
4. CÁLCULO DEL ESCURRIMIENTO

En el año 2000 fue elaborado por Domínguez, et. al. un estudio de las cuencas de los ríos San Francisco, Santo Domingo y San Rafael, en el cual se determinó la ubicación de las siete presas que se han venido mencionando en el presente trabajo, las características fisiográficas de las cuencas de aportación de dichos ríos y presas, y las tormentas y avenidas de diseño correspondientes.

Sin embargo, se ha considerado necesario realizar algunas modificaciones a los cálculos realizados en tal estudio, por un lado porque en la actualidad se cuenta con mayor cantidad de información de precipitación, por otro lado porque en este trabajo se pretende mejorar la estimación de las tormentas y avenidas de diseño, empleando metodologías distintas o mejorando las utilizadas en el estudio anterior.

4.1. Estudio elaborado por el Instituto de Ingeniería en el año 2000

4.1.1. Subcuencas del río Santo Domingo

En el estudio elaborado en el año 2000, las avenidas de diseño de la cuenca del río Santo Domingo se obtuvieron a través de tormentas de diseño, las cuales se transformaron a hidrogramas empleando un modelo lluvia-escurrimiento. A continuación se describe tanto el procedimiento mediante el cual se obtuvieron las tormentas y las avenidas de diseño, como los resultados obtenidos.

Una *tormenta de diseño* es un patrón de precipitación definido para utilizarse en el diseño de un sistema hidrológico (Chow, 1994). Para determinar las tormentas de diseño para diferentes periodos de retorno, se consideró que la precipitación máxima para una duración de 24 horas y un periodo de retorno de 10 años era de 72 mm.

Asimismo se consideraron factores de ajuste por duración, periodo de retorno y área derivados de los propuestos por Domínguez, et. al. (1982) y Franco (1988), los cuales fueron determinados mediante estudios regionales de lluvia. La tabla 4.1 muestra los factores utilizados en el estudio elaborado en el 2000.

Tabla 4.1. Factores de ajuste de precipitación utilizados en el estudio del 2000

Duración (h)	Factor por duración	AREA (km ²)	Factor por área	PERIODO (años)	Factor por T _r
				2	0.67
0.50	0.79			5	0.88
1.00	1.00	1.00	1.00	10	1.00
2.00	1.20	10.00	0.98	25	1.15
8.00	1.48	20.00	0.96	50	1.25
24.00	1.50	50.00	0.92	100	1.38
		100.00	0.88	500	1.64
		200.00	0.82	1000	1.76
		500.00	0.70	10000	2.13

Después de determinar los anteriores factores de ajuste, se definieron los parámetros que definen la forma del hidrograma unitario triangular de cada subcuenca, es decir: tiempo de concentración, tiempo de retraso, duración en exceso, tiempo pico, tiempo base y gasto pico unitario. Estos parámetros fueron calculados con las ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.5 a 3.8, y, por seguridad, redondeados para los cálculos subsiguientes.

Se calculó el coeficiente de escurrimiento por medio de la siguiente fórmula:

$$C = \left(\frac{C_{nu} A_{nu}}{At} \right) + \left(\frac{0.45 I_u A_u}{At} \right) \quad (\text{ec. 4.1})$$

Donde:

C, coeficiente de escurrimiento

C_{nu} , coeficiente de escurrimiento en la zona no urbanizada

A_{nu} , área de la zona no urbanizada

A_u , área de la zona urbanizada

A_t , área total

I_u , índice de urbanización

Utilizando los factores de ajuste por duración se calculó la precipitación máxima en una hora para un periodo de retorno de 10 años, para después calcular la precipitación máxima para la duración de la tormenta, la cual se consideró igual al tiempo de concentración. A continuación, empleando los factores de ajuste por área se determinó la precipitación máxima para la duración de la tormenta y un periodo de retorno de 10 años, asociada al área de la cuenca, a partir de la cual, a través de los correspondientes factores de periodo de retorno, se determinó la precipitación máxima para la duración de la tormenta y cada periodo de retorno (2, 5, 10, 20, 50, 100, 500 y 1000 años), asociada al área de la cuenca.

La precipitación en exceso se calculó como:

$$P_e = C P_{max} \quad (\text{ec. 4.2})$$

Donde:

P_e , precipitación en exceso, en mm

C , coeficiente de escurrimiento

P_{max} , precipitación máxima, en mm

Por último el gasto pico se determinó con la ecuación:

$$Q_p = q_p P_e \quad (\text{ec. 4.3})$$

Donde:

Q_p , gasto pico, en m³/s

q_p , gasto pico unitario, en m³/s / mm

P_{max} , precipitación máxima, en mm

Los resultados obtenidos se resumen en las tablas 4.2 a 4.4. La tabla 4.2 contiene los datos de las subcuencas Santo Domingo y Xaltocan, los parámetros calculados a partir de ellos y las precipitaciones máximas. La tabla 4.3 muestra la precipitación de diseño, la precipitación en exceso y el gasto pico de las subcuencas Santo Domingo y Xaltocan, respectivamente.

Tabla 4.2. Parámetros de los hidrogramas de las subcuencas del río Santo Domingo

SUBCUENCA		SANTO DOMINGO	XALTOCAN
DATOS DE LA CUENCA	Longitud del cauce principal (km)	15.53	6.01
	Pendiente media del cauce principal	0.06079	0.05012
	Área total de la cuenca (km ²)	18.00	6.28
	Área no urbanizada (%)	90.00	100.00
	Área de zona no urbanizada (km ²)	16.20	6.28
	Área de zona urbanizada (km ²)	1.80	0.00
	Índice de urbanización	0.80	0.80
	C en zona no urbanizada	0.20	0.20
	Coeficiente de escurrimiento	0.22	0.20
PARÁMETROS DEL HIDROGRAMA	Tiempo de concentración	2.00	1.00
	Tiempo de retraso (h)	1.50	1.00
	Duración en exceso (h)	3.00	2.50
	Tiempo pico (h)	3.50	2.50
	Tiempo base (h)	9.50	7.00
	Gasto pico unitario (m ³ /s / mm)	1.05	0.50
PRECIPITACIONES MÁXIMAS (mm)	D = 24 h, T _r = 10 años	72.00	72.00
	D = 1 h, T _r = 10 años	48.00	48.00
	D = T _c , T _r = 10 años	57.60	48.00
	D = T _c , T _r = 10 años, asociada a A _t	55.30	47.52

Tabla 4.3. Tormentas y avenidas de diseño de la subcuencas Santo Domingo y Xaltocan

	PERIODO DE RETORNO (años)	F. A. POR T _r	PREC. DE DISEÑO (mm)	PREC. EN EXCESO (mm)	GASTO PICO (m ³ /s)
SANTO DOMINGO	2	0.67	37.05	8.15	8.56
	5	0.88	48.66	10.71	11.24
	10	1.00	55.30	12.17	12.77
	20	1.10	60.83	13.38	14.05
	50	1.25	69.13	15.21	15.97
	100	1.38	76.31	16.79	17.63
	500	1.64	90.69	19.95	20.95
	1000	1.76	97.33	21.41	22.48
XALTOCAN	2	0.67	31.84	6.37	3.18
	5	0.88	41.82	8.36	4.18
	10	1.00	47.52	9.50	4.75
	20	1.10	52.27	10.45	5.23
	50	1.25	59.40	11.88	5.94
	100	1.38	65.58	13.12	6.56
	500	1.64	77.93	15.59	7.79
	1000	1.76	83.64	16.73	8.36

4.1.1. Subcuencas del río San Francisco

La determinación de las avenidas de diseño de las subcuencas del río San Francisco, en el estudio elaborado en el año 2000, se basó en el empleo de la información de las estaciones hidrométricas: San Marcos, San Andrés, La Grande y Atenco, mencionadas en el capítulo II.

Las principales características fisiográficas (área, pendiente y longitud del cauce principal) de las cuencas de aportación de estas estaciones hidrométricas se pueden observar en la tabla 4.4, la cual además muestra el resultado de dividir la longitud del cauce principal entre la raíz de su pendiente, relación que representa la velocidad de respuesta de una cuenca.

Tabla 4.4. Características fisiográficas de las cuencas de las estaciones hidrométricas

ESTACIÓN HIDROMÉTRICA	ÁREA (km ²)	LONGITUD (km)	PENDIENTE	L / S ^{1/2}
San Marcos	131.42	22.8	0.02234	152.5
San Andrés	64.8	28.15	0.01567	224.9
La Grande	202.6	38.35	0.01109	364.1
Atenco	54	25.50	0.01054 ¹	248.3

Mediante un análisis de regresión múltiple se correlacionaron los gastos obtenidos para estas estaciones hidrométricas con el área, la longitud y la pendiente correspondientes. Tales gastos se determinaron a través de un análisis de frecuencia de los gastos instantáneos máximos registrados en cada estación hidrométrica. Al emplear la función Gumbel y el método de estimación de parámetros por momentos, se obtuvieron los gastos para diferentes periodos de retorno que se muestran en la tabla 4.5.

En la tabla 4.6 se pueden observar los coeficientes que se obtuvieron al realizar el análisis de regresión múltiple, para cada uno de los periodos de retorno.

Tabla 4.5. Gastos pico calculados con la función Gumbel por momentos

ESTACIÓN HIDROM.	GASTO PICO (m ³ /s)							
	T _r = 2 años	T _r = 5 años	T _r = 10 años	T _r = 20 años	T _r = 50 años	T _r = 100 años	T _r = 500 años	T _r = 1000 años
San Marcos	16.50	27.05	34.04	40.74	49.41	55.91	70.92	77.38
San Andrés	18.54	30.14	37.82	45.18	54.72	61.87	78.38	85.48
La Grande	34.35	54.39	67.66	80.39	96.87	109.21	137.74	150.01
Atenco	6.97	11.21	14.02	16.71	20.20	22.81	28.85	31.44

¹ En el estudio elaborado en el año 2000, se empleó un valor de 0.10540, en lugar de 0.01054. que es el correcto. Probablemente el error no fue detectado por el número de parámetros utilizados en la regresión múltiple.

Tabla 4.6. Coeficientes de la regresión múltiple

COEF.	T _r = 2 años	T _r = 5 años	T _r = 10 años	T _r = 20 años	T _r = 50 años	T _r = 100 años	T _r = 500 años	T _r = 1000 años
b ₀	-2.020	-1.261	-0.916	-0.736	-0.475	-0.355	-0.114	0.005
b ₁	0.243	0.236	0.239	0.239	0.234	0.234	0.235	0.230
b ₂	-0.459	-0.469	-0.471	-0.471	-0.472	-0.472	-0.478	-0.479
b ₃	0.605	0.519	0.476	0.476	0.459	0.459	0.451	0.434

Los coeficientes determinados a partir del análisis de regresión múltiple definen el gasto mediante el siguiente modelo:

$$Q = e^{b_0} A^{b_1} S^{b_2} L^{b_3} \quad (\text{ec. 4.4})$$

Donde:

Q, gasto pico, m³/s

A, área de la cuenca, en km²

S, pendiente del cauce principal

L, longitud del cauce principal, en km

Al aplicar la ecuación 4.4 se obtuvieron los gastos que se resumen en la tabla 4.7, para cada una de las estaciones hidrométricas.

Tabla 4.7. Gastos pico calculados mediante el análisis de regresión múltiple

ESTACIÓN HIDROM.	GASTO PICO (m ³ /s)							
	T _r = 2 años	T _r = 5 años	T _r = 10 años	T _r = 20 años	T _r = 50 años	T _r = 100 años	T _r = 500 años	T _r = 1000 años
San Marcos	16.48	27.00	34.08	40.80	49.20	55.48	70.79	74.06
San Andrés	18.55	30.11	37.61	45.02	54.31	61.23	78.11	81.75
La Grande	34.57	54.40	67.32	80.59	96.19	108.46	138.45	143.38
Atenco	6.97	11.20	13.99	16.75	20.22	22.80	28.77	30.13

Al observar las tablas 4.5 y 4.7 se tiene que los gastos obtenidos por el análisis de frecuencia y por el análisis de regresión múltiple, son prácticamente iguales. Por lo que se aplicó la misma metodología a cada una de las subcuencas del río San Francisco y se obtuvieron los gastos que se muestran en la tabla 4.8, en la cual también aparecen los volúmenes de cada avenida correspondientes a cada periodo de retorno.

Al igual que para las subcuencas del río Santo Domingo, se determinó el tiempo pico y el tiempo base del hidrograma unitario triangular de cada subcuenca, los cuales resultaron de 2.5 y 7 horas, respectivamente. De la geometría del hidrograma triangular se tiene que el volumen de la avenida es:

$$V = \frac{Q_p t_b}{2} \quad (\text{ec. 4.5})$$

Donde:

V , volumen de la avenida, en m^3

Q_p , gasto pico, en m^3/s

t_b , tiempo base, en s

Tabla 4.8. Avenidas del río San Francisco

SUBCUENCA	ÁREA (km ²)	T _r (años)	GASTO PICO (m ³ /s)	VOLUMEN (m ³)
Chihuahua 2	21.53	2	2.18	27514.31
		5	3.58	45106.79
		10	4.5	56746.17
		20	5.39	67918.65
		50	6.54	82259.49
		100	7.4	93198.46
		500	9.38	118228.14
		1000	10.24	128983.73
Texcahuey	11.78	2	2.72	34241.79
		5	4.46	56135.79
		10	5.6	70621.1
		20	6.71	84525.34
		50	8.13	102497.10
		100	9.21	115986.29
		500	11.68	147135.94
		1000	12.74	160521.37
Las Jícaras	6.05	2	1.49	18735.17
		5	2.44	30714.33
		10	3.07	38639.88
		20	3.67	46247.49
		50	4.45	56080.62
		100	5.04	63461.15
		500	6.39	80504.48
		1000	6.97	87828.23
El Olivar	19.68	2	0.76	9622.05
		5	1.25	15774.34
		10	1.57	19844.76
		20	1.89	23751.90
		50	2.29	28802.02
		100	2.59	32592.52
		500	3.28	41345.68
		1000	3.58	45107.03
Zoquiapan	17.3	2	2.48	31299.51
		5	4.07	51312.23
		10	5.12	64552.87
		20	6.13	77262.37
		50	7.44	93689.87
		100	8.41	106019.98
		500	10.67	134493.05
		1000	11.65	146728.31

4.2. Observaciones y modificaciones propuestas

4.2.1. Respecto a las subcuencas del río Santo Domingo

A continuación se mencionan los inconvenientes que presenta la metodología utilizada en el estudio elaborado en el año 2000 para determinar las tormentas de diseño del río Santo Domingo:

- *Duración de la tormenta.* Dado que el mencionado estudio buscaba determinar los gastos máximos de diseño, las duraciones de tormenta que se utilizaron fueron relativamente pequeñas, por lo que los volúmenes que podrían escurrir en un día pueden haber sido subestimados. Para considerar tanto el gasto máximo, como el volumen que podría alcanzarse, se propone una duración de 8 horas, considerando los incrementos de lluvia cada hora.
- *Coefficiente de escurrimiento.* Los coeficientes de escurrimiento que se utilizaron (0.22 para la subcuenca Santo Domingo y 0.20 para la subcuenca Xaltocan) son valores excesivamente conservadores, sobre todo si se comparan con las recomendaciones del Manual de Hidráulica Urbana, según las cuales sería apropiado un coeficiente de aproximadamente 0.02. La tabla 3.4 muestra los valores que se proponen en el presente estudio, basados en diferentes consideraciones, como el tipo de suelo y el grado de urbanización. Los coeficientes propuestos son 0.12 y 0.10, para Santo Domingo y Xaltocan, respectivamente.
- *Factor de ajuste por periodo de retorno.* Como se menciona en la sección 4.1.1, los factores de ajuste que se emplearon fueron derivados de los propuestos por Domínguez, et. al. (1982) y Franco (1998), los cuales se determinaron a partir de la información de lluvias disponible hasta entonces. Puesto que ahora se cuenta con información de las estaciones climatológicas hasta el 2007, se revisarán los factores de ajuste por periodo de retorno, utilizando las estaciones propuestas en la sección 2.3 y el correspondiente análisis de frecuencia.

4.2.2. Respecto a las subcuencas del río San Francisco

Aun cuando los gastos máximos calculados para las estaciones hidrométricas, tanto por el análisis de frecuencia, como por el análisis de regresión múltiple, sean tan similares, el empleo de la misma metodología para la determinación de los gastos máximos de las subcuencas de aportación a las presas no es muy confiable.

Debido al número de parámetros de ajuste (cuatro: b_0 , b_1 , b_2 y b_3) y su relación con el número de estaciones hidrométricas, la regresión múltiple no refleja adecuadamente los fenómenos involucrados. Por ello se propone emplear una regresión potencial, de tal manera que el único parámetro sea el área de la cuenca, y el modelo para determinar el gasto sea:

$$Q = a A^b \quad (\text{ec. 4.6})$$

Donde:

Q , gasto máximo, en m^3/s

A , área de la cuenca, en km^2

a y b , parámetros de la regresión potencial

El análisis de frecuencia elaborado para el estudio anterior, se basó en la información disponible hasta su fecha de realización, es decir, en registros que abarcan hasta 1998. Tal información no ha sido actualizada hasta la fecha, por lo cual se emplearon los resultados obtenidos de dicho análisis para la elaboración del presente trabajo.

4.3. Determinación de las tormentas y avenidas de diseño del río Santo Domingo

4.3.1. Revisión del factor de ajuste por periodo de retorno

Para revisar los factores de ajuste por periodo de retorno se utilizó el análisis de frecuencia realizado en la sección 2.4.3, para las estaciones climatológicas: Amecameca, Coatepec de los Olivos, Chalco, El Tejocote, San Luis Ameca II y San Rafael, Tlalmanalco.

Se obtuvo el valor promedio de precipitación para cada uno de los periodos de retorno para los cuales se definió el factor de ajuste en el estudio elaborado en el 2000, es decir, para: 2, 5, 10, 25, 50, 100, 500, 1000 y 10000 años. A continuación, se dividió cada uno de los promedios entre el correspondiente a un periodo de retorno de 10 años. Por lo tanto, cada factor de ajuste define cuánto varía la precipitación para un determinado periodo de retorno, respecto a la precipitación que corresponde a un periodo de retorno de 10 años.

En la tabla 4.9 se muestran los valores de precipitación calculados para cada estación y periodo de retorno, los valores promedio y los factores de ajuste, estos últimos comparados con los que se habían definido en el estudio realizado en el 2000.

Tabla 4.9. Cálculo de los factores de ajuste por periodo de retorno

ESTACIÓN	PRECIPITACIÓN (mm)								
	PERIODO DE RETORNO (años)								
	2	5	10	25	50	100	500	1000	10000
15015	43.59	56.72	65.42	76.40	84.56	92.65	111.34	119.38	146.07
15017	41.03	54.43	63.31	74.53	82.85	91.11	110.19	118.40	145.64
15020	36.05	48.69	57.06	67.64	75.49	83.27	101.27	109.01	134.69
15029	46.00	57.99	65.94	75.97	83.42	90.81	107.89	115.23	139.61
15094	37.75	48.99	56.43	65.83	72.81	79.74	95.74	102.62	125.46
15106	50.99	63.79	72.26	82.96	90.90	98.78	116.99	124.82	150.82
PROMEDIO	42.57	55.10	63.40	73.89	81.67	89.39	107.24	114.91	140.38
F. A. (calc.)	0.67	0.87	1.00	1.17	1.29	1.41	1.69	1.81	2.21
F. A. (2000)	0.67	0.88	1.00	1.15	1.25	1.38	1.64	1.76	2.13

4.3.2. Duración de la tormenta

Se consideró una tormenta de 8 horas distribuida en incrementos de lluvia cada hora, de tal forma que los incrementos de lluvia corresponden a la mitad del tiempo de concentración en el caso de la subcuenca Santo Domingo (cuyo tiempo de concentración es de 2 horas), y al tiempo de concentración (de 1 hora), en el caso de la subcuenca Xaltocan.

Dado que las tormentas en el Valle de México son de duración corta, casi cualquier tormenta es abarcada por una duración de 8 horas, por lo que se empleó la precipitación máxima determinada para un periodo de retorno de 10 años. En la tabla 2.6, se puede observar que, para este periodo de retorno, la precipitación máxima corresponde a la estación San Rafael, la cual es de 72.26 mm, prácticamente igual a la definida en el estudio elaborado en el 2000, la cual es 72.00 mm. Para los cálculos subsiguientes se considerará el último valor.

Los incrementos cada hora se definieron con base en los porcentajes recomendados en el Manual de Hidráulica Urbana (1982).

La figura 4.1 ilustra mediante una gráfica la distribución de la precipitación en intervalos de una hora para una tormenta de 8 horas. La tabla 4.10 muestra los porcentajes recomendados, así como la precipitación que corresponde a cada uno.

Figura 4.1. Distribución de la precipitación en una tormenta de 8 horas

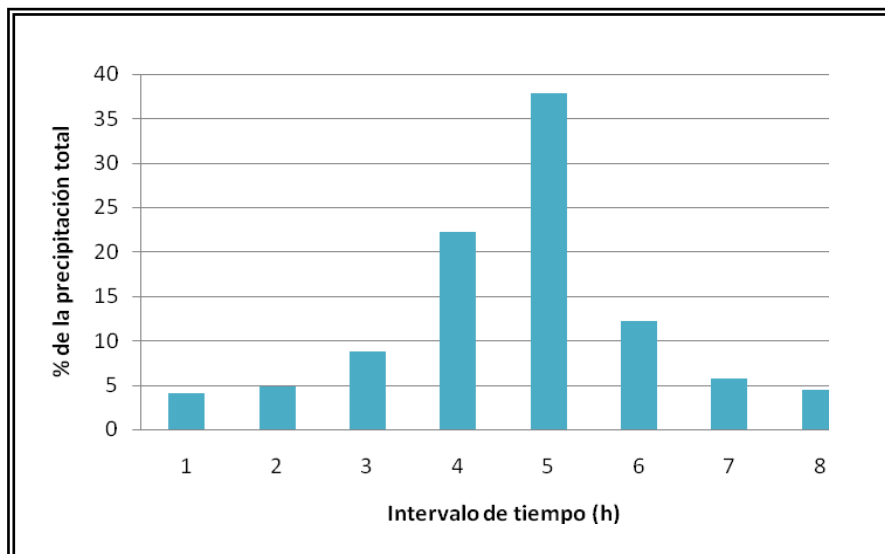


Tabla 4.10. Incrementos de lluvia cada hora en una duración de 8 horas

HORA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTAL
PORC. (%)	4.0	4.8	8.8	22.2	37.8	12.2	5.7	4.5	100.0
PREC. (mm)	2.88	3.46	6.34	15.98	27.22	8.78	4.10	3.24	72.00

4.3.3. Avenidas de diseño

Mediante el programa TVM, elaborado en el Instituto de Ingeniería, se obtuvieron las avenidas correspondientes a un periodo de retorno de 10 años.

El programa TVM genera los hidrogramas asociados a cada una de las barras del hietograma de una tormenta. De acuerdo con la teoría del hidrograma unitario y su hipótesis sobre la superposición de causas y efectos, el programa acumula los hidrogramas asociados a las barras de hietograma y obtiene el hidrograma total.

Los datos de entrada del programa son: área de la cuenca, coeficiente de escurrimiento, tiempo de concentración y hietograma de la tormenta.

En la tabla 4.11 se encuentran resumidos los datos de entrada que se emplearon para las subcuencas Santo Domingo y Xaltocan.

Tabla 4.11. Datos de entrada para el programa TVM

SUBCUENCA	A (km ²)	C	t _c (h)
Santo Domingo	18	0.12	2
Xaltocan	6.28	0.10	1

El hietograma de entrada de ambas subcuencas fue el descrito para una tormenta de 8 horas y una precipitación de 72 mm, esta última afectada por el correspondiente factor de ajuste por área. En la tabla 4.1 se muestran los factores de ajuste para cuencas cuya área es de 1, 10 y 20 km², al interpolar estos valores se obtuvieron los factores para cada una de las subcuencas: 0.96, para Santo Domingo, y 0.99, para Xaltocan. Las alturas de lluvia se convirtieron a pulsos de un cuarto de milímetro, para poder ser manejadas por el programa TVM. En la tabla 4.12 se representan los hietogramas de

ambas subcuencas, tanto en mm, como en pulsos de un cuarto de mm, suponiendo que la tormenta inició a las 6:00.

Tabla 4.12. Incrementos de lluvia cada hora en una duración de 8 horas

HIETOGRAMA DE LA SUBCUENCA SANTO DOMINGO									
HORA	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00
h_p (mm)	0.00	2.76	3.32	6.08	15.34	26.13	8.43	3.94	3.11
h_p (pulsos)	0	11	13	24	60	103	33	16	12
HIETOGRAMA DE LA SUBCUENCA XALTOCAN									
HORA	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00
h_p (mm)	0.00	2.85	3.42	6.27	15.82	26.94	8.70	4.06	3.21
h_p (pulsos)	0	11	13	25	62	106	34	16	13

A partir de la información anterior, el programa calcula los hidrogramas que se muestran en la figura 4.2 y en la tabla 4.13. Dado que estos hidrogramas corresponden a un periodo de retorno de 10 años, los hidrogramas para otros periodos de retorno se obtuvieron multiplicando los valores obtenidos para 10 años por los factores de ajuste por periodo de retorno calculados en la sección 4.3.1.

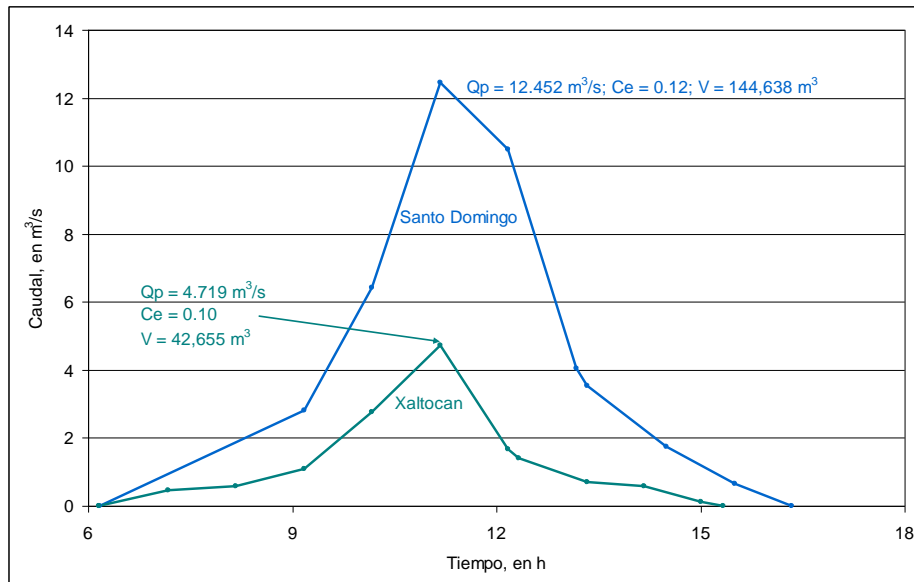


Figura 4.2. Hidrogramas de las subcuencas del río Santo Domingo, $T_r = 10$ años

Tabla 4.13. Hidrogramas para diferentes periodos de retorno

HIDROGRAMA DE LA SUBCUENCA SANTO DOMINGO									
T_r (años)	2	5	10	25	50	100	500	1000	10000
F. A por T_r	0.67	0.87	1	1.17	1.29	1.41	1.69	1.81	2.21
Hora									
6.17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9.17	1.88	2.45	2.81	3.29	3.63	3.96	4.75	5.09	6.21
10.17	4.30	5.58	6.42	7.51	8.28	9.05	10.85	11.62	14.18
11.17	8.34	10.83	12.45	14.57	16.06	17.56	21.04	22.54	27.52
12.17	7.03	9.13	10.49	12.27	13.53	14.79	17.73	18.99	23.18
13.17	2.71	3.52	4.04	4.73	5.22	5.70	6.83	7.32	8.94
13.33	2.36	3.07	3.53	4.13	4.55	4.97	5.96	6.39	7.80
14.50	1.18	1.53	1.76	2.05	2.27	2.48	2.97	3.18	3.88
15.50	0.43	0.56	0.64	0.75	0.83	0.91	1.08	1.16	1.42
16.34	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HIDROGRAMA DE LA SUBCUENCA XALTOCAN									
T_r (años)	2	5	10	25	50	100	500	1000	10000
F. A por T_r	0.67	0.87	1	1.17	1.29	1.41	1.69	1.81	2.21
Hora									
6.17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.17	0.31	0.40	0.46	0.54	0.59	0.65	0.77	0.83	1.01
8.17	0.38	0.50	0.57	0.67	0.74	0.81	0.97	1.04	1.27
9.17	0.73	0.94	1.08	1.27	1.40	1.53	1.83	1.96	2.39
10.17	1.84	2.39	2.74	3.21	3.54	3.87	4.64	4.97	6.06
11.17	3.14	4.08	4.69	5.48	6.04	6.61	7.92	8.48	10.36
12.17	1.11	1.44	1.65	1.93	2.13	2.33	2.79	2.99	3.65
12.33	0.94	1.22	1.40	1.63	1.80	1.97	2.36	2.53	3.09
14.17	0.46	0.60	0.69	0.81	0.89	0.98	1.17	1.25	1.53
15.00	0.38	0.50	0.57	0.67	0.74	0.80	0.96	1.03	1.26
15.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4.4. Determinación de las tormentas y avenidas de diseño del río San Francisco

4.4.1. Análisis de regresión

Canavos (1988) define al *análisis de regresión* como una asociación cuantitativa entre diferentes variables, la cual permite extraer de determinados datos las características principales de una relación que no es evidente. En otras palabras, mediante un análisis de regresión se puede ajustar una determinada ecuación a un conjunto de datos dado, con el propósito de obtener una ecuación de predicción que proporcione un modelo teórico con precisión razonable.

El conjunto de datos dado es un conjunto de valores fijos que representan los puntos de observación para la variable respuesta, la cual es una variable aleatoria cuyos valores se observan mediante la selección de los valores de las variables de predicción en un intervalo de interés.

El modelo de regresión propuesto debe ser relativamente sencillo y contener pocos parámetros. Es necesario determinar cuáles de las variables de predicción deben incluirse en el modelo de regresión, por lo que se debe elegir a aquellas que parecen describir mejor el cambio en la respuesta promedio, aislando las características más sobresalientes, de tal manera que el análisis de regresión sea significativo. Cuando las variables de predicción están correlacionadas los resultados de la regresión pueden ser ambiguos (Canavos, 1988).

Debido a lo anterior, se propuso utilizar un modelo que empleara menos variables de predicción. Mediante la regresión potencial se obtuvo un modelo para definir el gasto empleando únicamente las áreas de las cuencas de aportación de las estaciones hidrométricas, de tal forma que la relación entre la pendiente y longitud del cauce principal con la respuesta de la cuenca, no afecte al análisis de regresión.

El modelo para definir el gasto está representado por la ecuación 4.6, para la cual es necesario definir los parámetros a y b . Para obtener estos parámetros es necesario transformar el modelo potencial en uno lineal. Es decir, dado el modelo de regresión potencial:

$$Y = aX^b \quad (\text{ec. 4.7})$$

Al obtener los logaritmos de cada término se obtiene:

$$\ln Y = \ln a + b \ln X \quad (\text{ec. 4.8})$$

Expresión en la cual se tiene una relación lineal entre las variables X y Y , de la siguiente forma:

$$y = A + bx \quad (\text{ec 4.9})$$

Donde:

$$y = \ln Y$$

$$x = \ln X$$

$$A = \ln a$$

Los parámetros A y b de la expresión 4.9, se pueden determinar a partir del *método de mínimos cuadrados*. Este método encuentra los parámetros mediante la minimización de la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los calculados por la ecuación de predicción.

A y b se pueden obtener con las ecuaciones 4.10 y 4.11:

$$A = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (\text{ec. 4.10})$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (\text{ec. 4.11})$$

4.4.2. Cálculo de los gastos máximos

En la tabla 4.14 se muestran simultáneamente los datos de las tablas 2.9 y 4.5, es decir, los gastos pico calculados mediante la función Gumbel para las estaciones: San Marcos, San Andrés, La Grande, Atenco y Tejocote.

Al comparar entre sí los gastos de la tabla 4.14 se puede observar que son relativamente proporcionales al área. La estación La Grande, cuya área de aportación es mayor a las demás, presenta a su vez los mayores gastos. Por el contrario, la estación Atenco presenta los menores gastos. Se sale un poco de esta proporcionalidad la

estación San Andrés, que con la mitad de área de San Marcos, genera gastos ligeramente mayores. Sin embargo, la estación Tejocote, que prácticamente posee la misma área de Atenco, presenta escurrimientos entre tres y cuatro veces mayores, lo que indica un comportamiento hidrológico muy distinto al de las otras subcuencas. Por esto último, los datos de la estación Tejocote no se utilizaron en el análisis de regresión.

Por lo tanto, se determinaron los gastos máximos con una regresión potencial aplicada a los gastos máximos instantáneos de las estaciones: San Marcos, San Andrés, La Grande y Atenco, determinados para cada periodo de retorno. En la tabla 4.15 se muestran tanto los parámetros a y b calculados para los diferentes periodos de retorno, como los coeficientes de correlación correspondientes. Mientras que la tabla 4.16 presenta los resultados, es decir, los gastos obtenidos al aplicar la ecuación 4.6 con los coeficientes de la tabla 4.15.

En el anexo B se pueden observar las gráficas que ilustran el análisis de regresión para los diferentes periodos de retorno, comparando los gastos obtenidos con la función Gumbel con los que resultaron del análisis de regresión potencial.

Tabla 4.14. Gastos pico calculados con la función Gumbel por momentos

ESTACIÓN HIDROM.	ÁREA (km ²)	GASTO PICO (m ³ /s) PARA DIFERENTES T _r (años)							
		2	5	10	20	50	100	500	1000
San Marcos	131.42	16.50	27.05	34.04	40.74	49.41	55.91	70.92	77.38
San Andrés	64.8	18.54	30.14	37.82	45.18	54.72	61.87	78.38	85.48
La Grande	202.6	34.35	54.39	67.66	80.39	96.87	109.21	137.74	150.01
Atenco	54.0	6.97	11.21	14.02	16.71	20.20	22.81	28.85	31.44
Tejocote	55.2	20.73	36.88	47.58	57.83	71.11	81.06	104.06	113.94

Tabla 4.15. Análisis de regresión potencial

Tr (años)	A	b	R²
2	0.2964	0.8755	0.6753
5	0.4985	0.8665	0.6717
10	0.6329	0.8635	0.6705
20	0.7611	0.8617	0.6697
50	0.9285	0.8598	0.6687
100	1.0536	0.8589	0.6682
500	1.3432	0.8572	0.6674
1000	1.4668	0.8569	0.6672

Tabla 4.16. Gastos pico calculados a partir del análisis de regresión potencial

ESTACIÓN HIDROM.	GASTO PICO (m³/s) PARA DIFERENTES T_r (años)							
	2	5	10	20	50	100	500	1000
San Marcos	21.22	34.17	42.71	50.95	61.59	69.56	87.97	95.89
San Andrés	11.43	18.51	23.21	27.70	33.53	37.90	47.98	52.32
La Grande	31.00	49.71	62.1	73.99	89.36	100.88	127.5	138.95
Atenco	9.74	15.8	19.83	23.68	28.67	32.4	41.04	44.75

En la tabla 4.15 se puede observar que los coeficientes *a* aumentan conforme al periodo de retorno, mientras que el parámetro *b* se mantiene prácticamente constante en un valor cercano a 0.86.

El aumento del coeficiente *a* era esperado, dada su relación con el gasto; para entender mejor lo anterior se puede observar la tabla 4.17, que para diferentes periodos de retorno muestra: en la segunda columna, los valores del parámetro *a*; en la siguiente columna, la relación entre cada uno de los parámetros y el correspondiente a un periodo de retorno de diez años; a continuación, los gastos determinados para la estación San Marcos para un periodo de retorno de 10 años; y por último, la relación entre cada uno de los gastos y el correspondiente a un periodo de retorno de diez años. La tercera columna y la quinta son prácticamente iguales.

Tabla 4.17. Comparación entre el aumento de a y el gasto de la estación San Marcos

Tr (años)	A	a/a_{10}	Q (m ³ /s)	Q/Q ₁₀
2	0.2964	0.47	16.5	0.48
5	0.4985	0.79	27.05	0.79
10	0.6329	1.00	34.04	1.00
50	0.9285	1.47	49.41	1.45
100	1.0536	1.66	55.91	1.64
500	1.3432	2.12	70.92	2.08
1000	1.4668	2.32	77.38	2.27

La tabla 4.18 muestra los gastos obtenidos para cada una de las subcuencas del río San Francisco al aplicar la ecuación 4.6 y los parámetros de la tabla 4.15.

Tabla 4.18. Gastos obtenidos para las subcuencas del río San Francisco, a partir del análisis de regresión potencial

ESTACIÓN HIDROM.	ÁREA (km ²)	GASTO PICO (m ³ /s) PARA DIFERENTES T _r (años)							
		2	5	10	20	50	100	500	1000
Chihuahua 2	21.53	4.36	7.13	8.96	10.72	13.00	14.71	18.66	20.35
Texcahuey	11.78	2.57	4.23	5.32	6.37	7.74	8.76	11.13	12.14
Las Jícaras	6.05	1.43	2.37	2.99	3.59	4.36	4.94	6.28	6.86
El Olivar	19.68	4.03	6.59	8.29	9.92	12.04	13.62	17.28	18.84
Zoquiapan	17.30	3.60	5.90	7.42	8.88	10.77	12.19	15.47	16.87

Sin embargo, todos los coeficientes de correlación son relativamente bajos, por lo que se prefirió sólo considerar la similitud con la estación hidrométrica San Marcos, cuya cuenca de aportación comprende las cinco subcuencas de interés: Chihuahua 2, Texcahuey, Las Jícaras, El Olivar y Zoquiapan.

Por lo tanto se calculó la relación entre cada una de las subcuencas y la cuenca San Marcos, dividiendo el área de las primeras entre el área de la cuenca San Marcos. La relación entre las áreas se elevó a la potencia 0.86 (que es el valor que se mantuvo

contante en el análisis de regresión) para definir los factores mediante los cuales se obtuvieron los gastos máximos de cada subcuenca, al multiplicarlos por los gastos correspondientes a cada periodo de retorno.

La tabla 4.19 muestra el cálculo de los factores de ajuste, y la tabla 4.20, los gastos máximos para cada una de las subcuencas.

Tabla 4.19. Factores de ajuste para la estimación de los gastos de las subcuencas del río San Francisco

SUBCUENCA	ÁREA	ÁREA DE SAN MARCOS	A_c / A_{SM}	$(Rel A)^{0.86}$
	A_c (km ²)	A_{SM} (km ²)	Rel A	F. A.
Chihuahua 2	21.53	131.42	0.1638	0.211
Texcahuey	11.78	131.42	0.0896	0.126
Las Jícaras	6.05	131.42	0.0460	0.071
El Olivar	19.68	131.42	0.1497	0.195
Zoquiapan	17.30	131.42	0.1316	0.175
SUMA	76.34	-	0.5809	0.627

Tabla 4.20 Gastos máximos para diferentes periodos de retorno

SUBCUENCA	F. A	GASTO PICO (m ³ /s) PARA DIFERENTES T _r (años)							
		2	5	10	20	50	100	500	1000
<i>San Marcos</i>	<i>1</i>	<i>16.50</i>	<i>27.05</i>	<i>34.04</i>	<i>40.74</i>	<i>49.41</i>	<i>55.91</i>	<i>70.92</i>	<i>77.38</i>
Chihuahua 2	0.211	3.48	5.71	7.18	8.60	10.43	11.80	14.97	16.33
Texcahuey	0.126	2.07	3.40	4.28	5.12	6.21	7.02	8.91	9.72
Las Jícaras	0.071	1.17	1.92	2.41	2.89	3.50	3.96	5.02	5.48
El Olivar	0.195	3.22	5.28	6.65	7.96	9.65	10.92	13.85	15.12
Zoquiapan	0.175	2.89	4.73	5.95	7.12	8.64	9.78	12.40	13.53

4.4.3. Forma de las avenidas

Al igual que para el río Santo Domingo, para determinar la forma de las avenidas de los afluentes del río San Francisco se empleó el concepto del hidrograma triangular. Si el gasto para un periodo de retorno de 10 años, obtenido al ajustar la función de distribución Gumbel a los gastos máximos instantáneos de la estación de San Marcos, se sustituye en la ecuación 4.5, ésta queda:

$$V = \frac{34.04 (3600 t_b)}{2} = 61272 t_b$$

Donde:

V , volumen de la avenida, en m^3

t_b , tiempo base, en h

En la sección 3.2.3 se obtuvo el volumen medio diario para el mismo periodo de retorno de 10 años, el cual resultó de $338\,688\,m^3$. Al igualar este valor con el de la avenida y despejar el tiempo base, se obtiene que éste es de 5.53 h.

Al sustituir el tiempo base en la ecuación 3.6 y despejar el tiempo pico, se tiene:

$$t_p = \frac{5.53}{2.67} = 2.07\,h$$

En la tabla 4.21 se muestran los volúmenes de las avenidas correspondientes a los gastos pico que se muestran en la tabla 4.20, para cada una de las subcuencas del río San Francisco y los diferentes periodos de retorno.

Tabla 4.20 Volúmenes de las avenidas de las subcuencas del río San Francisco

SUBCUENCA	ÁREA (km ²)	T _r (años)	GASTO PICO (m ³ /s)	VOLUMEN (m ³)
Chihuahua 2	21.53	2	3.48	34646.81
		5	5.71	56799.76
		10	7.18	71477.41
		20	8.60	85546.11
		50	10.43	103751.44
		100	11.80	117400.18
		500	14.97	148918.27
		1000	16.33	162483.02
Texcahuey	11.78	2	2.07	20626.73
		5	3.40	33815.33
		10	4.28	42553.56
		20	5.12	50929.26
		50	6.21	61767.67
		100	7.02	69893.35
		500	8.91	88657.42
		1000	9.72	96733.09
Las Jícaras	6.05	2	1.17	11629.34
		5	1.92	19065.07
		10	2.41	23991.68
		20	2.89	28713.89
		50	3.50	34824.58
		100	3.96	39405.83
		500	5.02	49985.01
		1000	5.48	54538.07
El Olivar	19.68	2	3.22	32070.59
		5	5.28	52576.33
		10	6.65	66162.60
		20	7.96	79185.20
		50	9.65	96036.83
		100	10.92	108670.70
		500	13.85	137845.22
		1000	15.12	150401.34
Zoquiapan	17.3	2	2.89	28705.49
		5	4.73	47059.61
		10	5.95	59220.30
		20	7.12	70876.47
		50	8.64	85959.90
		100	9.78	97268.12
		500	12.40	123381.42
		1000	13.53	134620.06