

CAPÍTULO 2

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES EN SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

2.1 Introducción

El concreto posee una gran resistencia a esfuerzos de compresión y una pequeña resistencia a esfuerzos de tensión por lo que su función es resistir los esfuerzos de compresión que se inducen en los elementos de concreto reforzado bajo las acciones de diseño. Por lo que en elementos estructurales es necesario reforzar por medio de acero de refuerzo, de tal forma que este resista las fuerzas de tensión que se inducen en los elementos por las acciones de diseño.

Para los fines de análisis y diseño de estructuras de concreto reforzado, además de la resistencia máxima a esfuerzos de compresión del concreto, es necesario conocer otras propiedades mecánicas como son las deformaciones unitarias máximas, últimas y esfuerzos de compresión ϵ_{max} y a ϵ_{ult} respectivamente, así como su modulo de elasticidad. Estas propiedades se

pueden obtener de su curva esfuerzo-deformación la cual describe las deformaciones unitarias, estas deformaciones se presentan en un espécimen sometido a diferentes niveles de esfuerzos de compresión como se muestra en la fig. 2.1.

En este capítulo se describen brevemente algunos modelos analíticos de las curvas esfuerzo-deformación que son más aceptados en la actualidad, para el concreto simple o no confinado y del concreto confinado, también se describen los más aceptados para el acero.

2.2 Concreto no confinado

El concreto no confinado, es un material que se comporta de forma adecuada a la compresión, pero débil en tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea acero de refuerzo, generalmente en forma de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones bajo las acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto.

Para el concreto simple o no confinado, es importante conocer su curva esfuerzo-deformación, dicha curva se obtiene de forma experimental mediante mediciones de deformaciones unitarias de ensayos en cilindros de concreto con una edad de veintiocho días, sometidos a compresión uniaxial con una velocidad de carga moderada. Las dimensiones estandarizadas de los cilindros son de 305mm de altura y 152mm de diámetro (relación altura-diámetro igual a dos).

La curva esfuerzo-deformación tiene como características generales que en su rama inicial es relativamente lineal aproximadamente hasta la mitad de la resistencia máxima a compresión, después de que se supera esta primera rama, la curva tiende a hacerse horizontal hasta alcanzar su resistencia máxima. En las curvas esfuerzo-deformación del concreto de alta resistencia su forma tiende a ser puntiaguda cerca de la resistencia máxima, mientras que las curvas de concreto

de baja resistencia tienen mesetas planas y amplias después de superar la zona elástica lineal.

Como se muestra en la fig.2.1 la pendiente de la ultima rama de la curva es negativa debido a que después de que se alcanza la ϵ_{cmax} , el concreto no es capaz de tomar esfuerzos adicionales y por lo tanto la resistencia decrece, la curva termina donde se alcanza la deformación unitaria de aplastamiento del concreto ϵ_{cult} . También se ha observado que la deformación unitaria asociada a la resistencia máxima ϵ_{cmax} es aproximadamente igual a 0.002.

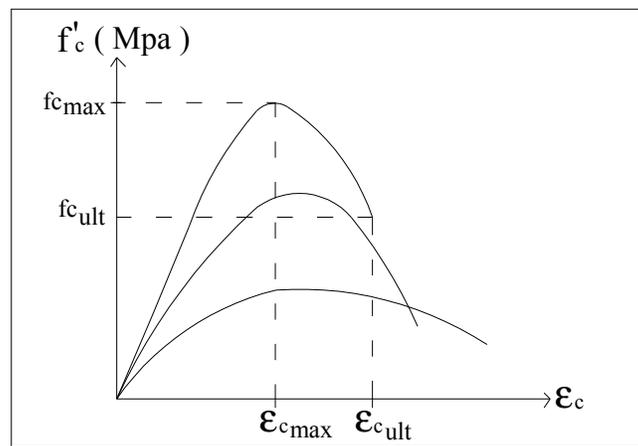


Fig. 2.1 Curvas esfuerzo-deformación a compresión en cilindros estándar (Paulay y Priestley, 1992).

2.2.1 Módulo de Elasticidad

El Módulo de Elasticidad es la pendiente de la rama inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto y aumenta con la resistencia a compresión del concreto. Esta propiedad del concreto es muy importante para la predicción de las deflexiones producidas por cargas de corta duración en los elementos a flexión. Su valor es función de la resistencia del concreto a compresión, y su valor suele suponerse como $E = 14,000\sqrt{f'_c}$ concreto clase I, GDF, (2004).

2.2.2 Modelo de Hognestad

A partir de la observación de estas características generales se han desarrollado modelos para la construcción de la curva esfuerzo-deformación del concreto.

Uno de los modelos más conocidos y aceptados es el propuesto por Hognestad, (1951). Es aplicable tanto para secciones circulares como para secciones rectangulares o cuadradas. La primera rama consiste en una parábola de segundo grado hasta alcanzar su resistencia máxima; después la curva desciende y esta rama se representa por medio de una recta con una pendiente “ \emptyset ” (ec. 2.3). Comúnmente la deformación unitaria última o de aplastamiento del concreto, ϵ_{cu} tienen como valor más aceptado 0.0038. En este modelo, las expresiones que definen las dos ramas de la curva y la pendiente de la segunda rama son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_c = f'_c \left[\frac{2\epsilon_0}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right]; \quad 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \quad \dots\dots\dots 2.1$$

- Para la segunda rama:

$$\epsilon_0 = \frac{2 f'_c}{E_c} \quad \dots\dots\dots 2.2$$

- Para la pendiente de la segunda rama:

$$\emptyset \approx \frac{3 f'_c}{20 (\epsilon_{cu} - \epsilon_0)} \quad \dots\dots\dots 2.3$$

donde:

E_c : Modulo de elasticidad del concreto

f'_c : Resistencia máxima a compresión de un espécimen de concreto, ensayado en laboratorio

ϵ_0 : Deformación unitaria asociada a la resistencia máxima del concreto, f'_c

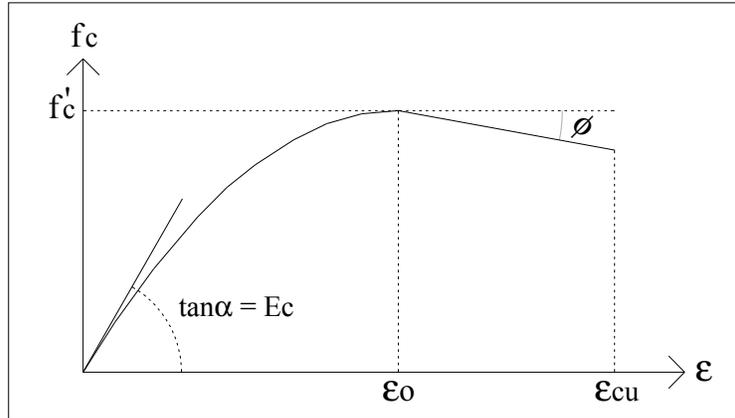


Fig. 2.2 Curva esfuerzo-deformación del concreto a compresión (Hognestad, 1951).

2.3 Concreto confinado

El uso del refuerzo no está limitado a la finalidad anterior, también se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado, para reducir las deformaciones debidas a cargas de larga duración y para proporcionar confinamiento lateral al concreto, lo que indirectamente aumenta su resistencia a la compresión. La combinación de concreto simple con acero de refuerzo constituye lo que se llama concreto reforzado o armado.

El concreto armado está compuesto por el concreto simple y el acero de refuerzo. El concreto simple, es un material heterogéneo que se obtiene de la mezcla del cemento, agregados y agua que resiste los esfuerzos de compresión y el acero de refuerzo, está conformado por varillas longitudinales y transversales que le proporcionan a los elementos la resistencia a la tensión que el concreto simple no puede soportar.

El concreto armado tiene un comportamiento complejo que ha sido estudiado en su mayoría por medio de la experimentación en laboratorios, por lo que para comprender mejor su comportamiento se estudian las propiedades mecánicas de sus componentes por separado.

El confinamiento del concreto lo proporciona el refuerzo transversal que rodea al núcleo de una sección, aunque en la práctica es difícil encontrar concreto no confinado se considera así si no se cumple con las separaciones máximas estipuladas para las estribos de acero.

Estudios experimentales realizados por Chan (1955), Blume et al. (1961), Roy y Sozen (1964), Soliman y Yu (1967), Sargin et al. (1971), Kend y Park (1971) y Mander et al. (1988), indican que un buen confinamiento mejora el desempeño de un elemento y sus deformaciones se incrementan, haciendo del concreto un material más dúctil.

El grado de confinamiento es función de la cantidad acero transversal, puesto que incrementa sustancialmente la resistencia a la compresión y la capacidad de deformación del concreto.

El confinamiento se inicia cuando los niveles de esfuerzos de compresión en el concreto se aproximan a su resistencia máxima, en este momento las deformaciones transversales de la sección se incrementan debido al agrietamiento interno progresivo, por lo cual el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el cual induce a su vez una fuerza de confinamiento sobre el concreto, aumentando así su resistencia a compresión y disminuyendo las deformaciones transversales.

El refuerzo transversal a base de hélices confina el concreto del núcleo con más eficiencia que los estribos rectangulares o cuadrados. Esto se debe a que las hélices proporcionan una presión continua de confinamiento en toda la circunferencia.

Para que el confinamiento de un elemento con estribos circulares, rectangulares o cuadrados sea eficiente, se requiere que la separación del acero de refuerzo transversal sea mínima.

En los siguientes incisos se mencionan brevemente los factores que intervienen para que el confinamiento sea eficiente:

1. Cuantía de acero transversal, ρ_w
2. Separación de estribos, s
3. Esfuerzo de fluencia nominal del acero longitudinal, f_y
4. Resistencia a compresión, f'_c
5. Esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo transversal, f_{yh}
6. Relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado, ρ_s
7. Cuantía de acero longitudinal, ρ

El acero longitudinal funciona como apoyos de los estribos, de tal modo que la separación entre varillas longitudinales debe ser la mínima permisible, evitando así que el estribo se flexione.

Los esfuerzos confinantes se incrementan, si los factores antes mencionados aumentan su magnitud.

De igual forma que en el concreto simple o no confinado, las propiedades mecánicas de un espécimen de concreto confinado bajo cargas de compresión se pueden conocer a partir de su curva esfuerzo-deformación. Dichas curvas también presentan características generales a partir de las cuales es posible generar modelos analíticos para describirlas. A continuación se describen los modelos más conocidos y aceptados.

2.3.1 Modelo de Kent y Park

Este modelo se basa en pruebas experimentales, fue propuesto por Kent y Park, (1971) y es aplicable únicamente a secciones rectangulares o cuadradas. El modelo considera que el confinamiento no tiene efecto en la resistencia, ya que esta es igual a la de un concreto simple.

La curva está formada por tres ramas (A, B y C), como se muestra en la fig. 2.4. En la primera rama el efecto del confinamiento aun no se presenta y su forma es igual a la de un concreto simple, idealizada como una parábola de segundo grado y está definida en un intervalo ($0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o$), (ec.2.4).

La rama B (ec.2.5) se aproxima o se idealiza por una recta, inicia cuando el concreto alcanza su resistencia máxima y concluye cuando esta se ha degradado en un ochenta por ciento $f_c = 0.20f'_c$, definida por el intervalo ($\varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c}$). Su pendiente es función de factores relacionados con el confinamiento de la sección.

En la rama C (ec.2.6) definida en un intervalo ($\varepsilon > \varepsilon_{20c}$), se aprecia que el concreto podrá seguir tomando deformaciones más allá de ε_{20c} pero no podrá tomar esfuerzos adicionales, (fig. 2.4).

Las expresiones que definen a cada rama de la curva son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_{cA} = f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o \quad \dots\dots\dots 2.4$$

- Para la segunda rama:

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_o)] ; \varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} \quad \dots\dots\dots 2.5$$

- Para la tercera rama:

$$f_{cC} = 0.20f'_c ; \varepsilon_c > \varepsilon_{20c} \quad \dots\dots\dots 2.6$$

$$Z = \frac{1}{2(\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - \varepsilon_o)} \quad \dots\dots\dots 2.7$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + \varepsilon_o f'_c}{f'_c - 1000} \quad \dots\dots\dots 2.8$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b_c}{s}} \quad \dots\dots\dots 2.9$$

donde:

ϵ_c : Deformación unitaria del concreto

ϵ_o : Deformación unitaria asociada a la resistencia máxima a compresión del concreto f'_c .

ϵ_{20c} : Deformación unitaria asociada al $0.20f'_c$

b_c : Ancho de la sección

s : Separación entre los estribos

ρ_s : Relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado

En la fig. 2.4 se comparan las curvas esfuerzo-deformación de un concreto simple o no confinado y la de un concreto confinado de acuerdo al modelo propuesto Kent y Park, (1971).

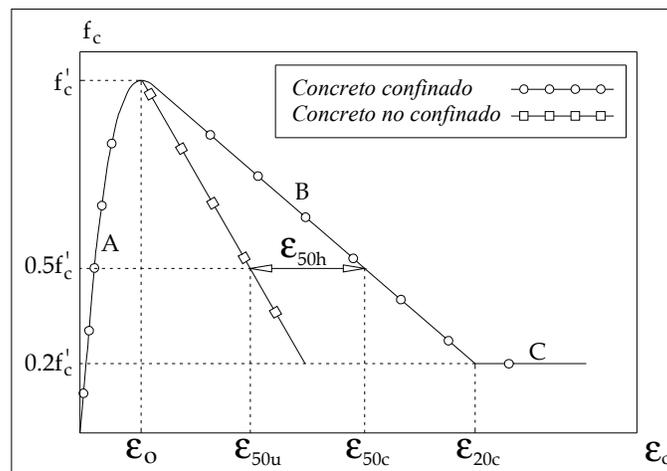


Fig. 2.4 Comparación de curvas esfuerzo-deformación de un concreto simple y uno confinado (Kent y Park, 1971).

2.3.1.1 Modelo de Park Modificado

A diferencia del modelo anterior éste si considera el incremento en la resistencia a compresión debido al confinamiento, fue modificado por Park et al. (1982), la modificación en la curva esfuerzo-deformación consistió en aceptar que el efecto de confinamiento no solo incrementa las deformaciones si no también los esfuerzos. Dicho incremento está definido por un factor k , que depende del confinamiento, como se muestra en la fig. 2.5. Para su definición se emplean las ecuaciones utilizadas en el modelo Kent y Park (1971), excepto que ahora las variables f'_c y ϵ_o están multiplicadas por un factor k .

Las ecuaciones que definen a cada una de las ramas de la curva son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_{cA} = kf'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{k\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon_c}{k\epsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \epsilon_c \leq k\epsilon_o \dots\dots\dots 2.10$$

- Para la segunda rama:

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\epsilon_c - k\epsilon_o)] ; \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \dots\dots\dots 2.11$$

$$k = 1 + \frac{\rho_s f_y}{f'_c} \dots\dots\dots 2.12$$

$$Z = \frac{1}{2(\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - k\epsilon_o)} \dots\dots\dots 2.13$$

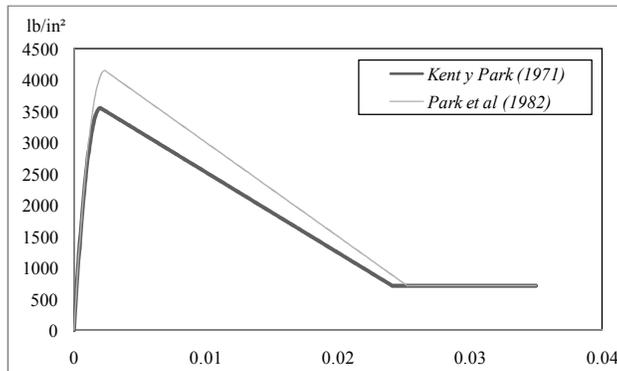


Fig. 2.5 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple, (Kent y Park, 1971) y uno confinado, (Park et al. 1982).

2.3.2 Modelo de Mander

Este modelo propuesto por Mander et al. (1988), está definido por una curva continua, y también considera que el efecto del confinamiento no solo incrementa la capacidad de deformación del concreto ϵ_c , si no también la resistencia a compresión del concreto. Es aplicable para secciones circulares y rectangulares o cuadradas, Popovics, (1973).

En este modelo la deformación unitaria última o de falla ϵ_{cu} del concreto se presenta cuando se fractura el refuerzo transversal y por lo tanto ya no es capaz de confinar al núcleo de concreto, por lo que las deformaciones transversales del núcleo de concreto tenderán a ser muy grandes.

En la fig. 2.6 se comparan las curvas esfuerzo-deformación para un concreto no confinado y uno confinado, según el modelo propuesto por Mander et al. (1988).

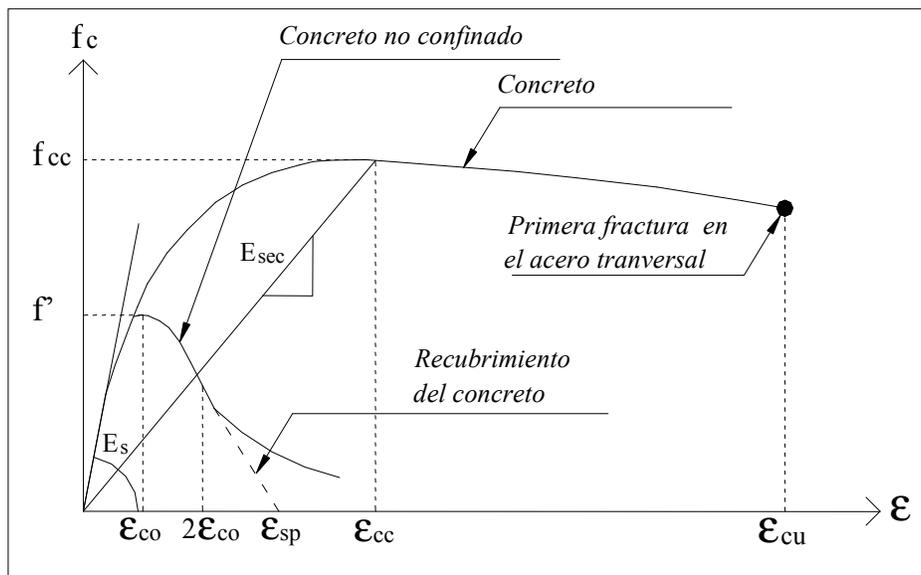


Fig. 2.6 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple y uno confinado, (Mander et al.1988).

La curva esfuerzo-deformación propuesta por Mander et al. (1988), se define mediante las siguientes expresiones:

$$f_c = \frac{xr f_{cc}}{r-1+xr} \dots\dots\dots 2.14$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \dots\dots\dots 2.15$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \dots\dots\dots 2.16$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \dots\dots\dots 2.17$$

donde:

f_{cc} : Resistencia máxima del concreto confinado

f'_c : Resistencia máxima del concreto no confinado

ε_c : Deformación unitaria del concreto

ε_{cu} : Deformación unitaria última

ε_{co} : Deformación asociada a la resistencia máxima del concreto f'_c

ε_{sp} : Deformación unitaria última asociada al recubrimiento del concreto

ε_{cc} : Deformación unitaria del concreto simple, asociada al esfuerzo máximo confinante

E_c : Modulo de elasticidad del concreto no confinado

E_{sec} : Modulo secante del concreto confinado asociado al esfuerzo máximo confinante

La resistencia máxima a compresión f_{cc} está en función de la fuerza lateral de confinamiento efectivo (f_{le}), y del tipo de estribo con el que fue confinado el elemento.

Para secciones circulares confinadas por estribos circulares o hélices la resistencia máxima a compresión (f_{cc}), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = f'_c \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_{le}}{f'_c} - \frac{2 f_{le}}{f'_c}} - 1.254 \right), \text{Mpa} \quad \dots\dots\dots 2.18$$

$$f_{le} = \frac{1}{2} k_e \rho_s f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.19$$

$$\rho_s = \frac{4 A_{sp}}{s d_s} \quad \dots\dots\dots 2.20$$

$$k_{ec} = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.21$$

$$k_{es} = \frac{1 - \frac{s'}{2 d_s}}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.22$$

donde:

A_{sp} : Área de refuerzo transversal

ρ_s : Relación del volumen acero confinante entre el volumen de concreto confinado

ρ_{cc} : Relación del área de acero longitudinal y el área de concreto confinada

d_s : Diámetro de los estribos

k_e : Factor de confinamiento efectivo. Se utiliza la expresión k_{ec} o k_{es} , dependiendo si la sección es confinada con estribos circulares o con hélices

k_{ec} , k_{es} : Factor de confinamiento efectivo para secciones confinadas con estribos circulares o con hélices

s' , s : Separación entre los estribos a paño interior y exterior respectivamente

Para secciones rectangulares o cuadradas la resistencia máxima a compresión (f_{cc}), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = \lambda f'_c \quad \dots\dots\dots 2.23$$

$$f_{lx} = \frac{A_{sx}}{s d_c} k_e f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.24$$

$$f_{ly} = \frac{A_{sy}}{s b_c} k_e f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.25$$

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 d_c} \right) \quad \dots\dots\dots 2.26$$

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6 b_c d_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 d_c} \right)}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.27$$

donde:

f_{cc} : Resistencia máxima del concreto confinado

f'_c : Resistencia a compresión del concreto

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal

λ : Factor de esfuerzo confinado, se obtiene de la fig. 2.8

ρ_{cc} : Relación del área de acero longitudinal y el área de concreto confinada

A_e : Área confinada efectiva, se utiliza A_{sx} o A_{sy} dependiendo si la sección es paralela al eje "x" o al eje "y"

A_{sx} , A_{sy} : Área de refuerzo transversal paralela al eje "x" o "y"

f_{lx} , f_{ly} : Fuerza lateral de confinamiento efectivo en dirección "x" o "y"

s' , s : Separación entre los estribos a paño interior y exterior respectivamente

En la fig. 2.7 se muestra de forma esquemática el área de concreto confinado y no confinado de una sección rectangular, así como algunas de las variables que se utilizan en las expresiones que definen el modelo de Mander et al. (1988).

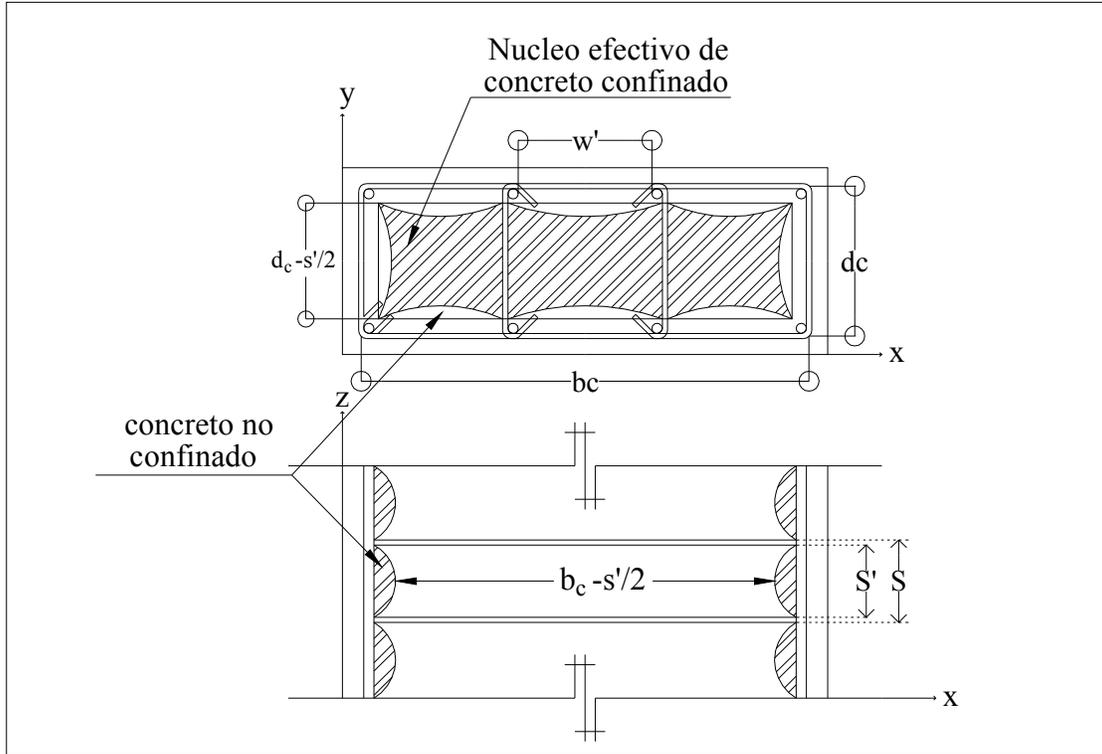


Fig. 2.7 Núcleo efectivo de concreto confinado para una sección rectangular, (Mander et al. 1988).

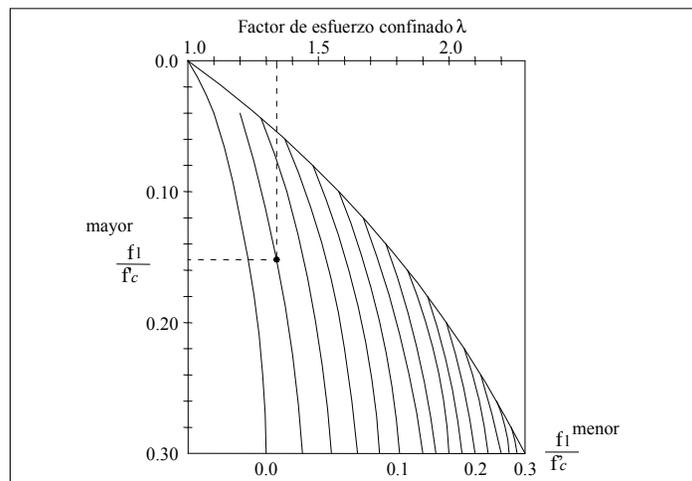


Fig. 2.8 Factor de confinamiento, " λ " para elementos cuadrados y rectangulares, (Mander et al. 1988).

2.4 Acero de refuerzo en estructuras de concreto

El acero de refuerzo es un material que posee una gran resistencia a tensión, cualidad por la cual se usa para resistir principalmente los esfuerzos de tensión que se inducen en los elementos estructurales de concreto reforzado por las acciones de diseño. Además, cuando los esfuerzos de compresión actuantes son grandes, comúnmente se usa refuerzo longitudinal a compresión que trabaja en conjunto con el concreto para resistirlas, aunque para tal finalidad el refuerzo debe estar debidamente restringido contra pandeo.

Es común que en el diseño y evaluación sísmica se utilice una aproximación de la curva esfuerzo-deformación llamado “modelo elastoplástico perfecto”, (fig. 2.9). Al igual que en los modelos anteriores para la etapa de comportamiento elástico, antes de la fluencia los esfuerzos en el acero f_s , son proporcionales a las deformaciones. La simplificación en este modelo estriba principalmente en que se desprecia el endurecimiento del acero por deformación, al considerar que el material no es capaz de tomar esfuerzos mayores al de fluencia, pero si deformaciones mayores a ésta.

Las principales desventajas de utilizar el modelo elastoplástico perfecto para propósitos de diseño o evaluación sísmica son las siguientes:

1. Se ignora la capacidad del acero para tomar esfuerzos mayores al de fluencia f_y .
2. Existe la posibilidad de que el concreto se aplaste sin que el acero haya fluido, provocando así una falla frágil por compresión.

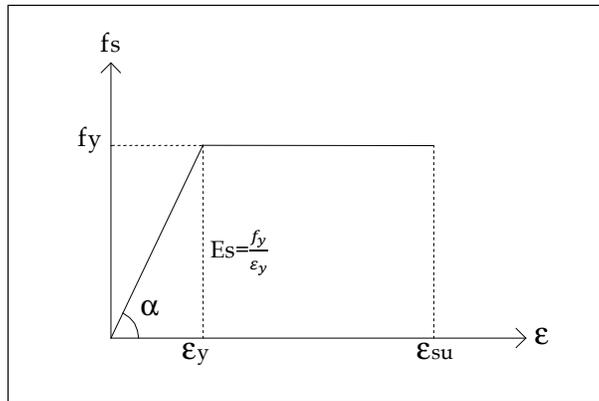


Fig. 2.9 Curva esfuerzo-deformación del modelo elastoplástico perfecto para el acero sometido a tensión.

Además del modelo elastoplástico perfecto, existen algunos modelos que permiten definir la curva esfuerzo-deformación del acero a tensión en los cuales sí se considera el endurecimiento por deformación. La diferencia entre los modelos existentes radica en la forma de definir la rama de endurecimiento por deformación.

La rama de endurecimiento por deformación es aquella que inicia al final de la zona de fluencia ϵ_{sh} , (fig. 2.10). Esta zona se ubica después de la planicie de posfluencia, el material vuelve a tener capacidad de absorber carga, esto debido al endurecimiento que sufre el acero de refuerzo.

En general la curva esfuerzo-deformación a tensión está formada por tres ramas: rama elástica lineal, rama o planicie de posfluencia y la rama de endurecimiento por deformación, tal como se muestra en la fig.2.10.

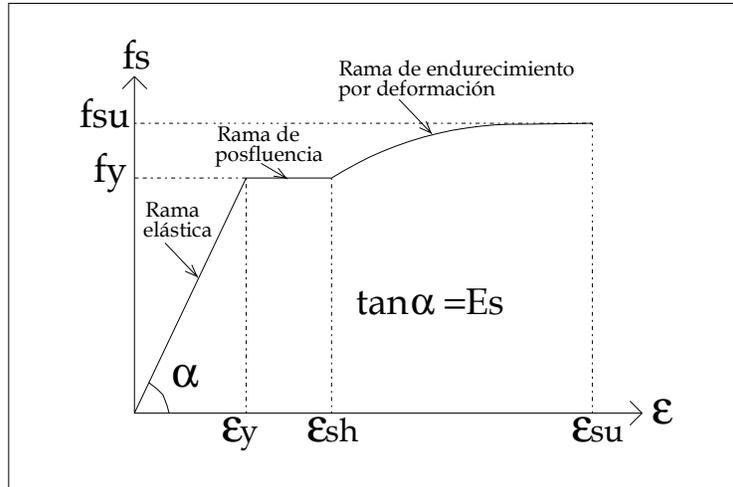


Fig. 2.10 Curva completa esfuerzo-deformación del acero sometido a tensión.

Al igual que en el concreto las propiedades mecánicas de interés de una probeta de acero se pueden conocer por medio de su curva esfuerzo-deformación, por lo que a continuación se describen los modelos analíticos mas aceptados en la actualidad.

2.4.1 Modelo de Park y Paulay

En el modelo propuesto por Park y Paulay, (1975) la zona de endurecimiento por deformación está definida en el intervalo $\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$, donde ϵ_{sh} es la deformación unitaria en la cual se inicia el endurecimiento del material y ϵ_{su} es la deformación unitaria última.

El valor de los esfuerzos (f_s) en la zona de endurecimiento por deformación se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = \left[\frac{mu+2}{60u+2} + \frac{(60-m)u}{2(30r+1)^2} \right] f_y \dots\dots\dots 2.28$$

Los parámetros m , r y u se pueden obtener directamente de pruebas experimentales o mediante las siguientes ecuaciones:

$$m = \frac{\frac{f_{su}}{f_y}(30r+1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \dots\dots\dots 2.29$$

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.30$$

$$u = \varepsilon_s - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.31$$

donde:

f_y : Esfuerzo de fluencia nominal en el acero

f_{su} : Esfuerzo último

ε_s : Deformación unitaria del acero

ε_{su} : Deformación unitaria última

ε_{sh} : Deformación unitaria en la cual se inicia la zona de endurecimiento por deformación

2.4.2 Modelo de Mander

En el modelo propuesto por Mander et al. (1984), los esfuerzos en el acero dentro de la zona de endurecimiento por deformación se calculan mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^p \dots\dots\dots 2.32$$

Con la excepción de "p", las variables que intervienen en la ecuación anterior son las mismas que las establecidas en el modelo de Park y Paulay, (1975). Por lo tanto se pueden definir con las mismas ecuaciones, o mediante pruebas experimentales.

El parámetro "p" proporciona la forma de la rama de endurecimiento por deformación, y se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_{su}-f_{s1}}{f_{su}-f_y}\right)}{\ln\left(\frac{\epsilon_{su}-\epsilon_{s1}}{\epsilon_{su}-\epsilon_{sh}}\right)} \dots\dots\dots 2.33$$

donde:

f_{s1} y ϵ_{s1} son las coordenadas de un punto obtenido mediante una prueba experimental. La magnitud de la ordenada f_{s1} es aproximadamente el promedio de f_y y f_u (Rodríguez y Botero, 1996).

2.4.3 Modelo Ahmad y Shah

El modelo propuesto por Ahmad y Shah (1985), consiste en una curva continua. Los esfuerzos en la zona de endurecimiento por deformación se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_s = f_y + Y(f_{su} + f_y) \dots\dots\dots 2.34$$

$$Y = \frac{AX+(B-1)X^2}{1+(A-2)X+BX^2} \dots\dots\dots 2.35$$

$$X = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sh}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \dots\dots\dots 2.36$$

donde las constantes A y B tienen los siguientes valores:

$$A = 1.735$$

$$B = 3.62$$

Los límites de la zona de endurecimiento por deformación están definidos por las siguientes ecuaciones:

$$\epsilon_{sh} = 0.0145 - 0.00009f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.37$$

$$\epsilon_{su} = 0.0867 - 0.00023f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.38$$

$$f_{su} = 73.20 + 0.523f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.39$$

Rodríguez y Botero (1996) realizaron pruebas experimentales en varillas de acero de refuerzo fabricados en la República Mexicana, por medio de estas pruebas obtuvieron los parámetros que intervienen en la obtención de la curva esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo a tensión. En la tabla 2.1 se muestran algunos de los parámetros obtenidos, los cuales pueden ser utilizados en los modelos descritos anteriormente (Kent y Park, 1975, Mander et al. 1984 y Ahmad et al. 1985).

Tabla 2.1 Parámetros experimentales obtenidos por Rodríguez y Botero, (1996).

Diámetro	f_y Mpa	f_{su} Mpa	ϵ_{sh}	ϵ_{su}	ϵ_{suu}	p
Grande	448.85	734.62	0.0088	0.1177	0.1493	3.474
Pequeño	451.99	729.22	0.006	0.1420	0.1815	3.362

En la fig. 2.11 se muestra la comparación de las ramas de endurecimiento por deformación, para las curvas esfuerzo- deformación del acero a tensión, definidas mediante los modelos descritos anteriormente.

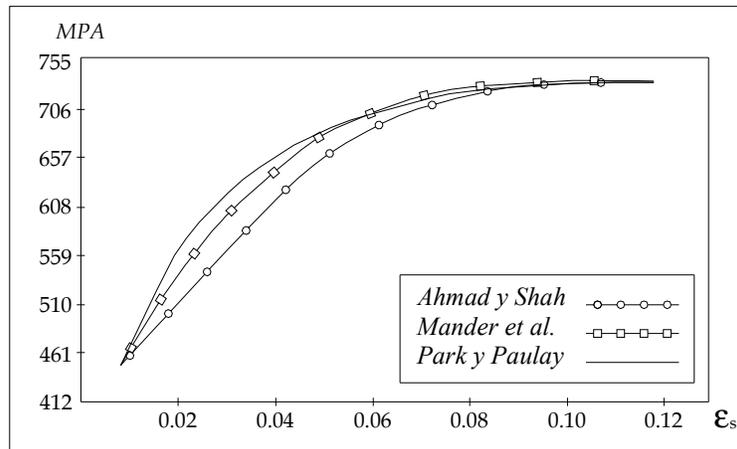


Fig. 2.11 Comparación de las ramas de endurecimiento por deformación.