



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

IDENTIFICACIÓN DE EDIFICIOS EN
TIEMPO REAL MEDIANTE RUIDO AMBIENTAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

P R E S E N T A:

JESÚS MORALES VALDEZ

TUTOR:

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA

MÉXICO, D.F. 2012

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Yu Tang Xu

Secretario: Dr. Jaime Alberto Moreno Pérez

Vocal: Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

1^{er}. Suplente: Dr. José Alberto Escobar Sánchez

2^{do}. Suplente: Dr. Ruben Alejandro Garrido Moctezuma

La tesis se realizó en:

Instituto de Ingeniería-UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

A mis padres:

Rodolfo Morales y Alicia Valdez

por ser mi inspiración en la vida

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

A los profesores del Colegio de Control Automático de la UNAM, especialmente a mi tutor de tesis.

A mis padres y hermano.

A mis amigos.

Índice general

Índice de figuras	IV
Índice de cuadros	VI
1. Introducción	1
1.0.1. Antecedentes	2
1.0.2. Objetivo	7
1.0.3. Organización del trabajo	7
2. Modelo matemático	8
2.1. Introducción	8
2.2. Modelo de un grado de libertad	9
2.3. Modelo de n grados de libertad	12
3. Estimación paramétrica	16
3.1. Introducción	16
3.2. Identificación paramétrica	17
3.3. Parametrización del modelo	18
3.4. Condición de excitación persistente	22
4. Resultados de simulación: identificación paramétrica a través del método de mínimos cuadrados con factor de olvido	24
4.1. Identificación paramétrica con datos simulados.	24
4.1.1. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 3 pisos con 1 GDL por piso.	25
4.1.2. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 5 pisos con 2 GDL por piso.	31
4.1.3. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 5 pisos con 3 GDL por piso.	37
4.2. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real.	40
4.2.1. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio 3 pisos, 1 GDL por piso.	41

4.2.2.	Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio de 5 pisos, 2 GDL por piso.	47
4.2.3.	Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio de 5 pisos, 3 GDL por piso.	53
5.	Identificación de edificios mediante tiempo de propagación de ondas SH, con incidencia vertical	57
5.1.	Introducción	57
5.2.	Modelo matemático	58
5.2.1.	Formulación general para un estrato	59
5.2.2.	Formulación general para múltiples estratos	62
6.	Resultados de simulación: identificación de las frecuencias de vibración mediante el método de propagación de ondas	65
6.1.	Análisis del tiempo de viaje de onda en un edificio de tres pisos	65
6.2.	Simulación del método de propagación de ondas con respuesta a la función impulso	68
7.	Conclusiones	71
7.1.	Resultados	71
7.2.	Trabajo futuro	72
A.	Apéndices	74
A.1.	Matrices de masa, rigidez y amortiguamiento	74
A.2.	Condiciones iniciales para el algoritmo de estimación de parámetros.	79
A.3.	Lema de Barbalat para análisis de estabilidad	80

Índice de figuras

2.1. Sistema de un grado de libertad	9
2.2. Representación de un sistema de un GDL: (a) esquema de estructura mediante el sistema masa-resorte-amortiguador; (b) diagrama de cuerpo libre	10
2.3. Estructura de un solo piso sujeto a sismo	11
2.4. Edificio de n grados de libertad	12
2.5. Representación de un sistema de n pisos	13
4.1. Edificio de tres pisos.	25
4.2. Aceleración sísmica en la dirección X (EJ3E23A.LA).	27
4.3. Aceleración del ruido ambiental en la dirección X.	27
4.4. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	28
4.5. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	28
4.6. Detalle de la estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	29
4.7. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	29
4.8. Estimación de las frecuencias modales de la estructura.	30
4.9. Aceleración sísmica en la dirección X (EJ3E23A.LA).	32
4.10. Aceleración sísmica en la dirección Y (EJ3E23A.TA).	32
4.11. Aceleración del ruido ambiental en la dirección X.	33
4.12. Aceleración del ruido ambiental en la dirección Y.	33
4.13. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	34
4.14. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	35
4.15. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	35
4.16. Estimación de las frecuencias modales de la estructura.	36
4.17. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	38
4.18. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	38
4.19. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	39
4.20. Estimación de las frecuencias modales de la estructura.	39
4.21. Velocidad del ruido real, dirección X.	43
4.22. Acelerograma del ruido real, dirección Y.	43
4.23. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	44
4.24. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	44
4.25. Detalle de la estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	45
4.26. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	45

4.27. Evolución de las frecuencias modales de la estructura.	46
4.28. Velocidad del ruido real, dirección X.	48
4.29. Velocidad del ruido real, dirección Y.	49
4.30. Acelerograma del ruido real, dirección X.	49
4.31. Acelerograma del ruido real, dirección Y.	50
4.32. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	50
4.33. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	51
4.34. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	51
4.35. Estimación de las frecuencias modales de la estructura.	52
4.36. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$	54
4.37. Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$	54
4.38. Norma del error de estimación: $\ \varepsilon\ _2$	55
4.39. Estimación de las frecuencias modales de la estructura.	55
5.1. Modelo. (a) Representación de un edificio. (b) Modelo en capas.	59
5.2. Estrato general con módulo de corte μ_n , relación de Poisson ν_n y velocidad de propagación de las ondas de corte β_n	59
6.1. Respuesta a la función impulso	69
6.2. Detalle de la respuesta a la función impulso	70

Índice de cuadros

4.1. Estimación de las frecuencias modales.	30
4.2. Estimación de las frecuencias modales.	37
4.3. Estimación de las frecuencias modales.	41
4.4. Estimación de las frecuencias modales.	46
4.5. Estimación de las frecuencias modales.	48
4.6. Estimación de las frecuencias modales.	56
6.1. Características del edificio de tres pisos de concreto reforzado	66
6.2. Frecuencia y Rigidez en cada piso del edificio	67
6.3. Propiedades del modelo en capas para cada piso del edificio	67
6.4. Parámetros de entrada para el modelo de tres capas	68
6.5. Parámetros identificados	68
6.6. Frecuencias de vibración de la estructura	70

Resumen

En este trabajo se presenta una nueva forma de recuperar la dinámica en edificios mediante el uso de señales de baja magnitud conocidas como ruido ambiental, que a diferencia de trabajos donde utilizan sismos de gran magnitud, tienen la ventaja de ser sumamente económicas de obtener y de no dañar las estructuras. La meta es la identificación de parámetros estructurales en línea y de las frecuencias de vibración fundamentales antes de la presencia de un sismo de gran magnitud, de manera que una vez estimados los parámetros sea posible la implementación de técnicas de control que eviten daño estructural. El método de identificación empleado es el de mínimos cuadrados con factor de olvido. Aunado a eso, se presenta una nueva técnica de identificación mediante el método de propagación de ondas. En este caso, la idea consiste en detectar cambios en el tiempo de llegada de ondas que se propagan a través de la estructura, y con ello identificar los valores de rigidez de la misma.

Abstract

Recovering buildings dynamics through low magnitude signals is analysed. These signals, in contrast with those provided by seismic excitation, are easy to obtain and do not produce damage in the structures. The goal is to identify online structural parameters and frequencies of fundamental vibration prior to the presence of an earthquake of large magnitude; therefore once obtained the parameters, it is possible to implement control techniques to avoid structural damage. The identification method used is the least square with forgetting factor. In addition, a new methodology for identification of structural dynamic properties by the method of wave propagation is also presented. The idea behind this method is to detect changes in the time of arrival waves that propagate through the structure, and thereby to identify the structural stiffness.

Capítulo 1

Introducción

Los sismos son una de las manifestaciones más impresionantes de la naturaleza. La pérdida de vidas humanas y la destrucción de la infraestructura muestran lo devastador de este fenómeno. Un sismo se origina por las vibraciones de la corteza terrestre, ocasionadas a su vez por desplazamientos bruscos de las grandes placas en las que se divide. Los desplazamientos producen la liberación de enormes cantidades de energía, las cuales se transforman en ondas sísmicas; éstas se propagan, se reflejan, se refractan y se atenúan de acuerdo con las propiedades dinámicas del subsuelo y de la fuente sísmica. Estos efectos son de particular importancia en la respuesta sísmica de edificios, ya que los movimientos generados inducen esfuerzos importantes en los elementos de una construcción y pueden provocar fallas.

Las trágicas consecuencias hacen imprescindible conocer el comportamiento de los edificios cuando se encuentran bajo acciones sísmicas, haciendo necesaria una adecuada instrumentación para registrar las respuestas. Sin embargo, los registros instrumentales contienen una combinación de efectos y perturbaciones denominadas *ruido de fondo*. Este ruido suele ser de tipo diverso, frecuentemente debido a causas atmosféricas como vientos intensos, cambios de temperatura, lluvias, entre otros factores.

Tradicionalmente, el ruido ha sido considerado como algo negativo que hay que evitar o cancelar. En la actualidad, se ha convertido en una herramienta excelente para caracterizar los efectos locales y las propiedades dinámicas del lugar de registro y de las estructuras. Así pues, para los

estudios de vibración ambiental el ruido es *la señal*, y las ondas que lo integran se suelen llamar *vibración ambiental* (Todorovska 2005).

El uso de ruido ambiental para propósitos de caracterización de las propiedades dinámicas de estructuras tiene la ventaja sobre los trabajos con otras fuentes de excitación de ser eficiente y económico debido a la facilidad para obtener información y realizar pruebas no destructivas sobre edificios.

Aplicaciones de estos estudios son las siguientes:

1. Identificación paramétrica en edificios.
2. Control de vibraciones.
3. Monitoreo de salud estructural.
4. Control de calidad de una obra civil.

En este trabajo se presenta el proceso de identificación de edificios en tiempo real mediante señales de excitación de baja magnitud denominadas ruido ambiental, y mediante el método de mínimos cuadrados con factor de olvido se identifican los valores de las relaciones amortiguamiento-masa y rigidez-masa, así como las frecuencias de vibración de una estructura. También se utiliza una metodología para la identificación denominada el método de propagación de ondas que permite calcular los valores de rigidez de una estructura.

1.0.1. Antecedentes

Actualmente, los trabajos relacionados con el control de vibraciones y la seguridad en edificios han llevado a muchos investigadores a desarrollar nuevas técnicas de control y esquemas de identificación de parámetros estructurales desconocidos. El problema de estimar simultáneamente los estados de un sistema lineal sin el conocimiento exacto de sus parámetros ha sido estudiado desde 1970. Muchos de estos trabajos introducen una solución al problema mediante el diseño de un observador adaptable para el sistema lineal invariante en el tiempo.

En (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004b) se presenta el diseño de un observador adaptable para un edificio de marco plano de cinco niveles. En este trabajo se utilizan amortiguadores magneto-

reológicos lo cual hace necesario el empleo de mediciones de fuerza y aceleración. El diseño de dicho observador se fundamenta en la teoría de estabilidad de Lyapunov y explota la estructura intrínseca de las matrices de parámetros del modelo para proponer tanto la ley de adaptación paramétrica como la estructura del observador.

En (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004c) se presenta un observador adaptable capaz de estimar en tiempo real los parámetros estructurales y los estados en un edificio con múltiples grados de libertad y equipado con un amortiguador magnetoreológico. Este observador permite estimar simultáneamente los parámetros, desplazamientos y velocidades de los pisos del edificio bajo excitación sísmica. Para ello, las únicas señales requeridas en tiempo real son la aceleración absoluta de los pisos, la aceleración del suelo y la fuerza del amortiguador. Cabe señalar que dicho observador no requiere de una forma canónica o transformación de estados, como consecuencia, preserva el modelo estructural y permite estimar los estados del sistema y los parámetros que corresponden a variables físicas, las cuales pueden ser directamente usadas para propósitos de control.

De igual forma existen otros trabajos que constituyen una extensión del observador mencionado previamente en (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004c). La principal contribución es que a través del modelo modificado de LuGre para amortiguadores magnetoreológicos (Jiménez y Alvarez-Icaza 2005) se logra prescindir de la medición de la fuerza desarrollada por el amortiguador (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004d).

En (Jiménez y Alvarez-Icaza 2003; Jiménez y Alvarez-Icaza 2004a; Jiménez y Alvarez-Icaza 2007a; Jiménez y Alvarez-Icaza 2007b) se diseñan observadores adaptables con base en técnicas de desigualdades matriciales lineales que permiten la estimación de los parámetros del amortiguador magnetoreológico y los estado de la estructura. El diseño de la ley de control para atenuar el movimiento de la estructura se realiza utilizando técnicas de Lyapunov.

Una extensión de los trabajos anteriores se encuentra en (Jiménez y Alvarez-Icaza 2010). La contribución de ese trabajo está en el uso de una parametrización más eficiente que logra una reducción significativa del número de parámetros a identificar y del esfuerzo computacional en

la implementación del algoritmo en tiempo real.

Con respecto al estudio de control de vibraciones y seguridad en edificios, se encuentra otra vertiente, la cual presenta algoritmos de identificación para la identificación de parámetros estructurales bajo una excitación sísmica bidimensional y ortogonal, usando mediciones de sensores de aceleración ubicados arbitrariamente en los pisos. El modelo considera tres grados de libertad por cada piso, dos coordenadas de desplazamiento y una coordenada de torsión perpendicular al plano formado por aquellas. Además, usa una parametrización modificada del algoritmo de mínimos cuadrados que permite una importante reducción en la dimensión de la matriz de covarianza de la ley de adaptación, comparada con la formulación estándar, lo cual facilita la implementación en tiempo real con un menor costo computacional (Angeles y Alvarez-Icaza 2006; Angeles 2004; Angeles y Alvarez-Icaza 2010). Este algoritmo puede ser aplicado a estructuras no simétricas cuya construcción se basa en marcos planos.

En (Angeles y Alvarez-Icaza 2008) se presenta una extensión de los resultados obtenidos en (Angeles y Alvarez-Icaza 2006). Primero se considera el caso cuando las mediciones de aceleración son únicamente posibles para un número limitado de pisos en la estructura. Esta extensión está relacionada con un modelo reducido, ya que como la mayoría de las construcciones tienen instrumentación limitada, es importante que los parámetros obtenidos del modelo reducido preserven las principales características del comportamiento dinámico de toda la estructura. El algoritmo propuesto es probado con datos de campo no procesados con la finalidad de observar el efecto de las mediciones de ruido en la estimación de parámetros.

En (Clotaire 2008) se presenta el método de descomposición en el dominio de frecuencia (FFD) para estimar los parámetros modales. Se discute el proceso usado para la evaluación de las rigideces de edificios deducidas de las formas modales. El modelo considerado es de una dimensión con masas concentradas. La solución analítica de la ecuación de movimiento hace posible simular el movimiento debido a un terremoto débil o moderado y luego estimar los desplazamientos de los entrepisos conociendo únicamente los parámetros modales. Este proceso es finalmente aplicado a un edificio de 9 pisos de concreto reforzado (RC) en Grenoble (Francia). Se compara exitosamente el movimiento del edificio para un movimiento artificial del suelo deducido del modelo estimado

usando vibración ambiental y el registrado en el edificio. La rigidez de cada piso y entrepiso fueron también estimados.

En (Murià-Vila 2007) se estudia la respuesta dinámica de estructuras ante sismos de gran intensidad teniendo como meta prioritaria la determinación de la fuerza y los coeficientes de amortiguamiento que se presentan durante sismos intensos, a fin de comparar los valores con los que se diseñan y analizar la evolución de las propiedades suelo estructura. Para el estudio de las características del sistema estructural se establecen procedimientos que se basan en *técnicas paramétricas y no paramétricas*. La meta de este tipo de trabajos es investigar el rol de la ubicación de los sensores en el algoritmo de identificación, analizar los efectos de torsión e identificar los parámetros del modelo estructural.

Por otra parte, en los últimos años se han realizado trabajos en los cuales se han considerado al ruido ambiental como fuente de excitación. En (Wei-Xin Ren y Zhou-Hong 2004) se presenta la aplicación de pruebas de vibración ambiental y análisis modal experimental sobre una gran estructura de ingeniería civil. Dos métodos de análisis modal bastante simples fueron implementados, el método de selección de picos en el dominio de la frecuencia y otro más avanzado, el método de identificación de subespacios estocásticos en el dominio del tiempo. Un edificio de 15 pisos de concreto reforzado y un puente tubular de acero relleno de hormigón fueron elegidos como casos de estudio. Los resultados muestran que ambas técnicas pueden identificar las frecuencias eficientemente, sin embargo la técnica de identificación estocástica puede detectar frecuencias que pueden ser ignoradas por el método de selección de pico y dar formas modales más razonable en otros casos. Por otra parte, el análisis modal de salida de las mediciones sólo presentan un reto que requiere el uso de técnicas de identificación modal especial, las cuales pueden tratar con vibración ambiental de muy pequeña magnitud contaminada por ruido.

En (Sánchez Sesma 2010) se presentan resultados de mediciones experimentales en las cortinas de las presas *La Yesca y El Cajón*. En ese trabajo, se estiman las velocidades de propagación de ondas sísmicas en los materiales de las cortinas a través del uso de fuentes virtuales construidas mediante el apilamiento de correlaciones en ventanas temporales de señales de ruido. Además, se verifican las estimaciones de las velocidades de propagación de ondas sísmicas de los materiales,

con base en las técnicas de campos difusos en perfiles uniformes y se examina la posibilidad de obtener información relevante a partir de arreglos irregulares.

En (E. Safak y K. 2006) se presenta un nuevo enfoque para monitoreo estructural, detección de daño y análisis de datos. Se propone que el daño puede ser detectado más precisamente si se investigan no únicamente los cambios en las frecuencias naturales, sino también los cambios en las características de propagación de ondas sísmicas en la estructura y algunos cambios permanentes en la configuración de la estructura. Debido a que las deformaciones permanentes no pueden ser calculadas precisamente de los datos de aceleración, se propone usar sensores GPS. Un edificio de 17 pisos con marcos de acero en la UCLA campus en los Ángeles, California fue usado para probar esos nuevos conceptos.

En (Pech, Sánchez-Sesma, Snieder, Ignacio-Caballero, Rodríguez-Castellano, y Ortiz-Alemán 2012) se usa interferometría basada en deconvolución de eventos sísmicos registrados por la estación SMNH01 de la red KIK-net, una de las más importantes redes sísmicas localizada en Japón, para obtener velocidades eficientes de ondas de cortante (β), módulos de cortante (μ), factores de calidad (Q) y para identificar cambios físicos en el suelo. La estación tiene una perforación la cual está equipada con acelerómetros triaxiales instalados en la superficie y a 100 m de profundidad. La deconvolución de los eventos sísmicos registrados en la superficie y a 100 m de profundidad, permite obtener los parámetros físicos antes mencionados. Para interpretar las ondas sometidas a deconvolución se usa un medio en capas de una dimensión. Basado en la observación de cambios en la amplitud y en el tiempo de llegada de las ondas, se identifican lapsos de variaciones de tiempo en las velocidades de ondas de corte y módulos de cortante. La estimación de las propiedades físicas cerca de la superficie deben ser obtenidas usando herramientas extremadamente sensitivas en el sentido de detectar pequeñas variaciones en las propiedades físicas. La interferometría sísmica es una nueva poderosa técnica empleada en el monitoreo de materiales y estructuras.

En (Todorovska 2009) se describe nuevo método de supervisión de salud estructural de edificios, que se está desarrollando en la Universidad del Sur de California para futuras aplicaciones en sistemas de alerta temprana de terremotos. El método utiliza los datos de sensores de vibración

y se basa en detectar cambios en el tiempo de llegada de ondas que se propagan a través de la estructura. Este es un método de escala intermedia, que puede señalar a la parte de la estructura que ha sido dañada utilizando datos de un relativo número pequeños de sensores.

1.0.2. Objetivo

El presente trabajo tiene los siguientes objetivos:

1. Realizar la identificación paramétrica estructural en línea a partir de un modelo de edificio sujeto a registros de ruido ambiental, a través de mediciones de aceleración en los pisos y en la base de la estructura.
2. Validar el uso de ruido ambiental como excitación del sistema, lo cual permitiría obtener las características dinámicas de la estructura sin requerir de la presencia de un sismo.
3. Presentar una nueva técnica de identificación mediante el método de propagación de ondas. La idea de este método consiste en detectar cambios en el tiempo de llegada de ondas que se propagan a través de la estructura, y con ello identificar las frecuencias de vibración en la misma.

1.0.3. Organización del trabajo

En este primer capítulo se presenta una introducción sobre el tema, se hace una revisión de los trabajos realizados con anterioridad, y se definen los objetivos. En el siguiente capítulo se presenta el modelo matemático usado para el análisis de un edificio de n grados de libertad y las suposiciones que se hacen para obtenerlo. En el capítulo tres se describe el método de identificación paramétrica usado, así como la parametrización realizada, demostrando que es adecuada para resolver el problema de identificación de parámetros estructurales. En el capítulo cuatro se presentan los resultados de simulación y se realizan observaciones sobre el método de identificación de mínimos cuadrados con factor de olvido usado. En el capítulo cinco se presenta la metodología de identificación mediante el método de propagación de ondas SH con incidencia vertical y en capítulo seis se presentan los resultados de simulación de la implementación del mismo. Finalmente, en el capítulo siete se presentan las conclusiones sobre los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Modelo matemático

En este capítulo se presenta la descripción del modelo matemático empleado para un edificio de varios pisos, asumiendo las condiciones para las cuales el modelo es válido, de manera que el comportamiento sea lo más confiable y cercano al comportamiento de una estructura real. Este modelo, además, se caracteriza por su simplicidad y exactitud en cuanto análisis matemático, teniendo en cuenta los principales aspectos en la dinámica que afectan a la estructura.

2.1. Introducción

En términos de estructuras, considerando que sólo se tiene excitación en una sola dirección del eje coordenado y no se presentan efectos de torsión, hablar de número de pisos es equivalente hablar de grados de libertad (GDL).

Para la descripción del modelo matemático, primero se analiza el caso para una estructura de un solo piso, se utilizan consideraciones de marco plano y diafragma de cuerpo rígido. Esta última supone que cada uno de los pisos es indeformable (Paz 1997). Se analiza la dinámica de la estructura de un solo piso de acuerdo al tipo de excitación y finalmente se obtiene el modelo. A partir de este, se obtiene un modelo generalizado para estructuras con múltiples grados de libertad. El resto de la teoría es tomada de (Chopra 1995) y (Angeles y Alvarez-Icaza 2010).

2.2. Modelo de un grado de libertad

Para este propósito consideramos una estructura de un solo piso en la cual se supone que la masa de la estructura está concentrada en el techo, las columnas son flexibles a deformación lateral y rígidas en dirección vertical, mientras que la estructura es soportada en un suelo firme. En consecuencia el movimiento de la estructura debido a una excitación dinámica está gobernado por una ecuación de movimiento inducida por fuerzas externas y por movimientos del suelo. La Fig. 2.1 ilustra el caso de un solo nivel con estructura lineal, de masa m , rigidez lateral k y amortiguamiento viscoso c sujeto a una fuerza dinámica externa $p(t)$ (Chopra 1995).

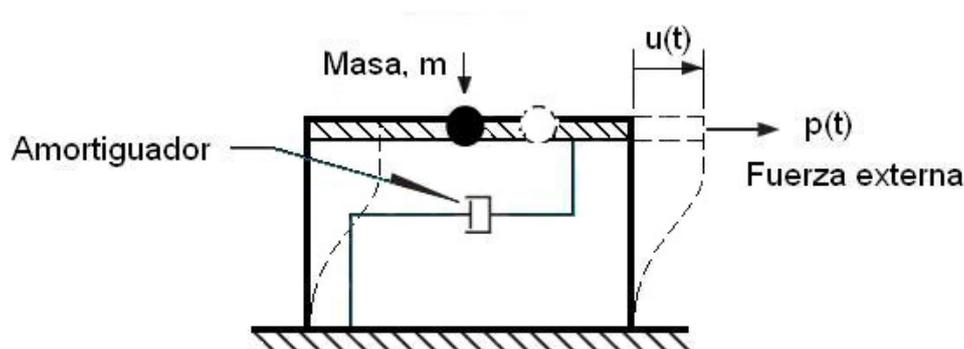


Figura 2.1: Sistema de un grado de libertad

En la Fig. 2.1 se observa la acción de varias fuerzas sobre la masa m en el mismo instante de tiempo, estas incluyen la fuerza externa $p(t)$, la fuerza de resistencia elástica f_S , la fuerza de amortiguamiento f_D y la fuerza de inercia f_I , que bajo el principio de d' Alembert logran un equilibrio dinámico, es decir, las fuerzas se mantienen en equilibrio para cada instante de tiempo, lo cual se expresa de la siguiente forma

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \quad (2.1)$$

Dada la naturaleza lineal de la estructura, la fuerza de inercia, amortiguamiento y elasticidad se expresan como

$$f_I = m\ddot{u} \quad f_D = c\dot{u} \quad f_S = ku \quad (2.2)$$

Donde m es la masa, c el coeficiente de amortiguamiento, y k el valor de la rigidez, mientras u , \dot{u} y \ddot{u} corresponden al desplazamiento, velocidad y aceleración respectivamente, relativos al suelo. La ecuación de movimiento que expresa la deformación $u(t)$ de la estructura sujeta a una fuerza externa $p(t)$ se obtiene de las ecuaciones (2.1) y (2.2), válida para el sistema masa-resorte-amortiguador como el que se ilustra en la Fig. 2.2.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.3)$$

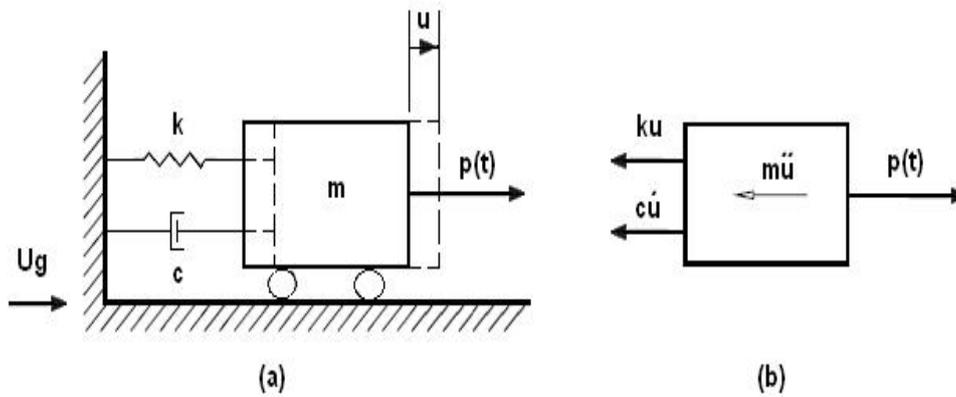


Figura 2.2: Representación de un sistema de un GDL: (a) esquema de estructura mediante el sistema masa-resorte-amortiguador; (b) diagrama de cuerpo libre

Por otra parte, si en lugar de una fuerza externa, la excitación es un sismo, el cual induce movimiento en la base de la estructura en una sola dirección con desplazamiento $u_g(t)$, velocidad \dot{u}_g y aceleración \ddot{u}_g , entonces, bajo la influencia de tal excitación, la base de la estructura es desplazada una cantidad $u_g(t)$ mientras el techo experimenta un desplazamiento relativo a la base. Por lo tanto, el desplazamiento total la estructura para cada instante de tiempo proviene de la suma de la aceleración del terreno junto con la aceleración de la estructura con respecto al suelo, lo cual se expresa como

$$u^t = u_g(t) + u(t) \quad (2.4)$$

Este efecto se puede observar mucho mejor en la Fig.2.3.

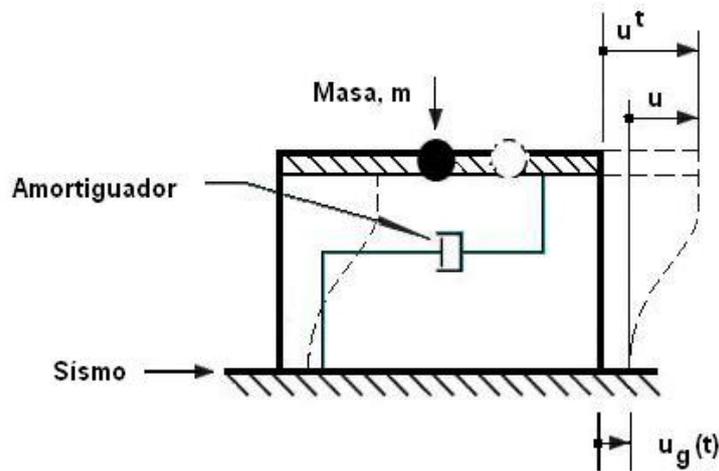


Figura 2.3: Estructura de un solo piso sujeto a sismo

Debido a que la fuerza de rigidez y amortiguamiento son independientes de la aceleración, conservan su misma estructura, sin embargo no sucede lo mismo con la fuerza de inercia ya que esta se ve afectada por la aceleración u^t , por lo tanto dicha fuerza se expresa como:

$$f_I = m(\ddot{u}_g + \ddot{u}) = m\ddot{u}^t \quad (2.5)$$

y finalmente la ecuación de movimiento que describe el desplazamiento $u(t)$ de toda la estructura sujeta a dos excitaciones puede ser expresada como:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (2.6)$$

Nótese que si se refiere la ecuación al sistema del suelo, entonces la fuerza de inercia de la estructura referida a este sistema sólo contempla la aceleración relativa, \ddot{u} , y como consecuencia se deduce que la fuerza externa originada por el movimiento del suelo y aplicado a la estructura es:

$$p(t) = -m\ddot{u}_g \quad (2.7)$$

Eso significa que la respuesta $u(t)$ de la estructura debida a la aceleración $\ddot{u}_g(t)$ es idéntica a la respuesta de la estructura en una base fija debida a una fuerza externa $p(t)$ (Angeles y Alvarez-Icaza 2010).

2.3. Modelo de n grados de libertad

Para un edificio de n pisos como el de la Fig. 2.4, se aplica el mismo principio mostrado en la sección anterior, es decir, los n pisos del edificio se modelan como un sistema masa-resorte-amortiguador con n grados de libertad (GDL), ver Fig. 2.5.

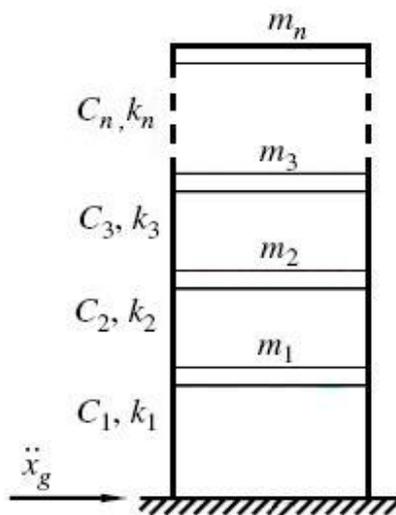


Figura 2.4: Edificio de n grados de libertad

La ecuación de movimiento se basa en la Ec. (2.6), solo que ahora se aplica a los diversos GDL que conforman la estructura es decir, a los n pisos del edificio. Por lo tanto, la Ec.(2.6) que es escalar se convierte en una ecuación matricial.

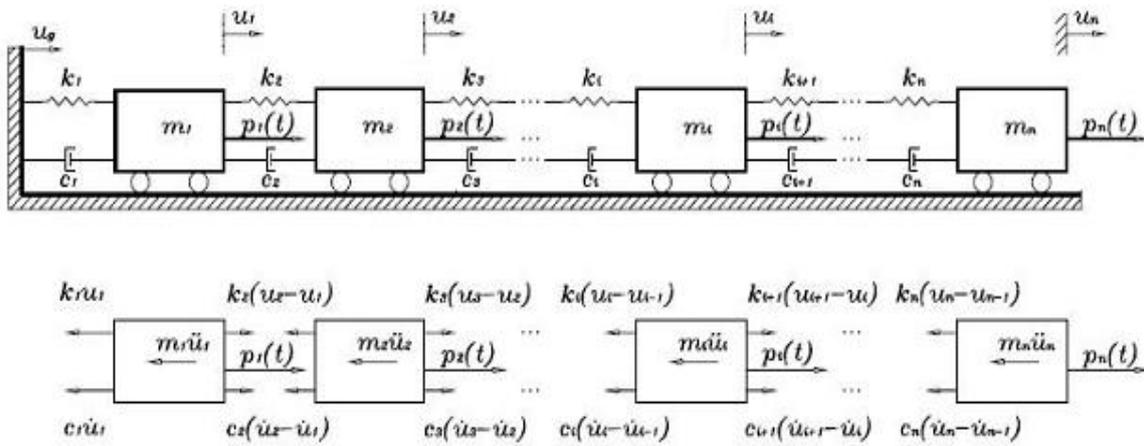


Figura 2.5: Representación de un sistema de n pisos

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\ddot{U}_g \quad (2.8)$$

Donde M se conoce como la matriz de masa, C como la matriz de amortiguamiento y K como matriz de rigidez. Cada una de ellas pertenece a un espacio de números reales de dimensión $n \times n$, es decir

$$M = M^T \in R^{n \times n}, \quad C = C^T \in R^{n \times n} \quad y \quad K = K^T \in R^{n \times n} \quad (2.9)$$

Las cuales tienen la siguiente forma:

$$M = M^T = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} > 0 \quad (2.10)$$

$$C = C^T = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.11)$$

$$K = K^T = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix} > 0 \quad (2.12)$$

A M se le conoce como la matriz de masa debido a que contiene los parámetros de masa de cada uno de los pisos, m_i para el i -ésimo piso. C es la matriz de amortiguamiento y K es la matriz de rigidez, las cuales contienen los parámetros de amortiguamiento y rigidez de las columnas laterales entre el piso i y el $(i-1)$ respectivamente.

Aunado a esto, para que el modelo matemático descrito anteriormente represente de forma confiable el comportamiento real de un edificio sujeto a una excitación externa, se considera que la estructura cumple con:

1. Base empotrada
2. Hipótesis de diafragma de piso rígido

Además, no se consideran los efectos dinámicos de la interacción suelo estructura.

La hipótesis de diafragma de piso rígido supone al piso como un cuerpo indeformable en el plano, donde la distancia relativa entre sus partículas es constante aún bajo los efectos de fuerzas externas (Paz 1997).

El modelo matemático para edificios con dos y tres GDL por piso se encuentra en (Angeles 2010).

Capítulo 3

Estimación paramétrica

En muchas aplicaciones la estructura del modelo de la planta puede ser conocida; sin embargo, en ocasiones los parámetros no lo son y varían con el tiempo debido a cambios en las condiciones de su operación. En algunas aplicaciones, esos parámetros pueden ser medidos o calculados usando leyes físicas, propiedades de los materiales, etc., mientras que en otras esto no es posible y tienen que ser deducidos observando la respuesta del sistema con respecto a una entrada.

El propósito de este capítulo es presentar el diseño y análisis del esquema de identificación basado en el método de mínimos cuadrados con factor de olvido para *estimación paramétrica en línea*.

3.1. Introducción

Cuando existen incertidumbres en los parámetros de un sistema dinámico (lineal o no lineal), una manera de deducirlos es el uso de la estimación paramétrica, es decir, inferir los valores de los parámetros a partir de las mediciones de la entrada y salida del sistema. Esta estimación puede ser hecha en línea o fuera de línea. La estimación fuera de línea puede ser preferible si los parámetros son constantes y existe suficiente tiempo para la estimación antes del control. Sin embargo, para parámetros que varían (aún cuando sea lentamente) durante la operación, es necesaria la estimación en línea para mantener el seguimiento del valor de los parámetros (Slotine Jean-Jacques E. y Weiping 1991).

La idea de la estimación en línea, consiste en ajustar los parámetros de manera continua tal que la salida estimada del modelo parametrizado $\hat{y}(\theta, t)$ sea igual a la salida real $y(t)$ del sistema a medida que transcurre el tiempo. Si esto sucede bajo la condición de excitación persistente, los valores del vector de parámetros $\theta(t)$ tienden hacia los valores del vector de parámetros θ_0 del modelo del sistema.

Para este procedimiento, la estimación en línea requiere de tres pasos: El primero consiste en la adecuada parametrización del modelo de la planta; El segundo paso consiste en generar o actualizar los parámetros mediante una ley de adaptación, usualmente en forma de ecuación diferencial diseñada bajo consideraciones de estabilidad o técnicas simples de optimización para minimizar la diferencia entre la salida real $y(t)$ y la salida estimada $\hat{y}(\theta, t)$ con respecto a los parámetros $\theta(t)$ en cada instante de tiempo. Finalmente se diseña la entrada a la planta para que las propiedades de la ley de adaptación impliquen que $\hat{\theta}(t)$ se aproxime al vector de parámetros desconocidos de la planta θ cuando $t \rightarrow \infty$ (Ioannou 1996).

3.2. Identificación paramétrica

Para conocer los parámetros del sistema existen varios algoritmos de estimación en línea, entre ellos se encuentra el método del gradiente, el más popular, el de mínimos cuadrados y sus distintas extensiones, entre otros.

En este trabajo se utiliza el método de mínimos cuadrados con factor de olvido. Su motivación intuitiva es que los parámetros anteriores son generados por datos anteriores y por lo tanto deben ser actualizados cuando comienza la estimación de los parámetros actuales. A diferencia del método convencional, este algoritmo introduce un factor de olvido δ que pondera más a las muestras recientes, permitiendo así detectar un posible cambio en los parámetros cuando el algoritmo lleva un tiempo considerable de funcionamiento.

En este sentido, el algoritmo de estimación procesa la información obtenida de las mediciones de

aceleración en cada uno de los pisos, así como la aceleración del suelo con el objetivo de conocer el valor de los parámetros de masa, amortiguamiento y rigidez en el edificio. Matemáticamente este algoritmo se puede resumir como se muestra en la siguiente sección.

3.3. Parametrización del modelo

La siguiente parametrización está basada en (Angeles y Alvarez-Icaza 2010), la cual reduce el número de operaciones aritméticas y principalmente el orden de la matriz de covarianza, lo que hace factible la implementación del algoritmo de identificación paramétrica en tiempo real.

Partiendo de la ecuación que describe el comportamiento de la estructura, donde M , C , y $K \in R^{n \times n}$, son matrices constantes desconocidas

$$M(\ddot{u} + \ddot{u}_g) + C\dot{U} + Ku = 0 \quad (3.1)$$

Una forma de parametrizar el modelo es asumir que los vectores \ddot{U} , \ddot{U}_g , \dot{U} y U son señales medidas, por lo tanto bajo esta consideración se obtiene

$$\begin{aligned} M(\ddot{U} + \ddot{U}_g) &= -C\dot{U} - KU \\ \ddot{U} + \ddot{U}_g &= -M^{-1}C\dot{U} - M^{-1}KU \end{aligned} \quad (3.2)$$

Donde los parámetros a identificar del modelo son los elementos de las matrices $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$.

Teorema 3.1 *Sea el sistema (3.1), con $K, C, M, \in R^{n \times n}$ y M una matriz no singular. Sea la parametrización del sistema*

$$\begin{aligned}
Z &= \ddot{U} + \ddot{U}_g && \in R^{n \times 1} \\
\theta &= \begin{bmatrix} M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix} && \in R^{n \times 2n} \\
\gamma &= \begin{bmatrix} -U^T & -\dot{U}^T \end{bmatrix}^T && \in R^{2n \times 1}
\end{aligned}$$

donde θ es la matriz de parámetros reales y γ es el vector de estados mejor conocido como regresor, tal que la salida real es

$$Z = \theta\gamma \quad (3.3)$$

y sea $\hat{\theta}$ la matriz de parámetros estimados del sistema (3.1) tal que la salida estimada está dada por

$$\hat{Z} = \hat{\theta}\gamma \quad (3.4)$$

Entonces el algoritmo de estimación está dado por las Ecs. (3.5) y (3.6)

$$\dot{P} = \delta P - P \frac{\gamma\gamma^T}{h^2} P \quad (3.5)$$

$$\dot{\hat{\theta}}^T = P\gamma\varepsilon^T \quad (3.6)$$

con $P = P^T > 0 \in R^{2n \times 2n}$, $P(0) > 0$, $\delta \geq 0 \in R$, $h^2 = 1 + \gamma^T\gamma$, satisface $\gamma/h \in L_\infty$, garantizan que el error normalizado de estimación

$$\varepsilon = \frac{Z - \hat{Z}}{h^2} \longrightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \longrightarrow \infty \quad (3.7)$$

En las ecuaciones del algoritmo de estimación aparece un parámetro δ , que cuando vale la unidad hace que el algoritmo tenga en cuenta para la estimación todos los valores de entrada y salida del sistema desde que inició su ejecución. Cuando más se acerca está δ a 1, más memoria tiene el algoritmo y hace que responda más lentamente ante cambios de los parámetros del sistema. En cambio, un valor δ más alejado de la unidad hace que la respuesta sea más rápida ante cambios de parámetros, lo cual se ve reflejado en la matriz de covarianza P . Cuando δ es mucho menor a la unidad, los elementos de la matriz P se hacen grandes lo cual supone la posibilidad de detección temprana de posibles cambios en los parámetros, por el contrario cuando δ es grande (cercano a la unidad) se presentan problemas a la hora de identificar los mismos, pues el algoritmo resta importancia a la información histórica acumulada.

Otra manera de conseguir que el algoritmo tenga muy alta sensibilidad a los valores actuales de los parámetros del sistema aunque δ se encuentre cercano a la unidad es colocando valores grandes a la condición inicial de la matriz de covarianza P .

Demostración. Sea $\tilde{\theta} \in R^{n \times 2n}$ el error paramétrico y sea $\tilde{\theta}_r \in R^{1 \times 2n}$ el vector de error paramétrico correspondiente al *renglón* r de la matriz $\tilde{\theta}$, es decir,

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11} & \tilde{\theta}_{12} & \cdots & \tilde{\theta}_{12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\theta}_{n1} & \tilde{\theta}_{n2} & \cdots & \tilde{\theta}_{n2n} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$\tilde{\theta}_r = \theta_r - \hat{\theta}_r = \left[\tilde{\theta}_{r1} \quad \tilde{\theta}_{r2} \quad \cdots \quad \tilde{\theta}_{r2n} \right].$$

Sea $\varepsilon \in R^{n \times 1}$ el vector de error de estimación y sea $\varepsilon_r \in R$ el elemento r del vector ε correspondiente al *renglón* r de los sistemas (3.4) y (3.5), esto es

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{Z - \hat{Z}}{h^2} = \frac{\theta\gamma - \hat{\theta}\gamma}{h^2} = \frac{\tilde{\theta}\gamma}{h^2}, \\ \varepsilon_r &= \frac{Z_r - \hat{Z}_r}{h^2} = \frac{\theta_r\gamma - \hat{\theta}_r\gamma}{h^2} = \frac{\tilde{\theta}_r\gamma}{h^2}.\end{aligned}\quad (3.9)$$

Sea V la función candidata de Lyapunov (Angeles y Alvarez-Icaza 2005)

$$V = \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r P^{-1} \tilde{\theta}_r^T \quad (3.10)$$

La derivada temporal de V es

$$\dot{V} = \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \dot{\tilde{\theta}}_r P^{-1} \tilde{\theta}_r^T + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r P^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_r^T + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{P}^{-1} \tilde{\theta}_r^T \quad (3.11)$$

Si en la Ec. (3.6) sólo se toma $\dot{\tilde{\theta}}_r$, el renglón r , y se usan las Ecs. (3.8) y (3.9) se tiene

$$\dot{\tilde{\theta}}_r^T = \dot{\theta}_r^T - \dot{\hat{\theta}}_r^T = 0 - P\gamma\varepsilon_r^T = -\frac{1}{h^2}(P\gamma\gamma^T\tilde{\theta}_r^T) \quad (3.12)$$

Se usa ahora la identidad

$$PP^{-1} = I \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}PP^{-1} = \dot{P}P^{-1} + P\dot{P}^{-1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{P}^{-1} = -P^{-1}\dot{P}P^{-1}$$

Con la Ec. (3.5)

$$\begin{aligned}\dot{P}^{-1} &= -P^{-1} \left(\delta P - P \frac{\gamma\gamma^T}{h^2} P \right) P^{-1}, \\ \dot{P}^{-1} &= -\delta P^{-1} + \frac{\gamma\gamma^T}{h^2}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Sustituyendo las Ecs. (3.12) y (3.13) en la Ec. (3.11)

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \frac{1}{h^2} \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P P^{-1} \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \frac{1}{h^2} \tilde{\theta}_r P^{-1} P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \left(-\delta P^{-1} + \frac{\gamma \gamma^T}{h^2} \right) \tilde{\theta}_r^T \\
\dot{V} &= -\frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{\delta}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r P^{-1} \tilde{\theta}_r^T + \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T \\
\dot{V} &= -\frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{\delta}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r P^{-1} \tilde{\theta}_r^T, \tag{3.14}
\end{aligned}$$

nuevamente con las Ecs. (3.9) y (3.10)

$$\dot{V} = -\sum_{r=1}^n \varepsilon_r \varepsilon_r^T - \delta V, \tag{3.15}$$

$$\dot{V} = -\varepsilon^T \varepsilon - \delta V \leq -\delta V \tag{3.16}$$

Para $\delta > 0$, se tiene que $\dot{V} < 0$ lo que implica estabilidad exponencial, por lo tanto $V \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, si esto sucede, entonces $\tilde{\theta}_r \rightarrow 0$ y $\varepsilon_r \rightarrow 0$ lo que implica que $\varepsilon \rightarrow 0$, (Khalil 1996). Cabe mencionar que se necesita de excitación persistente para garantizar que $\tilde{\theta} = 0$.

Cuando $\delta = 0$, se hace uso del lema de Barbalat¹.

3.4. Condición de excitación persistente

Para poder identificar correctamente un sistema la señal de entrada debe excitar (es decir, poner de manifiesto) todos los modos del sistema (toda su dinámica). Formalmente se dice que la excitación persistente es una condicionante para alcanzar la identificación (Sastry y Bodson 1989).

Sea $\gamma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$ es de *excitación persistente (PE)* si existe $\alpha_1, \alpha_2, \lambda > 0$ tal que

$$\alpha_2 I \geq \int_{t_0}^{t_0+\lambda} \gamma(\tau) \gamma^T(\tau) d\tau \geq \alpha_1 I \quad \text{para todo } t_0 \geq 0$$

¹La demostración de estabilidad para el caso cuando $\delta = 0$ se presenta en el apéndice A.3

A pesar de que la matriz $\gamma(\tau)\gamma^T(\tau)$ es singular para todo τ , la condición de excitación persistente requiere que γ gire suficientemente en el espacio, tal que la integral de la matriz $\gamma(\tau)\gamma^T(\tau)$ sea uniformemente positiva definida sobre cualquier intervalo de alguna longitud λ .

La condición tiene otra interpretación, reescribiendo la condición de excitación persistente en forma escalar

$$\alpha_2 \geq \int_{t_0}^{t_0+\lambda} (\gamma^T(\tau)x)^2 d\tau \geq \alpha_1 \quad \text{para todo } t_0 \geq 0, |x| = 1$$

La cual aparece como una condición en la energía de ω en todas las direcciones. Con esto, se establece el siguiente teorema de convergencia.

Teorema 3.2 PE y estabilidad exponencial

Sea $\gamma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$ continua a tramos.

Si γ es PE

Entonces (3.2) es global exponencialmente estable.

La demostración se encuentra en (Anderson 1977).

Capítulo 4

Resultados de simulación: identificación paramétrica a través del método de mínimos cuadrados con factor de olvido

En este capítulo se presentan los resultados de simulación de la aplicación del algoritmo de identificación paramétrica mínimos cuadrados con factor de olvido propuesto en el capítulo anterior. En la primera parte se presentan los resultados de simulación de un modelo de edificio de tres pisos con un GDL por piso, sometido a la acción de ruido ambiental simulado. Luego se presentan los resultados de simulación de un modelo de edificio de cinco pisos con dos y tres GDL por piso, con excitación bidimensional y ortogonal (es decir, existe una señal de excitación en cada una de las coordenadas del plano horizontal X y Y que son perpendiculares entre si).

Como segunda parte se presentan los resultados de simulación de los modelos antes mencionados sometidos a la acción de un ruido ambiental real obtenido en el lecho del lago de Texcoco.

4.1. Identificación paramétrica con datos simulados.

En esta sección se presentan los resultados de simulación de los modelos de edificios con tres y cinco pisos, sujetos a la acción de ruido ambiental simulado, obtenido del escalamiento de los registros sísmicos concernientes al edificio instrumentado JAL, ubicado en la ciudad de México.

La forma cómo se encuentra organizada esta sección es la siguiente.

La primera parte consiste en los resultados de simulación de un modelo de edificio de tres pisos con un GDL por piso, sometido a la acción del ruido ambiental, resultante de la sintonización del registro sísmico EJ3E23A.LA en la dirección X . En seguida se presentan los resultados de simulación de un modelo de edificio de cinco pisos. Con este modelo se trabajan dos casos: en el primero se consideran dos GDL por piso y en el segundo, tres GDL por piso. En ambos, la excitación corresponde al ruido ambiental resultante del escalamiento de los registros sísmicos EJ3E23A.LA y EJ3E23A.TA en las direcciones X y Y respectivamente.

4.1.1. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 3 pisos con 1 GDL por piso.

En la sección anterior se presentó una adecuada parametrización del modelo matemático de un edificio de n GDL, con un GDL por piso, haciendo posible el proceso de identificación de parámetros en línea.

Con el fin de evaluar el desempeño del algoritmo de estimación propuesto, se llevó a cabo una simulación numérica con los siguientes parámetros nominales de un edificio de tres pisos reducido a escala, tomados de (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004d), ver Fig. 4.1

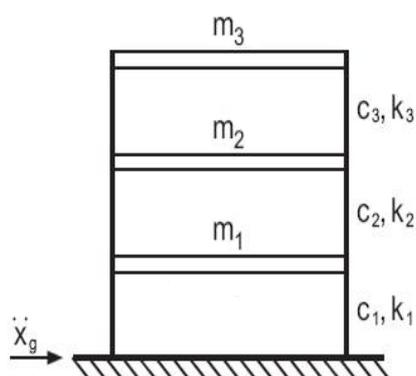


Figura 4.1: Edificio de tres pisos.

Con parámetros

$$M = \begin{bmatrix} 97,94 & 0 & 0 \\ 0 & 85,93 & 0 \\ 0 & 0 & 120,30 \end{bmatrix} [kg] \quad (4.1)$$

$$K = 10^6 * \begin{bmatrix} 1,34 & -0,78 & 0 \\ -0,78 & 1,45 & -0,67 \\ 0 & -0,67 & 0,67 \end{bmatrix} [N/m] \quad (4.2)$$

$$C = \begin{bmatrix} 586,91 & -248,05 & 0 \\ -248,05 & 595,32 & -347,27 \\ 0 & -347,27 & 347,27 \end{bmatrix} [Ns/m] \quad (4.3)$$

El edificio fue excitado por el ruido ambiental resultante del escalamiento del registro sísmico EJ3E23A.LA, evento 03-1 ocurrido el 21 de Enero de 2003, con epicentro en Colima y con duración de 240 segundos. La Fig. 4.2 corresponde al acelerograma del registro sísmico en el nivel 3, lado este, evento 23, en la componente longitudinal X , del edificio instrumentado JAL, ubicado en la ciudad de México.

Un ruido ambiental en la ciudad de México tiene una magnitud de 0.03 m/s^2 aproximadamente, equivalente a 3 *gales*, unidad de medida de aceleración en el sistema CGS. Una vez conocida la magnitud del ruido ambiental, se escaló la señal sísmica hasta alcanzar la magnitud antes mencionada, con el fin de probar la hipótesis de considerar ruido ambiental como señal de excitación para la identificación de parámetros en edificios. En la Fig. 4.3 se presenta el acelerograma del ruido ambiental después del escalamiento.

Al aplicar el registro de ruido ambiental al modelo y resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias modales de vibración.

Las Figs. 4.4 y 4.5 muestran la evolución de los parámetros identificados, que logran convergencia en un tiempo menor a los 200 s. En la Fig. 4.6 se muestra la evolución de los parámetros $M^{-1}C$

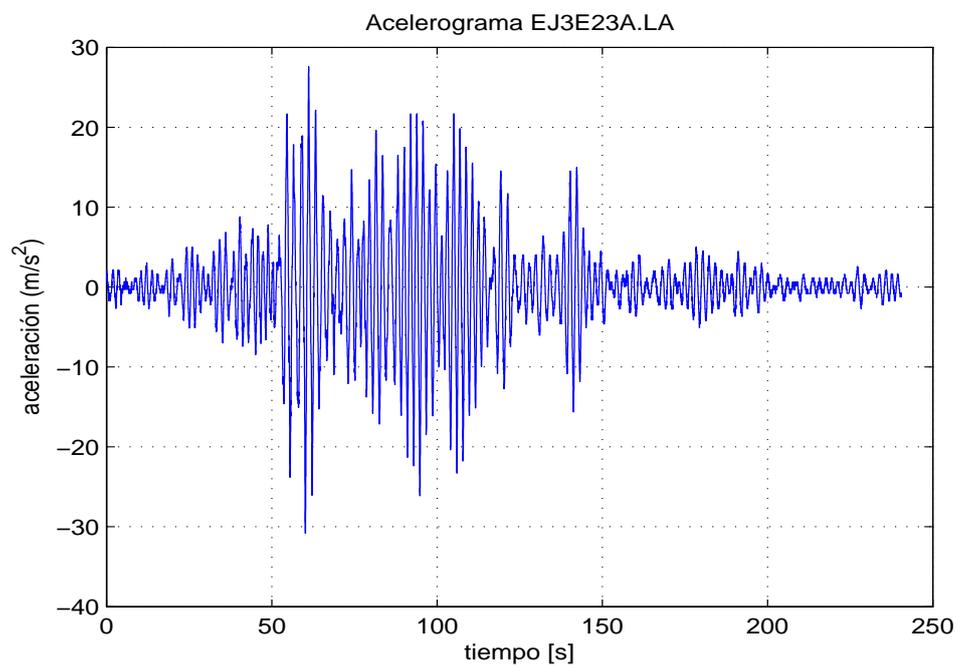


Figura 4.2: Aceleración sísmica en la dirección X (EJ3E23A.LA).

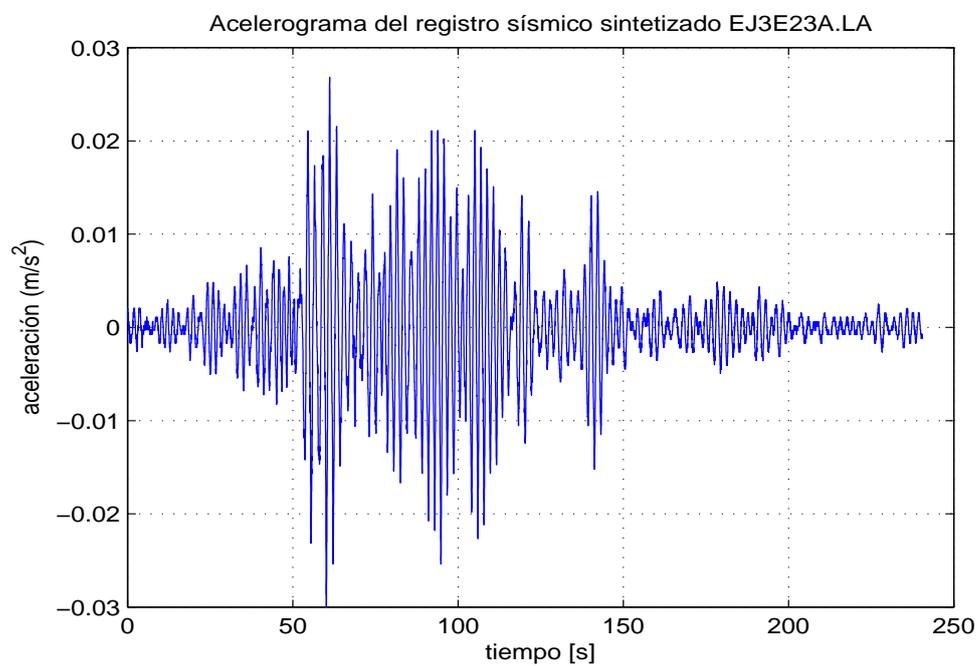


Figura 4.3: Aceleración del ruido ambiental en la dirección X.

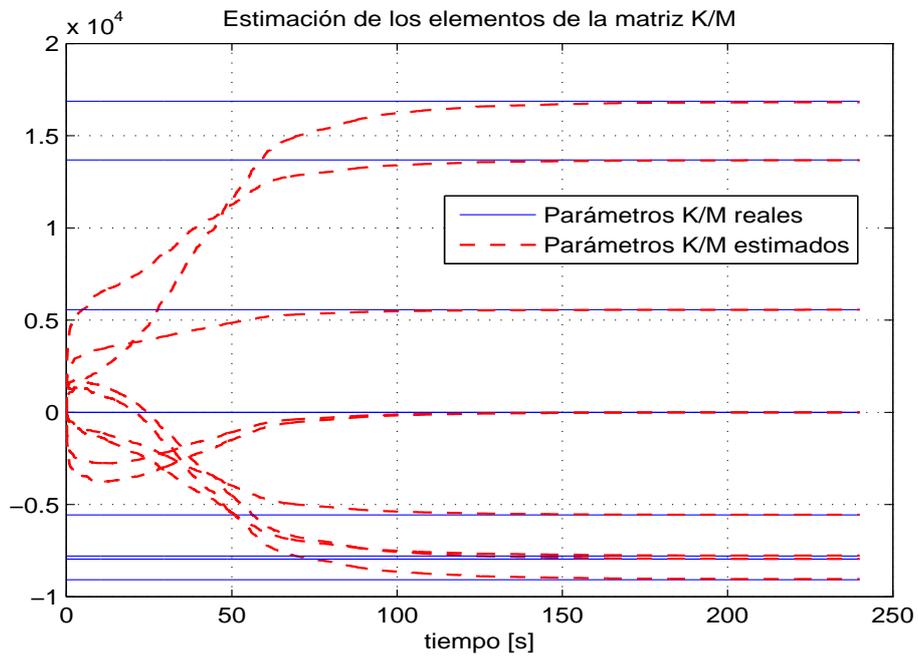


Figura 4.4: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

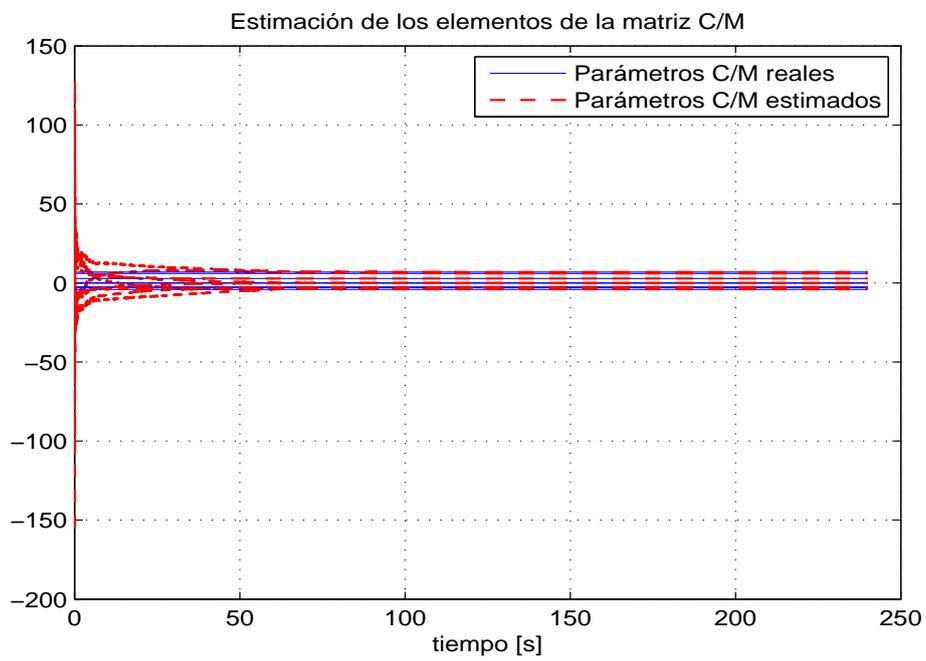


Figura 4.5: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

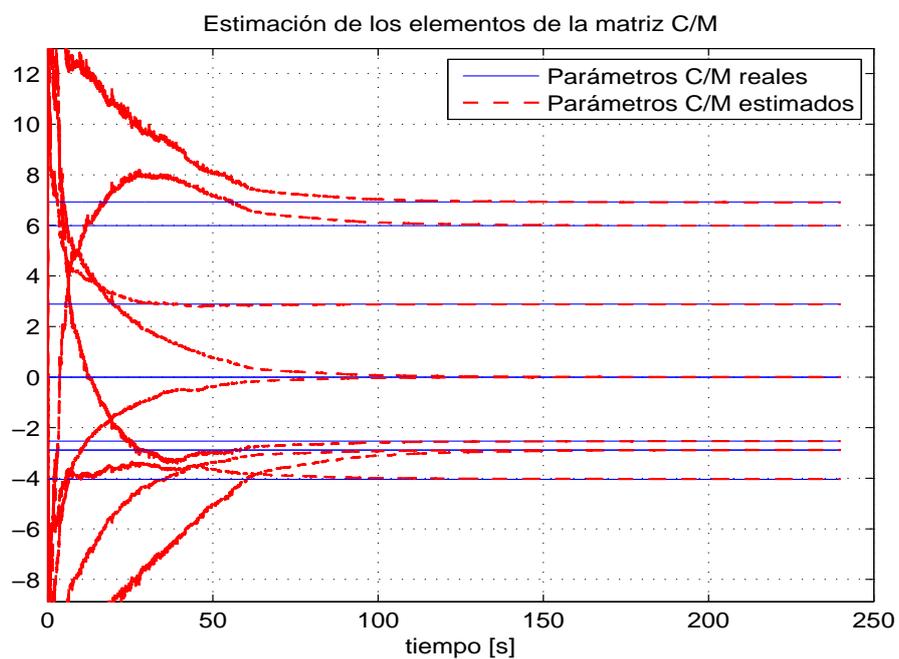


Figura 4.6: Detalle de la estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

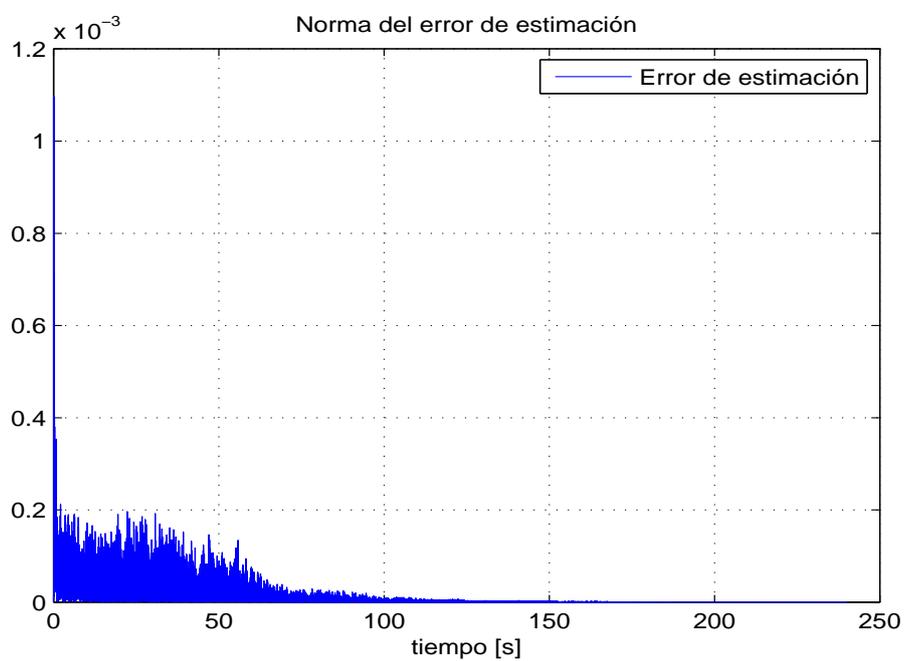


Figura 4.7: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$

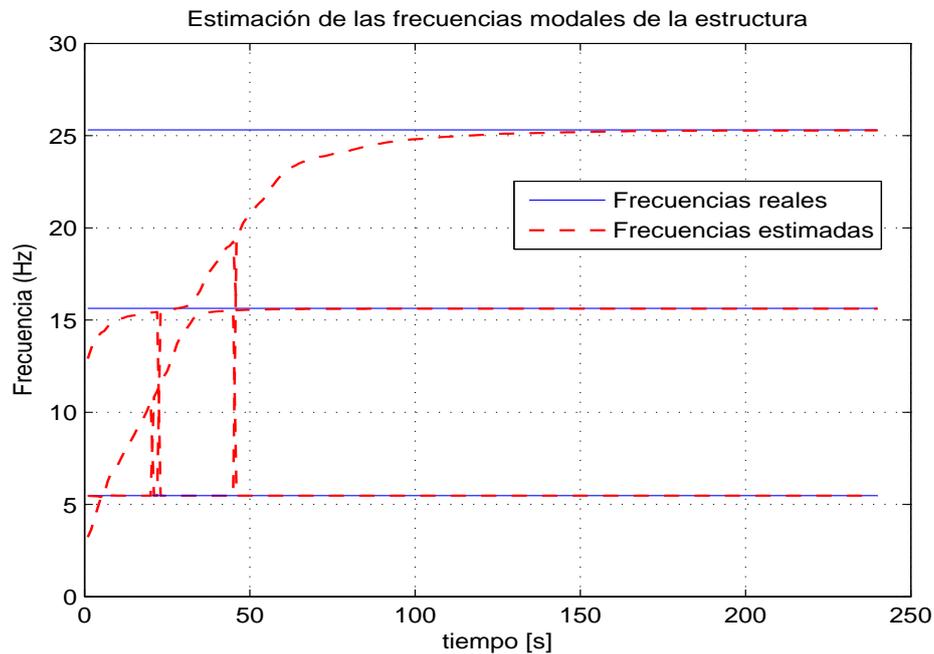


Figura 4.8: Estimación de las frecuencias modales de la estructura.

con mucho mayor detalle.

Como una forma de comprobar que el algoritmo de estimación funciona satisfactoriamente, la Fig. 4.7 muestra la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2$ correspondiente a la Ec. (3.9). En ella se observa como ésta tiende a cero a medida que transcurre el tiempo, lo que indica que la salida estimada logra igualar a la salida real del sistema. En la Fig. 4.8 se muestra la evolución de las frecuencias de vibración de la estructura, calculadas a partir de la matriz de parámetros $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$ estimadas. En la tabla 4.1 se muestran más detalles de las frecuencias.

F. real Hz	F. estimada Hz	Error final (%)
25,3143	25,2799	0,1358
15,6281	15,6167	0,0729
5,4788	5,4735	0,0957

Cuadro 4.1: Estimación de las frecuencias modales.

Los resultados de simulación indican que los parámetros estimados tienden al valor real, no obstante el tiempo de convergencia es grande comparado con resultados en trabajos anteriores, donde la convergencia se logra en los primeros 20 segundos. La norma del error $\|\varepsilon\|_2$ tiende a cero y las frecuencias calculadas convergen a todas las frecuencias reales con un error menor al 1% , como se presentó en la tabla 4.1.

4.1.2. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 5 pisos con 2 GDL por piso.

En esta sección se presentan los resultados de simulación de un modelo de edificio de cinco pisos con dos GDL por piso, con excitación bidimensional y ortogonal. La excitación en este caso corresponde al ruido ambiental resultante del escalamiento de los registros sísmicos EJ3E23A.LA y EJ3E23A.TA del edificio JAL. Por otra parte, los parámetros del edificio fueron adquiridos de (Angeles 2010).¹

Las Figs. 4.9 y 4.10 corresponden a los acelerogramas del registro sísmico en el nivel 3, lado este, evento 23, en las componentes longitudinales X y Y respectivamente, mientras las Figs. 4.11 y 4.12 corresponden a los acelerogramas de ruido ambiental concernientes a los resultados de escalamiento de los registros sísmicos mencionados.

¹Los valores de las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez en 2D, así como los valores iniciales de las Ecs. (3.5)-(3.6), se pueden consultar en el Apéndice.

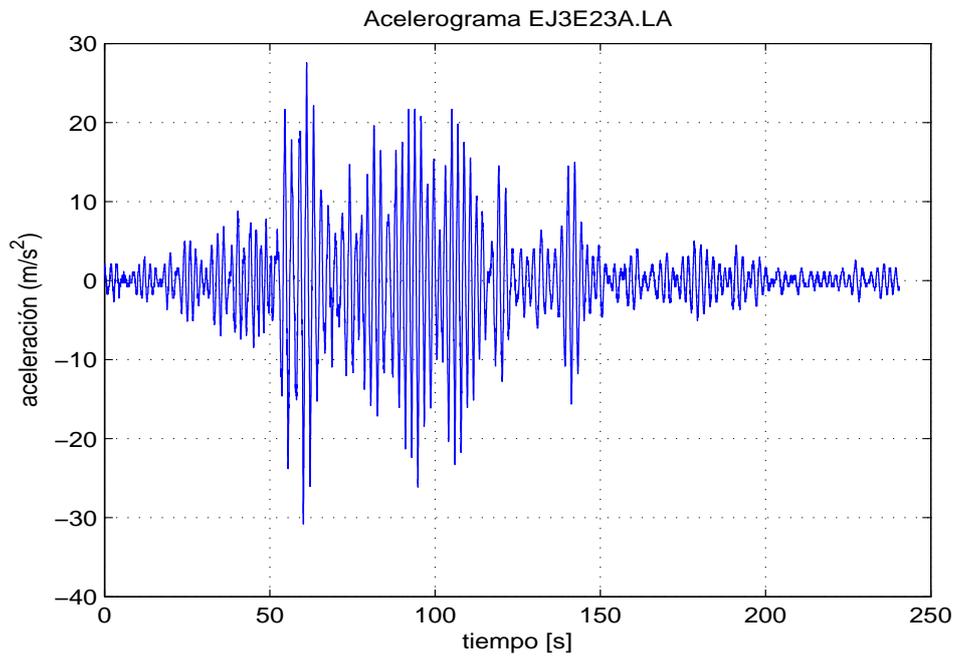


Figura 4.9: Aceleración sísmica en la dirección X (EJ3E23A.LA).

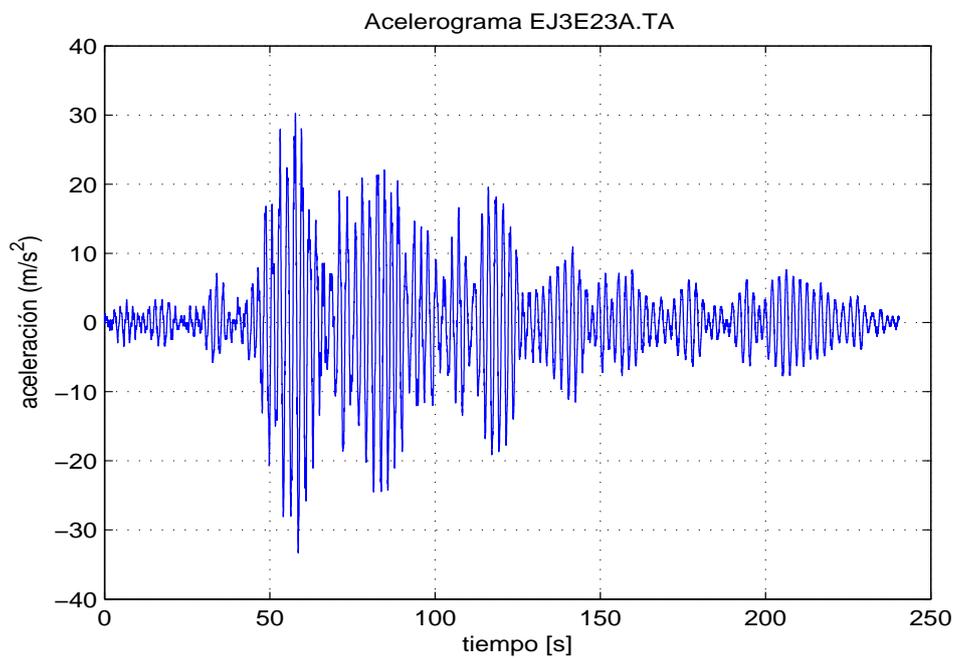


Figura 4.10: Aceleración sísmica en la dirección Y (EJ3E23A.TA).

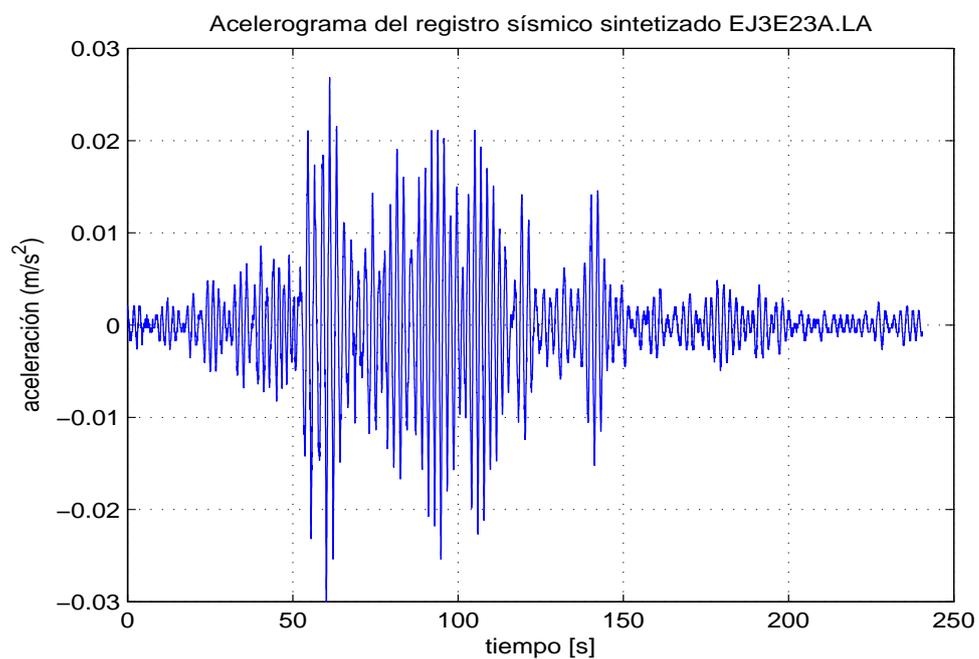


Figura 4.11: Aceleración del ruido ambiental en la dirección X.

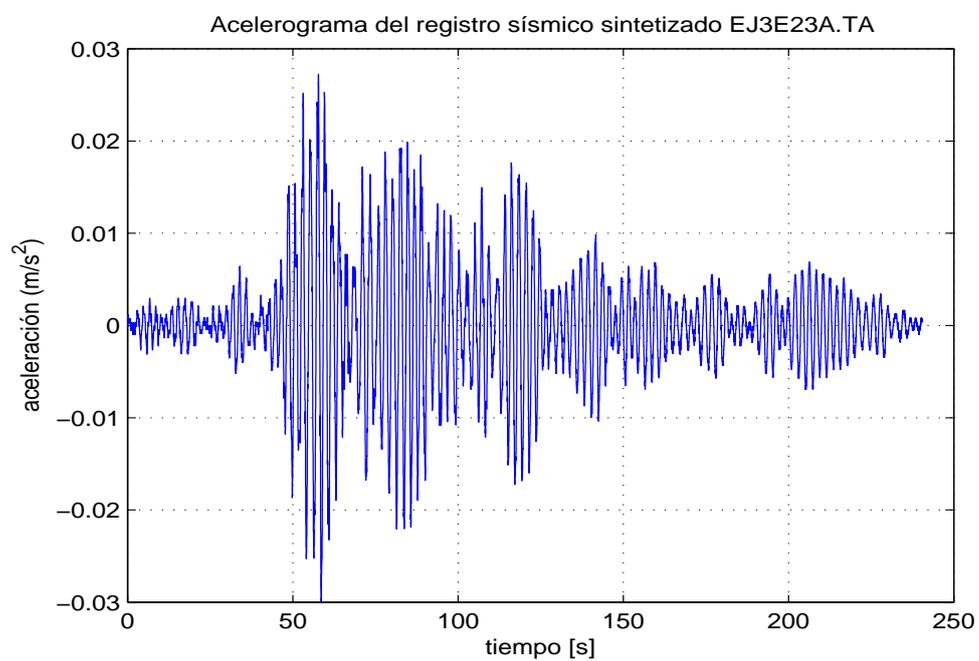


Figura 4.12: Aceleración del ruido ambiental en la dirección Y.

Al aplicar los registros de ruido ambiental al modelo y al resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias modales de vibración. Las Figs. 4.13 y 4.14 muestran la evolución de los elementos (1,1), (2,1), (5,4) y (5,5) de las matrices $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$, logrando convergencia en un tiempo menor a las 200 s. En ambos casos sólo se muestra el comportamiento de cuatro parámetros de cada una de las matrices mencionadas. Sin embargo se obtiene un comportamiento similar para los 192 elementos restantes de las matrices del modelo de cinco pisos usado, $\theta \in R^{10 \times 20}$. Cabe mencionar que los elementos presentados fueron elegidos de manera aleatoria.

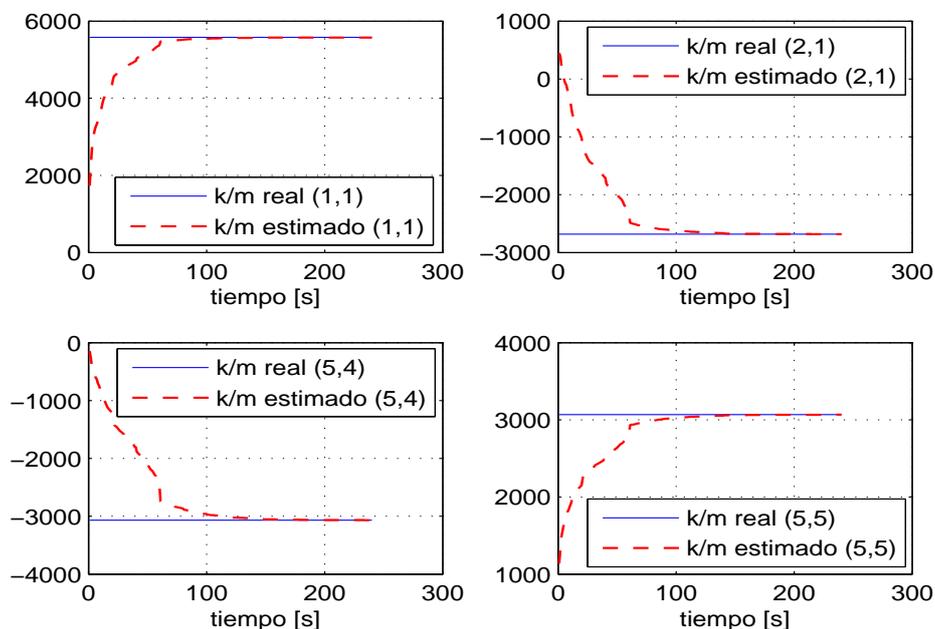


Figura 4.13: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

Para que los parámetros estimados converjan al valor real se necesita de una excitación persistente con suficiente riqueza frecuencial, la cual no siempre se garantiza con el ruido ambiental como fuente de excitación. Para compensar este hecho se propuso un ajuste en la matriz de covarianza inicial y un incremento en el factor de olvido.

Como una forma de comprobar que el algoritmo de estimación funciona satisfactoriamente, la

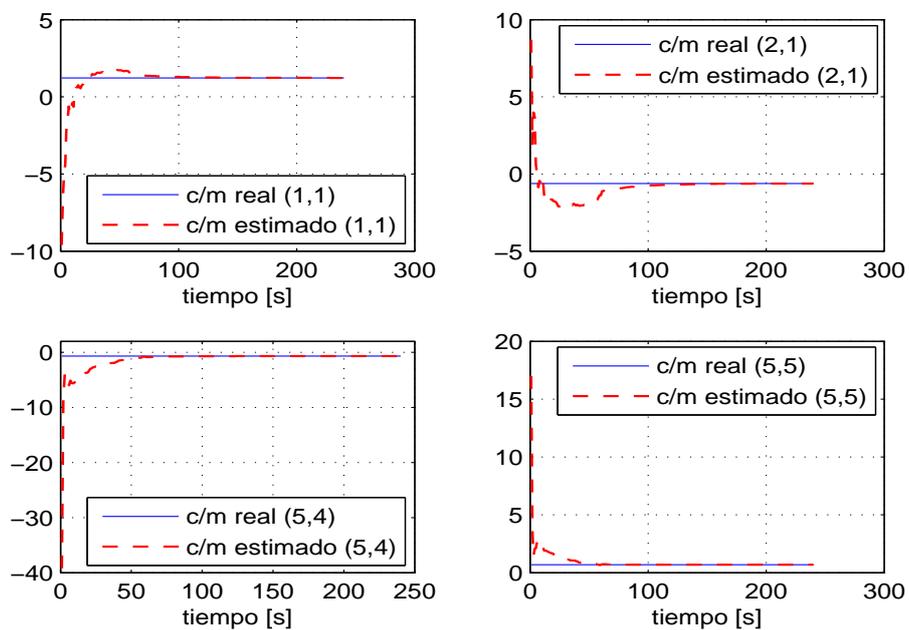


Figura 4.14: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

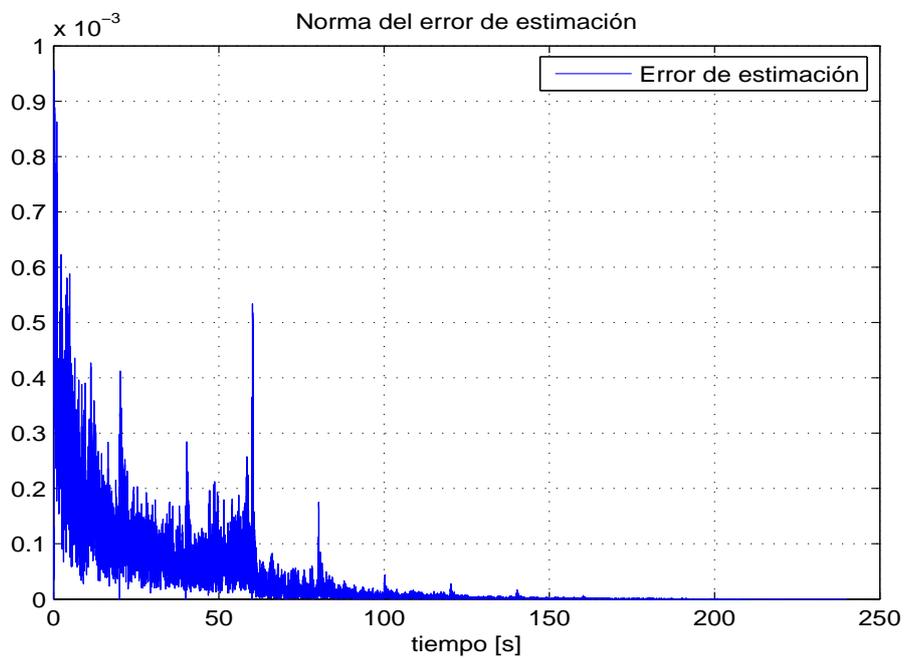


Figura 4.15: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$.

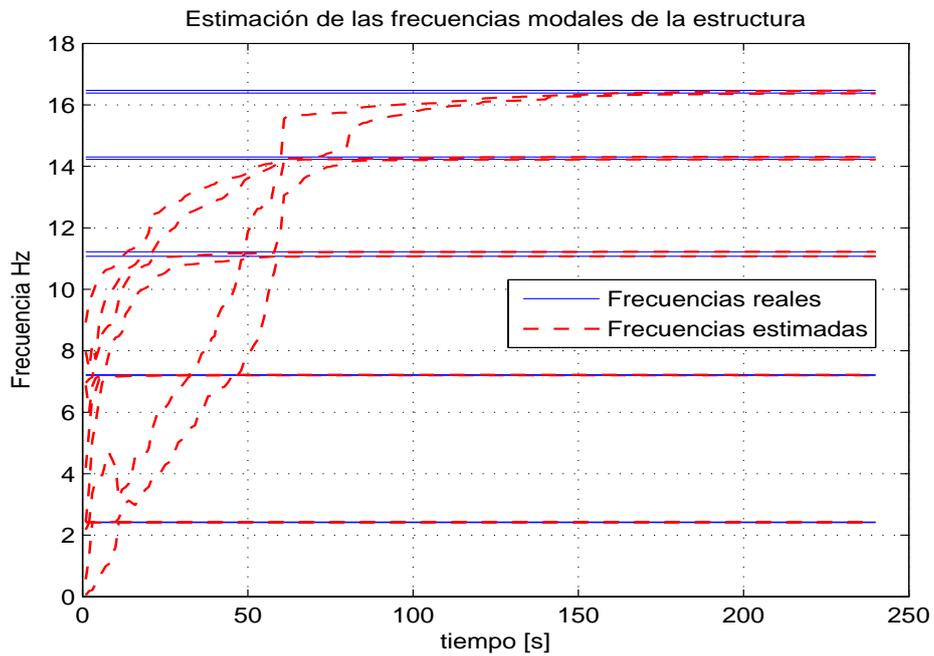


Figura 4.16: Estimación de las frecuencias modales de la estructura.

Fig. 4.15 muestra la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2$. En ella se observa como ésta tiende a cero a medida que transcurre el tiempo, lo que indica que la salida estimada converge a la salida real del sistema. La fig. 4.16 muestra que ocho de las 10 frecuencias modales convergen en un tiempo menor a los 100 segundos, mientras que las dos restantes lo hacen en menos de 200 segundos aproximadamente, a partir de que comienza el proceso de identificación.

De los resultados de simulación obtenidos se observa que los parámetros estimados convergen a los valores reales, la norma del error $\|\varepsilon\|_2$ tiende a cero y las frecuencias calculadas convergen a las frecuencias reales con un error menor al 1% , como se presentó en la tabla 4.2.

F. real Hz	F. estimada Hz	Error final (%)
2,4091	2,4091	0
2,4251	2,4251	0
7,2002	7,2002	0
7,2169	7,2169	0
11,0729	11,0729	0
11,2175	11,2175	0
14,2259	14,2256	0,0021
14,3060	14,3055	0,0034
16,3824	16,3749	0,0457
16,4729	16,4650	0,0479

Cuadro 4.2: Estimación de las frecuencias modales.

4.1.3. Identificación paramétrica con datos simulados, edificio de 5 pisos con 3 GDL por piso.

En esta sección se presentan los resultados de simulación de un modelo de edificio de cinco pisos con tres GDL por piso, con excitación bidimensional y ortogonal. La excitación en este caso corresponde al ruido ambiental resultante del escalamiento de los registros sísmicos EJ3E23A.LA y EJ3E23A.TA del edificio JAL, ubicado en la ciudad de México. Mientras los parámetros del edificio fueron tomados de (Angeles 2010).² La excitación en este caso, corresponde a los acelerogramas del ruido ambiental real, en las direcciones X y Y , mostrados en las Figs. 4.11 y 4.12.

Al aplicar los registros de ruido ambiental al modelo y resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias modales de vibración.

²Los valores de las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez en 3D, así como los valores iniciales de las Ecs. (3.5)-(3.6), se pueden consultar en el Apéndice A.1.

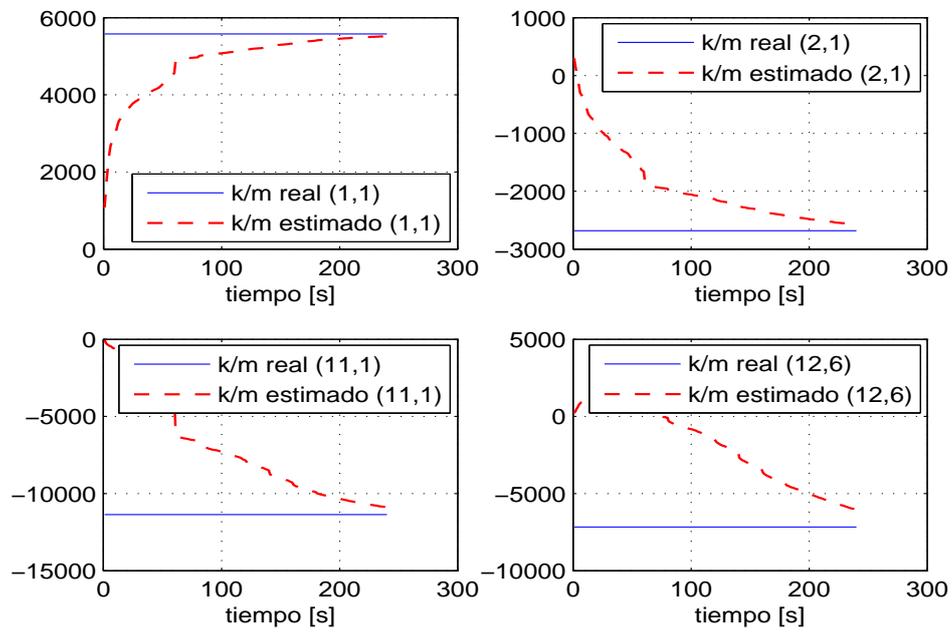


Figura 4.17: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

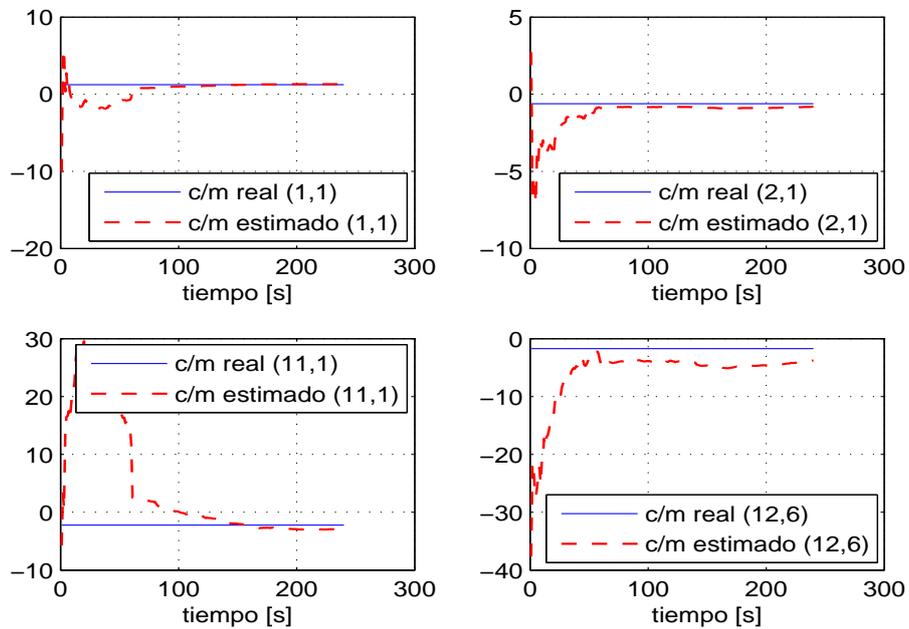


Figura 4.18: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

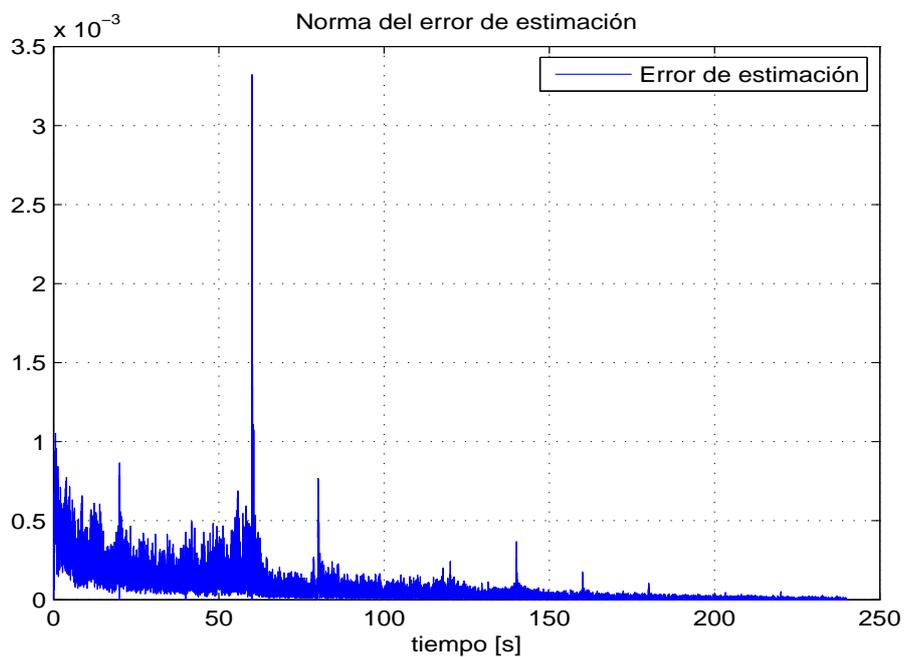


Figura 4.19: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$.

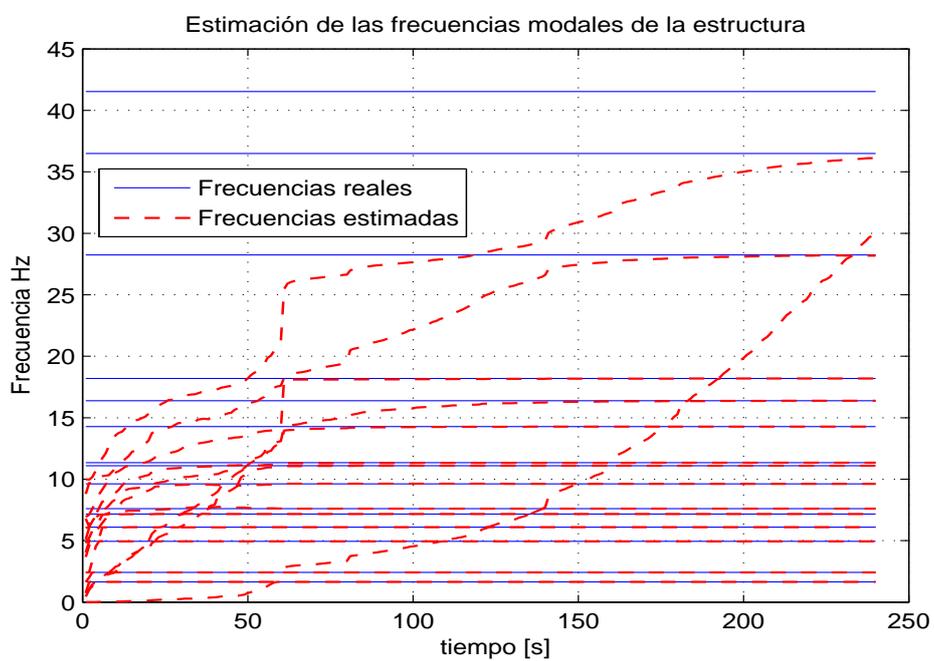


Figura 4.20: Estimación de las frecuencias modales de la estructura.

Las Figs. 4.17 y 4.18 muestran la evolución de los elementos (1,1), (2,1), (11,1) y (12,6) de las matrices $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$. En ambos casos, la mayoría de los elementos identificados convergen a los valores reales, sin embargo los que no lo logran permanecen acotados. Un comportamiento similar se observa para los elementos restantes de las matrices mencionadas. Esto se debe a que el número de parámetros del modelo es mayor en comparación con los modelos usados con uno y dos GDL por piso, es decir, 450, contra 18 y 200 parámetros respectivamente y por que no se cumple con la condición de excitación persistente. No obstante, se obtiene la dinámica del sistema al conseguir la aceleración real de cada GDL de cada piso y las frecuencias fundamentales de vibración.

Los resultados de simulación muestran que el error de estimación tiende a cero, como se demostró en el capítulo 3. Lo que indica que el algoritmo de estimación funciona satisfactoriamente, logrando que la salida estimada converja a la salida real del sistema. La Fig. 4.19, exhibe la norma del error de estimación.

La Fig. 4.20 muestra las frecuencias modales que se recuperan después de los 240 segundos de excitación, en la cual se alcanzan casi todas las frecuencias reales, con excepción de las dos últimas. Esta identificación de frecuencias se logra de forma rápida, sin importar que los parámetros no converjan completamente a su valor real. Una posible razón del por qué no se alcanzan estas últimas es debido a la falta de excitación persistente y al gran número de parámetros a identificar. En la tabla 4.3 se muestran las frecuencias modales finales.

El hecho de que las frecuencias converjan rápidamente más no así los parámetros, indica que estos toman valores tales que logran que el error de salida sea mínimo sin importar que los elementos no nulos de las matrices $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$ comiencen a tomar valores diferentes de cero.

4.2. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real.

Como segunda parte se presentan los resultados de simulación de los modelos de edificios presentados en la sección anterior, sometidos a la acción de un ruido ambiental real obtenido en el

F. Real Hz	F. Estimada Hz	Error Final (%)
1,6490	1,6490	0
2,4176	2,4176	0
4,9454	4,9454	0
6,0916	6,0916	0
7,1644	7,1644	0
7,6057	7,6057	0
9,6191	9,6192	0,0010
11,0948	11,0950	0,0018
11,3365	11,3368	0,0026
14,2795	14,2792	0,0021
16,3839	16,3777	0,0378
18,1905	18,1899	0,0032
28,2405	28,1806	0,2121
36,4958	29,9826	17,8464
41,5305	36,1315	13,0000

Cuadro 4.3: Estimación de las frecuencias modales.

lecho del lago de Texcoco, lugar cercano a la ciudad de México.

En la primera simulación, se presentan los resultados del modelo de edificio de tres pisos tomado de (Jiménez y Alvarez-Icaza 2004d) sometido a la acción de un ruido ambiental real. En la segunda simulación se presentan los resultados del modelo de edificio de cinco pisos tomado de (Angeles 2010) sometido a la acción de un ruido ambiental bidimensional y ortogonal, considerando dos GDL por piso. Y finalmente, se presentan los resultados de simulación del modelo mencionado considerando tres GDL por piso.

4.2.1. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio 3 pisos, 1 GDL por piso.

En esta sección se presentan los resultados de identificación de parámetros del modelo de edificio con tres pisos obtenido de (Jiménez y Alvarez-Icaza 2005), con el fin de evaluar el desempeño del algoritmo de estimación propuesto en el capítulo 3. A diferencia de la simulación realizada en la sección 3.1.1, la señal de excitación en este caso corresponde a un ruido real obtenido en el lecho del lago de Texcoco, el cual consiste en un registro de 6.4 horas, recabado por un sensor

de período fundamental de 30s. Sin embargo, debido a que el registro expresa la velocidad de propagación, se implementó el método de diferenciación numérica denominado *diferencias finitas* con el que se obtuvo el acelerograma correspondiente.

La Fig. 4.21 corresponde a la velocidad del ruido real en la dirección X , mientras la Fig. 4.22 expone el acelerograma del ruido ambiental real, resultante de la diferenciación numérica realizada a la señal original.

Al aplicar el acelerograma de ruido ambiental al modelo y resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias de vibración. Las Figs. 4.23 y 4.24 muestran la evolución de los parámetros identificados, logrando convergencia en un tiempo cercano a los 4000 s. La Fig. 4.26 muestra la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2$, la cual disminuye a medida que transcurre el tiempo, lo que indica que la salida estimada converge a la salida real del sistema. En la Fig. 4.27 se muestra la evolución de las frecuencias modales de la estructura, calculadas a partir de la matriz de parámetros $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$ estimadas. La tabla 4.4, muestra las frecuencias modales finales. De manera que una vez obtenidos los parámetros es posible implementar técnicas de control para la mitigación de vibraciones en edificios.

El uso de ruido ambiental como fuente de excitación tiene la ventaja de ser sumamente económico ya que no daña las estructuras. Debido a su fuente de origen y a la frecuencia con la que se presenta, es posible obtener información en cualquier momento para excitar al sistema y realizar la identificación paramétrica en línea. Este hecho permite conocer los parámetros antes de la presencia de sismos de gran magnitud, restando importancia al tiempo de convergencia.

Cabe mencionar que los resultados de simulación presentes fueron obtenidos bajo condiciones de convergencia desfavorables, es decir, si se aumenta el factor de olvido o la matriz de covarianza, el tiempo de convergencia paramétrica puede disminuir considerablemente, como se presenta en la sección siguiente.

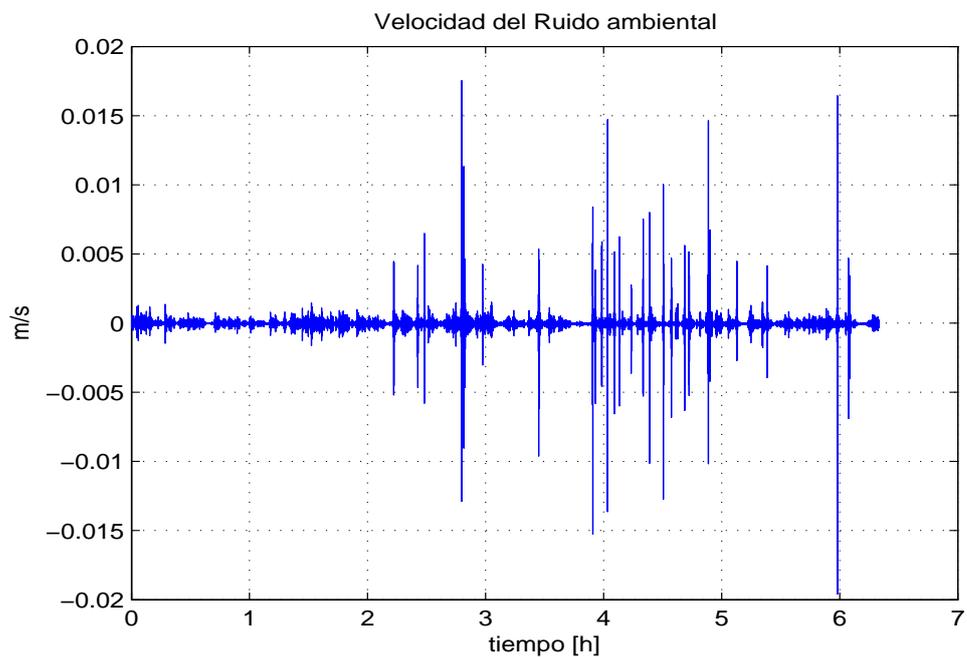


Figura 4.21: Velocidad del ruido real, dirección X.

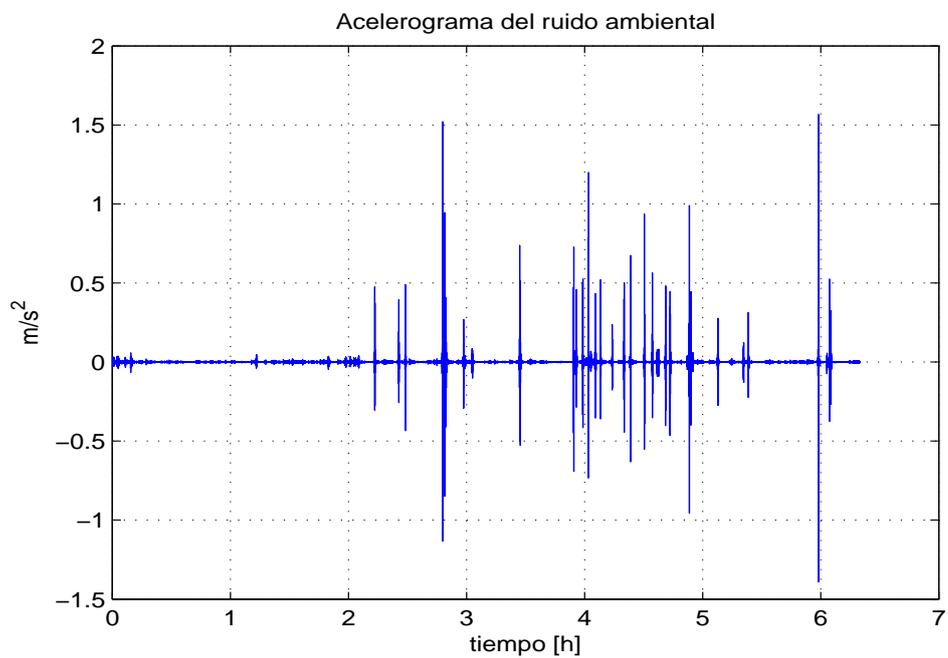


Figura 4.22: Acelerograma del ruido real, dirección Y.

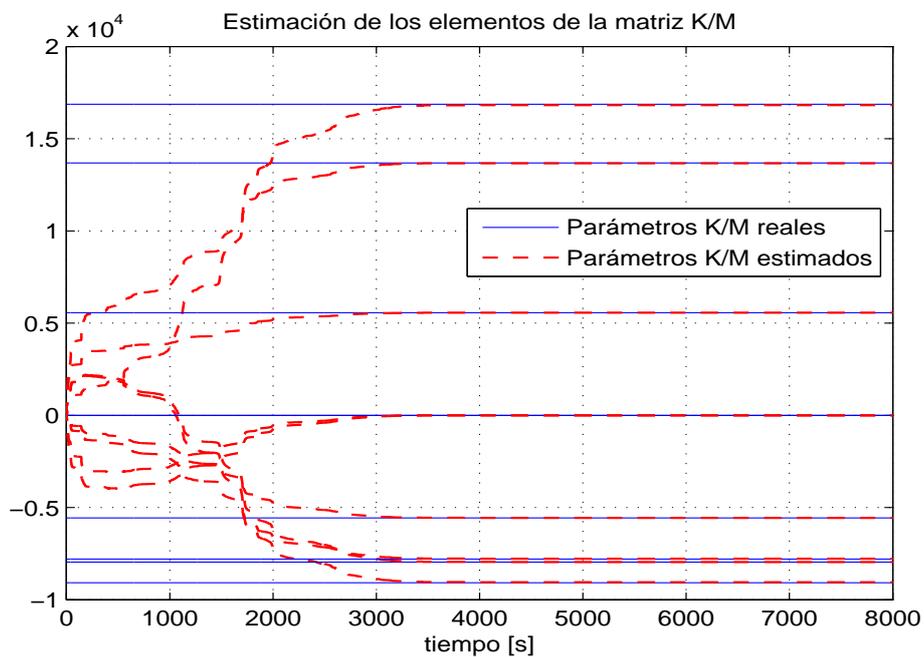


Figura 4.23: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

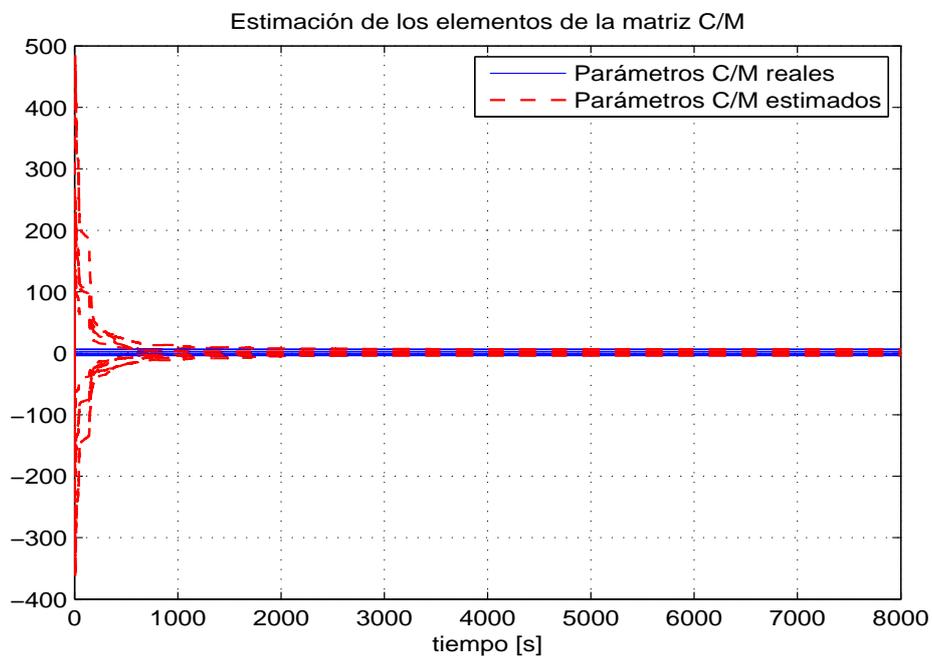


Figura 4.24: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

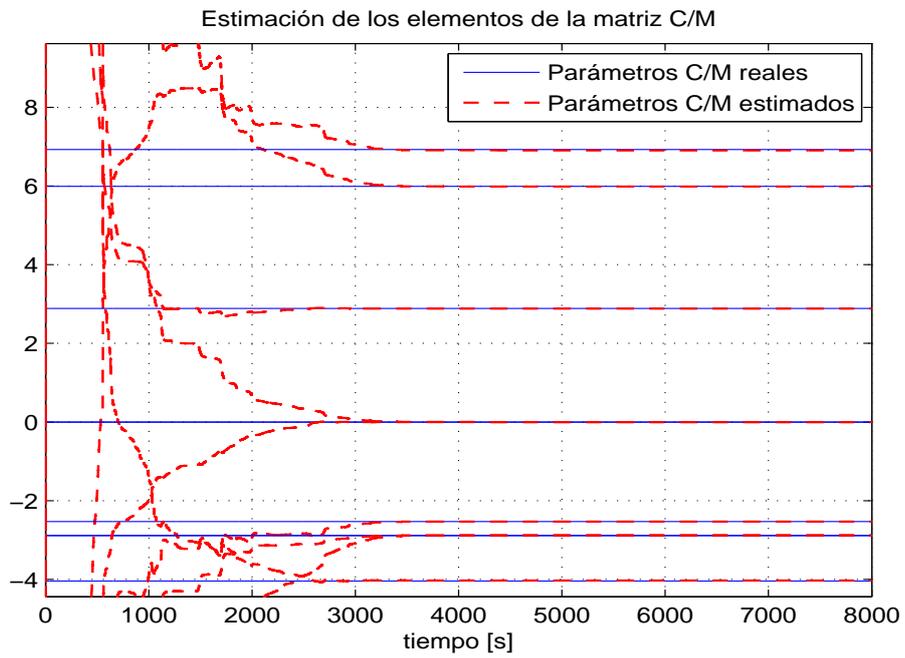


Figura 4.25: Detalle de la estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

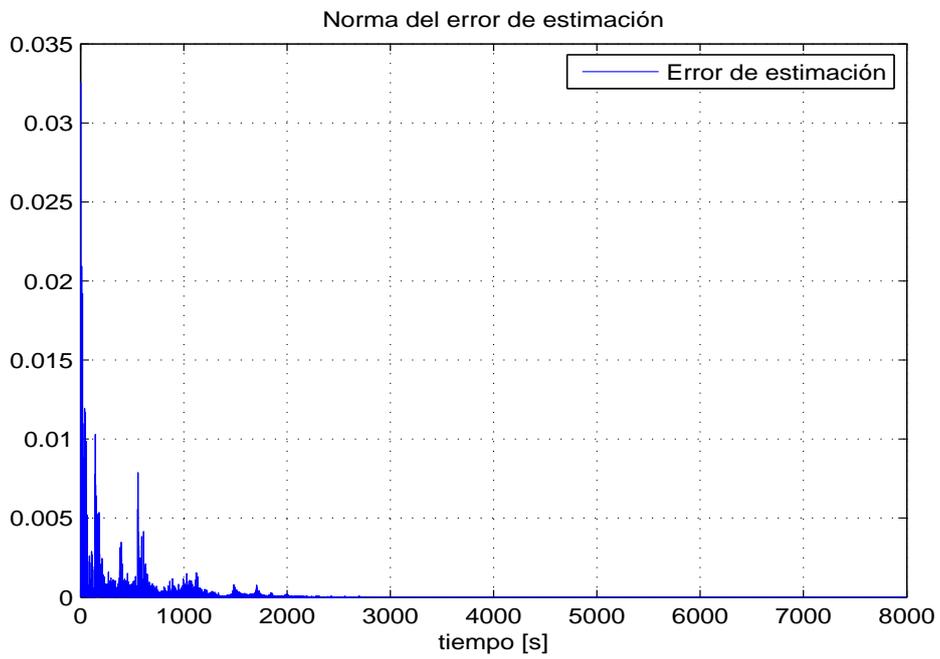


Figura 4.26: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$.

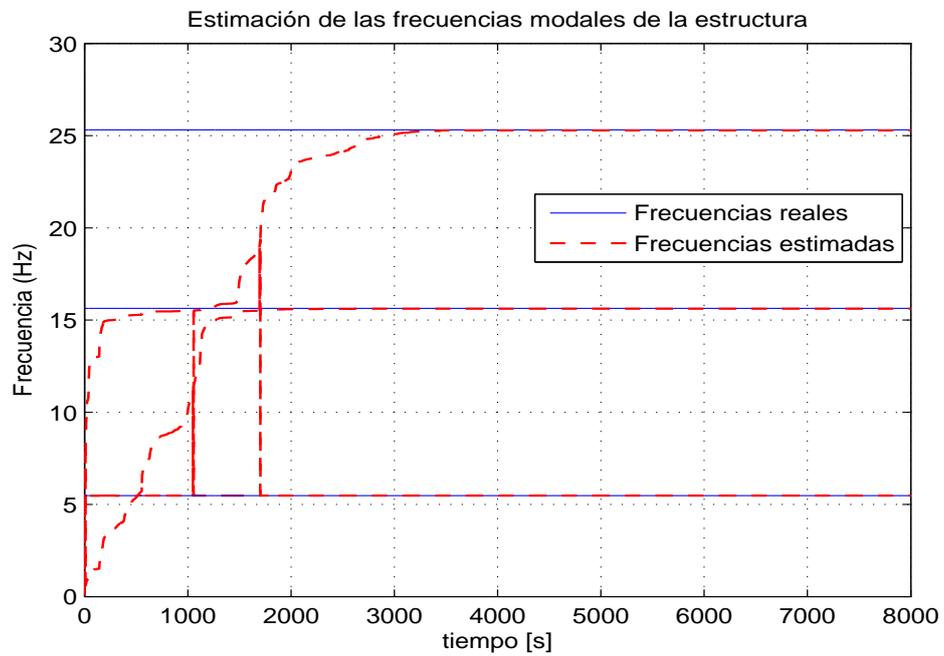


Figura 4.27: Evolución de las frecuencias modales de la estructura.

F. real Hz	F. rstimada Hz	Error final (%)
25,3143	25,2842	0,1189
15,6281	15,6167	0,0729
5,4788	5,4735	0,0967

Cuadro 4.4: Estimación de las frecuencias modales.

4.2.2. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio de 5 pisos, 2 GDL por piso.

En la sección 4.2.1 se mostró que tras transcurrir un tiempo considerable de simulación, se logra obtener convergencia paramétrica, demostrando un buen desempeño en el algoritmo de estimación. Por otra parte también se mencionó que modificando las condiciones del factor de olvido y la condición inicial de la matriz de covarianza es posible reducir el tiempo de convergencia de los parámetros estimados hacia los valores reales.

Por lo tanto, el objetivo de esta sección es presentar los resultados de simulación considerando cambios en las condiciones iniciales de la matriz de covarianza y en el factor de olvido, logrando convergencia en un tiempo equivalente a 240 s. Esto permite comparar los resultados obtenidos con los de la sección 4.1.2 en los cuales la señal de excitación del sistema fue un registro sísmico sintetizado.

Las Fig. 4.28 y 4.29 corresponden a los registros de velocidad del ruido ambiental en las direcciones X y Y , mientras las Fig. 4.30 y 4.31 corresponden a los acelerogramas del ruido ambiental real, en las direcciones mencionadas respectivamente. Como se mencionó anteriormente, dado que el registro corresponde a la velocidad del ruido, se implementó un algoritmo de diferenciación numérica con el cual se obtuvo el acelerograma correspondiente.

Al aplicar los acelerogramas de ruido ambiental al modelo y resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias modales de vibración. Las Figs. 4.32 y 4.33 muestran la evolución de cuatro parámetros identificados, logrando convergencia en un tiempo menor a los 50 s, que a diferencia de los resultados en las Fig. 4.13 y 4.14, reducen el tiempo de convergencia a la mitad, es decir, a 50 de los 100 s originales.

Como una forma de comprobar que el algoritmo de estimación funciona satisfactoriamente, la Fig. 4.34 muestra la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2$, la cual disminuye a medida que transcurre el tiempo, lo que indica que la salida estimada converge a la salida real del sistema. En la Fig. 4.35 se muestra la evolución de las frecuencias modales de la estructura, calculadas a partir de

la matriz de parámetros $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$ estimadas, logrando una reducción en el tiempo de convergencia. La tabla 4.5, muestra las frecuencias modales finales.

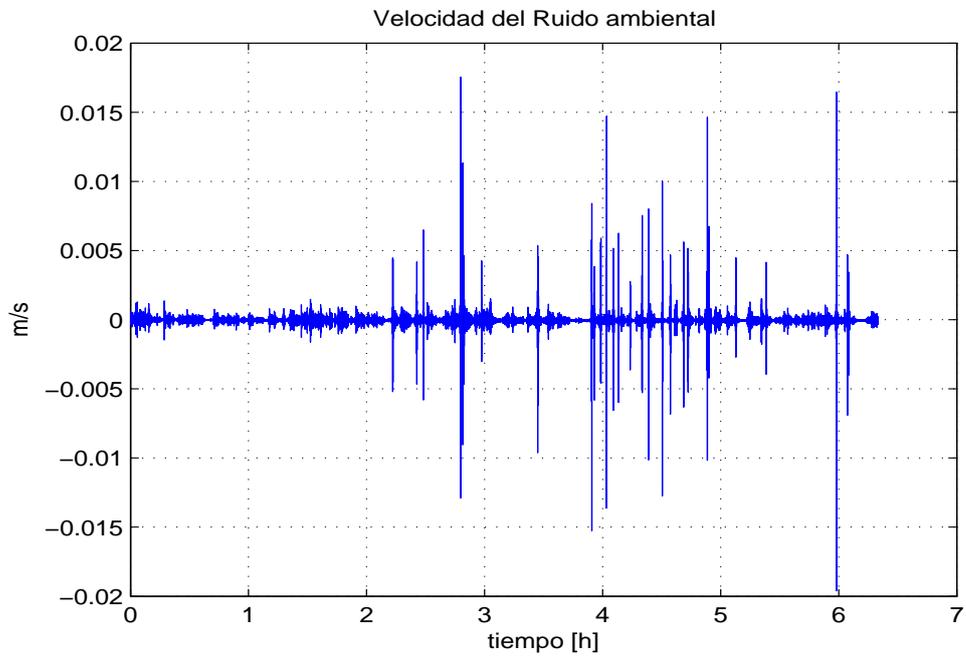


Figura 4.28: Velocidad del ruido real, dirección X.

F. real Hz	F. estimada Hz	Error final (%)
2,4091	2,4091	0
2,4251	2,4251	0
7,2002	7,2002	0
7,2169	7,2169	0
11,0729	11,0729	0
11,2175	11,2175	0
14,2259	14,2259	0
14,3060	14,3060	0
16,3824	16,3823	0,0006
16,4729	16,4728	0,0006

Cuadro 4.5: Estimación de las frecuencias modales.

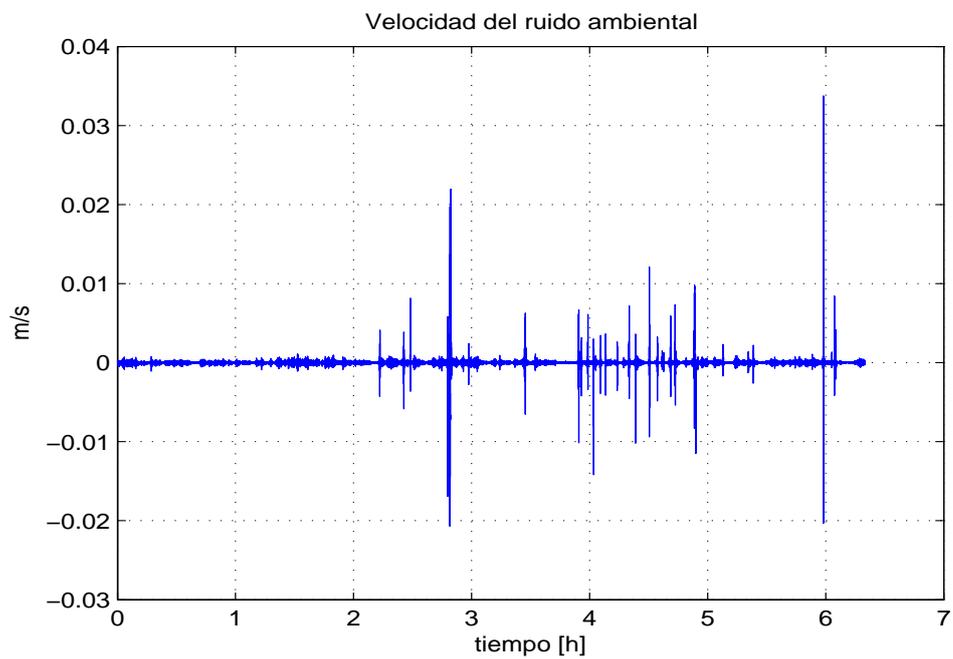


Figura 4.29: Velocidad del ruido real, dirección Y.

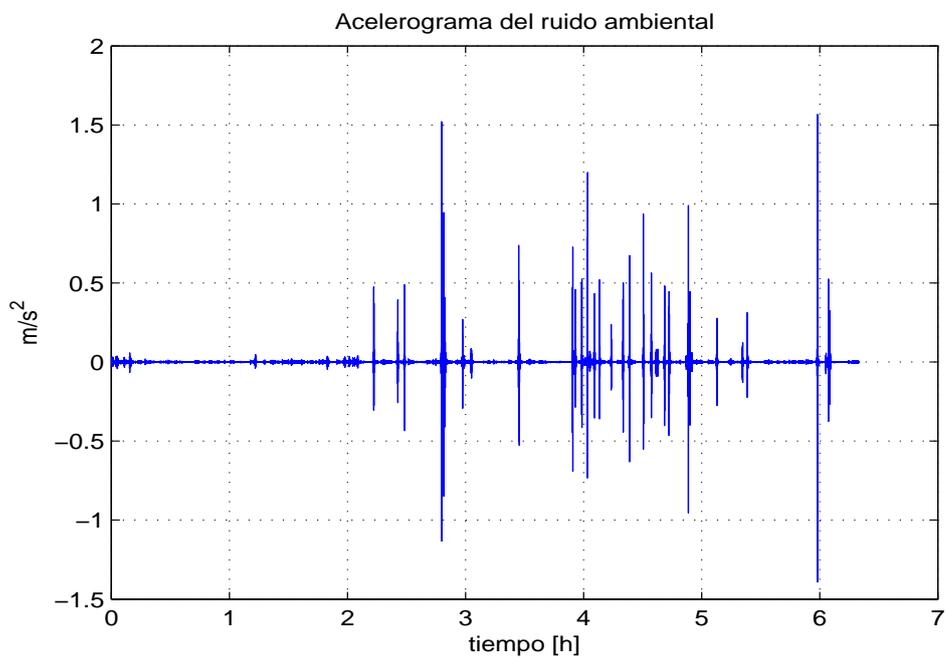


Figura 4.30: Acelerograma del ruido real, dirección X.

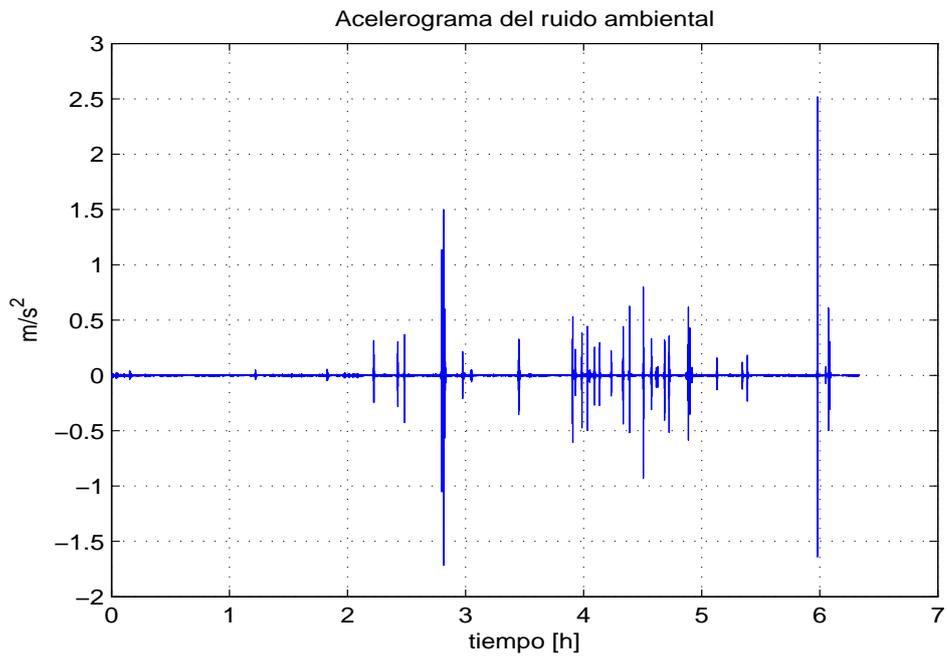


Figura 4.31: Acelerograma del ruido real, dirección Y.

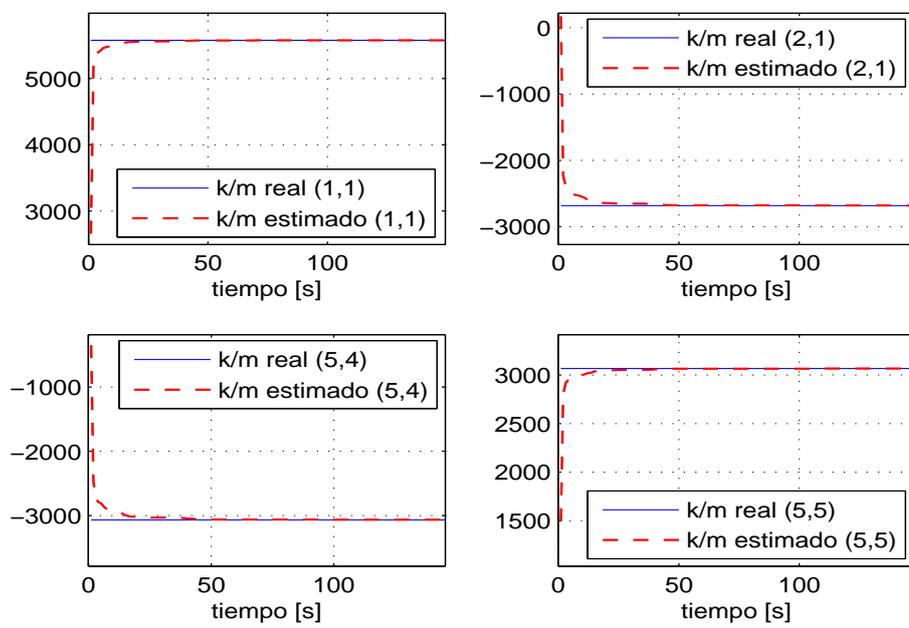


Figura 4.32: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

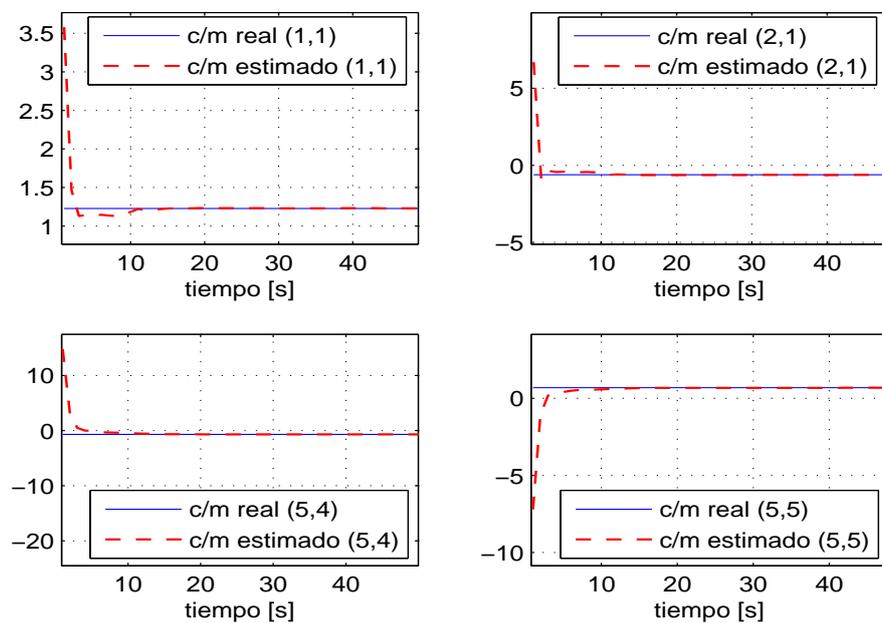


Figura 4.33: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

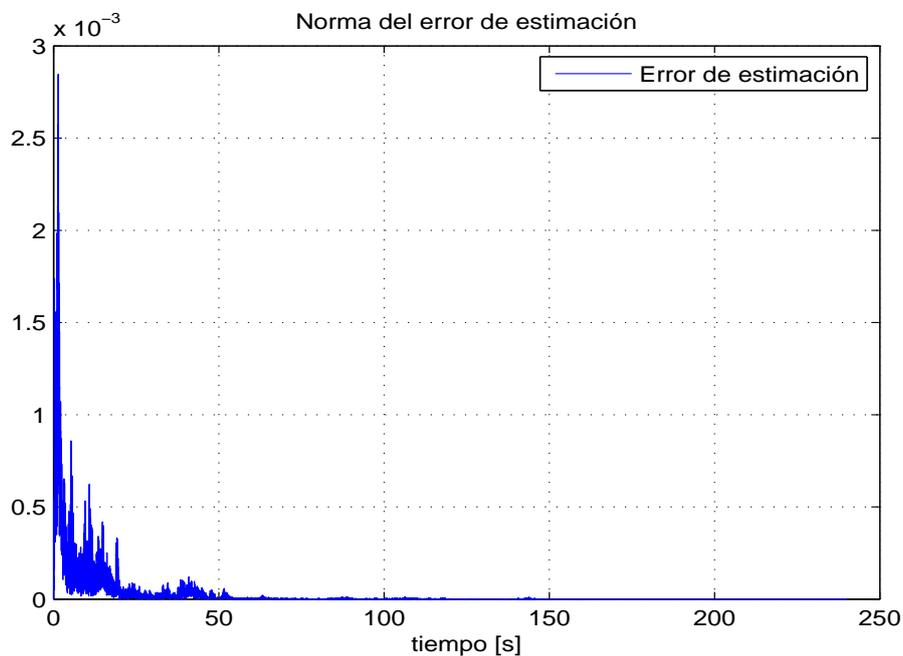


Figura 4.34: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$.

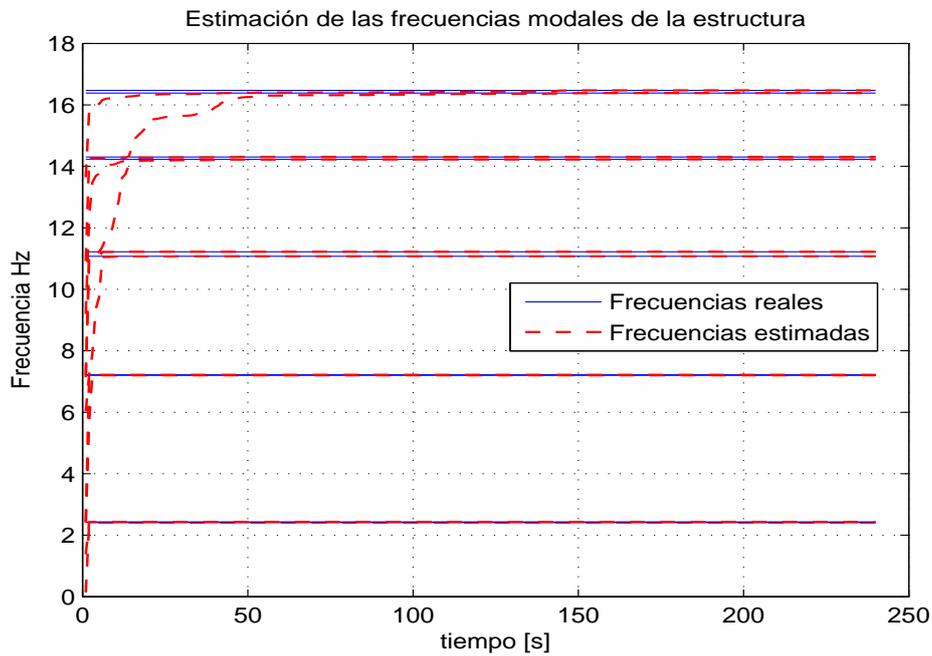


Figura 4.35: Estimación de las frecuencias modales de la estructura.

De los resultados obtenidos, se observa que la convergencia de los parámetros obtenidos es más rápida en comparación con los resultados anteriores, pues los ajustes en las condiciones iniciales de la matriz de covarianza y en el factor de olvido hacen que se reduzca el tiempo de convergencia. Nótese que todas las frecuencias estimadas convergen a las frecuencias reales. Hecho que se corrobora al observar que la norma del error disminuye a cero. Esto muestra que el algoritmo es eficiente para disminuir el error paramétrico.

4.2.3. Identificación paramétrica con datos de Ruido Ambiental Real, edificio de 5 pisos, 3 GDL por piso.

Finalmente se presentan los resultados de simulación del edificio de cinco pisos tomados de (Angeles 2010), considerando tres GDL por piso, con excitación bidimensional y ortogonal. La excitación en este caso, corresponde a los acelerogramas del ruido ambiental real, en las direcciones X y Y , mostrados en las Fig. 4.30 y 4.31.

Al aplicar el acelerograma de ruido ambiental al modelo y resolver las ecuaciones del algoritmo de estimación, se obtienen los parámetros estimados, así como la señal del error normalizado de estimación y las frecuencias modales de vibración. Las Figs. 4.36 y 4.37 muestran la evolución de los elementos (1,1), (2,1), (11,1) y (12,6) de las matrices identificadas $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$, logrando convergencia en un tiempo menor a los 240 s, diferencia significativa con respecto a los resultados de la sección 3.1.2, Figs. 4.17 y 4.18, donde el tiempo de convergencia es lento y no se obtienen los valores reales. Un comportamiento similar se observa para los elementos restantes de las matrices mencionadas.

Como una forma de comprobar que el algoritmo de estimación funciona satisfactoriamente, la Fig. 4.38 muestra la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2$, la cual disminuye a medida que transcurre el tiempo, lo que indica que la salida estimada converge a la salida real del sistema. En la Fig. 4.39 se muestra la evolución de las frecuencias modales de la estructura, obtenidas a través de las matrices de parámetros $M^{-1}K$ y $M^{-1}C$ estimadas, lográndose identificar 14 de las 15 frecuencias de vibración fundamental. La tabla 4.6, muestra los valores finales de las frecuencias estimadas.

De los resultados obtenidos, se observa que la convergencia paramétrica obtenida es buena en comparación con los resultados de la sección 4.1.2, pese al incremento de los parámetros a identificar y aunado que muchos de los elementos nulos toman valores diferentes de cero.

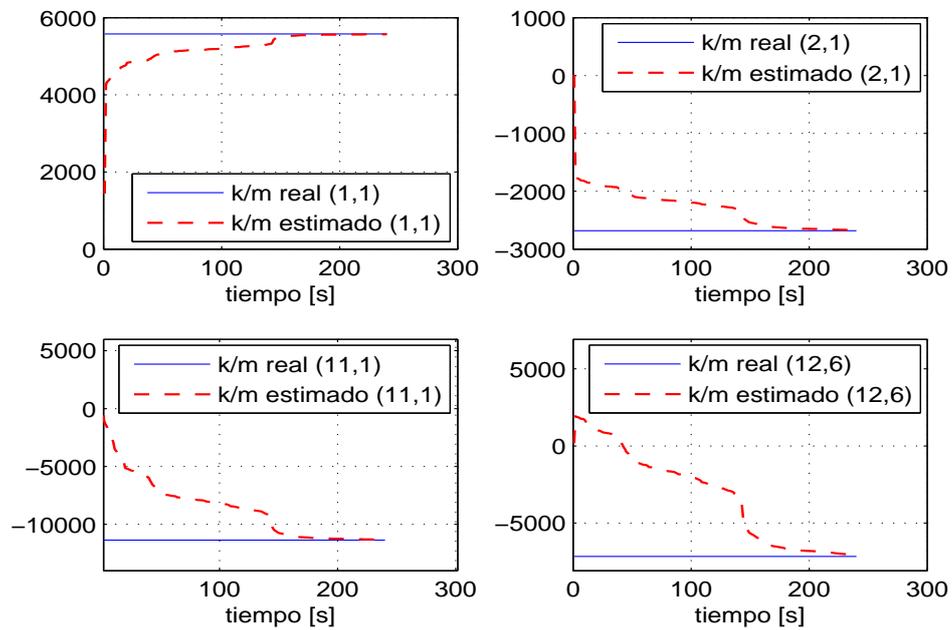


Figura 4.36: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}K$.

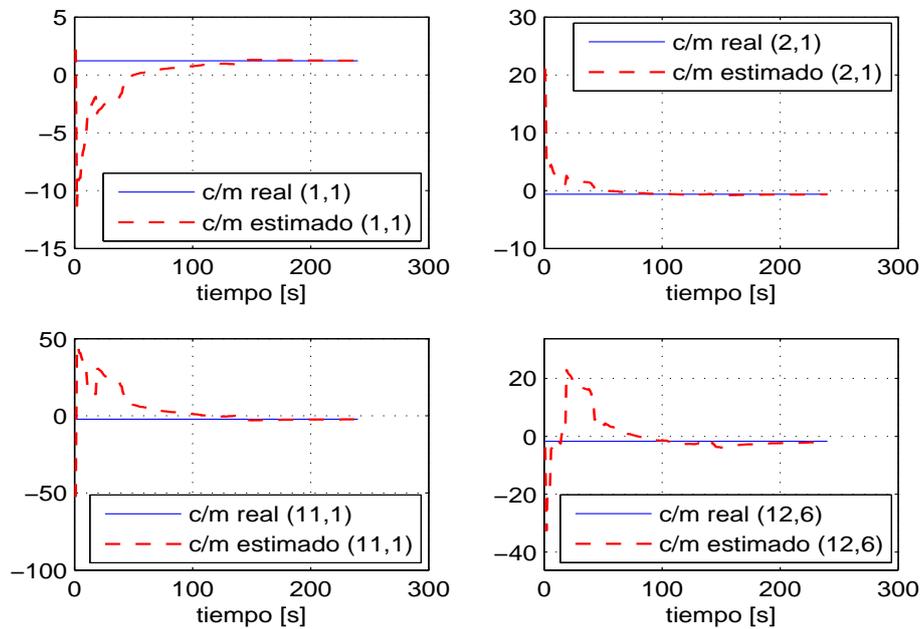


Figura 4.37: Estimación de los elementos de la matriz $M^{-1}C$.

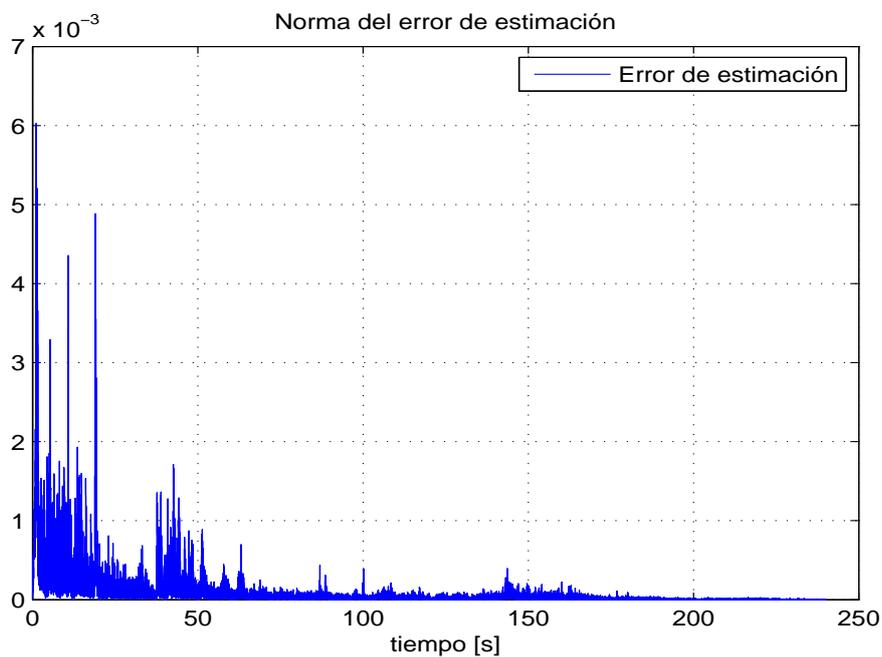


Figura 4.38: Norma del error de estimación: $\|\varepsilon\|_2$.

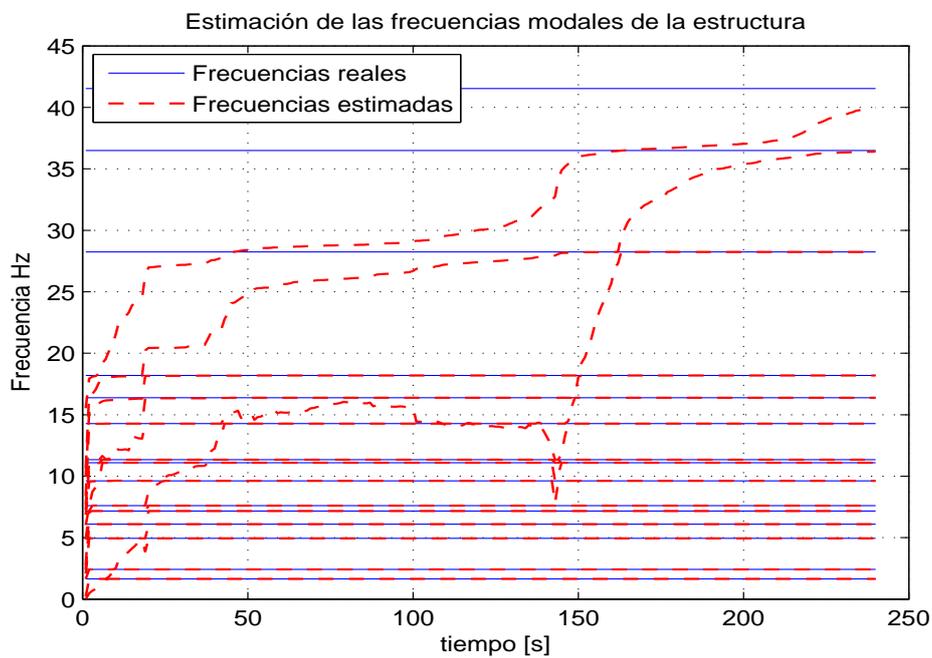


Figura 4.39: Estimación de las frecuencias modales de la estructura.

F. real Hz	F. estimada Hz	Error final (%)
1,6490	1,6490	0
2,4176	2,4176	0
4,9454	4,9454	0
6,0916	6,0916	0
7,1644	7,1644	0
7,6057	7,6057	0
9,6191	9,6191	0
11,0948	11,0948	0
11,3365	11,3365	0
14,2795	14,2795	0
16,3839	16,3839	0
18,1905	18,1904	0,0005
28,2405	28,2400	0,0017
36,4958	36,3977	0,2687
41,5305	39,9880	3,7141

Cuadro 4.6: Estimación de las frecuencias modales.

Capítulo 5

Identificación de edificios mediante tiempo de propagación de ondas SH, con incidencia vertical

Tradicionalmente los edificios son analizados usando métodos de vibración, sin embargo, también pueden ser analizados usando métodos de propagación de ondas. Actualmente la representación de la respuesta mediante los métodos de vibración y propagación de ondas son matemáticamente equivalentes, sin embargo, uno puede ser preferible al otro para un problema particular.

En este trabajo se presenta un análisis para identificar parámetros estructurales de edificios mediante el métodos de propagación de ondas de Thompson-Haskell. Para ello, la identificación se basa en un modelo en capas, comúnmente utilizado en geofísica para analizar el comportamiento de las ondas en diferentes estratos.

5.1. Introducción

A partir del trabajo pionero de Thomson (1950) y Haskell (1953) sobre el método de la matriz de transferencia, que proporciona un tratamiento sistemático al problema de valor inicial y de contorno, el estudio de propagación de ondas elásticas ha recibido mucha atención y ha encontrado muchas aplicaciones en los últimos años, en campos diversos como en sismología, acústica

y evaluaciones no destructivas para monitoreo y seguridad (Liu 2010).

El objetivo de esta sección es presentar el método Thomson-Haskell para resolver problemas de propagación vertical de ondas SH como los presentados en la Fig. 5.1. Para lograr lo anterior primero se plantea el método para la respuesta general de un estrato, luego se presenta la formulación general para múltiples estratos y por último la solución general de dicha topología.

5.2. Modelo matemático

El edificio es modelado elástico, soportado por un semiespacio (un semiespacio, es uno de los modelo más simples de la tierra que para efectos prácticos se supone como un espacio infinito horizontalmente y semi-infinito verticalmente; es decir: $-\infty < x < +\infty$, $-\infty < y < +\infty$ y $0 \leq z < +\infty$), libre de esfuerzos en el techo, excitado por una onda de corte con incidencia vertical al plano (SV), además se supone que éste se mueve únicamente de manera horizontal, con desplazamientos en el techo y en los pisos definidos como u_1, u_2, \dots, u_{n+1} , tal como se ilustra en la Fig. 5.1a. Para el método de propagación de ondas se considera que cada capa representa un piso o grupo de pisos y que son numeradas de arriba hacia abajo, además se supone que las capas son homogéneas e isotrópicas, con altura h_i , densidad de masa ρ_i , módulo de corte μ_i , y velocidad de onda de corte $\beta_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\rho_i}}$, $i = 1, \dots, n$, respectivamente.

La respuesta de este modelo es matemáticamente idéntica al de un semiespacio en capas horizontal, excitado por una onda con incidencia vertical SH, ver Fig. 5.1b. El cual ha sido resuelto en geofísica usando el enfoque de la matriz de propagación (Todorovska Maria I. y Mohammad T. 2012). La idea de este método consiste en considerar a cada uno de los pisos como un estrato, de manera que un edificio estaría representado por el conjunto de múltiples capas o estratos, con propiedades de densidad, módulo de Poisson, módulo de cortante y velocidad de cortante, (es decir, es edificio se relaciona con el modelo en capas a partir de las propiedades mencionadas).

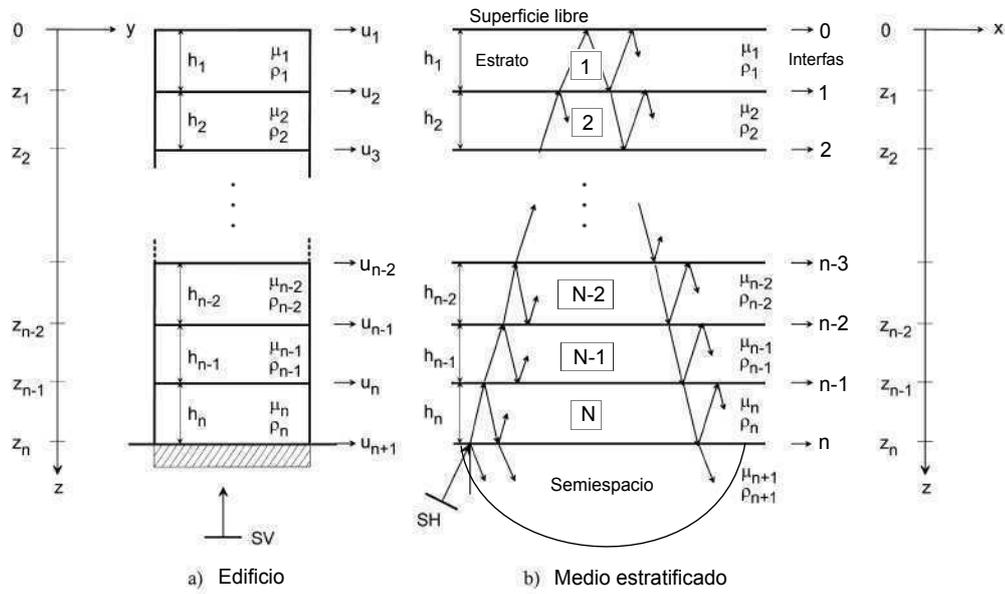


Figura 5.1: Modelo. (a) Representación de un edificio. (b) Modelo en capas.

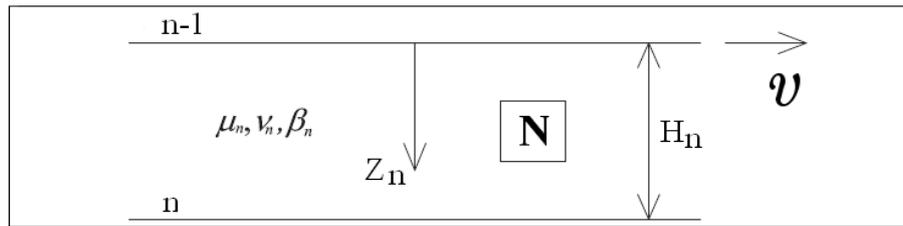


Figura 5.2: Estrato general con módulo de corte μ_n , relación de Poisson ν_n y velocidad de propagación de las ondas de corte β_n .

5.2.1. Formulación general para un estrato

La ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de un estrato como el presentado en la Fig. 5.2 es:

$$\frac{\partial^2 v_n}{\partial z_n^2}(z_n, t) = \frac{1}{\beta_n^2} \frac{\partial^2 v_n}{\partial t^2}(z_n, t) \tag{5.1}$$

Donde:

v_n : Describe el desplazamiento horizontal en la superficie libre

z_n : Describe el la profundidad del estrato en un punto de interés

Realizando la transformada directa de Fourier en ambos lados de la ecuación (5.1) se obtiene la ecuación escalar unidimensional de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z_n^2}(z_n, w) + k^2 v(z, w) = 0 \quad (5.2)$$

Para lo cual

$$k = \frac{w}{\beta}$$

Donde:

w Corresponde a las frecuencias de la señal de excitación.

La solución general de la ecuación (5.2) es:

$$v(z, w) = \dot{S}(w) \exp(ikz) + \dot{S}(w) \exp(-ikz) \quad (5.3)$$

Donde:

\dot{S} : Describe la onda ascendente

\dot{S} : Describe la onda descendente

El desplazamiento en la interfaz superior del estrato (interfaz $n - 1$) es:

$$v(0, w) = v_{n-1}(w) = \dot{S}(w) + \dot{S}(w) \quad (5.4)$$

y el desplazamiento en la interfaz inferior del estrato (interfaz n) es:

$$v(H, w) = v_n(w) = \dot{S}(w) \exp(ikH) + \dot{S}(w) \exp(-ikH) \quad (5.5)$$

La solución del sistema de ecuaciones formado por (5.4) y (5.5) es:

$$\dot{S}(w) = i \frac{v_{n-1}(w) \exp(-ikH) - v_n(w)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \quad (5.6)$$

$$\dot{S}(w) = i \frac{v_n(w) - v_{n-1}(w) \exp(ikH)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \quad (5.7)$$

De lo anterior, el campo de desplazamiento dentro del estrato es:

$$v(z, w) = i \frac{v_{n-1}(w) \exp(-ikH) - v_n(w) \exp(ikz)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \exp(ikz) - i \frac{v_{n-1}(w) \exp(ikH) - v_n(w) \exp(-ikz)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \exp(-ikz) \quad 0 \leq z \leq H \quad (5.8)$$

La ecuación (5.8) también puede escribirse de la siguiente forma:

$$v(z, w) = -\frac{\operatorname{sen}[k(z-H)]}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{\operatorname{sen}(kz)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \quad (5.9)$$

La ecuación (5.9) tiene la forma usual de interpolación empleada en el método de elementos finitos, donde el desplazamiento dentro de un elemento (estrato) se expresa en función del desplazamiento de sus nodos (interfaces). A partir de esta ecuación se obtienen las tracciones o esfuerzos en cualquier profundidad de interés dentro del estrato:

$$\tau_{zy}(z, w) = \tau(z, w) = \mu \frac{\partial v}{\partial z}(z, w) = \mu k \left\{ -\frac{\cos[k(z-H)]}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{\cos(kz)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right\} \quad (5.10)$$

De la ecuación (5.10) se pueden obtener los esfuerzos en los extremos (interfaces) del estrato, como:

$$\tau(0, w) = \tau_{n-1}(w) = \mu k \left[-\frac{\cos(kH)}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1} + \frac{1}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right] \quad (5.11)$$

$$\tau(H, w) = \tau_n(w) = \mu k \left[-\frac{1}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1} + \frac{\cos(kH)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right] \quad (5.12)$$

Las ecuaciones (5.11) y (5.12) se pueden reescribir como:

$$\begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH}{\beta}\right) & \frac{\beta}{\mu w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH}{\beta}\right) \\ -\frac{\mu w}{\beta} \operatorname{sen}\left(\frac{wH}{\beta}\right) & \cos\left(\frac{wH}{\beta}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}(w) \\ \tau_{n-1}(w) \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

La importancia de la ecuación (5.13) radica en que con ésta se puede conocer lo que ocurre en una interfaz del estrato conociendo lo que sucede en la otra (Haskell 1953).

5.2.2. Formulación general para múltiples estratos

A continuación se explica el proceso de implementación del método de Thomson-Haskell para el caso de ondas SH (componente horizontal de la onda secundaria) con propagación en dirección vertical. Suponiendo que se cuenta con un edificio de n grados de libertad, con un grado de libertad por piso respectivamente, entonces la relación con respecto al número de estratos es lineal, tal como se presenta en la Fig. 5.1.

Para resolver este problema se ha de seguir una serie de pasos, como se indican a continuación

1.- Formulación del sistema de ecuaciones para cada estrato.

$$\begin{Bmatrix} v_1^1(w) \\ \tau_1^1(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) & \frac{\beta_1}{\mu_1 w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) \\ -\frac{\mu_1 w}{\beta_1} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) & \cos\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0^1(w) \\ \tau_0^1(w) \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\begin{Bmatrix} v_2^2(w) \\ \tau_2^2(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_2}{\beta_2}\right) & \frac{\beta_2}{\mu_2 w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_2}{\beta_2}\right) \\ -\frac{\mu_2 w}{\beta_2} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_2}{\beta_2}\right) & \cos\left(\frac{wH_2}{\beta_2}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1^2(w) \\ \tau_1^2(w) \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

⋮

$$\begin{Bmatrix} v_{n-1}^{n-1}(w) \\ \tau_{n-1}^{n-1}(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) & \frac{\beta_{n-1}}{\mu_{n-1} w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) \\ -\frac{\mu_{n-1} w}{\beta_{n-1}} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) & \cos\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-2}^{n-1}(w) \\ \tau_{n-2}^{n-1}(w) \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\begin{Bmatrix} v_n^n(w) \\ \tau_n^n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) & \frac{\beta_n}{\mu_n w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) \\ -\frac{\mu_n w}{\beta_n} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) & \cos\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}^n(w) \\ \tau_{n-1}^n(w) \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

2.- Ensamblaje del sistema de ecuaciones de todo el modelo en estudio. Por continuidad del

campo de desplazamientos en las interfaces de los estratos se tiene:

$$v_0(w) = v_0^1(w) \quad (5.18)$$

$$v_1(w) = v_1^1(w) = v_1^2(w) \quad (5.19)$$

$$v_2(w) = v_2^2(w) = v_2^3(w) \quad (5.20)$$

$$\vdots \quad (5.21)$$

$$v_{n-1}(w) = v_{n-1}^{n-1}(w) = v_{n-1}^n(w) \quad (5.22)$$

$$v_n(w) = v_n(w) \quad (5.23)$$

Tomando en cuenta lo anterior y sustituyendo los valores de $v_0(w)$ en (5.15), $v_1(w)$ en (5.16) y así sucesivamente, el sistema de ecuaciones que gobierna la respuesta del modelo de la base hasta la superficie, está dado por:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) & \frac{\beta_n}{\mu_n w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) \\ -\frac{\mu_n w}{\beta_n} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) & \cos\left(\frac{wH_n}{\beta_n}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) & \frac{\beta_{n-1}}{\mu_{n-1} w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) \\ -\frac{\mu_{n-1} w}{\beta_{n-1}} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) & \cos\left(\frac{wH_{n-1}}{\beta_{n-1}}\right) \end{bmatrix} \\ &\dots \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) & \frac{\beta_1}{\mu_1 w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) \\ -\frac{\mu_1 w}{\beta_1} \operatorname{sen}\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) & \cos\left(\frac{wH_1}{\beta_1}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0(w) \\ \tau_0(w) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Por facilidad, la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(w) & M_{12}(w) \\ M_{21}(w) & M_{22}(w) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0(w) \\ \tau_0(w) \end{Bmatrix} \quad (5.25)$$

Por otra parte, el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del semiespacio se escribe como:

$$\begin{Bmatrix} \acute{S}(w) \\ \acute{S}(w) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \frac{\beta_n}{\mu_n w} \\ 1 & i \frac{\beta_n}{\mu_n w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}(w) \\ \tau_{n-1}(w) \end{Bmatrix} \quad (5.26)$$

4.- Obtención de los desplazamientos y tracciones en las interfaces superior e inferior (ondas reflejadas) del modelo. La ecuación (5.25) representa un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas ($v_0(w)$ y $\tau_0(w)$). Suponiendo que se conoce el esfuerzo en el punto $z(0)$, el cual

es cero en la interfaz superior del arreglo (es decir, en la superficie libre) y considerando que v_n contiene la información del registro sísmico o la señal de excitación de la estructura, entonces los desplazamientos pueden ser calculados de la siguiente manera:

$$v_0(w) = \frac{v_n(w)}{M_{11}} \quad (5.27)$$

5.- Obtención de los campos de desplazamiento y esfuerzo en las interfaces de los estratos. Una vez obtenidos los desplazamientos y tracciones en la interfaz superior del arreglo y la onda reflejada en el semiespacio, se continúa la obtención de los desplazamientos y tracciones en las demás interfaces del arreglo. Para eso se comienza obteniendo $v_1(w)$ y $\tau_1(w)$ reemplazando (5.27) y (5.28) en la (5.14), luego se hace lo mismo con la ecuación (5.15) y se continúa sucesivamente con los demás estratos hasta obtener los desplazamientos y tracciones en cada interfaz de medio estratificado.

6.- Transformar los resultados del dominio del espacio-frecuencia al espacio-tiempo. Una vez realizados todos los cálculos anteriores se debe proceder a pasar dichos resultados del dominio del espacio-frecuencia al del espacio-tiempo, para ésto lo único que se debe realizar es la transformada inversa de Fourier (Sánchez Sesma 2012).

7.- Una vez obtenidos los desplazamientos, se prosiguen a calcular los tiempos de viaje de onda τ , dividiendo la altura del estrato H sobre la velocidad de cortante β , y con ello obtener las frecuencias de vibración de la siguiente manera

$$F_n = \frac{1}{4\tau_1} + \frac{1}{4\tau_2} + \dots + \frac{1}{4\tau_n} \quad (5.28)$$

Capítulo 6

Resultados de simulación: identificación de las frecuencias de vibración mediante el método de propagación de ondas

En este capítulo se presentan los resultados de simulación de la aplicación del método de propagación de ondas propuesto en la sección anterior. En la primera parte se presentan los cálculos de rigidez y frecuencias de vibración de un edificio de tres pisos de manera analítica, luego se presentan los resultados de simulación del método de propagación propuesto.

6.1. Análisis del tiempo de viaje de onda en un edificio de tres pisos

Para efectos de simulación se trabajó con un edificio de tres pisos (tomado de la literatura), formado por cuatro marcos y cuatro columnas con sección transversal cuadrada de $0,5m$ en cada lado, construido de concreto reforzado, con características como los presentados en la tabla 6.1. Dado a que todo cuerpo elástico que sea sometido a fuerzas externas, ya sean estáticas o dinámicas, sufren una deformación. La rigidez se define como la relación entre estas fuerzas externas y las deformaciones que ellas inducen en el cuerpo.

En un edificio, la rigidez en los niveles n (en la dirección x ó y) será la suma de las rigideces de

Parámetros	Descripción
$\gamma = 2.4 \frac{t_f}{m^3}$	Peso volumétrico
$E = 6300 \frac{t_f}{m^2}$	Módulo de elasticidad
$\nu = 0.25$	Coefficiente de Poisson
$fc = 250 \frac{kg}{cm^2}$	Factor de carga
$h = 3 \text{ m}$	Altura

Cuadro 6.1: Características del edificio de tres pisos de concreto reforzado

las columnas en dicho nivel.

$$K = \frac{\Sigma 12EI}{h^3} \quad (6.1)$$

de donde la frecuencia para el n-ésimo modo de vibración es (Escobar Sanchez 1979):

$$w_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2h} \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (6.2)$$

Donde:

- n , corresponde al número de pisos
- h , corresponde a la altura del entrepiso (i) e ($i - 1$)
- μ , mejor conocido como módulo de cortante
- ρ , describe la densidad del material
- E , mejor conocido como módulo de elasticidad
- I , describe el momento de inercia de las columnas

Por lo tanto, de lo anterior se sabe que:

$$T_n = \frac{4L}{(2n - 1)} \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \quad (6.3)$$

Considerando el edificio de tres pisos con los datos mencionado anteriormente y aplicando las ecuaciones (6.1) y (6.2), se obtienen los valores de las frecuencias y rigideces respectivamente, ver tabla 6.2.

	$w_n(rad)$	$F(hz)$	$k(t_f/m)$
1 ^{er} Piso	53,1570	8,4602	174,9988
2 ^{do} Piso	79.7254	12.6887	174,9988
3 ^{er} Piso	88.6199	14.1043	174,9988

Cuadro 6.2: Frecuencia y Rigidez en cada piso del edificio

Por otra parte se sabe que el módulo de cortante se obtiene de:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6.4)$$

y del método de propagación de ondas, un edificio con deformación en cortante puede ser caracterizado por la velocidad de su onda de corte

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (6.5)$$

y con ello obtener el tiempo de viaje de onda

$$\tau = \frac{h}{\beta} \quad (6.6)$$

De los datos anteriores y aplicando las ecuaciones (6.4), (6.5) y (6.6), se obtienen las propiedades equivalentes para el modelo en capas, del edificio de tres pisos, ver tabla 6.3.

$\mu = 2520 \frac{t}{m^2}$	$\beta = 101,5 \frac{m}{s}$	$\rho = 0,2446 \frac{t_f s^2}{m^4}$	$\tau = 0,0295 \text{ s}$
----------------------------	-----------------------------	-------------------------------------	---------------------------

Cuadro 6.3: Propiedades del modelo en capas para cada piso del edificio

Donde, la velocidad y el tiempo de viaje de las ondas de corte son las mismas para cada una de las tres capas, así como el resto de los valores calculados.

6.2. Simulación del método de propagación de ondas con respuesta a la función impulso

En la sección anterior se presentó un algoritmo para implementar el método de propagación de ondas, y de esta manera identificar los parámetros de rigidez y las frecuencias de vibración fundamental.

Con el fin de evaluar el algoritmo propuesto, se llevó a cabo una simulación numérica considerando un modelo equivalente de un edificio de tres capas, con un piso por capa, con parámetros como los presentados en la siguiente tabla.

Capa	Piso	h_i (m)	ρ (t/m ³)	β (m/s)	Tiempo de viaje $\tau_i = h_i/\beta_i$ (s)
1	3	3	0,2446	101,5	0,0295
2	2	3	0,2446	101,5	0,0295
3	1	3	0,2446	101,5	0,0295
$\Sigma_{i=1}^3 \tau_i = 0,0885$					

Cuadro 6.4: Parámetros de entrada para el modelo de tres capas

Al aplicar una señal impulso como fuente de excitación y resolver las ecuaciones del algoritmo de propagación de ondas se obtienen los parámetros del modelo en capas. En las Figs. 6.1 y 6.2, se presentan las respuestas a la función impulso para el modelo de 3 capas. Donde el pulso más destacado es aquel que se transmite a través de todas las capas hasta llegar al techo con un tiempo aproximado de 0.09 s. Cabe mencionar que la fuente virtual se encuentra a nivel del suelo y no se consideran los efectos de reflexión.

En la tabla 6.5, se presentan los tiempos de viaje de onda calculados analíticamente y los obtenidos del resultado de simulación.

Capa	Piso	h_i (m)	ρ (t/m ³)	β (m/s)	Calculado τ_i (s)	Observado τ_i (s)	$\Delta\tau/\tau$ (%)
1	3	3	0,2446	101,5	0,0295	0,03	1
2	2	3	0,2446	101,5	0,0295	0,029	-1
3	1	3	0,2446	101,5	0,0295	0,03	1

Cuadro 6.5: Parámetros identificados

Como la velocidad de la onda de cortante está directamente relacionada con la rigidez, una

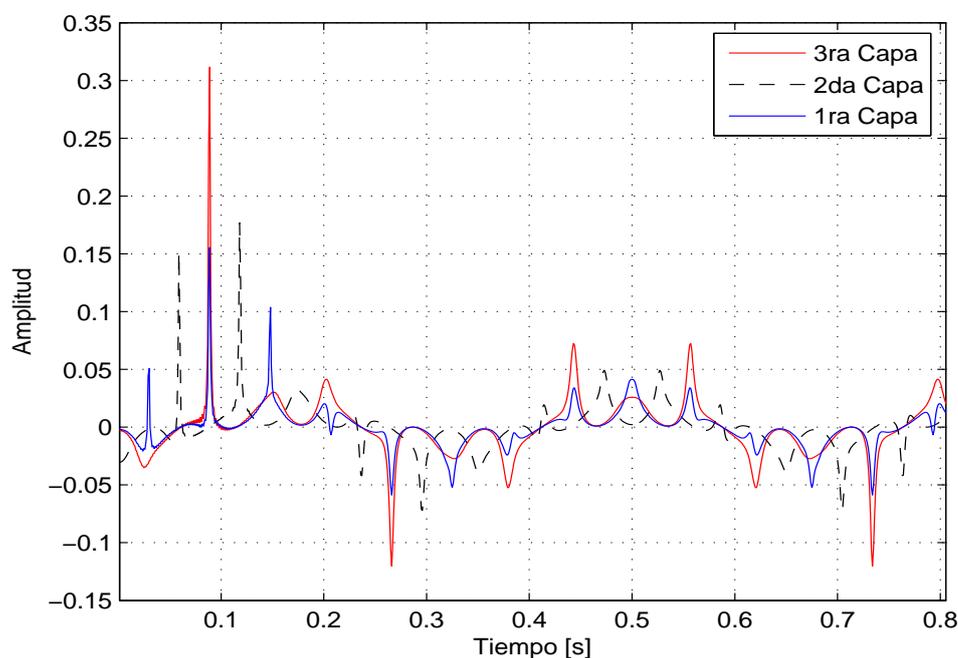


Figura 6.1: Respuesta a la función impulso

perdida de rigidez a causa de daño puede provocar una reducción de la velocidad de la onda de corte en la parte dañada, incrementando el tiempo de viaje de la onda τ . Esto provee una base para la inferencia sobre la presencia y locación de daños en estructuras.

Por otra parte, una vez conocidos los tiempos de propagación de onda, es posible calcular las frecuencias de vibración de cada una de las capas de la siguiente manera:

$$F_n = \frac{1}{4\tau_1} + \frac{1}{4\tau_2} + \dots + \frac{1}{4\tau_n}$$

A continuación se presenta una tabla con los valores de las frecuencias calculadas analíticamente y las obtenidas a partir de los resultados de simulación.

Los resultados de simulación observados muestran que son consistentes con los tiempos de viaje de onda calculados y se concluye que el método propuesto es prometedor para identificación y locación de daños en estructuras, ver tabla 6.6. De la misma manera se puede apreciar como las frecuencias de vibración identificadas alcanzan el valor esperado en los dos primeros casos,

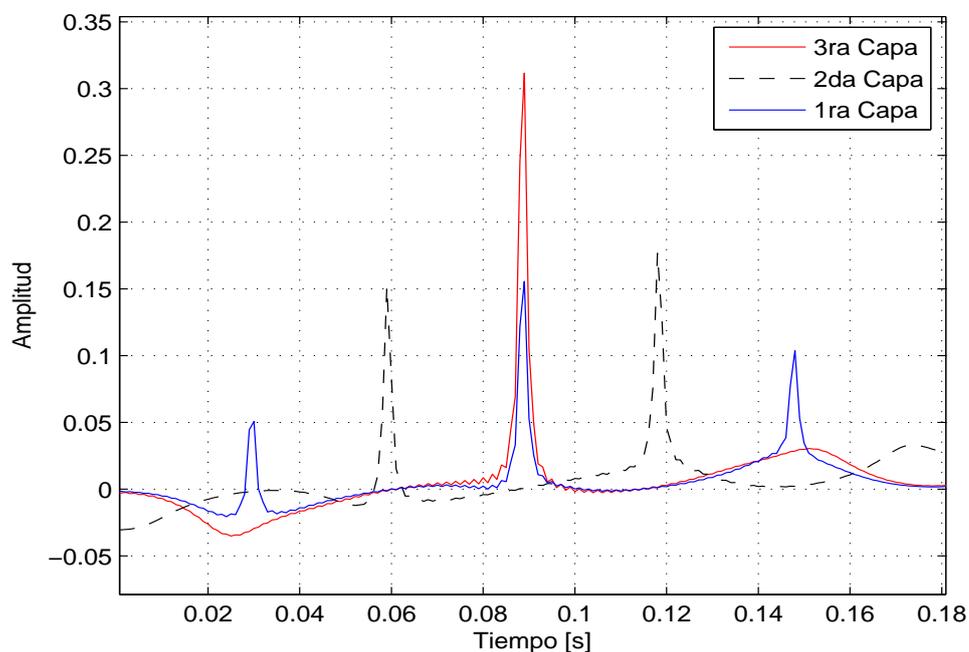


Figura 6.2: Detalle de la respuesta a la función impulso

Calculadas $F(s)$	Observadas $F(s)$	$\Delta F/F(\%)$
8.4584	8.3333	1.47
12.6876	12.5705	0.92
14.0974	15.3794	-9.0938

Cuadro 6.6: Frecuencias de vibración de la estructura

mientras la tercera se mantiene acotada, ver tabla 6.6.

Algunas ventajas de este método para la detección de daño son su robustez cuando se aplican a edificios reales y respuestas de amplitudes largas, su naturaleza local con relativamente pequeño número de sensores y no son sensibles a los efectos de la interacción suelo-estructura (Todorovska Maria I. y Mohammad T. 2012).

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se presentó una nueva forma de recuperar la dinámica en edificios mediante señales de baja magnitud conocidas como ruido ambiental, que a diferencia de trabajos donde se utilizan sismos de gran magnitud, tienen la ventaja de ser sumamente económicas de obtener y de no dañar la estructura. Además se presentó una nueva metodología de identificación mediante el método de propagación de ondas.

7.1. Resultados

Los resultados obtenidos con este trabajo se mencionan a continuación:

1. Se estudiaron los efectos del ruido ambiental como medio de excitación en edificios para recuperar la respuesta dinámica estructural. Se logró la identificación de parámetros estructurales en línea y de las frecuencias de vibración fundamental. El uso de ruido ambiental a diferencia de trabajos donde se utilizan sismos de gran magnitud, tiene como ventaja que es sumamente económico de obtener y que no daña las estructuras. Debido a sus fuentes de origen y a la frecuencia con la que se presenta es posible obtener información en cualquier momento para excitar el sistema y realizar la identificación paramétrica en línea. Este hecho permite conocer los parámetros antes de la presencia de un sismo de gran magnitud, restando importancia al tiempo de convergencia, de manera que una vez obtenidos los parámetros sea posible implementar técnicas de control para la mitigación de vibraciones en

edificios.

2. De los resultados, se observa que los valores de los parámetros estimados tienden al valor real, no obstante el tiempo de convergencia es grande comparado con el tiempo de convergencia en trabajos anteriores, donde la convergencia se logra en los primeros 20 segundos.
3. Para que los parámetros logren llegar al valor real, es necesario que exista excitación persistente con suficiente riqueza frecuencial, la cual no siempre se puede garantizar al utilizar ruido ambiental como fuente de excitación. No obstante este hecho se compensa parcialmente dando mayor peso a la condición inicial de la matriz de covarianza e incrementando el factor de olvido.
4. Para el caso de edificios con dos y tres GDL por piso, con excitación bidimensional y ortogonal se han obtenido resultados exitosos. Sin embargo, dada la cantidad de parámetros a estimar, es necesario modificar la condición inicial de la matriz de covarianza.
5. Por otra parte, de los resultados obtenidos se concluye que el método de propagación de ondas propuesto es prometedor para identificación y locación de daño. Como la velocidad de la onda de cortante está directamente relacionada con la rigidez, una pérdida de rigidez a causa de daño puede provocar una reducción de la velocidad de la onda de corte en la parte dañada, incrementando el tiempo de viaje de la onda τ . Esto provee una base para la inferencia sobre la presencia y locación de daños en estructuras. La ventaja de utilizar este método radica en que solo se necesita conocer la señal de excitación sin requerir de una instrumentación completa de todo el edificio, ya que identificando el tiempo de propagación, se pueden calcular cambios en la rigidez de los elementos de la estructura.

7.2. Trabajo futuro

En este trabajo se presentaron las bases del proceso de identificación paramétrica en edificios mediante señales de baja magnitud y se presentó una nueva metodología de identificación, con el objetivo de corroborar los valores identificados mediante el método de mínimos cuadrados con factor de olvido. En ese sentido aún existen los siguientes problemas por resolver.

1. Usar la función pulso de ricker como señal de excitación para el proceso de identificación de tiempos de propagación de onda.
2. Generalizar el algoritmo de identificación mediante el método de propagación de ondas, para el caso de edificios con excitación vertical con ángulo de incidencia γ general.
3. Probar la robustez del algoritmo de propagación de ondas para el caso de edificios con dos y tres dimensiones.
4. Proponer una metodología para obtener los valores de rigidez en cada uno de los pisos partiendo de los tiempos de viaje de onda, para pasar del modelo a cortante al modelo en capas.
5. Estudiar los efectos de propagación, reflexión y transmisión de ondas, en un medio homogéneo e isotrópico, así como sus efectos causales y acausales.

Apéndice A

Apéndices

A.1. Matrices de masa, rigidez y amortiguamiento

Los parámetros del modelo de edificio de cinco pisos con 3 GDL por piso, tomados de (Angeles 2010) son los siguientes:

$$M = \begin{bmatrix} m_t & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} \in R^{3n \times 3n}, \quad M = M^T > 0,$$

donde los elementos nulos $\in R^{n \times n}$, con $n = 5$ que es el número de pisos, y

$$m_t = \begin{bmatrix} 385,9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 385,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 393,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 386,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 370 \end{bmatrix},$$

$$I_m = \begin{bmatrix} 104,51 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 104,51 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 106,57 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 104,73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100,21 \end{bmatrix},$$

La matriz de rigidez en del modelo, es la siguiente:

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \in R^{3n \times 3n}, \quad K = K^T > 0,$$

donde $k_{xy} = k_{yx} = 0 \in R^{n \times n}$, y

$$k_{xx} = \begin{bmatrix} 2152 & -1035 & 0 & 0 & 0 \\ -1035 & 2152 & -1117 & 0 & 0 \\ 0 & -1117 & 2273 & -1156 & 0 \\ 0 & 0 & -1156 & 2291 & -1135 \\ 0 & 0 & 0 & -1135 & 1135 \end{bmatrix} * 10^2,$$

$$k_{x\theta} = k_{\theta x} = \begin{bmatrix} -1188 & 587 & 0 & 0 & 0 \\ 587 & -1188 & 601 & 0 & 0 \\ 0 & 601 & -1147 & 546 & 0 \\ 0 & 0 & 546 & -1092 & 546 \\ 0 & 0 & 0 & 546 & -546 \end{bmatrix} * 10^2,$$

$$k_{yy} = \begin{bmatrix} 2110 & -1022 & 0 & 0 & 0 \\ -1022 & 2110 & -1088 & 0 & 0 \\ 0 & -1088 & 2329 & -1241 & 0 \\ 0 & 0 & -1241 & 2331 & -1090 \\ 0 & 0 & 0 & -1090 & 1090 \end{bmatrix} * 10^2,$$

$$k_{y\theta} = k_{\theta y} = \begin{bmatrix} 1474,5 & -748,5 & 0 & 0 & 0 \\ -748,5 & 1474,5 & -726 & 0 & 0 \\ 0 & -726 & 1623 & -897 & 0 \\ 0 & 0 & -897 & 1764 & -867 \\ 0 & 0 & 0 & -867 & 867 \end{bmatrix} * 10^2,$$

$$k_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 3399,75 & -1709,75 & 0 & 0 & 0 \\ -1709,75 & 3399,75 & -1690 & 0 & 0 \\ 0 & -1690 & 3581,5 & -1891,5 & 0 \\ 0 & 0 & -1891,5 & 3738 & -1846,5 \\ 0 & 0 & 0 & -1846,5 & 1846,5 \end{bmatrix} * 10^2.$$

La matriz de amortiguamiento de acuerdo al modelo, es la siguiente:

$$C = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{x\theta} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{y\theta} \\ c_{\theta x} & c_{\theta y} & c_{\theta\theta} \end{bmatrix} \in R^{3n \times 3n}, \quad C = C^T \geq 0,$$

donde $c_{xy} = c_{yx} \in R^{n \times n}$, y

$$c_{xx} = \begin{bmatrix} 474 & -273 & 0 & 0 & 0 \\ -273 & 488 & -251 & 0 & 0 \\ 0 & -251 & 490 & -239 & 0 \\ 0 & 0 & -239 & 492 & -253 \\ 0 & 0 & 0 & -253 & 253 \end{bmatrix},$$

$$c_{x\theta} = c_{\theta x} = \begin{bmatrix} -234 & 117 & 0 & 0 & 0 \\ 117 & -241 & 124 & 0 & 0 \\ 0 & 124 & -245 & 121 & 0 \\ 0 & 0 & 121 & -249 & 128 \\ 0 & 0 & 0 & 128 & -128 \end{bmatrix},$$

$$c_{yy} = \begin{bmatrix} 482 & -241 & 0 & 0 & 0 \\ -241 & 488 & -247 & 0 & 0 \\ 0 & -247 & 487 & -240 & 0 \\ 0 & 0 & -240 & 487 & -247 \\ 0 & 0 & 0 & -247 & 247 \end{bmatrix},$$

$$c_{y\theta} = c_{\theta y} = \begin{bmatrix} 357 & -178,5 & 0 & 0 & 0 \\ -178,5 & 372 & -193,5 & 0 & 0 \\ 0 & -193,5 & 369 & -175,5 & 0 \\ 0 & 0 & -175,5 & 360,0 & -184,5 \\ 0 & 0 & 0 & -184,5 & 184,5 \end{bmatrix},$$

$$c_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 769,5 & -384,75 & 0 & 0 & 0 \\ -384,75 & 799 & -414,25 & 0 & 0 \\ 0 & -414,25 & 798,5 & -384,25 & 0 \\ 0 & 0 & -384,25 & 789 & -404,75 \\ 0 & 0 & 0 & -404,75 & 404,75 \end{bmatrix}.$$

Los parámetros para el modelo de edificio de cinco pisos con 2 GDL por piso, corresponden a un caso particular del modelo con 3 GDL, cuya estructura se presenta a continuación.

$$M = \begin{bmatrix} m_t & 0 \\ 0 & m_t \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad M = M^T > 0,$$

donde los elementos nulos $\in R^{n \times n}$, con $n = 5$ que es el número de pisos

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad K = K^T > 0,$$

donde $k_{xy} = k_{yx} = 0 \in R^{n \times n}$

$$C = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad C = C^T \geq 0,$$

donde $c_{xy} = c_{yx} = 0 \in R^{n \times n}$

A.2. Condiciones iniciales para el algoritmo de estimación de parámetros.

La matriz de covarianza inicial para el algoritmo de estimación, Ec. (3.5), en los casos donde la señal de excitación fue un sismo escalado, es la siguiente

$$P(0) = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix},$$

donde $P(0) \in R^{2n \times 2n}$, $R^{4n \times 4n}$, $R^{6n \times 6n}$, con $P(0) = P(0)^T > 0$, para los modelos con uno, dos y tres GDL por piso respectivamente. Los resultados de simulación del modelo de edificio de tres pisos con un GDL por piso, fueron obtenidos utilizando: $P = 10e^{13}$ y $\delta = 0,04$.

Por otra parte, para los casos donde la señal de excitación fue el ruido real obtenido en el lago de Texcoco, la matriz de covarianza inicial para el algoritmo de estimación, Ec. (3.5), fue:

$$P(0) = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix},$$

donde $P(0) \in R^{2n \times 2n}$, $R^{4n \times 4n}$, $R^{6n \times 6n}$, con $P(0) = P(0)^T > 0$, para los modelos con uno, dos y tres GDL por piso respectivamente. Los resultados de simulación del modelo de edificio de tres pisos con un GDL por piso, fueron obtenidos utilizando: $P = 10e^{10}$ y $\delta = 0,004$, mientras que

para el modelo de edificio de cinco pisos, con dos y tres GDL por piso respectivamente, se utilizó $P = 10e^{13}$ y $\delta = 0,004$.

A.3. Lema de Barbalat para análisis de estabilidad

Si una función escalar $V(t, x)$ satisface las siguientes condiciones (Slotine Jean-Jacques E. y Weiping 1991):

1. $V(t, x)$ es acotado por debajo
2. $\dot{V}(t, x)$ es negativa semi-definida
3. $\dot{V}(t, x)$ es uniformemente continua en el tiempo

entonces $\dot{V}(t, x) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

Analizando la Ec. (3.10) se tiene que V es acotada ya que el mínimo valor que puede tomar es cero. De la Ec. (3.16), se observa que \dot{V} es negativa semi-definida si $\delta = 0$, y por último para demostrar que \dot{V} es uniformemente continua, se tiene que mostrar que \ddot{V} es acotada. Para ello se parte de la derivada temporal de la Ec. (3.15), (Angeles 2010)

$$\ddot{V} = - \sum_{r=1}^n \dot{\epsilon}_r \dot{\epsilon}_r^T - \sum_{r=1}^n \epsilon_r \ddot{\epsilon}_r^T - \delta \dot{V}$$

Si se hace uso de las Ecs. (3.9), (3.12) y (3.15), se tiene:

$$\begin{aligned}
\ddot{V} &= -\frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \dot{\tilde{\theta}}_r \gamma \varepsilon_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \varepsilon_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \varepsilon_r \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \varepsilon_r \gamma^T \dot{\tilde{\theta}}_r^T - \delta \dot{V} \\
&= \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \varepsilon_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \varepsilon_r^T - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^n \varepsilon_r \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T + \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \varepsilon_r \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \delta \dot{V} \\
&= \frac{1}{h^6} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T + \frac{1}{h^6} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \delta \dot{V} \\
&= \frac{2}{h^6} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T - \delta \left(-\sum_{r=1}^n \varepsilon_r \varepsilon_r^T - \delta V \right) \\
&= \frac{2}{h^6} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T + \delta \sum_{r=1}^n \varepsilon_r \varepsilon_r^T + \delta^2 V \\
&= \frac{2}{h^6} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T P \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \dot{\gamma} \gamma^T \tilde{\theta}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \dot{\gamma}^T \tilde{\theta}_r^T \\
&+ \frac{\delta}{h^4} \sum_{r=1}^n \tilde{\theta}_r \gamma \gamma^T \tilde{\theta}_r^T + \delta^2 V \tag{A.1}
\end{aligned}$$

El término $\dot{\gamma}$ es la derivada temporal de γ , el cual está dado por:

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} -\dot{U}^T & -\ddot{U}^T \end{bmatrix} \in R^{2n \times 1}$$

donde las señales \dot{U} y \ddot{U} son señales acotadas, y por lo tanto $\dot{\gamma}$ es acotada.

Analizando la Ec. (3.17) se observa que está formada por señales acotadas: $\tilde{\theta}$, γ , y P , por lo tanto, la función de Lyapunov V también es acotada, lo que implica que \ddot{V} es acotada.

Por lo tanto V cumple las condiciones del lema (3.1), lo que implica que:

$$\dot{V} = -\varepsilon^T \varepsilon \longrightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \longrightarrow \infty$$

De acuerdo con lo anterior, para que $\dot{V} \longrightarrow 0$ es necesario que $\varepsilon \longrightarrow 0$, lo que garantiza que la señal de salida de la planta estimada \hat{Z} es igual a la señal de salida de la planta Z . Cabe señalar que se necesita de excitación persistente para garantizar que $\tilde{\theta} = 0$.

Referencias

- Angeles, J. M. (2004). Identificación paramétrica de edificios sujetos a excitación sísmica bidimensional. Tesis de maestría. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Angeles, J. M. (2010). Identificación paramétrica tridimensional de un edificio. Tesis de doctorado. Programa de Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Angeles, J. M. y L. Alvarez-Icaza (2005). 3D identification of buildings seismically excited. *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, 2005 16*, 54–60.
- Angeles, J. M. y L. Alvarez-Icaza (2006). 3D identification of seismically excited buildings with sensors arbitrary placed. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 3807–3812.
- Angeles, J. M. y L. Alvarez-Icaza (2008). Field data based real-time parameter identification of 3D shear building models. *Proceedings of the 2008 American control Conference*, 51–56.
- Angeles, J. M. y L. Alvarez-Icaza (2010). Identification of seismically excited buildings with two orthogonal horizontal components. *Journal of Vibration and control* 17(6), 881–901.
- Chopra, A. (1995). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Clotaire, Michel, P. G. y P.-Y. B. (2008). Dynamic parameters of structures extracted from ambient vibration measurement: an aid for the seismic vulnerability assessment of existing buildings in moderate seismic hazard region. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering* 1.
- E. Safak y K., H. (2006). *Real-time structural monitoring and damage detection by acceleration and GPS sensors*. 8th US National Conference on Earthquake Engineering.

- Escobar Sanchez, J. A. (1979). *Análisis sísmico de pilas y pilotes. Tesis Profesional. Escuela superior de ingeniería y arquitectura, Instituto Politécnico Nacional.*
- Haskell, N. (1953). *The dispersion of surface waves on multilayered media.* Bulletin of the seismological Society of America 43(1), 17–34.
- Ioannou, P. y J., S. (1996). *Robust Adaptive Control.* Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2003). Observador adaptable para el control semiactivo de estructuras civiles. *Memorias del Congreso Nacional de la Asociación de México de Control Automático*, 360–365.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2004a). Civil structure semi-active control with limited measurement. *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, 5467–5471.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2004b). Observador adaptable para edificios basado en mediciones de fuerza y aceleración. *Memorias del Congreso Anual de la Asociación de México de Control Automático, Ciudad de México*, 318–323.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2004c). Semiactive control of a shear building using an adaptive observer. *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, 2236–2241.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2004d). A state observer for a building with magnetorheological damper and parameter uncertainty. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 2880–2885.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2005). LuGre friction model for a magnetorheological damper. *Structural Control and Health Monitoring* 12(1), 91–116.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2007a). *Adaptive state estimation in a building with an adjustable damper.* 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control System 7(1).
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2007b). A real-time estimation scheme for building with intelligent dissipation device. *Mechanical Systems and Signal Processing* 21, 2427–2441.
- Jiménez, R. y L. Alvarez-Icaza (2010). *An adaptive observer for a shear building with an energy-dissipation device.* Control Engineering Practice 18, 331–338.
- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems*, Third Edition ed.. Prentice Hall. Upper Saddle River, NJ.

- Liu, T. (2010). Efficient reformulation of the Thomson Haskell method for computation of surface waves in layered half space. *Bulletin of the Seismological Society of America* 100(5), 2310–2316.
- Murià-Vila, D. (2007). *Experiencia mexicana sobre la respuesta sísmica de edificios instrumentados*. Academia de Ingeniería, México.
- Paz, M. (1997). Structural Dynamics: Theory and Computation, *Fourth Edition*, New York, NY, Chapman & Hall ed.. International Thompson Publishing.
- Pech, A., F. Sánchez-Sesma, R. Snieder, F. Ignacio-Caballero, A. Rodríguez-Castellano, y J. Ortiz-Alemán (2012). Estimate of shear wave velocity, and its time-lapse change, from seismic data recorded at the smnh01 station of kik-net using seismic interferometry. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 38, 128–137.
- Sastry, S. y M. Bodson (1989). *Adaptive Control, Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice Hall.
- Slotine Jean-Jacques E. y Weiping, L. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall.
- Sánchez Sesma, F. J. (2010). Estimación de las propiedades mecánicas de los materiales de cortinas de presas de enrocamiento mediante el procesamiento de la respuesta ante vibración ambiental. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Sánchez Sesma, F. J. (2012). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Apuntes de Elastodinámica*, Instituto de Ingeniería, UNAM, 167-182.
- Todorovska, M. I. (2005). Building periods for use in earthquake resistant design code-earthquake response data compilation and analysis of time and amplitude variations. University of Southern California Civil Engineering Department, Technical Report,1-56.
- Todorovska, M.I. y Mohammadtaghi, R. (2009). Earthquake damage detection in building and early warning based on wave travel times. *Proceedings of 2009 NSF Engineering Research and Innovation Conference, Honolulu, Hawaii*.
- Todorovska Maria I. y Mohammad T., R. (2012). System identification of building by wave travel time analysis and layered shear beam models-spatial resolution and accuracy.

Structural Control and Health Monitoring.

Wei-Xin Ren y Zhou-Hong, Z. (2004). Output-only modal parameters identification of civil engineering structures. *Structural Engineering and Mechanics* 17(3-4), 1-16.