



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MECÁNICA – DISEÑO MECÁNICO

UNA PROPUESTA PARA LA SISTEMATIZACIÓN DE LOS PLANOS DE  
FABRICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE LOS MODELOS DEL PRODUCTO

**T E S I S**  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
**EUSEBIO JIMÉNEZ LÓPEZ**

TUTOR  
DR. LUIS ALFONSO REYES ÁVILA  
INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. MARCELO LÓPEZ PARRA  
Secretario: DR. LUIS A. REYES ÁVILA  
Vocal: DR. VICENTE BORJA RAMÍREZ  
1<sup>er</sup>. Suplente: DR. LEOPOLDO A. GONZÁLEZ GONZÁLEZ  
2<sup>do</sup>. Suplente: DRA. MAGDALENA TRUJILLO BARRAGÁN

Lugar donde se realizó la tesis:

Posgrado en Ingeniería, Cd. Universitaria, México, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

NOMBRE  
DR. LUIS ALFONSO REYES ÁVILA



---

**FIRMA**

## **Dedicatorias**

A Dios, por permitirme la vida.

A mis padres, Felipe y Natividad, por ser un ejemplo de vida y sacrificio para educarme y ser lo que ahora soy.

A mis hermanos, Damián, Hortensia, Juana María, Mónica, Teresa, María Concepción y Alejandro, por su apoyo y cariño que me han brindado a lo largo de mi vida.

A toda mi familia, amigos, colegas y alumnos.

## **Agradecimientos**

Al Dr. Luis Alfonso Reyes Ávila y a la familia Reyes Quiroz, por apoyarme en mis estudios y por guiarme en mi formación personal y profesional.

Al Dr. Luis Alejandro Ferrer Argote (QEPD), por ser un ejemplo y guía en mi formación académica.

A todos mis alumnos y tesisas, por ser la fuente de inspiración para el desarrollo de conocimientos.

A mis amigos y colegas; Víctor, Delfín, Mario, Francisco, Sergio, Gabriel, Hno. Fernando, Baldomero, Efrén, Hno. Gustavo, Eduardo, Jorge, Esteban, Lucía, Israel, Javier, Ociel, Oscar, Hermenegildo, Pedro, lolita, Haydee y muchos más, por su apoyo y ayuda en muchas etapas de mi vida, personal, académica y profesional.

A los miembros del jurado por sus consejos para mejorar la tesis.

Al CONACyT, por el apoyo económico brindado a mis estudios doctorales.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por brindarme las condiciones favorables para mi formación académica.

A la Universidad La Salle Noroeste, a la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora y al Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, por permitirme compartir conocimientos con sus profesores y alumnos, y por darme seguridad y trabajo.

El estudio de las primitivas y sus aplicaciones en la manufactura, son esenciales para comprender las relaciones entre los dominios geométricos y de manufactura. Estos dominios son el fundamento de las técnicas CAD-CAM. Para el diseño de un sistema eficiente integrado que auxilie la manufactura, la tecnología por primitivas es probablemente la mejor técnica conocida. Las primitivas han permitido eslabonar el diseño y la manufactura bajo la técnica CAD/CAM [32]. Para contribuir a la sistematización de las primitivas de manufactura, en esta tesis se propone caracterizar a los planos de fabricación y, posteriormente, determinar las estructuras algebraicas asociadas para generar modelos del producto. Se presenta además, la importancia de estudiar las consecuencias y las implicaciones que se tienen al sistematizar el conocimiento derivado del concepto de primitiva. La importancia fundamental de este trabajo de tesis doctoral es la propuesta de una metodología para sistematizar los planos de fabricación que de soporte a la construcción de modelos del producto como los presentados en [56, 57]. La fundamentación aquí presentada consiste en dos partes: en la primera parte se procede como a continuación se indica: 1) clasificación de los planos: en esta parte se definen operaciones básicas de manufactura en un dominio geométrico (maquinados, soldaduras y ensambles, las cuales eliminan material o agregan material); 2) se demuestra que existe una álgebra de Boole asociada con dichas operaciones básicas de manufactura como se muestra en [64, 65]; 3) se identifica que las propiedades del álgebra anterior son las mismas que aquellas álgebras asociadas al CSG (Constructive Solid Geometry) [67]. La segunda parte de la fundamentación se describe a continuación: utilizando la definición de primitiva de [9], el área de trabajo de un sistema productivo y el dominio de manufactura usado en [56, 57], se obtienen, mediante una sistematización, relaciones funcionales entre el número de primitivas del dominio de manufactura y el número de operaciones principales de manufactura, siendo esta sistematización una de las aportaciones de este trabajo. Las ideas básicas han sido presentadas en [60, 63, 72] y una aportación del dominio de manufactura a la ingeniería inversa está en proceso de publicación en [85].

Con los resultados de las partes uno y dos, se sientan las bases para la generación de una metodología basada en caracterización del dominio de manufactura que sirve para

generación de modelos de los productos. Estos modelos son llamados Ecuaciones de Forma [56, 57,60, 73, 85], Ecuaciones de Volúmenes Modificados [56, 63] y Matriz de Primitivas [56, 57, 63]. La metodología propuesta ha sido aplicada en [61, 63] para generar los modelos del producto de un transformador industrial usado en la industria de las telecomunicaciones, determinado su ecuación de forma, la ecuaciones de volúmenes modificados y su matriz de primitivas. En [84], se usó la metodología en combinación con un método de la ingeniería inversa [77, 78, 79] para generar el modelo del producto de un pin de soldadura, obteniendo en este caso, el dominio de manufactura y su ecuación de forma asociada, identificando que ambas metodologías pueden ser utilizadas en conjunto. En esta tesis se presenta, adicionalmente, para el caso del transformador industrial antes descrito, una aplicación del dominio de manufactura y el método de la ingeniería inversa para obtener una ecuación de forma cuyo resultado en esta proceso de publicación en [85]. Finalmente, las futuras aplicaciones derivadas de este trabajo son, entre otras: 1) desarrollo de algoritmos geométricos para programar los modelos del producto (EF, EVM y MP), 2) usar estándares para intercambio de información entre diferentes software y 3) aplicaciones en la ingeniería inversa, relacionados a casos industriales.

**Palabras clave:** Modelos del producto, CAD/CAM, primitivas de manufactura.

## Abstract

The study of primitive and its applications in manufacturing, are essential for understanding the relationships between geometric and manufacturing domains. These domains are the fundament of CAD-CAM techniques. For the efficient integrated design that helps manufacturing, primitive technology is probably the best known technique. The primitives have allowed link up the design and manufacturing on the CAD/CAM technique [32]. To contribute to the systematization of manufacturing primitives, this thesis propose to characterize the manufacturing drawings and then determine the associated algebraic structures for generating product models. It also presents the importance of studying the consequences and implications that need to systematize the knowledge derived from the primitive concept. The fundamental importance of this doctoral thesis is the proposal of a methodology to systematize production drawings that supports building product models as presented in [56, 57]. The fundamentals presented here consists of two parts: the first part proceed as follows: 1) Classification of the drawings: This part defines basic operations in a domain geometric manufacturing (machining, welding and assembly, which remove material or added materials), 2) Is demonstrated that is a Boolean algebra associated with manufacturing such basic operations as shown in [64, 65], 3) Identifies that the properties of previous algebra are the same as those algebras associated with the CSG (Constructive Solid Geometry) [67]. The second part of the fundamentation is described below: primitive using the definition of [9], the work area of a production system and the manufacturing domain used in [56, 57], are obtained by a systematic, functional relations between the number of primitives manufacturing domain and the number of main manufacturing operations, this being one of the systematic contributions of this work. The basic ideas have been presented in [60, 63, 72] and a contribution from the manufacturing domain to reverse engineering is being published in [85].

With the results of parts one and two, provides the basis for the generation of a methodology based on manufacturing domain characterization used to generate products models. These models are called Form Equations [56, 57,60, 73, 85], Modified Volumes Equations [56, 63] and Primitives Array [56, 57, 63]. The proposed

methodology has been applied in [61, 63] to generate industrial transformer product models used in the telecommunications industry, given its equation form, the modified volume equations and primitive array. In [84], the methodology used in combination with a reverse engineering method [77, 78, 79] to generate the product model of a solder, obtaining in this case, the domain of manufacturing and its equation of associated form, identifying that both methods can be used together. In this thesis, additionally, in the case of industrial transformer described above, an application domain of manufacturing and reverse engineering method to obtain an equation of the form which resulted in the publication process [85]. Finally, future applications are derived from this work include: 1) Developing geometric algorithms for scheduling product models (EF, EVM and MP), 2) Use standards for information exchange between different softwares, and 3) Reverse engineering applications , related to industrial cases.

**Keywords:** Product Models, CAD / CAM, manufacturing primitives.



## Índice general

<b>Dedicatorias</b>	III
<b>Agradecimientos</b>	IV
<b>Resumen</b>	V
<b>Abstract</b>	VII
<b>Índice general</b>	IX
<b>Índice de figuras</b>	XIV
<b>Índice de tablas</b>	XV
<b>Introducción</b>	XVIII
I.1 Estado del arte	XIX
I.1.1 Primitivas	XX
I.1.2 Diseño por primitivas	XXII
I.1.3 Extracción y reconocimiento de primitivas	XXIV
I.1.4 Aplicaciones de las primitivas.	XXV
I.1.4.1 Aplicaciones en maquinado.	XXVI
I.1.4.2 Aplicaciones en moldeo.	XXVIII
I.1.4.3 Aplicaciones a la ingeniería inversa.	XXIX
I.1.4.4 Otras aplicaciones	XXX
I.2 El motivo de la investigación	XXXI
I.3 Objetivos.	XXXIII
I.4 Estructura del trabajo de tesis.	XXXIV
<b>Capítulo 1: Clasificación formal de planos de fabricación</b>	1
1.1 Definición del problema y restricciones	2
1.2 Sistematización de la clasificación de planos de fabricación.	4
1.2.1 Operaciones en planos de fabricación.	8
<b>Capítulo 2: Sistematización del álgebra de Boole en planos de fabricación</b>	12

2.1 Definición del problema	12
2.2 Relación de inclusión y operaciones en G	13
2.3 Desarrollo del álgebra de Boole	14
<b>Capítulo 3: Sistematización del álgebra de Boole en el conjunto de sólidos regularizados</b>	20
3.1 El conjunto de los sólidos regularizados	20
3.2 Encajabilidad y cambio de dominio	22
3.3 Sistematización del algebra de Boole	23
<b>Capítulo 4: Sistematización del dominio de manufactura en planos de fabricación</b>	27
4.1 Definición del problema, restricciones e hipótesis	28
4.1.1 Consideraciones acerca de la hipótesis del problema	30
4.2 Sistematización del dominio de manufactura	31
4.2.1 El procedimiento de la sistematización del problema: el dominio de referencia	32
4.2.2 Operaciones binarias: primera extensión de $P^M$	33
4.2.3 Segunda extensión de $P^M$	37
4.2.4 Tercera extensión de $P^M$	41
4.2.5 Cardinalidad de $P^{M''''}$ para $n > 1$	43
4.2.6 Algunas consideraciones sobre el proceso de sistematización	46
<b>Capítulo 5: Parametrización geométrica de las operaciones booleanas</b>	49
5.1 Caracterización geométrica de las operaciones	50
5.2 Unión homogénea	51
5.3 Unión homogénea en la frontera	53
5.4 Unión no homogénea	54
5.5 Diferencia clase 1	56
5.6. Diferencia clase 2	57
5.7 Diferencia clase 3	58
<b>Capítulo 6: Operaciones abstractas de manufactura</b>	60

6.1	Algunas consideraciones sobre las operaciones abstractas de manufactura	60
6.2	Propiedades de manufactura	62
6.3	Caracterización de operaciones abstractas de manufactura	62
6.4	Partición del conjunto de sólidos regularizados	64
6.5	Asociación de manufactura a las familias de sólidos regularizados	65
6.6	Algunas consideraciones sobre las operaciones reales de manufactura	67
6.7	Operaciones secundarias y caracterización de la familia $B_{PP}$	70
6.8	Reformulación de las operaciones de manufactura	73
	<b>Capítulo 7: Modelos de manufactura</b>	<b>75</b>
7.1	Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de forma	76
7.1.1	Algunas consideraciones sobre las operaciones de maquinado	79
7.1.2	Operaciones de arranque de viruta	82
7.1.3	Ecuaciones de Forma	83
7.1.3.1	Propiedades de las Ecuaciones de Forma	85
7.1.3.2	Consideraciones en manufactura	86
7.1.3.3	Consideraciones en el diseño de productos	87
7.1.4	Método para generar las ecuaciones de forma	88
7.2	Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de volúmenes modificadas	89
7.2.1	Algunas consideraciones sobre las primitivas	89
7.2.2.	Información funcional de manufactura	91
7.2.3	Parámetros de la primitiva de manufactura asociados con la materia prima	94
7.2.4	Información de manufactura de la primitiva de las operaciones	95
7.2.5.	Primitivas de manufactura de las subpartes	96
7.2.6	Primitiva de manufactura del producto finalizado	97
7.2.7	Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de volúmenes modificadas	97
7.2.7.1	Las ecuaciones de volúmenes modificadas.	99
7.3	Algunas consideraciones sobre las matrices de primitivas	101
7.3.1	Algunas consideraciones sobre la información de la matriz de	105

primitivas.	
7.3.2 Método para la generación de la matriz de primitivas.	110
<b>Capítulo 8: Modelos de manufactura de un caso de estudio</b>	<b>113</b>
8.1. Descripción del caso de estudio	113
8.2. Algunas consideraciones sobre los modelos del producto y la información	116
8.3 Las ecuaciones de forma del caso de estudio	117
8.3.1 El dominio de manufactura	117
8.3.2 Las ecuaciones de subparte y producto preparado	122
8.3.3 La ecuación de forma y representación geométrica	124
8.4 Las ecuaciones de volúmenes modificados	126
8.4.1 El dominio de manufactura en términos de volúmenes.	126
8.4.2 Desarrollo de las primitivas de manufactura operación por operación.	128
8.4.3 Desarrollo de la ecuación de volúmenes modificada	138
8.5 La matriz de primitivas	144
8.5.1 Elementos de la matriz de primitivas	144
8.5.2 Desarrollo de la matriz de primitivas	146
8.5.3 Desglose de la matriz de primitivas	149
<b>Capítulo 9: Aplicaciones del dominio de manufactura a la ingeniería inversa</b>	<b>150</b>
9.1. Algunas consideraciones sobre ingeniería inversa	150
9.1.1 Modelos y programas de la ingeniería inversa	153
9.1.2 La ingeniería inversa y el dominio de manufactura	155
9.2. Descripción del caso de estudio	157
9.3. Consideraciones y desarrollo del modelo del producto.	158
9.3.1 Aplicación del método de la ingeniería inversa al caso de estudio.	158
9.4. Otro caso de estudio.	171
<b>Conclusiones</b>	<b>175</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>178</b>
<b>Apéndice A: Matriz de primitivas</b>	<b>190</b>

A.1 Matriz de las materias primas	190
A.2 Matriz de los productos preparados	196
A.3 Matriz de los materiales agregados y extraídos	201
A.4 Matriz de los subproductos	206
<b>Apéndice B: Matriz de primitivas</b>	<b>211</b>

## Índice de figuras

Figura 1.1. Clases de planos de fabricación en el universo de manufactura	11
Figura 5.1 Estados iniciales.	51
Figura 5.2 Operación unión homogénea.	53
Figura 5.3 Operación unión homogénea en la frontera.	54
Figura 5.4 Operación unión no homogénea en la frontera.	55
Figura 5.5 Operación diferencia clase 1.	57
Figura 5.6 Operación diferencia clase 2.	58
Figura 5.7 Operación diferencia clase 3.	59
Figura 6.1 Operaciones booleanas.	61
Figura 6.2 Operaciones abstractas de manufactura.	69
Figura 6.3 Operación de unión preparación.	71
Figura 6.4 Diferencia de preparación y proceso de ensamble.	72
Figura 7.1 Proceso para generar los modelos del producto.	75
Figura 7.2 a) Maquinado perfecto, b) Maquinado por descomposiciones.	79
Figura 7.3 Estados de la operación diferencia por maquinado.	80
Figura 7.4 Diferentes formas de maquinado.	81
Figura 7.5. Formas geométricas de “cuerpos primitivos”.	91
Figura 7.6. Primitiva de la materia prima	94
Figura 7.7. Parámetros de la primitiva $P_B^M$ .	96
Figura 8.1. Distribución de planta	114
Figura 8.2 Componente de estudio	114
Figura 8.3 Materia prima base	116
Figura 8.4. Representación geométrica de la ecuación de forma	125
Figura 8.5. Representación gráfica de la ecuación de volúmenes	143
Figura 9.1. El proceso de ingeniería inversa (Borja, 1997)	152
Figura 9.2. Caso de estudio	157
Figura 9.3. Objeto de referencia A.	158
Figura 9.4. Objeto reproducido	170
Figura 9.5. Prueba de función del duplicado	170

## Índice de tablas

Tabla 5.1 Caracterización del conjunto $I_1$ .	51
Tabla 7.1 Características de las operaciones de arranque de viruta.	82
Tabla 7.2 Información de la geometría de las materias primas.	106
Tabla 7.3 Información dimensional y de manufactura de las materias primas.	106
Tabla 7.4 Información volumétrica de las materias primas.	106
Tabla 7.5 Información geométrica de los productos preparados.	106
Tabla 7.6 Información de primitivas de procedencia.	106
Tabla 7.7 Información volumétrica y de seguimiento.	107
Tabla 7.8 Información geométrica de las operaciones	108
Tabla 7.9. Información dimensional y de manufactura de las operaciones.	108
Tabla 7.10. Información volumétrica de las operaciones.	109
Tabla 7.11 Información geométrica de las subpartes.	109
Tabla 7.12 Información dimensional y de manufactura de las subpartes.	109
Tabla 7.13 Información volumétrica y de proceso de las subpartes.	109
Tabla 8.1 Operaciones principales de manufactura.	115
Tabla 8.2 Descripción de operaciones y sólidos de $B_{MAE}$	118
Tabla 8.3 El producto terminado	119
Tabla 8.4. Materia prima base	119
Tabla 8.5 Elementos de la familia $B_{PP}$	120
Tabla 8.6 Elementos de la familia $B_{SUB}$	121
Tabla 8.7 El dominio $B^M$ en términos geométricos.	122
Tabla 8.8. Operadores booleanos parametrizados	123
Tabla 8.9. Secuencia de operaciones admisible geoméricamente	124
Tabla 8.10 El dominio $(P^M)$ en términos geométricos.	127
Tabla 8.11 Elementos de la materia prima	128
Tabla 8.12 Primer producto preparado	129

Tabla 8.13. Primitiva de la operación	130
Tabla 8.14. Primitiva de la primera suboperación	130
Tabla 8.15. Primitivas de las materias primas de la segunda operación	131
Tabla 8.16 Primitiva del producto preparado	131
Tabla 8.17 Primitiva de la segunda operación	132
Tabla 8.18. Primitiva de la segunda subparte	132
Tabla 8.19 Primitivas de las materias primas para la tercera operación	133
Tabla 8.20 Primitiva del tercer producto preparado	133
Tabla 8.21. Primitiva de la tercera operación	134
Tabla 8.22. Primitiva del tercer subproducto	134
Tabla 8.23. Primitiva de las materias primas de la cuarta operación	135
Tabla 8.24. Primitiva del cuarto producto preparado	135
Tabla 8.25. Primitiva de la cuarta operación de manufactura	136
Tabla 8.26 Primitiva del cuarto subproducto	136
Tabla 8.27 Primitiva de las materias primas de la quinta operación	137
Tabla 8.28 Primitiva del quinto producto preparado	137
Tabla 8.29. Primitiva de la quinta operación de manufactura	138
Tabla 8.30 Primitiva del quinto subproducto	138
Tabla 8.31 Primitiva del quinto subproducto	139
Tabla 8.32. El dominio ( $V^M$ ) en términos geométricos	140
Tabla 8.33. Operadores de suma y resta.	141
Tabla 8.34. El dominio ( $G^M$ ) en términos geométricos.	145
Tabla 9.1. Operaciones de manufactura	164
Tabla 9.2. Secuencia de operaciones admisible geoméricamente	163
Tabla 9.3. Dominio de manufactura relacionado con el componente estudiado.	165
Tabla 9.4. Representación gráfica de la ecuación de forma.	169
Tabla 9.5. Operaciones de manufactura.	172
Tabla 9.6. Dominio de manufactura.	173
Tabla A.1 Información de la columna 1.	190
Tabla A.2 Información de la columna 2.	191
Tabla A.3 Información de la columna 3.	192
Tabla A4. Información de la columna 4.	193



Tabla A.5 Información de la columna 5.	194
Tabla A.6. Información de la columna 6.	195
Tabla A.7 Información de la columna 7.	196
Tabla A.8 Información de la columna 8.	197
Tabla A.9 Información de la columna 9.	198
Tabla A.10 Información de la columna 10.	199
Tabla A.11. Información de la columna 11.	200
Tabla A.12 Información de la columna 12.	201
Tabla A.13. Información de la columna 13.	202
Tabla A.14. Información de la columna 14.	203
Tabla A.15. Información de la columna 15.	204
Tabla A.16 Información de la columna 16.	205
Tabla A.17 Información de la columna 17.	206
Tabla A.18 Información de la columna 18.	207
Tabla A.19 Información de la columna 19.	208
Tabla A.20. Información de la columna 20.	209
Tabla A.21 Información de la columna 21.	210
Tabla B.1 Parametros de las primitivas de manufactura.	211

Las operaciones booleanas como la unión ( $\cup$ ), diferencia ( $-$ ) y la intersección  $\cap$  son usadas en combinación con modelos simples para crear modelos sólidos más complejos los cuales son representados en un árbol CSG (Constructive Solid Geometry) y que tiene diversas aplicaciones en el Diseño Asistido por Computadora (CAD) y la Manufactura Asistida por Computadora (CAM), en la realidad virtual y en la computación gráfica [1,2]. Las operaciones booleanas de sólidos han sido investigadas en la graficación por computadora por muchos años [3,4].

Por otro lado, el reconocimiento por primitivas es una actividad que se realiza para traducir el diseño en la manufactura [5]. Uno de los componentes del CIM (Computer Aided Manufacturing) es la interacción entre el CAD-CAM. El reconocimiento por primitivas es un ejemplo de interacción del CAD-CAM. El reconocimiento de primitivas implica la identificación y agrupación de entidades de características [6]. El propósito del reconocimiento por primitivas es obtener información (dimensiones, parámetros de maquinado, etc) de un dibujo técnico. Además, la tecnología de reconocimiento por primitivas (o características) ha sido desarrollada junto con el proceso de integración CAD/CAM/CAPP (Computer Aided Process Planning) [7]. La integración del CAD y el CAM a través de CAPP es una de las actividades cruciales del CIM para satisfacer las necesidades actuales de la industria manufacturera en términos de la automatización de sus actividades. La automatización del proceso de la planeación comienza con la aplicación del reconocimiento por primitivas, ya que dicha aplicación es una de las actividades principales y más importantes en el desarrollo de un sistema CAPP que conduce a la automatización de las actividades subsiguientes de planificación de la fabricación [8].

Las primitivas o modelos de características son usadas para múltiples aplicaciones por lo que es de suma importancia su estudio y análisis. En la siguiente sección se describirán algunos antecedentes relacionados con las primitivas y el CSG que incluyen

definiciones, clasificación y aplicaciones de las primitivas en diferentes áreas de la ingeniería, puesto que dichos temas son la base de la presente tesis doctoral.

## **I.1 Estado del arte**

Muchas de las aplicaciones del modelado de sólidos requieren de un alto nivel de información relacionada con un producto y sus procesos que auxilie a la generación de algoritmos geométricos, con el propósito de usarlos en el análisis del modelo del diseño o para elaborar un plan de manufactura. Esta información no está disponible en un modelo geométrico de sólidos. El concepto de “primitiva” (feature) o modelo de características fue formulado con el objetivo de representar información adicional a las características geométricas del modelo en sólidos. En términos generales una (primitiva) “feature” *es una representación computacional que combina información geométrica y no geométrica la cual tiene algún significado para el proceso del diseño y/o para otras aplicaciones* [9]. Por ejemplo, un conjunto de fases de un modelo en sólidos que corresponde al área de una superficie de un objeto, puede ser maquinado por una operación simple, incluyendo el volumen asociado y la dirección de acceso de la herramienta. Dicho conjunto es definido como “primitiva de maquinado”.

Las primitivas son consideradas como el eslabonamiento entre el CAD (Computer Aided Design) y el CAM (Computer Aided Manufacturing) [10]. Básicamente el estudio de las primitivas se ha direccionado en dos vertientes [11]:

- 1) Diseño por primitivas
- 2) Reconocimiento y extracción de primitivas

El diseño o representación por primitivas se refiere a la técnica de construcción de modelos virtuales del producto usando cuerpos primitivos. El CSG (Constructive Solid Geometry) y el DSG (Destructive Solid Geometry) son algunas técnicas utilizadas para el diseño por primitivas [11].

Por otro lado, el reconocimiento de primitivas está asociado con la creación de algoritmos capaces de reconocer y extraer la información geométrica de los sólidos,

particularmente la información topológica y la información de la frontera de un sólido (vértices, bordes y caras). El B-rep (Boundary representation), el ASV (Alternating Sum of Volume) y el Convex Hull son algunas técnicas de reconocimiento de primitivas [12,14,15].

### **I.1.1 Primitivas**

Existe una gran variedad de definiciones del concepto de primitiva (feature). A continuación se describen algunas definiciones:

- *“Una región de una parte con algún significado de manufactura constituye una primitiva” [15].*
- *Una primitiva puede ser definida como una característica de una parte que tiene un significado o mayor significado semántico a una aplicación particular [16].*
- *Una (primitiva) “feature” es una representación computacional que combina información geométrica y no geométrica la cual tiene algún significado para el proceso del diseño y/o para otras aplicaciones [9].*
- *El término primitiva se define como un conjunto de información relacionada con la descripción de un objeto [17].*
- *Una primitiva es el volumen a ser removido de un stock por algún proceso de maquinado convencional [18].*
- *La primitiva se refiere a una cierta forma de volumen, el cual debe ser removido de un bloque para producir una pieza diseñada [19].*

Las primitivas se clasifican de diversas formas. Por ejemplo en [20] se propone que son cuatro requerimientos que debe cumplir una primitiva:

- 1) Tiene que ser un constituyente físico de una parte (componente).
- 2) Debe ser transformable a una forma genérica.
- 3) Debe tener significado en la ingeniería.
- 4) Debe tener propiedades predecibles.

En [17] se presenta la siguiente clasificación de primitivas:

- Primitivas de forma: identifican la combinación de la geometría y las entidades topológicas con el propósito de usar la información durante varios estudios del ciclo de vida de productos.
- Primitivas de ensamble: asisten a la fácil localización de partes para ensamble.
- Primitivas de material: especifican la composición del material y la información de propiedades, especificaciones o los tratamientos aplicados a materiales y superficies.
- Primitivas de tolerancia: especifican tolerancias geométricas y acabados superficiales.
- Primitivas funcionales: especifican parámetros, variables de operación o restricciones de diseño (por ejemplo, la forma aerodinámica de un ala de avión).

En [21] las primitivas se categorizan en: 1) primitivas removibles, 2) primitivas de diseño y 3) primitivas de manufactura. Una primitiva removible es la forma del material a ser removido o eliminado para formar una parte diseñada. Una primitiva de diseño es considerada por el diseñador en términos de su geometría, especificaciones y detalles para cumplir con ciertos requisitos funcionales. Una primitiva de manufactura es una entidad que puede ser removida o eliminada por un movimiento de corte de una sola pasada de una herramienta de corte con la misma profundidad de corte y sin cambiar la velocidad de maquinado.

Por otro lado, de acuerdo con [22], la siguiente lista de las propiedades de la primitiva o *feature*, es una unión de la información que fue obtenida con el apoyo de varios modelistas que significan la gama de información que posiblemente están incluidos en un modelo de características:

- 1) Parámetros de dimensión (parámetros independientes).
- 2) Forma genérica (topología y/o geometría).
- 3) Parámetros restringidos y las relaciones de restricción.
- 4) Parámetros de ubicación.
- 5) Valores por default para los parámetros.
- 6) Ubicación/método de fijación.

- 7) Método de orientación.
- 8) Parámetros de orientación.
- 9) Las restricciones relativas a las dimensiones, ubicación y orientación de posibles primitivas vecinas.
- 10) Tolerancias.
- 11) Algoritmos de reconocimiento.
- 12) Restricciones de procedimiento para los modelos geométricos.
- 13) Cálculo de parámetros sobre la base de otras primitivas.
- 14) Las reglas de herencia o procedimientos.
- 15) Validación de las reglas o procedimientos.
- 16) Atributos no geométricos (número de parte, función, etc).

### **I.1.2 Diseño por primitivas**

Como ya se ha mencionado anteriormente, el estudio y las aplicaciones de las primitivas se han direccionado hacia el diseño por primitivas y reconocimiento y extracción de primitivas. Para el caso del diseño por primitivas se tiene lo siguiente:

El diseño por primitivas o también llamado diseño basado en primitivas, utiliza bibliotecas de “cuerpos primitivos” en dos y tres dimensiones para diseñar o generar el modelo de un producto [11]. El uso de las primitivas proporciona una interface natural entre el diseño y el modelado de sólidos. Por ejemplo, en el diseño mecánico, un diseñador puede trabajar directamente con una “caja”. Dicha caja tiene asociada un bajo nivel de primitivas (vértices y bordes que forman la caja).

- 1) El método más usado en el diseño por primitivas es el CSG (Constructive Solid Geometry) [23, 24]. La técnica del CSG consiste en construir un objeto o modelo a través de cuerpos primitivos y operaciones booleanas (unión, intersección, y diferencia). Un sólido es creado a partir de la “unión” de dos “cuerpos primitivos”. Dicho sólido representa a su vez otro “cuerpo primitivo” que sirve como la base a través de operaciones booleanas y otros cuerpos primitivos, para generar un sólido más complejo. El CSG ha sido utilizado para diversas aplicaciones. Por ejemplo se usa una adaptación del CSG introduciendo parámetros. Este tipo de técnica es utilizada por los softwares Pro/engineer y Autodesk Mechanical Desktop. Otra aplicación de CSG es la de detectar colisiones de objetos en un ambiente de

manufactura virtual [25,26]. Aquí, el objeto incrementa su volumen “virtual” en relación con el volumen real para detectar posibles colisiones con otros objetos. El CSG es utilizado para seleccionar herramientas [27]. Algunas desventajas importantes del CSG son: 1) relativa ausencia de información de manufactura en el árbol que representa un modelo generado por CSG, 2) no unicidad del árbol del CSG [9,15].

- 2) Otra técnica usada para el diseño por primitivas es el DSG (Destructive Solid Geometry) [24]. El DSG resulta ser una variante del CSG. En dicha técnica, solamente la operación diferencia es utilizada. En la técnica DSG el diseñador inicia con un sólido que representa la materia prima; después localiza y posiciona primitivas en el sólido. Las primitivas son removidas usando la operación booleana diferencia. El sólido base (materia prima) puede ser una caja rectangular o la extrusión de una única forma. Las aplicaciones del DSG se centran en operaciones de maquinado. Las primitivas removidas son conocidas como “primitivas de maquinado” [27,28].

De acuerdo con [22,29], existen dos metodologías que se usan comúnmente que se basan en el diseño por primitivas:

- 1) Destrucción por primitivas de manufactura.
- 2) Síntesis de primitivas de diseño.

La primera metodología también se le conoce como Destrucción Geométrica Sólida (DSG) o deformación geométrica sólida. La destrucción por primitivas de manufactura comienza con un modelo de la materia prima que se maquina. El modelo de la pieza se crea restando de la materia prima las primitivas que le correspondan del material eliminado por operaciones de maquinado, por lo general de fresado y taladrado. La ventaja de este método es que las primitivas de maquinado están directamente disponibles en el modelo de la parte y no se requiere o no es necesario el reconocimiento de primitivas. La desventaja consiste en el hecho de que el diseñador debe tener un amplio conocimiento de la manufactura, lo que obliga al diseñador a pensar en términos de primitivas de manufactura. Por lo general, el diseñador está interesado, inicialmente, en la forma de la pieza y en los aspectos funcionales.

En la síntesis del diseño por primitivas el modelo puede ser construido por la unión y sustracción y no se requiere partir de un modelo de la materia prima. En los enfoques de diseño basados en primitivas, las partes se crean utilizando las funciones directamente, y el modelo geométrico se genera a partir del modelo basado en primitivas. Esto requiere que el sistema de diseño cuente con definiciones genéricas de las funciones disponibles en una Biblioteca de primitivas, lo que permite la creación de instancias de las primitivas que especifican las dimensiones, parámetros de localización, la función / cara / arista en la que se encuentra, y varios otros atributos, restricciones y relaciones.

### **I.1.3 Extracción y reconocimiento de primitivas**

De acuerdo con [10], la extracción de primitivas y su reconocimiento es el primer y más importante paso en la conversión de los datos de un dibujo en instrucciones de manufactura. La eliminación de los seres humanos de las tareas de reconocimiento de primitivas es esencial para el desarrollo de sistemas CAPP automáticos. Al mismo tiempo, la calidad y perfección de reconocedores de primitivas deciden la eficiencia con la cual operan un CAPP.

A continuación se presentan algunos métodos y técnicas que se usan para la extracción y el reconocimiento de primitivas:

- 1) La técnica B-rep o representación por frontera, es la técnica de modelado más dominante en los sistemas CAD y también se utiliza para la representación de superficies en las aplicaciones del CAM [30]. Un sólido en estudio se define analíticamente por la topología y la geometría de su superficie. Los elementos topológicos principales son las caras del sólido (porción limitada de una superficie), los bordes y los vértices (puntos espaciales). Algunas ventajas del B-rep en comparación con el CSG son las siguientes [32]:
  - 1) La estructura de datos del B-rep contiene información que puede ser evaluada.
  - 2) La información del B-rep asociada a la parte de un modelo es única.
  - 3) La información presentada en el modelo B-rep no depende de la secuencia de pasos que el diseñador utiliza para modelar el producto.



Uno de los inconvenientes del B-rep es la gran capacidad de memoria utilizada para representar un sólido. La mayor parte de los sistemas CAD utilizan una combinación de CSG/B-rep. Debido a la complejidad en la colección de métodos descriptivos para los diferentes tipos de sólidos, el diseñador tiene dificultades para utilizarlos en forma directa. Por este motivo, se requiere una interface propiamente la dada por el CSG y el B-rep.

2) Otro método de reconocimiento de primitivas es la técnica ASV [15]. La técnica ASV (Alternating Sum of Volume) representa un objeto por una serie de objetos convexos alternando el signo (+); para la adición de volúmenes y (-) para la substracción de volúmenes. El ASV se basa en el método “convex-hull”. En el trabajo desarrollado en [13] se presenta un algoritmo para descomponer un tetraedro basado en ASV. Una variante del ASV es ASVP (Alternating Sum of Volumes with Partitioning) la cual representa una descomposición de un volumen convexo usando *convex hull*, el conjunto diferencia y operaciones de corte [31].

#### **I.1.4 Aplicaciones de las primitivas.**

Para el diseño de un sistema eficiente integrado que auxilie la manufactura, la tecnología por primitivas es probablemente la mejor técnica conocida. Las primitivas han permitido eslabonar el diseño y la manufactura bajo la técnica CAD/CAM. Asimismo, numerosas aplicaciones de las primitivas se han direccionado hacia los sistemas CAPP [32]. Las primitivas tienen una gran variedad de aplicaciones, sobre todo en el diseño y la manufactura. Las aplicaciones se concentran en las dos vertientes: 2) diseño por primitivas y 2) reconocimiento y extracción de primitivas.

##### **I.1.4.1 Aplicaciones en maquinado.**

Las operaciones de maquinado han sido estudiadas usando primitivas [33,34]. Las “primitivas de maquinado” se usan para generar una técnica de descomposición de volúmenes mediante la cual se construye una interface entre modelos en 3 dimensiones (CAD) y un sistema automático que auxilia la planeación de procesos. Las tareas involucradas en la descomposición de volúmenes son: 1) extracción de volúmenes de

maquinado de una parte del modelo, 2) descomposición del volumen de maquinado dentro de una “primitiva de maquinado”, 3) determinación de los procedimientos requeridos para “corte externo (cutting out)” de la primitiva de maquinado. Para generar la técnica de descomposición se usan primitivas de depresión y pro-extrucción en piezas prismáticas.

En la investigación hecha en [33] se presenta la generación de un plan estratégico para desarrollar los componentes de un planeador maestro basado en conocimiento, integrado a un sistema automático de planeación de procesos. El planeador maestro integra cuatro módulos, el primero analiza las restricciones topológicas de la parte (en su frontera), el segundo módulo genera las entidades de manufactura, en este caso, primitivas de maquinado, el tercer módulo clasifica y agrupa entidades de manufactura similares, finalmente el cuarto módulo genera diversas alternativas de planes para manufactura del producto.

En la investigación desarrollada en [34] se genera un sistema integrado de manufactura que evalúa costos. Dicho sistema estima los costos del diseño y la manufactura de productos. Para ello se usan varias técnicas para descomponer el diseño: 1) remoción de conjuntos de volúmenes (RVS,s), 2) descomposición de RVS,s dentro de “descomposición de volúmenes removidos (DRV,s) y 3) generación de alternativas de proceso para remover cada DRV.

El sistema propuesto utiliza como entrada varias alternativas de procesos de manufactura en la forma de una gráfica AND/OR y un dato de costo unitario. Con estos datos el sistema evalúa el costo total de manufactura de la parte. El sistema realiza las siguientes funciones: 1) genera automáticamente varias alternativas de proceso, 2) especifica o representa las alternativas de procesos, 3) verifica la manufacturabilidad, 4) determina la factibilidad de la secuencia de procesos, 5) selecciona la máquina herramienta, 6) calcula el material removido, 7) evalúa el costo de maquinado, 8) selecciona la secuencia de proceso más económica, entre otras. El sistema analiza partes prismáticas y primitivas de maquinado.

En los trabajos desarrollados por [35] y [6] se presenta un software basado en modelos de información llamado “Agente para torneado”, que asiste o auxilia al diseño para

manufactura de piezas rotacionales. El software que incluye modelos de información y aplicaciones es conocido como sistema CAE (Computer Aided Engineering) basados en modelos de información. El “agente para torneado” es un sistema basado en reglas que asiste las actividades esenciales del diseño para manufactura, tales como: a) rediseñar componentes representados en Modelos del producto (MPs) para su fácil fabricación, b) verificar si el componente puede ser producido en una fábrica particular representada por un Modelo de manufactura (MMs), c) definir si la ruta de proceso para componentes es la adecuada (secuencia y descripción de operaciones de manufactura incluyendo recursos necesarios) seleccionando procesos y recursos de MMs , y especificando operaciones de manufactura dentro de los MPs de las partes.

El software está compuesto por cuatro módulos; el módulo 1 verifica que las características del componente representadas en MPs estén en posiciones correctas, y también revisa que las características del modelo cuenten con todas sus dimensiones relevantes. Finalmente, el agente tiene la capacidad de identificar una característica terminal en un lugar erróneo y sugerir su eliminación, reemplazamiento o cambio de sección. El módulo 2 evalúa componentes (rotacionales) considerando su facilidad para ser maquinados. Verifica que existan características que provean espacios de desahogo para maquinados y finalmente este módulo confirma que las ranuras se encuentren a distancias aceptables de las caras de los cilindros que integran la parte. El módulo 3 revisa la factibilidad de producir un componente en una fábrica particular. El módulo calcula: 1) la tolerancia y el acabado superficial más pequeño de la parte y sus dimensiones globales, 2) identifica los radios y ranuras de menores dimensiones, 3) revisa las máquinas herramientas de las fábricas representadas en los MMs, 4) verifica que las máquinas herramientas seleccionadas puedan maquinar la pieza, 5) corrobora que los cortadores disponibles para las máquinas herramientas satisfagan los requerimientos del radio y ranura más pequeño de la parte. El módulo 4 hace uso del concepto de componente intermedio para definir operaciones de manufactura siguiendo un proceso de evaluación inversa. El agente de torneado usa primitivas de manufactura para describir los componentes y sus operaciones.

En [37] se presentan dos nuevas caracterizaciones de primitivas: 2) Habilidad de Primitivas Geométricas Maquinables (Machining Enabled Geometrical Feature) y primitivas de maquinado. Este desarrollo es el resultado de la separación de los datos

geométricos y tecnológicos contenidos en una primitiva de manufactura. En [38], se propone una solución práctica la bi-direccionalidad de la integración de CAD y el CAPP bajo la plataforma de un sistema CAD comercial. La técnica desarrollada en [38] usa primitivas para el reconocimiento de características entre otras aplicaciones. En [39] se propone una integración de los sistemas CAD/CAPP bajo el estándar STEP para las planeación de procesos basada en primitivas. El sistema propuesto ayuda a los diseñadores y planificadores de los procesos para mejorar el diseño y la planificación en las etapas tempranas del ciclo de vida del producto.

#### **I.1.4.2 Aplicaciones en moldeo.**

Otras de las aplicaciones importantes de las primitivas (feature) se orientan hacia el diseño de moldes de inyección. En [40] se presenta una técnica para analizar la moldeabilidad geométrica de un prototipo virtual direccionada principalmente al reconocimiento y extracción de primitiva llamadas “*undercuts*” o de cortes internos. Este tipo de primitivas obstruye la remoción del producto moldeado en plástico a lo largo y en la dirección de la apertura del molde. El reconocimiento de primitivas *undercuts* inicializa introduciendo el modelo de una parte caracterizada por *B-rep*, posteriormente se calcula el *convex hull* de la parte y se determina la diferencia entre la parte y el *convex hull* generado. La diferencia se descompone en celdas convexas y se reconstruyen primitivas potenciales. Se genera varias alternativas de interpretación de primitivas y se determina la dirección de salida de los *undercuts* primitivas usando reglas heurísticas. El sistema de prototipo virtual para moldes de inyección consta de dos módulos, el primero usa la partes del modelo a analizar para reconocer *undercuts*, determina la dirección de salida, construye *cores* (corazones o núcleos) y cavidades, y propone el diseño de otro componente del molde. El segundo módulo, toma al prototipo de molde virtual y evalúa el ensamble virtual, y analiza la moldeabilidad geométrica, simula el movimiento y el flujo de la inyección. La técnica propuesta está orientada al análisis de *undercuts* externos.

En el trabajo desarrollado en [41] se presenta una técnica funcional de dos estados, una para colapsar “*undercuts* internos” llamados *grooves*, de tubería de PVC y otro para el diseño automático de prototipos. Para colapsar “*undercuts* internos” se diseñan mecanismo adaptados al cabezal de inyección, tomando en cuenta la información de los

segmentos a colapsar, tales como, funciones, forma internas del *undercut*, crear *undercuts*. También, son consideradas las propiedades: la forma inversa, conformidad, geometría y dimensiones, así como la solidificación y las restricciones de desplazamiento. El sistema propuesto se compone de tres módulos, diseño de ensamble del prototipo, diseño del prototipo de sub-ensamble 1 y diseño de sub-ensamble 2. Cada módulo contiene tres sub-módulos que integran la función, propiedades y estructura del prototipo. La extracción y organización del conocimiento del diseño se basa en cuatro formas, 1) conocimiento relacional, 2) conocimiento cuantitativo, 3) conocimiento de contexto y 4) conocimiento computacional.

En [42] se presenta una técnica novedosa de CAD basada en reconocimiento por primitivas para caracterizar partes generadas por inyección a placas de pared delgada y partes por fundición en la que se reconocen las características de moldeo a partir de una abstracción superficie media de la geometría de la pieza. En [43] se investigaron los efectos en tres diferentes polímeros y un factor geométrico sobre la calidad de una micro-primitiva. Los siguientes factores se consideran: temperatura del cilindro, temperatura del molde, la velocidad de inyección y la distancia entre micro-primitiva.

#### **I.1.4.3 Aplicaciones a la ingeniería inversa.**

Las primitivas de manufactura también tienen aplicaciones en la ingeniería inversa. Por ejemplo en [44] como parte de la necesidad de modelar materiales heterogéneos microscópicos para sistemas CAD, se presenta un nuevo método para realizar ingeniería inversa de materiales compuestos de manera que los modelos de la microestructura del material puedan ser construidos y utilizados como representaciones del CAD para soportar el modelado homogéneo de una parte. Estos modelos de materiales se capturan en primitivas microscópicas y permiten la integración con las relaciones estructura-propiedad. Se investiga en [44] las aplicaciones de los métodos de procesamiento de imágenes para la construcción de modelos de la microestructura de los materiales.

En [45] se propone un nuevo método para determinar el eje de simetría en los modelos de ingeniería inversa de piezas simétricas. El método se basa en un uso integrado de datos de nube de puntos obtenidos de los análisis en 3D de un modelo y de los datos obtenidos a partir de la máquina de medición de coordenadas. El resultado de la parte

modelada utilizando la nueva técnica se compara con el modelado usando técnicas convencionales con respecto a su cercanía del modelo real. Este método es más simple y ayuda a producir plano simétrico más preciso y por lo tanto con modelos CAD más exactos en la ingeniería inversa de partes simétricas. La metodología desarrolla en [45] integra un módulo de extracción de primitivas.

En [46], se discute que en los actuales enfoques y aplicaciones de la Ingeniería Inversa los resultados no son los suficientemente buenos porque los modelos geométricos construidos son generalmente no reutilizables y un enfoque geométrico no es suficiente para obtener un modelo de producto. Por lo tanto, la posibilidad de re-ingeniería o rediseño no existe. Por ejemplo, en un modelo de malla, un agujero no tiene ni diámetro ni eje. Por otro lado, el aplicar la restricción de un paralelismo o un filete entre dos caras es imposible. Para lograr mejores resultados en la Ingeniería Inversa [46] se propone una nueva vía de investigación que toma en cuenta el conocimiento sobre el ciclo de vida del producto original. La investigación es una fusión entre el enfoque clásico geométrico (segmentación, nube de puntos y extracción de datos usando primitivas) y un enfoque basado en el conocimiento.

#### **I.1.4.4 Otras aplicaciones**

Las primitivas son usadas en otras aplicaciones como en el cálculo de costos [47], en análisis estructural de materiales [48], en las técnicas para resolver problemas de elasticidad aplicando el elemento finito. En sistemas de inspección [49].

La técnica CSG es usada para proteger información de una parte o del modelo usando técnicas de encriptamiento y las diferentes formas de representar un objeto usando CSG [50]. El modelado de sólidos es usado en para improvisar un método relacionado con el desarrollo y construcción de modelos de estereolitografía [51]. El método se basa en la formulación y optimización de problemas multiobjetivo para modelar problemas como requerimientos de precisión, acabados superficiales y tiempos de construcción. Por otro lado, en [52] han generado un nuevo algoritmo equivalente al Constructive Solid Geometry para calcular volúmenes robustos mediante el método de Montecarlo. En [53] se usa algoritmo llamado *Inverse CSG* para la reconstrucción de una escena en el CSG que tiene aplicaciones en museos virtuales. En [54] se usa el CSG para el diseño de software de puentes con aplicaciones en Ingeniería Civil. En [55], se presenta el

desarrollo de un lenguaje de modelado, basado en el CSG, para la representación de la distribución de planta.

## **I.2 El motivo de la investigación**

Lo que motiva a la investigación en este trabajo de tesis doctoral se sintetiza de la manera siguiente:

*Las primitivas y el Constructive Solid Geometry (CSG) son técnicas que se siguen usando en muchas aplicaciones [1,53], principalmente en el CAPP [38], en graficación [1] y en la Ingeniería Inversa [44]. Han surgido variantes de estas técnicas como el ASV y el convex hull [31], entre otras, pero la línea de trabajo sigue siendo primitivas y CSG en sus dos principales vertientes, esto es [11]:*

- 1) Diseño por primitivas.*
- 2) Reconocimiento y extracción de primitivas*

*Para el caso del diseño por primitivas el CSG es la técnica básica de donde parten la mayoría de las propuestas de desarrollo de algoritmos. Los modelos del CGS carecen de información de manufactura. Se han usado combinaciones de CSG y B-Rep para generar modelos más robustos. La mayoría de los sistemas CAD usan CSG y B-Rep.*

*Una primera motivación para el desarrollo de la presente investigación es explorar una metodología para el modelado de productos alterna o diferente al CSG que permitan generar un modelo equivalente al árbol del CSG pero con indicadores de manufactura. En un trabajo desarrollado por [56, 57] se ha propuesto a la Ecuación de Forma como modelo alternativo al árbol CSG. Este modelo integra operadores booleanos de manufactura y sólidos regularizados para representar las transformaciones de materias primas en productos terminados. El modelo de la ecuación de forma ha sido aplicado en [58, 59, 60, 61] para representar modelos del producto y en la distribución de maquinaria en un sistema productivo [58]. El modelo de Ecuaciones de Forma desarrollado en estos trabajos no tiene una fundamentación teórica profunda que haga posible generar toda una metodología de aplicación de gran alcance. El desarrollo de la fundamentación es una de las aportaciones de este trabajo de tesis. Dicha fundamentación consiste en determinar una clasificación de*

*planos de fabricación que permita identificar una estructura algebraica sobre la cual se fundamentan las ecuaciones de forma.*

*La segunda motivación es indagar la existencia de una posible caracterización de las primitivas de manufactura en un plano de fabricación. En [56, 57 y 60] se propone una nueva clasificación de primitivas relacionadas con la fabricación de un producto. Sin embargo, la propuesta de clasificación no está sustentada en un desarrollo teórico. La demostración formal de la existencia de un dominio de manufactura en un plano de fabricación permitirá determinar las relaciones que las primitivas tienen con respecto al número de operaciones de manufactura. El sustento teórico desarrollado en esta tesis es otra de las aportaciones, y consiste en encontrar y demostrar la existencia de un conjunto de primitivas relacionadas con un producto terminado e identificar relaciones entre el número de operaciones de manufactura y la cardinalidad del dominio y sus familias.*

*Una tercera motivación es indagar la posible existencia de un álgebra de Boole sobre los elementos geométricos y de manufactura contenidos en un plano de fabricación. La existencia de tal álgebra podrá justificar el modelo de las ecuaciones de forma desde la referencia de un plano de fabricación y sobre un dominio de manufactura. En este sentido, la ecuación de forma no parte del CSG si no de otra referencia, esto es, de un dominio geométrico y de manufactura. La identificación de tal álgebra es otra aportación de esta tesis, la cual consiste en determinar el conjunto y las operaciones relacionadas con la estructura algebraica, así como sus propiedades fundamentales.*

*La cuarta motivación es poder generar una metodología donde las ecuaciones de forma sean extendidas a modelos del producto con menos nivel de abstracción con respecto a la información que representan. En [61, 62] son propuestas las Ecuaciones de Volúmenes Modificadas y la Matriz de Entidades de Manufactura como extensiones de las Ecuaciones de Forma. Estas propuestas no están fundamentadas en la caracterización formal de dominio de manufactura. La fundamentación de dominio de manufactura será otras de las aportaciones fundamentales de este trabajo de tesis. Dicha fundamentación consiste en extender las relaciones funcionales entre el dominio de manufactura y el número de operaciones de manufactura hacia la generación de relaciones entre dominios geométricos y de volúmenes que dan soporte a las Ecuaciones de Volúmenes Modificadas y a la Matriz de Primitivas.*



*Finalmente, una quinta motivación es identificar si el dominio de manufactura y los modelos del producto desarrollados en la presente tesis, puede usarse de forma integrada con la metodología de la ingeniería inversa [77] para analizar partes y componentes. Otra aportación de este trabajo es mostrar el uso de la metodología de los modelos del producto en aplicaciones de la ingeniería inversa.*

Las motivaciones descritas anteriormente conducen a las interrogantes siguientes:

- 1) ¿Es posible identificar la metodología mediante la cual se generan modelos del producto en los sistemas CSG?
- 2) ¿Para identificar dicha metodología será necesario desarrollar una teoría de primitiva?
- 3) ¿Qué papel juegan los planos de fabricación en el desarrollo de la metodología si se consideran como una primitiva o un conjunto de primitivas de manufactura?
- 4) ¿Si el Constructive Solid Geometry está soportado por el álgebra de Boole, será posible identificar las premisas para poder construir la teoría que de soporte a la metodología?
- 5) ¿Qué características tienen los modelos del producto generados por la metodología?
- 6) ¿Qué aplicaciones son posibles con dicha metodología?

### **1.3 Objetivos.**

El objetivo general relacionado con la presente tesis es:

*Desarrollar, justificar e identificar una metodología, basada en el análisis de primitivas, para generar modelos del producto.*

Los objetivos particulares se describen a continuación.

- 1) Desarrollar una clasificación sistemática de los planos de fabricación para determinar clases especiales operaciones de manufactura.
- 2) Demostrar la existencia de un álgebra de Boole en una clase especial de planos de fabricación.
- 3) Demostrar las propiedades del álgebra de Boole en el conjunto de sólidos regularizados para fundamentar los modelos del producto.
- 4) Determinar la existencia de un dominio de primitivas de manufactura en un plano de fabricación y las cardinalidades de dicho dominio y sus familias.
- 5) Aplicar la metodología propuesta para construir tres modelos del producto relacionados con un caso de estudio industrial.
- 6) Aplicar la metodología en un problema de la ingeniería inversa.

#### **I.4 Estructura del trabajo de tesis.**

El trabajo de investigación se divide en nueve capítulos los cuales se resumen a continuación. En el capítulo 1 se presenta una sistematización orientada a la clasificación de planos de fabricación [64, 65]. El objetivo es determinar una clase especial de planos de fabricación cuyas operaciones puedan ser idealizadas. En el capítulo 2 se identifica el álgebra de Boole sobre una clase especial de planos de fabricación [65]. En el capítulo 3 se presenta una sistematización del álgebra de Boole (conjunto de referencia, operaciones y propiedades) sobre el conjunto de sólidos regularizados [67]. En el capítulo 4 se determina y demuestra la existencia de un dominio de primitivas de manufactura relacionadas con un plano de fabricación el cual depende del número principales de operaciones de manufactura [72, 73]. En el capítulo 5 se parametrizan en términos geométricos las operaciones booleanas, identificadas en el capítulo 3, con el objetivo de utilizar dichas operaciones para construir modelos del producto. En el capítulo 6 se caracterizan las operaciones booleanas en términos de manufactura con el objetivo de construir modelos de manufactura [67]. El capítulo 7 describe el proceso para generar tres modelos del producto: la ecuación de forma, la ecuación de volúmenes modificados y la matriz de primitivas [68]. En el capítulo 8 se utiliza un caso de estudio industrial para desarrollar los modelos del producto [68]. En el capítulo 9 se presentan dos aplicaciones del dominio de manufactura a la ingeniería inversa: una relacionada con un caso industrial en donde se caracterizan operaciones de

maquinado [84] y otra asociada con el transformador usando para la industria de las telecomunicaciones [85]. Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo y un apéndice el cual describe la totalidad de una matriz de primitivas.

# Clasificación formal de planos de fabricación

**Introducción.** En este capítulo se presentan un conjunto de definiciones y teoremas a partir de los cuales se enmarca una clasificación sistemática de los planos de fabricación según las ideas presentadas en [64]. El objetivo es determinar, en el universo de manufactura (universo de los planos de fabricación de componentes), una clase especial de planos de fabricación en donde sea posible caracterizar operaciones básicas de manufactura (operaciones de agregación o eliminación de materiales). Con tales operaciones, se sistematizará en el capítulo 2, un álgebra de Boole [65].

La nomenclatura siguiente será usada en este capítulo:

$R_j$ : Restricción o hipótesis.

$\Omega^M$  = Universo de manufactura

$\overset{PT}{\Leftrightarrow}$  = Relación de equivalencia sobre el producto terminado

$PF^E$ : clases de planos de fabricación equivalente

PF=Planos de Fabricación

PT=Producto Terminado

$G_{MP}^{\cup}$  = la geometría de la unión de todas las materias primas

$\overset{MP}{\Leftrightarrow}$  = Equivalencia sobre las materias primas.

$\overset{NM}{\Leftrightarrow}$  = Equivalencia sobre la naturaleza de manufactura

$\overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow}$  = Equivalencia sobre la el número de operaciones unitarias.

$O_{+,x}^{SU}$   
 $\Leftrightarrow$  = Equivalencia sobre las suboperaciones que agregan o eliminan material.

$O_+^{SU}$   
 $PF$  = Planos de fabricación que integran operaciones de anexión de materiales.

## 1.1 Definición del problema y restricciones

Antes de definir el problema, considérense las definiciones siguientes:

- El universo de manufactura ( $\Omega^M$ ) es el conjunto que integra toda la información necesaria y suficiente para planear y fabricar toda clase de productos y componentes.
- Los planos de fabricación  $PF$  son un subconjunto de  $\Omega^M$  que contienen información necesaria y suficiente para manufacturar partes y componentes.
- Los planos de fabricación integran operaciones de manufactura. Una subclase de dichos planos contienen operaciones básicas: aquellas que agregan materiales y aquellas que eliminan materiales.
- La clasificación de planos de fabricación consiste en definir clases especiales equivalentes de los mismos que permitan delimitar propiedades y características para aplicaciones específicas.

Considere el problema siguiente:

*“Se requiere clasificar los planos de fabricación de componentes con el propósito de sistematizar la información geométrica y de manufactura”.*

Las restricciones son las siguientes:

- 1) *Restricción  $R_1$ : Los planos de fabricación contienen información geométrica y de manufactura la cual es finita, completa y está bien definida.*
- 2) *Restricción  $R_2$ : Las operaciones de manufactura relacionadas con los planos se caracterizan de la manera siguiente:*

- 2.1) *Eliminan materiales o porciones de la (s) materia(s) prima (s).*
- 2.2) *Agregan o anexan materiales o porciones de él a la (s) materia(s) prima (s).*
- 3) *Restricción  $R_3$ : No se precisa la información geométrica y de manufactura en forma explícita si no más en forma genérica.*
- 4) *Restricción  $R_4$ : Los planos de fabricación considerados integran de manera explícita o implícita las materias primas con las cuales se procesan los componentes.*

El problema formulado anteriormente se puede sintetizar de la manera siguiente:

*“Conocido un conjunto de planos de fabricación, determine una clasificación formal de dichos planos que permita sistematizar la información geométrica y manufactura de componentes”.*

tal que se cumplan las restricciones  $R_j$ ,  $j=1,2,3,4$ .

Considérese la siguiente hipótesis:

*Es posible clasificar los planos de fabricación y sistematizar la información geométrica y de manufactura contenida en ellos y también existe su solución. Además, la solución depende de:*

*“las relaciones de equivalencia geométrica y de manufactura entre planos de fabricación dado un producto terminado específico”.*

*La premisa básica es la siguiente:*

*Axioma 1.1. Existe un universo de manufactura ( $\Omega^M$ ) formado por todos los planos de fabricación y sus clases de equivalencia. Cada plano de fabricación contiene información geométrica y de manufactura de componentes. Existen dos clases únicas genéricas de información en el universo de manufactura. Dicha clases son:*

- 1) *Geometrías (o sólidos) de componentes.*
- 2) *Operaciones de manufactura.*

## 1.2 Sistematización de la clasificación de planos de fabricación.

En esta sección se presenta una clasificación sistemática, derivada del axioma 1.1, relacionada con la información geométrica y de manufactura contenida en planos de fabricación asociados con productos terminados.

**Definición 1.1.** Sea  $\Omega^M$  el universo de manufactura descrito en el axioma 1.1. El subconjunto  $PF \subseteq \Omega^M$  es un plano de fabricación el cual representa uno y solo un producto terminado.

Es importante señalar que, si  $PF$  es un plano de fabricación relacionado con un producto terminado  $PT$ , entonces  $PF \in PF^E$ ; es decir, dicho plano forma parte de la clase de equivalencia  $PF^E$  que integra todos los  $PF$  que satisfagan la siguiente relación:

**Definición 1.2.** Sean  $PF_1$  y  $PF_2$  dos planos de fabricación asociados con un producto terminado  $PT$ . Se dirá que  $PF_1$  y  $PF_2$  son elementos de la clase  $PF^E$  si y solo si:

$$PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Aquí, el símbolo “ $\overset{PT}{\Leftrightarrow}$ ” significa “equivalencia sobre el producto terminado”.

Nótese que bajo la relación  $\overset{PT}{\Leftrightarrow}$  cualesquier  $PF \in PF^E$  debe integrar la información geométrica, de manufactura y de proceso necesaria para generar el producto terminado. Por otro lado, puesto que cada  $PF \in PF^E$  genera un  $PT$ , entonces cada  $PT$  generado forma parte de la clase de equivalencia  $PT^E$ ; es decir,

$$1) PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{PT}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_n \in PF^E.$$

$$2) PT_1 \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_2 \overset{PF}{\Leftrightarrow} \dots PT_i \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_{i+1} \dots \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_n \in PT^E.$$

Aquí, “ $\overset{PF}{\Leftrightarrow}$ ” significa “equivalencia sobre el plano de fabricación. Nótese que la relación “ $\overset{PF}{\Leftrightarrow}$ ” debe ser uno a uno; es decir,  $PF_1 \rightarrow PT_1$ ,  $PF_2 \rightarrow PT_2, \dots, PF_i \rightarrow PT_i, \dots, PF_{i+1} \rightarrow PT_{i+1}, \dots$

**Definición 1.3.** Existe en  $\Omega^M$  un subconjunto  $PF^E$  tal que:

$$PF^E = \{ PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{PT}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_n \}$$

**Definición 1.4.** El universo de manufactura  $\Omega^M$  está formado por subconjuntos  $PF^E$ .

**Teorema 1.1** Sean  $PT_1$  y  $PT_2$  dos productos terminados representados por sus clases  $PF^E_1$  y  $PF^E_2$ . Si  $PT_1 \neq PT_2$ , entonces  $PF^E_1 \neq PF^E_2$ .

Demostración. En efecto, sean  $PF_1$  y  $PF_2$  dos planos de fabricación relacionados con  $PT_1$  y  $PT_2$ , respectivamente. Si  $PT_1 \neq PT_2 \Rightarrow PF_1 \neq PF_2$  y, puesto que  $PF_1 \in PF^E_1$  y  $PF_2 \in PF^E_2$ , entonces  $PF^E_1 \neq PF^E_2$ .



**Corolario 1.1** El universo de manufactura  $\Omega^M$  está particionado en subconjuntos  $PF^E$ . Dicha partición está bien definida, esto es:

- 1)  $\Omega^M = PF^E_1 \cup PF^E_2 \cup \dots PF^E_i \cup PF^E_{i+1}, \dots, PF^E_{n-1} \cup PF^E_n$ .
- 2)  $PF^E_1 \cap PF^E_2 \cap \dots PF^E_i \cap PF^E_{i+1}, \dots, PF^E_{n-1} \cap PF^E_n = \phi$

Demostración. En efecto, basta con observar la definición 1.4 y el teorema 1.1



**Definición 1.5.** Cada partición  $PF^E_n$  de  $\Omega^M$  tiene asociada una clasificación genérica en el sentido de la información geométrica y de manufactura; esto es,

- 1) Clase G: geometrías de componentes.



2) Clase O: operaciones de manufactura.

**Teorema 1.2.** La clasificación G y O es invariable para cualesquier  $PF_n^E$  de  $\Omega^M$ .

Demostración. En efecto, la demostración de este teorema es consecuencia directa del axioma 1.1.



**Definición 1.6.** Cada  $PF \in PF^E$  contiene información implícita tanto geométrica como de manufactura de la(s) materia (s) prima(s) relacionada con un PT dado por PF.

**Definición 1.7.** Sea  $G_{MP}^\cup$  la geometría asociada con la unión de todas las materias primas relacionadas con un PT. Cualesquier selección de la geometría de MP o  $G_{MP}^\cup$  se dice funcional en términos geométricos si y solo si:

$$G_{PT} \subseteq G_{MP}^\cup$$

Aquí,  $G_{PT}$  es la geometría relacionada con el producto terminado PT.

**Teorema 1.3.** La relación,

$$G_{PT} \subseteq G_{MP}^\cup$$

se satisface en cualesquier  $PF \in PF_n^E$  de  $\Omega^M$  si y solo si la selección  $G_{MP}^\cup$  de PF es funcional.

Demostración. En efecto, basta con aplicar las definiciones 1.4, 1.5, 1.6, así como el teorema 1.1.



**Definición 1.7.** La clase G contiene por lo menos a  $G_{PT}$  y  $G_{MP}^\cup$ . Aquí,  $G_{PT}$  es la geometría del producto terminado.

**Definición 1.8.** Sean  $PF_1 \in PF^E$  y  $PF_2 \in PF^E$ . Se dirá que  $PF_1$  y  $PF_2$  satisfacen una “relación de equivalencia sobre las materias primas” si y solo si:

$$PF_1 \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_2 \Leftrightarrow MP_1 \Leftrightarrow MP_2$$

Aquí, “ $\overset{MP}{\Leftrightarrow}$ ” es una relación asociada con las materias primas,  $MP_1$  y  $MP_2$  son las materias primas seleccionadas de  $PF_1$  y  $PF_2$ , respectivamente.

**Definición 1.9.** Existe en  $PF^E$  un subconjunto  $PF^{MP}$  tal que:

$$PF^{MP} = \{ PF_1 \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{MP}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_n \}$$

**Definición 1.10.** Dos planos de fabricación  $PF_1 \in PF^{MP}$  y  $PF_2 \in PF^{MP}$  se dicen equivalentes sobre la naturaleza de manufactura (NM) si y solo si:

$$PF_1 \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Es importante mencionar que la naturaleza de manufactura representada por NM indica que las geometrías y operaciones de manufactura impresas en un plano de fabricación  $PF_1 \in PF^{MP}$  tienen características de manufactura determinadas, es decir, si “ $o_1$ ” es una operación de maquinado realizada por una fresadora, entonces dicha operación tiene una naturaleza de manufactura fija y determinada. Por otro lado, si “ $o_1$ ” es una operación de un  $PF_1 \in PF^{MP}$  y  $o_1'$  es una operación de un  $PF_2 \in PF^{MP}$  tales que  $o_1 \Leftrightarrow o_1'$ , entonces  $NM(o_1) \Leftrightarrow NM(o_1')$ ; es decir, dichas operaciones deben tener la misma naturaleza de manufactura.

**Definición 1.11.** Existe en  $PF^{MP}$  un subconjunto  $PF^{NM}$  tal que:

$$PF^{NM} = \{ PF_1 \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{NM}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_n \}$$

### 1.2.1 Operaciones en planos de fabricación.

En esta sección se caracterizan las operaciones de manufactura básicas relacionadas con planos de fabricación.

**Definición 1.12.** La clase O de operaciones de manufactura está formada por subclases  $O^U$  de operaciones unitarias interpretadas de un PF asociado con un producto terminado y, dichas subclases, están divididas a su vez, por suboperaciones  $O^{SU}$ .

Nótese que la subclase  $O^U$  contiene operaciones unitarias interpretadas directamente de los planos de fabricación, en tanto las operaciones  $O^{SU}$  se consideran operativas (Por ejemplo, operaciones de desbaste burdo en un torno).

**Definición 1.13.** Dos planos de fabricación  $PF_1 \in PF^{NM}$  y  $PF_2 \in PF^{NM}$  se dicen equivalentes en el número de operaciones unitarias ( $n(O^U)$ ) si y solo si:

$$PF_1 \stackrel{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Es importante aclarar que el hecho de que tanto  $PF_1$  como  $PF_2$  sean elementos de  $PF^{NM}$  implica que las operaciones de manufactura de ambos planos sean equivalentes tanto en su naturaleza como en su número.

**Definición 1.14.** Existe en  $PF^{NM}$  un subconjunto  $PF^{n(O^U)}$  tal que:

$$PF^{n(O^U)} = \{PF_1 \stackrel{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_2 \stackrel{n(O^U)}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \stackrel{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \stackrel{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

**Definición 1.15.** Dos planos de fabricación  $PF_1 \in PF^{n(O^U)}$  y  $PF_2 \in PF^{n(O^U)}$  se dicen equivalentes en el número de operaciones unitarias ( $n(O^{SU})$ ) si y solo si:

$$PF_1 \stackrel{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Nótese que si  $n(O^U) = 1$ , entonces  $n(O^{SU}) = 1$ , pues si existe  $O^U$ , entonces existe  $O^{SU}$ ; es decir, su clase unitaria.

**Definición 1.16** Existe en  $PF^{n(O^U)}$  un subconjunto  $PF^{n(O^{SU})}$  tal que:

$$PF^{n(O^{SU})} = \{PF_1 \Leftrightarrow PF_2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow PF_i \Leftrightarrow PF_{i+1} \dots \Leftrightarrow PF_n\}$$

Por otro lado, es importante señalar que cualesquier subclase  $O^U$  tiene asociada un conjunto único de suboperaciones  $O^{SU}$  y, además, toda transformación geométrica de  $G_{PT}$  y  $G_{MP}^U$  es producto de una operación  $O^{SU}$ .

**Definición 1.17.** Sea  $O^U$  el conjunto de operaciones unitarias interpretadas de  $PF^{n(O^U)}$ . Entonces existen  $O^U$  dos subclases de operaciones  $O_x^U$  y  $O_+^U$  definidas de la manera siguiente:

- 1)  $O_x^U$ : operaciones unitarias que eliminan o extraen materiales o porciones de materiales de las materias primas.
- 2)  $O_+^U$ : operaciones unitarias que anexan o agregan materiales o porciones de material a las materias primas.

Note que:

$$O_x^U = \{O_x^{SU}\} \text{ y } O_+^U = \{O_+^{SU}\}$$

Es decir, las clases unitarias de  $O_x^U$  y  $O_+^U$  son las suboperaciones  $O_x^{SU}$  y  $O_+^{SU}$ , respectivamente.

**Definición 1.18.** Dos planos de fabricación  $PF_1 \in PF^{n(O^U)}$  y  $PF_2 \in PF^{n(O^U)}$  se dicen equivalentes sobre el sistema  $O_{+,x}^{SU}$  si y solo si:

$$PF_1 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_2$$

**Definición 1.19.** Existe en  $PF^{n(O^{SU})}$  la clase:

$$PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} = \{PF_1 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_2 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

**Definición 1.20.** En  $PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}}$  existen dos subclases:

$$1) PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} = \{PF_1 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_2 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

$$2) PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} = \{PF_1 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_2 \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} \dots PF_i \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \dots \stackrel{O_{+,x}^{SU}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Observe que las clases  $PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}}$  y  $PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}}$  son tales que:

$$PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} \cap PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} = \phi.$$

Por otro lado,

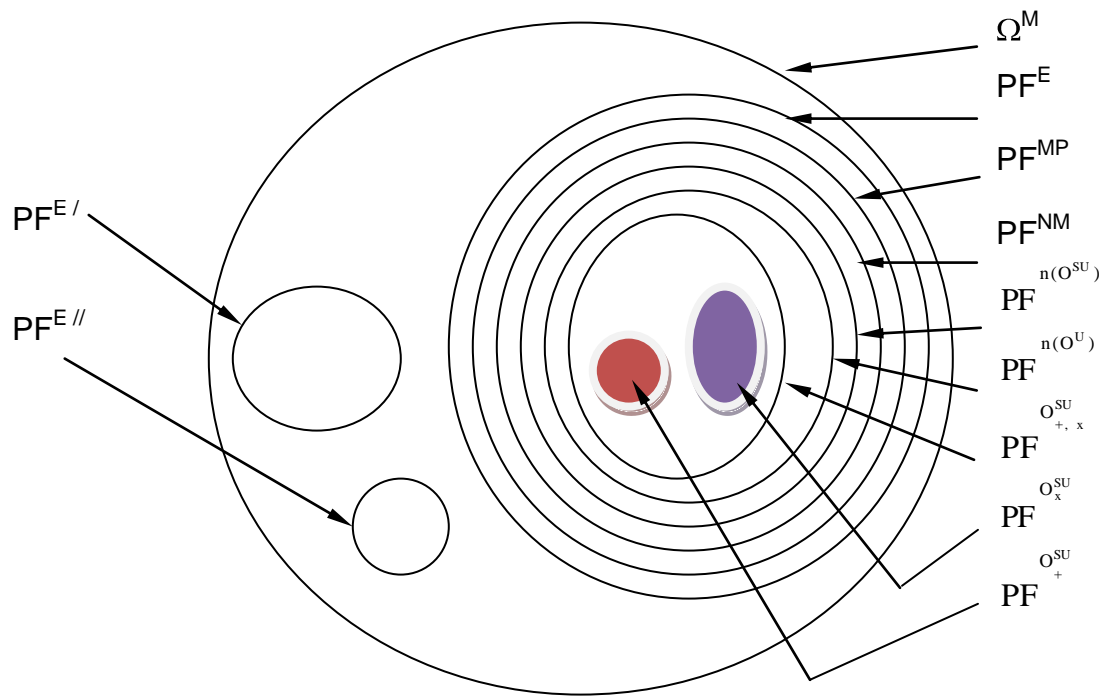
1)  $PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}}$  : contiene los PF que integran operaciones de aneji3n de materiales y,

2)  $PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}}$  : contiene los PF que integran operaciones de extracci3n de materiales.

Para finalizar este cap3tulo considere las contenciones siguientes:

$$PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} \cup PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} \subseteq PF_{+,x}^{O_{+,x}^{SU}} \subseteq PF^{n(O^{SU})} \subseteq PF^{n(O^U)} \quad PF^{NM} \subseteq PF^{MP} \subseteq PF^E \subseteq \Omega^M$$

La figura 1.1 muestra una representaci3n gr3fica de la clasificaci3n de los planos de fabricaci3n.



**Figura 1.1. Clases de planos de fabricación en el universo de manufactura**

# Sistematización del álgebra de Boole en planos de fabricación

**Introducción.** En este capítulo se definirán sobre el conjunto  $G \subseteq PF_{+,x}^{SU}$  descrito en el Capítulo 1, dos operaciones binarias; una aditiva  $o_+^{SU} : G \times G \rightarrow G$  llamada “de agregación de materiales” y otra multiplicativa  $o_x^{SU} : G \times G \rightarrow G$  denominada “de eliminación de materiales”, mediante las cuales, se demostrará que las parejas  $(G, o_+^{SU})$  y  $(G, o_x^{SU})$  forman dos semigrupos conmutativos. Además, se mostrará que las operaciones  $o_+^{SU} : G \times G \rightarrow G$  y  $o_x^{SU} : G \times G \rightarrow G$  satisfacen algunas propiedades distributivas. Por otro lado, al definir el conjugado de  $G_1 \in G$ ,  $\overline{G_1} \in G$  se demostrarán las leyes de Morgan. Por tanto, se demostrará que la estructura  $(G, o_+^{SU}, o_x^{SU})$  llamada “de manufactura” es un álgebra de Boole [64, 65].

## 2.1 Definición del problema

Se presenta en esta parte, el problema en estudio con las restricciones asociadas. Esto es:

“Conocido  $G \subseteq PF_{+,x}^{SU}$ ,  $o_+^{SU} : G \times G \rightarrow G$  y  $o_x^{SU} : G \times G \rightarrow G$ , demostrar que la estructura  $(G, o_+^{SU}, o_x^{SU})$  es un álgebra de Boole” tal que las restricciones  $R_j$ ,  $i=1,2,3,4$  descritas en el capítulo 1 se satisfagan.

## 2.2 Relación de inclusión y operaciones en G

En esta sección se introducen las definiciones básicas, se presenta el álgebra de Boole y se estudian las propiedades básicas de esta.

**Definición 2.1.** La relación “ $\subseteq$ ” es llamada “inclusión geométrica” y satisface un orden parcial; esto es:

- 1)  $G_1 \subseteq G_1 ; \forall G_1 \in G$  Reflexividad. (2.1)
- 2) Si  $G_1 \subseteq G_2$  y  $G_2 \subseteq G_1 \Rightarrow G_1 = G_2 ; \forall G_1, G_2 \in G$  Antisimetría.
- 3) Si  $G_1 \subseteq G_2$  y  $G_2 \subseteq G_3$ , entonces  $G_1 \subseteq G_3 ; \forall G_1, G_2, G_3 \in G$  Transitividad.

**Definición 2.2.** Las operaciones  $o_+^{SU} : G \times G \rightarrow G$  y  $o_x^{SU} : G \times G \rightarrow G$  se definen de la manera siguiente:

- 1)  $G_1 o_+^{SU} G_2 = \{p \in G_1 o_+^{SU} G_2 \mid p \in G_1 \vee p \in G_2\}$  (2.2)
- 2)  $G_1 o_x^{SU} G_2 = \{p \in G_1 o_x^{SU} G_2 \mid p \in G_1 \wedge p \in G_2\}$

Cabe señalar que las operaciones definidas anteriormente son cerradas; es decir:

- i)  $G_1 o_+^{SU} G_2 = G_3 ; \forall G_1, G_2, G_3 \in G$
- ii)  $G_1 o_x^{SU} G_2 = G_3 ; \forall G_1, G_2, G_3 \in G$

Para eliminar argumentos o excesos de símbolos se admitirán las equivalencias siguientes:

- a)  $o_+^{SU} \Leftrightarrow o_+$
- b)  $o_x^{SU} \Leftrightarrow o_x$



Por otro lado, el elemento  $G_\emptyset$  se llamará la geometría nula o vacía y tiene la propiedad:

$$G_\emptyset \subseteq G_1 \in G ; \forall G_1$$

Finalmente,  $G^\Omega$  es la geometría universal y,

$$G_1 \subseteq G^\Omega ; \forall G_1$$

### 2.3 Desarrollo del álgebra de Boole

En esta sección se demuestran los teoremas que dan origen al algebra de Boole. Considere el siguiente teorema:

**Teorema 5.1.** La pareja  $(G, o_+)$  es un semigrupo conmutativo.

Demostración. En efecto, para que la pareja  $(G, o_+)$  sea un semigrupo conmutativo se deben satisfacer las propiedades siguientes:

- 1)  $G_1 o_+ G_2 = G_2 o_+ G_1$  (2.3)
- 2)  $(G_1 o_+ G_2) o_+ G_3 = G_1 o_+ (G_2 o_+ G_3)$
- 3)  $G_1 o_+ G_\emptyset = G_1$

En efecto,

$$p \in G_1 o_+ G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_2 \vee p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 o_+ G_1$$

También,

$$p \in G_2 o_+ G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 \vee p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 o_+ G_2$$

Por tanto, la expresión (2.3.1) se satisface.

Por otro lado,

$$\begin{aligned} p \in (G_1 \circ_+ G_2) \circ_+ G_3 &\Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_+ G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \circ_+ (G_2 \circ_+ G_3) \end{aligned}$$

También,

$$\begin{aligned} p \in G_1 \circ_+ (G_2 \circ_+ G_3) &\Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_+ G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_+ G_2) \circ_+ G_3 \end{aligned}$$

Por tanto, la expresión (2.3.2) se satisface.

Finalmente,

$p \in G_1 \circ_+ G_\emptyset \Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in G_\emptyset \Leftrightarrow p \in G_1$ , pues  $p \in G_\emptyset$  es un absurdo. Por tanto, la expresión (2.3.3) es satisfecha.



**Teorema 2.2.** La pareja  $(G, \circ_x)$  es un semigrupo conmutativo.

Demostración. En efecto, para que la pareja  $(G, \circ_x)$  al igual que en teorema anterior, sea un semigrupo conmutativo, se deben satisfacer las propiedades siguientes:

- 1)  $G_1 \circ_x G_2 = G_2 \circ_x G_1$  (2.4)
- 2)  $(G_1 \circ_x G_2) \circ_x G_3 = G_1 \circ_x (G_2 \circ_x G_3)$
- 3)  $G_1 \circ_x G^\Omega = G_1$

En efecto,

$$p \in G_1 \circ_x G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 \wedge p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_2 \wedge p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 \circ_x G_1$$

También,

$$p \in G_2 \circ_x G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 \wedge p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_1 \wedge p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 \circ_x G_2$$

Por tanto, la expresión (2.4.1) se satisface.

Por otro lado,

$$\begin{aligned} p \in (G_1 \circ_x G_2) \circ_x G_3 &\Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_x G_2) \wedge p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \wedge p \in G_3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge (p \in G_2 \wedge p \in G_3)) \Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge (p \in G_2 \circ_x G_3)) \Leftrightarrow p \in G_1 \circ_x (G_2 \circ_x G_3) \end{aligned}$$

También,

$$\begin{aligned} p \in G_1 \circ_x (G_2 \circ_x G_3) &\Leftrightarrow p \in G_1 \wedge (p \in G_2 \circ_x G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \wedge (p \in G_2 \wedge p \in G_3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \wedge p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_x G_2) \wedge p \in G_3 \Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_x G_2) \circ_x G_3 \end{aligned}$$

Por tanto, la expresión (2.4.2) se satisface. Finalmente,

$$p \in G_1 \circ_x G^\Omega \Leftrightarrow p \in G_1 \wedge p \in G^\Omega \Leftrightarrow p \in G_1 \text{ y la expresión (2.4.3) es satisfecha.}$$



**Teorema 2.3.** Las siguientes propiedades distributivas se satisfacen:

- 1)  $G_1 \circ_+ (G_2 \circ_x G_3) = (G_1 \circ_+ G_2) \circ_x (G_1 \circ_+ G_3)$  (2.5)
- 2)  $G_1 \circ_x (G_2 \circ_+ G_3) = (G_1 \circ_x G_2) \circ_+ (G_1 \circ_x G_3)$

Demostración. En efecto,

$$\begin{aligned} p \in (G_1 \circ_+ (G_2 \circ_x G_3)) &\Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in (G_2 \circ_x G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \wedge p \in G_3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \wedge (p \in G_1 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \wedge (p \in G_1 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_+ G_2) \wedge (p \in G_1 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_+ G_2) \circ_x (G_1 \circ_+ G_3).$$

También,

$$\begin{aligned} p \in ((G_1 \circ_+ G_2) \circ_x (G_1 \circ_+ G_3)) &\Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_+ G_2) \wedge (p \in G_1 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow \\ (p \in G_1 \vee p \in G_2) \wedge (p \in G_1 \circ_+ G_3) &\Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \wedge (p \in G_1 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow p \in \\ G_1 \vee p \in (G_2 \wedge p \in G_3) &\Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in (G_2 \circ_x G_3) \Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_+ (G_2 \circ_x G_3)) \end{aligned}$$

y la propiedad (2.5.1) es satisfecha.

Por otro lado,

$$\begin{aligned} p \in G_1 \circ_x (G_2 \circ_+ G_3) &\Leftrightarrow p \in G_1 \wedge p \in (G_2 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \wedge (p \in (G_2 \vee p \in G_3)) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \vee (p \in G_1 \wedge p \in G_3) &\Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \vee (p \in G_1 \circ_+ G_3) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_x G_2) \vee (p \in G_1 \circ_x G_3) &\Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_x G_2) \circ_+ (G_1 \circ_x G_3). \end{aligned}$$

También,

$$\begin{aligned} p \in (G_1 \circ_x G_2) \circ_+ (G_1 \circ_x G_3) &\Leftrightarrow (p \in G_1 \circ_x G_2) \vee (p \in G_1 \circ_x G_3) \Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \vee (p \in G_1 \circ_+ \\ G_3) &\Leftrightarrow (p \in G_1 \wedge p \in G_2) \vee (p \in G_1 \wedge p \in G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \wedge p \in G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in (G_2 \circ_+ \\ G_3) &\Leftrightarrow p \in (G_1 \circ_x (G_2 \circ_+ G_3)). \end{aligned}$$

y, por tanto, la propiedad (2.5.2) es satisfecha.



**Definición 2.3.** El complemento  $\bar{G}_1 \in G$  de  $G_1 \in G$  se define de la manera siguiente:

$$\bar{G}_1 = \{p \in \bar{G}_1 \mid p \in G^\Omega \wedge p \notin G_1\}$$

O, equivalentemente:

$$\bar{G}_1 = G^\Omega - G_1 \tag{2.6}$$

Aquí, el símbolo “-” es llamado la diferencia.

**Teorema 2.4.** Las siguientes relaciones se satisfacen:

$$\begin{aligned} 1) \quad \overline{G_1 o_+ G_2} &= \overline{G_1} o_x \overline{G_2} \\ 2) \quad \overline{G_1 o_x G_2} &= \overline{G_1} o_+ \overline{G_2} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Demostración. En efecto,

$$p \in \overline{G_1 o_+ G_2} \Leftrightarrow p \notin G_1 \wedge p \notin G_2 \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} \wedge \overline{G_2} \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} o_x \overline{G_2}$$

También,

$$p \in \overline{G_1} o_x \overline{G_2} \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} \wedge \overline{G_2} \Leftrightarrow p \notin G_1 \wedge p \notin G_2 \Leftrightarrow p \in \overline{G_1 o_+ G_2}$$

Por tanto, la expresión (5.7.1) es satisfecha.

Por otro lado,

$$p \in \overline{G_1 o_x G_2} \Leftrightarrow p \notin G_1 \vee p \notin G_2 \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} \vee \overline{G_2} \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} o_+ \overline{G_2}$$

También,

$$p \in \overline{G_1} o_+ \overline{G_2} \Leftrightarrow p \in \overline{G_1} \vee \overline{G_2} \Leftrightarrow p \notin G_1 \vee p \notin G_2 \Leftrightarrow p \in \overline{G_1 o_x G_2}$$

Por tanto, la expresión (5.7.2) es satisfecha.



**Corolario 2.1.** Las siguientes relaciones se satisfacen:

$$\begin{aligned} 1) \text{ Sup } (G_1, G_2) &= G_1 \circ_+ G_2 \\ 2) \text{ Inf } (G_1, G_2) &= G_1 \circ_x G_2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Por tanto, la estructura  $(G, o_+^{\text{SU}}, o_x^{\text{SU}})$  es un álgebra de Boole [66].

# Sistematización del álgebra de Boole en el conjunto de sólidos regularizados

**Introducción.** En este capítulo se sistematiza el álgebra de Boole tomando como base al conjunto de sólidos regularizados. El objetivo es generar una base operativa de análisis en donde sea posible extender las operaciones de manufactura definidas sobre el conjunto  $G$  al conjunto de sólidos regularizados [67]. De hecho la base fundamental de los modeladores de sólidos actuales (CAD) es precisamente el álgebra de Boole, estudiada en el capítulo anterior.

### 3.1 El conjunto de los sólidos regularizados

En esta sección se presenta el conjunto de sólidos regularizados. Un sólido o cuerpo es una región del espacio euclidiano de puntos  $\varepsilon$ . En este trabajo de tesis, los sólidos son acotados, dimensionados, regularizados y poseen geometría bien definida. En otros trabajos se define el conjunto de sólidos regularizados como un subconjunto compacto, regular y semi-analítico del espacio tridimensional de puntos  $\varepsilon$  [68,69]. Por otro lado, subregiones acotadas de un sólido  $B_1 \in B$  son llamadas “partes”. Las siguientes definiciones son de fundamental importancia en este trabajo:

**Definición 3.1.** Sea  $B$  el conjunto de sólidos regularizados. Una relación llamada “parte de” representada por “ $<$ ” y definida en  $B$  satisface un orden parcial, esto es:

- |    |  |               |       |
|----|--|---------------|-------|
| 1) | $B_1 < B_1 ; \forall B_1 \in B$  | Reflexiva     | (3.1) |
| 2) | Si $B_1 < B_2$ y $B_2 < B_1 \Rightarrow B_1 = B_2 ; \forall B_1 \in B$ | Antisimetría  |       |
| 3) | Si $B_1 < B_2$ y $B_2 < B_3 \Rightarrow B_1 < B_3 ; \forall B_1 \in B$ | Transitividad |       |

**Definición 3.2.** Sea  $B_1 \in B$ . Entonces,

$$\overline{B_1} = I_{B_1} \cup \partial_{B_1} \quad (3.2)$$

Aquí,  $I_{B_1}$  y  $\partial_{B_1}$  son el interior y la frontera respectivamente del sólido  $B_1$ .

**Axioma 3.1.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ . Se dice que  $B_1$  es impenetrable por  $B_2$  o  $B_2$  que es impenetrable por  $B_1$  si y solo si,

$$I_{B_1} \cap I_{B_2} = \emptyset \quad (3.3)$$

**Definición 3.3.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ . La función,

$$R_c: B \times B \rightarrow C = \{1, 0\} \quad (3.4)$$

definida por:

i)  $R_c(B_1, B_2) = 1 \in C$  si los sólidos se contactan por una frontera.

ii)  $R_c(B_1, B_1) = 0 \in C$  si los sólidos están disjuntos.

es llamada relación de contacto entre sólido regularizados.

**Definición 3.4.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ . Se dice que  $B_1$  y  $B_2$  son disjuntos si y solo si,

$$B_1 \cap B_2 = \emptyset \quad (3.5)$$



**Definición 3.5.** Sea  $\partial_{B_1}$  y  $\partial_{B_2}$  las fronteras de los sólidos  $B_1$  y  $B_2$ , respectivamente. Si  $Rc(B_1, B_2) = 1$ , entonces existe  $\partial_c = \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2}$  la cual será llamada frontera común.

En particular, si  $q \in \partial_c$  es tal que  $q \in \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2}$ , entonces “q” es llamado “punto de contacto”. El marco conceptual anteriormente definido está sujeto al axioma de impenetrabilidad (Axioma 3.1).

### 3.2 Encajabilidad y cambio de dominio

En esta sección se presenta una restricción fundamental al conjunto de sólidos regularizados la cual se llamará “encajabilidad”. Dicha restricción permite que dos sólidos puedan ser encajados el uno en el otro. En esta parte,  $B^v$  será la parte virtual de B, esto es, al cuerpo B se le agrega la propiedad de encajabilidad.

**Definición 3.6.** Sean B el conjunto de sólidos regularizados sujeto al axioma 3.1. La función,

$$f : B \rightarrow B^v \tag{3.6}$$

definida por:

$$f(B) = B_1^v ; \forall B_1 \in B ; B_1^v \in B^v.$$

es llamada función de cambio de dominio. El conjunto  $B^v$  es conocido como “imagen virtual de B”.

**Axioma 3.2.** Sean  $B_1^v, B_2^v \in B^v$ . Se dirá que  $B_1^v$  es encajable a  $B_2^v$  o que  $B_2^v$  es encajable a  $B_1^v$  si y solo si,

$$I_{B_1^v} \cap I_{B_2^v} \neq \emptyset \tag{3.7}$$

**Axioma 3.3.** Se admite la existencia del sólido nulo al cual se le llamará  $B_{\emptyset}$ .

En este trabajo, el símbolo de inclusión común en el álgebra de conjuntos será utilizado. Se recuerdan las siguientes propiedades relacionadas con dicho símbolo:

- |    |  |               |       |
|----|--|---------------|-------|
| 1) | $B_1 \subset B_1 ; \forall B_1 \in B$  | Reflexiva     | (3.8) |
| 2) | Si $B_1 \subset B_2$ y $B_2 \subset B_1 \Rightarrow B_1 = B_2 ; \forall B_1, B_2 \in B$            | Antisimétrica |       |
| 3) | Si $B_1 \subset B_2$ y $B_2 \subset B_3 \Rightarrow B_1 \subset B_3 ; \forall B_1, B_2, B_3 \in B$ | Transitiva    |       |

**Observación 3.2.** El sólido nulo  $B_{\emptyset}$  satisface:

$$B_{\emptyset} \subset B_1 ; \forall B_1 \in B$$

**Definición 3.7.** Sean  $B_1 \in B$ . Entonces  $B_1$  admite la descomposición siguiente:

- |    |   |       |
|----|---|-------|
| 1) | $B = \bigcup_{i=1}^n B_j$   | (3.9) |
| 2) | $I_{B_i} \cap I_{B_j} = \emptyset ; i \neq j$                                     |       |
| 3) | La intersección entre dos partes es a lo más en una frontera común o en un borde. |       |

### 3.3 Sistematización del álgebra de Boole

Se presenta en esta sección la sistematización del álgebra de Boole. Sobre el conjunto de sólidos regularizados sujeto a la expresión (3.7) se definen dos operaciones binarias; una aditiva  $U: B \times B \rightarrow B$  y una multiplicativa  $\cap: B \times B \rightarrow B$  mediante las cuales se demuestra que las parejas  $(B, U)$  y  $(B, \cap)$  son dos semigrupos libres conmutativos. Además, las operaciones  $U: B \times B \rightarrow B$  y  $\cap: B \times B \rightarrow B$  satisfacen las leyes distributivas. Al definir  $\underline{B}_1 \in B$  como el complemento de  $B_1 \in B$  se demuestran las leyes de Morgan, de tal suerte que la estructura  $(B, U, \cap, -)$  es un álgebra de Boole [66, 67].

**Definición 3.8.** Sean  $B_1, B_2 \in B$  sujetas a la expresión (3.7). La operación,

$$U : B \times B \rightarrow B \quad (3.10)$$

definida por:

$$B_1 U B_2 = \{p \in B \mid p \in B_1 \vee p \in B_2\}$$

es llamada “unión de sólidos regularizados”.

**Definición 3.9.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ . La operación,

$$\cap : B \times B \rightarrow B \quad (3.11)$$

definida por:

$$B_1 \cap B_2 = \{p \in B_1 \cap B_2 \mid p \in B_1 \wedge p \in B_2\}$$

es llamada “intersección entre sólidos regularizados”.

Los siguientes resultados presentados en [66, 67] son fundamentales para los propósitos de este trabajo de tesis:

**Teorema 3.1.** La pareja  $(B, U)$  es un semigrupo conmutativo.

**Teorema 3.2.** La pareja  $(B, \cap)$  es un semigrupo conmutativo.

**Teorema 3.3.** Las siguientes igualdades se satisfacen:

$$i) \quad B_1 U (B_2 \cap B_3) = (B_1 U B_2) \cap (B_1 U B_3) ; \forall B_1, B_2, B_3 \in B \quad (3.12)$$

$$ii) \quad B_1 \cap (B_2 U B_3) = (B_1 \cap B_2) U (B_1 \cap B_3) ; \forall B_1, B_2, B_3 \in B$$

y son llamadas propiedades distributivas.

**Definición 3.10** El sólido  $\Omega$  tal que  $B_1 \subset \Omega$  ;  $\forall B_1 \in B$  es llamado sólido universal.

**Definición 3.11** El conjunto,  $\alpha = B \cap \{B_\emptyset, \Omega\}$  es llamado universo cerrado del conjunto de sólidos regularizados sujeto a la expresión (3.7).

Considérese el resultado siguiente: [66, 67]

**Teorema 3.4.** Las igualdades siguientes se satisfacen:

$$1) B_1 \cap B_\emptyset = B_\emptyset ; \forall B_1 \in B \quad (3.13)$$

$$2) B_1 \cup \Omega = \Omega ; \forall B_1 \in B$$

**Definición 3.12** Sea  $B_1, B_2 \in B$ . La operación,

$$- : B \times B \rightarrow B \quad (3.14)$$

definida por:

$$B_1 - B_2 = \{p \in B_1 - B_2 \mid p \in B_1 \wedge p \notin B_2\}$$

es llamada la “diferencia entre sólidos regularizados”.

El resultado siguiente es importante para los objetivos de la presente tesis [66, 67]:

**Teorema 3.5.** Las siguientes proposiciones son verdaderas:

$$1) (B_1 - B_2) \subset B_1 \quad (3.15)$$

$$2) (B_1 - B_2) \cap B_2 = B_\emptyset$$

**Definición 3.13** Sea  $B_1 \in B$ . Se define su complemento de la forma siguiente:

$$\underline{B}_1 = \{p \in \Omega \mid p \notin B_1\} \quad (3.16)$$

**Observación 3.4** La expresión (3.16) es equivalente a  $\underline{B}_1 = \Omega - B_1$ .

Considérese el siguiente resultado [66,67]:

**Teorema 3.6.** Sean  $B_3 = B_1 \cup B_2$  y  $B_4 = B_1 \cap B_2$ , entonces las igualdades siguientes son satisfechas:

$$i) \quad \underline{B}_3 = \underline{B}_1 \cap \underline{B}_2 ; \forall B_1, B_2 \in B \quad (3.17)$$

$$iii) \quad \underline{B}_4 = \underline{B}_1 \cup \underline{B}_2 ; \forall B_1, B_2 \in B$$

Las igualdades (3.17) son conocidas como leyes de Morgan. El siguiente resultado es de fundamental importancia [70, 71]:

Sea **sup** el supremo e **inf** el ínfimo. Entonces:

**Teorema 3.7.** El conjunto B está acotado inferior y superiormente, esto es:

$$1) \quad B_1 \cup B_2 = \sup (B_1, B_2) \quad (3.18)$$

$$2) \quad B_1 \cap B_2 = \inf (B_1, B_2).$$

Bajo las anteriores premisas, la estructura  $(B, \cup, \cap, -)$  es un álgebra de Boole [71]. Dicha estructura forma la base de los modeladores de sólidos de los sistemas CAD [11].

## Sistematización del dominio de manufactura en planos de fabricación

**Introducción.** En este capítulo se presentan las implicaciones que se derivan del hecho de considerar a todo plano fabricación como primitiva de manufactura. Se genera, además, un conjunto especial de primitivas relacionado con planos de fabricación llamado dominio de primitivas de manufactura [72, 73]. Se obtiene la cardinalidad del dominio y de sus familias. Para lograr la sistematización completa se hace uso del concepto de área de trabajo por medio del cual se caracterizan el producto llamado subparte y/o producto terminado [73].

La siguiente nomenclatura será usada en este capítulo:

PF: Plano de Fabricación.

$A_T$  = Área de trabajo.

PT= Producto Terminado.

MP= Materia Prima.

$C_{MP}$  = Colección de materias primas.

$P^M$  = Dominio de manufactura.

$P_F$  = Familias del dominio de manufactura.

$\alpha(P^M)$  = Cardinalidad o número de elementos del dominio de manufactura.

$\theta (P_F)$  = Cardinalidad o número de elementos de las familias del dominio de manufactura.

$C_{OM}$  = Información de las operaciones de manufactura.

$O_+$  = Operación de manufactura que agrega material.

$O_×$  = Operación de manufactura que elimina material.

$P_R$  = Dominio de referencia.

#### **4.1 Definición del problema, restricciones e hipótesis**

Antes de definir el problema en este capítulo se considerarán las definiciones siguientes:

**Definición 4.1.** Una primitiva es una representación computacional que combina información geométrica y no geométrica de una parte o un conjunto de partes. Dicha información se puede utilizar para algún propósito en específico [9].

**Definición 4.2.** Una primitiva es llamada de manufactura si la información no geométrica que representa es de manufactura.

**Definición 4.3.** Un plano de fabricación es una representación que combina información geométrica y no geométrica (de manufactura) de un componente o un conjunto de componentes.

**Definición 4.4.** Un sistema de manufactura está compuesto por una colección de materias primas o insumos y de una colección de máquinas tal que dichas máquinas procesan las materias primas y se produce un producto finalizado.

**Definición 4.5.** Sea  $C_{MP}$  la colección de materias primas ( $C_{MP} = \{A: A \text{ es materia prima}\}$ ), y  $PT$  el producto terminado. Un sistema productivo se representa por:  $T [C_{MP}] = PT$ , siendo  $T$  una relación de proceso.

**Definición 4.6.** Toda acción  $T [C_{MP}] = PT$  se realiza en un área de trabajo  $A_T$ .

**Definición 4.7.** El área  $A_T$  es analítica; es decir,  $A_T = I_{AT} \cup \partial_{AT}$ , siendo  $I_{AT}$  el interior y  $\partial_{AT}$  la frontera del área.

**Definición 4.8.** Un producto se dice terminado si  $T [C_{MP}] = PT \in \partial_{AT}$ .

**Definición 4.9.** Un producto no está terminado si  $PT \in I_{AT}$ .

**Definición 4.10.** Todo producto  $PT \in I_{AT}$ , es llamado última subparte.

**Definición 4.11.** Todo plano de fabricación tiene asociada información relacionada con la materia prima ( $C_{MP}$ ). Tal información está implícita o explícita en dicho plano.

Por otro lado, se considerarán en este capítulo, las siguientes restricciones adicionales:

- 1) *Restricción  $R_5$ .* No se explícita la información geométrica y no geométrica asociada con las primitivas.
- 2) *Restricción  $R_6$ .* El área de trabajo está relacionada con un sistema productivo y dicha área es analítica ( $R_{32}$ ).
- 3) *Restricción  $R_7$ .* No se consideran los tiempos de las operaciones.”



Considérese ahora el siguiente problema:

*“Conocido un plano de fabricación (PF) o un conjunto de planos y un área de trabajo ( $A_T$ ) sobre la cual entran y salen productos, encuentre:*

- 1) *El dominio de manufactura en términos de primitivas y sus familias ( $P^M$ ,  $P_F$ ).*
- 2) *La cardinalidad del dominio y sus familias ( $\alpha(P^M)$  y  $\theta(P_F)$ ).*

tal que las restricciones  $R_1$ ,  $R_5$ ,  $R_6$ , y  $R_7$  sean satisfechas:

El problema definido anteriormente y sus restricciones se sintetizan de la manera siguiente:

“Dado PF y  $A_T$ , encuentre:

- 1)  $P^M$  y  $P_F$
- 2)  $\alpha(P^M)$  y  $\theta(P_F)$

tal que las restricciones  $R_1$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  y  $R_7$  sean satisfechas.

#### **4.1.1 Consideraciones acerca de la hipótesis del problema**

Considérese la siguiente hipótesis de trabajo:

*“Si existe un plano de fabricación y un área de trabajo relacionada un sistema productivo, entonces existe un dominio de manufactura con el cual  $T[C_{MP}] = PT \in \partial_{AT}$  pasando por  $A_T$  y*

concluyendo en  $\partial_{AT}$ . Si el plano de fabricación es una colección finita de primitivas de manufactura, entonces existe:

- 1) Un dominio de primitivas de manufactura referencial relacionado con dicho plano.
- 2) Un dominio de primitivas de completud relacionado con la localización del producto terminado.
- 3) La suma de dichos dominios es el dominio de manufactura completo.”

La cardinalidad del dominio completo y sus familias depende del número de operaciones de manufactura impresas en un plano de fabricación o una colección de planos. Las premisas básicas de referencia o axiomas son las siguientes:

- 4.1) El plano de fabricación es una colección finita de primitivas de manufactura.
- 4.2) En todo plano de fabricación existe la terna  $(C_{MP}, C_{OM}, PT)$  siendo  $C_{OM}$  un conjunto de operaciones de manufactura.
- 4.3) Un producto es terminado si  $T [C_{MP}] = PT \in \partial_{AT}$ . Un producto es subparte final si  $T [C_{MP}] = PT$  tal que  $PT \in I_{AT}$ .

Cabe señalar que:

- i)  $\pi_1 (C_{MP}) > 0$
- ii)  $\pi_2 (C_{OM}) > 0$

siendo  $\pi_1$  y  $\pi_2$  las cardinalidades de  $C_{MP}$  y  $C_{OM}$ .

## **4.2 Sistematización del dominio de manufactura**

En esta parte se presentan las implicaciones derivadas de las premisas descritas en la sección anterior.

### 4.2.1 El procedimiento de la sistematización del problema: el dominio de referencia

Considere el siguiente teorema:

**Teorema 4.1** El producto terminado es una primitiva de manufactura.

**Demostración.** En efecto, basta con observar que  $PT \in PF$  y, según el axioma 4.1, todo  $PF$  es primitiva de manufactura. Además,  $PT$  satisface las definiciones 4.1, 4.2 y 4.3 pues  $PT$  representa información geométrica y no geométrica (de manufactura) combinada. Por tanto, el teorema es verdadero.



**Teorema 4.2** Sea  $MP \in C_{MP}$  tal que  $MP \in PF$ , entonces  $MP$  es primitiva de manufactura.

**Demostración.** En efecto, si  $MP \in PF$ , entonces  $MP$  pertenece, según el axioma 4.1, a la colección de primitivas que representa  $PF$ . Además,  $MP$  satisface las definiciones 4.1 y 4.2, puesto que la materia prima representa información geométrica (forma) y no geométrica (dimensiones y propiedades de manufactura). Por tanto, el teorema es verdadero.



**Definición 4.12** El producto terminado es una representación de la historia de los procesos y operaciones representadas en un plano de fabricación.

**Definición 4.13** Una operación de manufactura es una transformación geométrica y de manufactura de materias primas.

**Definición 4.14** Existen dos tipos de operaciones de manufactura en  $PF$ :

- 1)  $O_+$  : Operaciones que agregan o anexan materiales o insumos a las materias primas base.
- 2)  $O_x$  : Operaciones que eliminan materiales o insumos a las materias primas base.

**Definición 4.15** Un producto terminado es el resultado de la aplicación del conjunto  $(O_+, O_×)$  sobre una MP o un conjunto de ellas.

**Teorema 4.3** La relación entre una materia prima y un producto terminado es una transformación geométrica del tipo  $O_+$  o  $O_×$ .

**Demostración.** En efecto, basta con observar la definición 4.15.



**Teorema 4.4.** Si una operación  $O_+$  o  $O_×$  se representa por una porción de material, entonces la operación es una primitiva de manufactura.

**Demostración.** En efecto, por el axioma 4.2, existe  $O_+$  o bien  $O_×$  y puesto que  $O_× \in PF$  o  $O_+ \in PF$ , entonces tales operaciones pertenecen a la colección de primitivas de PF. Además, si  $O_+$  o  $O_×$  son representadas por una porción de material es claro que tal porción posee rasgos geométricos y la característica no geométrica está definida por la propia naturaleza de la operación de manufactura. Estos hechos satisfacen las definiciones 4.1 y 4.2. Por tanto, el teorema es verdadero.



**Teorema 4.5** Si  $n = 1$ , entonces:  $\alpha(P_R) = 3$  siendo,  $\alpha(P_R)$  la cardinalidad del dominio de referencia  $(P_R)$ .

**Demostración.** En efecto, siendo MP una materia prima base y unitaria, entonces  $\alpha(P_R) = 3$ , pues, existe una materia prima, una operación y un producto terminado.



#### 4.2.2 Operaciones binarias: primera extensión de $P^M$

**Definición 4.16** Sean  $A_1, A_2 \in A$ . Una operación en A denotada por  $\otimes : A \times A \rightarrow A$  se define por:  $\otimes (A_1, A_2) = A_3 \ \forall A_3 \in A$  o, equivalentemente:  $A_3 = A_1 \otimes A_2$ .

**Definición 4.17** Sea  $G \neq \emptyset$  el conjunto de geometrías de PF. Las operaciones  $O_+ : G \times G \rightarrow G$  y  $O_\times : G \times G \rightarrow G$  se definen por:

- 1)  $G_3 = G_1 O_+ G_2 \quad ; \quad \forall G_1, G_2, G_3 \in G$
- 2)  $G_4 = G_1 O_\times G_2 \quad ; \quad \forall G_1, G_2, G_3 \in G$

**Teorema 4.6** Si  $G_1, G_2, G_3, G_4 \in G$  tal que  $G \subseteq PT$ , entonces:

- 1)  $G_3$  o  $G_4$  es la geometría de PT.
- 2)  $G_1$  es la geometría de MP.
- 3)  $G_2$  es la geometría de la porción de material.

si y solo si:  $G_3 = G_1 O_+ G_2$  o  $G_4 = G_1 O_\times G_2$ .

**Demostración.** En efecto, basta con observar la definición 4.15 y el teorema 4.3.



**Teorema 4.7** Una condición necesaria y suficiente para que  $G_3$  pueda ser generado es la existencia de  $G_1$  y  $G_2$ .

**Demostración.** En efecto, basta con observar las definiciones 4.16 y 4.17 y el teorema 4.7, así como el axioma 4.2.



**Definición 4.18** En congruencia con la definición 4.16,  $G_2$  es una geometría asociada con una materia prima la cual se llamará material agregado o extraído visto como materia prima.

**Teorema 4.8** Si  $P_M'$  representa, para  $n = 1$ , el dominio de manufactura de primera extensión, entonces:

$$\alpha'(P_M') = 4$$

**Demostración.** En efecto, basta con observar que si  $n = 1$ , entonces existen necesariamente dos materias primas, la base y la relacionada con la definición 4.18. Además, siendo  $\alpha(P_M) = 3$  para  $n = 1$ , entonces:

$$\alpha'(P_M) = \alpha(P_M) + \wp$$

siendo  $\wp = 1$ , donde  $\wp$  es la geometría requerida por la definición 4.18. Por tanto, el teorema es verdadero.



**Corolario 4.1** Si  $G_2$  es la geometría relacionada con la definición 4.18, entonces, siendo  $MP'$  su representación,  $MP'$  es una primitiva de manufactura no perteneciente a PF.

**Demostración.** En efecto, la existencia de  $G_2$  es consecuencia de las definiciones 4.16 y 4.17. Además, la propia caracterización de materia prima de  $G_2$  dada en la definición 4.18 implica que  $MP'$  es una primitiva de manufactura que satisface las definiciones 4.1 y 4.2. Finalmente,  $G_2$  es una necesidad teórica, entonces  $PT'$  no existe en PF, esto demuestra la verdad del corolario.



**Definición 4.19** Sea  $P_M$  el dominio de referencia de PF. En el sentido de que PF es una colección de primitivas de manufactura, el PF se representa en términos de familias; esto es:

$$PF = \{\{MP\}, \{COM\}, \{PT\}\}$$

O, equivalentemente:

$$P^M = \left\{ \begin{array}{ll} P_{MP} & ; \text{ familia de materias prima base.} \\ P_{MAE} & ; \text{ familia de materiales agregados o extraídos.} \\ P_{PT} & ; \text{ familia de productos terminados} \end{array} \right.$$

**Teorema 4.9** Si  $\theta^*(P^M)$  es la cardinalidad de las familias de  $P^M$ , entonces:

- 1)  $\theta^*(P_{MP}) \neq 0$
- 2)  $\theta^*(P_{MAE}) \neq 0$
- 3)  $\theta^*(P_{PT}) \neq 0$

**Demostración.** En efecto, el teorema es una consecuencia directa del axioma 4.1.



**Teorema 4.10** Si  $n = 1$ , entonces:

- 1)  $\theta^*(P_{MP}) = 1$
- 2)  $\theta^*(P_{MAE}) = 1$
- 3)  $\theta^*(P_{PT}) = 1$

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que siendo  $P_{MP}$ ,  $P_{MAE}$ ,  $P_{PT}$  conjuntos; es decir,  $P^M = P_{PM} \cup P_{MAE} \cup P_{PT}$ , y al hecho de que tales conjuntos son no vacíos, entonces necesariamente existe, para cada conjunto, su clase unitaria. Además, por el teorema 4.5,  $\alpha(P^M) = 3$  y,  $\alpha(P^M) = \theta^*(P_{MP}) + \theta^*(P_{MAE}) + \theta^*(P_{PT})$  siendo  $n = 1$ , entonces  $\theta^*(P_{MAE}) = 1$  y, puesto que  $\theta^*(P_{PT}) = 1$ , entonces,  $\theta^*(P_{MP}) = 1$ . Por tanto, el teorema es verdadero.



**Teorema 4.11** Si  $P_{MP}^* = \{P_{MP}, P_{MP}'\}$ , siendo  $P_{MP}'$  la materia prima asociada con  $G_2$ , entonces:

$$P^{M'} = \{\{P_{MP}'\}, \{P_{MAE}\}, \{P_{PT}\}\}$$

y,

- 1)  $\theta^{**}(P_{MP}) = 2$
- 2)  $\theta^{**}(P_{MAE}) = 1$
- 3)  $\theta^{**}(P_{PT}) = 1$

si y solo si  $n = 1$ .

**Demostración.** En efecto, siendo  $n = 1$ , entonces:  $\theta^{**}(\mathbf{P}_{MAE}) = 1$  y  $\theta^{**}(\mathbf{P}_{PT}) = \theta^*(\mathbf{P}_{PT}) = 1$ . Además, por el teorema 4.10,  $\theta^*(\mathbf{P}_{MP}) = 1$ . Nótese que siendo  $\alpha'(\mathbf{P}^M) = 4$  (por el teorema 4.8) y  $\alpha(\mathbf{P}^M) = 3$ , entonces:

$$\alpha'(\mathbf{P}^M) = \theta^{**}(\mathbf{P}_{MP}^*) + \theta^{**}(\mathbf{P}_{MAE}) + \theta^{**}(\mathbf{P}_{PT})$$

donde,

$$\theta^{**}(\mathbf{P}_{MP}^*) = \alpha'(\mathbf{P}^M) - \theta^{**}(\mathbf{P}_{MAE}) + \theta^{**}(\mathbf{P}_{PT})$$

Por tanto,  $\theta^{**}(\mathbf{P}_{MP}) = 2$ . Este hecho demuestra la veracidad del teorema.



### 4.2.3 Segunda extensión de $\mathbf{P}^M$

Sea “B” un conjunto de sólidos regularizados. Los elementos de dicho conjunto poseen geometría bien definida y además son analíticos.

**Definición 4.20** Todo elemento de B se caracteriza por:

- 1)  $G_1^{B_1}$  es la geometría asociada con  $B_1 \in B$  y dicha geometría está bien definida.
- 2)  $B_1 = I_{B_1} \cup \partial_{B_1}$ .

Aquí,  $I_{B_1}$  y  $\partial_{B_1}$  es el interior y frontera de  $B_1 \in B$ , respectivamente.

**Definición 4.21** Para dos o más elementos de B se satisface:

$$B_1 \cap B_2 \neq \emptyset \quad \text{o bien} \quad B_1 \cap B_2 = \emptyset$$



**Definición 4.22** Existen en  $B$  dos relaciones:

- 1)  $R_C(B_1, B_2) = 1$    o    $R_C(B_1, B_2) = 0$
- 2)  $R_E(B_1, B_2) = 1$    o    $R_E(B_1, B_2) = 0$

Aquí,  $R_C : B \times B \rightarrow \{1,0\}$  y  $R_E : B \times B \rightarrow \{1,0\}$  son llamadas: la relación de contacto y la relación de encajabilidad, respectivamente.

**Definición 4.23** Para  $R_C$  y  $R_E$  se satisfacen:

- 1)  $R_E(B_1, B_2) = 1 \Leftrightarrow I_{B_1} \cap I_{B_2} \neq \emptyset$
- 2)  $R_E(B_1, B_2) = 0 \Leftrightarrow B_1 \cap B_2 = \emptyset$
- 3)  $R_C(B_1, B_2) = 1 \Leftrightarrow \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2} \neq \emptyset$  y  $I_{B_1} \cap I_{B_2} \neq \emptyset$
- 4)  $R_C(B_1, B_2) = 0 \Leftrightarrow B_1 \cap B_2 = \emptyset$

**Definición 4.24** Existe una relación entre el conjunto  $G^B$  que caracteriza las geometrías de los sólidos en  $B$  y  $G$  asociada con PT. Dicha relación es:

$$f_M : G \rightarrow G_*^B \subseteq G^B$$

y se define por:

$$f_M(G_1) = G_{1*}^B \quad \forall G_1 \in G \quad y \quad G_{1*}^B \in G^B$$

**Definición 4.25** La función  $f_M : G \rightarrow G_*^B \subseteq G^B$  tiene las siguientes características.

- 1)  $f_M : G \rightarrow G_*^B \subseteq B$  es uno a uno.
- 2)  $f_M : G \rightarrow G_*^B$  es sobre en  $G_*^B$ .

3) Existe una biyección entre  $G$  y  $G_*^B$  dada por  $f_M : G \rightarrow G_*^B$ .

**Teorema 4.12** Sean  $G_{MP}$ ,  $G_{MP}'$ ,  $G_{MAE}$  y  $G_{PT}$  las geometrías relacionadas con las familias de dominio  $P^{M'}$ . Entonces existen en  $G_*^B \subseteq G^B$  las geometrías:

- 1)  $G_{MP*} = f_M(G_{MP})$
- 2)  $G_{MP*' } = f_M(G_{MP}' )$
- 3)  $G_{MAE*} = f_M(G_{MAE})$
- 4)  $G_{PT*} = f_M(G_{PT})$

Dichas geometrías son únicas.

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que la función  $f_M : G \rightarrow G_*^B$  es uno a uno (ver definición 4.25).

■

**Definición 4.26** La función  $f_M^{-1} : G_*^B \rightarrow G$  es la función inversa de  $f_M : G \rightarrow G_*^B$  la cual se define por:

$$f_M^{-1}(G_{1*}) = G_1 \iff f_M(G_1) = G_{1*} \quad \forall G_1 \in G \text{ y } G_{1*} \in G_*^B$$

**Teorema 4.13** Existe en  $G$  el subconjunto  $G_{**} \subseteq G_*^B$  formado por  $G_{**} = \{G_{MP*}, G_{MP*' }, G_{MAE*}, G_{PT*}\}$  y es único.

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que  $f_M^{-1} : G_*^B \rightarrow G$  es uno a uno.

■

**Definición 4.27**  $B_{MP}$ ,  $B_{MP}'$ ,  $B_{MAE}$ ,  $B_{PT}$  son los sólidos relacionados con las geometrías de  $G_{**} \subseteq G_*^B$ .

**Teorema 4.14.** Si  $B_{MP^*}$  y  $B_{MP'}$  son los sólidos que representan la materia prima base y la porción del material agregado y extraído y si entre dicho sólidos existe  $R_C$  o  $R_E$ , entonces:

$$\begin{aligned} 1) R_C(B_{MP^*}, B_{MP'}) = 1 & \quad \text{o} \quad R_C(B_{MP^*}, B_{MP'^*}) = 0 \\ 2) R_E(B_{MP^*}, B_{MP'}) = 1 & \quad \text{o} \quad R_E(B_{MP^*}, B_{MP'^*}) = 0 \end{aligned}$$

**Demostración.** En efecto, basta con observar la definición 4.22.

■

**Definición 4.28** El sólido  $B_{PP^*}$  descrito por:

$$\begin{aligned} 1) B_{PP'^*} &= B_{MP^*} \cup B_{MP'} \text{ si } R_C(B_{MP^*}, B_{MP'}) = 1 \text{ ó} \\ 2) B_{PP'^*} &= B_{MP^*} \cup B_{MP'^*} \text{ si } R_E(B_{MP^*}, B_{MP'}) = 1 \end{aligned}$$

es llamado el “sólido preparado (PP)”.

**Teorema 4.15.** La geometría de  $B_{PP}$  denotada por  $G_{PP^*} \in G_*^B$  existe en  $G$  y es única para  $G_{MP}$  y  $G_{MP'}$ .

**Demostración.** En efecto, si  $G_{PP^*}$  existe, entonces,  $f_M^{-1}(G_{PP^*}) = G_{PP}$  y puesto que  $f_M^{-1} : G_*^B \rightarrow G$  es uno a uno, entonces  $G_{PP} \in G$  es única.

■

**Definición 4.29** La propiedad no geométrica de la materia prima  $P^{MP}$  se extiende a PP asociada a  $G^{PP}$ .

**Teorema 4.16** El PP es una primitiva de manufactura denotada por  $P_{PP}$ .

**Demostración.** En efecto, basta con aplicar la definición 4.29, el teorema 4.15 y al hecho de que  $P_{PP}$  satisface las definiciones 4.1 y 4.2.

■

**Teorema 4.17**  $P_{PP}$  no es primitiva contenida en PF.

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que  $G_{PP}$  es consecuencia de una relación definida en B y que tal geometría fue generada por  $G_{MP'}$  la cual es una necesidad de la definición 4.16. Por tanto,  $P_{PP} \notin PF$ .

■

**Teorema 4.18** Si  $n = 1$  y  $P^{M''} = \{\{P_{MP^*}\}, \{P_{PP}\}, \{P_{MAE}\}, \{P_{PT}\}\}$ , entonces:

$$\alpha''(P^{M''}) = 5$$

**Demostración.** En efecto, siendo,  $P^{M''} = \{\{P^{M'}\}, \{P_{PP}\}\}$  y para  $n = 1$   $B_{PP}$  es única, entonces:

$$\alpha''(P^{M''}) = \alpha'(P^{M'}) + \theta_{**}(B_{PP})$$

Luego,  $\alpha(P^{M''}) = 5$ , pues  $\alpha(P^{M'}) = 4$  y  $\theta_{**}(B_{PP}) = 1$ .

■

Nótese que el dominio  $P^{M''}$  es la primera extensión de  $P^{M'}$  y la segunda extensión de  $P^M$ .

#### 4.2.4 Tercera extensión de $P^M$

En esta sección se usará el axioma 4.3 para caracterizar la tercera extensión de  $P^M$ .

**Teorema 4.19** Si SUB es el último subproducto asociado con PT, entonces SUB es una primitiva de manufactura.

**Demostración.** En efecto, basta con observar que SUB es en realidad PT solo que SUB se localiza en  $I_{AT}$ , según el axioma 4.3, y, puesto que PT es primitiva de manufactura, entonces SUB también lo es.

■

**Teorema 4.20** Si  $P_{\text{SUB}}$  es la primitiva de manufactura del subproducto, entonces  $G_{\text{SUB}}$  existe.

**Demostración.** En efecto, basta con recordar las definiciones 4.1 y 4.2.



**Corolario 4.2** Si  $PT$  es generado por una operación de manufactura con  $n = 1$ , entonces  $\text{SUB}$  es única.

**Demostración.** En efecto, basta con observar que  $PT$  es única y al hecho de que  $n = 1$ , entonces  $\text{SUB}$  es única.



**Definición 4.30** Existe un punto “ $p$ ” en  $A_T$  tal que  $PT \Leftrightarrow \text{SUB}$  en  $p \in \partial_{AT}$ .

**Teorema 4.21** Si  $P^{M''''} = \{P^{M''}, \{\text{SUB}\}\}$ , entonces  $\alpha^{''''}(P^{M''}) = 6$  si y solo si  $n = 1$ .

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que  $\alpha(P^{M''}) = 5$  y al hecho de que siendo  $n = 1$ , entonces  $\text{SUB}$  es única.



**Observación 4.1** Nótese que  $\text{SUB}$  existe si  $PT \in I_{AT}$  y que no existe si  $PT \in \partial_{AT}$ . Por convención se dirá que tanto  $PT$  como  $\text{SUB}$  existen, pues en este trabajo de tesis doctoral no se toma en cuenta el desplazamiento de los componentes.

Por otro lado, el dominio  $P^{M''''}$  es la tercera extensión de  $P^M$ . Es importante recordar que la caracterización hecha hasta este momento está relacionada con la condición  $n = 1$ . En la siguiente sección se caracterizará  $P^{M''''}$  para  $n > 1$ .

#### 4.2.5 Cardinalidad de $P^{M''''}$ para $n > 1$

**Definición 4.31** El dominio  $P^{M''''}$  está formado por las familias siguientes:

$$P^{M''''} = \left\{ \begin{array}{l} P_{MP*} \\ P_{PP} \\ P_{MAE} \\ P_{SUB} \\ P_{PT} \end{array} \right.$$

**Definición 4.32** Para cada operación de manufactura existe una y sólo una porción de material agregado o extraído.

**Definición 4.33** La aplicación de una y solo una operación de manufactura genera una y solo una subparte.

**Definición 4.34** La aplicación de una colección de operaciones de manufactura con  $n > 1$  es secuenciada.

**Definición 4.35** Sea  $O_P$  la penúltima operación de manufactura relacionada con una secuencia de operaciones. Toda subparte generada por  $O_P$  y las operaciones antecesoras es considerada materia prima base para la siguiente operación  $n > 1$ .

**Definición 4.36** Todo subproducto, al ser generado por una operación de manufactura, tiene asociado uno y solo un producto preparado.

**Teorema 4.22** Sea  $n = k$  con  $k > 1$ . La cardinalidad de la familia  $P_{MAE}$  denotada por  $\theta(P_{MAE})$  es tal que:

$$\theta (P_{MAE}) = k$$

**Demostración.** En efecto, basta con observar la definición 4.32.



**Teorema 4.23** Sea  $n = k$  con  $k > 1$ . La cardinalidad de la familia  $P_{SUB}$  denotado por  $\theta (P_{SUB})$  es tal que:

$$\theta (P_{SUB}) = k$$

**Demostración.** En efecto, la demostración de este teorema es consecuencia directa de la definición 4.33.



**Teorema 4.24** Sea  $n = k$  con  $k > 1$ . La cardinalidad de la familia  $P_{PP}$  denotada por  $\theta (P_{PP})$  es tal que:

$$\theta (P_{PP}) = k$$

**Demostración.** En efecto, basta con observar la definición 4.36.



**Corolario 4.3** La siguiente relación se satisface:

$$\theta (P_{MAE}) = \theta (P_{SUB}) = \theta (P_{PP}) = k = n$$

**Demostración.** En efecto, basta con observar los teoremas 4.22, 4.23 y 4.24.



**Teorema 4.25** Sea  $n = k$  con  $k > 1$ . La cardinalidad de la familia  $P_{PT}$  denotada por  $\theta (P_{PT})$  es tal que:

$$\theta (P_{PT}) = 1$$

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que la aplicación de las operaciones es secuenciada (definición 4.34) y al hecho de que, la última subparte es equivalente a PT sobre  $\partial_{AT}$ . Así, todas las subpartes generadas antes de la última subparte e inclusive la última se localizan en  $I_{AT}$  y según el axioma 4.2, tales subpartes no son el producto terminado sino hasta que la última subparte se localice en  $\partial_{AT}$ . Por tanto, existe uno y solo un producto terminado por lo que  $\theta (P_{PT}) = 1$ .



**Teorema 4.26** Si todo producto preparado está formado por una materia prima base y una porción del material agregado o extraído, entonces:

$$\theta (P_{MP^*}) = 2k$$

siendo  $\theta (P_{MP^*})$  la cardinalidad de la familia de materias primas relacionadas con el dominio  $P^{M''''}$ .

**Demostración.** En efecto, basta con recordar que para  $n = k$ , existen  $k$  productos preparados. Además, tomando en consideración la definición 4.35, todo subproducto generado hasta antes de la penúltima operación es materia prima base. Este hecho caracteriza a la familia  $P_{MP^*}$  formada por parejas; es decir,  $(P_{MP1}, P_{MP1}')$ ,  $(P_{MP2}, P_{MP2}')$ , ...  $(P_{MPk}, P_{MPk}')$  y puesto que cada  $P_{MPk}'$  está asociado con una operación, es claro que  $\theta (P_{MP^*}) = 2k$ .



**Corolario 4.4** La cardinalidad del dominio  $P^{M''''}$  es tal que:

$$\alpha (P^{M''''}) = 5n+1 \quad ; \quad n = k \text{ y } k > 1$$



**Demostración.** En efecto, basta con observar el corolario 4.3, el teorema 4.25 y el teorema 4.26.



**Observación 4.2** De acuerdo con la definición 4.35 toda subparte es materia prima para la siguiente operación (hasta la penúltima). Por ello, existen  $k - 1$  subpartes relacionadas con las materias primas. Considere que no se toma en cuenta la segunda materia prima  $P_{MP_{k+1}}$  hasta  $M_{P_k}$ .

**Teorema 4.27** La cardinalidad del dominio  $P^{M''''}$  bajo la observación 4.2, es tal que:

$$\alpha (P^{M''''}) = 2(2n + 1) \quad ; \quad n = k \text{ y } k > 1$$

y

$$\theta (P_{MP^*}) = 2+(n - 1) \quad ; \quad n = k \text{ y } k > 1$$

**Demostración.** En efecto, de la observación 4.2 se deduce que  $\theta (P_{MP^*}) = 2+(n - 1)$ , pues al tomar en cuenta solo  $P_{MP_1}$  en la primera pareja  $(P_{MP_1}, P_{MP_1})$ , es claro que la constante 2 se satisface. Además, si existen  $k - 1$  subpartes relacionadas con las materias primas bases después de la primera operación y, puesto que  $n = k$ , entonces existen  $n - 1$  subpartes. Por otro lado, nótese que:

$$\alpha (P^{M''''}) = \theta (P_{MP^*}) + \theta (P_{MAE}) + \theta (P_{PP}) + \theta (P_{SUB}) + \theta (P_{PT})$$

y luego, del corolario 4.3 y del teorema 4.25 es claro que  $\alpha (P^{M''''}) = 2(2n + 1)$ .



#### 4.2.6 Algunas consideraciones sobre el proceso de sistematización

En esta sección se presentan algunas consideraciones relacionadas con el proceso de sistematización realizado en la sección anterior. Hay que recordar que el problema definido en

este capítulo señala que se debe encontrar el dominio de manufactura ( $P^M$ ) y sus familias  $P_F$ , así como sus cardinalidades o, equivalentemente, el número de primitivas. Por tanto, el dominio  $P^{M'''} = P^M$  y,

$$P^M = \left\{ \begin{array}{ll} P_{MP^*} & ; \quad \text{Familia de materias primas.} \\ P_{PP} & ; \quad \text{Familia de productos preparados.} \\ P_{MAE} & ; \quad \text{Familia de materiales agregados o extraídos.} \\ P_{SUB} & ; \quad \text{Familia de subproductos.} \\ P_{PT} & ; \quad \text{Familia de productos terminados.} \end{array} \right.$$

Además,

- 1) Caso 1 :  $\alpha(P^M) = 5n+1$  ; sin considerar la observación 4.2.
- 2) Caso 2 :  $\alpha(P^M) = 2(2n + 1)$  ; considerando la observación 4.2.

También,

- 1) Caso A :  $\theta(P_{MP^*}) = 2n$  ; sin considerar la observación 4.2
- 2) Caso B :  $\theta(P_{MP^*}) = 2 + (n - 1)$  ; considerando la observación 4.2.

Además, tanto para el caso A como para el caso B:

- 1)  $\theta(P_{PP}) = \theta(P_{MAE}) = \theta(P_{SUB}) = n$
- 2)  $\theta(P_{PT}) = 1$

Finalmente:

- 1)  $\alpha(P_R) = 3$  ; para PF
- 2)  $\alpha'(P^{M'}) = \alpha(P_R) + 1$  ; para (PF, (G, O<sub>x</sub>))
- 3)  $\alpha''(P^{M''}) = \alpha'(P^{M'}) + 1$  ; para (PF, (G, O<sub>x</sub>), (R<sub>C</sub>, R<sub>E</sub>))

- 4)  $\alpha'''(P^{M''}) = \alpha''(P^{M'}) + 1$  ; para  $(PF, (G, O_x), (R_C, R_E), A_T)$
- 5)  $\alpha'''(P^{M''}) = \alpha(P^M)$
- 6) Si  $n = 1$ , en  $\alpha(P^M) = 6n$ , entonces  $\alpha(P^M) = 6$  con lo cual se satisface el teorema 4.27.

# Parametrización geométrica de las operaciones booleanas

**Introducción.** En este capítulo se presenta una parametrización en términos geométricos del conjunto de sólidos regularizados ( $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ ), descrito en el capítulo 2 de este trabajo de tesis, y de las operaciones  $U : B \times B \rightarrow B$ ,  $\cap : B \times B \rightarrow B$  y  $- : B \times B \rightarrow B$ . El propósito es caracterizar nuevas operaciones a partir de una terna  $(\cup, \cap, -)$  usando una relación geométrica y el concepto de evento de una operación. Son utilizadas las relaciones de contacto, encajabilidad y descomposición de sólidos regularizados para establecer los estados inicial y final de los sólidos [56, 67].

En este capítulo se usará la nomenclatura siguiente:

$s$  = Función de índices geométricos.

$I_1$  = Conjunto de índices geométricos.

$O_B$  = conjunto de las operaciones booleanas

$\overset{H}{\cup}$  = Unión homogénea.

$\overset{HF}{\cup}$  = Unión homogénea en la frontera.

$\overset{NH}{\cup}$  = Unión no homogénea.

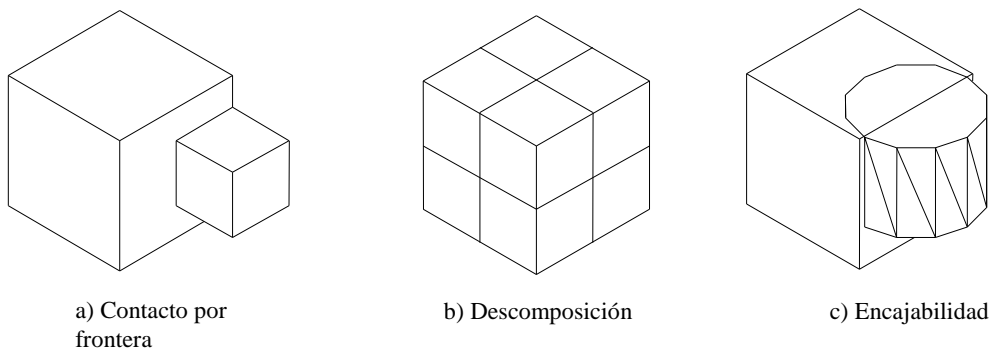
$\overset{C_1}{-}$  = Diferencia clase 1.

## 5.1. Caracterización geométrica de las operaciones

Es de especial interés en esta sección analizar y caracterizar operaciones (de tipo geométrico) derivadas las operaciones de unión, intersección y diferencia, con el propósito de representar más adelante operaciones reales de manufactura. Asimismo, los principios de contacto, encajabilidad y descomposición de sólidos regularizados son tomados en cuenta para los propósitos de este trabajo de tesis. Las operaciones caracterizadas en esta sección dependen de un evento y dos estados, estos son:

- 1) Estado inicial de los sólidos (contacto, encajabilidad, descomposición).
- 2) Forma geométrica final del sólido generado (estado final).

La figura siguiente muestra tres estados iniciales asociados al contacto, la descomposición y la encajabilidad de sólidos:



**Figura 5.1 Estados iniciales.**

Sea  $I_1$  es un conjunto de índices y  $O_B$  es el conjunto de las operaciones booleanas, es decir,  $O_B = \{U, \cap, -\}$ . La descripción del conjunto  $I_1 = \{H, HF, NH, C_1, C_2, C_3\}$  se presenta en la tabla siguiente:

Elementos de $I_1$	Descripción
H	Homogénea
HF	Homogénea en la frontera
NH	No homogénea
$C_1$	Clase 1
$C_2$	Clase 2
$C_3$	Clase 3

**Tabla 5.1 Caracterización del conjunto  $I_1$ .**

Considérese ahora la siguiente función:

$$s : I_1 \rightarrow O_B \quad (5.1)$$

definida por:

$$s(i) = O_{B1i} \quad \forall i \in I_1, O_{B1i} \in O_B$$

En particular, el subconjunto  $\{H, HF, NH\} \subset I_1$  está asociado con la operación unión, en tanto el subconjunto  $\{C_1, C_2, C_3\} \subset I_1$  está relacionado con la operación diferencia.

*Nota: La operación intersección no será estudiada en este trabajo de tesis.*

La asignación de los elementos del conjunto  $I_1$  al conjunto  $O_B$  mediante la regla de correspondencia “s” está gobernada por el efecto o estado final del sólido generado por las operaciones, así como de las hipótesis relacionadas con los estados iniciales de los sólidos. A continuación se caracterizarán las operaciones en función de sus estados (inicial y final).

## 5.2. Unión homogénea

El interés en esta sección es caracterizar una operación abstracta que juega un papel importante sobre los procesos de soldadura, dicha operación se llamará “unión homogénea”.

El estado inicial que caracteriza la “unión homogénea”, está regido por el principio de encajabilidad y el estado final es caracterizado por dos propiedades intrínsecas del sólido generado: el interior y su frontera.

**Definición 5.1.** Sean  $B_1 = I_{B_1} \cup \partial_{B_1}$  y  $B_2 = I_{B_2} \cup \partial_{B_2}$  dos sólidos regularizados. Sea también  $X_1 \subset B_1$ , tal que  $X_1 \cap B_2 \neq \emptyset$ . La operación,

$$\overset{H}{\cup} : B \times B \rightarrow B \quad (5.2)$$

definida por:

$$\overset{H}{\cup} (B_1, B_2) = B_3 ; \quad \forall B_1, B_2, B_3 \in B$$

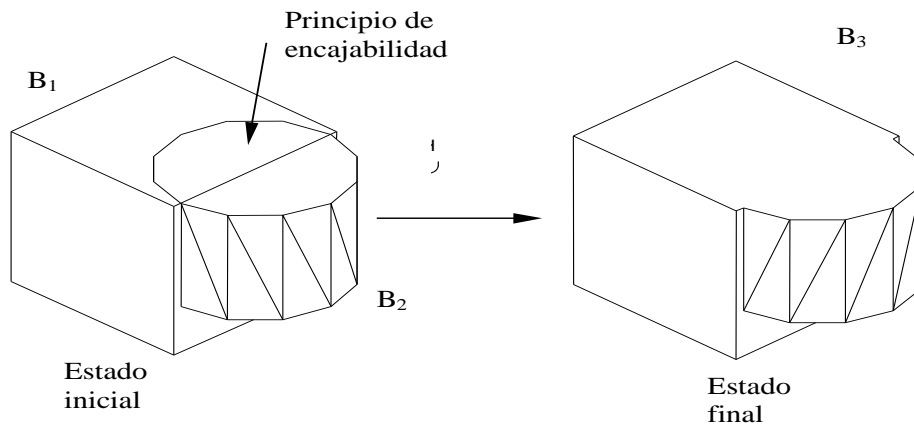
es llamada unión homogénea si y sólo si,

- 1)  $s(H) = \overset{H}{\cup} ; H \in I_1, U \in O_B$
- 2)  $B_3 = I_{B_3} \cup \partial_{B_3}$
- 3)  $I_{B_3} = I_{B_1} \cup I_{B_2}$
- 4)  $\partial_{B_3} = (\partial_{B_1} \cup \partial_{B_2}) - \partial_{x_1}$

Aquí,  $\partial_{x_1}$  es la frontera de la parte de  $B_1$  encajada en  $B_2$ . En esta tesis, la operación “unión homogénea” efectuada en una pareja de sólidos se representará de la manera siguiente:

$$B_3 = B_1 \overset{H}{\cup} B_2 \quad (5.3)$$

**Observación 5.1** La unión homogénea puede ser aplicada a dos o más sólidos siempre que el estado inicial sea establecido por el principio de encajabilidad. La figura siguiente muestra el estado inicial y final de la operación “unión homogénea”:



**Figura 5.2 Operación unión homogénea.**

### 5.3 Unión homogénea en la frontera

En esta sección se presenta una variante de la unión homogénea caracterizada por el estado inicial, que para este caso, es determinado por una relación de contacto.

**Definición 5.2.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ , tales que  $R_C(B_1, B_2) = 1 \in C$ . La operación,

$$\overset{HF}{\cup} : B \times B \rightarrow B \tag{5.4}$$

definida por:

$$\overset{HF}{\cup} (B_1, B_2) = B_3 ; \forall B_1, B_2, B_3 \in B$$

O, equivalentemente:

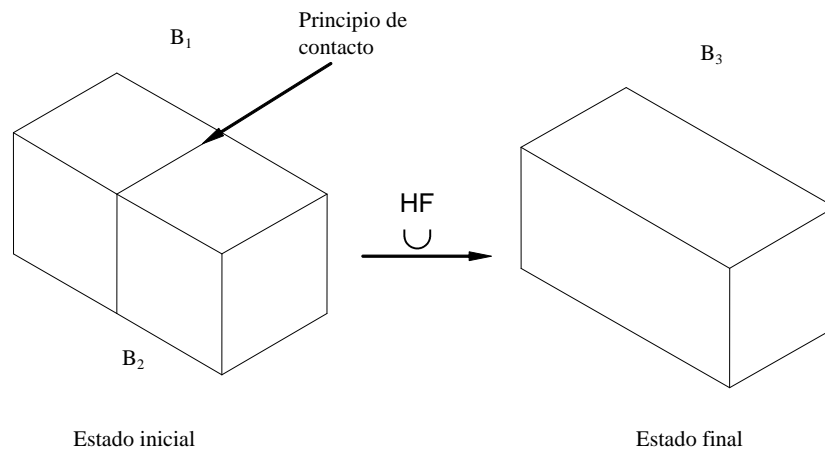
$$B_3 = B_1 \overset{HF}{\cup} B_2 \tag{5.5}$$

es llamada “unión homogénea en la frontera” si y solo si:



- 1)  $s(\text{HF}) = \cup^{\text{HF}}$  ;  $\text{HF} \in \text{I}_1$  ,  $U \in \text{O}_B$
- 2)  $B_3 = I_{B_3} \cup \partial_{B_3}$
- 3)  $I_{B_3} = I_{B_2} \cup I_{B_1}$
- 4)  $\partial_{B_3} = (\partial_{B_1} \cup \partial_{B_2}) - \partial_C$

Aquí,  $\partial_C = \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2}$  es la frontera común de contacto entre los sólidos  $B_1$  y  $B_2$  en el estado inicial. La figura 5.3 muestra el estado final del sólido generado  $B_3$  bajo la operación  $\cup^{\text{HF}}$ .



**Figura 5.3 Operación unión homogénea en la frontera.**

Observe en las figuras 5.2 y 5.3 que las operaciones unión homogénea y unión no homogénea en la frontera tienen el mismo efecto, esto es: eliminan fronteras.

#### 5.4 Unión no homogénea

La siguiente operación abstracta que será caracterizada, es llamada “unión no homogénea” bajo la relación de contacto.

**Definición 5.3.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ , tales que  $R_C(B_1, B_2) = 1 \in C$ . La operación,

$$\overset{\text{NH}}{\cup} : B \times B \rightarrow B \quad (5.6)$$

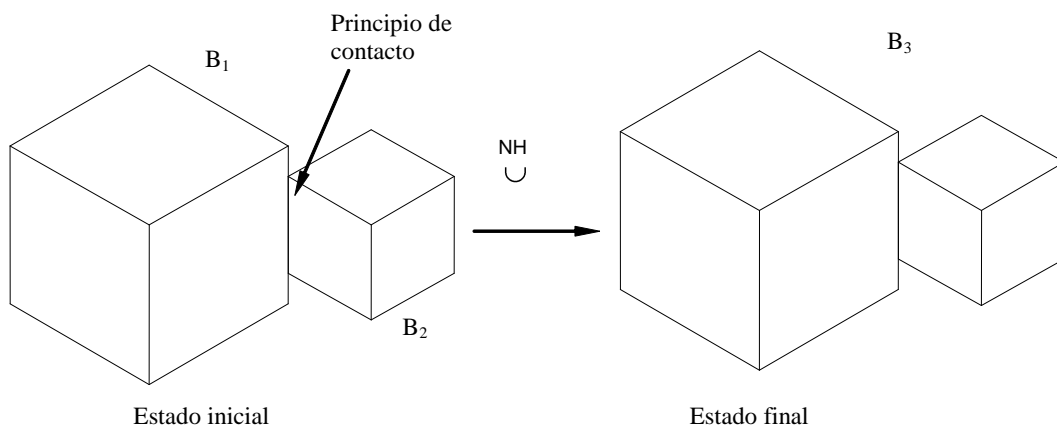
definida por:

$$B_3 = B_1 \overset{\text{NH}}{\cup} B_2$$

es llamada “unión no homogénea” si el sólido  $B_3$  satisface las propiedades siguientes:

- 1)  $B_3 = I_{B_3} \cup \partial_{B_3}$
- 2)  $I_{B_3} = I_{B_1} \cup I_{B_2}$
- 3)  $\partial_{B_3} = \partial_{B_1} \cup \partial_{B_2}$
- 4) Existe  $\partial_C \subset \partial_{B_3}$  tal que  $\partial_C = \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2} \Leftrightarrow R_C(B_1, B_2) = 1 \in C$ .
- 5)  $s(\text{NH}) = \overset{\text{NH}}{\cup}$  ;  $\text{NH} \in I_1$  ;  $U \in O_B$ .

**Observación 5.2.** La frontera común  $\partial_C$  puede ser la misma tanto en el estado inicial como en el final (también, si el contacto es por un punto). La operación  $\overset{\text{NH}}{\cup} : B \times B \rightarrow B$  tiene una propiedad muy importante: no transforma fronteras. Esta propiedad es de utilidad para representar más adelante las operaciones de ensamble a presión o montaje.



**Figura 5.4 Operación unión no homogénea en la frontera.**

## 5.5. Diferencia clase 1

En esta sección es caracterizada una operación abstracta de fundamental importancia: “la diferencia clase 1”. Se utilizará la propiedad de descomposición de un sólido para representar dicha operación.

**Definición 5.4.** Sea  $B_1 \in B$  tal que  $B_1 = \bigcup_{i=1}^n B_{1i}$ . La operación,

$$-^{C_1} : B_1 \times B_1 \rightarrow B_1 \in B \quad (5.7)$$

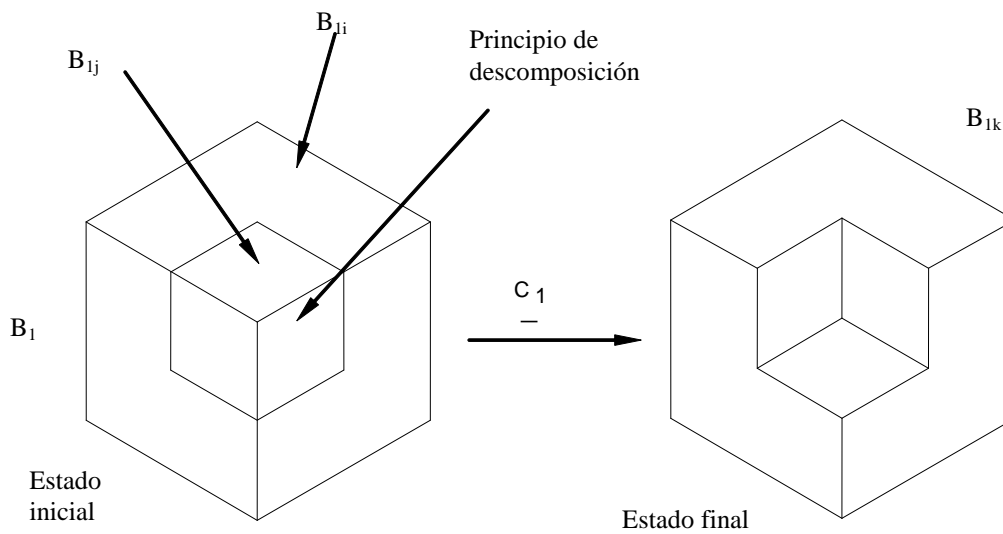
definida por:

$$B_{1k} = B_{1i} -^{C_1} B_{1j} ; B_{1k}, B_{1i}, B_{1j} \in B_1$$

es llamada “diferencia clase 1” si y solo si:

- 1)  $B_1 = B_{1i} \cup B_{1j}$
- 2)  $B_{1k} = B_{1i}$
- 3)  $s(C_1) = -^{C_1} ; C_1 \in I_1 ; - \in O_B$

**Observación 5.3.** Las descomposiciones de un sólido poseen interior y fronteras diferentes (depende de las formas de las partes). En particular, en el estado inicial las particiones mantienen una relación de contacto múltiple que también depende del número y tamaño de las particiones. La figura siguiente muestra el estado inicial y final que caracterizan la diferencia clase 1.



**Figura 5.5 Operación diferencia clase 1.**

## 5.6. Diferencia clase 2

La siguiente operación abstracta es una variante de la diferencia clase 1, en este caso, se requieren dos sólidos y una relación de contacto en el estado inicial.

**Definición 5.5.** Sean  $B_1, B_2 \in B$  tales que  $R_C(B_1, B_2) = 1 \in C$ . La operación,

$$\overset{C_2}{-} : B \times B \rightarrow B \quad (5.8)$$

definida por:

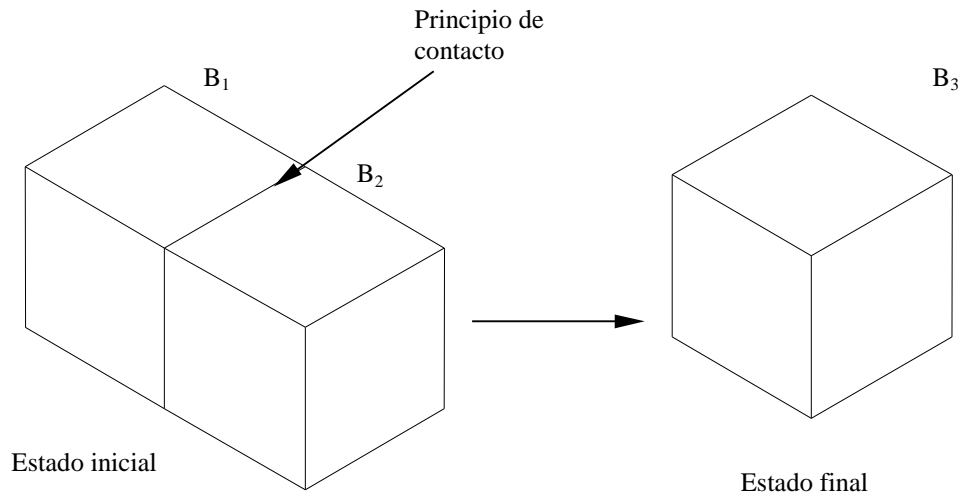
$$B_3 = \overset{C_2}{B_1 - B_2} ; \forall B_1, B_2, B_3 \in B.$$

es llamada “diferencia clase 2” si y solo si,

$$1) B_3 = B_1$$

$$2) s(C_2) = \overset{C_2}{-} ; C_2 \in I ; - \in O_B$$

La figura siguiente muestra los estados iniciales y finales de la operación “diferencia clase 2”:



**Figura 5.6 Operación diferencia clase 2.**

### 5.7 Diferencia clase 3

En esta sección se presenta otra variante de la operación diferencia: “la clase 3”. Para este caso, se utiliza el principio de encajabilidad.

**Definición 5.6.** Sean  $B_1, B_2 \in B$ . Sea también  $X_1 \subset B_1$  tal que  $X_1 \cap B_2 \neq \emptyset$ . La operación,

$$\overset{C_3}{-} : B \times B \rightarrow B \tag{5.9}$$

definida por:

$$B_3 = B_1 \overset{C_3}{-} B_2 ; B_1, B_2, B_3 \in B.$$

es llamada “diferencia clase 3” si y solo si,

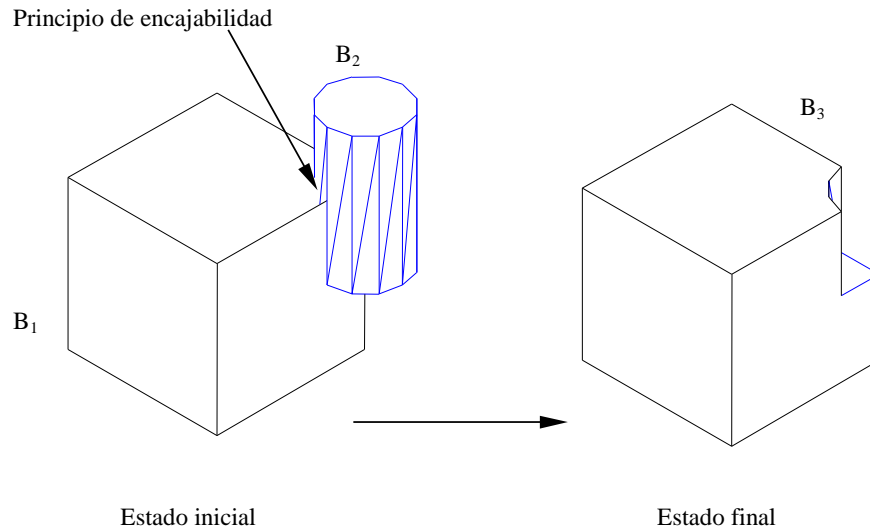
- 1)  $B_3 \subset B_1$
- 2)  $I_{B_3} = I_{B_1} - I_{B_2}$
- 3)  $\partial_{B_3} = \partial_{B_1} - \partial_{B_2}$
- 4)  $s(C_3) = - \overset{C_3}{-} ; C_3 \in I_1, - \in O_B$

Otra forma de caracterizar la diferencia clase  $C_3$  es usando los tres principios: descomposición, encajabilidad y relación de contacto. Para ello considere que  $B_1 = B_{1i} \cup X_1$  tal que  $R_C(B_{1i}, X_1) = 1 \in C_1$ . Además,  $X_1 \in B_1$  es tal que  $X_1 \cap B_2 \neq \emptyset$ . Entonces,

$$B_3 = B_1 - \overset{C_3}{B_2} \quad (5.10)$$

Aquí,  $I_{B_3} = (I_{B_{1i}} - I_{X_1}) - I_{B_2}$ . También,  $\partial_{B_3} = (\partial_{B_{1i}} - \partial_{X_1}) - \partial_{B_2}$ . En particular,  $B_3 = I_{B_{1i}}$ .

La figura siguiente muestra los estados inicial y final de la operación “diferencia clase 3”:



**Figura 5.7 Operación diferencia clase 3.**

Los resultados obtenidos en el presente capítulo serán aplicados para representar en el capítulo 6 operaciones reales de manufactura.

# Operaciones abstractas de manufactura

**Introducción.** En este capítulo, se presentan tres operaciones abstractas de manufactura; unión por soldadura, unión por ensamble y diferencia de maquinado. Para relacionar las operaciones “unión homogénea, unión no homogénea y diferencias clase 1 y clase 3” con las anteriormente descritas en el capítulo 5 de esta tesis, se utilizará una equivalencia geométrica dada principalmente por el estado final del sólido transformado. Se da también en esta sección, nombre a los sólidos regularizados descritos en el capítulo 4, en función de manufactura, es decir, “materias primas, material extraído o agregado, sub-parte y producto finalizado [56, 67].

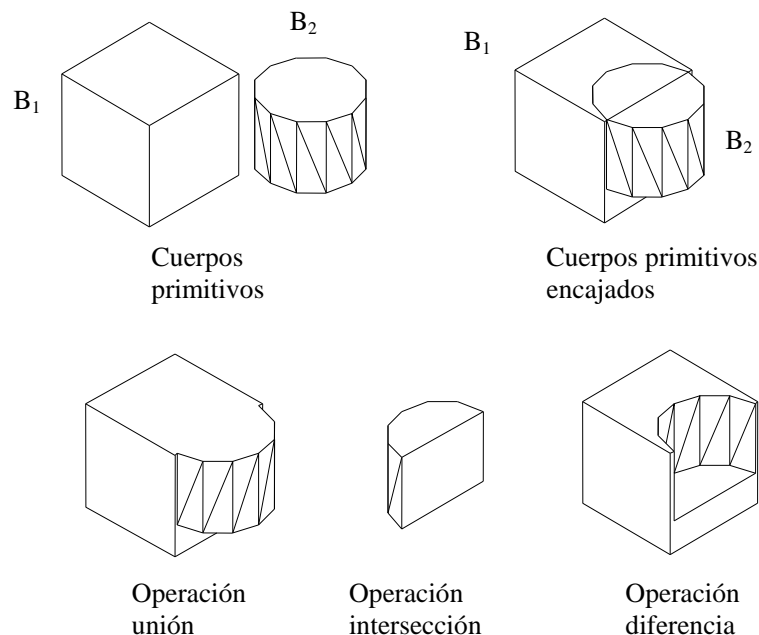
## 6.1 Algunas consideraciones sobre las operaciones abstractas de manufactura

La principal tarea de un sistema de manufactura es la transformación de materias primas en productos finalizados. En dicha acción se requieren operaciones diversas, tales como ensambles, maquinados y soldaduras, entre otras. En particular, algunas operaciones pueden ser representadas por operaciones abstractas como la unión, intersección y diferencia. Asimismo, las materias primas, el material extraído o anexado, los subproductos y los productos finalizados pueden ser idealizados a través de sólidos regularizados [56]. En consecuencia, el álgebra de Boole permite estudiar y generar modelos abstractos de manufactura.

Cada operación real de manufactura tiene características propias que las diferencian, por ejemplo, las soldaduras añaden material a la unión de dos metales, en tanto los maquinados

extraen material de las materias primas. Otra característica importante la cual representa la base de esta investigación, es la transformación geométrica que las operaciones producen en las materias primas. Por ejemplo, un proceso de ensamble no requiere penetrar fronteras, en tanto, las operaciones de soldadura sí necesitan del factor penetración. Los maquinados extraen sólido transformando de las fronteras del material base.

Las transformaciones geométricas pueden ser modeladas usando la relación de contacto, la encajabilidad y la descomposición de sólidos regularizados. Geométricamente las operaciones unión, intersección y diferencia definidas en el capítulo anterior se representan en la figura siguiente:



**Figura 6.1. Operaciones booleanas.**

Observe en la figura anterior que los sólidos  $B_1$  y  $B_2$  están encajados el uno en el otro. Por otro lado, las geometrías asociadas con los sólidos regularizados por definición están bien definidas [56, 57]. En este trabajo de tesis se utilizarán geometrías conocidas para modelar las transformaciones de materias primas en productos finalizados.



## **6.2 Propiedades de manufactura**

En general, una operación real de manufactura, por ejemplo un taladro, requiere de toda la información de proceso (herramientas, materia prima, maquinaria, tiempos, etc). Analizar una operación real implica integrar no sólo la información propia de la operación, sino también sus propiedades (densidad, energía consumida, fuerzas de corte, etc).

Para aplicar el marco teórico desarrollado en el capítulo 3 de este trabajo y los resultados de los anteriores capítulos, es necesario utilizar un nivel de abstracción máximo sobre la información de manufactura de las operaciones reales. Este hecho implica usar la mínima información posible para generar las operaciones abstractas de manufactura. Es bien sabido que los maquinados extraen material de una materia prima reduciendo el volumen y transformando los sólidos [56, 57]. Las soldaduras añaden material e incrementan el volumen. En tanto, los ensambles dan forma a un producto sin afectar las fronteras de las materias primas. Se puede también agregar que los maquinados rompen fronteras, así como las soldaduras. Los ensambles conservan las fronteras de las materias primas en el estado final.

Es posible estudiar la naturaleza de las operaciones analizando las características del sólido generado, principalmente, la forma, el interior y su frontera incluyendo además, el aumento y disminución de volumen de acuerdo con el volumen de las materias primas en el estado inicial. En la siguiente sección son caracterizadas tres operaciones de manufactura usando las características mencionadas en el párrafo anterior.

## **6.3 Caracterización de operaciones abstractas de manufactura**

Sea  $I_2 \subset I$  el subconjunto de índices compuesto por  $I_2 = \{M(\text{Maquinado}), S(\text{soldadura}), E(\text{Ensamble})\}$ . Cada índice representa una operación real de manufactura y la información asociada (nivel máximo de abstracción) se detalla a continuación [56, 57]:

- Los maquinados (M) eliminan fronteras y reducen el volumen de las materias primas. Además, es necesario la existencia de dos sólidos; uno que representa la materia prima y otro la herramienta que remueve el material.
- Las soldaduras (S) eliminan fronteras y añaden material al producto resultante incrementando el volumen. Es necesaria la existencia de dos o más sólidos, en particular, dos materias primas y un sólido que representa el cordón de soldadura.
- Los ensambles a presión (E) no eliminan fronteras de las materias primas, el volumen del producto resultante, es la suma de los volúmenes de las materias primas. Es necesario dos o más sólidos en este proceso.

**Observación 6.1** La cantidad de información asociada con cada índice (M, S, E) es suficiente para relacionar las operaciones reales de manufactura con las operaciones abstractas, siguiendo un máximo nivel de abstracción.

La siguiente definición es de utilidad para los propósitos del presente capítulo:

**Definición 6.1** Sea  $I_2 = \{M, S, E\}$  el conjunto de operaciones reales y  $O_{B1} = \{ \overset{C_3}{-}, \overset{H}{\cup}, \overset{NH}{\cup} \}$  el conjunto de las operaciones variantes descritas en el capítulo 5 de este trabajo de tesis. La función,

$$g : I_2 \rightarrow O_{B1} \tag{6.1}$$

definida por:

$$\begin{aligned} g(M) &= \overset{C_3}{-} M \\ g(S) &= \overset{H}{\cup} S \\ g(E) &= \overset{NH}{\cup} E \end{aligned}$$

es llamada “de asociación de manufactura primaria”. Para los propósitos de esta tesis se consideran las equivalencias siguientes:

- 1)  $\overset{C_3}{-} \overset{M}{M} \Leftrightarrow -$
- 2)  $\overset{H}{\cup} \overset{S}{S} \Leftrightarrow \cup$
- 3)  $\overset{NH}{\cup} \overset{E}{E} \Leftrightarrow \cup$

Aquí,  $\overset{M}{-}$  es la diferencia de maquinado,  $\overset{S}{\cup}$  es la unión por soldadura y  $\overset{E}{\cup}$  es la unión por ensamble. La equivalencia anterior tiene como objetivo eliminar argumentos y redefinir las operaciones de manufactura.

Una vez caracterizadas las operaciones de manufactura, es necesario establecer el dominio de dichas operaciones; es decir, renombrar en términos de manufactura el conjunto de sólidos regularizados. Para ello, se tomará en cuenta el estado inicial y final del sólido generado, así como la información mínima de manufactura respecto a las materias primas, productos subprocesados, porciones extraídas o anexadas (de material) y el producto finalizado.

#### 6.4 Partición del conjunto de sólidos regularizados

En esta sección el conjunto “B” de sólidos regularizados es particionado en familias con el propósito de establecer el dominio de las operaciones reales de manufactura. Bajo tal partición, cada familia tendrá asociada información de manufactura de tal forma que sea posible diferenciar la naturaleza de los sólidos en un proceso específico.

**Definición 6.2.** Sea B el conjunto de sólidos regularizados. Se dice que B es particionado en 5 subconjuntos si y solo si:

$$\begin{aligned}
 1) \quad B &= \bigcup_{k=1}^5 B_{1k} && (6.2) \\
 2) \quad B_{11} \cap B_{12} \cap B_{13} \cap B_{14} \cap B_{15} &= \emptyset \\
 3) \quad B_{1k} &\subset B
 \end{aligned}$$

Aquí,

$B_{11}$  es el conjunto de sólidos en el estado 1.

$B_{12}$  es el conjunto de sólidos en el estado 1 especial.

$B_{13}$  es el conjunto de sólidos en el estado 2 (transitorio).

$B_{14}$  es el conjunto de sólidos en el estado 2 (final).

$B_{15}$  es el conjunto de sólidos anexados o extraídos durante la transición del estado 1 al estado 2.

Para el caso de la familia (partición)  $B_{12}$  el término “especial” está relacionado con una forma de preparación de las materias primas. Esta familia es descrita con más detalle en las siguientes secciones. Por otro lado, el término “transitorio” asociado con la familia  $B_{13}$  se relaciona con las subpartes y, finalmente, el término “final” (familia  $B_{14}$ ) se refiere a la terminación del proceso (obtención del producto finalizado).

## 6.5 Asociación de manufactura a las familias de sólidos regularizados

En esta sección se da nombre a cada familia del conjunto  $B$  en función de manufactura bajo propiedades específicas. Para este caso, serán utilizadas las operaciones de manufactura.

Sea  $I_3 \subset I$  un subconjunto de índices definido por  $I_3 = \{MP, PP, SUB, PT, MAE\}$ . Cada índice representa la siguiente información:

- |        |                         |
|--------|-------------------------|
| 1) MP  | Materia prima           |
| 2) PP  | Producto en preparación |
| 3) SUB | Sub-parte               |

- 4) PT                      Producto terminado
- 5) MAE                    Material agregado extraído

Considere que el conjunto de las operaciones  $(-, \cup, \cup)$  es llamado “conjunto de operaciones principales”, y que, “n” es el número finito de operaciones principales. Entonces:

- 1) Las materias primas (MP) son todos aquellos sólidos sobre los cuales no está definida una operación principal.
- 2) Los productos en preparación (PP) son los sólidos preparados para una operación principal.
- 3) Las sub-partes (SUB) son aquellos sólidos generados por una o varias operaciones principales.
- 4) El producto terminado (PT) es aquél sólido generado por la última operación principal de manufactura.
- 5) El material agregado o extraído (MAE) es la porción de sólido extraído o agregado de una materia prima durante la aplicación de una operación principal.

*Nota: En esta sección no son descritas las propiedades de los productos preparados. Al finalizar la presente sección se profundiza en éste tipo de productos.*

**Definición 6.3.** Sea  $I_3 \subset I$  y  $B = \bigcup_{k=1}^5 B_{1k}$ . La función,

$$\eta : I_3 \rightarrow B = \bigcup_{k=1}^5 B_{1k} \tag{6.3}$$

definida por:

$$\begin{aligned} \eta (MP) &= B^{MP}_{11} \\ \eta (PP) &= B^{PP}_{12} \\ \eta (SUB) &= B^{SUB}_{13} \end{aligned}$$

$$\eta (PT) = B^{PT}_{14}$$

$$\eta (MAE) = B^{MAE}_{15}$$

es llamada “ función de asociación primaria de manufactura al conjunto de sólidos regularizados”. Para los propósitos de la presente sección, se admiten las equivalencias siguientes:

- |    |  |   |
|----|--|---|
| 1) | $B^{MP}_{11} \Leftrightarrow B_{MP}$   | Familia de materias primas                      |
| 2) | $B^{PP}_{12} \Leftrightarrow B_{PP}$   | Familia de materias primas en preparación       |
| 3) | $B^{SUB}_{13} \Leftrightarrow B_{SUB}$ | Familia de subpartes                            |
| 4) | $B^{PT}_{14} \Leftrightarrow B_{PT}$   | Familia de los productos terminados             |
| 5) | $B^{MAE}_{15} \Leftrightarrow B_{MAE}$ | Familia de los materiales agregados o extraídos |

Por tanto, el conjunto  $B^n = \{B_{MP}, B_{PP}, B_{SUB}, B_{PT}, B_{MAE}\}$  representa el dominio de las operaciones principales de manufactura.

## 6.6 Algunas consideraciones sobre las operaciones reales de manufactura

En esta sección se estudian algunas consideraciones relacionadas con las operaciones reales de manufactura en relación con su dominio. Una de las propiedades de las operaciones reales de manufactura es su regularidad. Ésta es observada en el conjunto  $B^n$ . Por ejemplo, la operación de maquinado se define de la manera siguiente:

$$B_3 = B_1 - B_2 \quad ; \quad B_3 \in B_{PT}, B_2 \in B_{MAE}, B_1 \in B_{PT} \quad (6.4)$$

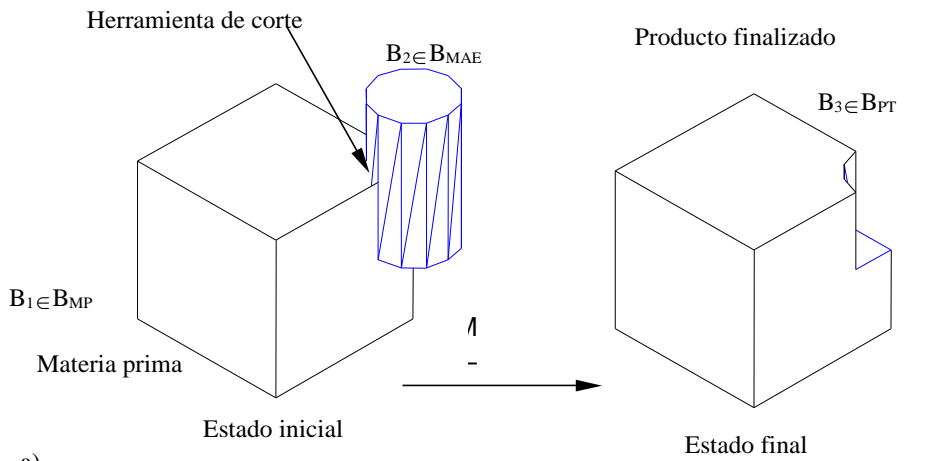
La relación anterior es válida siempre que sea definida una y solo una operación sobre las materias primas.

Nótese en la ecuación (6.4) que  $B_1, B_2$  y  $B_3 \in B^\eta$ . Por tanto, la regularidad o cerradura de la operación  $\overset{M}{-}$  es satisfecha. Por otro lado, en términos de manufactura,  $B_1$  es la materia prima,  $B_2$  porción de material extraído y  $B_3$  el producto terminado. Cabe hacer notar que las propiedades de las operaciones sobre el dominio  $B^\eta$  son diferentes. En realidad, el material extraído representado por  $B_2$  debe ser idealizado por una herramienta de corte, puesto que la operación  $\overset{M}{-}$  es caracterizada por la diferencia clase 3.

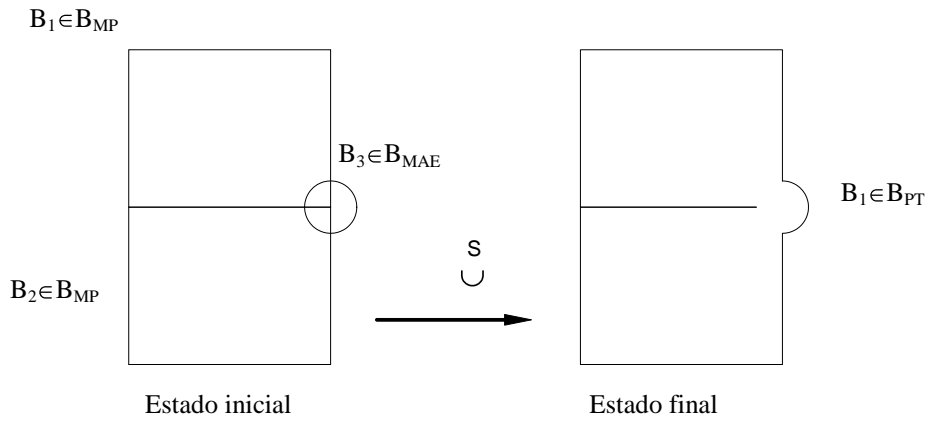
Para el caso de la operación de soldadura es necesario tomar en cuenta tres elementos de  $B^\eta$ , dos materias primas y un sólido anexado que representa el cordón de soldadura. Además, se debe considerar que las dos materias primas están asociadas mediante una relación de contacto, y el sólido anexado se relaciona con dichas materias primas en el estado inicial por el principio de encajabilidad.

La operación de ensamble también tiene propiedades específicas. Por ejemplo, una materia prima debe poseer una geometría especial que permita utilizar la operación abstracta  $\overset{NH}{\cup} \left( \overset{E}{\cup} \right)$  tanto en el estado inicial como en el estado final.

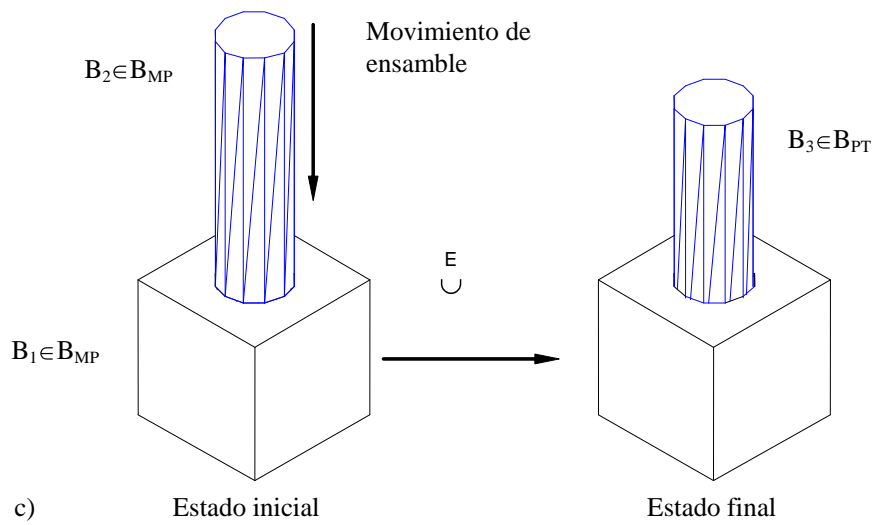
La figura siguiente muestra los estados iniciales y finales de las operaciones  $\overset{M}{-}$ ,  $\overset{S}{\cup}$ ,  $\overset{E}{\cup}$  respectivamente:



a)



b)



c)

**Figura 6.2 Operaciones abstractas de manufactura.**



## 6.7 Operaciones secundarias y caracterización de la familia $B_{PP}$

En esta sección se presentan dos tipos de operaciones especiales llamadas secundarias, las cuales serán definidas en el estado inicial de las operaciones  $\overset{S}{\cup}$  y  $\overset{E}{\cup}$ . En la figura 6.2.b se observa que la operación de soldadura requiere en el estado inicial que las materias primas  $B_1$  y  $B_2$  estén preparadas, es decir,  $B_1 \cup B_2$ . Es necesario definir un estado llamado “estado cero” para caracterizar dicha unión. En este caso, se utilizará la disyunción como estado cero.

**Definición 6.4.** Sean  $B_1$  y  $B_2 \in B_{MP}$  tal que  $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ . La operación,

$$\overset{Pr}{\cup} : B_{MP} \times B_{MP} \rightarrow B_{PP} \quad (6.5)$$

definida por:

$$B_{12} = B_1 \overset{Pr}{\cup} B_2 ; B_{12} \in B_{PP}$$

es llamada “unión de preparación” si y solo si el producto preparado  $B_{12}$  satisface la propiedad siguiente:

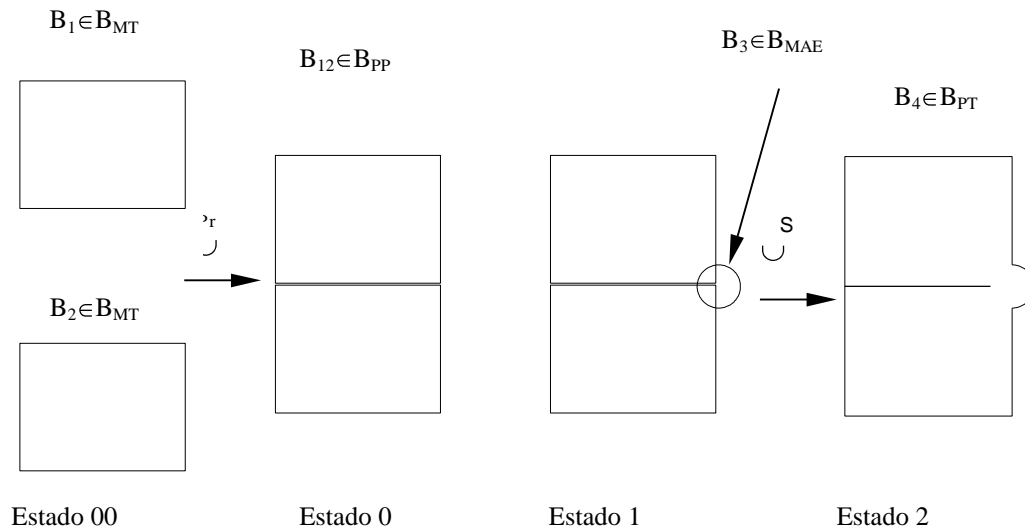
$$R_C(B_1, B_2) = 1 \in C \text{ en el estado 1 (inicial)}$$

Es decir, dicha operación en el estado 1 une a las materias primas sin penetración, en realidad están contactadas por una frontera común generada por la relación:

$$R_C : B_{MP} \times B_{MP} \rightarrow \{1,0\}$$

En manufactura la operación de preparación  $\overset{Pr}{\cup} : B_{MP} \times B_{MP} \rightarrow B_{PP}$  adquiere importancia, pues preparar las materias primas para un proceso de ensamble o soldadura requiere de un tiempo específico, así como de tareas secundarias.

En particular, la operación  $\cup^S$  necesita una operación secundaria y tres estados. La figura siguiente muestra los efectos de la operación  $\cup^{Pr}$ :

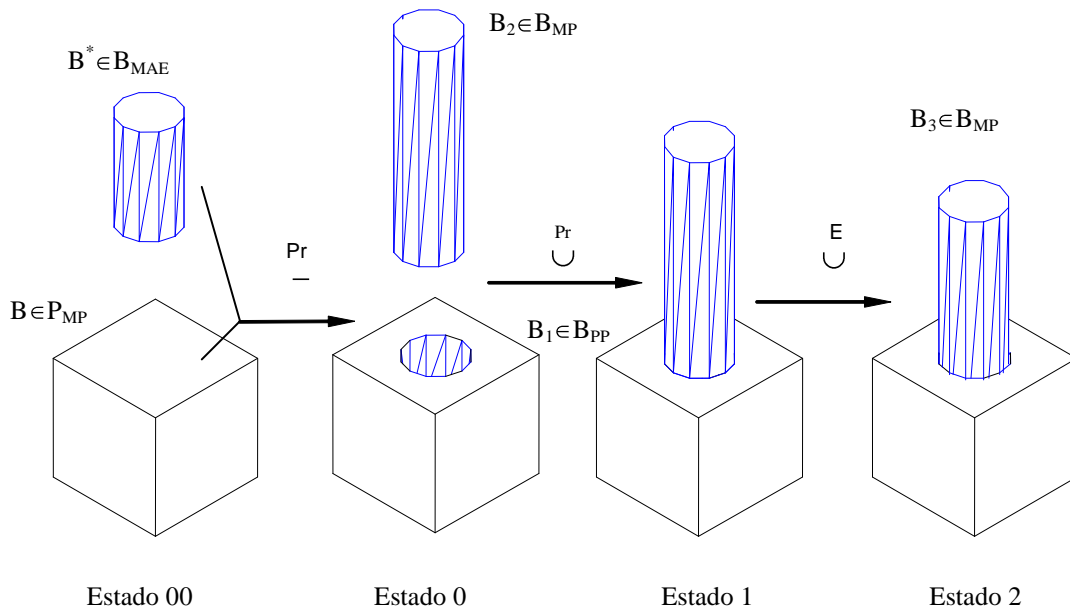


**Figura 6.3 Operación de unión preparación.**

Otra operación secundaria importante es la diferencia de preparación caracterizada por el símbolo  $-^{Pr}$ . Considere que la materia prima  $B_1$  asociada a la operación de ensamble es la mostrada en la figura 4.2.c. Se puede representar al sólido  $B_1$  a través de la expresión siguiente:

$$B_1 = B -^{Pr} B^* \quad (6.6)$$

Aquí,  $B$  es una materia prima y  $B^*$  es la porción extraída durante una operación de maquinado. Es decir, la materia prima  $B_1$  se considera anteriormente premaquinada de la materia prima  $B$ . Esta última consideración determina que el proceso de ensamble requiere de dos operaciones secundarias y cuatro estados. La figura siguiente muestra el desarrollo de un proceso de ensamble:



**Figura 6.4 Diferencia de preparación y proceso de ensamble.**

Observe en la figura anterior que la expresión (6.6) se satisface si y solo si:

$$B = B_1 \cup B^*$$

Asimismo,  $B_1$  y  $B^*$  son dos descomposiciones de  $B$ . Con estas ideas se caracterizan los estados de la operación  $\overset{E}{\cup}$ ; esto es:

- |    |           |                |
|----|-----------|----------------|
| 1) | Estado 00 | Descomposición |
| 2) | Estado 0  | Disyunción     |
| 3) | Estado 1  | Contacto       |
| 4) | Estado 2  | Contacto       |

Para el caso de la operación de soldadura los estados son, de acuerdo con la figura 6.2.b, los siguientes:

- |    |           |               |
|----|-----------|---------------|
| 1) | Estado 00 | Disyunción    |
| 2) | Estado 0  | Contacto      |
| 3) | Estado 1  | Encajabilidad |
| 4) | Estado 2  | Encajabilidad |

**Observación 6.2** Las operaciones secundarias  $\overset{\text{Pr}}{\cup}$  y  $\overset{\text{Pr}}{-}$  son casos especiales de operaciones de manufactura referidas a la manera de preparación de materias primas para una posterior operación principal. Por otro lado, los elementos de la familia  $B_{PP}$  son caracterizados por una o más operaciones secundarias.

### 6.8 Reformulación de las operaciones de manufactura

En esta sección son reformuladas las operaciones de ensamble y soldadura de acuerdo con las operaciones secundarias. Observe de la figura 6.2.b que el sólido generado  $B_4 \in B_{PT}$  satisface la expresión siguiente:

$$B_4 = (B_1 \overset{\text{Pr}}{\cup} B_2) \overset{\text{S}}{\cup} B_3 \quad (6.7)$$

Aquí,  $B_{12} = B_1 \overset{\text{Pr}}{\cup} B_2$

Para el caso de la operación de soldadura, el dominio y codominio dados entre familias son:

$$\overset{\text{S}}{\cup} : B_{PP} \times B_{MAE} \rightarrow B_{PT}$$

También, el dominio y codominio de la operación secundaria  $\overset{\text{Pr}}{\cup}$  son:

$$\overset{\text{Pr}}{\cup} : B_{MP} \times B_{MP} \rightarrow B_{PP}$$

Por otro lado, considerando la geometría especial de la materia  $B_1$  mostrada en la figura 6.4 el proceso de ensamble a presión que genera el sólido  $B_3$  se representa de la siguiente manera:

$$B_3 = (((B \overset{\text{Pr}}{-} B^*) \overset{\text{Pr}}{\cup} B_2) \overset{\text{E}}{\cup} B_2) \quad (6.8)$$

Aquí,

$$B_1 = B \overset{\text{Pr}}{-} B \text{ y } B_{12} = B_1 \overset{\text{Pr}}{\cup} B_2$$

Las operaciones dadas en la expresión (6.8) tienen los siguientes dominios y codominios:

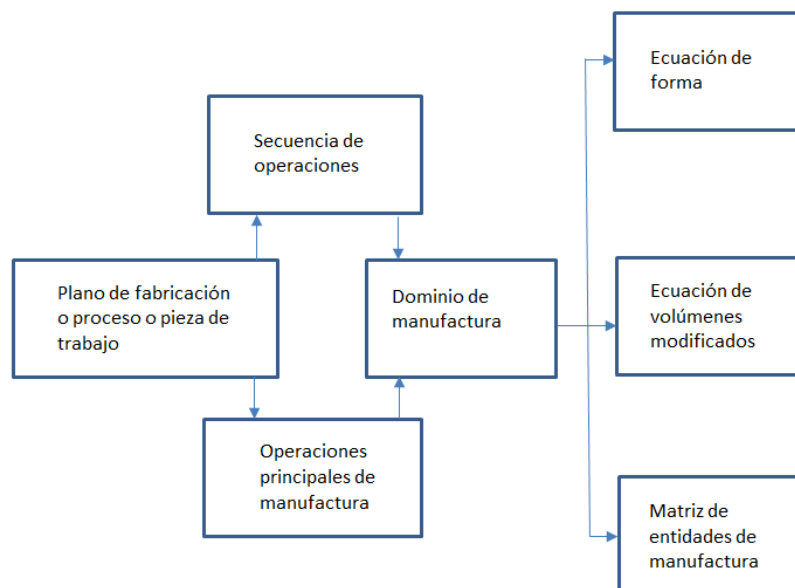
$$\overset{\text{E}}{\cup} : B_{PP} \times B_{PM} \rightarrow B_{PT}$$

$$\overset{\text{Pr}}{-} : B_{MP} \times B_{MAE} \rightarrow B_{PP}$$

$$\overset{\text{Pr}}{\cup} : B_{PP} \times B_{MP} \rightarrow B_{PP}$$

## Modelos de manufactura

**Introducción.** En este capítulo se presenta un marco de referencia para generar tres modelos de manufactura relacionados con el dominio de manufactura. El objetivo es utilizar los resultados de las sistematizaciones realizadas en los capítulos anteriores para construir tres modelos con los cuales es posible representar las transformaciones geométricas y de manufactura de productos representados en planos de fabricación. Los modelos son llamados: Ecuaciones de Forma, Ecuaciones de Volúmenes y Matriz de primitivas [56, 57]. Para el primer modelo se usarán sólidos regularizados y operadores booleanos parametrizados y, para el segundo modelo, se usarán los volúmenes de primitivas de manufactura. Finalmente, la matriz de primitivas es una representación de la información de manufactura. Cabe señalar que todos los modelos son obtenidos del dominio de manufactura de primitivas sistematizado en el capítulo 4 de este trabajo de tesis [63, 74]. La figura 7.1 muestra un diagrama de bloques donde se muestra el proceso para generar los modelos del producto.



**Figura 7.1. Proceso para generar los modelos del producto**

## 7.1 Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de forma

Los modelos de manufactura son necesarios para poder tener información acerca de los productos y sus procesos de manufactura. Cada modelo debe ser construido en un dominio específico y con operaciones definidas en tal dominio. La cantidad de información geométrica y de manufactura relacionada con cada modelo depende del nivel de abstracción utilizado. El modelo de la ecuación de forma usa un nivel de abstracción máximo; es decir, la mínima cantidad de información posible. El dominio operacional de dicho modelo es el conjunto de sólidos regularizados y las operaciones de manufactura son idealizadas con la unión y la diferencia las cuales representan familias de operaciones que agregan o eliminan material de las materias primas base. Unos de los objetivos de la presente tesis es modelar un caso de estudio caracterizado por operaciones de maquinado, por ello, los conceptos desarrollados en las secciones posteriores están direccionados hacia operaciones que extraen materiales de la materia prima. Sin embargo, el marco teórico base es funcional para otros tipo de operaciones de manufactura.

Para determinar el modelo de ecuaciones de forma, considere las definiciones siguientes:

**Definición 7.1** Una operación de manufactura es llamada primaria o de transformación efectiva si y sólo si satisface las dos siguientes propiedades:

- a) Son aquellas operaciones obtenidas de los procesos específicos dados en el plano de fabricación de un producto.
- b) Es aquella operación que define un estado de transformación intermedia o final de un producto.

Nótese que las operaciones que satisfacen las propiedades arriba señaladas son la diferencia de maquinado, la unión por ensamble y la unión por soldadura respectivamente. Dichas operaciones fueron caracterizadas en el capítulo 6.

**Definición 7.2** Una operación secundaria de manufactura o auxiliar satisface las cuatro propiedades siguientes:

- i) No transforma materias primas en productos intermedios o finalizados.
- ii) Son operaciones que auxilian a una operación principal.
- iii) Caracterizan las formas de pre-transformación de materias primas.
- iv) El estado final de una materia prima o de una subparte bajo las operaciones secundarias es de preparación.

Las operaciones que satisfacen las características anteriores son la unión por preparación y la diferencia de pre-maquinado, respectivamente. La siguiente definición es de fundamental importancia en esta tesis:

**Definición 7.3.** Se dirá que una operación primaria es “perfecta para maquinado” si y solo si las dos siguientes propiedades son satisfechas:

- 1) El sólido extraído de la materia prima es removido en un sólo estado bajo la operación diferencia.
- 2) Se considera que la subparte o el producto finalizado obtenido por la operación diferencia de maquinado satisface las características dimensionales, superficiales y las tolerancias del plano de fabricación.

Bajo la definición 7.3 es posible modelar la operación diferencia por maquinado sin considerar maquinados “burdos” y “finos” y, al mismo tiempo, las características de las herramientas de corte tampoco podrán ser consideradas.

**Definición 7.4** Una operación primaria puede ser descompuesta por una sucesión finita de sub-operaciones tales que:

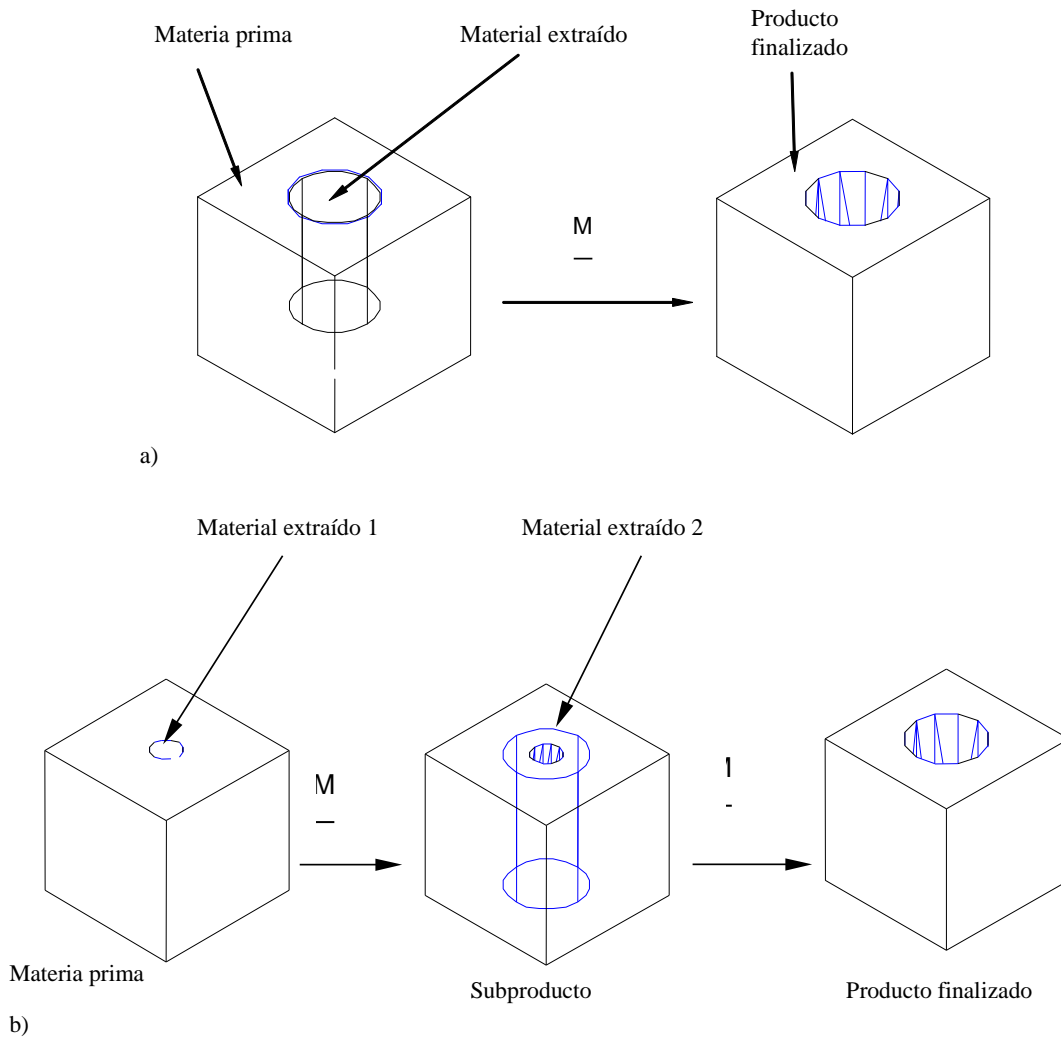
- a) Si la operación primaria es descompuesta en “k” sub-operaciones, entonces k-1 caracteriza el número de maquinados burdos, y la última operación idealiza el maquinado fino.



- b) La unión del material removido por cada sub-operación es el total del material extraído por la aplicación de una operación principal perfecta (de maquinado).

La definición anterior es aplicada cuando en material extraído no puede ser removido por una “sola pasada” de la herramienta de corte o, en su caso, se requieren dos o más herramientas para retirar el material. Para los objetivos de esta tesis, siempre que un proceso de maquinado requiera utilizar sub-operaciones, a dichas sub-operaciones se les considerará perfectas. La figura 7.1 muestra una operación de maquinado perfecta y una sucesión de sub-operaciones que actúan sobre una materia prima.

Obsérvese en la figura 7.2 que el producto finalizado es obtenido considerando un estado de operación bajo la hipótesis de perfección, en tanto, en la figura 7.1)<sub>b</sub> el mismo producto finalizado es generado usando dos sub-operaciones perfectas. Si se considera que el proceso es por taladrado, entonces son requeridas dos herramientas (brocas) para el caso mostrado en la figura 7.2)<sub>b</sub>.



**Figura 7.2 a) Maquinado perfecto, b) Maquinado por descomposiciones.**

### 7.1.1 Algunas consideraciones sobre las operaciones de maquinado

El interés en esta sección es determinar las consideraciones sobre las cuales se basan las operaciones de maquinado. La siguiente definición es de suma importancia para los propósitos de este trabajo de tesis:

**Definición 7.5** La operación “diferencia por maquinado” se dice “soportada” si y solo si:

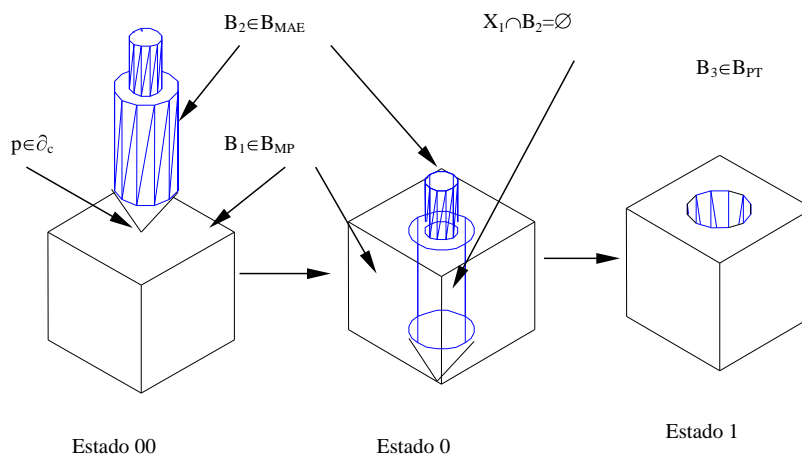
- 1)  $B_1 \in B_{MP}$  es tal que:  
 $B_2 \subseteq B_1; \quad B_2 \in B_{MAE}$

2)  $B_2 \in B_{MAE}$  caracteriza una parte de una herramienta de corte.

Aquí  $B_2 \subseteq B_1$  indica que la parte de la herramienta ( $B_2$ ) está totalmente contenida dentro de la materia prima. En otras palabras, la porción extraída del material siempre debe estar contenida sobre la materia prima. Las siguientes consideraciones están asociadas con la operación de maquinado:

- 1)  $B_1 \not\subseteq B_2$
- 2)  $Vol(B_1) > Vol(B_2)$
- 3) Existe un  $p \in B_1$  tal que  $p \in \partial_C = \partial_{B_1} \cap \partial_{B_2}$  en el estado “oo”.
- 4) En el estado “o”  $X \subset B_2$  es tal que  $X \cap B_2 \neq \emptyset$
- 5) En estado 1, el sólido generado bajo la operación “diferencia de maquinado” satisface:
  - 5.1)  $Vol(B_3) < Vol(B_1)$ ;  $B_1 \in B_{MT}$ ,  $B_3 \in B_{PT}$
  - 5.2) La expresión anterior es equivalente a:  $B_3 \subset B_1$
  - 5.3)  $B_3 \in B_{PT}$  satisface las características del plano de fabricación.

La siguiente figura muestra las consideraciones descritas anteriormente:

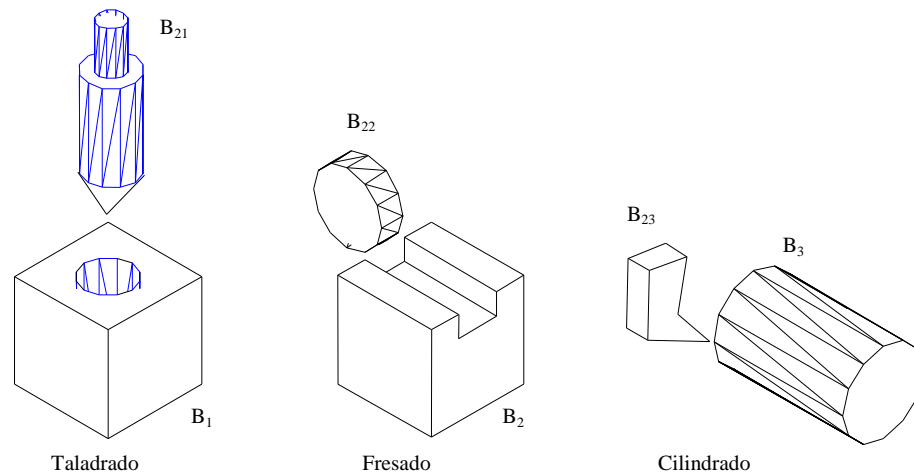


**Figura 7.3 Estados de la operación diferencia por maquinado.**

Observe en la figura 7.3 que el estado  $\mathbf{00}$  caracteriza el estado inicial de la operación de maquinado (taladrado perfecto), es decir, el punto  $p \in \partial_C$  caracteriza el inicio de la operación principal en términos de manufactura, en tanto el estado  $\mathbf{0}$  relaciona el material extraído de  $B_1$  con la herramienta  $B_2$ . Finalmente el estado 1 presenta el evento final de la operación. Por otro lado, el producto terminado tiene un volumen menor que la materia prima, además, si  $B_2$  fuera mayor que  $B_1$ , es decir  $B_1 \subseteq B_2$ , no tendría sentido, pues la operación “diferencia por maquinado” en el estado 1 generaría el sólido nulo, es decir, elimina toda la materia prima.

*Nota: En esta tesis se considerará a  $X \subseteq B_1 \in B_{MP}$  como el material extraído,  $B_2 \in B_{MAE}$  es la herramienta utilizada para remover  $X \subseteq B_1$ . Bajo esta premisa  $B_2$  (la herramienta) no necesariamente debe estar totalmente incluida (en el estado 0) en  $B_1$ .*

Esta última consideración permitirá extrapolar la “diferencia de maquinado” hacia otras operaciones tales como: taladro, cepillado, fresado, esmerilado, entre otras operaciones que se caracterizan por eliminar material. La siguiente figura muestra algunas operaciones de arranque de viruta idealizadas por la diferencia de maquinado:



**Figura 7.4 Diferentes formas de maquinado.**

Note en la figura anterior que  $B_{21}, B_{22}, B_{23} \in B_{MAE}$  son las herramientas de corte y  $B_1, B_2, B_3 \in B_{MP}$ .

### 7.1.2 Operaciones de arranque de viruta

El interés en esta sección es estudiar algunas operaciones de maquinado caracterizadas por un proceso de arranque de viruta. En particular, dichas operaciones son representadas de forma global por “la diferencia de maquinado”. El objetivo principal es asociar un conjunto de índices que determine la naturaleza de las operaciones de maquinado. La siguiente definición es de utilidad en este trabajo de tesis:

**Definición 7.6** Sea  $v \subset I$  un conjunto de índices tal que:  $v = \{C, F, Ce, Es, Ma, T\}$  y  $O_B$  el conjunto de las operaciones definidas en el capítulo 5. La función,  $m: v \subset I \rightarrow \{-\}^M \in O_B$ , dada por:

$$m(C) = -_C^M$$

$$m(F) = -_F^M$$

$$m(Ce) = -_{Ce}^M$$

$$m(Es) = -_{Es}^M$$

$$m(Ma) = -_{Ma}^M$$

$$m(T) = -_T^M$$

es llamada “función de caracterización de operaciones de maquinado por arranque de viruta”.

El conjunto “v” es descrito en la tabla siguiente:

<b>C</b>	<b>Cilindrado</b>
F	Fresado
Ce	Cepillado
Es	Esmerilado
Ma	Machuelado
T	Corte (Tronzado)

**Tabla 7.1 Características de las operaciones de arranque de viruta.**

Note en la definición 7.6 que la función  $(v, \overset{M}{-}, m)$  asocia un nombre específico a la diferencia de maquinado. Por ejemplo, la operación  $\overset{M}{-}_C$  es llamada “cilindrado”, en tanto  $\overset{M}{-}_{Es}$  es la diferencia por esmerilado.

La idea de renombrar a la “diferencia de maquinado” por cada operación de arranque de viruta, es en el sentido de generar una representación más formal de un proceso específico. Las ecuaciones de forma caracterizadas en la siguiente sección representan de manera abstracta la transformación de materias primas en productos terminados, para ello, se utilizan las operaciones abstractas de manufactura.

Considérese que en un proceso de maquinado se requieren “n” operaciones de cilindrado, entonces cada operación tendrá la siguiente representación:

$\overset{M}{-}_{C1}$	Cilindrado 1
$\overset{M}{-}_{C2}$	Cilindrado 2
$\overset{M}{-}_{C3}$	Cilindrado 3
.	.
.	.
.	.
$\overset{M}{-}_{Cn}$	Cilindrado n

### 7.1.3 Ecuaciones de Forma

Uno de los principales objetivos de la presente investigación es obtener una representación abstracta de los procesos de maquinado. Para ello, se utilizan tanto sólidos regularizados como operaciones abstractas de manufactura, incluyendo además, una secuencia finita de operaciones principales. La representación obtenida es llamada “Ecuación de forma” (EF) [56, 57].

**Definición 7.7.** Una ecuación de forma es una representación abstracta de las transformaciones geométricas de materias primas en productos terminados. Los elementos que constituyen una ecuación de forma son sólidos regularizados y operadores booleanos, ambos parametrizados en términos de manufactura. Dicha ecuación se construye por la aplicación de una secuencia admisible geoméricamente de operaciones de manufactura

**Definición 7.8.** Una secuencia finita de operaciones principales de manufactura es una sucesión de operaciones principales aplicadas a las materias primas para obtener un producto finalizado o terminado.

**Definición 7.9.** Una secuencia de operaciones se dice admisible geoméricamente si una vez aplicadas las operaciones sobre un componente, el resultado final proporciona el producto finalizado según marca el plano de fabricación.

**Definición 7.10.** El número de secuencias de operaciones ( $N_{so}$ ) relacionadas con la fabricación de un producto satisface la relación siguiente:

$$N_{so} = n!$$

Siendo “n” el número de operaciones de manufactura.

Por otro lado, la ecuación de forma está integrada por tres elementos primitivos:

- 1) Sólidos regularizados que representan componentes.
- 2) La unión y la diferencia como operaciones representativas de manufactura.
- 3) Una secuencia de operaciones admisible geoméricamente.

Es importante señalar que, la ecuación de forma es también una representación por primitivas, con la diferencia de que la información que representa es mínima. Con esta definición es posible generar un dominio de primitivas reducidas (mínima representación de la información), para construir las ecuaciones de forma. Dicho dominio es el siguiente:

$$B^M = \begin{cases} B_{MP} : \text{Familia de sólidos de las materias primas} \\ B_{PP} : \text{Familia de sólidos de los productos preparados} \\ B_{MAE} : \text{Familia de sólidos que representan las porciones de los} \\ \text{materiales agregados o extraídos} \\ B_{SUB} : \text{Familia de sólidos que representan las subpartes} \\ B_{PT} : \text{Familia de sólidos que representan los productos terminados} \end{cases}$$

Asimismo, el número de elementos del dominio  $B^M$  y sus familias se obtiene con las siguientes relaciones, desarrolladas en el capítulo 4 [72]:

- 1)  $\alpha(B^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta(B_{MP*}) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta(B_{PP}) = \theta(B_{MAE}) = \theta(B_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta(B_{PT}) = 1$

La ecuación de forma se construye tomando en consideración lo siguiente:

- 1) Generar las expresiones de producto preparado.
- 2) Generar las ecuaciones de subproducto.

Al expandir el último subproducto se encuentra la ecuación de forma.

### 7.1.3.1 Propiedades de las Ecuaciones de Forma

En esta sección se presentan algunas propiedades importantes relacionadas con las ecuaciones de forma. La forma en que con construidas dichas ecuaciones implican diferencias cualitativas y cuantitativas en los procesos de manufactura.

A continuación se resumen las propiedades de las ecuaciones de forma:



- 1) Dada una secuencia finita de operaciones sobre las materias primas existe una y sólo una ecuación de forma asociada con la transformación de materias primas en productos terminados.
- 2) Si “n” es el número de operaciones principales efectuadas sobre las materias primas, entonces existen  $n!$  ecuaciones de forma. Además, existen “n” subpartes y “n” familias de operaciones.
- 3) Dada  $n!$  secuencias de operaciones y “r” familias de operaciones inadmisibles geoméricamente, entonces existen  $(n-r)!$  secuencias admisibles geoméricamente.
- 4) Si  $n=r$ , entonces no existen secuencias admisibles geoméricamente. Si  $n>r$  existe cuando menos una ecuación de forma admisible geoméricamente.
- 5) Sea  $n!$  el número de secuencias admisibles y  $n!-1$  la exclusión de la última secuencia admisible (siempre que el recorrido de la permutación implique que la secuencia extraída sea totalmente diferente a la inicial  $O_{123\dots n}$ ), entonces existe al menos una subparte equivalente geoméricamente en  $n!-1$  ecuaciones de forma.
- 6) El número de paréntesis asociados con las ecuaciones de forma debe ser “n”.
- 7) Las Ecuaciones de forma no son asociativas.
- 8) Siempre que un sólido anexado o extraído cambie de posición en la ecuación de forma, entonces implicará un cambio en la secuencia de operaciones y por consecuencia, se trata de otra ecuación de forma.
- 9) El conjunto de secuencias de operaciones admisibles geoméricamente generado por  $(n-r)!$  satisface la forma geométrica del producto finalizado.

Las propiedades descritas anteriormente pueden ser usadas tanto en los procesos de manufactura, como en los criterios de diseño para la manufactura de cualquier producto. En las siguientes secciones se presentan algunas consideraciones relacionadas con las ecuaciones de forma direccionadas principalmente al diseño y la manufactura de productos.

### **7.1.3.3 Consideraciones en manufactura**

- Todo proceso secuenciado (en el cuál una operación es realizada siempre que finalice otra con excepción de la primera) está gobernado por una y sólo una ecuación de forma.

- Toda distribución de maquinaria que opere en forma secuencial es determinada por una ecuación de forma.
- Cada ecuación de forma relacionada con un proceso de manufactura tiene implicaciones sobre las siguientes variables:
  - 1) Tiempo total de proceso.
  - 2) Modificación de las trayectorias de operación.
  - 3) Modificación sobre la distribución de maquinaria y herramientas.
  - 4) Modificación sobre el transporte de materias primas y flujos de materiales de desecho.
  - 5) Costo del proceso.

### **7.1.3.3 Consideraciones en el diseño de productos**

- En el diseño preliminar de productos debe considerarse que el número de operaciones inadmisibles sea reducido al máximo.
- En el diseño de producto se debe minimizar cuanto sea posible el número de operaciones principales y secundarias.
- Mientras más ecuaciones de forma admisibles existan, más se ampliará el rango de análisis de optimación de tiempos y movimientos en una línea de producción.
- Para discriminar posibilidades de productos en la etapa inicial del diseño preliminar debe tomarse en cuenta en número de operaciones primarias y secundarias, así como la existencia de familias inadmisibles de operaciones.

Finalmente, la ecuación de forma es un modelo que usa el dominio de manufactura. De hecho, es posible afirmar que todo producto físico o impreso en un plano de fabricación tiene

asociada una ecuación de forma. Además, la ecuación de forma es también un modelo de primitivas de bajo contenido de información. En la siguiente sección se presenta un método paso a paso el cual es útil para generar el modelo de las ecuaciones de forma.

#### 7.1.4 Método para generar las ecuaciones de forma

En esta sección se darán los pasos por seguir para construir ecuaciones de forma de producto usando el dominio de manufactura. Esto es:

Paso 1) Identificar de un plano de fabricación o de un conjunto de planos o por Interpretación visual de un proceso el número de operaciones principales de manufactura.

Paso 2) Determinar el número de elementos del dominio  $B^M$  usando la relación siguiente determinada en el capítulo 4 [72]:

$$\alpha (B^M) = 2(2n + 1)$$

Paso 3) Generar las familias de  $B^M$  y determinar sus elementos usando [72]:

$$1) \theta (B_{MP*}) = 2 + (n - 1)$$

$$2) \theta (B_{PP}) = \theta (B_{MAE}) = \theta (B_{SUB}) = n$$

$$3) \theta (B_{PT}) = 1$$

Paso 4) Representar los elementos de la familia  $B_{MAE}$  en términos de sólidos y asociar una nomenclatura de identificación.

Paso 5) Representar en términos de un sólido el producto terminado y asociar una nomenclatura de identificación.

- Paso 6) Representar en términos de sólido la materia prima base y asociar una nomenclatura de identificación.
- Paso 7) Representar en término de sólidos la familia  $B_{pp}$  y asociar una nomenclatura de identificación.
- Paso 8) Representar en términos de sólidos la familia  $B_{SUB}$  y asociar una nomenclatura de identificación.
- Paso 9) Representar todo el dominio  $B^M$  en términos de sólidos.
- Paso 10) Asociar con cada operación de manufactura un operador boleano parametrizado en términos de manufactura.
- Paso 11) Definir una secuencia de operaciones de manufactura admisible geoméricamente.
- Paso 12) Generar las ecuaciones de productos preparados y subproductos.
- Paso 13) Expandir la última subparte y encontrar la ecuación de forma.
- Paso 14) Representar geoméricamente la ecuación de forma.

## **7.2 Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de volúmenes modificadas**

Se presentan en esta parte, algunas consideraciones relacionadas con el segundo modelo del producto, denominado ecuación de volúmenes modificados, cuyo nivel de abstracción es menor que la ecuación de forma [56, 57, 63].

### **7.2.1 Algunas consideraciones sobre las primitivas**

En esta sección es analizado el concepto de "la primitiva de manufactura" o "feature". El aspecto geométrico y dimensional asociado con un sólido regularizado, así como funciones

que parametrizan en términos de manufactura a dicho sólido constituyen los elementos básicos de la primitiva de manufactura.

El concepto de “feature” debe ser definido de acuerdo al área de aplicación, pues en procesos de manufactura, diseño y análisis en ingeniería, la “primitiva” es interpretada de diferentes maneras. Generalmente una primitiva es identificada por dos aspectos:

- 1) Información geométrica y topológica de un sólido regularizado.
- 2) Información funcional relacionada con el área de aplicación.

De la información de un sólido regularizado se genera el modelado de información que se le conoce como "modelos de frontera" (Boundary Models (B-rep)). El método B-rep es utilizado en los sistemas CAD para reconocer y representar las características geométricas asociadas a los cuerpos primitivos y sólidos transformados.

Otro aspecto importante relacionado con la geometría son los dimensionamientos principales del sólido, los cuales están implícitos en los planos de fabricación. En este capítulo, el conjunto:

$$P_{GD} = \{ B, F_G, r, \rho \} \quad (7.1)$$

representa una parametrización geométrica y dimensional ( $P_{GD}$ ) del conjunto de sólidos regularizados en la imagen virtual. Aquí,  $F_G$  es el conjunto de las geometrías bien definidas y,

- 1)  $r : F_G \rightarrow B$  (7.2)
- 2)  $\rho : \varepsilon \times \varepsilon \rightarrow \mathcal{R}^+$

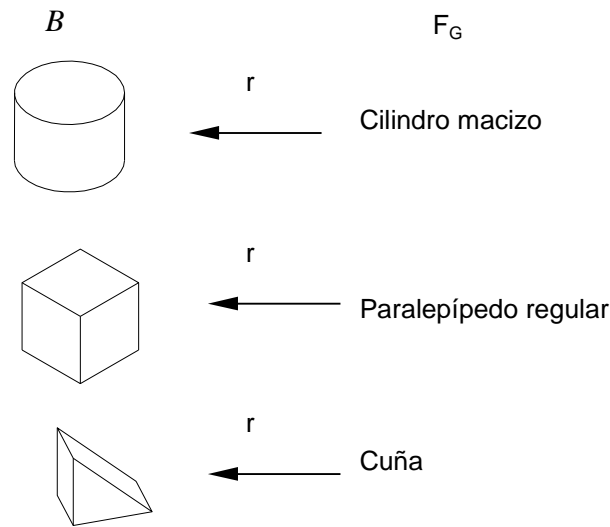
son dos funciones de parametrización geométrica y dimensional respectivamente.

Observe que si  $F_G = \{\text{cono, cilindro macizo, paralelepípedo regular, esfera, ...}\}$ , entonces:

$$r(F_{G1}) = B_1^V \quad ; \forall F_{G1} \in F_G, B_1 \in B \quad (7.3)$$

siendo  $B_1$  el sólido regular llamado “cilindro” (siempre que  $F_{G1}$  sea un cilindro).

Por otro lado, la función  $\rho: \varepsilon \times \varepsilon \rightarrow \mathcal{R}^+$  es la distancia entre dos puntos con la cual se dimensiona el sólido. En los sistemas CAD (Diseño Auxiliado por Computadora) se utilizan formas geométricas de sólidos regularizados conocidos como “cuerpos primitivos”. Algunos de ellos se muestran en la figura siguiente:



**Figura 7.5. Formas geométricas de “cuerpos primitivos”.**

Cada forma geométrica tiene asociada una topología que relaciona vértices, bordes, caras y la forma en que se conectan. Existen casos en los cuales para una misma topología existen formas geométricas diferentes o viceversa. En este trabajo se consideran sólidos de geometría y topología bien definida.

### 7.2.2. Información funcional de manufactura

En esta sección son estudiados algunos parámetros de manufactura que junto con los "cuerpos primitivos", dan origen a las primitivas de manufactura. En diversos trabajos se les llama

“primitivas de manufactura” a las porciones de material extraído de las materias primas [28, 33]. Dichas porciones están parametrizadas en términos geométricos, dimensionales y de manufactura.

Sin embargo, en general la información de manufactura no es mostrada en la mayor parte de los trabajos. Por ejemplo, el término “hole” se asocia a una primitiva de manufactura llamada taladrado, agujero o cilindrado, e implícitamente lleva asociada la información de manufactura mediante una tabla. En este trabajo se define el concepto de primitiva de manufactura (PM) de la manera siguiente:

**Definición 7.11** Una primitiva de manufactura (PM) es el conjunto de parámetros dimensionales y de manufactura asociados con los sólidos que representa las materias primas, subproductos, porciones extraídas o anexadas y producto finalizado. El nivel de información asociado varía según el sólido considerado en el proceso.

De acuerdo a la definición 7.1, las materias primas, subproductos y producto finalizado son consideradas “primitivas de manufactura”. En este trabajo de tesis se considerará la siguiente clasificación de primitivas:

- 1) Primitivas de las materias primas
- 2) Primitivas de las partes en preparación
- 3) Primitivas de las porciones de material extraído o anexado
- 4) Primitivas de los subproductos
- 5) Primitivas del producto finalizado

Nótese que las primitivas de manufactura son representaciones parametrizadas del conjunto de sólidos regularizados y que, la jerarquía arriba señalada, ordena las familias de sólidos representados por los cuerpos primitivos. Sea  $A$  el conjunto de índices  $(L_z, z=1...5)$  descrito de la siguiente manera:

$$L_1 \{ G_{MP}, L_{MP}, M_{MP} \} \Leftrightarrow P_{MP}^M$$

$$L_2 \{ P_{PP1}^M, P_{PP2}^M, \text{preparación} \} \Leftrightarrow P_{PP}^M$$

$$L_3 \{ \{P_{MT}^M\}, \{G_{MAE}\}, \{p \in \partial_{MP}, \underline{e}_1 \in \mathfrak{R}^3, \phi, 1\}, \{H\}, \{\tau\}, \{W\} \} \Leftrightarrow P_{MAE}^M$$

$$L_4 \{ P_{MT}^M, P_{MAE}, \text{operación principal} \} \Leftrightarrow P_{sub}^M$$

$$L_5 \{ P_{sub}^M \approx PT \} \Leftrightarrow P_{PT}^M$$

Aquí,  $P_{MP}^M$  es la primitiva de asociada con las materias primas,  $P_{PP}^M$  es la primitiva de las materias primas en preparación,  $P_{MAE}^M$  es la primitiva de operación,  $P_{sub}^M$  es la primitiva de las subpartes y  $P_{PT}^M$  es la primitiva del producto finalizado.

Por otro lado, sea  $B^M$  el dominio de manufactura en términos de sólidos regularizados, esto es:  $B^M = \{B_{MP}, B_{PP}, B_{SUB}, B_{PT}, B_{MAE}\}$ . La función,

$$m : A \subset I \rightarrow (B_{MP}, B_{PP}, B_{SUB}, B_{PT}, B_{MAE}) \quad (7.4)$$

definida por:

$$m(L_1) = B_{MP}^{L_1} \quad \forall L_1 \in I$$

$$m(L_2) = B_{PP}^{L_2} \quad \forall L_2 \in I$$

$$m(L_3) = B_{MAE}^{L_3} \quad \forall L_3 \in I$$

$$m(L_4) = B_{SUB}^{L_4} \quad \forall L_4 \in I$$

$$m(L_5) = B_{PT}^{L_5} \quad \forall L_5 \in I$$



parametriza en términos de manufactura y bajo la jerarquía de contenido de información al conjunto de sólidos regularizados. Los parámetros geométricos, dimensional y de manufactura son detallados en las siguientes secciones:

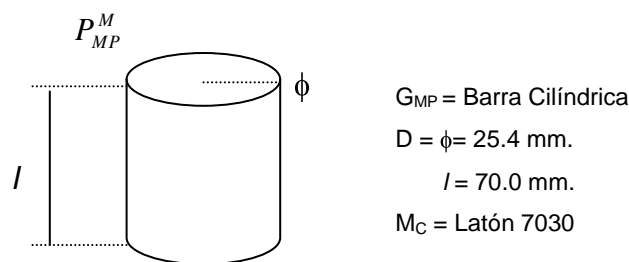
### 7.2.3 Parámetros de la primitiva de manufactura asociados con la materia prima

De acuerdo con la sección anterior, la primitiva de manufactura relacionada con la materia prima es:

$$P_{MP}^M = \{ G_{MP}, L_{MP}, M_{MP} \} \quad (7.5)$$

Aquí,  $G_{MP}$  es la geometría del sólido dada por la función  $r : F_G \rightarrow B_r^V$ ,  $L_{MP}$  son las dimensiones principales impresas en el plano de fabricación y  $M_{MP}$  es el material asociado a la materia prima. La figura 7.6 muestra un ejemplo de primitiva de la materia prima la cual puede representarse por:

$$P_{MP}^M \approx P_A^M = \{ \{ \text{"barra cilíndrica"} \}, \{ l, \phi \}, \{ \text{latón 7030} \} \} \quad (7.6)$$



**Figura 7.6. Primitiva de la materia prima.**

La información del material puede ser explicitada de acuerdo con el proceso de manufactura, por ejemplo, “la resistencia al corte” y la densidad son parámetros relacionados con el maquinado.

## 7.2.4 Información de manufactura de la primitiva de las operaciones

En esta sección se presenta la información de manufactura asociada con las primitivas de las operaciones principales. Cabe mencionar que se no se da información respecto a la primitiva de las partes en preparación, puesto que se ha tomado como ejemplo las operaciones de maquinado. Un ejemplo de primitiva relacionada con una operación de maquinado es la siguiente:

$$P_{Op}^M = \{ \{ P_{MP}^M \}, \{ G_{MAE} \}, \{ p \in \partial_{MP}, \underline{e}_i \in \mathcal{R}^3, \varnothing_1, L_1, a_i \}, \{ H \}, \{ \tau \}, \{ w \} \} \quad (7.7)$$

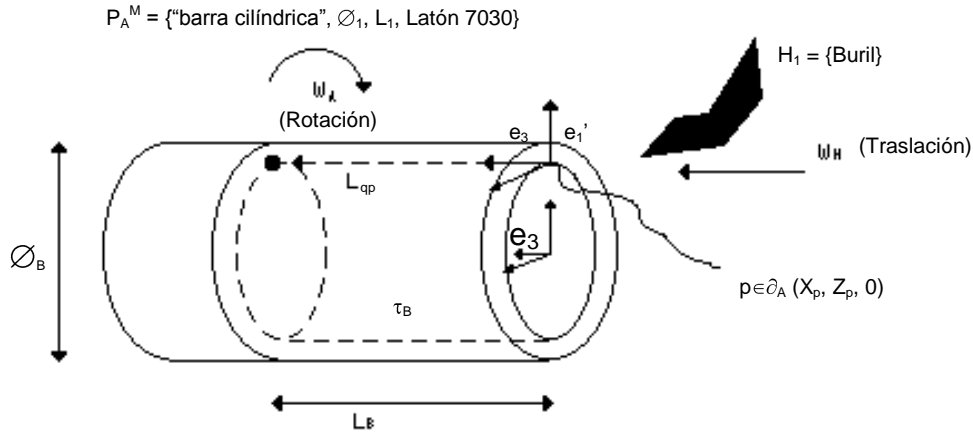
Aquí,  $P_{MP}^M$  es la primitiva de manufactura de la materia prima,  $G_{MAE}$  es la geometría de la parte extraída,  $p \in \partial_{MP}$  es un punto de referencia localizado en la frontera de la materia prima,  $\underline{e}_i \in \mathcal{R}^3$  es un vector unitario,  $\varnothing_1$  es el diámetro de desbaste,  $L_1$  es la longitud del desbaste,  $H$  es una herramienta de corte,  $\tau$  es una trayectoria y  $W$  es un movimiento de la herramienta o de la pieza (materia prima) y  $a_i$  es un parámetro extra que bien puede llevar información o es un indicador.

Otro ejemplo de primitiva de manufactura asociada a un desbaste de la porción  $B_1$  es la siguiente:

$$P_{B1}^M = \{ \{ P_A^M \}, \{ \text{cilindro hueco} \}, \{ p \in \partial_A (x_p, y_p, z_p), \underline{e}_3 = (0,0,1), \varnothing_B=20, L_B=45, a_i=1 \}, \{ H_1=\text{buril} \}, \{ \tau_B = \{ L_{pq}, p_f, \dot{P}_f, \ddot{P}_f \}, \{ W_p = (W_H, W_A) \} \} \} \quad (7.8)$$

Aquí,  $\tau_B$  es la trayectoria compuesta de un lugar geométrico  $L_{qp}(\text{recta})$ ,  $p_f$ ,  $\dot{P}_f$  y  $\ddot{P}_f$  son los perfiles de posición, velocidad y aceleración, respectivamente,  $W_H$  es el movimiento de la herramienta y  $W_A$  es el giro de la materia prima.

La figura siguiente muestra la parametrización de la primitiva  $P_B^M \in P_{MAE}^M$ .



**Figura 7.7. Parámetros de la primitiva  $P_B^M$ .**

En particular el movimiento que efectúa la herramienta  $H_1$  para aproximarse al punto  $p \in \partial_A$  no es considerado en la primitiva, por tanto, el perfil  $\ddot{P}_f$  es cero, la velocidad caracterizada por el perfil  $\dot{P}_f$  es constante (velocidad de avance) y el perfil de desplazamiento  $p_f$  queda determinado al integrar  $\dot{P}_f$ .

### 7.2.5. Primitivas de manufactura de las subpartes

En esta sección son analizadas las primitivas de manufactura de las partes subprocesadas o simplemente subpartes. Es posible representar una subparte por medio de la siguiente primitiva:

$$P_{\text{sup}i}^M = \{G_{\text{sup}i}, P_{\text{MP}i}^M, P_{\text{MAE}i}^M, \text{operación principal } (O_i)\}$$

Aquí,  $G_{\text{sup}i}$  es la geometría de la subparte generada por las geometrías de la materia prima y la porción extraída respectivamente.  $P_{\text{MP}i}^M$  o  $P_{\text{sup}i-1}^M$  es la primitiva de manufactura de la materia prima o la primitiva de  $i-1$  subparte,  $P_{\text{MAE}i}^M$  es la primitiva de la porción extraída y el texto “operación principal” se refiere al tipo y número de operación de la secuencia.

### 7.2.6 Primitiva de manufactura del producto finalizado

En esta sección se presenta la primitiva de manufactura del producto terminado o finalizado, para ello, considérese la equivalencia siguiente:

$$P_{PT}^M \stackrel{GM}{\approx} P_{supi}^M \quad ; \quad i = n \quad (7.9)$$

Aquí,  $P_{PT}^M$  es el producto finalizado,  $P_{supi}^M$  es la última subparte generada y  $\stackrel{GM}{\approx}$  es una relación de equivalencia geométrica y de manufactura. Según la ecuación (7.9), la primitiva de manufactura del producto finalizado  $P_T$  se representa de la manera siguiente:

$$P_T^M = \{ G_{supi}, P_{MAE}^M, i - \text{operación principal} \}$$

Además, de acuerdo con la ecuación (7.9), la relación siguiente también se satisface:

$$G_{PT} \stackrel{G}{\approx} G_{supi}$$

Esta última expresión será usada más adelante para expresar en una “ecuación de geometrías” la morfología final del producto.

### 7.2.7 Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de volúmenes modificadas

El interés en esta sección es representar las transformaciones de materias primas en productos finalizados usando los volúmenes de los sólidos asociados con dichas transformaciones. En particular, es posible utilizar la información geométrica de los sólidos para tal propósito. Sin embargo, es necesario representar también la información de manufactura asociada con las primitivas.

En la sección 7.1 se pudo observar que las “ecuaciones de forma” representan en forma abstracta las diferentes transformaciones de sólidos que idealizan tanto materias primas y sólidos extraídos como subpartes y productos finalizados. En este caso, la información de manufactura se concentra en las operaciones booleanas parametrizadas. Para el caso de las primitivas de manufactura no es posible establecer un dominio en el cuál se puedan asociar operaciones, puesto que la información de manufactura está dada en diferentes escalas o niveles de acuerdo a la jerarquía. Por tal motivo, es necesario definir los llamados “volúmenes modificados de las primitivas” y establecer nuevas operaciones. Las equivalencias siguientes serán de utilidad para los objetivos de este trabajo de tesis:

$$\begin{aligned}
 1) \quad P_{MP}^M &\approx V_{MP}^{PM} & (7.10) \\
 2) \quad P_{MAE}^M &\approx V_{MAE}^{PM} \\
 3) \quad P_{Sub}^M &\approx V_{Sub}^{PM} \\
 4) \quad P_{PT}^M &\approx V_{PT}^{PM}
 \end{aligned}$$

Aquí,  $V_{MP}^{PM}$  es el volumen de la primitiva de la materia prima,  $V_{MAE}^{PM}$  el volumen de la primitiva de la operación,  $V_{Sub}^{PM}$  es el volumen de la primitiva de la subpartes y  $V_{PT}^{PM}$  es el volumen de la primitiva del producto finalizado.

Observe en las ecuaciones (7.10), que los volúmenes modificados representan un solo dominio, puesto que los subíndices y superíndices son indicadores. Por tanto, es posible definir la suma usual “ $\oplus$ ” para representar operaciones de ensambles por ejemplo, y la operación “ $\ominus$ ” para indicar maquinados.

La siguiente definición es de fundamental importancia en este trabajo de tesis:

**Definición 7.1.2.** “Una ecuación de volúmenes modificados” es una representación funcional de las transformaciones de materias primas en productos finalizados. Los elementos que constituyen una ecuación de volúmenes modificados son volúmenes de primitivas de

manufactura y operaciones usuales de suma y resta de volúmenes dada una y solo una secuencia finita de operaciones principales”.

### 7.2.7.1 Las ecuaciones de volúmenes modificadas.

En esta sección se presentan los pasos relacionados con la construcción de las ecuaciones de volúmenes modificadas. Para tal propósito se usará el dominio de manufactura. Esto es:

Paso 15) Determinar el número de elementos del dominio  $P^M$  usando [63]:

$$\alpha (B^M) = \alpha (P^M)$$

Obsérvese que la relación anterior se satisface, puesto que el dominio de primitivas de manufactura es equivalente al dominio de sólidos regularizados, en el sentido de que ambos son generados por una secuencia de operaciones.

Paso 16) Determinar las familias de  $B^M$  y determinar sus elementos usando:

$$1) \theta (B_{MP^*}) = \theta (P_{MP^*})$$

$$2) \theta (B_{PP}) = \theta (P_{PP})$$

$$3) \theta (B_{MAE}) = \theta (P_{MAE})$$

$$4) \theta (B_{SUB}) = \theta (P_{SUB})$$

$$5) \theta (B_{PT}) = \theta (P_{PT})$$

Las relaciones anteriores son válidas de acuerdo con lo descrito en la observación del paso 15)

Paso 17) Representar el dominio  $P^M$  y sus familias usando el paso 9) considerando que las representaciones son geométricas y no sólidas. Identificar cada elemento con una nomenclatura apropiada.

Paso 18) Seleccionar la secuencia de operaciones del paso 11).

Paso 19) Generar las primitivas asociadas con la primera operación de manufactura. Aquí, sólo se representan las primitivas de las materias primas requeridas para la primer operación (según la secuencia), la asociada con el subproducto y con el producto preparado y la primitiva de la operación.

Paso 20) Generar las primitivas de la segunda operación de manufactura (según lo secuencia).

Paso 21) Aplicar las consideraciones de los pasos 19) y 20) hasta determinar las primitivas de la última operación de manufactura.

Paso 22) Generar la primitiva del producto preparado sobre la base de la ultima primitiva del subproducto.

Paso 23) Asociar un volumen con cada primitiva del dominio  $P^M$ .

Paso 24) Generar el dominio volumétrico usando las mismas expresiones de los pasos 15) y 16). Asociar una nomenclatura adecuada.

Paso 25) Asociar una operación de suma y resta de volúmenes con operaciones que unen materiales o eliminan, según sea el caso.

Paso 26) Generar, siguiendo la secuencia de operaciones, las ecuaciones de volúmenes de productos preparados y subpartes.

Paso 27) Expandir la última subparte de volúmenes y encontrar la ecuación de primitivas.

Paso 28) Representar gráficamente la ecuación de volúmenes.

### 7.3 Algunas consideraciones sobre las matrices de primitivas

En esta sección se presenta un tercer modelo del producto relacionado con el dominio de primitivas de manufactura. El modelo es llamado Matriz de Entidades de Manufactura. Formalmente hablado, el modelo se define de la manera siguiente [63]:

**Definición 7.13.** Una matriz de primitivas es un arreglo ordenado de tripletas llamadas entidades de manufactura formadas por una entidad geométrica (G), una primitiva ( $P^{PM}$ ) y un volumen de la primitiva (V). El orden de la matriz depende del número de operaciones de manufactura, de una secuencia de operaciones y de la estructura del dominio de manufactura.

La matriz de primitivas, de acuerdo con [63], se puede representar como:

1) Una como entidad de manufactura de la última subparte. Esto es:

$$\left[ \begin{array}{c} M^E \\ PT \end{array} \right]^* = \left( \begin{array}{c} G_{PT} \\ P_{PT} \\ V_{PT}^{PM} \end{array} \right)$$

Siendo  $G_{PT}$  la geometría del producto terminado,  $P_{PT}$  es la primitiva del producto terminado y  $V_{PT}^{PM}$  el volumen asociado con el producto terminado.

2) O bien como una descomposición del dominio de manufactura [63]. Esto es:



$$\left[ \mathbf{M}_{PT}^E \right]^* = \left\{ \left[ \mathbf{M}_{MP}^E \right], \left[ \mathbf{M}_{PP}^E \right], \left[ \mathbf{M}_{MAE}^E \right], \left[ \mathbf{M}_{SUB}^E \right] \right\}$$

Cada submatriz representa:

- 1)  $\left[ \mathbf{M}_{MP}^E \right]$  : Las entidades de manufactura de las materias primas, esto es, la geometría, la primitiva y el volumen asociado.
- 2)  $\left[ \mathbf{M}_{PP}^E \right]$  : Las entidades de manufactura de los productos preparados
- 3)  $\left[ \mathbf{M}_{MAE}^E \right]$  : Las entidades de manufactura de los materiales agregados y extraídos.
- 4)  $\left[ \mathbf{M}_{SUB}^E \right]$  : Las entidades de manufactura de las subpartes.

Según la definición 7.13, cada submatriz puede representarse por medio de entidades de manufactura, Esto es:

$$1) \left[ \mathbf{M}_{PT}^E \right]^* = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{PT} \\ \mathbf{P}_{PT} \\ \mathbf{V}_{PT}^{PM} \end{pmatrix}$$

$$2) \left[ \mathbf{M}_{MP}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MP} \\ \mathbf{P}_{MP} \\ \mathbf{V}_{MP}^{PM} \end{pmatrix}$$

$$3) \left[ \mathbf{M}_{PP}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{PP} \\ \mathbf{P}_{PP} \\ \mathbf{V}_{PP}^{PM} \end{pmatrix}$$

$$4) \left[ \mathbf{M}_{MAE}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MAE} \\ \mathbf{P}_{MAE} \\ \mathbf{V}_{MAE}^{PM} \end{pmatrix}$$

$$5) \left[ \mathbf{M}_{SUB}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{SUB} \\ \mathbf{P}_{SUB} \\ \mathbf{V}_{SUB}^{PM} \end{pmatrix}$$

O, en forma equivalente:

$$\left[ \mathbf{M}_{PT}^E \right] = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MP} \\ \mathbf{P}_{MP} \\ \mathbf{V}_{MP}^{PM} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{PP} \\ \mathbf{P}_{PP} \\ \mathbf{V}_{PP}^{PM} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MAE} \\ \mathbf{P}_{MAE} \\ \mathbf{V}_{MAE}^{PM} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{SUB} \\ \mathbf{P}_{SUB} \\ \mathbf{V}_{SUB}^{PM} \end{pmatrix} \right\}$$

Cada entidad e manufactura está integrada por tres dominios:

- 1) Dominio geométrico.
- 2) Dominio de primitivas
- 3) Dominio de volúmenes.

Estos dominios son equivalentes, esto es, en el tipo de familias y en el número de elementos que lo integran, y además, dependen del número de operaciones de manufactura [63], esto es:

A) Un dominio de geometría:

- 1)  $\alpha(\mathbf{G}^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta(\mathbf{G}_{MP}^*) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta(\mathbf{G}_{PP}) = \theta(\mathbf{G}_{MAE}) = \theta(\mathbf{G}_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta(\mathbf{G}_{PT}) = 1$

B) Un dominio de primitivas:

- 1)  $\alpha (P^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta (P_{MP*}) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta (P_{PP}) = \theta (P_{MAE}) = \theta (P_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta (P_{PT}) = 1$

C) Un dominio de volúmenes:

- 1)  $\alpha (V^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta (V_{MP*}) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta (V_{PP}) = \theta (V_{MAE}) = \theta (V_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta (V_{PT}) = 1$

Para determinar el número de elementos que integran la matriz de primitivas y las submatrices se usan las relaciones siguientes [63]:

$$\left[ \begin{matrix} M^E \\ PT \end{matrix} \right]_{N \times M} = \left[ \begin{matrix} M^E \\ PT \end{matrix} \right]_{3 \times [\alpha (B^M) - 1]}$$

Siendo:

$\left[ \begin{matrix} M^E \\ PT \end{matrix} \right]$ : la matriz de entidades de manufactura del producto terminado.

$N=3$  : número de filas.

$M = \alpha (B^M) - 1$  : es el número de columnas.

Nótese que:

$$1) \left[ \mathbf{M}_{PT}^E \right]^* = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{PT} \\ \mathbf{P}_{PT} \\ \mathbf{V}_{PT}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad \text{MxN} = 3x1$$

$$2) \left[ \mathbf{M}_{MP}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MP} \\ \mathbf{P}_{MP} \\ \mathbf{V}_{MP}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad \text{MxN} = 3x(2 + (n - 1))$$

$$3) \left[ \mathbf{M}_{PP}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{PP} \\ \mathbf{P}_{PP} \\ \mathbf{V}_{PP}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad \text{MxN} = 3xn$$

$$4) \left[ \mathbf{M}_{MAE}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{MAE} \\ \mathbf{P}_{MAE} \\ \mathbf{V}_{MAE}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad \text{MxN} = 3xn$$

$$5) \left[ \mathbf{M}_{SUB}^E \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{SUB} \\ \mathbf{P}_{SUB} \\ \mathbf{V}_{SUB}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad \text{MxN} = 3xn$$

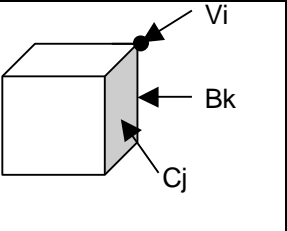
### 7.3.1 Algunas consideraciones sobre la información de la matriz de primitivas.

Las matrices de primitivas son modelos del producto que se generan con un nivel de abstracción menor que las ecuaciones de forma y de volúmenes modificados. En las aplicaciones del estado del arte estos modelos son estandarizados, esto es, se unifican criterios para manejar un tipo de información especial que pueda ser usada para alguna aplicación, por ejemplo para construir sólidos o para aplicaciones al CAPP. En este trabajo de tesis se tomarán en cuenta las siguientes delimitaciones:

- 1) Dado que la investigación desarrollada en esta tesis trata de una propuesta cualitativa de modelos del producto, no se usarán estándares para el tratamiento de la información.

- 2) La información que se representara en la matriz de primitivas es propuesta y sirve para dar un enfoque práctico de dicha matriz.
- 3) La información que se usara para la matriz de primitivas se muestra en las tablas siguientes:

### 1) Materias primas

a1,j		
G1,j		
Geometría de la materia prima	Descripción	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

**Tabla 7.2 Información de la geometría de las materias primas.**

a2,j	
P2,j	
Geometría	
Dimensiones	
Material	

**Tabla 7.3 Información dimensional y de manufactura de las materias primas.**

a3,j	
V3,j	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	

**Tabla 7.4 Información volumétrica de las materias primas.**

## 2) Productos preparados

$a_{1,j+k+l}$

$G_{i+2,j}$		
Geometría de la operación	Descripción	Representación Gráfica
Información Topológica	( $V_i, C_j, B_k$ )	
Forma Topológica	Bien Definida	

**Tabla 7.5 Información geométrica de los productos preparados.**

$a_{2,j+k+l}$

$V_{i+2,j}$	
Primitiva de materia prima	
Primitiva de operación	

**Tabla 7.6 Información de primitvas de procedencia.**

$a_{3,j+k+l}$

Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Subparte intermedia	
Subparte final	
Secuencia de operaciones	

**Tabla 7.7 Información volumétrica y de seguimiento.**

### 3) Materiales agregados y extraídos (operaciones)

a1,j+k

G1,j+k		
Geometría de la operación	Descripción	Representación gráfica
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

**Tabla 7.8 Información geométrica de las operaciones**

a2,j+k

Pi+1,j

Descripción de entidad	Parámetros	Valores o códigos
Primitiva de manufactura de la materia prima		Pi+1,j
Geometría de la operación		Gi+1,,j
Coordenadas de "p"	(x,z)	
Punto inicial y final	p	
	x	
Parámetro de Corte	l	
Diámetro	Dia	
Vector unitario	e2'	
Trayectoria	Recta	Perfiles de trayectoria
	P. inicial:	
	P. final:	
	Longitud:	
Vel. Corte	V	
Tiempo	T	
Movimiento	Vel (Herramienta)	
	RPM (Pieza)	
Herramienta	H	

**Tabla 7.9. Información dimensional y de manufactura de las operaciones (ver tabla B.1 del apéndice B)**

a<sub>3,j+k</sub>

V <sub>3,j+k</sub>	
Geometría	G
Manufactura	P
Volumen	

**Tabla 7.10. Información volumétrica de las operaciones.**

#### 4) Subpartes

a<sub>1,j+k+l</sub>

G <sub>i+2,j</sub>		
Geometría de la operación	Descripción	Representación Gráfica
Información Topológica	(V <sub>i</sub> , C <sub>j</sub> , B <sub>k</sub> )	
Forma Topológica	Bien Definida	

**Tabla 7.11 Información geométrica de las subpartes.**

a<sub>2,j+k+l</sub>

V <sub>i+2,j</sub>	
Primitiva de materia prima	
Primitiva de operación	

**Tabla 7.12 Información dimensional y de manufactura de las subpartes.**

a<sub>3,j+k+l</sub>

Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Subparte intermedia	
Subparte final	
Secuencia de operaciones	

**Tabla 7.13 Información volumétrica y de proceso de las subpartes.**



### 7.3.2 Método para la generación de la matriz de primitivas.

En esta sección se presentan los pasos por seguir para construir una matriz de primitivas. Al igual que para los demás modelos, se hará uso del dominio de manufactura.

Paso 29) Obtener la cardinalidad del dominio de las entidades de manufactura (DEM) usando la relación descrita en [63]:

$$\Omega (DEM) = 3x [\alpha \binom{M}{-1}]$$

Paso 30) Obtener los dominios de las entidades e manufactura:

A) *Un dominio de geometría:*

- 1)  $\alpha (G^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta (G_{MP*}) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta (G_{PP}) = \theta (G_{MAE}) = \theta (G_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta (G_{PT}) = 1$

B) *Un dominio de primitivas:*

- 1)  $\alpha (P^M) = 2(2n + 1)$
- 2)  $\theta (P_{MP*}) = 2 + (n - 1)$
- 3)  $\theta (P_{PP}) = \theta (P_{MAE}) = \theta (P_{SUB}) = n$
- 4)  $\theta (P_{PT}) = 1$

C) *Un dominio de volúmenes:*

- 1)  $\alpha (V^M) = 2(2n + 1)$

$$2) \theta (V_{MP^*}) = 2 + (n - 1)$$

$$3) \theta (V_{PP}) = \theta (V_{MAE}) = \theta (V_{SUB}) = n$$

$$4) \theta (V_{PT}) = 1$$

Paso 31) Obtener la submatriz de entidades del producto terminado visto como materia prima.

$$\left[ \begin{matrix} M^E \\ PT \end{matrix} \right]^* = \begin{pmatrix} G_{PT} \\ P_{PT} \\ V_{PT}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad M \times N = 3 \times 1$$

Paso 32) Obtener la submatriz de entidades de las materias primas.

$$\left[ \begin{matrix} M^E \\ MP \end{matrix} \right] = \begin{pmatrix} G_{MP} \\ P_{MP} \\ V_{MP}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad M \times N = 3 \times (2 + (n - 1))$$

Paso 33) Obtener la submatriz de entidades de los productos preparados.

$$\left[ \begin{matrix} M^E \\ PP \end{matrix} \right] = \begin{pmatrix} G_{PP} \\ P_{PP} \\ V_{PP}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad M \times N = 3 \times n$$

Paso 34) Obtener la submatriz de entidades de los productos agregados o extraídos.

$$\left[ \begin{matrix} M^E \\ MAE \end{matrix} \right] = \begin{pmatrix} G_{MAE} \\ P_{MAE} \\ V_{MAE}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad M \times N = 3 \times n$$

Paso 35) Obtener la submatriz de entidades de los subproductos.

$$\begin{bmatrix} M_{SUB}^E \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} G_{SUB} \\ P_{SUB} \\ V_{SUB}^{PM} \end{pmatrix} ; \quad M \times N = 3 \times n$$

Paso 36) Obtener la matriz abstracta de entidades de manufactura la matriz de coeficientes:

$$\begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix}^* = \left\{ \begin{bmatrix} M_{MP}^E \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_{PP}^E \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_{MAE}^E \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_{SUB}^E \end{bmatrix} \right\}$$

La matriz de coeficientes es:

$$\begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix}^* = \left\{ \begin{bmatrix} M_{MP}^E \end{bmatrix}_{a_{ij}}, \begin{bmatrix} M_{PP}^E \end{bmatrix}_{a_{ij}}, \begin{bmatrix} M_{MAE}^E \end{bmatrix}_{a_{ij}}, \begin{bmatrix} M_{SUB}^E \end{bmatrix}_{a_{ij}} \right\}$$

Paso 37) Obtener las tablas de información de cada entidad de manufactura:

Paso 38) La unión de entidades es la matriz de primitivas.

Los 38 pasos descritos anteriormente, se usan para generar el modelo de la matriz de primitivas. Sin embargo, es posible describir el proceso por etapas:

- 1) Etapa 1: Modelo de ecuaciones de forma
- 2) Etapa 2: Modelos de ecuaciones de volúmenes modificadas
- 3) Etapa 3: Modelo de matriz de primitivas.

# Modelos de manufactura de un caso de estudio

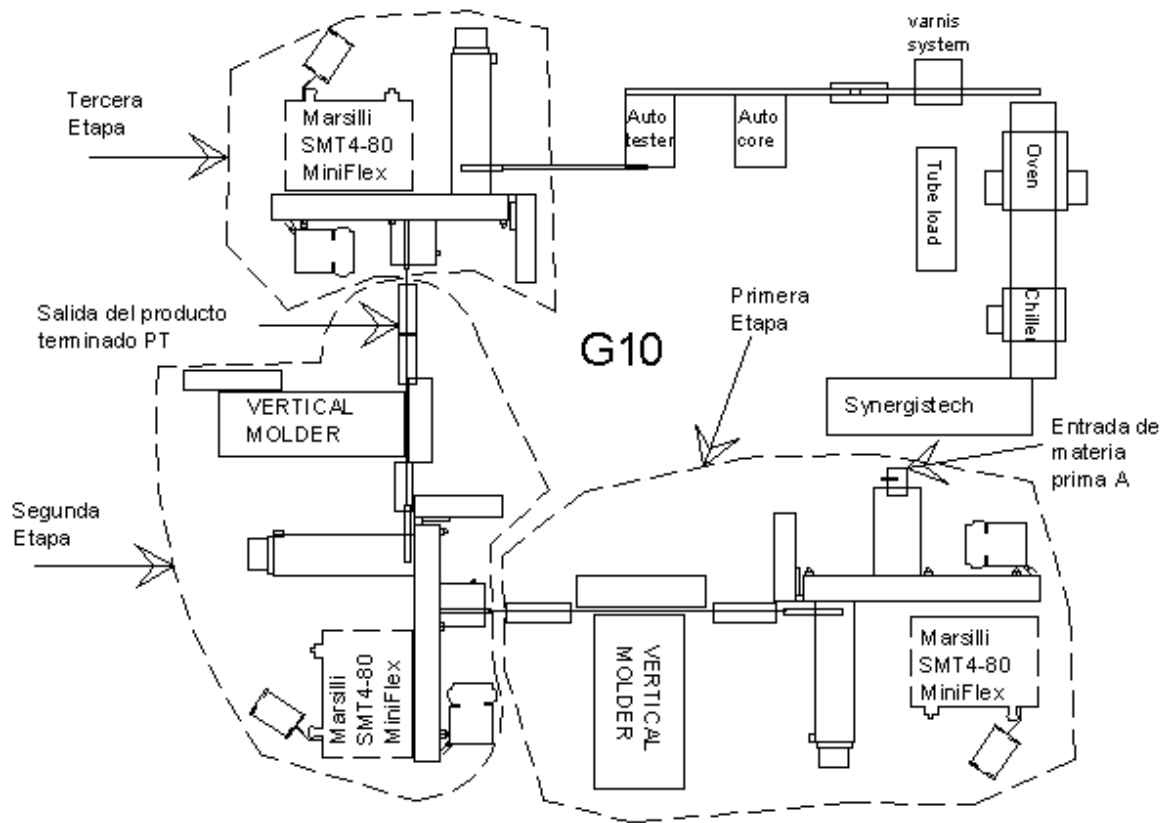
**Introducción.** En este capítulo se presenta la aplicación de la metodología de 38 pasos descrita en el capítulo 7 sobre un componente industrial, para generar tres modelos del producto: una ecuación de forma, una ecuación de volúmenes modificadas y una matriz de primitivas. Dichos modelos están relacionados con el dominio de primitivas y con una secuencia admisible geoméricamente. El caso de estudio es un transformador usado para la industria de las telecomunicaciones y pertenece a la empresa MIDCOM INC [63, 74, 75].

## 8.1. Descripción del caso de estudio

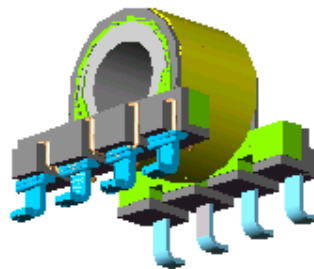
En Cd. Obregón Sonora se encuentra localizada la empresa MIDCOM INC. La empresa fabrica componentes para la industria de las telecomunicaciones y tiene varias líneas de producción. Para fines de investigación, la empresa proporcionó información de sus procesos. Una línea de producción de dicha fábrica ensambla un transformador de pequeñas dimensiones con aplicaciones a celulares. La línea de producción está compuesta por 5 módulos:

- 1) Dos módulos de ensamble y empapelado.
- 2) Dos módulos de soldadura de estaño.
- 3) Un módulo de inyección y montaje.

La figura 8.1 muestra la distribución de planta, de la línea de producción y la figura 8.2 muestra la pieza motivo de estudio en esta tesis.






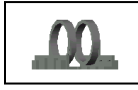

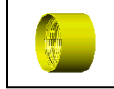





**Figura 8.1 Distribución de planta**



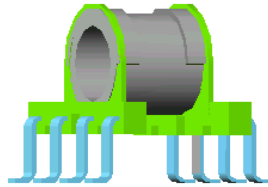
**Figura 8.2 Componente de estudio**

El componente mostrado en la figura 8.2 es fabricado por maquinaria especializada las cuales realizan 11 operaciones principales de manufactura. Dichas operaciones se describen en la tabla 8.1.

Operación	Descripción	Esquematzación
1	Embobinado primario.	
2	Entaipado o empapelado primario	
3	Recubrimiento de flux primario para soldadura de terminales	
4	Soldadura primaria de estaño	
5	Excedente de soldadura (eliminación por contacto de superficie caliente)	
6	Ensamble para nuevo embobinado	
7	Embobinado secundario.	
8	Entaipado o empapelado secundario	
9	Recubrimiento de flux secundario para soldadura de terminales	
10	Recubrimiento de flux primario para soldadura de terminales	
11	Entaipado o empapelado primario	

**Tabla 8.1 Operaciones principales de manufactura.**

La figura 8.3 muestra la materia prima base sobre la cual se realizan las operaciones de manufactura descritas en la tabla 8.1.



**Figura 8.3 Materia prima base**

## **8.2. Algunas consideraciones sobre los modelos del producto y la información**

En esta sección se describen las consideraciones importantes relacionadas con las restricciones del caso de estudio. Esto es:

- 1) Para la construcción de los modelos del producto sólo se tomarán en cuenta las cinco primeras operaciones de manufactura descritas en la tabla 8.1, pues el modelado es el mismo para una operación que para las once.
- 2) No se proporcionan los planos de fabricación de la pieza.
- 3) La empresa proporcionó la secuencia de operaciones admisible geoméricamente.
- 4) Debido a la confidencialidad de la información del proceso sólo se tomarán datos muy generales de las operaciones.
- 5) Para fines prácticos se usarán para generar los modelos del producto, los 38 pasos de la metodología descrita en el capítulo 7, puesto que los tres modelos descritos en esta tesis están relacionados.
- 6) Para el caso de la matriz de primitivas solo se mostrarán en este capítulo la primera columna. La matriz completa se muestra en el apéndice A de esta tesis.

### 8.3 Las ecuaciones de forma del caso de estudio

En esta sección se desarrolla el primer modelo del producto propuesto en este trabajo de tesis que corresponde a las ecuaciones de forma. Para lograr el objetivo se hará uso de los pasos descritos en el capítulo 7 correspondientes a las ecuaciones de forma. Se seguirá el proceso siguiente [63]:

- 1) Se genera el dominio de manufactura.
- 2) Se desarrollan las ecuaciones de subparte.
- 3) Se genera la ecuación de forma y su representación geométrica.

#### 8.3.1 El dominio de manufactura

En esta sección se aplicarán los pasos del 1) al 9) para construir el dominio de sólidos  $B^M$ ; esto es:

**Paso 1) Identificar de un plano de fabricación o de un conjunto de planos el número de operaciones de manufactura.**

En este trabajo de tesis el número de operaciones principales de manufactura considerado es  $n=5$ .

**Paso 2) Determinar el número de elementos del dominio  $B^M$  usando:**

$$\alpha(B^M) = 2(2n + 1) = 2(2(5)+1) = 22$$






**Paso 3) Generar las familias de  $B^M$  y determinar sus elementos usando:**

- 1)  $\theta(B_{MP*}) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$
- 2)  $\theta(B_{PP}) = \theta(B_{MAE}) = \theta(B_{SUB}) = n = 5$
- 3)  $\theta(B_{PT}) = 1$



**Paso 4) Representar los elementos de la familia  $B_{MAE}$  en términos de sólidos y asociar una nomenclatura de identificación.**

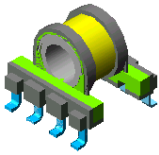
La tabla 8.2 muestra las operaciones de manufactura consideradas y una nomenclatura de identificación.

Operación	Elemento geométrico de $B_{MAE}$	Nomenclatura
O <sub>1</sub> (Montaje de bobina 1)		B <sub>1</sub>
O <sub>2</sub> (Montaje de empapelado 1)		C <sub>1</sub>
O <sub>3</sub> (Recubrimiento de flux 1)		D <sub>1</sub>
O <sub>4</sub> (Recubrimiento por soldadura de estaño 1)		S <sub>1</sub>
O <sub>5</sub> (Excedente de soldadura 1)		F <sub>1</sub>

**Tabla 8.2 Descripción de operaciones y sólidos de  $B_{MAE}$**

**Paso 5)** Representar en términos de un sólido el producto terminado y asociar una nomenclatura de identificación.

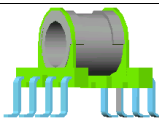
Para los propósitos de este trabajo de tesis, se considerara producto terminado a la subparte generada por la quinta operación de manufactura. La tabla 8.3 muestra dicho producto.

Descripción	Nomenclatura	Sólido
Producto terminado	B <sub>PT</sub>	

**Tabla 8.3 El producto terminado**

**Paso 6)** Representar la materia prima base en términos de un sólido y asociar una nomenclatura apropiada.

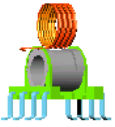
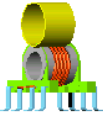
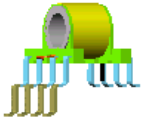
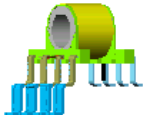
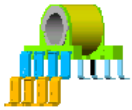
De acuerdo con la figura 8.3 la materia prima base se muestra en la tabla 8.4.

Descripción	Nomenclatura	Sólido
Producto terminado	B <sub>PT</sub>	

**Tabla 8.4. Materia prima base**

**Paso 7)** Representar en términos de sólidos la familia  $B_{PP}$  y asociar una nomenclatura de identificación.


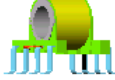



Los productos preparados relacionados con el componente estudiado en este trabajo se muestran en la tabla 8.5.

<b>Producto preparado</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Descripción geométrica</b>
Producto preparado 1	$B_{pp1}$	
Producto preparado 2	$B_{pp2}$	
Producto preparado 3	$B_{pp3}$	
Producto preparado 4	$B_{pp4}$	
Producto preparado 5	$B_{pp5}$	

**Tabla 8.5 Elementos de la familia  $B_{pp}$**

**Paso 8) Representar en términos de sólidos la familia  $B_{SUB}$  y asociar una nomenclatura de identificación.**

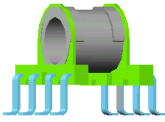

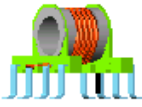
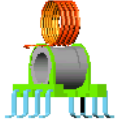
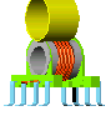


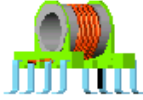
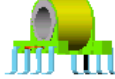
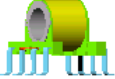
La tabla 8.6 muestra la familia de las subpartes.

Descripción	Nomenclatura	Descripción geométrica
Subproducto 1	$B_{SUB1}$	
Subproducto 2	$B_{SUB2}$	
Subproducto 3	$B_{SUB3}$	
Subproducto 4	$B_{SUB4}$	
Subproducto 5	$B_{SUB5}$	

**Tabla 8.6 Elementos de la familia  $B_{SUB}$**

**Paso 9) Representar todo el dominio  $B^M$  en términos de sólidos.**

La tabla 8.7 muestra el dominio de manufactura, el cual está relacionado con  $n=5$ .






El dominio de manufactura ( $B^M$ )			
Materias primas ( $B_{MP}$ )			
Productos preparados ( $B_{PP}$ )			
Materiales agregados y extraídos ( $B_{MAE}$ )			
Subproductos ( $B_{SUB}$ )			
Producto terminado ( $B_{PT}$ )			

**Tabla 8.7 El dominio  $B^M$  en términos geométricos.**

### 8.3.2 Las ecuaciones de subparte y producto preparado

Una vez construido el dominio de manufactura lo que sigue es desarrollar las ecuaciones preliminares de subparte. Para ello, es necesario definir una secuencia admisible de operaciones de manufactura. La tabla muestra los operadores booleanos que serán usados para construir las ecuaciones de forma.

**Paso 10) Asociar con cada operación de manufactura un operador booleano parametrizado en términos de manufactura.**

Operación	Operador booleano	Elemento geométrico de $B_{MAE}$	Nomenclatura
O <sub>1</sub> (Montaje de bobina 1)	$\overset{M,B}{U}$ Unión de montaje por embobinado		<b>B<sub>1</sub></b>
O <sub>2</sub> (Montaje de empapelado 1)	$\overset{M,P}{U}$ Unión de montaje por empapelado		<b>C<sub>1</sub></b>
O <sub>3</sub> (Recubrimiento de flux 1)	$\overset{R}{U}$ Unión por recubrimiento		<b>D<sub>1</sub></b>
O <sub>4</sub> (Recubrimiento por soldadura de estaño 1)	$\overset{S}{U}$ Unión por soldadura		<b>S<sub>1</sub></b>
O <sub>5</sub> (Excedente de soldadura 1)	$\overset{E}{-}$ Diferencia de excedentes		<b>F<sub>1</sub></b>

**Tabla 8.8. Operadores booleanos parametrizados**

**Paso 11) Definir una secuencia de operaciones de manufactura admisible geoméricamente.**

Para construir la ecuación de forma, es necesario seleccionar una secuencia admisible cuando menos geoméricamente. La tabla 8.9 muestra dicha secuencia.

SO <sup>F1O2,3,4,5</sup>					
Operación/ Evento	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>
Ev <sub>1</sub>	1	0	0	0	0
Ev <sub>2</sub>	0	1	0	0	0
Ev <sub>3</sub>	0	0	1	0	0
Ev <sub>4</sub>	0	0	0	1	0
Ev <sub>5</sub>	0	0	0	0	1

**Tabla 8.9. Secuencia de operaciones admisible geoméricamente**

La descripción de los símbolos es: SO<sup>F1O2,3,4,5</sup>: Secuencia de Operaciones de la familia 1 y secuenciabilidad 2,3,4,5. La familia está determinada por la operación de manufactura que se aplica primero sobre la materia prima.

**Paso 12) Generar las ecuaciones de productos preparados y subproductos.**

$$\begin{aligned}
 &1) B_{PP1} = A \overset{Pr}{\cup} B_1; \quad 2) B_{SUB1} = B_{PP1} \overset{M,B}{\cup} B_1; \quad 3) B_{PP2} = B_{SUB1} \overset{Pr}{\cup} C_1; \quad 4) B_{SUB2} = B_{PP2} \overset{M,P}{\cup} C_1 \\
 &5) B_{PP3} = B_{SUB2} \overset{Pr}{\cup} D_1; \quad 6) B_{SUB3} = B_{PP3} \overset{R}{\cup} D_1; \quad 7) B_{PP4} = B_{SUB3} \overset{Pr}{\cup} S_1; \quad 8) B_{SUB4} = B_{PP4} \overset{S}{\cup} S_1; \\
 &9) B_{PP5} = B_{SUB4} \overset{Pr}{\cup} F_1; \quad 10) B_{SUB5} = B_{PP5} \overset{E}{-} F_1
 \end{aligned}$$

**8.3.3 La ecuación de forma y representación geométrica**

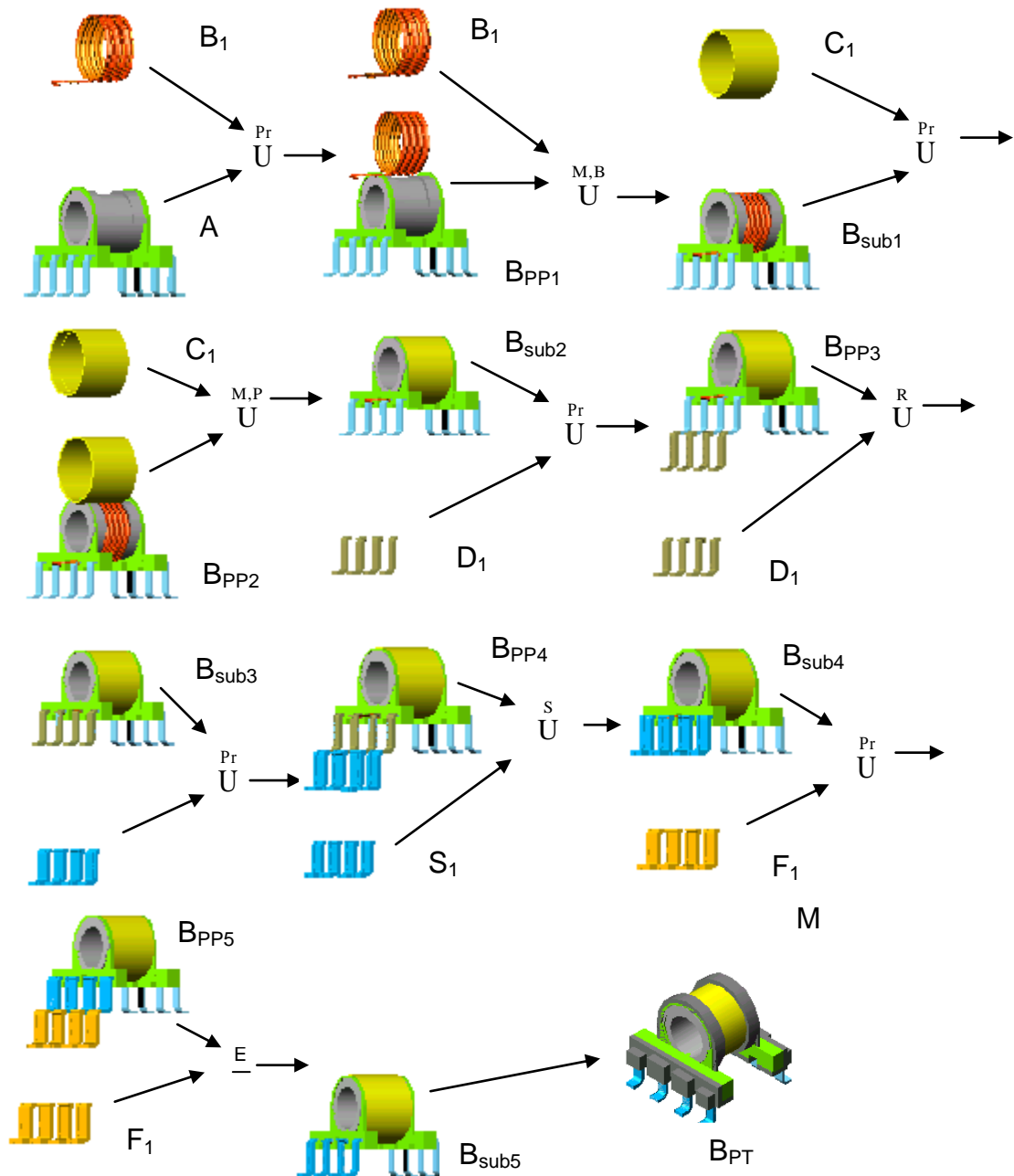
En esta sección se presenta la ecuación de forma relacionada con el dominio de manufactura mostrado en la tabla 8.7 y con la secuencia de operaciones descrita en la tabla 8.9.

**Paso 13) Expandir la última subparte y encontrar la ecuación de forma.**

La ecuación de forma y su representación gráfica se muestran a continuación:

$$PT \approx B_{SUB5} = ((((((((((A \cup B_1) \cup B_1) \cup C_1) \cup C_1) \cup D_1) \cup D_1) \cup S_1) \cup S_1) \cup F_1) - F_1)$$

**Paso 14) Representar geoméricamente la ecuación de forma.**



**Figura 8.4. Representación geométrica de la ecuación de forma**



## 8.4 Las ecuaciones de volúmenes modificados

En esta sección se desarrolla el segundo modelo del producto propuesto en este trabajo de tesis que corresponde a las ecuaciones de volúmenes modificadas. Para la generación del modelo se usarán los pasos del 15) al 28) descritos en el capítulo 7. El proceso que se seguirá en esta parte es el siguiente:

- 1) Se genera el dominio de manufactura relacionado con los volúmenes.
- 2) Se desarrollan las primitivas de manufactura.
- 3) Se construyen las ecuaciones de subparte de volúmenes.
- 4) Se genera la ecuación de volúmenes modificados y su representación geométrica.

### 8.4.1 El dominio de manufactura en términos de volúmenes.

Los siguientes pasos están relacionados con la construcción del dominio de manufactura en términos de volúmenes:

**Paso 15) Determinar el número de elementos del dominio  $P^M$  usando:**

$$\alpha ( P^M ) = 2(2n + 1) = 2((2)(5) + 1) = 22$$

**Paso 16) Generar las familias de  $P^M$  y determinar sus elementos usando:**

- 1)  $\theta ( P_{MP^*} ) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$
- 2)  $\theta ( P_{PP} ) = \theta ( B_{MAE} ) = \theta ( B_{SUB} ) = n = 5$
- 3)  $\theta ( P_{PT} ) = 1$

**Paso 17) Representar el dominio  $P^M$  y sus familias usando el paso 9) considerando que las representaciones son geométricas y no sólidos. Identificar cada elemento con una nomenclatura apropiada.**

La tabla 8.10 muestra el dominio de manufactura en términos de volúmenes.

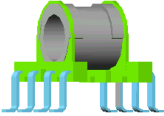

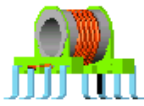
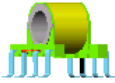
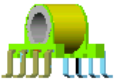
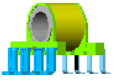

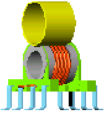
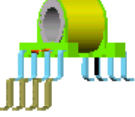
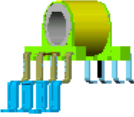






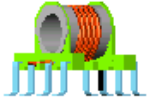
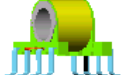

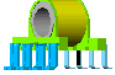
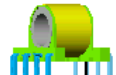
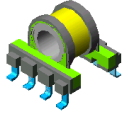
El dominio de manufactura ( $P^M$ )						
Materias primas ( $P_{MP}$ )	$P_{MP}$ 	$P_{B1}$ 	$P_{SUB1}$ 	$P_{SUB2}$ 	$P_{SUB3}$ 	$P_{SUB4}$ 
Productos preparados ( $P_{PP}$ )	$P_{PP1}$ 	$P_{PP12}$ 	$P_{PP13}$ 	$P_{PP14}$ 	$P_{PP15}$ 	
Materiales agregados y extraídos ( $P_{MAE}$ )	$P_{B1}$ 	$P_{C1}$ 	$P_{D1}$ 	$P_{S1}$ 	$P_{F1}$ 	
Subproductos ( $P_{SUB}$ )	$P_{SUB1}$ 	$P_{SUB12}$ 	$P_{SUB13}$ 	$P_{SUB14}$ 	$P_{SUB15}$ 	
Producto terminado ( $P_{PT}$ )	$P_{PT}$ 					

Tabla 8.10 El dominio ( $P^M$ ) en términos geométricos.

Paso 18) Seleccionar la secuencia de operaciones del paso 11).

SO <sup>FIO2,3,4,5</sup>					
Operación/ Evento	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>
Ev <sub>1</sub>	1	0	0	0	0
Ev <sub>2</sub>	0	1	0	0	0
Ev <sub>3</sub>	0	0	1	0	0
Ev <sub>4</sub>	0	0	0	1	0
Ev <sub>5</sub>	0	0	0	0	1

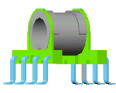

**Tabla 8.9. Secuencia de operaciones admisible geoméricamente**

#### **8.4.2 Desarrollo de las primitivas de manufactura operación por operación.**


Para construir las ecuaciones de volúmenes modificadas es necesario primero generar todas las primitivas de manufactura relacionadas con el dominio de manufactura. Cabe mencionar que por razones de confidencialidad no se describen algunos parámetros asociados con dichas primitivas. Para los propósitos de este trabajo de tesis se generan las primitivas por cada operación involucrada.

**Paso 19)** Generar las primitivas asociadas con la primera operación de manufactura. Aquí, solo se representan las primitivas de las materias primas requeridas para la primer operación (según la secuencia), la asociada con el subproducto y con el producto preparado y la primitiva de la operación.

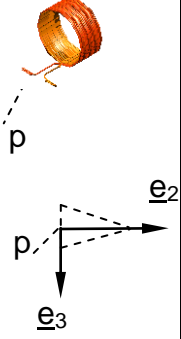
Las tablas siguientes muestran las primitivas relacionadas con la primera operación de manufactura:

Nomenclatura	Descripción	Descripción de geometría	Dimensiones principales	Material	Forma geométrica
$P_{MP}$	Primitiva extendida de la materia prima base	Especial	$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$ $t$	Plástico y terminales	
$P_{BI}'$	Primitiva extendida de la materia prima (material agregado)	Especial	$\varphi_E =$ $l_E =$	Alambre magneto	

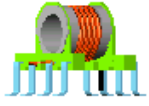
**Tabla 8.11 Elementos de la materia prima**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de la materia prima base	Primitiva de los materiales extraídos o agregados (vistas como materias primas)	Operación	Forma geométrica
$P_{PP1}$	Primitiva extendida del producto preparado 1	$P_{MP}$	$P_{BI}'$	De preparación	

**Tabla 8.12 Primer producto preparado**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos	Herramientas y $k_{i,j}$	Forma geométrica
$P_{B1}$	Primitiva de la operación de montaje	$P_{PP1}$	$G_{B1}$ Cono	$(x_P, y_P, z_P) =$ $\underline{e}_2 = (0, 1, 0)$ $\phi_E =$ $l_E =$	$V =$ $\tau =$ $W_{PP1} =$ $W_{H1} =$	$H_1,$ Sujetador $K_{i,j} = \{1\}$	

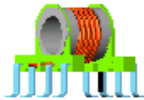

**Tabla 8.13. Primitiva de la operación**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB1}$	Primitiva extendida del primer subproducto	$P_{PP1}$	$P_{B1}$	Montaje	

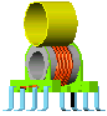
**Tabla 8.14. Primitiva de la primera suboperación**

**Paso 20) Generar las primitivas de la segunda operación de manufactura (según la secuencia).**

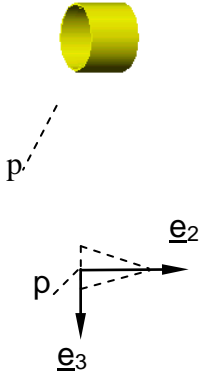
Las tablas siguientes muestran las primitivas relacionadas con la segunda operación de manufactura:

Nomenclatura	Descripción	Descripción de geometría	Dimensiones principales	Material	Forma geométrica
$P_{SUB1}$	Primitiva extendida de la materia prima base	Especial	$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$ $t$	Plástico, terminales y alambre magneto	
$P_{C1}$	Primitiva extendida de la materia prima (material agregado)	Especial	$\varphi_E =$ $l_E =$	Tira de papel	

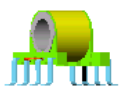
**Tabla 8.15. Primitivas de las materias primas de la segunda operación**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de la materia prima base	Primitiva de los materiales extraídos o agregados (vistas como materias primas)	Operación	Forma geométrica
$P_{PP2}$	Primitiva extendida del producto preparado 2	$P_{SUB1}$	$P_{C1}$	De preparación	

**Tabla 8.16 Primitiva del producto preparado**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos	Herramientas y $k_{ij}$	Forma geométrica
$P_{C1}$	Primitiva de la operación de montaje	$P_{PP2}$	$G_{B1}$ Cono	$(x_P, y_P, z_P)$ $=$ $\underline{e}_2 = (0, 1,$ $0)$ $\phi_E =$ $l_E =$	$V =$ $\tau =$ $W_{PP1} =$ $W_{H1} =$	$H_1,$ Sujetador $K_{ij} = \{1\}$	

**Tabla 8.17 Primitiva de la segunda operación**

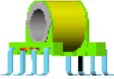

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB2}$	Primitiva extendida del segundo subproducto	$P_{PP2}$	$P_{C1}$	Empapelado	

**Tabla 8.18. Primitiva de la segunda subparte**

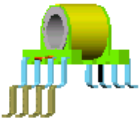
**Paso 21) Aplicar las consideraciones de los pasos 19) y 20) hasta determinar las primitivas de la última operación de manufactura.**

*Tercera operación de manufactura:*

Las tablas siguientes muestran las primitivas asociadas con la tercera operación de manufactura:

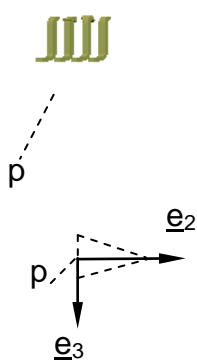
Nomenclatura	Descripción	Descripción de geometría	Dimensiones principales	Material	Forma geométrica
$P_{SUB2}$	Primitiva extendida de la materia prima base	Especial	$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$ $t$	Plástico, terminales, alambre magneto y papel	
$P_{D1}$	Primitiva extendida de la materia prima (material agregado)	Especial	$\varphi_E =$ $l_E =$	Pasta de flux	

**Tabla 8.19 Primitivas de las materias primas para la tercera operación**

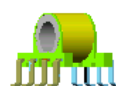
Nomenclatura	Descripción	Primitiva de la materia prima base	Primitiva de los materiales extraídos o agregados (vistas como materias primas)	Operación	Forma geométrica
$P_{PP3}$	Primitiva extendida del producto preparado 3	$P_{SUB2}$	$P_{D1}$	De preparación	

**Tabla 8.20 Primitiva del tercer producto preparado**



Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos	Herramientas y $k_{ij}$	Forma geométrica
$P_{D1}$	Primitiva de la operación de montaje	$P_{PP1}$	$G_{B1}$ Cono	$(x_P, y_P, z_P)$ $=$ $\underline{e}_2 = (0, 1,$ $0)$ $\phi_E =$ $l_E =$	$V =$ $\tau =$ $W_{PP1} =$ $W_{H1} =$	$H_1,$ Pinza $K_{i,j} = \{1\}$	

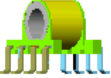

**Tabla 8.21. Primitiva de la tercera operación**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB3}$	Primitiva extendida del tercer subproducto	$P_{PP3}$	$P_{D1}$	Recubrimiento por flux	

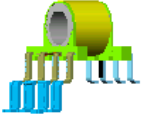
**Tabla 8.22. Primitiva del tercer subproducto**

***Cuarta operación de manufactura:***

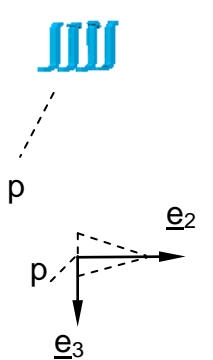
Las tablas siguientes muestran las primitivas relacionadas con la cuarta operación de manufactura:

Nomenclatura	Descripción	Descripción de geometría	Dimensiones principales	Material	Forma geométrica
$P_{SUB3}$	Primitiva extendida de la materia prima base	Especial	$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$ $t$	Plástico, terminales, alambre magneto, papel y pasta de flux	
$P_{S1}$	Primitiva extendida de la materia prima (material agregado)	Especial	$\varphi_E =$ $l_E =$	Soldadura de estaño	

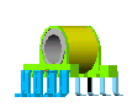
**Tabla 8.23. Primitiva de las materias primas de la cuarta operación**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de la materia prima base	Primitiva de los materiales extraídos o agregados (vistas como materias primas)	Operación	Forma geométrica
$P_{PP4}$	Primitiva extendida del producto preparado 1	$P_{SUB3}$	$P_{S1}$	De preparación	

**Tabla 8.24. Primitiva del cuarto producto preparado**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos	Herramientas y $k_{i,j}$	Forma geométrica
$P_{S1}$	Primitiva de la operación de montaje	$P_{PP4}$	$G_{B1}$ Cono	$(x_P, y_P, z_P)$ $=$ $\underline{e}_2 = (0, 1, 0)$ $\phi_E =$ $l_E =$	$V =$ $\tau =$ $W_{PP1} =$ $W_{H1} =$	$H_1,$ Pinza $K_{i,j} = \{1\}$	

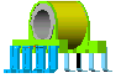

**Tabla 8.25. Primitiva de la cuarta operación de manufactura**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB4}$	Primitiva extendida del cuarto subproducto	$P_{PP4}$	$P_{S1}$	Recubrimiento por soldadura de estaño	

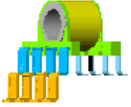
**Tabla 8.26 Primitiva del cuarto subproducto**

***Quinta operación de manufactura:***

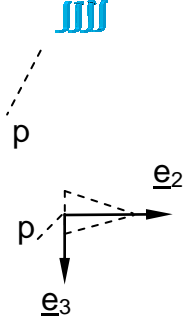
Las tablas siguientes muestran las primitivas relacionadas con la quinta operación de manufactura:

Nomenclatura	Descripción	Descripción de geometría	Dimensiones principales	Material	Forma geométrica
$P_{SUB4}$	Primitiva extendida de la materia prima base	Especial	$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$ $t$	Plástico, terminales, alambre magneto, papel, pasta de flux y recubrimiento de soldadura	
$P_{F1}$	Primitiva extendida de la materia prima (material agregado)	Especial	$\varphi_E =$ $l_E =$	Excedente de la soldadura	

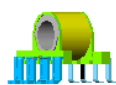
**Tabla 8.27 Primitiva de las materias primas de la quinta operación**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de la materia prima base	Primitiva de los materiales extraídos o agregados (vistas como materias primas)	Operación	Forma geométrica
$P_{PP5}$	Primitiva extendida del producto preparado 1	$P_{SUB4}$	$P_{F1}$	De preparación	

**Tabla 8.28 Primitiva del quinto producto preparado**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos	Herramientas y $k_{i,j}$	Forma geométrica
$P_{F1}$	Primitiva de la operación de montaje	$P_{PP5}$	$G_{B1}$ Cono	$(x_P, y_P, z_P)$ = $\underline{e}_2 = (0, 1, 0)$ $\phi_E =$ $l_E =$	$V =$ $\tau =$ $W_{PP1} =$ $W_{H1} =$	$H_1,$ Pinza $K_{i,j} = \{1\}$	

**Tabla 8.29. Primitiva de la quinta operación de manufactura**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB5}$	Primitiva extendida del quinto subproducto	$P_{PP1}$	$P_{B1}$	Montaje	

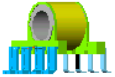
**Tabla 8.30 Primitiva del quinto subproducto**

### 8.4.3 Desarrollo de la ecuación de volúmenes modificada

En esta sección se aplican los pasos del 22) al 28) de la metodología descrita en el capítulo 7 para generar la ecuación de volúmenes modificada. Cabe mencionar que es necesario obtener

un dominio de manufactura en términos volumétricos con el objetivo de generar el segundo modelo del producto.

**Paso 22) Generar la primitiva del producto terminado sobre la base de la última primitiva del subproducto.**

Nomenclatura	Descripción	Primitiva de origen	Primitiva de operación	Operación	Forma geométrica
$P_{SUB5}$	Primitiva extendida del primer subproducto	$P_{PP1}$	$P_{B1}$	Montaje	

**Tabla 8.31 Primitiva del quinto subproducto**

**Paso 23) Asociar un volumen con cada primitiva del dominio  $P^M$ .**

La tabla 8.32 muestra el dominio de manufactura en términos de volúmenes.

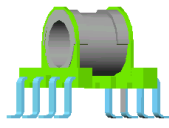

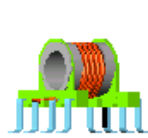
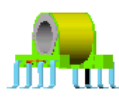
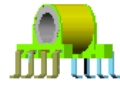
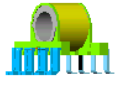
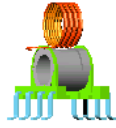
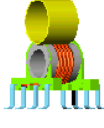
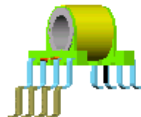
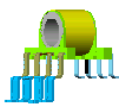
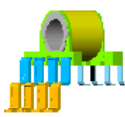





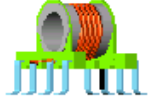
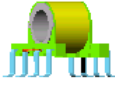
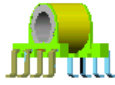
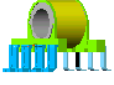
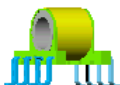
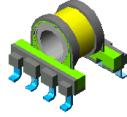
El dominio de manufactura ( $V^M$ )						
Materias primas ( $P_{MP}$ )	$V_{MP}$ 	$V_{B1}$ 	$V_{SUB1}$ 	$V_{SUB2}$ 	$V_{SUB3}$ 	$V_{SUB4}$ 
Productos preparados ( $P_{PP}$ )	$V_{PP1}$ 	$V_{PP12}$ 	$V_{PP13}$ 	$V_{PP14}$ 	$V_{PP15}$ 	
Materiales agregados y extraídos ( $P_{MAE}$ )	$V_{B1}$ 	$V_{C1}$ 	$V_{D1}$ 	$V_{S1}$ 	$V_{F1}$ 	
Subproductos ( $P_{SUB}$ )	$V_{SUB1}$ 	$V_{SUB12}$ 	$V_{SUB13}$ 	$V_{SUB14}$ 	$V_{SUB15}$ 	
Producto terminado ( $P_{PT}$ )	$V_{PT}$ 					

Tabla 8.32. El dominio ( $V^M$ ) en términos geométricos

**Paso 24) Generar el dominio volumétrico usando las mismas expresiones de los pasos 15) y 16). Asociar una nomenclatura adecuada.**

$$\alpha(V^M) = 2(2n + 1) = 2((2)(5) + 1) = 22$$





$$1) \theta(V_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$$

$$2) \theta(V_{PP}) = \theta(V_{MAE}) = \theta(V_{SUB}) = n = 5$$

$$3) \theta(V_{PT}) = 1$$

**Paso 25) Asociar una operación de suma y resta de volúmenes con operaciones que unen materiales o eliminan, según sea el caso.**

La tabla 8.33 muestra las operaciones de volúmenes.

<b>Operación</b>	<b>Operador volumétrico</b>	<b>Elemento geométrico de <math>B_{MAE}</math></b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Operador boleano</b>
O <sub>1</sub> (Montaje de bobina 1)	⊕		V <sub>B1</sub>	$\overset{M,B}{\cup}$ <b>Unión de montaje por embobinado</b>
O <sub>2</sub> (Montaje de empapelado 1)	⊕		V <sub>C1</sub>	$\overset{M,P}{\cup}$ <b>Unión de montaje por empapelado</b>
O <sub>3</sub> (Recubrimiento de flux 1)	⊕		V <sub>D1</sub>	$\overset{R}{\cup}$ <b>Unión por recubrimiento</b>
O <sub>4</sub> (Recubrimiento por soldadura de estaño 1)	⊕		V <sub>S1</sub>	$\overset{S}{\cup}$ <b>Unión por soldadura</b>
O <sub>5</sub> (Excedente de soldadura 1)	⊗		V <sub>F1</sub>	$\overset{E}{-}$ <b>Diferencia de excedentes</b>

**Tabla 8.33. Operadores de suma y resta.**



**Paso 26) Generar, siguiendo la secuencia de operaciones, las ecuaciones de volúmenes de productos preparados y subpartes.**

El símbolo  $\underline{\oplus}$  será usando para representar la unión por preparación  $\overset{\text{Pr}}{\cup}$  [63].

- 1)  $V_{PP1} = V_A \underline{\oplus} V_{B1}$
- 2)  $V_{SUB1} = V_{PP1} \oplus V_{B1}$
- 3)  $V_{PP2} = V_{SUB1} \underline{\oplus} V_{C1}$
- 4)  $V_{SUB2} = V_{PP2} \oplus V_{C1}$
- 5)  $V_{PP3} = V_{SUB2} \underline{\oplus} V_{D1}$
- 6)  $V_{SUB3} = V_{PP3} \oplus V_{D1}$
- 7)  $V_{PP4} = V_{SUB3} \underline{\oplus} V_{S1}$
- 8)  $V_{SUB4} = V_{PP4} \oplus V_{S1}$
- 9)  $V_{PP5} = V_{SUB4} \underline{\oplus} V_{F1}$
- 10)  $V_{SUB5} = V_{PP5} \otimes V_1$

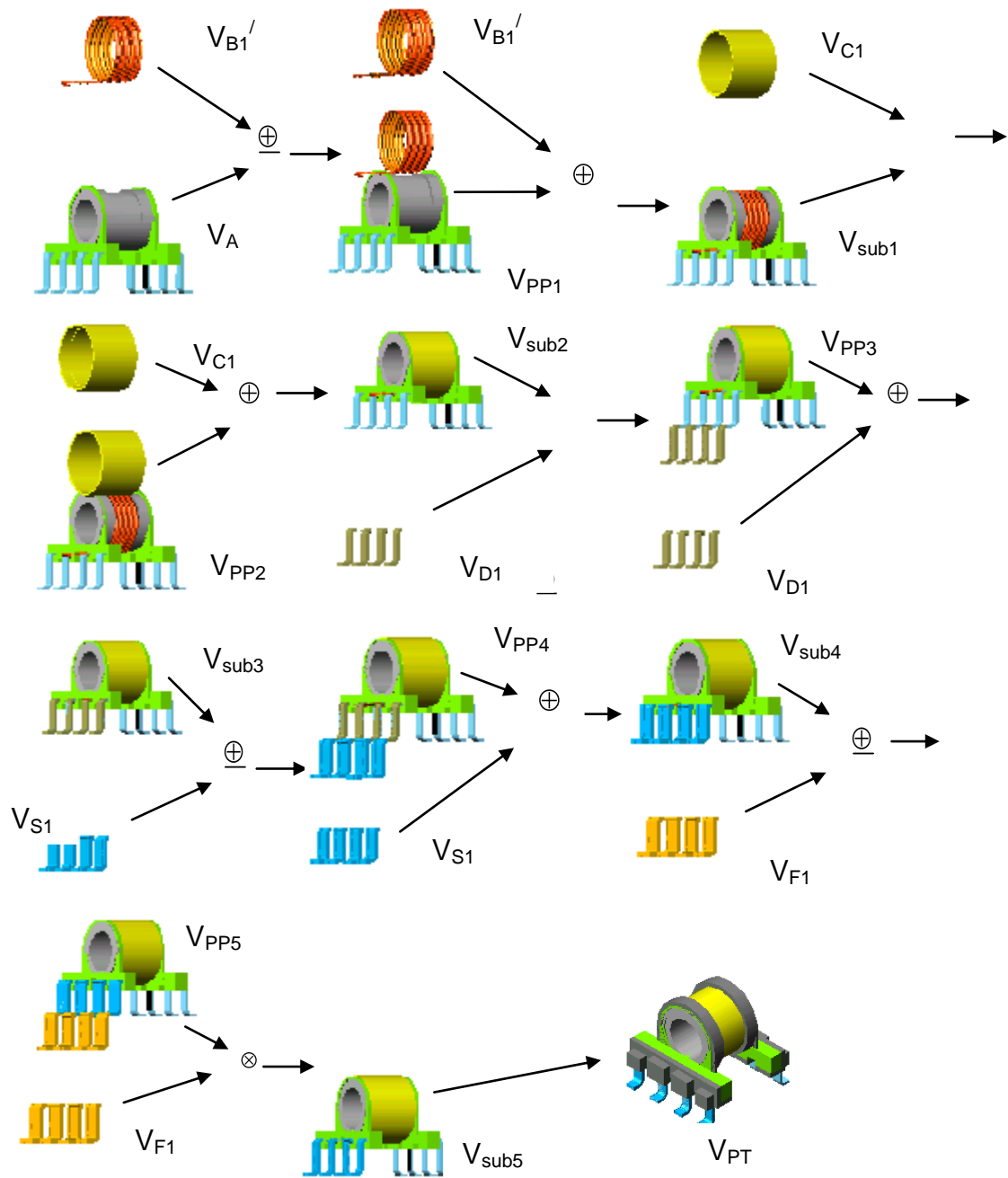
**Paso 27) Expandir la última subparte de volúmenes y encontrar la ecuación de primitivas.**

La ecuación de volúmenes modificados es la siguiente:

$$V_{PT} \approx V_{SUB5} = ((((((((((V_A \underline{\oplus} V_{B1}) \oplus V_{B1}) \underline{\oplus} V_{C1}) \oplus V_{C1}) \underline{\oplus} V_{D1}) \oplus V_{D1}) \underline{\oplus} V_{S1}) \oplus V_{S1}) \underline{\oplus} V_{F1}) \otimes V_{F1})$$

**Paso 28) Representar gráficamente la ecuación de volúmenes.**

La forma geométrica de la ecuación de volúmenes modificados se muestra en la figura 8.5



**Figura 8.5. Representación gráfica de la ecuación de volúmenes**

## 8.5 La matriz de primitivas

En esta sección se presenta el desarrollo del tercer modelo del producto, esto es, la matriz de primitivas. Se seguirá el siguiente procedimiento para obtener dicho modelo:

- 1) Se generan los elementos de la matriz de primitivas.
- 2) Se obtiene el número de elementos de la matriz y cada submatriz.
- 3) Se explicita la matriz de primitivas.

### 8.5.1 Elementos de la matriz de primitivas

En esta sección se obtienen los elementos que conforman la matriz de primitivas. Esto es:

**Paso 29) Obtener la cardinalidad del dominio de las entidades de manufactura (DEM) usando la relación:**

$$\Omega (DEM) = 3x [\alpha \mathcal{B}^M - 1]$$

Si  $n=5$  y  $\alpha \mathcal{B}^M = 22$ , entonces  $3x [\alpha \mathcal{B}^M - 1] = 3 \times 21 = 63$

**Paso 30) Obtener los dominios de las entidades de manufactura:**

A) *Un dominio de geometría:*

$$1) \alpha (G^M) = 2(2n + 1) = 2((2)(5) + 1) = 22$$

$$2) \theta (G_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$$

$$3) \theta (G_{PP}) = \theta (G_{MAE}) = \theta (G_{SUB}) = n = 5$$

$$4) \theta (G_{PT}) = 1$$

La tabla 8.34 muestra la conformación del dominio de geometrías.

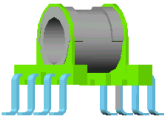


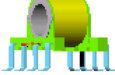


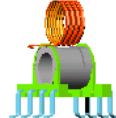
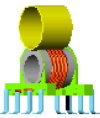
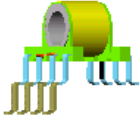
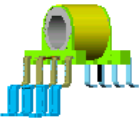






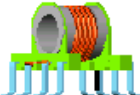
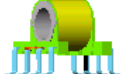
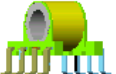


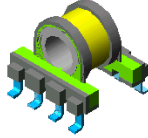
El dominio de manufactura ( $P^M$ )						
Materias primas ( $P_{MP}$ )	$G_{MP}$ 	$G_{B1}$ 	$G_{SUB1}$ 	$G_{SUB2}$ 	$G_{SUB3}$ 	$G_{SUB4}$ 
Productos preparados ( $P_{PP}$ )	$G_{PP1}$ 	$G_{PP12}$ 	$G_{PP13}$ 	$G_{PP14}$ 	$G_{PP15}$ 	
Materiales agregados y extraídos ( $P_{MAE}$ )	$G_{B1}$ 	$G_{C1}$ 	$G_{D1}$ 	$G_{S1}$ 	$G_{F1}$ 	
Subproductos ( $P_{SUB}$ )	$G_{SUB1}$ 	$G_{SUB12}$ 	$G_{SUB13}$ 	$G_{SUB14}$ 	$G_{SUB15}$ 	
Producto terminado ( $P_{PT}$ )	$G_{PT}$ 					

Tabla 8.34. El dominio ( $G^M$ ) en términos geométricos.

B) *Un dominio de primitivas:*

$$1) \alpha (P^M) = 2(2n + 1) = 2((2)(5) + 1) = 22$$

$$2) \theta (P_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$$

$$3) \theta (P_{PP}) = \theta (P_{MAE}) = \theta (P_{SUB}) = n = 5$$

$$4) \theta (P_{PT}) = 1$$

C) *Un dominio de volúmenes:*

$$1) \alpha (V^M) = 2(2n + 1) = 2((2)(5) + 1) = 22$$

$$2) \theta (V_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 2 + (5 - 1) = 6$$

$$3) \theta (V_{PP}) = \theta (V_{MAE}) = \theta (V_{SUB}) = n = 5$$

$$4) \theta (V_{PT}) = 1$$

### 8.5.2 Desarrollo de la matriz de primitivas

En esta sección se presenta el desarrollo de la matriz de primitivas la cual es generada por la integración cada submatriz.

**Paso 31) Obtener la submatriz de entidades del producto terminado visto como materia prima.**

$$\left[ M_{PT}^E \right]^* = \begin{pmatrix} G_{PT} \\ P_{PT} \\ V_{PT}^{PM} \end{pmatrix}_{MXN=3 \times 1}$$

**Paso 32) Obtener la submatriz de entidades de las materias primas.**

Si  $M = 3$  y  $n = 5$ , entonces  $M \times N = 3 \times (2 + (n - 1)) = 18$

$$\left[ M_{MP}^E \right] = \begin{pmatrix} G_{MP'} & G_{B1'} & G_{SUB1'} & G_{SUB2'} & G_{SUB3'} & G_{SUB4'} \\ P_{MP'} & P_{B1'} & P_{SUB1'} & P_{SUB2'} & P_{SUB3'} & P_{SUB4'} \\ V_{MP'} & V_{B1'} & V_{SUB1'} & V_{SUB2'} & V_{SUB3'} & V_{SUB4'} \end{pmatrix}$$

**Paso 33) Obtener la submatriz de entidades de los productos preparados.**

Si M = 3 y n= 5, entonces MxN = 15

$$\left[ M_{PP}^E \right] = \begin{pmatrix} G_{PP1} & G_{PP12} & G_{PP13} & G_{PP14} & G_{PP15} \\ P_{PP1} & P_{PP12} & P_{PP13} & P_{PP14} & P_{PP15} \\ V_{PP1} & V_{PP12} & V_{PP13} & V_{PP14} & V_{PP15} \end{pmatrix}$$

**Paso 34) Obtener la submatriz de entidades de los productos agregados o extraídos.**

Si M = 3 y n= 5, entonces MxN = 15

$$\left[ M_{MAE}^E \right] = \begin{pmatrix} G_{B1} & G_{C1} & G_{D1} & G_{S1} & G_{F1} \\ P_{B1} & P_{C1} & P_{D1} & P_{S1} & P_{F1} \\ V_{B1} & V_{C1} & V_{D1} & V_{S1} & V_{F1} \end{pmatrix}$$

**Paso 35) Obtener la submatriz de entidades de los subproductos.**

Si M = 3 y n= 5, entonces MxN = 15

$$\left[ \begin{array}{c} M^E \\ SUB \end{array} \right] = \left( \begin{array}{ccccc} G_{SUB1} & G_{SUB12} & G_{SUB13} & G_{SUB14} & G_{SUB15} \\ P_{SUB1} & P_{SUB12} & P_{D1} & P_{SUB14} & P_{SUB15} \\ V_{SUB1} & V_{SUB12} & V_{D1} & V_{SUB14} & V_{SUB15} \end{array} \right)$$

**Paso 36) Obtener la matriz abstracta de entidades de manufactura y la matriz de coeficientes**

En este paso se generan una matriz simbólica relacionada con la nomenclatura asociada a cada entidad y una matriz de coeficientes. Esta última matriz se genera con el objetivo de que en futuros trabajos se automatice la matriz.

**Matriz simbólica:**

$$\left[ \begin{array}{c} M^E \\ PT \end{array} \right]^* = \left( \begin{array}{c} G_{PT} \\ P_{PT} \\ V_{PT}^{PM} \end{array} \right) = \left\{ \left( \begin{array}{cccccc} G_{MP'} & G_{B1'} & G_{SUB1'} & G_{SUB2'} & G_{SUB3'} & G_{SUB4'} \\ P_{MP'} & P_{B1'} & P_{SUB1'} & P_{SUB2'} & P_{SUB3'} & P_{SUB4'} \\ V_{MP'} & V_{B1'} & V_{SUB1'} & V_{SUB2'} & V_{SUB3'} & V_{SUB4'} \end{array} \right), \right.$$

$$\left( \begin{array}{ccccc} G_{PP1} & G_{PP12} & G_{PP13} & G_{PP14} & G_{PP15} \\ P_{PP1} & P_{PP12} & P_{PP13} & P_{PP14} & P_{PP15} \\ V_{PP1} & V_{PP12} & V_{PP13} & V_{PP14} & V_{PP15} \end{array} \right), \left( \begin{array}{ccccc} G_{B1} & G_{C1} & G_{D1} & G_{S1} & G_{F1} \\ P_{B1} & P_{C1} & P_{D1} & P_{S1} & P_{F1} \\ V_{B1} & V_{C1} & V_{D1} & V_{S1} & V_{F1} \end{array} \right),$$

$$\left\{ \left( \begin{array}{ccccc} G_{SUB1} & G_{SUB12} & G_{SUB13} & G_{SUB14} & G_{SUB15} \\ P_{SUB1} & P_{SUB12} & P_{D1} & P_{SUB14} & P_{SUB15} \\ V_{SUB1} & V_{SUB12} & V_{D1} & V_{SUB14} & V_{SUB15} \end{array} \right) \right\}$$





# Aplicaciones del dominio de manufactura a la ingeniería inversa

**Introducción.** En este capítulo se presentan una aplicación del dominio de manufactura a la ingeniería inversa de partes y componentes. Se utilizan las relaciones que dependen del número de operaciones principales de manufactura (número de primitivas y orden de la matriz) para caracterizar información abstracta de un caso de estudio industrial. Se presentará un marco teórico de referencia básico relacionado con la ingeniería inversa y sus programas y procedimientos de investigación.

### 9.1. Algunas consideraciones sobre ingeniería inversa

La ingeniería inversa, de acuerdo con [76], se puede describir como aquel proceso por el cual una parte existente o un modelo físico es recreado o clonado. Otra definición de ingeniería inversa es la siguiente [35]:

*La Ingeniería Inversa es el proceso de diseñar un sustituto, el cual reemplace de forma aceptable a un producto o parte. En este caso, Ingeniería Inversa es un caso particular de rediseño que se fundamenta en diversos aspectos del producto original y en el análisis de un ejemplar y se aplica cuando el proceso de diseño o la documentación original no está disponible.*

El concepto de ingeniería inversa no está unificado. Para los propósitos de este trabajo de tesis, se utilizará la definición propuesta en [77, 78, 79]:

*La ingeniería inversa es un proceso analítico-sintético que busca determinar las características y/o funciones de un sistema, una máquina o un producto o una parte de un componente o un subsistema. El propósito de la ingeniería inversa es determinar un modelo de un objeto o producto o sistema de referencia.*

Al igual que su definición, la ingeniería inversa no tiene un método único. Por ejemplo, el proceso de la ingeniería inversa relacionado con la definición dada en [35,80], se muestra en la figura 9.1. Dicho proceso incluye tres etapas: (a) captura y análisis de información del producto original, (b) definición del concepto (funcionalidad) y geometría de un sustituto, y (c) especificación del proceso de manufactura. La primera etapa incluye a la recolección de conocimiento de diseño e información del producto cuyo sustituto es requerido, y la elaboración de una especificación inicial del sustituto. La segunda etapa del proceso, consiste en la evaluación y modificación de la especificación del sustituto basándose en conocimiento del producto original y en información de las capacidades de manufactura disponibles [80]. El proceso de ingeniería inversa termina con la selección de los recursos y procesos de manufactura necesarios para producir el sustituto.

Otra propuesta de método de la ingeniería inversa es, de acuerdo con [14], la siguiente:

- 1) Digitalización de la pieza. Se obtiene una nube de puntos. El método de digitalización puede ser mecánico u óptico con sensor láser.
- 2) Procesado de la nube. El resultado es una superficie que aproxima la nube de puntos anterior, mediante filtración, triangulación, transformación, etc. Aquí ya se puede generar un modelo en formato STL, que va a ser útil en la siguiente fase.
- 3) Obtención de prototipos rápidos y duplicación del objeto. Con la información del modelo STL se puede hacer una reproducción física del objeto utilizando un sistema de prototipado rápido (RP), prototipo que a su vez es susceptible de mecanizar y de dotar de realismo (p.e. texturas y colores).
- 4) Obtención de un modelo sólido. Se unen las distintas superficies para conseguir un volumen y se le indica al sistema que parte es externa e interna. El resultado es un modelo tridimensional al que se le pueden hacer cortes y secciones de todo tipo, operaciones booleanas de unión, intersección y diferencia, cálculos de peso, de momentos de inercia, etc.

5) Exportación del modelo. A los formatos que se necesiten, dependiendo de la aplicación que se le vaya a dar (IGES, STEP, ACIS SAT, VRML, DXF, etc.).

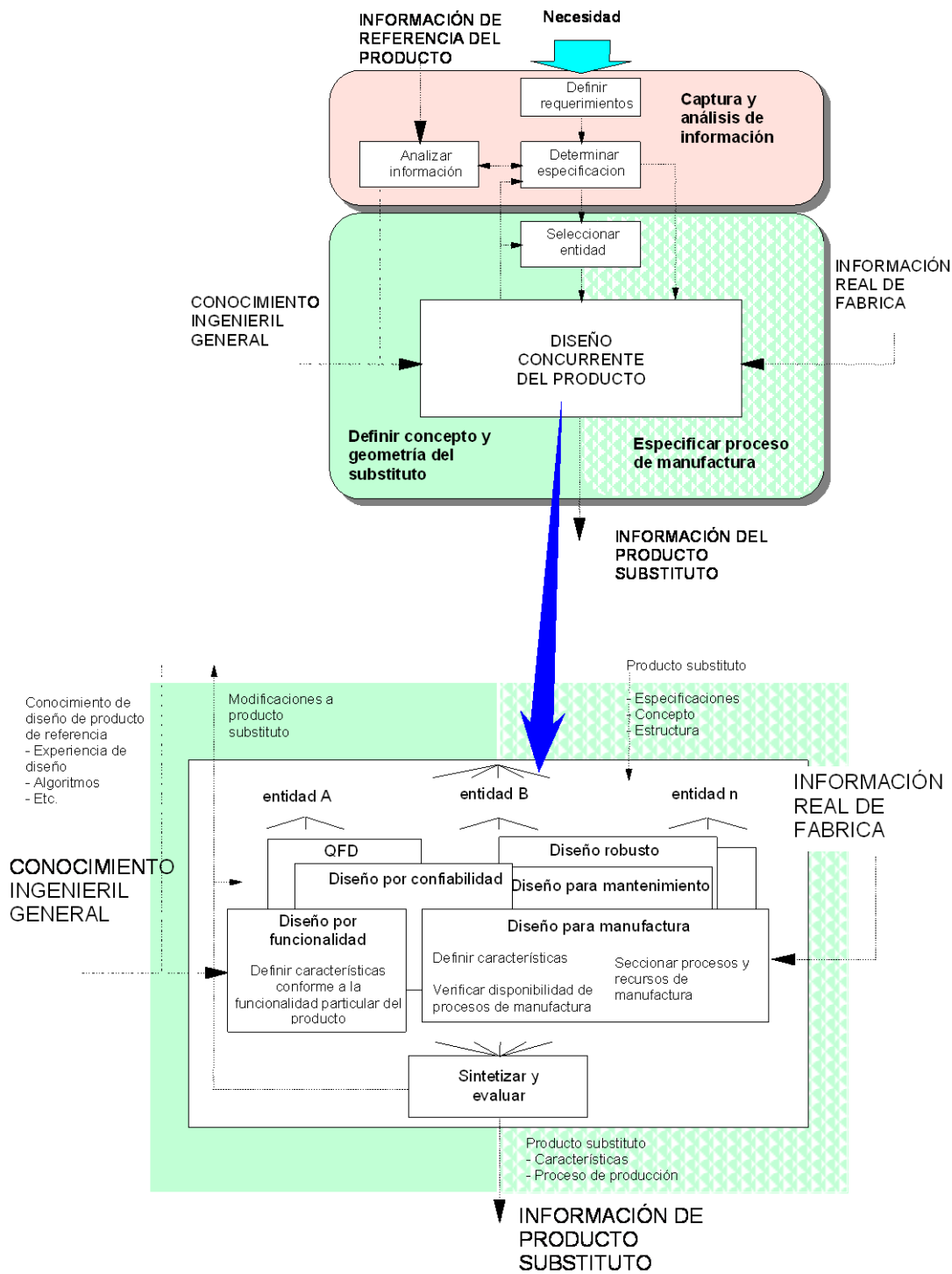


Figura 9.1. El proceso de ingeniería inversa (Borja, 1997)

En este trabajo de tesis se utilizará las siguientes fases de la ingeniería inversa [77]:

- 1) Fase 1: Conocimiento preliminar del objeto de referencia A.
- 2) Fase 2: Diseño de un plan de investigación.
- 3) Fase 3: Aplicación del plan al objeto de referencia.
- 4) Fase 4: Sintetizar la información generada por el plan, generar el modelo B y demostrar que  $B \sim A$ . (equivalencias entre el A y B).
- 5) Fase 5: Caracterizar el modelo B.
- 6) Fase 6: Usar B para diversos propósitos.

O, en forma explícita [78]:

- 1) *Se presenta  $A \in PCR$ : (Objetos con Poco Contenido Referencial).*
- 2) *Se definen las referencias ( $C_{FR}$ ): (Conjunto Finales de Referencias)*
- 3) *Se definen los objetivos ( $C_{OE}$ ): (Conjunto de Objetivos)*
- 4) *Con  $C_{FR}$  y  $C_{OE}$ , se diseña el proceso de la investigación.*
- 5) *El producto del diseño del paso 4) es un plan o programa de investigación operativa ( $P$ ).*
- 6) *Se aplica  $P$  al objeto A.*
- 7) *El resultado del paso 6) es información de A.*
- 8) *Se considera el paso 3) y con los resultados del paso 7) se genera B.*
- 9) *B es un modelo.*
- 10) *Se verifica, según el paso 3), si B es equivalente a A.*
- 11) *Se dan las conclusiones.*
- 12) *Se revalúa B.*
- 13) *B es aplicable.*

### **9.1.1 Modelos y programas de la ingeniería inversa**

En esta sección se discutirán algunas consideraciones sobre las características de los programas de investigación de la ingeniería inversa y los modelos obtenidos de la aplicación de dichos programas.

De acuerdo con [82], los programas de la ingeniería inversa se pueden clasificar en:

- 1) Analíticos
- 2) Sintéticos

Los programas analíticos son todos aquellos programas, procedimientos y métodos que tienen por objetivo conocer o determinar las propiedades y características del objeto de referencia. Por otro lado, los programas de síntesis son todos aquellos programas que tienen por objetivo utilizar la información derivada de los programas de análisis para conocer primeramente a los objetos de referencia, y posteriormente, reproducirlos o mejorarlos. Los objetivos principales de los programas analíticos son los siguientes:

- 1) Obtener datos e información fidedigna, funcional y objetiva del objeto de referencia.
- 2) Transformar los datos en modelo de información manejables.

Cabe mencionar que en los programas de síntesis la información que viene del análisis del objeto de estudio a menudo no es suficiente y debe ser complementada y además, tales programas responden al rediseño de nuevos productos, duplicado y manufacturas, partiendo de la base de la información obtenida de los programas de análisis. Por ejemplo, las mediciones dimensionales, los programas de análisis de propiedades mecánicas y caracterización de materiales son ejemplos de programas analíticos, en tanto, los programas de CAD, CAM, CAE o los procesos de manufactura, son programas de síntesis [82].

Por otro lado, de acuerdo con [82], la aplicación de los programas de análisis sobre el objeto de referencia genera información. Generalmente dicha información se presenta o se genera en forma de datos. El conjunto de datos son en sí mismo modelos y la transformación de dichos datos a entidades manejables da como resultados otros modelos. Por ello, al conjunto de modelos derivado de los programas de análisis y sus transformaciones (modelos de datos a modelos manejables) se les llamará modelos de análisis.

Cabe mencionar que la aplicación de los programas de síntesis genera dos clases de modelos, por un lado, se tienen modelos que buscan determinar exclusivamente el conocimiento del

objeto de referencia y, por otro lado, se tienen modelos de innovación o modelos de valor agregado. Además, el conjunto de modelos obtenidos del proceso de la Ingeniería inversa se pueden clasificar en modelos principales y modelos secundarios. Los principales son aquellos que se asocian con los requerimientos del cliente y los secundarios son modelos que se obtienen como:

- 1) Modelos de apoyo para los principales
- 2) Modelos complementarios [82, 83].

### **9.1.2 La ingeniería inversa y el dominio de manufactura**

Uno de los objetivos de los programas de investigación de la ingeniería inversa es generar información. Para el caso de los partes y componentes, la información geométrica y no geométrica puede ser modelada por medio de primitivas. En [72] se ha presentado una teoría por medio de la cual se determinan las primitivas de manufactura de un plano de fabricación. Con dicho dominio se generan modelos del producto tales como las Ecuaciones de Forma, las Ecuaciones de Volúmenes Modificadas y la Matriz de Primitivas. La teoría puede ser aplicada para caracterizar no solo planos de fabricación, sino también objetos físicos y virtuales, por lo cual también puede ser utilizada en programas de la Ingeniería Inversa [84].

De acuerdo con [84], el dominio de manufactura puede ser usado como programa de análisis de la Ingeniería Inversa. Además, la construcción de los modelos del producto derivados de dicho dominio, pueden ser concebidos como programas sintéticos. Algunas relaciones importantes entre los programas de investigación de la ingeniería inversa y el dominio de manufactura [82]. Para ello considere lo siguiente:

- Los modelos del producto son generados por programas de investigación.
- El dominio de manufactura visto como modelo, es generado por un programa de investigación.

- La ecuación de forma relacionada con un caso de estudio es generada por un programa de investigación.
- Los programas de investigación relacionados con los modelos del producto se consideran programas de la Ingeniería Inversa si dichos programas contribuyen a generar información útil y funcional que haga posible determinar las propiedades o características del objeto de referencia y/o a determinar la equivalencia y la mejora de los modelos generados.

En este sentido cabe señalar las siguientes consideraciones sobre los modelos del producto:

- 1) Los casos de estudio que se consideran para efectos de esta tesis, son aquellos que se refieren a productos y componentes.
- 2) De acuerdo con lo anterior, los objetos de referencia se clasifican en dos: o bien es un producto físico (parte o componente) o bien de un producto virtual como puede ser un bosquejo o un plano formal de fabricación o el resultado de un simulador.
- 3) La interpretación de las operaciones de manufactura y su número, dependen del observador.

Considérese ahora las siguientes definiciones:

En ingeniería inversa se pueden clasificar los programas de investigación en analíticos y sintéticos. Los programas analíticos son todos aquellos programas, procedimientos y métodos que tienen por objetivo conocer o determinar las propiedades y características del objeto de referencia. Por otro lado, los programas de síntesis son todos aquellos programas que tienen por objetivo utilizar la información derivada de los programas de análisis para conocer primeramente a los objetos de referencia, y posteriormente, reproducirlos o mejorarlos.

Las observaciones y definiciones anteriores permiten considerar lo siguiente [84]:

- 1) El programa que determina el dominio de manufactura es un programa de análisis, puesto que el dato que se requiere para generar la estructura y cardinalidad de dicho dominio es el número de operaciones de manufactura.
- 2) Los programas que determinan los dominios de sólidos, de volúmenes y de geometrías son analíticos.
- 3) El programa que determina el número de secuencias de operaciones es también analítico.
- 4) Los programas que determinan el número de ecuaciones de forma, número de ecuaciones de volúmenes y matrices de primitivas, son analíticos.
- 5) Los programas que generan la ecuación de forma, la ecuación de volúmenes y la matriz de primitivas son sintéticos.

## **9.2. Descripción del caso de estudio**

El producto por analizar en esta tesis, es una pieza (Welder Pin TN-087) de una máquina para soldar las capas de sostén de las cerraduras por resistencia o también llamada por puntos (ver figura 9.2). La máquina es marca SEDEFORD. El proyecto fue desarrollado para la empresa Weiser Lock de Nogales, Sonora [84].



**Figura 9.2. Caso de estudio**

La empresa solicitó los siguientes análisis:

- 1) Documentación e información de la pieza, pues sólo contaba con dibujos no formales (no existían los planos de fabricación).



- 2) Duplicado del componente con la información sistematizada.
- 3) Rediseño del componente, pues el original no se adaptaba a un nuevo proceso.

### **9.3. Consideraciones y desarrollo del modelo del producto.**

En esta sección se presenta el desarrollo del modelo del producto, que para este caso será construida una ecuación de forma. Para desarrollar dicho modelo se seguirán las consideraciones siguientes:

- 1) No se presenta información detallada de los análisis, esto por políticas de confidencialidad de la empresa solicitante.
- 2) Sólo se expondrá en forma explícita el programa de investigación relacionado con el dominio de manufactura. Los programas restantes solo serán mencionados.
- 3) No se explica a fondo el método de la ingeniería inversa utilizado. Las consideraciones totales de dicho método pueden consultarse en [77].
- 4) No se aplicarán en forma explícita los pasos de la metodología descrita en el capítulo 7. Se mostrarán solamente los resultados.

#### **9.3.1 Aplicación del método de la ingeniería inversa al caso de estudio.**

- 1) **Se presenta  $A \in \text{ECR}$**



**Figura 9.3. Objeto de referencia A.**

Descripción: A es un objeto real y es un componente industrial. A es incompleto, puesto que no se conocen sus planos de fabricación. Es finito y medible y se considera que admite

descomposición en el sentido de ser analizado subparte por subparte (circunferencias, arcos, superficies entre otras subpartes). Además se conocen las siguientes características: Aleación de cobre de alta resistencia a la electricidad No. 182 (Alloy 182 High-Strength Electrically Conductive Copper) Materiales para Soldadura por Resistencia de acuerdo a la RWMA (Resistance Welder Manufactures Association). El número de operaciones de manufactura es  $n=14$ .

**2) Se definen las referencias ( $C_{FR}$ ).**

El objeto de referencia A mostrado en la Figura 9.3 es de la clase (ECR). Esto es, la pieza es ciertamente conocida y se tienen métodos de análisis ya desarrollados entre otras cosas, por ello  $A \in ECR$ .

**3) Se definen los objetivos ( $C_{OE}$ ).**

El objetivo principal es generar cuatro modelos generales de A:

- Modelo Digitalizado (MD).
- Modelos en CAD (MCAD).
- Modelos en CAM (MCAM).
- Modelos del producto. (Ecuaciones de forma, ecuaciones de volúmenes modificadas y matriz de primitivas).

**4) Con  $C_{FR}$  y  $C_{OE}$ , se diseña el proceso de la investigación.**

El proceso es el siguiente:

**-Medición Manual (Programa P1):**

- Proceso de digitalización del caso de estudio
- Generar las primitivas geométricas referenciales
- Generar el modelo de primitivas digitalizadas

**-Modelo en CAD (Programa P2):**

- Desarrollar el plano de fabricación del caso de estudio

Generar el modelo en sólidos

Generar el modelo de transferencia

**-Modelo en CAM (Programa P3):**

Desarrollar el modelo de primitivas

Generar el modelo de trayectorias

Mostrar el modelo de herramientas

Generar el modelo de control numérico

**-Modelos del producto (Programa P4):**

Generar el dominio de manufactura.

Desarrollar la ecuación de forma.

Desarrollar la ecuación de volúmenes

Desarrollar la matriz de primitivas.

**5) El producto del diseño del paso 4) es un plan o programa de investigación operativa.**

Este paso es señalativo.

**6) Se aplica P (Programa de investigación) al objeto A.**

Se aplicaron los cuatro programas descritos en el paso 4). Sin embargo, sólo se mostrará el programa P4 en lo referente a la construcción de la ecuación de forma.

**Programa P4:**

Considérense los siguientes aspectos:

a) Se conoce el número de operaciones de manufactura, en este caso son  $n=14$ .

b) Se conoce la naturaleza de las operaciones de manufactura.

Obsérvese que si  $n=14$ , entonces los modelos de análisis derivados del dominio de manufactura, son los siguientes:

A) Para el caso de los dominios operacionales

1) *Subconjunto de los sólidos regularizados*

$$1) \alpha (B^M) = 2(2n + 1) = 68$$

$$2) \theta (B_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 15$$

$$3) \theta (B_{PP}) = 14, \theta (B_{MAE}) = 14, \theta (B_{SUB}) = 14$$

$$4) \theta (B_{PT}) = 1$$

b) *Subconjunto de las geometrías*

$$1) \alpha (G^M) = 2(2n + 1) = 68$$

$$2) \theta (G_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 15$$

$$3) \theta (G_{PP}) = 14, \theta (G_{MAE}) = 14, \theta (G_{SUB}) = 14$$

$$4) \theta (G_{PT}) = 1$$

B) *Subconjunto de primitivas*

$$1) \alpha (P^M) = 2(2n + 1) = 68$$

$$2) \theta (P_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 15$$

$$3) \theta (P_{PP}) = 14, \theta (P_{MAE}) = 14, \theta (P_{SUB}) = 14$$

$$4) \theta (P_{PT}) = 1$$

C) *Subconjunto de volúmenes*

$$1) \alpha (V^M) = 2(2n + 1) = 68$$

$$2) \theta (V_{MP^*}) = 2 + (n - 1) = 15$$

$$3) \theta (V_{PP}) = 14, \theta (V_{MAE}) = 14, \theta (V_{SUB}) = 14$$

$$4) \theta (V_{PT}) = 1$$

D) *Para el caso de las secuencias de operaciones*

$$1) N_{SO} = n! = 14! = 87178291200$$

$$2) N_{SO} = N_{SOAG} + N_{SONAG}$$

Aquí,  $N_{SO}$  es el número de secuencias de operaciones,  $N_{SOAG}$  es el número de secuencias de operaciones admisibles geoméricamente y  $N_{SONAG}$  es el número de secuencias de operaciones no admisibles geoméricamente.

E) Para el caso del número de modelos

- 1) Por cada secuencia de operaciones admisible geoméricamente existe asociada una ecuación de forma.

$$N_{EF} = N_{SOAG} = n! - N_{SONAG} = 87178291200$$

Aquí,  $N_{EF}$  es el número de ecuaciones de forma.

- 2) Para cada ecuación de forma existe asociada una ecuación de volúmenes modificada.

$$N_{EVM} = N_{EF} = n! - N_{SONAG} = 87178291200$$

Aquí,  $N_{EVM}$  es el número de ecuaciones de volúmenes modificados.

- 3) Para cada ecuación de volúmenes modificada existe una matriz de primitivas

$$N_{MP} = N_{EVM} = n! - N_{SONAG} = 87178291200$$

Aquí,  $N_{MP}$  es el número de matrices de primitivas.

F) Para el caso de la matriz de primitivas se tiene















$$\begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix}_{N \times M} = \begin{bmatrix} M_{PT}^E \end{bmatrix}_{3 \times [\alpha \mathcal{B}^M - 1]}$$

$$3 \times [\alpha \mathcal{B}^M - 1] = 3 \times (68 - 1) = 3 \times 67 \text{ (3 filas y 67 columnas)}$$

Además,

$$\begin{aligned}
 1) \quad \left[ M_{PT}^E \right]^* &= \begin{pmatrix} G_{PT} \\ P_{PT} \\ V_{PT}^{PM} \end{pmatrix} ; & \quad M \times N = 3 \times 1 \\
 2) \quad \left[ M_{MP}^E \right] &= \begin{pmatrix} G_{MP} \\ P_{MP} \\ V_{MP}^{PM} \end{pmatrix} ; & \quad M \times N = 3 \times (2 + (n - 1)) = (3 \times 15) \\
 3) \quad \left[ M_{PP}^E \right] &= \begin{pmatrix} G_{PP} \\ P_{PP} \\ V_{PP}^{PM} \end{pmatrix} ; & \quad M \times N = 3 \times n = (3 \times 14) \\
 4) \quad \left[ M_{MAE}^E \right] &= \begin{pmatrix} G_{MAE} \\ P_{MAE} \\ V_{MAE}^{PM} \end{pmatrix} ; & \quad M \times N = 3 \times n = (3 \times 14) \\
 5) \quad \left[ M_{SUB}^E \right] &= \begin{pmatrix} G_{SUB} \\ P_{SUB} \\ V_{SUB}^{PM} \end{pmatrix} ; & \quad M \times N = 3 \times n = (3 \times 14)
 \end{aligned}$$

Por otro lado, la tabla 9.1 muestra las operaciones y su operador boleado parametrizado asociado y la tabla 9.2 muestra la secuencia de operaciones admisible geoméricamente.

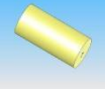
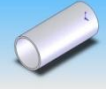
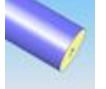
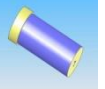
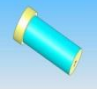


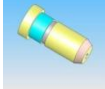


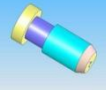

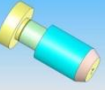
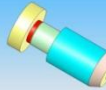
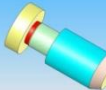

Operación	Operador booleano	Elemento geométrico de $B_{MAE}$	Nomenclatura
$O_1$ Interpolación lineal al centro de la pieza	$Ca$ - 1 (Careo)		$B_1$
$O_2$ Cilindrado recto de desbaste	$C$ - 1 (cilindrado recto 1)		$C_1$
$O_3$ Cilindrado recto de desbaste	$C$ - 2 (cilindrado recto 2)		$D_1$
$O_4$ Cilindrado cónico de derecha a izquierda	$Cco$ - 1 (cilindrado cónico 1)		$E_1$
$O_5$ Cilindrado cónico de derecha a izquierda	$Cco$ - 2 (cilindrado cónico 2)		$F_1$
$O_6$ Maquinado con corte recto	$T$ - 1 (Tronzado 1)		$G_1$
$O_7$ Interpolación lineal de corte	$R$ - 1 (Ranurado 1)		$H_1$
$O_8$ Maquinado con corte recto	$T$ - 2 (Tronzado 2)		$I_1$
$O_9$ Interpolación lineal de corte	$R$ - 2 (Ranurado 2)		$J_1$
$O_{10}$ Maquinado con corte recto	$T$ - 3 (Tronzado 3)		$K_1$
$O_{11}$ Interpolación lineal de corte	$R$ - 3 (Ranurado 3)		$L_1$
$O_{12}$ Cilindrado cónico de derecha a izquierda	$Cco$ - 3 (cilindrado cónico 3)		$M_1$
$O_{13}$ Cilindrado cónico de derecha a izquierda	$Cco$ - 4 (cilindrado cónico 4)		$N_1$
$O_{14}$ Maquinado con corte recto	$T$ - 4 (Tronzado 4)		$P_1$

**Tabla 9.1. Operaciones de manufactura**

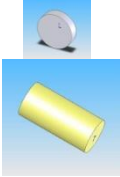


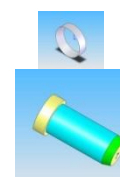
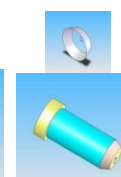
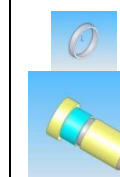
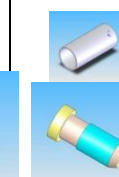
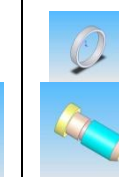
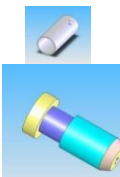
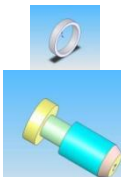

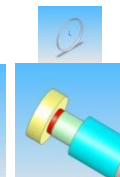
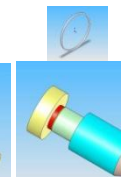








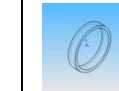






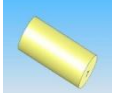
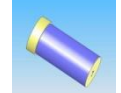
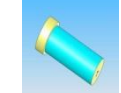
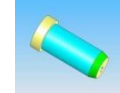
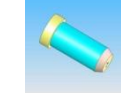
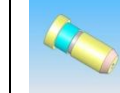




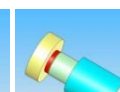



SO <sup>F102,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14</sup>														
Oper Ev.	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>	O <sub>7</sub>	O <sub>8</sub>	O <sub>9</sub>	O <sub>10</sub>	O <sub>11</sub>	O <sub>12</sub>	O <sub>13</sub>	O <sub>14</sub>
Ev <sub>1</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>2</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>3</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>4</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>5</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Ev <sub>9</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Ev <sub>10</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Ev <sub>11</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Ev <sub>12</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Ev <sub>13</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Ev <sub>14</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

**Tabla 9.2. Secuencia de operaciones admisible geoméricamente**

Por otro lado, el dominio de manufactura relacionado con n=14 y con la secuencia de operaciones mostrada en la tabla 9.2 se muestra en la tabla 9.3.

El dominio de manufactura (B <sup>M</sup> )								
Materias primas (P <sub>MP</sub> )	B <sub>MP</sub> 	B <sub>B1</sub> 	B <sub>SUB1</sub> 	B <sub>SUB2</sub> 	B <sub>SUB3</sub> 	B <sub>SUB4</sub> 	B <sub>SUB5</sub> 	B <sub>SUB6</sub> 
Materias primas (P <sub>MP</sub> )	B <sub>SUB7</sub> 	B <sub>SUB8</sub> 	B <sub>SUB9</sub> 	B <sub>SUB10</sub> 	B <sub>SUB11</sub> 	B <sub>SUB12</sub> 	B <sub>SUB13</sub> 	B <sub>SUB14</sub> 



Productos preparados (P <sub>PP</sub> )	B <sub>PP1</sub> 	B <sub>PP12</sub> 	B <sub>PP13</sub> 	B <sub>PP14</sub> 	B <sub>PP15</sub> 	B <sub>PP16</sub> 	B <sub>PP17</sub> 	B <sub>PP18</sub> 
Productos preparados (P <sub>PP</sub> )	B <sub>PP19</sub> 	B <sub>PP110</sub> 	B <sub>PP111</sub> 	B <sub>PP112</sub> 	B <sub>PP113</sub> 	B <sub>PP114</sub> 		
Materiales extraídos (P <sub>MAE</sub> )	B <sub>B1</sub> 	B <sub>C1</sub> 	B <sub>D1</sub> 	B <sub>E1</sub> 	B <sub>F1</sub> 	B <sub>G1</sub> 	B <sub>H1</sub> 	B <sub>I1</sub> 
Materiales extraídos (P <sub>MAE</sub> )	B <sub>J1</sub> 	B <sub>K1</sub> 	B <sub>L1</sub> 	B <sub>M1</sub> 	B <sub>N1</sub> 	B <sub>O1</sub> 		
Subproductos (P <sub>SUB</sub> )	B <sub>SUB11</sub> 	B <sub>SUB12</sub> 	B <sub>SUB13</sub> 	B <sub>SUB14</sub> 	B <sub>SUB15</sub> 	B <sub>SUB16</sub> 	B <sub>SUB17</sub> 	B <sub>SUB18</sub> 
Subproductos (P <sub>SUB</sub> )	B <sub>SUB19</sub> 	B <sub>SUB110</sub> 	B <sub>SUB111</sub> 	B <sub>SUB112</sub> 	B <sub>SUB113</sub> 	B <sub>SUB114</sub> 		
Producto terminado (B <sub>PT</sub> )	B <sub>PT</sub> 							

**Tabla 9.3. Dominio de manufactura relacionado con el componente estudiado.**

Las ecuaciones de subforma y de producto preparado son las siguientes:

- 2)  $B_{PP1} = A \overset{\text{Pr}}{\cup} B_1$
- 3)  $B_{SUB1} = B_{PP1} \overset{Ca}{-} 1 B_1$
- 4)  $B_{PP2} = B_{SUB1} \overset{\text{Pr}}{\cup} C_1$
- 5)  $B_{SUB2} = B_{PP2} \overset{C}{-} 1 C_1$
- 6)  $B_{PP3} = B_{SUB2} \overset{\text{Pr}}{\cup} D_1$
- 7)  $B_{SUB3} = B_{PP3} \overset{C}{-} 2 D_1$
- 8)  $B_{PP4} = B_{SUB3} \overset{\text{Pr}}{\cup} E_1$
- 9)  $B_{SUB4} = B_{PP4} \overset{C_{co}}{-} 1 E_1$
- 10)  $B_{PP5} = B_{SUB4} \overset{\text{Pr}}{\cup} F_1$
- 11)  $B_{SUB5} = B_{PP5} \overset{C_{co}}{-} 2 F_1$
- 12)  $B_{PP6} = B_{SUB5} \overset{\text{Pr}}{\cup} G_1$
- 13)  $B_{SUB6} = B_{PP6} \overset{T}{-} 1 G_1$
- 14)  $B_{PP7} = B_{SUB6} \overset{\text{Pr}}{\cup} H_1$
- 15)  $B_{SUB7} = B_{PP7} \overset{R}{-} 1 H_1$
- 16)  $B_{PP8} = B_{SUB7} \overset{\text{Pr}}{\cup} I_1$
- 17)  $B_{SUB8} = B_{PP8} \overset{T}{-} 2 I_1$

$$18) B_{PP9} = B_{SUB8} \overset{\text{Pr}}{\cup} J_1$$

$$19) B_{SUB9} = B_{pp9} \overset{R}{-} 2 J_1$$

$$20) B_{PP10} = B_{SUB9} \overset{\text{Pr}}{\cup} K_1$$

$$21) B_{SUB10} = B_{pp10} \overset{T}{-} 3 K_1$$

$$22) B_{PP11} = B_{SUB10} \overset{\text{Pr}}{\cup} L_1$$

$$23) B_{SUB11} = B_{pp11} \overset{R}{-} 3 L_1$$

$$24) B_{PP12} = B_{SUB11} \overset{\text{Pr}}{\cup} M_1$$

$$25) B_{SUB12} = B_{pp12} \overset{C_{co}}{-} 3 M_1$$

$$26) B_{PP13} = B_{SUB12} \overset{\text{Pr}}{\cup} N_1$$

$$27) B_{SUB13} = B_{pp13} \overset{C_{co}}{-} 4 N_1$$

$$28) B_{PP14} = B_{SUB13} \overset{\text{Pr}}{\cup} P_1$$

$$29) B_{SUB14} = B_{pp14} \overset{T}{-} 4 P_1$$

La ecuación de forma asociada es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{PT} \approx B_{SUB14} = & (((A \overset{\text{Pr}}{\cup} B_1) \overset{Ca}{-} 1 B_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} C_1) \overset{C}{-} 1 C_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} D_1) \overset{C}{-} 2 D_1) \\ & \overset{\text{Pr}}{\cup} E_1) \overset{C_{co}}{-} 1 E_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} F_1) \overset{C_{co}}{-} 2 F_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} G_1) \overset{T}{-} 1 G_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} H_1) \overset{R}{-} 1 H_1) \\ & \overset{\text{Pr}}{\cup} I_1) \overset{T}{-} 2 I_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} J_1) \overset{R}{-} 2 J_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} K_1) \overset{T}{-} 3 K_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} L_1) \overset{R}{-} 3 L_1) \\ & \overset{\text{Pr}}{\cup} M_1) \overset{C_{co}}{-} 3 M_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} N_1) \overset{C_{co}}{-} 4 N_1) \overset{\text{Pr}}{\cup} P_1) \overset{T}{-} 4 P_1) \end{aligned}$$

La tabla 9.4 muestra la forma geométrica de la ecuación de forma.











								
	$H_1$ ↓		$H_1$ ↓		$I_1$ ↓		$I_1$ ↓	
→	 $B_{SUB6}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP7}$	$\xrightarrow{R} -1 \rightarrow$	 $B_{SUB7}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP8}$	$\xrightarrow{T} -2 \rightarrow$
								
	$J_1$ ↓		$J_1$ ↓		$K_1$ ↓		$K_1$ ↓	
→	 $B_{SUB8}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP9}$	$\xrightarrow{R} -2 \rightarrow$	 $B_{SUB9}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP10}$	$\xrightarrow{T} -3 \rightarrow$
								
	$L_1$ ↓		$L_1$ ↓		$M_1$ ↓		$M_1$ ↓	
→	 $B_{SUB10}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP11}$	$\xrightarrow{R} -3 \rightarrow$	 $B_{SUB11}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP12}$	$\xrightarrow{Cco} -3 \rightarrow$
								
	$N_1$ ↓		$N_1$ ↓		$P_1$ ↓		$P_1$ ↓	
→	 $B_{SUB12}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP13}$	$\xrightarrow{Cco} -4 \rightarrow$	 $B_{SUB13}$	$\xrightarrow{Pr} U$ →	 $B_{PP14}$	$\xrightarrow{T} -4 \rightarrow$

Tabla 9.4. Representación gráfica de la ecuación de forma.

7) El resultado del paso 6) es información de A.

Este paso es señalativo.

**8) Se considera el paso 3) y con los resultados del paso 7) se genera B.**

Para este punto, el duplicado B es mostrado en la figura 9.4.



**Figura 9.4. Objeto reproducido**

**9) B es un modelo.**

Este paso es señalativo.

**10) Se verifica, según el paso 3), si B es equivalente a A.**

Este paso informa acerca de la verificación de las equivalencias entre B y A. Para tal efecto, se probó la pieza estudiada en la máquina de la empresa solicitante y no requirió ajustes. La figura 11 muestra el producto ensamblado en la máquina.



**Figura 9.5. Prueba de función del duplicado**

**11) Se dan las conclusiones**

La prueba de función del componente en campo, permite concluir que el modelo B, es en efecto, equivalente a A.

## 12) Se reevalúa B

Este punto indica que una vez que el duplicado B ha sido probado, entonces hay que reevaluar la información obtenida. Para este caso, todo el proceso de análisis generó información útil para diversos propósitos.

## 13) B es aplicable

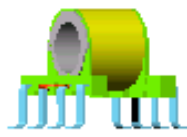
Este paso termina la aplicación del método de la Ingeniería Inversa y consiste en evaluar todas las posibles aplicaciones de los modelos B.

### 9.4. Otro caso de estudio.

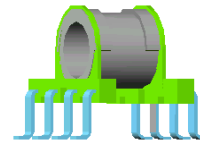
En esta sección se presenta en forma resumida la aplicación del dominio de manufactura y de un programa de la ingeniería inversa para generar el modelo del producto de un transformador para la industria de las telecomunicaciones [85]. El desarrollo del caso de estudio se resume a continuación.

**Se presenta el objeto de referencia A:** *el objeto de estudio es una parte de un transformador para la industria de las telecomunicaciones y se muestra en la figura 1.A). Es una pieza de plástico que lleva montada un embobinado y un empapelado. No se conocen sus planos de fabricación.* **2) Se definen las referencias:** *la pieza en estudio no requiere de aplicar nuevos métodos de estudios, puesto que es una parte ciertamente conocida.* **3) Se definen los objetivos:** *el objetivo es determinar el modelo de ecuaciones de forma.* **4) Con los pasos 2) y 3), se diseña el proceso de la investigación:** *El programa de investigación P consiste en usar el dominio de primitivas de manufactura para obtener información del objeto de referencia.* **5) El producto del diseño del paso 4) es un plan o programa de investigación operativa:** *este paso sólo es un paso indicativo.* **6) Se aplica el programa P al objeto A:**

La figura 9.6 muestra un componente y su materia prima asociada.



A)





B)

**Figura 9.6. A) objeto de referencia, B) materia prima base**

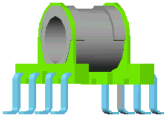

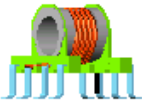
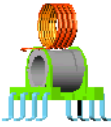
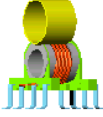


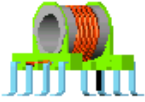
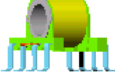
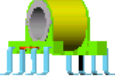
El número de operaciones de manufactura es  $n=2$ . La figura 1.A) muestra el producto terminado y la figura 1.B) muestra la materia prima base. Para  $n=2$  se tienen los resultados siguientes:

- 1)  $\alpha (B^M) = 2(2n + 1) = 10$
- 2)  $\theta (B_{MP*}) = 2 + (n - 1) = 3$
- 3)  $\theta (B_{PP}) = \theta (B_{MAE}) = \theta (B_{SUB}) = 2$
- 4)  $\theta (B_{PT}) = 1$

La tabla 9.5 muestra las operaciones de manufactura y su naturaleza. Cabe mencionar que se quiere construir una ecuación de forma del componente, por ello el dominio de manufactura se tiene que expresar en términos de sólidos regularizados (ver tabla 9.6). Además, las operaciones reales se deben poner en correspondencia con un operador boleano parametrizado.

Operación real de manufactura	Elemento geométrico $B_{MAE}$	Nomenclatura	Operador boleano parametrizado
$O_1$ (Montaje de Bobina 1)		$B_1$	$\overset{M,B}{\cup}$
$O_2$ (Montaje de Bobina 2)		$C_1$	$\overset{M,P}{\cup}$

**Tabla 9.5. Operaciones de manufactura**

Materias primas ( $B_{MP}$ )			
Productos preparados ( $B_{PP}$ )			
Materiales agregados y extraídos ( $B_{MAE}$ )			
Subproductos ( $B_{SUB}$ )			
Producto terminado ( $B_{PT}$ )			

**Tabla 9.6. Dominio de manufactura.**

Cabe mencionar que la familia de primitivas de los productos preparados en realidad no existe. Son elementos que conforman teóricamente el dominio de manufactura. Por otro lado, sólo existen dos secuencias de operaciones: una admisible (primero la bobina y luego el empapelado) y una no admisible (primero el empapelado y luego la bobina). Finalmente, la ecuación de forma asociada con la secuencia admisible es la siguiente:

$$PT \approx B_{SUB2} = (((A \overset{Pr}{\cup} B_1) \overset{M,B}{\cup} B_1) \overset{Pr}{\cup} C_1) \overset{M,P}{\cup} C_1$$

Aquí,  $B_{SUB2}$  es la última subparte y  $\overset{Pr}{\cup}$  es la unión por preparación que está relacionada con el producto preparado. **El resultado del paso 6) es información de A: este paso es señalativo.**

**8) Se considera el paso 3) y con los resultados del paso 7) se genera B: B es PT. 9) B es un**



**modelo:** *este paso es indicativo. 10) Se verifica, según el paso 3), si B es equivalente a A: para este caso de estudio se considera que el objeto B es equivalente a PT (A). 11) Se describen las conclusiones: el modelo de ecuaciones de forma se genera con poca información de manufactura. 12) se revalúa B: el modelo  $B=PT$  es un modelo del producto and 13) B es aplicable:  $B=PT$  puede usarse para diversas aplicaciones como por ejemplo el CAD/CAM (Computer Aided Design/ Computer Aided Manufacturing) y el CAPP (Computer Aided Process Planning).*

En este trabajo de tesis doctoral los siguientes objetivos fueron satisfechos:

- 7) Fue fundamentada y construida una metodología basada en el dominio de manufactura para generar modelos del producto de partes y componentes.
- 8) Se desarrolló una clasificación sistemática de los planos de fabricación.
- 9) Se identificó la existencia de un álgebra de Boole en una clase especial de planos de fabricación.
- 10) Se identificaron las propiedades del algebra de Boole en el conjunto de sólidos regularizados.
- 11) Se determinó la existencia de un dominio de primitivas de manufactura en un plano de fabricación y las cardinalidades de dicho dominio y sus familias.
- 12) Se aplicó la metodología basada en el dominio de manufactura para generar tres modelos del producto para un caso industrial.
- 13) Fue aplicado el dominio de manufactura en conjunto con un método de la ingeniería inversa, para generar los modelos del producto de dos casos de estudio.

Las conclusiones derivadas del presente trabajo se describen en los puntos siguientes:

- Con los resultados de la fundamentación hecha en este trabajo de tesis, se han sentado las bases para la generación de una metodología basada en caracterización del dominio de manufactura que sirve para generación de modelos de los productos. [56, 57,60, 63, 73, 85].
- La fundamentación desarrollada en esta tesis, permitió relacionar el dominio de manufactura [72] y los modelos del producto [56] con un método de la ingeniería

inversa [78]. La metodología generada fue usada para analizar dos casos de estudios industriales. Fue posible obtener información de un producto de referencia a partir del conocimiento de la naturaleza de manufactura de sus operaciones y su número.

- Se demostró en este trabajo la dependencia de los modelos del producto propuestos en [56, 57], con el número de operaciones principales de manufactura. La fundamentación realizada en el capítulo 4 permitió justificar las propuestas conceptuales dadas en [56, 57] en relación a la hipótesis de la existencia del dominio de manufactura y además permitió extender la caracterización del modelo de la Matriz de Primitivas, descrita en el capítulo 7, sobre la base del número de operaciones de manufactura.
- Fue posible identificar que el dominio de manufactura y sus familias son independientes de las entidades que se requieran representar. Es decir, se pueden representar primitivas, sólidos regularizados, volúmenes y geometrías.
- La demostración, en el capítulo 4, de la existencia de un dominio de manufactura sobre un plano de fabricación permite, con sólo conocer el número de operaciones de manufactura, determinar un conjunto de primitivas que determinan el proceso de manufactura de un componente.
- Fue posible identificar que la ecuación de forma es un modelo del producto que se forma con sólidos regularizados y operadores abstractos de manufactura [56, 57]. Esta ecuación es similar a los modelos sólidos generados en un CAD bajo el CSG [23] (árboles booleanos). La diferencia es que la ecuación de forma es una representación de la manufactura de un producto y el CSG sólo permite una construcción geométrica del producto.
- La demostración de la existencia de un álgebra de Boole sobre una clase especial de planos de fabricación, realizada en el capítulo 2 de este trabajo, permitirá en un futuro construir nuevos modelos del producto, pues es posible construir relaciones sobre otras estructuras algebraicas por medio de las cuales se podrán generar métodos matemáticos para el modelado de la información.
- Se encontró que toda secuencia de operaciones admisible geoméricamente tiene asociada un dominio de manufactura, una ecuación de forma, una ecuación de volúmenes modificados y una matriz de primitivas.

- La ecuación de volúmenes modificada es en realidad un modelo de primitivas que integra mayor información que la ecuación de forma.
- La matriz de primitivas es un modelo del producto que sistematiza la información básica de manufactura en términos de primitivas.
- La metodología propuesta en esta tesis para el desarrollo de los modelos del producto fue aplicada a un caso industrial. Fue posible generar información representativa de un transformador para la industria de las telecomunicaciones [85].

Futuros trabajos por desarrollar relacionados con el presente trabajo de tesis son los siguientes:

- 1) Desarrollar algoritmos computacionales para programar la matriz de primitivas e incorporar el sistema computacional a una herramienta CAD.
- 2) Construir nuevos marcos teóricos que permitan enlazar el álgebra de Boole asociada con un plano de fabricación con otras estructuras algebraicas con la finalidad de determinar nuevos modelos o algoritmos que fortalezcan los sistemas CAD y CAM.

## Bibliografia

- [1] Zhao, H., C. C. L. Wang, Y. Chen, X. Jin, 2011, "Parallel and Efficient Boolean on Polygonal Solids." *Visual Computer*, Vol. 27, No. 6-8, pp. 507-517.
- [2] Shankar Krishnan, Dinesh Manocha, M. Gopi, Tim Culver, and John Keyser. Boole: A boundary evaluation system for boolean combinations of sculptured solids. *International Journal on Computational Geometry and Applications*, 11(1):105–144, 2001.
- [3] Yong Chen, Kang Li, Xiaoping Qian. Direct Geometry Processing for Tele-Fabrication. *Proceeding of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference and Computer and Information in Engineering Conference*, August 12-15, 2012, Chicago, Illinois, USA.
- [4] H. Pfister, M. Zwicker, J. van Baar, and M. Gross. Surfels: Surface elements as rendering primitives. In *SIGGRAPH '00: ACM SIGGRAPH 2000 Papers*, pages 335– 342, New York, NY, USA, 2000. ACM.
- [5] Alfie Novriansyah Zairul, Mohammad Mi'radj Isnaini and Anas Ma'ruf. Automatic Feature Recognition for Milling Process Features with 2D Drawing Input. *2nd Asia Pacific Conference on Manufacturing System* 4-5 November 2009, Yogyakarta, Indonesia.
- [6] Nasr, A.N., and Kamrani, A.K. (2007) *Computer- Based Design and Manufacturing, An Information-based Approach*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, Germany.

- [7] Gandjar Kiswanto and Muizuddin Azka. Automatic Part Primitive Feature Identification Based on Faceted Models. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, Vol. 9, Issue 5, No 2, September 2012.
- [8] Reur Sachhidanand, and Hebbal S. S. Recognition of Primitive Features of Prismatic Parts Having Orthogonal as well as Inclined Surfaces from STEP DATA. *International J.of Multidispl.Research & Advcs. in Engg.(IJMRAE)*, ISSN 0975-7074, Vol. 4, No. I (January 2012), pp. 155-176
- [9] Malcoim C., D. C. Anderson. Hybrid Feature Extraction for Machining Applications. *Advances in Design Automation*. (1993). Volume 2. P.p. 254-271.
- [10] P. K. Jain and Sharvan Kumar. Automatic feature extraction in PRIZCAPP. *International Journal Computer Integrated Manufacturing*.(1998), Vol II, No. 6, pp. 500-512.
- [11] Alan C. Lin and Shou – Yee. A volume decomposition approach to process planning for prismatic parts with depression an protrusion design feature. *International Journal Computer Integrated Manufacturing*. (1998). Vol II No 6. Pp 548-563.
- [12] Woo, T. C. Feature extraction by volume decomposition. *Proceeding of the conference on CAD/CAM in Mechanical Engineering*, MIT Cambridge, Ma. March (1982), pp 76-94.
- [13] Kai Tang, Shuo – Yan Chou, Lin – Lin Chen, Tony C. Woo. Tetrahedral mesh generation for solid based on alternating sum of volume. *Computer Industry*. (2000). 41, pp 65-81.
- [14] X. G. Ye, J. Y. H. Fuh and K. S. Lee. A hybrid method for recognition of undercut features from moulded parts. *Computer Aided Design*. Vol. 33, Issue 12, December 2001. Pp. 1023-1034.

- [15] Allada, Venkat and Anand, Sam. Feature – based modelling approaches for integrated manufacturing: state of the art survey and feature research direction. *Computer Integrated Manufacturing*. (1995). Vol 8, No 6, pp 411-440.
- [16] Mangesh P. Bhandarkar, Rakesh Nagi. STEP-based feature extraction from STEP geometry for Agile Manufacturing. *Computers in Industry*. 41 (2000). Pp, 3–24
- [17] J. Shah, M. Rogers, Functional requirements and conceptual design of the feature-based modeling system, *Computer Aided Engineering Journal* 5 1 , 9–15. (1998)
- [18] T. N. Wong. K. W. Wong, A feature based design system for computer-aided process planning system, *Journal of Materials Processing Technology* (52), 1995, p. 112-132.
- [19] J. Dong, H. R, Parsaei, H. R. Leep, Manufacturing process planning in a concurrent design and manufacturing environment, *Computer and Industrial Engineering* (30), 1996, p. 83-93.
- [20] Shah, J.J., 1990, "Philosophical development of form feature concept", CAM–I report P–90–PM–02, pp. 55–70.
- [21] J. Joo, H, Cho, Efficient feature-based process planning for sculptured pocket machining, *Computer and Industrial Engineering* (33), 1997, p. 493-496.
- [22] Shah, J.J. and Mantyla, M., (1995), *Parametric and Feature-Based CAD/CAM: Concepts, Techniques and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [23] Chris McMahon and Jimmie Browne. *CAD/CAM: Principles, practice and manufacturing management*. (1997). 2<sup>nd</sup> Edition. Addison Wesley.

- [24] Sarma, Sanjay E., Wright, Paul K. Decision monotonicity in incremental design: a case study of design for manufacture. *Research in Engineering Design*. (1997). pp 235-245.
- [25] P. T. J. Andrew, T. M. M. Shahin and S. Sivaloganathan. Design Reuse in a CAD Environment – Four Case Studies. *Computer and Industrial Engineering*. (1999).37, pp 105 – 109.
- [26] Chuan – Jun Su, Fuha Lin, Lan Ye. A new collision detection method for CSG – represented objects in virtual manufacturing. *Computer in Industry*. (1999). 40, pp 1-13.
- [27] Lin, Alan C., Wei, Ching – Long. Automated selection of cutting tool based on solid models. *Journal of Materials Processing Technology*. (1997). pp 317-329.
- [28] Satgandra K. Gupta, Dana S. Nau, William C. Regli, Guangming Zhang.. A methodology for systematic generation and evaluation of alternative operation plans. *Advances in feature – based manufacturing*. Elsevier / North Holland. (1994).
- [29] Alberto J. Alvares & Joao Carlos Espindola Ferreira. A system for the design and manufacture of feature-based parts through the Internet. *Int. J. Adv. Manuf. Technology*. (2008) 35:p. 646–664.
- [30] Balázs, T. Material Removal Simulation and Cutting Force Prediction of multi-axis Machining Processes on General-purpose Graphics Processing Units, Ph D Thesis, Department of Manufacturing Science and Engineering. Budapest, 2012.
- [31] Eric Wang, Yong se Kim, Yoonhwan. Feature Recognition using Combined Convex and Maximal Volume Descompositions. *Proceedings of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference September 24-28, 2005, Long Beach, California, USA*.



- [32] Yiliu Tu, Xilin Chu, Wenyu Yang. Computer aided process planning in virtual one-of-a-kind production. *Computer in Industry*. (2000). 41, pp 99-110.
- [33] Richard J. Mayer, Umesh Hari, Chuan J. Su and John Yen. Plan generation strategies for a knowledge – based automated process planning system. *International Journal. Computer Integrated Manufacturing*. (1995). Vol 8, No. 6, pp 399-410.
- [34] Yui Wei and Pius J. Egebelu. A framework for estimating manufacturing cost from geometric design data. *International Journal. Computer Integrated Manufacturing*. (2000). Vol. 13, No. 1, pp 50-63.
- [35] Borja, V. *Redesign Supported by Data Models with Particular Reference to Reverse Engineering*, Ph D Thesis, Department of Manufacturing Engineering, Loughborough University. (1997).
- [36] Borja, V., Bell, R., López, M., González, L., Santillán, S., Valeriano, G. *Diseño para manufactura asistido por computadora: El agente para torneado. SOMIM'98*. (1998).
- [37] Alain Etienne ,Jean-Yves Dantan, Ali Siadat and Patrick Martin. An improved approach for automatic process plan generation of complex borings. *Computer in Industry*. Vol. 57. Issue 7. September 2006. Pp. 663-675.
- [38] Xionghui Zhou, Yanjie Qiu, Guangru Hua, Huifeng Wang and Xueyu Ruan. A feasible approach to the integration of CAD and CAPP. *Computer Aided Design*. Vol. 39, Issue 4, April 2007, Pp. 324-338.
- [39] Saleh M. Amaitik. *An Integrated CAD/CAPP System based on STEP Features*. *Proceedings of the 2012 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Istanbul, Turkey, July 3 – 6, 2012*

- [40] Zhou Ping Yin, Han Ding, You Lun Xiong, “Virtual prototyping of mold design: geometric mouldability analysis for near-net-shape manufactured partes by feature recognition and geometric reasoning”, *Computer Aided Design*, (2001), pp. 137-154.
- [41] S.B. Tor, S, G.Lee, S.W. Lye and S.H. Chung Yee Haiian, “Design automation of two-stage collapside cure using design prototype”, *International Journal of Computer Integrated manufacturing*, (2000), vol. 13, n° 1, pp. 31-39.
- [42] Helen L. Lockett and Marin D. Guenov. Graph-based feature recognition for injection moulding based on a mid-surface. *Computer-Aided Design*. Volume 37, Issue 2, February 2005, Pages 251-262
- [43] B. Sha, S. Dimov, C. Griffiths and M.S. Packianather. Investigation of micro-injection moulding: Factors affecting the replication quality. *Journal of Materials Processing Technology*. Volume 183, Issues 2-3, 23 March 2007, Pages 284-296
- [44] David W. Rosen, Namin Jeong. Reverse Engineering of Materials using Image Processing Methods for CAD-Material Integration. *Solid Freeform Fabrication Symposium*, Austin, TX, Aug. 6-8, 2012.
- [45] I.A. Chaudhry, Z. Usman & B.J. Iqbal. Extracting Symmetry Plane while Reverse Engineering Symmetrical Parts. *Journal of Quality and Technology Management*. Volume VIII, Issue I, June 2012, Page 41 – 52.
- [46] A. Durupt, S. Remy, G. Ducellier and W. Derigent. A New Knowledge based Approach the Reverse Engineering of a Product. *International Design Conference - Design 2008 Dubrovnik - Croatia*, May 19 - 22, 2008.
- [47] Peter Leibd, Mahendra Hundal and Guenter Hoehne. Cost Calculation with a Feature – based CAD system using Module for Calculation, Comparison and Forecast. *Journal of Engineering Design*. (1999).Vol 10, No 1, pp. 95-102.

- [48] V. Kumar, D. Burns, D. Dutta, C. Huffman, “A framework for object modeling”, *Computer Aided Design*, (1999), N° 31, pp. 541-556.
- [49] Hastie, C. And McCausland C.D., “An object approach to the development of a constructive geometric model for computer aided design, manufacturing and inspection system”, *Imechc Conference Transactions*, (1995), pp. 261-267.
- [50] Su Due. “Integrating hipermedia technique into year strenght analysis”, *Proceding International Conference Hypermedia in Sheffield*(1997), pp. 473-480.
- [51] A.P. West, S.P. Sambú. D.W. Rosen, “A process planning method for improving build performance in stereolitography”, *Computer Aided Design*, (2000). pp.65-79.
- [52] David L. Millman, David P. Griesheimer, Brian R. Nease, and Jack Snoeyink. Robust Volume Calculations for Constructive Solid Geometry (CSG) Components in Monte Carlo Transport Calculations. *PHYSOR 2012- Advances in Reactor Physics- Linking Research Industry and Education*. Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, 2012.
- [53] Jianxiong Xiao, and Yasutaka Furukawa. Reconstructing the World’s Museums. *Proceeding of the 12<sup>th</sup> European Conference on Computer Vision*. (2012). ECCV2012.
- [54] Yang Ji, Jakob Beetz, Nicholas Nisbet, Peter Bonsma, Casimir Katz, André Borrmann. Integration of Parametric Geometry into IFC-bridge. *Proc. of Forum Bauinformatik 2011*.
- [55] Thomas Paviot, Virginie Fortineau, Samir Lamouri and Ludovic Louis-Sidney. A modeling language for 3D process plant layout representation, exchange and visualization. L. Rivest, A. Bouras, and B. Louhichi (Eds.): *PLM 2012, IFIP AICT 388*, pp 478-487.

- [56] L. Marín. Las Ecuaciones de Volúmenes modificadas. Tesis de grado de Maestría en Ingeniería Mecánica. (2000). DEPMI-UNAM.
- [57] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G., Corona, J, Álvarez, J. Representación de un proceso de maquinado usando una matriz de primitivas. SOMIM, (2002).
- [58] Jiménez, E., Reyes, L., Portillo, S., González, J., Tinajero, L., Valdés C. Caracterización y distribución preliminar de maquinaria usando ecuaciones de forma y circunferencia de distribución. SOMIM, (2002).
- [59] Rojas, L. Algunas consideraciones sobre la planeación táctica y operacional. Tesis de grado de Maestría en Ingeniería Mecánica. DEPMI-UNAM. 2000.
- [60] Jiménez, E., Reyes, L., Elías S, Lucero B., Construcción de modelos del producto usando un dominio de manufactura. SOMIM. 2004. México
- [61] Jiménez, E., Reyes, L., Murillo I., Mercado M., Encinas González I., Portillo S. Representación formal de las transformaciones geométricas y de manufactura de un transformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. *SOMIM 2003*. Veracruz. México.
- [62] Baldomero L. Modelado de una pieza mecánica usando primitivas de manufactura. 2004. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [63] Jiménez, E., Reyes., Burgos T., García A. “Aplicaciones del dominio de manufactura a la matriz de primitivas: Una aplicación industrial”. Folleto interno de divulgación (2005). Universidad La Salle Noroeste. ISBN 968-5844-19-4

- [64] Jiménez López E., Reyes Avila L., Clasificación de Planos de Fabricación y Sistematización de la Información Geométrica. Informe Interno de Investigación No. 1 Universidad Lasalle del Noroeste, ISBN 968-5844-05-4, 2004.
- [65] Jiménez E., Reyes A., García L., Luna G., Martínez V. Algunas consideraciones sobre la sistematización de los planos de fabricación. Ninth LACCEI Latin American and Caribbean Conference (LACCEI'2011), Engineering for a Smart Planet, Innovation, Information Technology and Computational Tools for Sustainable Development, August 3-5, 2011, Medellín, Colombia.
- [66] Fregoso A. *Los elementos del lenguaje de la matemática": Parte I. Lógica y conjuntos.* (1977). Editorial Trillas. México.
- [67] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G., Lucero, B., Luna, I: "Caracterización de operaciones de manufactura usando el álgebra de Boole". *Informe interno de investigación DEPFI - SME - MME- DMEC- MAV- 01- 2002. UNAM –ITESCA ISBN 968-36-9839-5*
- [68] Satgandra K. Gupta, Dana S. Nau, William C. Regli, Guangming Zhang. "A Methodology for Systematic Generation and Evaluation of Alternative Operation plans". *Advances in feature – based manufacturing.* (1994). Elsevier / North Holland.
- [69] Chuan – Jun Su, Fuha Lin, Lan Ye. "A new collision detection method for CSG – represented objects in virtual manufacturing". *Computer in Industry.* (1999). 40, pp 1-13.
- [70] Fregoso A. *Los elementos del lenguaje de la matemática: Parte II. Funciones.* (1979). Editorial Trillas. México.
- [71] Herbecek, Karel. *Introduction to set theory.* (1999). Marcel Dekker Inc. New York.

- [72] Jiménez, E., Reyes. “Determinación del dominio de manufactura de un plano de fabricación”. Informe interno de investigación (2004). Universidad La Salle Noroeste. ISBN 968-5844-02-X
- [73] Jiménez E., Reyes L., Lucero B., García L. Caracterización del dominio de manufactura de planos de fabricación y aplicaciones al modelado de productos. Global Congress on Manufacturing and Management. November 19 - 22, 2006, Santos, BRAZIL. P. 543-547
- [74] Murillo I. Representación abstracta de las transformaciones geométricas de un transformador eléctrico usado en telecomunicaciones. (2004). (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [75] Jiménez E., Reyes A., González L., Hito O. Mercado F. Sincronización Local de una Línea de Producción Industrial. SOMIM 2004, Querétaro. México
- [76] Ahmad Majdi bin Abdul Rani. Engineering Framework Integrating Analysis and Design Improvement in a Reverse Engineering Framework. International Conference on Engineering Education. (2001). Pp. 6N7-24, 6B7-31. Oslo, Norway.
- [77] Jiménez E., Reyes L., García A. *Algunas consideraciones sobre la Ingeniería Inversa, Informe Interno de Investigación*, Centro de Tecnología Avanzada de ITESCA, Red Alfa, Sonora, México, 2006, ISBN: 970-9895-12-5.
- [78] Jiménez E., Reyes L. García A., Montoya N., Martínez, V., Soto E., Luna G. Ontiveros S. *Algunas consideraciones epistemológicas sobre la ingeniería inversa*, Memorias del XIII congreso internacional anual de la SOMIM y congreso internacional de metal mecánica 2007, Durango, México, 2007.

- [79] Luna, G. Jiménez E., et al (2011). Importance of Research Procedure in Reverse Engineering for Engineering Education. *Innovations 2011: World Innovations in Engineering Education and Research*, ed. W. Aung, et al., iINNER, Potomac, MD, USA; pp. 379-390.
- [80] V. Borja, J. Harding, and R. Bell, "A Conceptual View on Data-Model Driven Reverse Engineering." *Int. J. Prod. Res.*, 2001, Vol. 39, No. 4, pp. 667–687.
- [81] J. Benito Bouza Rodríguez, Xoán A. Leiceaga Baltar. Aplicaciones de la Ingeniería Inversa a la Reconstrucción Virtual de Piezas Arqueológicas. "IV Seminario ITALO-SPAGNOLO Reverse Engineering Techniques and applications", CASSINO, 4 June, 2003, CASSINO, pp. 27-41.
- [82] García A., Ruiz J., Jiménez E., Reyes E., Luna, G., Ontiveros S., Martínez M., Ochoa F., Carrillo E. "Clasificación de programas y Modelos de la Ingeniería Inversa: Aplicaciones a un caso de estudio." SOMIM 2008. Puebla, México.
- [83] García A., Jiménez E., Ontiveros S., Luna G., Reyes L., Martínez V., Delfín J, Arellano L. On the Reverse Engineering and Engineering Education in General. Proceedings of the XI International on Engineering and Techology Education. March, 2010, Ilhéus, Bahia, BRAZIL.
- [84] Jiménez E., Ontiveros S., Luna G., García Andrés., Arellano L., Martínez V., Reyes L., Delfín J., Pérez P. El dominio de manufactura como programa de investigación de un método de la Ingeniería Inversa: Aplicación a un caso industrial. SOMIM2009. Cd. Obregón Sonora, México.
- [85] Jiménez E., Ontiveros S., Luna G., Vazquez I., Moroyoqui J., García A., Lucero B., Reyes L. Reverse Engineering Procedure Application for a Primitive Component Characterization. *International Conference on Engineering Education and Research 2013*. July 2013, Marrakesh. (aprobado y por presentarse).

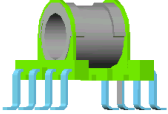
## **Apéndice A**

### **Matriz de primitivas**



## A.1 Matriz de las materias primas

La terna  $(V_i, C_j, B_k)$  representa vértices  $(V_i)$ , caras  $(C_j)$  y bordes  $(B_k)$


a1		
G11		
Geometría de la materia prima	Especial	
Información Topológica	$(V_i, C_j, B_k)$	
Forma Topológica	Bien Definida	

a21	
P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=
Material	Plástico

a31	
V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

**Tabla A.1 Información de la columna 1.**

a12

G11		
Geometría de la materia prima	Espiral	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a22

P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=
Material	Alambre magneto

a32

V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

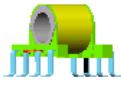
**Tabla A.2 Información de la columna 2.**

a13		
G11		
Geometría de la materia prima	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a23	
P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=
Material	Combinado

a33	
V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

**Tabla A.3 Información de la columna 3.**

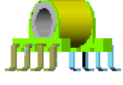
a14		
G11		
Geometría de la materia prima	Compuesta	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a24	
P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=
Material	Combinado

a34	
V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

**Tabla A4. Información de la columna 4.**

a15

G11		
Geometría de la materia prima	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

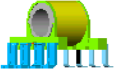
a25

P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=
Material	Combinado

a35

V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

**Tabla A.5 Información de la columna 5.**


a16		
G11		
Geometría de la materia prima	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a26	
P21	
Geometría	G11
Dimensiones	DiaA = IA=48
Material	Especial

a36	
V31	
Geometría	G11
Manufactura	P21
Volumen	cm3

**Tabla A.6. Información de la columna 6.**

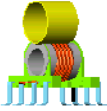
## A.2 Matriz de los productos preparados

a17		
G113		
Geometría de la operación	Sin forma	
Información Topológica	Sin forma	
Forma Topológica	Sin forma	

a27	
P213	
Código de primitiva de materia	
Código de primitiva de operación	

a37	
V313	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Producto preparado	

**Tabla A.7 Información de la columna 7.**

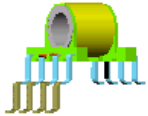
a18		
G113		
Geometría de la operación	Sin forma	
Información Topológica	Sin forma	
Forma Topológica	Sin forma	

a28	
P213	
Código de primitiva de materia	
Código de primitiva de operación	

a38	
V313	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Producto preparado	

**Tabla A.8 Información de la columna 8.**

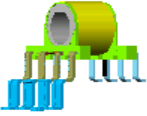


a19		
G113		
Geometría de la operación	Sin forma	
Información Topológica	Sin forma	
Forma Topológica	Sin forma	

a29	
P213	
Código de primitiva de materia	
Código de primitiva de operación	

a39	
V313	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Producto preparado	

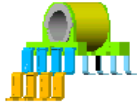
**Tabla A.9 Información de la columna 9.**

a110		
G113		
Geometría de la operación	Sin forma	
Información Topológica	Sin forma	
Forma Topológica	Sin forma	

a210	
P213	
Código de primitiva de materia	
Código de primitiva de operación	

a310	
V313	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Producto preparado	

**Tabla A.10 Información de la columna 10.**

a111		
G113		
Geometría de la operación	Sin forma	
Información Topológica	Sin forma	
Forma Topológica	Sin forma	


a211	
P213	
Código de primitiva de materia	
Código de primitiva de operación	

a311	
V313	
Geometría	
Manufactura	
Volumen	
Código de proceso	
Operación	
Producto preparado	

**Tabla A.11. Información de la columna 11.**

### A.3 Matriz de los materiales agregados y extraídos

a112

G12		
Geometría de la operación	Espiral	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a212

P22		P21
Primitiva de manufactura de la materia prima		
Geometría de la operación	G12	
Coordenadas de "p"	(x,z)	
Punto inicial y final	p	
	q	
Longitud de Corte	IB	
Diámetro	DiaB	
Vector unitario	$e_{3'}$	
Trayectoria	Recta	
	P. inicial: p	
	P. final: q	
	Longitud:	
Vel. Corte	VB	
Tiempo	TB	
Movimiento	WH1	Traslación
	WA	Rot.
Herramienta	H1	

a312

V32	
Geometría	G12
Manufactura	P22
Volumen	cm <sup>3</sup>

**Tabla A.12 Información de la columna 12.**

a113

G13		
Geometría de la operación	Cilindro Hueco Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a213


P23		P27
Primitiva de manufactura de la materia prima		
Geometría de la operación		G13
Coordenadas de "p/"	(x,z)	
Punto inicial y final	p/	
	r	
Longitud de Corte	IC	
Diámetro	DiaC	
Vector unitario	$\underline{e3''}$	
Trayectoria	Recta	Perfiles de trayectoria
	P. inicial: p/	
	P. final: r	
	Longitud:	
Vel. Corte	VC	
Tiempo	TC	
Movimiento	WH1	Traslación
	WA	Rot.
Herramienta	H1	

a313

V33	
Geometría	G13
Manufactura	P23
Volumen	5.621 cm <sup>3</sup>

**Tabla A.13. Información de la columna 13.**

a114

G24		
Geometría de la operación	Patas de flux	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	


a214

P24		
Primitiva de manufactura de la materia prima		P28
Geometría de la operación		G14
Coordenadas de "p//"	(x,z)	
Punto inicial y final	p//	
	s	
Longitud de Corte	ID	
Diámetro	DiaD	
Vector unitario	$\underline{e}_3'''$	
Trayectoria	Especial	Perfiles de trayectoria
	P. inicial: p//	
	P. final: s	
	Longitud:	
Vel. Corte	VD	
Tiempo	TD	
Movimiento	WH1	Traslación
	WH1	Rot.
Herramienta	H1	

a314

V34	
Geometría	G14
Manufactura	P24
Volumen	1.186 cm <sup>3</sup>


**Tabla A.14. Información de la columna 14.**

a115		
G15		
Geometría de la operación	Patas de soldadura	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a215		
P25		
Primitiva de manufactura de la materia prima		P29
Geometría de la operación		G15
Coordenadas de "p///"	(x,z)	
Punto inicial y final	p///	
	t	
Longitud de Corte	IE	
Diámetro	DiaE	
Vector unitario	$e_{3IV}$	
Trayectoria	Especial	Perfiles de trayectoria
	P. inicial: p///	
	P. final: t	
	Longitud:	
Vel. Corte	VE	
Tiempo	TE	
Movimiento	WH1	Traslación
	WA	Rot.
Herramienta	H1	

a315	
V35	
Geometría	G15
Manufactura	P25
Volumen	cm3

**Tabla A.15. Información de la columna 15.**

a116		
G16		
Geometría de la operación	Exedentes de la soldadura	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a216		
P26		
Primitiva de manufactura de la materia prima		P210
Geometría de la operación		G16
Coordenadas de "piv"	(x,z)	
Punto inicial y final	piv	
	u	
Longitud de Corte	IF	
Diámetro	DiaF	
Vector unitario	$e_{3v}$	
Trayectoria	Especial	Perfiles de trayectoria
	P. inicial: piv	
	P. final: u	
	Longitud: 4	
Vel. Corte	VF	
Tiempo	TF	
Movimiento	WH1	Traslación
	WA	Rot.
Herramienta	H1	

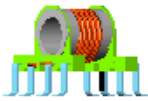
a316	
V36	
Geometría	G16
Manufactura	P26
Volumen	cm3

**Tabla A.16 Información de la columna 16.**



#### A.4 Matriz de los subproductos

a117

G18		
Geometría de la operación	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

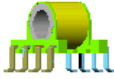
a217

P28	
Código de primitiva de materia prima o subparte	P21
Código de primitiva de operación	P22

a317

V38	
Geometría	G18
Manufactura	P22
Volumen	
Código de proceso	V31,V32
Operación	O1
Subparte Intermedia	1
Subparte final	
Secuencia de operaciones	O12345

**Tabla A.17 Información de la columna 17.**

a18				
G18				
Geometría de la operación	Especial			
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)			
Forma Topológica	Bien Definida			

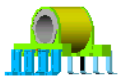
a218

P28	
Código de primitiva de materia prima o subparte	P21
Código de primitiva de operación	P22

a318

V38	
Geometría	G18
Manufactura	P22
Volumen	
Código de proceso	V31,V32
Operación	O1
Subparte Intermedia	1
Subparte final	
Secuencia de operaciones	O12345

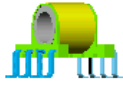
**Tabla A.18 Información de la columna 18.**

a119		
G110		
Geometría de la operación	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a219	
P210	
Código de primitiva de materia prima o subparte	P29
Código de primitiva de operación	P24

a319	
V310	
Geometría	G20
Manufactura	P24
Volumen	
Código de proceso	V39, V34
Operación	O3
Subparte Intermedia	3
Subparte final	
Secuencia de operaciones	O12345

**Tabla A.19 Información de la columna 19.**

a120		
G111		
Geometría de la operación	Especial	
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)	
Forma Topológica	Bien Definida	

a220	
P211	
Código de primitiva de materia prima o subparte	P210
Código de primitiva de operación	P25

a320	
V311	
Geometría	G111
Manufactura	P25
Volumen	
Código de proceso	V310, V35
Operación	O4
Subparte Intermedia	4
Subparte final	
Secuencia de operaciones	O12345

**Tabla A.20. Información de la columna 20.**

a121				
G111				
Geometría de la operación	Especial			
Información Topológica	(Vi, Cj, Bk)			
Forma Topológica	Bien Definida			

a221

P211	
Código de primitiva de materia prima o subparte	P210
Código de primitiva de operación	P25

a321

V311	
Geometría	G111
Manufactura	P25
Volumen	
Código de proceso	V310, V35
Operación	O4
Subparte Intermedia	4
Subparte final	
Secuencia de operaciones	O12345

**Tabla A.21 Información de la columna 21.**

## Tabla de información de PMAE

Nomenclatura y descripción de índices	Nomenclatura de parámetros	Descripción de parámetros
$P_{MP}$ ( Índice de materias primas )	$G_{PM}$	Geometría de las materias primas
	$L_{PM}$	Dimensiones principales de las materias primas
	$M_{MP}$	Material de las materias primas
$P_{PP}$ ( Índice de las operaciones )	$P_{PMi}$	$i$ – ésima material prima
	$P_{PMi+1}$	$i$ – ésima + 1 materia prima
	Operación $I$ – ésima de preparación	Letrero que identifica la $i$ – ésima operación de preparación
$P_{MAE}$ ( Índice de las operaciones )	$P_{PPi}$	$i$ – ésimo producto terminado
	$G_{MAE}$	Geometría del material agregado o extraído
	$P \in \partial_{PP}$	Punto localizado en la frontera del producto preparado que caracteriza el inicio de la operación de manufactura
	$\underline{e}_i^l$	Vector unitario definido en la dirección del movimiento de una herramienta
	{ Información básica de la operación }	Dimensiones, diámetros, longitudes, etc.
	$V_{MAE}$	Velocidad de operación del sólido agregado o extraído
	$\tau_{MAE}$	Lugar geométrico de operación y trazo de perfil de velocidades conocido
	$W_{PP}$	Velocidad lineal o angular del producto preparado
	$W_{MAE}$	Velocidad lineal o angular de la herramienta que agrega o extrae material
	$H_{MAE}$	Letrero que describe la herramienta requerida para la operación
	$k_{ij}$	Conjunto de parámetros secundarios o complementarios de la operación
$P_{SUB}$ ( Índice de las subpartes )	$P_{PPi}$	Información del producto preparado $i$ – ésimo
	$P_{MAEi}$	Información de la operación
	Operación real de manufactura	Letrero que indica la operación y su naturaleza
$P_{PT}$ ( Índice del producto terminado )	$M^E$	Modelo de entidades de manufactura
	$P_{SUBi}$	Producto terminado como última subparte
	$P_{MP}$	Producto terminado como materia prima

**Tabla B.1 Parámetros de las primitivas de manufactura**

Cabe mencionar que esta información se utiliza para caracterizar la familia de los productos agregados y extraídos de la matriz de primitivas.