



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉTRICA DE CONTROLABILIDAD PARA
MANIPULADORES ACTUADOS POR TENDONES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO MECATRÓNICO

PRESENTA:
VÍCTOR RAMÓN BARRADAS PATIÑO

DIRECTOR DE TESIS:
DR. JESÚS MANUEL DORADOR GONZÁLEZ



MÉXICO D.F.

MAYO, 2014

A Cristina y María Luisa

Agradecimientos

A mis padres, Cristina y Víctor, por brindarme siempre su apoyo incondicional en todos los proyectos que me he propuesto.

Al Dr. Francisco Valero Cuevas, mi director de tesis, por su generosidad y confianza al haber hecho posible mi estancia en su laboratorio en la Universidad del Sur de California, el *Brain-Body Dynamics Lab*, para el desarrollo de esta tesis. Deseo agradecerle también por guiarme durante este proceso y por lo mucho que aprendí trabajando en su laboratorio.

Al Dr. Jesús Manuel Dorador González, mi co-director de tesis, por el gran apoyo que me ha proporcionado durante la realización de este trabajo.

A mis compañeros de laboratorio, John Rocamora, por su amistad y todos los conocimientos que compartió conmigo, Hördur Yngvason, por su amistad y por las inspiradoras discusiones que tuvimos que me ayudaron a escribir esta tesis, Emily Lawrence, por su contribución en el diseño del banco de pruebas, y al Dr. Minos Niu, por darme una nueva visión del mundo académico.

A la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por haber hecho posible en primer lugar, mi acercamiento al *Brain-Body Dynamics Lab*, y sobre todo, por haberme proporcionado mi formación profesional, y por todas las experiencias que en ella viví.

A mi comité de Titulación, el Dr. Jesús Savage, el Dr. Edmundo Rocha, el M.I. Serafín Castañeda, y el M.I. Yukihiro Minami, por sus valiosos comentarios, observaciones y correcciones a mi tesis.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Prólogo	1
1.2. Objetivos	3
2. Antecedentes	4
2.1. Biomecánica de sistemas actuados por tendones	4
2.2. Capacidades mecánicas de manipuladores actuados por tendones	8
2.2.1. Versatilidad	8
2.2.2. Calidad de agarre	10
3. Banco de pruebas	12
3.1. Diseño	12
3.1.1. Marco	15
3.1.2. Placa para el montaje de motores	15
3.1.3. Placa para el montaje de sensores de fuerza	17
3.1.4. Collar para la sujeción del cordón a la flecha del motor	17
3.2. Construcción	18
3.2.1. Marco	18
3.2.2. Programa para la generación automática de código de control numérico	18
3.3. Diseño y construcción de un dedo robótico actuado por tendones	23
3.4. Conexión de los motores a las etapas de control y potencia . .	25
3.5. Experimento de control neuromuscular en un dedo robótico . .	26
3.5.1. Marco teórico del experimento	26
3.5.2. Uso del nuevo banco de pruebas en el experimento . . .	29
4. Controlabilidad de sistemas actuados por tendones	31
4.1. Dedo actuado por tendones mecánicamente optimizado	31

4.2. Dinámica de manipuladores actuados por tendones	32
4.3. Controlabilidad de sistemas actuados por tendones	34
4.4. Métrica de controlabilidad	36
4.5. Ejemplo	37
4.6. Resultados y Discusión	41
5. Conclusión y Trabajo Futuro	49
A. Planos de los componentes del banco de pruebas	51
B. Método de Newton-Euler	58
C. Demostración de controlabilidad del manipulador de tres eslabones actuado por tendones en una configuración $N + 1$ optimizada	63

Índice de figuras

2.1.	Diagrama de bloques de las transformaciones en el modelo en cascada de un manipulador	5
2.2.	Transformaciones entre espacios para un manipulador de dos articulaciones actuado por tres tendones	8
2.3.	Región del espacio de pares alcanzable por un manipulador de dos articulaciones actuado por tres tendones	9
2.4.	Manipulador antropomórfico que utiliza un dedo índice y un pulgar para asir un objeto	11
3.1.	Banco de pruebas usado anteriormente en el BBDL.	13
3.2.	Componentes utilizados en el banco de pruebas anterior	14
3.3.	Marco del banco de pruebas	16
3.4.	Placa para el montaje de los motores	17
3.5.	Placa para el montaje de los sensores de fuerza	17
3.6.	Ensamble del banco de pruebas	19
3.7.	Placa para el montaje de los motores terminada	21
3.8.	Placa para el montaje de los sensores de fuerza terminada	21
3.9.	Banco de pruebas ensamblado con la totalidad de sus componentes y detalles de éstos	22
3.10.	Componentes del dedo robótico	24
3.11.	Prototipo del dedo robótico	25
3.12.	Diagrama de conexiones del circuito de control de los motores	26
3.13.	Representación en diagrama de bloques del reflejo de extensión muscular	27
3.14.	Diagrama esquemático del sistema de control neuromuscular de un dedo robótico.	29
3.15.	Utilización del banco de pruebas para replicar los experimentos descritos en Rocamora et al. (2013)	30

4.1. Posición de los manipuladores para la que se optimizó la calidad de agarre	33
4.2. Manipulador de dos eslabones y dos articulaciones	38
4.3. Diagramas de configuración de los manipuladores optimizados en Inouye et al. (2013)	42
4.4. Diagramas de manipuladores con una configuración típica 2N .	43
B.1. Cuerpo rígido dentro de una cadena cinemática y las fuerzas y pares que actúan sobre él	59
B.2. Representación esquemática del manipulador y los marcos de referencia de cada eslabón	60

Capítulo 1

Introducción

1.1. Prólogo

La manipulación de objetos es un aspecto del campo de la robótica que ha sido abordado y explotado desde hace varias décadas. La investigación en este campo ha dado lugar a un conjunto de técnicas que han hecho posible el desarrollo de manipuladores robóticos que han permitido la automatización de una variedad de procesos industriales. Este tipo de manipuladores se caracteriza por tener un alto grado de especialización, ya que su utilidad se limita a un número pequeño de tareas (Murray et al., 1994). Lo anterior significa que este tipo de manipuladores no son adecuados para el desarrollo de robots móviles en entornos no estructurados, ya que en esta situación, el robot debe ser capaz de interactuar con objetos desconocidos, lo cual sólo es posible con un manipulador de propósito general. Lo anterior ha sido uno de los motivos por los cuales los diseños de los manipuladores de muchos robots móviles están inspirados en sistemas biológicos, en especial, la mano humana, el manipulador más versátil del que se tiene conocimiento. Sin embargo, debido a la complejidad inherente de la biomecánica y el control neuromuscular de la mano humana, los grados a los que se le ha intentado imitar son en su mayoría superficiales.

De esta manera, algunos enfoques buscan imitar tan sólo la forma del manipulador. Este tipo de sistemas se enfocan en la idea básica en robótica de colocar actuadores en cada articulación, y se les conoce como sistemas actuados por par. La desventaja de este tipo de sistemas es evidente: el peso y el tamaño de los actuadores (generalmente motores de corriente directa)

se vuelven un obstáculo cuando se requieren movimientos y aplicaciones de fuerza precisos con el manipulador (Murray et al., 1994).

Existen otros enfoques que optan por una funcionalidad más anatómicamente realista en el desarrollo de manipuladores robóticos. Estos enfoques consisten en actuar las articulaciones del manipulador por medio de poleas y cables jalados por un actuador. En general, a este tipo de sistemas se les llama sistemas actuados por tendones, por analogía con la mano humana. Este tipo de sistemas se pueden clasificar en subactuados, cuando el número de tendones que actúan sobre el manipulador es menor o igual que el número de articulaciones del manipulador, o sobreactuados, si por el contrario, el número de tendones es mayor que el número de articulaciones (Valero-Cuevas, 2009). En el caso de los manipuladores subactuados, se deben incluir elementos pasivos como resortes que permitan al manipulador regresar a su posición original después de un movimiento causado por un tendón, ya que los tendones sólo son capaces de brindarle movilidad en una dirección al manipulador. En el caso de los manipuladores sobreactuados, la acción de dos o más tendones permite que las articulaciones del manipulador alcancen todo su espacio de posturas sin la ayuda de elementos pasivos. Muchas de las manos robóticas actuadas por tendones que se han desarrollado son subactuadas, debido a que su estructura sencilla facilita su control. Sin embargo, el rendimiento de los sistemas desarrollados por este método no es satisfactorio, ya que está aún muy por debajo del de la mano humana. Al respecto, debe considerarse que el dedo índice de la mano humana está actuado por once tendones, siete activos y cuatro pasivos (Theodorou et al., 2011), lo que la hace un sistema claramente sobreactuado, con lo cual es lógico pensar que un dedo robótico versátil debe tener características similares.

Sin embargo, la utilización de este tipo de sistema de actuación implica una serie de complicaciones inexistentes en los sistemas actuados por par. El excedente de actuadores permite que una misma acción (movimiento o aplicación de fuerza) pueda ser realizada por cualquiera de un número infinito de combinaciones de acciones de control (fuerza aplicada por los actuadores). Además, el espacio de todas las posibles acciones de control está restringido a ser no negativo, ya que los actuadores y tendones sólo pueden producir par alrededor de las articulaciones del sistema en una dirección, es decir, sólo pueden jalar (Valero-Cuevas, 2009). Esto hace que los sistemas actuados por tendones sean difíciles de abordar con las herramientas matemáticas con las que se cuenta en la actualidad, y que sea necesario investigar su naturaleza para poder desarrollar controladores capaces de aprovechar las características

mecánicas del manipulador al nivel que lo hace el cuerpo humano.

El Laboratorio de Dinámica Cuerpo-Cerebro (BBDL, por sus siglas en inglés) de la Universidad del Sur de California se dedica, entre otros asuntos, a entender la biomecánica y el control neuromuscular de sistemas actuados por tendones, enfatizando el funcionamiento diestro de la mano. Con este motivo, el laboratorio realiza experimentos en dedos robóticos y en manos cadavéricas. En esta tesis se desarrolla un banco de pruebas que el laboratorio necesita para llevar a cabo dichos experimentos.

Por otro lado, una de las preguntas que ocupan gran parte de la investigación de este laboratorio es si la mano humana realmente es un sistema sobreactuado, ya que existe una gran cantidad de evidencia que indica lo contrario. Un aspecto relacionado con esta pregunta es la controlabilidad del sistema, ya que si un sistema es sobreactuado, teóricamente se podría prescindir de uno o más de sus actuadores, lo que provocaría una simplificación del control del sistema. Sin embargo, la evidencia indica que éste no es el caso. Este tema también se tratará a lo largo de este trabajo, explorando una métrica que permite evaluar la controlabilidad de los sistemas actuados por tendones.

1.2. Objetivos

El objetivo general de esta tesis es presentar un método para medir la controlabilidad de un sistema actuado por tendones, de forma que diferentes configuraciones de tendones se puedan comparar entre sí, y determinar si ciertas configuraciones de tendones optimizadas para tener una mejor calidad de agarre son más fáciles de controlar.

Un objetivo adicional es construir un banco de pruebas con el que se pueda controlar un sistema actuado por tendones, ya sea robótico o cadavérico. Este objetivo incluye el diseño y la construcción de un dedo robótico que se pueda usar con el banco de pruebas. Un objetivo secundario consiste en hacer las conexiones necesarias para controlar el banco de pruebas desde una computadora.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Biomecánica de sistemas actuados por tendones

La inspiración para construir sistemas actuados por tendones provino de la forma en que funcionan los manipuladores de los vertebrados, en especial la mano humana (Murray et al., 1994). Por lo tanto, el movimiento de ambos tipos de sistemas puede explicarse en términos similares. De hecho, se han realizado simulaciones de sistemas artificiales actuados por tendones que cuentan con componentes análogos a los sistemas naturales (Rocamora et al., 2013). Es sencillo visualizar que ambos sistemas cuentan con eslabones, tendones, y actuadores o músculos, y que se puede generalizar que los actuadores se pueden controlar de una forma similar a los músculos, mediante niveles de activación muscular. La estructura de ambos sistemas puede tomar como entrada niveles de activación muscular y tener como salida movimientos y fuerzas .

En Valero-Cuevas (2009) se presenta una forma de representar el funcionamiento de estos sistemas considerando los diferentes componentes del sistema como bloques conectados en serie por los que se propaga una señal desde la producción de niveles de activación hasta los movimientos y fuerzas del efector final, como se muestra en la Figura 2.1.

El primer bloque en la cadena está conformado por los actuadores, ya sean músculos o motores, los cuales reciben un nivel de activación que indica el porcentaje de la fuerza máxima del actuador que éste debe producir. De esta manera, la entrada al sistema es un vector de niveles de activación que

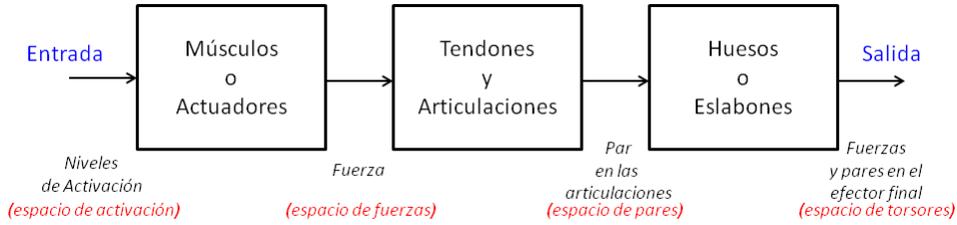


Figura 2.1: Diagrama de bloques de las transformaciones en el modelo en cascada de un manipulador (Valero-Cuevas, 2009)

tiene como dimensión el número de actuadores en el sistema. Naturalmente, cada nivel de activación puede tomar valores de entre 0 y 1 para escalar la fuerza máxima que el actuador es capaz de producir. El mapeo de niveles de activación a fuerzas producidas por los actuadores es

$$f = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = F_0 a = \begin{bmatrix} F_{01} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_{02} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_{0n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

donde n es el número de actuadores en el sistema, f es el vector de fuerzas producidas por cada actuador, F_0 es una matriz diagonal donde cada elemento representa la fuerza máxima que cada actuador es capaz de ejercer, y a es el vector de niveles de activación.

El segundo bloque del sistema corresponde a los tendones y las articulaciones, y toma como entrada las fuerzas ejercidas por los actuadores y las transforma en pares. Los tendones transmiten la fuerza ejercida por los actuadores a los eslabones del manipulador y tienen una ruta definida alrededor de cada articulación. De esta manera, cada tendón puede producir un par alrededor de cada articulación. El par transmitido por cada tendón sobre una articulación se puede calcular como

$$\tau = rF$$

donde τ es el par producido por el tendón alrededor de la articulación, r es la distancia más corta desde el centro de la articulación al tendón, y F es la fuerza transmitida por el tendón.

De un modo más general, el mapeo de fuerzas transmitidas por los tendones a pares producidos en las articulaciones es

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix} = R(q)f = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}$$

donde m es el número de articulaciones en el manipulador, τ es el vector de pares producidos alrededor de cada articulación, y $R(q)$ es la matriz de brazos de palanca, cuyos elementos r_{ij} con $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$ son la distancia entre el centro de la articulación i y el tendón j . La matriz de brazos de palanca es una función de q , la postura del dedo o la posición angular de cada articulación en el dedo, ya que en los sistemas biológicos como la mano humana, esta distancia varía al cambiar la posición del dedo.

El último bloque de la cadena transforma el par producido alrededor de cada articulación en una fuerza y un par aplicados por el efector final. La salida del sistema se representa por un vector que contiene los componentes de dicha fuerza y par en un sistema de coordenadas cartesiano. A este vector se le llama vector tursor w según la teoría de tornillos¹. El mapeo del espacio de pares alrededor de la articulación al de vectores tursos involucra el uso del Jacobiano del manipulador. El Jacobiano es una matriz que da información sobre la tasa con la que varía cada coordenada externa del manipulador (posición y orientación del efector final) cuando hay cambios en las coordenadas internas o generalizadas del mismo (posición angular de cada articulación). Esta matriz es una función de la geometría del manipulador, y se puede derivar utilizando las convenciones de Denavit-Hartenberg de transformaciones homogéneas. Los valores que toma esta matriz son también una función de la postura del manipulador. Se puede demostrar que el mapeo del espacio de pares al de vectores tursos es

$$w = J(q)^{-T} \tau$$

¹La teoría de tornillos, o *screw theory* en inglés, fue desarrollada por Robert Stawell Ball en 1876. Esta teoría presenta conceptos que permiten expresar las fuerzas y velocidades experimentadas por un cuerpo rígido mediante un vector en seis dimensiones. En ella se introduce el concepto de *wrench*, un vector compuesto de fuerzas y pares. Este concepto no ha sido traducido uniformemente al español, por lo que en este trabajo se le referirá como tursor, según la traducción dada en Villarreal Graterol (2011)

Consecuentemente, el mapeo de niveles de activación muscular al vector tursor del manipulador es

$$w = J^{-T}(q)R(q)F_0a$$

Es de notarse que para una postura fija, el sistema se puede representar mediante una relación algebraica lineal. Esto tiene como consecuencia que esta relación sólo sea válida cuando el manipulador se encuentra en una postura estática, es decir, con velocidades de todas las articulaciones iguales a cero. Esta consideración es importante cuando se analizan las fuerzas y pares que el manipulador ejerce sobre un objeto de una forma estática, y sirve como base para construir un modelo dinámico del sistema.

En resumen, esta serie de mapeos es una serie de transformaciones lineales entre espacios vectoriales. Este proceso se puede visualizar en la Figura 2.2, en donde se muestran las transformaciones entre espacios vectoriales para un manipulador de dos articulaciones y dos eslabones actuado por tres tendones. En este caso, el espacio de activación es de tres dimensiones, ya que el sistema cuenta con tres tendones, cada uno de ellos asociado a un actuador. Este espacio se transforma en el espacio de fuerzas generadas por cada actuador, también de tres dimensiones, al premultiplicar el vector de niveles de activación por la matriz F_0 . A su vez, la transformación del espacio de fuerzas ejercidas por cada actuador al espacio de pares en las articulaciones resulta en un espacio de dos dimensiones al premultiplicar el vector de fuerzas por la matriz $R(q)$, ya que el manipulador cuenta con dos articulaciones. Además, se obtiene un conjunto de vectores igual al número de actuadores (τ_1, τ_2, τ_3 en el espacio de pares en la Figura 2.2). Estos vectores indican la contribución de cada actuador para producir par alrededor de cada articulación. Por último, al premultiplicar el vector de pares por J^{-T} se obtiene un espacio vectorial de dimensión dos, ya que el movimiento de este manipulador está restringido al plano y no se están tomando en cuenta los pares involucrados en el vector tursor. Los vectores w_1, w_2 y w_3 también indican la contribución de cada actuador en la producción de fuerza en el efector final del manipulador.

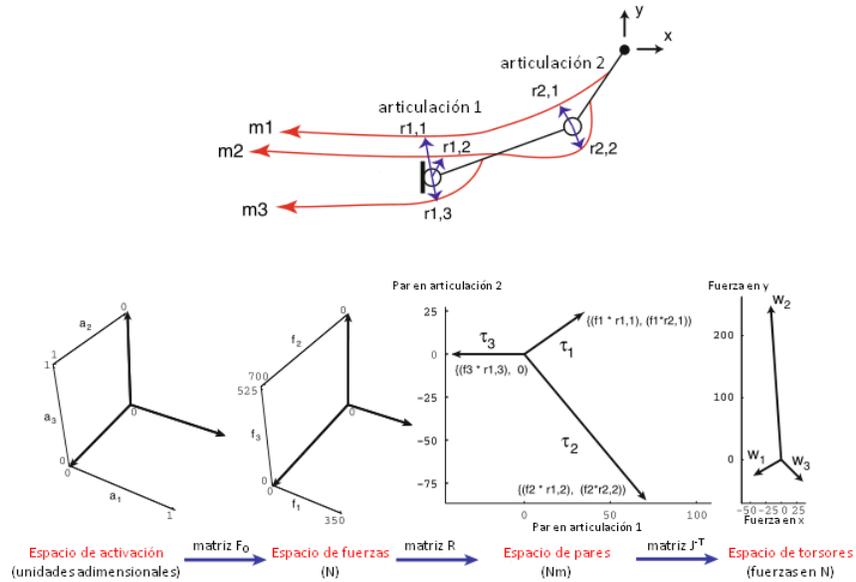


Figura 2.2: Transformaciones entre espacios para un manipulador de dos articulaciones actuado por tres tendones (Valero-Cuevas, 2009)

2.2. Capacidades mecánicas de manipuladores actuados por tendones

Las extremidades y los dedos son filtros mecánicos entre las señales motrices que produce el sistema nervioso y las acciones físicas que resultan. En consecuencia un sistema artificial actuado por tendones también puede verse de la misma manera. La geometría de dichos manipuladores define sus capacidades mecánicas, por lo que es válido llamarlos filtros mecánicos. Por lo tanto, la tarea del sistema nervioso, o un controlador, se puede reducir a producir las señales adecuadas para explotar las capacidades mecánicas del manipulador (Valero-Cuevas, 2009). Dos de estas capacidades son centrales para el desarrollo de este trabajo: la versatilidad y la calidad de agarre.

2.2.1. Versatilidad

La versatilidad biomecánica se define como la habilidad de un manipulador de producir en sus articulaciones una amplia variedad de pares lo suficien-

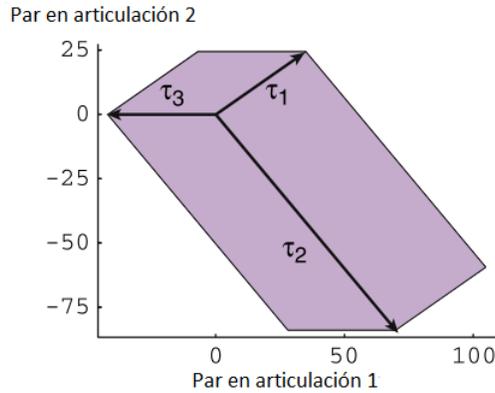


Figura 2.3: Región del espacio de pares alcanzable por un manipulador de dos articulaciones actuado por tres tendones (Valero-Cuevas, 2009)

temente grandes, lo cual significa que el sistema sea capaz de producir pares netos en todas las direcciones del espacio de pares (Valero-Cuevas, 2009).

La versatilidad de un manipulador depende de las rutas de los tendones alrededor de las articulaciones. El efecto que cada tendón tiene sobre todas las articulaciones define un conjunto de vectores en el espacio de pares con el que se puede definir la región de este espacio que el manipulador es capaz de alcanzar. Cada columna de la matriz $R(q)F$ es un vector que representa el efecto de cada tendón sobre cada una de las articulaciones. De esta manera, la magnitud y la dirección de cada uno de estos vectores es igual a las de los vectores que generan la región alcanzable en el espacio de pares. Esta región alcanzable se define por un subespacio de pares formado a partir de todas las combinaciones lineales positivas posibles entre los vectores generadores, de forma que está delimitada por lados o caras determinados por las combinaciones lineales más grandes posibles de estos vectores en todas las direcciones del espacio de pares.

De esta manera, se puede decir que el manipulador es versátil si la región alcanzable en el espacio de pares contiene al origen de este espacio, y éste no se encuentra en la frontera de la región, ya que esto significa que el manipulador puede generar pares en todas las direcciones del espacio de pares (Valero-Cuevas, 2009). Por ejemplo, el manipulador mostrado en la Figura 2.2 es capaz de alcanzar la región del espacio de pares que se muestra en la Figura 2.3 que contiene al origen, por lo que es versátil.

El concepto de versatilidad es relevante para el control de fuerzas del efector final del manipulador porque se puede demostrar que si la región del espacio de pares que el manipulador puede alcanzar contiene al origen, entonces el mapeo de esta región al espacio de torsos $w = J^{-T}(q)\tau$ también contendrá al origen, lo que significa que el manipulador es capaz de ejercer fuerzas y pares en todas las direcciones del espacio de torsos con su efector final (Valero-Cuevas, 2009).

En cuanto al control de posición del manipulador, el concepto de versatilidad es equivalente al concepto tradicional de controlabilidad, ya que ambos conceptos establecen condiciones suficientes y necesarias para determinar si existe una entrada al sistema que pueda llevarlo de un estado inicial a un estado final. Sin embargo, el concepto de versatilidad introduce más restricciones, ya que acota la magnitud de la entrada al sistema, lo que hace que el conjunto de salidas posibles del sistema sea un subconjunto del espacio de pares, al contrario que el concepto de controlabilidad, que no establece ninguna restricción al tamaño de la entrada.

2.2.2. Calidad de agarre

Una de las características que son deseables en cualquier manipulador es la capacidad de asir objetos. Para llevar a cabo esta tarea, el manipulador debe ser capaz de producir fuerzas muy precisas en sus efectores finales. En la Figura 2.4 se muestra una típica postura de agarre de un dedo índice y un pulgar.

Existe una gran cantidad de estudios que abordan la calidad de agarre de objetos por medio de manipuladores robóticos. En Inouye y Valero-Cuevas (2013b) se utilizó un método para medir la calidad de agarre de un manipulador actuado por tendones basado en una métrica de vectores torsos conocida como el radio de la esfera más grande. La métrica es igual a la magnitud máxima del vector torsor que se puede utilizar en todas las direcciones del espacio de vectores torsos sobre el objeto asido sin que el agarre falle. La forma en la que se calcula esta métrica fue descrita en Inouye y Valero-Cuevas (2013a).

En Inouye y Valero-Cuevas (2013b) se calculó la calidad de agarre de dos manipuladores robóticos dispuestos en una posición para asir un objeto. En este caso, la calidad de agarre depende de la configuración de los tendones en los manipuladores, experimentando con diferentes configuraciones, desde $N + 1$ hasta $2N$, donde N es el número de articulaciones en el manipulador.

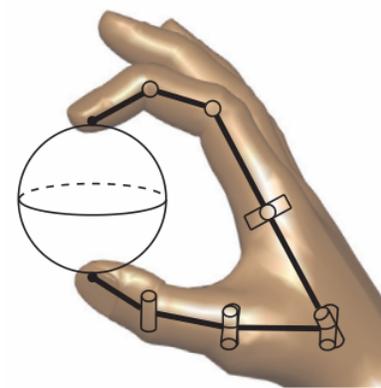


Figura 2.4: Manipulador antropomórfico que utiliza un dedo índice y un pulgar para asir un objeto (Inouye y Valero-Cuevas, 2013a)

También depende de los brazos de palanca en cada articulación para cada tendón, y en la fuerza máxima que cada tendón es capaz de transmitir.

Capítulo 3

Banco de pruebas

3.1. Diseño

Anteriormente, el BBDL realizaba los experimentos de control de sistemas robóticos y cadavéricos actuados por tendones utilizando un banco de pruebas en el que se podían montar hasta 20 motores de corriente directa y 20 sensores de fuerza, como se muestra en la Figura 3.1. El principio de funcionamiento del banco de pruebas es el siguiente: Alrededor de la flecha de cada motor se ata un cordón de nailon que se hace pasar alrededor de una polea que está acoplada a uno de los sensores de fuerza. El otro extremo del cordón se hace pasar por una ruta deseada a través del dedo robótico o se acopla a un tendón de un dedo cadavérico. De esta manera, el motor jala el cordón al girar, la polea cambia la dirección del cordón hacia el dedo, y esto provoca que se aplique una fuerza sobre los eslabones del dedo. Al mismo tiempo, los sensores de fuerza realizan mediciones que se pueden relacionar a la fuerza aplicada al dedo, y los encoders montados en los motores miden la posición de la flecha del motor, que se puede relacionar al movimiento de los tendones.

Los resultados experimentales que se han obtenido con este equipo han sido muy satisfactorios. Sin embargo el banco de pruebas es grande y pesado, por lo que no es posible transportarlo fácilmente entre las diferentes instalaciones con las que cuenta el laboratorio, lo que dificulta la realización de experimentos en paralelo, ya sea con dedos robóticos o cadavéricos.

Este problema se puede resolver sustituyendo el banco de pruebas por uno nuevo que conserve su principio de funcionamiento, pero que sea ligero y

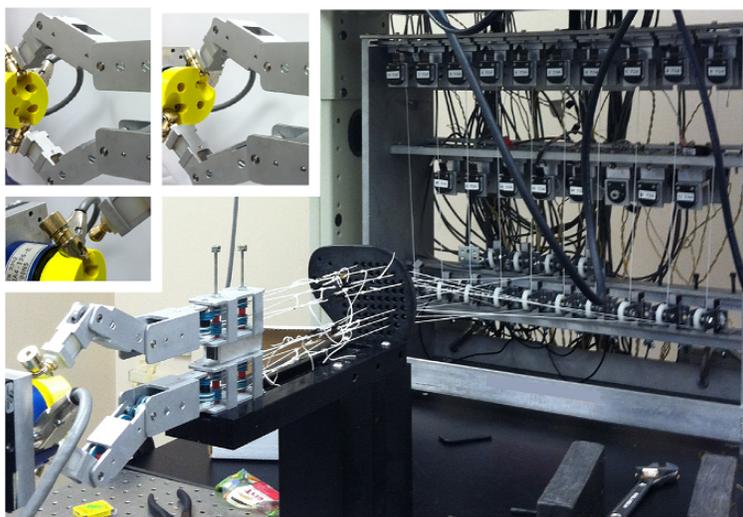


Figura 3.1: Banco de pruebas usado anteriormente en el BBDL.

fácilmente desensamblable, de modo que se pueda transportar con facilidad. Además, un banco de pruebas con estas características ofrece una mayor flexibilidad para hacer experimentos en paralelo a diferentes escalas, ya que permite que el equipo sea más fácilmente replicable. Debido al buen desempeño del sistema anterior, la mayoría de los componentes del banco de pruebas se conservaron para el diseño del nuevo banco. Estos componentes se muestran en la Figura 3.2, además de los componentes usados para ensamblar el sensor de fuerza y la polea.

El nuevo banco de pruebas debe ser capaz de sostener un máximo de siete motores, ya que el experimento más demandante en cuanto al número de motores que se pretende realizar con este banco de pruebas es el control de un dedo índice, el cual es actuado por siete tendones. Sin embargo, si se desean utilizar más motores, el diseño que se presenta es adaptable, y se puede combinar fácilmente con un banco de pruebas con las mismas características.

De esta manera, se obtuvo un nuevo banco de pruebas que es ligero (el nuevo banco de pruebas pesa 6.8 kg, mientras que el anterior pesa 13.6 kg), fácilmente ensamblable (el nuevo banco de pruebas puede armarse en 40 minutos por una persona familiarizada con él, mientras que el anterior requiere de alrededor de tres horas), transportable y ampliable (ya que se pueden agregar nuevas piezas al marco que aumenten el número de motores y sensores con los que cuenta).



(a) Motor DC
Fabricante: *Faulhaber*
Modelo: 3863H024CR



(b) Encóder
Fabricante: *Avago Technologies*
Modelo: HEDS-5500 A12



(c) Sensor de fuerza
Fabricante: *Interface*
Modelo: SML-25



(d) Polea
Fabricante: *McMaster-Carr*
Modelo: 3434T15

Figura 3.2: Componentes utilizados en el banco de pruebas anterior

3.1.1. Marco

La estructura del banco de pruebas debe ser rígida y ligera. Se determinó que la estructura más adecuada es un marco en forma de prisma rectangular. También se encontró que una de las formas más sencillas de construirlo es mediante el uso de piezas prefabricadas para la construcción de estructuras como estantes, mesas y otros tipos de muebles. La compañía fabricante de estos productos es *80/20*, y a continuación se muestra una lista con los componentes utilizados para la construcción del marco.

- Perfil de aluminio extruido 1010
 - 4 barras de 12 pulgadas de largo
 - 8 barras de 16 pulgadas de largo
- 8 conectores cúbicos de esquinas 3017
- 24 tornillos 3017 (1/4–20 × 1 pulgada)

Con estos componentes se diseñó el marco del banco de pruebas y se dibujó con el programa de CAD *Autodesk Inventor*. En la figura 3.3 se muestra el dibujo del marco en CAD.

3.1.2. Placa para el montaje de motores

Se decidió que la mejor manera de montar los motores es sobre una placa de aluminio de 1/4 de pulgada de espesor que posteriormente se monta sobre el marco. Esta placa mide 3 × 16 pulgadas, y cuenta con varias perforaciones para insertar las flechas de los motores y los tornillos que sujetan los motores a la placa. También cuenta con cavidades para lograr un buen ajuste del motor sobre la placa.

La placa sobre la cual se montan los motores se instala en el marco utilizando piezas del fabricante *80/20*. Las piezas utilizadas son las siguientes

- 2 placas conectoras en forma de T 3321
- 10 juegos de tornillos 1/4–20 × 1/2 pulgada y tuercas deslizantes para perfiles serie 10 3321

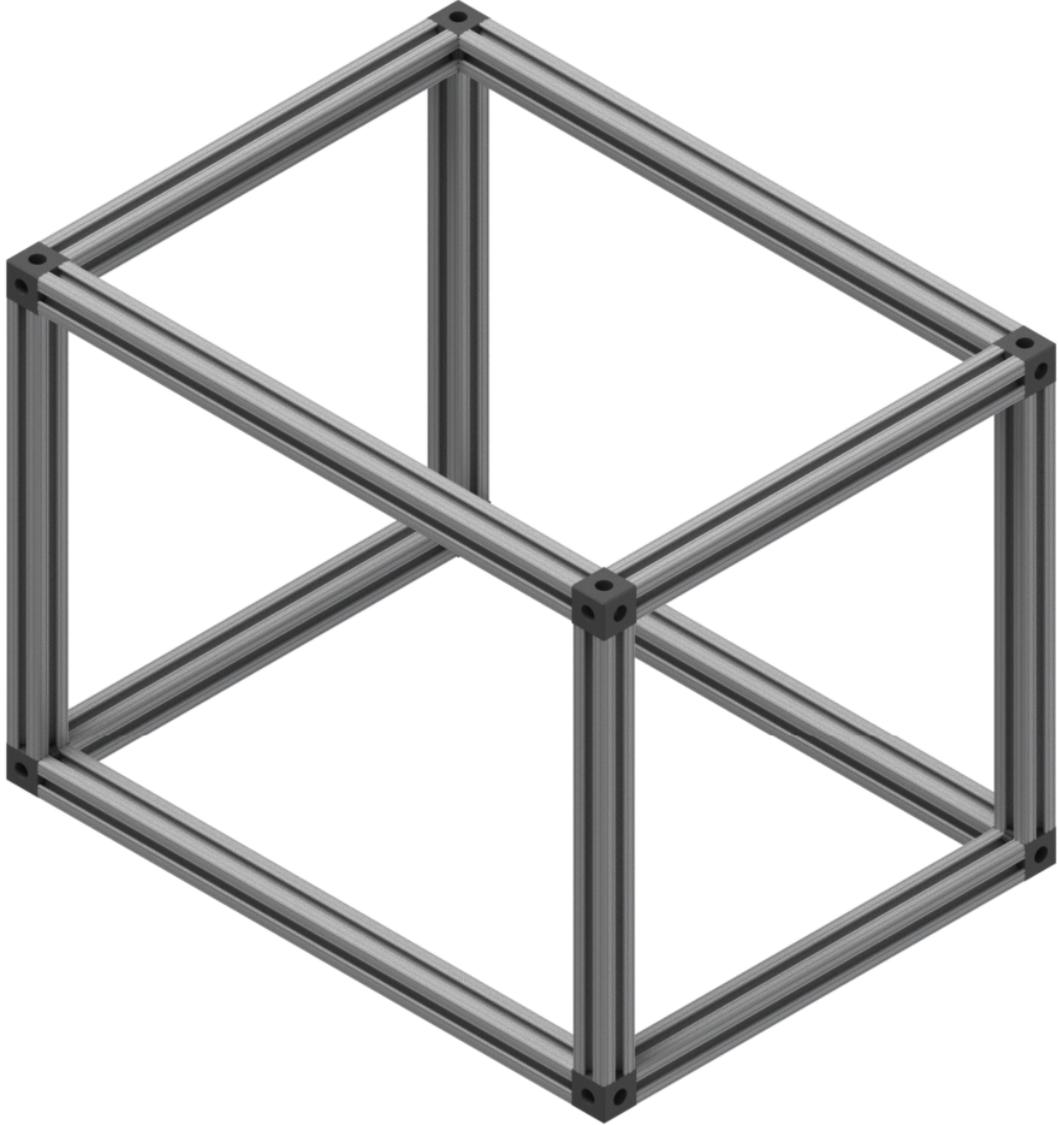


Figura 3.3: Marco del banco de pruebas

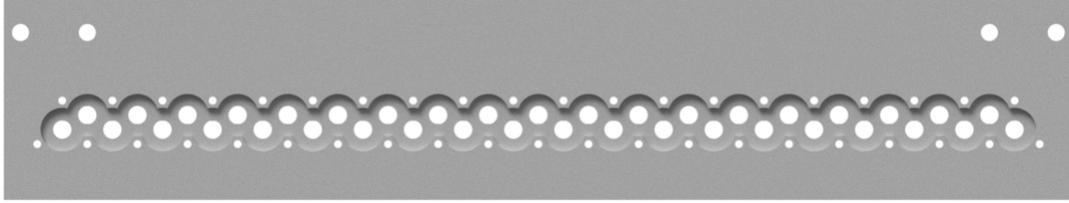


Figura 3.4: Placa para el montaje de los motores



Figura 3.5: Placa para el montaje de los sensores de fuerza

Las tuercas usadas en este ensamble se deslizan a lo largo de una de las ranuras de los perfiles extruidos. Esto permite que la placa pueda colocarse a la altura deseada dentro del marco, lo que da flexibilidad en la configuración del banco de pruebas a la hora de realizar los experimentos.

3.1.3. Placa para el montaje de sensores de fuerza

El montaje de los sensores de fuerza al marco se ideó de una manera similar al de la placa para el montaje de los motores. En este caso se utilizó también una placa de 1/4 de pulgada, pero esta vez con dimensiones de 1.5×16 pulgadas. A lo largo de la placa se colocó una ranura sobre la cual se montan los sensores de fuerza que se sujetan por medio de tornillos que se insertan en un barreno con cuerda con el que cuentan los sensores.

Esta placa se monta sobre el marco de la misma manera que la placa para el montaje de motores.

3.1.4. Collar para la sujeción del cordón a la flecha del motor

Se decidió que la mejor manera de sujetar los cordones a las flechas de los motores es por medio de collares hechos de aluminio y que están disponibles comercialmente. Se utilizaron collares con un diámetro interior de 1/4 de pulgada, que son ligeramente más grandes que el diámetro de la flecha del

motor de 6 mm, con lo que se asegura que el cordón quede sujeto a presión, y que no se seccione después de usarlo repetidas veces.

La figura 3.6 muestra el dibujo en CAD del banco de pruebas con todos los componentes ensamblados.

En el Apéndice A de este trabajo se presentan los planos informativos de las piezas diseñadas. No se consideró necesario mostrar los planos de construcción debido a que el banco de pruebas es sólo un prototipo y no se planea replicarlo, o fabricarlo en masa. Por esta razón, sólo se presentan los planos informativos.

3.2. Construcción

3.2.1. Marco

Las piezas que componen el marco permitieron que el ensamble fuera muy sencillo, necesitándose tan sólo que se cortara una cuerda con un machuelo de 1/4–20 en cada extremo del barreno central de los perfiles de aluminio.

3.2.2. Programa para la generación automática de código de control numérico

Las placas para el montaje de motores y de sensores de fuerza se diseñaron tomando en cuenta que su construcción requiere un centro de maquinado vertical. El BBDL cuenta con un centro de maquinado vertical de tres ejes controlado por computadora, y se decidió que se usaría para fabricar estas piezas. Debido a que las placas cuentan con patrones repetitivos, y que el laboratorio no cuenta con software CAM para convertir diseños en CAD a código numérico, se determinó que la mejor manera de proceder es desarrollar un programa de computadora que genere automáticamente el código numérico.

Este programa se escribió en el lenguaje de programación *C#*, y tiene un principio de funcionamiento muy sencillo. Para cada herramienta utilizada en el centro de maquinado vertical se escribió un método que genera el código para la máquina. Debido a que el diseño consiste únicamente en barrenos pasados y trayectorias circulares, basta con escribir manualmente el primer

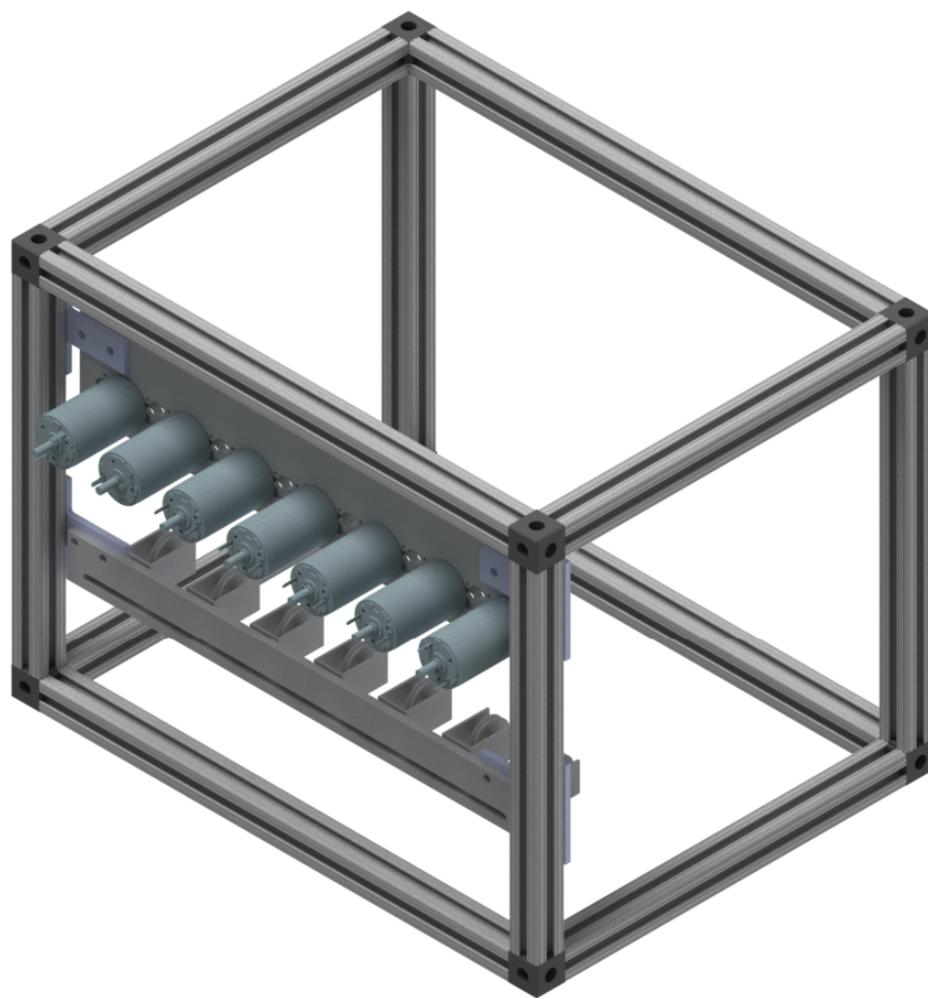


Figura 3.6: Ensamble del banco de pruebas

conjunto de instrucciones, y por medio de parámetros y ciclos *for*, el programa se encarga de generar el código e imprimirlo a un archivo de texto.

Placa para el montaje de motores

La fabricación de esta pieza requiere del uso de tres herramientas:

- Broca de 6 mm:

La broca de 6 mm se usó para hacer los barrenos a través de los cuales se sujetan los motores a la placa. Estos están dispuestos en un arreglo triangular, a partir del cual el programa generó el patrón para extenderlo a lo largo de la placa.

- Broca de 1/4 de pulgada:

La broca de 1/4 de pulgada se utilizó para hacer los barrenos a través de los cuales se insertan las flechas de los motores. Esta perforación se encuentra en el centro de cada arreglo triangular para sujetar los motores, por lo que el programa generó un código para realizar este patrón.

Además, esta broca se utilizó para hacer las perforaciones que permiten que la placa se sujete al marco.

- Cortador de 3/8 de pulgada:

Este cortador se utilizó para cortar las cavidades en las que se inserta la parte frontal del motor. El patrón en el que estos cortes están dispuestos es similar al de los barrenos para las flechas de los motores. Sin embargo, la rutina para realizar los cortes es diferente porque el cortador no tiene el mismo diámetro que la cavidad. El programa generó el código para que el cortador realice las trayectorias circulares para cada cavidad a lo largo de la placa. Además, el programa incluye un parámetro con el que es posible cambiar el diámetro del cortador y obtener el mismo corte.

En la Figura 3.7 se muestra la placa terminada.

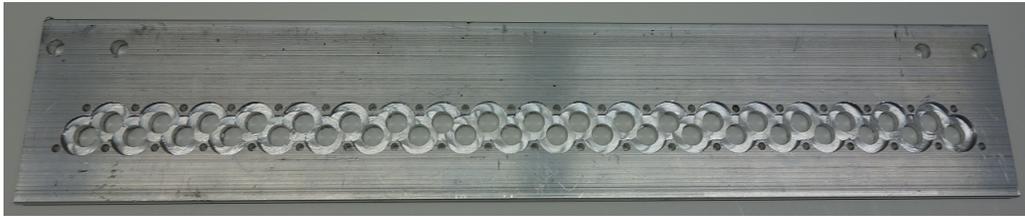


Figura 3.7: Placa para el montaje de los motores terminada



Figura 3.8: Placa para el montaje de los sensores de fuerza terminada

Placa para el montaje de sensores de fuerza

La fabricación de esta placa requiere del uso de dos herramientas:

- Broca de 1/4 de pulgada:

Esta broca se utilizó únicamente para hacer los barrenos con los cuales la placa se sujeta al marco.

- Cortador de 1/4 de pulgada

Este cortador se utilizó para manufacturar la ranura con la que se sujetan los sensores de fuerza a la placa. Para esto, es necesario que el cortador siga una trayectoria recta a lo largo de la ranura y que repase esta trayectoria a diferentes profundidades varias veces. El programa se encargó de generar el código para que el cortador genere esta trayectoria.

Otros parámetros, como la profundidad de corte deseada al usar los cortadores, o el número de pasos que debe hacer el cortador para completar el corte, también se pueden modificar como se desee. El código del programa se incluye a este trabajo.

En la Figura 3.9 se muestra el marco con la totalidad de sus componentes ensamblados.

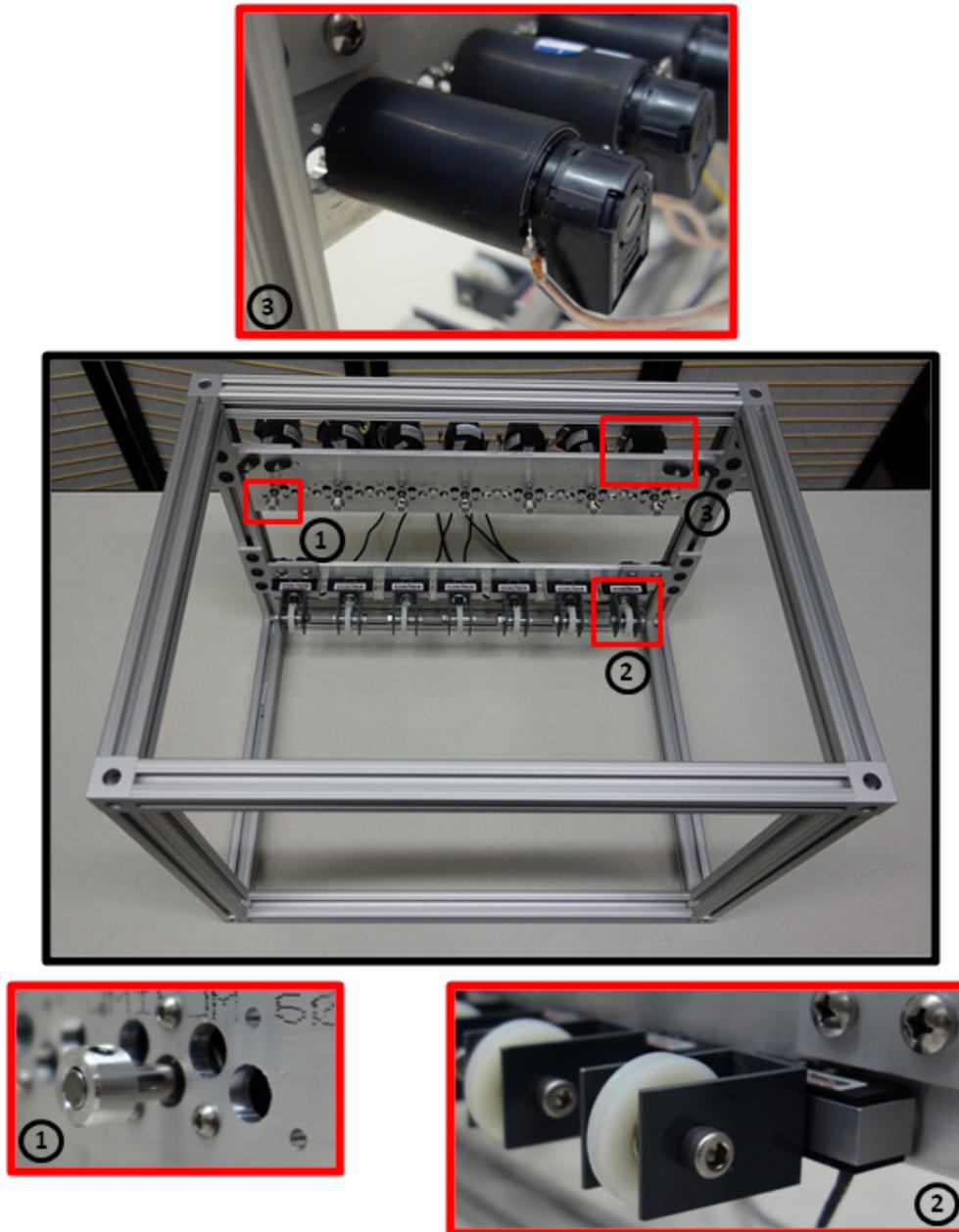


Figura 3.9: Banco de pruebas ensamblado con la totalidad de sus componentes y detalles de éstos

3.3. Diseño y construcción de un dedo robótico actuado por tendones

Los tendones actuados por los motores del marco deben sujetarse en su otro extremo a los eslabones de un dedo robótico. El BBDL ha usado un dedo de aluminio con una variedad de poleas integradas, por lo que su fabricación y ensamble son procesos complicados. El laboratorio conduce experimentos en los que es necesario cambiar la ruta de los tendones dentro del dedo, y este proceso puede ser tedioso.

Por esta razón, se diseñó y construyó un dedo que es fácil de fabricar utilizando una impresora 3D y cuyos parámetros se pueden modificar fácilmente. También se decidió que no es necesario que el dedo tenga perfiles antropomórficos, por lo que los eslabones están basados en formas geométricas sencillas como cilindros y esferas.

La impresora 3D utilizada usa filamentos del plástico PLA para construir los modelos deseados. Este método requiere tan sólo que se tenga un modelo en 3D en formato *.stl* de la pieza que se desea fabricar. Un programa proporcionado por el fabricante de la impresora 3D obtiene las instrucciones para la impresora utilizando este modelo, las cuales se transmiten a la impresora, y la pieza se fabrica automáticamente. El programa permite seleccionar el porcentaje de relleno de la pieza, el cual fue del 100 % para asegurar que la pieza resista las fuerzas ejercidas por los cordones sujetos a ella.

El modelo creado en *Autodesk Inventor* puede ser fácilmente modificado para contar con tantos eslabones como se requieran y con las rutas de tendones deseadas. Los eslabones diseñados no cuentan con poleas y en su lugar se utilizan cilindros alrededor de las articulaciones a los que se sujetan los tendones. El radio de estos cilindros representa el brazo de palanca alrededor de la articulación correspondiente para los tendones que actúan ese eslabón. De esta manera, con los radios de cada cilindro para cada tendón en cada articulación, es posible obtener la matriz de brazos de palanca del sistema. Por lo tanto, es posible utilizar una matriz de brazos de palanca de interés, y construir un dedo a partir de ella.

Los tendones se sujetan a los cilindros por medio de tornillos que se insertan en un barreno en el cilindro, y pasan por canales dentro de los eslabones desde el primer eslabón del dedo hasta el último eslabón sobre el que actúan. Los eslabones se unen mediante tornillos y tuercas de 3 mm en cada articulación.

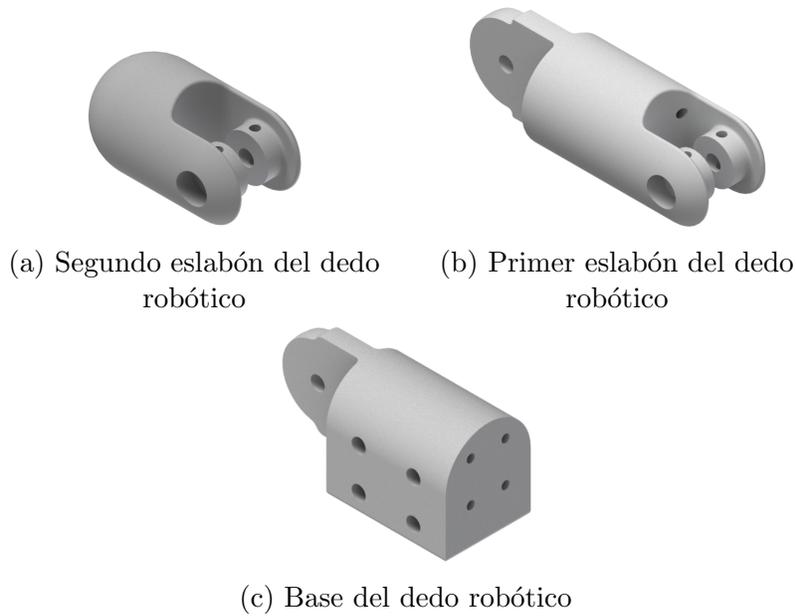


Figura 3.10: Componentes del dedo robótico

Adicionalmente, el dedo cuenta con un eslabón que no forma parte de la cadena cinemática, pero permite anclar el dedo a una superficie. Esto se puede hacer atornillando este elemento a la superficie en donde se realizan las pruebas o utilizando una prensa para fijarlo.

En este caso, el dedo requerido en las pruebas más próximas consiste en dos eslabones con una configuración intuitiva de $2N$ tendones, cuya matriz de brazos de palanca es

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & -r_2 & r_3 & -r_4 \\ 0 & 0 & r_5 & -r_6 \end{bmatrix}$$

donde r_i con $i = 1..,6$ son los brazos de palanca con los que actúa cada tendón en cada articulación, los cuales pueden tomar los valores que se crea convenientes. Los eslabones de este dedo se muestran en la Figura 3.10, y en la Figura 3.11 se muestra el prototipo del dedo fabricado con la impresora 3D.



Figura 3.11: Prototipo del dedo que se usará en los experimentos más próximos.

3.4. Conexión de los motores a las etapas de control y potencia

El banco de pruebas utilizado anteriormente por el BBDL utilizaba un conjunto de amplificadores LDU-S1 del fabricante *Western Servo Design* para alimentar a los motores de corriente directa. Además, estos amplificadores tienen unidades de control que permiten controlar la velocidad o el par del motor. Un sistema actuado por tendones tiene como entrada un vector de fuerzas f , por lo que los amplificadores se utilizan para controlar el par entregado por el motor. Este par es transformado en una fuerza por el cordón atado alrededor de la flecha del motor.

Estos amplificadores procuran que el par producido por el motor sea proporcional a una señal analógica de voltaje que se les debe alimentar. En el sistema anterior se utilizaba un sistema *PXI de National Instruments* para producir esta señal, entre otras muchas tareas. Sin embargo, debido a la inflexibilidad y dificultad de uso de este sistema, el laboratorio optó por cambiar este equipo por una PC convencional que utiliza un sistema de adquisición de datos USB-3103 del fabricante *Measurement and Computing*. Por esta razón fue necesario encontrar una forma de acoplar los sistemas de control y de potencia.

Los amplificadores necesitan dos señales externas para funcionar adecuadamente. Una de estas señales es, como ya se mencionó, una entrada analógica de voltaje para controlar el par del motor que se puede conectar directamente desde la DAQ, y la otra es una señal digital para habilitar el amplificador. Sin embargo, esta señal digital no es una entrada directa al amplificador. El

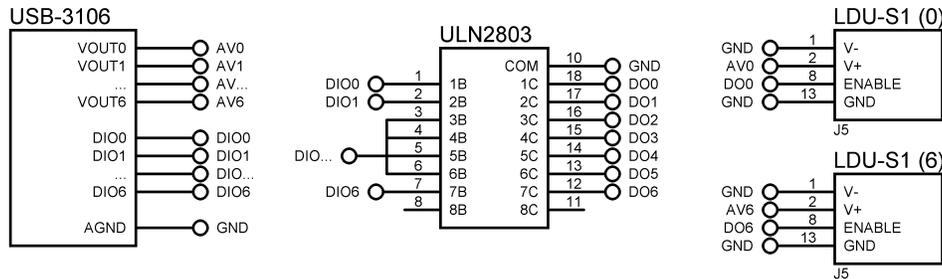


Figura 3.12: Diagrama de conexiones entre la DAQ y los amplificadores de los motores. Las salidas en donde se incluyen puntos suspensivos indican conexiones que son análogas a la de las etiquetas para las salidas numeradas 1 y 2.

amplificador se habilita cuando el pin de “ENABLE” hace corto circuito con tierra. Para lograr esto utilizando una señal digital de la DAQ se utilizó un transistor en configuración de colector abierto en el cual se toma como carga el pin “ENABLE” del amplificador. Por lo tanto se decidió utilizar el circuito integrado ULN2803A que consiste en un arreglo de transistores en colector abierto y emisor común para habilitar y deshabilitar los amplificadores.

Se construyó una pequeña tarjeta para montar este circuito integrado y hacer todas las conexiones entre la DAQ y los amplificadores. En la Figura 3.12 se muestra el diagrama de conexiones de la DAQ a los amplificadores.

3.5. Experimento de control neuromuscular en un dedo robótico

3.5.1. Marco teórico del experimento

El acto reflejo de extensión muscular es un movimiento involuntario de un músculo esquelético que se genera por una perturbación a dicho músculo. Un caso muy conocido es el del reflejo rotuliano, que se produce cuando se golpea el tendón patelar, lo cual provoca una extensión abrupta del músculo extensor del muslo en donde el tendón está conectado. Lo anterior activa los husos musculares, que se pueden visualizar como sensores de extensión. Los husos musculares generan impulsos neurales que llevan información sobre la magnitud de la extensión, y éstos son enviados a través de fibras nerviosas

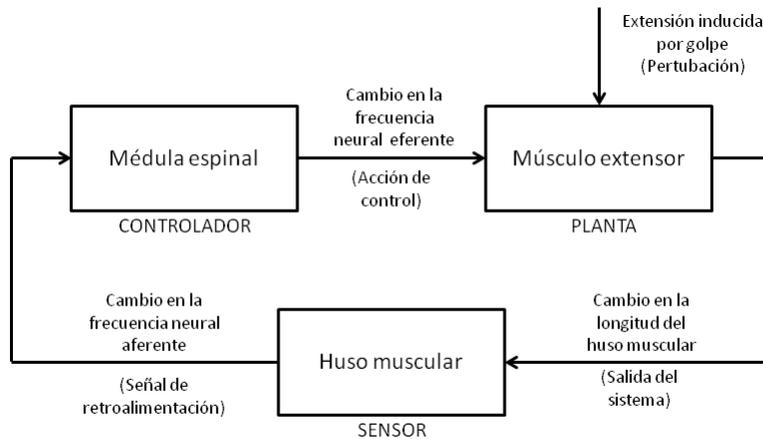


Figura 3.13: Representación en diagrama de bloques del reflejo de extensión muscular (Khoo, 2000)

aferentes a la médula espinal. Debido a que cada nervio aferente está conectado sinápticamente con una neurona motora en la médula espinal, éstas neuronas se activan, y en consecuencia envían impulsos neurales eferentes de regreso hacia el músculo del muslo. Estos impulsos ocasionan una contracción en el músculo, que a su vez actúa para enderezar la pierna (Khoo, 2000).

El proceso anterior se puede describir como un sistema de control fisiológico con retroalimentación negativa. El músculo del muslo corresponde a la planta. La perturbación corresponde a la extensión inicial producida por el golpe a la rodilla. Lo anterior produce una extensión proporcional en los husos musculares, que actúan como un sensor, convirtiendo la extensión muscular, una variable mecánica, en una señal eléctrica, en la forma de un incremento en el tráfico neural aferente, que se envía a la médula espinal, que corresponde al controlador. La acción de control es un incremento en el tráfico neural eferente hacia el músculo, que se contrae para regular la extensión inicial, disminuyendo así el efecto de la perturbación. Un diagrama simplificado de este sistema de control se muestra en la Figura 3.13.

El sistema de control fisiológico anterior se puede generalizar a otros músculos en el cuerpo humano. Un ejemplo de particular interés son los dedos de la mano. En ellos se presenta un reflejo similar al reflejo rotuliano cuando se perturban con un pequeño golpe. Si se coloca un dedo en una posición inicial y se da un golpe rápido en la punta de éste, el dedo tiende a

regresar automáticamente a dicha posición.

En Rocamora et al. (2013) se construyó un sistema que simula a cada uno de los componentes involucrados en el sistema de control neuromuscular de un dedo simple. El dedo consiste en un solo eslabón y una articulación actuada mediante cordones que representan a los tendones. Un par de motores de corriente directa tiran de estos cordones y representan a un músculo agonista y uno antagonista. Las flechas de los motores están acopladas a un par de encóders que representan a los husos musculares, ya que proporcionan mediciones que se pueden relacionar a la extensión y a la velocidad de la extensión de los tendones. Un conjunto de *FPGAs* simulan el funcionamiento de las neuronas motoras en la médula espinal y producen las señales de control para los músculos.

Cada parte del sistema de control fisiológico está simulada por separado haciendo uso de un modelo dinámico que describe el comportamiento de las variables de interés de dicha parte. Las entradas de cada sistema proceden de la salida del bloque anterior, como se aprecia en la Figura 3.13. De esta manera, para cada motor, las mediciones del encóder no se alimentan directamente al modelo de la médula espinal, sino que se procesan por el modelo matemático del huso muscular, el cual produce una señal parecida a la que produciría un huso muscular real, y es ésta señal la que se introduce como entrada al modelo de la médula espinal. De una forma similar, el modelo de la médula espinal tiene como salida una señal conocida como electromiograma (EMG) que en el caso real es la que excita al músculo para que se contraiga. La señal de EMG producida se introduce como entrada al modelo matemático del músculo, y éste produce como salida una señal de fuerza. Esta señal se convierte fácilmente en una señal de corriente que se alimenta a los motores DC y produce la fuerza calculada por el modelo matemático. En la Figura 3.14 se muestra un diagrama esquemático de los componentes del sistema diseñado en Rocamora et al. (2013).

Los objetivos de este experimento fueron

- obtener un mejor entendimiento de la forma en la que funcionan los sistemas actuados por tendones, ya que de esta manera se obtiene información de los patrones de coordinación de los músculos para el movimiento de una extremidad, y
- simular enfermedades neuromusculares en el sistema, de forma que se puedan desarrollar herramientas para el diagnóstico temprano de dichas

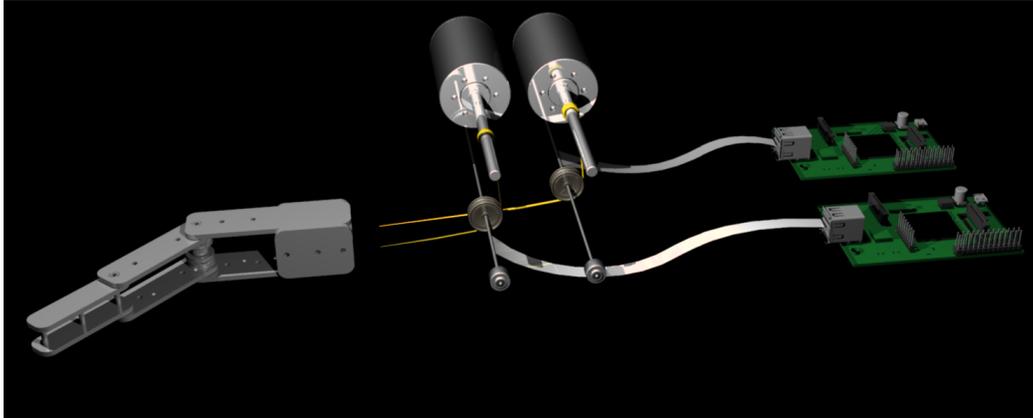


Figura 3.14: Diagrama esquemático del sistema de control neuromuscular de un dedo robótico. Se muestra el dedo robótico, los motores DC, los encoders y las tarjetas de los *FPGAs* (Rocamora et al., 2013)

enfermedades y para la predicción a largo plazo de sus efectos. Esto es posible debido a que al ajustar los parámetros de los modelos de los sistemas, se pueden simular sistemas enfermos, y a que la simulación se puede llevar a cabo 300 veces más rápido que en tiempo real.

Un resultado notable de este experimento es que se logró obtener el comportamiento de un acto reflejo muy similar al de un humano en el dedo robótico al perturbarlo con un pequeño golpe. Lo anterior es importante, ya que este comportamiento no está codificado explícitamente en ninguno de los modelos del sistema, lo que significa que emergió de la interacción entre todos los componentes del sistema. Esto se puede interpretar como que los modelos usados son lo suficientemente adecuados para representar algunas funciones de los sistemas neuromusculares, como los actos reflejos.

3.5.2. Uso del nuevo banco de pruebas en el experimento

El experimento descrito en la subsección 3.5.1 fue realizado originalmente con partes que se desmontaron del banco de pruebas anterior.

Con la finalidad de probar el funcionamiento del nuevo banco de pruebas, el experimento realizado en la sección anterior se replicó acoplado el nuevo banco de pruebas al dedo robótico. El nuevo experimento tuvo resultados



Figura 3.15: Utilización del banco de pruebas para replicar los experimentos descritos en Rocamora et al. (2013).

similares a los que ha tenido anteriormente. Aunque sólo se probaron dos motores del banco de pruebas, esto es suficiente para demostrar que funciona adecuadamente, ya que los resultados se pudieron haber obtenido utilizando cualquier par de motores montados en el marco.

Este experimento demostró la facilidad con la que se puede usar el banco de pruebas para realizar experimentos, ya que fue muy sencillo de acoplar, y también de desacoplar, lo que lo hace muy bueno para realizar diferentes experimentos con él en paralelo.

En la Figura 3.15 se muestra una imagen del banco de pruebas operando el dedo robótico utilizado en los experimentos descritos en Rocamora et al. (2013).

Capítulo 4

Controlabilidad de sistemas actuados por tendones

4.1. Dedo actuado por tendones mecánicamente optimizado

En Inouye et al. (2013) se ha desarrollado un método para optimizar alguna propiedad, como la calidad de agarre, de uno o más dedos actuados por tendones. En su método ofrecen un ejemplo de la optimización de la calidad de agarre de dos dedos que se oponen. Estos dos dedos, de igual geometría, consisten en tres eslabones y tres articulaciones: dos para la flexión y extensión del dedo, y una para la abducción y aducción. La posición de estos dedos se muestra en la Figura 4.1. Encontraron configuraciones de dedo óptimas para configuraciones de tendones $N+1$, $N+2$, y $2N$ por medio de una búsqueda Montecarlo de radios de los centros de rotación de las articulaciones, y la distribución de tensiones máximas de los tendones sobre un conjunto de matrices de brazos de palanca generadas aleatoriamente. Estas matrices representan la ruta de cada tendón.

Este método ha producido configuraciones de dedos que sobrepasan la calidad de agarre de los humanos por un 45%, y a otras configuraciones comúnmente utilizadas en robótica por un 435% (Inouye y Valero-Cuevas, 2013b).

Tomando en cuenta lo anterior, es natural preguntarse de qué manera se escala la calidad de agarre de estos sistemas con respecto a su controlabilidad. ¿Requiere la tarea de controlar un dedo optimizado un esfuerzo de control

más sofisticado, es decir, un mayor esfuerzo en el diseño del controlador?

Para abordar este problema es necesario considerar que las implementaciones de este tipo de dedos, no sólo requieren de la aplicación de fuerzas sobre objetos en posturas estáticas, sino que también requieren de un control sobre las posiciones, las trayectorias y las fuerzas sobre todo el espacio de estados. Consecuentemente, la dinámica del sistema se debe tomar en cuenta para analizar su controlabilidad.

En este trabajo se presenta un método para aplicar una métrica de controlabilidad para sistemas lineales a cualquier manipulador actuado por tendones. Aunque es posible realizar un análisis de la versatilidad del sistema para obtener métricas relacionadas con el conjunto de entradas de control que se pueden dar al sistema para que éste produzca una misma salida, la métrica que se presenta es independiente de la magnitud de las entradas de control al sistema, por lo que realizar un análisis de controlabilidad alrededor de una postura fija es válido. Esto se debe a que la métrica de controlabilidad descrita sólo depende de las matrices A y B resultantes de la linealización del sistema actuado por tendones, por lo que la magnitud de las entradas al sistema no afectaría los resultados obtenidos. Lo anterior es importante, ya que la métrica de controlabilidad calculada bajo estas circunstancias es la misma para cualquier entrada de control, por lo que no es necesario hacer ninguna suposición con respecto a las entradas.

La métrica de controlabilidad presentada requiere que se linealice el modelo dinámico del manipulador alrededor de las posturas de interés. Lo anterior también es válido porque el análisis de controlabilidad se realiza alrededor de la misma postura alrededor de la cual se llevó a cabo la optimización del manipulador, cuyo propósito es la aplicación de fuerzas estáticamente.

4.2. Dinámica de manipuladores actuados por tendones

La dinámica de un manipulador, en particular de un manipulador de cadena abierta, puede describirse mediante el siguiente modelo

$$\ddot{q} = -I(q)^{-1} \cdot C(q, \dot{q}) + I(q)^{-1} \cdot \tau \quad (4.1)$$

donde q es el vector de posiciones angulares de cada articulación del manipulador, $I(q)$ es la matriz de inercias del manipulador, $C(q, \dot{q})$ es la

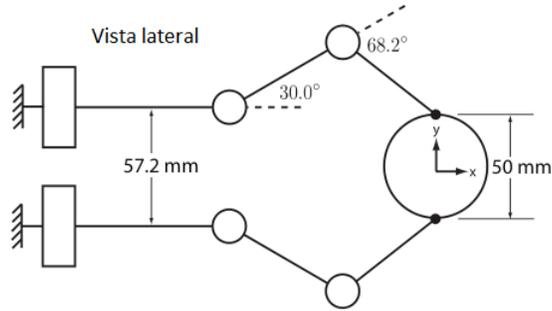


Figura 4.1: Posición de los manipuladores para la que se optimizó la calidad de agarre (Inouye et al., 2013).

matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas, y τ es el vector de pares en las articulaciones. A su vez, para un sistema actuado por tendones

$$\tau = R(q) \cdot F \quad (4.2)$$

en donde $R(q)$ es la matriz de brazos de palanca, y F es la fuerza transmitida por los tendones, que debe estar restringida a $F > 0$ porque los tendones sólo son capaces de transmitir fuerzas en una dirección. Además, se considera que los tendones son rígidos, por lo que no introducen dinámicas adicionales al sistema. Esta suposición es válida debido a que en los experimentos descritos en Inouye y Valero-Cuevas (2013b) se utilizaron cordones no elásticos de nailon. Por otro lado, las fricciones generadas por los puntos de contacto entre los tendones y las poleas es significativa (Inouye y Valero-Cuevas, 2013b), pero debido a que no se dan datos acerca de su parametrización, los efectos de la fricción se pueden considerar como incertidumbre en los demás parámetros del modelo, y la métrica de controlabilidad, que se presenta más adelante, puede evaluar la susceptibilidad del sistema a los efectos de esta incertidumbre.

Por lo tanto, el modelo matemático de cualquier dedo se puede describir como

$$\ddot{q} = -I(q)^{-1} \cdot C(q, \dot{q}) + I(q)^{-1} \cdot R(q) \cdot F \quad (4.3)$$

$$F > 0$$

4.3. Controlabilidad de sistemas actuados por tendones

Se dice que la ecuación de estado

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.4)$$

o el par (A, B) es controlable si para cada estado inicial $x(0) = x_0$ y estado final x_1 existe una entrada u que transfiera x_0 a x_1 en un tiempo finito. De otra manera, se dice que la ecuación, o el par (A, B) es no controlable (Chen, 1999).

En primer lugar, es un resultado conocido que la controlabilidad de un sistema lineal expresado en la forma de la ecuación 4.4 se puede determinar de diferentes maneras. En este trabajo se utilizan dos condiciones con las que es posible analizar la controlabilidad del manipulador. Estas condiciones establecen que los siguientes enunciados son equivalentes (Hendricks et al., 2008):

1. El par (A, B) es controlable.
2. La matriz de controlabilidad

$$C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (4.5)$$

es de rango completo por renglones.

3. La matriz

$$P(s) = [sI - A \ B] \quad (4.6)$$

es de rango completo por renglones para cualquier $s \in \mathbb{C}$.

Sin embargo, la definición anterior de controlabilidad no impone ninguna restricción a los valores que los elementos de la entrada u pueden tomar para transferir al sistema de cualquier estado inicial a cualquier estado final. Lo anterior es un problema para los sistemas actuados por tendones, ya que los valores de los elementos de u están limitados a ser no negativos, ya que los tendones sólo pueden transmitir fuerzas en una dirección. Por lo tanto, se debe realizar un análisis adicional para determinar si el sistema actuado por tendones es controlable o no controlable.

Es importante señalar que para hacer uso de las condiciones de controlabilidad expuestas anteriormente y efectuar el análisis propuesto en este trabajo, el sistema analizado debe ser lineal, por lo que primero se debe expresar el modelo dinámico del manipulador en el espacio de estados y posteriormente se debe linealizar alrededor del estado deseado, obteniendo un modelo como el mostrado en la ecuación 4.4.

De esta manera, para abordar este problema es necesario analizar la controlabilidad del sistema mostrado en la ecuación 4.1 al linealizarlo, esto es, ignorando la entrada actuada por tendones suponiendo que el sistema es actuado por par. Este sistema se puede representar mediante

$$\dot{x} = Ax + B_{par}\tau \quad (4.7)$$

donde B_{par} es la matriz resultante de linealizar el sistema con respecto a los pares en cada articulación en el modelo no lineal y τ es el vector de pares alrededor de cada articulación.

De esta manera, se puede investigar si el par (A, B_{par}) es controlable utilizando la condición 4.5. Si resulta que el sistema es controlable, entonces el sistema actuado por tendones se puede incorporar al análisis al expresar en el espacio de estados y linealizar la ecuación 4.3, obteniendo como resultado la ecuación

$$\dot{x} = Ax + B_{tendon}F$$

donde B_{tendon} es la matriz que resulta al linealizar el modelo considerando que las entradas al sistema son las fuerzas transmitidas por los tendones, y F es el vector de estas fuerzas, las cuales están restringidas a ser no-negativas.

Para que el análisis de controlabilidad sea aplicable al caso actuado por tendones, entonces se debe demostrar que $R(q)F$ en la ecuación 4.2, que no es más que un conjunto de combinaciones lineales de fuerzas para producir pares, abarque la totalidad del espacio de pares. Dado que los elementos de F son todos no negativos, entonces lo anterior es equivalente a decir que las columnas de $R(q)$ deben ser una base lineal positiva del espacio de pares.

Existe un teorema demostrado en Davis (1954) con el que se puede encontrar si un conjunto de vectores $\{a_1, \dots, a_r\}$ es una base lineal positiva del espacio euclidiano E^n . El teorema se enuncia a continuación:

Teorema. $\{a_1, \dots, a_r\}$ abarca E^n si y sólo si, para cada b diferente de $\vec{0}$ existe al menos un a_i con $i = 1, \dots, r$ tal que $b \cdot a_i > 0$.

Por lo tanto, para demostrar que las columnas de $R(q)$ forman una base positiva del espacio de pares, la condición del teorema se debe probar para todos los posibles b . Esto se puede lograr representando a todos los b en un ortante de E^n con su signo correspondiente. Por ejemplo, para un sistema con sólo dos articulaciones, el espacio de pares es E^2 . Consecuentemente, $R(q)$ se puede poner a prueba usando los siguientes vectores:

$$b_1 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, b_3 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ -\tau_2 \end{bmatrix}, b_4 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ -\tau_2 \end{bmatrix}$$

En resumen, para determinar si el modelo del manipulador actuado por tendones es controlable, se debe demostrar que la ecuación 4.7 es controlable y que las columnas de la matriz $R(q)$ son una base lineal positiva del espacio de pares. Asimismo, es importante recordar que el análisis de controlabilidad del manipulador presentado en esta sección es válido únicamente para una vecindad de estados alrededor del estado alrededor del cual se efectuó la linealización del sistema, por lo que el análisis debe repetirse para todas las posturas del manipulador que se deseen estudiar.

4.4. Métrica de controlabilidad

Un enfoque que se puede explorar para medir la controlabilidad de un sistema actuado por tendones es usar el modelo matemático linealizado del sistema para encontrar sistemas con una estructura similar, y determinar si son controlables o no. En Boley y Lu (1986) se propone un método para calcular la distancia de un par controlable (A, B) al par no controlable más cercano. Con este método es posible calcular la distancia de (A, B_{tendon}) al sistema no controlable más cercano, con lo que se obtiene una métrica de controlabilidad para el manipulador actuado por tendones. Las generalidades del método se describen en los siguientes párrafos.

El conjunto de todos los pares controlables (A, B) , tales que $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, es abierto y no denso, lo que significa que cualquier par (A, B) en el conjunto puede o no tener un par no controlable en su vecindad. Esto implica que sumar una perturbación paramétrica de la forma $(A + \delta A, B + \delta B)$ al sistema puede dar como resultado un sistema no controlable. La distancia del sistema original al sistema perturbado se puede definir como

$$d = \|\delta A \delta B\|$$

donde $\|\cdot\|$ es la norma 2 inducida para matrices. Por lo tanto, existe un conjunto de perturbaciones $(\delta A, \delta B)$ que hacen que el sistema sea no controlable. La distancia del sistema al sistema no controlable más cercano se puede definir como sigue

$$\mu(A, B) = \min_{\delta A, \delta B} \|[\delta A \delta B]\|$$

Además, se puede probar que $\mu(A, B)$ se puede calcular como

$$\mu(A, B) = \min_{s \in \mathbb{R}} \sigma_n([sI - AB])$$

donde $\sigma_n(sI - A, B)$ es el valor singular más pequeño de $[sI - A, B]$, haciendo uso del criterio de controlabilidad de la ecuación 4.6 (Boley y Lu, 1986).

Por lo tanto, entre más grande sea $\mu(A, B)$, el sistema será más “fácil” de controlar.

Este enfoque permite medir la controlabilidad de un sistema relativa a sus parámetros, es decir, cuando existen incertidumbre, variabilidad, o perturbaciones inherentes a los parámetros del sistema. Esto es relevante para los sistemas actuados por tendones, ya que los modelos usados para representarlos frecuentemente ignoran variables con las que es difícil lidiar, como la fricción de Coulomb en poleas, que se ha demostrado que es significativa aún cuando se tome en cuenta la fricción viscosa (Nahvi et al., 1994), y la cual puede interpretarse como una perturbación paramétrica en el modelo simplificado. Esto también adquiere importancia cuando se estudia el modelo computacionalmente, ya que los errores de punto flotante generados en los cálculos pueden afectar la controlabilidad del sistema, y este efecto incrementa proporcionalmente con respecto al tamaño del sistema (Boyce, 2010).

4.5. Ejemplo

Para obtener una primera aproximación al problema, se usará el modelo dinámico de un dedo de dos eslabones en un plano, como el de la Figura 4.2. Se llevará a cabo un análisis del sistema no controlable más cercano, a modo de ejemplo, para después analizar el sistema optimizado más complejo propuesto en Inouye et al. (2013).

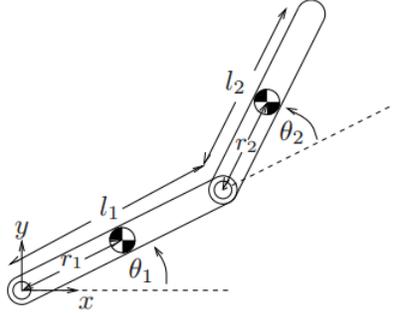


Figura 4.2: Manipulador de dos eslabones y dos articulaciones (Murray et al., 1994).

Ignorando la fricción y las fuerzas gravitacionales, el modelo dinámico del sistema de dos eslabones es

$$\begin{bmatrix} \alpha + 2\beta c_2 & \delta + \beta c_2 \\ \delta + \beta c_2 & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta s_2 \dot{q}_2 & -\beta s_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ \beta s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

donde

$$\alpha = I_{z1} + I_{z2} + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2)$$

$$\beta = m_2 l_1 r_2$$

$$\delta = I_{z2} + m_2 r_2^2$$

donde m_1 y m_2 son las masas de los eslabones, y I_{z1} y I_{z2} son los momentos de inercia alrededor del eje z de los dos eslabones.

La primer matriz en el modelo del sistema es la matriz de inercias $I(q)$, y la segunda matriz representa la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(q, \dot{q})$.

Para obtener una linealización del sistema, el modelo se debe representar en el espacio de estados. Tomando

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

entonces

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha + 2\beta c_2 & \delta + \beta c_2 \\ \delta + \beta c_2 & \delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \alpha + 2\beta c_2 & \delta + \beta c_2 \\ \delta + \beta c_2 & \delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\beta s_2 x_2 & -\beta s_2 (x_1 + x_2) \\ \beta s_2 x_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ \dot{x}_3 &= x_1 \\ \dot{x}_4 &= x_2 \end{aligned}$$

La linealización alrededor de una postura de interés se puede realizar alrededor de un punto de equilibrio. Los puntos de equilibrio del sistema se pueden encontrar igualando las ecuaciones de estado a cero. Esto significa que las velocidades angulares de las articulaciones deben ser iguales a cero, con lo que se obtiene un sistema de ecuaciones que involucra la inversa de la matriz de inercias y el vector de pares. La solución de este sistema es trivial, y se obtiene que los puntos de equilibrio del sistema abarcan la totalidad del espacio de posturas, con velocidades angulares y pares iguales a cero.

La postura alrededor de la cual se linealizará el sistema como ejemplo es la misma que la de los dos últimos eslabones del dedo optimizado. Esto es $q_1 = 30^\circ$ y $q_2 = 68,2^\circ$. Adicionalmente, se considerarán los siguientes parámetros en el modelo del sistema: $m_1 = 1$, $m_2 = 1$, $l_1 = 1$, $l_2 = 1$, $r_1 = 0.5$, $r_2 = 0.5$, $I_{z1} = 1$ y $I_{z2} = 1$. La elección de estos parámetros es sólo con el fin de ejemplificar la aplicación del método que se propone. La linealización del modelo dinámico en el espacio de estados da como resultado el siguiente sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4497 & -0.5167 \\ -0.5167 & 1.3937 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

el cual se puede probar que es controlable, ya que su matriz de controlabilidad es de rango completo. Dado que el sistema actuado por par es controlable, la pregunta sobre la controlabilidad del sistema actuado por tensiones es válida. Para probar la controlabilidad, antes se debe proponer una matriz de brazos de palanca. En este caso, para una configuración 2N intuitiva, la matriz de brazos de palanca es, suponiendo que todos los brazos de palanca son iguales

$$R(q) = \begin{bmatrix} r & -r & r & -r \\ 0 & 0 & r & -r \end{bmatrix}$$

donde r es el brazo de palanca entre un tendón y una articulación. En este caso r puede valer 0.1 m.

Entonces el sistema se puede expresar como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + 2\beta c_2 & \delta + \beta c_2 \\ \delta + \beta c_2 & \delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r & -r & r & -r \\ 0 & 0 & r & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \alpha + 2\beta c_2 & \delta + \beta c_2 \\ \delta + \beta c_2 & \delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\beta s_2 x_2 & -\beta s_2 (x_1 + x_2) \\ \beta s_2 x_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

donde F_1, F_2, F_3, F_4 son las fuerzas ejercidas por los actuadores que tiran de los tendones. La controlabilidad del sistema actuado por tendones se puede evaluar comprobando si las columnas de $R(q)$ son una base lineal positiva del espacio E^2 usando el método explicado anteriormente. Usando los vectores propuestos en la sección 4.3 se encuentra que para todos existe al menos una columna para la que $\tau_i \cdot R_j > 0$ para $i, j = 1...4$. Este resultado indica que el sistema actuado por tendones es controlable. De esta manera el par (A, B_{tendon}) queda de la siguiente manera

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_{tendon} = \begin{bmatrix} 44.97 \times 10^{-3} & -44.97 \times 10^{-3} & -6.689 \times 10^{-3} & 6.689 \times 10^{-3} \\ -51.67 \times 10^{-3} & 51.67 \times 10^{-3} & 87.68 \times 10^{-3} & -87.68 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Con estas matrices es posible resolver la ecuación que resulta de la métrica de controlabilidad.

$$\mu(A, B_{tendon}) = \min_{s \in \mathbb{R}} \sigma_n([sI - A, B_{tendon}])$$

Para resolver esta ecuación se programó una rutina en *Matlab* que encuentra s para el cual se obtiene el valor singular más pequeño de $[sI - A, B_{tendon}]$.

Esta rutina es una función iterativa que varía el valor de s y lo incrementa o reduce de acuerdo a si σ_n aumenta o disminuye. El código de este programa se puede encontrar en los apéndices de este trabajo.

De esta forma, se obtiene que para este sistema $\mu(A, B_{tendon}) = 0.0479$.

Este resultado es equivalente a $\min_{\delta A, \delta B_{tendon}} \|\delta A, \delta B_{tendon}\| = 0.0479$. Tomando en cuenta que $\|[A, B_{tendon}]\| = 1$, se puede concluir que dado que la norma de la matriz de perturbaciones $[\delta A, \delta B_{tendon}]$ es alrededor de dos órdenes de magnitud más pequeña que la de la matriz $[A, B_{tendon}]$, entonces perturbaciones pequeñas en los elementos de las matrices A y B_{tendon} son capaces de volver no controlable al sistema. Para encontrar el efecto en la controlabilidad que tendrían perturbaciones en los parámetros, se tendría que hacer un análisis algebraico de los elementos de la matriz linealizada, para observar la forma en la que varía la magnitud del elemento de la matriz con respecto a los parámetros del sistema de los que es función. En este caso, si este modelo se analizara con una computadora, los errores de punto flotante no tendrían efecto sobre la controlabilidad del sistema, ya que éstos tienen típicamente una magnitud muy pequeña con respecto a $\mu(A, B_{tendon})$.

4.6. Resultados y Discusión

Con el método explicado en la sección 4.5 es posible comparar la controlabilidad de las configuraciones de tendones optimizadas y las no optimizadas. El manipulador sobre el cual se llevó a cabo la optimización es el que se muestra en la Figura 4.1. En la Figura 4.3 se muestran los diagramas de las configuraciones optimizadas que se encontraron en Inouye et al. (2013). Por otro lado, en la Figura 4.4 se muestran dos casos de una configuración de tendones 2N utilizada típicamente en manipuladores robóticos, una mejorada y la otra no. Las matrices de brazos de palanca para configuraciones de tendones N+1, N+2 y 2N optimizadas son las siguientes,

$$R(q)_{N+1opt} = \begin{bmatrix} -r_1 & r_1 & r_1 & r_2 \\ 0 & r_1 & -r_1 & -r_1 \\ 0 & 0 & r_2 & -r_1 \end{bmatrix}, R(q)_{N+2opt} = \begin{bmatrix} -r_1 & r_1 & -r_1 & r_1 & r_1 \\ 0 & r_2 & -r_1 & -r_2 & -r_1 \\ 0 & 0 & 0 & -r_1 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$R(q)_{2Nopt} = \begin{bmatrix} r_1 & -r_1 & r_1 & r_1 & -r_2 & -r_2 \\ 0 & 0 & r_2 & -r_1 & -r_1 & -r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & -r_1 \end{bmatrix}$$

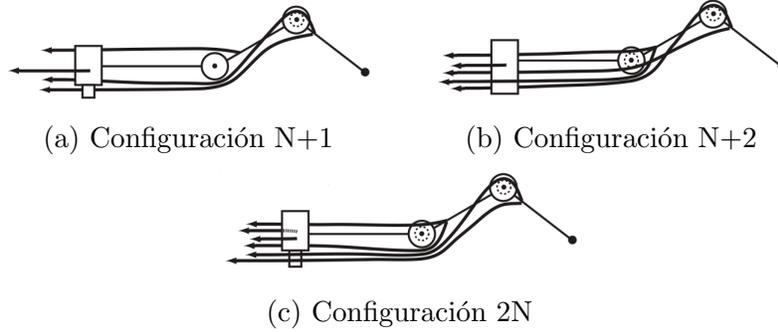


Figura 4.3: Diagramas de configuración de los manipuladores optimizados en Inouye et al. (2013)

y las matrices de brazos de palanca mejorada y no mejorada de los manipuladores actuados por tendones típicos utilizados en robótica son

$$R(q)_{2Ntipmej} = \begin{bmatrix} r_1 & -r_1 & r_1 & -r_1 & r_1 & -r_2 \\ 0 & 0 & r_2 & -r_2 & r_2 & -r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & -r_1 \end{bmatrix}$$

$$R(q)_{2Ntipnmej} = \begin{bmatrix} r_1 & -r_1 & r_1 & -r_1 & r_1 & -r_1 \\ 0 & 0 & r_1 & -r_1 & r_1 & -r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_1 & -r_1 \end{bmatrix}$$

donde $r_1 = 0.008$ m y $r_2 = 0.0044$ m.

El primer paso consiste en obtener el modelo dinámico del manipulador. Para esto se utilizó el método de Newton-Euler utilizando una secuencia de instrucciones en *Maple 8* propuesta en Hoifodt (2011) que se modificó para adaptarse al manipulador de interés. El modelo de este sistema es más complicado que el del ejemplo en la Sección 4.5, ya que el manipulador de interés se compone de tres eslabones y de tres articulaciones. Debido a razones de espacio y claridad, el modelo dinámico no se incluye en esta sección, pero en el Apéndice B de este trabajo se incluye un breve resumen del método de Newton-Euler y las consideraciones del sistema que se tomaron para aplicarlo. Además, también se incluye la secuencia de instrucciones en *Maple 8* con la que se obtuvo el modelo.

El rango de la matriz de controlabilidad

$$C = [B_{tendon} \quad AB_{tendon} \quad A^2B_{tendon} \quad \dots \quad A^{n-1}B_{tendon}]$$

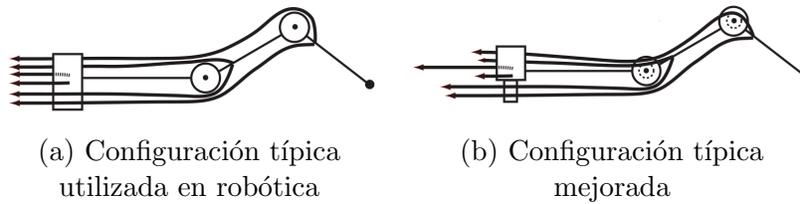


Figura 4.4: Diagramas de manipuladores con una configuración típica $2N$

que resulta de la linealización del modelo obtenido alrededor de la postura del dedo superior indicada en la Figura 4.1 es igual a seis, es decir, C es de rango completo, por lo que es controlable, y es válido preguntarse si los sistemas actuados por tendones correspondientes son también controlables. En este caso, el espacio de pares es tridimensional, por lo que se necesitan ocho vectores representantes de E^3 para comprobar que las columnas de las matrices de brazos de palanca son una base lineal positiva del espacio E^3 . En el Apéndice ?? se demuestra que el sistema es controlable usando la configuración de tendones $N + 1$ optimizada que se muestra en la Figura 4.3a.

La métrica de controlabilidad $\mu(A, B_{tendon})$ se encontró utilizando el programa en *Matlab* anexo a este trabajo basado en la búsqueda del valor singular más pequeño de la matriz $[sI - A, B]$, con el que se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 4.1. Adicionalmente, se calculó la métrica de controlabilidad para el sistema actuado por par para establecer una comparación también con éste.

Los resultados obtenidos al utilizar la métrica de controlabilidad alrededor de la postura establecida para cada configuración diferente de tendones señalan que en todos los casos $\mu(A, B)$ tiene el mismo valor, como se muestra en la tercera columna de la Tabla 4.1. Apresuradamente, esto se podría interpretar como que la configuración de los tendones no tiene injerencia sobre la propensión del sistema a ser no controlable, es decir, que perturbaciones iguales en los parámetros de cada sistema tienen efectos parecidos en la distancia a la no controlabilidad de cada uno de ellos.

Sin embargo, la linealización del sistema no necesariamente se debe llevar a cabo alrededor de una postura estática, es decir con velocidades angulares en las articulaciones iguales a cero, como en el caso anterior, sino que también se puede efectuar el análisis de controlabilidad considerando que la postura analizada es parte de una trayectoria recorrida por el dedo, por lo que la velocidad angular en cada articulación es diferente de cero.

Tabla 4.1: Resultados de la evaluación de la métrica de controlabilidad para dos sistemas con parámetros diferentes. $\mu_1(A, B)$ se refiere al sistema optimizado en Inouye y Valero-Cuevas (2013b) alrededor de una postura estática, $\mu_2(A, B)$ se refiere al mismo sistema con velocidades angulares en las articulaciones diferentes de cero, $\mu_3(A, B)$ se refiere al sistema con parámetros del modelo dinámico modificado alrededor de una postura estática, y $\mu_4(A, B)$ se refiere al sistema con parámetros modificados y velocidades angulares diferentes de cero.

Tipo de actuación	Configuración	$\mu_1(A, B)$	$\mu_2(A, B)$	$\mu_3(A, B)$	$\mu_4(A, B)$
Par	-	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Tendones (no optimizado)	2N típica	1.0000	0.9981	0.6592	0.8433
	2N mejorada	1.0000	0.9976	0.7522	0.8519
	N+1	1.0000	0.9992	0.8031	0.8020
Tendones (optimizado)	N+2	1.0000	0.9993	0.9219	0.8561
	2N	1.0000	0.9992	0.8996	0.8878

Teniendo en mente lo anterior, como un ejemplo se repitió el análisis de controlabilidad considerando que las velocidades angulares de las articulaciones son $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = 1$ rad/s, con lo que se obtuvieron los resultados que se muestran bajo la columna $\mu_2(A, B)$ de la Tabla 4.1.

También se encontró que al variar los parámetros del sistema, como la longitud, la posición de los centros de masa, y la masa de cada eslabón, la métrica de controlabilidad puede proporcionar resultados diferentes para cada configuración de tendones. Por ejemplo, un incremento arbitrario en algunos de los parámetros del sistema, como la longitud y la masa de los eslabones, y un acercamiento del centro de masa de cada eslabón al extremo de éste, produce resultados como los que se muestran en la columna $\mu_3(A, B)$ de la Tabla 4.1. También se analizó la controlabilidad de este sistema para el caso en que las velocidades angulares de las articulaciones son diferentes de cero, y los resultados se presentan en la columna $\mu_4(A, B)$ de la Tabla 4.1. En la Tabla B.1 se enumeran los parámetros que se utilizaron para calcular estos valores.

Lo anterior quiere decir que, en el caso de los manipuladores optimizados en Inouye y Valero-Cuevas (2013b) en posturas estáticas, el conjunto de parámetros del modelo dinámico, excluyendo los del sistema de actuación por tendones, proporciona cierta robustez al sistema con respecto a las perturbaciones paramétricas, de tal manera que, mediante la utilización de cualquiera de las configuraciones actuadas por tendones analizadas, se obtiene un sistema que es similarmente fácil de controlar en el sentido en que éste no tiende a volverse no controlable, sino hasta aplicar perturbaciones más grandes a los parámetros. Esta idea puede apoyarse en el hecho de que al variar la velocidad angular de cada articulación, la controlabilidad de los sistemas actuados por tendones varía muy poco en comparación con la forma en la que varía la controlabilidad del sistema con parámetros modificados al considerar velocidades angulares diferentes de cero. Esto puede ser un indicador de la robustez de la controlabilidad del manipulador presentado en Inouye y Valero-Cuevas (2013b).

Similarmente, de los resultados obtenidos a partir del cambio de parámetros del modelo dinámico del sistema, se puede deducir que para el sistema resultante en particular, la controlabilidad mejora si la configuración de tendones está optimizada para la calidad de agarre y entre mayor sea el número de tendones utilizado. Este resultado es relativamente no intuitivo, ya que se esperaría que las configuraciones de tendones por las que típicamente se inclinan los diseñadores de manipuladores robóticos actuados por tendones

tuvieran una medida de controlabilidad más favorable que sus contrapartes con configuraciones más complejas, debido a que es más sencillo implementar algoritmos de control en estas configuraciones típicas. Por otro lado, también se puede decir que como se esperaba, el manipulador actuado por par es más fácilmente controlable que todas las configuraciones de tendones que se analizaron. Sin embargo, estas conclusiones no se pueden generalizar a otros sistemas actuados por tendones, ya que este resultado corresponde sólo a un caso particular. Más aún, estas tendencias no se conservan para el caso en que las velocidades angulares de las articulaciones son diferentes de cero, por lo que para poder llegar a conclusiones en este ámbito, el espacio de parámetros dinámicos del sistema se debe explorar para obtener una idea más general del papel que desempeñan las diferentes configuraciones de tendones en la controlabilidad del sistema.

A pesar de lo anterior, es válido concluir que la configuración de tendones por sí misma no necesariamente afecta la distancia del sistema al sistema no controlable más cercano, sino que lo hace en conjunto con los parámetros del modelo dinámico del sistema.

Esto introduce la posibilidad de utilizar la controlabilidad como un objetivo de optimización paralelo al de la calidad de agarre, u otro objetivo adicional. El esquema de optimización propuesto en Inouye et al. (2013) con el que se optimizó la calidad de agarre de los manipuladores podría ser utilizado para optimizar la controlabilidad, aunque debido a que éste realiza búsquedas Montecarlo con cada conjunto de variables de interés, introducir los parámetros del modelo dinámico del sistema, que pueden tomar como valor cualquier número real positivo, podría ser computacionalmente muy costoso, ineficiente e incluso no factible.

A las complicaciones descritas anteriormente se suma el hecho de que, aunque en el modelo dinámico del manipulador todos los parámetros son independientes entre sí, esto difícilmente se cumple en una implementación real. Por ejemplo, la masa de cada eslabón del manipulador es una función de sus materiales, de su geometría y de sus dimensiones, por lo que aunque se lograran optimizar los parámetros del sistema para mejorar su controlabilidad, el resultado obtenido podría ser difícil de llevar a una implementación real.

Por la razón anterior, una forma más plausible de llevar a cabo la optimización de la controlabilidad es a partir de un conjunto finito de manipuladores con parámetros dinámicos diferentes. Esta optimización de la controlabilidad debe hacerse en paralelo con la optimización de alguna otra característica

deseada, como la calidad de agarre, ya que los cálculos de la métrica de la calidad de agarre y de la métrica de controlabilidad utilizan parámetros en común, por lo que no es posible llevar a cabo una optimización por etapas. De esta manera, la función objetivo de la optimización debe ser una suma ponderada de ambas métricas, o alguna otra función que sume de alguna manera los efectos de las métricas.

Sin embargo, también es posible que la controlabilidad del sistema no se desee optimizar, sino que solamente se requiera que el sistema esté suficientemente alejado del sistema no controlable más cercano, como en el caso de los manipuladores optimizados para la calidad de agarre descritos en Inouye y Valero-Cuevas (2013b). Consecuentemente bastaría con optimizar la configuración de los tendones de un grupo de manipuladores con parámetros diferentes de acuerdo a un objetivo específico, y seleccionar el que muestre una mejor relación entre la calidad de agarre y la controlabilidad, de acuerdo a la métrica propuesta en este trabajo. No obstante, también debe tomarse en cuenta que no es suficiente que un manipulador tenga una buena métrica de controlabilidad alrededor de posturas estáticas, sino que también es necesario que mantenga una buena controlabilidad cuando se encuentre en movimiento. Por esta razón, también debe buscarse que la controlabilidad del manipulador tenga variaciones pequeñas en su controlabilidad cuando esté moviéndose, como el presentado por (Inouye y Valero-Cuevas, 2013b).

Cabe señalar que debido a que el método presentado para calcular la controlabilidad de sistemas actuados por tendones requiere que el modelo dinámico del sistema se linealice alrededor de una postura, el análisis de controlabilidad es sólo válido para posturas en la vecindad de la postura seleccionada, es decir, sólo es aplicable a una pequeña esfera en el espacio de posturas. Además, la calidad de agarre también es variable con respecto a la postura del manipulador. Por lo tanto, esto se debe considerar en el diseño de los manipuladores. Una forma de hacerlo es adecuar la función objetivo de la optimización para que tome en cuenta los resultados de una variedad de posturas del manipulador, y proceder de una forma similar con el cálculo de la controlabilidad en cada postura, para poder comparar la función objetivo de la optimización, con la controlabilidad resultante. El resultado de estos procedimientos sería un manipulador que tiene una buena calidad de agarre en las posturas para las que se hizo la optimización y que además está lejos de ser un sistema no controlable en cada una de estas posturas. Naturalmente, el conjunto de posturas para el cual se lleva a cabo la optimización debe ser relevante para la tarea que se pretende llevar a cabo

con el manipulador, lo cual puede ser un limitante para que el manipulador sea de propósito general.

Capítulo 5

Conclusión y Trabajo Futuro

La métrica de controlabilidad utilizada en este trabajo no encontró diferencias entre las distancias al sistema no controlable más cercano del manipulador analizado con diferentes configuraciones de tendones alrededor de posturas estáticas. Cuando se linealiza el sistema alrededor de una postura en movimiento, la distancia a la no controlabilidad de las diferentes configuraciones de tendones varía ligeramente. Esto se debe a que la controlabilidad del sistema se ve afectada por un efecto combinado de los parámetros del modelo dinámico del sistema y la configuración de tendones, y en este caso en particular, las configuraciones de tendones no afectan la controlabilidad del sistema en gran medida.

Sin embargo, se encontró que la introducción de variaciones en los parámetros combinadas con diferentes configuraciones de tendones produce mediciones de controlabilidad que son capaces de diferenciar a algunas configuraciones de tendones entre sí. Este hecho no se probó extensivamente con diferentes manipuladores, ya que no se cuenta con información sobre la calidad de agarre de los manipuladores resultantes del cambio de parámetros del modelo dinámico, por lo que no sería posible establecer una relación entre esta capacidad mecánica del manipulador y su controlabilidad, lo que no proporcionaría información relevante para los alcances de este trabajo.

Un objetivo a futuro de este trabajo es entonces ampliar el número de manipuladores optimizados para la calidad de agarre con diferentes parámetros en el modelo dinámico mediante el esquema propuesto en Inouye y Valero-Cuevas (2013b), de modo que se puedan establecer comparaciones y relaciones entre la calidad de agarre y la controlabilidad de los manipuladores en diferentes posturas.

Adicionalmente, debido a la limitación inherente que conlleva la linealización del modelo dinámico al hacer el análisis válido únicamente para posturas fijas y pequeños cambios alrededor de ellas, se podría ahondar más en la cuantificación de la controlabilidad del sistema explorando el uso de técnicas de controlabilidad para sistemas no lineales. Lo anterior proporcionaría un análisis de la controlabilidad del sistema que podría ser válido para el espacio completo de posturas del manipulador.

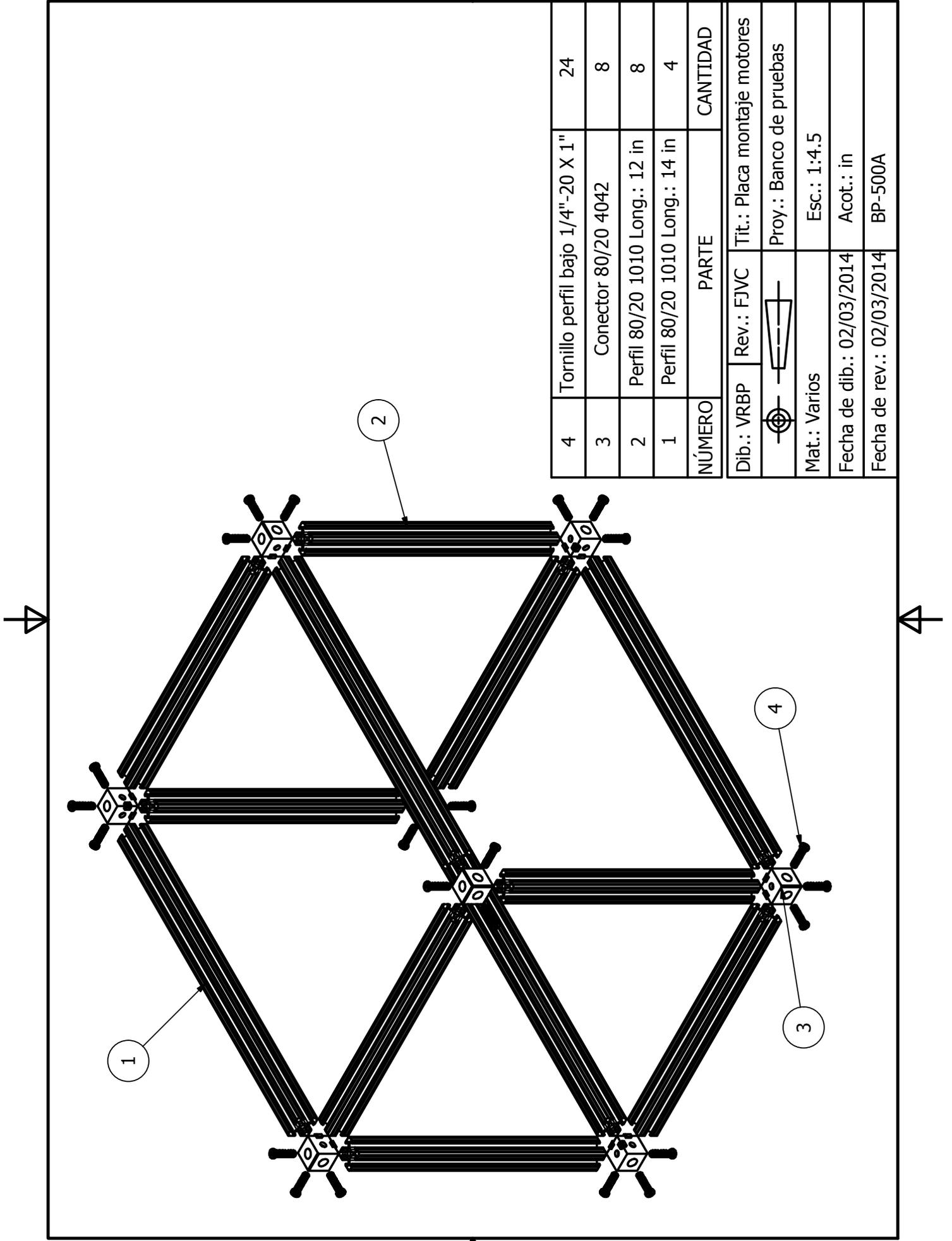
Por otro lado, se podrían explorar otros enfoques del concepto de controlabilidad con los que ésta se podría cuantificar de otras maneras y que posiblemente también sean útiles para el diseño informado de manipuladores actuados por tendones. Entre estas métricas se encuentra una que se basa en un enfoque energético, al comparar la energía que necesita el sistema de actuación en cada configuración de tendones para llevar a cabo una acción. Además, otra métrica que también se puede explorar mide la dificultad de mover los polos del sistema con un controlador en lazo cerrado, es decir, estudia las ganancias necesarias para mover los polos de la planta a posiciones de interés (Boley y Lu, 1986).

Finalmente, una métrica de controlabilidad que podría resultar adecuada y que también podría ser explorada es una que mide la dificultad de aprender a controlar el sistema por parte de un algoritmo de aprendizaje por reforzamiento. Con lo anterior, se podría evaluar el desempeño del algoritmo en relación al tipo de configuración del dedo controlado, e incorporar la métrica obtenida a un diseño informado de manipuladores actuados por tendones.

Apéndice A

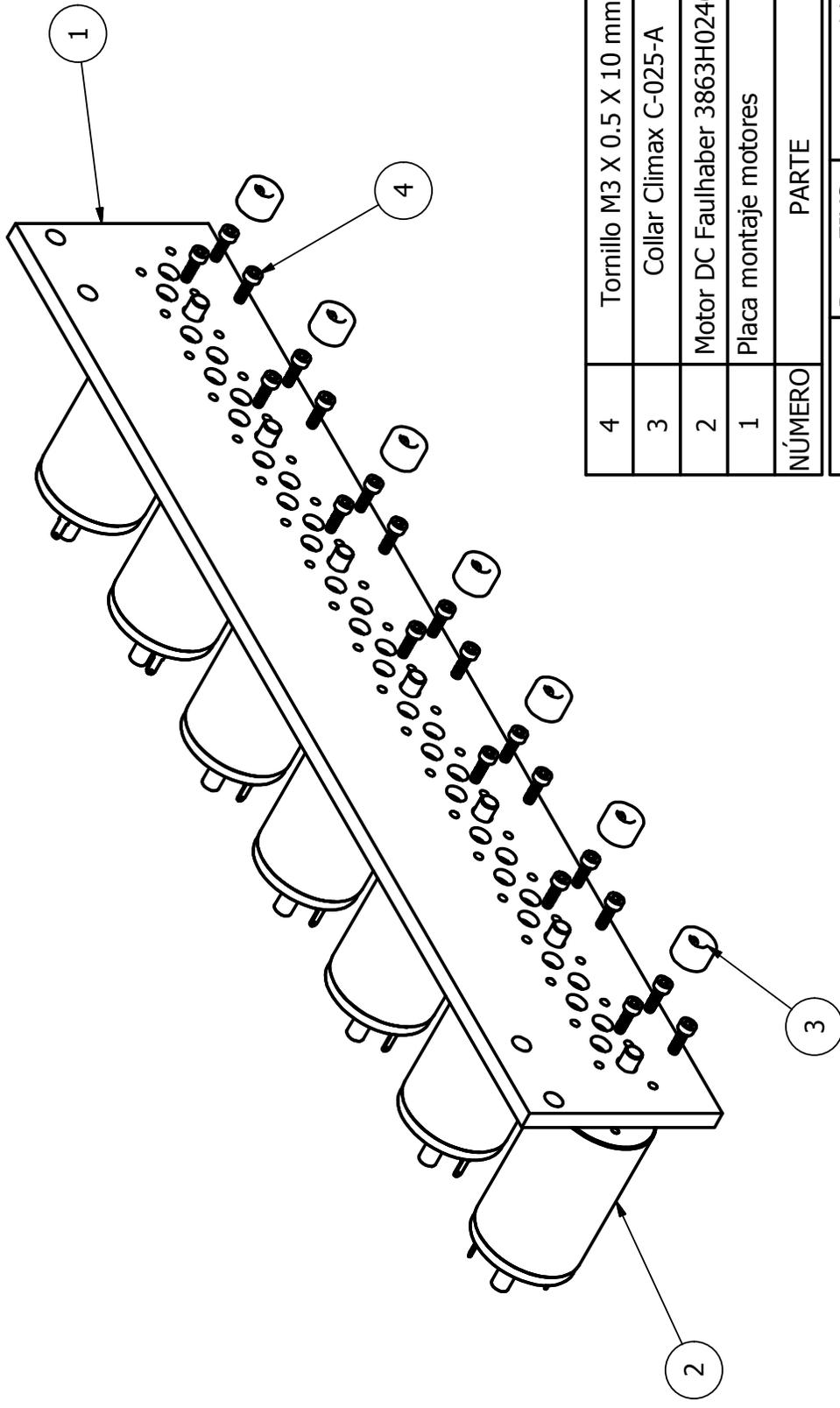
Planos de los componentes del banco de pruebas

En este apéndice se presentan los planos de ensamble y de las piezas del banco de pruebas.



4	Tornillo perfil bajo 1/4"-20 X 1"	24
3	Conector 80/20 4042	8
2	Perfil 80/20 1010 Long.: 12 in	8
1	Perfil 80/20 1010 Long.: 14 in	4
NÚMERO	PARTE	CANTIDAD

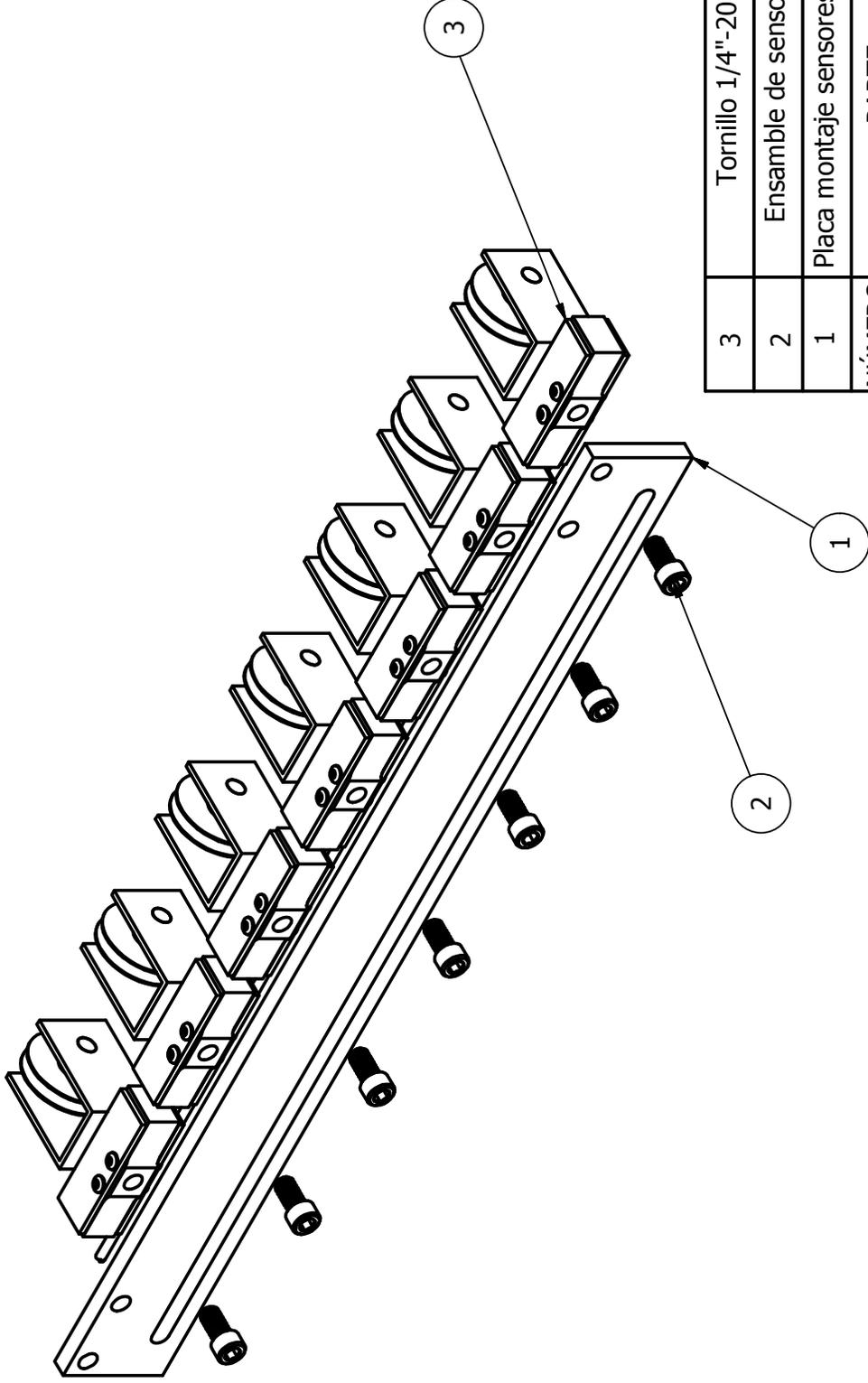
Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Placa montaje motores
		Proy.: Banco de pruebas
Mat.: Varios		Esc.: 1:4.5
Fecha de dib.: 02/03/2014		Acot.: in
Fecha de rev.: 02/03/2014		BP-500A



4	Tomillo M3 X 0.5 X 10 mm	21
3	Collar Climax C-025-A	7
2	Motor DC Faulhaber 3863H024CR	7
1	Placa montaje motores	1
NÚMERO	PARTE	CANTIDAD

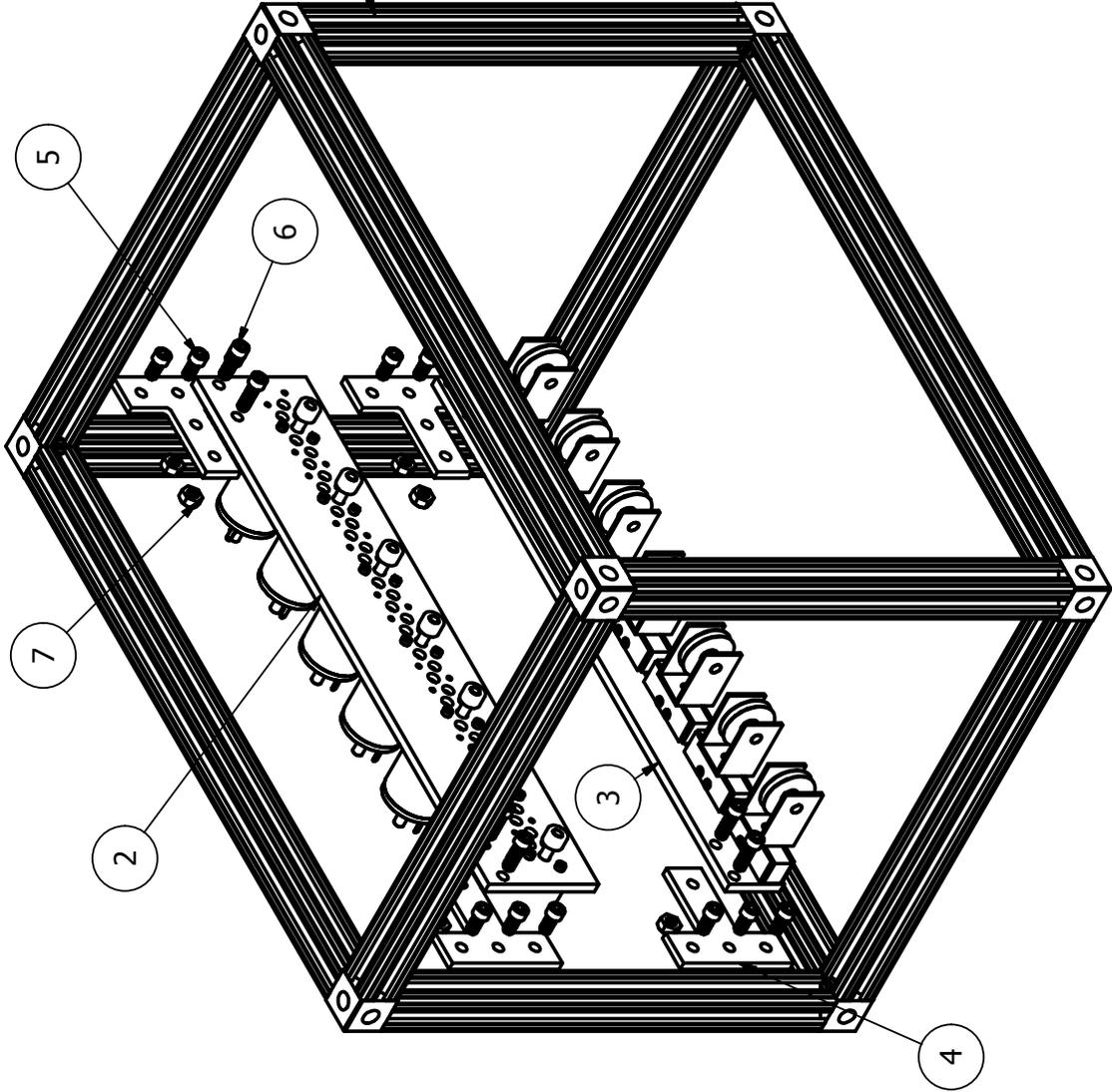
Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Ensamble motores
		Proy.: Banco de pruebas
Mat.: Varios		Esc.: 1:2
Fecha de dib.: 02/03/2014		Acot.: in
Fecha de rev.: 02/03/2014		BP-501A





3	Tornillo 1/4"-20 X 1/2"	7
2	Ensamble de sensor y polea	7
1	Placa montaje sensores de fuerza	1
NÚMERO	PARTE	CANTIDAD

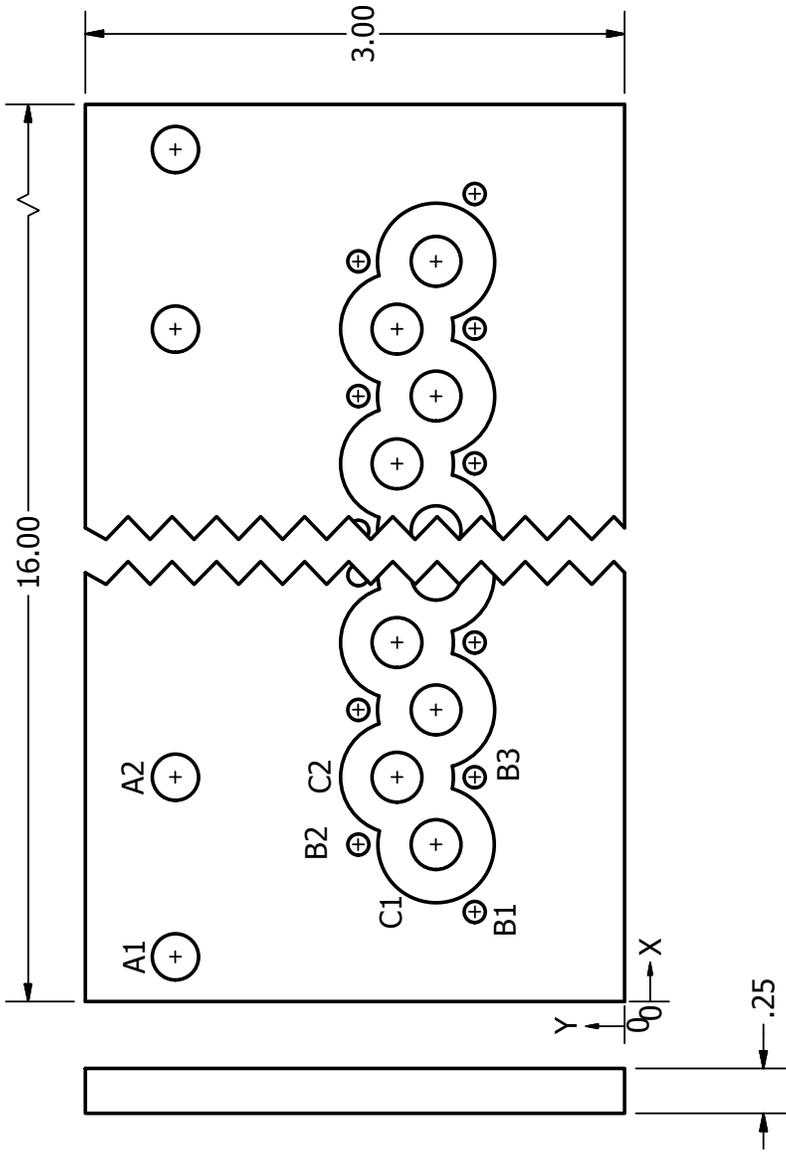
Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Ensamble sensores
		Proy.: Banco de pruebas
Mat.: Varios		Esc.: 1:2
Fecha de dib.: 02/03/2014		Acot.: in
Fecha de rev.: 02/03/2014		BP-502A



7	Tuerca 1/4"-20	8
6	Tornillo 1/4"-20 X 0.75	8
5	Tornillo 1/4"-20 X 0.5	12
4	Conector T 80/20 8040	4
3	Ensamble sensores (BP-502A)	1
2	Ensamble motores (BP-501A)	1
1	Marco (BP-500A)	1
NÚMERO	PARTE	CANTIDAD

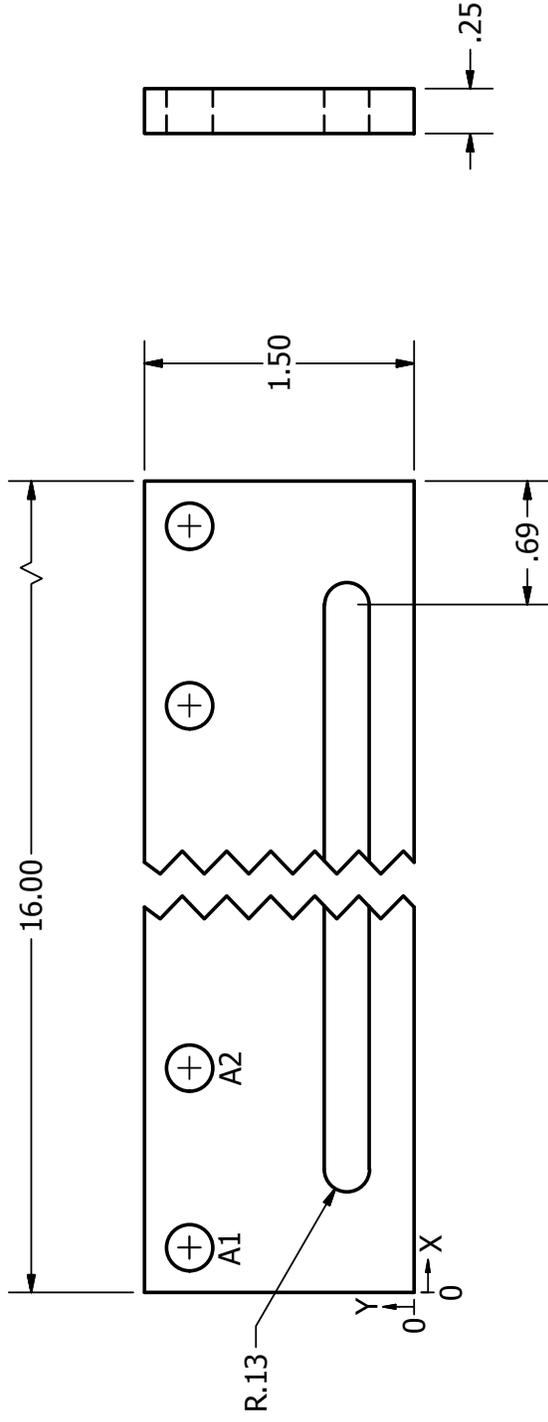
Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Ensamble banco de pr.
		Proy.: Banco de pruebas
Mat.: Varios		Esc.: 1:4
Fecha de dib.: 02/03/2014		Acot.: in
Fecha de rev.: 02/03/2014		BP-503A





C2	1.25	1.27	✓	∅ 0.28 prof. 0.15 ∅ 0.66 X 90°
C1	0.88	1.05	✓	∅ 0.28 prof. 0.15 ∅ 0.66 X 90°
B3	1.25	0.83	∅ 0.118 [3 mm] pasado	
B2	0.88	1.48	∅ 0.118 [3 mm] pasado	
B1	0.50	0.83	∅ 0.118 [3 mm] pasado	
A2	1.25	2.50	∅ 0.25 pasado	
A1	0.25	2.50	∅ 0.25 pasado	
RÓTULO	X	Y	TAMAÑO	

Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Placa montaje motores
		Proy.: Banco de pruebas
Mat.: Aluminio 6061	Esc.: 1:2	
Fecha de dib.: 02/03/2014	Acot.: in	
Fecha de rev.: 02/03/2014	BP-504A	



A2	1.25	1.25	Ø 0.25 pasado
A1	0.25	1.25	Ø 0.25 pasado
RÓTULO	X	Y	TAMAÑO
Dib.: VRBP	Rev.: FJVC	Tit.: Placa montaje sensores	
		Proy.: Banco de pruebas	
Mat.: Aluminio 6061		Esc.: 1:2	
Fecha de dib.: 02/03/2014		Acot.: in	
Fecha de rev.: 02/03/2014		BP-505A	



Apéndice B

Método de Newton-Euler

Las ecuaciones (B.1) y (B.2) describen la dinámica de un cuerpo rígido en términos de una fuerza y un par aplicados en el centro de masa del cuerpo con respecto a un marco de referencia inercial (Murray et al., 1994).

$$f = ma \quad (\text{B.1})$$

$$\tau = \omega \times (I\omega) + I\dot{\omega} \quad (\text{B.2})$$

donde f es la suma de fuerzas externas aplicadas al cuerpo, m es la masa del cuerpo, y a es la aceleración de su centro de masa. τ es la suma de pares aplicados al cuerpo rígido, I es su momento de inercia, y ω es la velocidad angular del cuerpo. Todas las variables anteriores se expresan con respecto a un marco de referencia rígidamente acoplado al cuerpo.

Estas ecuaciones se pueden utilizar para obtener el modelo dinámico de un manipulador de n eslabones. Considérese la Figura B.1.

Entonces se tiene que la ecuación del balance de fuerzas y la del balance de pares se pueden expresar como

$$f_i = R_{i+1}^i f_{i+1} + m_i a_{c,i} \quad (\text{B.3})$$

$$\tau_i = R_{i+1}^i \tau_{i+1} - f_i \times r_{i-1,ci} + (R_{i+1}^i f_{i+1}) \times r_{i,ci} + \omega_i \times (I_i \omega_i) + I_i \alpha_i \quad (\text{B.4})$$

donde i es el número del eslabón dentro de la cadena cinemática del manipulador, f_i es la fuerza ejercida por el eslabón $i - 1$ sobre el eslabón i , R_{i+1}^i es la matriz de rotación del marco de referencia i al $i + 1$, m_i es la masa del eslabón i , $a_{c,i}$ es la aceleración del centro de masa del eslabón i , τ_i es el par ejercido por el eslabón $i - 1$ sobre el eslabón i , $r_{i,ci}$ es el vector que va

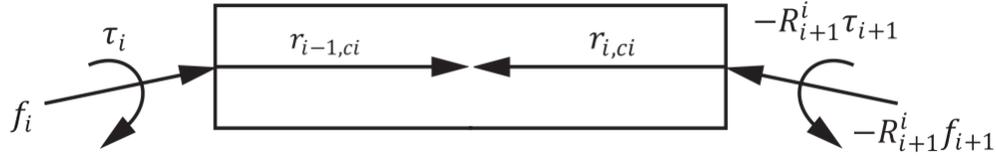


Figura B.1: Cuerpo rígido dentro de una cadena cinemática y las fuerzas y pares que actúan sobre él (Hoifodt, 2011).

del origen del marco de referencia i al centro de masa del eslabón i , ω_i es la velocidad angular del marco de referencia i con respecto al marco inercial, I_i es el tensor de inercias del eslabón i alrededor de un marco de referencia paralelo al marco i cuyo origen es el centro de masa del eslabón i , y α_i es la aceleración angular del marco de referencia i con respecto al marco de referencia inercial.

El método consiste en resolver las siguientes ecuaciones desde el primer eslabón en el manipulador, hasta el último, es decir, incrementando i de 1 a n . Las condiciones iniciales son $\omega_0 = 0$, $\alpha_0 = 0$, $a_{c,0} = 0$, $a_{e,0} = 0$.

1. $\omega_i = (R_i^{i-1})^{-1}\omega_{i-1} + b_i\dot{q}_i$
2. $\alpha_i = (R_i^{i-1})^{-1}\alpha_{i-1} + b_i\ddot{q}_i + \omega_i \times b_i\dot{q}_i$
3. $a_{e,i} = (R_i^{i-1})^{-1}a_{e,i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,i})$
4. $a_{c,i} = (R_i^{i-1})^{-1}a_{c,i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,ci} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,ci})$

donde

$$b_i = (R_i^0)^{-1}R_{i-1}^0 z_0$$

es un vector que representa el eje de rotación de la articulación i expresada en el marco de referencia i , y q_i es la posición angular de la articulación i .

Posteriormente se calculan los pares actuando sobre cada articulación mediante las ecuaciones B.3 y B.4 empezando por el último eslabón del manipulador y avanzando hacia el primero, es decir disminuyendo i de n a 1, y utilizando las condiciones finales $f_{n+1} = 0$, y $\tau_{n+1} = 0$.

De esta manera se obtiene un conjunto de ecuaciones que expresan el par en cada articulación en términos de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de las articulaciones.

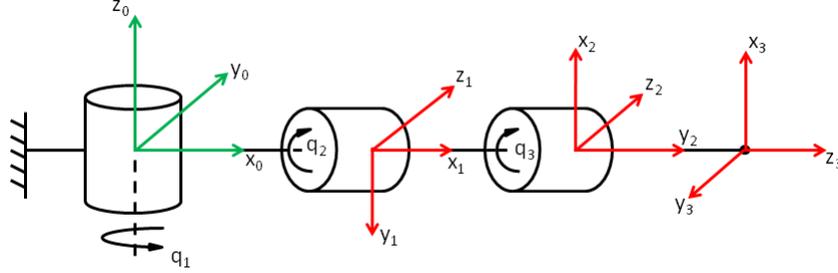


Figura B.2: Representación esquemática del manipulador propuesto por (Inouye y Valero-Cuevas, 2013b) y de los marcos de referencia rígidamente acoplados a cada eslabón.

Parámetros utilizados para la obtención del modelo dinámico del manipulador de tres eslabones y tres articulaciones

El programa en *Matlab 8* que implementa el método de Newton-Euler propuesto en Hoifodt (2011) requiere como datos de entrada las matrices de rotación R_{i+1}^i , los vectores de longitud de los eslabones $r_{i-1,i}$ y de centros de masa $r_{i-1,ci}$, y los parámetros del modelo dinámico del sistema.

Las matrices de rotación para este sistema se obtuvieron posicionando los marcos de referencia para cada eslabón como se muestra en la Figura B.2. Las matrices de rotación resultantes son las siguientes:

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_2^1 = \begin{bmatrix} \sin q_2 & \cos q_2 & 0 \\ -\cos q_2 & \sin q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^2 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & 0 & -\sin q_3 \\ \sin q_3 & 0 & \cos q_3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Los vectores de longitud y de posición de los centros de masa de los eslabones son los siguientes:

$$r_{0,1} = [l_1 \ 0 \ 0]^T$$

$$r_{1,2} = [0 \ l_2 \ 0]^T$$

$$r_{2,3} = [0 \ 0 \ l_3]^T$$

Tabla B.1: Parámetros utilizados para calcular la métrica de controlabilidad del manipulador actuado por tendones. En la primera columna se muestran los parámetros del manipulador optimizado en Inouye y Valero-Cuevas (2013b), y en la segunda columna se muestran los parámetros del sistema modificado con los que se obtuvieron los resultados de la métrica de controlabilidad en la última columna de la Tabla 4.1. l_i , r_i , w_i , m_i son la longitud, la distancia al centro de masa el ancho, y la masa de cada eslabón, respectivamente.

Parámetro	Sistema original	Sistema modificado
l_1 [cm]	8.3	17.0
l_2 [cm]	6.4	10.0
l_3 [cm]	5.7	8.0
r_1 [cm]	4.2	17.0
r_2 [cm]	3.2	10.0
r_3 [cm]	2.9	8.0
w_1 [cm]	3.0	4.0
w_2 [cm]	2.5	2.5
w_3 [cm]	2.0	2.0
m_1 [g]	60	400
m_2 [g]	45	150
m_3 [g]	40	100

$$r_{0,c1} = [r_1 \ 0 \ 0]^T$$

$$r_{1,c2} = [0 \ r_2 \ 0]^T$$

$$r_{2,c3} = [0 \ 0 \ r_3]^T$$

Los parámetros del modelo dinámico que se consideraron para obtener los resultados presentados en la Tabla 4.1 se muestran en la Tabla B.1.

Los tensores de inercia de cada eslabón se obtuvieron considerando que los eslabones del manipulador son cilíndricos como se indica en Hoifodt (2011) de forma que son función de la masa y las dimensiones de cada eslabón. Consecuentemente los tensores de inercia de cada eslabón son los siguientes

$$I_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1\left(\frac{w_1}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_1l_1^2 + \frac{1}{4}m_1\left(\frac{w_1}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_1l_1^2 + \frac{1}{4}m_1\left(\frac{w_1}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m_2l_2^2 + \frac{1}{4}m_2\left(\frac{w_2}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}m_2\left(\frac{w_2}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_2l_2^2 + \frac{1}{4}m_2\left(\frac{w_2}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m_3l_3^2 + \frac{1}{4}m_3\left(\frac{w_3}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_3l_3^2 + \frac{1}{4}m_3\left(\frac{w_3}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m_3\left(\frac{w_3}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

Apéndice C

Demostración de controlabilidad del manipulador de tres eslabones actuado por tendones en una configuración $N + 1$ optimizada

Debido a que el manipulador de la Figura 4.1 cuenta con tres eslabones y tres articulaciones, su espacio de pares es un subconjunto de E^3 , por lo que los vectores usados para comprobar la controlabilidad del sistema son

$$b_1 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ -\tau_3 \end{bmatrix}, b_3 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ -\tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, b_4 = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ -\tau_2 \\ -\tau_3 \end{bmatrix}, b_5 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix},$$
$$b_6 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ -\tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, b_7 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ \tau_2 \\ -\tau_3 \end{bmatrix}, b_8 = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ -\tau_2 \\ -\tau_3 \end{bmatrix}$$

La matriz de brazos de palanca del sistema con una configuración $N + 1$ optimizada, señalada en la Sección 4.6, es

$$R(q)_{N+1opt} = \begin{bmatrix} -r_1 & r_1 & r_1 & r_2 \\ 0 & r_1 & -r_1 & -r_1 \\ 0 & 0 & r_2 & -r_1 \end{bmatrix}$$

Usando el teorema enunciado en la Sección 4.3., se obtiene

$$b_1 \cdot R_2 > 0, b_2 \cdot R_2 > 0, b_3 \cdot R_3 > 0, b_4 \cdot R_4 > 0, \\ b_5 \cdot R_1 > 0, b_6 \cdot R_1 > 0, b_7 \cdot R_1 > 0, b_8 \cdot R_1 > 0$$

donde R_i , con $i = 0, \dots, 4$, es un vector correspondiente a la columna i de la matriz $R(q)_{N+1opt}$.

Lo anterior cumple con la condición del teorema, por lo que se puede aseverar que el sistema analizado es controlable.

Se puede llevar a cabo un análisis similar para las demás configuraciones de tendones expuestas en la Sección 4.6, con el cual se encuentra que todas ellas producen sistemas controlables.

Bibliografía

- Daniel L. Boley y Wu Sheng Lu. Measuring how far a controllable system is from an uncontrollable one. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31, 1986.
- Steven J. Boyce. *The Distance to Uncontrollability via Linear Matrix Inequalities*. Proyecto Fin de Carrera, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2010.
- Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, 1999.
- Chandler Davis. Theory of positive linear dependence. *American Journal of Mathematics*, 76, 1954.
- Elbert Hendricks, Ole Jannerup, y Paul Haase Sørensen. *Linear Systems Control*. Springer, 2008.
- Herman Hoifodt. *Dynamic Modeling and Simulation of Robot Manipulators: The Newton-Euler Formulation*. Proyecto Fin de Carrera, Norwegian University of Science and Technology, 2011.
- JM Inouye, JJ Kutch, y FJ Valero-Cuevas. *Optimizing the Topology of Tendon-Driven Fingers: Rationale, Predictions and Implementation*. Springer Tracts in Advanced Robotics series, 2013.
- JM Inouye y FJ Valero-Cuevas. Anthropomorphic tendon-driven robotic hands can exceed human grasping capabilities following optimization. *The International Journal of Robotics Research*, 2013a.
- JM Inouye y FJ Valero-Cuevas. Computational optimization and experimental evaluation of grasp quality for tendon-driven hands subject to design constraints. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2013b.

- Michael C.K. Khoo. *Physiological Control Systems: Analysis, Simulation and Estimation*. Wiley Interscience, 2000.
- Richard M Murray, Zexiang Li, y S. Shankar Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994.
- A Nahvi, JM Hollerbach, Xu Yangming, y IW Hunter. An investigation of the transmission system of a tendon driven robotic hand. *Proceedings of the IEEE/RSG/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems. 'Advanced Robotic Systems and the Real World', IROS*, 1994.
- JM Rocamora, CM Niu, J Buchli, TD Sanger, y FJ Valero-Cuevas. Physiologically-based control of a robotic tendon-driven system. *Proceedings of the 43rd Annual Meeting of the Society of Neuroscience*, 2013.
- E. Theodorou, E. Todorov, y FJ Valero-Cuevas. Neuromuscular stochastic optimal control of a tendon-driven index finger model. *American Control Conference*, 2011.
- Francisco J. Valero-Cuevas. A mathematical approach to the mechanical capabilities of limbs and fingers. *Advances in Experimental Medicine and Biology*, págs. 619–633, 2009.
- Jesús Javier Villarroel Graterol. *Diseño e implementación de un controlador de posición para una plataforma de Stewart con acomodación activa*. Proyecto Fin de Carrera, Universidad Politécnica de Cataluña, 2011.