



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE  
PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**LUCIANO ROBERTO FERNÁNDEZ SOLA**

TUTORES:

**JAVIER AVILÉS LÓPEZ**

**DAVID MURIÀ VILA**

JUNIO DEL 2011

**Jurado Asignado**

Presidente: Dr. Francisco José Sánchez Sesma

Secretario: Dr. Manuel Jesús Mendoza López

Vocal: Dr. David Muriá Vila

1er Suplente: Dr. Javier Avilés López

2do Suplente: Dra. Martha María Suárez López

Lugar donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería, UNAM

TUTORES DE TESIS:

---

Dr. Javier Avilés López

---

Dr. David Muriá Vila

*“Si he podido ver un poco más lejos es por que iba subido a hombros de gigantes”*  
*Sir Issac Newton*

*A Celia, por permitirme compartir el camino de la vida con ella*  
*A Coral, por enseñarme el valor de la perseverancia y la decisión*  
*A Belarmino, por inculcarme el amor por el conocimiento*  
*A Julián, por cuidarme y quererme siempre*  
*A mi familia por siempre confiar en mi y darme todo el apoyo*

## **Agradecimientos**

Al Dr. Javier Avilés López y al Dr. David Murià Vila, por los invaluable consejos, tiempo y paciencia que han invertido en mi formación profesional como investigador, y la confianza que me han brindado desde hace ya 6 años.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme seguir creciendo y aprendiendo.

A la Dra. Martha María Suárez López, por introducirme en el campo de la investigación y siempre ser una fuente inagotable de consejos.

A mis sinodales Dr. Francisco José Sánchez Sesma y Dr. Manuel Jesús Mendoza López, por sus valiosos comentarios y continua orientación en este trabajo.

A los que con orgullo puedo llamar mis hermanos, aunque no compartamos la misma sangre: Nicolás Pérez-Arce, Jerome Rozat, David Pradillo, y Fernando Tapia. Gracias por ayudarme a crecer y estar ahí siempre que los necesito.

A mis amigos del alma Asael Elvira, Juan Carlos Moreno, Miguel Ángel Gasca, Martín Arenas y Mauricio Zenteno, por darme el privilegio de ser su amigo.

A mis profesores: Carlos Magdaleno, Alfredo Páez, Eduardo Gutiérrez, Mario Ordaz, Roberto Meli, Oscar López, Juan José Pérez-Gavilán y Raul Jean, por sus dedicación e invaluable enseñanzas.

A la familia Lazcano-Medel-Aguilar-Cervantes por adoptarme como el miembro 105,617 de tan cariñosa familia.

A la Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM, por financiar mis estudios de Doctorado.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por alojarme en estos años de estudio.

## **RESUMEN**

El diseño dinámico de pilas y pilotes es muy importante en el desempeño sísmico de las estructuras. La distribución y magnitud de los elementos mecánicos debidos a la interacción tanto cinemática como inercial, depende de manera importante de la estratigrafía y las condiciones de apoyo de la pila o pilote. En este trabajo se desarrolla un método de elementos de frontera para estimar los elementos mecánicos en pilas y pilotes ante cargas dinámicas. Se considera explícitamente la restricción parcial al giro en la punta del elemento de cimentación y la conexión de la cabeza con la superestructura. Estos aspectos tienen una importante influencia en la respuesta lateral de las pilas y pilotes, sobre todo para elementos de gran diámetro. Se desarrolla un análisis paramétrico para distintas configuraciones pila-suelo y se discuten algunos comentarios y consideraciones acerca de la actual práctica en el diseño estructural de dichos elementos.

## **ABSTRACT**

To achieve the correct behavior of structures under seismic activity, the dynamic design of piles is essential. The distribution and magnitude of internal forces due to kinematic interaction effects depend strongly on soil stratigraphy and supporting conditions on the pile toe. In this work we develop a boundary method to compute internal forces generated by kinematic interaction on embedded piles. It is explicitly considered the partial rotation restrictions at the pile toe and the connection of the pile to the superstructure. These subjects have an important influence, particularly on piles with large diameters. We carry out a parametric analysis for different soil-pile configurations subjected to seismic activity and provide general considerations on their current structural design.

# CONTENIDO

## Introducción 1

- Objetivos y alcances 2
- Descripción de la metodología 3

## Capítulo 1: Revisión bibliográfica 5

## Capítulo 2: Formulación del problema e implementación numérica 10

- Ecuaciones de movimiento 11
- Descomposición acimutal 12
- Condiciones de frontera 14
- Implementación numérica 15
- Condición de apoyo de la cabeza 22
- Funciones de impedancia 23

## Capítulo 3: Validación y comparación con otros autores 24

- Excitación en la base del sistema 24
- Excitación en la cabeza 30

## Capítulo 4: Análisis y resultados numéricos 36

- Excitación en la base 37
  - Dependencia con la frecuencia 37
  - Pilas con distintas relaciones de esbeltez 38
  - Distintas relaciones de velocidad de onda de cortante entre el suelo y la pila 41
  - Medios estratificados 43
  - Diferentes condiciones de apoyo 44
  - Estrato equivalente 46
- Excitación en la cabeza 48
  - Pilas con distintas relaciones de esbeltez 48
  - Distintas relaciones de velocidad de onda de cortante entre el suelo y la pila 49
  - Medios estratificados 50
  - Diferentes condiciones de apoyo 51
  - Estrato equivalente 52

## Conclusiones 54

## Referencias 57

## Notación

$E_0$  = módulo de elasticidad del material de la pila

$I_0$  = momento de inercia de la sección transversal de la pila

$E_s$  = módulo de elasticidad del material del suelo

$r, \theta, z$  = coordenadas polares radial, tangencial y axial

$u, v, w$  = desplazamiento radial, tangencial y axial

$L$  = longitud de la pila

$r_0$  = radio de la pila

$\beta_0$  = velocidad de propagación de ondas de cortante del material de la pila

$\rho_0$  = densidad de masa del material de la pila

$\xi_0$  = amortiguamiento del material de la pila

$\nu_0$  = relación de Poisson del material de la pila

$G_j$  = módulo de cortante del material del estrato  $j$ -ésimo

$\lambda_j$  = constante de Lamé del material del estrato  $j$ -ésimo

$\beta_j$  = velocidad de propagación de ondas de cortante del material del estrato  $j$ -ésimo

$\rho_j$  = densidad de masa del material del estrato  $j$ -ésimo

$\xi_j$  = amortiguamiento del material del estrato  $j$ -ésimo

$\nu_j$  = relación de Poisson del material del estrato  $j$ -ésimo

$\beta_s$  = velocidad de propagación de ondas de cortante del material del suelo

$\rho_s$  = densidad de masa del material del suelo

$\xi_s$  = amortiguamiento del material del suelo

$\nu_s$  = relación de Poisson del material del suelo

$H_s$  = espesor total de la formación de suelo

$h_j$  = espesor del estrato  $j$ -ésimo

$x_g$  = aceleración aplicada en la base del sistema

$x_g$  = desplazamiento aplicado en la base del sistema

$x_f$  = aceleración aplicada en la cabeza de la pila

$x_f$  = desplazamiento aplicado en la cabeza de la pila

$\omega$  = frecuencia circular de la excitación

$\sigma_r, \tau_{rz}, \tau_{r\theta}$  = esfuerzo radial, tangencial y vertical

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  = desplazamiento modal radial, tangencial y axial

$k$  = número de onda horizontal

$n$  = número de onda acimutal

$C_n(\xi)$  = solución de la ecuación de Bessel de orden  $n$

$\bar{\sigma}_r, \bar{\tau}_{rz}, \bar{\tau}_{r\theta}$  = esfuerzo modal radial, vertical y tangencial

$f_r, f_z, f_\theta$  = fuerza radial, vertical y tangencial

$\bar{f}_r, \bar{f}_z, \bar{f}_\theta$  = fuerza nodal radial, vertical y tangencial

$\tilde{\delta}_\varepsilon^f$  = vector de desplazamientos de campo libre en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{f}_\varepsilon^f$  = vector de fuerzas de campo libre en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{\delta}_\varepsilon^d$  = vector de desplazamientos difractados en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{f}_\varepsilon^d$  = vector de fuerzas difractadas en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{\Delta}_\varepsilon$  = matriz de desplazamientos modales en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{F}_\varepsilon$  = matriz de fuerzas modales en la región  $\varepsilon = i, e$

$\tilde{C}_\varepsilon$  = vector de coeficientes de participación en la región  $\varepsilon = i, e$

$u_g, v_g, w_g$  = componentes radial, tangencial y axial de la excitación en la base

$u_f, v_f, w_f$  = componentes radial, tangencial y axial de la excitación en la cabeza de la pila

$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{G}, \tilde{M}, \tilde{D}, \tilde{E}, \tilde{N}, \tilde{L}, \tilde{Q}$  = matrices de estrato

$U(z_j), V(z_j), W(z_j)$  = eigenfunciones discretas que satisfacen las ecuaciones de movimiento

$i$  = unidad imaginaria

$H_0$  = altura de columna infinitamente rígida

$\omega_e, f_e$  = frecuencia radial y natural de la región de enterramiento

$k_x(\omega), k_x(0)$  = coeficientes de rigidez horizontal dinámica para la frecuencia  $\omega$  y para frecuencia 0

$c_x(\omega), c_x(0)$  = coeficientes de amortiguamiento horizontal dinámico para la frecuencia  $\omega$  y para frecuencia 0

$k_\psi(\omega), k_\psi(0)$  = coeficientes de rigidez de cabeceo dinámica para la frecuencia  $\omega$  y para frecuencia 0

$\alpha_p$  = velocidad de propagación de ondas de compresión en el material de la pila

$\lambda$  = frecuencia adimensional

$L_a$  = longitud activa de la pila

$F_0$  = presión del suelo sobre la pila normalizada

$Q_0$  = fuerza cortante en la pila normalizada

$M_0$  = momento flexionante en la pila normalizado

$\beta_s/\beta_0$  = relación entre la velocidad de ondas de cortante del suelo y de la pila

$\rho_s/\rho_0$  = relación entre la densidad del suelo y la pila

$L/r_0$  = relación de esbeltez de la pila



## INTRODUCCIÓN

Dentro del comportamiento sísmico de las edificaciones, el desempeño estructural de las cimentaciones tiene un papel preponderante. El análisis y diseño estructural de la subestructura son temas que en muchas ocasiones no reciben la atención adecuada, debido a que requiere una profunda comprensión de dos disciplinas de la ingeniería civil, diseño estructural y geotecnia, las cuales generalmente se estudian por separado.

El diseño sísmico convencional de cimentaciones de pilas y pilotes, considera casi de manera exclusiva los elementos mecánicos introducidos por las fuerzas de inercia desarrolladas por la superestructura. Dichos elementos mecánicos solamente se presentan en la parte superior de la pila hasta una profundidad determinada por la longitud activa de la misma, bajo la consideración de que ésta solamente se puede flexionar hasta cierta profundidad, después de la cual la pila se supone empotrada. Este fenómeno se asocia con la parte inercial del fenómeno de interacción dinámica suelo estructura (ISE).

La ISE consiste en un conjunto de efectos no solo cinemáticos sino también inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante excitación sísmica. La interacción modifica las propiedades dinámicas relevantes de la estructura (interacción inercial) así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación (interacción cinemática). Las fuerzas que desarrolla la estructura sobre las pilas, dependen básicamente de las propiedades dinámicas del edificio. Es por ello que los elementos mecánicos introducidos por fuerzas en la cabeza de las pilas se asocian con esta parte del fenómeno.

Sin embargo, existen evidencias de daño en pilas a profundidades mayores a la longitud activa, por ejemplo en Japón, como lo reporta Mizuno (1987). Este daño ha sido asociado a la interacción cinemática, ya que la incompatibilidad de deformaciones entre la pila y el terreno produce un movimiento diferencial entre los medios, generando rotaciones flexionantes importantes en el elemento de cimentación.

El fenómeno ha sido previamente estudiado en el comportamiento de estructuras subterráneas. Mediciones acerca del comportamiento sísmico de un túnel realizadas por Okamoto *et al.* (1973) muestran que la respuesta del túnel se encuentra dominada por la respuesta del medio que lo rodea y no por las propiedades inerciales de la estructura en sí. Es por esto que el punto medular del diseño de estructuras subterráneas bajo acciones sísmicas, es el campo de desplazamientos del medio y su interacción con la estructura. Este acercamiento es completamente distinto al análisis de las estructuras superficiales, en donde las propiedades inerciales de la estructura son las que controlan en general la respuesta del sistema (Hashash *et al.* 2001).

Para el análisis de pilas el fenómeno es más complicado, ya que la respuesta del elemento y las fuerzas que se desarrollan en éste, se define por dos acciones principalmente. Por un lado el comportamiento de la pila ante las descargas que recibe de la superestructura, por otra parte la

influencia del movimiento propio del terreno en la respuesta del elemento de cimentación, tal como se hace para estructuras subterráneas de mayor dimensión.

Varios autores han estudiado el problema de las fuerzas introducidas en las pilas por acciones aplicadas en la cabeza, y más recientemente, la distribución de los elementos mecánicos debidos a la interacción cinemática. Muchos de los modelos que se han utilizado presentan algunas simplificaciones. Por ejemplo el amortiguamiento del material del que está constituida la cimentación no se toma en cuenta explícitamente.

La mayoría de los métodos simplificados utilizados para analizar el comportamiento de pilas ante cargas laterales, las modelan como vigas de Euler-Bernoulli en las cuáles sólo se considera la rigidez a flexión de la pila  $E_0 I_0$  ( $I_0$  es el momento de inercia de la sección transversal y  $E_0$  es el módulo de elasticidad del material con el que está constituida la pila), y su longitud. Por otro lado estos métodos consideran que no existe restricción al giro en la punta de la pila (apoyo articulado).

Esta manera de modelar el problema es válida para elementos con relación de esbeltez alta y con diámetro pequeño, ya que para estos casos efectivamente el comportamiento lateral de la pila queda regido únicamente por la rigidez a flexión, y la punta de la pila no está sujeta a restricciones importantes al giro debido a que el área de apoyo de la misma es muy pequeña, por lo que dicha restricción es despreciable.

Sin embargo cuando se trata de pilas con diámetro grande y relación de esbeltez baja, su representación por medio de una viga Euler-Bernoulli ya no es adecuada, debido principalmente a que la contribución de la deformación por cortante al comportamiento lateral es importante y que la restricción al giro debida al diámetro de la pila y la rigidez del suelo de desplante deja de ser despreciable. Se ha observado en pruebas experimentales (Nikolau *et al.* 2001) que la punta de la pila efectivamente desarrolla momento flexionante.

Es entonces recomendable analizar el sistema mediante un método de interacción dinámica que considere adecuadamente el contraste de rigidez entre la pila y el medio, y de manera explícita las condiciones de frontera y la difracción de las ondas producida por la presencia de un elemento de mayor rigidez.

En este trabajo se propone una metodología que estima la respuesta dinámica de pilas ante cargas laterales, considerando de manera explícita las características geométricas y mecánicas del elemento de cimentación, desplantado sobre un medio continuo compuesto de estratos horizontales que descansa sobre una base infinitamente rígida.

## **Objetivos**

El objetivo principal es desarrollar un modelo que reproduzca de manera adecuada el comportamiento de pilas bajo acciones laterales y los elementos mecánicos que se desarrollen en

## RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

ellas, considerando todas las características tanto del material del que está compuesta la pila como del material que la rodea, con la posibilidad de modelar medios compuestos de estratos de suelo con distintas propiedades; además de considerar en la respuesta del sistema, la influencia de los campos de ondas difractados por la pila y las interferencias tanto constructivas como destructivas que tienen éstos con los campos de onda incidentes. Una vez desarrollado y validado el modelo se desarrollarán los siguientes objetivos específicos:

- Realizar un análisis paramétrico para estudiar la influencia de las principales variables que controlan el fenómeno.
- Determinar las diferencias cualitativas de la respuesta de pilas cuando están sujetas a una excitación en la cabeza (interacción inercial) y cuando se someten a la incidencia de un frente de ondas que produce movimientos tanto en el elemento de cimentación como en el suelo que lo rodea (interacción cinemática).
- Analizar la distribución de elementos mecánicos normalizados con respecto a diferentes parámetros, para conocer los puntos de concentración de esfuerzos y la magnitud de las fuerzas a las que estarán sujetas las pilas.

### **Descripción de la metodología**

Esta metodología consiste en un modelo en el cual se define la pila como un conjunto de elementos axisimétricos. Permite considerar sin distinción, si el elemento es una pila o un pilote, ya que la formulación del problema aquí expuesta, considera explícitamente la influencia del tamaño del diámetro en el comportamiento lateral de la pila o pilote. Es por ello se refiere a pilas de manera genérica.

Tanto la pila como el medio de desplante se discretizan sólo en la dirección vertical en un número considerando una variación lineal de los desplazamientos definidos en los nodos extremos de los elementos. Estableciendo las condiciones de frontera pertinentes, en este caso transmisión perfecta de esfuerzos y desplazamientos entre el medio y la pila, se puede definir una ecuación por cada grado de libertad en cada uno de los nodos.

El problema tridimensional puede resolverse mediante la superposición modal de los movimientos en el plano y fuera de éste, ya que ambas acciones son desacopladas para el caso de elementos axisimétricos (Tassoulas 1981). Una vez establecidas las ecuaciones de movimiento para cada grado de libertad, es posible determinar los factores de participación pertinentes para satisfacer las condiciones de frontera.

Los parámetros geométricos de la pila que se consideran son la longitud y momento de inercia al igual que la mayoría de los métodos simplificados, pero además considera explícitamente el diámetro y el área de la sección transversal.

En cuanto al material del que está compuesta la pila o pilote, se considera la velocidad de propagación de ondas de cortante, relación de Poisson y densidad de masa como la mayoría de los métodos simplificados, pero incluyendo el amortiguamiento del material de la pila que rara vez se considera en los análisis simplificados.

Con la metodología propuesta es posible definir distintos niveles de restricción al giro de la cabeza para pilas sujetas a excitación en la base, teniendo la capacidad de analizar pilas de cabeza libre, cabeza parcialmente fija o cabeza fija. Para el caso de la interacción inercial, solamente se consideran pilas con cabeza fija.

Además, a diferencia de los métodos simplificados más usados, el modelo considera la aportación en el comportamiento lateral de la deformación por cortante de la pila o pilote y la contribución del componente vertical del movimiento debido a la rotación del elemento.

Un acercamiento similar ha sido utilizado previamente por Aguilar y Avilés (2007) para calcular funciones de impedancia de cimentaciones profundas (pilas, pilotes o cajones de cimentación), considerando explícitamente los efectos de enterramiento y la estratigrafía del suelo.

Las principales aportaciones de este modelo en comparación con soluciones previamente desarrolladas en la literatura son:

- La posibilidad de considerar distintos niveles de restricción al giro en la cabeza de la pila.
- Incluir la aportación de la deformación por cortante en el comportamiento lateral de la pila.
- Considerar la restricción al giro de la punta de la pila, definida por la geometría de la pila y las propiedades del medio de desplante.
- Incluir la aportación del amortiguamiento material de la pila.
- Modelar el suelo como un medio continuo.
- Considerar toda la complejidad del problema de propagación de ondas.
- Considerar el componente vertical del movimiento.

Dentro de las limitaciones del modelo se encuentra que, al referirse a una solución en el dominio de la frecuencia, no es posible considerar modelos constitutivos no lineales de los materiales ni de las condiciones de frontera. Una adecuada representación del comportamiento no lineal del suelo puede realizarse mediante la consideración de valores de los parámetros compatibles con los niveles de deformación esperados.

## CAPITULO 1: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Los elementos mecánicos introducidos en las pilas debidos a la interacción cinemática e inercial han sido estudiados en el pasado. El fenómeno de distribución de fuerzas debidas a cargas en la cabeza ha recibido una mayor atención y se tiene bien identificado en términos generales. En los últimos años, sin embargo, la influencia de la interacción cinemática ha despertado un gran interés entre los investigadores debido a la evidencia de fallas de algunos elementos que pueden ser asociadas a este fenómeno.

Uno de los estudios más extensivos acerca de la respuesta lateral de pilas sujetas a fuerzas en su cabeza es el desarrollado por Poulos (1971a, 1971b y 1972). En estos trabajos se presenta un análisis de la respuesta tanto de pilas individuales como de grupos de pilas ante cargas laterales aplicadas en su cabeza, además del estudio de pilas empotradas en su punta. Las pilas se definen como elementos rectangulares delgados caracterizados por la rigidez a la flexión  $E_0 I_0$ . El suelo queda definido como una masa homogénea elástica ideal, caracterizada por el módulo de elasticidad y la relación de Poisson y no se considera la contribución de los esfuerzos cortantes desarrollados entre la pila y el suelo.

Poulos (1971a, 1971b y 1972) muestra resultados en términos de las rigideces dinámicas de las pilas (funciones de impedancia) para todos los casos, tanto pilas individuales como para grupos de pilas, y de la distribución de los momentos y los desplazamientos para pilas individuales. Poulos apunta que, aunque los desplazamientos son afectados de manera importante por la presencia de grupos de pilas, la distribución de las presiones sobre la pila, y por tanto los elementos mecánicos, no presentan cambios importantes.

Por otro lado, Poulos (1972) muestra que el introducir la punta de la pila en un medio muy rígido, tiene muy poca influencia en la respuesta lateral del elemento ante cargas aplicadas en su cabeza, a menos que la pila tenga una rigidez muy grande. Para estas condiciones, se apunta que grandes valores de momento y cortante se desarrollarán en la punta de las pilas.

En 1974 Novak propuso un método simplificado para determinar la rigidez y el amortiguamiento dinámico de pilas. Para este modelo se asume nuevamente que la respuesta lateral de la pila queda definida por el parámetro  $E_0 I_0$ . En este modelo el amortiguamiento del material de la pila sí es considerado. El suelo por su parte se define como un medio de Winkler, en el cual la rigidez del terreno se representa por medio de un conjunto de resortes horizontales los cuales son independientes entre sí. Poulos (1971a) ya había apuntado la limitante de considerar el suelo de esta manera, ya que en realidad el desplazamiento a una profundidad dada de la masa de suelo afecta necesariamente el comportamiento del suelo en otras profundidades, pues se trata de un medio continuo. Para el caso de excitación sísmica, se considera únicamente el componente horizontal del movimiento. Los resultados se presentan en términos de las funciones de impedancia.

Novak (1974) demuestra que el comportamiento sísmico de pilas cargadas lateralmente depende básicamente de los siguientes parámetros: la relación entre la masa de la pila y el suelo, la relación entre la velocidad de ondas en la pila y en el suelo, la relación de esbeltez de la pila y la frecuencia adimensional de la excitación, siendo la relación entre velocidades de onda y la relación de esbeltez las más importantes.

Por otro lado, a mediados de los 70's, el estudio de la modificación del movimiento asociada a la interacción cinemática se formaliza. Uno de los trabajos más importantes acerca de este fenómeno es el desarrollado por Kausse en 1974, en el cual propone una fórmula simplificada para calcular la función de transferencia entre el movimiento de campo libre y el movimiento efectivo en la base de cimentaciones infinitamente rígidas.

En 1977 Novak y Nogami realizan un estudio de las funciones de impedancia de pilas cuya punta se encuentra fija, desplantadas en un estrato homogéneo, con amortiguamiento independiente de la frecuencia por medio de una solución analítica. En este estudio se introducen ciertas hipótesis y simplificaciones. Por un lado se considera solamente el componente horizontal del desplazamiento, además de que la pila se caracteriza sólo mediante su rigidez a flexión y su masa, sin considerar su amortiguamiento propio, ni su rigidez a cortante, la cual está asociada al área de la sección transversal.

Fan *et al.* (1991) desarrollaron un análisis paramétrico muy amplio acerca de la modificación del movimiento debida a la interacción cinemática para pilas y pilotes de fricción individuales y en grupo. Este estudio pone de manifiesto el interés de analizar más a fondo la interacción cinemática en pilas, ya que no se le había prestado la misma atención que a las funciones de impedancia. En este trabajo se utilizaron modelos previamente definidos, sobre todo el propuesto por Kanya y Kausse en 1982, en el cual se desarrolla una solución rigurosa en tres dimensiones de la propagación de ondas por un medio elástico considerando la difracción de ondas que se produce por la presencia de los elementos de cimentación.

Fan *et al.* (1991) presentan funciones de transferencia entre el movimiento en la cimentación y el movimiento de campo libre de manera parecida a las que muestra Kausse en 1974 para cimentaciones infinitamente rígidas.

En 1997 Chen y Poulos introducen uno de los primeros análisis en cuanto a la generación de elementos mecánicos en pilas debidos al movimiento del terreno. En este trabajo, se analiza el momento flexionante que se desarrolla a lo largo del elemento de cimentación. Los movimientos del suelo considerados en este caso se refieren a excavaciones, hincado de pilas, deslaves, etc. Estas fuerzas internas que se desarrollan en las pilas, han sido asociadas a la incompatibilidad de deformaciones entre la pila y el terreno, la cual produce un movimiento diferencial entre los medios, generando rotaciones flexionantes importantes en el elemento de cimentación, como ya se mencionó anteriormente. A partir de este momento se puede definir que la interacción cinemática no influye únicamente en la modificación del movimiento, sino que también puede introducir elementos mecánicos en las pilas.

Chen y Poulos (1997) modelan la pila como una viga elástica simple, en la cual solamente se considera la rigidez a flexión, definida por el parámetro  $E_0 I_0$ . El suelo se modela como un continuo elástico. Aunque no se menciona en el trabajo, analizando los resultados se puede observar que la condición de apoyo de la pila se considera articulada, ya que no se desarrolla valor de momento flexionante para ninguno de los ejemplos estudiados.

Uno de los primeros trabajos que retoma el concepto introducido por Chen y Poulos en 1997 y lo define en términos del movimiento del terreno debido al sismo, es el de Nikolau *et al.* en 2001. En éste se presenta un análisis de las deformaciones unitarias producidas por el momento flexionante en pilas sujetas a excitaciones armónicas. Este análisis se realiza con base en un modelo de viga desplantada en un medio de Winkler, la cual está conectada a una serie de resortes que representan el comportamiento del terreno, cuyos valores son independientes de los demás resortes, estableciendo que las porciones de suelo que representa cada uno de ellos no tiene relación con el resto del mismo. La pila se caracteriza sólo por su rigidez a la flexión. Se analizan pilas con y sin restricción al giro en la cabeza. Para la punta se considera un apoyo articulado, bajo el supuesto de que la dimensión de la pila no es suficiente para restringir completamente el giro.

De esta manera, Nikolau *et al.* (2001) realizan un análisis paramétrico de algunas de las variables que controlan el problema. Además reproducen los resultados medidos en un edificio instrumentado en Japón. En este trabajo se muestra que, en medios estratificados, existe una concentración de los momentos flexionantes en las interfaces de estratos con rigideces distintas. Se menciona que los parámetros que definen primordialmente el problema son la relación de la velocidad de ondas de cortante en la pila y el suelo, así como la relación de esbeltez de la pila.

Sahito en 2005, presenta el análisis de las rotaciones de una pila desplantada sobre un medio homogéneo, cuya cabeza está restringida ante el giro. En este trabajo se reconoce la importancia de la condición de apoyo de la punta de la pila, ya que se modela por medio de un resorte rotacional, el cual considera la restricción parcial al giro que ofrece el suelo en el cual la punta se encuentra desplantada. Se presenta una solución analítica para las condiciones mencionadas. Los resultados se presentan en términos de la variación de la deformación máxima debida a la flexión respecto a varios parámetros de análisis.

Poulos en 2007 generaliza el estudio de 1997 y analiza la distribución de los elementos mecánicos producidos en pilas debidos a distintas fuentes de movimiento del terreno incluyendo sismos. Se desarrolla un análisis de elementos de frontera, en el cual la pila es modelada como una viga elástica y el terreno como un semiespacio elástico. Con esta metodología se evalúan los efectos del movimiento del suelo tanto en la dirección vertical como horizontal. También refiere a los resultados del efecto de grupo que se han presentado en relación a este fenómeno, mencionando que en el rango de comportamiento elástico de los materiales, los efectos de grupo favorecen el comportamiento de las pilas ante el movimiento del terreno, reduciendo los valores de momento flexionante que desarrollan éstas.

Poulos (2007) hace hincapié del error que se comete al suponer que los efectos producidos por el movimiento del terreno sobre una pila pueden ser determinados por medio del análisis de un desplazamiento equivalente impuesto en la cabeza de la misma. Muestra que los momentos flexionantes máximos producidos por un desplazamiento del terreno se presentan en puntos y magnitudes totalmente distintas a los momentos flexionantes máximos que se producen al aplicar una carga en la cabeza de la pila.

Además Poulos (2007) presenta un análisis comparativo de la influencia de la interacción cinemática e inercial en los momentos que se desarrollan en los elementos de cimentación, mostrando que, sobre todo en profundidades significativas, la interacción cinemática tiene una aportación considerablemente mayor.

Miao *et al.* en 2008 exponen el desarrollo de una prueba experimental en donde se aplican cargas a un grupo de pilas por medio de un desplazamiento lateral del suelo en el cual está desplantado el grupo de pilas. En términos generales se observa que la influencia de los efectos de grupo bajo cargas producidas por la interacción cinemática para las pilas estudiadas, son muy similares a los efectos de grupo caracterizados para pilas cargadas en la cabeza. La influencia de la posición en el grupo y el número y espaciado de pilas parece seguir las mismas tendencias que las observadas en otros experimentos realizados con los métodos convencionales como lo presentados por Snyder (2004) y Walsh (2005).

Desde 2008 hasta la fecha, un grupo de investigadores italianos han desarrollado trabajos acerca de la distribución de los elementos mecánicos en pilas debidas a la interacción cinemática, tanto para pilas individuales como para grupos de pilas (Dezi *et al.* 2008, 2009, 2010a y 2010b). Este modelo considera que las pilas se comportan como una viga de Euler-Bernoulli, en la cual el comportamiento lateral de la viga queda definido por la rigidez a flexión. El suelo de desplante se define como un medio de Winkler en el cual las rigideces de los resortes se establecen por medio de funciones de Green, las cuales permiten reproducir la condición de irradiación al infinito.

Dezi *et al.* (2009, 2010a y 2010b) identifican fenómenos similares a los presentados por Nikolau *et al.* en 2001, sobre todo para el caso de medios estratificados. Además se presenta el análisis de los efectos de grupo en los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática. Se muestra que las distribuciones generales de fuerza, no se ven afectadas de manera importante por la posición dentro del grupo. Nuevamente la punta de la pila se considera articulada en este modelo.

Con esta revisión bibliográfica se observa que los modelos previamente desarrollados para el estudio del comportamiento lateral de pilas, introducen en general las siguientes hipótesis:

- La cabeza de la pila se considera ya sea libre o empotrada.
- Las pilas se modelan como una viga Euler-Bernoulli, en la cual solamente se considera la rigidez a flexión del elemento.
- La punta de la pila se considera articulada

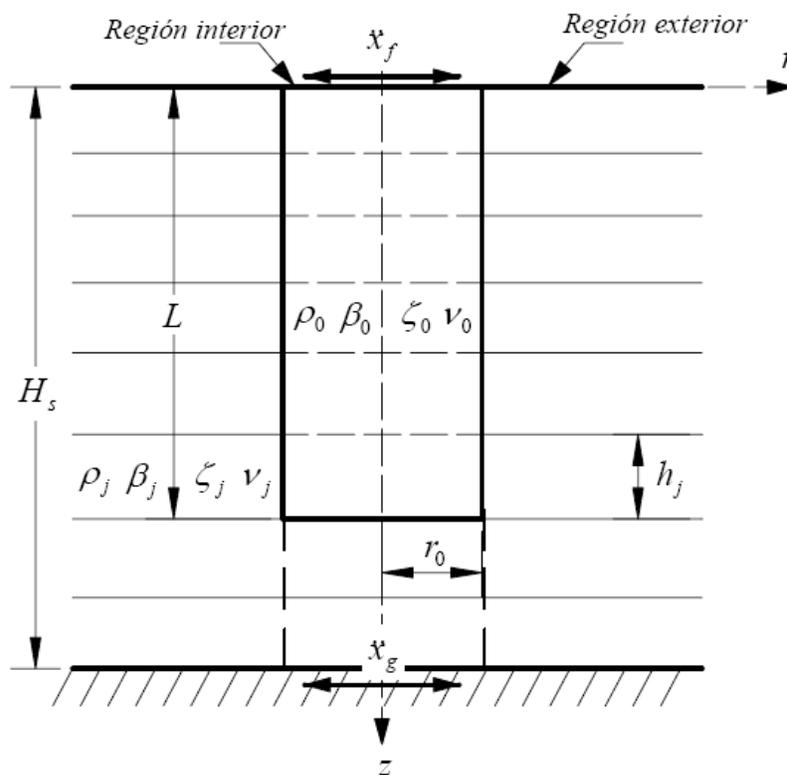
## RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

- En la mayoría de los estudios no se considera el amortiguamiento material de la pila.
- Se modela el suelo como un medio de Winkler, por un grupo de resortes independientes entre sí.
- Solamente se considera el componente horizontal del movimiento.

Algunas de estas hipótesis son válidas para un grupo de casos particulares, pero como ya se ha mencionado en la introducción, y se muestra en el capítulo 3, existen casos para los cuales dejan de ser adecuadas.

## CAPITULO 2: FORMULACIÓN DEL PROBLEMA E IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

La metodología propuesta en este trabajo se basa en la modelación de una configuración estratigráfica en la cual se definen dos zonas con estratos horizontales que flanquean una zona central en la que el medio puede tener una forma arbitraria (Lysmer y Drake 1972). Estas tres zonas comprenden dos regiones del problema, una correspondiente a las zonas laterales (región exterior) y otra que comprende la zona central. Entre ellas existen superficies de contacto verticales. Aprovechando el hecho de que una cimentación circular enterrada, lo cual es una correcta representación de una pila, es un elemento axisimétrico, se puede modelar el problema como un elemento plano con movimientos en su plano y fuera de él.



**Figura 2.1 Esquema del modelo para una sola pila**

Si se considera la región interior como una región axisimétrica estratificada, de igual manera que la región exterior (Tassoulas y Kausel 1983) es posible expresar el campo de desplazamientos en todo el dominio del problema mediante la combinación lineal de modos naturales de propagación en los casos antiplano y plano. Como es bien sabido, el movimiento en el plano de una estructura plana es posible desacoplarlo del movimiento perpendicular a su plano, por lo que el análisis puede ser separado en dos partes: tipo ondas de Love, en el cual todos los movimientos son perpendiculares al

## RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

plano de la estructura y tipo ondas de Rayleigh en el cual los movimientos son en el plano de la estructura.

Mediante esta separación, el problema se simplifica y se reduce a la solución de dos problemas planos, teniendo siempre presente que se trata de un problema axisimétrico, por lo cual la solución en tres dimensiones queda definida por la respuesta de un plano que corte el eje principal de simetría (figura 2.1).

De esta manera se establecen las ecuaciones de movimiento en cada una de las regiones a analizar, se determinan las condiciones de igualdad de esfuerzos y desplazamientos en las fronteras, y se fijan las condiciones de frontera pertinentes tanto para la superficie libre o fija como para la base rígida. Con esta metodología es posible definir la región interior como una zona homogénea que represente la pila.

Se utiliza la técnica del estrato finito desarrollada por Lysmer y Drake (1972) para resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes. Cada uno de los estratos se subdivide en estratos más delgados, dentro de los que se considera una variación lineal del movimiento. Posteriormente, se encuentran las formas modales de cada una de las regiones, las cuales se combinan con factores de participación para satisfacer las condiciones de frontera.

Así se establecen las ecuaciones diferenciales homogéneas para ambas regiones, interior y exterior, de las cual se obtienen las formas modales correspondientes.

Para introducir el movimiento en la base de ambas regiones, basta con encontrar dos soluciones particulares de la ecuación de movimiento, que representen los movimientos de “campo libre” de ambas regiones bajo la acción de un movimiento impuesto en la base del modelo o en la cabeza de la pila, suponiendo que son infinitas en la dirección horizontal, cada una por separado.

Esta metodología también permite conocer el estado de esfuerzos que se genera en el sistema, mediante la estimación de las fuerzas nodales.

### ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Se define un sistema de coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , siendo  $u$ ,  $v$  y  $w$  los desplazamientos radial, tangencial y axial, respectivamente. Si el depósito de suelo se subdivide en  $N$  estratos, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento armónico en el estrato  $1 \leq j \leq N$  son

$$\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{1-2\nu_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \frac{\omega^2}{\beta_j^2} u = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{1-2\nu_j} \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} + \frac{\omega^2}{\beta_j^2} v = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\nu_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{\omega^2}{\beta_j^2} w = 0 \quad (2.3)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia de excitación,  $\nu_j$  la relación de Poisson y  $\beta_j = \sqrt{G_j/\rho_j}$  la velocidad de ondas de corte, siendo  $G_j$  el módulo de cortante y  $\rho_j$  la densidad;  $\nabla^2$  y  $\varepsilon$  son el Laplaciano y la dilatación, respectivamente, definidos como

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( u + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.5)$$

Los componentes de esfuerzo sobre una superficie cilíndrica están relacionados con los componentes de desplazamiento mediante (figura 2.3)

$$\sigma_r = \lambda_j \varepsilon + 2G_j \frac{\partial u}{\partial r} \quad (2.6)$$

$$\tau_{rz} = G_j \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (2.7)$$

$$\tau_{r\theta} = G_j \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (2.8)$$

donde  $\lambda_j = 2\nu_j G_j / (1 - 2\nu_j)$  es la constante de Lamé.

## DESCOMPOSICIÓN ACIMUTAL

La simetría axial de la estructura permite realizar una descomposición azimutal de la solución. Los desplazamientos modales (radial, vertical y tangencial) pueden obtenerse mediante separación de variables. Según Kausel y Roësset (1975 y 1977), se tiene

*Modos de movimiento de onda en deformación plana*

$$u(r, \theta, z) = \bar{u}(r, z) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ \sen n\theta \end{Bmatrix}, \quad \text{con } \bar{u} = kU(z)C'_n(kr) \quad (2.9)$$

$$w(r, \theta, z) = \bar{w}(r, z) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ \sen n\theta \end{Bmatrix}, \quad \text{con } \bar{w} = -ikW(z)C_n(kr) \quad (2.10)$$

$$v(r, \theta, z) = \bar{v}(r, z) \begin{cases} -\text{sen } n\theta \\ \text{cos } n\theta \end{cases}, \quad \text{con } \bar{v} = \frac{n}{r} U(z) C_n(kr) \quad (2.11)$$

*Modos de movimiento de onda en cortante antiplano*

$$u(r, \theta, z) = \bar{u}(r, z) \begin{cases} \text{cos } n\theta \\ \text{sen } n\theta \end{cases}, \quad \text{con } \bar{u} = \frac{n}{r} V(z) C_n(kr) \quad (2.12)$$

$$w(r, \theta, z) = 0 \quad (2.13)$$

$$v(r, \theta, z) = \bar{v}(r, z) \begin{cases} -\text{sen } n\theta \\ \text{cos } n\theta \end{cases}, \quad \text{con } \bar{v} = kV(z) C'_n(kr) \quad (2.14)$$

donde  $k$  es el número de onda horizontal y  $n$  el número de onda azimutal;  $C_n(\xi)$  es una solución de la ecuación de Bessel de orden  $n$ , dada por

$$C''_n + \frac{1}{\xi} C'_n + \left(1 - \frac{n^2}{\xi^2}\right) C_n = 0 \quad (2.15)$$

El factor armónico en el tiempo  $e^{i\omega t}$  se ha omitido por simplicidad. Para modos simétricos con respecto al plano  $\theta = 0$ ,  $\bar{u}$  y  $\bar{w}$  se combinan con  $\text{cos } n\theta$  y  $\bar{v}$  con  $-\text{sen } n\theta$ ; en cambio,  $\bar{u}$  y  $\bar{w}$  se combinan con  $\text{sen } n\theta$  y  $\bar{v}$  con  $\text{cos } n\theta$  para modos antisimétricos. Sustituyendo las ecuaciones 2.9-2.14 en las ecuaciones 2.6-2.8, se puede verificar que

$$\sigma_r(r, \theta, z) = \bar{\sigma}_r(r, z) \begin{cases} \text{cos } n\theta \\ \text{sen } n\theta \end{cases} \rightarrow f_r(r, \theta, z) = \int \sigma_r(r, \theta, z) dz = \bar{f}_r(r, z) \begin{cases} \text{cos } n\theta \\ \text{sen } n\theta \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\tau_{rz}(r, \theta, z) = \bar{\tau}_{rz}(r, z) \begin{cases} \text{cos } n\theta \\ \text{sen } n\theta \end{cases} \rightarrow f_z(r, \theta, z) = \int \tau_{rz}(r, \theta, z) dz = \bar{f}_z(r, z) \begin{cases} \text{cos } n\theta \\ \text{sen } n\theta \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta, z) = \bar{\tau}_{r\theta}(r, z) \begin{cases} -\text{sen } n\theta \\ \text{cos } n\theta \end{cases} \rightarrow f_\theta(r, \theta, z) = \int \tau_{r\theta}(r, \theta, z) dz = \bar{f}_\theta(r, z) \begin{cases} -\text{sen } n\theta \\ \text{cos } n\theta \end{cases} \quad (2.18)$$

Donde  $\bar{f}_r(r, z) = \int \bar{\sigma}_r(r, z) dz$ ,  $\bar{f}_z(r, z) = \int \bar{\tau}_{rz}(r, z) dz$  y  $\bar{f}_\theta(r, z) = \int \bar{\tau}_{r\theta}(r, z) dz$ . Esto demuestra que la descomposición azimutal de los esfuerzos es idéntica a la de los desplazamientos. La selección de la función azimutal,  $\text{cos } n\theta$  o  $\text{sen } n\theta$ , depende de la física del problema. Para excitación horizontal, que es el caso estudiado en este trabajo, los componentes de  $x_g$  en coordenadas cilíndricas son  $u_g = x_g \text{cos } \theta$ ,  $w_g = 0$  y  $v_g = -x_g \text{sen } \theta$ . En consecuencia, sólo se requiere del análisis de vibraciones

simétricas para el número acimutal  $n = 1$ . De esta manera el problema tridimensional se reduce a uno bidimensional en el plano  $r - z$ .

### CONDICIONES DE FRONTERA

Para resolver el problema de interacción, el dominio en estudio se divide en dos regiones, una interior  $i (r \leq r_0, 0 \leq z \leq H_s)$  para la pila y el suelo de soporte y otra exterior  $e (r \geq r_0, 0 \leq z \leq H_s)$  para el suelo circundante, siendo  $r_0$  el radio de la pila y  $H_s$  la profundidad del depósito de suelo (figura 2.1). Es interesante hacer notar que la región exterior está formada sólo por estratos de suelo, mientras que la región interior está formada por estratos tanto de pila como de suelo. En cada región, los campos de desplazamientos y fuerzas nodales se pueden construir mediante la superposición del campo libre y de un campo difractado, como sigue

$$\tilde{\delta}_\varepsilon = \tilde{\delta}_\varepsilon^f + \tilde{\delta}_\varepsilon^d = \tilde{\delta}_\varepsilon^f + \tilde{\Delta}_\varepsilon \tilde{C}_\varepsilon, \quad \varepsilon = i, e \quad (2.19)$$

$$\tilde{f}_\varepsilon = \tilde{f}_\varepsilon^f + \tilde{f}_\varepsilon^d = \tilde{f}_\varepsilon^f + \tilde{F}_\varepsilon \tilde{C}_\varepsilon, \quad \varepsilon = i, e \quad (2.20)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_\varepsilon^f &= \text{vector de desplazamientos de campo libre en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{f}_\varepsilon^f &= \text{vector de fuerzas de campo libre en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{\delta}_\varepsilon^d &= \text{vector de desplazamientos difractados en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{f}_\varepsilon^d &= \text{vector de fuerzas difractadas en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{\Delta}_\varepsilon &= \text{matriz de desplazamientos modales en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{F}_\varepsilon &= \text{matriz de fuerzas modales en la región } \varepsilon = i, e \\ \tilde{C}_\varepsilon &= \text{vector de coeficientes de participación en la región } \varepsilon = i, e \end{aligned}$$

Para el caso de la excitación en la cabeza de la pila, los desplazamientos y fuerzas de campo libre en la región exterior ( $\tilde{\delta}_e^f$  y  $\tilde{f}_e^f$ ) son cero.

Las condiciones de frontera que se deben satisfacer en la interfaz entre las dos regiones son la continuidad de desplazamientos y fuerzas nodales. Considerando contacto perfecto entre las regiones se tiene que

$$\tilde{\delta}_e(r_o, z) = \tilde{\delta}_i(r_o, z), \quad 0 \leq z \leq H_s \quad (2.21)$$

$$\tilde{f}_e(r_o, z) = \tilde{f}_i(r_o, z), \quad 0 \leq z \leq H_s \quad (2.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.19 y 2.20 en las ecuaciones 2.21 y 2.22, se llega al siguiente sistema matricial de ecuaciones algebraicas para el caso excitación en el basamento

$$\left[ \begin{array}{c|c} \tilde{\Delta}_e(r_o, z) & -\tilde{\Delta}_i(r_o, z) \\ \tilde{F}_e(r_o, z) & -\tilde{F}_i(r_o, z) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \tilde{C}_e \\ \tilde{C}_i \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\delta}_i^f(r_o, z) - \tilde{\delta}_e^f(r_o, z) \\ \tilde{f}_i^f(r_o, z) - \tilde{f}_e^f(r_o, z) \end{array} \right\} \quad (2.23)$$

Para el caso de la excitación en la cabeza de la pila, el sistema de ecuaciones queda definido como

$$\left[ \begin{array}{c|c} \tilde{\Delta}_e(r_o, z) & -\tilde{\Delta}_i(r_o, z) \\ \tilde{F}_e(r_o, z) & -\tilde{F}_i(r_o, z) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \tilde{C}_e \\ \tilde{C}_i \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\delta}_i^f(r_o, z) \\ \tilde{f}_i^f(r_o, z) \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

Resolviendo estos sistemas de ecuaciones se obtienen los coeficientes de participación, necesarios para determinar los campos de desplazamientos y fuerzas nodales en ambas regiones.

## IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

### Campos difractados

Aplicando el método del estrato finito (Lysmer y Waas, 1972; Lysmer y Drake, 1972), es fácil demostrar que las eigenfunciones discretas  $U(z_j)$  y  $W(z_j)$  con eigenvalor  $k$  que satisfacen las ecuaciones de movimiento en deformación plana, las condiciones de continuidad de esfuerzos y desplazamientos entre estratos y las condiciones de frontera de superficie libre y base rígida, se obtienen resolviendo el problema algebraico de valores característicos

$$\left[ k^2 \tilde{A} + ik \tilde{B} + \tilde{G} - \omega^2 \tilde{M} \right] \tilde{\Lambda}^\varepsilon = \tilde{0}, \quad \varepsilon = i, e \quad (2.25)$$

donde

$$\tilde{\Lambda}^\varepsilon = \left\{ \begin{array}{l} \Lambda_{2j-1} = U_j \\ \Lambda_{2j} = W_j \end{array} \right\}, \quad 1 \leq j \leq N \quad (2.26)$$

es un eigenvector de amplitudes nodales y  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$  son matrices de  $2N \times 2N$  ensambladas con las matrices de estrato definidas por Tassoulas (1981) para elementos planos en deformación plana de la siguiente manera

$$\tilde{A}_j = \frac{h_j}{6} \left[ \begin{array}{cccc} 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 & \lambda_j + 2G_j & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ \lambda_j + 2G_j & 0 & 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{array} \right] \quad (2.27)$$

$$\tilde{B}_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -(\lambda_j - G_j) & 0 & \lambda_j + G_j \\ \lambda_j - G_j & 0 & \lambda_j + G_j & 0 \\ 0 & -(\lambda_j + G_j) & 0 & \lambda_j - G_j \\ -(\lambda_j + G_j) & 0 & -(\lambda_j - G_j) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\tilde{G}_j = \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j + 2G_j & 0 & -(\lambda_j + 2G_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(\lambda_j + 2G_j) & 0 & \lambda_j + 2G_j \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\tilde{M}_j = \rho_j h_j \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/6 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Al resolver la ecuación 2.25 es necesario seleccionar los valores de  $k_l$  y  $\tilde{\Lambda}_l$ ,  $1 \leq l \leq 2N$ , tal que los desplazamientos modales en la región exterior decaigan con la distancia. Para cumplir con esta condición de radiación, se requiere que  $\text{Im}[k_l] < 0$ .

Igualmente es fácil demostrar que la eigenfunción discreta  $V(z_j)$  con eigenvalor  $k$  que satisface la ecuación de movimiento en cortante antiplano, las condiciones de continuidad de esfuerzo y desplazamiento entre estratos y las condiciones de frontera de superficie libre y base rígida, se obtiene resolviendo el problema algebraico de valores característicos

$$\left[ k^2 \tilde{A} + \tilde{G} - \omega^2 \tilde{M} \right] \tilde{\Lambda}^\varepsilon = \tilde{0}, \quad \varepsilon = i, e \quad (2.31)$$

donde

$$\tilde{\Lambda}^\varepsilon = \left\{ \Lambda_j = V_j \right\}, \quad 1 \leq j \leq N \quad (2.32)$$

es un eigenvector de amplitudes nodales y  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$  son matrices de  $N \times N$  ensambladas con las matrices de estrato definidas por Tassoulas (1981) para elementos planos en cortante antiplano de la siguiente manera

$$\tilde{A}_j = G_j h_j \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\tilde{G}_j = \frac{G_j}{h_j} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\tilde{M}_j = \rho_j h_j \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Al resolver la ecuación 2.31 es necesario seleccionar los valores de  $k_l$  y  $\tilde{\Lambda}_l$ ,  $1 \leq l \leq N$ , tal que los desplazamientos modales en la región exterior decaigan con la distancia. Para cumplir con esta condición de radiación, se requiere que  $\text{Im}[k_l] < 0$ .

Las ecs. 2.25 y 2.31 son válidas para el caso de excitación en el basamento. Para considerar el caso de excitación en la cabeza de la pila, primero se supone que ésta se encuentra fija debiéndose eliminar tanto los dos primeros renglones como las dos primeras columnas de las matrices  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$  para el caso plano y el primer renglón y la primera columna de las matrices  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$  para el caso antiplano. De esta manera las dimensiones de las matrices se reducen a  $2(N-1) \times 2(N-1)$  para el caso plano  $(N-1) \times (N-1)$  para el caso antiplano. Las dimensiones del vector  $\tilde{\Lambda}$  se reducen de igual manera  $2(N-1)$  y  $(N-1)$  respectivamente.

De ahora en adelante, solamente se desarrollarán las expresiones para el caso de excitación en el basamento por simplicidad. Para desarrollar las expresiones correspondientes a la excitación en la cabeza de la pila, es suficiente con utilizar el valor  $(N-1)$  en lugar de  $N$ .

Una vez resueltos los problemas de valores característicos en deformación plana y cortante antiplano, la matriz de desplazamientos modales en la superficie cilíndrica  $r = r_o$  se construye como

$$\tilde{\Delta}_e(r_o, \tilde{z}) = \begin{bmatrix} \Delta_{3j-2,l} = \bar{u}_l(r_o, \tilde{z}_j) \\ \Delta_{3j-1,l} = \bar{w}_l(r_o, \tilde{z}_j) \\ \Delta_{3j,l} = \bar{v}_l(r_o, \tilde{z}_j) \end{bmatrix}, \quad 1 \leq j \leq N \text{ y } 1 \leq l \leq 3N \quad (2.36)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{3j-2,l} &= k_l U_j^l C_n'(k_l r_o) \\ \Delta_{3j-1,l} &= -ik_l W_j^l C_n(k_l r_o) \\ \Delta_{3j,l} &= \frac{n}{r_o} U_j^l C_n(k_l r_o) \end{aligned} \right\}, \quad \text{si } 1 \leq l \leq 2N \quad (2.37)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{3j-2,l} &= \frac{n}{r_o} V_j^{l-2N} C_n(k_l r_o) \\ \Delta_{3j-1,l} &= 0 \\ \Delta_{3j,l} &= k_l V_j^{l-2N} C'_n(k_l r_o) \end{aligned} \right\}, \quad \text{si } 2N+1 \leq l \leq 3N \quad (2.38)$$

Los eigenvalores  $k_1, \dots, k_{2N}$  y  $k_{2N+1}, \dots, k_{3N}$  corresponden a modos generalizados de Rayleigh y Love, respectivamente. Para radiación de ondas en la región exterior debe usarse  $C_n(\xi) = H_n^2(\xi)$ , que es la función de Hankel de segunda especie y orden  $n$ ; mientras que para ondas estacionarias en la región interior debe usarse  $C_n(\xi) = J_n(\xi)$ , que es la función de Bessel de primera especie y orden  $n$ .

Las fuerzas nodales actuando en la superficie cilíndrica  $r = r_o$  se pueden obtener integrando los esfuerzos  $\sigma_r$ ,  $\tau_{rz}$  y  $\tau_{r\theta}$  con respecto a  $z$ . Estas fuerzas son consistentes con la interpolación lineal de desplazamientos dentro de los estratos. Según Kausel y Roësset (1975 y 1977), el vector de fuerzas nodales correspondiente al modo  $\tilde{\Lambda}_l$  con número de onda  $k_l$  es

$$\tilde{F}_l = \left\{ \begin{aligned} F_{3j-2} &= \bar{f}_r(r_o, z_j) \\ F_{3j-1} &= \bar{f}_z(r_o, z_j) \\ F_{3j} &= \bar{f}_\theta(r_o, z_j) \end{aligned} \right\}_{1 \leq j \leq N} = \left\{ k_l^2 \tilde{A} \tilde{\psi}_l + k_l [\tilde{D} - \tilde{E} + n\tilde{N}] \tilde{\phi}_l - n \left[ \frac{n+1}{2} \tilde{L} + \tilde{Q} \right] \tilde{\psi}_l \right\} \quad (2.39)$$

donde  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{D}$ ,  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{N}$ ,  $\tilde{L}$  y  $\tilde{Q}$  son matrices de  $3N \times 3N$  ensambladas con las matrices de estrato definidas por Kausel para elementos axisimétricos de la siguiente manera

$$\tilde{A}_j = \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 & 0 & \lambda_j + 2G_j & 0 & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & 0 & G_j & 0 \\ 0 & 0 & 2G_j & 0 & 0 & G_j \\ \lambda_j + 2G_j & 0 & 0 & 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 0 & 2G_j & 0 \\ 0 & 0 & G_j & 0 & 0 & 2G_j \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\tilde{D}_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & 0 & -\lambda_j & 0 \\ -G_j & 0 & 0 & G_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & 0 & -\lambda_j & 0 \\ -G_j & 0 & 0 & G_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\tilde{E}_j = \frac{G_j h_j}{3r_0} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\tilde{N}_j = \frac{G_j h_j}{6r_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\tilde{L}_j = \frac{2G_j h_j}{3r_0^2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\tilde{Q}_j = \frac{G_j}{2r_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

en tanto que  $\tilde{\psi}_l$  y  $\tilde{\phi}_l$  son las columnas de las siguientes matrices

$$\tilde{\psi}_r = \begin{bmatrix} \psi_{3j-2,l} \\ \psi_{3j-1,l} \\ \psi_{3j,l} \end{bmatrix}, \quad 1 \leq j \leq N \text{ y } 1 \leq l \leq 3N \quad (2.46)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} \psi_{3j-2,l} &= -U_j^l C_n(k_l r_0) \\ \psi_{3j-1,l} &= -iW_j^l C_{n-1}(k_l r_0) \\ \psi_{3j,l} &= 0 \end{aligned} \right\}, \text{ si } 1 \leq l \leq 2N \quad (2.47)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{3j-2,l} &= 0 \\ \psi_{3j-1,l} &= 0 \\ \psi_{3j,l} &= -V_j^{l-2N} C_n(k_l r_0) \end{aligned} \right\}, \text{ si } 2N+1 \leq l \leq 3N \quad (2.48)$$

y

$$\tilde{\phi}_r = \begin{bmatrix} \phi_{3j-2,l} \\ \phi_{3j-1,l} \\ \phi_{3j,l} \end{bmatrix}, \quad 1 \leq j \leq N \text{ y } 1 \leq l \leq 3N \quad (2.49)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} \phi_{3j-2,l} &= U_j^l C_{n-1}(k_l r_0) \\ \phi_{3j-1,l} &= iW_j^l C_n(k_l r_0) \\ \phi_{3j,l} &= 0 \end{aligned} \right\}, \text{ si } 1 \leq l \leq 2N \quad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{3j-2,l} &= 0 \\ \phi_{3j-1,l} &= 0 \\ \phi_{3j,l} &= V_j^{l-2N} C_{n-1}(k_l r_0) \end{aligned} \right\}, \text{ si } 2N+1 \leq l \leq 3N \quad (2.51)$$

Los vectores  $\tilde{F}_l$ ,  $1 \leq l \leq 3N$ , que se obtienen con la ecuación 2.38 son las columnas de la matriz de fuerzas modales

$$\tilde{F}_\varepsilon(r_0, z) = [\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_{3N}] \quad (2.52)$$

La función de onda  $C_n(\xi)$  que debe usarse para las fuerzas modales es la misma que para los desplazamientos modales.

### **Campos libres**

En coordenadas cilíndricas, los desplazamientos de campo libre debidos a la incidencia vertical de ondas se expresan como

$$\text{Ondas S: } \begin{cases} u(r, \theta, z) = \bar{u}(r, z) \cos \theta \\ w(r, \theta, z) = 0 \\ v(r, \theta, z) = -\bar{v}(r, z) \sin \theta \end{cases} \quad (2.53)$$

$$\text{Ondas P: } \begin{cases} u(r, \theta, z) = 0 \\ w(r, \theta, z) = \bar{w}(r, z) \\ v(r, \theta, z) = 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

con  $\bar{u}(r, z) = \bar{v}(r, z) = U(z)$  y  $\bar{w}(r, z) = W(z)$ . Siguiendo la formulación de Tassoulas y Kausel (1983) para propagación vertical,  $k = 0$ , las amplitudes nodales  $U(z_j)$  y  $W(z_j)$  se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones algebraicas

$$[\tilde{G} - \omega^2 \tilde{M}] \tilde{V} = \tilde{0} \quad (2.55)$$

donde  $\tilde{V} = \{V_j\}$ ,  $1 \leq j \leq N + 1$ . La ecuación 2.55 se resuelve imponiendo las condiciones apropiadas.

Si el movimiento se prescribe en la base del sistema, en ambas regiones se tiene que

$$V_{N+1} = x_g \quad (2.56)$$

Cuando se prescribe el movimiento en la cabeza de de la pila, los desplazamientos para la región interior quedan definidos como

$$V_1 = x_f \quad (2.57)$$

En ambos casos se eliminan los últimos dos renglones y columnas de las matrices  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$ , así como los últimos dos elementos de los vectores  $\tilde{V}$  y  $\tilde{0}$ . Sólo para el caso de excitación en la cabeza de la pila deben eliminarse el primer renglón y columna de las matrices  $\tilde{G}$  y  $\tilde{M}$ , así como el primer elemento de los vectores  $\tilde{V}$  y  $\tilde{0}$ .

Con los desplazamientos de campo libre expresados como

$$\tilde{\delta}_\varepsilon^f = \begin{cases} \delta_{3j-2} = V_j \\ \delta_{3j-1} = 0 \\ \delta_{3j} = V_j \end{cases}, \quad 1 \leq j \leq N; \quad (2.58)$$

se obtienen las fuerzas de campo libre, dadas por

$$\tilde{f}_\varepsilon^f = \tilde{D} \tilde{\delta}_\varepsilon^f \quad (2.59)$$

donde  $\tilde{D}$  es la matriz usada en la ecuación 2.39 multiplicando las columnas  $3j-1$ ,  $1 \leq j \leq N$ , por menos uno. Debido a la estructura de esta matriz, las fuerzas radiales y tangenciales son nulas para excitación horizontal.

### Fuerza cortante y momento flexionante

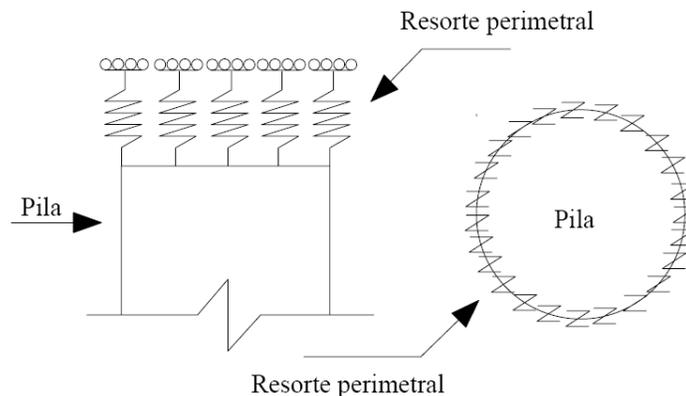
Establecidas las fuerzas nodales totales  $\bar{f}_r^j$  y  $\bar{f}_\theta^j$  en la superficie cilíndrica  $r = r_0$ , debidas al campo libre más el campo difractado, la fuerza resultante en dirección lateral se determina integrando con respecto a  $\theta$

$$F_x^j = \int_0^{2\pi} (\bar{f}_r^j \cos^2 \theta + \bar{f}_\theta^j \sin^2 \theta) r_0 d\theta = \pi r_0 (\bar{f}_r^j + \bar{f}_\theta^j), \quad 1 \leq j \leq N \quad (2.60)$$

La fuerza resultante en dirección vertical es nula. Puede verse que las fuerzas de interfaz normal y cortante contribuyen en la misma proporción al empuje lateral. Conocidas las fuerzas nodales, el cortante  $Q_z$  y el momento  $M_z$  al nivel  $z$  pueden calcularse por simple estática.

### CONDICIÓN DE APOYO DE LA CABEZA

Para analizar pilas con cabeza libre y cabeza fija, adicionalmente es necesario introducir una condición aproximada para la restricción del movimiento de la cabeza. En este modelo se utiliza un resorte vertical distribuido a lo largo del perímetro de la cabeza (figura 2). La rigidez de dicho resorte puede ser modificada para considerar distintos niveles de rotación de la cabeza. Cuando se analizan pilas con cabeza libre, el resorte se considera con rigidez cero. Para el caso de pilas con cabeza fija, se considera un valor infinito de la rigidez del resorte.



**Figura 2.2. Esquema de la condición de apoyo de la cabeza**

**FUNCIONES DE IMPEDANCIA**

Un parámetro sumamente estudiado en el comportamiento de pilas ante carga lateral es el valor de la rigidez dinámica del sistema pilote-suelo cuando éste se sujeta a una excitación en la cabeza, denominada función de impedancia ( $K$ ).

Para calcular las fuerzas que se desarrollan en la cabeza de la pila en el modelo, es suficiente con integrar el campo de esfuerzos producidos en el nodo de contacto entre el último estrato de la pila y el primer estrato del suelo base como se muestra en las siguientes ecuaciones para el caso de movimientos horizontales.

$$F_{BASE-1} = F_x^{Df} = \pi r_0^2 F_{Df} \quad (2.61)$$

$$F_{BASE-2P} = F_{xp} = \pi r_0 J_1(kr_0) G_j \left( \frac{dU}{dz} - ikW(z) \right) \quad (2.62)$$

$$F_{BASE-2A} = F_{xa} = \pi r_0 J_1(kr_0) \frac{dV}{dz} G_j \quad (2.63)$$

$$F_{PARED} = -\pi \left( \sum_{j=1}^{Df} F_j(u) + \sum_{j=1}^{Df} F_j(v) \right) \quad (2.64)$$

$$K = F_{PARED} + F_{BASE} \quad (2.65)$$

La fuerza total desarrollada en la cabeza de la pila se compone de dos partes principales (ecuación 2.65), la fuerza desarrollada en la base y las fuerzas desarrolladas en las paredes, como se determina en la ecuación 2.64.

Para considerar la integral de los esfuerzos en la base de la pila, se debe sumar la influencia de la solución homogénea de la ecuación de onda (ecuación 2.61) y los modos plano y antiplano de la solución particular de la ecuación de onda (ecuación 2.62 y 2.63).

Esta manera de determinar las funciones de impedancia en estructuras infinitamente rígidas, con el mismo acercamiento que está planteado en el modelo, ha sido previamente implementada por Aguilar y Avilés (2007).

Cuando la pila se apoya sobre la base rígida, la única aportación sobre la función de impedancia es la de las fuerzas desarrolladas sobre las paredes del elemento de cimentación.

## CAPITULO 3: VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN CON OTROS AUTORES

Para validar la metodología propuesta se buscaron resultados de modelos que consideraran hipótesis similares a las que se introducen en el trabajo aquí presentado. Dos tipos de comparaciones se desarrollaron, una que considera los resultados del modelo cuando la excitación se introduce en la base del sistema y otra para validar los resultados del modelo cuando la excitación se introduce en la cabeza de la pila.

En términos generales no se encontraron modelos publicados que introdujeran las mismas hipótesis que el presente trabajo, por lo que se decidió validar el modelo reproduciendo resultados de modelos más simplificados, en los cuales las inclusiones se consideran rígidas.

Posteriormente se compararon los resultados obtenidos con otros modelos ya sea ampliamente utilizados, o de reciente publicación, y se establecen las diferencias entre los resultados de este trabajo y esos modelos, determinando las razones probables de dichas variaciones.

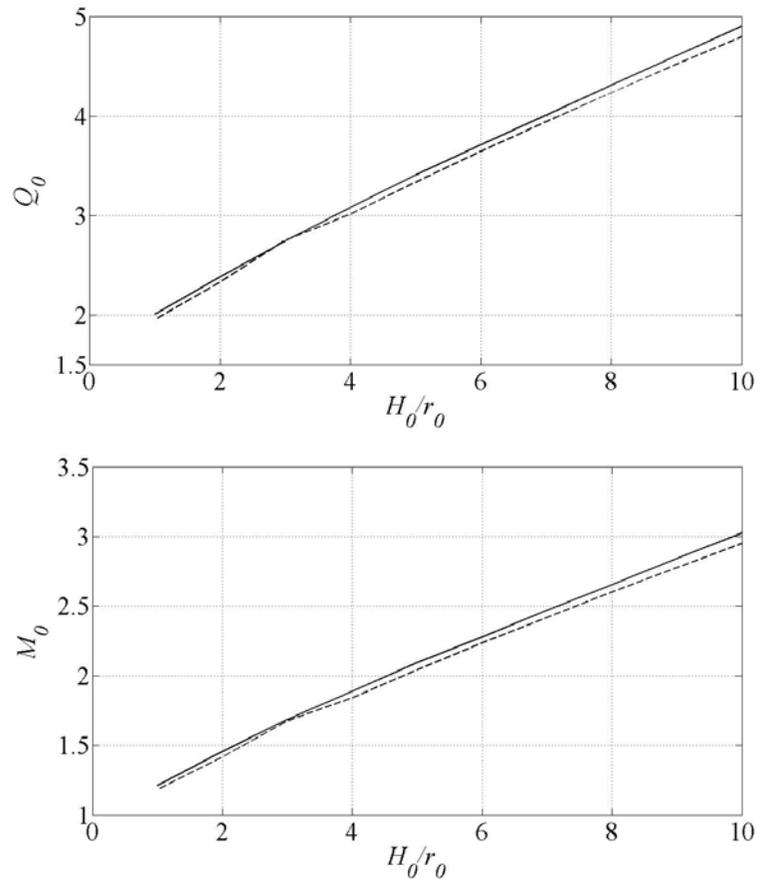
### EXCITACIÓN EN LA BASE DEL SISTEMA

En primera instancia se reproducen los resultados desarrollados por Veletsos y Younan en 1995, los cuales muestran la respuesta de un cilindro rígido embebido en un medio homogéneo representado por un número de estratos delgados. Con esta metodología calculan la variación de la fuerza cortante y el momento flexionante en la base con respecto a la relación de esbeltez  $H_0/r_0$ . El cortante y el momento están normalizados con  $\pi r_0 \rho_s \ddot{x}_g H_0^2$  y con  $\pi r_0 \rho_s \ddot{x}_g H_0^3$  respectivamente.

Para reproducir la condición de la inclusión infinitamente rígida, se modeló la pila compuesta de un material con velocidad de ondas de cortante mucho mayor a la velocidad de ondas de cortante del suelo circundante.

En la figura 3.1 se presentan las gráficas de variación de cortante basal y momento basal de Veletsos y Younan (1995) y las calculadas con el método propuesto respectivamente. Se muestra que los resultados se reproducen aceptablemente con el método propuesto y con las condiciones previamente establecidas.

Posteriormente se modeló una inclusión rígida con distintas profundidades con la finalidad de evaluar los efectos de interacción cinemática. Debido a que mediante esta formulación se puede representar la configuración estratigráfica que se desee, es posible modelar una cimentación superficial embebida en un medio homogéneo y determinar los efectos de interacción cinemática, para posteriormente compararlos con los que resultan de la siguiente expresión simplificada propuesta por Kausel (1978).



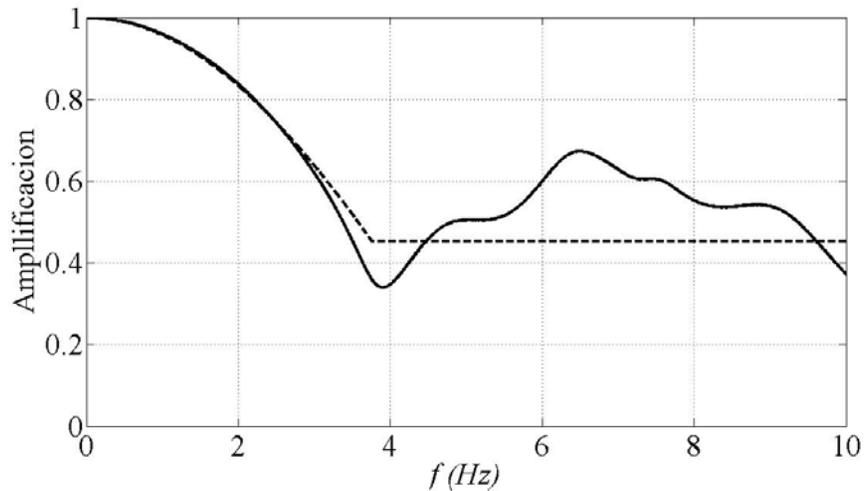
**Figura 3.1. Variación del cortante basal y el momento basal para una inclusión rígida con distintas relaciones de esbeltez con el método de Veletsos y Younan (línea continua) y la metodología propuesta (línea punteada)**

$$Q_h = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi\omega}{2\omega_e}\right) & \text{si } \omega \leq 0.7\omega_e \\ 0.453 & \text{si } \omega > 0.7\omega_e \end{cases} \quad (3.1)$$

Esta expresión representa la función de transferencia entre el movimiento de entrada en la base de la cimentación y el movimiento en la superficie libre, en donde  $\omega_e$  corresponde a la frecuencia fundamental de la región de enterramiento.

Para esta comparación se modeló una cimentación de radio 15 m y profundidades de 7 y 10 m. Los valores de radio y velocidad de ondas de cortante de la cimentación se propusieron tales que se lograra reproducir lo más posible la condición de cimentación infinitamente rígida que considera Kausel en su expresión, al igual que un valor de densidad de masa muy cercano a cero. Se utilizó un estrato con velocidad de ondas de cortante baja y una espesor de 11 m para poder recrear a la cimentación flotante que considera Kausel en las hipótesis de su ecuación.

Una vez encontrados los campos de desplazamiento en la superficie, tanto en el centro de la cimentación como en un campo lejano (a una distancia de 100 m del centro de la cimentación), se calculó la función de transferencia entre el movimiento en la base de la cimentación y el movimiento de “campo libre” para tener un resultado comparable con la expresión de Kausel. Para la cimentación con profundidad de desplante de 7 m los resultados se muestran en la figura 3.2.

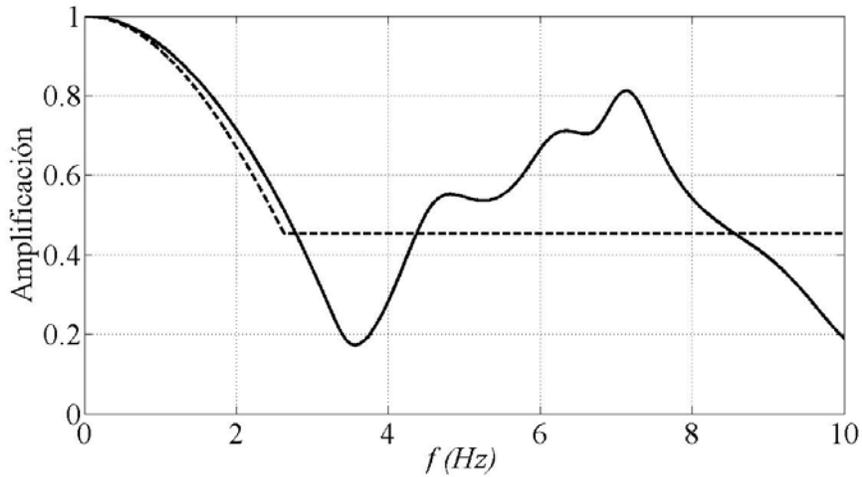


**Figura 3.2 Comparación de la función de transferencia calculada (línea continua) y la expresión simplificada de Kausel (línea punteada) para una cimentación con profundidad de desplante de 7 m**

La tendencia de ambas curvas es similar aunque se tienen algunas diferencias sobre todo a frecuencias por arriba de la frecuencia natural del estrato ( $f \approx 3.7\text{Hz}$ ). Estas variaciones se deben a que la fórmula de Kausel no toma en cuenta las amplificaciones dinámicas producidas por el estrato en que descansa la cimentación, ni sus periodos dominantes. Esta es una simplificación poco importante, ya que generalmente el movimiento a altas frecuencias en terrenos en donde la interacción es importante (suelos blandos) es pequeño. Como se puede observar en la figura 3.2 la frecuencia del primer modo del terreno es muy cercana a la frecuencia a partir de la cual la interacción cinemática comienza a filtrar de manera importante el movimiento.

Cuando se hace el análisis con una cimentación más profunda, la frecuencia  $f_e = \omega_e/2\pi$  se aleja más de la frecuencia fundamental del terreno, lo que permite hacer un análisis más adecuado, como se muestra en la figura 3.3

En esta figura se observa que los resultados de ambos métodos concuerdan aceptablemente, obviamente con la diferencia de que la ecuación de Kausel es una ecuación simplificada y la función de transferencia calculada está tomando en cuenta toda la complejidad del sistema, incluidas las frecuencias resonantes del estrato de suelo, pero aún así la concordancia es buena. Los valores de amplificación por arriba de la frecuencia  $f_e$  fluctúan alrededor de 0.4, valor que es determinado como constante en la fórmula simplificada.



**Figura 3.3 Comparación de la función de transferencia calculada (línea continua) y la expresión simplificada de Kausel (línea punteada) para una cimentación con profundidad de desplante de 10m**

A medida que la frecuencia  $\omega_e$  se aleja de la frecuencia fundamental del depósito de suelo, los resultados concuerdan de mejor manera, esto debido a que la expresión simplificada de Kausel no toma en cuenta la propagación de ondas dentro del estrato de suelo ni sus formas predominantes de vibrar.

También se compararon los resultados que presenta Nikolau *et al.* (2001). Como ya se mencionó anteriormente este modelo representa a la pila por medio de una viga de Winkler en la cual solamente influyen el módulo de elasticidad  $E_p$  y el momento de inercia de la sección transversal  $I_p$ . Esta es una simplificación muy común en este tipo de análisis, posteriormente se comentara su importancia.

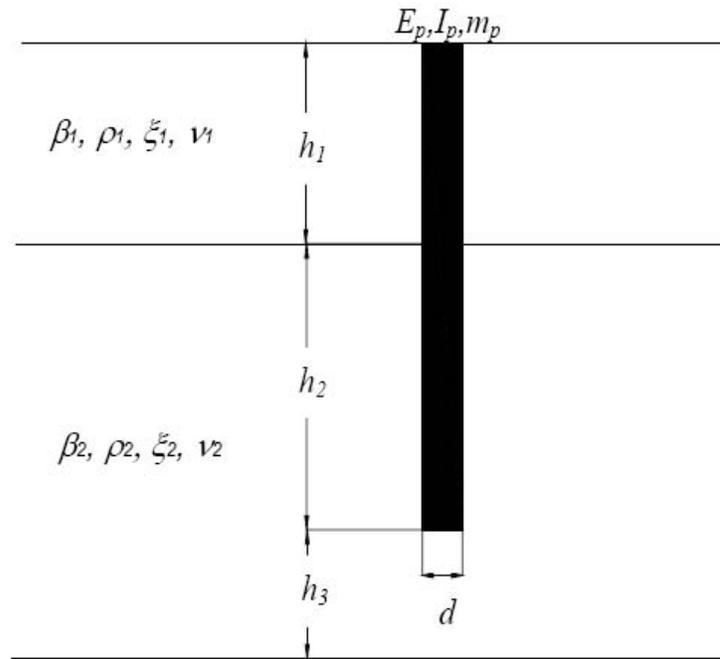
La pila se encuentra conectada con el suelo circundante por medio de resortes que representan las rigideces horizontales del terreno, los cuales no se encuentran acoplados entre sí, considerando entonces que el desplazamiento a una profundidad específica en el suelo no influye de ninguna manera el desplazamiento en las demás profundidades.

Nikolau *et al.* (2001) analizan un modelo que contiene los parámetros que se muestran en la figura 3.4

Para  $\omega = \omega_1$ , se analiza una pila individual que descansa en un medio compuesto de dos estratos sobre una base rígida. Se comparan tres casos de estudio con los parámetros dados en la tabla 3.1.

**Tabla 3.1 Parámetros de las pruebas desarrolladas por Nikolau et al. (2001)**

Prueba	$E_p/E_1$	$h_3/L$	$\xi_1 = \xi_2$	$\nu_1 = \nu_2$	$L/d$	$h_1/L$	$\beta_1/\beta_2$	$\rho_1/\rho_2$
1	5,000	1.0	0.1	0.4	20	1/2	1/2	0.8
2	5,000	1.0	0.1	0.4	20	1/2	1/4	0.7
3	5,000	1.0	0.1	0.4	20	1/2	1/10	0.6



**Figura 3.4 Parámetros del modelo**

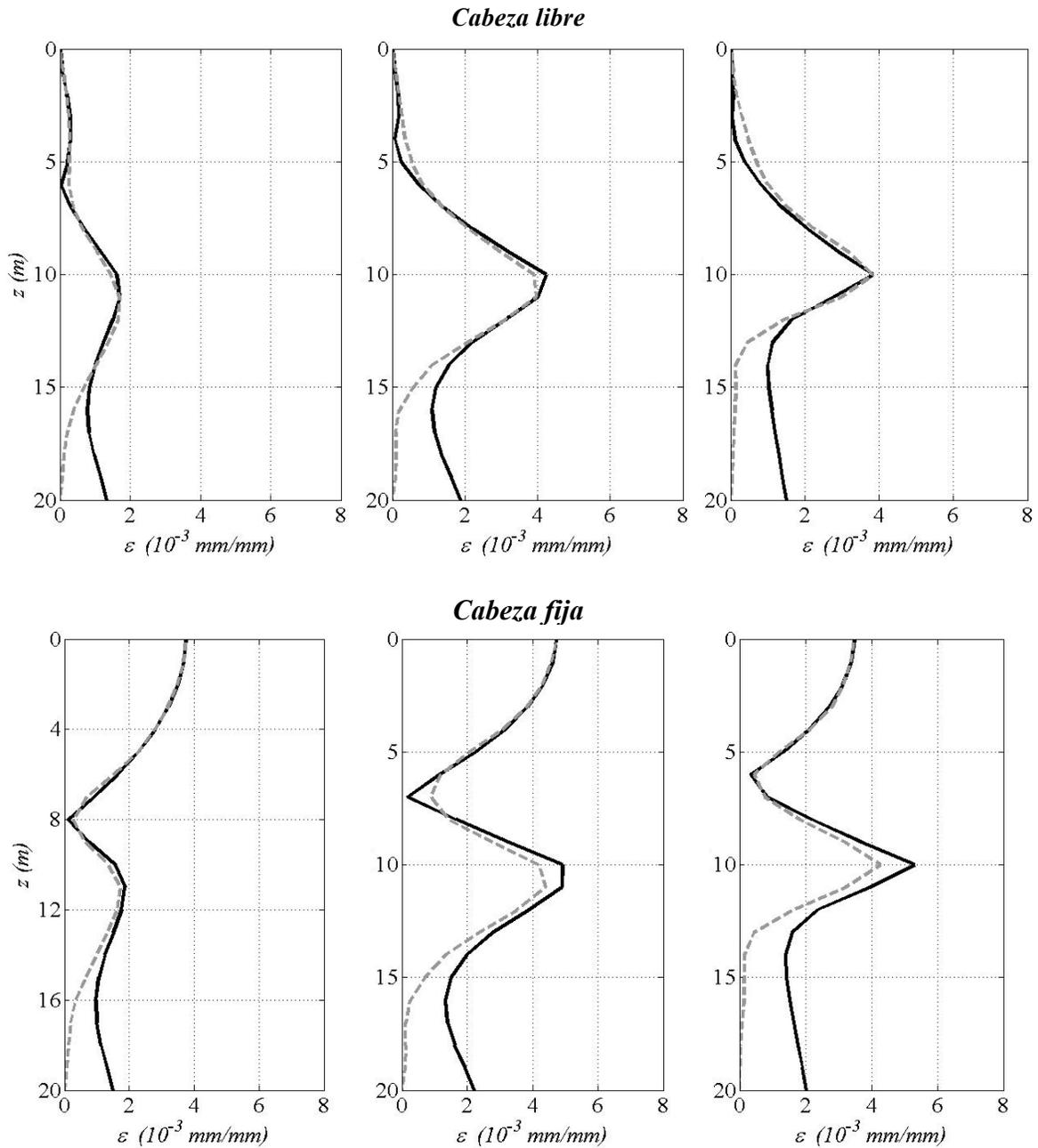
La deformación unitaria axial debida al momento flexionante se estima mediante la siguiente ecuación

$$\varepsilon_0 = \frac{M}{E_0 J_0} \frac{d_0}{2} \quad (3.2)$$

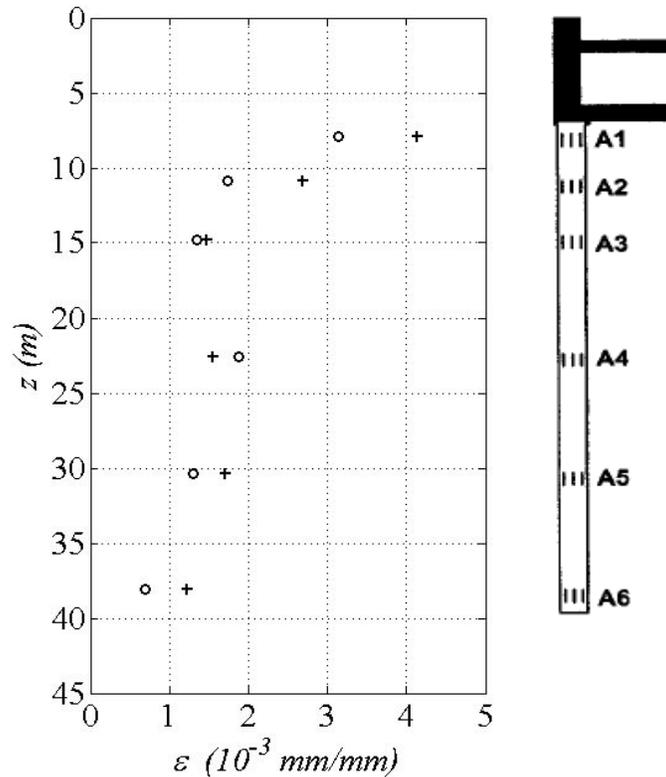
La comparación de resultados con ambas metodologías correspondientes a los parámetros de los modelos mencionados se muestra en la figura 3.5. Se puede apreciar que los resultados concuerdan aceptablemente en la mayor parte de la pila. Las diferencias radican principalmente al nivel de la punta; por una parte los resultados de Nikolau *et al.* (2001) son cero, mientras que los resultados determinados con la metodología propuesta presentan valores diferentes a cero en ese mismo punto.

Esta diferencia se debe a que el modelo basado en una viga de Winkler utilizado por Nikolau *et al.* (2001), considera que la punta de la pila está articulada, en tanto que la metodología propuesta considera explícitamente la restricción ante rotación que se produce debido a que la pila tiene un espesor específico y el suelo de soporte cuenta con una rigidez dada.

En los resultados experimentales que presentan Nikolau *et al.* (2001) para dos pilas dentro de un mismo arreglo, se ve que efectivamente al nivel de la punta, la deformación unitaria axial debida al momento flexionante es diferente de cero, como se muestra en la figura 3.6 con la presencia de deformación flexionante debido a la restricción parcial a la rotación que se produce en la punta de la pila.



**Figura 3.5 Deformaciones unitarias axiales calculadas con el modelo basado en viga de Winkler (línea punteada) y el modelo propuesto (línea continua) para cabeza libre y cabeza fija**



**Figura 3.6 Deformaciones axiales para dos pilas medidas presentadas por Nikolau et al. (2001)**

### EXCITACIÓN EN LA CABEZA

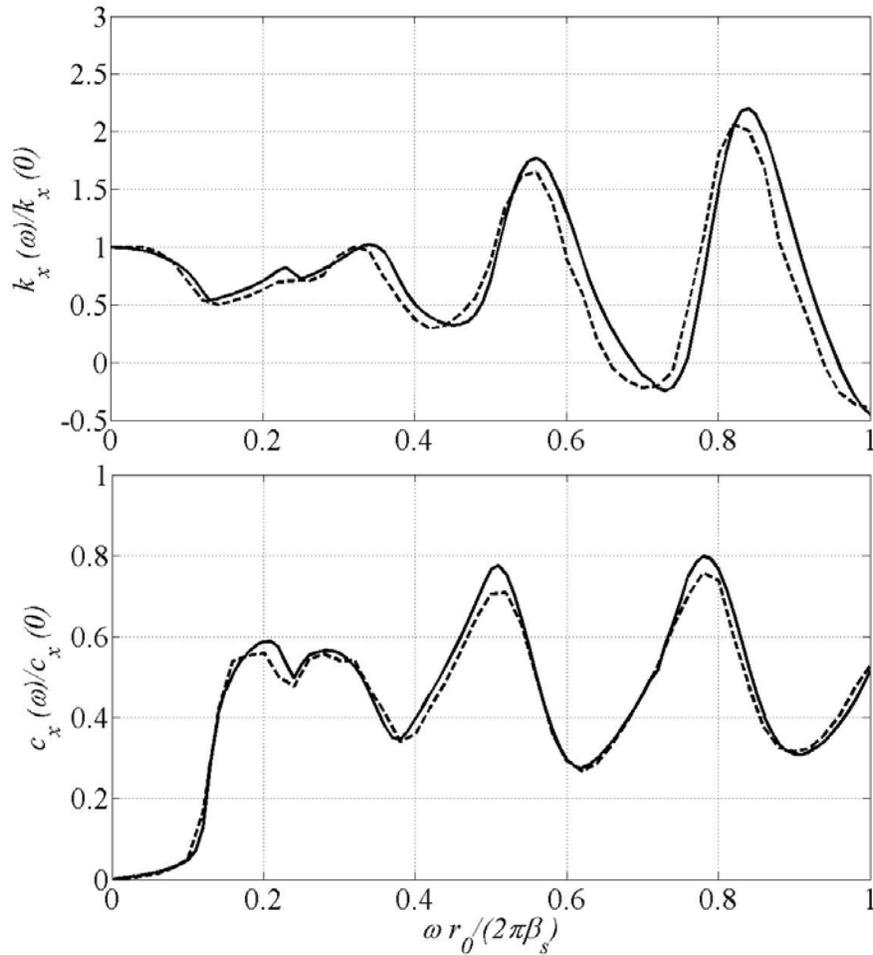
Como segunda parte de la validación, se compararon los resultados obtenidos de la metodología propuesta con los de otros autores considerando que ahora el movimiento se impone en la cabeza del elemento de cimentación, para pilas con cabeza fija. Éste tipo de análisis se traduce en el cálculo de las funciones de impedancia horizontales de las cimentaciones.

En primera instancia se validó el método comparando con los resultados de Luco y Westman (1971) para un disco superficial rígido desplantado sobre un medio homogéneo de espesor finito que descansa sobre una base rígida. Los resultados para la parte real y la parte imaginaria de la función de impedancia se presentan en la figura 3.7. Las gráficas se encuentran normalizadas con respecto a los valores para frecuencia cero.

Estos resultados se reprodujeron con el método propuesto, considerando solamente que la zona rígida de la pila corresponde al primer nodo del sistema, teniendo así una pila de longitud cero.

Posteriormente se reprodujeron las funciones de impedancia horizontales de un cajón rígido de profundidad finita, desplantado sobre un medio de espesor dado apoyado sobre una base rígida. Los resultados con los que se validó son los presentados por Kausel y Ushijima (1979). Estos resultados se reprodujeron con un contraste de velocidades de ondas de cortante muy alta entre el elemento de

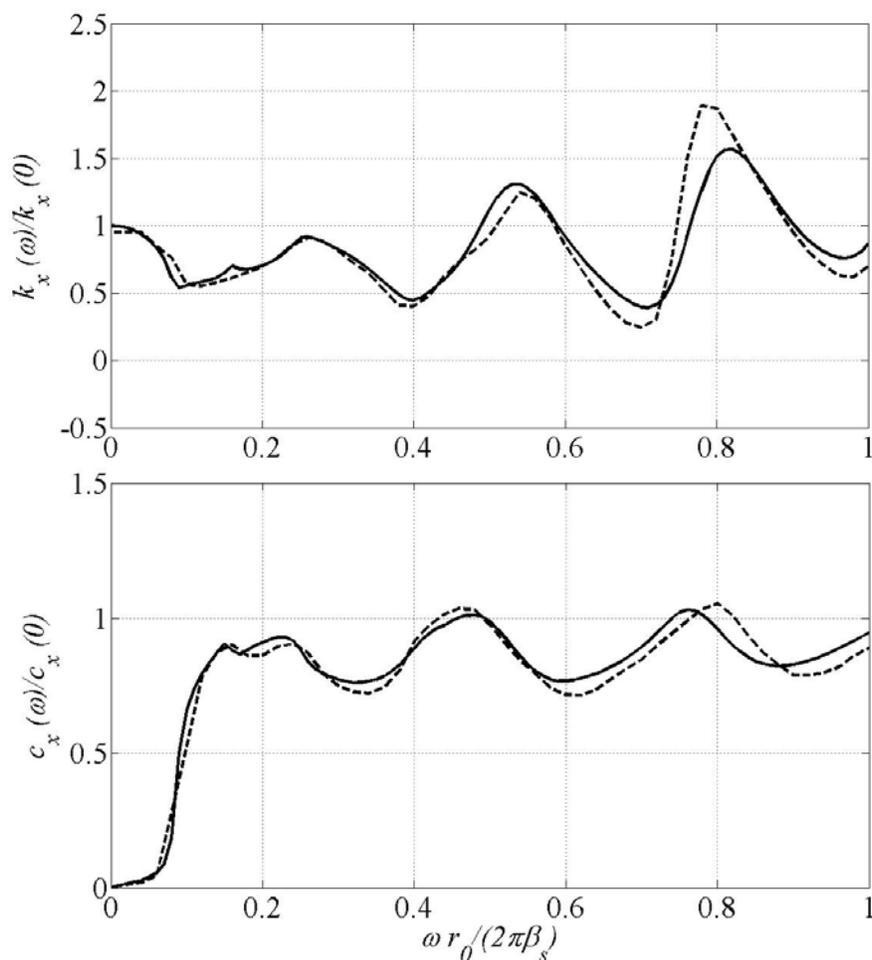
cimentación y el medio para reproducir la condición de una cimentación rígida. La comparación se presenta en la figura 3.8.



**Figura 3.7 Funciones de impedancia normalizadas ( $k_x(\omega)/k_x(0)$  y  $c_x(\omega)/c_x(0)$ ) para un disco superficial rígido calculadas por Luco y Westman (línea punteada) y con la metodología propuesta (línea continua)**

Se aprecia que nuevamente los resultados presentados por otros autores se reproducen muy bien con la metodología propuesta en este trabajo.

Por otra parte también se comparó la solución analítica de Novak y Nogami (1977) para una pila con cabeza fija y apoyada sobre un estrato rígido, desplantada en un estrato homogéneo, considerando amortiguamiento independiente de la frecuencia. Estos autores presentan cuatro casos de estudio, los primeros dos con una pila que tienen una relación de esbeltez  $L/r_0 = 15$ , y una relación entre la velocidad de ondas de compresión en la pila ( $\alpha_p$ ) y la velocidad de ondas de cortante en el suelo ( $\beta_s$ ) de  $\beta_s/\alpha_p = 0.002$  para el primer caso y  $\beta_s/\alpha_p = 0.01$  para el segundo; los otros dos casos son pilas con una relación de esbeltez  $L/r_0 = 30$  y una relación entre la velocidad de ondas de compresión en la pila ( $\alpha_p$ ) y la velocidad de ondas de cortante en el suelo ( $\beta_s$ ) de  $\beta_s/\alpha_p = 0.002$  para el primer caso y  $\beta_s/\alpha_p = 0.01$  para el segundo.

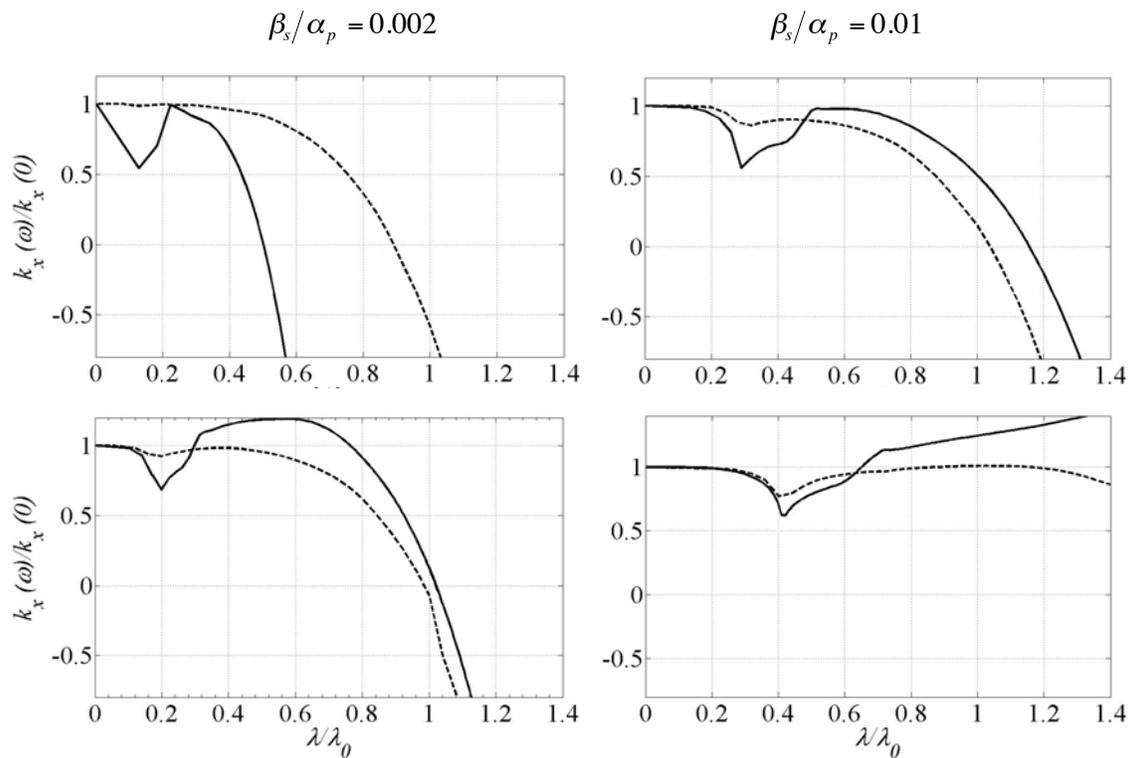


**Figura 3.8 Funciones de impedancia ( $k_x(\omega)/k_x(0)$  y  $c_x(\omega)/c_x(0)$ ) para un cajón rígido calculadas por Kausel y Ushijima (línea punteada) y con la metodología propuesta (línea continua)**

Los resultados se presentan en términos de la rigidez dinámica normalizada con respecto a la rigidez a frecuencia cero. La comparación de los resultados para el componente horizontal se presenta en la figura 3.9.

Se puede apreciar que la metodología reproduce de manera aceptable las formas generales de las curvas, solo que las variaciones predichas por la metodología son mayores que las que presenta la solución analítica de Novak y Nogami (1977).

Claramente para el caso de  $L/r_0 = 15$  con  $\beta_s/\alpha_p = 0.002$ , los resultados varían de manera importante. Para los otros tres casos, aunque las gráficas no son idénticas la concordancia entre la metodología y los resultados de Novak y Nogami (1977) mejora ampliamente, aunque sobreestimando los valores de la rigidez presentados por Novak y Nogami (1977) en altas frecuencias.

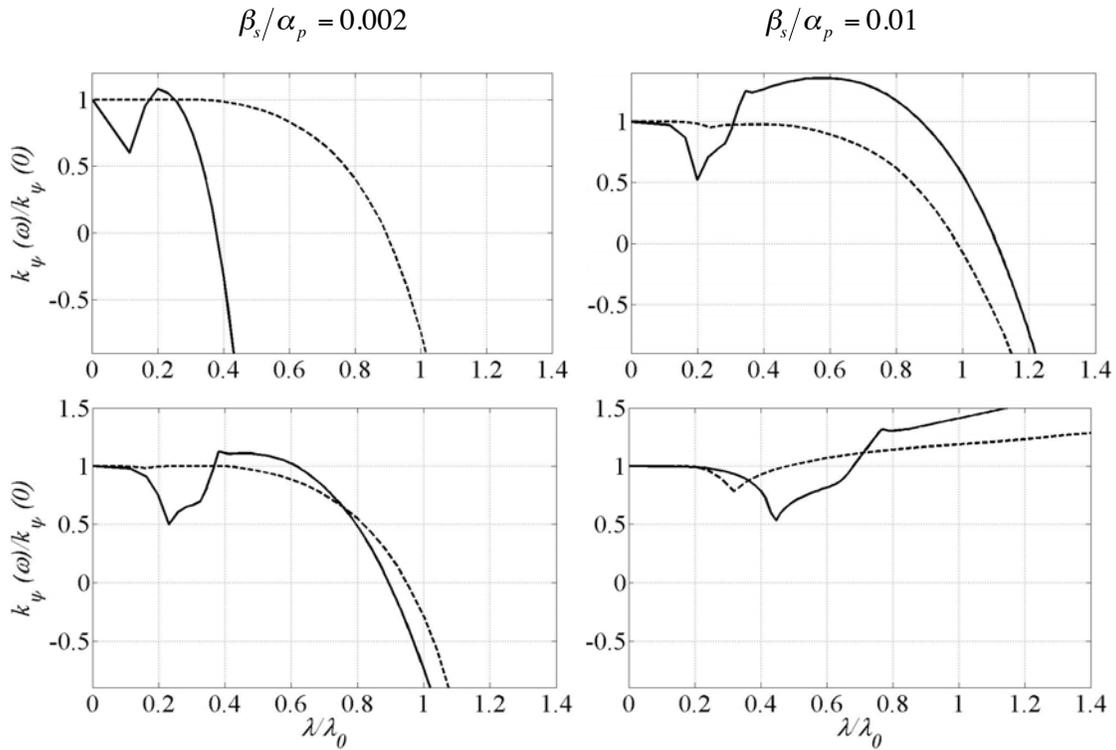


**Figura 3.9. Funciones de impedancia horizontal calculadas con la solución analítica de Novak y Nogami (línea punteada) y el método propuesto (línea continua) para los casos relaciones de esbeltez de 15 (arriba) y de 30 (abajo)**

Para el caso de la rigidez de cabeceo los resultados siguen las mismas formas con ambas metodologías, presentándose las mayores diferencias para el caso de  $L/r_0 = 15$  con  $\beta_s/\alpha_p = 0.002$ . La solución analítica presentada por Novak y Nogami (1977) introduce ciertas hipótesis y simplificaciones que difieren de las hipótesis utilizadas en la metodología propuesta. Por un lado esta solución analítica considera solamente el componente horizontal del desplazamiento, mientras que la metodología propuesta considera tres componentes del desplazamiento.

Otra simplificación que introduce la solución analítica es que caracteriza a la pila sólo mediante su rigidez a flexión y su masa, sin considerar ni el amortiguamiento propio de la pila, ni la rigidez a cortante de la misma, la cual está asociada al área. Esta podría ser la diferencia fundamental que produce que los modelos den resultados distintos, ya que la metodología propuesta considera a la pila como un elemento con un área definida, lo cual introduce la rigidez tanto a corte como a flexión del elemento de cimentación.

A medida que la pila es menos esbelta y más rígida con respecto al medio que la rodea, el caso de  $L/r_0 = 15$  con  $\beta_s/\alpha_p = 0.002$  es en el que se presenta una pila con mayor rigidez a flexión, la aportación de la rigidez a cortante del elemento crece, lo cual podría explicar las diferencias tan grandes que se presentan para este caso.



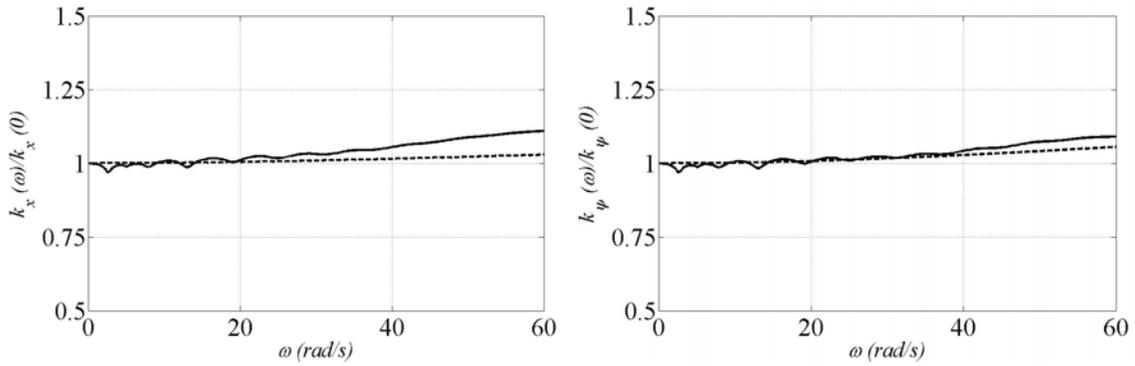
**Figura 3.10. Funciones de impedancia horizontal calculadas con la solución analítica de Novak y Nogami (línea roja) y el método propuesto (línea negra) para los casos relaciones de esbeltez de 15 (arriba) y de 30 (abajo)**

Por último se comparan los resultados producidos por la metodología propuesta con los arrojados por el programa Dyna5 (Novak *et al.* 1995), el cual está basado en una serie de expresiones aproximadas desarrolladas por Novak y un amplio grupo de colaboradores.

Se modeló una misma pila desplantada en medios homogéneos con distintas velocidades de onda. La relación esbeltez de la pila es de  $L/r_0 = 20$ , y se consideraron tres casos para la relación de velocidades de onda de cortante de la pila y el suelo  $\beta_s/\beta_p$  de 0.10, 0.30 y 0.50. Los resultados se expresan en términos de la rigidez normalizada con respecto a la rigidez para frecuencia cero en las figuras 3.11, 3.12 y 3.13 respectivamente.

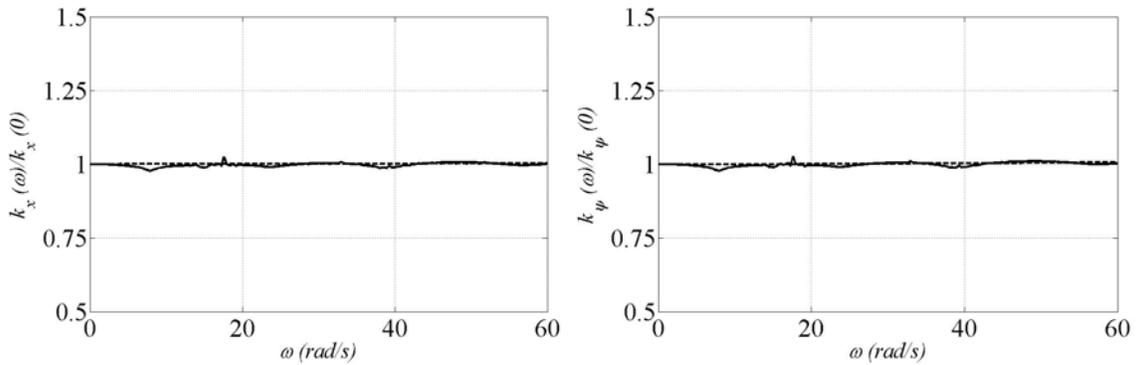
En las gráficas se aprecia que a medida que la relación de velocidades de onda es más pequeña, la variación de la rigidez con la frecuencia es menor. Por otra parte se puede observar que a medida que la frecuencia es más alta para este caso, las gráficas con ambas metodologías se separan un poco, aunque ambas siguen una misma tendencia pero en relaciones distintas. En general se puede decir que la metodología propuesta tiende a presentar una mayor variación de la rigidez en relación a la frecuencia.

RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

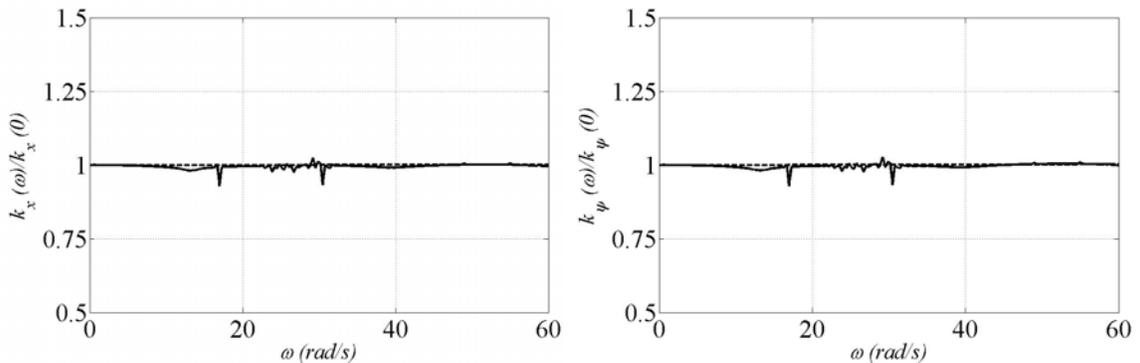


**Figura 3.11. Rigideces dinámicas normalizadas para  $\beta_s/\beta_p= 0.10$  calculadas con el programa Dyna5 (línea punteada) y la metodología propuesta (línea continua)**

En este caso al tener una pila con relación de esbeltez alta, y un contraste de velocidades de onda de cortante relativamente baja, la rigidez de la pila es baja haciendo que la aportación de la deformación por corte sea menor. De esta forma los resultados de las relaciones aproximadas y la metodología propuesta resultan más cercanos.



**Figura 3.12. Rigideces dinámicas normalizadas para  $\beta_s/\beta_p= 0.30$  calculadas con el programa Dyna5 (línea punteada) y la metodología propuesta (línea continua)**



**Figura 3.13. Rigideces dinámicas normalizadas para  $\beta_s/\beta_p= 0.50$  calculadas con el programa Dyna5 (línea punteada) y la metodología propuesta (línea continua)**

## CAPITULO 4: ANÁLISIS Y RESULTADOS NUMÉRICOS

Para estudiar la influencia de diferentes parámetros en la distribución de los elementos mecánicos producidos por acciones sísmicas en pilas, varios grupos de pruebas fueron diseñados. Los parámetros que se variaron son: la relación de esbeltez de la pila, la rigidez relativa entre la pila y el suelo, las propiedades del suelo y las condiciones de apoyo de la pila. Se presentan gráficas normalizadas de la presión del suelo sobre la pila ( $F_0$ ), la fuerza cortante ( $Q_0$ ) y el momento flexionante ( $M_0$ ) en términos de la profundidad normalizada ( $z/L$ ).

Se estudiaron dos tipos de problemas:

- *Con excitación en la base.* A fin de caracterizar la influencia de la interacción cinemática, se analiza la respuesta armónica de la pila con cabeza libre y cabeza fija, ante la incidencia vertical de ondas SH de amplitud unitaria. Las fuerzas de empuje del suelo y las fuerzas cortantes se normalizan con  $\pi\rho_0r_0\ddot{x}_g L^2$  y los momentos flexionantes con  $\pi\rho_0r_0\ddot{x}_g L^3$  siendo  $L$  la longitud de la pila y  $r_0$  el radio de la misma.
- *Con excitación en la cabeza.* Se estudia la respuesta de la pila bajo una excitación armónica unitaria en su cabeza para analizar la influencia de la interacción inercial en la respuesta de la pila. Tanto las presiones del suelo como las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes se normalizan con respecto al valor máximo de fuerza cortante.

Vale la pena hacer notar que, mientras las solicitaciones en la cabeza de la pila, dependen casi exclusivamente de la respuesta dinámica de la superestructura, el movimiento de la excitación introducido en la base depende básicamente de la respuesta dinámica del suelo circundante. Es por esto que se puede decir que el caso de excitación en la base es dependiente de los desplazamientos del terreno, mientras que el caso de excitación en la cabeza es dependiente de las fuerzas introducidas en la cabeza de la pila. De ahí las diferentes normalizaciones para ambos casos.

Las variables utilizadas en el estudio son:

$\beta_s/\beta_0$  = relación entre la velocidad de ondas de cortante del suelo y de la pila

$\rho_s/\rho_0$  = relación entre la densidad del suelo y la pila

$\nu_s,\nu_0$  = relación de Poisson del suelo y de la pila

$\xi_s,\xi_0$  = amortiguamiento del suelo y de la pila

$L/r_0$  = relación de esbeltez de la pila

Los parámetros utilizados en este análisis han sido considerados con la finalidad de representar los casos más comunes que se presentan en la práctica. Para las relaciones de esbeltez se utilizó un intervalo de valores similar al de estudios previos (Novak y El Sharnouby 1983). En cuanto a los contrastes de velocidades de onda de cortante se utilizaron valores que representen relaciones de  $E_0/E_s$  desde 33 hasta 2000. Cruz *et al.* en 2007 realiza un análisis de las relaciones  $E_0/E_s$  que se presentan en tres distintos lugares representativos de México para pilotes de concreto. En su análisis muestra que los valores varían principalmente entre 40 a 1200.

## RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

La longitud activa de la pila es un parámetro que permite analizar de una mejor manera su comportamiento ante cargas laterales. La expresión para determinarla está dada por (Nikolau *et al.* 2001)

$$L_a \approx 1.5 \left( \frac{E_0}{E_s} \right)^{1/4} d_0 \quad (4.1)$$

Si se sustituye la relación de esbeltez ( $L/r_0$ ) en la ecuación 4.1 para expresar la longitud activa en términos del porcentaje de la pila que se encuentra sujeta a esfuerzos ( $L_a/L$ ) se tiene que:

$$\frac{L_a}{L} \approx 3.0 \left( \frac{E_0}{E_s} \right)^{1/4} \frac{1}{\frac{L}{r_0}} \quad (4.2)$$

En este estudio se consideró que la relación de Poisson de los materiales tanto de la pila como del suelo son iguales, por lo cual la ecuación 4.2 puede expresarse en términos de las velocidades de ondas de cortante como:

$$\frac{L_a}{L} \approx 3.0 \left( \frac{1}{\frac{\rho_s \beta_s^2}{\rho_0 \beta_0^2}} \right)^{1/4} \frac{1}{\frac{L}{r_0}} \quad (4.3)$$

Con esta expresión es posible definir el porcentaje de la longitud total de la pila ( $L_a/L$ ) que se encuentra sujeto a esfuerzos para distintas relaciones de esbeltez ( $L/r_0$ ).

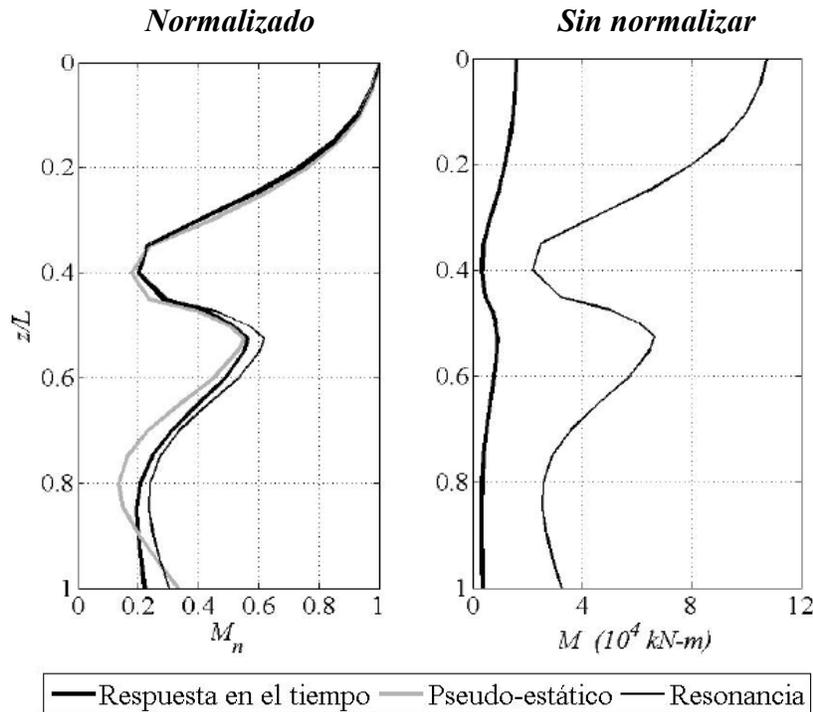
## EXCITACIÓN EN LA BASE

### Dependencia con la frecuencia

Para definir la influencia de la frecuencia de excitación en la distribución de los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática, se muestra en la figura 4.1 (izquierda) la comparación de la distribución de momentos flexionantes normalizada para el caso estático, la frecuencia dominante del sitio y la envolvente de momento flexionante producida por el registro de la estación CU para el sismo de Michoacán de 1985. La envolvente se define como las respuestas máxima de la pila en el dominio del tiempo a diferentes niveles; y todas las curvas se encuentran normalizadas con respecto al valor de momento en la cabeza. Las propiedades del suelo y la pila corresponden al caso C2 presentado en la tabla 4.3. El periodo dominante del sitio es de 1.5 s. Es claro que la distribución del momento flexionante normalizado para los tres casos es muy parecida. Con este resultado se puede observar que el modo fundamental controla, caso totalmente, la respuesta en el tiempo.

En la parte derecha de la figura 4.1 se muestran las distribuciones de momento flexionante sin normalizar, para los casos de la resonancia y la respuesta en el tiempo. Los resultados para el caso

estático no son presentados por cuestiones de escala. En esta figura es claro que los valores de momento desarrollados en la resonancia son mucho mayores que los de la respuesta en el tiempo. Esta situación ha sido previamente identificada por Nikolau *et al.* (2001). Ellos muestran que las deformaciones unitarias debidas a diferentes sismos siguen la misma tendencia que aquellas producidas en el estado estacionario para la frecuencia dominante. Establecen un factor de reducción que permite traducir la respuesta en estado estacionario a la que se obtendría en un evento sísmico.



**Figura 4.1. Distribución de momento flexionante para el sismo de la ciudad de México de 1985 (respuesta en el tiempo), la respuesta estacionaria en la frecuencia dominante y la respuesta estática, normalizada (izquierda) y sin normalizar (derecha)**

Es claro también, que las respuestas estacionarias para los casos pseudo-estático y de resonancia son sumamente similares en términos de la distribución de los elementos mecánicos, con diferencias mínimas en la parte inferior de la pila. Por sencillez, solamente se mostrarán resultados para el caso estático.

#### **Pilas con distintas relaciones de esbeltez**

Para esta parte del análisis se consideraron parámetros presentados en la tabla 4.1. Las variaciones de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se presentan en la figura 4.2.

Se puede observar que la relación de esbeltez es un parámetro fundamental en la magnitud de la presión que ejerce el suelo sobre la pila, así como en la fuerza cortante y el momento flexionante que se desarrollan. Además de que afecta directamente la distribución de las presiones del suelo sobre la pila.

**Tabla 4.1. Parámetros para pilas con distintas relaciones de esbeltez**

Prueba	$\beta_s/\beta_0$	$\rho_s/\rho_0$	$\nu_s = \nu_0$	$\zeta_s = \zeta_0$	$L/r_0$	$L_a/L$
A1	0.05	0.75	0.5	0.05	10	1.44
A2	0.05	0.75	0.5	0.05	20	0.72
A3	0.05	0.75	0.5	0.05	30	0.48
A4	0.05	0.75	0.5	0.05	60	0.24
A5	0.05	0.75	0.5	0.05	90	0.16

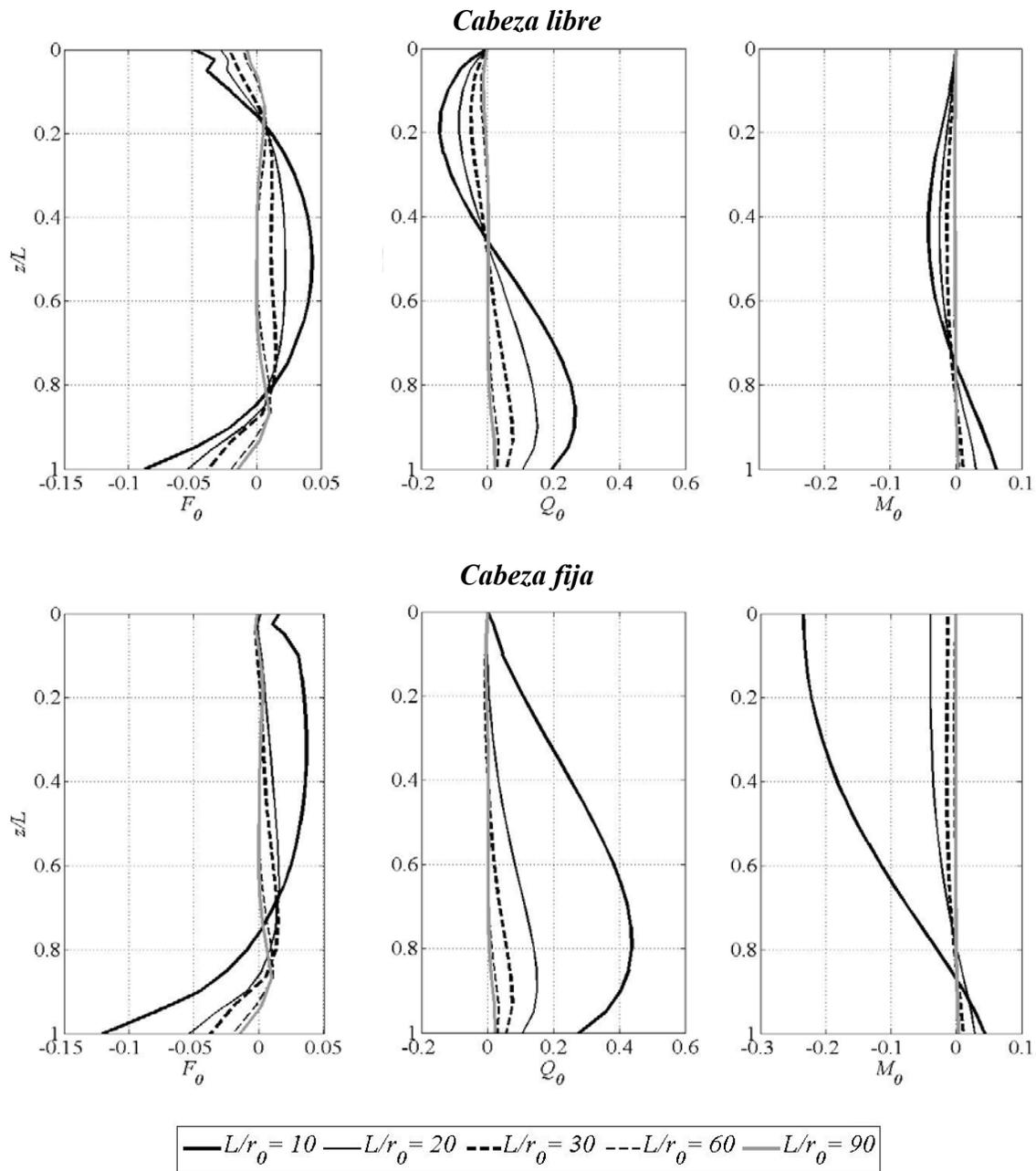
En elementos robustos, la curva de presión del suelo para pilas con cabeza libre toma una forma parabólica. A medida que la pila se vuelve más esbelta, las curvas cambian de forma definiendo tres zonas claras. En la parte superior, se observa un comportamiento lineal hasta una profundidad de alrededor de  $0.15L$ . A partir de esta profundidad, las curvas tienden a una forma parabólica cambiando de una curvatura convexa a una curvatura cóncava a medida que la pila se vuelve más esbelta, hasta una profundidad de  $0.85L$  aproximadamente. En la parte más profunda, la curva presenta un comportamiento lineal nuevamente.

Acerca de la dirección de la presión, se observa que a medida que la pila es más robusta, la zona de presiones negativas en la parte superior e inferior de la pila se vuelve más grande. Este efecto puede ser importante al momento de definir las partes de la interfaz pila-suelo, en las cuales se presentarán esfuerzos de tensión.

En términos de la fuerza cortante y el momento flexionante, se puede observar que mientras la relación de esbeltez se vuelve menor, la magnitud de los elementos mecánicos crece. La posición en la cual los elementos mecánicos se vuelven cero son muy parecidas para todos los casos y en general la forma de la distribución es muy similar para todas las pilas. De aquí se puede demostrar que la relación de esbeltez es un parámetro determinante en el desempeño sísmico de las pilas.

La tabla 4.1 muestra que la pila con menor relación de esbeltez ( $L/r_0 = 10$ ) tiene un porcentaje de longitud activa mayor al 100%, lo que significa que toda la pila se encuentra influida por las fuerzas que se desarrollen en la cabeza. Este efecto produce que las curvas de presión del suelo, fuerza cortante y momento flexionante para la misma pila con distintas condiciones de soporte en la cabeza sean completamente distintas.

Por otra parte, cuando se analiza la pila más esbelta ( $L/r_0 = 90$ ), se muestra que el porcentaje de longitud activa es de solo el 16%, por lo cual la influencia de la condición de soporte en la cabeza quedará limitada a la parte superior de la pila. Es por ello que el comportamiento de esta pila con cabeza fija y cabeza libre es muy similar.



**Figura 4.2. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para pilas con diferentes relaciones de esbeltez ( $L/r_0$ )**

En términos de las fuerzas de empuje del suelo, al momento de restringir la rotación de la cabeza, la distribución de la presión cambia, generando que la primera de las tres zonas definidas para cabeza libre desaparezca. Esto tiene un impacto en los lugares en los cuales la frontera entre la pila y el suelo estará sometida a tensiones.

La influencia de la condición de soporte de la cabeza se expresa tanto en la magnitud como en la dirección de las fuerzas cortantes. En la mayoría de los casos, cuando se considera la cabeza fija, se manifiesta una reducción en la magnitud en la zona correspondiente a la longitud activa de la pila.

Sólo para el caso de la pila más robusta, la longitud activa es suficientemente grande como para generar un incremento en la fuerza cortante en la parte inferior de la pila. En términos de la dirección de la fuerza, es interesante que el restringir el giro en la cabeza de la pila produce que la dirección de la fuerza en toda la pila sea la misma, a diferencia del caso de cabeza libre, en donde ésta presenta un cambio alrededor de la mitad de la pila.

Para el caso del momento flexionante, es obvio que la mayor diferencia se presenta en la cabeza de la pila. Mientras en el caso de cabeza libre, el momento es cero, cuando se fija la cabeza el momento incrementa lógicamente para este punto. La diferencia en el signo del momento en la cabeza y en la punta pone de manifiesto que la pila se encuentra sujeta a una doble curvatura. Nuevamente, para el caso de la pila más robusta, la magnitud del momento se incrementa de manera importante, mientras que para el resto de las pilas, los valores máximos se mantienen del mismo orden tanto para cabeza fija como para cabeza libre.

**Distintas relaciones de velocidad de onda de cortante entre el suelo y la pila**

Otro parámetro muy importante para el desempeño sísmico de las pilas es la velocidad de ondas de cortante del suelo y de la pila. Los parámetros que se utilizaron para esta parte del estudio se presentan en la tabla 4.2. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  and  $M_0$  se presentan en la figura 4.3.

En este grupo de pruebas se demuestra que a medida que el contraste entre las velocidades de onda es mayor, las magnitudes de los elementos mecánicos crecen. Con este resultado se puede definir que el parámetro fundamental que controla la magnitud de los elementos mecánicos en las pilas introducidos por la interacción cinemática es la rigidez relativa entre la pila y el medio. Este parámetro queda definido por la relación de esbeltez del elemento y el contraste de velocidades de onda de cortante.

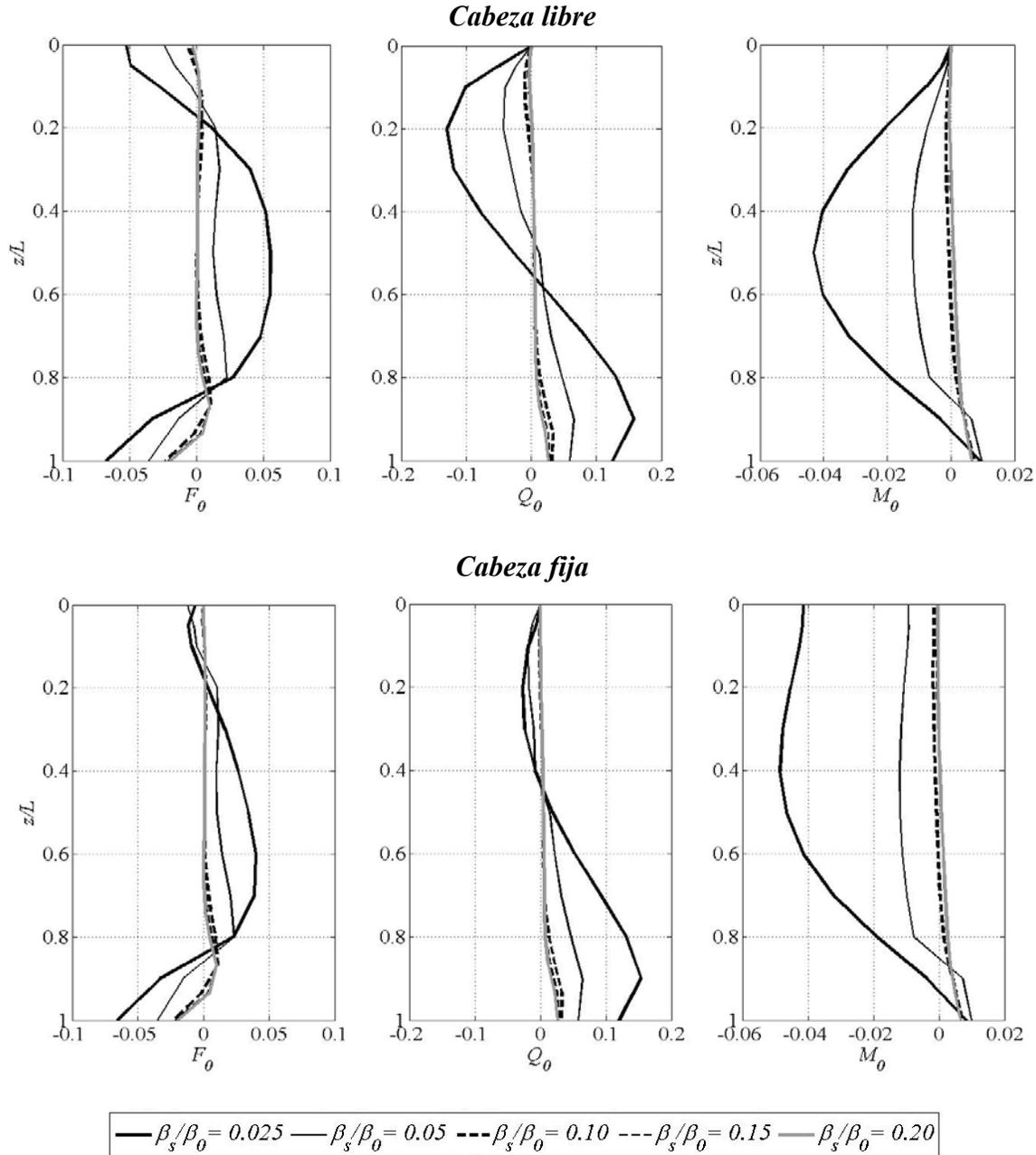
**Tabla 4.2. Parámetros para pilas con distintas relaciones de velocidades de propagación de onda**

Prueba	$\beta_s/\beta_0$	$\rho_s/\rho_0$	$v_s = v_0$	$\zeta_s = \zeta_0$	$L/r_0$	$L_a/L$
B1	0.025	0.75	0.5	0.05	40	0.51
B2	0.05	0.75	0.5	0.05	40	0.36
B3	0.10	0.75	0.5	0.05	40	0.25
B4	0.15	0.75	0.5	0.05	40	0.21
B5	0.20	0.75	0.5	0.05	40	0.18

Nuevamente los empujes del suelo sobre la pila presentan zonas negativas mayores a medida que la pila es más rígida con respecto al suelo. Es interesante que, a diferencia de lo estudiado para diferentes relaciones de esbeltez, en el caso de cabeza fija, los mayores contrastes de velocidad de

propagación de ondas no desaparecen la primera de las zonas de comportamiento de las gráficas definidas para el caso de cabeza libre previamente (figura 4.2).

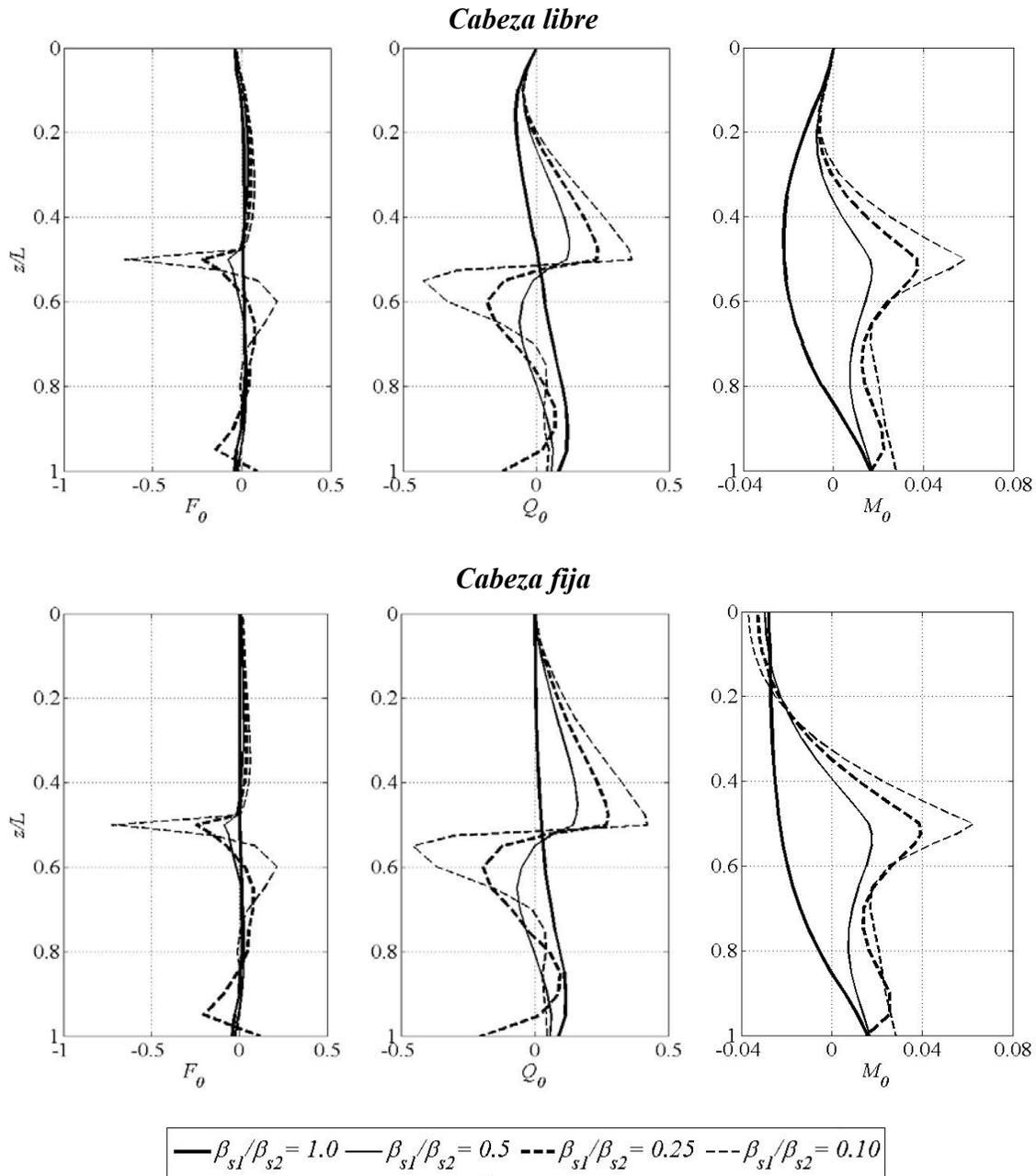
La fuerza cortante se reduce en la parte superior de la pila cuando se considera cabeza fija, pero el máximo valor de fuerza cortante es del mismo orden que para cabeza libre. Para el momento flexionante, la restricción al giro en la cabeza se traduce en un incremento en la parte superior de la pila, pero nuevamente los máximos para ambos casos son del mismo orden.



**Figura 4.3. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) para distintas relaciones de velocidades de onda entre el suelo y la pila ( $\beta_s/\beta_0$ )**

**Medios estratificados**

La presencia de estratos con distinta rigidez tiene una importante influencia en la distribución de los elementos mecánicos en las pila. Para evaluar dicha influencia, se estudia un medio compuesto de dos estratos. El estrato superior tiene un espesor de  $L/2$ . Las propiedades del estrato superior e inferior se denotan con los subíndices 1 y 2 respectivamente. Ambos estratos tienen las mismas propiedades excepto por la velocidad de propagación de onda. Los parámetros utilizados se presentan en la tabla 4.3. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se presentan en la figura 4.4.



**Figura 4.4. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) para medios estratificados con distintos contrastes de velocidades de onda ( $\beta_{s1}/\beta_{s2}$ )**

Se puede ver que cuando se tiene un medio estratificado existe una concentración de fuerzas a la profundidad de la interfaz ( $z/L = 0.5$ ), y la magnitud de esta fuerza crece a medida que el contraste de velocidades de onda de cortante entre los estratos es mayor. Este efecto de concentración de fuerza en la interfaz ha sido previamente identificado por otros autores (Nikolau *et al.* 2001, Poulos 2007, Dezi *et al.* 2010). Para el caso de un medio homogéneo ( $\beta_{s1}/\beta_{s2} = 1.0$ ) es claro que no existe dicha concentración de fuerzas a la profundidad de la interfaz.

**Tabla 4.3. Parámetros para pilas en un medio con dos estratos**

Prueba	$\beta_{s1}/\beta_0$	$\rho_{s1}/\rho_0$	$\rho_{s2}/\rho_0$	$v_{s1} = v_{s2} = v_0$	$\xi_{s1} = \xi_{s2} = \xi_0$	$L/r_0$	$\beta_{s1}/\beta_{s2}$
C1	0.025	0.75	0.75	0.5	0.05	40	1.00
C2	0.025	0.75	0.75	0.5	0.05	40	0.50
C3	0.025	0.75	0.75	0.5	0.05	40	0.25
C4	0.025	0.75	0.75	0.5	0.05	40	0.10

La condición de soporte de la cabeza tiene muy poca influencia tanto en los empujes del suelo como en la fuerza cortante para este caso. En términos del momento flexionante, la diferencia más importante radica nuevamente en el valor en la cabeza de la pila. Para la pila de cabeza libre el momento vale cero, mientras que para cabeza fija existe un valor de momento tanto en la cabeza como en la punta.

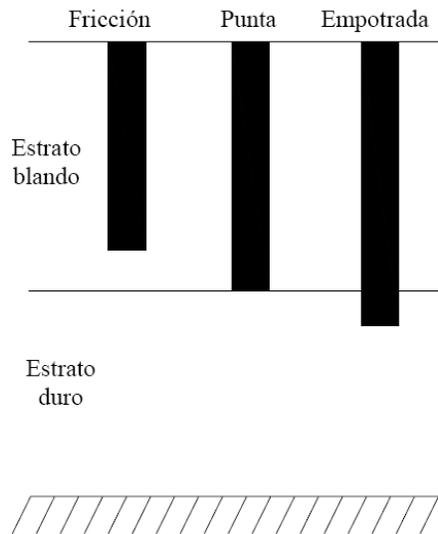
### Diferentes condiciones de apoyo

Un caso muy común en medios estratificados, es el uso de pilas cuya punta se encuentra embebida en un estrato con una rigidez mayor, con la finalidad de asegurar una alta restricción rotacional en la punta. Para estudiar el efecto de la condición de apoyo de la punta en los elementos mecánicos que desarrollará la pila, se llevó a cabo el siguiente análisis.

Se definen tres diferentes pilas, desplantadas en un medio compuesto por dos estratos. Los parámetros utilizados se muestran en la tabla 4.4.

**Tabla 4.4. Parámetros para pilas en con distintas condiciones de apoyo**

$\beta_{s1}/\beta_0$	$\rho_{s1}/\rho_0$	$\rho_{s2}/\rho_0$	$v_{s1} = v_{s2} = v_0$	$\xi_{s1} = \xi_{s2} = \xi_0$	$L/r_0$	$\beta_{s1}/\beta_{s2}$
0.025	0.75	0.75	0.5	0.05	40	0.25



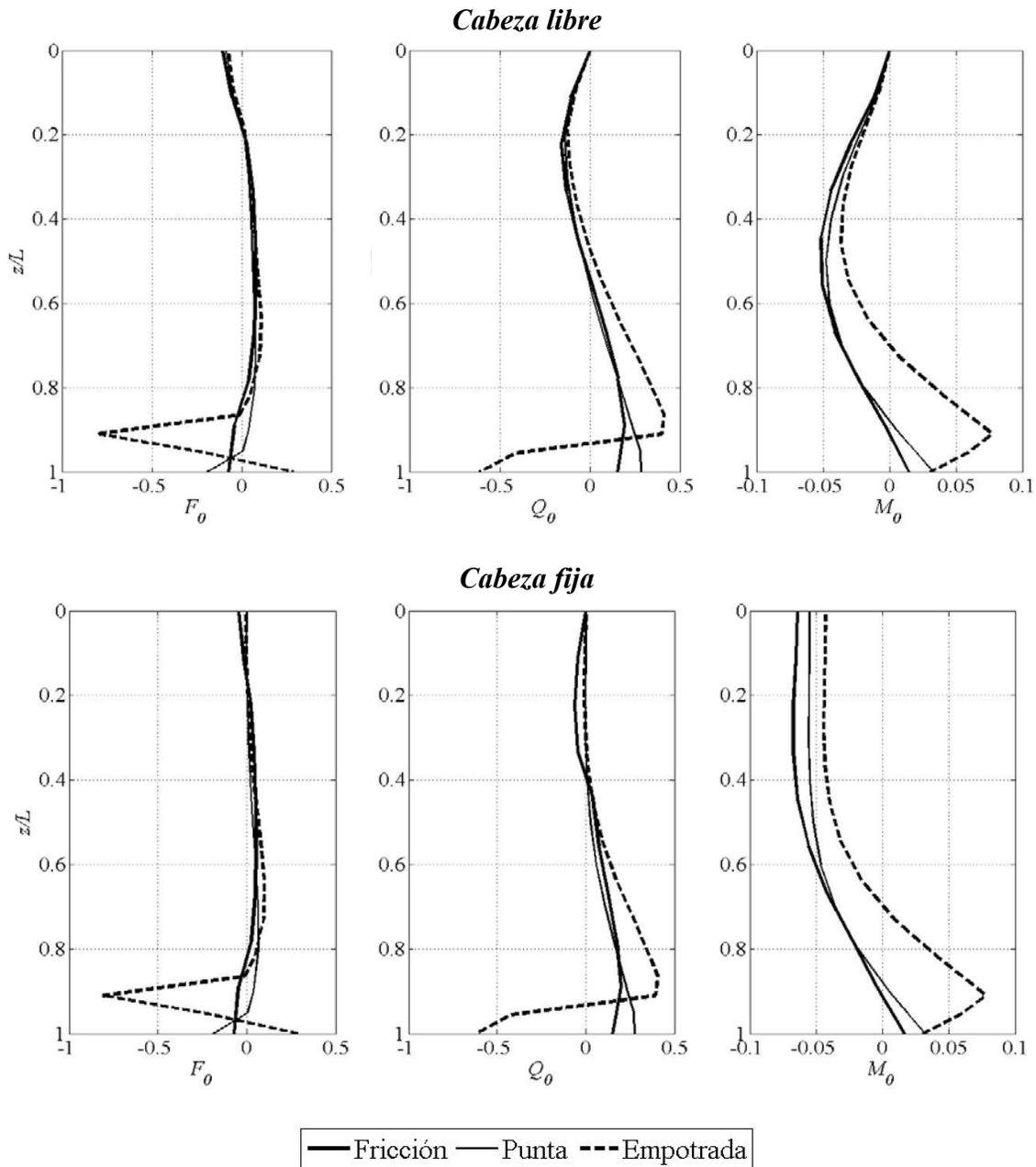
**Figura 4.5. Esquema de las pilas de fricción, de punta y empotrada**

Todas las pilas tienen el mismo radio ( $r_0$ ). El estrato superior tiene un espesor equivalente a  $40r_0$ , y el estrato inferior un espesor correspondiente a  $120r_0$ . El perfil estratigráfico se ha definido en relación con el subsuelo de la ciudad de México, en donde una arcilla muy blanda ( $\beta_s \approx 60$  m/s) se encuentra sobre un estrato más rígido ( $\beta_s \approx 250 - 300$  m/s) (Ovando 1996). Se toma el caso del subsuelo de la ciudad de México debido a que tiene propiedades no encontradas en otro lugar del mundo.

La diferencia entre las pilas es la condición de apoyo de la punta. Se consideraron una pila de fricción, una pila de punta y una pila empotrada en la punta. La pila de fricción corresponde a una pila cuya punta se encuentra dentro del estrato blando ( $L = 36r_0$ ), en la pila de punta se considera que la punta se encuentra simplemente apoyada sobre el estrato duro, sin tener ninguna longitud de empotre ( $L = 40r_0$ ) y la pila empotrada corresponde a una pila cuya punta se encuentra embebida en el estrato duro ( $L = 44r_0$ ). La geometría de las tres pilas se presenta en la figura 4.5. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se presentan en la figura 4.6.

Para este caso, todas las pilas manifiestan un comportamiento similar en términos de los empujes del suelo en casi la totalidad de su longitud. La única diferencia se encuentra a la profundidad de desplante de las pilas. Para la pila de punta existe un cierto incremento en el empuje del suelo en relación con la pila de fricción, sin embargo para la pila empotrada el incremento es significativamente mayor.

Este incremento en los empujes de suelo afecta tanto la fuerza cortante como el momento flexionante, en donde existe un aumento sumamente importante de ambos elementos mecánicos en la profundidad de la interfaz. Este es un efecto muy importante ya que prueba que cuando se empotra una pila con la finalidad de tener un mejor trabajo geotécnico, ésta puede desarrollar elementos mecánicos muy importantes.



**Figura 4.6. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) para pilas con distintas condiciones de apoyo en la punta**

### Estrato equivalente

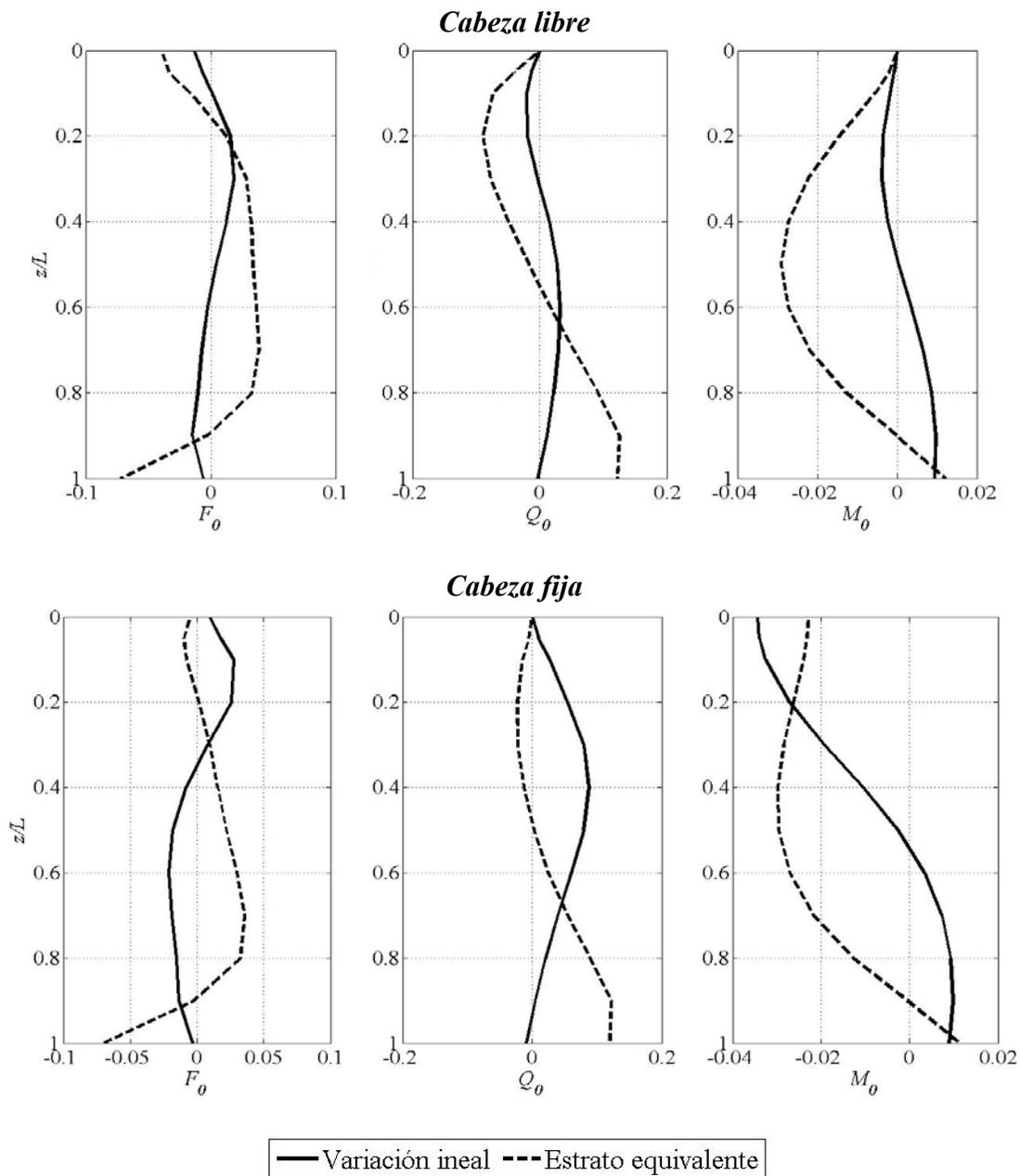
En la mayoría de los suelos se presenta un incremento de la rigidez en relación con la profundidad. Para algunas arcillas comunes, este incremento tiene un comportamiento casi lineal, como se muestra en los resultados presentados por Ovando (1996).

Con la finalidad de simplificar los problemas, es común analizar el comportamiento de pilas desplantadas en medios estratificados, con un medio homogéneo equivalente, considerando

## RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

propiedades equivalentes de los estratos presentes en el problema. Estas propiedades pueden determinarse con distintos procedimientos como el propuesto por Gómez en 2000.

Para establecer la influencia de esta simplificación en la distribución de los elementos mecánicos que desarrollarán las pilas cargadas lateralmente, se realiza la comparación de una pila desplantada en un medio heterogéneo con un incremento lineal de la velocidad de propagación de ondas, y la misma pila desplantada en un medio homogéneo equivalente.



**Figura 4.7. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) para una pila desplantada en un medio heterogéneo y en un estrato homogéneo equivalente**

La pila tiene una relación de esbeltez  $L/r_0 = 40$ . El medio estratificado tiene una variación de la velocidad de propagación de ondas de cortante ( $\beta_s$ ) de 35 m/s a 100 m/s en la longitud de la pila. El medio equivalente tiene una velocidad de propagación ( $\beta_s$ ) de 65 m/s y un espesor igual a la longitud de la pila. Las variaciones de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.7. Es claro que considerar un estrato equivalente produce un incremento en los valores de los empujes del suelo, la fuerza cortante y el momento flexionante. La forma de las curvas también cambia. La sobreestimación que se introduce al considerar un estrato equivalente es muy importante.

Cuando se considera cabeza fija, las mayores diferencias se presentan para el caso del estrato heterogéneo. Las más significativas se presentan en términos del momento flexionante, en donde el momento en la cabeza de la pila es mayor para el medio estratificado que para el medio homogéneo equivalente. Por otro lado, el máximo momento flexionante para el estrato equivalente se presenta a la mitad de la pila, mientras que para el medio heterogéneo el valor de momento máximo se presenta en la cabeza de la pila.

### EXCITACIÓN EN LA CABEZA

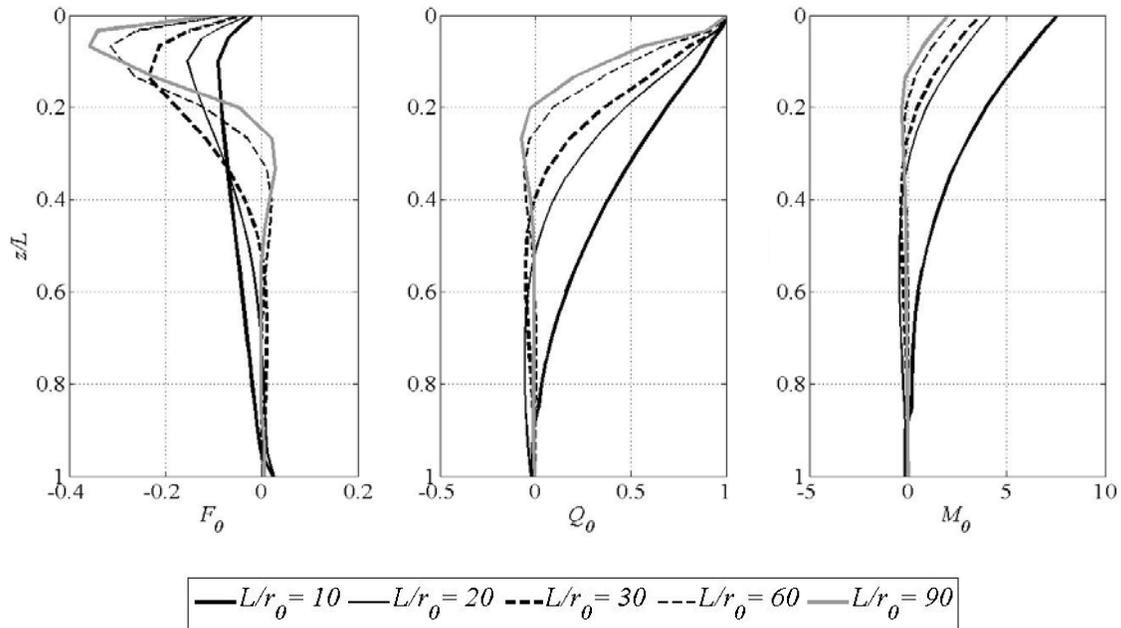
Ahora se estudia el comportamiento de pilas sujetas a cargas laterales en la cabeza para analizar el efecto de la interacción inercial. Para este caso sólo se consideraron pilas con cabeza fija. Con la finalidad de tener resultados comparables con el caso de excitación en la base se utilizaron los mismos datos para el caso de excitación en la cabeza.

### Pilas con distintas relaciones de esbeltez

Se utilizaron los parámetros de la tabla 4.1. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.8.

Cuando se estudia el caso de excitación en la cabeza, el efecto de la relación de esbeltez es muy similar al de excitación en la base, ya que cuando la relación de esbeltez de la pila es más grande, la rigidez de la pila crece, produciendo que la fuerza necesaria para producir un desplazamiento unitario en la pila sea mayor. En cuanto a la forma de las curvas se puede observar que mientras la pila es más rígida, la longitud activa de la pila es mayor, como se muestra en la tabla 4.1. También es claro que mientras la pila es más rígida, la relación entre el momento flexionante máximo y la fuerza cortante máxima es mayor.

Es interesante ver que el máximo empuje del suelo sobre la pila no se presenta en la cabeza de la pila, su posición depende de la relación de esbeltez. Mientras la pila es más rígida, la posición del máximo empuje del suelo es más profunda, y la zona en la cual la pila se encuentra sujeta a presiones es mayor. La relación entre el máximo empuje del suelo y el cortante en la cabeza de la pila es mayor a medida que la pila es más esbelta.



**Figura 4.8. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para pilas con diferentes relaciones de esbeltez ( $L/r_0$ ) para el caso de excitación en la cabeza**

**Pilas con distintos contrastes de velocidades de propagación de ondas**

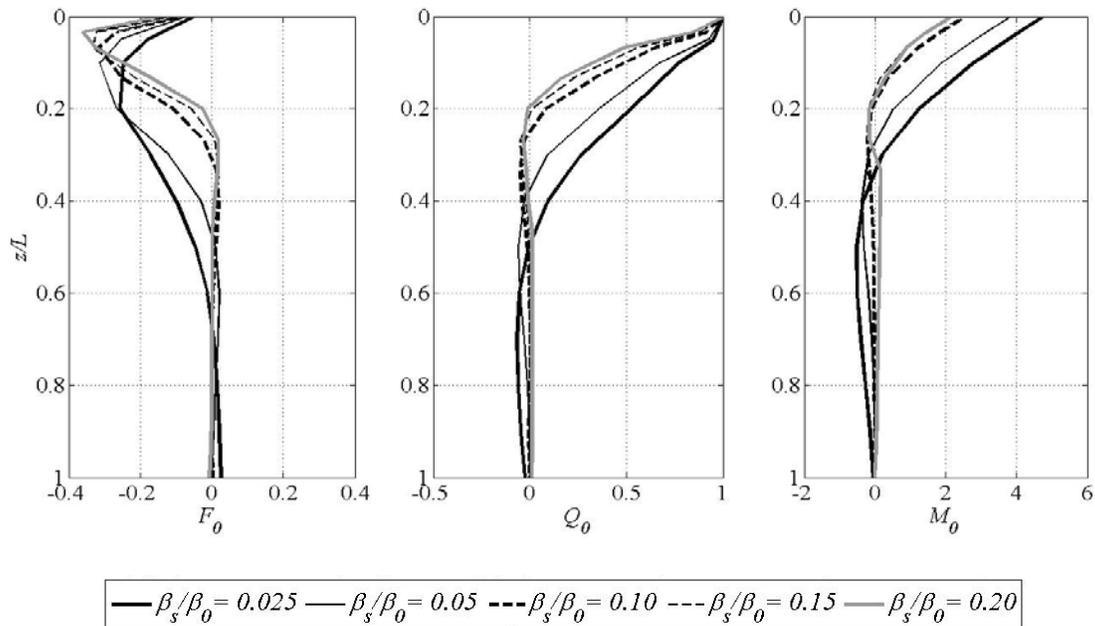
Para este caso se utilizaron los parámetros definidos en la tabla 4.2. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.9.

Se puede observar que a medida que el contraste de velocidades de onda de cortante entre la pila y el suelo es mayor, la longitud activa de la pila crece como se muestra en la tabla 4.2. De aquí se puede demostrar que también para el caso de excitación en la cabeza, el parámetro que controla el fenómeno es la rigidez relativa de la pila respecto al medio de desplante.

La longitud en la cual la pila está sujeta a empujes se vuelve más grande a medida que el contraste entre las velocidades de ondas de cortante del suelo y la pila es mayor. Nuevamente se observa que la relación entre el empuje máximo del suelo y el cortante máximo de la pila crece a medida que la pila es menos rígida con respecto al suelo. De igual forma se muestra que mientras la pila es más rígida con respecto al terreno, la relación entre el momento flexionante máximo y la fuerza cortante máxima crece.

La principal diferencia respecto al caso de excitación en la base es que mientras en las pilas sujetas a excitación en la cabeza la variación se presentan primordialmente en la longitud activa, para el caso de la interacción cinemática, la influencia de la rigidez relativa se expresa en términos de la magnitud de las fuerzas. Cuando se considera la interacción cinemática, la totalidad de la pila se encuentra sujeta a fuerzas internas. Este punto es muy importante, ya que si solo se considera la influencia de las cargas que se presentan en la cabeza de la pila en el diseño, se puede menospreciar el valor de

las fuerzas que se desarrollarán en las zonas más profundas de la pila, sobre todo en lugares por debajo de la longitud activa.



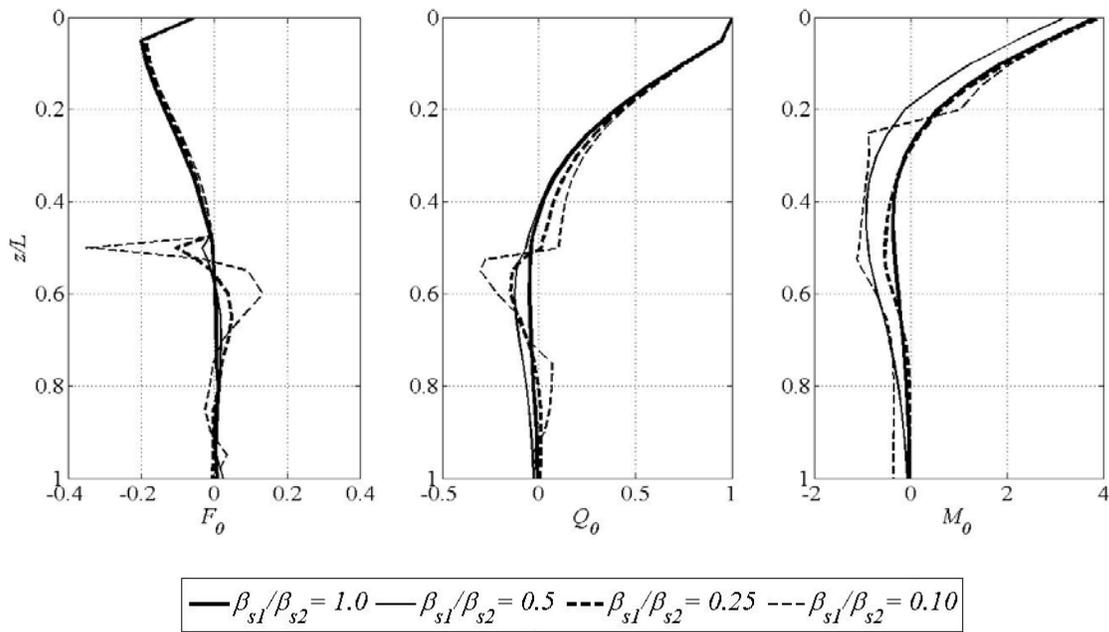
**Figura 4.9. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para distintas relaciones de velocidades de onda entre el suelo y la pila ( $\beta_s/\beta_0$ ) para excitación en la cabeza de la pila**

### Medios estratificados

La presencia de medios estratificados rara vez se estudia para el caso de excitación en la cabeza. Se utilizaron los parámetros definidos en la tabla 4.3 para este análisis. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.10.

Se puede observar que las curvas son muy similares para todos los casos, con una pequeña diferencia a la profundidad de la interfaz, en donde se manifiesta una concentración de empuje del suelo. La magnitud de este incremento es pequeña con relación a la magnitud de las fuerzas en la cabeza. Para el caso de mayor contraste de rigideces entre los estratos ( $\beta_{s1}/\beta_{s2} = 0.1$ ), la concentración de la fuerza cortante llega a ser de alrededor del 25% de la fuerza cortante máxima, lo que manifiesta que incluso para excitación en la cabeza, si la longitud activa de la pila es mayor que el espesor del estrato superior, el efecto de la presencia de dos medios con distinta rigidez puede ser importante. Es interesante que para este caso, la influencia del estrato más profundo es mínima en relación con el caso de excitación en la base.

Este efecto se puede observar fácilmente en las curvas de empujes del suelo, en donde a la profundidad de la interfaz se muestra una concentración para ambos casos; sin embargo para el caso de excitación en la cabeza, solo en la pila con el mayor contraste de rigideces entre los estratos ( $\beta_{s1}/\beta_{s2} = 0.1$ ), el máximo empuje del suelo corresponde a esta profundidad.



**Figura 4.10. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para medios estratificados con distintos contrastes de velocidades de onda ( $\beta_{s1}/\beta_{s2}$ ) para excitación en la cabeza**

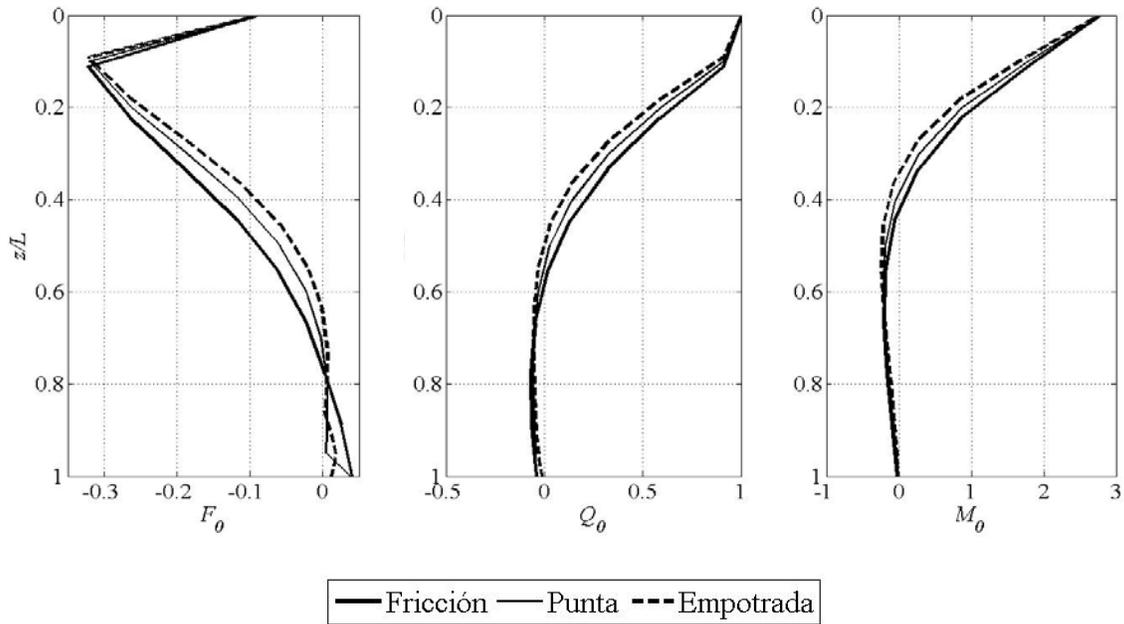
Debido a la poca influencia que tienen en general en el comportamiento lateral de las pilas sujetas a cargas en la cabeza, el efecto de la estratificación en la distribución de los elementos mecánicos no es considerado en los análisis convencionales.

**Diferentes condiciones de apoyo**

Otro parámetro que se estudia es la condición de apoyo de la pilas. Los casos de estudio son similares a los definidos para el caso de excitación en la base. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.11.

Se muestra claramente que cuando se analizan pilas sujetas a fuerzas en su cabeza, la influencia de la condición de apoyo de la punta no es muy importante. En la figura 4.10 se muestra que la distribución de empujes del suelo, la fuerza cortante y el momento flexionante no se ven influidos por la condición de apoyo, a diferencia del caso de excitación en la base.

De aquí se puede concluir que dicho parámetro no tiene mucha importancia en el comportamiento lateral de pilas cargadas en su cabeza.



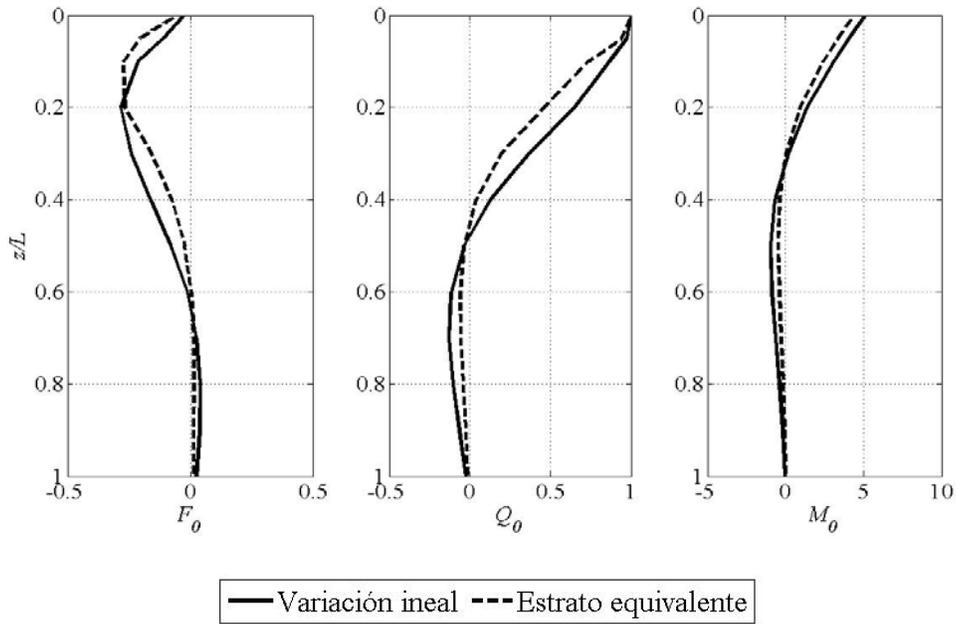
**Figura 4.11. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para pilas con distintas condiciones de apoyo en la punta para el caso de excitación en la cabeza**

### Estrato equivalente

El uso de estratos equivalentes es muy común en el análisis de pilas cargadas lateralmente. Se presenta el análisis de una pila desplantada en los estratos definidos para el caso de excitación en la base, pero ahora para el caso de excitación en la cabeza. Las curvas de  $F_0$ ,  $Q_0$  y  $M_0$  se muestran en la figura 4.12.

Se muestra que la influencia de considerar un estrato equivalente es mínima para la distribución de los empujes del suelo, la fuerza cortante y el momento flexionante. La única diferencia radica en que en el estrato equivalente se manifiesta una longitud activa de la pila menor que para el caso del medio heterogéneo, debido a que los estratos superiores presentan una rigidez menor que la del estrato equivalente.

Debido a la poca influencia que tiene esta simplificación cuando se considera que la pila está sujeta a fuerzas en su cabeza, esta se ha vuelto una simplificación muy común en el análisis y diseño de pilas cargadas lateralmente.



**Figura 4.12. Curvas de fuerzas de empuje del suelo ( $F_0$ ), fuerza cortante ( $Q_0$ ) y momento flexionante ( $M_0$ ) normalizadas para una pila desplantada en un medio heterogéneo y en un estrato homogéneo equivalente para excitación en la cabeza**

## COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En el presente trabajo se modeló el comportamiento de pilas bajo acciones laterales y los elementos mecánicos que se desarrollan en ellas, con la posibilidad de considerar distintos escenarios.

Se llevó a cabo la comparación de los resultados del modelo propuesto con modelos previamente desarrollados para definir las limitantes del método. Los resultados reportados por Veletsos y Younan (1995) para el caso de interacción cinemática y Kausel y Ushijima (1979) y Luco y Westmann (1971) para interacción inercial son reproducidos de manera aceptable.

Para otros modelos de interacción cinemática (Nikolau *et al.* 2001), también se obtuvieron resultados aceptables, con diferencias en la punta de las pilas, en donde en general los métodos simplificados predicen un trabajo nulo del elemento, mientras que la metodología propuesta manifiesta que en realidad existe cierto valor de momento flexionante.

En el caso de interacción inercial, la comparación con métodos que consideran la deformación propia de la cimentación (Novak y Nogami 1977), las diferencias entre los resultados reproducidos por la metodología propuesta y el modelo simplificado fueron mayores, sobre todo cuando el contraste de las rigideces entre la pila y el terreno es más drástico.

Con estas comparaciones se concluye que a medida que la pila presenta una rigidez mayor, como son los elementos robustos, la aportación a la deformación de la pila de la rigidez al corte es más grande, así como la del componente vertical del movimiento.

Además se comprobó que el diámetro no solo tiene influencia en la rigidez a flexión del elemento, sino que también influye en la restricción al giro que tendrá la punta. Se mostró que en realidad existe una restricción parcial al giro, debida al diámetro de la pila y la rigidez del medio de desplante.

A partir de la comparación de los resultados obtenidos de un programa comercial utilizado para analizar el comportamiento de pilas cargadas lateralmente (Dyna5, 1995), se muestra que los resultados se reproducen aceptablemente.

Se analizaron distintas relaciones de esbeltez, verificando que a medida que la pila es más robusta desarrolla elementos mecánicos mayores, tanto para la interacción cinemática como para la inercial. Con la diferencia de que las zonas en las cuales el suelo desarrollará esfuerzos de tensión sobre la pila varían también con la relación de esbeltez para el caso de interacción cinemática, volviéndose mayores a medida que la pila se hace más robusta. Mientras que, para el caso de excitación en la cabeza, se mostró que a medida que la pila es más esbelta, la relación entre el máximo empuje del suelo y la máxima fuerza cortante crece.

Por otra parte, se estudió la influencia de la rigidez del medio y de la pila, que se expresa en términos de la relación de las rigideces. Se concluyó que a medida que el contraste de rigideces es más drástico, y por lo tanto la diferencia en los desplazamientos en ambos medios, los elementos mecánicos asociados con la interacción cinemática crecen. En este caso se observó que las zonas en

## RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

las cuales la interfaz suelo-pila estará sujeta a esfuerzos de tensión varían también con la relación de velocidades de ondas de cortante.

Para la excitación en la cabeza de la pila, se observó que este parámetro tiene influencia en la longitud activa de la misma. Además, la relación entre el máximo empuje que ejerce el suelo sobre la pila y la máxima fuerza cortante crece a medida que el contraste de velocidades de onda es menor. Con esto, se corroboró que la forma de la distribución de los elementos mecánicos en la pilas varía básicamente con la rigidez relativa de la pila respecto a la rigidez del suelo.

También se analizó la presencia de medios estratificados, mostrando que este parámetro tiene una gran importancia cuando se considera la interacción cinemática. Se ratificó que el contraste de rigidez entre dos estratos, produce concentraciones de elementos mecánicos justo en la interfaz de ellos. Esta concentración crece a medida que el contraste de velocidades de propagación de ondas de cortante es mayor. Para el caso más drástico ( $\beta_{s1}/\beta_{s2}=0.1$ ) con cabeza fija, la relación entre el momento en la interfaz y en la cabeza es de 1.5. Dicho fenómeno se manifiesta claramente en las curvas de empuje lateral del suelo.

Cuando se consideró la excitación en la cabeza de la pila, se prueba que si la longitud activa es menor que el espesor del estrato superior, la influencia de la presencia de estratos con distintas propiedades no es significativa. Si la longitud activa llega a ser mayor que el espesor del estrato superior, y el contraste de velocidades de propagación de ondas de cortante es grande, la concentración de fuerza debida a la presencia de estratos con distintas propiedades es importante, por ejemplo para el caso de ( $\beta_{s1}/\beta_{s2}=0.1$ ) la fuerza cortante y el momento flexionante en la interfaz son del 25% de los elementos producidos en la cabeza. Este efecto puede producir fallas si no es considerado correctamente. Además, la estratigrafía influye de manera notable en la distribución y magnitud de las fuerzas.

Otro factor que se caracteriza en este trabajo es la condición de apoyo de la punta. Se mostró que el incremento de los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática es notable cuando la pila se encuentra embebida en un estrato duro, debido al contraste de velocidades de propagación de onda de ambos estratos.

Para el caso en que la pila no se encuentre en contacto directo con el medio de mayor rigidez, los elementos mecánicos para la parte inferior de la pila se reducen drásticamente, situación que debe tomarse en cuenta para el diseño de pilas de punta. Si la pila está sujeta a fuerzas en la cabeza, la influencia de la condición de apoyo de la punta es mínima. El cortante de la pila de fricción en la punta corresponde solamente al 40% del de la pila con la punta embebida en el estrato más rígido, mientras que el momento flexionante corresponde solamente al 20% del de la pila con la mayor restricción en la punta.

Para el caso de la interacción cinemática, se observó que utilizar un medio homogéneo equivalente para analizar medios estratificados, produce una sobreestimación de la respuesta de la pila para pilas

de cabeza libre, obteniendo valores de hasta 6 veces para el cortante y de hasta 3 veces para el momento flexionante. Para el caso de cabeza fija, aunque el valor del cortante y el momento flexionante máximo no se incrementa, la distribución es completamente distinta. Por otro lado, cuando se considera la interacción inercial, la influencia de utilizar estratos equivalentes es mínima.

En los análisis desarrollados se mostró que la condición de restricción de la cabeza en pilas sujetas a excitación en la base (interacción cinemática), tiene impacto en los elementos mecánicos desarrollados. Observando que en general, cuando se consideran pilas con cabeza fija, los empujes del suelo y la fuerza cortante se reducen, mientras que el momento flexionante se incrementa. La influencia de la condición de apoyo de la cabeza, queda limitada a la longitud activa de la pila.

Con este estudio se puede observar que existen efectos que tienen un impacto mínimo cuando se considera que la pila está sujeta a fuerzas en su cabeza. En el caso de la interacción cinemática se observó que estas condiciones incrementan de manera importante los elementos mecánicos que se desarrollan en este tipo de cimentaciones.

Todos los resultados presentados en este trabajo se refieren al comportamiento elástico de los materiales. Para incluirse el comportamiento no lineal de manera aproximada, se consideran valores de los parámetros del suelo compatibles con los niveles de deformación esperados. Esto se traduce en un incremento en el contraste de rigideces pila-suelo.

## REFERENCIAS

Aguilar, H.R. y Avilés, J. (2007), "Rigideces Dinámicas para Pilas y Pilotes en Depósitos de Suelo Estratificado", XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, Artículo III-08.

Chen, L.T. y Poulos, H.G. (1997), "Piles Subjected to Lateral soil Movements", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 9, pp. 802-811.

Cruz C. (2007), "Procedimiento Simplificado para Calcular Rigideces y Amortiguamientos en Edificios Cimentados con Pilotes de Fricción", Tesis de Maestría, UNAM, Mexico.

Dezi F., Carbonari S., y Leoni G. (2008), "Kinematic Interaction in Pile Foundations", Memorias de la 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake.

Dezi F., Carbonari S., y Leoni G. (2009), "A Model for the 3D Kinematic Interaction Analysis of Pile Groups in Layered Soils", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 38 pp. 1281-1305.

Dezi F., Carbonari S., y Leoni G. (2010a), "Kinematic Bending Moments in Pile Foundations", Soil Dynamic and Earthquake Engineering, Vol. 30, pp. 119-132.

Dezi F., Carbonari S., y Leoni G. (2010b), "Static Equivalent Method for the Kinematic Interaction Analysis of single Piles", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 30 pp. 679-690.

Fan K., Gazetas G., Kanya A. y Kausel E. (1991), "Kinematic Seismic Response of Single Piles and Pile Groups", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 117, No 12.

Fernández, L., Avilés, J. y Murià, D. (2009) "Distribución de los Elementos Mecánicos Producidos por la Interacción Cinemática en Pilas de Gran Diámetro ante Solicitaciones Sísmicas", XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica

Gómez, A. (2000) "Presentación de un modelo matemático para el cálculo del period fundamental de vibración en suelos estratificados con capacidad de predecir efectos de amplificación o atenuación dinámica", XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural.

Hashash, Y., Hook, J., Schmidt, B. y Yao, J. (2001), "Seismic Design and Analysis of Undergroun Structures", Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 16, No. 4, pp. 247-293.

- Kanya, A.M. y Kausel, E. (1982) "Dynamic Behavior of Pile Groups", *Memorias de la 2<sup>nd</sup> International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling*, Austin, Texas, pp. 509-523.
- Kausel E. (1974) "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media", M.I.T. Research Report R74-11, Soils Publication No. 336, Structures Publication No. 384, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.
- Kausel E and Roësset J M. (1975), "Dynamic Stiffness of Circular Foundations", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 101, pp. 771-785.
- Kausel E and Roësset J M. (1977), "Semianalytic Hyperelement for Layered Strata", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 103, pp. 569-588.
- Kausel, E. y Ushijima, R.A. (1979), "Dynamic Vertical and Torsional Stiffness of Cylindrical Footings", M.I.T. Research Report R79-6, Massachusetts Institute of Technology.
- Kausel E., Whitman RV., Morray J.P. y Elsabee F. (1978) "The Spring Method for Embedded Foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392.
- Luco, J.E. y Westmann, R.A. (1971), "Dynamic Response of Circular Footings", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 97, No. EM5, 1381.
- Lysmer J. y Drake L. (1972), "A Finite Element Method for Seismology", *Methods in Computational Physics. Advances in Research and Applications*, Vol. 11, *Seismology: Surface Waves and Earth Oscillations*, Academic Press, California.
- Lysmer J y Waas G. (1972), "Shear waves in plane infinite structures", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 98, pp. 85-105, 1972.
- Miao, L.F., Goh, A.T., Wong, K.S. y Teh, C.I. (2008), "Ultimate Soil Pressures for Pile Groups in Soft Clay Subjected to Lateral Soil Movements", *Deep Foundations Institute Journal*, Vol 2, No 1, pp 42-51.
- Mizuno, H. (1987), "Pile Damage During Earthquakes in Japan", *Dynamic Response of Pile Foundations, ASCE Special Publication*, pp. 53-78.
- Nikolau, S., Mylonakys, G., Gazetas, G. y Tazoh, T. (2001), "Kinematic Pile Bending During Earthquakes: Analysis and Field Measurements", *Geotechnique* 51, No. 5, pp. 425-440.

## RESPUESTA DIÁMICA DE PILAS Y PILOTES DE PUNTA Y DE FRICCIÓN ANTE CARGAS LATERALES

Novak, M. (1974) "Dynamic Stiffness and Damping of Piles", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, No. 4, pp. 574-598.

Novak, M. y El Sharnouby, B. (1983) "Stiffness constants of single piles", Journal of the Geotechnical and Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No 7, pp. 961-974

Novak, M. y Nogami, T. (1977) "Soil-pile interaction in horizontal vibration", International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 5, pp. 263-281.

Novak, M., Sheta, M., El-Hinfnawi, L., El-Marsafawi, H., El-Naggar, H., Ramadan, O. y El Sawky, K. (1995) "Dyna5 para Windows 95", Geotechnical Research Centre, Univesity of Western Ontario.

Okamoto, S., Tamura, C., Kato, K., Hamada, M., (1973)." Behaviors of submerged tunnels during earthquakes". Memorias de la 5th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 1. Roma, Italia, pp. 544\_553.

Ovando, E. (1996) "Initial Dynamic Stiffness of Mexico City Clay from Field Test", 11th World Conference on Earthquake Engineering, artículo No. 1031.

Poulos, H.G. (1971a) "Behavior Of Laterally Loaded Piles: I-Single Piles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 97, No. 5, May 1971, Pp. 711-731.

Poulos, H.G. (1971b) "Behavior Of Laterally Loaded Piles: II-Pile Groups", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 97, No. 5, May 1971, Pp. 733-751.

Poulos, H.G. (2007), "Ground Movements – A Hidden Source of Loading on Deep Foundations", Deep Foundations Institute Journal, Vol 1, No 1, pp 37-53.

Sahito, M., (2005), "Fixed-Head Pile Bending by Kinematic Interaction and Criteria for Its Minimization at Optimal Pile Radius", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 131, No. 10, pp. 1243-1251.

Snyder, J.L. (2004) "Full-scale lateral load test of a 3x5 pile group in soft clays and silts", Tesis de maestría, Brigham Young University, Department of Civil and Enviromental Engineering.

Tassoulas, J.L. (1981) "Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Media", Research Report R81-2, Order No. 689, Dept, of Civil Engineering, MIT.

Tassoulas, J.L. y Kausel, E. (1983), "Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Media", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, 1005-1032.

Veletsos A S y Younan A H (1995) "Dynamic modeling and response of rigid embedded cylinders", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 121, pp. 1026-1035, 1995

Walsh, M.J. (2005) "Full-scale lateral load test of a 3x5 pile group in sand", Tesis de maestría, Brigham Young University, Department of Civil and Environmental Engineering



