

# Capítulo 4

## Cálculo de Avenidas de Diseño

### 4.1. Introducción

El cálculo de avenidas de diseño es un procedimiento muy importante, ya que dichas avenidas se transitan por el vaso de una presa para dimensionar su obra de excedencias, además de que permiten determinar la regulación del gasto de descarga por vertedores y con ello realizar un control de inundaciones.

### 4.2. Cálculo de avenidas de diseño mediante el análisis estadístico de escurrimientos medios diarios.

Las técnicas que comúnmente se utilizan para definir avenidas de diseño asociadas a valores de probabilidad o periodos de retorno, recurren tradicionalmente a una avenida histórica importante, la cual se mayor, método de “Mayoración” (método tradicional). El método realizado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM) y la Comisión Federal de Electricidad (CFE) se ajusta de manera adecuada para poder analizar las presas del Río Grijalva, entregando resultados confiables y seguros.

#### 4.2.1. Método desarrollado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM) y la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

##### 4.2.1.1. Introducción

Este método fue desarrollado en la década de los ochenta por el IIUNAM y CFE (Vázquez, C.M.T., 1995), dicho método funciona adecuadamente en presas con gran capacidad de regulación. El método entrega resultados confiables si se cuenta con registros históricos extensos de gastos medios diarios que proporcionan las estaciones hidrométricas instaladas cerca de la zona de estudio.

A continuación se describe el método para obtener una avenida de diseño, y se detalla un ejemplo con **los datos de la cuenca propia de la presa La Angostura**, para fines de este capítulo solo se pondrá atención **al método** y en el capítulo siguiente se analizará a detalle las avenidas de diseño de las cuatro presas del Río Grijalva.

##### 4.2.1.2. Recopilación de la información

Debido a que el análisis es puramente estadístico, se debe de recopilar la información de las estaciones hidrométricas cercanas a la presa en estudio, la información que se recabe serán **escurrimientos o gastos medios diarios** correspondientes a diferentes años de registro. Generalmente dicha información es proporcionada por las dependencias que tienen a su cargo las estaciones hidrométricas. Para el caso de las presas del Río Grijalva, la información se recopiló del Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS, CONAGUA) y de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) (Domínguez et al., 2006).

Los escurrimientos o ingresos medios diarios recopilados, se organizan siguiendo la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Gastos medios diarios por cuenca propia ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

(NOMBRE DE LA CUENCA)						
Ingresos medios diarios por cuenca propia ( $\text{m}^3/\text{s}$ )						
Año (j)	Mes (m)	$k_1$	$k_2$	$k_3$	...	$k_r$
$j_1$	$m_1$	$Q^1_{11}$	$Q^1_{12}$	$Q^1_{13}$	...	$Q^1_{1r}$
	$m_2$	$Q^1_{21}$	$Q^1_{22}$	$Q^1_{23}$	...	$Q^1_{2r}$
	.	.	.	.	...	.
	.	.	.	.	...	.
	$m_{12}$	$Q^1_{12\ 1}$	$Q^1_{12\ 2}$	$Q^1_{12\ 3}$	...	$Q^1_{12r}$
$j_2$	$m_1$	$Q^2_{11}$	$Q^2_{12}$	$Q^2_{13}$	...	$Q^2_{1r}$
	$m_2$	$Q^2_{21}$	$Q^2_{22}$	$Q^2_{23}$	...	$Q^2_{2r}$
	.	.	.	.	...	.
	.	.	.	.	...	.
	$m_{12}$	$Q^2_{12\ 1}$	$Q^2_{12\ 2}$	$Q^2_{12\ 3}$	...	$Q^2_{12r}$
.	.	.	.	...	.	
.	.	.	.	...	.	
$j_n$	$m_1$	$Q^n_{11}$	$Q^n_{12}$	$Q^n_{13}$	...	$Q^n_{1r}$
	$m_2$	$Q^n_{21}$	$Q^n_{22}$	$Q^n_{23}$	...	$Q^n_{2r}$
	.	.	.	.	...	.
	.	.	.	.	...	.
	$m_{12}$	$Q^n_{12\ 1}$	$Q^n_{12\ 2}$	$Q^n_{12\ 3}$	...	$Q^n_{12r}$

donde:

$j = 1, 2, 3, \dots, n$ ; representa el número de años que se tenga en el registro histórico.

$k = 1, 2, 3, \dots, n$ ; representa el número de días de cada mes (si el mes de febrero tiene 29 días, el año es bisiesto y por lo tanto tendrá 366 días).

$Q_{m,k}^j$  gasto medio diario por cuenca propia en, ( $m^3/s$ ), donde  $m = 1, 2, \dots, 12$ ; representa el número de mes.

El registro histórico de la presa La Angostura cuenta con datos de 1950 a 1973 y de 1977 a 2010. Los escurrimientos ocurridos durante estos periodos se muestran en la tabla 5.1 (Capítulo 5).

#### 4.2.1.3. Cálculo de los gastos medios máximos anuales para distintas duraciones

Del registro que se disponga, para este caso de 1950 a 1973 y de 1977 a 2010, se calcula el gasto medio máximo anual **para cada año** de registro que se tenga, asociado a varias duraciones  $n$ , en días. Para estimar la magnitud  $n$  se toma en cuenta la dimensión de la presa en estudio, ya que conociendo la magnitud de la duración se le puede dar forma a la avenida de diseño.

Una recomendación para estimar los días de duración en presas grandes es de 20 días de duración, con este intervalo se le puede dar forma a la avenida de manera razonable (Vázquez, C.M.T., 1995), no obstante hay que tomar en cuenta que cada presa es de diferentes características por lo que el ingeniero calculista debe de tener experiencia para poder fijar los días de duración. El grupo de expertos de IIUNAM y CFE propusieron una duración para la presa La Angostura de  $n = 60$  días, pero lo anterior puede adecuarse al transitar la avenida por el embalse.

Para calcular el gasto medio máximo anual correspondiente a la **duración  $n = 1$  día**, de un determinado año de registro, se procede de la siguiente manera (Domínguez et al., 2006), (Vázquez, C.M.T., 1995):

- De la tabla de gastos medios diarios (para La Angostura, tabla 5.1) se elige un determinado año de registro para el análisis.
- Se ubica el valor máximo que se haya presentado durante ese año.
- Este valor será entonces el Gasto Medio Máximo Anual para este año con  $n = 1$  día.

Para calcular el gasto medio máximo anual correspondiente a duraciones mayores o iguales a dos días ( $n \geq 2$ ) se calcula para cada año de registro el promedio máximo para  $n$  días consecutivos según la duración que se analice y se procede de la siguiente manera:

- Se calculan los **gastos medios**  $Q_k^n$ , tomando en cuenta el día inicial  $k$  y la duración  $n$  que se esté analizando. Los gastos  $Q_k^1$  son los gastos medios diarios correspondientes a la **duración**  $n = 1$  día, del registro analizado.

$$\bar{Q}_k^n = \frac{\sum_k^{(k+n-1)} Q_k^1}{n} \quad (4.1)$$

donde:

- $n$  duración, en días
- $k$  contador del día en que inicia el lapso de duración  $n$
- $\bar{Q}_k^n$  gasto medio para  $n$  días de duración
- $Q_k^1$  gasto medio diario del día  $k$

- Conocidos los gastos medios  $\bar{Q}_k^n$  se elige el **valor máximo** que se haya presentado en esta duración, este valor es conocido como **Gasto Medio Máximo Anual**.

$$\bar{Q}_{\max}^n = \max \left( \bar{Q}_k^n \right) \quad (4.2)$$

donde:

- $\bar{Q}_{\max}^n$  gasto medio máximo anual
- $n$  duración, en días

A continuación se realizará el procedimiento de cálculo para obtener los gastos medios máximos anuales correspondientes a los primeros tres días de duración, utilizando los gastos medios diarios mostrados en la tabla 5.1, correspondientes al año de **1950**. Durante el proceso de cálculo se recomienda que el lector siga la tabla 4.2.

**a) Obtención del gasto medio diario máximo anual con duración de 1 día ( $n = 1$ )**

De la tabla 5.1 se ubican los registros que se tienen para 1950 y se ordenan como se muestra en la primera y segunda columna de la tabla 4.2. En la primera columna se observa 365 datos, dichos datos son el número de días que tuvo 1950. La segunda columna corresponde a la primera duración  $n = 1$ , en donde se visualizan los correspondientes gastos medios diarios. Para obtener el **gasto medio diario máximo anual** para esta duración, simplemente se localiza el valor máximo.

$$\bar{Q}_{\max}^1 = 1762 \left( m^3 / s \right) \quad (\text{duración } 1 \text{ día}, 1950)$$

**b) Obtención del gasto medio diario máximo anual con duración de 2 días ( $n = 2$ )**

Para obtener los gastos medios con duración de 2 días, se parte de la ecuación (4.1), de donde  $n = 2$ ,  $k = 1$ ,  $(k + n - 1) = 2$ , por lo que se obtiene el promedio aritmético de los gastos medios diarios del primer y segundo día correspondientes a la primera duración:

$$\bar{Q}_1^2 = \frac{\sum_{k=1}^2 Q_k^1}{2} = \frac{(Q_1^1 + Q_2^1)}{2} = \frac{(105 + 104)}{2} = 104.5 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

Al considerar la ecuación (4.1) se tiene que;  $n = 2$ ,  $k = 2$ ,  $(k + n - 1) = 3$ , por lo que se obtiene el promedio aritmético de los gastos medios diarios del segundo y tercer día correspondientes a la primera duración:

$$\bar{Q}_2^2 = \frac{\sum_{k=2}^3 Q_k^1}{2} = \frac{(Q_2^1 + Q_3^1)}{2} = \frac{(104 + 104)}{2} = 104 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

Este procedimiento se aplica consecutivamente hasta obtener del gasto medio del día  $k = 364$ , donde  $n = 2$ ,  $k = 364$ ,  $(k + n - 1) = 365$ , por lo que se obtiene:

$$\bar{Q}_{364}^2 = \frac{\sum_{k=364}^{365} Q_k^1}{2} = \frac{(Q_{364}^1 + Q_{365}^1)}{2} = \frac{(93 + 93)}{2} = 93 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

Finalmente se localiza el gasto medio máximo anual para la duración de 2 días, después de aplicar la ecuación (4.2) se obtiene;

$$\boxed{\bar{Q}_{\max}^2 = 1707 \text{ (m}^3 / \text{s)} \text{ (duración 2 días, 1950)}}$$

**c) Obtención del gasto medio diario máximo anual con duración de 3 días ( $n = 3$ )**

Se realiza un procedimiento similar como en el inciso b), es importante mencionar que todos los promedios aritméticos se realizan con respecto a la columna de la primera duración. A continuación solamente se presentaran las operaciones.

Para el día  $k = 1$

$$\bar{Q}_1^3 = \frac{\sum_{k=1}^3 Q_k^1}{3} = \frac{(Q_1^1 + Q_2^1 + Q_3^1)}{3} = \frac{(105 + 104 + 104)}{3} = 104.59 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

para el día  $k = 2$

$$\bar{Q}_2^3 = \frac{\sum_{k=2}^4 Q_k^1}{3} = \frac{(Q_2^1 + Q_3^1 + Q_4^1)}{3} = \frac{(104 + 104 + 106)}{3} = 104.69 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

para el día  $k = 363$

$$Q_{363}^3 = \frac{\sum_{k=363}^{365} Q_r^1}{3} = \frac{(Q_{363}^1 + Q_{364}^1 + Q_{365}^1)}{3} = \frac{(95 + 93 + 93)}{3} = 93.82 \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

y el Gasto medio máximo anual es:

$$\boxed{\bar{Q}_{\max}^3 = 1600 \text{ (m}^3 / \text{s)} \text{ (duración 3 días, 1950)}}$$

Con el procedimiento descrito anteriormente se obtuvieron los gastos medios diarios máximos anuales para duraciones de 1 a 3 días, correspondientes al año de 1950. Siguiendo este mismo análisis se calculan los gastos medios diarios máximos anuales para las duraciones restantes, o sea de la duración 4 a 60 días, como se muestra en la tabla 4.2.

Al observar la tabla 4.2, el cálculo realizado para obtener los gastos medios diarios máximos anuales de 1 a 60 días de duración, son únicamente para el año 1950, dicho análisis resulta ser extenso, puesto que este mismo criterio de cálculo se aplica **para cada año de registro histórico con el que se disponga**, para el caso de la presa Angostura de 1950 a 1973 y de 1977 a 2010.

Los resultados de los gastos medios máximos anuales de 1 a 60 días de duración de **todo el registro histórico**, se muestran en la tabla 5.2. En el apartado (4.3.1) se explica el funcionamiento del programa Gas1.bas programado en lenguaje Basic, este programa calcula de manera inmediata los gastos medios máximos anuales para distintas duraciones que se propongan.

#### 4.2.1.4. Análisis de frecuencias de Gastos Máximos Anuales

El análisis estadístico de gastos medios diarios máximos anuales o también llamado análisis de frecuencias de gastos máximos, se emplea para tener una interpretación probabilística de un evento a futuro, asociado a un registro en el pasado, en este caso el propósito es **calcular la magnitud de un cierto gasto máximo para un cierto periodo de retorno  $T_r$** , por medio del ajuste a una función de distribución de probabilidad que proporcione el mínimo error estándar de ajuste.

El análisis de frecuencias de gastos máximos se realiza con los datos de los gastos medios diarios máximos anuales **para cada duración que se haya fijado** (tabla 5.2). Para el caso en estudio, La Angostura, de 1 a 60 días.



- **La secuencia del análisis de frecuencias de gastos máximos es el siguiente:**
  1. De El primer paso es seleccionar los datos correspondientes de los gastos máximos para la duración que se requiera analizar (para fines de este ejemplo, será de 1 día de duración) (tabla 5.2), posteriormente se organizan los datos de la muestra en forma ascendente (de menor a mayor) y se le asigna un número de orden de registro  $k$  para cada valor de gasto máximo. Contabilizar el número  $n$  de datos que tiene la muestra de gastos máximos.
  2. A cada gasto máximo se le calcula una probabilidad de no excedencia  $P(Q \leq q)$  y un periodo de retorno  $Tr$ . Para muestras ordenadas de menor a mayor,  $P$  (Weibull) y  $Tr$  se estiman de la siguiente manera:

$$P(Q \leq q) = \frac{k}{n+1} \quad (4.3)$$

$$T_r = \frac{1}{1 - P(Q \leq q)} \quad (4.4)$$

Para muestras ordenadas de mayor a menor  $P$  y  $Tr$  (Weibull) se estiman de la siguiente manera:

$$T_r = \frac{n+1}{k} \quad (4.5)$$

$$P(Q \leq q) = 1 - \frac{1}{T_r} \quad (4.6)$$

3. Obtener los estadísticos muestrales de la serie de gastos máximos, media  $\bar{x}$  y desviación estándar  $S$ . Para el caso de la función **Gumbel Dos Poblaciones**, primero determinar el número de gastos provocados por ciclones  $nqc$  para después establecer el rango de valores de cada población y finalmente calcular sus estadísticos muestrales de cada una.
4. Se ajusta la serie de gastos máximos históricos a diferentes distribuciones de probabilidad. Una vez aplicadas las distribuciones de probabilidad se evalúa para cada distribución el Error Estándar de Ajuste **EEA** (Ecn. 3.90, Capítulo 3). A hora bien, para las diferentes distribuciones de probabilidad que se aplicaron, se selecciona la que proporcione el **mínimo EEA**. Esta distribución seleccionada se utiliza para generar la Avenida de Diseño.
5. Una vez obtenida la distribución de mejor ajuste, se procede a extrapolar diferentes eventos  $Q_i$  asociados a distintos periodos de retorno;  $Tr = 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000$  y  $10000$  años.

A continuación se desarrolla el análisis de frecuencias de gastos máximos anuales utilizando los datos de **Angostura** (tabla 5.2). El análisis se realizará para la **duración de 1 día**, se recomienda que durante el proceso de cálculo se siga la tabla 4.4. Después de haber ajustado la muestra de valores históricos con las funciones de distribución de probabilidad Normal, Lognormal, Exponencial, Gamma, Gumbel y Gumbel Dos Poblaciones, se observó que las distribuciones que dieron el mínimo **EEA** fueron **Gumbel Dos Poblaciones** y **Gumbel** de la serie de gastos máximos históricos de la tabla 4.4, debido a este resultado,

en este trabajo únicamente se presenta el procedimiento de cálculo aplicando las dos distribuciones mencionadas.

#### 4.2.1.4.1. Ajuste con la Función de Distribución de Probabilidad Gumbel Dos Poblaciones (G2P)

Después de realizar los pasos 1 y 2, para  $n = 58$  datos, se obtienen los resultados que se muestran en las columnas 3 a 6 de la tabla 4.4.

- **Estimación del número de Gastos máximos provocados por ciclones ( $nqc$ )**

Para poder estimar los estadísticos muestrales de la función G2P, primero se debe definir el número de Gastos Máximos Ciclónicos  $nqc$ , este valor permite establecer el rango de valores que tendrá la población ciclónica y no ciclónica.

El parámetro  $nqc$ , es una variable muy importante y de cuidado en **este método**, debido a que  $nqc$  es una variable dependiente e implícita de los estadísticos muestrales de cada población. Una buena elección de  $nqc$  nos llevará a obtener el mínimo error estándar de ajuste **EEA**.

Generalmente para fijar de manera óptima  $nqc$ , debe ser un especialista en el área de Hidrología con un alto grado de experiencia. En el presente trabajo para obtener el parámetro mencionado se sugiere dibujar una gráfica en donde se represente  $Q_{medidos}$  vs  $z$ .

$$z = -Ln \left[ Ln \left( \frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right] \quad (4.7)$$

donde:

- $z$  variable reducida de la función Gumbel
- $Q_{medidos}$  gastos máximos anuales (registro histórico)

De la Fig. 4.1 se observa que a partir del punto  $K_{55}$  (2.656,3627) la curva empieza a cambiar de dirección debido a las dos poblaciones, además de que los puntos son más dispersos, con base en este análisis se puede concluir que a partir del punto  $K_{55}$  al último punto  $K_{58}$  se consideran gastos máximos producidos por ciclones. Finalmente con respecto a la gráfica mostrada en la Fig. 4.1 se determina lo siguiente:

Número de datos para la **población ciclónica** es;  $nqc = 4$

De donde se deduce que el número de datos de la **población no ciclónica** es;  $n - nqc = 54$

Para esta muestra ordenada de menor a mayor, la **población no ciclónica** (primera población) serán los primeros 54 datos, mientras que para la **población ciclónica** (segunda población) serán los últimos 4 datos.

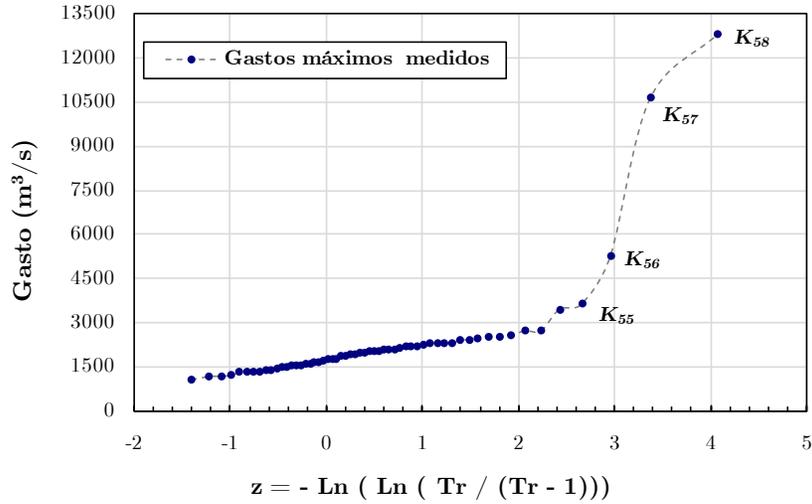


Figura 4.1. Estimación de  $nqc = 4$ . Presa La Angostura.

- **Cálculo de los estadísticos muestrales de la función G2P**

Una vez obtenidos los rangos de valores para las dos poblaciones se calculan los estadísticos muestrales de cada población. Se designa al subíndice 1 para la primera población y el subíndice 2 para la segunda población.

Utilizando los datos de la columna 4 de la tabla 4.4, la media y desviación estándar (Ecns. 3.34, 3.36 y 3.37) para la primera **población no ciclónica**, se obtienen como:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= \frac{1}{54} \sum_{k=1}^{54} Q_{medido\ k} & S_1 &= \left[ \frac{1}{54-1} \sum_{k=1}^{54} (Q_{medido\ k} - \bar{X}_1)^2 \right]^{1/2} \\ \bar{X}_1 &= 1897.537 & S_1 &= 484.824 \end{aligned}$$

La media y desviación estándar para la segunda **población ciclónica**, se obtienen como:

$$\begin{aligned} \bar{X}_2 &= \frac{1}{4} \sum_{k=54}^{58} Q_{medido\ k} & S_2 &= \left[ \frac{1}{4-1} \sum_{k=54}^{58} (Q_{medido\ k} - \bar{X}_2)^2 \right]^{1/2} \\ \bar{X}_2 &= 8069.750 & S_2 &= 4336.334 \end{aligned}$$

- **Estimación de parámetros de la función Gumbel Dos Poblaciones (G2P)**

El número de gastos producidos por ciclones  $nqc$  es un variable implícita de los estadísticos muestrales obtenidos para cada población, los estadísticos muestrales son magnitudes que influyen de manera directa en la estimación de los **parámetros iniciales**  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$  y  $P$  de la función **G2P**, estos parámetros a su vez se convierten en constantes de la ecuación trascendente 3.88 (Capítulo 3), la cual se resuelve numéricamente para encontrar los **gastos máximos de diseño** para un determinado periodo de retorno y finalmente encontrar el error estándar de ajuste **EEA**, en donde este último valor no necesariamente es el mínimo posible.

De acuerdo a lo planteado en el párrafo anterior, se deduce que con los parámetros estadísticos iniciales no llegamos a encontrar el mínimo **EEA**. Al considerar lo definido en el apartado (3.7.3) del capítulo 3, para obtener los parámetros óptimos que hagan mínimo a **EEA** se requiere minimizar la **función de errores cuadráticos pesados**  $E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$  (Ecn. 3.85) empleando un algoritmo de optimización no lineal. De acuerdo a lo plasmado en el capítulo 3, se aplica el **Algoritmo de Rosenbrock** para una función no lineal, unimodal y dependiente de múltiples variables no restringidas para la solución de los mismos.

Los parámetros estadísticos iniciales se estiman mediante la técnica de momentos ecuaciones (3.82) y (3.83), estos parámetros servirán como condiciones iniciales en el Algoritmo de Rosenbrock.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\sqrt{6}}{\pi}(484.824) & \beta_1 &= 1897.537 - [(0.450053)(484.824)] \\ \alpha_1 &= 378.016 & \beta_1 &= 1679.341 \\ \\ \alpha_2 &= \frac{\sqrt{6}}{\pi}(4336.334) & \beta_2 &= 8069.750 - [(0.450053)(4336.334)] \\ \alpha_2 &= 3381.026 & \beta_2 &= 6118.169 \end{aligned}$$

$$P = \frac{n - nqc}{n} = \frac{58 - 4}{58} \quad P = 0.93$$

Conocidos los parámetros estadísticos iniciales de la función **G2P**, se optimiza la **función de errores cuadráticos pesados**  $E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$ , mediante el Algoritmo de Rosenbrock, la metodología de éste algoritmo y el código fuente programado en lenguaje FORTRAN 2003 se describe en el **Apéndice A** del presente trabajo. Debido a que dicho algoritmo es iterativo y extenso solamente se reportaran las condiciones iniciales del método y los cinco **parámetros estadísticos óptimos** de dicha función en la tabla 4.3.

Para muestras ordenadas de menor a mayor, la función de errores cuadráticos pesados  $E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$  se construye de la siguiente manera:

Al hacer el cambio de variable  $q_k = Q_{medido\ k}$  y sustituir en la ecuación (3.85), se obtiene:

$$E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P) = \sum_{k=1}^{58} \left[ F(Q_{medido\ k}) - F(q_{empírico\ k}) \right]^2 * (1.0)$$

Donde el peso asignado al error cometido en el evento k es  $w_k = 1$ . Esta serie de valores se localiza en la columna 5 de la tabla 4.4 y  $F(Q_{medido\ k})$  (columna 8) se calcula mediante la función de distribución de probabilidad **G2P** (Ecn. 3.80).

**“Cada muestra tendrá su propia función de errores cuadráticos pesados  $E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$ , ya que todo oscila en función del tamaño de la muestra”.**

Tabla 4.3 Parámetros óptimos por medio del Algoritmo de Rosenbrock.

Condiciones iniciales					
$\epsilon$	$\Delta$	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>nmre</b>	<b>w<sub>k</sub></b>
1.0E-10	0.10	2.0	0.5	2	1.0
$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	P	$E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$
378.016	1679.341	3381.026	6118.169	0.93	0.121
Parámetros estadísticos óptimos					
$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	<b>P</b>	<b><math>E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)</math></b>
<b>429.116</b>	<b>1667.041</b>	<b>3387.327</b>	<b>6093.070</b>	<b>0.91</b>	<b>0.054</b>

- *Cálculo de los gastos máximos de diseño  $Q_{calculado_K}$  ajustados con la función G2P*

En vista de que ya se dispone de los parámetros estadísticos óptimos de la presente función, el siguiente paso consiste en estimar los gastos máximos de diseño  $Q_{calculado_K}$ , ubicados en la columna 10 de la tabla 4.4.

Para estimar cada valor de  $Q_{calculado_K}$  se emplea la ecuación (3.88), dicha expresión es una ecuación trascendente y la variable  $Q_{calculado_K}$  no se puede obtener de forma explícita, de modo que se resolverá numéricamente. El método numérico empleado en este estudio para determinar cada  $Q_{calculado_K}$  es el de Newton Raphson.

La función y su correspondiente derivada que se utiliza en el método de Newton Raphson se muestran a continuación:

Según la ecuación (3.87), la función  $F(Q_{calculado_K})$ , resulta:

$$F(Q_{calculado_K}) = \left\{ e^{-e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 1667.041}{429.116}\right)}} \left[ 0.91 + \left( (1 - 0.91) e^{-e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 6093.070}{3387.327}\right)}} \right) \right] \right\} - \left[ 1 - \left( \frac{1}{T_r} \right) \right]$$

Mientras que la derivada de la función queda como:

$$\frac{dF(Q_{calculado_K})}{dQ_{calculado_K}} = e^{-e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 1667.041}{429.116}\right)}} \left\{ \frac{0.91}{429.116} e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 1667.041}{429.116}\right)} + \frac{(1 - 0.91)}{429.116 * 3387.327} * e^{-e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 6093.070}{3387.327}\right)}} \left[ 3387.327 e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 1667.041}{429.116}\right)} + 429.116 e^{-\left(\frac{Q_{calculado_K} - 6093.070}{3387.327}\right)} \right] \right\}$$

donde  $k = 1, 2, 3, \dots, 58$  (tamaño de la muestra)

Tabla 4.4. Análisis de frecuencias de gastos máximos ajustados con la función Gumbel Dos Poblaciones *G2P*. Duración 1 día (1950-1973, 1977-2010). Presa La Angostura.

Año	$Q_{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	k	$Q_{medido}$ (m <sup>3</sup> /s)	$P(Q \leq q)$	$T_r$ (años)	z	F ( $Q_{medido}$ )	$E(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, P)$	$Q_{calculado}$ (m <sup>3</sup> /s)	$e^2$
1950	1762	1	1049	0.017	1.017	-1.405	0.005	0.0002	<b>1074</b>	603
1951	1294	2	1153	0.034	1.035	-1.219	0.017	0.0003	<b>1156</b>	6
1952	2164	3	1165	0.051	1.054	-1.092	0.019	0.0010	<b>1212</b>	2196
1953	1880	4	1195	0.068	1.073	-0.990	0.025	0.0018	<b>1257</b>	3827
1954	1572	5	1294	0.085	1.093	-0.903	0.058	0.0007	<b>1295</b>	2
1955	2054	6	1315	0.102	1.113	-0.827	0.068	0.0012	<b>1330</b>	212
1956	2299	7	1343	0.119	1.135	-0.757	0.082	0.0014	<b>1361</b>	316
1957	1195	8	1344	0.136	1.157	-0.692	0.082	0.0028	<b>1390</b>	2098
1958	1153	9	1360	0.153	1.180	-0.631	0.091	0.0038	<b>1417</b>	3264
1959	1450	10	1386	0.169	1.204	-0.574	0.106	0.0040	<b>1443</b>	3265
1960	2113	11	1450	0.186	1.229	-0.519	0.149	0.0014	<b>1468</b>	328
1961	1453	12	1453	0.203	1.255	-0.465	0.151	0.0027	<b>1492</b>	1541
1962	2185	13	1477	0.220	1.283	-0.414	0.169	0.0026	<b>1516</b>	1499
1963	3443	14	1531	0.237	1.311	-0.364	0.212	0.0006	<b>1539</b>	59
1964	1637	15	1534	0.254	1.341	-0.314	0.215	0.0016	<b>1561</b>	738
1965	1708	16	1535	0.271	1.372	-0.266	0.215	0.0031	<b>1583</b>	2338
1966	1535	17	1572	0.288	1.405	-0.219	0.247	0.0017	<b>1605</b>	1109
1967	1049	18	1604	0.305	1.439	-0.172	0.275	0.0009	<b>1627</b>	532
1968	1617	19	1617	0.322	1.475	-0.125	0.287	0.0012	<b>1649</b>	1006
1969	2298	20	1637	0.339	1.513	-0.079	0.305	0.0012	<b>1670</b>	1110
1970	2571	21	1708	0.356	1.553	-0.032	0.369	0.0002	<b>1692</b>	259
1971	1746	22	1746	0.373	1.595	0.014	0.403	0.0009	<b>1714</b>	1051
1972	1165	23	1762	0.390	1.639	0.060	0.418	0.0008	<b>1735</b>	710
1973	2712	24	1771	0.407	1.686	0.106	0.426	0.0004	<b>1757</b>	188
1977	1315	25	1860	0.424	1.735	0.152	0.502	0.0061	<b>1779</b>	6489
1978	1860	26	1880	0.441	1.788	0.199	0.518	0.0060	<b>1802</b>	6107
1979	2528	27	1891	0.458	1.844	0.246	0.527	0.0048	<b>1825</b>	4412
1980	2275	28	1915	0.475	1.903	0.294	0.546	0.0051	<b>1848</b>	4532
1981	2708	29	1940	0.492	1.967	0.342	0.565	0.0054	<b>1871</b>	4733
1982	2525	30	1970	0.508	2.034	0.391	0.587	0.0062	<b>1895</b>	5591
1983	2000	31	2000	0.525	2.107	0.441	0.608	0.0069	<b>1920</b>	6431
1984	2181	32	2029	0.542	2.185	0.491	0.628	0.0073	<b>1945</b>	7052
1985	2431	33	2041	0.559	2.269	0.543	0.636	0.0058	<b>1971</b>	4905
1986	1343	34	2054	0.576	2.360	0.596	0.644	0.0046	<b>1998</b>	3168
1987	1940	35	2067	0.593	2.458	0.650	0.652	0.0035	<b>2025</b>	1732
1988	2385	36	2093	0.610	2.565	0.705	0.668	0.0033	<b>2054</b>	1514
1989	2406	37	2113	0.627	2.682	0.762	0.680	0.0028	<b>2084</b>	843
1990	1344	38	2164	0.644	2.810	0.821	0.708	0.0040	<b>2115</b>	2383
1991	1477	39	2181	0.661	2.950	0.882	0.716	0.0031	<b>2148</b>	1093
1992	1891	40	2185	0.678	3.105	0.945	0.718	0.0016	<b>2182</b>	7
1993	1771	41	2211	0.695	3.278	1.011	0.731	0.0013	<b>2219</b>	63
1994	1360	42	2275	0.712	3.471	1.079	0.760	0.0023	<b>2258</b>	294
1995	2291	43	2291	0.729	3.688	1.151	0.766	0.0014	<b>2300</b>	73
1996	2093	44	2298	0.746	3.933	1.226	0.769	0.0005	<b>2345</b>	2168
1997	2211	45	2299	0.763	4.214	1.306	0.769	0.0000	<b>2394</b>	8948
1998	5252	46	2385	0.780	4.538	1.391	0.801	0.0004	<b>2448</b>	3917
1999	3627	47	2406	0.797	4.917	1.481	0.807	0.0001	<b>2508</b>	10363
2000	2029	48	2431	0.814	5.364	1.578	0.815	0.0000	<b>2576</b>	21049
2001	1386	49	2525	0.831	5.900	1.684	0.840	0.0001	<b>2655</b>	16946
2002	1970	50	2528	0.847	6.556	1.799	0.841	0.0000	<b>2749</b>	49054
2003	1915	51	2571	0.864	7.375	1.926	0.851	0.0002	<b>2867</b>	87417
2004	1534	52	2708	0.881	8.429	2.069	0.876	0.0000	<b>3022</b>	98519
2005	12790	53	2712	0.898	9.833	2.233	0.877	0.0005	<b>3252</b>	291185
2006	2067	54	3443	0.915	11.800	2.424	0.930	0.0002	<b>3680</b>	55988
2007	1604	<b>55</b>	3627	0.932	14.750	2.656	0.934	0.0000	<b>4827</b>	1440036
2008	2041	<b>56</b>	5252	0.949	19.667	2.953	0.950	0.0000	<b>6579</b>	1759687
2009	1531	<b>57</b>	10610	0.966	29.500	3.367	0.984	0.0003	<b>8520</b>	4368999
2010	10610	<b>58</b>	12790	0.983	59.000	4.069	0.991	0.0001	<b>11304</b>	2207408

Con base en la tabla 4.4 (columna 10), de acuerdo a los gastos máximos calculados mediante el método de Newton Raphson, se procede a calcular el error estándar de ajuste  $EEA$ , empleando la ecuación (3.90).

$$EEA = \left[ \frac{\sum_{k=1}^{58} (Q_{medido_k} - Q_{calculado_k})^2}{58 - 5} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$EEA = \left( \frac{10511363}{53} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$EEA = 445.340 \quad (m^3 / s)$$

Cabe recordar que para obtener el mínimo error estándar de ajuste  $EEA$  con el método mostrado anteriormente se necesita determinar de manera óptima el número de gastos máximos provocados por ciclones  $nqc$ ; debido a que dicho término se convierte en una variable implícita durante el método expuesto.

▪ **Extrapolación de gastos máximos asociados a distintos periodos de retorno**

Para generar avenidas de diseño correspondientes a ciertos periodos de retorno y tomando en cuenta la duración que se esté analizando, se deben estimar los gastos máximos de diseño para diferentes periodos de retorno que se analicen. Mediante la distribución de mejor ajuste seleccionada, se extrapolan gastos máximos de diseño para periodos de retorno de 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 y 10000 años (tabla 4.5).

Para determinar las diferentes extrapolaciones de los gastos máximos de diseño  $Q_{max d}$  asociados a periodos de retorno discutidos anteriormente y tomando en cuenta la duración que se esté analizando, se utiliza la función de distribución de probabilidad de mejor ajuste igualándola a una probabilidad de no excedencia.

Para el caso analizado se aplica la ecuación (3.87), tomando en cuenta la duración de 1 día.

La ecuación (3.88), se resuelve mediante el método numérico de Newton Raphson:

$$\left\{ e^{-e^{-\left(\frac{Q_{max d} T^{-1667.041}}{429.116}\right)}} \left[ 0.91 + \left( (1 - 0.91) e^{-e^{-\left(\frac{Q_{max d} T^{-6093.070}}{3387.327}\right)}} \right) \right] \right\} - \left[ 1 - \left( \frac{1}{T} \right) \right] = 0$$

Para  $T = 10, 50, 100, 500, 1000, 5000$  y  $10000$  años

Tabla 4.5. Extrapolación probabilística con duración 1 día. Presa La Angostura.

<i>Gumbel Dos Poblaciones P=0.91</i>												
$T_r$ (años)	2	5	10	20	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000
$Q_{max}^T$ ( $m^3/s$ )	1883	2521	3282	6668	10672	13246	15698	18861	21229	23586	26697	29045

Hasta este momento solamente se han extrapolado los gastos máximos de diseño para la duración de 1 día. Este método mostrado anteriormente para obtener extrapolaciones fue programado en lenguaje FORTRAN, el código fuente del programa QG2P.exe se puede consultar en el **Apéndice B**. Únicamente para el ejemplo mostrado anteriormente se utilizó el programa QG2P.exe. Los resultados de la extrapolación probabilística correspondientes a las duraciones de 1 a 60 días se muestran en la tabla 5.3 (Capítulo 5). **Dichos resultados fueron procesados mediante el análisis estadístico del programa AX.exe.**

El lector se pudo haber percatado a lo largo del método mostrado anteriormente, que el procedimiento para llegar a extrapolar los gastos máximos de diseño únicamente para la duración de 1 día es laborioso y extenso. De modo que para obtener los resultados de las duraciones restantes, el factor tiempo resultaría grande y es susceptible de cometer errores.

Con los gastos máximos de diseño para las distintas duraciones y para los diferentes periodos de retorno analizados, se puede generar las avenidas de diseño para un determinado periodo de retorno.

▪ **Gráfica de la función de distribución de probabilidad Gumbel Dos Poblaciones**

Para dibujar la función  $G2P$  de manera adecuada es necesario contar con papel de tipo Gumbel. El objetivo de realizar la gráfica (Fig. 4.2) es verificar de manera visual el ajuste de valores medidos  $Q_{medido_K}$  con los calculados  $Q_{calculado_K}$ . La gráfica se dibuja desarrollando el siguiente procedimiento: En el eje de las abscisas los valores se calculan con la ecuación (4.7), para el eje de las ordenadas se sitúan los valores de  $Q_{medido_K}$  y  $Q_{calculado_K}$  de la tabla 4.4. En la Fig. 4.2 se incorporan los gastos máximos de diseño extrapolados para los periodos de retorno descritos en la tabla 4.5.

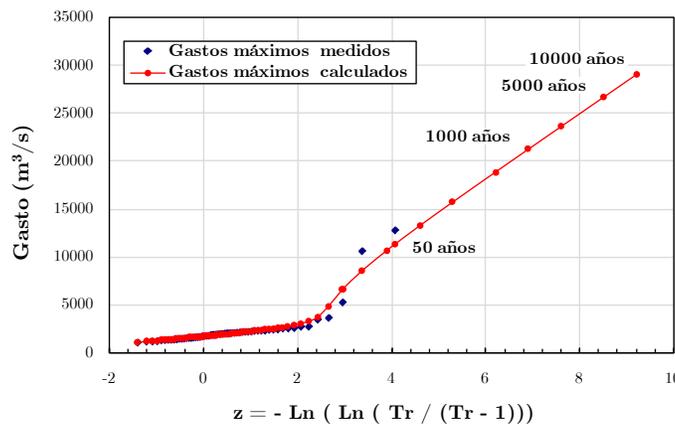


Figura 4.2. Ajuste mediante la función de distribución de probabilidad Gumbel Dos Poblaciones. Duración 1 día. Presa La Angostura.

#### 4.2.1.4.2. Ajuste mediante la Función de Distribución de Probabilidad Gumbel

A continuación se desarrollará el análisis de frecuencias de gastos máximos anuales utilizando los datos de **Angostura** (tabla 5.2). El análisis únicamente se ejemplifica para la **duración de 50 días**; se recomienda que durante el proceso de cálculo se siga una tabla como la 4.6.

Después de realizar los pasos 1 y 2, para  $n = 58$  datos, se obtienen los resultados que se muestran en las columnas 3 a 6 de la tabla 4.6.

- **Cálculo de los estadísticos muestrales de los datos históricos**

Utilizando los datos de la columna 4 de la tabla 4.6, la media y desviación estándar (Ecns. 3.34, 3.36 y 3.37), se obtienen como:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{58} \sum_{k=1}^{58} Q_{\text{medido } k} & S &= \left[ \frac{1}{58-1} \sum_{k=1}^{58} (Q_{\text{medido } k} - \bar{X})^2 \right]^{1/2} \\ \bar{X} &= 931.224 & S &= 319.993 \end{aligned}$$

- **Estimación de parámetros aplicando el método de máxima verosimilitud de la Función Gumbel**

Para estimar los parámetros estadísticos  $\alpha, \beta$  mediante la técnica de máxima verosimilitud de la función Gumbel, se resuelve la ecuación (3.63) utilizando el método numérico de Newton Raphson. Los parámetros estadísticos iniciales se estiman mediante la técnica de momentos, ecuaciones (3.57) y (3.58):

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sqrt{6}}{\pi} (319.993) & \beta &= 931.224 - [(0.450053)(319.993)] \\ \alpha &= 249.498 & \beta &= 787.210 \end{aligned}$$

Conocidos los parámetros estadísticos iniciales de la función Gumbel, se estiman los parámetros estadísticos con el método de máxima verosimilitud.

La ecuación de recurrencia que se utiliza es:

$$\alpha_{k+1} = \frac{1}{\alpha_k} - \frac{F(\alpha_k)}{dF(\alpha_k)}$$

Al hacer el cambio de variable  $q_k = Q_{\text{medido } k}$  y sustituir en la ecuación (3.65), la función  $F(\alpha_k)$ , resulta:

$$F(\alpha_k) = 58 \alpha_k - \sum_{k=1}^{58} Q_{medido\ k} + 58 \left[ \frac{\sum_{k=1}^{58} Q_{medido\ k} \cdot e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)}}{\sum_{k=1}^{58} e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)}} \right]$$

Mientras que la derivada de la función queda como:

$$\frac{dF(\alpha_k)}{\alpha_k} = -58 \alpha^2 - 58 \left[ \frac{\left( \sum_{k=1}^{58} e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)} \right) \left( \sum_{k=1}^{58} Q_{medido\ k}^2 \cdot e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)} \right) - \left( \sum_{k=1}^{58} Q_{medido\ k} \cdot e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)} \right)^2}{\left( \sum_{k=1}^{58} e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)} \right)^2} \right]$$

Una vez encontrado  $\alpha$ ; de la ecuación (3.67) se obtiene  $\beta$  como:

$$\beta = \alpha \left[ Ln(58) - Ln \left( \sum_{k=1}^{58} e^{-\left(\frac{Q_{medido\ k}}{\alpha}\right)} \right) \right]$$

Terminado el proceso de iteración, se conocen los valores  $\alpha$  y  $\beta$ , determinados con el método de máxima verosimilitud, los parámetros estadísticos se muestran a continuación:

$$\alpha = 250.127 \qquad \beta = 786.802$$

- **Cálculo de los gastos máximos de diseño  $Q_{calculado\ k}$  ajustados con la función Gumbel**

En vista de que ya se disponen de los parámetros estadísticos óptimos de la presente función, el siguiente paso es estimar los gastos máximos de diseño  $Q_{calculado\ k}$ , ubicados en la columna 8 de la tabla 4.6.

Para estimar cada valor de  $Q_{calculado\ k}$  se aplica la ecuación (3.70) como:

$$Q_{calculado\ k} = 786.802 - 250.127 \left[ Ln \left( Ln \left( \frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right) \right]$$

Donde  $k = 1,2,3,\dots,n$  (*tamaño de la muestra*)

Con base en la columna 8 de la tabla 4.6, de acuerdo a los gastos máximos calculados, el error estándar de ajuste es  $EEA = 53.134$  (m<sup>3</sup>/s).

Para determinar las diferentes extrapolaciones de los gastos máximos de diseño  $Q_{\max d}$  asociados a distintos periodos de retorno de 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 y 10000 años a demás de tomar en cuenta la duración de 50 días, se utiliza la función de distribución de probabilidad Gumbel e igualamos a una probabilidad de no excedencia (Ecn. 3.70).

Los resultados de la extrapolación se muestran en la tabla 4.7, mientras tanto en la Fig. 4.3 se incorporan los gastos máximos de diseño extrapolados para los periodos de retorno descritos en la tabla 4.7. El presente análisis fue realizado mediante el programa AX.

**Tabla 4.6. Análisis de frecuencias de gastos máximos ajustados con la función Gumbel. Duración 50 días (1950-1973, 1977-2010). Presa La Angostura.**

Año	$Q_{\max}$ (m <sup>3</sup> /s)	k	$Q_{\text{medido}}$ (m <sup>3</sup> /s)	$P(Q \leq q)$	$T_r$ (años)	Z	$Q_{\text{calculado}}$ (m <sup>3</sup> /s)	$e^2$
1950	669	1	451	0.017	1.017	-1.405	<b>435</b>	248
1951	747	2	451	0.034	1.035	-1.219	<b>482</b>	952
1952	1010	3	470	0.051	1.054	-1.092	<b>514</b>	1916
1953	899	4	510	0.068	1.073	-0.990	<b>539</b>	851
1954	1025	5	534	0.085	1.093	-0.903	<b>561</b>	719
1955	934	6	556	0.102	1.113	-0.827	<b>580</b>	577
1956	1031	7	562	0.119	1.135	-0.757	<b>597</b>	1259
1957	712	8	566	0.136	1.157	-0.692	<b>614</b>	2271
1958	748	9	604	0.153	1.180	-0.631	<b>629</b>	618
1959	604	10	633	0.169	1.204	-0.574	<b>643</b>	106
1960	1080	11	644	0.186	1.229	-0.519	<b>657</b>	171
1961	566	12	667	0.203	1.255	-0.465	<b>670</b>	11
1962	1197	13	669	0.220	1.283	-0.414	<b>683</b>	204
1963	919	14	684	0.237	1.311	-0.364	<b>696</b>	141
1964	837	15	692	0.254	1.341	-0.314	<b>708</b>	261
1965	960	16	712	0.271	1.372	-0.266	<b>720</b>	68
1966	962	17	740	0.288	1.405	-0.219	<b>732</b>	62
1967	534	18	747	0.305	1.439	-0.172	<b>744</b>	10
1968	807	19	748	0.322	1.475	-0.125	<b>756</b>	57
1969	1524	20	748	0.339	1.513	-0.079	<b>767</b>	366
1970	1144	21	807	0.356	1.553	-0.032	<b>779</b>	802
1971	1020	22	809	0.373	1.595	0.014	<b>790</b>	353
1972	470	23	837	0.390	1.639	0.060	<b>802</b>	1243
1973	1170	24	872	0.407	1.686	0.106	<b>813</b>	3446
1977	556	25	873	0.424	1.735	0.152	<b>825</b>	2312
1978	881	26	881	0.441	1.788	0.199	<b>837</b>	1970
1979	1212	27	895	0.458	1.844	0.246	<b>848</b>	2171
1980	970	28	899	0.475	1.903	0.294	<b>860</b>	1496
1981	1318	29	918	0.492	1.967	0.342	<b>872</b>	2081
1982	947	30	919	0.508	2.034	0.391	<b>885</b>	1182
1983	872	31	934	0.525	2.107	0.441	<b>897</b>	1365
1984	1349	32	947	0.542	2.185	0.491	<b>910</b>	1391
1985	918	33	947	0.559	2.269	0.543	<b>923</b>	595
1986	510	34	955	0.576	2.360	0.596	<b>936</b>	368
1987	633	35	960	0.593	2.458	0.650	<b>949</b>	114
1988	1174	36	962	0.610	2.565	0.705	<b>963</b>	1
1989	1294	37	970	0.627	2.682	0.762	<b>977</b>	56
1990	644	38	983	0.644	2.810	0.821	<b>992</b>	84
1991	562	39	1010	0.661	2.950	0.882	<b>1007</b>	7
1992	740	40	1020	0.678	3.105	0.945	<b>1023</b>	10
1993	947	41	1025	0.695	3.278	1.011	<b>1040</b>	213
1994	451	42	1031	0.712	3.471	1.079	<b>1057</b>	663
1995	1298	43	1043	0.729	3.688	1.151	<b>1075</b>	1004
1996	895	44	1070	0.746	3.933	1.226	<b>1094</b>	555
1997	955	45	1080	0.763	4.214	1.306	<b>1114</b>	1122

1998	1043	46	1144	0.780	4.538	1.391	<b>1135</b>	87
1999	1607	47	1170	0.797	4.917	1.481	<b>1157</b>	162
2000	983	48	1174	0.814	5.364	1.578	<b>1182</b>	57
2001	667	49	1197	0.831	5.900	1.684	<b>1208</b>	119
2002	692	50	1212	0.847	6.556	1.799	<b>1237</b>	611
2003	809	51	1294	0.864	7.375	1.926	<b>1269</b>	646
2004	684	52	1298	0.881	8.429	2.069	<b>1304</b>	40
2005	1550	53	1318	0.898	9.833	2.233	<b>1345</b>	743
2006	748	54	1349	0.915	11.800	2.424	<b>1393</b>	1950
2007	873	55	1524	0.932	14.750	2.656	<b>1451</b>	5294
2008	1070	56	1550	0.949	19.667	2.953	<b>1525</b>	604
2009	451	57	1607	0.966	29.500	3.367	<b>1629</b>	486
2010	2139	58	2139	0.983	59.000	4.069	<b>1805</b>	111830

Tabla 4.7. Extrapolación probabilística con duración de 50 días. Presa La Angostura.

<i>Función Gumbel</i>												
$T_r$ (años)	2	5	10	20	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000
$Q_{maxd T}$ ( $m^3/s$ )	878	1162	1350	1530	1763	1937	2111	2341	2515	2688	2917	3091

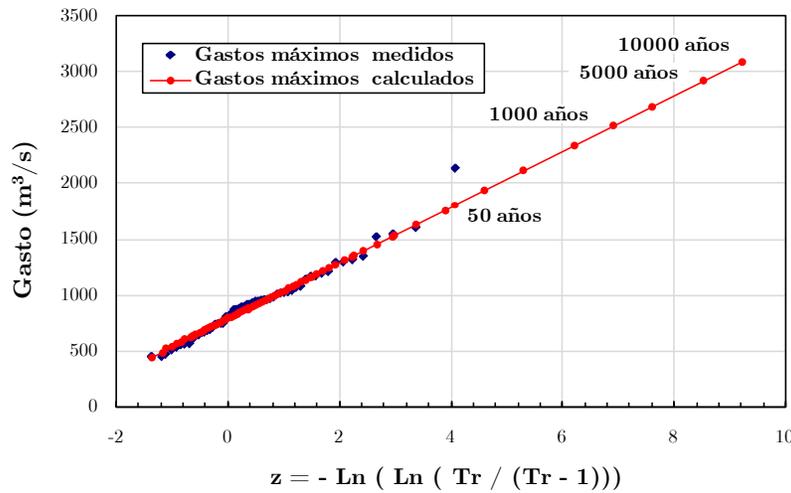


Figura 4.3. Ajuste mediante la función de distribución de probabilidad Gumbel. Duración 50 días. Presa La Angostura.

Para observar el comportamiento de la relación Gasto-Duración-Periodo de Retorno, utilizando las distribuciones de probabilidad Gumbel dos Poblaciones y Gumbel, se dibujan en las curvas mostradas en la Fig. 4.4 utilizando los valores de la tabla 5.3. En estas curvas se percibe hasta qué duración se tomará un comportamiento adecuado para cada distribución. Para duraciones de 1 a 24 días el mejor ajuste se presenta con la función de distribución Gumbel dos Poblaciones, mientras que para las duraciones de 25 a 60 días la muestra de gastos históricos se ajusta de manera óptima con la función de distribución Gumbel (Domínguez et al., 2006).

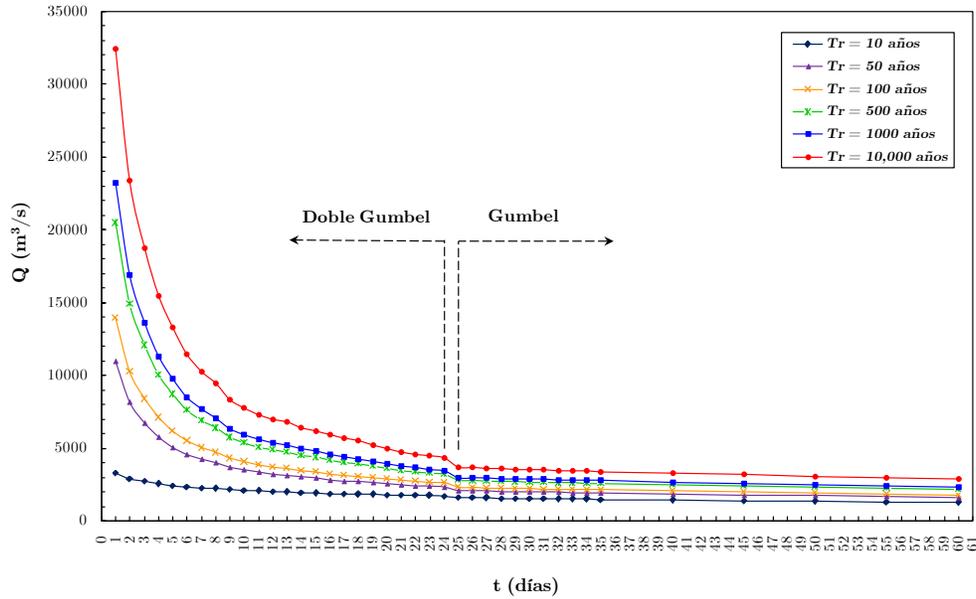


Figura 4.4. Curva Gasto-Duración-Periodo de Retorno  $Q$ - $d$ - $Tr$ . Seleccionando la Función Gumbel Dos Poblaciones de 1 a 24 días y Gumbel de 25 a 60 días. La Angostura, Chis.

#### 4.2.1.5. Cálculo de la Avenida de Diseño

Para un diseño más completo de las políticas de operación del vaso, y en particular de las compuertas, se realizó el análisis estadístico de las avenidas históricas, para duraciones de 1 a 60 días para la presa Angostura. Con base en estos resultados se estiman avenidas de diseño correspondientes a distintos periodos de retorno.

La metodología en que se basa el presente procedimiento es únicamente para La Angostura, en el capítulo 5 se analiza con detalle las diferentes formas de obtener avenidas de diseño para cada presa (Domínguez et al., 2006).

1. Para construir las diferentes avenidas de diseño, en primera instancia se seleccionan los gastos máximos extrapolados para las distintas duraciones que se hayan fijado en la avenida y elegir el periodo de retorno a analizar.
2. Se calcula los gastos que se presentan en cada día, conocidos como **Gastos individuales**, la expresión para estimar estos gastos proviene del concepto del valor promedio establecido en las ecuaciones (4.1) y (4.2).

$$Q_{individual_j} = t_i \bar{Q}_i - \sum_{j=1}^{i-1} Q_{individuales} \quad (4.8)$$

donde:

- $Q_{individual_j}$  gasto máximo individual, en ( $m^3/s$ )  
 $\bar{Q}_i$  gasto medio máximo (extrapolado), en ( $m^3/s$ )  
 $t_i$  duración, en (días)

3. Una vez que se determinaron los gastos individuales, puede ocurrir que durante el proceso algunos valores resultan negativos, para solucionar este problema se suavizan dichos valores hasta quitar los gastos individuales negativos.
4. Para generar la avenida de diseño o **Hidrograma de Diseño** se organizan los gastos individuales aplicando el método de **Alternar Bloques**, colocando el gasto máximo individual  $Q_1$  al centro del hidrograma (gasto pico), este valor es el primero de la lista de gastos individuales debido a que corresponde a la duración de un día. En la posición de la derecha al gasto máximo individual se ubica el segundo valor de la lista de gastos individuales  $Q_2$  y a la izquierda se ubica el tercer valor  $Q_3$  de la misma. Este proceso se realiza consecutivamente hasta terminar con la organización de los datos, de manera que se obtiene una avenida con forma simétrica.
5. El volumen de la avenida de diseño es el área bajo la curva del hidrograma. Por sencillez en el trabajo presentado se utilizó la **fórmula de integración trapezoidal** para estimar el volumen de la avenida y está dada por:

$$\int_{t_0}^{t_n} F(t) dt = \frac{\Delta t}{2} \left[ Q_0 + Q_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \right]$$

Si se toma en cuenta que  $\Delta t = 1$  día, el volumen de la avenida es:

$$V = \frac{0.0864}{2} \Delta t \left[ Q_0 + Q_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \right] \quad [\text{Millones de } m^3] \quad (4.9)$$

donde:

- $V$  volumen de la avenida, en Millones de metros cúbicos ( $Mm^3$ )
- $Q_1$  gasto máximo correspondiente a la primera duración, en ( $m^3/s$ )
- $Q_n$  gasto máximo correspondiente a la última duración, en ( $m^3/s$ )

6. Finalmente se dibuja la gráfica de **Q vs t** para establecer diferentes comparaciones de avenidas de diseño de periodos anteriores y así tener un amplio margen de argumentos para análisis futuros.

A continuación se presenta el ejemplo de la construcción de la avenida de diseño para un periodo de retorno,  $Tr = 10,000$  años para La Angostura, manejando duraciones de 1 a 60 días.

De la tabla 5.3, se seleccionaron los gastos máximos extrapolados con periodo de retorno  $Tr = 10,000$  años y los acomodamos en la columna (2) de la tabla 4.7.

Se estimaron los gastos individuales utilizando la ecuación (4.8), estos valores se localizan en la columna (3) de la tabla 4.7. Las celdas que están subrayadas en color rojo indican que en un principio dichos valores eran negativos y posteriormente se suavizaron, de modo que las celdas subrayadas en color verde oliva son los valores que se proponen para eliminar los gastos individuales negativos.

- Valor propuesto
- Quitar valores negativos

En la columna cuatro de la tabla 4.8, se organizaron los gastos máximos de diseño, dejando el gasto pico al centro del hidrograma  $Q_{pico} = 32,489 \text{ (m}^3 / \text{s)}$ .

En la Fig. 4.5 se muestra el hidrograma de la avenida de diseño para  $Tr = 10,000$  años, utilizando la información de la tabla 4.8.

La estimación del volumen de la avenida fue:

$$V = 0.0432 [1728 + 1688 + 2(169893)] = 14826 \text{ (Mm}^3\text{)}$$

El hidrograma de diseño es de suma importancia, debido a que se utiliza como hidrograma de entrada de la presa para realizar el Tránsito de la Avenida por el embalse.

Tabla 4.8. Hidrograma de Diseño para  $Tr = 10,000$  años. La Angostura (al 2010).

$t_i$ (día)	$\bar{Q}_i$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{\text{individual } j}$ (m <sup>3</sup> /s)	Hidrograma	$t_i$ (día)	$\bar{Q}_i$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{\text{individual } j}$ (m <sup>3</sup> /s)	Hidrograma
			$Q_{\text{max}}$ (m <sup>3</sup> /s)				$Q_{\text{max}}$ (m <sup>3</sup> /s)
1	32489	32489	1728	31	3516	2743	14313
2	23401	14313	1810	32	3489	2657	5608
3	18737	9409	1907	33	3466	2738	2435
4	15455	5608	1987	34	3441	2625	4023
5	13315	4756	2067	35	3418	2640	1571
6	11502	2435	2204	36	3393	2495	3654
7	10249	2736	2279	37	3367	2444	1752
8	9471	4023	2258	38	3342	2393	1334
9	8450	281	2342	39	3316	2341	1960
10	7762	1571	2426	40	3290	2290	68
11	7330	3007	2341	41	3269	2426	1164
12	7024	3654	2444	42	3248	2384	1056
13	6799	4110	2640	43	3227	2342	280
14	6439	1752	2738	44	3206	2300	110
15	6216	3101	2743	45	3185	2258	1032
16	5911	1334	72	46	3166	2317	2657
17	5724	2727	250	47	3147	2279	2625
18	5515	1960	628	48	3128	2242	2495
19	5248	452	1348	49	3109	2204	2393
20	4989	68	519	50	3091	2166	2290
21	4776	519	452	51	3071	2067	2384
22	4612	1164	2727	52	3050	2027	2300
23	4470	1348	3101	53	3030	1987	2317
24	4328	1056	4110	54	3010	1947	2242
25	4180	628	3007	55	2990	1907	2166
26	4030	280	281	56	2970	1851	2027
27	3890	250	2736	57	2950	1810	1947
28	3755	110	4756	58	2929	1769	1851
29	3628	72	9409	59	2909	1728	1769
30	3541	1032	32489	60	2888	1688	1688

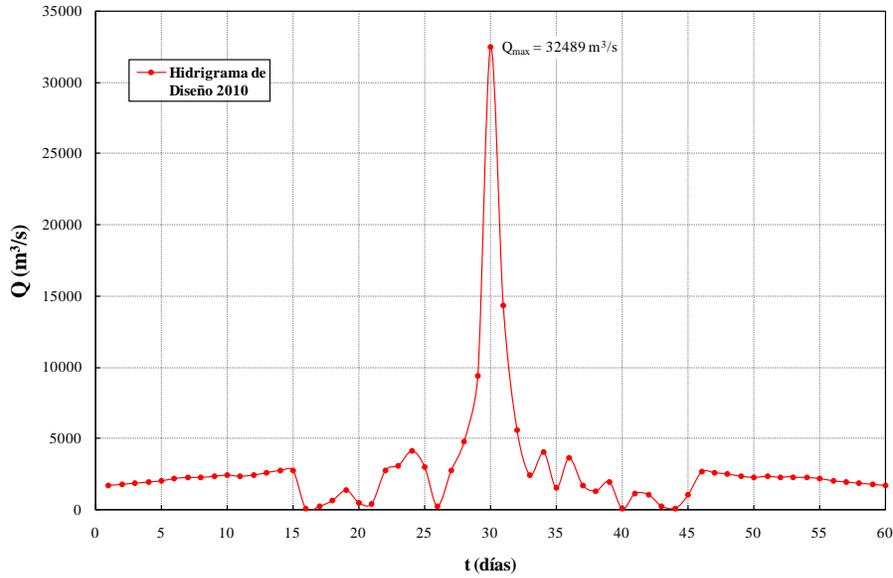


Figura 4.5. Avenida de Diseño para  $Tr = 10,000$  años. La Angostura, Chis.

#### 4.2.1.6. Cálculo del Tránsito de Avenida

- **Introducción**

Los caudales que escurren por un río varían continuamente en el tiempo ya que hay épocas de varios meses en que los escurrimientos son reducidos y otras en que fluye el agua en abundancia. La única forma de regular esos escurrimientos es controlarlos, almacenarlos y aprovecharlos mediante la construcción de presas. En la ingeniería hidrológica el agua almacenada tiene diversos usos: doméstico, agrícola, procesos industriales, generación eléctrica, por citar los más importantes. En el **Apéndice C**, se indican de manera general los componentes de un vaso de almacenamiento de una presa.

El tránsito de avenidas en vasos o embalses es el procedimiento matemático para predecir el cambio en magnitud, velocidad y forma de una onda de flujo en función del tiempo en uno o más puntos a lo largo de un flujo de agua. El flujo de agua puede ser un río, una quebrada, un canal de riego, drenaje, etc. El objetivo del tránsito de avenidas en vasos es determinar la forma del hidrograma de salida del embalse de una presa, dado un hidrograma en particular de entrada que resulta de una tormenta, deshielo, descargas de embalses, etc. Un hidrograma es la representación gráfica del flujo a través del tiempo (Chow, V.T., 1994).

El tránsito de una avenida a través de un vaso de almacenamiento se realiza con los siguientes propósitos (Aparicio, M.F.J., 2005):

- a) Conocer la evolución de los niveles en el vaso y de los gastos de salida por la obra de excedencias, para saber si la política de operación de las compuertas del vertedor es adecuada y así al presentarse una avenida no se pongan en peligro la cortina de la presa, bienes materiales o vidas humanas aguas abajo.
- b) Dimensionar la obra de excedencias y obra de desvío durante la etapa de estudios y proyecto.

- c) Determinar la altura de la cortina, calcular el NAME y dimensionar las obras de desvío y altura de ataguías.
- d) Revisión de políticas de operación en las compuertas de una obra de excedencias de la presa ya puesta en marcha.

Los métodos para calcular el tránsito de avenidas se clasifican de la siguiente manera:

**Tránsito hidrológico:** Conocido también como tránsito agregado o agrupado, es el más usado por facilidad en su procedimiento de cálculo. Consiste en calcular el flujo o gasto en función del tiempo en un embalse con la ecuación de continuidad.

**Tránsito hidráulico:** Conocido como tránsito distribuido. El flujo o gasto se calcula en función del espacio y tiempo utilizando principios de conservación de masa y momento. El gasto se calcula como una función del tiempo de manera simultánea en varias secciones transversales de un embalse.

Hasta la fecha, la ecuación que describe el fenómeno del tránsito de avenida no tiene una solución analítica exacta conocida, por lo que su solución se obtiene generalmente mediante métodos numéricos. Arganis (1998) muestra que algunos modelos propuestos son: Goodrich (1931), Steinberg (1947), Winsler and Brater (1959), Soil Conservation Service (1964), Vega (1968), NERC (Natural Environment Research Council) (1975), Manual de la Comisión Federal de Electricidad (1980), Butler (1982) y Campos.

En general el método hidrológico es más simple pero falla en describir efectos de remanso y no son lo suficiente mente exactos para transitar hidrogramas de rápido acceso o a lo largo de ríos con poca pendiente o para grandes embalses.

- **Modelo matemático**

A continuación se mostrará la forma en que el gasto máximo o pico de una avenida que entra al embalse de una presa se ve disminuido en la descarga por su vertedor u obra de excedencias. Es importante recordar que los vertedores de una presa pueden ser de cresta libre ó controlados por compuertas, en el segundo caso, la elevación del NAMO generalmente está por arriba de la cresta vertedora (Maza, A.J.A., 2004).

Ahora bien, para el análisis se supone que se cuenta con un vertedor que descarga libremente (cresta libre) y por lo tanto el NAMO =  $E_0$  coincide con la elevación de la cresta del vertedor. Por otra parte se cuenta con un hidrograma de entrada a la presa, con la finalidad de transitar la avenida por el embalse, de modo que el tiempo  $t$  se divide en intervalos de tiempo  $\Delta t$  como se muestra en la Fig. 4.6.

Un volumen  $\Delta V_{ENTRADA_1}$  ingresa al embalse en el primer intervalo de tiempo  $\Delta t_1$ , y al final del mismo la elevación alcanzada en el embalse es  $E_1$  (Fig. 4.7); por lo tanto, el volumen adicional almacenado entre el NAMO y  $E_1$ , será  $\Delta V_{A_1}$ . En ese mismo intervalo, el gasto extraído por el vertedor varía de cero en el NAMO a  $Q_1$  cuando el embalse alcanza la elevación  $E_1$ , lo que permite que se derrame un volumen  $\Delta V_{S_1}$ .

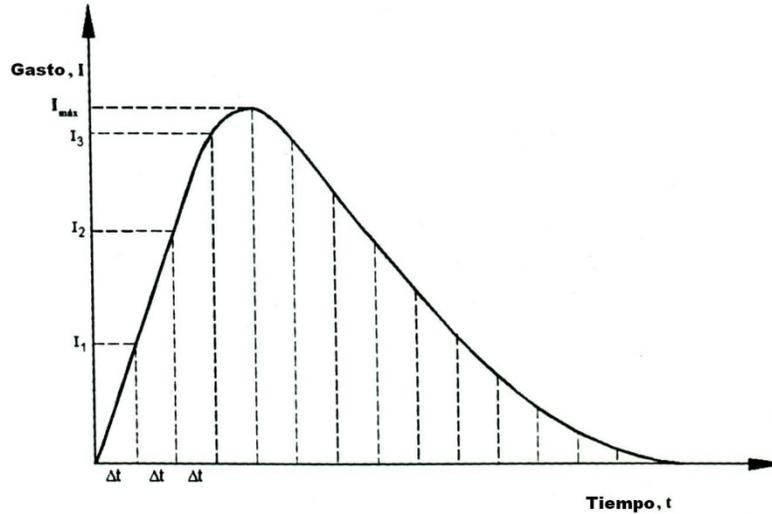


Figura 4.6. Hidrograma de entrada a una presa.

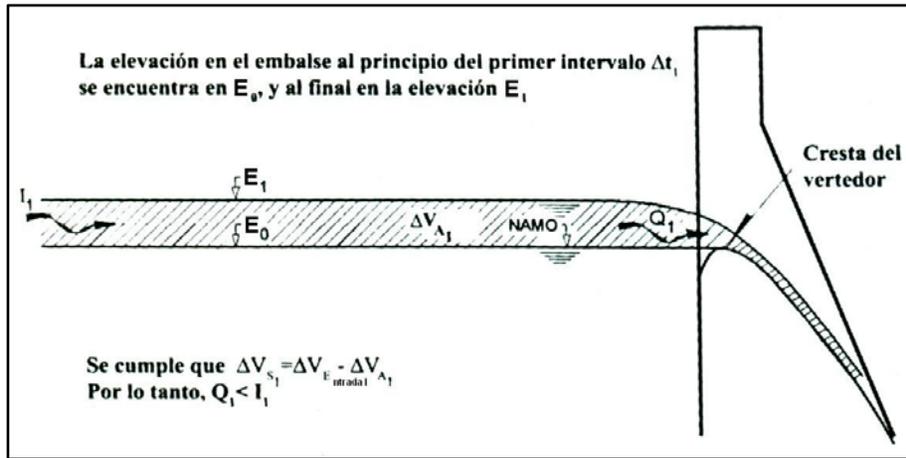


Figura 4.7. Almacenamiento que se produce en un embalse en el primer intervalo  $\Delta t_1$ .

De acuerdo a la relación que existe entre los volúmenes mencionados Raudkivi (1978) argumenta que los procedimientos que se utilizan para el tránsito de una avenida en un embalse se basan en la ecuación de la continuidad, expresada en términos del principio de la conservación de la masa, que establece lo siguiente:

$$\text{Almacenamiento} = \text{Entradas} - \text{Salidas}$$

Por lo tanto:

$$\Delta V_{ENTRADA} = \Delta V_A + \Delta V_S \tag{4.10}$$

donde:

$\Delta V_{ENTRADA}$  volumen de entrada en un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , en ( $m^3$ )

$\Delta V_A$  volumen almacenado en el mismo intervalo  $\Delta t$ , en ( $m^3$ )

$\Delta V_S$  volumen extraído, tanto por el vertedor como por la obra de toma en el mismo intervalo  $\Delta t$ , en ( $m^3$ )

Multiplicando la ecuación (4.10) por  $(1 / \Delta t)$ , resulta:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = \frac{\Delta V_{ENTRADA}}{\Delta t} - \frac{\Delta V_S}{\Delta t}$$

$$\frac{dV_A}{dt} = I - Q \quad (4.11)$$

la ecuación (4.11) se puede expresar en diferencias finitas como:

$$\frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} \quad (4.12)$$

donde:

$V_i, V_{i+1}$	variación de los volúmenes almacenados en el embalse en los instantes $i$ e $i+1$ (Figs. 4.7 y 4.8)
$I_i, I_{i+1}$	gastos de entrada al vaso en el instante $i$ e $i+1$ (Fig. 4.8)
$Q_i, Q_{i+1}$	gastos de salida al vaso en el instante $i$ e $i+1$ (Fig. 4.8), tanto por la obra de excedencias como por la de toma.
$\Delta t$	intervalo de tiempo entre los instantes $i$ e $i+1$

Ordenando la ecuación (4.12) como:

$$I_i + I_{i+1} + \left( \frac{2V_i}{\Delta t} - Q_i \right) = \frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + Q_{i+1} \quad (4.13)$$

De la ecuación (4.13), los términos  $Q_{i+1}$  y  $V_{i+1}$  se desconocen, para dar solución a dicha expresión se resolverá numéricamente empleando el método de **aproximaciones sucesivas**. La información que se requiere previamente para poder ejecutar este método es el siguiente (Fuentes et al., 1981):

- Hidrograma de entrada ( $I$  vs  $t$ ).
- Elevación inicial, del nivel de agua en el vaso en el instante en el que empieza a llegar a la presa la avenida correspondiente al hidrograma de entrada.
- Gasto de salida por la obra de excedencias, en el instante en que empieza el hidrograma de entrada.
- Gasto de salida por la obra de toma.
- Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento o su ecuación ( $V - E$ ).
- Curva elevaciones-gastos de salida por la obra de excedencia o su ecuación ( $Q - E$ )

Las curvas elevaciones-volúmenes y elevaciones-gastos de salida se introducen al programa en forma arreglos mediante un archivo de texto (Fuentes et al., 1981).

#### Algoritmo

- Se selecciona un valor  $\Delta t$
- Se conocen los valores  $V_i, I_i, I_{i+1}, Q_{ei}, E_i, Q_t$  (para  $i=1$  son los datos iniciales) y se hace  $Q_{i+1} = Q_{ei} + Q_t$  y  $k = 0$ .

3. Se calcula  $V_{i+1}$  de la ecuación (4.13).
4. Conocido  $V_{i+1}$  se interpola de la curva elevaciones-volúmenes para obtener la elevación  $E_{i+1}$ .
5. Conocido  $E_{i+1}$  se interpola\* de la curva elevaciones-gasto de salida por la obra de excedencias, para obtener  $Q_{ei+1}$ , y posteriormente calcular  $Q_{i+1} = Q_{ei+1} + Q_t$ .
6. Se hace  $k = k + 1$  y si  $k < 3$  se regresa al paso 3, de lo contrario se continúa con el paso 7.
7. El valor de  $Q_{i+1}$  es el gasto de salida en el intervalo de tiempo correspondiente.
8. Se hace  $i = i + 1$  y se regresa al paso 2 las veces que sea necesario hasta que se observe que el gasto de salida se vuelve aproximadamente constante.

\* Cada vaso tiene sus propias ecuaciones, si se desea mayor precisión en los cálculos los valores de las curvas pueden obtenerse a partir de un análisis de regresión lineal múltiple o no lineal, también es válido encontrar los valores mediante interpolación lineal, tomando en cuenta que el error cometido aumenta un poco.

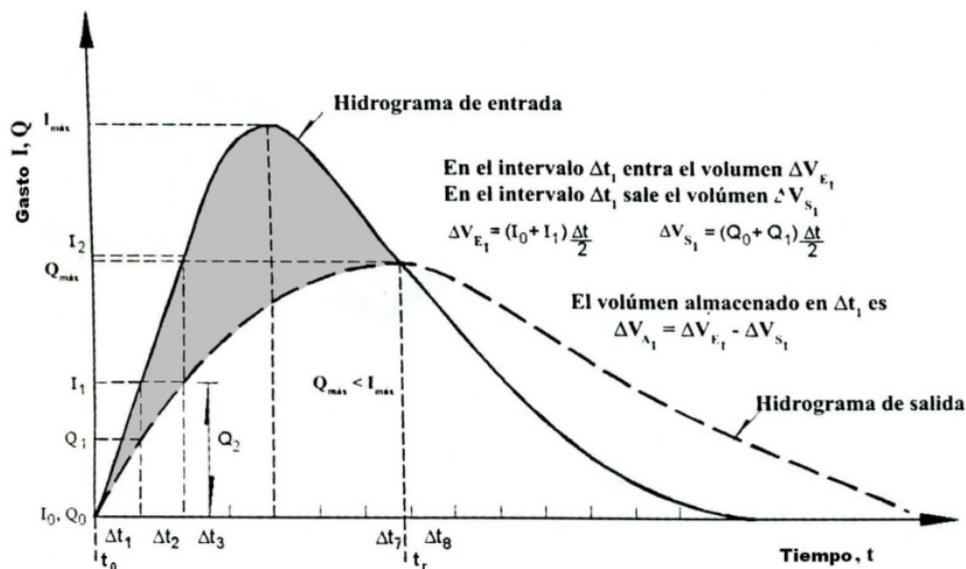


Figura 4.8. Hidrograma de entrada y salida de un embalse con vertedor de cresta libre.

En la Fig. 4.9 se presenta el diagrama de flujo para el cálculo del tránsito de avenidas, la nomenclatura es la siguiente:

- $I$  gasto de entrada al vaso, en ( $m^3/s$ )
- $Q$  gasto de salida del vaso, en ( $m^3/s$ )
- $Q_e$  gasto de salida por la obra de excedencias, en ( $m^3/s$ )
- $Q_t$  gasto de salida por la obra de toma, en ( $m^3/s$ )
- $V$  volumen de almacenamiento, en ( $Mm^3$ )
- $E$  elevación en el vaso, en (m)
- $\Delta t$  intervalo de tiempo, en (segundos)
- $f(V)$  curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento
- $g(E)$  curva elevaciones-gastos de salida por la obra de excedencias
- $i, i + 1$  subíndices que representan las variables al inicio y final del intervalo de tiempo
- $k$  no iteración

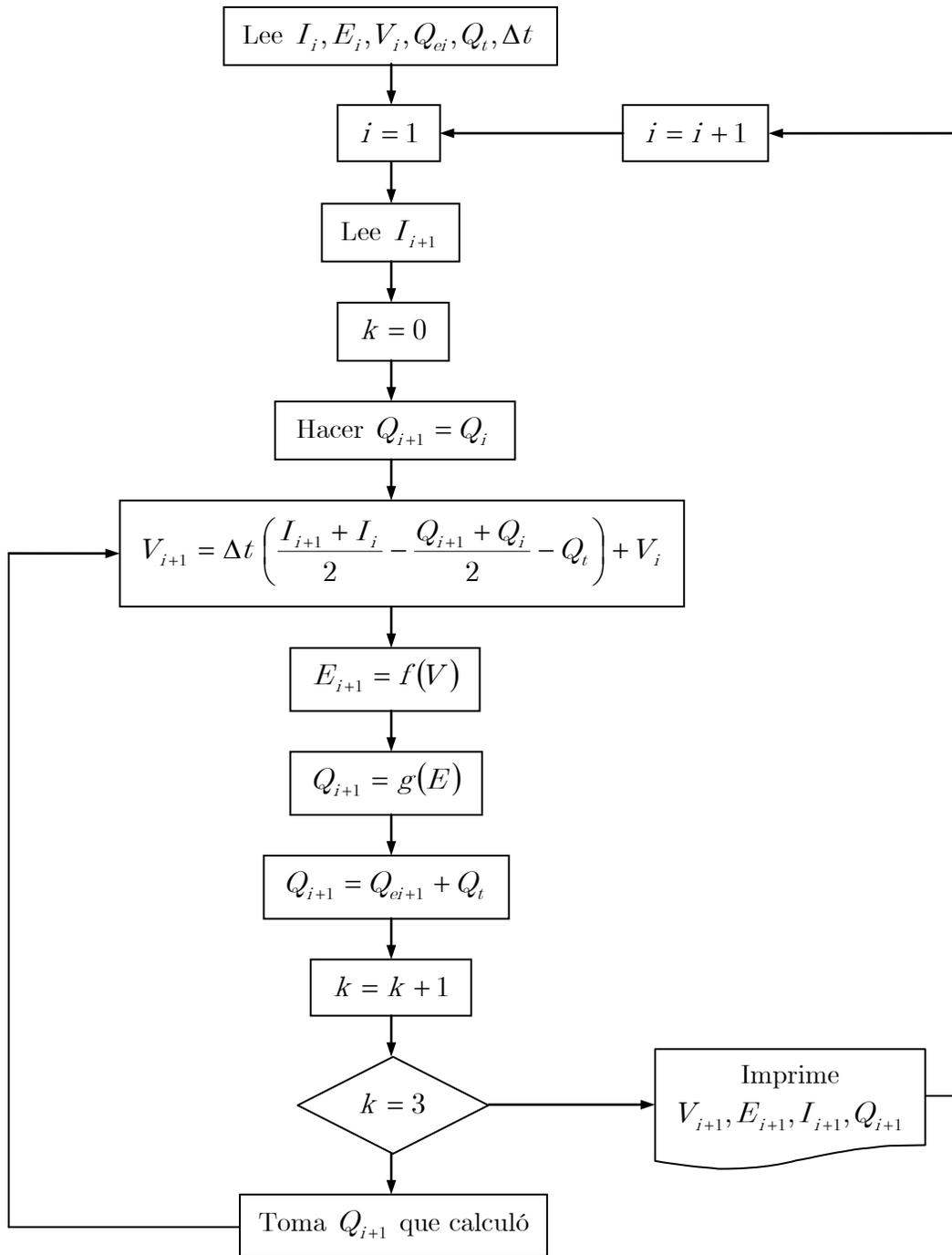


Figura 4.9. Diagrama de flujo para el cálculo del Tránsito de Avenidas mediante el método de aproximaciones sucesivas (CFE, 1981).

En la Fig. 4.9 se muestra los pasos que sigue el método numérico de aproximaciones sucesivas para resolver la ecuación (4.13) y así definir el hidrograma de salida. En general el método numérico mostrado es rápido para obtener resultados en pocas iteraciones, también es aplicable para analizar políticas de operación complicadas en el caso de tener un vertedor de cresta controlada por compuertas. Si se desea mayor precisión en la determinación del gasto de salida  $Q_{i+1}$  se aumenta el número de iteraciones  $k$  ( $k > 3$ ). El código fuente de dicho método numérico se puede consultar en (Berezowsky et al., 1981).

▪ **Análisis**

En el instante cuando empieza a entrar la avenida al embalse (Fig. 4.8), los gastos de entrada y salida son nulos, es decir:

$$I_0 = Q_0 = 0 \quad (4.14)$$

Al sustituir la ecuación (4.14) en (4.12) se obtiene:

$$I_1 = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} + Q_1 \quad (4.15)$$

y por lo tanto, el gasto de salida  $Q_1$ , al final del primer intervalo será necesariamente menor que el gasto de entrada  $I_1$ ; es decir

$$Q_1 < I_1 \quad (4.16)$$

Razonando de igual forma, en el tiempo que transcurre el inicio de la avenida y el momento en que ella alcanza el gasto pico  $I_{\max}$ , por la presa está saliendo el gasto  $Q_m$ , y entonces se cumple que:

$$Q_m < I_{\max} \quad (4.17)$$

Cuando los gastos de entrada empiezan a disminuir, en el momento  $t_r$  el gasto de salida alcanza su máximo valor y consecuentemente el máximo nivel en el vaso (Fig. 4.8), es decir  $\frac{dQ}{dt} = 0$ , y por tanto en ese intervalo el almacenamiento de agua permanece constante, es decir no existe incremento ni decremento en el almacenamiento.

$$\Delta V_E = \Delta V_S \quad \text{cuando} \quad \Delta V_{Ai} = 0 \quad (4.18)$$

El área sombreada entre los hidrogramas de entrada y salida (Fig. 4.8) entre los tiempos  $t_0$  y  $t_r$ , es el volumen máximo almacenado en el vaso, es decir el volumen de superalmacenamiento o capacidad de control para la avenida  $I(t)$  considerada y por supuesto en el nivel  $t_r$  se presenta el NAME.

$$V_S = \int_{t_0}^{t_r} (I - Q) dt \quad (4.19)$$

Para valores de tiempo superiores a  $t_r$  el gasto de salida es mayor que el de entrada lo que ocasiona que el nivel en el embalse baje.

Lo que se ha mencionado anteriormente es válido únicamente para vertedores de cresta libre. En un vertedor controlado por compuertas se tendrá que restringir el gasto de salida mediante una política de operación  $Q = \text{Mín}(I, Q (m^3 / s))$ . En un vertedor con compuertas se puede llegar a reducir aún más el gasto de salida ya que al cerrar las compuertas se puede obligar a que el embalse incremente su nivel y mayores volúmenes

queden almacenados en él. Esto se acostumbra hacer cuando la avenida se presenta casi al término de la estación de lluvias (Maza, A.J.A., 2004).

Finalmente la capacidad de regulación de una presa, para una avenida dada, es decir, la diferencia entre el gasto máximo de entrada y al gasto máximo de salida, depende de la relación entre el volumen de la avenida, la capacidad de control de la presa y la capacidad de descarga del vertedor, además de que el gasto máximo de entrada será mayor al gasto máximo descargado por el vertedor.

**A continuación se muestra un ejemplo del Tránsito de Avenidas utilizando la avenida de diseño de la tabla 4.7 correspondiente a la presa La Angostura para  $Tr = 10,000$  años.**

▪ **Condiciones iniciales**

Se seleccionó un valor  $\Delta t = 2$  (horas) para el hidrograma de entrada a nivel horario ( $I$  vs  $t$ ). La elevación inicial del vaso en el instante en el que empieza a llegar a la presa la avenida correspondiente es  $E_0 = NAMO = 533$  (msnm).

El gasto de salida por la obra de excedencias, en el instante  $t = 0.0$  (horas) en que empieza el hidrograma de entrada es  $Q_e = 2500$  ( $m^3 / s$ )

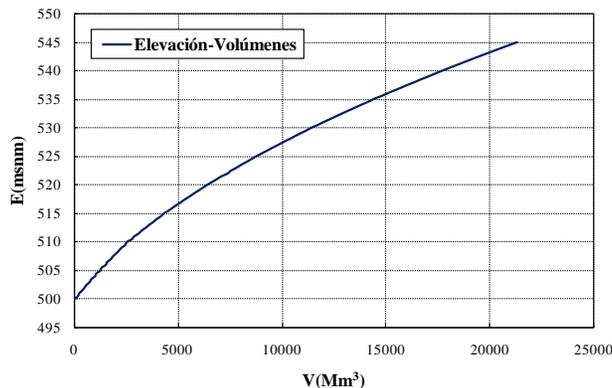
Gasto de salida por la obra de toma  $Q_t = 0.0$  ( $m^3 / s$ ).

Las Curvas elevaciones-volúmenes de almacenamiento (Fig. 4.10) y elevaciones-gastos de salida por la obra de excedencias, se localizan en las tablas 5.11 y 5.12 del Capítulo 5.

La política de operación que se utiliza en la descarga es  $Q = \text{Mín}(I, 2500 \text{ m}^3 / s)$ , de manera que a partir de la elevación del NAMO el gasto de descarga se mantiene constante en  $2500$  ( $m^3/s$ ).

No se consideró restricción adicional en la política de extracción.

El tránsito de avenida se resolvió utilizando el método numérico descrito anteriormente, el algoritmo está codificado en el programa TRATE.bas en lenguaje Quick Basic, elaborado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Domínguez et al., 2006).



**Figura 4.10. Curva elevaciones-capacidades. Presa La Angostura, Chis.**

En la Fig. 4.11 se muestran los hidrogramas de entrada y de salida, incluyendo la correspondiente política de operación del ejemplo dado.

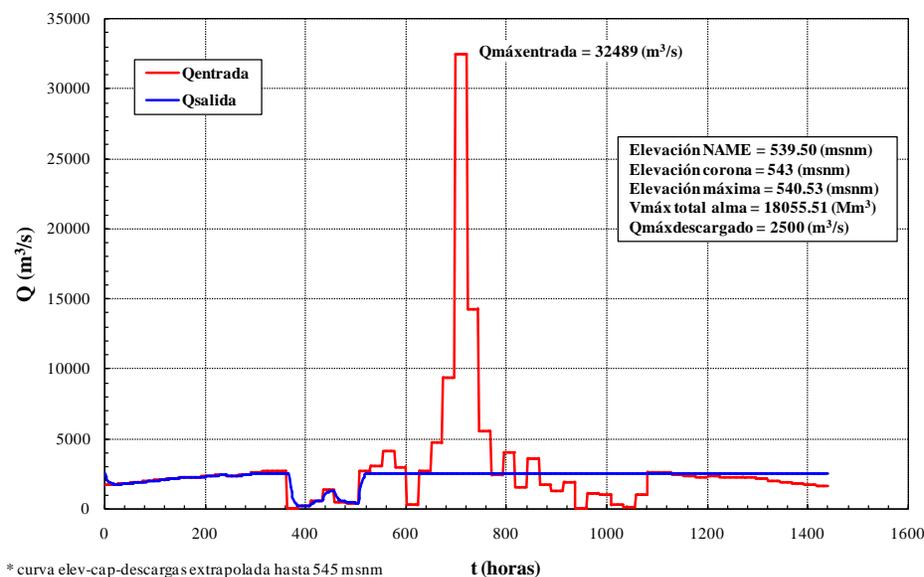


Figura 4.11. Tránsito de la Avenida. Presa La Angostura, Chis.  
 $E_0 = 533$  (msnm).  $Tr = 10,000$  años.

### 4.3. Cálculo de Avenidas de Diseño y Tránsito de Avenidas mediante programas

Para la realización de proyectos hidrológicos profesionales, se requiere necesariamente de algún software o programas elaborados por el usuario sujeto a un determinado lenguaje de programación. En este caso se describe de manera general la metodología para utilizar los diferentes programas realizados para el análisis de una avenida de diseño o tránsito de avenidas.

#### 4.3.1. Obtención de gastos medios máximos anuales para distintas duraciones mediante el programa GAS1.bas

Este programa fue realizado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, el objetivo de este programa es determinar gastos medios diarios máximos anuales para distintas duraciones, el procedimiento del manejo del programa es la siguiente:

1. Contar con los registros de datos históricos (ingresos diarios) de la presa (Fig. 4.12), para el caso de Angostura de 1950-1973 y 1977-2010.
2. Con base en los datos organizados en forma de tabla (Fig. 4.12), se transforman dichos datos a vectores independientes para cada mes del correspondiente año (Fig. 4.13) y posteriormente se guardar el archivo con extensión .dat.
3. El archivo generado con extensión.dat se copia en la carpeta donde se localiza GAS1.bas. Una vez ejecutado el programa se ingresa la siguiente información: Nombre del archivo de datos, año en que inicia el registro, año en que finaliza el registro y para cuantos días de duración. El programa solamente acepta periodos consecutivos de registros, por ejemplo para La Angostura primero se tiene que generar el archivo .dat con periodo de 1950-1973 y ejecutar el programa, posteriormente generar otro archivo con el mismo nombre y extensión, pero ahora con el periodo de 1977-2010.



Año	Qmáx
1950	1762
1951	1294
1952	2164
1953	1880
1954	1572
1955	2054
1956	2299
1957	1195
1958	1153
1959	1450
1960	2113
1961	1453
1962	2185
1963	3443
1964	1637
1965	1708
1966	1535
1967	1049
1968	1617
1969	2298
1970	2571

Figura 4.14. Archivo .aju  
Gastos máximos duración 1 día.  
Presa La Angostura, Chis.

Duración 1 día			
Año	Mes	Día	Qmáx
1950	10	5	1762
1951	10	2	1294
1952	10	8	2164
1953	10	7	1880
1954	7	6	1572
1955	10	29	2054
1956	9	19	2299
1957	9	12	1195
1958	9	9	1153
1959	10	18	1450
1960	9	26	2113
1961	11	3	1453
1962	9	20	2185
1963	9	23	3443
1964	10	6	1637
1965	9	29	1708
1966	10	2	1535
1967	10	6	1049
1968	9	26	1617
1969	9	29	2298
1970	9	11	2571

Figura 4.15. Archivo .res  
(año, mes, día, Q<sub>máx</sub>).  
Presa La Angostura, Chis.

#### 4.3.2. Ajuste de una muestra y extrapolación de datos de una función de distribución de probabilidad por medio del programa AX.exe

Este programa fue diseñado por el Dr. Martín Jiménez Espinosa en 1992 y se utiliza para el ajuste de funciones de probabilidad a series de datos máximos anuales. Su aplicación se basa en la estimación de avenidas de diseño mediante métodos estadísticos. El programa se puede adquirir en la dirección <http://www.cenapred.unam.mx> (Jiménez, E.M., 1997).

De manera general el proceso es el siguiente:

- a) Los archivos con extensión .aju obtenidos con el programa GAS1.bas se copian en la carpeta en donde se localiza el programa AX.exe. Estos archivos contienen gastos máximos para una determinada duración.
- b) Abrir el archivo .aju correspondiente a la duración que se desea analizar, posteriormente se selecciona el menú Ajustes y elegimos la opción “Global”, esta opción permite ajustar la muestra a diferentes distribuciones de probabilidad para finalmente presentar una tabla en donde se elige a la distribución con menor error estándar de ajuste (Fig. 4.16).
- c) Después de conocer la distribución de probabilidad que proporciona el menor error estándar de ajuste, el programa tiene la opción de ajustar funciones de manera individual (Fig. 4.17).
- d) Finalmente el programa genera un archivo principal con extensión .max, este archivo muestra el periodo de retorno  $T_r$ , gasto máximo calculado y gasto máximo medido. El archivo ya incluye las extrapolaciones para periodos de retorno antes mencionados (Fig. 4.18).
- e) El programa no muestra gráficas con una debida resolución de escala, por lo que se tendrá que dibujar las correspondientes gráficas utilizando un editor de gráficos como Grapher, Gnuplot o Excel.

Función	Momentos		Máxima Verosimilitud	
	2 parámetros	3 parámetros	2 parámetros	3 parámetros
Normal	1570.186	-----	1570.186	-----
Lognormal	1046.258	968.268	1354.429	1005.507
Gumbel	1302.181	-----	1422.783	-----
Exponencial	1125.151	-----	1229.548	-----
Gamma	1216.889	1026.470	1336.243	1246.757
Doble Gumbel	709.312			

Mínimo error estándar: 709.312  
Calculado por la función: Doble Gumbel

Aceptar Imprimir Ayuda

Figura 4.16. Resumen de errores estándar de ajuste.

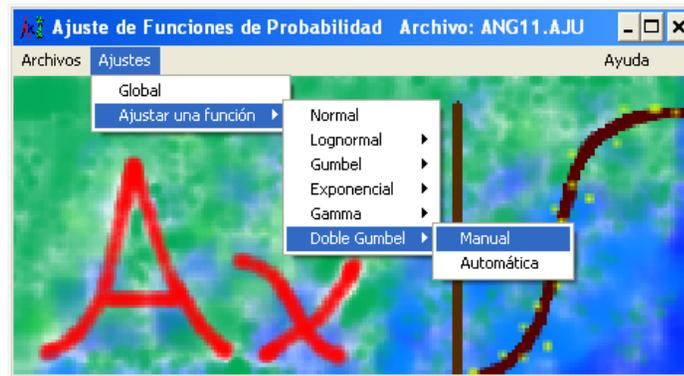


Figura 4.17. Submenús de ajuste de una función.

Tr	Qcalculado	Qmedido
10000.00	32489.46	
5000.00	29749.86	
2000.00	26068.52	
1000.00	23286.12	
500.00	20503.71	
200.00	16790.27	
100.00	13949.00	
50.00	11030.15	
20.00	6864.56	
10.00	3330.54	
5.00	2407.05	
2.00	1855.98	
59.00	11737.79	12790.00
29.50	8701.22	10610.00
19.67	6781.63	5252.00
14.75	5288.76	3627.00
11.80	4042.69	3443.00
9.83	3280.54	2712.00
8.43	2945.70	2708.00
7.38	2758.59	2571.00
6.56	2631.67	2528.00
5.90	2536.01	2525.00
5.36	2459.24	2431.00

Figura 4.18. Impresión de resultados (archivo .max).

#### 4.3.3. Ajuste de una muestra y extrapolación de datos con la función de distribución de probabilidad Gumbel Dos Poblaciones QG2P.exe

El programa QG2P.exe fue diseñado por **Luis Eusebio Ramírez Salazar** en el año 2010, el código fuente está programado en lenguaje FORTRAN 2003 y está disponible en el **Apéndice B**. El objetivo del programa es la estimación de avenidas de diseño mediante el método estadístico de la función Gumbel de dos poblaciones, optimizando sus parámetros estadísticos mediante optimización no lineal.

El programa se maneja de la siguiente manera:

- a) Construir un archivo con extensión .dat, que debe contener los gastos máximos anuales, y seguido de un espacio los años de registro de dicha muestra (Fig. 4.19). El nombre del archivo forzosamente tiene que ser **“Registros.dat”**. Este archivo se tiene que anexar en donde esté ubicado el programa QG2P.exe.
- b) El programa comienza preguntando lo siguiente: Nombre de la estación hidrométrica, año de registro inicial, año de registro final, tamaño del registro de gastos máximos anuales, numero de gastos máximos ciclónicos y número máximo de rotación de ejes.
- c) El programa proporciona un archivo llamado “Resultados.dat”, este archivo contiene la avenida de diseño y los correspondientes periodos de retorno antes mencionados (Fig. 4.20).
- d) El programa no dibuja gráficas por lo que se tendrá que manejar algún editor de gráficos como Grapher, Gnuplot o Excel.

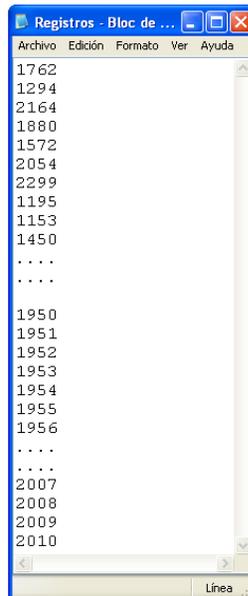


Figura 4.19. Archivo de entrada “Registros.dat”.

```

Resultados - Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
-----
ESTIMACION DE PARAMETROS ESTADISTICOS INICIALES (X MOMENTOS)
-----
Estadisticos muestrales;
Medial = 1897.537
DesEst1 = 484.824
Media2 = 8069.750
DesEst2 = 4336.334
Parametros estadisticos de la funcion Gumbel dos Poblaciones;
p1 = 378.016
p2 = 1679.341
p3 = 3381.027
p4 = 6118.170
p5 = 0.931
Valor inicial de la funcion objetivo f(Q) = 0.120510
-----
OPTIMIZACION DE DE PARAMETROS ESTADISTICOS (ALGORITMO DE ROSENBROCK)
-----
Factor de escala de aumento en los incrementos; a = 2.0
Factor de escala de reduccion en los incrementos; b = 0.5
Parametros estadisticos optimos de la funcion Gumbel dos Poblaciones;
p1 = 429.116
p2 = 1667.041
p3 = 3387.327
p4 = 6093.070
p5 = 0.912
Valor optimo de la funcion objetivo f(Q) = 0.053773
-----
CALCULO DE GASTOS MAXIMOS DE DISENO Qc(m3/s) (Newton Raphson)
-----
Ano      Q (m3/s)      k      Qr(m3/s)      P(Qr)      Tr (anos)      Z      Qc (m3/s)      F(Qc)
=====
1950     1762.00      1      1049.00      0.017      1.017      -1.405      1073.566      0.000
1951     1294.00      2      1153.00      0.034      1.035      -1.219      1155.504      0.000
1952     2164.00      3      1165.00      0.051      1.054      -1.092      1211.857      0.000
1953     1880.00      4      1195.00      0.068      1.073      -0.990      1256.863      0.000
1954     1572.00      5      1294.00      0.085      1.093      -0.903      1295.341      0.000
1955     2054.00      6      1315.00      0.102      1.113      -0.827      1329.561      0.000
1956     2299.00      7      1343.00      0.119      1.135      -0.757      1360.785      0.000
1957     1195.00      8      1344.00      0.136      1.157      -0.692      1389.800      0.000
1958     1153.00      9      1360.00      0.153      1.180      -0.631      1417.128      0.000
1959     1450.00      10     1386.00      0.169      1.204      -0.574      1443.141      0.000
1960     2113.00      11     1450.00      0.186      1.229      -0.519      1468.113      0.000
1961     1453.00      12     1453.00      0.203      1.255      -0.465      1492.251      0.000
1962     2185.00      13     1477.00      0.220      1.283      -0.414      1515.722      0.000
1963     3443.00      14     1531.00      0.237      1.311      -0.364      1538.659      0.000
1964     1637.00      15     1534.00      0.254      1.341      -0.314      1561.173      0.000
1965     1708.00      16     1535.00      0.271      1.372      -0.266      1583.358      0.000
1966     1535.00      17     1572.00      0.288      1.405      -0.219      1605.297      0.000
1967     1049.00      18     1604.00      0.305      1.439      -0.172      1627.060      0.000
=====
2008     2041.00      56     5252.00      0.949      19.667      2.953      6578.532      0.000
2009     1531.00      57     10610.00     0.966      29.500      3.367      8519.785      0.000
2010     10610.00     58     12790.00     0.983      59.000      4.069      11304.265     0.000
=====
Error Estandar de Ajuste EEA = 445.340 m3/s
Extrapolacion probabilistica de los eventos de diseno Qc
Tr (anos)      Qc (m3/s)      F(Qc)
=====
2              1883.148      0.000
5              2520.740      0.000
10             3281.768      0.000
20             6668.337      0.000
50             10671.940     0.000
100            13245.762     0.000
200            15697.701     0.000
500            18861.447     0.000
1000           21228.953     0.000
2000           23585.896     0.000
5000           26696.576     0.000
10000          29044.889     0.000

```

Figura 4.20. Archivo de salida "Resultados.dat" mediante el programa QG2P.exe

#### 4.3.4. Obtención de Tránsitos de Avenidas mediante el programa TRATE.bas

El programa tránsito de avenidas en embalses fue realizado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM para el manual de CFE. Una versión del código fuente de este programa se encuentra programado en lenguaje FORTRAN en (Berezowsky et al., 1981).

Se debe de construir un archivo .dat en el siguiente orden (Fig. 4.21):

- Elevación inicial en el vaso, en (msnm)
- Número de puntos del hidrograma de entrada
- Número de puntos de la curva elevaciones vs volúmenes
- Intervalo de tiempo  $\Delta t$ , en (horas)
- Gasto de salida por la obra de toma, en ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
- Factor para definir el intervalo de tiempo de cálculo
- Elevación inicial en el vaso, en (msnm)
- Gasto de salida por la obra de excedencias, en ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
- Tipo de restricción en el gasto de salida\*
- Tiempo pico del hidrograma de entrada, en horas o capacidad de descarga, en ( $\text{m}^3/\text{s}$ ), dependiendo del tipo de restricción
- Elevaciones  $E_i$  (msnm), en forma de columna
- Volúmenes  $V_i$  ( $\text{Mm}^3$ ), en forma de columna
- Gastos de salida por la obra de excedencias  $Q_e$ , en ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).
- Gastos de entrada al vaso  $I$ , en ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
- Restricción seleccionada\*
- Dependiendo del tipo de restricción  $t_{pico}$  o  $Q_{descarga}$

\*Tipos de restricción en el gasto de salida por la presa:

- a) Cuando no hay ningún tipo de restricción en el gasto de salida entonces  $ntipo = 0$
- b) El gasto de salida de la presa debe ser menor o igual al gasto de entrada antes del tiempo pico, entonces  $ntipo = 1$ , por lo tanto se ingresa  $t_{pico}$ .
- c) El gasto de salida de la presa debe ser **el menor entre** el gasto máximo de entrada en el instante de estudio  $i$ , el gasto de descarga con las compuertas totalmente abiertas y la capacidad de descarga por la obra de excedencias. En este caso la restricción es  $ntipo = 2$ , por lo tanto se ingresa la capacidad de descarga de la obra de excedencias con las compuertas totalmente abiertas  $Q_{descarga}$ .
- d) Si la restricción no es ninguna de las anteriores, entonces los gastos de salida se restringen mediante una política de operación previamente establecida para el manejo de vertedores de cresta controlada por compuertas.

El programa proporciona un archivo de resultados con extensión .res, como se muestra en la Fig. 4.22. Para realizar las gráficas se tendrá que manejar algún editor de gráficos como Grapher, Gnuplot o Excel.

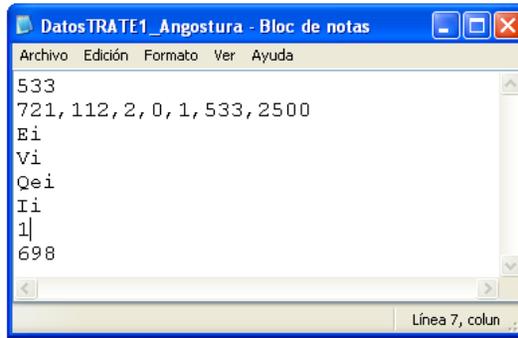


Figura 4.21. Archivo de entrada.

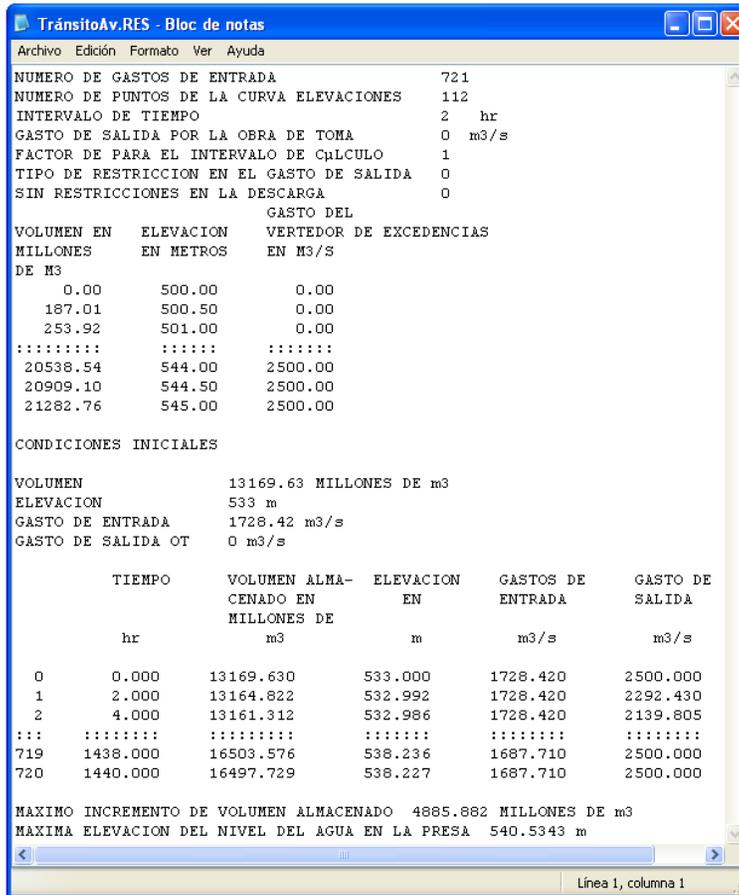


Figura 4.22. Archivo de salida “.res”.

## Referencias

- 4.1 Alvarado, C.A.J. **“Cálculo de Avenidas de Diseño para vertedores de presas de almacenamiento”**. Tesis de Maestría, DEPFI.UNAM.1993.
- 4.2 Aparicio, M.F.J. **“Fundamentos de Hidrología de superficie”**. Limusa, México, 2005.
- 4.3 Arganis, J.M.L. **“Tránsito de Avenidas en Embalses y Cauces”**. Tesis de Maestría, DEPFI.UNAM.1998.
- 4.4 Berezowsky V.M., Fuentes M.O. **“Métodos Numéricos, Capítulo A.2.16.3 Tránsito de Avenidas en Vasos. Manual de Diseño de Obras Civiles”**. CFE. México, 1981.
- 4.5 Campos, A.D.F. **“Procesos del ciclo hidrológico”**. San Luis Potosi, México, Universitaria Potosina, 2003.
- 4.6 Chow, V.T. **“Applied Hydrology”**. McGraw-Hill, USA, 1988.
- 4.7 Chow, V.T. **“Hidráulica de canales abiertos”**. McGraw-Hill, Colombia, 1994.
- 4.8 Domínguez M.R., Fuentes M.O., Franco, V. **“Avenida de diseño, Capítulo A.1.10 del Manual de Diseño de Obras Civiles”**. CFE. México, 1981.
- 4.9 Domínguez, M.R. **“Análisis regional de Tormentas y Avenidas de Diseño, aplicación a la cuenca del río papaloapan”**. Tesis de Maestría, DEPFI.UNAM.1981.
- 4.10 Domínguez, M.R., Arganis, J.M.L., Carrizosa, E.E., Fuentes, M.G.E, Echeverri, V.C.A. **“Determinación de Avenidas de Diseño y ajuste de los parámetros del modelo de optimización de las políticas de operación del sistema de presas del Río Grijalva”**. Informe final. Para CFE. Diciembre 2006.
- 4.11 Domínguez, M.R., Carrizosa, E.E., Fuentes, M.G.E, Arganis, J.M.L. **“Estudio de diferentes aspectos sobre el funcionamiento de la obra de excedencias del Proyecto Hidroeléctrico, la Angostura, Chiapas y actualización de la hidrología para el sistema de presas del Río Grijalva. Estudio Hidrológico de la Cuenca alta del Río Grijalva”**. Informe final. Para CFE. Septiembre del 2000.

- 4.12 Domínguez, M.R., Mendoza, R.R., Alvarado, C.A, Márquez, U.L.E. **“Operación integral del sistema hidroeléctrico del Río Grijalva”**. Informe final. Para CFE. Julio de 1993.
- 4.13 Fuentes M.O., Franco, V. **“Tránsito de Avenidas en vasos, Capítulo A.1.8 del Manual de Diseño de Obras Civiles”**. CFE. México, 1981.
- 4.14 Hernández, A.R. **“Métodos para determinar avenidas de diseño en grandes cuencas y ejemplo de aplicación a la cuenca del río Santiago hasta el sitio del proyecto hidroeléctrico aguamilpa Nayarit”**. Tesis de Licenciatura, UNAM CAMPUS ACATLÁN. 2001.
- 4.15 Jiménez, E.M. **“Manual de operación de los programas AX.exe y CARACHID.exe (para hidrología)”**, CENAPRED, México, 1997.
- 4.16 Kite, G. **“Frequency and risk analyses in Hydrology”**. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA, 1988.
- 4.17 Luthe, R., Olivera, A., Schutz, F. **“Métodos Numéricos”**. Limusa. México, 1985.
- 4.18 Lynsley, R.K., Kohler, M.A., Paulhus, J.L.H. **“Hydrology for engineers”**. McGraw-Hill, 1975.
- 4.19 Márquez, U,L,E. **“Avenidas de Diseño para los Vertedores de la Presas del Río Grijalva”**. Tesis de Licenciatura Facultad de Ingeniería, UNAM. 1993.
- 4.20 Maza, A.JA. **“La necesidad de construir presas”**. Ingeniería del agua. Vol. 11, No 4, 2004.
- 4.21 Monsalve, S.G. **“Hidrología en la Ingeniería”**. Alfaomega, México, 1999.
- 4.22 Ocegueda, H.V.M. **“Avenidas de Diseño”**. Tesis de Licenciatura Facultad de Ingeniería, UNAM. 1987.
- 4.23 Solís, M.J. **“Paquete interactivo para análisis hidrológico”**. Tesis de Licenciatura, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas Puebla, 2003.
- 4.24 V. Balderrama. **“Métodos Numéricos”**. Trillas, México, 1990.
- 4.25 Vázquez, C.M.T. **“Procedimiento sistemático para el cálculo de la avenida de diseño en presas con gran capacidad de regulación”**. Tesis de Maestría, DEPFI.UNAM.1995.