, y como se verá en la siguiente sección, su análisis requiere un estudio de la dinámica del generador síncrono.

Antes de continuar, es importante hacer una distinción entre dos conceptos que muy frecuentemente se usan indistintamente: perturbación y falla. Una perturbación es un cambio repentino en una condición de operación o en un parámetro del sistema de potencia, es menos grave que una falla y además el sistema está diseñado para lidiar con dicho cambio y seguir operando eficientemente, por ejemplo en los SEP se tiene el ruido o pequeñas variaciones en la carga. Una falla, sin embargo, cambia por completo el comportamiento del sistema, como podría ser la desconexión de una línea de transmisión o un cortocircuito, lo que adicionalmente origina que cambie la topología del SEP.

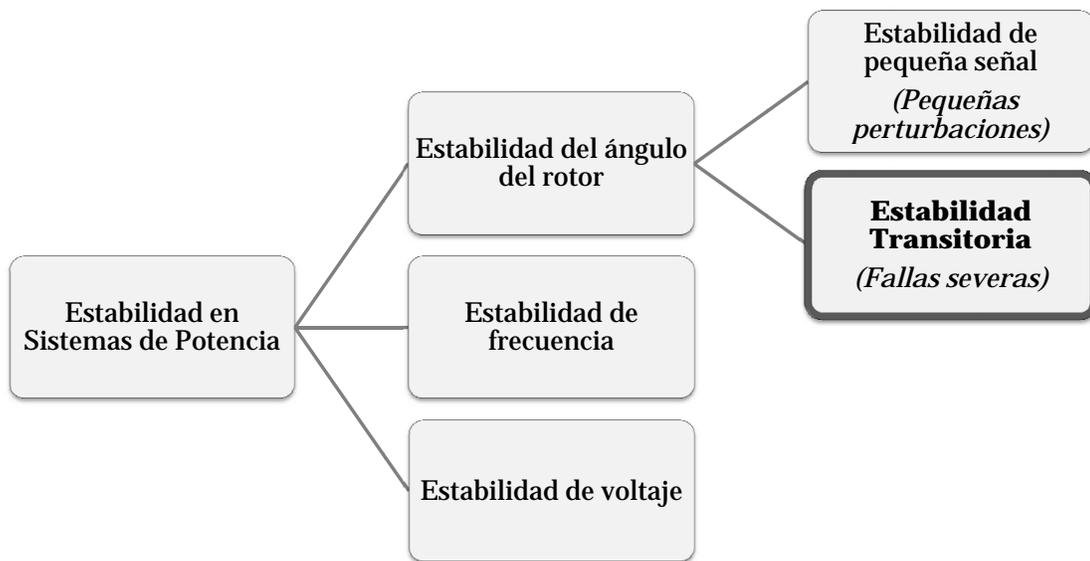


Figura 1.2: Clasificación de la estabilidad en los SEP

1.1.1 Estabilidad Transitoria

Se empezará por hacer una definición del concepto de estabilidad transitoria desde un punto de vista de sistemas dinámicos. Para una información más completa acerca de la estabilidad transitoria en los SEP vea [Anderson and Fouad, 1999], [Chapman, 1996], [Kundur, 1993] y [Machowski *et al.*, 2008].

Definición 1 (Estabilidad Transitoria) *Suponga que un SEP está definido por:*

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.1)$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapeo vectorial. En un tiempo t_0 el sistema (1.1) se encuentra operando en un punto de equilibrio asintóticamente estable x_* . Suponga que en un tiempo t_f , donde $t_f > t_0$, se presenta una falla que obliga a que las trayectorias de (1.1) abandonen x_* . Si en un tiempo t_{cl} , donde $t_{cl} > t_f$, se elimina dicha falla y las trayectorias de (1.1) no han abandonado la región de atracción¹ de x_* , entonces se dice que el sistema preserva la estabilidad transitoria.

Para lograr un mejor entendimiento de la definición anterior, se hará uso de la configuración compuesta por un generador síncrono acoplado a un bus infinito mediante dos líneas de transmisión, SMIB² (Single Machine Infinite Bus), el cuál se muestra en la Figura 1.3. Un bus infinito ejemplifica a un SEP muy grande que no se ve afectado por cambios en el generador.

¹En la Sección 2.3.2 se hará la definición de formal de región de atracción

²Esta configuración, sus principales características y su respectivo modelo matemático se presentarán con más detalle en la Sección 1.2.

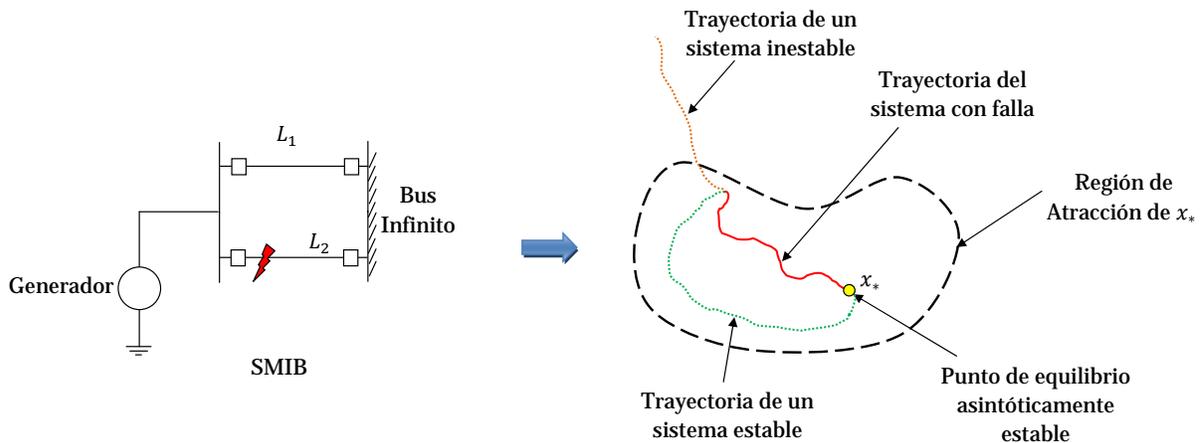


Figura 1.3: Estabilidad transitoria para el sistema SMIB

Como se verá posteriormente, el sistema SMIB tiene dos puntos de equilibrio, uno estable y otro inestable. En el punto de equilibrio estable las variables del sistema, como voltaje, velocidad angular del rotor, potencia, etc. se encuentran dentro de límites aceptables. En condiciones normales de operación, esto es, antes de que se presente alguna falla o perturbación, el sistema SMIB tiene un punto de equilibrio estable, denotado como x_* en la Figura 1.3. Sin embargo, cuando se presenta una falla, en este caso un cortocircuito trifásico en la línea L_2 , las trayectorias del sistema (trayectorias del sistema con falla) empiezan a diverger, ésto es, la magnitud de los estados se aleja de su valor en equilibrio, lo cuál se origina debido a que el cortocircuito limita la potencia transferida al bus infinito y como consecuencia el generador se empieza a acelerar, para cumplir con las condiciones de transferencia de potencia.

Por lo tanto, es necesario llevar a cabo una acción correctiva para que el sistema no se vuelva inestable, ésto es, para que las variables del sistema permanezcan acotadas. En este caso la acción correctiva será aislar la línea L_2 del resto del sistema activando las protecciones correspondientes. Es importante hacer notar que, evidentemente, el punto de equilibrio estable del sistema prefalla será distinto del punto de equilibrio estable del sistema posfalla, debido a que al liberar la falla, esto es, al remover la línea L_2 (Figura 1.3), cambiará la topología del sistema y por lo tanto cambiará el punto de equilibrio; a pesar de ello, un buen principio de análisis es considerar que, las trayectorias del sistema posfalla convergerán al mismo punto de equilibrio que se tenía antes de que se presentara la falla. Dicha suposición será tomada en consideración a lo largo de la presente tesis³.

Es fácil mostrar que el punto de equilibrio estable del sistema SMIB es un nodo estable⁴, por lo que, de acuerdo a la teoría de sistemas dinámicos, tiene asociada una región de atracción, esto es, una región en la que las trayectorias que inician ahí tienden al punto de equilibrio estable cuando el

³Vea la Sección 2.2.1.

⁴Vea el Apéndice B, en donde se demuestra esta afirmación para el sistema en lazo abierto.

tiempo tiende a infinito. En la Figura 1.3, se muestra la región de atracción de x_* ; si se libera la falla antes de que las trayectorias del sistema con falla abandonen la región de atracción de x_* se dice que el sistema tiene estabilidad transitoria, ya que estas trayectorias, al iniciar dentro de dicha región de atracción, tenderán a x_* a medida que se incremente el tiempo.

Aquí un parámetro importante, es el tiempo máximo disponible para realizar la acción correctiva, denominado “tiempo crítico de liberación de falla”; se deja este concepto para analizarlo más a detalle en el Capítulo 2.

A continuación, se deducirá el modelo matemático que describe la dinámica del sistema SMIB.

1.2 Generador Síncrono Conectado a un Bus Infinito (SMIB)

En su contexto más general, un SEP puede ser visualizado como la interconexión entre fuentes de generación y áreas de carga a través de líneas de transmisión. Esta configuración, conocida como SMIB (Single Machine Infinite Bus) se representa en la Figura 1.4, en donde se observa un generador síncrono que se conecta a un bus infinito mediante dos líneas de transmisión, L_1 y L_2 . Un bus infinito representa a toda la red, y puede ser visto como una fuente de voltaje, de magnitud y frecuencia constantes.

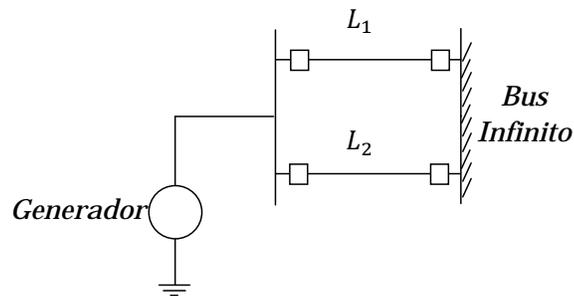


Figura 1.4: Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)

El modelo matemático completo que define al sistema SMIB comprende tres conjuntos de ecuaciones, como se ilustra en la Figura 1.5. Primero, un conjunto de ecuaciones electromagnéticas que se obtienen analizando los circuitos magnéticos presentes en el rotor y estator. Después, ecuaciones mecánicas, las cuáles están descritas básicamente por la ecuación de oscilación. Por último, están las ecuaciones de la red eléctrica, la cual está formada por el generador síncrono acoplado a líneas de transmisión con un bus infinito. Como se puede observar, los dos primeros conjuntos de ecuaciones tienen que ver directamente con la dinámica del generador. Por lo tanto, primero se hará una breve revisión de la máquina síncrona.

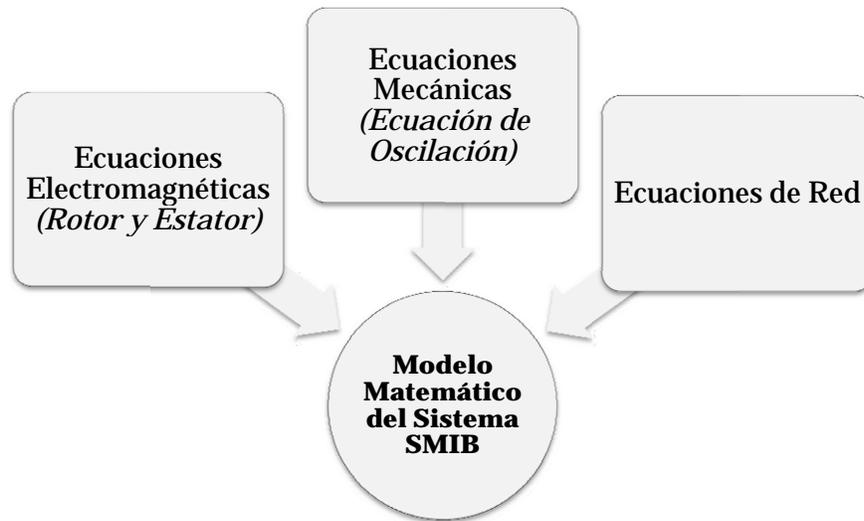


Figura 1.5: Conjunto de ecuaciones que describen al sistema SMIB

1.2.1 La Máquina Síncrona

La máquina síncrona que opera como un generador de corriente alterna (CA) impulsada por una turbina para convertir la energía mecánica en eléctrica es la principal fuente de generación de potencia en el mundo.

Las dos partes principales de una máquina síncrona son estructuras ferromagnéticas. La parte estacionaria, que es esencialmente un cilindro hueco, se llama estator o armadura, y tiene ranuras longitudinales en las que hay bobinas del devanado de armadura. Estos devanados llevan la corriente suministrada a la carga eléctrica por el generador, o la corriente recibida por un motor desde una fuente de CA. El rotor es la parte de la máquina que se monta sobre una flecha y rota dentro del estator hueco. El devanado sobre el rotor, llamado devanado de campo, se alimenta con corriente directa (CD).

Se suministra la corriente de CD al devanado de campo por medio de un excitador, que puede ser un generador montado sobre la misma flecha, o una fuente de CD separada, conectada a los devanados de campo por medio de escobillas sobre anillos deslizantes.

En la Figura 1.6 (obtenida de [Kundur, 1993]) se muestra un generador trifásico muy elemental, que muestra la vista terminal de un rotor cilíndrico de dos polos y sección transversal del estator. El devanado de campo (indicado por la bobina f) da lugar a los polos señalados como N y S . El eje de los polos de campo se llama eje directo o eje d , mientras que la línea en el centro del espacio entre los polos, se denomina eje de cuadratura o simplemente eje q . En la Figura 1.6 también se puede observar que la dirección positiva a lo largo del eje d adelanta en 90° a la dirección positiva a lo largo del eje q .

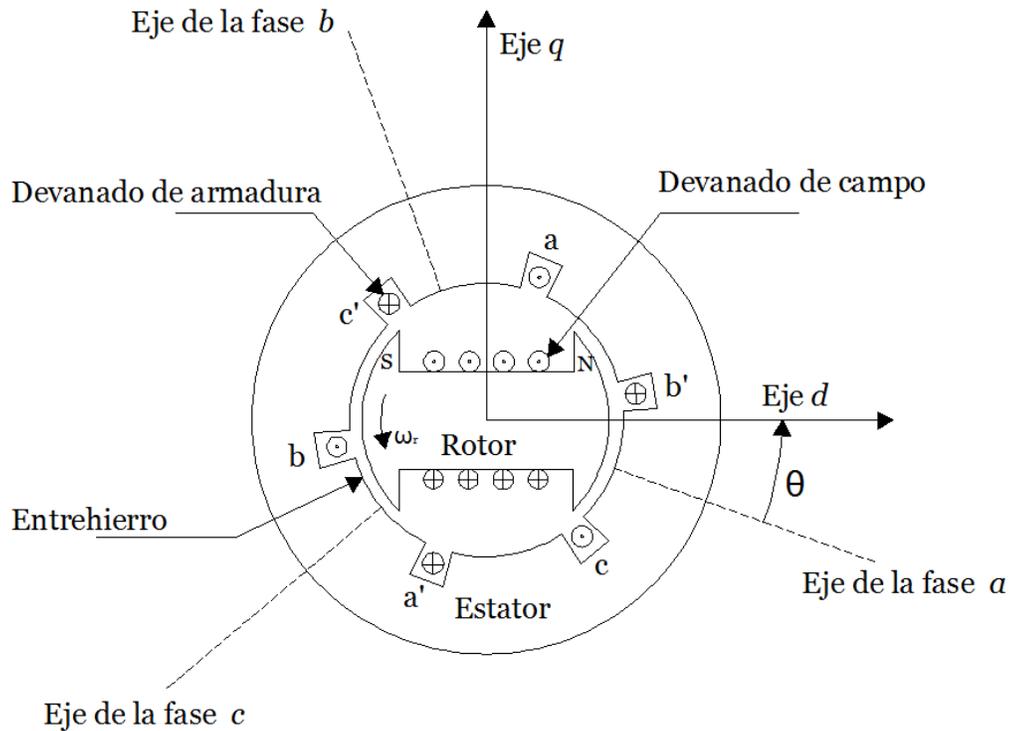


Figura 1.6: Diagrama esquemático de un generador trifásico elemental

1.2.2 Ecuaciones Electromagnéticas

La Figura 1.7 muestra los circuitos involucrados en el análisis de la máquina síncrona. El circuito del estator consta de bobinas trifásicas de corriente alterna, los subíndices a, b, c denotan la fase correspondiente. Los circuitos del rotor comprenden bobinas de campo y de amortiguamiento; aquí los subíndices kd y kq representan los circuitos amortiguadores en los ejes d y q respectivamente ($k = 1, 2, \dots, n$, con n = número de circuitos de amortiguamiento), y fd se refiere a la bobina de campo⁵.

En la presente sección se usará la siguiente notación:

e_a, e_b, e_c = voltaje instantáneo de fase a neutro en el estator

i_a, i_b, i_c = corriente instantánea en las fases a, b, c del estator

e_{fd} = voltaje de campo

⁵El contenido de esta sección está basado en [Kundur, 1993]

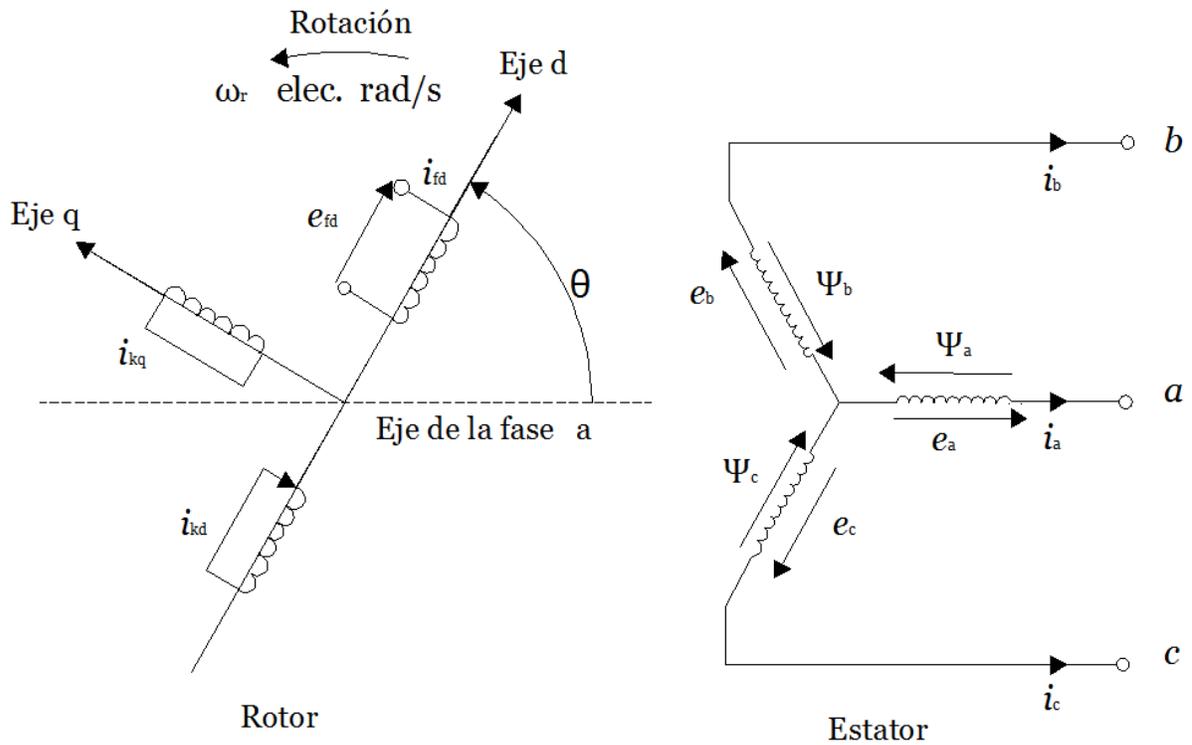


Figura 1.7: Circuitos de rotor y estator de una máquina síncrona

i_{fd}, i_{kd}, i_{kq} = corrientes de campo y del circuito de amortiguamiento

R_{fd}, R_{kd}, R_{kq} = resistencias en los circuitos del rotor

l_{aa}, l_{bb}, l_{cc} = inductancias propias de las bobinas del estator

l_{ab}, l_{bc}, l_{ca} = inductancias mutuas entre bobinas del estator

$l_{afd}, l_{akd}, l_{akq}$ = inductancias mutuas entre las bobinas del rotor y del estator

$l_{ffd}, l_{kkd}, l_{kkq}$ = inductancias propias

R_a = resistencia de armadura por fase

Ecuaciones de voltaje

En la Figura 1.8 se muestra el esquema de un circuito magnético básico, el cuál consta de una bobina de N vueltas y resistencia r . De acuerdo a la Ley de Faraday, el voltaje en terminales e_1 está dado por:

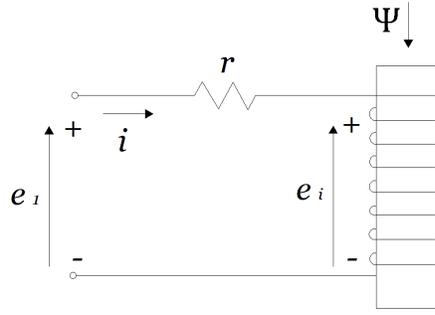


Figura 1.8: Circuito magnético básico

$$e_1 = e_i + ri = \frac{d\Psi}{dt} + ri \quad (1.2)$$

donde i es la corriente, Ψ el valor instantáneo del flujo magnético y t el tiempo.

De acuerdo a la ecuación (1.2) se puede concluir que el valor del voltaje en cada fase del estator será:

$$\begin{aligned} e_a &= \dot{\Psi}_a + R_a i_a \\ e_b &= \dot{\Psi}_b + R_a i_b \\ e_c &= \dot{\Psi}_c + R_a i_c \end{aligned} \quad (1.3)$$

Siguiendo la misma lógica para los circuitos del rotor, se tiene que el devanado de campo está conectado a una fuente de corriente directa, por lo tanto:

$$e_{fd} = \dot{\Psi}_{fd} + R_{fd} i_{fd} \quad (1.4)$$

También, dentro de los circuitos del rotor, se tienen los circuitos de amortiguamiento, cuyas corrientes están confinadas en dos conjuntos de circuitos cerrados; un circuito de amortiguamiento está en línea con el eje d y otro en el eje q , ésto es:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{\Psi}_{kd} + R_{kd} i_{kd} \\ 0 &= \dot{\Psi}_{kq} + R_{kq} i_{kq} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Ecuaciones de flujo magnético

Por otra parte, para un circuito acoplado como el mostrado en la Figura 1.9, se tiene que:

$$e_1 = \dot{\Psi}_1 + r_1 i_1$$

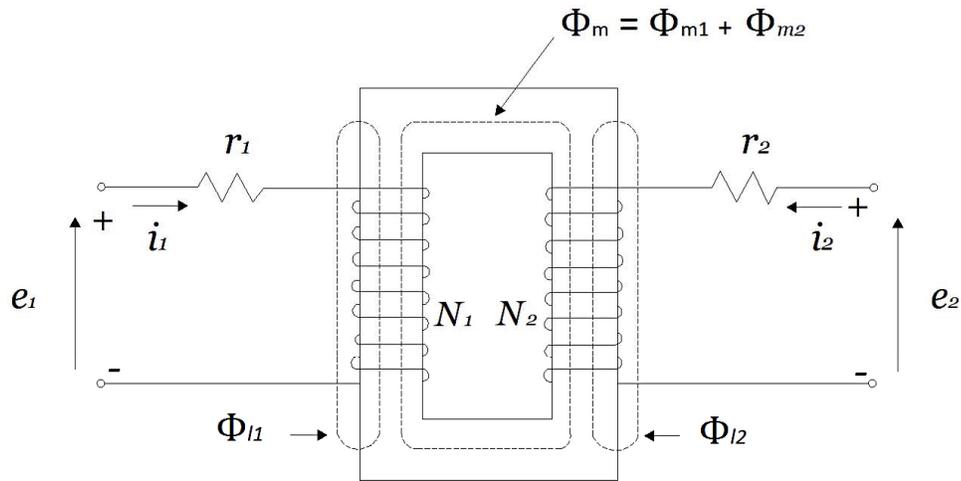


Figura 1.9: Circuitos magnéticamente acoplados

$$e_2 = \dot{\Psi}_2 + r_2 i_2$$

donde:

$$\Psi_1 = N_1(\Phi_{m1} + \Phi_{l1}) + N_1 \Phi_{m2}$$

$$\Psi_2 = N_2(\Phi_{m2} + \Phi_{l2}) + N_2 \Phi_{m1}$$

además:

Φ_{m1} = flujo magnético mutuo debido a la bobina 1

Φ_{l1} = flujo magnético en la bobina 1

Φ_{m2} = flujo magnético mutuo debido a la bobina 2

Φ_{l2} = flujo magnético en la bobina 2

N_1, N_2 = número de vueltas de las bobinas 1 y 2, respectivamente

El flujo magnético puede ser expresado en términos de inductancias mutuas y propias cuyas expresiones son:

$$L_{11} = N_1(\Phi_{m1} + \Phi_{l1})/i_1 = L_{m1} + L_{l1}$$

$$L_{22} = N_2(\Phi_{m2} + \Phi_{l2})/i_2 = L_{m2} + L_{l2}$$

De igual forma, la inductancia mutua entre las bobinas 1 y 2 es:

$$L_{12} = N_1 \Phi_{m2}/i_2$$

$$L_{21} = N_2 \Phi_{m1} / i_1$$

Por tanto:

$$\Psi_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$\Psi_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

En las ecuaciones anteriores, es importante considerar las direcciones relativas correspondientes a los flujos mutuos y a los propios, mediante el uso del signo algebraico apropiado para la inductancia mutua. La inductancia mutua es positiva, si las corrientes positivas en las dos bobinas producen flujos mutuos y propios en la misma dirección (i.e. los flujos se suman), de lo contrario, es negativa. Siguiendo esta lógica, el flujo magnético en la fase a del estator en cualquier instante de tiempo, está dado por:

$$\Psi_a = -l_{aa}i_a - l_{ab}i_b - l_{ac}i_c + l_{afd}i_{fd} + l_{akd}i_{kd} + l_{akq}i_{kq}$$

Expresiones similares se pueden aplicar para los flujos en las bobinas b y c . Todas las inductancias de la ecuación anterior (denotadas por la letra l) están en función de la posición del rotor y por lo tanto, son variantes en el tiempo. Para transformar esta expresión a otra en la que las inductancias sean constantes, se lleva a cabo el procedimiento descrito en [Kundur, 1993], en dónde se hace uso de las propiedades de la permeabilidad y de cómo ésta varía en función de la posición del rotor. Llevando a cabo dicho procedimiento, se definen inductancias constantes (denotadas por la letra L) las cuales estarán relacionadas con las inductancias variantes (l) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} l_{aa} &= L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \\ l_{bb} &= L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ l_{cc} &= L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ l_{afd} &= L_{afd} \cos \theta \\ l_{akd} &= L_{akd} \cos \theta \\ l_{akq} &= L_{akq} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) = -L_{akq} \sin \theta \end{aligned}$$

Una vez definidas estas inductancias se obtiene las siguientes expresiones para los flujos magnéticos en cada fase del estator:

$$\begin{aligned}
\Psi_a &= -i_a[L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta] + i_b \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_c \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] \\
&\quad + i_{fd}L_{afd} \cos \theta + i_{kd}L_{akd} \cos \theta - i_{kq}L_{akq} \sin \theta \\
\Psi_b &= i_a \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] - i_b \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_c \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos (2\theta - \pi) \right] \\
&\quad + i_{fd}L_{afd} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{kd}L_{akd} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) - i_{kq}L_{akq} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\
\Psi_c &= i_a \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_b \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos (2\theta - \pi) \right] - i_c \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\
&\quad + i_{fd}L_{afd} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{kd}L_{akd} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) - i_{kq}L_{akq} \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

De igual forma para el rotor, las expresiones de flujo quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\Psi_{fd} &= L_{ffd}i_{fd} + L_{fkd}i_{kd} - L_{afd} \left[i_a \cos \theta + i_b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\
\Psi_{kd} &= L_{fkd}i_{fd} + L_{kkd}i_{kd} - L_{akd} \left[i_a \cos \theta + i_b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\
\Psi_{kq} &= L_{kkq}i_{kq} + L_{akq} \left[i_a \sin \theta + i_b \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]
\end{aligned} \tag{1.7}$$

La transformación $dq\theta$

Las ecuaciones (1.3) - (1.7) describen completamente el comportamiento dinámico de la maquina síncrona. Sin embargo, estas ecuaciones contienen términos de inductancia los cuales varían con el ángulo θ , el cuál a su vez varía con el tiempo. Ésto hace que dichas ecuaciones sean complejas y por lo tanto difíciles de resolver, por lo que se opta por hacer una transformación a un marco de referencia con nuevas variables, las cuáles se denotarán por los subíndices d , q y θ , y estarán dadas por:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

Por medio de la transformación descrita por (1.8), también denominada “Transformación de Park”, se obtienen nuevas ecuaciones que describen a la máquina síncrona, las cuales se muestran a continuación:⁶

⁶Las siguientes ecuaciones están expresadas en la representación Por Unidad (PU)

- Ecuaciones de voltaje del estator:

Usando (1.3) y transformando a componentes $dq0$ (Transformación de Park (1.8)), se obtiene:

$$\begin{aligned} e_d &= \dot{\Psi}_d - \Psi_q \omega_r - R_a i_d \\ e_q &= \dot{\Psi}_q + \Psi_d \omega_r - R_a i_q \\ e_0 &= \dot{\Psi}_0 - R_a i_0 \end{aligned}$$

Estas ecuaciones tienen una forma similar a aquélla de una espira estática, excepto por los términos $\Psi_d \omega_r$ y $\Psi_q \omega_r$, los cuáles son el resultado de la transformación de un marco de referencia estacionario a uno rotatorio, y representan el hecho de que una onda rotatoria de flujo en sincronismo con el rotor, creará voltajes en la espira de la armadura estacionaria.

- Ecuaciones de voltaje del rotor:

De la misma forma, usando (1.4) y (1.5) y transformando a componentes $dq0$, haciendo uso de (1.8), se concluye que:

- Voltaje de campo:

$$e_{fd} = \dot{\Psi}_{fd} + R_{fd} i_{fd}$$

- Circuitos de amortiguamiento:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{\Psi}_{1d} - R_{1d} i_{1d} \\ 0 &= \dot{\Psi}_{1q} - R_{1q} i_{1q} \\ 0 &= \dot{\Psi}_{2q} - R_{2q} i_{2q} \end{aligned}$$

Aquí cabe señalar que se consideran dos circuitos de amortiguamiento en el eje q y se usan los subíndices $1q$ y $2q$ (en lugar de kq) para identificarlos. Solo se considera un circuito de amortiguamiento en el eje d y se denota con el subíndice $1d$.

- Ecuaciones de flujo del estator:

Definiendo las siguientes inductancias:

$$\begin{aligned} L_{ad} + L_l &= L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_{aa2} \\ L_{aq} + L_l &= L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_{aa2} \\ L_0 &= L_{aa0} - 2L_{ab0} \end{aligned}$$

y sustituyendo (1.8) en (1.6) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi_d &= -(L_{ad} + L_l) i_d + L_{ad} i_{fd} + L_{ad} i_{1d} \\ \Psi_q &= -(L_{aq} + L_l) i_q + L_{aq} i_{1q} + L_{aq} i_{2q} \\ \Psi_0 &= -L_0 i_0 \end{aligned}$$

- Ecuaciones de flujo del rotor:
Finalmente, sustituyendo (1.8) en (1.7) se tiene que:

$$\begin{aligned}\Psi_{fd} &= L_{ffd}\dot{i}_{fd} + L_{fd1d}\dot{i}_{1d} - L_{ad}\dot{i}_d \\ \Psi_{1d} &= L_{fd1d}\dot{i}_{fd} + L_{11d}\dot{i}_{1d} - L_{ad}\dot{i}_d \\ \Psi_{1q} &= L_{11q}\dot{i}_{1q} + L_{aq}\dot{i}_{2q} - L_{aq}\dot{i}_q \\ \Psi_{2q} &= L_{aq}\dot{i}_{1q} + L_{22q}\dot{i}_{2q} - L_{aq}\dot{i}_q\end{aligned}$$

1.2.3 Ecuaciones Mecánicas

Ecuación de Oscilación

Cualquier desbalance en el torque neto que actúa sobre el rotor del generador, causará aceleración o desaceleración en el mismo; si se considera que el eje del rotor es rígido, se puede asumir que la inercia total del rotor será simplemente la suma de las inercias individuales. Lo anterior se puede expresar aplicando la Segunda Ley de Newton, con lo que se obtiene⁷:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a = T_m - T_e \quad (1.9)$$

donde:

- J = Momento de inercia combinado del generador y la turbina ($kg.m^2$)
- ω_m = Velocidad angular del rotor (rad/s)
- T_a = Torque de aceleración
- T_m = Torque mecánico
- T_e = Torque electromagnético
- t = tiempo (s)

La constante de inercia H definida como la energía cinética a la velocidad síncrona ω_0 es:

$$H = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \quad (1.10)$$

Las grandes redes de potencia operan en una frecuencia constante (50 o 60 Hz) y éstas confían casi exclusivamente en los generadores eléctricos para la provisión de energía eléctrica; una condición

⁷El contenido de esta sección está basado en [Machowski *et al.*, 2008].

necesaria para transmisión de potencia es que todos los generadores operen a la velocidad síncrona, es decir, estén en sincronismo. La velocidad síncrona está directamente relacionada con el número de polos de la máquina y la frecuencia (f) del sistema al que está conectada, de acuerdo con la expresión: $\omega_0 = 2\pi f$. La frecuencia (en Hz) está dada por:

$$f = \frac{P N}{2 \cdot 60} \quad (1.11)$$

donde P es el número de polos y N la velocidad del rotor (rpm). De acuerdo con esta expresión una máquina de dos polos y 60 Hz opera a 3600 rpm, mientras que una de cuatro polos lo hace a 1800rpm, por lo general, los turbogeneradores de vapor que queman combustibles fósiles son máquinas de dos polos, mientras que las unidades hidrogenadoras son máquinas más lentas con muchos pares de polos.

Se definirá a ω_r como la velocidad relativa del rotor con respecto a la velocidad síncrona, esto es $\omega_r = \omega_m - \omega_0$. Sustituyendo (1.10) en (1.9) y definiendo a ω_r como la velocidad relativa del rotor con respecto a la velocidad síncrona ($\omega_r = \omega_m - \omega_0$) se obtiene:

$$\frac{2H}{\omega_0} \dot{\omega}_r = P_m - P_e$$

donde $P_m = T_m \omega_0$ es la potencia mecánica y $P_e = T_e \omega_0$ la potencia eléctrica. Esta ecuación se suele complementar agregando un término proporcional a la desviación de la velocidad, el cual corresponde al amortiguamiento (K_D) de la máquina síncrona, esto es:

$$\frac{2H}{\omega_0} \dot{\omega}_r = P_m - P_e - K_D \omega_r \quad (1.12)$$

La ecuación (1.12) es llamada *ecuación de oscilación* y es la relación fundamental que rige el comportamiento dinámico del rotor. Si δ es la posición angular del rotor con respecto a una referencia rotatoria síncrona y δ_0 es su valor en $t = 0$:

$$\delta = \omega_m t - \omega_0 t + \delta_0 \Rightarrow \dot{\delta} = \omega_m - \omega_0 = \omega_r$$

1.2.4 Ecuaciones de la Red

Se considera el sistema formado por un generador síncrono conectado a un bus infinito, de magnitud E_B , mediante líneas de transmisión que tienen resistencia R_E y reactancia X_E . Como se observa en la Figura 1.10 los voltajes y corrientes para la fase a son: $e_a = R_E i_a + jX_E i_a + E_B$.

Por tanto se puede deducir que:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_B \\ E_B \\ E_B \end{bmatrix} + (R_E + jX_E) \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

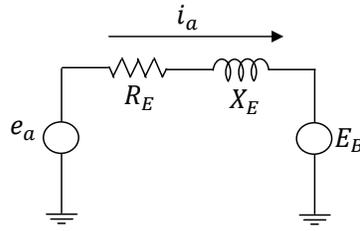


Figura 1.10: Circuito equivalente de la fase a del SMIB

Aplicando la transformacion de Park (ecuación (1.8)) a la expresión anterior, para obtener el voltaje en términos de componentes $d - q$, se tiene que [Kundur, 1993]:

$$\begin{aligned} e_d &= R_E i_d - X_E i_q + E_B \sin \delta \\ e_q &= R_E i_q + X_E i_d + E_B \cos \delta \end{aligned}$$

1.2.5 Modelo Matemático del Sistema SMIB

De acuerdo con el análisis matemático realizado en las tres secciones anteriores, se deduce el llamado modelo “completo” del sistema SMIB el cual, se reduce al siguiente conjunto de ecuaciones⁸:

Ecuaciones Electromagnéticas

- Ecuaciones de voltaje del estator:

$$\begin{aligned} e_d &= \dot{\Psi}_d - \Psi_q \omega_r - R_a i_d \\ e_q &= \dot{\Psi}_q + \Psi_d \omega_r - R_a i_q \end{aligned} \quad (1.13)$$

- Ecuaciones de voltaje del rotor:

- Voltaje de campo:

$$e_{fd} = \dot{\Psi}_{fd} + R_{fd} i_{fd} \quad (1.14)$$

- Circuitos de amortiguamiento:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{\Psi}_{1d} - R_{1d} i_{1d} \\ 0 &= \dot{\Psi}_{1q} - R_{1q} i_{1q} \end{aligned} \quad (1.15)$$

⁸En estas ecuaciones se omitieron los términos correspondientes a la secuencia cero, debido a que en condiciones balanceadas $i_a + i_b + i_c = 0$ y como $i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c)$ por lo tanto $i_0 = e_0 = 0$

- Ecuaciones de flujo del estator:

$$\begin{aligned}\Psi_d &= -(L_{ad} + L_l)i_d + L_{ad}\dot{i}_{fd} + L_{ad}\dot{i}_{1d} \\ \Psi_q &= -(L_{aq} + L_l)i_q + L_{aq}\dot{i}_{1q} + L_{aq}\dot{i}_{1q}\end{aligned}\quad (1.16)$$

- Ecuaciones de flujo del rotor:

$$\begin{aligned}\Psi_{fd} &= L_{ffd}\dot{i}_{fd} + L_{f1d}\dot{i}_{1d} - L_{ad}\dot{i}_d \\ \Psi_{1d} &= L_{f1d}\dot{i}_{fd} + L_{11d}\dot{i}_{1d} - L_{ad}\dot{i}_d \\ \Psi_{1q} &= L_{11q}\dot{i}_{1q} + L_{aq}\dot{i}_{2q} - L_{aq}\dot{i}_q \\ \Psi_{2q} &= L_{aq}\dot{i}_{1q} + L_{22q}\dot{i}_{2q} - L_{aq}\dot{i}_q\end{aligned}\quad (1.17)$$

Ecuaciones Mecánicas

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega_r \\ \frac{2H}{\omega_0}\dot{\omega}_r &= P_m - P_e - K_D\omega_r\end{aligned}\quad (1.18)$$

Ecuaciones de la Red

$$\begin{aligned}e_d &= R_E\dot{i}_d - X_E\dot{i}_q + E_B \sin \delta \\ e_q &= R_E\dot{i}_q + X_E\dot{i}_d + E_B \cos \delta\end{aligned}\quad (1.19)$$

1.2.6 Modelo de Tercer Orden con Decaimiento de Flujo

El modelo formado por las ecuaciones (1.13) - (1.19), describe completamente el desempeño dinámico del sistema SMIB, sin embargo resulta bastante complicado usarlo en estudios de estabilidad. Por lo tanto, aplicando tres reducciones a las ecuaciones anteriores se deducirá un modelo más sencillo, el denominado de tercer orden con decaimiento de flujo.

Suposición 1

En (1.13), los términos que representan los transitorios del estator ($\dot{\Psi}_d$ y $\dot{\Psi}_q$) se pueden omitir, debido a que dichos términos representan dinámicas electromagnéticas muy rápidas; por lo tanto [Kundur, 1993]:

$$\dot{\Psi}_d = \dot{\Psi}_q = 0$$

Ésto se puede llevar a cabo porque, además, dichos términos son pequeños comparados con los términos $\omega_r \Psi_q$ y $\omega_r \Psi_d$ respectivamente, y por lo tanto se pueden despreciar. Con estos términos despreciados, las ecuaciones del estator contienen solo componentes de frecuencia fundamental y las ecuaciones de voltaje de estator se vuelven ecuaciones algebraicas, como se verá más adelante. De esta forma, se generan dos nuevas ecuaciones de voltaje:

$$\begin{aligned} e_d &= -\Psi_q \omega_r - R_a i_d \\ e_q &= \Psi_d \omega_r - R_a i_q \end{aligned}$$

Combinando las ecuaciones anteriores con (1.19) se obtiene⁹:

$$\begin{aligned} \Psi_q &= -(R_a + R_E) i_d + X_E i_q - E_B \sin \delta \\ \Psi_d &= (R_a + R_E) i_q + X_E i_d + E_B \cos \delta \end{aligned} \quad (1.20)$$

Suposición 2

Se puede despreciar el efecto de las bobinas de amortiguamiento en el transitorio debido a que es pequeño. Entonces [Kundur, 1993]:

$$i_{1d} = i_{1q} = i_{2q} = 0$$

Sustituyendo en las ecuaciones (1.16), correspondientes a los flujos en el estator, y definiendo las siguientes constantes: $L_q = L_{aq} + L_l$, $L_d = L_{ad} + L_l$, $L'_d = L_d - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi_q &= -L_q i_q \\ \Psi_d &= -L'_d i_d + \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \Psi_{fd} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Combinando las ecuaciones (1.20) y (1.21) se obtienen las siguientes expresiones para i_q e i_d en función de Ψ_{fd} y δ :

$$i_q = -\frac{1}{\Delta} [L_{ffd}(R_a + R_E)E_B \cos \delta - L_{ad} + (R_a + R_E)\Psi_{fd} - L_{ffd}(X_E - L'_d)E_B \sin \delta] \quad (1.22)$$

$$i_d = -\frac{1}{\Delta} [L_{ffd}(R_a + R_E)E_B \sin \delta - L_{ad} + (X_E + L_q)\Psi_{fd} + L_{ffd}(X_E + L_q)E_B \cos \delta] \quad (1.23)$$

donde: $\Delta = L_{ffd}[(X_E + L_q)(X_E + L'_d) + (R_a + R_E)^2]$.

Igualmente, de las ecuaciones de flujo del estator se tiene que:

$$i_{fd} = \frac{1}{L_{ffd}} (\Psi_{fd} + L_{ad} i_d) \quad (1.24)$$

⁹ $\omega_r=1$ en la representación PU

Por lo tanto, sustituyendo la ecuación (1.24) en la ecuación de voltaje de campo del rotor (1.14), se obtiene:

$$\dot{\Psi}_{fd} = e_{fd} - \frac{R_{fd}}{L_{ffd}}(\Psi_{fd} + L_{ad}i_d) \quad (1.25)$$

Suposición 3

Una suposición extra que típicamente se hace es [Galaz *et al.*, 2002]:

$$R_a + R_E = 0$$

Esta suposición, al igual que la Suposición 2, denota que se no se tomará en cuenta el amortiguamiento que pudiera tener el sistema, debido a que, regularmente, es muy pequeño y se puede despreciar. Por lo tanto, la ecuación (1.23) se simplifica:

$$i_d = \frac{L_{ad}\Psi_{fd} - L_{ffd}E_B \cos \delta}{L_{ffd}(X_E + L'_d)}$$

Sustituyendo en (1.25) se obtiene:

$$\dot{\Psi}_{fd} = e_{fd} - \frac{R_{fd}}{L_{ffd}} \left[\Psi_{fd} + \frac{L_{ad}^2 \Psi_{fd} - L_{ad} L_{ffd} E_B \cos \delta}{L_{ffd}(X_E + L'_d)} \right]$$

Definiendo las siguientes constantes: $E'_q = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \Psi_{fd}$, $E_{fd}^0 = \frac{L_{ad}}{R_{fd}} e_{fd}$, $T'_{d0} = \frac{L_{ffd}}{R_{fd}}$ se obtiene:

$$T'_{d0} \dot{E}'_q = \frac{L_d - L'_d}{L'_d + X_E} E_B \cos \delta - \frac{L_d + X_E}{L'_d + X_E} E'_q + E_{fd}^0$$

Por lo tanto, de acuerdo al análisis anterior, se obtiene el llamado modelo de tercer orden con decaimiento de flujo, cuyas variables de estado son: el ángulo de carga (δ), la velocidad relativa del rotor con respecto a la velocidad síncrona (ω_r) y el voltaje interno en el eje en cuadratura (E'_q)¹⁰:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_r \\ \dot{\omega}_r &= \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e - K_D \omega_r) \\ T'_{d0} \dot{E}'_q &= \frac{X'_d - X_d}{X'_d + X_E} E_B \cos \delta - \frac{X_d + X_E}{X'_d + X_E} E'_q + E_{fd}^0 + T'_{d0} u \end{aligned} \quad (1.26)$$

¹⁰En por unidad, la reactancia es igual a la inductancia ($X = \omega L$).

donde u es una señal suplementaria agregada al voltaje de campo, que representa la entrada de control y es usada para rechazar perturbaciones que sucedan en el sistema de potencia. Además, la potencia eléctrica esta dada por:

$$P_e = \frac{E_B E'_q \sin \delta}{X'_d + X_E}$$

Capítulo 2

El Tiempo Crítico de Liberación de Falla (t_{cr})

2.1 Introducción

Dentro de los factores que afectan la estabilidad transitoria se encuentran [Kundur, 1993]:

- La carga del generador.
- El tiempo crítico de liberación de falla (t_{cr}).
- La reactancia del sistema de transmisión después de liberar la falla.
- La reactancia del generador.
- La inercia del generador.
- La magnitud del voltaje interno del generador (E'_q).
- La magnitud del voltaje del bus infinito (E_B).

Por lo tanto, en la presente tesis se hará énfasis en el t_{cr} como un indicador importante de la estabilidad transitoria de los SEP; dicho tiempo se puede definir de la siguiente forma [Bose *et al.*, 1982], [Kundur *et al.*, 2004]:

Definición 2 (Tiempo Crítico de Liberación de Falla) *Intervalo de tiempo máximo que transcurre entre la ocurrencia de una falla y la eliminación de la misma, tal que el sistema siga siendo estable.*

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, el tiempo de liberación de falla, denotado por t_{cl} (clearing time), se refiere al tiempo en el que se realiza la acción correctiva; en el caso del sistema

SMIB, el t_{cl} es el tiempo en que se desconecta la línea L_2 (vea la Figura 1.3) del resto del sistema. Por lo tanto, y de acuerdo a la definición anterior, el t_{cr} es el valor máximo permisible que puede tomar t_{cl} antes de que se activen las protecciones correspondientes a la línea L_2 . Para ilustrar este concepto se tiene la Figura 2.1 en donde se observa el punto de equilibrio estable del sistema y la región de atracción asociada al mismo; entonces, el t_{cr} corresponde al tiempo máximo tal que, al momento de liberar la falla, las trayectorias del sistema con falla se encuentren dentro de la región de atracción del punto de equilibrio estable [Khalil, 1996].

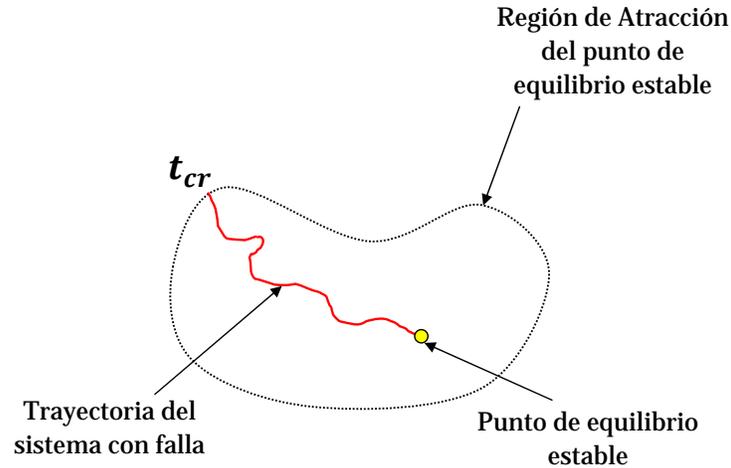


Figura 2.1: El Tiempo Crítico de Liberación de Falla (t_{cr})

Cuando se requiere que algún equipo sea removido del resto del sistema de forma rápida (lo que equivale a decir que se tiene un t_{cr} muy pequeño), se debe hacer uso de sistemas de protección que sean muy rápidos y por lo tanto muy costosos. Entonces, una idea útil para reducir costos y mejorar la eficiencia en la operación de los SEP es tratar de incrementar el t_{cr} . Existen básicamente dos formas de incrementarlo [Galaz *et al.*, 2003]:

1. Reducir la excursión de la trayectoria del sistema con falla.
2. Agrandar el tamaño de la región de atracción del punto de equilibrio del sistema posfalla.

La primera opción se puede lograr inyectando amortiguamiento al sistema, y la segunda, se logra mediante el control del voltaje de excitación del generador síncrono. Esta última opción será la elegida en la presente tesis, en donde se estudian dos leyes de control basadas en pasividad y así se logrará un incremento en el t_{cr} .

En la Sección 2.2 se realizará una revisión más a fondo del modelo de tercer orden con decaimiento de flujo para así lograr una mejor comprensión de cómo se comporta el sistema SMIB

cuando ocurre una falla. Con la Sección 2.3 se cierra este capítulo mostrando cuatro métodos usados para calcular el t_{cr} , dichos métodos son: vía simulación, región de atracción, punto de equilibrio inestable y sensibilidad.

2.2 Análisis del Sistema SMIB

En el capítulo anterior se dedujo el modelo correspondiente al sistema SMIB; se retomará de nuevo dicho modelo para analizarlo desde un punto de vista de sistemas dinámicos y se reescribirá en una forma compacta, haciendo uso de variables de estado con el fin de poder manejarlo de mejor manera.

Definiendo $[x_1, x_2, x_3] = [\delta, \omega_r, E'_q]$, el modelo descrito por (1.26) se transforma en [Galaz *et al.*, 2003]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -b_1 x_3 \sin x_1 - b_2 x_2 + P \\ \dot{x}_3 &= b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E + u \end{aligned} \quad (2.1)$$

Los coeficientes $b_i, i = 1, \dots, 4$ están definidos por los parámetros del sistema y son todos positivos. Las constantes P y E , que también son positivas, representan la potencia mecánica entregada al generador y el voltaje de campo, respectivamente. Esto es [Bazanella *et al.*, 2002]:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\omega_0 E_B}{2H(X'_d + X_E)}, & b_2 &= \frac{\omega_0 K_D}{2H}, & b_3 &= \frac{(X'_d - X_d)E_B}{T'_{d0}(X'_d + X_E)}, & b_4 &= \frac{X_d + X_E}{T'_{d0}(X'_d + X_E)} \quad (2.2) \\ E &= \frac{E'_{fd}}{T'_{d0}}, & P &= \frac{\omega_0 P_m}{2H} \end{aligned}$$

Físicamente, el ángulo de carga ($\delta = x_1$) debe tomar valores que estén entre los cero y los noventa grados, debido a que es en este intervalo en donde se genera potencia activa; además, se considerará que el voltaje interno del eje en cuadratura del generador ($E'_q = x_3$) sea siempre positivo. Por lo tanto, se restringe la operación del sistema al conjunto cerrado:

$$D_\gamma = \left\{ x \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} - \gamma, \gamma \leq x_3 \right\} \quad (2.3)$$

donde γ es un número positivo pequeño, cuya función es evitar que el ángulo de carga llegue a los noventa grados, ya que es en este ángulo, en donde la potencia generada alcanza su valor máximo.

Análisis en Lazo Abierto

Cuando no hay entrada de control ($u \equiv 0$) el sistema SMIB definido por (2.1), tiene dos puntos de equilibrio, los cuáles se pueden obtener haciendo $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$ en (2.1). De esta forma se obtienen dos expresiones para x_3 :

$$i \rightarrow x_3 = \frac{P}{b_1 \sin x_1} \quad (2.4)$$

$$ii \rightarrow x_3 = \frac{b_3 \cos x_1 + E}{b_4} \quad (2.5)$$

Las intersecciones de (2.4) y (2.5), corresponden a los puntos de equilibrio, los cuáles se denotarán por $x_* = [x_{1*}, 0, x_{3*}]^T$. Igualando las dos expresiones para x_3 y recordando que $|\sin(x_1)| \leq 1$ y $|\cos(x_1)| \leq 1$, se tiene que: $E > Pb_4/b_1 - b_3$. Si se cumple esta condición, existen dos puntos de equilibrio dentro de la región de operación D_γ , uno estable (x_e) y otro inestable (x_i).

El punto de equilibrio x_e , es un punto de equilibrio localmente estable con función de Lyapunov¹:

$$V(x) = \frac{1}{2}x_2^2 + b_1x_3(\cos x_{1_e} - \cos x_1) - P(x_1 - x_{1_e}) + \frac{b_1 b_4}{2 b_3}(x_3 - x_{3_e})^2 \quad (2.6)$$

Como se puede observar, de acuerdo a la forma de los puntos de equilibrio ($x_* = [x_{1*}, 0, x_{3*}]^T$), la función de Lyapunov evaluada en el punto de equilibrio estable x_e es cero ($V(x_e) = 0$), y tiene un mínimo local aislado en x_e , por lo tanto dicha función es positiva definida en alguna vecindad de x_e . La derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo abierto, está dada por:

$$\dot{V}(x) = -\frac{b_3}{b_1} \left[b_1(\cos x_{1_e} - \cos x_1) + \frac{b_1 b_4}{b_3}(x_3 - x_{3_e}) \right]^2 - b_2 x_2^2 \leq 0 \quad (2.7)$$

Para establecer estabilidad asintótica se necesita hacer uso del principio de invarianza de La Salle, el cuál requiere que las trayectorias sean acotadas y permanezcan dentro del conjunto donde $\dot{V}(x) \leq 0$. Típicamente estas propiedades se cumplen mediante la existencia de un conjunto compacto invariante el cual, usualmente es tomado como un conjunto subnivel de la función de Lyapunov, ésto es, el conjunto $\Omega_c = \{x | V(x) \leq c\}$. El acotamiento de los conjuntos subnivel se prueba verificando que $V(x)$ sea radialmente no acotada, ésto es, que se cumpla que $V(x) \rightarrow \infty$ cuando $|x| \rightarrow \infty$ [Khalil, 1996]. En el caso del sistema SMIB que se está analizando en la presente tesis, $V(x)$ no es radialmente no acotada y se puede asegurar que Ω_c estará acotada sólo para un c suficientemente pequeño. Lo anterior se menciona ya que, dichas propiedades serán utilizadas en la Sección 2.3.2 para calcular un aproximado de la región de atracción del sistema SMIB en lazo abierto.

¹En el Apéndice A se muestra la forma de obtener esta Función de Lyapunov y su derivada

2.2.1 Forma de Representar las Fallas

Una de las principales dificultades en el estudio de estabilidad transitoria es que las fallas, al ser muy graves como los cortocircuitos, hacen que cambie por completo la topología del sistema y, dado que el punto de equilibrio depende de la forma en que está interconectado el sistema, también cambiará. Esto representa una dificultad ya que muchas leyes de control están en función del punto de equilibrio. Existen varias aproximaciones para afrontar este problema, como lo son las leyes de control adaptable que consideran el punto de operación como un parámetro incierto [Bazanella *et al.*, 1999]. Sin embargo estas alternativas quedan fuera del alcance de la presente tesis.

Entonces, como ya se mencionó en la Sección 1.1.1, se hará la consideración de que el punto de equilibrio estable antes y después de que se presenta la falla, es el mismo. Para este fin se considera el esquema mostrado en la Figura 2.2, que es el mismo sistema mostrado en la Figura 1.4, solo que ahora la línea L_2 , aunque está energizada, no está conectada al bus infinito. Si ocurre una falla en esta línea, el sistema de protecciones la aislará del resto del sistema y por lo tanto la impedancia entre el generador y la línea será la misma antes y después de que se ha liberado la falla.

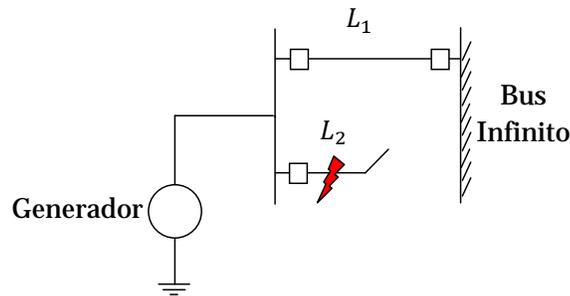


Figura 2.2: Diagrama del SMIB durante una falla

El circuito equivalente pre y posfalla es el mostrado en la Figura 2.3(a), en donde X_T es la reactancia equivalente entre el generador y el bus infinito, esto es:

$$X_{T_{pre}} = X_{T_{pos}} = X'_d + X_{L1} = X'_d + X_E \quad (2.8)$$

Sin embargo durante la falla se presenta una reactancia en derivación Δx_F como se muestra en la Figura 2.3(b). Por lo tanto, durante una falla la reactancia equivalente entre el generador y el bus infinito estará dada por la expresión [Machowski *et al.*, 2008]:

$$X_{TF} = X'_d + X_{L1} + \frac{X'_d X_{L1}}{\Delta x_F} \quad (2.9)$$

El valor de Δx_F dependerá del tipo de falla que se presente, como se muestra en la Tabla 2.1, en donde X_1, X_2 y X_0 son, respectivamente, las reactancias equivalentes de Thevenin de secuencia positiva, negativa y cero, vistas de las terminales de la falla.

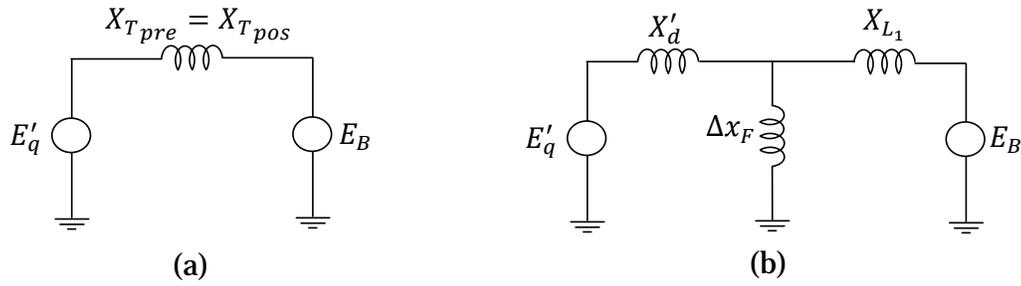


Figura 2.3: Circuito equivalente: (a) prefalla = posfalla (b) durante la falla

Tipo de falla	Trifásica	Bifásica a tierra	Fase a fase	Monofásica
Δx_F	0	$\frac{X_2 X_0}{X_2 + X_0}$	X_2	$X_1 + X_2$

Tabla 2.1: Reactancia en derivación para distintos tipos de falla

Las fallas en los SEP se pueden dividir en:

1. Fallas Simétricas

- Trifásica balanceada

2. Fallas Asimétricas

- Monofásica a tierra
- Línea a línea
- Bifásica a tierra

La mayor parte de las fallas en líneas de transmisión son originadas por descargas atmosféricas. La falla monofásica a tierra es la más común, llegando a constituir entre el 70 y el 80% de las fallas en líneas de transmisión, la falla trifásica constituye aproximadamente el 5%, siendo el número más pequeño de fallas.

Debido a que es imposible predecir en qué instante pueda ocurrir una falla, se debe estar preparado para la peor situación. De acuerdo a lo anterior y teniendo en mente que la presente tesis está orientada al análisis del tiempo crítico de liberación de falla, se considerará únicamente el caso de un cortocircuito trifásico que, aunque es el que menos se presenta, es el peor escenario posible. En este caso $\Delta x_F = 0$ y por lo tanto $X_{T_F} \rightarrow \infty$. Analizando los parámetros del generador dados en la ecuación (2.2), se observa que durante una falla, el término correspondiente a la reactancia equivalente entre el generador y el bus infinito ($X'_d + X_E$) $\rightarrow \infty$. Por lo tanto se concluye que durante la falla antes descrita:

$$b_1 = b_3 = b_4 = 0$$

en el modelo descrito por (2.1).

2.3 Métodos para Estimar el t_{cr}

2.3.1 Simulación

El primer método que se usará para calcular el t_{cr} será el de simulación. Este método consiste en hacer la integración de las ecuaciones diferenciales que describen al sistema, mediante el uso de distintos métodos numéricos. Para llevar a cabo éste método se considerarán tres intervalos de tiempo, como se muestra en la Figura 2.4, en donde t_f es el instante de tiempo en el que ocurre la falla.

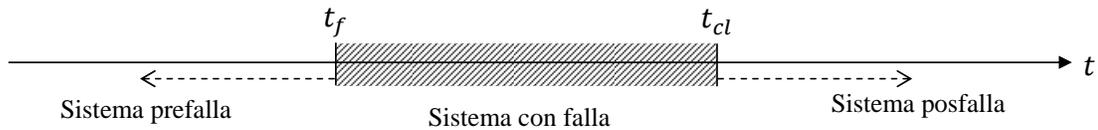


Figura 2.4: Intervalos de tiempo cuando ocurre una falla

1. $t < t_f$ Sistema prefalla:

Esto es, el tiempo que transcurre antes de que ocurra la falla donde el sistema y los parámetros no cambian.

2. $t_f \leq t \leq t_{cl}$ Sistema con falla:

Por lo regular este intervalo de tiempo es de milisegundos. Este es el intervalo en el que estará presente la falla y de acuerdo con las razones expuestas, los parámetros del sistema cambiarán y serán: $b_1 = b_3 = b_4 = 0$.

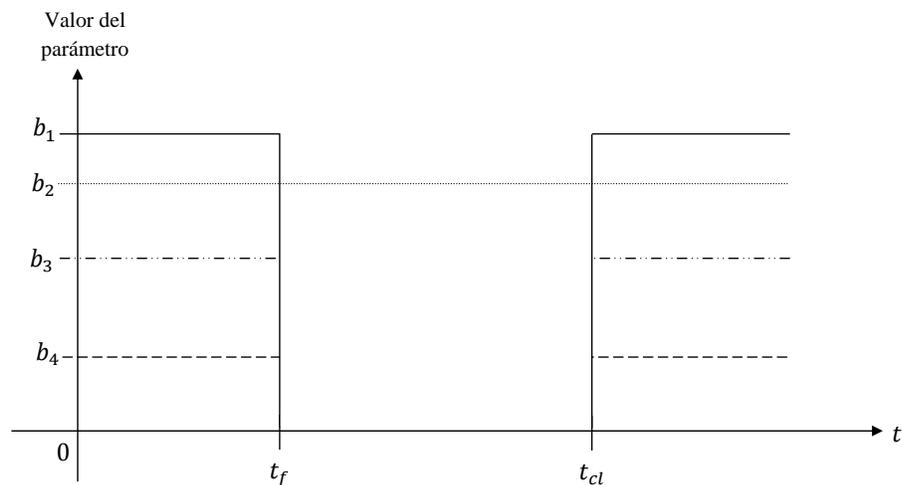


Figura 2.5: Comportamiento de los parámetros del sistema SMIB durante una falla

En la Figura 2.5, se puede observar el comportamiento típico de los parámetros durante este periodo.

3. $t > t_{cl}$ Sistema posfalla:

El tiempo después de que se ha liberado la falla

Para obtener el t_{cr} se deberá hacer la simulación del sistema para distintos valores del t_{cl} . Cuando se elijan valores del t_{cl} que sean menores al t_{cr} , se observará que la respuesta de los estados del sistema tiene una forma similar a la de la línea punteada mostrada en la Figura 2.6, sin embargo, cuando el t_{cl} sea mayor al t_{cr} , el sistema se volverá inestable, esto es, los estados ya no convergerán al punto de equilibrio estable, como se observa en la línea continua de la Figura 2.6, en donde se observa claramente que los estados ya no están acotados. Éste es un método de ensayo y error [Salam, 1984].

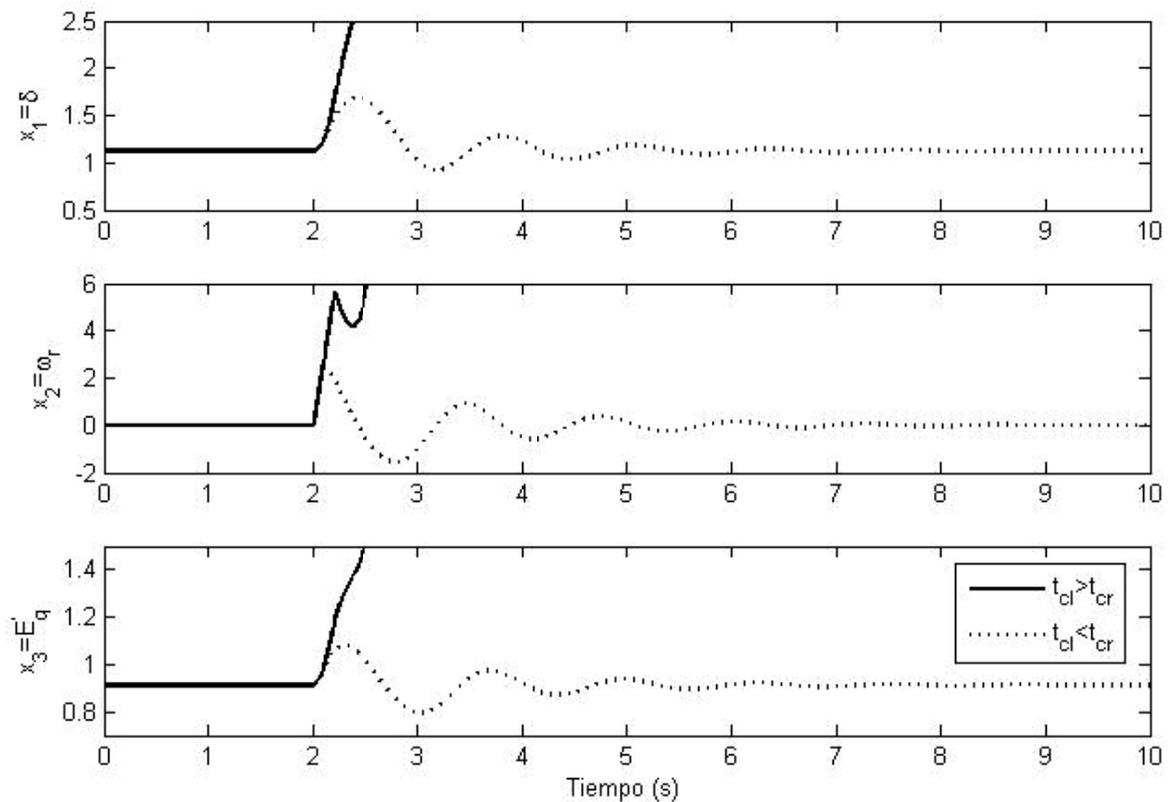


Figura 2.6: Tipo de respuesta obtenida mediante el método de simulación

Una de las ventajas de este método es que, se pueden manejar modelos muy complejos y detallados de todos los elementos del sistema, como lo son generadores, cargas, equipos de control, etc., además, debido a que el método consiste en resolver de forma directa las ecuaciones que describen al

sistema, se garantiza exactitud en los resultados obtenidos; en adición, es el método más usado dentro de la comunidad aplicada de sistemas de potencia, debido a la facilidad en su implementación. Sin embargo, una de sus principales desventajas, es que resulta ser muy lento, debido a que es necesario llevar a cabo una gran cantidad de simulaciones para obtener un resultado aceptable.

2.3.2 Región de Atracción

Como se explicó en la Sección 3.1, el tiempo crítico de liberación de falla está directamente relacionado con el tamaño de la región de atracción (vea la Figura 2.1). Por lo tanto resulta bastante lógico el pensar que, mediante un aproximado de la región de atracción del punto de equilibrio estable de (2.1), es posible obtener un cálculo aceptable del t_{cr} .

Definición 3 (Región de Atracción) *Considere el siguiente sistema:*

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.10)$$

donde $f : D \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es un mapeo localmente Lipschitz de un dominio $D \subset \mathfrak{R}^n$ en \mathfrak{R}^n , y se cumple que $f(0) = 0$. Sea $\phi(t; x)$ la solución de (2.10) que comienza en un estado inicial en $t = 0$; entonces, la región de atracción se define como el conjunto de todos los puntos x tales que, $\phi(t; x)$ está definida para toda $t \geq 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t; x) = 0$.

Para encontrar la región de atracción correspondiente al modelo SMIB dado por la ecuación (2.1), cuando no hay entrada de control, ésto es, en lazo abierto, se procederá de la siguiente forma:

Si la función de Lyapunov en lazo abierto V , dada por la ecuación (2.6), es una función fuertemente convexa en algún conjunto $A \subset \mathfrak{R}^3$ esto es $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \geq \epsilon I$, para algún $\epsilon > 0$ y para toda $x \in A$ entonces los conjuntos subnivel de V serán acotados. Esto puede ser verificado mediante el Hessiano de V , denotado como $\nabla^2 V$, donde:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3^2} \end{bmatrix}$$

Se debe de cumplir que $\nabla^2 V - \epsilon I \geq 0$. Haciendo las operaciones correspondientes se tiene que:

$$\nabla^2 V - \epsilon = \begin{bmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon & 0 & b_1 \sin x_1 \\ 0 & 1 - \epsilon & 0 \\ b_1 \sin x_1 & 0 & \frac{b_1 b_4}{b_3} - \epsilon \end{bmatrix}$$

De acuerdo al teorema de Sylvester [Kanti, 2009], la matriz anterior será positiva si sus menores principales son positivos, que para esta matriz son tres:

$$M_1 = |b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon|$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon & 0 \\ 0 & 1 - \epsilon \end{vmatrix}$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon & 0 & b_1 \sin x_1 \\ 0 & 1 - \epsilon & 0 \\ b_1 \sin x_1 & 0 & \frac{b_1 b_4}{b_3} - \epsilon \end{vmatrix}$$

Con lo que se obtienen las siguientes restricciones:

1. $b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon > 0$
2. $(b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon) \left(\frac{b_1 b_4}{b_3} - \epsilon \right) - (b_1 \sin x_1)^2 > 0$

La Proposición 1 resume el análisis anterior:

Proposición 1 *La región de atracción del punto de equilibrio estable x_e , son los conjuntos subnivel Ω_c que están contenidos en $S_\epsilon \cap D_\gamma$ donde:*

$$S_\epsilon = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid (b_1 x_3 \cos x_1 - \epsilon) \left(\frac{b_1 b_4}{b_3} - \epsilon \right) > (b_1 \sin x_1)^2 \right\} \quad (2.11)$$

para toda:

$$0 < \epsilon < b_1 \gamma \cos \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) \quad (2.12)$$

Este método resulta atractivo, ya que, si se puede calcular una función de Lyapunov para el sistema, es fácil obtener un estimado de la región de atracción, la cual será un conjunto subnivel para esa función de Lyapunov. Sin embargo, la gran desventaja del método es que, si se desconoce la función de Lyapunov del sistema, lo cual suele ocurrir, ya que en ocasiones es difícil obtenerla para ciertos sistemas, resulta muy difícil, o incluso imposible, el encontrar la región de atracción del sistema.

2.3.3 Punto de Equilibrio Inestable

Dentro de los métodos que hacen uso de la función de energía del sistema para calcular un aproximado del tiempo crítico de liberación de falla, se encuentra el método llamado del punto de equilibrio inestable o UEP (Unestable Equilibrium Point).

La idea principal de este método está relacionada con el método de la sección anterior, ésto es, mediante un aproximado de la región de atracción se calcula el t_{cr} . Para este fin se considera que la región de atracción del punto de equilibrio, cubre la región delimitada por la curva de nivel de la función de Lyapunov evaluada en el punto de equilibrio inestable [Pai, 1989]. Al valor de la función de Lyapunov en este punto, se le llama valor crítico de la función de Lyapunov, esto es:

$$V_{cr} = V|_{x_i^*} \quad (2.13)$$

Por lo tanto siguiendo la misma lógica que en método anterior, el tiempo crítico corresponderá el tiempo en el que las trayectorias del sistema con falla abandonen la región acotada por el valor crítico de la función de Lyapunov, como se puede observar en la Figura 2.7.

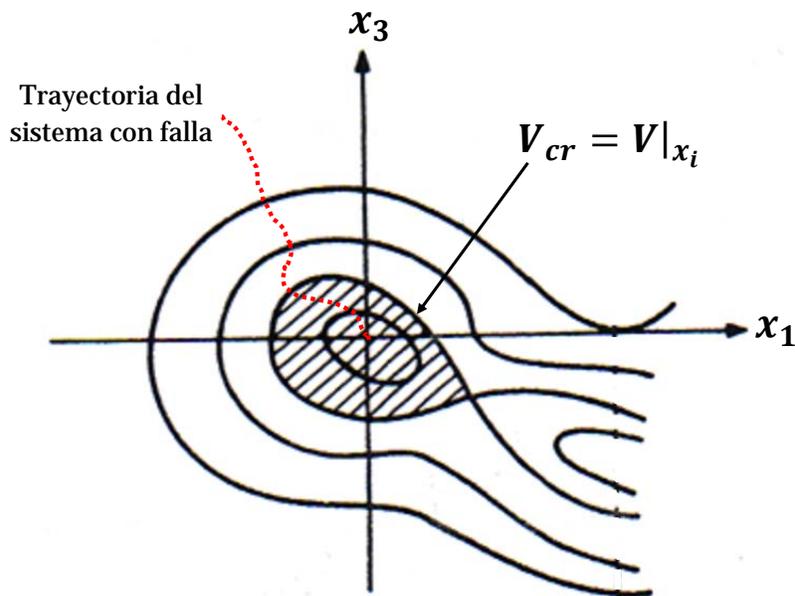


Figura 2.7: Tiempo crítico aplicando el método UEP

Este método es incorrecto en la mayoría de los casos, ya que se basa en la suposición de que las trayectorias del sistema abandonarán la región de atracción cerca del punto de equilibrio inestable, lo cual, evidentemente es incorrecto, ya que dicho punto por naturaleza es un repulsor de trayectorias. Aún con este inconveniente, este método se sigue aplicando, ya que, si se tiene una función de Lyapunov para el sistema, resulta muy fácil de aplicar.

2.3.4 Sensibilidad

En la literatura, las trayectorias de sensibilidad han sido usadas para calcular la variación de la función de energía con respecto a los parámetros del sistema como lo son la carga o el flujo de línea. El método aquí presentado, que es llamado de “sensibilidad” por los autores, aunque no lo es formalmente, hace uso de la función de Lyapunov del sistema y permite obtener un valor estimado del t_{cr} a partir de observar el comportamiento de la derivada de esa función².

A continuación se mostrará el proceso que se tiene que llevar a cabo para calcular el t_{cr} con el presente método. La sensibilidad S de la función de energía del sistema con respecto al tiempo de liberación de falla, se obtiene al observar el comportamiento de $\dot{V}(x)$. Así, se calcula la “sensibilidad” S para dos valores de t_{cl} menores que t_{cr} ³. Ya que las sensibilidades generalmente se incrementan rápidamente con un incremento en t_{cl} , se graficará el recíproco de la máxima desviación de S en el periodo de posfalla, esto es:

$$\eta = \frac{1}{\max(S) - \min(S)} \quad (2.14)$$

Mediante una línea recta que una los puntos (t_{cl1}, η_1) y (t_{cl2}, η_2) se puede conocer el tiempo crítico, el cual será la intersección de esta línea con el eje correspondiente al tiempo como se observa en la Figura (2.8).

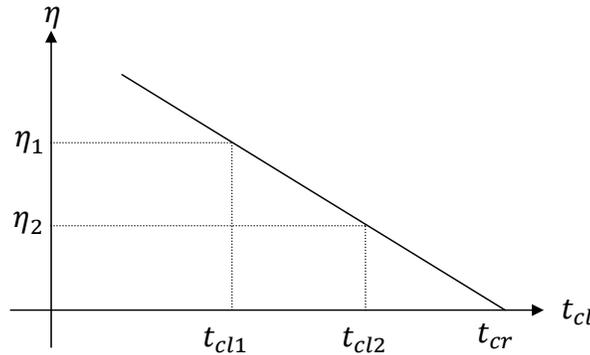


Figura 2.8: Estimado del tiempo crítico

Por medio de triángulos equivalentes se puede concluir que:

$$t_{cr} = \frac{\eta_1 t_{cl2} - \eta_2 t_{cl1}}{\eta_1 - \eta_2} \quad (2.15)$$

Una ventaja de esta técnica es que, al ser general, puede ser aplicada para calcular el valor crítico de cualquier parámetro del sistema. Aunque los resultados de este método resultan ser muy precisos,

²El contenido de esta sección está basado en [Nguyen *et al.*, 2002].

³Se tomará como referencia el t_{cr} obtenido por el método de Simulación.

evidentemente, estarán en relación con la función de Lyapunov elegida. Otra desventaja del método es que, como ya se mencionó, requiere de un t_{cr} de referencia para obtener mejores resultados, lo cual resulta un inconveniente, ya que no siempre se tendrá disponible un t_{cr} como referencia.

Capítulo 3

Ejemplo Ilustrativo

Para demostrar todas las afirmaciones hechas en el capítulo anterior acerca de los métodos para calcular el t_{cr} , se llevará a cabo un ejemplo en el que se tomarán valores típicos para los parámetros del sistema SMIB dado por la ecuación (2.1), los cuáles serán [Maya, 2005]:

$$\begin{aligned} b_1 = 34.29, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = 0.1490, \quad b_4 = 0.3341 \\ P = 28.22, \quad E = 0.2405 \quad \gamma = 0.1 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Usando estos valores se calculará el t_{cr} , cuando se presenta un cortocircuito trifásico en la línea de transmisión L_2 del sistema SMIB, como se mostró en la Figura 2.2. Se hará el cálculo del t_{cr} para cada uno de los cuatro métodos descritos en el capítulo anterior, primero, en la Sección 3.1 con el sistema en lazo abierto y posteriormente en la Sección 3.2 se repetirá el cálculo pero ahora con el sistema en lazo cerrado aplicando dos controladores basados en pasividad, y se darán sus principales características. En las secciones 3.1 y 3.2 se presentarán sólo los resultados numéricos, para que en la Sección 3.3 se comparen todos los resultados obtenidos.

Cabe recordar que a lo largo del presente capítulo, se tomarán en cuenta las condiciones del sistema SMIB descritas en la Sección 2.2.1, esto es, que el punto de equilibrio prefalla será igual al de posfalla, además de que, durante el tiempo en el que está presente el cortocircuito trifásico, los parámetros se harán cero ($b_1 = b_3 = b_4 = 0$).

Todas las simulaciones y resultados mostrados a lo largo de este capítulo fueron obtenidos con el programa Matlab en su versión 7.2.0.232 (R2006a). Con la ayuda del paquete Simulink se diseñaron diagramas embebidos en los que se programó la dinámica del sistema SMIB.

3.1 Lazo Abierto

Como ya se había comentado, en lazo abierto ($u \equiv 0$), el sistema SMIB tiene dos puntos de equilibrio, uno estable y otro inestable. Sustituyendo los valores de los parámetros, dados por (3.1), en las ecuaciones (2.1) se obtiene:

$$x_e = [1.124604, 0, 0.912297]^T, x_i = [1.170838, 0, 0.893498]^T \quad (3.2)$$

De hecho, como se muestra en el Apéndice B, x_e es asintóticamente estable localmente y x_i es un punto silla. A continuación, se procederá a hacer el cálculo del t_{cr} con los cuatro métodos analizados en la Sección 2.3.

Simulación

Aplicando un cortocircuito trifásico, ésto es, haciendo que los parámetros b_1, b_3 y b_4 sean igual a cero en el modelo descrito por (2.1) y llevando a cabo el proceso descrito en la Sección 2.3.1, se obtiene que el tiempo máximo en el que puede estar presente la falla, antes de que el sistema se vuelva inestable, es de $t_{cr} = 32ms$, con el cuál se obtiene la respuesta mostrada en la Figura 3.1, en donde se puede observar claramente que los estados convergen al punto de equilibrio estable del sistema, dado por (3.2).

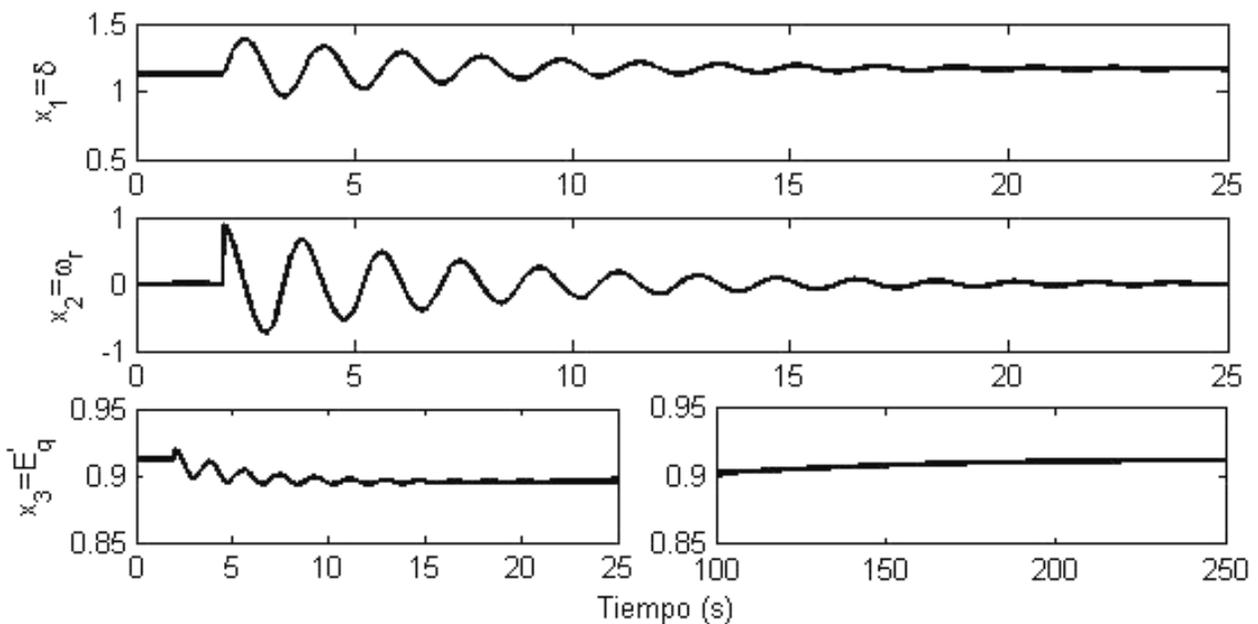


Figura 3.1: Comportamiento de los estados en lazo abierto

Región de Atracción

Sustituyendo valores de los parámetros (3.1) en la ecuación (2.12) se obtiene que: $0 < \epsilon < 0.342328$, por lo que se elige un $\epsilon = 0.3423$. Durante la falla, debido a que $b_1 = b_3 = b_4 = 0$ en las ecuaciones del sistema (2.1), se tiene un sistema lineal ($\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = P, \dot{x}_3 = E$) que al resolverlo en función del tiempo queda:

$$\begin{aligned}x_1 &= 14.11t^2 + 1.1246 \\x_2 &= 28.22t \\x_3 &= 0.2405t + 0.9123\end{aligned}\tag{3.3}$$

Es fácil observar que durante la falla los estados del sistema tienden a infinito a medida que el tiempo se incrementa. El tiempo en el cual los estados del sistema con falla, dados por (3.3), cumplen las condiciones impuestas por S_ϵ , es el tiempo crítico, que en éste caso resulta ser: $t_{cr} = 37.2ms$. Dicho resultado se obtuvo incrementando el tiempo, desde un $t = 0$, en las ecuaciones (3.3), hasta que el valor de los estados deja de cumplir la desigualdad dada por (2.11).

UEP

Sustituyendo x_i , dado por (3.2), en la ecuación (2.6) se obtiene:

$$V_{cr} = V|_{x_i} = 3.739237 \times 10^{-4}$$

En la Figura 3.2 se muestran dos trayectorias correspondientes a dos tiempos de liberación de falla, la línea continua para un $t_{cl} = 60ms$, esto es, un tiempo mayor al tiempo crítico obtenido vía simulación y la línea punteada para un $t_{cl} = 32ms$, el cual corresponde al tiempo crítico obtenido por el método de Simulación, y como se puede observar, para este tiempo de liberación la trayectoria es estable. En la Figura 3.3 se muestra un zoom de figura anterior para observar el tiempo en el que la trayectoria inestable (línea continua) cruza la curva de nivel correspondiente a V_{cr} . Por este método se obtiene un $t_{cr} = 10.1ms$

Sensibilidad

Sustituyendo los valores de los parámetros en la ecuación (2.7) se tiene:

$$\dot{V}(x) = -230.1342(0.149 \cos x_1 - 0.3341 + 0.2404)^2$$

Se proponen dos tiempos de liberación de falla menores al tiempo crítico obtenido por el método de simulación:

$$t_{cl_1} = 25.6ms \longrightarrow \max(S) = 0; \min(S) = -0.1794 \therefore \eta_1 = 5.5737$$

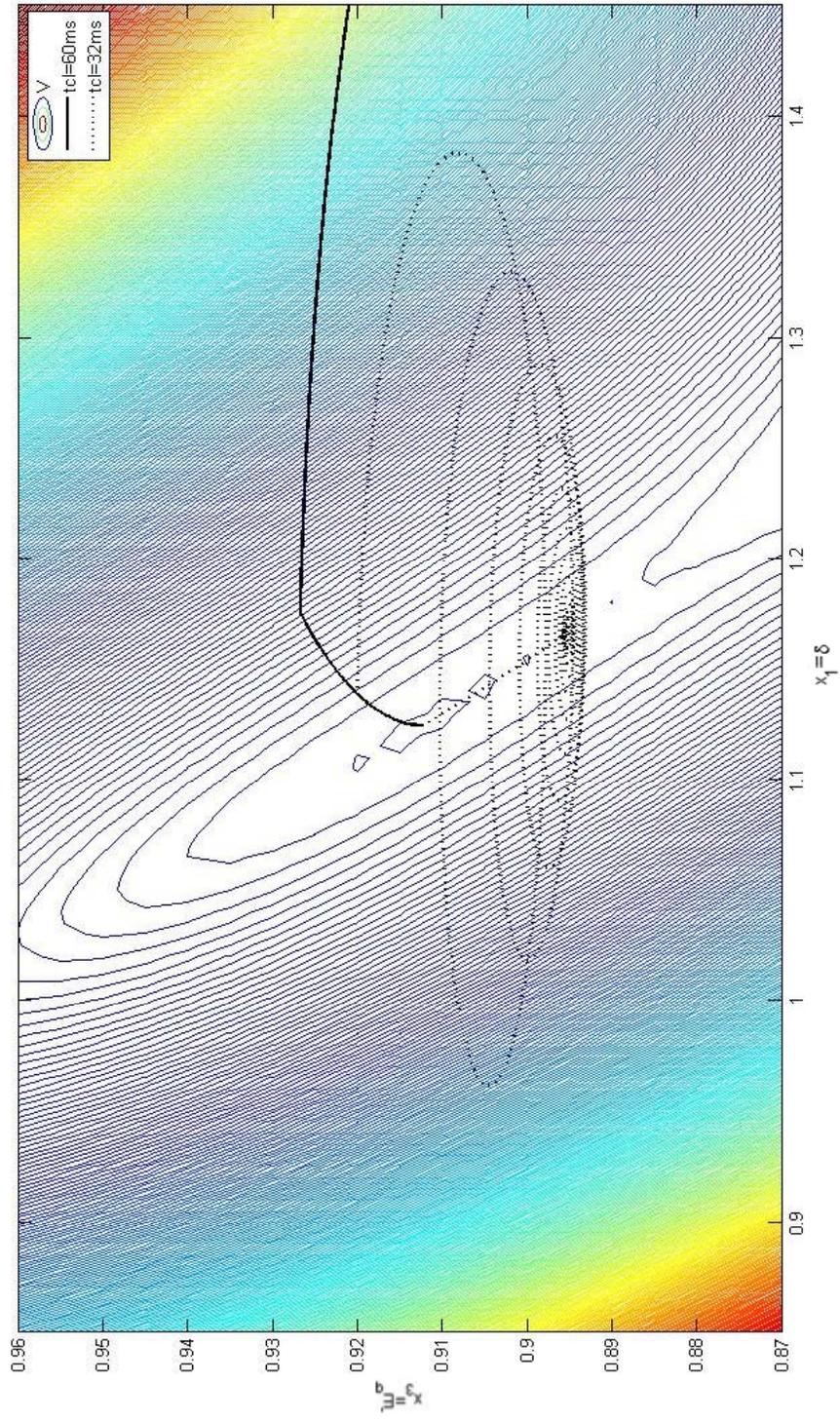


Figura 3.2: Curvas de nivel de la función de Lyapunov en lazo abierto y respuesta del sistema con dos valores de t_c

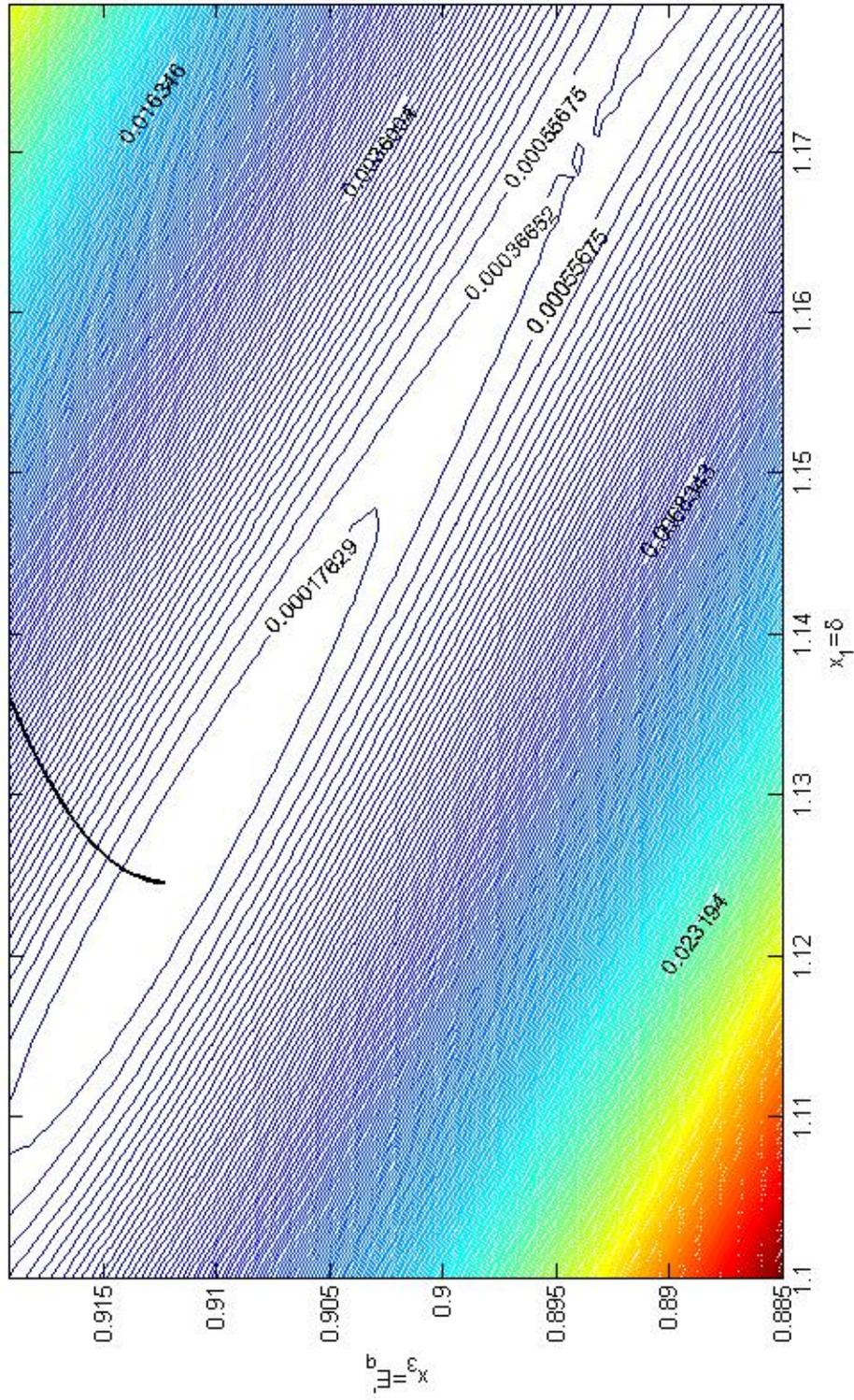


Figura 3.3: Zoom de la Figura 3.2

$$t_{cl_2} = 12.8ms \longrightarrow \max(S) = 0; \min(S) = -0.0396 \therefore \eta_2 = 25.2472$$

Sustituyendo en la ecuación (2.15) se obtiene un $t_{cr} = 29.23ms$. En la Figura 3.4 se observa el comportamiento de la trayectoria de sensibilidad para los dos valores del tiempo de liberación de falla propuestos anteriormente. Como se puede observar en dicha figura, cuando se elige un tiempo de liberación de falla cercano al t_{cr} , en este caso t_{cl_1} (línea punteada), la trayectoria de sensibilidad presenta un pico más grande que el pico correspondiente a un tiempo de liberación de falla menor, en este caso t_{cl_2} (línea continua).

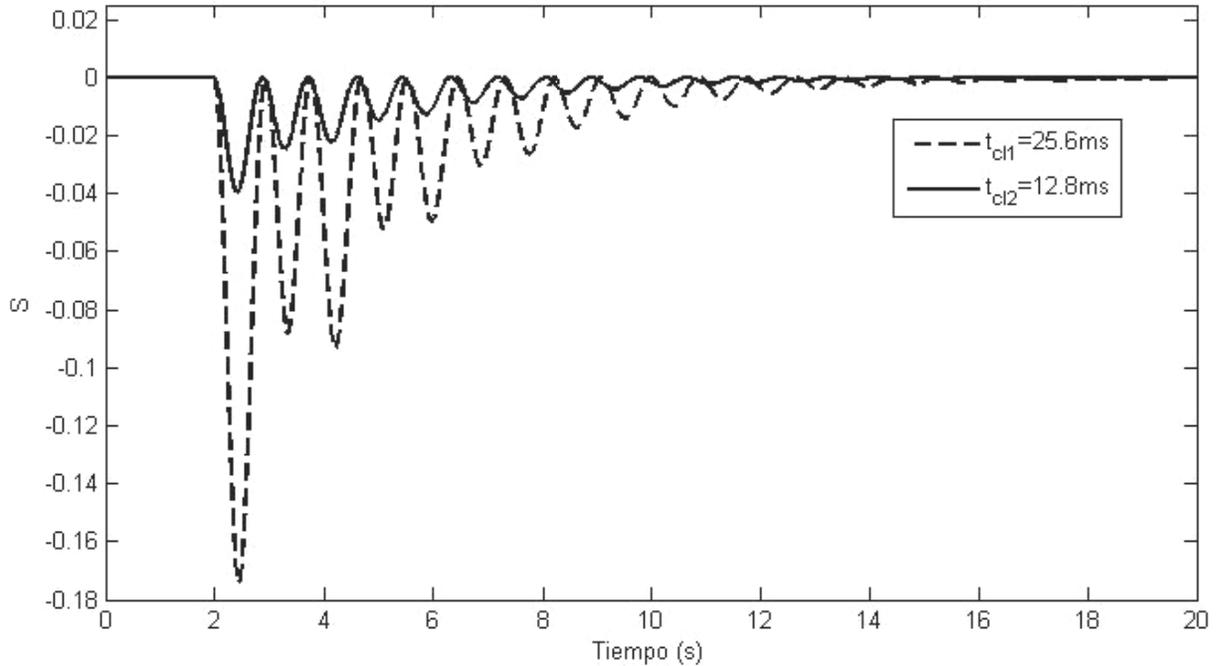


Figura 3.4: Sensibilidad del sistema en lazo abierto, para dos tiempos de liberación de falla

3.2 Lazo Cerrado

La función básica del sistema de excitación es proporcionar corriente directa al devanado de campo de la máquina síncrona. En adición, el sistema de excitación desarrolla funciones esenciales de control y protección, para un funcionamiento satisfactorio del SEP, mediante el control del voltaje de campo y por lo tanto, de la corriente de campo.

Una de las técnicas de diseño de controladores de excitación, es el control basado en pasividad, también conocido como PBC (Passivity Based Control). Una de las principales ventajas de los controladores basados en pasividad es que tienen una interpretación física, lo que permite que puedan

ser aceptados más rápidamente para aplicaciones reales. Dentro de los controladores basados en pasividad, se encuentran los de asignación de interconexión y amortiguamiento, también llamados IDA (Interconnection and Damping Assignment). En la presente tesis se trabajará con dos controladores de este tipo: el IDA-PBC y el IDA-OF. Éste último, es similar al IDA-PBC, sólo que hace uso de un observador para x_3 en el modelo (2.1).

A continuación se presentan las principales características de dichos controladores.

3.2.1 Controlador IDA-PBC

Dentro de las características de este controlador se tiene que es simple, inyecta amortiguamiento adicional al sistema y además permite agrandar el dominio de atracción en lazo abierto, haciendo que la región de atracción en lazo cerrado sea toda la región de operación D_γ . Se aplica la siguiente ley de control¹:

$$\begin{aligned} u = & -k_v b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) - \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{b_3}{b_1} + k_v \right) (x_1 - x_{1e}) \\ & - \alpha_1 x_2 - \left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) (x_3 - x_{3e}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Es fácil observar que, esta ley de control corresponde a una retroalimentación del error de los estados con respecto al punto de equilibrio estable que se quiere estabilizar; cuando las variables de estado alcanzan su valor en equilibrio ($x = [x_{1e}, x_{2e}, x_{3e}]$), la ley de control se hace cero. Además, este controlador tiene grados de libertad para la elección de sus ganancias.

Una observación adicional es que, el punto de equilibrio estable en lazo abierto es el único punto de equilibrio en lazo cerrado dentro de D_γ . Este punto de equilibrio es asintóticamente estable con función de Lyapunov $H_d(x)$ dada por:

$$H_d(x) = H(x) + H_a(x) \quad (3.5)$$

donde $H(x)$ es el Hamiltoniano para el sistema en lazo abierto dado por (2.6) y:

$$\begin{aligned} H_a(x) = & b_1 x_1 \left[(x_1 - x_{1e}) \cos x_{1e} - \sin x_1 + \frac{b_4 \alpha_1}{2b_3} \left((x_1 - x_{1e})^2 + \frac{2}{\alpha_1} (x_1 - x_{1e}) \right. \right. \\ & \left. \left. (x_3 - x_{3e}) + x_{1e}^2 \right) \right] + \frac{1}{2} \left(\alpha_2 - \frac{b_1 b_4}{b_3} \right) (\alpha_1 (x_1 - x_{1e}) + (x_3 - x_{3e}))^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

La derivada de $H_d(x)$ a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado es:

$$\dot{H}_d(x) = -(\nabla H_d)^T \mathfrak{R} \nabla H_d \leq 0$$

¹El contenido de esta sección está basado en [Galaz *et al.*, 2003]

donde:

$$\nabla H_d = - \left[\frac{\partial H_d}{\partial x_1}, \frac{\partial H_d}{\partial x_2}, \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right]^T$$

y \mathfrak{R} es la matriz de amortiguamiento dada por:

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{b_1} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo valores:

$$\dot{H}_d(x) = -b_2 \left(\frac{\partial H_d}{\partial x_2} \right)^2 - \frac{b_3}{b_1} \left(\frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right)^2 \quad (3.7)$$

Eligiendo $k_v = 0.05, \alpha_1 = -0.5$ y $\alpha_2 = 80$ [Maya, 2005] para la ley de control dada por (3.4), el sistema tiene dos puntos de equilibrio:

$$x_e = [1.124604, 0, 0.912297]^T, x_i = [2.19116, 0, 1.01144]^T$$

Cabe señalar que x_e es el mismo que en lazo abierto y que x_i está fuera de la región de operación.

A continuación se muestra el cálculo del t_{cr} para los cuatro métodos analizados en la presente tesis.

Simulación

Aplicando éste método de la misma forma que en lazo abierto, se obtiene un $t_{cr} = 135ms$ y una respuesta mostrada en la Figura 3.5. En esta figura se puede observar que el estado x_1 alcanza un valor máximo de 2.194 (a los 2.7s de iniciada la simulación) el cual está fuera de la región de operación D_γ , dada por (2.3). Aunque evidentemente esto no es físicamente posible, ya que, cuando el valor del ángulo sobrepase los noventa grados ($\pi/2 \cong 1.57$) se abrirán las protecciones correspondientes, sin embargo, se omite esta interpretación física para así poder calcular el t_{cr} haciendo uso de presente método.

Región de Atracción

La región de atracción para este controlador es toda la region de operación D_γ . Simulando el sistema con falla, esto es, el sistema (2.1) donde u está dada por (3.4) y $b_1 = b_3 = b_4 = 0$, hasta que los estados abandonan la región de operación, se obtiene un $t_{cr} = 156.6ms$

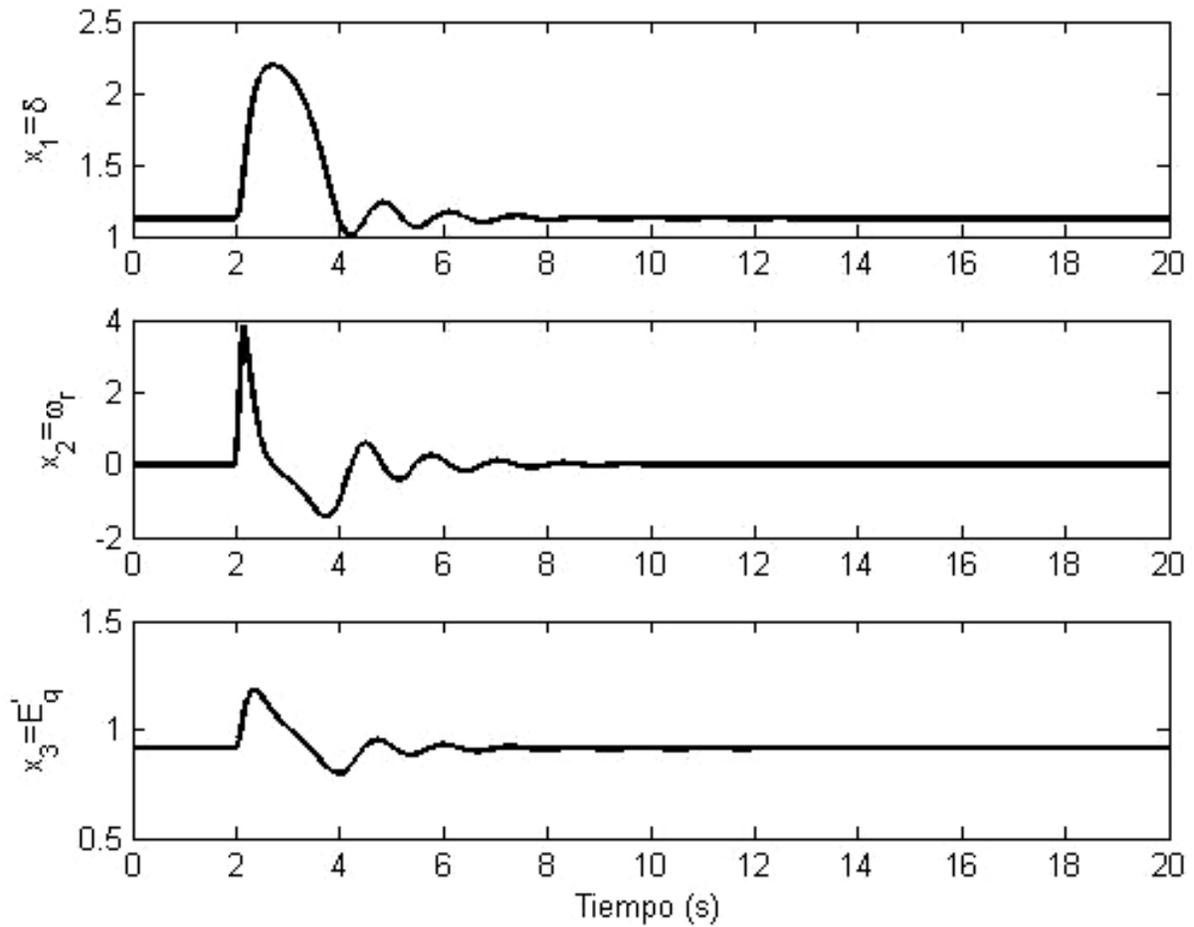


Figura 3.5: Comportamiento de los estados en lazo cerrado. Controlador IDA-PBC

UEP

Se tiene que:

$$H_{d_{cr}} = H_d|_{x_i} = 30.7838$$

Simulando una falla trifásica liberada un tiempo $t_{cl} = 300ms$ el sistema cruza $H_{d_{cr}}$ en aproximadamente $t_{cr} = 189ms$, lo cual se observa en la Figura 3.6. En dicha figura también se muestra la respuesta del sistema para un $t_{cl} = 135ms$, el cual corresponde al tiempo crítico obtenido vía simulación, y con este tiempo de liberación se puede observar que las trayectorias del sistema tienden al punto de equilibrio estable.

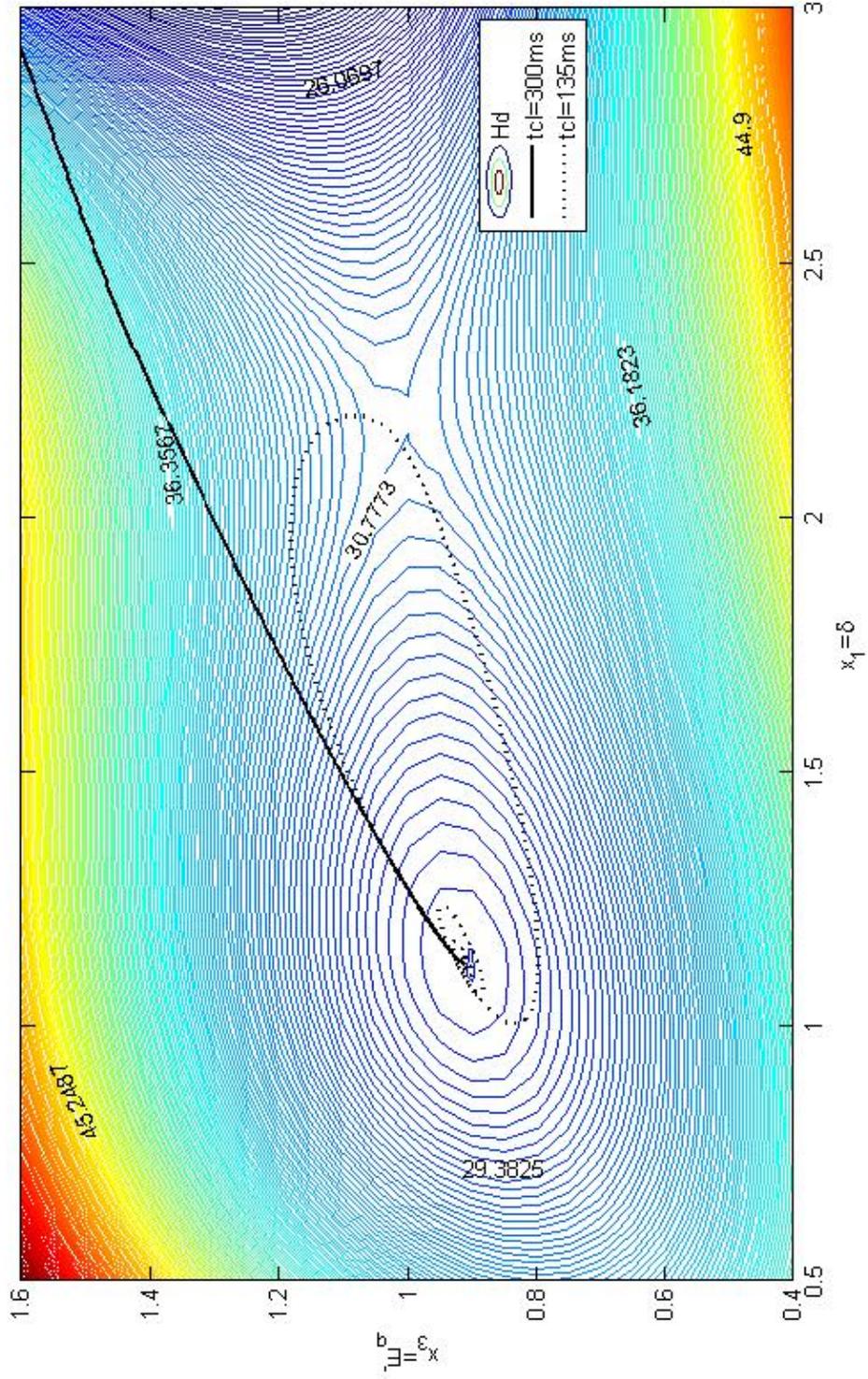


Figura 3.6: Curvas de nivel de la función de Lyapunov con el controlador IDA-PBC y respuesta del sistema para dos valores de t_d

Sensibilidad

Se proponen dos tiempos de liberación de falla:

$$t_{cl_1} = 108ms \longrightarrow \max(S) = 0; \min(S) = -0.6735 \therefore \eta_1 = 1.4848$$

$$t_{cl_2} = 81ms \longrightarrow \max(S) = 0; \min(S) = -0.3505 \therefore \eta_2 = 2.8528$$

Sustituyendo en la ecuación (2.15) se tiene que $t_{cr} = 137.31ms$. En la Figura 3.7 se muestran las trayectorias de sensibilidad para los dos tiempos de liberación de falla propuestos, t_{cl_1} y t_{cl_2} . En esta figura se observa el mismo comportamiento que en la Figura 3.4, correspondiente al sistema en lazo abierto, en donde, un tiempo de liberación de falla cercano al t_{cr} , en este caso t_{cl_1} (línea punteada), produce un mayor pico en la curva de sensibilidad del sistema.

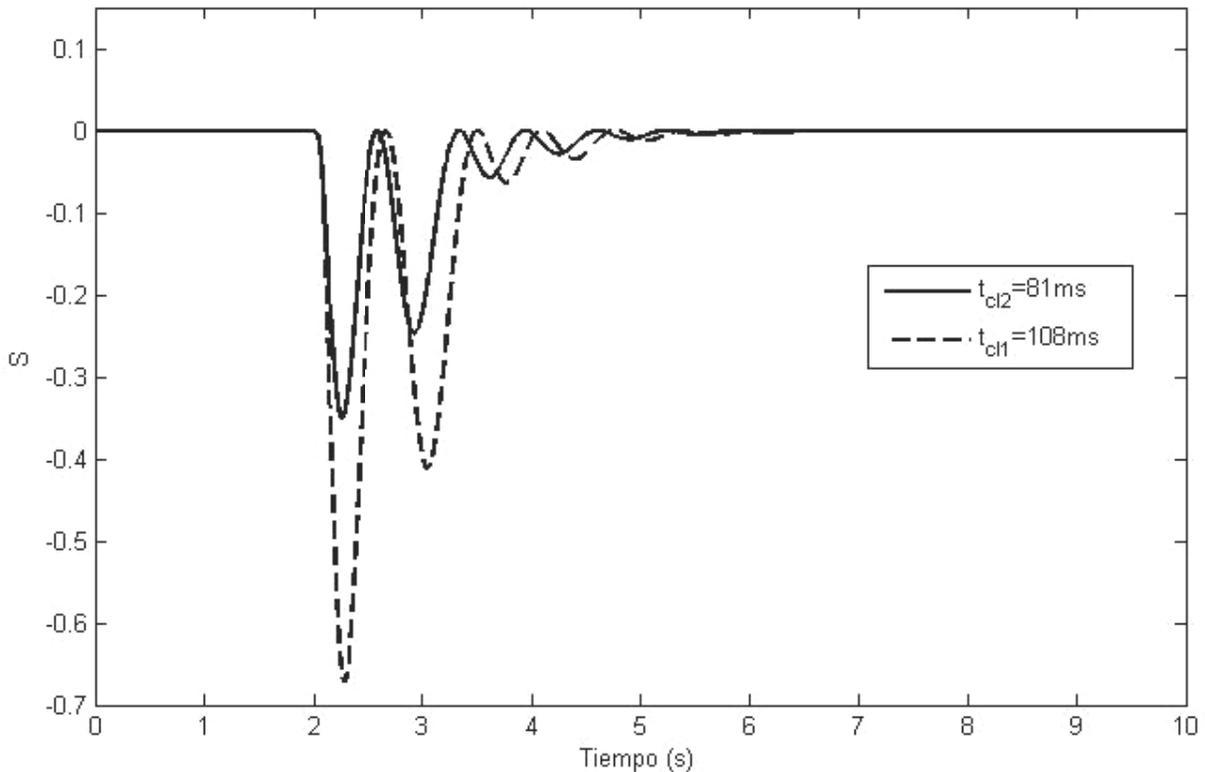


Figura 3.7: Sensibilidad del sistema en lazo cerrado. Controlador IDA-PBC.

3.2.2 Controlador IDA-OF

Una de las desventajas del controlador IDA-PBC es que, se deben conocer los valores de los estados, ya que depende de ellos. Para salvar esta dificultad, en esta sección se elige implementar un contro-

lador basado en ideas similares al IDA-PBC, pero que solo requiere medir parte del estado. Por lo tanto, se hace la suposición de que x_3 es un estado no medible y se le diseña un observador. Este controlador está descrito por ²:

$$u = -k_v b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) - \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{b_3}{b_1} + k_v \right) (x_1 - x_{1e}) - \alpha_1 x_2 - \left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) (\hat{x}_3 - x_{3e} + \beta(x)) \quad (3.8)$$

donde:

$$\dot{\hat{x}}_3 = -b_4(\hat{x}_3 + \beta(x)) + b_3 \cos(x_1) + E + u + x_2 \beta(x) + k_3 \sin(x_1) [-b_2 x_2 + P - b_1 \sin(x_1)(\hat{x}_3 + \beta(x))] \quad (3.9)$$

con: $\beta(x) = -k_3 x_2 \sin(x_1)$; $k_3 > 0, k_v > 0$ y $x_{3e} = \frac{P}{b_1 \sin(x_{1e})}$. Se considera la siguiente candidata a función de Lyapunov:

$$H_T(x, z) = H_d(x) + \frac{1}{2} z^2 \quad (3.10)$$

donde: $z = \hat{x}_3 - x_3 + \beta(x)$.

La derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema es:

$$\begin{aligned} \dot{H}_T(x, z) &= (\nabla H_d)^T \dot{x} + z \dot{z} \\ &= -[\nabla H_d z] Q \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \\ z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

con:

$$Q = \begin{bmatrix} \Re & \frac{1}{2} g b_5 \\ \frac{1}{2} g b_5 & c_6 \end{bmatrix}$$

además: $b_5 = \frac{b_1}{b_3} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2$, $c_6 = b_4 + k_3 b_1 \sin^2(x_1)$ y $g = [0 \ 0 \ 1]^T$.

Haciendo las sustituciones correspondientes se tiene que:

$$\dot{H}_T(x, z) = - \left[b_2 \left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_3} \left(\frac{b_3}{b_1} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_3} + \frac{b_5 z}{2} \right) + z \left(\frac{b_5}{2} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_3} + z c_6 \right) \right] \quad (3.11)$$

Las ganancias de este controlador se eligieron igual que para el anterior, y la ganancia del observador será de $k_3 = 60$. Con estos parámetros, el sistema tiene dos puntos de equilibrio:

$$x_e = [1.124604, 0, 0.912297]^T, x_i = [2.19116, 0, 1.01144]^T$$

Estos puntos de equilibrio son los mismos que para el controlador IDA-PBC. Como este controlador requiere de un observador, la falla se simulará hasta los 8 seg de iniciada la simulación, que es el tiempo en el que converge el observador.

²El contenido de esta sección está basado en [Maya, 2005]

Simulación

Por medio de la simulación del sistema SMIB dado por (2.1), donde la entrada u está dada por (3.8), y aplicando el método descrito en la Sección 2.3.1, se obtiene un $t_{cr} = 239ms$ y una respuesta mostrada en la Figura 3.8.

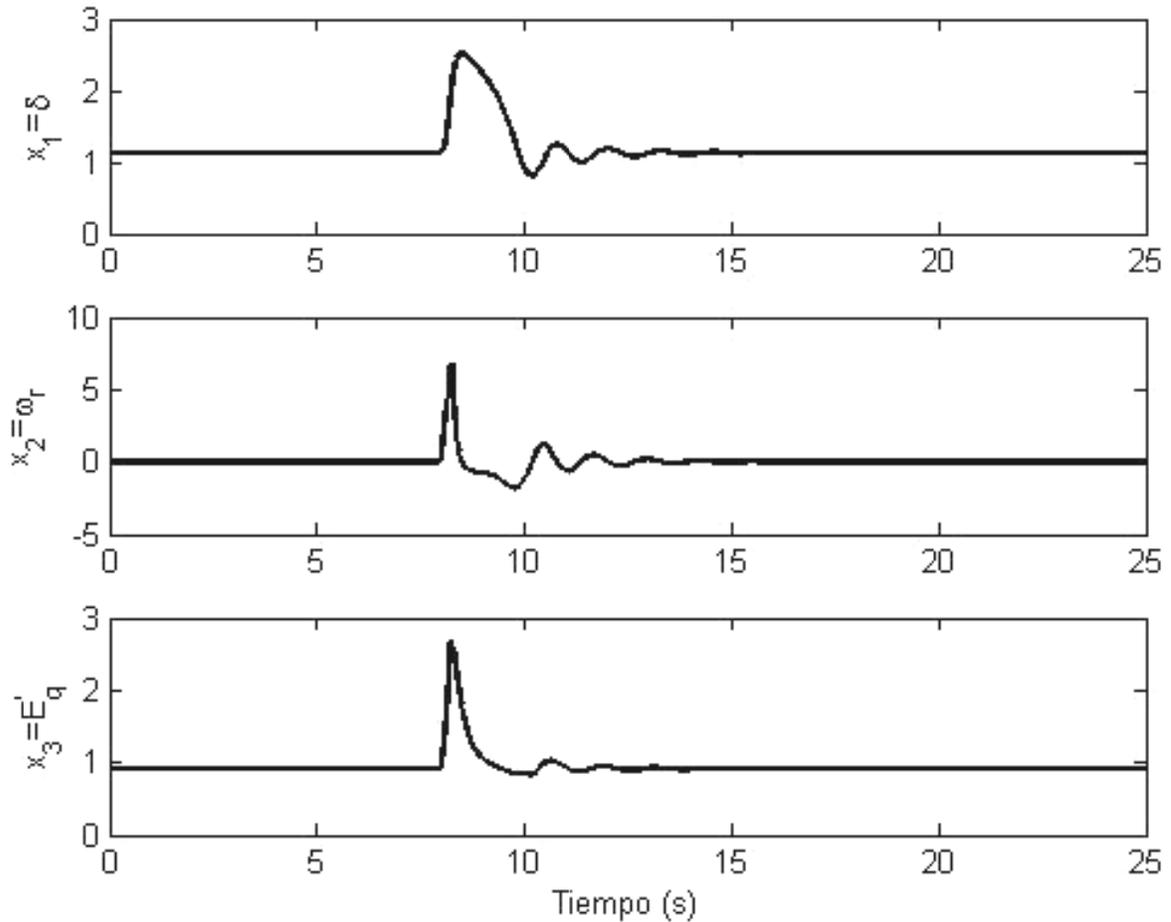


Figura 3.8: Comportamiento de los estados en lazo cerrado. Controlador IDA-OF

Región de Atracción

Este controlador tiene la misma estructura que el IDA-PBC, por lo tanto se deduce que la región de atracción es la misma, esto es, toda la región de operación D_γ . Simulando el sistema con falla hasta que los estados abandonan la región de atracción, se obtiene un $t_{cr} = 157.62ms$

UEP

Se tiene que: $H_{d_{cr}} = H_d|_{x_i} = 30.7838$. En la Figura 3.9 se muestra el comportamiento del sistema para dos tiempos de liberación de falla. Con este método se obtiene un $t_{cr} = 63.6ms$

Sensibilidad

Se proponen dos tiempos de liberación de falla:

$$t_{cl_1} = 120ms \longrightarrow \max(S) = 3.5914 \times 10^8; \min(S) = -2.4273 \times 10^8 \therefore \eta_1 = 1.6615 \times 10^{-9}$$

$$t_{cl_2} = 90ms \longrightarrow \max(S) = 1.7918 \times 10^8; \min(S) = -1.0781 \times 10^8 \therefore \eta_2 = 3.4845 \times 10^{-9}$$

Sustituyendo en la ecuación (2.15) se obtiene un $t_{cr} = 147.34ms$. En la Figura 3.10 se muestran las trayectorias de sensibilidad para los dos tiempos de liberación de falla propuestos, t_{cl_1} y t_{cl_2} . En esta gráfica, de la misma forma que para el sistema en lazo abierto y el sistema en lazo cerrado con el controlador IDA-PBC, se puede observar que, al elegir un tiempo de liberación de falla cercano al t_{cr} , se produce un pico mayor en la curva de sensibilidad (línea punteada correspondiente a t_{cl_1})

3.3 Comparación de los Resultados Obtenidos

En la Tabla 3.1 se muestra el tiempo crítico de liberación de falla en milisegundos, obtenido para el sistema en lazo abierto y en lazo cerrado. Lo primero que se puede observar en dicha tabla es que, sí se logró incrementar el t_{cr} aplicando del control de excitación; por ejemplo, analizando los resultados del método de simulación, con el controlador IDA-PBC se obtuvo una mejora de más del 420% en el t_{cr} respecto al sistema en lazo cerrado; en este contexto, otro resultado interesante es que, el controlador IDA-OF con el observador para x_3 , logró incrementar más de 300% el t_{cr} en comparación con el IDA-PBC. Estos resultados son similares para los otros tres métodos.

	Simulación	R. Atracción	UEP	Sensibilidad
Lazo Abierto	32	37.2	10.1	29.23
IDA-PBC	135	156.6	189	137.31
IDA-OF	239	157.62	63.6	147.34

Tabla 3.1: Comparación de los valores de t_{cr} obtenidos para todos los casos

Debido a que, como ya se mencionó, el método de simulación resulta ser el que arroja los resultados más precisos, se tomará como una referencia respecto a los otros métodos. De esta forma, se observa lo siguiente:

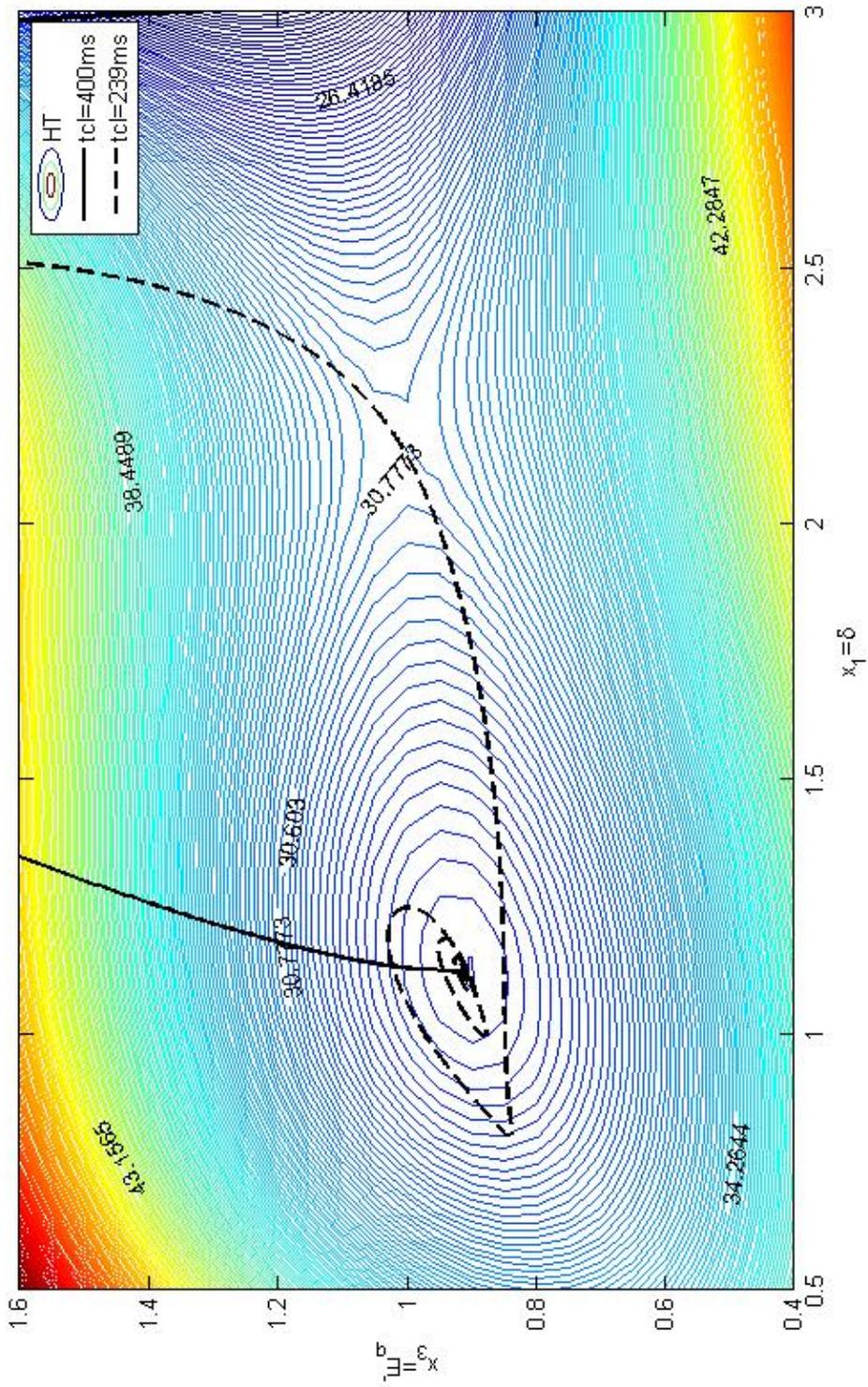


Figura 3.9: Curvas de nivel de la función de Lyapunov con el controlador IDA-OF y respuesta del sistema para dos valores de t_{cl}

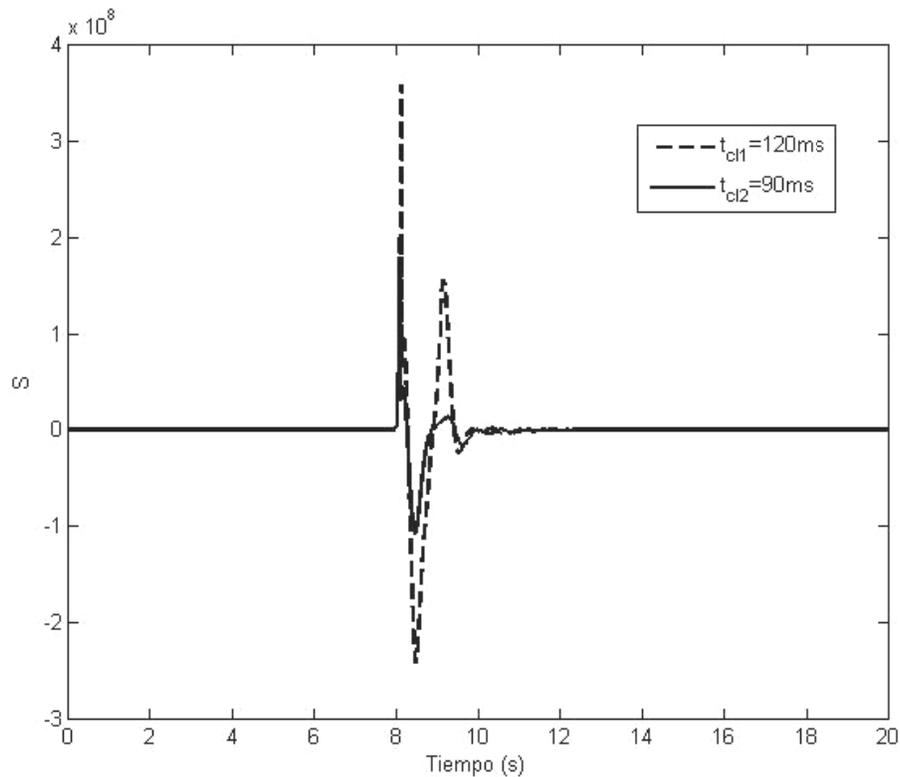


Figura 3.10: Sensibilidad del sistema en lazo cerrado. Controlador IDA-OF

- Los resultados obtenidos mediante sensibilidad resultan ser muy cercanos a los de simulación, en lazo abierto y con el controlador IDA-PBC; sin embargo, con el controlador IDA-OF se observa una diferencia entre estos métodos, lo cual se origina debido a que la función de Lyapunov elegida para el método de sensibilidad, puede no ser la adecuada.
- El método de la región de atracción es el que arroja resultados menos conservadores en todos los casos, excepto en el sistema en lazo cerrado con el controlador IDA-OF, en donde se observa un resultado menor que el obtenido por simulación, lo cual se puede atribuir a que, con la función de Lyapunov elegida no se obtiene un buen estimado de la región de atracción.
- Finalmente, se comprueba lo que ya se había mencionado, el método del punto de equilibrio inestable (UEP) proporciona resultados que difieren completamente de los obtenidos por los otros tres métodos.
- Es de notar que, aunque el método de simulación es el más preciso, durante el desarrollo de este capítulo se comprobó que se deben llevar a cabo bastantes simulaciones hasta poder obtener un resultado aceptable, lo cual origina que este método sea demasiado lento.

Capítulo 4

Conclusiones

La necesidad de nuevas herramientas y tecnologías en la operación y control de los Sistemas de Potencia, se hace cada vez más evidente, debido a la expansión de los mismos ocasionada por el incremento en la población y la consiguiente exigencia de carga. Dentro de los estudios de estabilidad, es de suma importancia analizar el comportamiento del punto de operación del Sistema de Potencia cuando ocurre una falla, por lo tanto en la presente tesis se mostró una comparación entre algunos de los métodos existentes en la literatura para calcular el tiempo crítico de liberación de falla.

De acuerdo con los resultados obtenidos se pueden hacer las siguientes conclusiones: aunque el método de simulación es actualmente el más usado dentro de las compañías eléctricas debido a que se pueden analizar sistemas muy complejos, la obtención del t_{cr} requiere de un gran número de simulaciones, por lo que resulta ser un método muy lento y no es adecuado para ser usado en estudios de estabilidad transitoria en línea. Por otra parte, el método de la región de atracción arroja resultados muy exactos y resulta ser más rápido en el cálculo del tiempo crítico que el método de simulación, sin embargo, en la mayoría de los sistemas resulta muy complicado calcular la región de atracción. El método UEP es incorrecto en la mayoría de los casos, ya que se basa en la suposición de una región de atracción mediante el cálculo del valor crítico de la función de Lyapunov, que en muchos casos no es un buen aproximado de la región de atracción. Por último el método de sensibilidad, aunque da buenos resultados, presenta la desventaja de que, igual que el método UEP, requiere del cálculo de una función de Lyapunov, por lo tanto los resultados estarán ligados a la función de Lyapunov elegida.

Trabajo a futuro

Cuando se presenta una falla, las protecciones tienen la función de aislar el elemento en donde se presentó la misma, con lo que los parámetros y la topología del Sistema de Potencia cambiarán, lo que a su vez origina que cambie el punto de equilibrio del sistema, llamado punto de equilibrio de posfalla. De acuerdo a la naturaleza aleatoria de las fallas, este punto de equilibrio resulta ser

totalmente desconocido. Esto presenta muchas dificultades, ya que el conocimiento del punto de equilibrio posfalla es usado en métodos como el UEP y el de la región de atracción; además de que la mayoría de las leyes de control dependen de los valores de los estados en el equilibrio. Por lo tanto, un trabajo a futuro es llevar a cabo un análisis de los métodos usados para calcular el t_{cr} cuando el punto de equilibrio posfalla es distinto al punto de equilibrio prefalla.

En este trabajo de investigación se analizó sólo un caso particular, éste es, un sistema compuesto por un generador acoplado a un bus infinito (SMIB), sin embargo otro problema es el de tratar con representaciones más generales de los Sistemas de Potencia, es decir, con sistemas multimáquinas. En este tipo de sistemas se tiene un conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que los hacen bastante difíciles de manipular.

Bibliografía

- [Anderson and Fouad, 1999] Anderson, P.M. and A.A. Fouad *Power System Control and Stability*. Second Edition. IEEE Press (2003)
- [Bazanella *et al.*, 1999] Bazanella, A., P. Kokotovic and A.S. Silva. *A Dynamic Extension for L_gV Controllers*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No.3, pp. 588-592 (1999)
- [Bazanella *et al.*, 2002] Bazanella, A., R. Ortega and M. Galaz. *A Consistent Parameter Estimator for Excitation Control of Synchronous Generators*. Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, Nevada USA pp. 142-147 (2002)
- [Bose *et al.*, 1982] Bose, A., C. Concordia, R.D. Dunlop, A.A. Fouad, P. Kundur and R. Schulz *Proposed Terms & Definitions for Power System Stability* Task Force on Terms & Definitions. System Dynamic Performance Subcommittee, Power System Engineering Committee. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 7 pp. 1894-1898 (1982)
- [Chapman, 1996] Chapman, J.W *Power System Control for Large Disturbance Stability: Security, Robustness and Transient Energy*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1996)
- [El-Abiad and Nagappan, 1966] El-Abiad, A. H. and K. Nagappan *Transient Stability Regions of Multimachine Power Systems*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-85, No. 2, pp.169-179 (1966)
- [Galaz *et al.*, 2003] Galaz, M., R. Ortega, A. Bazanella and A. Stankovic *An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators*. Automatica 39(1), pp. 11-119 (2003)
- [Galaz *et al.*, 2002] Galaz, M., R. Ortega, A. Bazanella *Transient Stabilization of Power Systems Via Total Energy Shaping: A Comparative Simulation Study with the Classical Scheme*. Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 02. Ensenada, BC México (2002)
- [Kanti, 2009] Kanti, B.D. *Matrix and Linear Algebra*. Second Edition, PHI Learning Private Limited, New Delhi (2009)
- [Khalil, 1996] Khalil, H. *Nonlinear Systems*. Third Edition, Prentice Hall (1996)

- [Krishna *et al.*, 2008] Krishna, D., K. Ramachandra and G. Govinda. *Application of Artificial Neural Networks in Determining Critical Clearing Time in Transient Stability Studies*. IEEE (2008)
- [Kundur, 1993] Kundur, P. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill (1993)
- [Kundur *et al.*, 2004] Kundur, P., J. Paserba, V. Ajarapu, G. Anderson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovi, C. Taylor, T.V. Cutsem and V. Vittal. *Definition and Classification of Power System Stability*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 2 pp. 1387-1401 (2004)
- [Machowski *et al.*, 2008] Machowski, J., J. Bialek and J. Bumby. *Power System Dynamics: Stability and Control*. Wiley, Second Edition (2008)
- [Maya, 2005] Maya, Paul R. *Control No Lineal de Sistemas Eléctricos de Potencia*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México (2005)
- [Nguyen *et al.*, 2002] Nguyen, T., M. Pai and I. Hiskens. *Sensitivity approaches for direct computation of critical parameteres in a power system*. Electrical Power and Energy Systems 24, pp.337-343 (2002)
- [Ortega *et al.*, 2001] Ortega, R., M. Galaz, A. Bazanella, A. Stankovic. *Excitation Control of Synchronous Generators via Total Energy-Shaping*. Proceedings of the American Control Conference, Arlington, VA June 25-27, pp.817-822 (2001)
- [Pai, 1989] Pai, M. A. *Energy Function Analysis for Power System Stability* Kluwer Academic Publishers (1989)
- [Pai, 1981] Pai, M. A. *Power System Stability. Analysis by the Direct Method of Lyapunov* North-Holland Publishing Company. Amsterdam, Netherlands (1981)
- [Pothisarn and Jiriwibhakom, 2003] Pothisarn, C. and S. Jiriwibhakom. *Critical Clearing Time Determination of EGAT System Using Artifial Neural Networks*. IEEE, pp 731-735 (2003)
- [Salam, 1984] Salam, M. A. *Power System Transient Stability: The Critical Clearing Time*. Proceedings of 23rd Conference on Decision and Control. IEEE pp 179-184 (1984)
- [Sauer and Pai, 1998] Sauer, P.W. and M. A. Pai. *Power System Dynamics and Stability*. Prentice Hall. New Jersey, USA. (1998)
- [Siewierski *et al.*, 1996] Siewierski, T., B. Bonvini, S. Massucco and A. Morini *A Comparative Analysis of Power System Transient Stability Assessment by Direct and Hybrid Methods*. IEEE, pp. 1575-1579 (1996)
- [Stagg and El-Abiad, 1968] Stagg, W. and A. H. El-Abiad. *Computer Methods in Power System Analysis*. McGraw-Hill (1968)

Apéndice A

Función de Lyapunov en Lazo Abierto

Para demostrar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio estable se tiene como función candidata de Lyapunov a la función de energía del sistema, la cual se obtiene por medio de la primera integral de movimiento del sistema. De esta forma, se tiene que:

$$\ddot{x}_1 = P - P_{max} \sin(x_1) \quad (\text{A.1})$$

donde $P_{max} = b_1 x_3$. El término del lado derecho de (A.1) puede escribirse como $-\partial V_{PE}/\partial x_1$, donde:

$$V_{PE}(x_1) = -Px_1 - P_{max} \cos(x_1) \quad (\text{A.2})$$

Multiplicando (A.1) por dx_1/dt esta ecuación puede ser escrita como:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + V_{PE}(x_1) \right] = 0$$
$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} x_2^2 + V_{PE}(x_1) \right] = 0$$

donde:

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_2^2 + V_{PE}(x_1) \quad (\text{A.3})$$

Haciendo un cambio de coordenadas, para que $V_{PE} = 0$ en el punto de equilibrio $x_1 = x_{1*}$, la ecuación (A.2) se reescribe de la siguiente forma:

$$V_{PE}(x_1, x_{1*}) = -P(x_1 - x_{1*}) - P_{max}(\cos(x_1) - \cos(x_{1*})) \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo (A.4) en (A.3) se obtiene:

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_2^2 - P(x_1 - x_{1*}) - P_{max}(\cos(x_1) - \cos(x_{1*})) = V_{KE} + V_{PE}(x_1, x_{1*}) \quad (\text{A.5})$$

donde $V_{KE} = \frac{1}{2}x_2^2$ es la energía cinética transitoria y $V_{PE}(x_1, x_{1*})$ es la energía potencial.

Agregando un termino cuadrático a (A.5) se obtiene la función de Lyapunov para el sistema en lazo abierto:

$$V(x) = \frac{1}{2}x_2^2 + b_1x_3(\cos x_{1*} - \cos x_1) - P(x_1 - x_{1*}) + \frac{b_1 b_4}{2 b_3}(x_3 - x_{3*})^2 \quad (\text{A.6})$$

Para comprobar si esta función de Lyapunov es positiva definida, se empezará por calcular el Hessiano de V, el cual esta dado por:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3^2} \end{bmatrix}$$

Haciendo las operaciones correspondientes obtiene:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 & 0 & b_1 \sin x_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_1 \sin x_1 & 0 & \frac{b_1 b_4}{b_3} \end{bmatrix}$$

De acuerdo al teorema de Sylvester [Kanti, 2009], la matriz anterior será positiva si sus menores principales son positivos, que para esta matriz son tres:

$$M_1 = |b_1 x_3 \cos x_1|$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} b_1 x_3 \cos x_1 & 0 & b_1 \sin x_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_1 \sin x_1 & 0 & \frac{b_1 b_4}{b_3} \end{vmatrix}$$

Con lo que se obtienen las siguientes restricciones:

1. $b_1 x_3 \cos x_1 > 0$
2. $(\frac{b_1^2 b_4}{b_3} x_3 \cos x_1) - (b_1 \sin x_1)^2 > 0$

La primera restricción siempre se cumple ya que $b_1 > 0$, y en el dominio de operación los términos x_3 y $\cos x_1$ siempre son positivos.

De la segunda restricción se tiene que: $-\frac{b_1^2 b_4}{b_3} x_3 \cos x_1 < -(b_1 \sin x_1)^2$, y como: $|(b_1 \sin x_1)^2| \leq 1$, se concluye que: $\frac{b_1^2 b_4}{b_3} x_3 \cos x_1 \geq 1$; lo cual se cumplirá en el dominio de operación si se eligen correctamente los parametros b_1, b_3 y b_4 .

A.1 Derivada de la Función de Lyapunov

La derivada de (A.6) a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \dot{x}_3 \quad (\text{A.7})$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_1} &= b_1 x_3 \sin x_1 - P \\ \frac{\partial V}{\partial x_2} &= x_2 \\ \frac{\partial V}{\partial x_3} &= b_1 (\cos x_{1e} - \cos x_1) + \frac{b_1 b_4}{2 b_3} (x_3 - x_{3e}) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Sustituyendo (A.8) en (A.7), y recordando que \dot{x}_1, \dot{x}_2 y \dot{x}_3 están dadas por (2.1), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= b_1 x_2 x_3 \sin x_1 - P x_2 - b_1 x_2 x_3 \sin x_1 - b_2 x_2^2 + P x_2 \\ &\quad + \left[b_1 (\cos x_1 - \cos x_{1*}) + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3*}) \right] (b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E) \\ &= \left[b_1 (\cos x_1 - \cos x_{1*}) + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3*}) \right] (b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E) - b_2 x_2^2 \end{aligned}$$

De (2.5) se tiene que: $E = b_4 x_{3*} - b_3 \cos x_{1*}$, por lo tanto:

$$\dot{V}(x) = \left[b_1 (\cos x_1 - \cos x_{1*}) + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3*}) \right] [b_3 (\cos x_1 - \cos x_{1*}) - b_4 (x_3 - x_{3*})] - b_2 x_2^2$$

Finalmente se obtiene:

$$\dot{V}(x) = -\frac{b_3}{b_1} \left[b_1 (\cos x_{1*} - \cos x_1) + \frac{b_1 b_4}{b_3} (x_3 - x_{3*}) \right]^2 - b_2 x_2^2$$

Apéndice B

Puntos de Equilibrio en Lazo Abierto

En lazo abierto ($u \equiv 0$), el sistema SMIB tiene dos puntos de equilibrio:

$$x_e = [1.124604, 0, 0.912297]^T, x_i = [1.170838, 0, 0.893498]^T$$

Por medio de la linealización del sistema alrededor de los puntos de equilibrio y usando el Método Indirecto o Primer Método de Lyapunov descrito en el Teorema 1 [Khalil, 1996], se puede saber el comportamiento del sistema cerca de dichos puntos.

Teorema 1 (Primer Método de Lyapunov) Sea x_* un punto de equilibrio para el sistema no lineal $\dot{x} = f(x)$. Sea:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x_*}$$

Entonces:

1. El punto de equilibrio x_* será local y asintóticamente estable si todos los valores propios λ de A tienen parte real negativa (A es Hurwitz).
2. El punto de equilibrio x_* será inestable si uno o más valores propios λ de A tienen parte real positiva. ■

Por tanto, linealizando el sistema alrededor del punto de equilibrio:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -b_1 x_3 \cos x_1 & -b_2 & -b_1 \sin x_1 \\ -b_3 \sin x_1 & 0 & -b_4 \end{bmatrix}$$

Evaluando x_e en la matriz A , se obtienen los siguientes valores propios:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.154 + j3.6698 \\ -0.154 - j3.6698 \\ -0.0261 \end{bmatrix} \therefore x_e \text{ es asintóticamente estable localmente}$$

De igual forma para x_i se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1817 + j3.4507 \\ -0.1817 - j3.4507 \\ 0.0292 \end{bmatrix} \therefore x_i \text{ es inestable (punto silla)}$$

Con lo anterior se verifica que, efectivamente, el sistema SMIB tiene un punto de equilibrio estable y otro inestable.