

Capítulo 5

Diseño del Controlador

En el capítulo 3 se describió la metodología a seguir para el desarrollo experimental en este trabajo de tesis, en donde la meta es lograr la implementación de un algoritmo de control utilizado en la industria, el cual a su vez requiere de la utilización de los modos deslizantes.

Como se explica en [10], el objetivo de la metodología empleada no busca implementar un algoritmo completamente nuevo y desconocido, sino una combinación de una metodología bien conocida por los ingenieros en control que laboran en la industria junto con las propiedades de robustez de los modos deslizantes.

Básicamente, el diseño de controlador está conformado por *dos controles*: el control v (**PID** sin el compensador por modos deslizantes, **PD** en el caso de utilizar el compensador por modos deslizantes) y otro que funciona como compensador de perturbaciones recurriendo a los modos deslizantes. El compensador por modos deslizantes, denominado como Δ_{SMC} , será sustituido por los siguientes algoritmos:

1. **FOSM**: First order sliding mode - Modo deslizante de primer orden
2. **FOSM VAR**: First order sliding mode variable gain - Modo deslizante de primer orden de ganancia variable
3. **ST FIL**: Super Twisting con filtro
4. **ST**: Super Twisting

De esta forma se busca determinar el desempeño de los modos deslizantes experimentalmente, lo cual también se enfoca a la viabilidad de su implementación en la industria, complementando la metodología propuesta en [10].

Por consiguiente, este capítulo va a describir la manera de sintonizar e implementar dichos algoritmos en el entorno Simulink de Matlab. Finalmente también se detallará la sintonización de un controlador **PID**, y de esta forma tener opciones suficientes para hacer una comparación de controladores.

5.1. Control v

5.1.1. Configuración PID

Aunque la técnica para seguimiento de trayectorias está basada en la acción **PD**, la acción integral favorece la eliminación de perturbaciones.

La ecuación de un controlador PID está dada por

$$u_{PID} = K_p e + K_i \int_0^t e dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (5.1)$$

en donde K_p es la ganancia proporcional, K_i la ganancia integral y K_d la ganancia derivativa y son sintonizadas utilizando el segundo método de sintonización de controladores PID de Ziegler-Nichols [8]. Los términos K_{cr} y P_{cr} se determinan experimentalmente (ver Figura 5.1) y se aplican directamente conforme a la tabla A.1 (ver Anexo A).

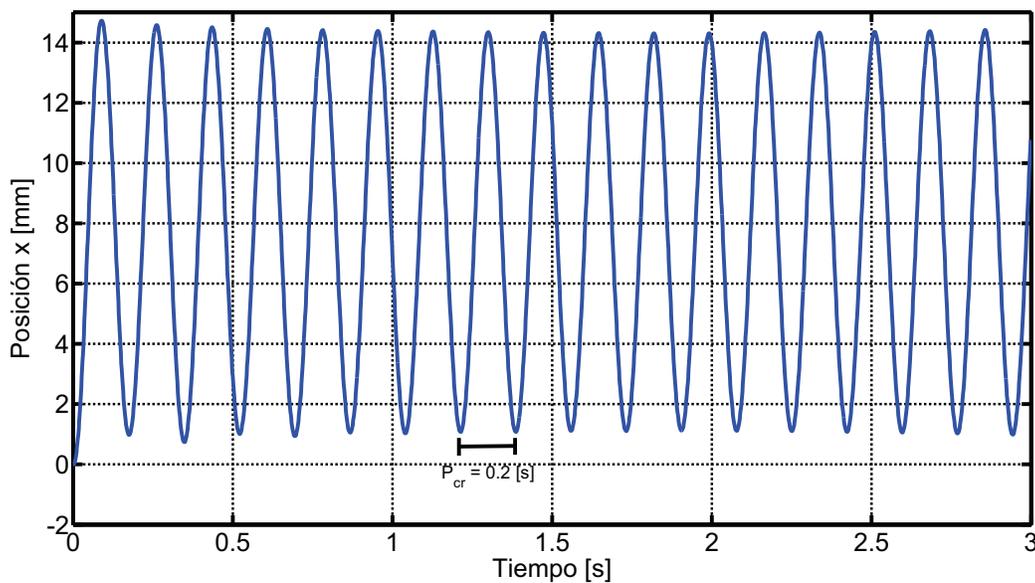


Figura 5.1: Oscilaciones sostenidas obtenidas experimentalmente aplicando el segundo método de Ziegler-Nichols con $K_{cr} = 2796$ y $P_{cr} = 0.2[s]$

Finalmente la representación del control PID en bloques de Simulink se muestra en la Figura 5.2.

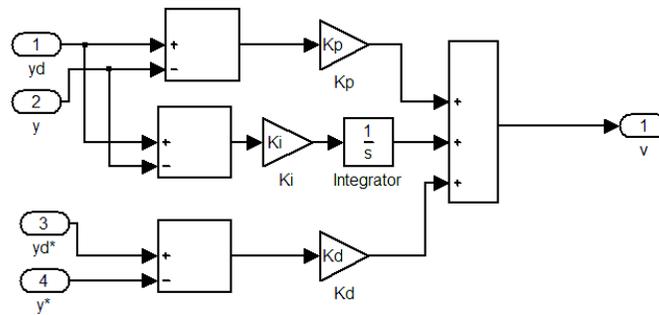


Figura 5.2: Diagrama del Control v con configuración PID en Simulink

5.1.2. Configuración PD

Se busca un modelo dinámico ideal $G(s)$ que contenga los parámetros de diseño deseados, tales como la frecuencia natural del sistema ω_n y el coeficiente de amortiguamiento deseado ξ .

$$G(s) = \frac{K_p}{s^2 + K_d s + K_p} \quad (5.2)$$

Partiendo de la función de transferencia $G(s)_{sis}$ del sistema reducido descrito en la Figura 4.5 del capítulo anterior, se observa que la frecuencia natural ω_n del sistema está dada por

$$G(s)_{sis} = \frac{\frac{1}{k} \frac{k}{m}}{s^2 + \frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.3)$$

Recordando que la masa m puede variar entre $0.3 \leq m \leq 2.3$ [kg], la figura 5.3 muestra la gráfica que describe el comportamiento de la frecuencia natural del sistema en función de la masa del mismo.

La figura 5.4 muestra el comportamiento dinámico de $G(s)$ dependiendo de la frecuencia natural del sistema. Como se puede apreciar, la respuesta más rápida corresponde cuando $\omega_n = 25.16$ [rad/s], misma que será elegida para la construcción del control v .

El coeficiente de amortiguamiento ξ se elige como 1, ya que se busca obtener una respuesta críticamente amortiguada para evitar el sobrepaso lo más posible.

Sustituyendo los valores de $\omega_n = 25.16$ [rad/s] y $\xi = 1$ en (2.14), se obtiene

$$K_p = 633 \quad y \quad K_d = 50 \quad (5.4)$$

Finalmente la representación del control PD en bloques de Simulink se muestra en la Figura 5.5.

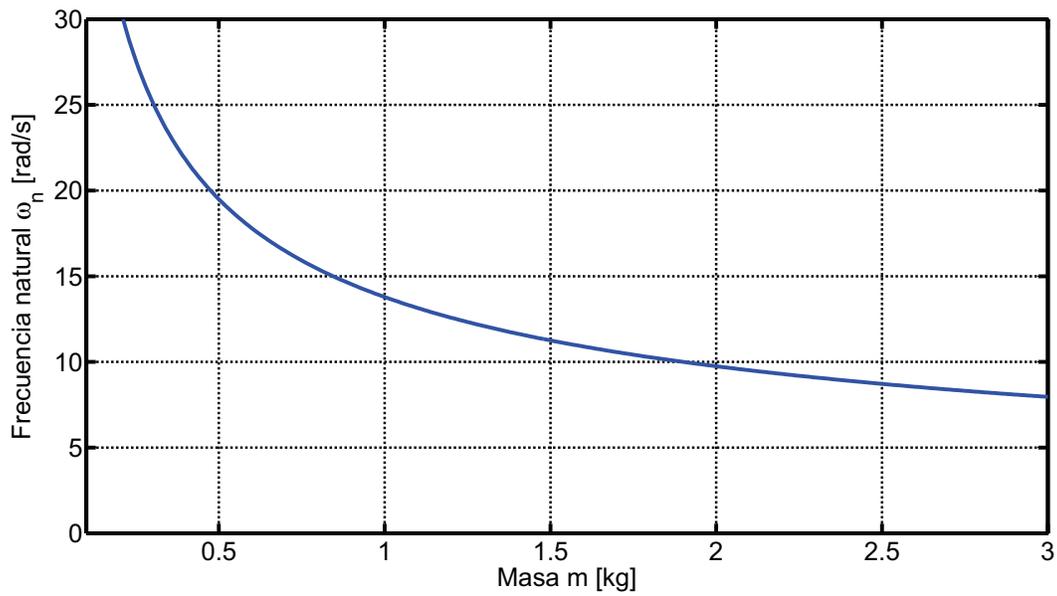


Figura 5.3: Frecuencia natural del sistema en función de la masa

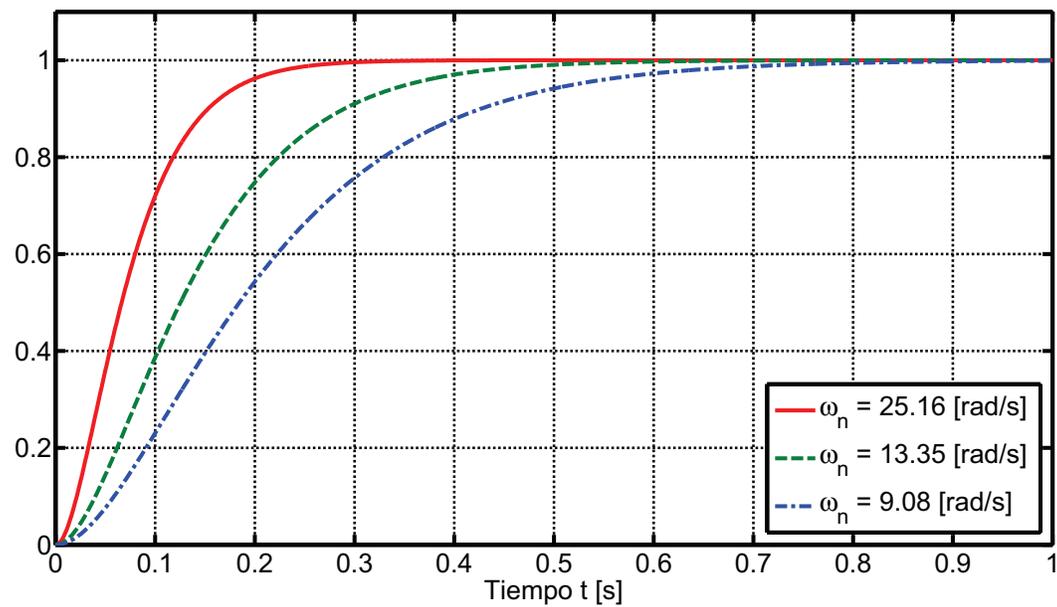


Figura 5.4: Respuesta escalón de $G(s)$ para distintos valores de ω_n

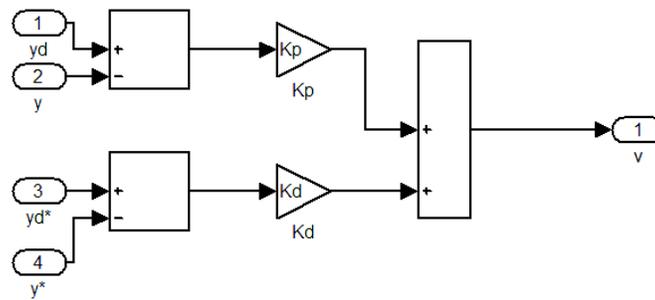


Figura 5.5: Diagrama del Control v con configuración PD en Simulink

5.2. Control por Modos Deslizantes

5.2.1. Modo Deslizante de Primer Orden

Para este algoritmo de control, los parámetros de diseño son reducidos a la ganancia L del SMC y la constante de tiempo T para el filtro paso-bajas, los cuales corresponden a las ecuaciones (2.31) y (2.37), respectivamente.

La ganancia $L \leq 9$ permite alcanzar la condición $s = 0$ (ver Figura 5.6). En este caso en particular, se va a considerar la implementación de la ganancia mínima suficiente para lograr la compensación del término $\Delta(x)$ con $L = 9$.

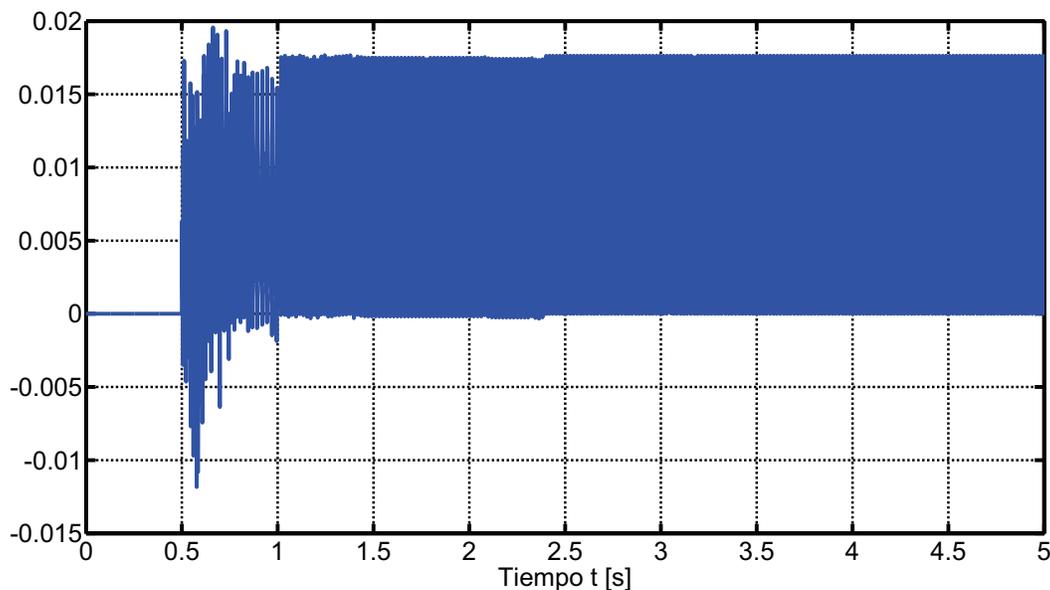


Figura 5.6: Superficie deslizante s correspondiente a una ganancia $L = 9$

Por otro lado, la constante de tiempo T del filtro paso-bajas se elige como $T = 0.01$.

Los bloques de Simulink que conforman este algoritmo, se pueden ver en la Figura 5.7.

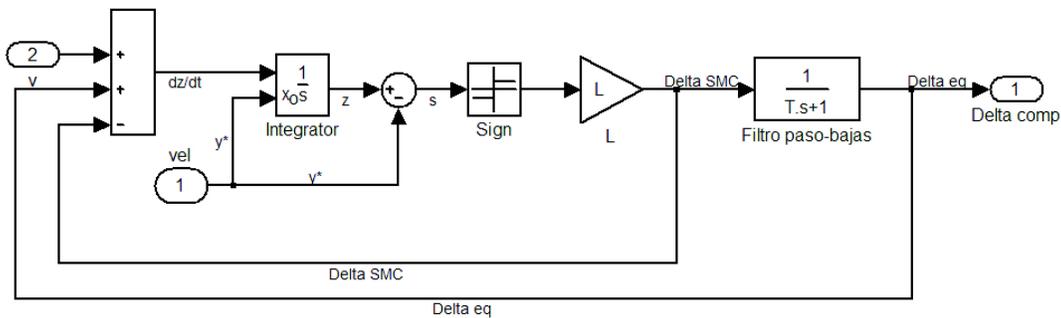


Figura 5.7: Diagrama del controlador SMC de primer orden en Simulink

5.2.2. Modo Deslizante de Primer Orden de Ganancia Variable

Los parámetros de diseño para este algoritmo son \bar{L} , μ y ϵ , descritos en la ley de adaptación (2.39).

De [14], se eligen $L(0) = 10$, $\bar{L} = 1000$, $\mu = 0.1$ y $\epsilon = 0.004L(t)$.

La representación de esta ley de control en bloques de Simulink, se muestra en las Figuras 5.8 y 5.9.

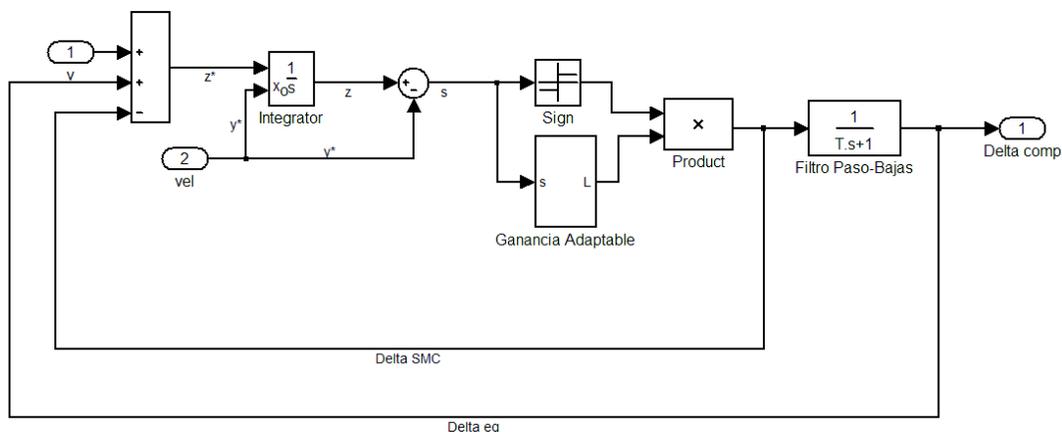


Figura 5.8: Diagrama del controlador SMC de primer orden de ganancia variable en Simulink

El comportamiento de la superficie s en relación con la ganancia variable L , se muestra en la Figura 5.10. Como se puede apreciar, la superficie se mantiene sobre cero hasta que la

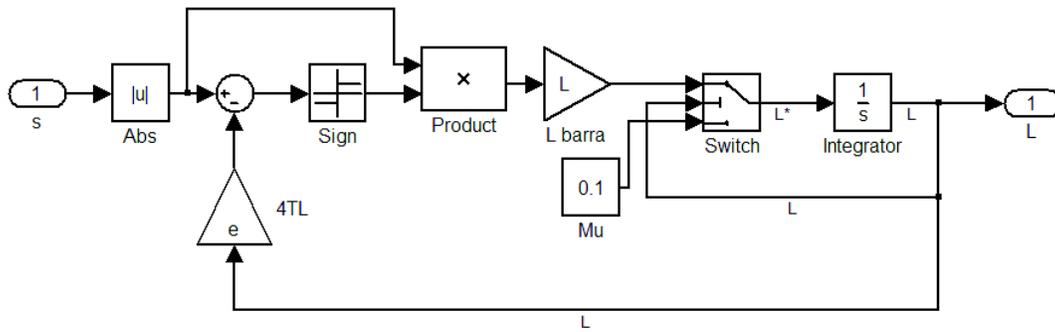


Figura 5.9: Diagrama de la adaptación de ganancia Simulink

ganancia L comienza a disminuir. Cuando L llega a su valor mínimo, L vuelve a aumentar hasta que la superficie deja de estar alrededor cero y pasa a la región $\epsilon = 0.032$.

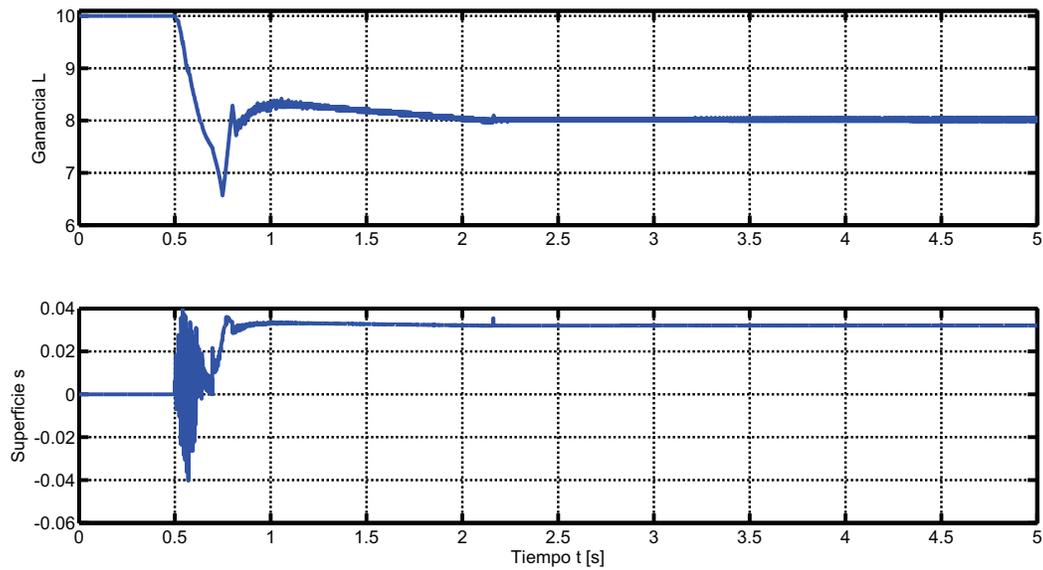


Figura 5.10: Superficie s y ganancia adaptable L

5.2.3. Super Twisting

Para el caso del Super Twisting, se consideran dos casos. Uno en donde se considera la implementación de un filtro, Figura 5.12, y el otro en donde no se recurre a tal filtro, Figura 5.13. La representación en Simulink del Super Twisting se muestra en la Figura 5.11.

Las ganancias del control Super Twisting se eligen como $c = 25$, $b = 50$ y $\rho = 500$.

Para el caso en el que se requiere del filtro paso-bajas, la constante de tiempo T se elige como $T = 0.005$.

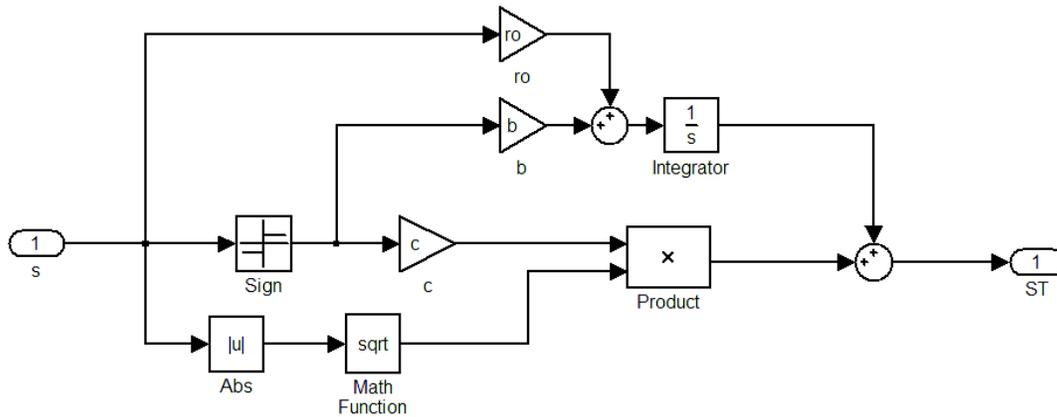


Figura 5.11: Diagrama del controlador SMC Super Twisting en Simulink

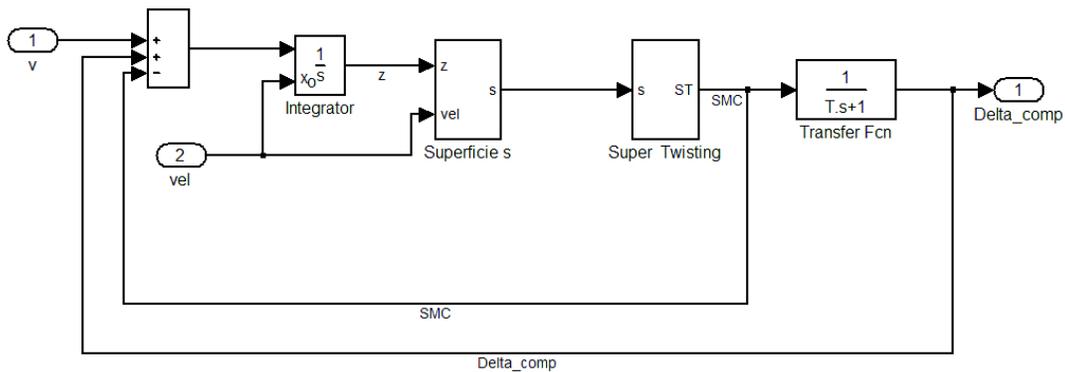


Figura 5.12: Diagrama del controlador Super Twisting con filtro en Simulink

El comportamiento de las superficies deslizantes s para ambos casos, se muestra en la Figura 5.14. El filtro funciona para que la superficie se mantenga lo más cerca posible de cero, evitando oscilaciones. Por otro lado, en la ausencia del filtro, la superficie se mantiene alrededor de cero pero con oscilaciones de una amplitud mayor, lo que afectará el comportamiento de la posición controlada y .

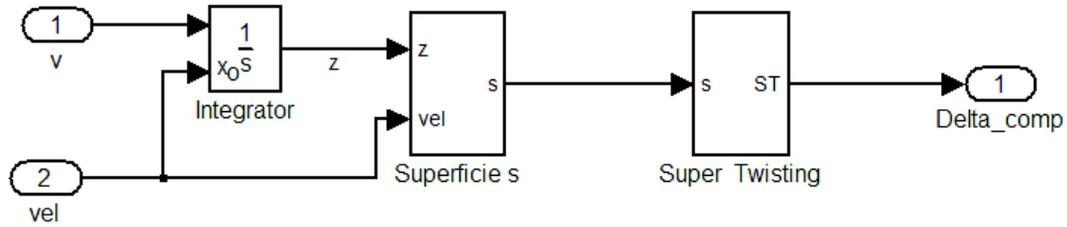


Figura 5.13: Diagrama del bloque Super Twisting sin filtro en Simulink

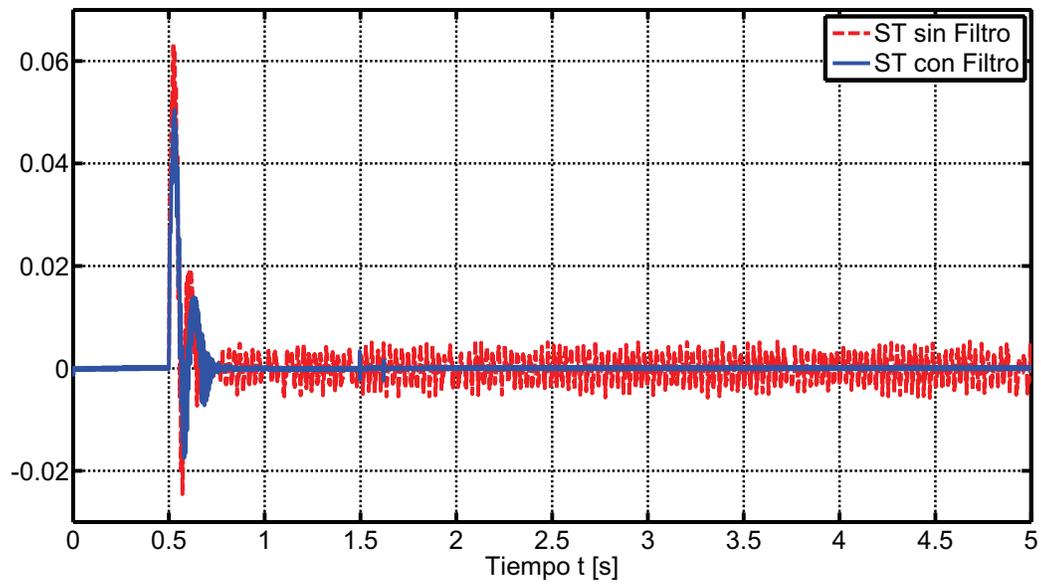


Figura 5.14: Superficie s para Super Twisting con y sin filtro paso-bajas

5.3. Estimación de la Velocidad

En las secciones previas se ha detallado que la metodología propuesta requiere de la medición o de la estimación de la posición y de la velocidad. El sistema físico cuenta con sensores de posición, sin embargo no existe sensor alguno para la medición de la velocidad.

La forma más sencilla de estimar de la velocidad es mediante diferenciación numérica por medio del método de la secante. Por otro lado, y como parte de la teoría de los modos deslizantes, existen diferenciadores exactos, como el propuesto por A. Levant [11].

Ambas metodologías muestran ventajas y desventajas, las cuales serán descritas en este capítulo para finalmente proponer un diferenciador combinado.

5.3.1. Diferenciador

La forma más sencilla de obtener la estimación de la velocidad es mediante una diferenciación numérica por medio del método de la secante [10]

$$\hat{y}(k) = \frac{[y(k) - y(k - i)]}{iT_p}, \quad i = 2 \quad y \quad T_p = 0.001 [s] \quad (5.5)$$

en donde i denota el número de períodos de muestreo de T_p que son requeridos para el proceso.

Por otro lado, el diferenciador de Levant [11] tiene como objetivo encontrar estimaciones robustas en tiempo real de la variable $y(t)$

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= z_1 - \lambda_0 |(z_0 - y(t))|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_0 - y(t)) \\ \dot{z}_1 &= -\lambda_1 \text{sign}(z_0 - y(t)) \end{aligned} \quad (5.6)$$

en donde las constantes λ_0 y λ_1 son los parámetros de ajuste del diferenciador y z_1 la función diferenciada de interés, en este caso la *velocidad*. La técnica de ajuste para el ajuste de las ganancias del diferenciador de Levant quedan como:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 1.1M \\ \lambda_1 &= 1.5M^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.7)$$

en donde M es el valor máximo de la señal estimada.

La Figura 5.15 muestra el comportamiento de los diferenciadores contemplados con la comparación de la velocidad ideal de la función de transferencia $G(s)$. Por un lado, el método de la secante tiene un sobre paso en la señal estimada mayor al obtenido con el diferenciador de Levant, sin embargo, al detenerse el sistema la señal estimada por medio del diferenciador

de Levant muestra oscilaciones¹ alrededor de cero, mientras que el diferenciador numérico permanece en cero una vez que el sistema ha llegado a la posición deseada. De esta forma, el diferenciador propuesto obtiene la velocidad estimada con el diferenciador de Levant mientras el sistema está en movimiento y cambia al diferenciador numérico cuando la posición deseada ha llegado al 90 % de su valor final.

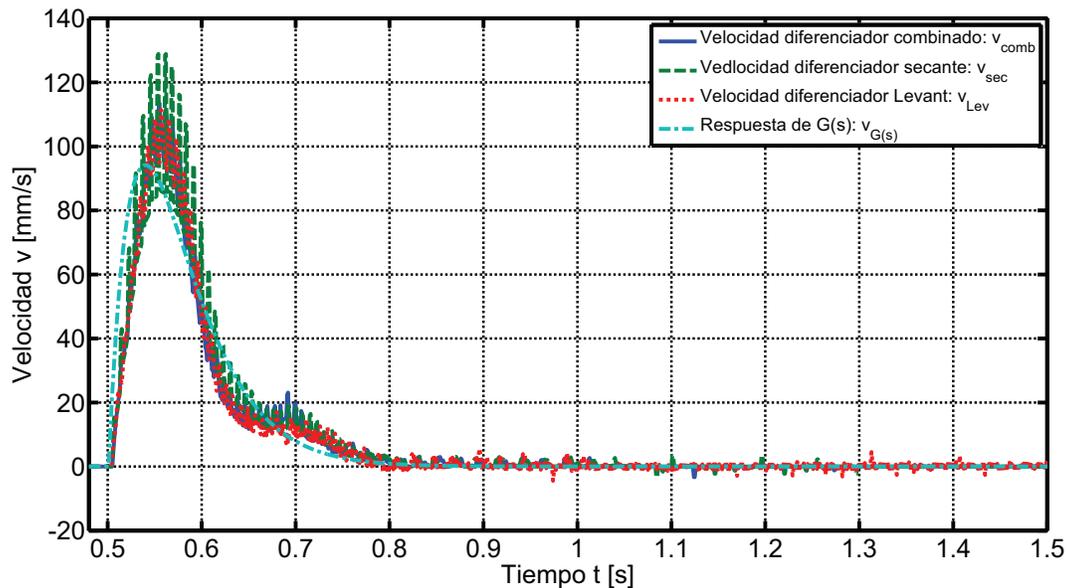


Figura 5.15: Comparación de la velocidad estimada en el sistema y la respuesta simulada de la función de transferencia $G(s)$

El otro bloque que es común para todos los controladores, es el diferenciador para la estimación de la velocidad. Las Figuras 5.16, 5.17 y 5.18 muestran los componentes del diferenciador combinado utilizado en los experimentos.

¹Estas oscilaciones se ven reflejadas en la posición final del sistema, lo cual no permite la convergencia a la posición deseada.

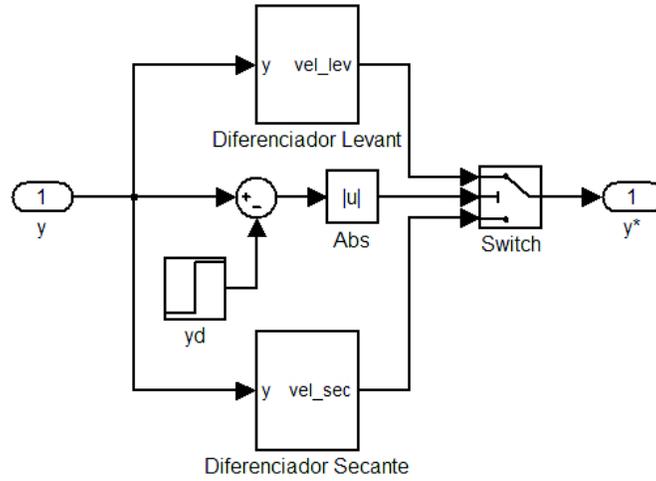


Figura 5.16: Diagrama del Diferenciador en Simulink

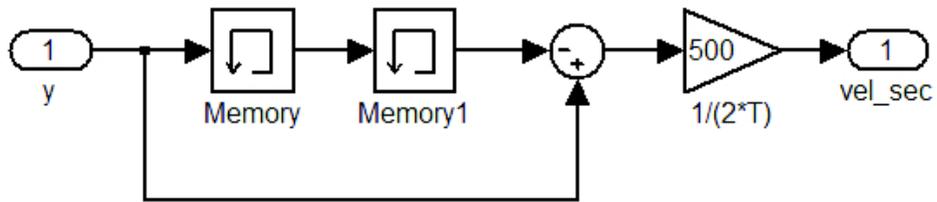


Figura 5.17: Diagrama del Diferenciador Numérico basado en el Método de la Secante en Simulink

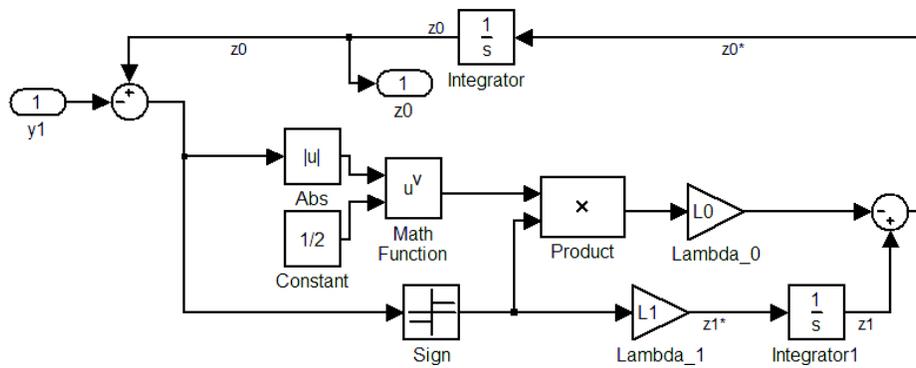


Figura 5.18: Diagrama del Diferenciador de Levant en Simulink