

# Capítulo 1

## Conceptos Preliminares

Este capítulo está dedicado al marco teórico necesario para el desarrollo del presente trabajo de tesis. Se dedicará especial énfasis a la teoría de control por modos deslizantes (SMC) para destacar las ventajas que ofrece esta estructura de control.

### 1.1. Modos Deslizantes

#### 1.1.1. Introducción

La idea del control por modos deslizantes (SMC) se basa en la introducción de una función diseñada a medida, la cual recibe el nombre de variable *deslizante*. Tan pronto como la variable *deslizante* se vuelve igual a cero, la **superficie deslizante** es definida. El diseño apropiado de la variable deslizante asegura un desempeño adecuado del sistema en lazo cerrado, siempre que las trayectorias del sistema permanezcan en la superficie deslizante. La idea del (SMC) es guiar la trayectoria del sistema a la superficie deslizante y una vez ahí, mantener el movimiento sobre la superficie deslizante por acción de control y así entonces, explotar las principales características de los modos deslizantes: **insensibilidad a perturbaciones** (internas y externas) acopladas a la señal de control, **máxima exactitud** y **convergencia en tiempo finito**.

Para 1980, la parte fundamental de la teoría clásica de (SMC) había sido ya concretada, dejando en claro un procedimiento de **dos pasos** para el diseño de controladores por modos deslizantes.

El primer paso involucra el diseño de una **función de conmutación** necesaria para que el movimiento del sistema sobre la superficie deslizante, denominado *el movimiento de deslizamiento*, satisfaga las especificaciones de diseño.

El segundo paso se refiere a la selección de una **ley de control**, tal que los estados del sistema sean atraídos a la superficie deslizante, aún en presencia de perturbaciones/incertidumbres

internas y externas.

### 1.1.2. Ejemplo Introductorio a los Modos Deslizantes

Considerando el movimiento uni-dimensional de una masa unitaria representada por la Figura 1.1

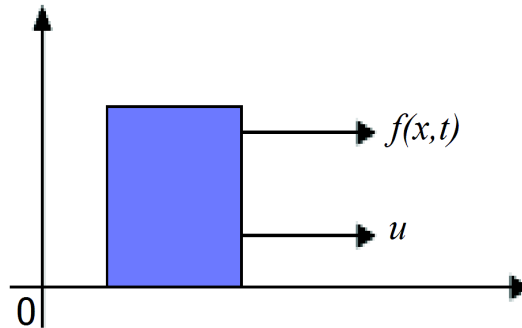


Figura 1.1: Movimiento uni-dimensional de una masa unitaria

se puede obtener una descripción en variables de estado del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 & x_1(0) = x_{10}, \\ \dot{x}_2 = u + f(x_1, x_2, t) & x_2(0) = x_{20} \end{cases} \quad (1.1)$$

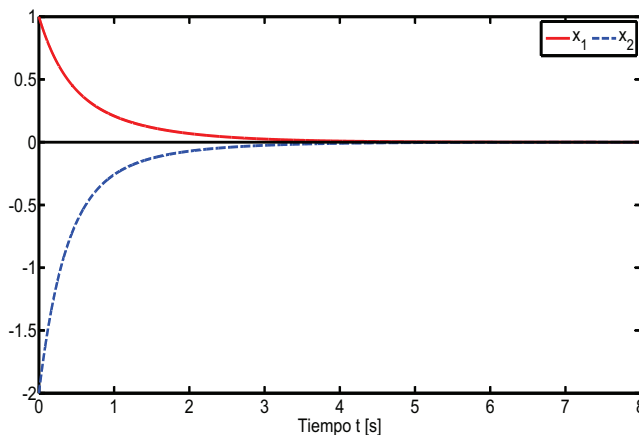
en donde  $x_1 = x$  y  $x_2 = \dot{x}_1$  representan la posición y la velocidad respectivamente,  $u$  la señal de control y el término  $f(x_1, x_2, t)$  la perturbación en el sistema (fricción seca y viscosa, y cualquier otra fuerza de resistencia). La perturbación se asume acotada por  $|f(x_1, x_2, t)| \leq L > 0$ .

Ahora el punto es diseñar una ley de control  $u = u(x_1, x_2)$  que lleve a las variables de estado a cero:  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1, x_2 = 0$ , aún en la presencia de la perturbación desconocida, pero acotada,  $f(x_1, x_2, t)$ . Para ilustrar y entender mejor este problema, se parte de un ejemplo basado en una ley de control por retroalimentación de estados

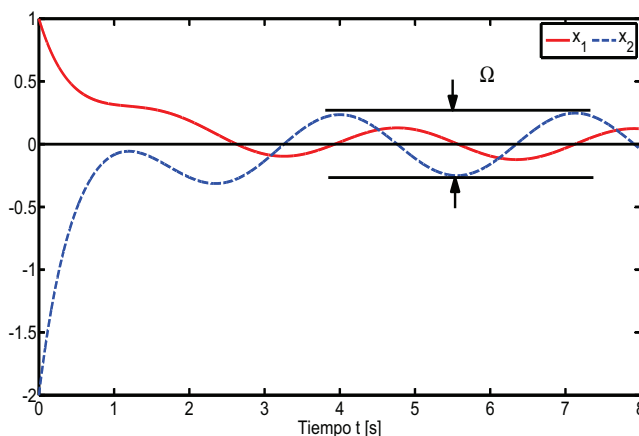
$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2, \quad k_1 > 0, \quad k_2 > 0 \quad (1.2)$$

la cual solamente puede asegurar convergencia asintótica para  $f(x_1, x_2, t) \equiv 0$ , o el traslado de los estados a un dominio acotado  $\Omega(k_1, k_2, L)$  cuando  $|f(x_1, x_2, t)| \leq L > 0$ .

**Experimento 1.** El sistema (1.1) es simulado implementando la ley de control (1.2), con  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -2$ ,  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 4$  y  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$ .



**Figura 1.2:** Convergencia asintótica para  $f(x_1, x_2, t) \equiv 0$



**Figura 1.3:** Convergencia al dominio  $\Omega$  para  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$

Los resultados de la convergencia asintótica y de la convergencia al dominio acotado  $\Omega(k_1, k_2, L)$ , se muestran en las Figuras 1.2 y 1.3, respectivamente.

Ahora el dilema se concreta a la solución del problema de control formulado anteriormente (lograr convergencia asintótica en presencia de la perturbación desconocida, pero acotada,  $f(x_1, x_2, t)$ ), utilizando solamente el intervalo de la perturbación desconocida.

Para lograr resolver este problema de control, es necesaria la introducción de una dinámica compensada para el sistema (1.1). Una buena elección para dicho fin, es una ecuación diferencial lineal homogénea invariante en el tiempo

$$\dot{x}_1 + cx_1 = 0, \quad c > 0 \quad (1.3)$$

Recordando que  $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ , se observa que tanto la solución general de la ecuación (1.3) co-

mo su derivada, convergen a cero asintóticamente y no existe efecto alguno de la perturbación  $f(x_1, x_2, t)$  en las dinámicas compensadas de los estados

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1 \exp(-ct) \\ x_2(t) &= \dot{x}_1(t) = -cx_1(0) \exp(-ct) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Para obtener estas compensaciones dinámicas, se debe introducir en primer lugar, una variable en el espacio de estados del sistema (1.1)

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2) = x_2 + cx_1, \quad c > 0 \quad (1.5)$$

Para lograr llevar a las variables de estado  $x_1, x_2$  a cero, a pesar de la perturbación acotada  $f(x_1, x_2, t)$ , la variable  $\sigma$  tiene que ser llevada a **cero** en tiempo finito por la acción del control  $u$ . Esta tarea puede ser alcanzada aplicando técnicas basadas en funciones de Lyapunov a las dinámicas de  $\sigma$ , las cuales se derivan de las ecuaciones (1.1) y (1.5)

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= cx_1 + \dot{x}_2 \\ \dot{\sigma} &= cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u, \quad \sigma(0) = \sigma_0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Para las dinámicas de  $\sigma$  en (1.6), se introduce una función candidata de Lyapunov de la forma

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (1.7)$$

La convergencia global asintótica de la ecuación (1.6) alrededor del punto de equilibrio  $\sigma = 0$ , se asegura mediante el cumplimiento de las siguientes condiciones [16]:

- (a)  $\dot{V} < 0$ , y
- (b)  $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

El cumplimiento de la condición (b) es obvia. Por otro lado, para lograr la convergencia en tiempo finito (estabilidad global en tiempo finito), la condición (a) puede modificarse a

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2}, \quad \alpha > 0 \quad (1.8)$$

De hecho, integrando la desigualdad (1.8) en el intervalo de tiempo  $0 \leq \tau \leq t$  se obtiene

$$V^{1/2}(t) \leq -\frac{1}{2}\alpha t + V^{1/2}(0) \quad (1.9)$$

En consecuencia,  $V(t)$  llega a cero en un tiempo finito  $t_r$  acotado por

$$t_r \leq \frac{2V^{1/2}(0)}{\alpha} \quad (1.10)$$

El control  $u$  que es calculado para satisfacer la ecuación (1.8), conducirá a la variable  $\sigma$  a cero en tiempo finito y la mantendrá en ese valor, aún después de haber llegado ahí.

La derivada de  $V$  queda como:

$$\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} = \sigma(cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u) \quad (1.11)$$

Asumiendo  $u = -cx_2 + v$  y substituyendo en (1.11), se obtiene

$$\dot{V} = \sigma(f(x_1, x_2, t) + v) = \sigma f(x_1, x_2, t) + \sigma v \leq |\sigma|L + \sigma v \quad (1.12)$$

Seleccionando  $v = -\rho \text{sign}(\sigma)$ ,  $\rho > 0$  y substituyendo en (1.12), se llega a

$$\dot{V} \leq |\sigma|L - |\sigma|\rho = -|\sigma|(\rho - L) \quad (1.13)$$

Tomando en cuenta la ecuación (1.7), la condición (1.8) puede reescribirse como

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2} = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|\sigma|, \quad \alpha > 0 \quad (1.14)$$

Combinando las ecuaciones (1.13) y (1.14) se obtiene

$$\dot{V} \leq -|\sigma|(\rho - L) = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|\sigma| \quad (1.15)$$

Finalmente la ganancia del control  $\rho$  es calculada como

$$\rho = L \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \quad (1.16)$$

Por lo tanto, la ley de control  $u$  que lleva a  $\sigma$  a cero en tiempo finito  $t_r$  es

$$u = -cx_2 - \rho \text{sign}(\sigma) \quad (1.17)$$

### Observaciones

1. La condición (1.8) es equivalente a

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} |\sigma| \quad (1.18)$$

y es llamada *condición de alcance* y puede ser utilizada para el diseño de controladores por modos deslizantes.

2. Es obvio que  $\dot{\sigma}$  debe ser una función del control  $u$ . Esto es necesario para que el diseño del **(SMC)** sea el correcto basado en la ecuación (1.8) ó (1.18). Esta observación debe ser tomada en cuenta en el diseño de la variable deslizante (1.5).

3. El primer término de la ganancia del control (1.16) está enfocado para compensar la perturbación acotada  $f(x_1, x_2, t)$ . El segundo término  $\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$  es responsable del tiempo (1.10) de llegada de la superficie deslizante. Mientras más grande sea  $\alpha$ , menor será el tiempo  $t_r$ .

Es necesario recurrir a algunas definiciones para interpretar la variable (1.5), las dinámicas compensadas deseadas (1.3) y la función de control (1.17).

**Definición 1.** La variable (1.5) es llamada *variable deslizante*.

**Definición 2.** Las ecuaciones (1.3) y (1.5) reescritas en la forma

$$\sigma = x_2 + cx_1 = 0, \quad c > 0 \quad (1.19)$$

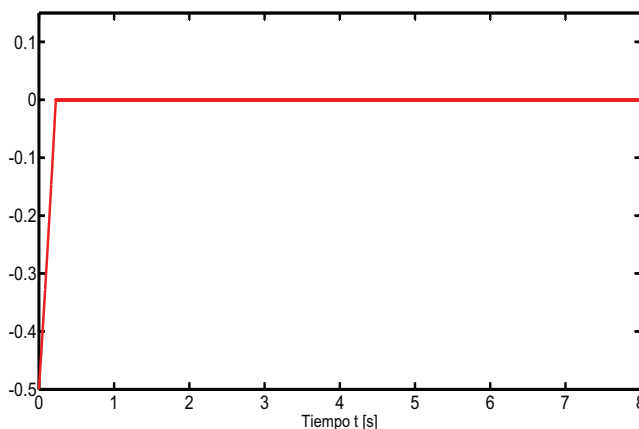
corresponden a una línea recta en las variables de espacio del sistema (1.1), la cual es conocida como *superficie deslizante*. El cumplimiento de la condición de *alcance* o *existencia* (1.18), implica que la trayectoria  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  del sistema (1.1) es llevada directamente a la superficie deslizante (1.19) y además permanece ahí después de haber llegado.

**Definición 3.** El control  $u = u(x_1, x_2)$  en (1.17), es conocido como *control por modos deslizantes (SMC)*. Dicho control es responsable de llevar las variables de estado  $x_1, x_2$  a la superficie deslizante (1.18) en un tiempo finito  $t_r$  y de mantenerlas ahí posteriormente a pesar de la presencia de la perturbación acotada  $f(x_1, x_2, t)$ . Se dice que un *modo deslizante ideal* toma lugar en el sistema (1.1) para todo tiempo  $t > t_r$ .

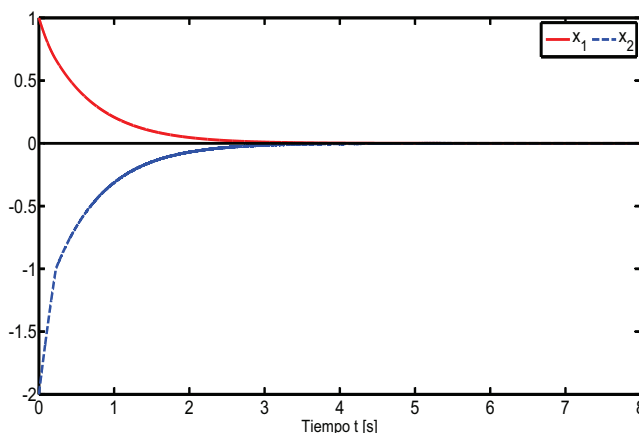
**Experimento 2.** Los resultados de la simulación del sistema (1.1) con la ley de control por modos deslizantes **(SMC)** compuesta por (1.5) y (1.17), con condiciones iniciales  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -2$ , ganancia de control  $\rho = 2$ , parámetro  $c = 1.5$  y con la perturbación  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$ , son presentados en las Figuras 1.4 a 1.7.

**Análisis.** La Figura 1.4 ilustra la convergencia a cero en tiempo finito de la variable deslizante. La convergencia asintótica a cero de las variables de estado  $x_1, x_2$ , en presencia de la perturbación externa acotada  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$ , es mostrada en la Figura 1.5.

El *plano de fase* representado por la Figura 1.6, muestra el fenómeno de la *fase de alcance* (cuando la trayectoria del estado es llevada directamente hacia la superficie deslizante) y la



**Figura 1.4:** Variable deslizante



**Figura 1.5:** Convergencia asintótica para  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$

*fase deslizante* (cuando la trayectoria del estado se mueve a lo largo de la superficie deslizante en dirección directa al origen).

Haciendo un acercamiento a un segmento de la *plano de fase* (ver Figura 1.7), se observa un movimiento en “zigzag” de las variables de estado cuando están en el *modo deslizante*. Este movimiento presenta pequeña amplitud y alta frecuencia.

El control por modos deslizantes (**SMC**) presentado en las Figuras 1.8 y 1.9, es una función de control que conmuta a alta frecuencia. La frecuencia de conmutación es inversamente proporcional al tiempo de muestreo implementado en la simulación ( $10^{-5}$ [s]). Aparentemente, esta acción de control de alta frecuencia, causa un movimiento en zigzag en el modo deslizante (Figura 1.7). Idealmente, la frecuencia de conmutación de un modo deslizante tiende a infinito, mientras que la amplitud del movimiento en zigzag tiende a cero.

Como se puede apreciar en las figuras 1.7 y 1.9, la imperfección de la función signo

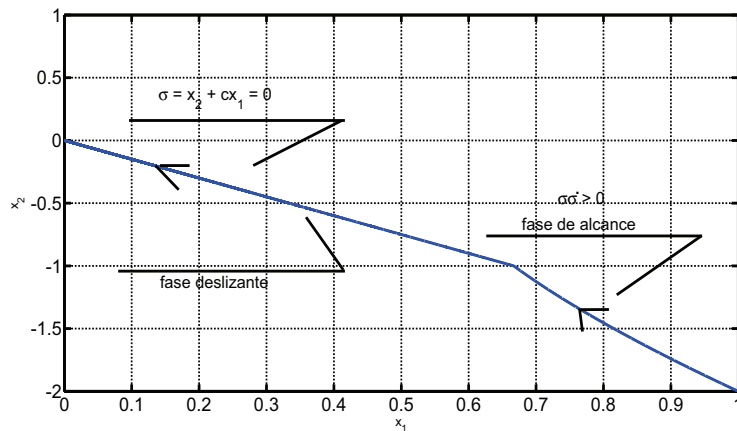


Figura 1.6: Plano de fase

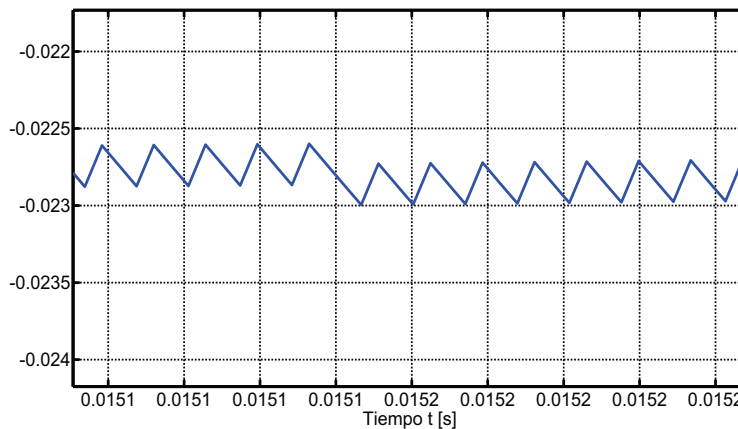


Figura 1.7: Acercamiento en el plano de fase

implementada produce una amplitud y frecuencia finita en el movimiento de zigzag del modo deslizante. Esto es debido a la naturaleza del tiempo discreto de la simulación hecha por computadora. Este efecto es conocido como **chattering**.

## 1.2. Control Equivalente

### 1.2.1. Introducción

En la práctica de ingeniería de control, es de suma importancia evitar el **chattering** en la señal de control. Esto se puede lograr mediante señales que sean continuas/suaves, ya que por ejemplo, las superficies dinámicas de un aeroplano no pueden hacer movimientos de alta frecuencia hacia atrás, pero al mismo tiempo es deseable retener la robustez del sistema de



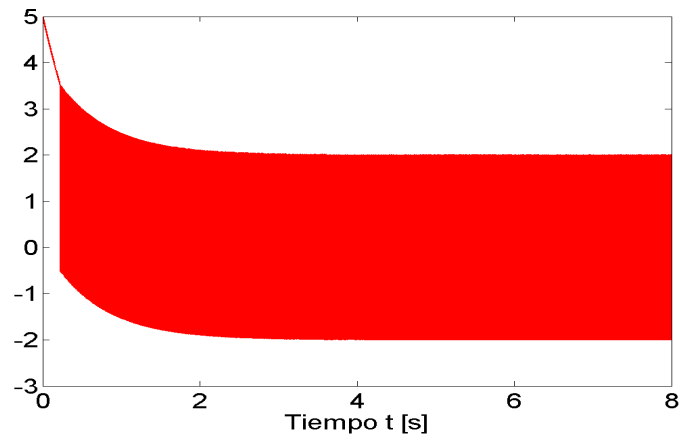


Figura 1.8: Control por modos deslizantes (SMC)

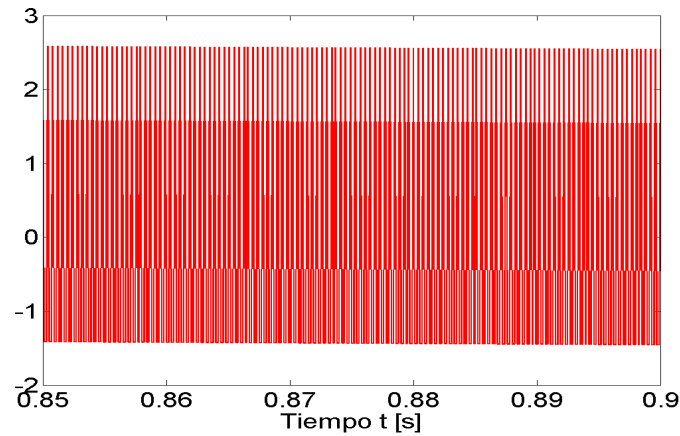


Figura 1.9: Acercamiento al control por modos deslizantes (SMC)

control a incertidumbres y perturbaciones externas acotadas. Una forma de evitar, o por lo menos reducir, el chattering es mediante el *control equivalente*.

Suponiendo que en un tiempo  $t_r$  la superficie deslizante  $\sigma = x_2 + cx_1 = 0$  es alcanzada y la trayectoria  $x_1(t), x_2(t)$  permanezca en la superficie deslizante en tiempos posteriores por acción del control por modos deslizantes (**SMC**) dado por (1.5) y (1.17). Esto implica que  $\sigma = \dot{\sigma} = 0$  para todo  $t \geq t_r$ . La condición  $\dot{\sigma} = 0$  produce

$$\dot{\sigma} = cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u = 0, \quad \sigma(t_r) = 0 \quad (1.20)$$

Una función de control que satisface la ecuación (1.20) puede ser fácilmente calculada como

$$u_{eq} = -cx_2 - f(x_1, x_2, t) \quad (1.21)$$

**Definición 4.** La función de control (1.21) es conocida como *control equivalente*. Esta función puede ser aplicada al sistema (1.1) después de haber alcanzado la superficie deslizante  $\sigma = 0$ , de tal forma que la trayectoria del sistema permanece sobre la superficie en tiempos posteriores.

### 1.2.2. Propiedades del Control Equivalente

La función de control (1.21), no es la función que termina siendo aplicada al sistema (1.1) tan pronto como la superficie deslizante es alcanzada. Más aún, normalmente la función de control (1.21) no puede ser aplicada, esto debido a que la perturbación acotada  $f(x_1, x_2, t)$  es desconocida. La acción del control equivalente, describe el "promedio" del control de conmutación de alta frecuencia (1.17) sobre el sistema (1.1). Este *promedio* puede ser logrado por medio de un filtro paso-bajas (low pass filtering, LPF por sus siglas en inglés) que actúa en el término de conmutación de alta frecuencia  $\rho \text{sign}(\sigma)$  en la ley de control (1.17). Por lo tanto, el control equivalente puede ser estimado de la siguiente forma

$$\hat{u}_{eq} = -cx_2 - \rho \text{LPF}(\text{sign}(\sigma)), \quad t \geq t_r \quad (1.22)$$

Para efectos prácticos, el filtro paso-bajas puede ser implementado como una ecuación diferencial de primer orden

$$\begin{aligned} \tau \dot{z} &= -z + \text{sign}(\sigma) \\ \hat{u} &= cx_2 + \rho z \end{aligned} \quad (1.23)$$

en donde  $\tau$  es un valor escalar positivo pequeño y representa la constante de tiempo del filtro. La señal  $u_{eq}$  puede ser estimada de forma muy precisa mediante el término  $\hat{u}_{eq}$ , haciendo  $\tau$  tan pequeño como sea posible, pero más grande que el tiempo de muestreo del filtro paso-bajas implementado [16].

Comparando las ecuaciones (1.21) y (1.22), el término de la perturbación puede ser fácilmente estimado como

$$f(x_1, x_2, t) = \rho \text{LPF}(\text{sign}(\sigma)), \quad t \geq t_r \quad (1.24)$$

**Experimento 3.** El sistema (1.1) con el (SMC) (1.5), (1.17), condiciones iniciales  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -2$ , la ganancia de control  $\rho = 2$ , el parámetro  $c = 1.5$  y la perturbación  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$ , utilizada solamente con propósitos de simulación. El control equivalente y la perturbación son estimados utilizando las ecuaciones (1.23) y (1.24) con  $\tau = 0.01$ . Para

efectos comparativos, el control equivalente ideal es graficado en cumplimiento de la ecuación (1.22). Los resultados se muestran en las figuras 1.10 y 1.11.

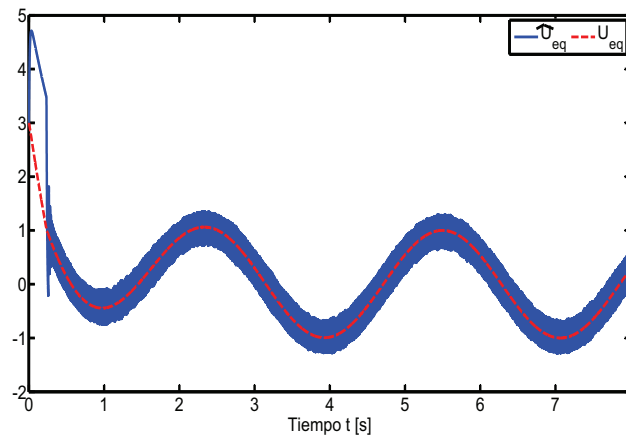


Figura 1.10: Estimación del control equivalente

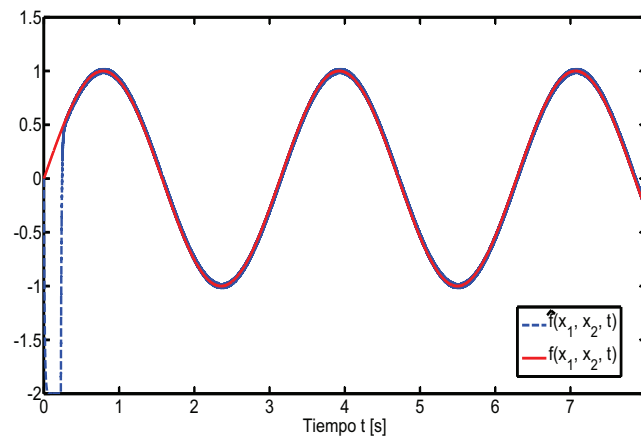


Figura 1.11: Estimación de la perturbación

Como se puede observar en las figuras anteriores, existe una muy alta precisión en términos de la estimación del control equivalente y de la perturbación.

## 1.3. Modos Deslizantes Integrales

### 1.3.1. Introducción

En el control convencional por modos deslizantes, la robustez a la variación de parámetros del sistema y a perturbaciones externas sólo puede ser lograda después de que ocurre el modo

deslizante. Dicho de otro modo, la robustez no puede ser garantizada durante la *fase de alcance*.

Los modos deslizantes integrales (integral sliding mode, **ISM** por sus siglas en inglés) buscan eliminar la *fase de alcance* mediante el enforzamiento del modo deslizante en la respuesta completa del sistema de principio a fin. A diferencia del enfoque de diseño convencional, en los **ISM** el orden de la ecuación de movimiento es igual al del modelo de la planta, por lo que el modo deslizante es establecido sin una *fase de alcance*. La invariancia del sistema a incertidumbres paramétricas y a perturbaciones externas es garantizada entonces, desde el primer instante de tiempo.

Los (**ISM**) son empleados también para prevenir el *chattering* en un lazo de control, comúnmente causado por las dinámicas no modeladas que son excitadas por las discontinuidades del controlador. En este caso, el término discontinuo del control es filtrado por un filtro paso-bajas antes de ser alimentado a la planta, por lo que la discontinuidad es asignada a un lazo de control auxiliar, en donde las dinámicas no modeladas no serán excitadas. El control filtrado actúa como un *compensador* de perturbaciones, preservando la propiedad de invariancia de los modos deslizantes [17].

## 1.4. Algoritmo Super Twisting

### 1.4.1. Introducción

El algoritmo Super Twisting es un *control por modos deslizantes de segundo orden*. Anteriormente se detalló que los modos deslizantes clásicos (o de primer orden) se caracterizan por su convergencia en tiempo finito y por la robustez que presentan ante perturbaciones e incertidumbres en los parámetros de una planta. Por otro lado, los modos deslizantes de segundo orden (Second Order Sliding Modes, **SOSM** por sus siglas en inglés) presentan trayectorias suaves, evitando el fuerte efecto del *chattering* presente en los modos deslizantes clásicos.

Retomando el sistema (1.1)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 & x_1(0) = x_{10}, \\ \dot{x}_2 = u + f(x_1, x_2, t) & x_2(0) = x_{20} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1.25)$$

Las dinámicas de entrada-salida [16] y [7], son de grado relativo 2:

$$\ddot{y} = u + f(y, \dot{y}, t) \quad (1.26)$$

El término  $\sigma$  necesario para el diseño de la superficie deslizante, es rediseñado para compensar las dinámicas del error de seguimiento de *entrada-salida*

$$\sigma = \dot{e} + re = 0, \quad c > 0 \quad e = y_c(t) - y(t) \quad (1.27)$$

en donde  $e$  es el error de seguimiento de salida,  $y_d(t)$  la referencia deseada y  $y(t)$  la salida del sistema.

Las dinámicas de la variable deslizante son derivadas como

$$\dot{\sigma} = \underbrace{\ddot{y}_d + r\dot{y}_d - f(y, \dot{y}, t) - r\dot{y}}_{\varphi(y, \dot{y}, t)} - u \quad \Rightarrow \quad \dot{\sigma} = \varphi(y, \dot{y}, t) - u \quad (1.28)$$

El término de perturbación acumulada  $\varphi(y, \dot{y}, t)$  se asume acotado por  $|\varphi(y, \dot{y}, t)| \leq C$ .

Entonces la ley de control que describe al Super Twisting [16], es la siguiente

$$u = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) + b \int \text{sign}(\sigma) dt, \quad c = 1.5\sqrt{C}, \quad b = 1.1C, \quad |\dot{\varphi}(y, \dot{y}, t)| \leq C \quad (1.29)$$

en donde  $\varphi(y, \dot{y}, t)$  es el término de la perturbación y  $C$  una constante mayor o igual a la derivada de la perturbación.

Para fines de esta tesis, se trabajará con una versión modificada de la ley de control (1.29). Esta modificación consiste en agregar un término lineal  $\rho$  propuesto en [12], el cual multiplica directamente a la superficie deslizante  $\sigma$ , por lo tanto, la nueva ley de control modificada es:

$$u = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) + b \int \text{sign}(\sigma) dt + \rho\sigma \quad (1.30)$$

**Experimento 4.** Los resultados siguientes corresponden a simulaciones efectuadas en el sistema (1.25), implementando el control super twisting (1.27), (1.29), con condiciones iniciales  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -2$ , ganancias de control  $c = 13.5$ ,  $b = 88$  y el parámetro  $r = 1.5$ , la referencia del sistema  $y_c = 2 \cos t$  y la perturbación  $f(x_1, x_2, t) = \sin 2t$ . El término  $\dot{e}$  en (1.27) es obtenido mediante diferenciación numérica.

**Análisis.** La *variable deslizante*  $\sigma$  es llevada a cero en tiempo finito (ver Figura 1.12) por acción del control continuo Super Twisting mostrado en la Figura 1.13.

La alta exactitud en el seguimiento de la trayectoria se muestra en la Figura 1.14, la cual es similar a los resultados anteriores.

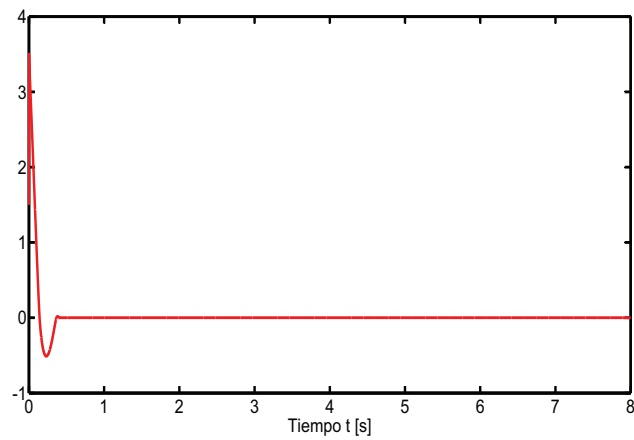


Figura 1.12: Variable deslizante  $\sigma$

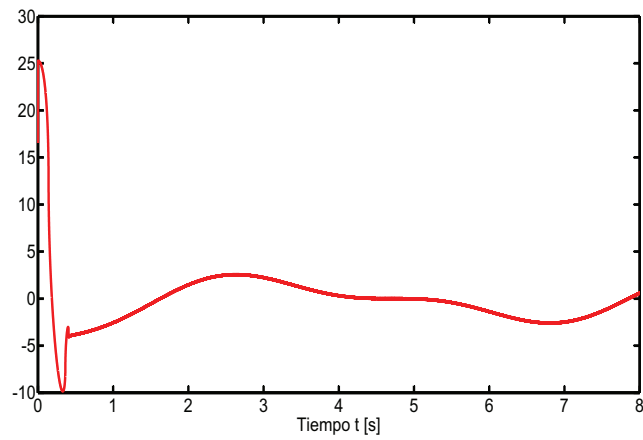


Figura 1.13: Control Super Twisting

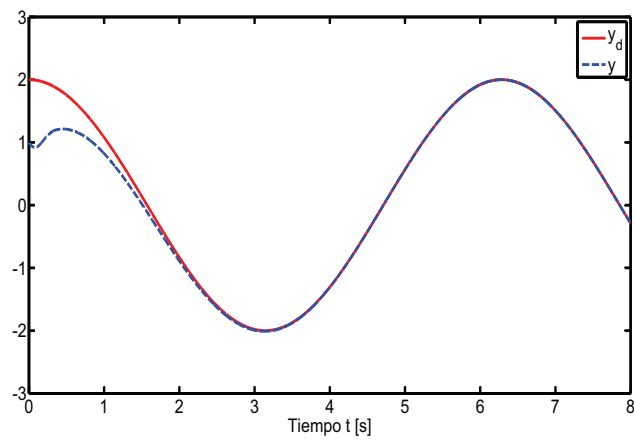


Figura 1.14: Seguimiento de la trayectoria

### 1.4.2. Propiedades del Super Twisting

Se dice que el control Super Twisting es un *control por modos deslizantes de segundo orden*, ya que lleve a las variables  $\sigma, \dot{\sigma} \rightarrow 0$  en tiempo finito.

El Super Twisting es una función continua, ya que los términos  $c|\sigma|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\sigma)$  y  $b \int \text{sign}(\sigma)dt$  son continuos, por lo que el término de conmutación de alta frecuencia  $\text{sign}(\sigma)$  está “escondido” debajo de una integral.

El término lineal  $\varrho\sigma$  propuesto en [12], permite que el sistema pueda hacer frente a perturbaciones de crecimiento lineal, las cuales no son soportadas por el algoritmo Super Twisting básico. También sirve para incrementar la ganancia cuando el sistema está lejos de la referencia, evitando que el sistema se vuelva inestable. Contribuye además, a mejorar el seguimiento de la trayectoria de una forma más exacta.