



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**MÉTODO SIMPLIFICADO PARA REHABILITACIÓN DE  
EDIFICIOS UTILIZANDO DISIPADORES DE ENERGÍA  
VISCOSOS NO-LINEALES**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**VICTOR MANUEL RIVERA MARQUEZ**

TUTOR:

**DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ**



NOVIEMBRE 2010

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. ESTEVA MARABOTO LUIS  
Secretario: Dr. MELI PIRALLA ROBERTO  
Vocal: Dra. RUIZ GÓMEZ SONIA ELDA  
1er. Suplente: M.I. JEAN PERRILLIAT RAUL  
2do. Suplente: M.I. GARCÍA DOMÍNGUEZ OCTAVIO

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ

*Gracias, es una palabra tan pequeña pero con un gran significado...y que, en estos tiempos, no se pronuncia tan a menudo como se debería.*

*A mis padres, por su apoyo, su amor y comprensión que permanentemente me hacen sentir.*

*A mis hermanos/a y familiares por acompañarme en este viaje... "La Vida" y compartir mi pasión por ella.*

*A mi tutora, por su apoyo y guía durante la realización de esta tesis.*

*A mis amigos, por sus preciados consejos y gratos momentos. Por su generoso apoyo.*

*A mis sinodales, por la revisión de mi tesis.*

*A CONACyT, por su apoyo económico para la realización de la maestría y tesis.*

*A DGAPA, por su apoyo económico para la culminación de mi tesis y participación en el proyecto IN-108708.*

***A TODOS GRACIAS!!!***

*Quiero dedicar esta tesis a mis padres como reconocimiento a sus esfuerzos realizados y apoyo incondicional que me han brindado.*

## **I RESUMEN**

Se propone y aplica un método simplificado para la rehabilitación de edificios con disipadores de energía viscosos no-lineales. El método es aplicable para el diseño de edificios con disipadores viscosos no-lineales desplantados en cualquier tipo de suelo. Además, se propone una fórmula para calcular la mínima fuerza cortante basal que debe soportar el sistema básico que contiene a los disipadores.

Se presenta un ejemplo de un marco de 6 niveles y 5 crujiás de acero, rehabilitado con disipadores de energía viscosos no-lineales, utilizando el método propuesto.

## **II ABSTRACT**

A simplified method for the seismic rehabilitation of buildings with non-linear viscous dampers is proposed. The method is applied for the design of building with non-linear viscous dampers located in different types of soil. In addition, it is proposed an equation for calculating the minimum base shear force that the basic system containing the dampers is permitted to resist.

The method is applied for the rehabilitation of a 6-story, 5-bay steel building with non-linear viscous dampers.



III INDICE

I RESUMEN.....	4
II ABSTRACT .....	4
III INDICE.....	5
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES Y OBJETIVOS .....	8
1.1 INTRODUCCIÓN .....	8
1.2 ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LOS AMORTIGUADORES VISCOSOS.....	9
1.3 DEFINICIONES BÁSICAS .....	10
1.4 OBJETIVO DE LA TESIS.....	12
CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LA PROPUESTA DE REDUCCIÓN POR AMORTIGUAMIENTO AL ESPECTRO DE DISEÑO DEL APÉNDICE A DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS DEL DISTRITO FEDERAL (2004). .....	12
2.1 ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO DEL APÉNDICE A.....	13
2.1.1 Fórmulas para la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico. ....	13
2.1.2 Ecuaciones para estimar el factor de amortiguamiento ( $\beta_v$ ) debido a la presencia de dispositivos de tipo viscoso.....	15
2.1.3 Factor de comportamiento sísmico $Q$ , reducción por ductilidad $Q'$ , y reducción por sobrerresistencia $R$ .....	15
2.2 REVISIÓN DE ESTADOS LÍMITES .....	16
2.2.1 Revisión de desplazamientos laterales para limitación de daño a elementos no estructurales.....	16
2.2.2 Revisión de desplazamientos laterales para seguridad contra colapso.....	17
CAPÍTULO 3. PROPUESTA DE FÓRMULA PARA LA FUERZA CORTANTE BASAL PERMITIDA EN EDIFICIOS CON AMORTIGUAMIENTO ADICIONAL.....	18
3.1 ANTECEDENTES.....	18
3.1.1 Espectro de diseño recomendado por el FEMA 450. ....	21
3.2 PROPUESTA DE FÓRMULA PARA EL CORTANTE BASAL MÍNIMO PERMISIBLE EN CONSTRUCCIONES CON DISIPADORES VISCOSOS.....	23
3.2.1 Deducción del factor $s$ . ....	24
3.2.1.1 Comportamiento de $s$ para una estructura regular o irregular. ....	26
3.2.1.2 Comportamiento de $s$ para una estructura fuertemente irregular. ....	27
CAPÍTULO 4. MÉTODO PROPUESTO DE DISEÑO.....	29
CAPÍTULO 5. REHABILITACIÓN DE UN EDIFICIO CON DISIPADORES VISCOSOS NO- LINEALES CON EL MÉTODO DE DISEÑO PROPUESTO. ....	38
5.1 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA.....	38
5.2 ANÁLISIS DE CARGAS .....	38
5.3 ESTRUCTURACIÓN.....	39
5.4 ANÁLISIS ESTRUCTURAL .....	42

5.4.1 Análisis sísmico. ....	42
5.4.2 Combinaciones de carga. ....	43
5.4.3 Periodo de vibrar de la estructura. ....	44
5.4.4 Desplazamientos laterales y distorsiones de entrepiso de la estructura. ....	44
5.5 APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA REHABILITAR LA ESTRUCTURA CON DISIPADORES DE ENERGÍA VISCOSOS NO-LINEALES. ....	46
5.5.1 Aplicación del método suponiendo $a_{di}=0.75$ . ....	46
5.5.2 Aplicación del método con $a_{di}$ igual a 0.35, 0.50 y 1.00. ....	63
5.5.3 Comparación de resultados suponiendo valores de $a_{di}$ entre 0.35 y 2.0. ....	65
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES. ....	69
REFERENCIAS. ....	70
ANEXO A. FIGURAS Y GRÁFICAS. ....	72
ANEXO B. DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL PORCENTAJE DE AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO VISCOSO NO-LINEAL. ....	86
Energía disipada por el amortiguador ( $W_D$ ) ....	86
Energía potencial del sistema ( $W_S$ ) ....	89
Deducción de la fórmula de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso no-lineal. ....	90



## **CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES Y OBJETIVOS**

### **1.1 INTRODUCCIÓN**

El ingeniero se ha visto en la necesidad de mejorar el comportamiento de las estructuras ante eventos sísmicos. Esto ha llevado a desarrollar e investigar nuevos dispositivos o sistemas sismorresistentes con el fin de lograr un adecuado comportamiento sísmico en las estructuras. Existe una diversidad de dispositivos o sistemas para la disipación de energía sísmica a través de amortiguamiento suplementario.

Los dispositivos mecánicos que se usan para amortiguamiento suplementario pueden representar un ahorro considerable en los costos de la estructura. Estos son reconocidos como un medio efectivo de controlar y reducir las cargas dinámicas aplicadas a la estructura.

Los sistemas de amortiguamiento suplementario se dividen en: sistemas pasivos, sistemas activos y sistemas semi-activos. En esta tesis se propone un método aplicando los disipadores de energía viscosos no-lineales de tipo pasivo. Estos dispositivos funcionan a través de un fluido viscoso que generan fuerzas de magnitud proporcional a la velocidad que se oponen al movimiento de la estructura, sin utilizar fuentes de poder externas.

Los espectros de diseño se calculan con un amortiguamiento crítico inherente del 5%, establecido en el cuerpo principal de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal-2004 (NTCDS-2004). En el "Apéndice A" de dichas normas se toman factores adicionales como es el factor  $\beta$  de reducción por amortiguamiento suplementario debido a la interacción suelo-estructura. Al implementar disipadores de energía viscosos no-lineales es posible obtener un nuevo factor  $\beta$  que tome en cuenta la presencia de los dispositivos para reducir el espectro de diseño. Además, el factor de comportamiento sísmico ( $Q$ ) y la reducción por sobrerresistencia ( $R$ ), permiten reducir aun más el espectro de diseño; por lo tanto, las fuerzas laterales de diseño resultan más pequeñas, por lo que son menores los desplazamientos laterales y menor rigidez lateral de la estructura, resultando en un ahorro en su construcción.

El amortiguamiento viscoso adicional en una estructura elástica no es un clásico amortiguamiento y las frecuencias (eigen-valores) y formas modales (eigen-vectores) no pueden determinarse de forma convencional. No obstante, el uso de frecuencias y modos sin amortiguamiento conjuntamente con una base de energía calculada para los porcentajes de amortiguamiento, pueden proveer una buena estimación de la respuesta sísmica de Sistemas Estructura-Disipador (ED) (Ramírez et. al., 2001; Lin y Chopra, 2001). Esta simplificación es aceptable para estructuras cuya distribución de disipadores sea uniforme verticalmente. Esto incluso puede ser válido para casos de concentración de dispositivos de amortiguamiento, pero requiere de análisis más detallados.

La energía total introducida a la estructura ( $E_T$ ) es la suma de: la energía cinética ( $E_K$ ), energía de deformación elástica ( $E_{DE}$ ), Energía disipada a través de deformaciones plásticas ( $E_{DP}$ ) y Energía disipada por amortiguamiento viscoso equivalente ( $E_V$ ). En esta tesis se propone incrementar la Energía disipada por amortiguamiento viscoso equivalente.

Un tipo de dispositivos de amortiguamiento viscoso son los producidos por Taylor Devices Inc. Estos dispositivos utilizan un fluido de silicona que es un polímero, con punto de inflamación de 600 °F (315.6 °C) por lo que se clasifica como no inflamable y no combustible bajo la normatividad de U.S. OSHA Standart. Estos dispositivos son manufacturados bajo la normatividad de U.S. Federal Standart. Otras características de estos dispositivos de amortiguamiento viscoso es que no requieren de dispositivos externos para liberar la energía producida por el sismo; la energía liberada se realiza a través de calor y es capaz de soportar temperaturas de -40 °F a 160°F (-40 °C a 70 °C). Tienen un periodo de vida de 50 años por lo que requieren de poco mantenimiento, y son capaces de soportar fuerzas de 10 kip a 2000 kip (4.5 ton a 906 ton).

El método que aquí se propone, se presenta mediante una serie de pasos basados en la dinámica estructural y en estudios previos (Chopra, 2007; Paz, 1992; Ramírez et. al., 2001; 2002; Lin y Chopra, 2002; Claros y Ruiz, 2009). El criterio se ejemplifica mediante la rehabilitación de un edificio que cumple por resistencia lateral y gravitacional pero no por desplazamientos laterales de entrepiso. Los dispositivos de amortiguamiento viscoso tendrán la función de reducir los desplazamientos laterales en el edificio, provocadas por sismo.

## 1.2 ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LOS AMORTIGUADORES VISCOSOS

Una de las producción usada con amortiguadores viscosos fue en los rifles de 75mm en la artillería francesa en 1897. Los amortiguadores fueron usados para reducir la fuerza impactada hacia atrás y tenía una distancia recorrida del pistón cerca de 48 pulgadas. El diseño exacto de estos amortiguadores fue considerado un secreto por el gobierno francés, y fue compartido con E.U.A. y Gran Bretaña durante la primera guerra mundial, solo después de extensas negociaciones. Estos amortiguadores se utilizaron para reducir la fuerza impactada cuando el arma disparaba y generaban una fuerza opuesta a la fuerza del disparo, mientras estas fuerzas variaban respecto a la elevación del arma. Hoy en día este complejo diseño es usado en muchas cotizadas artillerías de largo alcance, y los elementos de este diseño se usa en aeronaves de guerra.

En 1956 Housner fundó las bases de utilizar el concepto de energía como herramienta para determinar el comportamiento y la respuesta de una estructura ante cargas dinámicas.

Entre los años 1959 y 1961 se usó el amortiguador hidráulicos en los automóviles PTV 250 y PTV 400.

En 1925 se construyó el primer anti-shock rotatorio ("Knee-action") usado en automóviles. Fue inventado en Búffalo, U.S.A., por Ralph Peo.

En 1935 se construyó un muelle con fluido viscoso compresible, por Sir George Dowty de Gran Bretaña.

En 1949 Delco introdujo el primer éxito "antishock" lineal para automóviles, usando una pareja de tubos con dos válvulas de liberación. La barra fue montada en lo alto tanto que la gravedad pudiera ayudar a los escombros del crudo a asentarse.



En 1952 se construyeron amortiguadores con fluido viscoso compresible, producidos por P. Taylor de Wales-Strippit Corporation, fundada por Dispositivos Taylor en 1955. Se usaron en prensas mecánicas.

En 1956 el primer amortiguador hidráulico fue usado en una estructura, en la aeronave Chance-Vought F8, con disipadores Taylor de fluido amortiguante.

En 1970 los disipadores Taylor patentaron un sistema de fluidez amortiguante el cual suministraba un amortiguamiento lineal con altas presiones hidráulicas.

En 1985 se patentaron amortiguadores friccionantes a alta presión con sellos herméticos a la flexión que se usaron en naves espaciales.

En 1995 se aplicó el desarrollo de los disipadores viscosos para un edificio de 3 niveles desarrollados por la universidad de Buffalo (Constantinou y Symans, 1992).

De 1999 al 2003 se construyó la Torre mayor con 98 amortiguadores a cargo de Reichmann International en la Ciudad de México.

### 1.3 DEFINICIONES BÁSICAS

*Sistema Estructural Básico, Sistema Estructura-Disipador y Sistema Convencional.*

En lo que sigue se menciona el *Sistema Estructural Básico (SB)*. Este puede estar formado a base de marcos con elementos resistentes a momentos flexionantes, de muros, o bien sistemas de marcos-muro, sistemas con contravientos o combinados, así como sistemas tipo péndulo invertido, o sistemas tipo columna en voladizo. En el ejemplo que se presenta más adelante el SB está formado por marcos de acero. También se menciona el *Sistema Estructura- Disipador (ED)*. Este está compuesto por un SB más el conjunto de disipadores viscosos. Por otro lado, se hace referencia al *Sistema Convencional (SC)*. Este es un sistema estructural sin disipadores que presenta la misma geometría que el SB y que se diseña para resistir los efectos de las cargas gravitacionales y de las fuerzas laterales reducidas debidas a sismo, calculadas mediante el método estático. El Sistema Convencional debe cumplir con los requisitos de resistencia que indican las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, (NTCDS-2004).

*Fuerza del disipador, Constante de amortiguamiento y exponente de amortiguamiento.*

La ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad con masa  $m$ , rigidez  $k$ , constante de amortiguamiento viscoso no-lineal  $C_d$ , sujeto a aceleraciones del suelo  $\ddot{U}_g$  es (Lin y Chopra, 2002):

$$m\ddot{U} + C_d\dot{U} + kU + C_d \operatorname{sgn}(\dot{U})|\dot{U}|^{\alpha_d} = -m\ddot{U}_g(t)$$

Esta ecuación indica que la relación fuerza del disipador ( $F_d$ )-velocidad ( $\dot{U}$ ) para un amortiguador viscoso no-lineal se expresa mediante:

$$F_d = C_d * |\dot{U}|^{a_d} * \text{sgn}(\dot{U})$$

Donde  $C_d$  es la constante de amortiguamiento determinado experimentalmente con unidades de fuerza por velocidad;  $a_d$  es el exponente de amortiguamiento (positivo real) con valores en un intervalo de 0.35 a 1.0 (Lin y Chopra, 2002) para aplicaciones sísmicas y  $\text{sgn}(\dot{U})$  es la función que devuelve un valor unitario con el signo de la velocidad .

En el método modal que se presenta más adelante se utilizan los parámetros  $C_d$  y  $a_d$ .

En la figura 1.a se muestra el comportamiento histerético de un amortiguamiento viscoso no-lineal dividido entre un amortiguador viscoso lineal para un ciclo de movimiento armónico  $u=U_o \text{sen}(\omega t)$ , con exponentes de no-linealidad de  $a_d=0$ ,  $a_d=0.5$  y  $a_d=1.0$  (el valor unitario es para un amortiguador viscoso lineal).

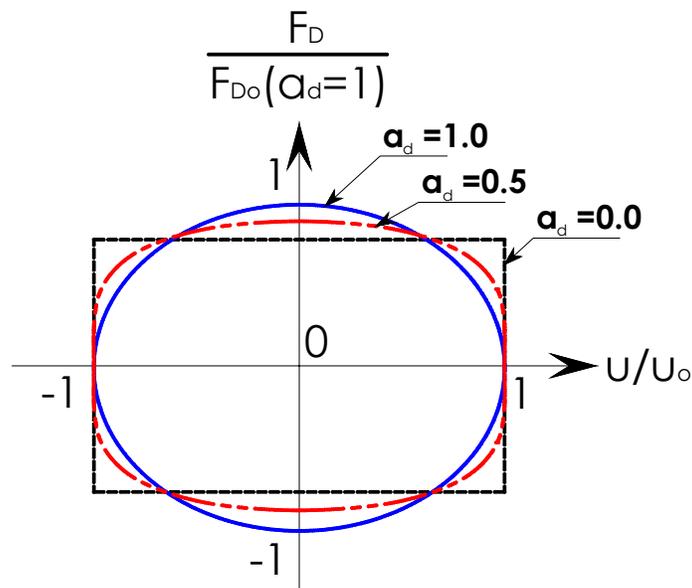


Figura 1a Relación de fuerza disipador-desplazamiento de una estructura con dispositivos de amortiguamiento viscoso no-lineal, sujeta a movimiento armónico (Lin y Chopra, 2002).

Los tres diagramas histeréticos de la figura 1a tienen la característica de tener la misma área y su forma varía de una elipse ( $a_d=1.0$ ) a un rectángulo ( $a_d=0.0$ , caso de un amortiguador friccionante), para una amplitud de desplazamiento fijado.

En la figura 1b se muestran las características de un amortiguador viscoso que son: un émbolo que entra o sale del disipador, un cilindro el cual aísla el líquido de silicona y da soporte a los demás componentes, la cabeza del émbolo con orificios por los que pasa la silicona y disipa la energía en forma de calor, y una válvula de control.

La variación del valor del exponente de amortiguamiento de no-linealidad ( $a_{di}$ ) se debe principalmente al diseño del orificio por el que pasa el líquido de silicona, y es diseñado de tal forma que la fuerza producida en el disipador no sea perpendicular a la velocidad producida por la acción sísmica en el dispositivo. Estos orificios alteran las características de la velocidad del fluido.

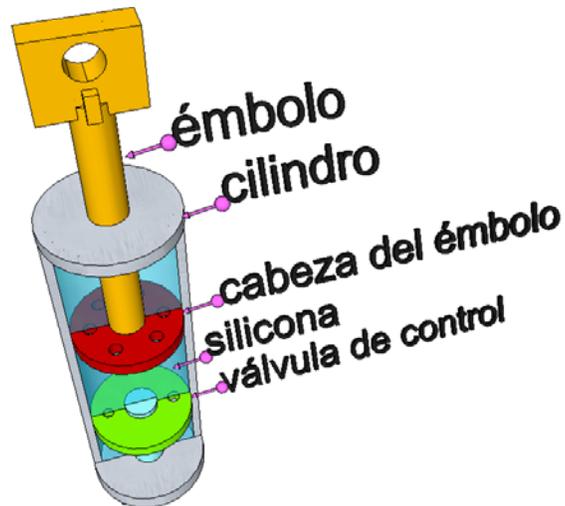


Figura 1b Características del amortiguador viscoso.

#### 1.4 OBJETIVO DE LA TESIS

Los objetivos de la tesis son los siguientes:

Proponer un método simplificado utilizando disipadores de energía viscosos no-lineales para rehabilitación de edificios aplicable a la normatividad del Distrito Federal del 2004.

Proponer una fórmula para la mínima fuerza cortante basal permitida en construcciones con amortiguamiento adicional (debido a disipadores viscosos no-lineales) para la normatividad del Distrito Federal del 2004.

Aplicar el método y la fórmula propuesta a un edificio desplantado en un terreno con periodo del suelo de 0.7 seg, considerando en el diseño distintos valores de no-linealidad ( $\alpha_d$ ) correspondientes a los disipadores viscosos.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LA PROPUESTA DE REDUCCIÓN POR AMORTIGUAMIENTO AL ESPECTRO DE DISEÑO DEL APÉNDICE A DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS DEL DISTRITO FEDERAL (2004).

A continuación se hace una revisión del Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal 2004 (NTCDS-2004), donde se utiliza un nuevo factor  $\beta$  que toma en cuenta el amortiguamiento adicional en la estructura debido a la presencia de disipadores del tipo viscoso.

### 2.1 ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO DEL APÉNDICE A

El Apéndice A de NTCDS-2004 dice lo siguiente:

Para el diseño sísmico de estructuras ubicadas en las zonas II y III será permisible tener en cuenta explícitamente los efectos de sitio, la interacción suelo-estructura y en este caso tomar en cuenta la influencia del amortiguamiento adicional debido a los disipadores viscosos. Cuando así se proceda se aplicarán al cuerpo principal de las NTCDS-2004 las disposiciones que contiene el Apéndice A. En todos los aspectos que no cubre el Apéndice A son aplicables las demás disposiciones de las NTCDS-2004.

#### 2.1.1 Fórmulas para la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico.

En el Apéndice A de las NTCDS-2004, cuando se aplique el método estático o dinámico modal, será admisible considerar explícitamente los efectos del periodo del suelo más largo del terreno ( $T_s$ ). Para considerar los efectos del periodo del suelo se tomarán en cuenta la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico ( $a$ ), expresada como fracción de la gravedad, como se muestra a continuación. Si la estructura pertenece al grupo A las ordenadas espectrales se multiplicarán por 1.5 (ecuación 2.1), si pertenece al grupo B se usará lo obtenido con la siguiente expresión:

$$a = \frac{S_a(\beta, T)}{g} = \begin{cases} a_o + (\beta c - a_o) \frac{T}{T_a}; & \text{si } T < T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a \leq T < T_b \\ \beta c p \left(\frac{T_b}{T}\right)^2; & \text{si } T \geq T_b \end{cases} \quad (2.1)$$

donde:

$a_o$  = Coeficiente de aceleraciones del terreno

$c$  = Coeficiente sísmico

$T_a$  y  $T_b$  = Periodos característicos del espectro de aceleraciones

$p$  = Variable usada para el cálculo de  $a$  y  $Q$

$g$  = Aceleración de la gravedad

$\beta$  = Factor de reducción por amortiguamiento suplementario



Los coeficientes  $a_o, c, T_a, T_b$  y  $p$  se determinan evaluando las siguientes expresiones en función del periodo del suelo más largo del terreno ( $T_s$ ).

$$a_o = \begin{cases} 0.1 + 0.15(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 \leq T_s \leq 1.5 \text{ s} \\ 0.25; & \text{si } T_s > 1.5 \text{ s} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$c = \begin{cases} 0.28 + 0.92(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.5 \text{ s} \\ 1.2; & \text{si } 1.5 < T_s \leq 2.5 \text{ s} \\ 1.2 - 0.5(T_s - 2.5); & \text{si } 2.5 < T_s \leq 3.5 \text{ s} \\ 0.7; & \text{si } T_s > 3.5 \text{ s} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$T_a = \begin{cases} 0.2 + 0.65(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 < T_s \leq 2.5 \text{ s} \\ 1.5; & \text{si } 2.5 < T_s \leq 3.25 \text{ s} \\ 4.75 - T_s; & \text{si } 3.25 < T_s \leq 3.9 \text{ s} \\ 0.85; & \text{si } T_s > 3.9 \text{ s} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$T_b = \begin{cases} 1.35; & \text{si } T_s \leq 1.125 \text{ s} \\ 1.2 T_s; & \text{si } 1.125 < T_s \leq 3.5 \text{ s} \\ 4.2; & \text{si } T_s > 3.5 \text{ s} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{T} \right)^2 \quad (2.6)$$

$$k = \begin{cases} 2 - T_s; & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.65 \text{ s} \\ 0.35; & \text{si } T_s > 1.65 \text{ s} \end{cases} \quad (2.7)$$

El valor del periodo del suelo más largo del terreno ( $T_s$ ) se puede tomar de la figura A.1 de las NTCDS-2004; ó cuando se tenga un estudio de mecánica de suelos que contenga la estratigrafía y las propiedades del subsuelo en interés, se puede usar la siguiente fórmula:

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{G_i} \right) \left( \sum_{i=1}^N \rho_i d_i (x_i^2 + x_i x_{i-1} + x_{i-1}^2) \right)} \quad (2.8)$$

donde:

$$x_i = \frac{\sum_{j=1}^i \frac{d_j}{G_j}}{\sum_{j=1}^N \frac{d_j}{G_j}} \quad (2.9)$$

$d_i$  = Espesor del  $i$  – ésimo estrato  
 $G_i$  = Módulo de rigidez al corte del  $i$  – ésimo estrato  
 $\rho_i$  = Densidad de masa del  $i$  – ésimo estrato

2.1.2 Ecuaciones para estimar el factor de amortiguamiento ( $\beta_v$ ) debido a la presencia de dispositivos de tipo viscoso.

Castillo y Ruiz (2010) proponen la siguiente ecuación para calcular el factor  $\beta = \beta_v$ :

$$\beta_v = \left( \frac{\zeta_e}{\zeta_t} \right)^\Delta \quad (2.10)$$

donde:

$\zeta_e$  = Fracción de amortiguamiento crítico de la estructura, supuesta igual a 5%  
 $\zeta_t$  = Fracción del amortiguamiento crítico de la estructura más la fracción del amortiguamiento adicional viscoso  
 $\Delta$  = Parámetro en función del periodo del suelo y periodo de la estructura

$$\Delta = \begin{cases} \lambda; & \text{si } T < F(T_b) \\ \lambda \left( \frac{F(T_b)}{T} \right)^\varepsilon; & \text{si } T \geq F(T_b) \end{cases} \quad (2.11)$$

donde:

$$F = \begin{cases} 2.5; & \text{si } T_s < 1 \text{ s} \\ 1; & \text{si } T_s \geq 1 \text{ s} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\varepsilon = \begin{cases} 1.5; & \text{si } T_s < 1 \text{ s} \\ 2.8 - 2.3 e^{-(0.4T_s + 0.05)^4} & \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\lambda = 0.65 - 0.25e^{0.5 - T_s} \quad (2.14)$$

$T_s$  = Periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés  
 $T_b$  = Periodo correspondiente al inicio de la tercera rama del espectro de diseño

2.1.3 Factor de comportamiento sísmico  $Q$ , reducción por ductilidad  $Q'$ , y reducción por sobrerresistencia  $R$ .

El factor de comportamiento sísmico  $Q$  se adoptará según los requisitos indicados en el capítulo 5 de las NTCDS-2004.



Cuando se realizan los análisis sísmicos las ordenadas espectrales de aceleración ( $a$ ) podrán ser reducidas por los factores de ductilidad,  $Q'$ , y sobrerresistencia,  $R$ , de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$Q' = \begin{cases} 1 + Q - 1 \sqrt{\frac{\beta T}{k T_a}}; & \text{si } T \leq T_a \\ 1 + Q - 1 \sqrt{\frac{\beta}{k}}; & \text{si } T_a < T \leq T_b \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta p}{k}}; & \text{si } T > T_b \end{cases} \quad (2.15)$$

$$R = \begin{cases} \frac{10}{4 + \sqrt{T/T_a}}; & \text{si } T \leq T_a \\ 2; & \text{si } T > T_a \end{cases} \quad (2.16)$$

## 2.2 REVISIÓN DE ESTADOS LÍMITES

Un aspecto importante para el diseño de las estructuras que se diseñan con base en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal son los Estados Límite de diseño.

En el Apéndice A de las NTCDS-2004 se establecen los Estados Límite que difieren de las del cuerpo principal de dicha norma. Se debe revisar que los desplazamientos laterales de entrepiso de la estructura cumplan con las dos condiciones siguientes:

### 2.2.1 Revisión de desplazamientos laterales para limitación de daño a elementos no estructurales.

Para limitaciones de daño a elementos no estructurales las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos producidos por las fuerzas cortantes sísmicas de entrepiso, calculadas para las ordenadas espectrales reducidas según la sección anterior y multiplicadas por el factor  $(Q'R)/7$ , no excederán 0.002 veces las diferencias de elevaciones correspondientes, salvo que no haya elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, como muros de mampostería, o éstos estén separados de la estructura principal de manera que no sufran daños por sus deformaciones; en tal caso, el límite en cuestión será de 0.004. Los valores de  $Q'$  y  $R$  se calcularán para el periodo fundamental de la estructura.

2.2.2 Revisión de desplazamientos laterales para seguridad contra colapso.

Para seguridad contra colapso, las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos producidos por las fuerzas cortantes sísmicas de entrepiso, calculadas para las ordenadas espectrales reducidas según la sección anterior, multiplicadas por el factor  $QR$  y divididas por las diferencias de elevaciones correspondiente, no excederán las distorsiones de entrepiso establecidas en la tabla 2.1 (tabla A.1 de las NTCDS-2004) para los distintos sistemas estructurales. El valor de  $R$  se calculará para el periodo fundamental de la estructura. Estos desplazamientos se emplearán también para revisar los requisitos de separación de edificios colindantes, así como para el cálculo de los efectos de segundo orden.

<b>Tabla 2.1 Distorsiones permisibles de entrepiso</b>	
<b>Sistema estructural</b>	<b>Distorsión</b>
Marcos dúctiles de concreto reforzado ( $Q= 3$ ó $4$ )	0.030
Marcos dúctiles de acero ( $Q= 3$ ó $4$ )	0.030
Marcos de acero o concreto con ductilidad limitada ( $Q= 1$ ó $2$ )	0.015
Losas planas sin muros o contravientos	0.015
Marcos de acero con contravientos excéntricos	0.020
Marcos de acero o concreto con contravientos concéntricos	0.015
Muros combinados con marcos dúctiles de concreto ( $Q= 3$ )	0.015
Muros combinados con marcos de concreto con ductilidad limitada ( $Q= 1$ ó $2$ )	0.010
Muros diafragma	0.006
Muros de carga de mampostería confinada de piezas macizas con refuerzo horizontal o malla	0.005
Muros de carga de mampostería confinada de piezas macizas; mampostería de piezas huecas confinada y reforzada horizontalmente; o mampostería de piezas huecas confinada y reforzada con malla	0.004
Muros de carga de mampostería de piezas huecas con refuerzo interior	0.002
Muros de carga de mampostería que no cumplan las especificaciones para mampostería confinada ni para mampostería reforzada interiormente	0.0015



### **CAPÍTULO 3. PROPUESTA DE FÓRMULA PARA LA FUERZA CORTANTE BASAL PERMITIDA EN EDIFICIOS CON AMORTIGUAMIENTO ADICIONAL.**

En este capítulo se propone que la fuerza cortante basal para estructuras con disipadores viscosos tengan un límite mínimo.

#### **3.1 ANTECEDENTES**

La limitación que establece el documento FEMA 450 (en su capítulo 15.2.2.1) para la fuerza cortante basal, es que esta no puede ser menor que  $V_{min}$ , donde  $V_{min}$  el valor mayor obtenido a partir de las dos fórmulas siguientes:

$$V_{min} = \frac{V}{B_{V+1}} \quad (3.1)$$

$$V_{min} = 0.75 V \quad (3.2)$$

donde:

$V$  = Fuerza cortante basal en la dirección de interés del sistema convencional (sin amortiguamiento suplementario)

$B_{V+1}$  = Coeficiente numérico en función del amortiguamiento efectivo y periodo del primer modo

El amortiguamiento efectivo se considera como la suma del amortiguamiento viscoso en el primer modo de vibración del ED en la dirección del análisis, más el amortiguamiento inherente del SB (supuesto del 5%).

Los coeficientes de amortiguamiento ( $B_{V+1}$ ), que se mencionan en la ecuación 3.1 se usaron por primera vez en 1991, en el UBC, el cual se basó en el "Blue Book" 1990, (*Recommended Lateral Force Requirements and Commentary*, de la Asociación de Ingeniería Estructural de Ingeniería de California, SEAOC, 1990). El primer grupo de publicaciones para los requerimientos de diseño de estructuras con aisladores de base fueron publicados por Kircher en 1986. Desde 1994 las normas del NEHRP (FEMA, 1995) han estado usando los mismo coeficientes como los que presenta el UBC y el IBC 2000; los cuales fueron base de las normas del NEHRP 1997 (FEMA, 1998), que sigue usando los mismo coeficientes de amortiguamiento.

Los coeficientes de amortiguamiento ( $B_{V+1}$ ) que aparecen en las normas del NEHRP de 1994 *Recommended Provision* (BSSC 1995) se basaron en los estudios de Wu and Hanson (1989). El FEMA 273 (ATC 1997) utiliza los coeficientes de amortiguamiento que se basaron en los estudios de Newmark y Hall (1982), pero ampliados para valores de relaciones de amortiguamiento altos.

La tabla 3.1a muestra los valores de los coeficientes  $B_{V+1}$  que se presentan en el FEMA 450 (2003), los cuales fueron reproducidos por Naeim y Kircher (2001), que ponen como base un espectro del 5% y lo comparan con valores de amortiguamiento mayores. Realizando coeficientes de espectros de respuesta correspondientes a 2%, 5%, 10% y 20% de

amortiguamiento crítico. Estos fueron calculados con base en 1046 registros de componentes horizontales. Naeim y Kircher (2001) llegaron a los resultados que se muestran en las figuras 3.1a, 3.1b y 3.1c.

Tabla 3.1a Coeficiente de amortiguamiento $B_{V+1}$	
Amortiguamiento efectivo (%)	$B_{V+1}$ (Cuando el periodo de la estructura $\leq T_0$ )
$\leq 2$	0.8
5	1.0
10	1.2
20	1.5
30	1.8
40	2.1
50	2.4
60	2.7
70	3.0
80	3.3
90	3.6
$\leq 100$	4.0

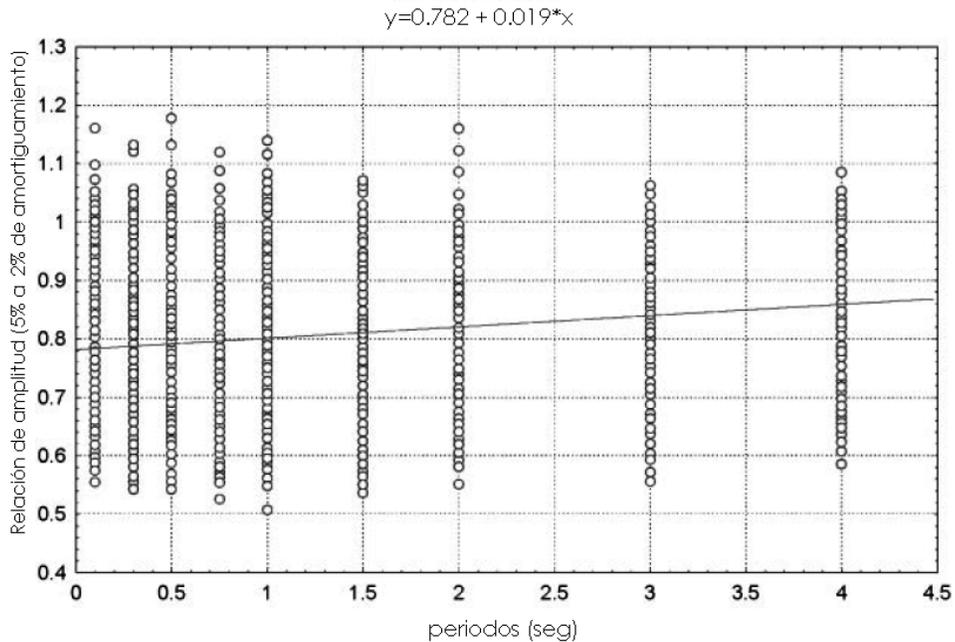


Figura 3.1a Factor de ajuste para 2% de amortiguamiento crítico

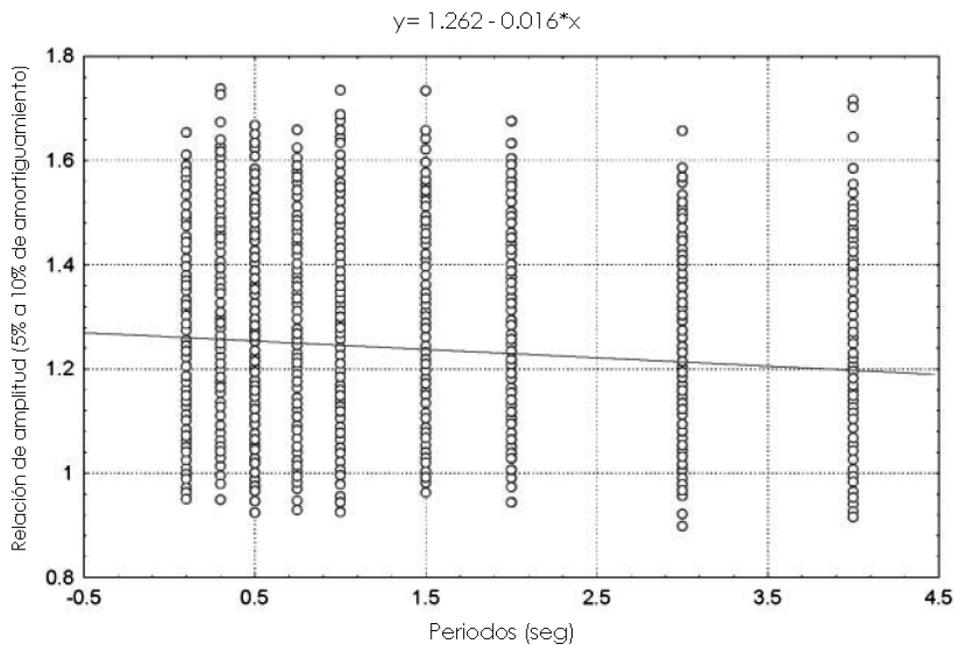


Figura 3.1b Factor de ajuste para 10% de amortiguamiento crítico

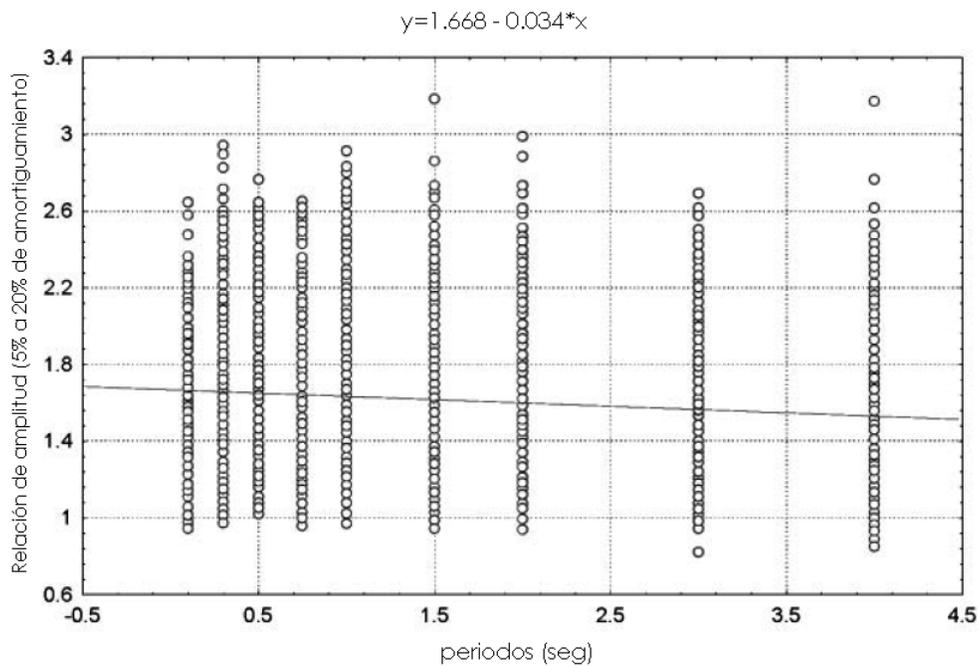


Figura 3.1c Factor de ajuste para 20% de amortiguamiento crítico

En las figuras 3.1a, 3.1b y 3.1c se realizó un ajuste lineal obteniendo los valores presentados en la tabla 3.1b. Como se puede observar, la influencia de los períodos no es muy significativo por lo que se descartó su uso para determinar los factores de modificación de amortiguamiento.

Amortiguamiento crítico (%)	Valor obtenido	Desviación estándar
2	0.809	0.0987
10	1.239	0.1331
20	1.619	0.3383

Se puede ver que los valores presentados por el FEMA 450 (Tabla 3.1a) y los presentados en la tabla 3.1b son similares, por lo cual podemos pensar que los valores de la tabla 3.1a también fueron obtenidos de un ajuste de distribución estadística de espectros de respuesta con diferentes amortiguamientos.

Existen valores parecidos a los del FEMA 450 (tabla 3.1a) propuestos con anterioridad; estos valores se muestran en la tabla 3.1c.

Amortiguamiento efectivo (%)	Newmark & Hall (1982)		1994 NEHRP	FEMA 273 (1997)		Ramírez et. al., (2001)	
	Región de Acel. (valores medios)	Región de Vel. (valores medios)	todos los periodos	Región de Acel.	Región de Vel.	Región de Vel. (ajustado)	Región de Vel. (conservador)
≤ 2	0.78	0.81		0.8	0.8	0.80	0.80
5	1.00	1.00	1.00	1.0	1.0	1.00	1.00
10	1.29	1.21	1.19	1.3	1.2	1.25	1.20
20	1.81	1.53	1.56	1.8	1.5	1.75	1.50
30		1.80	1.89	2.3	1.7	2.10	1.70
40		2.07		2.7	1.9	2.45	1.90
50		2.34		3.0	2.0	2.90	2.20
60		2.61		3.0	2.0	3.30	2.60
70		2.90		3.0	2.0	3.60	2.90
80		3.21		3.0	2.0	4.00	3.30
90		3.55		3.0	2.0	4.30	3.70
≤ 100		3.91		3.0	2.0	4.65	4.00

### 3.1.1 Espectro de diseño recomendado por el FEMA 450.

A manera de ilustración, en lo que sigue se muestran las expresiones correspondientes al espectro de diseño especificadas en el FEMA 450 (ver capítulo 3.2).

$$S_a = \begin{cases} 0.6 \frac{S_{DS}}{T_0} T + 0.4 S_{DS}; & \text{si } T \leq T_0 \\ S_{DS}; & \text{si } T_0 < T \leq T_s \\ \frac{S_{D1}}{T}; & \text{si } T_s < T \leq T_L \\ \frac{S_{D1} T_L}{T^2}; & \text{si } T > T_L \end{cases} \quad (3.3)$$



donde:

$$S_{DS} = \frac{2}{3} S_{MS} \quad (3.4)$$

$$S_{D1} = \frac{2}{3} S_{M1} \quad (3.5)$$

$$T_0 = 0.2 \frac{S_{D1}}{S_{DS}} \quad (3.6)$$

$$T_s = \frac{S_{D1}}{S_{DS}} \quad (3.7)$$

$$S_{MS} = F_a S_s \quad (3.8)$$

$$S_{M1} = F_v S_1 \quad (3.9)$$

$S_{DS}$  = Parámetro de la respuesta de aceleración sísmica de diseño en la meseta del espectro

$S_{D1}$  = Parámetro de la respuesta de aceleración sísmica de diseño para periodos de 1 segundo

$T$  = Periodo fundamental de la estructura, en segundos

$T_0$  = Periodo de inicio de la segunda rama del espectro

$T_s$  = Periodo de inicio de la tercera rama del espectro

$T_L$  = Periodo de inicio de la cuarta rama del espectro

$S_{MS}$  = Parametro de ajuste de la aceleración por el factor de sitio  $F_a$

$S_{M1}$  = Parametro de ajuste de la aceleración por el factor de sitio  $F_v$  en  $T = 1$  segundo

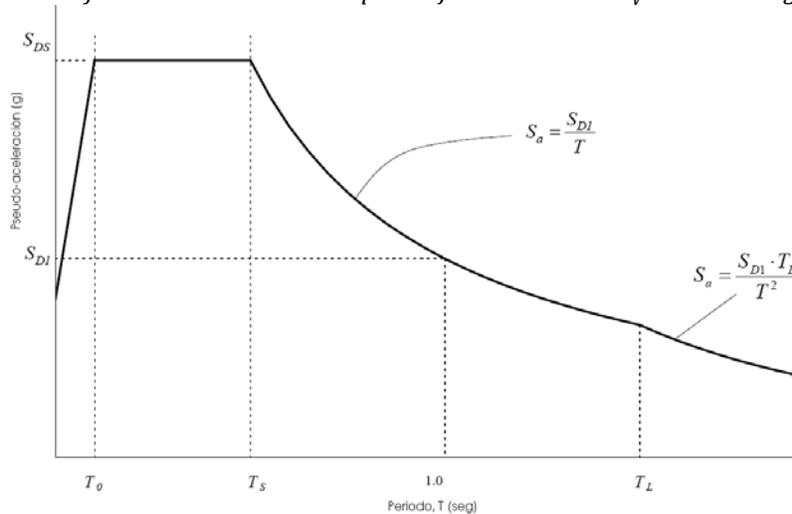


Figura 3.1d Espectro que especifica el FEMA450

Los valores de la tabla 3.1a y fórmulas de cortante mínimo (3.1) y (3.2), son aplicables al espectro de diseño mostrado en la figura 3.1d, que establece el FEMA 450 y que difiere del que se recomienda en el Apéndice A de las NTCDS-2004. Por tal motivo, estas fórmulas no deben ser aplicadas al Reglamento de Construcción del Distrito Federal 2004; por lo que aquí se propone una nueva ecuación para el valor de  $B_{v+1}$  (que en este estudio se llamará  $s$ ).

### 3.2 PROPUESTA DE FÓRMULA PARA EL CORTANTE BASAL MÍNIMO PERMISIBLE EN CONSTRUCCIONES CON DISIPADORES VISCOSOS.

Se propone que el límite inferior del cortante basal del sistema básico ( $V_{min}$ ) no sea menor que el mayor valor dado por las siguientes condiciones (Ruiz Gómez, 2010):

$$V_{min} = \frac{a_1(\beta_v)}{Q'R} We_1 \quad (3.10)$$

$$V_{min} = s(Vo_e) \quad (3.11)$$

donde:

$$s = \begin{cases} [0.4a_o + (a'_{T_a}s_o - 0.4a_o)T] \frac{Z}{a'}; & \text{si } T \leq T_a \\ s_o; & \text{si } T > T_a \end{cases} \quad (3.12)$$

$$Z = 1 - 0.1T (T_a - T)(Q - 1) \quad (3.13)$$

El valor de  $s_o$  depende de las condiciones de regularidad siguientes:

- a) Para sistemas estructurales regulares e irregulares que cumplan las especificaciones de la sección 6.1 y 6.2 de las NTCDs-2004.

$$s_o = 0.5 + 0.25e^{-T_s} \quad (3.14a)$$

- b) Para sistemas estructurales fuertemente irregulares que cumplan las especificaciones de la sección 6.3 de las NTCDs-2004.

$$s_o = 0.8 \quad (3.14b)$$

donde:

$a_1$  = Ordenada del espectro de diseño del primer modo en función de  $\beta_v$ , sin reducir por  $Q'$  y  $R$

$\beta_v$  = Factor de reducción por amortiguamiento suplementario debido a disipadores viscosos

$Q'$  = Factor de ductilidad

$R$  = Factor de reducción por sobrerresistencia

$We_1$  = Peso modal efectivo del primer modo

$Vo_e$  = Cortante basal del sistema convencional calculado con el método estático

$s$  = Factor de reducción al cortante basal

$Z$  = Factor de curvatura en función de  $Q$

$Q$  = Factor de comportamiento sísmico

$T$  = Periodo fundamental de la estructura

$T_a$  = Periodo característico del espectro de aceleraciones

$a_o$  = Coeficiente de aceleraciones del terreno

$a'$  = Ordenada del espectro de diseño sísmico dividido entre  $Q'$  y  $R$  correspondiente a  $T$

$a'_{T_a}$  = Ordenada del espectro de diseño sísmico dividido entre  $Q'$  y  $R$  correspondiente a  $T_a$

$s_o$  = Factor de reducción al cortante basal

$T_s$  = Periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés



### 3.2.1 Deducción del factor $s$ .

A continuación se presenta la obtención de la ecuación 3.12. Esta se dedujo a partir del análisis de un conjunto de espectros de diseño del Apéndice A de las NTCDS-2004 que consideran un factor de reducción por amortiguamiento suplementario  $\beta_v$  (Castillo y Ruiz, 2010) correspondiente a amortiguadores viscosos, distintos valores de  $Q$  y periodos del suelo ( $T_s$ ).

El valor correspondiente a  $s=s_0$  (ecuaciones 3.12 y 3.14a) se dedujo a partir de suponer que los espectros de diseño sísmico con factor de comportamiento sísmico igual a uno ( $Q=1$ ) se limitarían a una reducción máxima de ordenadas espectrales correspondientes al 15% del amortiguamiento crítico viscoso adicional, como se ilustra en la figura 3.2a.

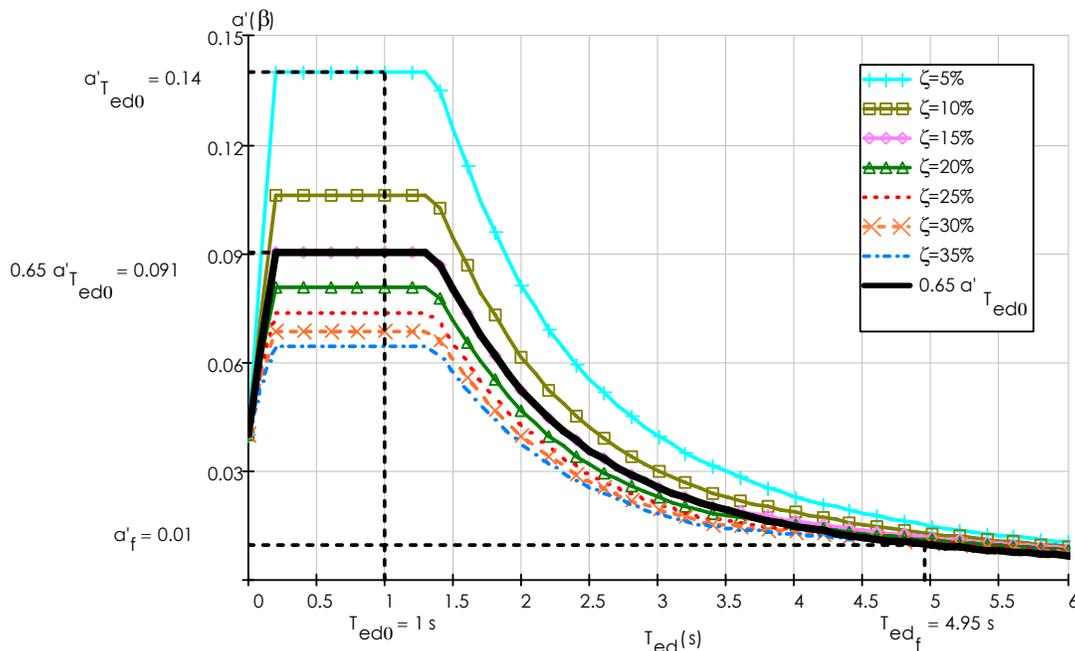


Figura 3.2a Espectros de diseño sísmico.  $Q=1$ ,  $T_s=0.5$  seg. y diferentes amortiguamientos.

En la figura 3.2a el eje de las ordenadas es:

$$a'_{T_{ed0}} = \frac{a(\beta_v)}{Q' R} \quad (3.15)$$

$T_{ed0}$  = Periodo de la estructura con disipadores

$a(\beta_v)$  = Ordenada del espectro de diseño en función de  $\beta_v$ , sin reducir por  $Q'$  y  $R$

$Q'$  = Factor de ductilidad

$R$  = Factor de reducción por sobrerresistencia

La figura 3.2a ilustra cómo se reduce la ordenada espectral de diseño correspondiente a un amortiguamiento crítico de 5% multiplicando por un valor de 0.65 (obtenida para un  $T_{ed0} = 1$  seg en la meseta); es decir, se hace coincidir con el espectro de diseño para 15% de amortiguamiento crítico (indicado mediante una línea negra continua).

Las mismas consideraciones ilustradas mediante la figura 3.2a se aplicaron a diferentes espectros de diseño del apéndice A (NTCDS-2004), los resultados se muestran en la Tabla 3.2a y en las figuras A.2 a A.7 del Anexo A de esta tesis.

<b>Tabla 3.2a Factores para reducir espectros del 5% al 15%, usando Q=1</b>	
Ts (periodo del suelo en seg.)	Factor de reducción (s)
0.5	0.6445
1	0.5784
1.5	0.5416
2	0.5205
2.5	0.508
3	0.501
3.5	0.496

Los resultados obtenidos de la tabla 3.2a se analizaron también con diferentes factores de comportamiento sísmico (Q), como se ilustra en las figuras A.8-A.27. Un ejemplo de este análisis se muestra en la figura 3.2b (con Q=2) en donde se le aplica el factor de reducción de 0.65 (obtenido de la figura 3.2a). La diferencia de la figura 3.2b (correspondiente a Q=2) con respecto a la figura 3.2a (correspondiente a Q=1) radica que en la figura 3.2b la reducción del espectro de diseño para 5% es cercana a un espectro de diseño asociada a un 20% de amortiguamiento crítico, mientras que en la figura 3.2a dicho amortiguamiento es de 15%.

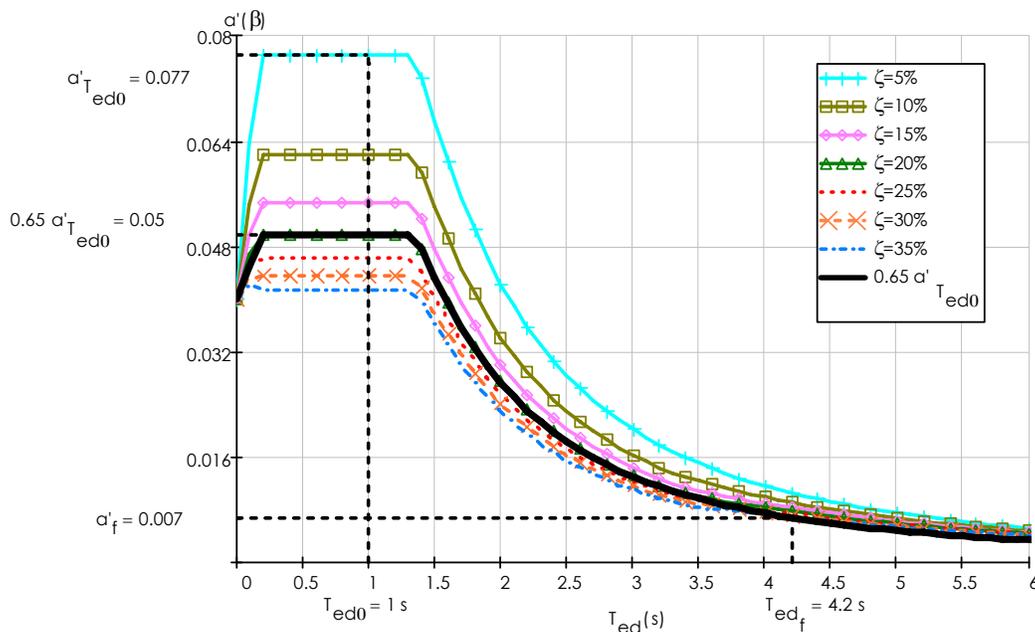


Figura 3.2b Espectros de diseño sísmico con Q=2, Ts=0.5 seg. y diferentes amortiguamientos.

Con base en la forma que describe el comportamiento de los factores de reducción de la tabla 3.2a, se obtuvo de el siguiente ajuste exponencial que se aplica a sistemas estructurales regulares e irregulares:



$$s_o = 0.5 + 0.25e^{-T_s} \quad (3.14a)$$

La Ecuación 3.14a es muy aproximada a los valores obtenidos de la tabla 3.2a (ver figura 3.2c). Nótese que cuando el periodo del suelo es cero, la función tiende al 0.75 (este valor coincide con lo establecido por el FEMA 450, ver ecuación 3.2).

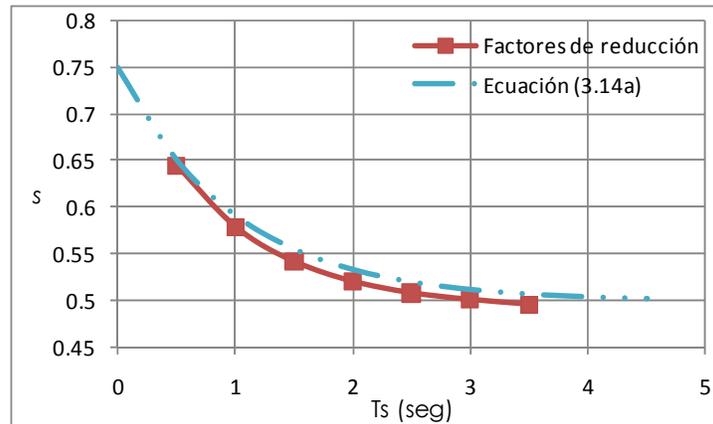


Figura 3.2c Comparación entre los factores de reducción de la tabla 3.2a y la ecuación 3.14a

En la ecuación 3.12, el valor correspondiente a  $s$  en el intervalo  $T \leq T_a$  se obtiene de un ajuste tomando como límites los valores de  $a_o$  ( $T=0$ ) y  $s_o$  ( $T= T_a$ ), afectado por un factor  $Z$  que toma la influencia de  $Q$ .

### 3.2.1.1 Comportamiento de $s$ para una estructura regular o irregular.

En la figura 3.2d se muestra el comportamiento de la ecuación 3.12 para una estructura regular o irregular ( $s_o$  dado por la ecuación 3.14a) para diferentes periodos ( $T_{ed}$ ), distintos valores de  $Q$  y  $T_s=2$  seg. En este caso  $T_a=1.175$  seg y  $a_o = 0.25$ .

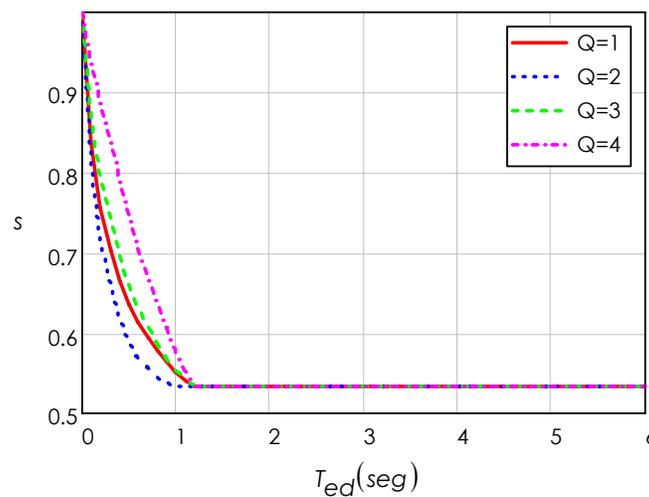


Figura 3.2d Valores de  $s$  para  $T_s=2$ seg. Estructura regular o irregular.

3.2.1.2 Comportamiento de  $s$  para una estructura fuertemente irregular.

Por otro lado, para estructuras fuertemente irregulares que cumplan las especificaciones de la sección 6.3 de las NTCDS-2004 se propone un valor de  $s_0=0.8$  (ver ecuación 3.14b).

El valor de  $s_0 = 0.8$  limita a los espectros de diseño a un máximo del 10.2% de amortiguamiento crítico de una estructura con  $Q=2$ . Las reducciones máximas que se obtienen utilizando la ecuación 3.14b se muestran en la tabla 3.2b.

$T_s$ (seg)	$Q=1.0$	$Q=2.0$
0.5	8.70%	10.20%
1	7.80%	9.00%
1.5	7.45%	8.70%
2	7.25%	8.60%
2.5	7.15%	8.42%
3	7.10%	8.30%
3.5	7.07%	8.25%

En la figura 3.2e se muestran los valores de  $s$  para el caso de una estructura fuertemente irregular, usando los parámetros antes mencionados.

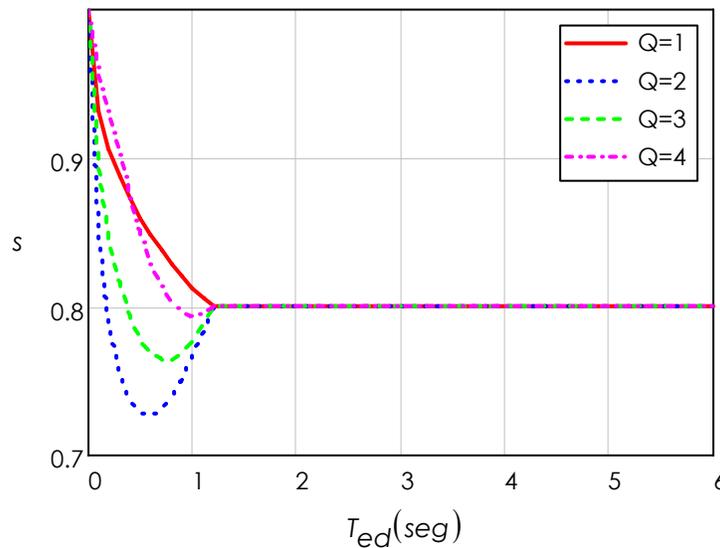


Figura 3.2e Valores de  $s$  para  $T_s=2$ seg. Estructura fuertemente irregular.



A manera de ilustración, en la figura 3.2f se muestra que los valores de  $Z$  (ecuación 3.13) no sufren cambios para una estructura regular, irregular ó fuertemente irregular, ya que solo dependen de  $Q$ .

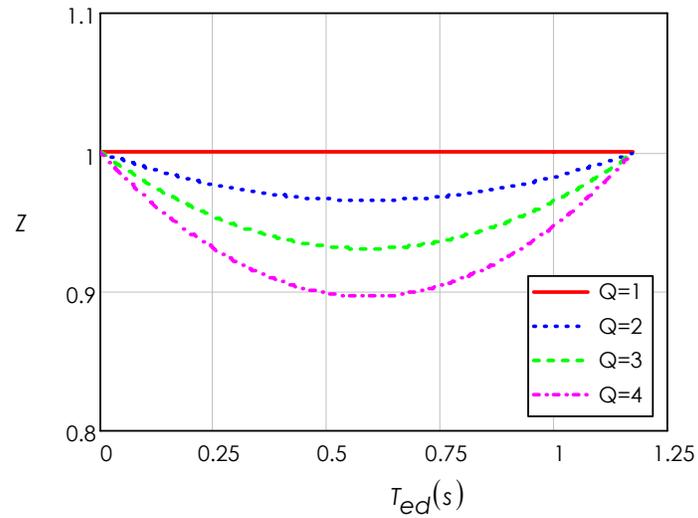


Figura 3.2f Valores de  $Z$  para  $T_s=2$ seg

## CAPÍTULO 4. MÉTODO PROPUESTO DE DISEÑO.

Enseguida se presenta un método para la rehabilitación de estructuras utilizando disipadores viscosos no-lineales. El método se explica mediante los siguientes pasos:

1.- El método es aplicable para el caso en el que el SB cumpla por resistencia pero no por desplazamientos laterales.

2.- Primeramente se obtienen las propiedades geométricas y las dinámicas del SB (masas, pesos, periodos y formas modales).

3.- Se calculan el peso modal efectivo ( $We_m$ ) y el factor de participación ( $\Gamma_m$ ) correspondientes a cada modo.

$$We_m = \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (W_i * \phi_{mi})^2}{\sum_{i=1}^{NNiv} (W_i * \phi_{mi}^2)} \quad (4.1)$$

$$\Gamma_m = \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (W_i * \phi_{mi})}{\sum_{i=1}^{NNiv} (W_i * \phi_{mi}^2)} \quad (4.2)$$

donde:

$m$  = Número de modo

$We_m$  = Peso modal efectivo del modo  $m$

$\Gamma_m$  = Factor de participación del modo  $m$

$NNiv$  = Número de niveles

$W_i$  = Peso de la estructura del  $i$  – ésimo nivel

$\phi_{mi}$  = Formas modales del modo  $m$

4.- Para el análisis modal se debe incluir el efecto de los modos naturales que ordenados según valores decrecientes de sus respectivos periodos de vibración sean necesarios para que la suma de los pesos modales efectivos ( $We_m$ ) en cada dirección del análisis sea mayor o igual a 90% del peso total de la estructura ( $W_o$ ); es decir:

$$\sum_{m=1} We_m \geq 0.9(W_o) \quad (4.3)$$

### 4.1 PASOS PARA EL MODO FUNDAMENTAL (PRIMER MODO).

5.- Se proponen constantes de amortiguamiento ( $C_{di}$ ), así como valores del exponente de amortiguamiento de no-linealidad ( $a_{ai}$ ) correspondientes a cada nivel ( $i$ ).



6.- Se supone una ductilidad global efectiva ( $\mu_e$ ) y con las  $C_{di}$  y  $a_{di}$  propuestas, se calcula la relación de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso para el modo 1, mediante la expresión (Ramírez et al, 2001; ver anexo C):

$$\zeta_{d1} = \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (2\pi^{a_{di}} * T_1^{2-a_{di}} * \lambda_i * C_{di} * \cos \theta^{1+a_{di}} * X1_{azot}^{a_{di}-1} * \phi_{r1i}^{1+a_{di}})}{8\pi^3 * \left( \sum_{i=1}^{NNiv} \left( \frac{W_i}{g} * \phi_{1i}^2 \right) \right)} \quad (4.4)$$

$$Xm_{azot} = \frac{g}{4\pi^2} * \Gamma_m * a'_m * T_m^2 * Q * R \quad (4.5)$$

$$\lambda_i = 4 * 2^{a_{di}} \frac{\Gamma(1 + \frac{a_{di}}{2})}{\Gamma(2 + a_{di})} \quad (4.6)$$

donde:

$\zeta_{dm}$  = Porcentaje de amortiguamiento viscoso adicional del modo m

$a_{di}$  = Exponente de amortiguamiento de no – linealidad del i – ésimo nivel

$T_m$  = Periodo de vibración del modo m

$\lambda_i$  = Factor en función de  $a_{di}$  del i – ésimo nivel

$\Gamma$  = Función gamma

$C_{di}$  = Constante de amortiguamiento del disipador del i – ésimo nivel

$\theta$  = Ángulo de inclinación del disipador con respecto a un eje horizontal

$Xm_{azot}$  = Desplazamiento de azotea del modo m

$\phi_{rmi}$  = Formas modales relativas del modo m

$g$  = Aceleración de la gravedad

$a'_m$  = Coeficiente sísmico reducido por Q' y R del modo m

$Q'$  = Factor de ductilidad

$R$  = Factor de reducción por sobrerresistencia

El desplazamiento de azotea (ecuación 4.5) se calcula, como un primer tanteo, con un amortiguamiento crítico inherente de la estructura igual a 5%, y se supone  $\mu_e = Q$ .

7.- Se revisa que el porcentaje de amortiguamiento crítico inherente de la estructura (5%) más el porcentaje de amortiguamiento viscoso adicional del modo m ( $\zeta_{dm}$ ) sea menor que 35%. Si no cumple esta condición se regresa al paso 5. Es decir:

$$\zeta_{efectivo\ m} = \zeta_{dm} + 5\% \leq 35\% \quad (4.7)$$

Esta condición se establece debido a que se ha comprobado que el comportamiento de una estructura con amortiguamiento por fluido viscoso se optimiza en un intervalo del 20% al 25% adicional al 5% del amortiguamiento crítico. Aquí se propone un límite del 30% de amortiguamiento crítico más el 5% inherente en la estructura. Este es el mismo límite (35%) que se recomienda en el documento FEMA 450.

No se recomienda un valor mayor de amortiguamiento debido a que se han realizado experimentos con modelos de construcciones los cuales indican que un amortiguamiento adicional del 50% produce una mejora, pero eventualmente aumenta el costo de los disipadores.

8.- Con la ductilidad supuesta ( $\mu_e$ ) se obtiene el desplazamiento de azotea ( $Xm_{azot}$ ), considerando comportamiento inelástico (ecuación 4.5). En los pasos 8 y 9, se utiliza el coeficiente sísmico  $a'_m$  reducido, correspondiente al amortiguamiento  $\zeta_{efectivo m}$  tomado en cuenta por  $\beta_v$  que se menciona en la ecuación 2.10(Castillo y Ruiz, 2010).

9.- Se calcula el cortante basal del modo  $m$  ( $Vo_m$ ):

$$Vo_m = We_m * a'_m \quad (4.8)$$

10.- Se revisa que el cortante basal del sistema básico considerando  $\zeta_{efectivo 1}$  ( $Vo_1$ ) sea mayor que el siguiente valor (este paso solo se aplica al modo fundamental):

$$Vo_1 \geq s(Vo_e) \quad (4.9)$$

donde:

$Vo_e$  = Cortante basal del sistema convencional calculado con el método estático

$Vo_1$  = Cortante basal mínimo permitido para el sistema básico, considerando  $\zeta_{efectivo 1}$

$s$  = Factor de reducción del cortante basal

El valor de  $s$  está dado por:

$$s = \begin{cases} [0.4a_o + (a'_{T_a} s_o - 0.4a_o)T] \frac{Z}{a'}; & \text{si } T \leq T_a \\ s_o; & \text{si } T > T_a \end{cases} \quad (3.12)$$

$$Z = 1 - 0.1T (T_a - T)(Q - 1) \quad (3.13)$$

Para un sistema que es regular o que es irregular:

$$s_o = 0.5 + 0.25e^{-T_s} \quad (3.14a)$$

Para un sistema fuertemente irregular:

$$s_o = 0.8 \quad (3.14b)$$

donde:

$T_s$  = Periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés

$s_o$  = Factor de reducción del cortante basal

$Z$  = Factor de curvatura

$Q$  = Factor de comportamiento sísmico

$T$  = Periodo de la estructura

$T_a$  = Periodo correspondiente al inicio de la segunda rama (meseta) del espectro de diseño

$a_o$  = Coeficiente de aceleraciones del terreno

$a'$  = Ordenada del espectro de diseño sísmico dividido entre  $Q'$  y  $R$ , evaluada en  $T$

$a'_{T_a}$  = Ordenada del espectro de diseño sísmico dividido entre  $Q'$  y  $R$ , evaluada en  $T = T_a$

11.- Se obtiene el desplazamiento de fluencia ( $Xy$ ) mediante un análisis estático no-lineal ("pushover") del sistema (este paso solo se aplica al modo fundamental).



12.- Se calcula la demanda de ductilidad ( $\mu_d$ ), y se compara con el valor de  $\mu_e$  (supuesto en el paso 5).

$$\mu_d = \frac{X1_{azot}}{Xy} \approx \mu_e \quad (4.10)$$

Si no cumple lo anterior se supone un nuevo valor de  $\mu_e$  y se repiten los pasos 5 al 12. Se tomará la última ductilidad calculada como valor inicial de la siguiente iteración ( $\mu_{e_{i+1}} = \mu_{d_i}$ ).

13.- Se revisa la respuesta del marco (distorsiones y fuerzas en el disipador) en dos instantes de respuesta: máximo desplazamiento y máxima velocidad.

a) Máximo desplazamiento:

Se calculan los desplazamientos del i-ésimo nivel correspondientes al modo  $m$  ( $Xm_i$ ):

$$Xm_i = Xm_{azot} * \phi_{mi} \quad (4.11)$$

Se obtienen las distorsiones del i-ésimo nivel correspondientes al modo  $m$  ( $\Delta_{mi}$ ):

$$\Delta_{mi} = Xm_{i+1} - Xm_i \quad (4.12)$$

Se calculan las fuerzas laterales ( $F_{mi}$ ) y los cortantes de entrepiso ( $V_{mi}$ ):

$$F_{mi} = W_i * \phi_{mi} * \frac{\Gamma_m}{W e_m} * V o_m \quad (4.13)$$

$$V_{mi} = \sum_{j=i}^{NNiv} F_{mj} \quad (4.14)$$

donde:

$F_{mi}$  = Fuerzas laterales del modo  $m$  en el  $i$  – ésimo nivel, asociadas a máximo desplazamiento

$V_{mi}$  = Cortantes de entrepiso del modo  $m$  en el  $i$  – ésimo nivel, asociadas a máximo desplazamiento

b) Máxima Velocidad ( $\dot{U}$ ):

Se calculan las fuerzas en los disipadores ( $Fd_{mi}$ ):

$$\dot{U}_{mi} = \frac{2\pi}{T_m} * \Delta_{mi} c_v \quad (4.15)$$

$$Fd_{mi} = C_{di} * |\dot{U}_{mi}|^{a_{di}} * \cos \theta^{a_{di}} * sgn(\dot{U}_{mi}) \quad (4.16)$$

donde:

$F_{d_{mi}}$  = Fuerzas del disipador del modo  $m$  en el  $i$  – ésimo nivel, asociadas a máxima velocidad

$\dot{U}_{mi}$  = Valores de máxima velocidad en el modo  $m$ , del  $i$  – ésimo nivel

$T_m$  = Periodo de vibración de la estructura en el modo  $m$

$c_v$  = Factor correctivo que transforma la pseudo – velocidad en la velocidad real del entrepiso

#### 4.2 PASOS PARA LOS MODOS SUPERIORES AL FUNDAMENTAL.

14.- Se aplican las siguientes expresiones a los modos superiores al fundamental. La constante de amortiguamiento  $C_{di}'$  y el porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso ( $\zeta_{dm}$ ) son:

$$\zeta_{dm} = \frac{T_m}{4\pi} * \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (C_{di}' * \cos \theta^2 * \phi_{rmi}^2)}{\left( \sum_{i=1}^{NNiv} \left( \frac{W_i}{g} * \phi_{mi}^2 \right) \right)} \quad (4.17)$$

$$C_{di}' = a_{di} * C_{di} * \dot{U}_{1i}^{a_{di}-1} \quad (4.18)$$

donde:

$\dot{U}_{1i}$  = Valores de máxima velocidad en el modo 1 del  $i$  – ésimo nivel.

$C_{di}' = C_{di}$  para modos superiores al fundamental.

15.- Se repiten los pasos 7, 8, 9 y 13 con la diferencia que para el caso de modos superiores se tomará  $C_{di} = C_{di}'$ .

16.- Se repiten los pasos 14 y 15, para cada modo superior al fundamental.

#### 4.3 COMBINACIÓN DE RESPUESTAS MODALES Y SELECCIÓN DEL DISIPADOR

17.-Se calculan las combinaciones de las respuestas máximas modales.

a) Respuesta en la etapa de máximo desplazamiento; correspondientes al  $i$ -ésimo nivel:

$$F_i = \sqrt{\sum F_{mi}^2} \quad (4.19)$$

$$\Delta_i = \sqrt{\sum \Delta_{mi}^2} \quad (4.20)$$

$$V_i = \sqrt{\sum V_{mi}^2} \quad (4.21)$$



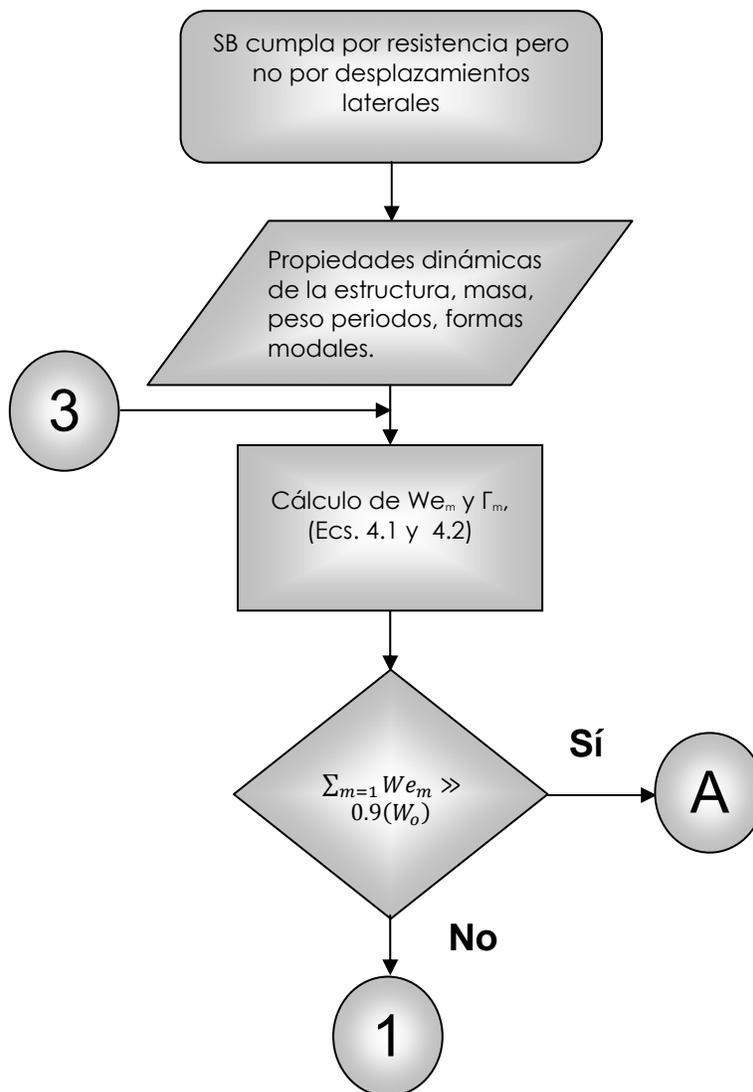
b) Respuesta en la etapa de máxima velocidad; correspondientes al i-ésimo nivel:

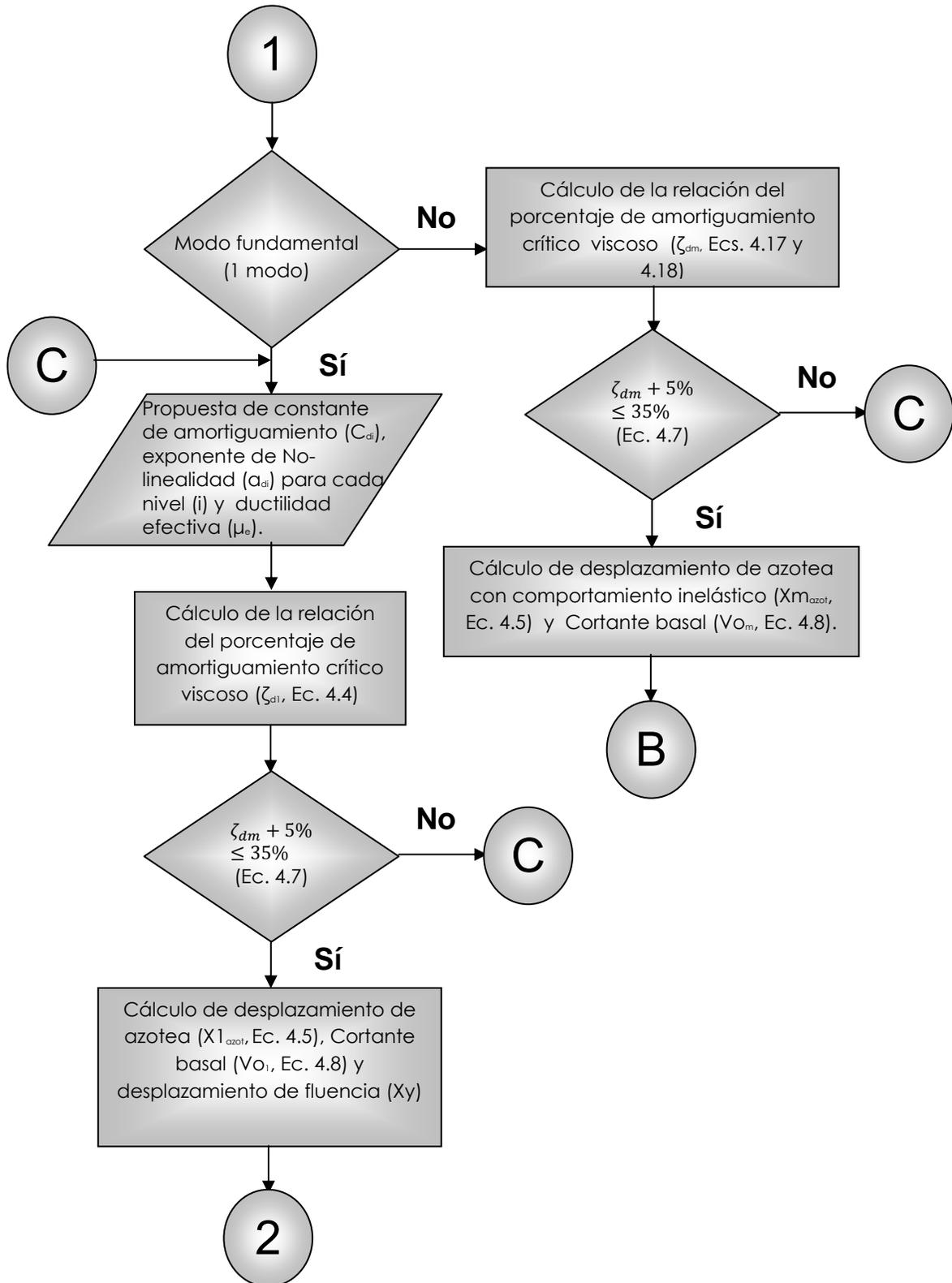
$$Fd_i = \sqrt{\sum Fd_{mi}^2} \quad (4.22)$$

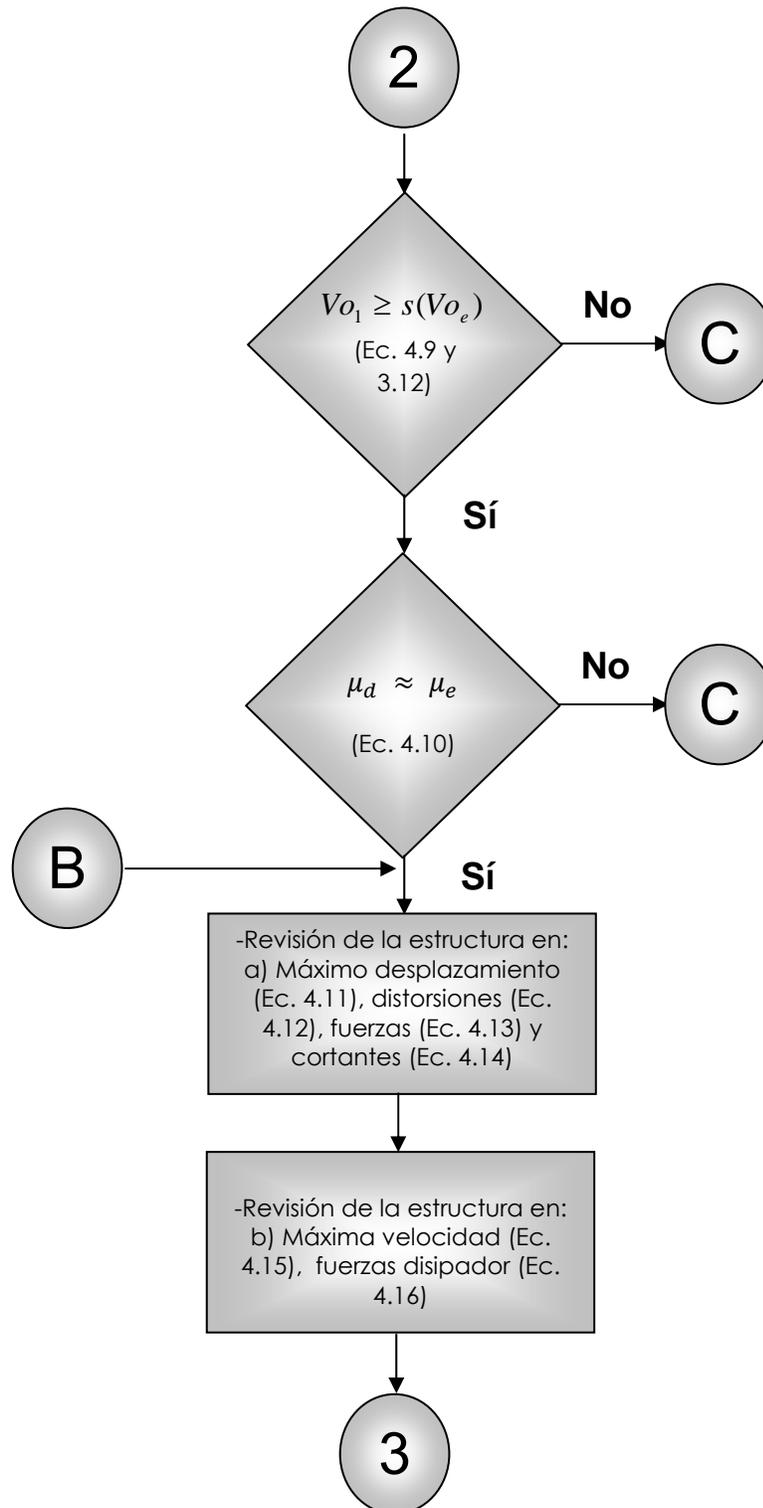
18.- Se seleccionan los disipadores adecuados con base en la fuerza y los desplazamientos máximos de entrepiso. Para ello se utiliza la fuerza del disipador ( $Fd_i$ ) y los desplazamientos máximos de entrepiso que se calculan usando la siguiente expresión:

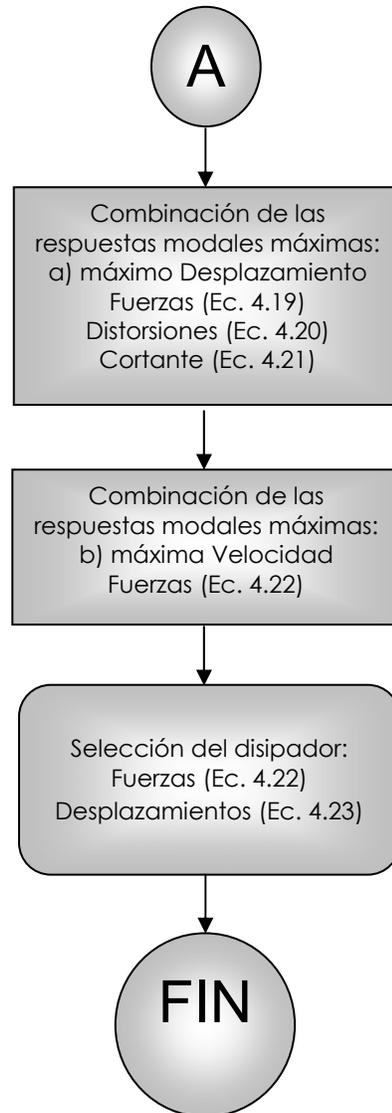
$$\Delta d_i = \frac{\Delta_i}{\cos \theta} \quad (4.23)$$

A continuación se presenta el diagrama de flujo del método descrito.











## **CAPÍTULO 5. REHABILITACIÓN DE UN EDIFICIO CON DISIPADORES VISCOSOS NO-LINEALES CON EL MÉTODO DE DISEÑO PROPUESTO.**

### **5.1 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA**

El método propuesto se aplica a una estructura de acero con 6 niveles y 5 crujiás en la dirección X, y 5 crujiás en la dirección Y. El sistema de piso está compuesto de losacero de 12 cm de espesor total y 6 cm de capa de compresión. La estructura es de uso habitacional. Está desplantada en el valle de México en una zona con periodo dominante de 0.7 seg.

### **5.2 ANÁLISIS DE CARGAS**

Las cargas vivas se obtienen según las recomendaciones de las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (2004) para un edificio de uso habitacional.

En la tabla 5.2a se muestran los valores de las cargas vivas.

<b>Tabla 5.2a cargas vivas</b>			
<b>NIVEL</b>	<b>PARA CÁLCULO DE ASENTAMIENTOS (kg/m<sup>2</sup>)</b>	<b>PARA DISEÑO SÍSMICO (kg/m<sup>2</sup>)</b>	<b>PARA DISEÑO POR FUERZAS GRAVITACIONALES (kg/m<sup>2</sup>)</b>
P.B. y Entrepisos	70	90	170
Azotea	15	70	100

En la tabla 5.2b y 5.2c se muestran los valores de las cargas muertas.

<b>Tabla 5.2b Carga muerta de planta baja y entrepisos</b>		
Muros divisorios	100	kg/m <sup>2</sup>
Acabados en piso	80	kg/m <sup>2</sup>
Instalaciones	20	kg/m <sup>2</sup>
Plafón	20	kg/m <sup>2</sup>
Sobrecarga reglamento	40	kg/m <sup>2</sup>

Componente	Valor	Unidad
Relleno	180	kg/m <sup>2</sup>
Impermeabilización	100	kg/m <sup>2</sup>
Instalaciones	20	kg/m <sup>2</sup>
Plafón	20	kg/m <sup>2</sup>
Sobrecarga reglamento	40	kg/m <sup>2</sup>

En la tabla 5.2d se muestran los valores de las propiedades de los materiales.

Acero estructural	$f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$
Varillas del No. 3 y mayores	$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
Concreto	$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$

### 5.3 ESTRUCTURACIÓN

En la figura 5.3a se muestran la geometría y las dimensiones del edificio que se analiza en este ejemplo.

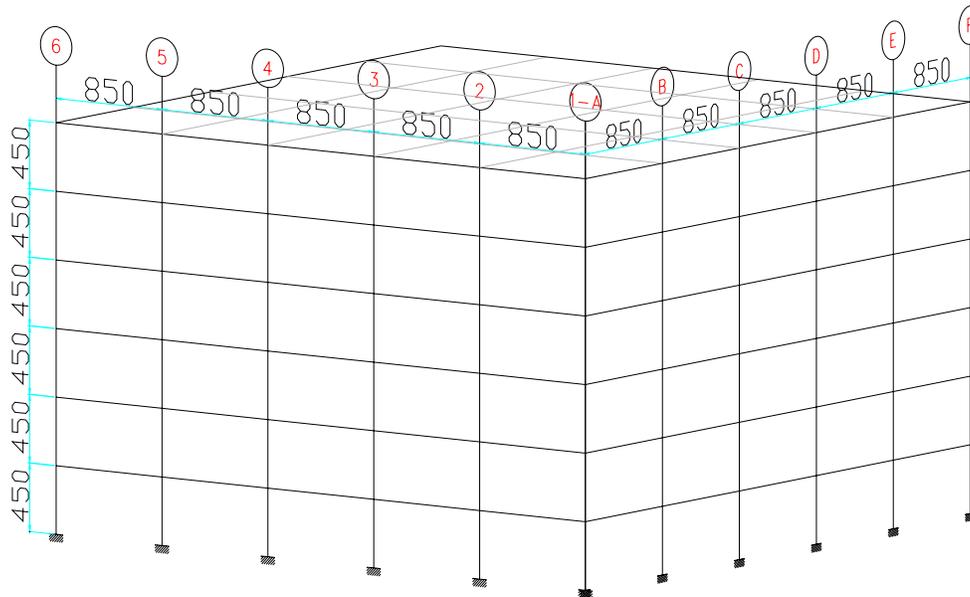


Figura 5.3a Marcos Tipo.

En las figuras 5.3b, 5.3d y se presenta una vista en planta, y en las figuras 5.3c y 5.3e los perfiles IR de vigas y columnas que constituyen la estructura.

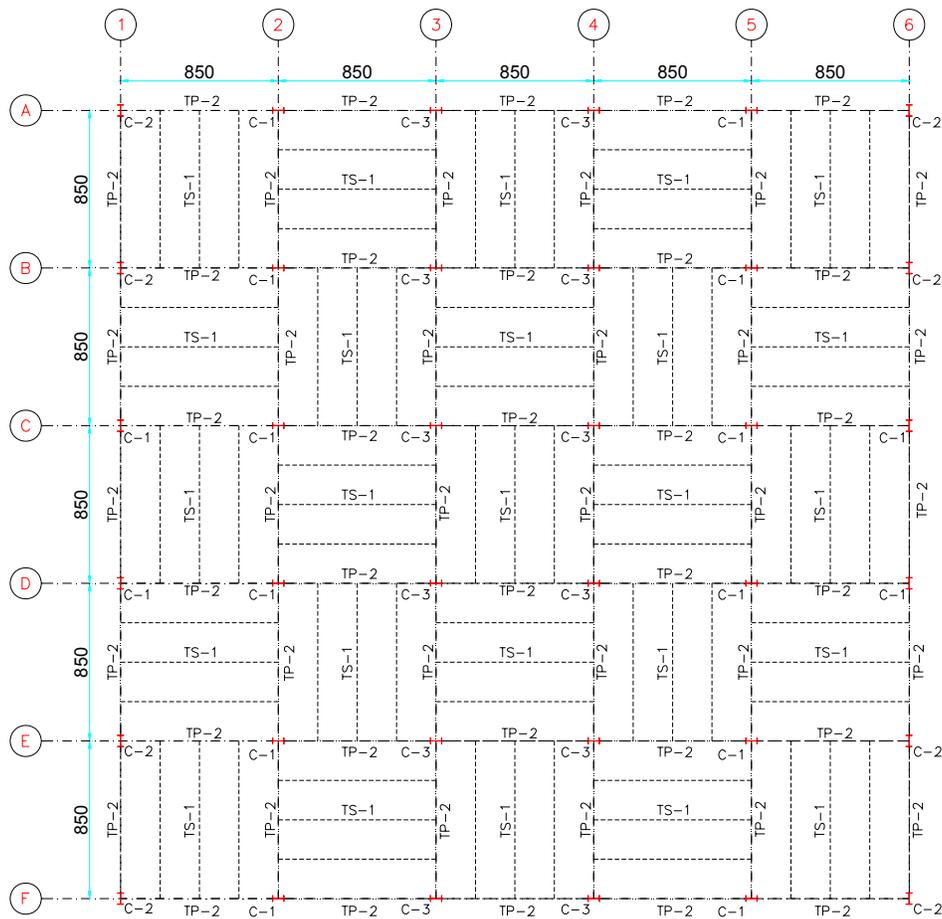


Figura 5.3b Planta de niveles 1,2 y 3

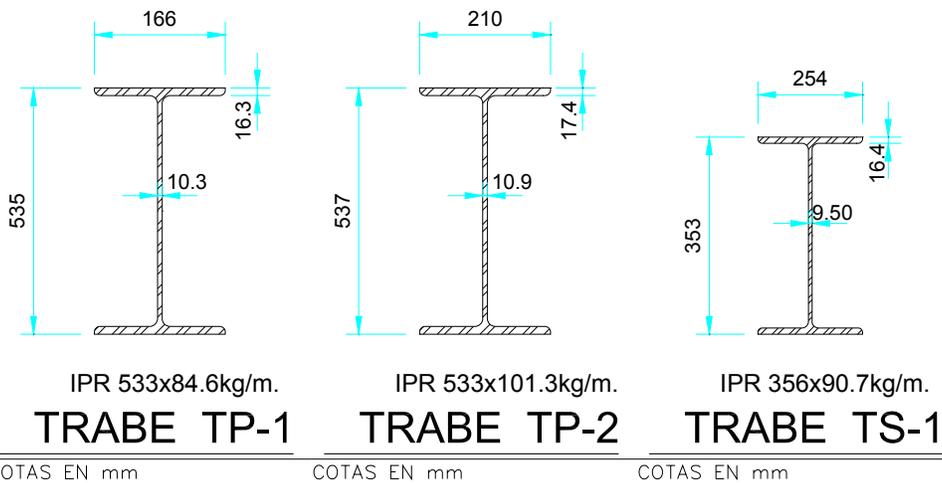


Figura 5.3c Perfiles IR de Vigas

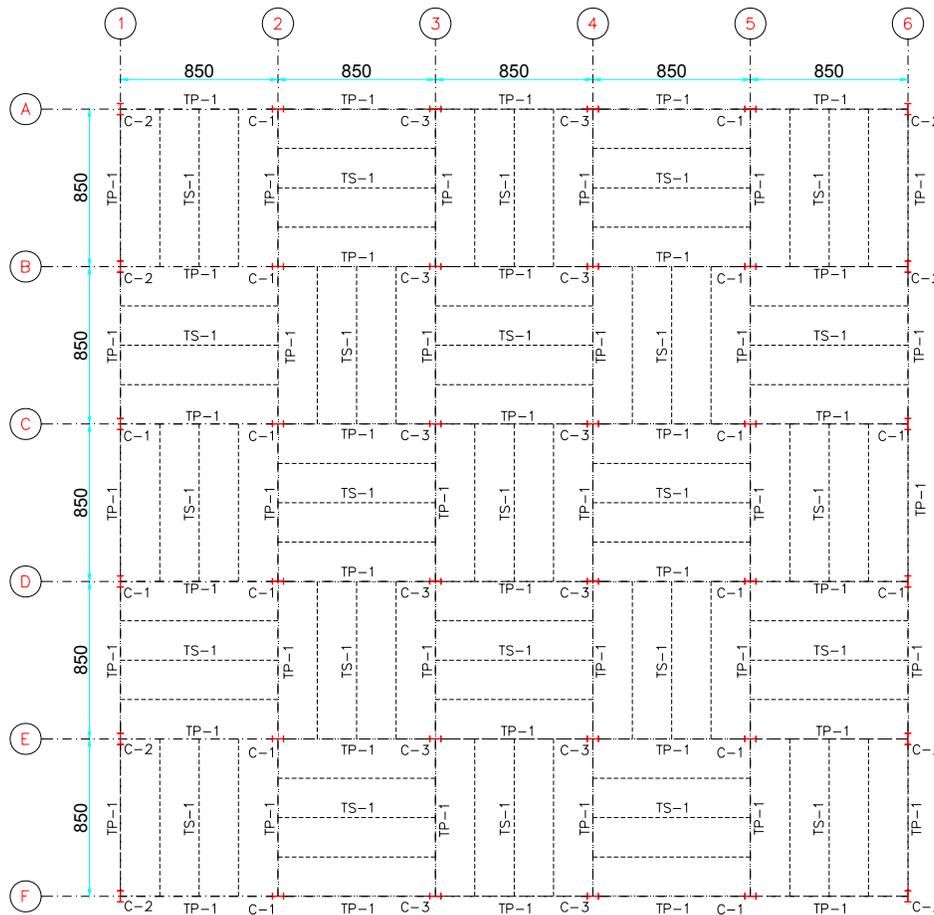


Figura 5.3d Planta de niveles 4, 5 y 6

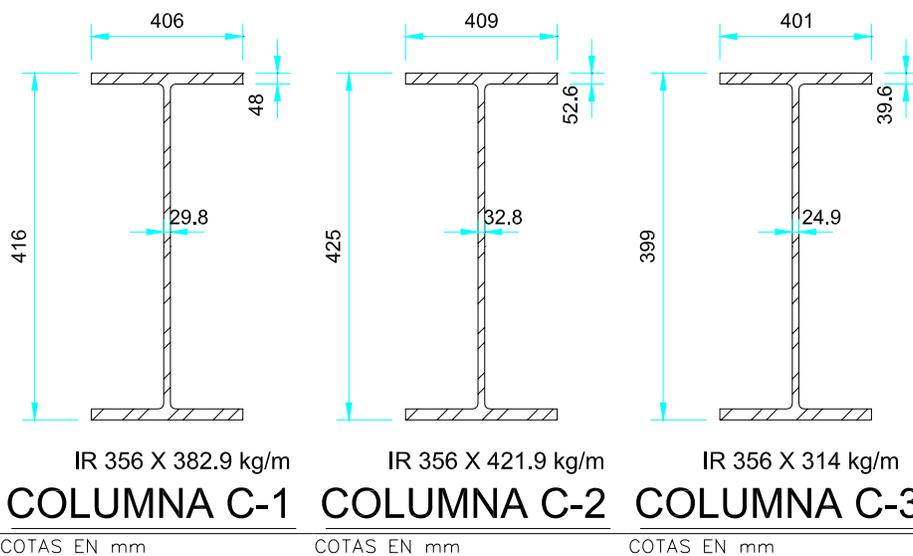


Figura 5.3e Perfiles IR de Columnas

En la figura 5.3f se muestra el modelado de la estructura en 3D.

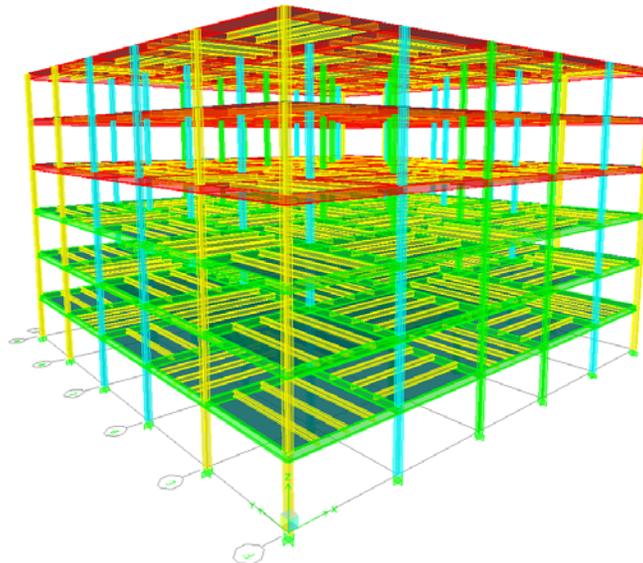


Figura 5.3f Modelo estructural tridimensional.

#### 5.4 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El análisis sísmico y el diseño de la estructura convencional (sin disipadores) se realizaron de acuerdo con las especificaciones de las Normas Técnicas Complementarias Para diseño y Construcción de Estructuras de Acero-2004 (NTCDA-2004, NTCDS-2004, Meli, 2001).

##### 5.4.1 Análisis sísmico.

En base en el Apéndice A de las NTCDS-2004 en la tabla 5.4a se establecen los parámetros de diseño sísmico.

Tabla 5.4a Parámetros para diseño sísmico	
Zona sísmica	I (Transición)
Grupo	B
Factor de comportamiento sísmico $Q_x$ y $Q_y$	2.0
Periodo del suelo ( $T_s$ )	0.7 seg
Factor por irregularidad	1.0
Parámetros para definir el espectro:	$\alpha_0 = 0.13$ $C = 0.464$ $T_a = 0.33$ seg $T_b = 1.35$ seg $k = 1.3$

El espectro de diseño reducido por Q' y R, utilizado para el análisis de la estructura, se muestra en la figura 5.4a.

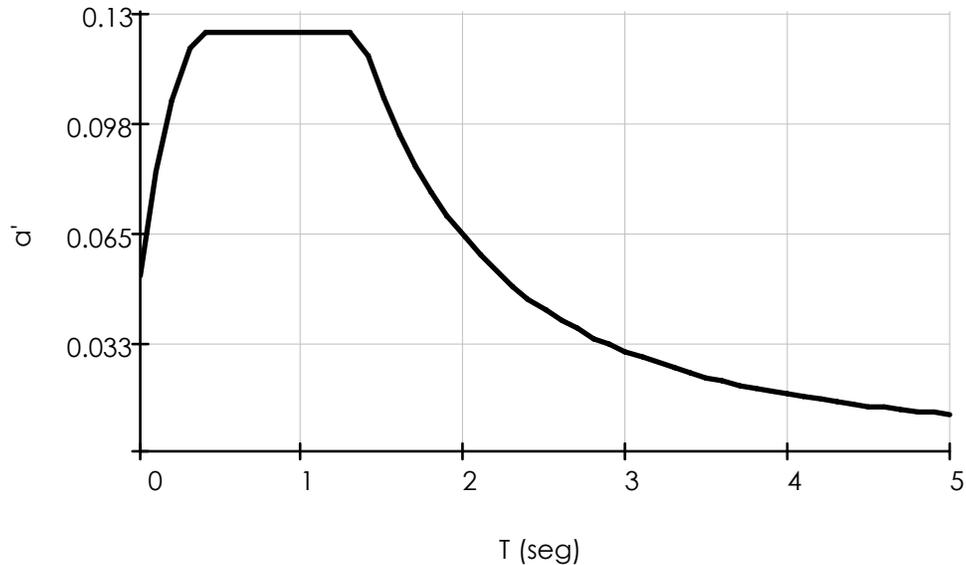


Figura 5.4a Espectro de diseño.

#### 5.4.2 Combinaciones de carga.

Las combinaciones de carga utilizadas en el análisis se muestran en la tabla 5.4b.

Tabla 5.4b Combinaciones de carga.				
COMBINACIÓN DE CARGA	CONDICIÓN DE CARGA			
	CM	CV	SISMO EN DIRECCIÓN x	SISMO EN DIRECCIÓN y
Combinación 1	1.40	1.40		
Combinación 2	1.10	1.10	1.10	0.33
Combinación 3	1.10	1.10	1.10	-0.33
Combinación 4	1.10	1.10	-1.10	0.33
Combinación 5	1.10	1.10	-1.10	-0.33
Combinación 6	1.10	1.10	0.33	1.10
Combinación 7	1.10	1.10	-0.33	-1.10
Combinación 8	1.10	1.10	0.33	-1.10
Combinación 9	1.10	1.10	-0.33	1.10



5.4.3 *Periodo de vibrar de la estructura.*

Derivado del análisis tridimensional de la estructura se obtienen los siguientes valores para periodos modales de vibrar.

Tabla 5.4c Periodos de vibrar.		
PERIODOS (Seg)		
Modo	Periodo en X	Periodo en Y
1	2.09	
2		1.97
3	0.67	
4		0.63
5	0.36	
6		0.33
7	0.23	
8		0.21
9	0.17	
10		0.15
11	0.14	
12		0.13

5.4.4 *Desplazamientos laterales y distorsiones de entrepiso de la estructura.*

Los desplazamientos se revisan en dos condiciones: etapa de servicio (donde la distorsión permisible es del orden de 0.002) y etapa de seguridad contra colapso (con base en la tabla 2.2a, la distorsión permisible es del 0.015). En las Figuras 5.4b a 5.4e se puede observar que en todos los casos la estructura sobrepasa el límite de distorsiones laterales establecido por las NTCDS-2004, por lo que se decide rehabilitar la estructura con disipadores viscosos no-lineales.

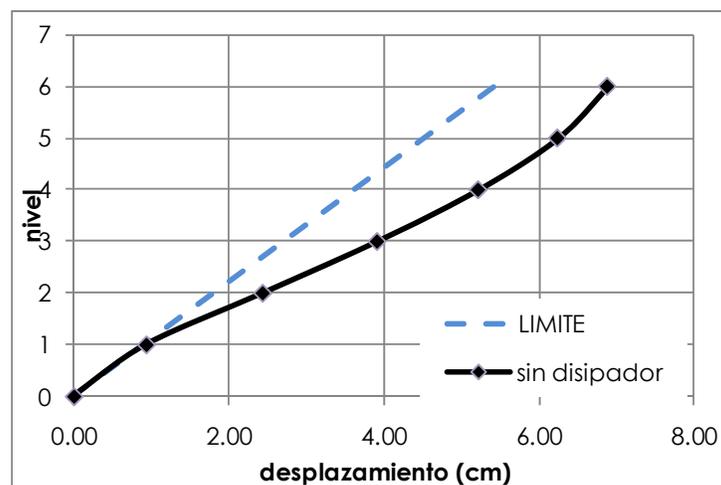


Figura 5.4b Desplazamientos máximos correspondientes al estado límite de servicio

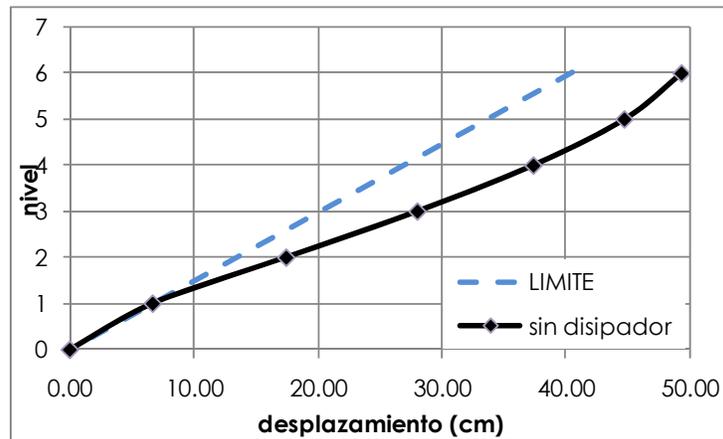


Figura 5.4c Desplazamientos máximos correspondientes al estado límite de seguridad contra colapso.

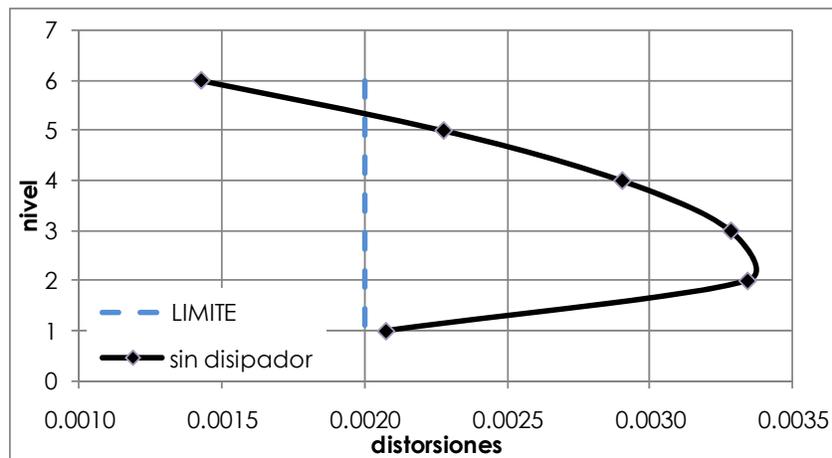


Figura 5.4d Distorsiones de entrepiso máximas correspondientes al estado límite de servicio.

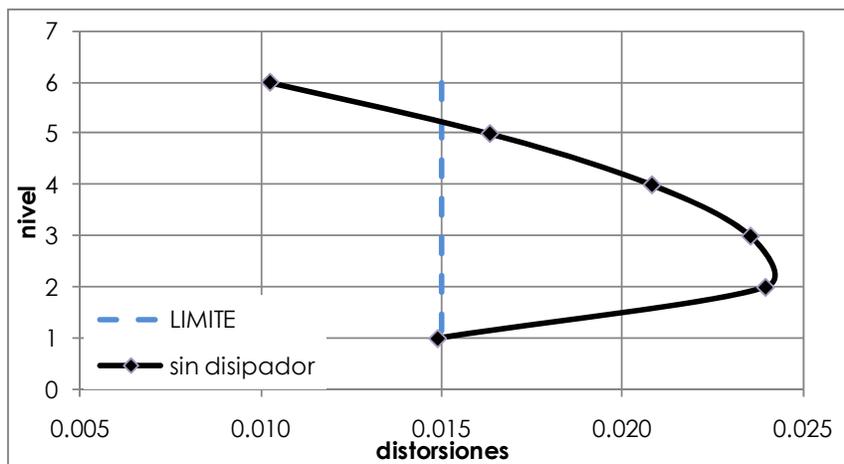


Figura 5.4e Distorsiones de entrepiso máximas correspondientes al estado límite de seguridad contra colapso.



## 5.5 APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA REHABILITAR LA ESTRUCTURA CON DISIPADORES DE ENERGÍA VISCOSOS NO-LINEALES.

Utilizando los resultados del análisis de la estructura del Sistema Básico (SB) que se realizó con las propiedades mostradas en este capítulo, se aplicará el método propuesto en el capítulo 4.

Se obtendrán resultados usando el mismo método pero variando el exponente de amortiguamiento de no-linealidad ( $\alpha_{di}$ ) entre 0.35, 0.50, 0.75 y 1.0 (intervalo propuesto por Lin y Chopra, 2002), y posteriormente se compararán los resultados.

### 5.5.1 Aplicación del método suponiendo $\alpha_{di}=0.75$ .

La secuencia es similar al capítulo 4, aplicada a un marco intermedio de los 6 marcos con los que cuenta la estructura como se muestra en la figura 5.3f. Por lo tanto, los pesos  $W_i$  corresponden a un solo marco intermedio de 6 niveles y 5 crujiás. No se consideran efectos de torsión, tampoco efectos de interacción suelo-estructura. Los pasos son los siguientes:

- 1.- Se revisó que el SB cumpliera por resistencia lateral y por carga vertical; sin embargo, no cumplió con los límites de desplazamientos máximos de entrepiso que establecen las NTCDS-2004, por lo que se aplicó el método propuesto.
- 2.- Se obtuvieron las propiedades dinámicas del SB que se muestran en la tabla 5.5a.

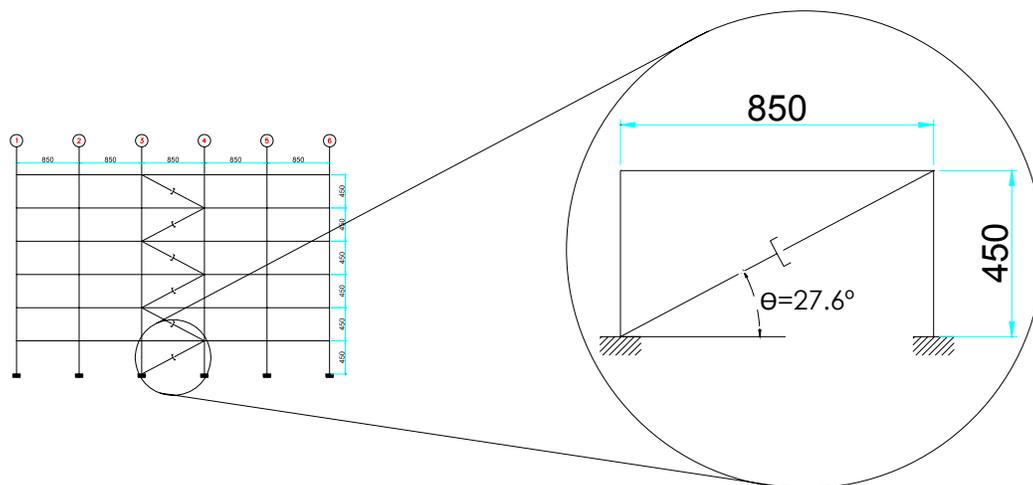


Figura 5.5a Geometría de marco tipo.

Nivel	Peso (wi) (ton)	Masa (ton*s <sup>2</sup> /m)	cos θ	Período (seg)			Formas modal			H (cm)
				1er Modo	2o Modo	3er Modo	1er Modo	2o Modo	3er Modo	
6	330.3	134.7	0.89	2.09	0.67	0.36	1.00	1.00	1.00	450
5	301.5	123.0	0.89				0.91	0.31	-0.68	450
4	301.5	123.0	0.89				0.76	-0.50	-1.29	450
3	303.4	123.7	0.89				0.57	-1.01	-0.12	450
2	303.4	123.7	0.89				0.36	-0.97	1.22	450
1	303.4	123.7	0.89				0.14	-0.46	0.99	450

El peso de la estructura es igual a:

$$W_o = \sum W_i = 1843.52 \text{ ton}$$

3.- Se calculó el peso modal efectivo ( $We_m$ ) y el factor de participación ( $\Gamma_m$ ) de cada modo, aplicando las ecuaciones 4.1 y 4.2, respectivamente. Los resultados del cálculo que se realizó para los tres primeros modos son:

Primer modo:

Nivel	Peso ( $W_i$ ) (ton)	$\Phi_{mi}$	$\Phi_{mi}^2$	$w_i * \Phi_{mi}$	$w_i * \Phi_{mi}^2$
6	330.3	1.00	1.00	330.25	330.25
5	301.5	0.91	0.83	274.50	249.88
4	301.5	0.76	0.58	230.41	176.07
3	303.4	0.57	0.33	174.23	100.05
2	303.4	0.36	0.13	108.42	38.74
1	303.4	0.14	0.02	41.39	5.65

$$\Sigma = 1159.20 \quad 900.64$$

$$We_1 = \frac{1159.20^2}{900.64} = 1491.99 \text{ ton}$$

$$\Gamma_1 = \frac{1159.20}{900.64} = 1.287$$



Segundo modo:

Tabla 5.5c $We_2$ y $\Gamma_2$					
Nivel	Peso ( $W_i$ ) (ton)	$\Phi_{m_i}$	$\Phi_{m_i}^2$	$w_i * \Phi_{m_i}$	$w_i * \Phi_{m_i}^2$
6	330.3	1.00	1.00	330.25	330.25
5	301.5	0.31	0.10	93.36	28.90
4	301.5	-0.50	0.25	-150.54	75.16
3	303.4	-1.01	1.02	-306.92	310.49
2	303.4	-0.97	0.94	-294.36	285.60
1	303.4	-0.46	0.21	-139.69	64.31

$$\Sigma = -467.91 \quad 1094.72$$

$$We_2 = \frac{-467.91^2}{1094.72} = 199.99 \text{ ton}$$

$$\Gamma_2 = \frac{-467.91}{1094.72} = -0.427$$

Tercer modo:

Tabla 5.5d $We_3$ y $\Gamma_3$					
Nivel	Peso ( $W_i$ ) (ton)	$\Phi_{m_i}$	$\Phi_{m_i}^2$	$w_i * \Phi_{m_i}$	$w_i * \Phi_{m_i}^2$
6	330.3	1.00	1.00	330.25	330.25
5	301.5	-0.68	0.46	-204.46	138.64
4	301.5	-1.29	1.66	-388.38	500.25
3	303.4	-0.12	0.01	-35.61	4.18
2	303.4	1.22	1.49	369.96	451.14
1	303.4	0.99	0.98	300.75	298.12

$$\Sigma = 372.51 \quad 1722.57$$

$$We_3 = \frac{372.51^2}{1722.57} = 80.56 \text{ ton}$$

$$\Gamma_3 = \frac{372.51}{1722.57} = 0.216$$

4.- Para el análisis modal se debe incluir el efecto de los modos naturales que ordenados según valores decrecientes de sus periodos de vibración sean necesarios para que la suma de los pesos modales efectivos ( $We_m$ ) en cada dirección del análisis sea mayor o

igual al 90% del peso total de la estructura  $W_o$  (ver ecuación 4.3). Para nuestro caso se tiene:

$$\sum_{m=1} We_m = We_1 + We_2 = 1491.99 \text{ ton} + 199.99 \text{ ton}$$

$$\sum_{m=1}^2 We_m = 1691.98 \text{ ton}$$

$$1691.98 \text{ ton} \geq 0.9(1843.52 \text{ ton})$$

$$1691.98 \text{ ton} \geq 1659.16 \text{ ton}$$

Dado que los dos primeros modos cumplen la condición antes mencionada, aquí solo se tomará el primero y el segundo modos para el resto de los cálculos.

A) Pasos para el modo fundamental (primer modo).

5.- Se propusieron constantes de amortiguamiento ( $C_{di}$ ), valores de exponente de amortiguamiento de no-linealidad ( $a_{di}$ ) correspondiente a cada nivel (i). Se propusieron los siguientes valores de  $C_{di}$  y  $a_{di}$ , uniformes para todos los niveles.

$$C_{di} = 152905.2 \frac{\text{kg} * \text{s}}{\text{m}}$$

$$C_{di} = 1.5 \frac{\text{KN} * \text{s}}{\text{mm}}$$

Con el exponente de amortiguamiento de no-linealidad  $a_{di}=0.75$ , recurrimos a la ecuación 4.6 para obtener el valor de  $\lambda$ .

$$a_{di} = 0.75$$

$$\lambda_i = 3.305$$

6.- Con la ductilidad efectiva ( $\mu_e$ ) y las constantes de  $C_{di}$  y  $a_{di}$  propuestas, se calculó la relación de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso para el modo 1, según la ecuación 4.4.

Para **un primer tanteo** el valor  $a'_1$  se obtiene usando el espectro de diseño para un 5% de amortiguamiento crítico,  $\mu_e = Q = 2$  y  $R=2$ . El valor de  $a'_1 = 0.058$  se obtiene a partir de la figura 5.5b.

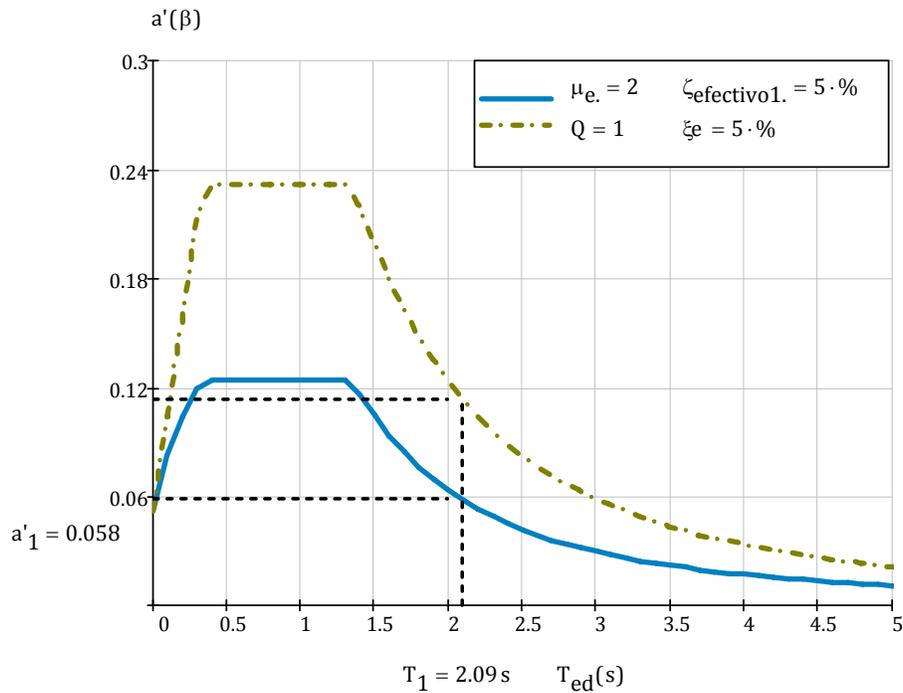


Figura 5.5b Espectro  $T_s=0,7$  seg.,  $\mu_e=2$  y  $\zeta_{\text{efectivo}}=5\%$

$$X1_{\text{azot}} = \frac{g}{4\pi^2} * \Gamma_1 * a'_1 * T_1^2 * Q * R$$

$$X1_{\text{azot}} = \frac{9.81}{4\pi^2} * 1.287 * 0.058 * 2.09^2 * 2 * 2$$

$$X1_{\text{azot}} = 32.58 \text{ cm}$$

La relación de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso correspondiente al primer modo resulta como sigue (ver ecuación 4.4):

Tabla 5.5e Sumatorias para la relación de amortiguamiento adicional del primer modo									
Nivel	Peso ( $W_i$ ) (ton)	$C_{di}$ (ton*s/m)	$\cos \theta_i^{1+aj}$	$\phi_{mi}$	$\phi_{mi}^2$	$\phi_{rmi}$	$\phi_{rmi}^{1+aj}$	$\sum C_{di} * \cos \theta_i^{1+aj} * \phi_{rmi}^{1+aj}$ (ton*s/m)	$(W_i/g) * \phi_{mi}^2$ (ton*s <sup>2</sup> /m)
6	330.3	152.91	0.809	1.00	1.00	0.090	0.015	1.819	33.67
5	301.5	152.91	0.809	0.91	0.83	0.146	0.035	4.278	25.47
4	301.5	152.91	0.809	0.76	0.58	0.190	0.055	6.760	17.95
3	303.4	152.91	0.809	0.57	0.33	0.22	0.047	5.823	10.20
2	303.4	152.91	0.809	0.36	0.13	0.22	0.049	6.041	3.95
1	303.4	152.91	0.809	0.14	0.02	0.14	0.019	2.304	0.58
$\Sigma=$								27.02	91.81

$$\zeta_{d1} = \frac{2\pi^{0.75} * 2.09^{2-0.75} * 3.305 * 0.3258^{0.75-1}}{8\pi^3} \frac{27.02}{91.81}$$

$$\zeta_{d1} = 5.18\%$$

7.- Se revisó que el amortiguamiento inherente de la estructura de 5% más el porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso del modo m ( $\zeta_{dm}$ ) fuera menor que el 35% (ver ecuación 4.7).

$$\zeta_{efectivo\ 1} = \zeta_{d1} + 5\% \leq 35\%$$

$$\zeta_{efectivo\ 1} = 5.18\% + 5\% \leq 35\%$$

$$10.18\% \leq 35\% \text{ (OK)}$$

8.- Con la ductilidad supuesta ( $\mu_e$ ) y el valor de  $\zeta_{efectivo\ 1}$  se recalculó el desplazamiento de azotea del primer modo (ecuación 4.5). Se consideró el valor de  $\zeta_{efectivo\ 1} = 10.18\%$ ; a'1 se obtuvo con este último valor de amortiguamiento efectivo, como se indica en la figura 5.5c.

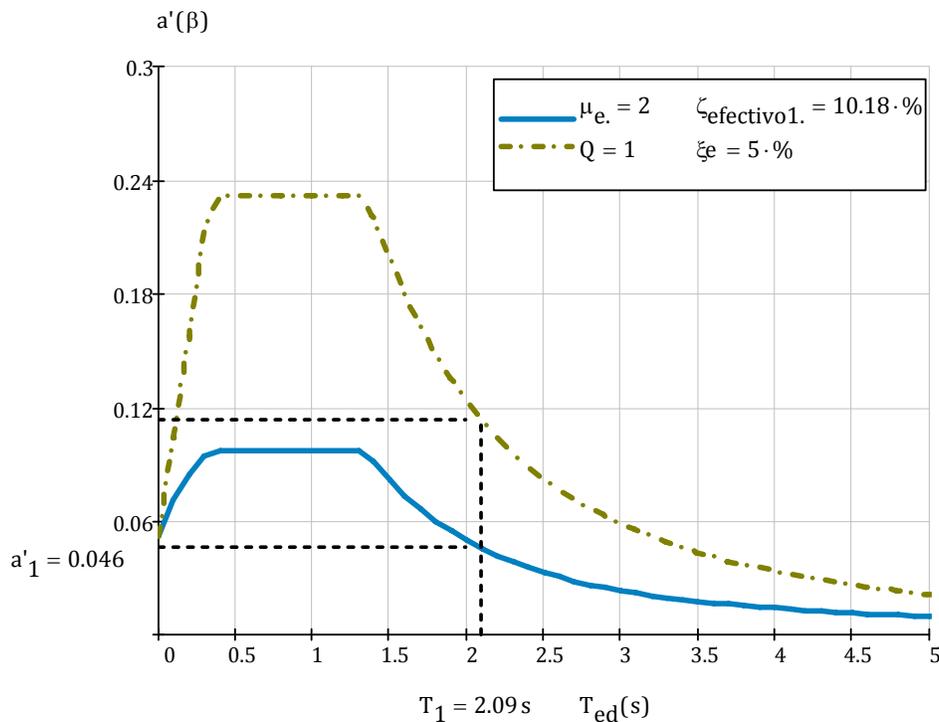


Figura 5.5c Espectro  $T_s=0,7$  seg.,  $\mu_e=2$  y  $\zeta_{efectivo}=10.18\%$

$$X1_{azot} = \frac{9.81}{4\pi^2} * 1.287 * 0.046 * 2.09^2 * 2 * 2$$

$$X1_{azot} = 25.56 \text{ cm}$$



Para obtener el espectro reducido de la figura 5.5c se utilizó el factor de amortiguamiento  $\beta_v$  (Castillo y Ruiz, 2010) la expresión para evaluarlo se menciona en la ecuación 2.10.

9.- Se calculó el cortante basal con la ecuación 4.8.

$$Vo_1 = We_1 * a'_1$$

$$Vo_1 = 1491.99 \text{ ton} * 0.046$$

$$Vo_1 = 68.25 \text{ ton}$$

10.- Se revisó que el cortante basal calculado del modo 1 ( $Vo_1$ ) fuese menor que el valor de  $s$  multiplicado por el cortante basal del análisis del sistema convencional  $Vo_e$  (ver ecuación 4.9).

Se aplicaron las ecuaciones 3.12, 3.13 y 3.14. Dado que  $T_1=2.09\text{seg.} > T_a =0.33\text{seg.}$ , entonces se usó la ecuación:

$$s = s_0 = 0.5 + 0.25 * e^{-0.7} = 0.624$$

El cortante basal del Sistema Convencional ( $Vo_e$ ) se consideró sólo para un marco, por lo tanto se dividió la fuerza total entre la que toman los 6 marcos que constituyen a la estructura.

$$Vo_e = \frac{479 \text{ ton}}{6} = 79.83 \text{ ton}$$

$$Vo_1 \geq s(Vo_e) \quad 68.25 \text{ ton} \geq 0.624 (79.83 \text{ ton}) \quad 68.25 \text{ ton} \geq 49.81 \text{ ton} \quad (\text{OK})$$

11.- Se obtiene el desplazamiento de fluencia ( $X_y$ ) mediante un análisis estático no-lineal del Sistema ("pushover", ver figura 5.5d).

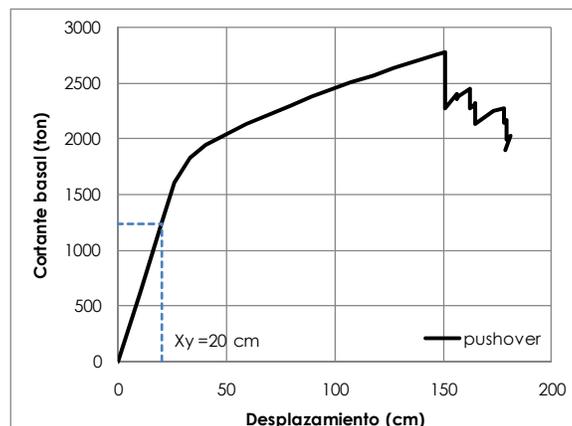


Figura 5.5d Resultado del análisis estático no-lineal del edificio.

12.- Se calculó la demanda de ductilidad ( $\mu_d$ ), y se compara con el valor de  $\mu_e$  (supuesto en el paso 5).

$$\mu_d = \frac{X1_{azot}}{Xy} \approx \mu_e \quad \mu_d = \frac{25.56}{20} \approx 2 \quad 1.28 \leq 2$$

Como el valor de 1.28 no es cercano a 2, se supone un nuevo valor de  $\mu_e$  y se repiten los pasos 5 al 12. Se realizaron las iteraciones que se presentan a continuación.

Para el **segundo tanteo**, ahora:  $\mu_e=1.28$  y  $\zeta_{efectivo\ 1} = 10.18\%$ .

5.- Se conservan los valores de  $C_{di}$  y  $a_{di}$ .

$$C_{di} = 152905.2 \frac{kg \cdot s}{m}$$

$$a_{di} = 0.75$$

$$\lambda_i = 3.305$$

6.- Con la ductilidad efectiva ( $\mu_e$ ) y las constantes de  $C_{di}$  y  $a_{di}$  propuestas, se recalculó la relación de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso para el modo 1, según la ecuación 4.4.

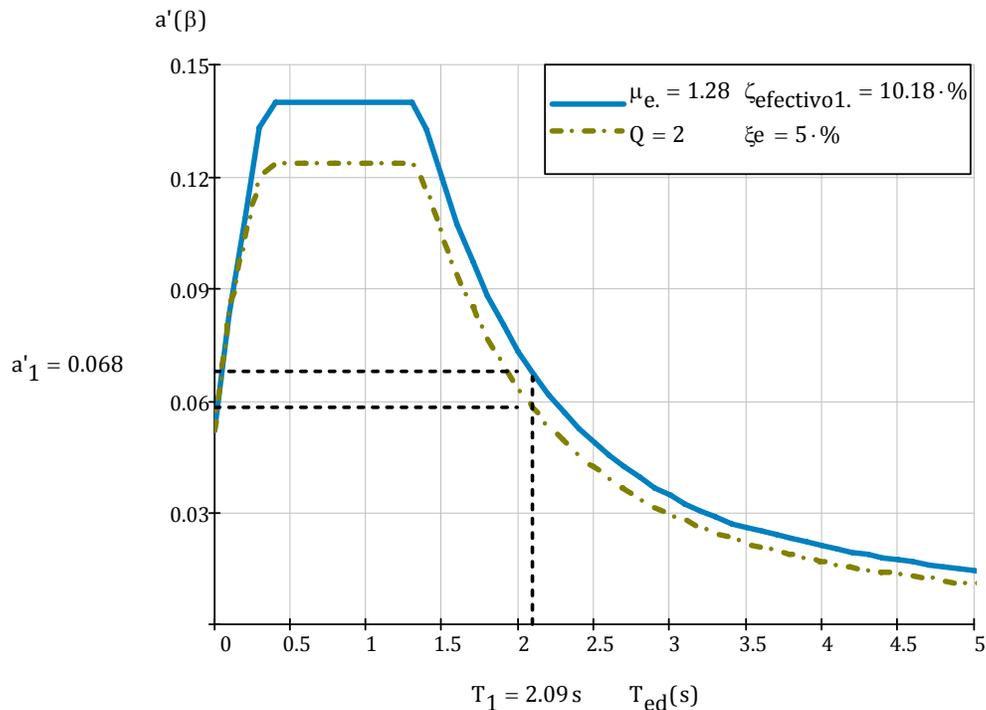


Figura 5.5e Espectro  $T_s=0.7$  seg.,  $\mu_e=1.28$  y  $\zeta_{efectivo}=10.18\%$

$$X1_{azot} = \frac{9.81}{4\pi^2} * 1.287 * 0.068 * 2.09^2 * 1.28 * 2$$

$$X1_{azot} = 24.14 \text{ cm}$$



$$\zeta_{d1} = \frac{2\pi^{0.75} * 2.09^{2-0.75} * 3.305 * 0.2414^{0.75-1}}{8\pi^3} \frac{27.02}{91.81}$$

$$\zeta_{d1} = 5.58\%$$

7.- Se revisó el amortiguamiento efectivo (ver ecuación 4.7).

$$\zeta_{efectivo\ 1} = \zeta_{d1} + 5\% \leq 35\%$$

$$\zeta_{efectivo\ 1} = 5.58\% + 5\% \leq 35\%$$

$$10.58\% \leq 35\% \text{ (OK)}$$

8.- Se recalculó el desplazamiento de azotea del primer modo (ecuación 4.5).

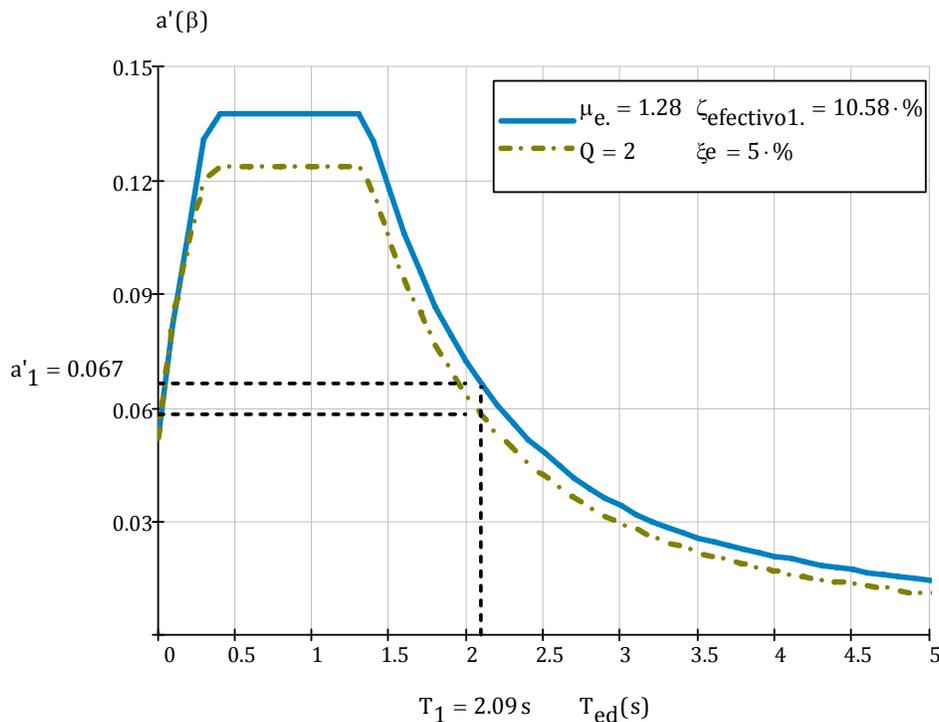


Figura 5.5f Espectro  $T_s=0,7$  seg | ..  $\mu_e=1.28$  y  $\zeta_{efectivo}=10.58\%$

$$X1_{azot} = \frac{9.81}{4\pi^2} * 1.287 * 0.067 * 2.09^2 * 1.28 * 2$$

$$X1_{azot} = 23.77 \text{ cm}$$

Para obtener el espectro reducido de la figura 5.5c se utilizó el factor de amortiguamiento  $\beta_v$  (Castillo y Ruiz, 2010) que se expresa mediante la ecuación 2.10.

9.- Se calculó el cortante basal con la ecuación 4.8.

$$Vo_1 = We_1 * a'_1$$

$$Vo_1 = 1491.99 \text{ ton} * 0.067$$

$$Vo_1 = 99.30 \text{ ton}$$

10.- Se revisó el cortante basal (ver ecuación 4.9).

$$s = s_o = 0.5 + 0.25 * e^{-0.7} = 0.624$$

$$Vo_e = \frac{479 \text{ ton}}{6} = 79.83 \text{ ton}$$

$$Vo_1 \geq s(Vo_e) \quad 99.30 \text{ ton} \geq 0.624 (79.83 \text{ ton}) \quad 99.30 \text{ ton} \geq 49.81 \text{ ton} \quad (\text{OK})$$

11.- Se obtuvo el desplazamiento de fluencia  $Xy$  (ver figura 5.5d).

$$Xy = 20 \text{ cm}$$

12.- Se calculó la demanda de ductilidad ( $\mu_d$ ), y se comparó con el valor de  $\mu_e$  (supuesto en el paso 5).

$$\mu_d = \frac{X1_{azot}}{Xy} \approx \mu_e \quad \mu_d = \frac{23.77}{20} \approx 1.28 \quad 1.19 \approx 1.28$$

Como el valor de 1.19 no es cercano a 1.28, se supone un nuevo valor de  $\mu_e$  y se repiten los pasos 5 al 12. Las iteraciones realizadas se muestran en la tabla 5.5f.

<b>Tabla 5.5f Iteraciones desde los pasos 5 al 12</b>			
Iteraciones	Ductilidad ( $\mu_e$ )	$\zeta$ efectivo (%)	Dazot (cm)
Valores de inicio	2.00	5.00%	
1	1.28	10.18%	32.58
2	1.19	10.58%	24.14
3	1.17	10.62%	23.49
4	1.17	10.62%	23.40
5	1.17	10.62%	23.38

13.- Enseguida se revisó el marco en dos instantes de respuesta: máximo desplazamiento y máxima velocidad.



a) Máximo desplazamiento:

Se calcularon las distorsiones, las fuerzas laterales y las cortantes de entrepisos (ver ecuaciones 4.11 a 4.14):

$$X_{1i} = X_{1_{azot}} * \phi_{1i}$$

$$X_{1i} = 23.38cm * \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.91 \\ 0.76 \\ 0.57 \\ 0.36 \\ 0.14 \end{bmatrix} \quad X_{1i} = \begin{bmatrix} 23.28 \\ 21.28 \\ 17.87 \\ 13.43 \\ 8.35 \\ 3.19 \end{bmatrix} cm$$

$$\Delta_{1i} = X_{1_{i+1}} - X_{1i}$$

$$\Delta_{1i} = \begin{bmatrix} 2.10 \\ 3.42 \\ 4.44 \\ 5.07 \\ 5.17 \\ 3.19 \end{bmatrix} cm$$

$$F_{1i} = W_i * \phi_{1i} * \frac{\Gamma_1}{W e_1} * V_{01}$$

$$F_{1i} = W_i * \phi_{1i} * \frac{1.287}{1491.99} * 106.75$$

$$F_{1i} = \begin{bmatrix} 30.41 \\ 25.28 \\ 21.22 \\ 16.04 \\ 9.98 \\ 3.81 \end{bmatrix} ton$$

$$V_{1i} = \sum_{j=i}^{NNiv} F_{1j}$$

$$V_{1i} = \begin{bmatrix} 30.41 \\ 55.69 \\ 76.91 \\ 92.95 \\ 102.93 \\ 106.75 \end{bmatrix} ton$$

b) Máxima Velocidad ( $\dot{U}$ ). Ver ecuaciones 4.15 y 4.16.

Se calculan las fuerzas en los disipadores:

$$\dot{U}_{1i} = \frac{2\pi}{T_1} * \Delta_{1i} * c_v$$

$$\dot{U}_{1i} = 1 * \frac{2\pi}{2.09 \text{seg}} * \begin{bmatrix} 2.10 \\ 3.42 \\ 4.44 \\ 5.07 \\ 5.17 \\ 3.19 \end{bmatrix} \text{cm}$$

$$\dot{U}_{1i} = \begin{bmatrix} 0.0630 \\ 0.1028 \\ 0.1335 \\ 0.1525 \\ 0.1553 \\ 0.0959 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

$$Fd_{1i} = C_{di} * |\dot{U}_{1i}|^{a_{di}} * \cos \theta^{a_{di}} * \text{sgn}(\dot{U}_{1i})$$

$$Fd_{1i} = 152905.2 \frac{\text{kg seg}^{0.75}}{m} * |\dot{U}_{1i}|^{0.75} * \cos 27.6^{0.75} * \text{sgn}(\dot{U}_{1i})$$

$$Fd_{1i} = \begin{bmatrix} 17.57 \\ 25.35 \\ 30.84 \\ 34.07 \\ 34.55 \\ 24.07 \end{bmatrix} \text{ton}$$

En este ejemplo se consideró  $c_v = 1$  debido a que el amortiguamiento que se le adiciona a la estructura es bajo.

Una vez obtenido el cálculo correspondiente al modo fundamental, se prosiguió con el cálculo correspondiente al segundo modo.

B) Pasos para los modos superiores al fundamental.

14.- Se aplicaron las expresiones 4.17 y 4.18, correspondientes al segundo modo.

$$C_{di}' = a_{di} * C_{di} * \dot{U}_{1i}^{a_{di}-1}$$

$$C_{di}' = 0.75 * 152905.2 \frac{\text{kg seg}}{m} * \dot{U}_{1i}^{0.75-1}$$



$$C_{di}' = \begin{bmatrix} 228876.87 \\ 202549.65 \\ 189733.75 \\ 183527.53 \\ 182686.26 \\ 206083.22 \end{bmatrix} \frac{kg \text{ seg}}{m}$$

$$\zeta_{d2} = \frac{T_2}{4\pi} * \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (C_{di}' * \cos \theta^2 * \phi_{r2i}^2)}{\left( \sum_{i=1}^{NNiv} \left( \frac{W_i}{g} * \phi_{2i}^2 \right) \right)}$$

**Tabla 5.5g Sumatorias para la relación de amortiguamiento adicional del segundo modo**

Nivel	Peso (W <sub>i</sub> ) (ton)	C <sub>di</sub> ton*s/m	cos θ <sub>i</sub> <sup>1+aj</sup>	φ <sub>mi</sub>	φ <sub>mi</sub> <sup>2</sup>	φ <sub>rmi</sub>	φ <sub>rmi</sub> <sup>1+aj</sup>	ΣC <sub>di</sub> *cos θ <sub>i</sub> <sup>1+aj</sup> *φ <sub>rmi</sub> <sup>1+aj</sup> ton*s/m	(W <sub>i</sub> /g)*φ <sub>mi</sub> <sup>2</sup> ton*s <sup>2</sup> /m
6	330.3	228.88	0.785	1.00	1.00	0.69	0.477	85.676	33.67
5	301.5	202.55	0.785	0.31	0.10	0.81	0.654	104.077	2.95
4	301.5	189.73	0.785	-0.50	0.25	0.51	0.263	39.117	7.66
3	303.4	183.53	0.785	-1.01	1.02	-0.04	0.002	0.247	31.65
2	303.4	182.69	0.785	-0.97	0.94	-0.51	0.260	37.291	29.11
1	303.4	206.08	0.785	-0.46	0.21	-0.46	0.212	34.307	6.56
Σ=								300.71	111.59

$$\zeta_{d2} = \frac{0.67 \text{ seg}}{4\pi} \frac{300.71}{111.59}$$

$$\zeta_{d2} = 14.37\%$$

15.- Se repiten los pasos 7, 8, 9 y 13 con la diferencia que se tomará C<sub>di</sub>= C<sub>di</sub>'. Se revisa si se cumple con la condición que el amortiguamiento efectivo en la estructura sea menor que 35%.

$$\zeta_{\text{efectivo } 2} = \zeta_{d2} + 5\% \leq 35\%$$

$$\zeta_{\text{efectivo } 2} = 14.37\% + 5\% \leq 35\%$$

$$\zeta_{\text{efectivo } 2} = 19.37\% \leq 35\% \text{ (OK)}$$

Con la ductilidad supuesta se obtuvo el desplazamiento de azotea (X<sub>2azot</sub>) asociados al segundo modo (ver ecuación 4.5). a'₂ se obtiene usando ζ<sub>efectivo 2</sub> = 19.37%, como se indica en la figura 5.5g.

$$X_{2azot} = \frac{9.81}{4\pi^2} * -0.427 * 0.114 * 0.67^2 * 1.17 * 2$$

$$X1_{azot} = -1.28 \text{ cm}$$

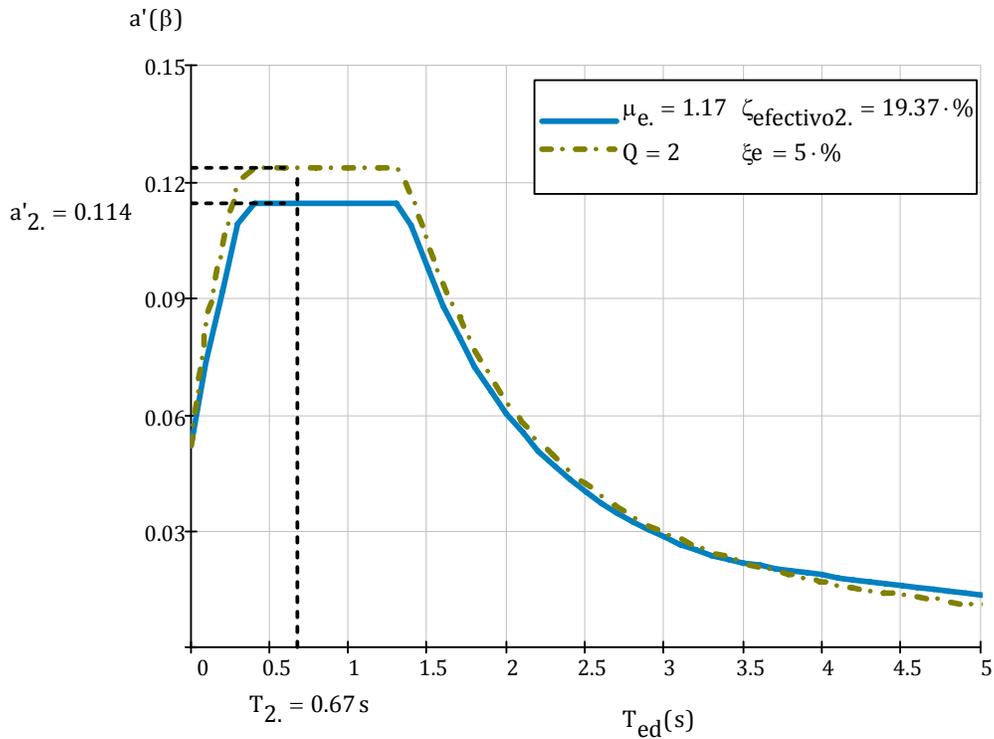


Figura 5.5g Espectro  $T_s=0,7$  seg.,  $\mu_e=1.17$  y  $\zeta_{efectivo}=19.37\%$

Se calcula el cortante basal con la ecuación 4.8.

$$V_{o2} = W_{e2} * a'_2$$

$$V_{o2} = 199.99 \text{ ton} * 0.114$$

$$V_{o2} = 22.87 \text{ ton}$$

Se revisó el marco en dos instantes de la respuesta correspondiente al modo 2.

a) Máximo desplazamiento:

Se calcularon las distorsiones máximas de entrepiso, las fuerzas laterales y las fuerzas cortantes de entrepiso (ver ecuaciones 4.11 a 4.14), asociadas al segundo modo:

$$X2_i = X2_{azot} * \phi_{2i}$$



$$X_{2i} = -1.42 \text{ cm} * \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.31 \\ -0.5 \\ -1.01 \\ -0.97 \\ -0.46 \end{bmatrix}$$

$$X_{2i} = \begin{bmatrix} -1.28 \\ -0.39 \\ 0.64 \\ 1.29 \\ 1.24 \\ 0.59 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$$\Delta_{2i} = X_{2i+1} - X_{2i}$$

$$\Delta_{2i} = \begin{bmatrix} -0.88 \\ -1.03 \\ -0.65 \\ 0.05 \\ 0.65 \\ 0.59 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$$F_{2i} = W_i * \phi_{2i} * \frac{F_2}{W e_2} * V_{02}$$

$$F_{2i} = W_i * \phi_{2i} * \frac{-0.427}{199.99} * 22.87$$

$$F_{2i} = \begin{bmatrix} -16.14 \\ -4.56 \\ 7.36 \\ 15 \\ 14.39 \\ 6.83 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

$$V_{2i} = \sum_{j=i}^{NNiv} F_{2j}$$

$$V_{2i} = \begin{bmatrix} -16.14 \\ -20.71 \\ -13.35 \\ 1.65 \\ 16.04 \\ 22.87 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

b) Máxima Velocidad ( $\dot{U}$ )

Se calculan las fuerzas en los disipadores.

$$\dot{U}_{2i} = \frac{2\pi}{T_2} * \Delta_{2i} * c_v$$

$$\dot{U}_{2i} = \frac{2\pi}{0.67seg} * \begin{bmatrix} -0.98 \\ -1.15 \\ -0.73 \\ 0.06 \\ 0.72 \\ 0.65 \end{bmatrix} cm \quad \dot{U}_{2i} = \begin{bmatrix} -0.0826 \\ -0.0967 \\ -0.0613 \\ 0.005 \\ 0.061 \\ 0.0551 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

$$Fd_{2i} = C_{di}' * |\dot{U}_{2i}|^{a_{di}} * \cos \theta^{a_{di}} * sgn(\dot{U}_{2i})$$

$$Fd_{2i} = C_{di}^{0.75} * |\dot{U}_{2i}|^{0.75} * \cos 27.6^{0.75} * sgn(\dot{U}_{2i})$$

$$Fd_{2i} = \begin{bmatrix} -32.20 \\ -32.09 \\ -21.34 \\ 3.13 \\ 20.47 \\ 21.40 \end{bmatrix} ton$$

16.- Como antes se indicó (paso 4), es suficiente considerar solo dos modos de vibración para estimar la respuesta máxima de la estructura.

C) *Combinación de modos y selección del disipador.*

17.-Se calculan las combinaciones de las respuestas máximas modales.

a) Respuesta en la etapa de máximo desplazamiento. Se usan las ecuaciones 4.19, 4.20 y 4.21.

Se empleó el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las contribuciones modales (SRSS), para estimar la respuesta total de fuerzas y desplazamientos. Se usó este método debido a que las frecuencias modales son suficientemente lejanas entre sí.

$$F_i = \sqrt{\sum (F_{1i}^2 + F_{2i}^2)}$$



$$F_{1i} = \begin{bmatrix} 30.41 \\ 25.28 \\ 21.22 \\ 16.04 \\ 9.98 \\ 3.81 \end{bmatrix} \text{ ton} \quad F_{2i} = \begin{bmatrix} -16.14 \\ -4.56 \\ 7.36 \\ 15 \\ 14.39 \\ 6.83 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 34.43 \\ 25.69 \\ 22.46 \\ 21.97 \\ 17.51 \\ 7.82 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

$$\Delta_i = \sqrt{\sum (\Delta_{1i}^2 + \Delta_{2i}^2)}$$

$$\Delta_{1i} = \begin{bmatrix} 2.10 \\ 3.42 \\ 4.44 \\ 5.07 \\ 5.17 \\ 3.19 \end{bmatrix} \text{ cm} \quad \Delta_{2i} = \begin{bmatrix} -0.88 \\ -1.03 \\ -0.65 \\ 0.05 \\ 0.65 \\ 0.59 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} 2.10 \\ 3.42 \\ 4.44 \\ 5.07 \\ 5.17 \\ 3.19 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$$V_i = \sqrt{\sum V_{1i}^2 + V_{2i}^2}$$

$$V_{1i} = \begin{bmatrix} 30.41 \\ 55.69 \\ 76.91 \\ 92.95 \\ 102.93 \\ 106.75 \end{bmatrix} \text{ ton} \quad V_{2i} = \begin{bmatrix} -16.14 \\ -20.71 \\ -13.35 \\ 1.65 \\ 16.04 \\ 22.87 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

$$V_i = \begin{bmatrix} 34.43 \\ 59.41 \\ 78.06 \\ 92.97 \\ 104.18 \\ 109.17 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

b) Respuesta en la etapa de máxima velocidad (se aplica la ecuación 4.22).

$$F d_i = \sqrt{\sum (F d_{1i}^2 + F d_{2i}^2)}$$

$$F d_{1i} = \begin{bmatrix} 17.57 \\ 25.35 \\ 30.84 \\ 34.07 \\ 34.55 \\ 24.07 \end{bmatrix} \text{ ton} \quad F d_{2i} = \begin{bmatrix} -32.20 \\ -32.09 \\ -21.34 \\ 3.13 \\ 20.47 \\ 21.40 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

$$F d_i = \begin{bmatrix} 36.68 \\ 40.89 \\ 37.50 \\ 34.22 \\ 40.16 \\ 32.20 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

18.- Se seleccionaron los disipadores adecuados para cada nivel, con base en la fuerza del disipador ( $F d_i$ ) y el desplazamiento máximos del disipador ( $\Delta d_i$ ). Los desplazamientos  $\Delta d_i$  se calcularon utilizando la ecuación 4.23.

$$\Delta d_i = \frac{\Delta_i}{\cos 27.6} \quad \Delta d_i = \begin{bmatrix} 2.57 \\ 4.03 \\ 5.06 \\ 5.72 \\ 5.87 \\ 3.66 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

### 5.5.2 Aplicación del método con $\alpha_{di}$ igual a 0.35, 0.50 y 1.00.

El proceso de cálculo es igual al que se aplicó en el subcapítulo 5.5.1, solo se cambia la variable  $\alpha_{di}$  (igual a 0.35, 0.50, y 1.00), por tal motivo solo se expondrán los resultados más representativos.

Tabla 5.5h Resultados de diferentes $\alpha_{di}$			
Variables	$\alpha_{di}=0.35$	$\alpha_{di}=0.50$	$\alpha_{di}=1.00$
$\lambda=$	3.627	3.496	$\pi$
$C_{di} \text{ (kg*seg/m)}=$	152905.19	152905.19	152905.19
$\mu_e=$	0.84	1.0	1.27
$T_s \text{ (seg)}=$	0.7	0.7	0.7
$\mu_d =$	0.82	0.99	1.27
$\zeta_{d1} \text{ (\%)} =$	14.25	9.31	3.91
$\zeta_{d2} \text{ (\%)} =$	21.58	18.68	10.71

**MÉTODO SIMPLIFICADO PARA REHABILITACIÓN DE EDIFICIOS  
UTILIZANDO DISIPADORES DE ENERGÍA VISCOSES NO-LINEALES**



En las tablas 5.5i, 5.5j, 5.5k se presentan los resultados de desplazamientos y fuerzas de los modos 1 y 2, correspondientes a valores de  $\alpha_{di}$  de 0.035, 0.50 y 1.00, respectivamente.

nivel	Primer modo					Segundo modo				
	X1 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>1i</sub> (cm)	F <sub>1i</sub> (ton)	V <sub>1i</sub> (ton)	Fd <sub>1i</sub> (ton)	X2 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>2i</sub> (cm)	F <sub>2i</sub> (ton)	V <sub>2i</sub> (ton)	Fd <sub>2i</sub> (ton)
6	16.50	1.48	29.89	29.89	49.31	-0.98	-0.67	-17.23	-17.23	-147.67
5	15.02	2.41	24.85	54.74	58.51	-0.30	-0.79	-4.87	-22.10	-113.60
4	12.61	3.13	20.86	75.60	64.11	0.49	-0.50	7.86	-14.25	-81.69
3	9.47	3.58	15.77	91.37	67.17	0.99	0.04	16.02	1.77	31.06
2	5.90	3.64	9.81	101.18	67.60	0.95	0.50	15.36	17.13	73.90
1	2.25	2.25	3.75	104.93	57.11	0.45	0.45	7.29	24.42	97.55

nivel	Primer modo					Segundo modo				
	X1 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>1i</sub> (cm)	F <sub>1i</sub> (ton)	V <sub>1i</sub> (ton)	Fd <sub>1i</sub> (ton)	X2 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>2i</sub> (cm)	F <sub>2i</sub> (ton)	V <sub>2i</sub> (ton)	Fd <sub>2i</sub> (ton)
6	19.89	1.78	30.31	30.31	33.33	-1.11	-0.76	-16.40	-16.40	-83.18
5	18.10	2.91	25.19	55.49	42.56	-0.34	-0.89	-4.64	-21.04	-70.51
4	15.20	3.78	21.14	76.64	48.50	0.55	-0.57	7.48	-13.56	-49.24
3	11.42	4.31	15.99	92.63	51.83	1.12	0.05	15.24	1.68	13.10
2	7.11	4.39	9.95	102.58	52.31	1.07	0.56	14.62	16.30	45.54
1	2.71	2.71	3.80	106.37	41.11	0.51	0.51	6.94	23.24	55.07

nivel	Primer modo					Segundo modo				
	X1 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>1i</sub> (cm)	F <sub>1i</sub> (ton)	V <sub>1i</sub> (ton)	Fd <sub>1i</sub> (ton)	X2 <sub>i</sub> (cm)	Δ <sub>2i</sub> (cm)	F <sub>2i</sub> (ton)	V <sub>2i</sub> (ton)	Fd <sub>2i</sub> (ton)
6	25.46	2.28	30.42	30.42	9.30	-1.43	-0.98	-16.59	-16.59	-12.52
5	23.17	3.72	25.29	55.71	15.16	-0.44	-1.15	-4.69	-21.28	-14.66
4	19.45	4.83	21.23	76.94	19.69	0.71	-0.73	7.56	-13.72	-9.29
3	14.62	5.52	16.05	92.98	22.49	1.44	0.06	15.42	1.70	0.75
2	9.10	5.62	9.99	102.97	22.91	1.38	0.73	14.79	16.49	9.24
1	3.47	3.47	3.81	106.79	14.15	0.66	0.66	7.02	23.50	8.35

En la tabla 5.5i se muestran los resultados de las combinaciones del primer y segundo modo. Se utilizó el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS).

nivel	$\alpha_{di}=0.35$				$\alpha_{di}=0.50$				$\alpha_{di}=1.00$			
	$\Delta_i$ (cm)	$F_i$ (ton)	$V_i$ (ton)	$F_{di}$ (ton)	$\Delta_i$ (cm)	$F_i$ (ton)	$V_i$ (ton)	$F_{di}$ (ton)	$\Delta_i$ (cm)	$F_i$ (ton)	$V_i$ (ton)	$F_{di}$ (ton)
6	1.48	34.51	34.51	155.68	1.78	34.46	34.46	89.61	2.28	34.65	34.65	15.59
5	2.41	25.32	59.04	127.78	2.91	25.61	59.35	82.36	3.72	25.72	59.63	21.09
4	3.13	22.29	76.93	103.84	3.78	22.43	77.83	69.11	4.83	22.53	78.15	21.77
3	3.58	22.48	91.39	74.00	4.31	22.09	92.64	53.46	5.52	22.25	93.00	22.51
2	3.64	18.23	102.62	100.16	4.39	17.68	103.86	69.36	5.62	17.84	104.28	24.71
1	2.25	8.20	107.73	113.04	2.71	7.91	108.88	68.72	3.47	7.99	109.34	16.43

### 5.5.3 Comparación de resultados suponiendo valores de $\alpha_{di}$ entre 0.35 y 2.0.

En este subcapítulo se compara el comportamiento de la estructura suponiendo que se le añaden disipadores con diferentes valores de  $\alpha_{di}$  (las cuales determinan la no-linealidad de los amortiguadores viscosos). También, se muestra el comportamiento de la misma estructura pero sin disipadores viscosos. Se incrementa el intervalo de  $\alpha_{di}$  entre 0.35 y 2.00.

Primeramente, comparamos los desplazamientos y distorsiones de la estructura en dos estados límites: estado límite de servicio y estado límite de colapso.

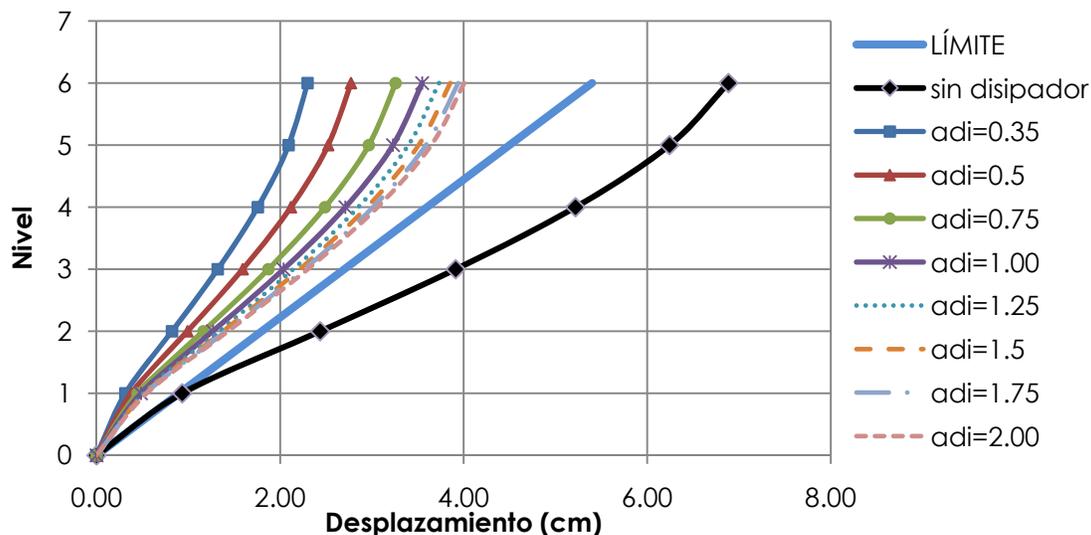


Figura 5.5h Desplazamientos máximos correspondientes al estado límite de servicio

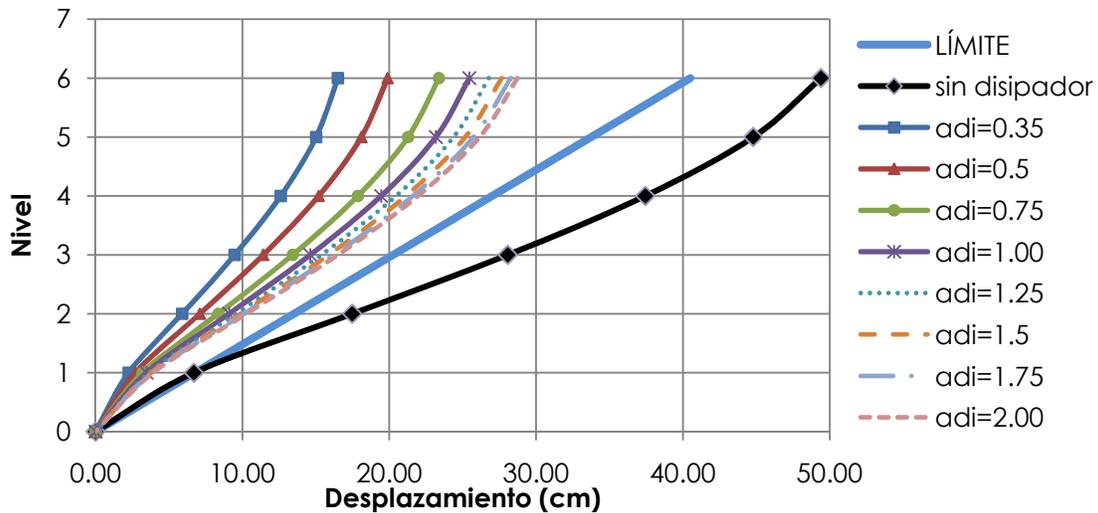


Figura 5.5i Desplazamientos máximos correspondientes al estado límite de seguridad contra colapso.

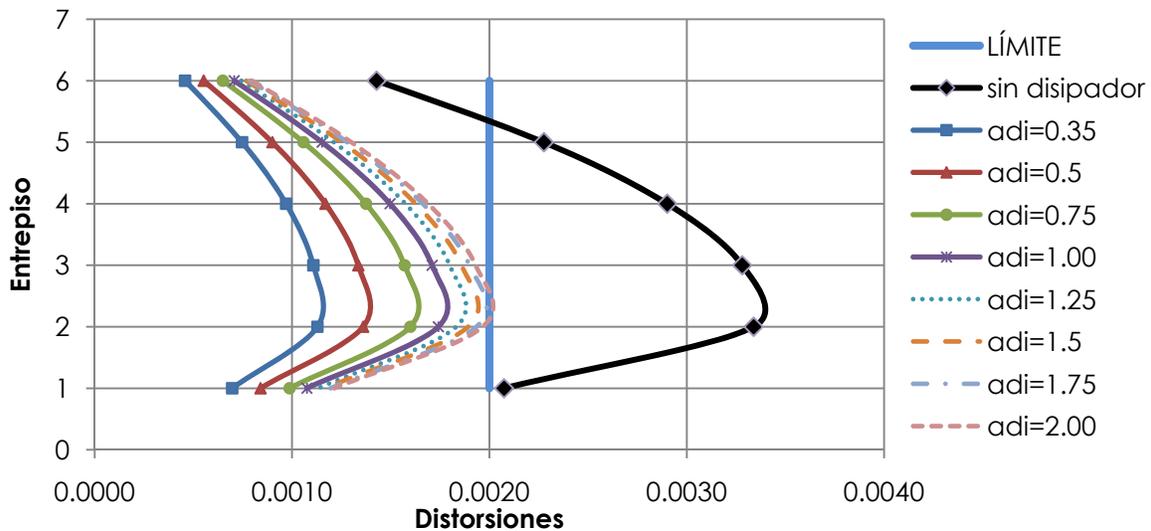


Figura 5.5j Distorsiones máximas de entrepiso correspondientes al estado límite de servicio

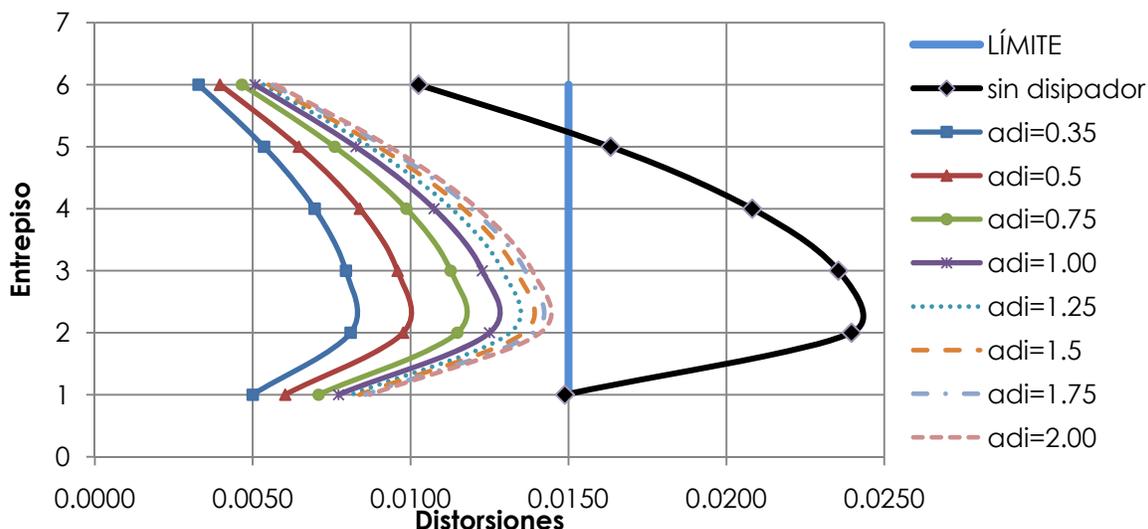


Figura 5.5k Distorsiones máximas de entrepiso correspondientes al estado límite de seguridad contra colapso.

La figura 5.5l muestran que las fuerzas que tendrán que soportar los amortiguadores viscosos con diferentes exponentes de no-linealidad tienden a disminuir cuando crece el valor de  $\alpha_{di}$ .

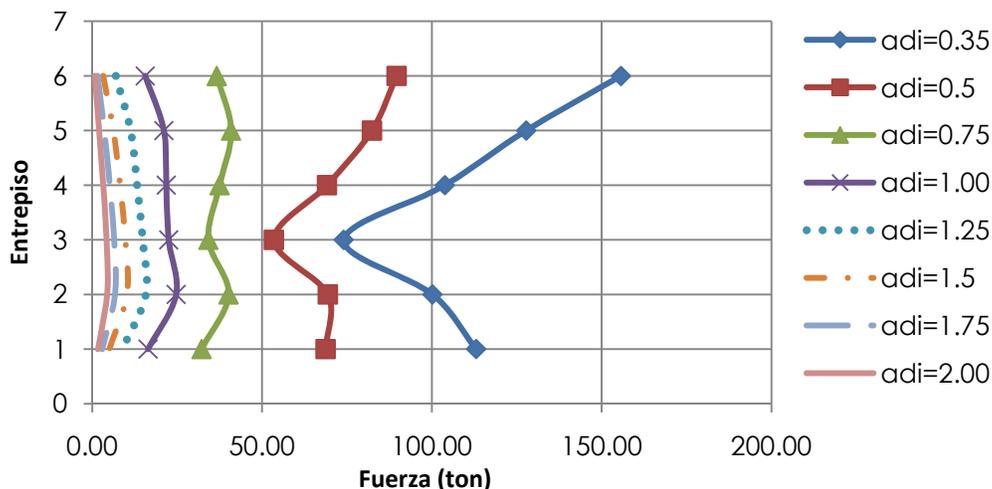


Figura 5.5l Comparación de fuerzas del disipador.

La figura 5.5m muestra que el amortiguamiento producido por la disipación de energía de los disipadores viscosos no-lineales decrecen mientras aumenta el valor de  $\alpha_{di}$ . También se parecía en la misma figura que el amortiguamiento varía dependiendo de las formas modales. En la figura no se considera el amortiguamiento crítico inherente de la estructura.

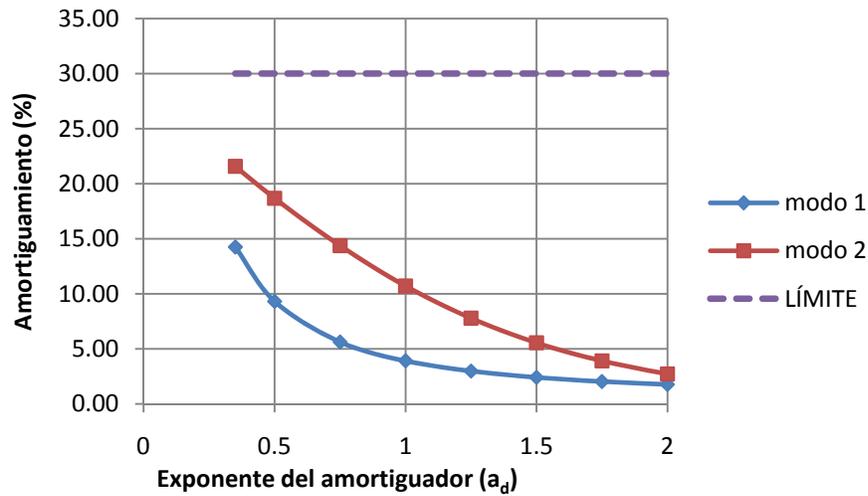


Figura 5.5m Comparación de amortiguamientos correspondientes a los disipadores.

Un aspecto importante es analizar cómo se modifican las ductilidades al varía el exponente de amortiguamiento  $a_d$ . En la figura 5.5n se muestra el factor de la ductilidad global efectiva ( $\mu_e$ ) en función del exponente  $a_d$ .

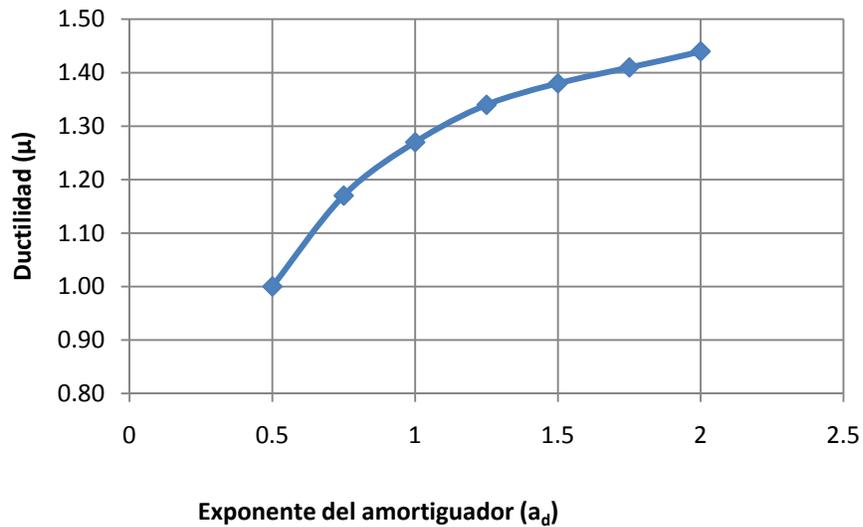


Figura 5.5n Ductilidad en función de  $a_d$

## **CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES**

Se presentó un método para el diseño de edificios con disipadores de energía viscosos no-lineales de tipo pasivo. El método es realizado en una serie de pasos para su fácil interpretación y aplicación; este inicia con las propiedades (pesos, periodos, formas modales y dimensiones) de un sistema básico estructural, las cuales se pueden obtener de un análisis y diseño tradicional. Los criterios expuestos podría incorporarse como recomendaciones de diseño, de un método simplificado para la rehabilitación ó diseño de estructuras con disipadores viscosos no-lineales en las NTCDF-2004.

Investigadores y profesionales en la ingeniería sísmica comienzan a exhibir un enfoque de la relación Fuerza-velocidad de los amortiguadores viscosos no-lineales, para la capacidad de disminuir los desplazamientos laterales usando una analogía de energía y el concepto de amortiguamiento viscoso equivalente (aceptadas y aplicadas a nivel mundial), se implementa amortiguamiento adicional a la estructura.

El método se ejemplifica mediante la rehabilitación de un marco de acero con disipadores viscosos no-lineales. A partir de las gráficas que se presentan en el subcapítulo 5.5.3 se pueden hacer las siguientes observaciones:

Al introducir disipadores no-lineales a la estructura del ejemplo presentado con diferentes valores de  $\alpha_d$ , sus desplazamientos máximos se redujeron entre 33.4% y 58.5% (ver figuras 5.5h y 5.5i) respecto a los desplazamientos de la estructura sin disipadores; cumpliendo el límite de servicio y límite de seguridad de colapso establecido por las NTCDs-2004. Se observa en este ejemplo que entre mas pequeño es el exponente de no-linealidad ( $\alpha_d$ ) la reducción de desplazamientos es mayor.

De acuerdo al ejemplo presentado las fuerzas que tendrán que soportar los amortiguadores viscosos con diferentes exponentes de amortiguamiento de no-linealidad ( $\alpha_{di}$ ) tienden a aumentar cuando el  $\alpha_{di}$  es más pequeño (ver figura 5.5j). Por lo tanto, no es recomendable usar  $\alpha_{di}$  demasiados pequeños porque incrementan el costo de los disipadores.

En el ejemplo el exponentes de amortiguamiento de no-linealidad ( $\alpha_{di}$ ) demasiados grandes tampoco son recomendables. Por ejemplo, si se usa un  $\alpha_{di}$  igual a 2.0 que es el caso de un amortiguador simple; el orificio en el pistón de este amortiguador es recto, lo que origina que la fuerza externa sea proporcional a la velocidad y no ofrece mejoría en la disipación de energía. Como se muestra en la figura 5.5m, el amortiguamiento adicional a la estructura con  $\alpha_d = 2.0$  es muy pequeño.

Además, en la figura 5.5m se observa que para de un intervalo de  $\alpha_d$  entre 1.25 y 2.00 de  $\alpha_d$  para el modo fundamental, la aportación de amortiguamiento es prácticamente el mismo. Como el modo fundamental del ejemplo es el que ofrece mayor influencia en el comportamiento de la estructura aquí analizada, se puede tomar como límite superior  $\alpha_d=1$  (Lin y Chopra, 2002). Un valor de  $\alpha_d$  igual a 1 corresponde a considerar los amortiguadores lineales. Se recomienda usar un intervalo de  $\alpha_d$  entre 0.50 y 1.00, los cuales son aceptable para el ejemplo presentado; cumpliendo en cuestión de ductilidades, amortiguamientos, fuerzas en el disipador y desplazamientos laterales de la estructura. Chopra y Lin (2002) recomiendan límites de  $\alpha_d$  entre 0.35 y 1.00 para efectos sísmicos.



## REFERENCIAS

Castillo Cruz, T. y Ruiz Gómez S. E. (2010), "**Regla para reducir las ordenadas espectrales para el diseño sísmico de estructuras con disipadores de tipo viscoso desplantados en el valle de México**". XVII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, León, Guanajuato.

Castillo Cruz, T. (2010), "**Método de análisis sísmico para estructuras con disipadores de energía**", Tesis doctoral en proceso, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Claros Stark, E. y Ruiz Gómez S. E. (2009), "**Método modal espectral para la rehabilitación de edificios con disipadores viscosos**", XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, Pue.

Claros Stark, E. (2009), "**Método simplificado para el análisis y rehabilitación de edificios utilizando disipadores de energía viscosos**", Tesis de Maestría, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Chopra A. (2007), "**Dynamics of Structures. Theory and applications to earthquake engineering**", Pearson Prentice Hall, New Jersey USA.

FEMA-450, (2003), "**NEHRP Recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures**", Washington, D.C. USA.

Lin W. y Chopra A. (2002), "**Earthquake response of elastic SDF systems with non-linear fluid viscous dampers**", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 31:1623-1642, Berkeley, California USA.

Meli, R. (2001), "**Diseño estructural**", Editorial Limusa, primera reimpresión de la segunda edición, México.

Naeim F. and Kircher C. (2001), "**On the damping adjustment factors for earthquake response spectra**", The Structural Design of Tall Buildings, 10: 361–369, Los Angeles California USA.

Paz, M. (1992), "**Dinámica Estructural. Teoría y cálculo**", Editorial Reverté, S. A.

Ramírez O., Constantinou M., Kircher C., Whittaker A., Johnson M. y Gómez J., (2001), "**Development and evaluation of simplified procedures for analysis and design of buildings with passive energy dissipation systems**", Technical Report MCEER-00-0010. Buffalo, NY. USA.

Ramírez O., Constantinou M., Kircher C., Whittaker A. y Chrysostomou C. (2002), "**Elastic and Inelastic Seismic Response of Buildings with Damping Systems**", Earthquake Spectra, Vol. 18, No. 3, 531–547, Buffalo, NY. USA.

Ruiz Gómez S.E. (2010), "**Recomendaciones para diseño de edificios con disipadores de energía (Complemento de las Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo del RCDF)**". Serie de Investigación y Desarrollo. Instituto de Ingeniería, UNAM. En prensa.

Taylor Douglas P., "**The application of energy dissipating damping devices to an engineered structure or mechanism**", North Tonawanda, NY. USA.

(2004), "**Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Acero**", Departamento del Distrito Federal, México, D.F.

(2004), "**Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo**", Departamento del Distrito Federal, México, D.F.

(2004), "**Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones**", Departamento del Distrito Federal, México, D.F.



**ANEXO A. FIGURAS Y GRÁFICAS**

La figura A.1 representa el valle de México con curvas de igual periodo del suelo dominante.

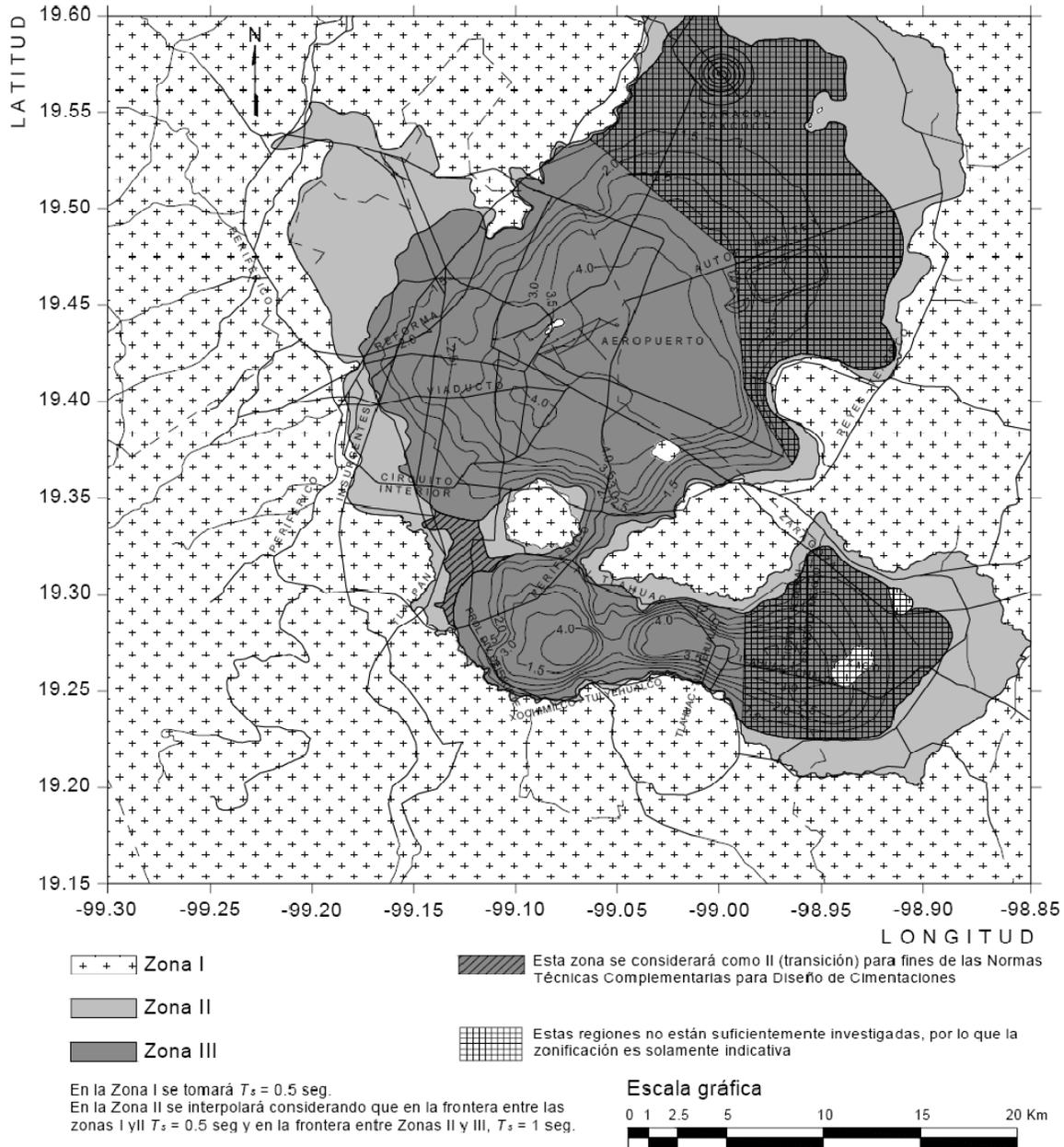


Figura A.1 Periodos dominantes del suelo,  $T_s$  (NTCDS-2004)

En las figuras A.2-A.7 se presentan las gráficas de cómo se obtuvieron los valores de la tabla 3.2a suponiendo como límite el espectro del 15% en la meseta de los espectros de diseño, con valores de  $Q=1$  para diferentes periodos de suelo.

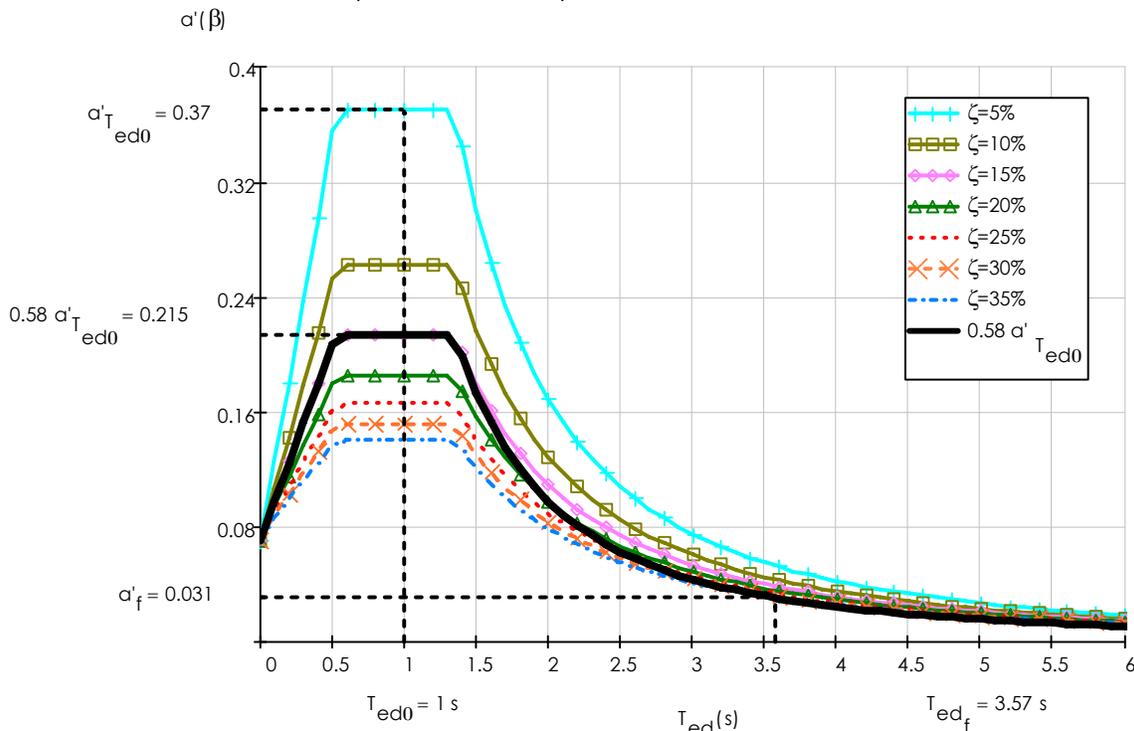


Figura A.2 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=1.0$  seg. y amortiguamientos.

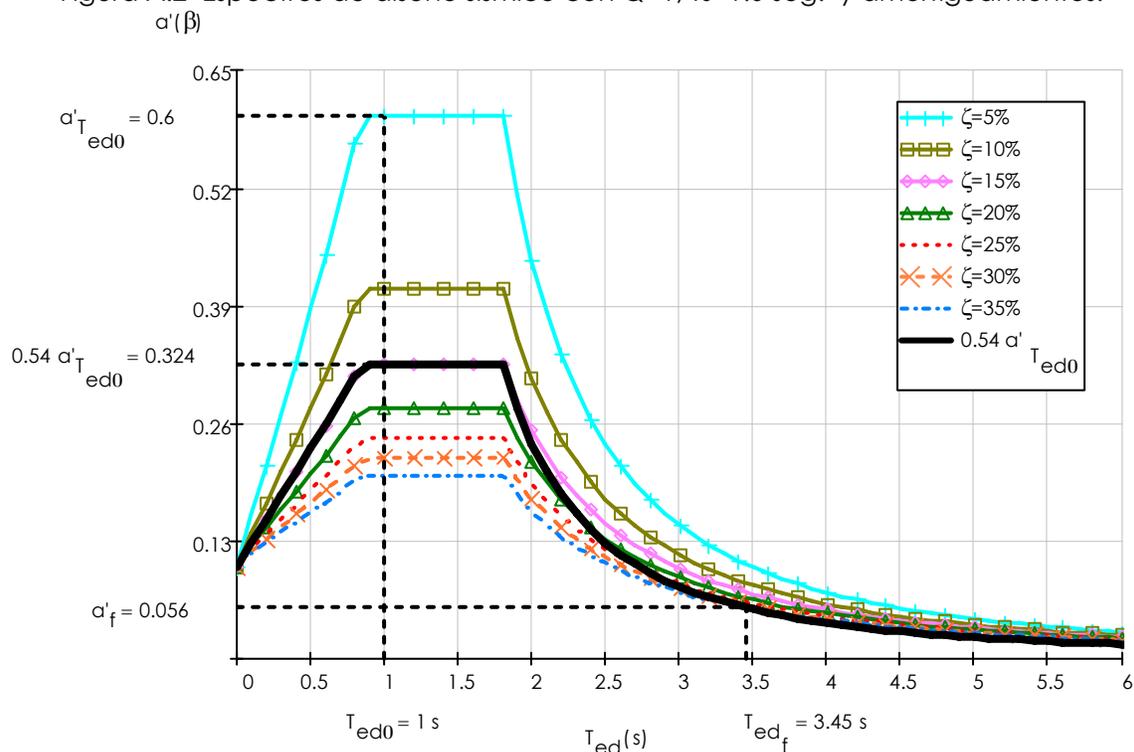


Figura A.3 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=1.5$  seg.

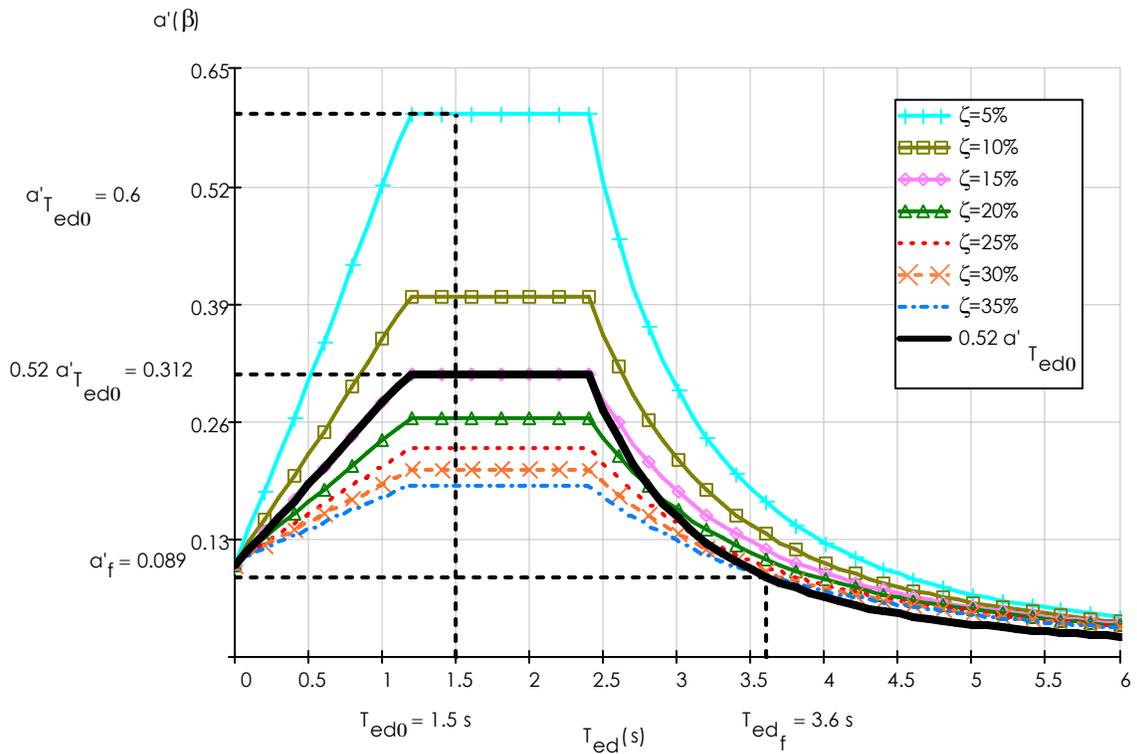


Figura A.4 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=2.0$  seg.

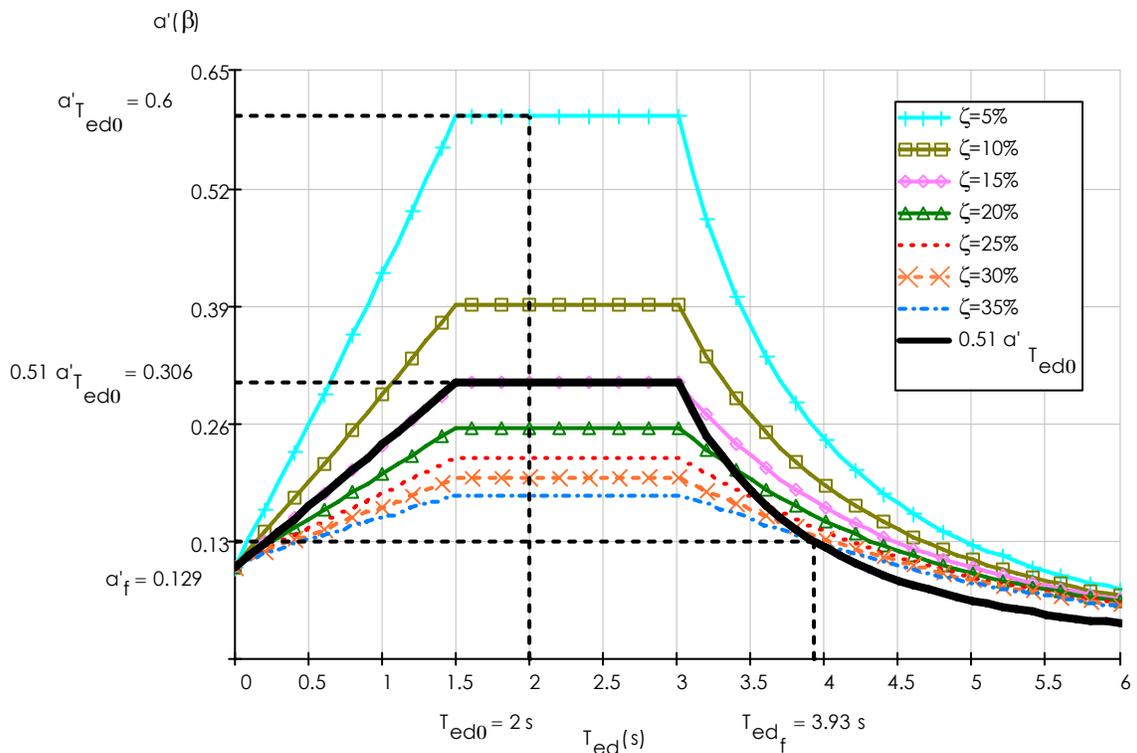


Figura A.5 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=2.5$  seg

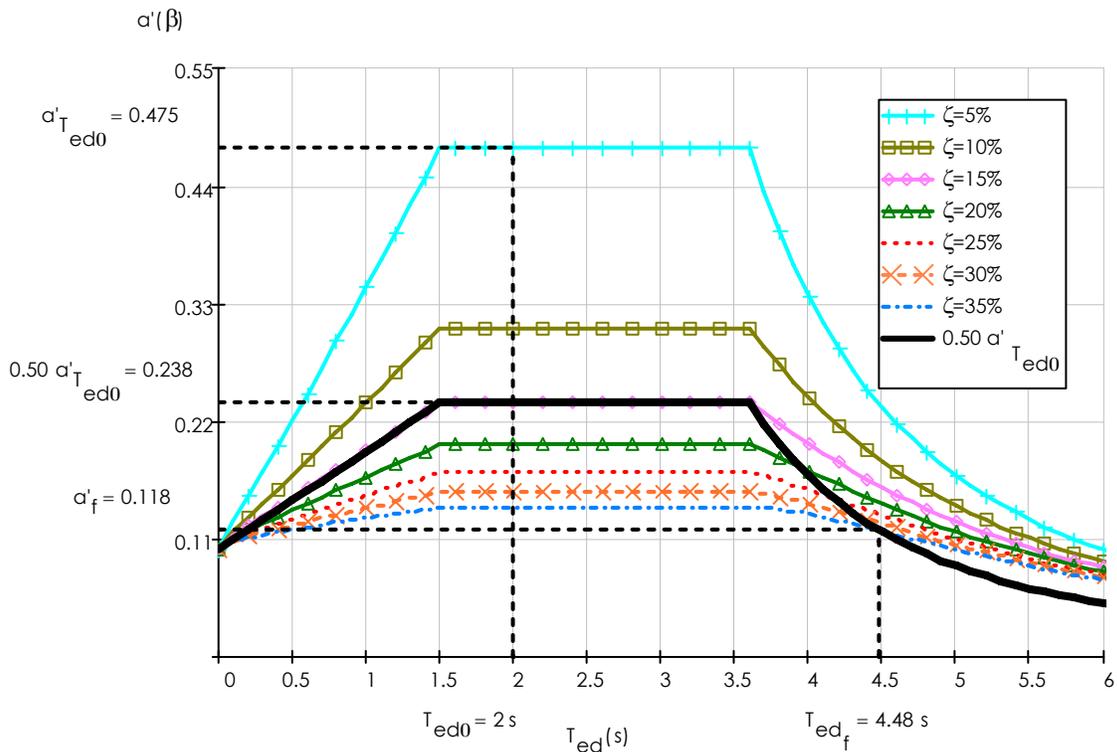


Figura A.6 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=3.0$  seg.

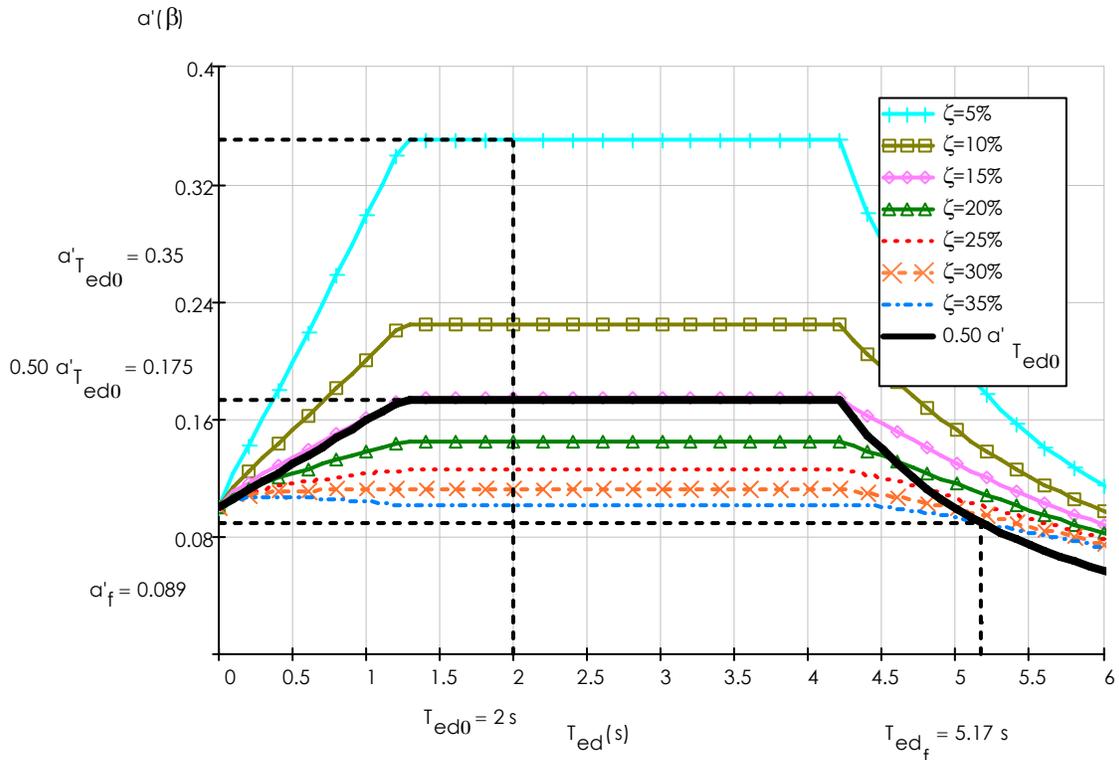


Figura A.7 Espectros de diseño sísmico con  $Q=1$ ,  $T_s=3.5$  seg.



En las figuras A.8-A.13 se presentan las gráficas del comportamiento de los valores de la tabla 3.2a para espectros calculados con  $Q=2$ .

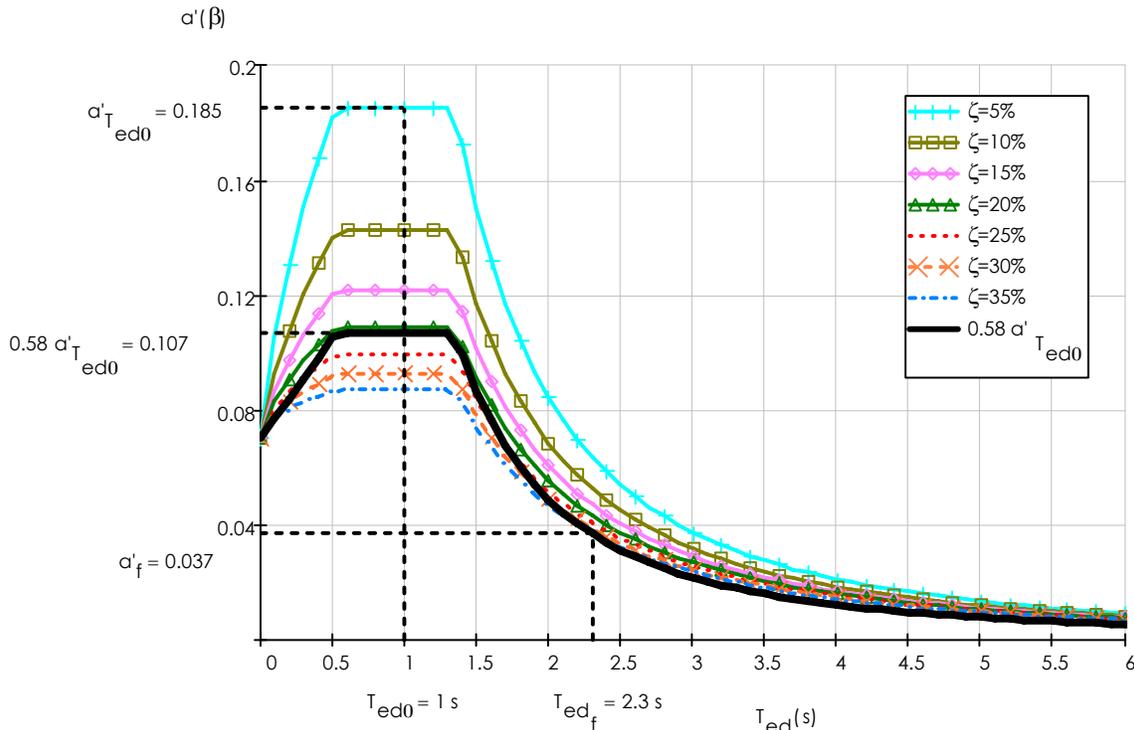


Figura A.8 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=1.0$  seg.

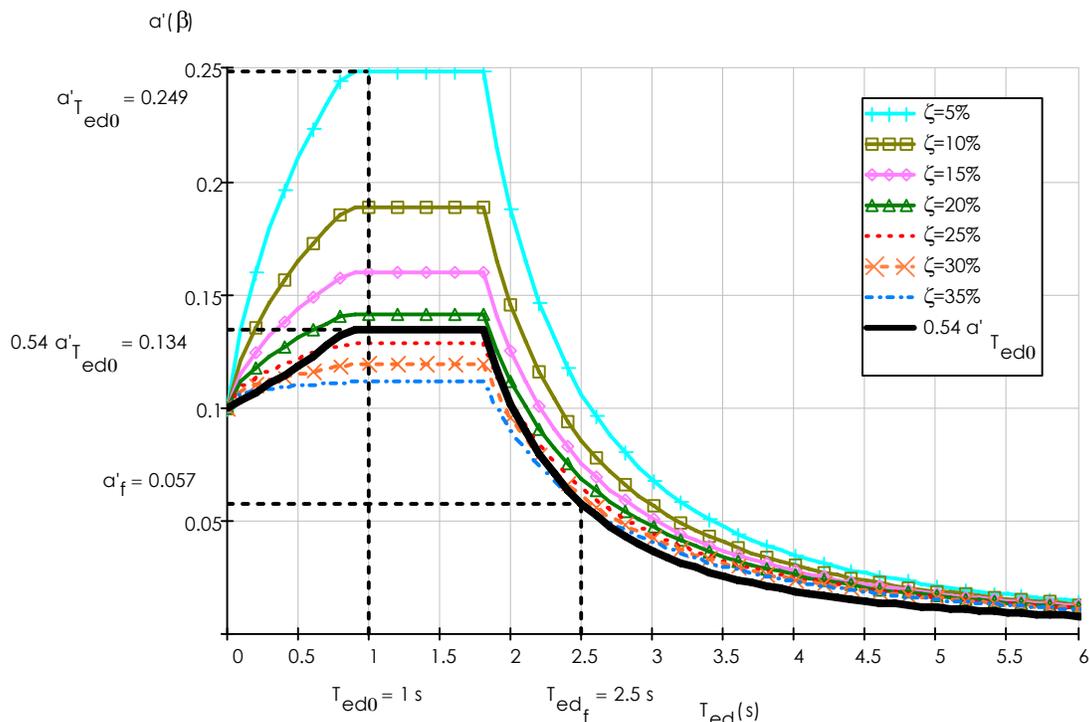


Figura A.9 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=1.5$  seg.

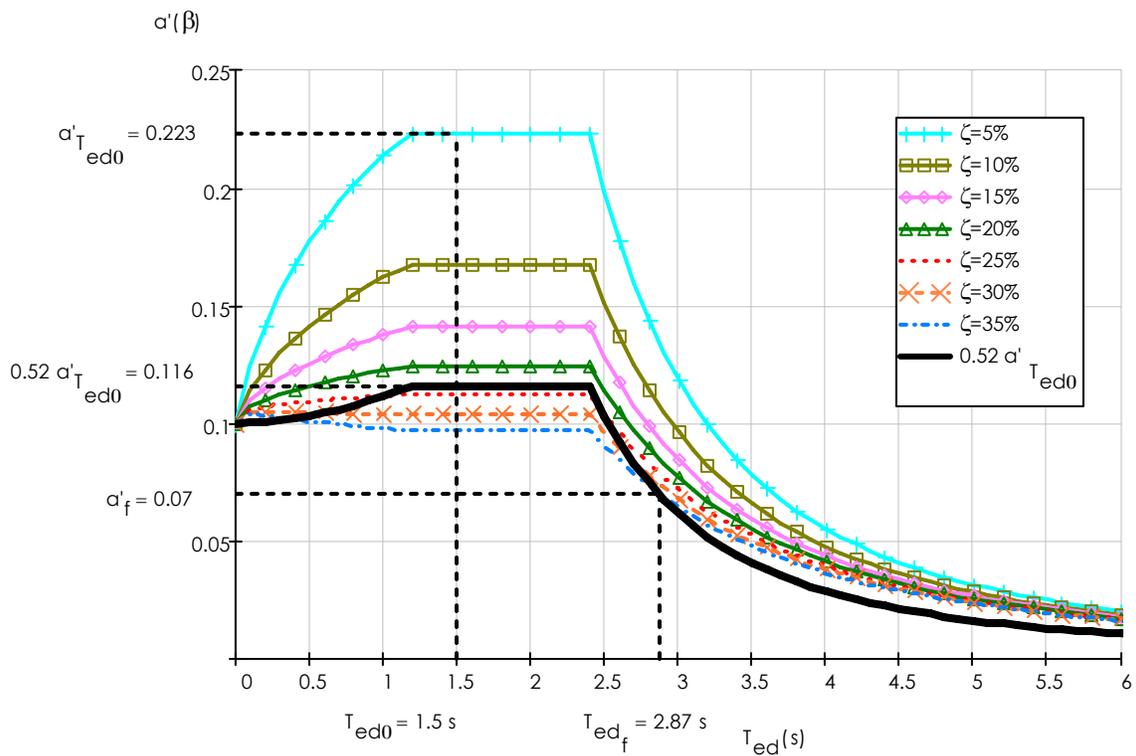


Figura A.10 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=2.0$  seg.

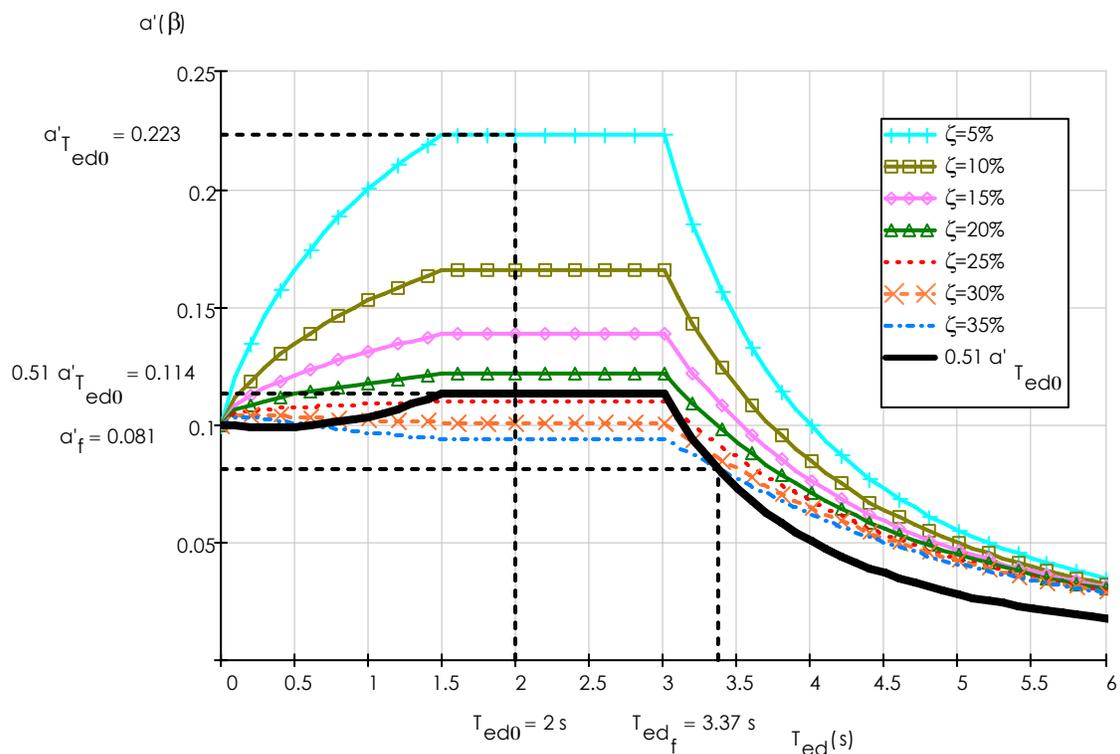


Figura A.11 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=2.5$  seg.

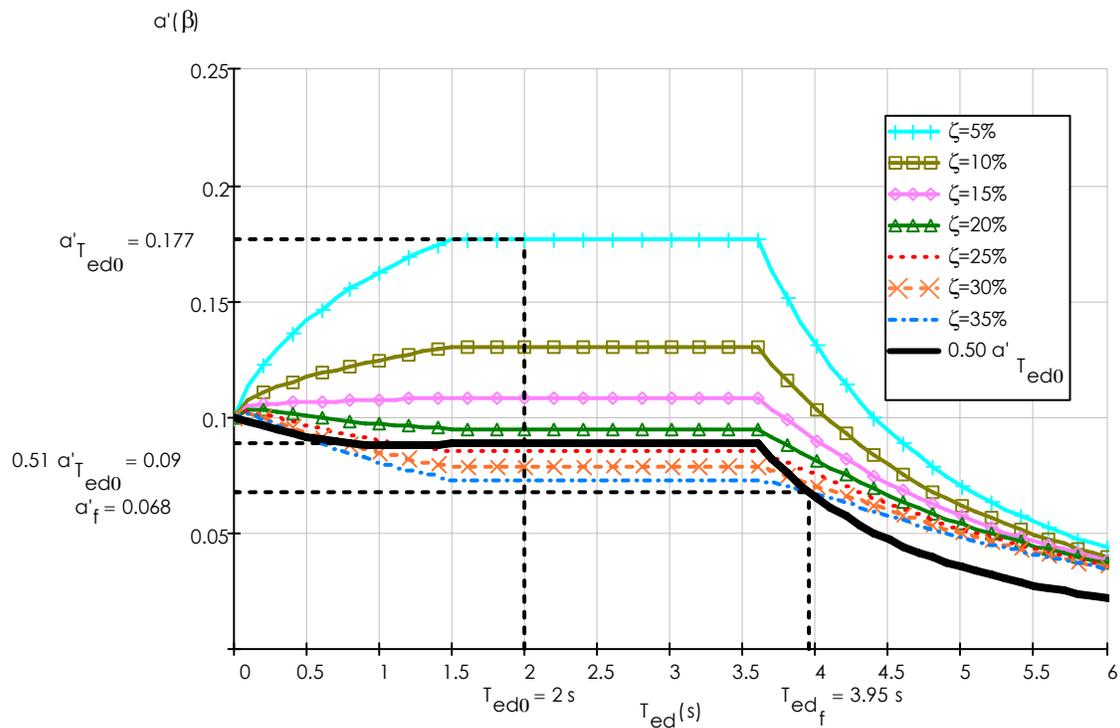


Figura A.12 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=3.0$  seg.

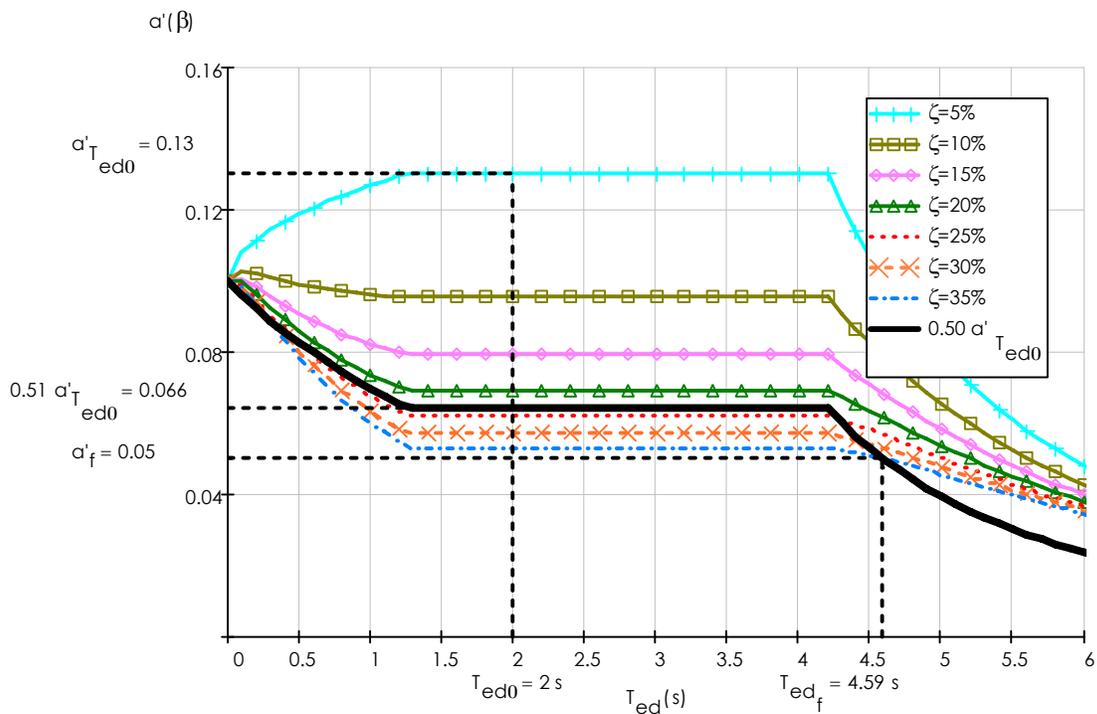


Figura A.13 Espectros de diseño sísmico con  $Q=2$ ,  $T_s=3.5$  seg.

En las figuras se presentan las gráficas del comportamiento de los valores de la tabla 3.2a para espectros calculados con  $Q=3$ .

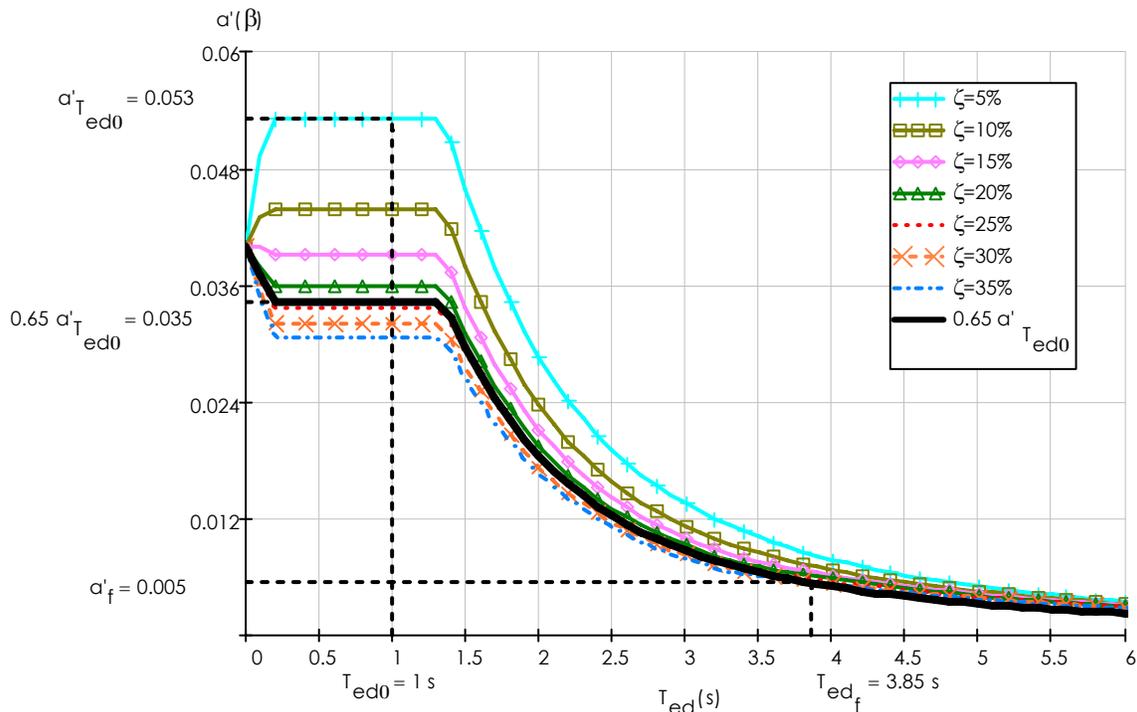


Figura A.14 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=0.5$  seg.

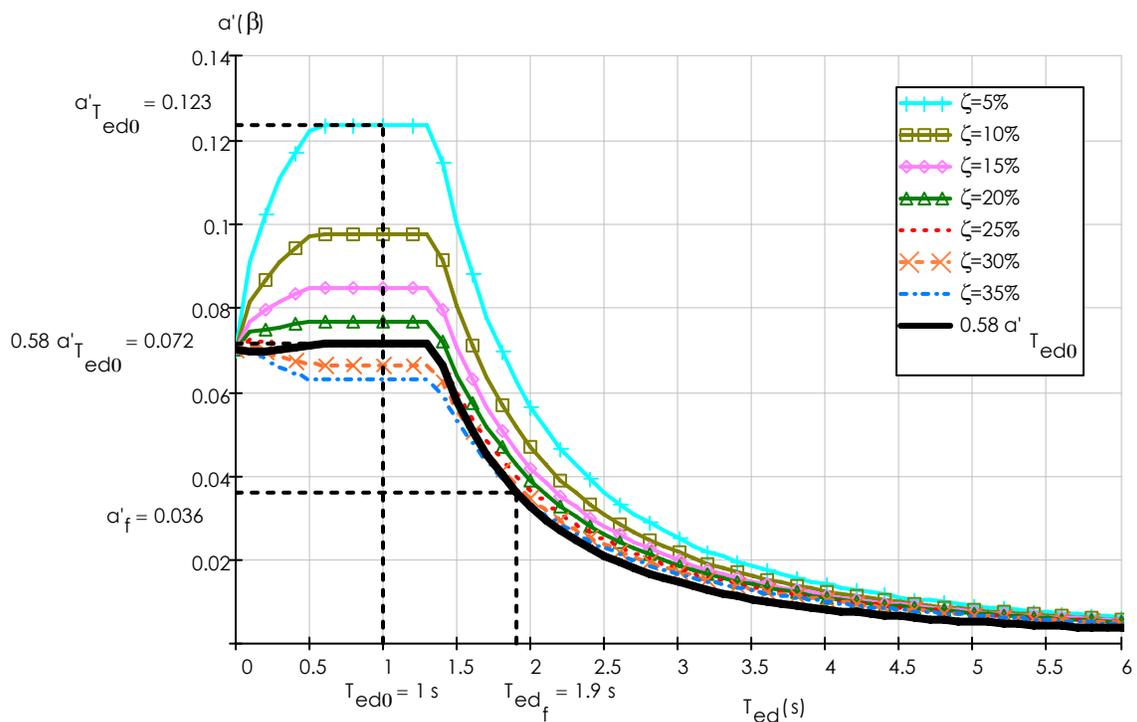


Figura A.15 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=1.0$  seg.

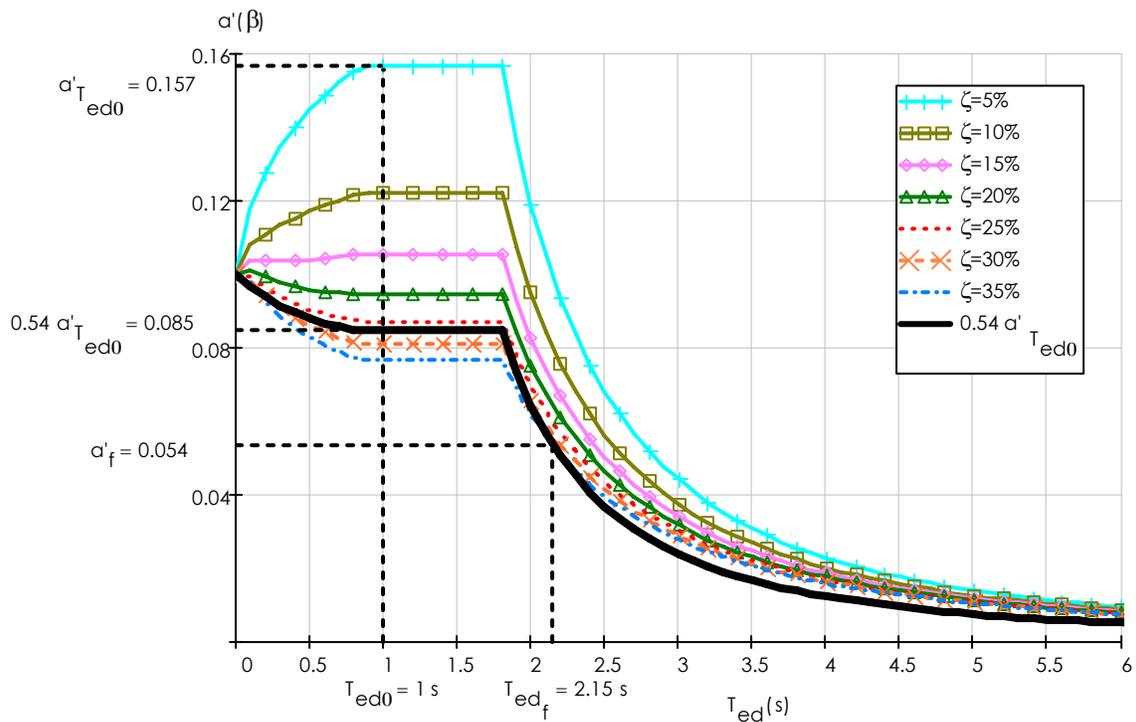


Figura A.16 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=1.5$  seg.

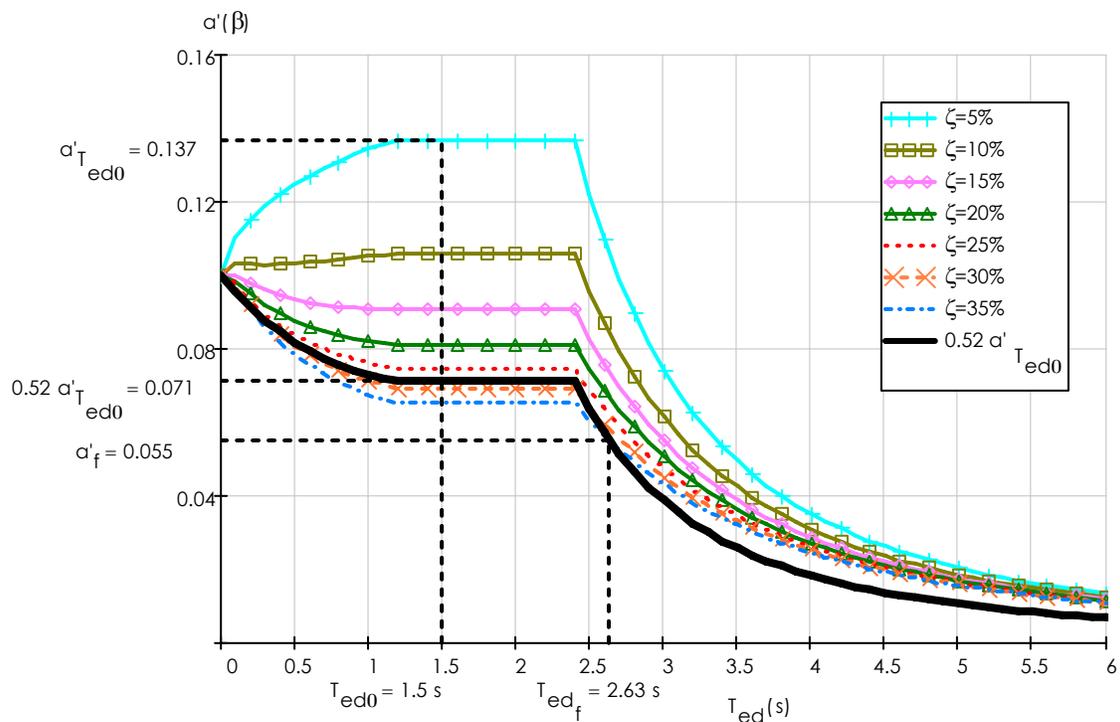


Figura A.17 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=2.0$  seg.

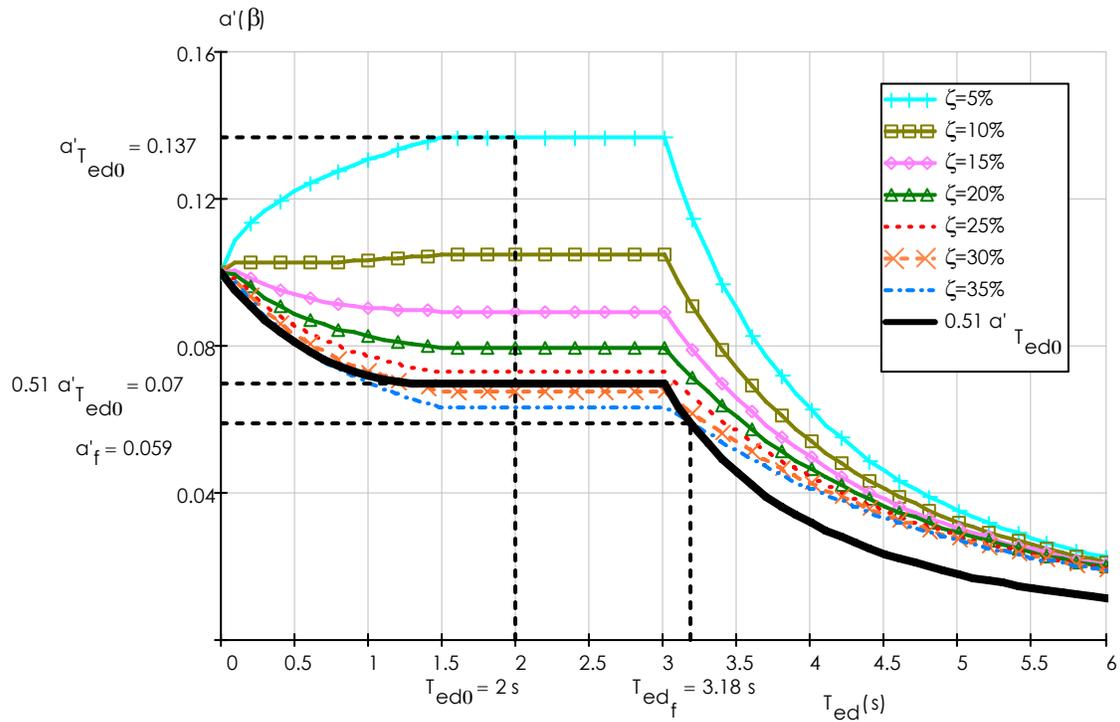


Figura A.18 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=2.5$  seg.

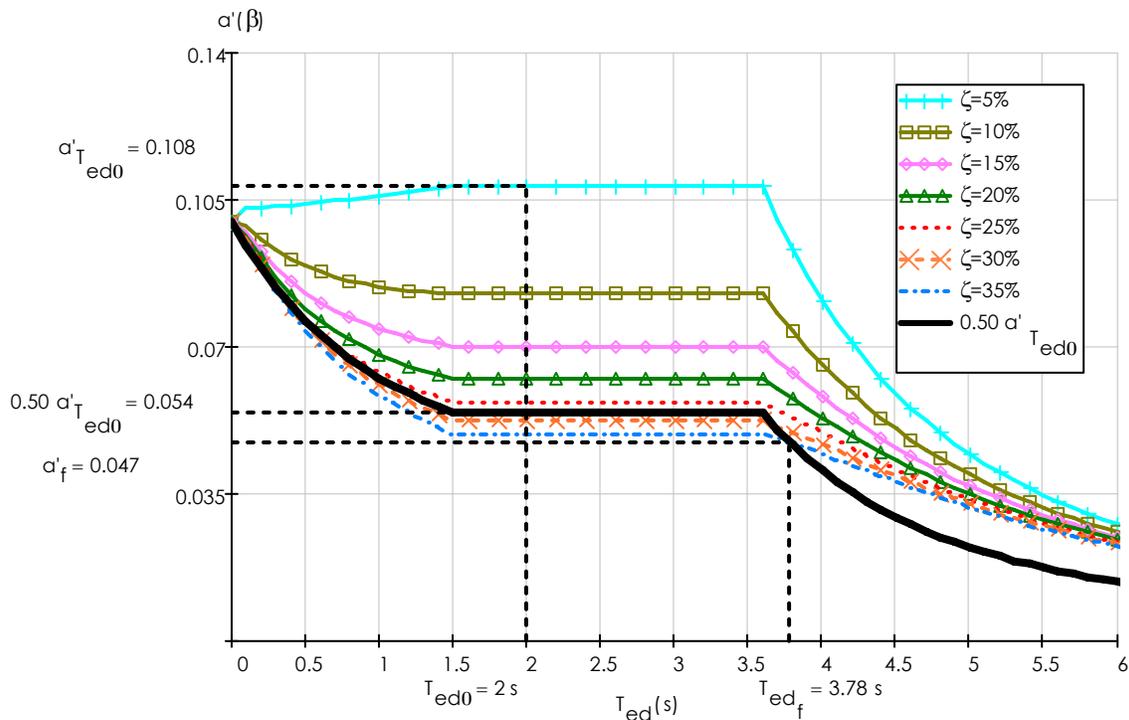


Figura A.19 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=3.0$  seg.

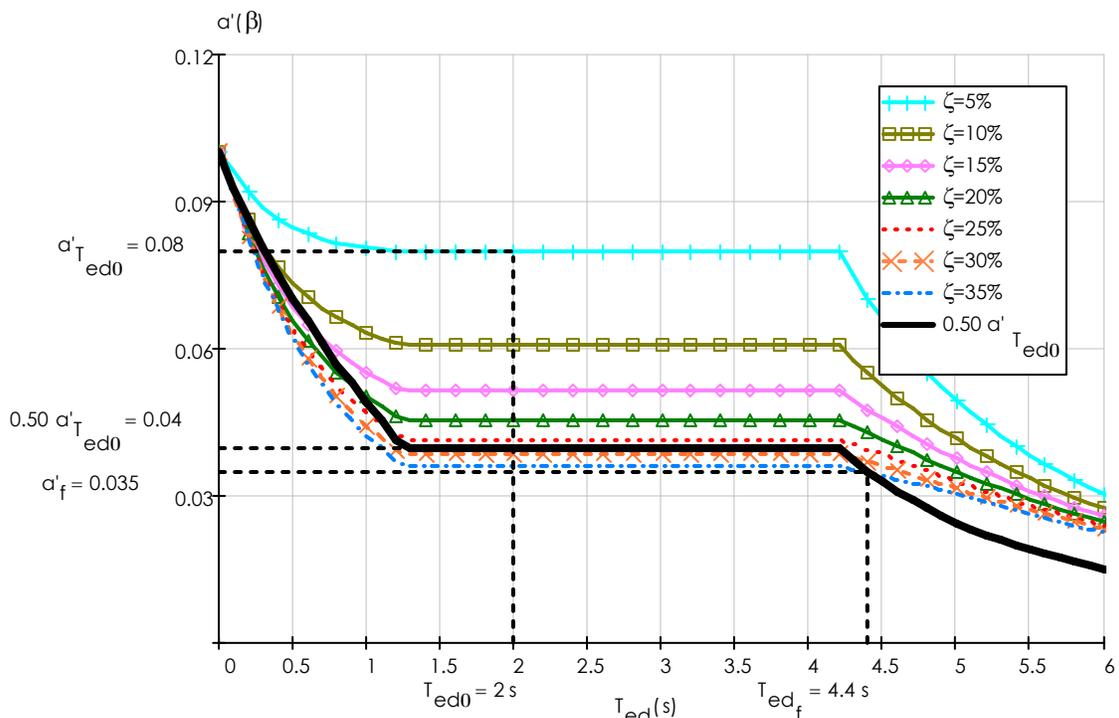


Figura A.20 Espectros de diseño sísmico con  $Q=3$ ,  $T_s=3.5$  seg.

En las figuras A.21-A.27 se presentan las gráficas del comportamiento de los valores de la tabla 3.2a para espectros calculados con  $Q=4$ .

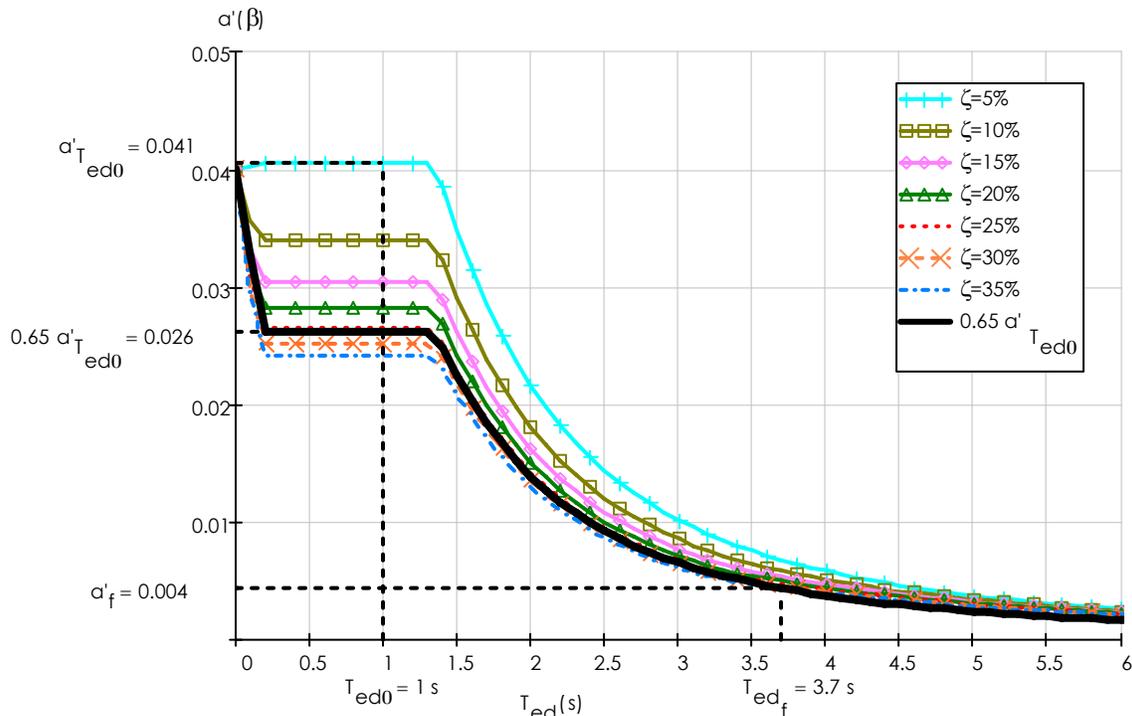


Figura A.21 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=0.5$  seg.

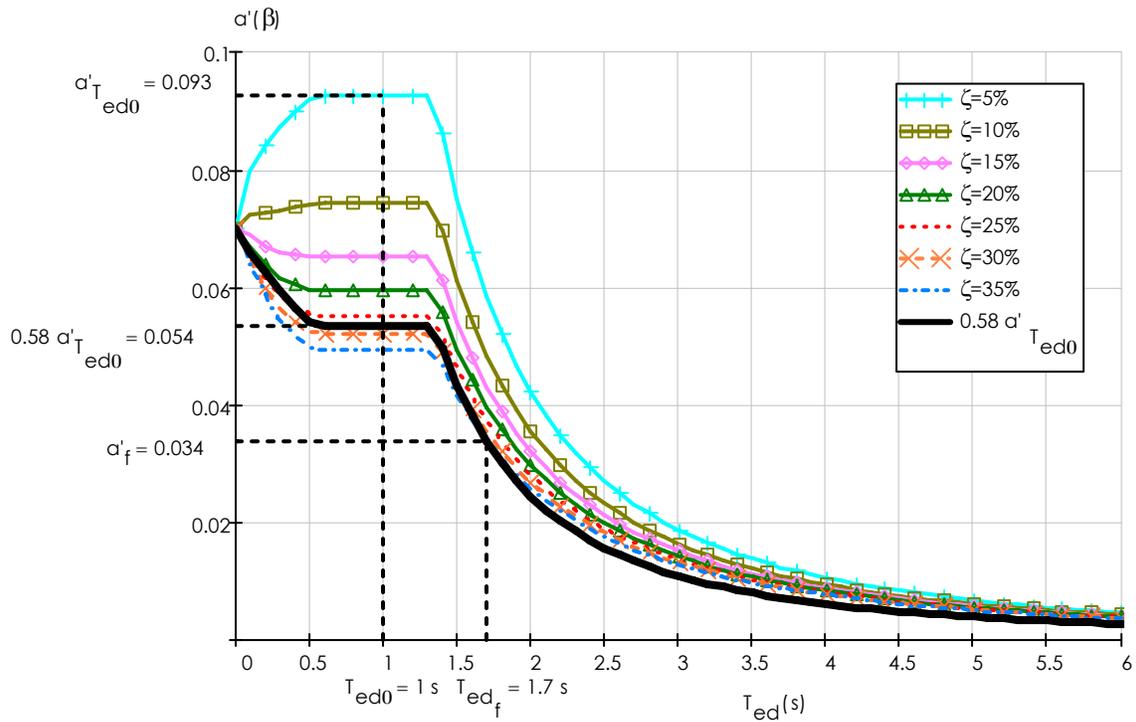


Figura A.22 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=1.0$  seg.

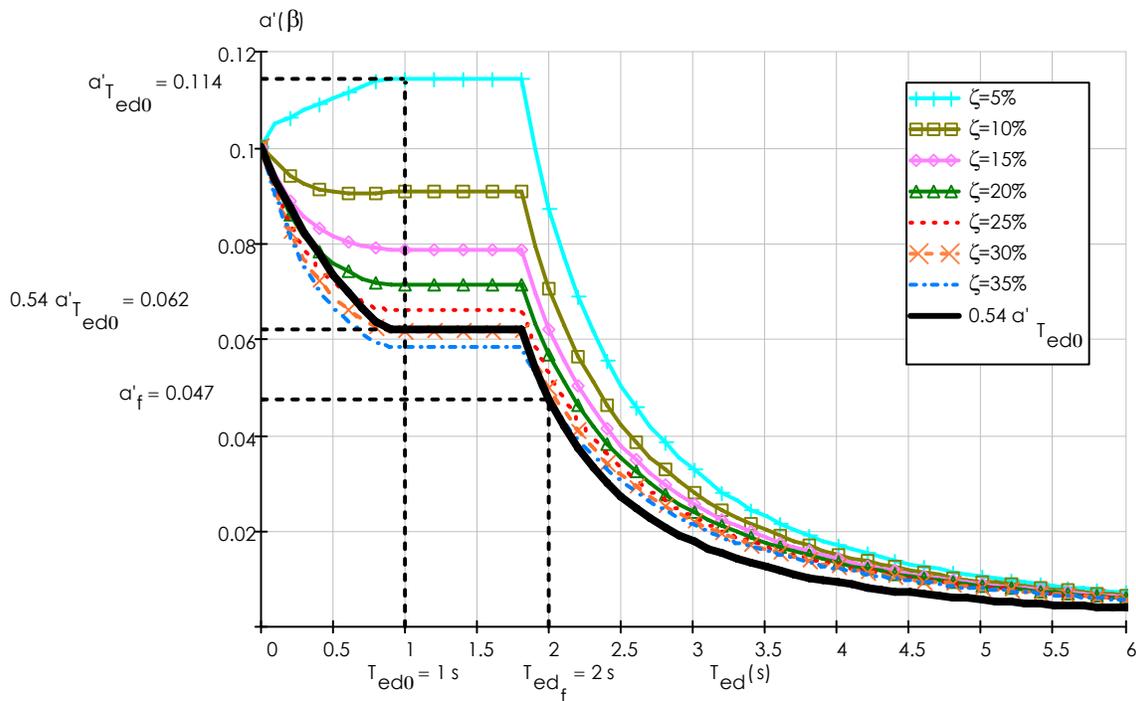


Figura A.23 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=1.5$  seg.

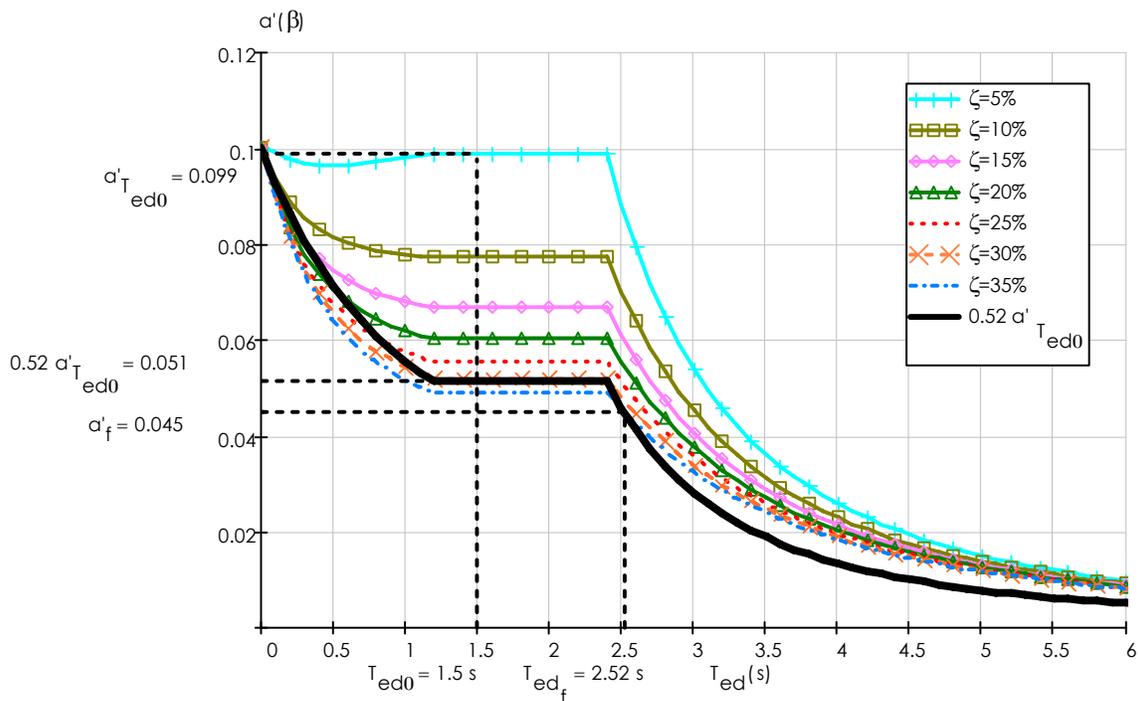


Figura A.24 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=2.0$  seg.

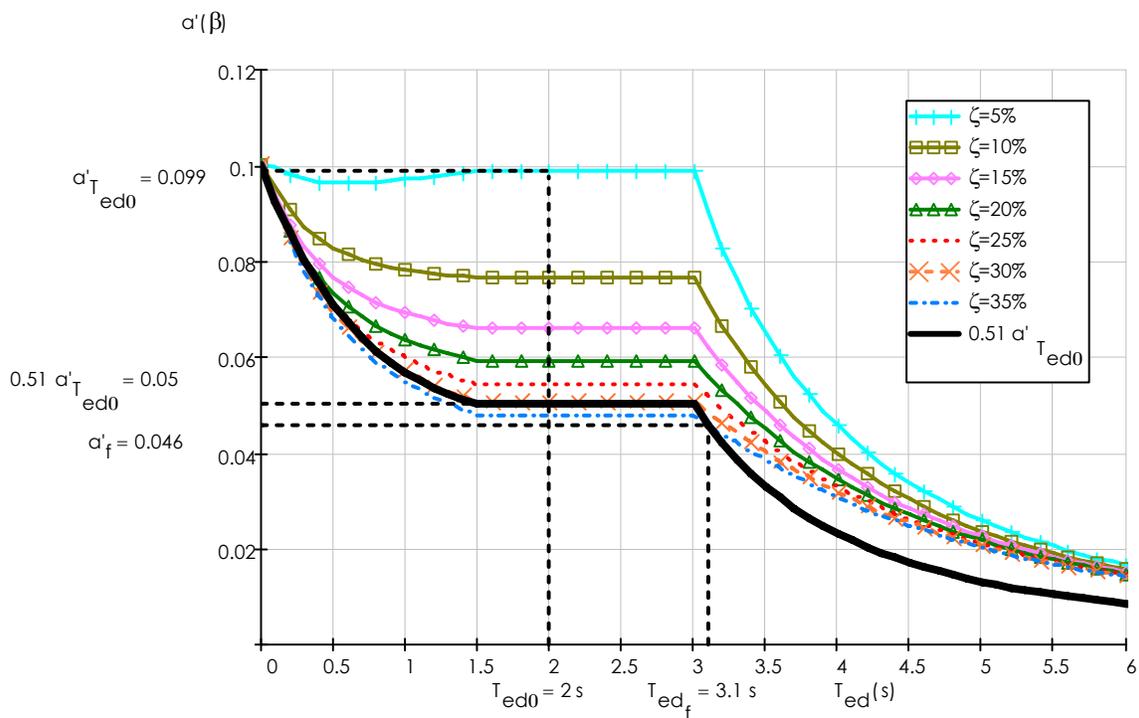


Figura A.25 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=2.5$  seg.

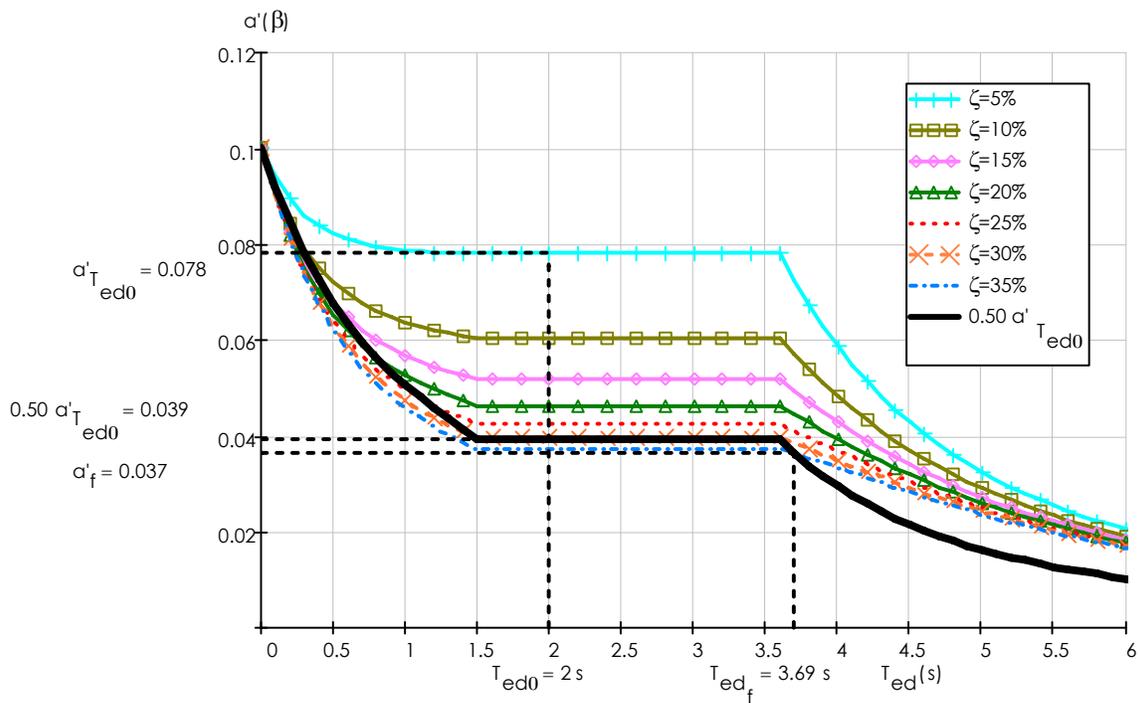


Figura A.26 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=3.0$  seg.

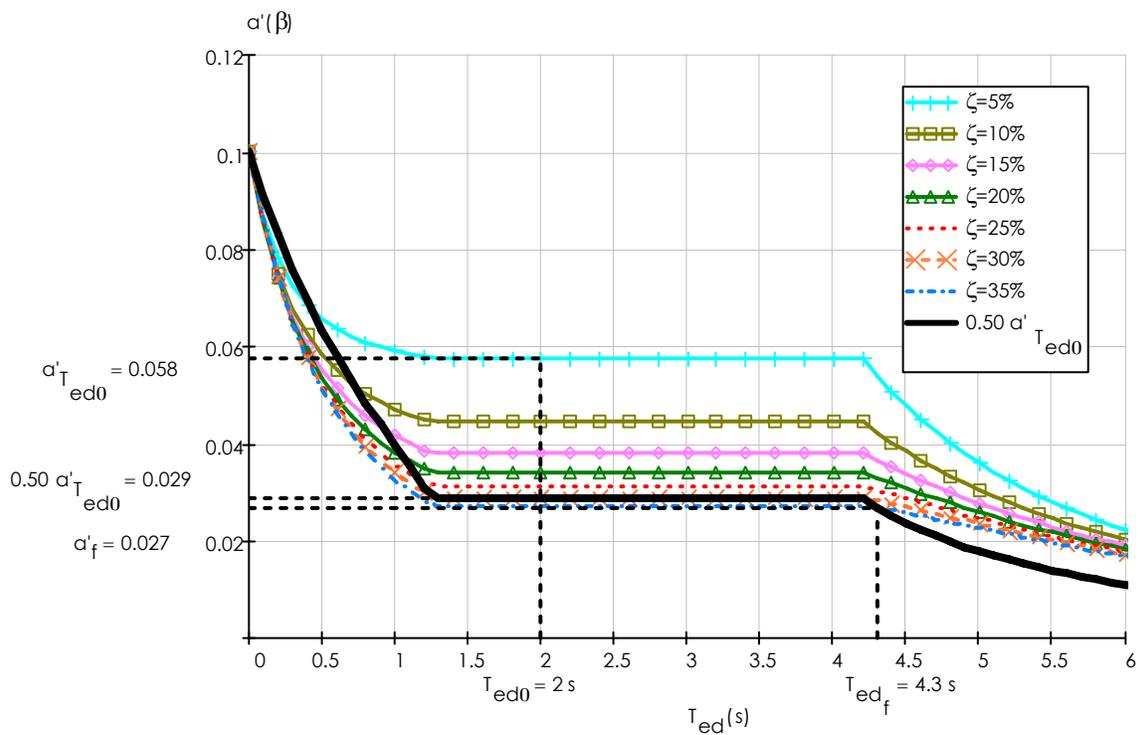


Figura A.27 Espectros de diseño sísmico con  $Q=4$ ,  $T_s=3.5$  seg.



## **ANEXO B. DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL PORCENTAJE DE AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO VISCOSO NO-LINEAL.**

En el presente anexo se presenta la deducción de la ecuación que se aplica en el método de diseño propuesto para edificios con disipadores viscosos no-lineales.

El porcentaje de amortiguamiento viscoso ( $\zeta_d$ ) se puede definir con el concepto de amortiguamiento viscoso equivalente mostrado a continuación (Lin y Chopra, 2002; Chopra, 2007; Ramirez et al., 2001):

$$\zeta_d = \frac{W_D}{4\pi * W_S} \quad (B.1)$$

donde:

$\zeta_d$  = Porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso

$W_D$  = Energía disipada por el amortiguador

$W_S$  = Energía potencial del sistema

En lo que sigue se explican los parámetros  $W_D$  y  $W_S$  y se deduce una fórmula de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso  $\zeta_d$ .

### *Energía disipada por el amortiguador ( $W_D$ )*

Considerese un estado fijo de movimiento en su base en un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso adicional y sometido a una historia de desplazamiento senoidal de la forma:

$$u = u_o \text{sen}(\omega t) \quad (B.2)$$

donde:

$u$  = Desplazamiento del sistema y del amortiguador

$u_o$  = Amplitud de desplazamiento

$\omega$  = Frecuencia de excitación

La energía disipada por el amortiguamiento viscoso en cada ciclo de vibración armónica es:

$$W_D = \int Fd \, du \quad (B.3)$$

Un sistema con dispositivos de amortiguamiento viscoso no-lineal se pueden definir mediante los parámetros  $a_d$  y  $C_d$ ; los cuales describen el comportamiento no-lineal del dispositivo amortiguador.

La relación fuerza-velocidad de cada dispositivo de amortiguamiento viscoso no-lineal colocado en una diagonal con ángulo de inclinación  $\theta$ , es descrito por:

$$F_d = C_d * |\dot{U}|^{a_d} * \cos \theta^{a_d} * \text{sgn}(\dot{U}) \quad (B.4)$$

donde:

$F_d$  = Fuerzas del disipador

$C_d$  = Constante de amortiguamiento del disipador

$\dot{U}$  = Valores de máxima velocidad

$a_d$  = Exponente de amortiguamiento de no – linealidad

$\theta$  = Ángulo de inclinación del disipador con respecto a un eje horizontal.

$\text{sgn}(\ )$  = Devuelve un número unitario que indica el signo de la velocidad  $\dot{U}$

El ciclo de vibración armónica se define en un intervalo de  $2\pi/\omega$ . Sustituyendo la ecuación (B.4) en la (B.3).

$$W_D = \int_0^{2\pi/\omega} [C_d * |\dot{U}|^{a_d} * \cos \theta^{a_d} * \text{sgn}(\dot{U})] du \quad (B.5)$$

Reduciendo la ecuación (B.5).

$$\dot{u}^{a_d} = |\dot{U}|^{a_d} * \cos \theta^{a_d} * \text{sgn}(\dot{U}) \quad (B.6)$$

$$W_D = \int_0^{2\pi/\omega} [C_d * \dot{u}^{a_d}] du \quad (B.7)$$

Como la velocidad es la derivada del desplazamiento respecto al tiempo:

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} \quad (B.8)$$

$$du = \dot{u} dt \quad (B.9)$$

Sustituyendo la ecuación (B.9) en la ecuación (B.7).

$$W_D = \int_0^{2\pi/\omega} [C_d * \dot{u}^{a_d+1}] dt \quad (B.10)$$

Si se deriva el desplazamiento en la base con respecto al tiempo, se obtiene la velocidad.

$$\dot{u} = \frac{d(u_o \text{sen}(\omega t))}{dt} = \omega u_o \cos(\omega t) \quad (B.11)$$

Sustituyendo la ecuación (B.11) en la ecuación (B.10).



$$W_D = C_d \omega^{a_d+1} u_o^{a_d+1} \int_0^{2\pi} [(\cos(\omega t))^{a_d+1}] dt \quad (B.12)$$

La integral de la ecuación B.12 se resuelve para el caso lineal ( $a_d = 1.0$ ), quedando:

$$W_D = C_d' \omega^{a_d+1} u_o^{a_d+1} \frac{\pi}{\omega} \quad (B.12b)$$

donde:

$C_d'$  = Constante de amortiguamiento del disipador para el caso lineal.

Ramírez et. al., (2001); Lin y Chopra (2002) resuelven la integral de la ecuación B.12 nombrandola  $\lambda$ :

$$\lambda = 4 * 2^{a_d} \frac{\Gamma(1 + a_d/2)}{\Gamma(2 + a_d)} \quad (B.13)$$

donde:

$\Gamma$  = Función gamma,  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz$

El parámetro  $\lambda$  para diferentes valores del exponente  $a_d$  se presenta en la tabla B.1.

Tabla B.1 Valores de $\lambda$	
exponente $a_d$	parámetro $\lambda$
0.00	4.000
0.25	3.723
0.50	3.496
0.75	3.305
1.00	$\pi$
1.25	3.000
1.50	2.876
1.75	2.765
2.00	2.667

Para considerar la no-lineal se considera la ecuación B.13 ( $\lambda$  solo considera un valor real y la  $\omega$  se despeja, ver ecuación B.12b) que es la solución de la integral presentada en la ecuación B.12.

$$W_D = C_d \omega^{a_d} u_o^{a_d+1} \lambda \quad (B.14)$$

Enseguida se expresa la ecuación (B.14) en término de formas modales y niveles de piso  $i$ .

La energía disipada por los amortiguadores queda:

$$W_D = \sum_{i=1}^{NNiv} \left[ \left( \frac{2\pi}{T_m} \right)^{a_{di}} C_{di} \lambda_i X_{m_{azot}}^{1+a_{di}} \cos \theta_i^{1+a_{di}} \phi_{rmi}^{1+a_{di}} \right] \quad (B.15)$$

donde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_m}$$

$$u_o = X_{m_{azot}} \cos \theta_i \phi_{rmi}$$

$T_m$  = Periodo de vibración del modo  $m$

$X_{m_{azot}}$  = Desplazamiento de azotea del modo  $m$ .

$\phi_{rmi}$  = Formas modales relativas del modo  $m$

$\theta$  = Ángulo de inclinación del disipador con respecto a un eje horizontal.

$a_{di}$  = Exponente de amortiguamiento de no – linealidad del  $i$  – ésimo nivel.

$\lambda_i$  = Factor en función de  $a_{di}$  del  $i$  – ésimo nivel.

$C_{di}$  = Constante de amortiguamiento del disipador del  $i$  – ésimo nivel.

Energía potencial del sistema ( $W_s$ )

La figura B.1 ilustra la energía potencial ( $W_s$ ) y la energía disipada ( $W_D$ ) del sistema en un ciclo de vibración armónica se obtiene de la forma.

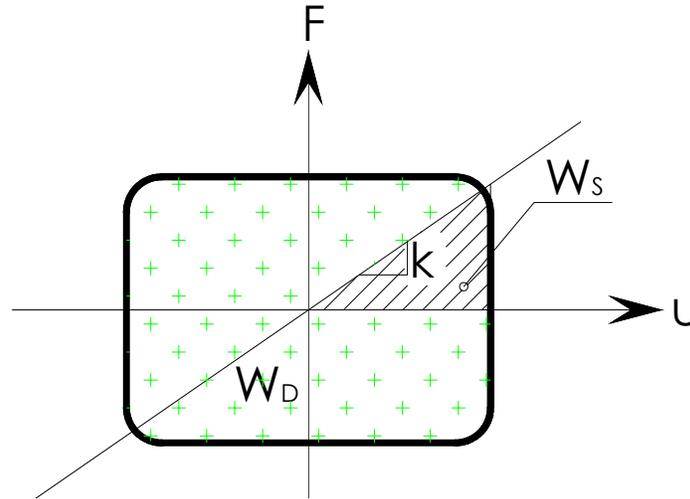


Figura B.1 Definición de energías en un ciclo de vibración armónica (Chopra, 2007).

$$W_s = \frac{K * u_o^2}{2} \quad (B.16)$$

Estableciendo la ecuación B.16 en términos de formas modales y niveles de piso  $i$ .

$$K = \omega^2 \left( \frac{W_i}{g} \right)$$



$$\omega = \frac{2 \pi}{T_m}$$

$$u_o = X m_{azot} \phi_{mi}$$

donde:

$K$  = rigidez del sistema

$\phi_{mi}$  = Formas modales del modo  $m$

$W_i$  = Peso del entrepiso  $i$ .

Sustituyendo en la ecuación B.16 la máxima energía potencial  $W_s$ , en términos de formas modales y de piso  $i$  es:

$$W_s = \frac{\left(\frac{2 \pi}{T_m}\right)^2 \sum_{i=1}^{NNiv} \left[ \left(\frac{W_i}{g}\right) X m_{azot}^2 \phi_{mi}^2 \right]}{2} \quad (B.17)$$

*Deducción de la fórmula de porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso no-lineal*

Sustituyendo en la ecuación B.1 ( $\zeta_d$ ), las expresiones de la energía disipada por el amortiguador ( $W_d$ , ecuación B.15) y la energía potencial del sistema ( $W_s$ , ecuación B.17); se obtiene:

$$\zeta_{dm} = \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} \left[ \left(\frac{2 \pi}{T_m}\right)^{a_{di}} C_{di} \lambda_i X m_{azot}^{1+a_{di}} \cos \theta_i^{1+a_{di}} \phi_{rmi}^{1+a_{di}} \right]}{(4 \pi) \frac{\left(\frac{2 \pi}{T_m}\right)^2 \sum_{i=1}^{NNiv} \left[ \left(\frac{W_i}{g}\right) X m_{azot}^2 \phi_{mi}^2 \right]}{2}}$$

Separando términos:

$$\zeta_{dm} = \frac{\lambda_i X m_{azot}^{1+a_{di}} 2^{a_{di}} \left(\frac{\pi^{a_{di}}}{T_m^{a_{di}}}\right) \sum_{i=1}^{NNiv} [C_{di} \cos \theta_i^{1+a_{di}} \phi_{rmi}^{1+a_{di}}]}{4 \pi 2 \left(\frac{\pi^2}{T_m^2}\right) X m_{azot}^2 \sum_{i=1}^{NNiv} \left[ \left(\frac{W_i}{g}\right) \phi_{mi}^2 \right]}$$

Simplificando por partes:

$$\frac{X m_{azot}^{1+a_{di}}}{X m_{azot}^2} = X m_{azot}^{a_{di}-1}$$

$$\frac{2^{a_{di}} \left(\frac{\pi^{a_{di}}}{T_m^{a_{di}}}\right)}{2 \left(\frac{\pi^2}{T_m^2}\right)} = 2^{a_{di}-1} \pi^{a_{di}-2} T_m^{2-a_{di}}$$

$$\frac{2^{a_{di}-1} \pi^{a_{di}-2}}{4 \pi} = \frac{(2 \pi)^{a_{di}}}{8 \pi^3}$$

El porcentaje de amortiguamiento crítico viscoso no-lineal queda definido mediante:

$$\zeta_{dm} = \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (2\pi^{a_{di}} * T_m^{2-a_{di}} * \lambda_i * C_{di} * \cos \theta^{1+a_{di}} * X m_{azot}^{a_{di}-1} * \phi_{rmi}^{1+a_{di}})}{8\pi^3 * \left( \sum_{i=1}^{NNiv} \left( \frac{W_i}{g} * \phi_{mi}^2 \right) \right)} \quad (B.18)$$

De la ecuación (B.18) se puede obtener la fórmula para la condición lineal, tomando  $a_{di} = 1$ , para este caso  $\lambda_i = \pi$ .

$$\zeta_{dm} = \frac{T_m}{4\pi} * \frac{\sum_{i=1}^{NNiv} (C_{di}' * \cos \theta^2 * \phi_{rmi}^2)}{\left( \sum_{i=1}^{NNiv} \left( \frac{W_i}{g} * \phi_{mi}^2 \right) \right)} \quad (B.19)$$

Para los modos superiores al fundamental se puede calcula el valor de  $\zeta_{dm}$  con la ecuación B.19 y para considerar la no-linealidad del sistema se considera  $C_{di}'$  de la siguiente forma:

Como los amortiguadores viscosos lineales y no-lineales disipan la misma cantidad de energía por ciclo de movimiento armónico, podemos hacer una igualdad sobre la energía disipada por el amortiguador lineal (ecuación B.12b) y la energía disipada por el amortiguador no-lineal (cualquier valor de  $a_d$ , ecuación B.12). La igualdad da:

$$C_d' \omega^{a_d+1} u_o^{a_d+1} \frac{\pi}{\omega} = C_d \omega^{a_d+1} u_o^{a_d+1} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} [(\cos(\omega t))^{a_d+1}] dt$$

Para la igualdad a la izquierda (caso lineal), los valores  $a_d$  son unitarios y  $C_d'$  es el coeficiente de amortiguamiento del caso lineal.

$$C_d' (\omega u_o)^2 \frac{\pi}{\omega} = C_d (\omega u_o)^{a_d+1} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} [(\cos(\omega t))^{a_d+1}] dt$$

Despejando  $C_d'$ .

$$C_d' = C_d (\omega u_o)^{a_d-1} \frac{\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} [(\cos(\omega t))^{a_d+1}] dt}{\frac{\pi}{\omega}} \quad (B.20)$$

Para la obtención del último término que involucra a la integral dividida entre  $\pi/\omega$  se consideran dos casos extremos:

a) Cuando  $a_d = 1$



$$\frac{\int_0^{2\pi} [(\cos(\omega t))^{1+1}] dt}{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{\omega}} = 1.0$$

b) Cuando  $a_d = 0$

$$\frac{\int_0^{2\pi} [(\cos(\omega t))^{0+1}] dt}{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{0.0}{\frac{\pi}{\omega}} = 0.0$$

Basándonos en los resultados de los incisos anteriores a) y b), podemos ver que los resultados corresponden al  $a_d$  con los que fueron calculados; sustituyendo la última división de la ecuación B.20 por  $a_d$ , la ecuación final de  $C_d'$  queda (Ramírez et. al., 2001):

$$C_d' = a_d C_d (\omega u_o)^{a_d-1}$$

Si se cuenta con la velocidad del primer modo que considera la no-linealidad del sistema (el primer modo es calculado con la ecuación B.18) y poniendo la ecuación en términos de formas modales y niveles de piso  $i$ .

$$\dot{U}_{1i} = \omega u_o$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_1}$$

$$u_o = \Delta_{1i}$$

$$C_{di}' = a_{di} C_{di} (\dot{U}_{1i})^{a_{di}-1} \quad (B.21)$$

Así se obtiene el valor de  $C_{di}'$  que considera la no-linealidad de los amortiguadores viscosos para poder usarla en la ecuación B.19.